

МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ СССР

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
РАДИОЛОКАЦИИ



МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ СССР

ВОЕННАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКАЯ ОРДЕНОВ
ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ
АКАДЕМИЯ ПРОТИВОВОЗДУШНОЙ ОБОРОНЫ ИМЕНИ
МАРШАЛА СОВЕТСКОГО СОЮЗА ГОВОРОВА Л. А.

Я. Д. ШИРМАН

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
РАДИОЛОКАЦИИ

*Утвержден Главнокомандующим Войсками
противовоздушной обороны
в качестве учебника для слушателей академии*

ИЗДАНИЕ АКАДЕМИИ
1984

ПРЕДИСЛОВИЕ

Необходимость написания учебника обусловлена возросшими требованиями к подготовке военных инженеров, вытекающими из материалов XXVI съезда КПСС и постановления ЦК КПСС и Совета Министров СССР «О дальнейшем развитии высшей школы и повышении качества подготовки специалистов» (1979 г.). Постановление обязывает: «Постоянно совершенствовать учебные планы и программы на основе повышения значимости фундаментальных наук в теоретической и профессиональной подготовке специалистов широкого профиля, более полного отражения новейших достижений науки и передового опыта».

К числу фундаментальных относится и учебная дисциплина «Теоретические основы радиолокации». Опыт последних лет свидетельствует о повышении требований к радиолокационным средствам и системам, о совершенствовании элементной базы радиолокации, о повысившейся поэтому роли теории радиолокации.

Возросшее значение науки, теории в частности, подчеркивалось в отчетных докладах ЦК XXV и XXVI съездам КПСС. «Нет ничего более практичного, чем хорошая теория», — отмечалось еще на XXV съезде. Наука «должна быть постоянным «возмутителем спокойствия», показывающим, на каких участках намечаются застой и отставание, где современный уровень знаний дает возможность двигаться быстрее, успешнее» — так конкретизировалась задача науки на XXVI съезде КПСС.

При написании учебника требовалось поэтому подвести читателя возможно ближе к современному уровню знаний по данной дисциплине, использовать более глубокие, чем ранее, теоретические обобщения, направленные в конечном счете на последующее творческое их практическое использование. К более серьезным обобщениям пришлось тщательнее готовить читателя.

Все это заставило изменить порядок и характер изложения по отношению к сложившимся.

Учебник подготовлен на основе изданных лекций автора. Лекционный материал дополнен с учетом имеющихся публикаций. Дополнения рассчитаны на использование в процессе изучения данной и последующих дисциплин, курсового и дипломного проектирования. Наличие их расширит, по-видимому, круг предполагаемых читателей. В помощь самостоятельной работе предусмотрены вопросы для самоконтроля, выделение курсивом и вынос части материала в петит.

Подготовке рукописи учебника помогла коллективная работа над предыдущими изданиями учебника [6,а,б] и недавняя работа над книгой [15] совместно с доктором технических наук В. Н. Манжосом. Отработке рукописи способствовали замечания, поступившие от кафедр, возглавляемых докторами технических наук В. Б. Алмазовым, В. В. Литвиновым, А. Е. Охрименко, В. Т. Пудовкиным, кандидатами технических наук Б. Ф. Бондаренко, Л. П. Кулнком, Ю. М. Медведевым, лично от доктора технических наук Н. Н. Мипервина, кандидатов технических наук С. Т. Багдасаряна, Г. С. Богословского, В. Н. Бурканова, М. И. Белякова, В. И. Кокина, Л. С. Левченко, Б. В. Найденкова, А. И. Николаева, Ю. А. Погуляева, В. И. Полякова. Всем упомянутым коллективам и лицам автор выражает признательность.

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАДИОЛОКАЦИИ

Радиолокация — отрасль радиоэлектроники, обеспечивающая получение сведений об объектах путем приема и анализа радиоволн. Объекты, сведения о которых надлежит получать, называют радиолокационными целями. Различают цели: аэродинамические (самолеты, крылатые ракеты, вертолеты), наземные и надводные (автомашины, танки, корабли), природного происхождения (облака, естественные ориентиры на местности, метеоры, планеты) и другие. Термину «радиолокационная цель» придают, таким образом, информационное содержание.

Совокупность сведений о наличии целей в отдельных областях пространства, об их координатах и других параметрах движения, о числе целей и их характеристиках называют радиолокационной информацией. Технические средства получения радиолокационной информации называют радиолокационными средствами, радиолокационными станциями (РЛС) или радиолокаторами. Для расширения информационных возможностей радиолокационных средств их объединяют в радиолокационные системы, включающие средства передачи данных и управления [1, 6 — 14, 20 — 21, 29 — 36, 38 — 39].

Термин «радиолокация» составлен из латинских слов «locus» — место и «radio» — излучение, характеризующих важнейшую из решаемых задач и путь решения. Применяются электромагнитные излучения метровых, дециметровых, сантиметровых и миллиметровых волн. Диапазон волн (частот) непрерывно расширяется.

1.1.1. Выделяют и различают информационные задачи радиолокации:

- обнаружение целей;
- измерение координат целей и других параметров их движения;
- разрешение целей;
- классификацию целей.

Обнаружение состоит в принятии решения о наличии или отсутствии цели в каждом выделенном элементе пространства с минимальными вероятностями ошибок.

Измерение сводится к оцениванию координат, других параметров движения целей с минимальными вероятными погрешностями. Измеряют в первую очередь дальность до цели $r_{ц}$, ее азимут $\beta_{ц}$, угол места $\epsilon_{ц}$ (рис. 1.1.1). Могут измеряться отдельные производные координат (радиальная скорость $v_r = dr/dt$, в частности), элементы траектории.

Разрешение заключается в обнаружении и измерении параметров произвольной цели в присутствии других целей. Разрешающую способность по координатам характеризуют разрешаемым объемом с определенными конфигурацией и размерами (рис. 1.1.1).

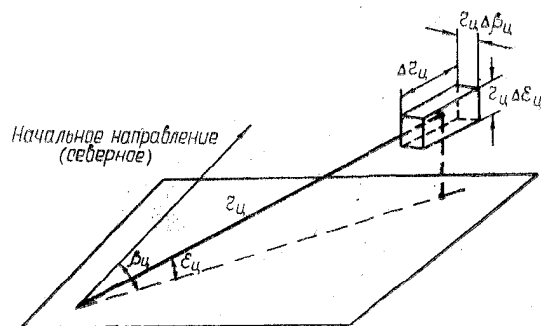


Рис. 1.1.1

Последние устанавливают так, чтобы показатели качества обнаружения и измерения параметров цели, расположенной в центре данного объема, практически не ухудшались при наличии целей в соседних. Разрешаемый объем импульсного радиолокатора называют *импульсным объемом*. Наряду с разрешением по координатам возможно разрешение по их производным (по радиальной скорости v_r , в частности) и, наконец, по траекториям.

Классификация состоит в установлении принадлежности цели к определенному классу. В одних случаях выявляют принадлежность «свой—чужой» с помощью запросно-ответных устройств опознавания, установленных на своих объектах, в других случаях распознают класс цели, не отвечающей на запрос.

Всю совокупность информационных задач радиолокации охватывают часто термином — *радиолокационное наблюдение*.

1.1.2. Требования к качеству радиолокационного наблюдения непрерывно повышаются. Условия же работы радиолокационных средств, в свою очередь, усложняются.

Скоротечность изменения и сложность радиолокационной обстановки требуют высокого темпа выдачи данных. Информацион-

ные задачи решаются за ограниченное время. Обнаружение, измерение и разрешение часто сливаются поэтому в единый процесс обнаружения — измерения — разрешения, а визуальное наблюдение заменяется автоматизированным (без участия оператора) или полуавтоматизированным (с участием).

Полеты на малых высотах и фактор кривизны Земли заставляют выше и чаще располагать точки наблюдения.

На радиолокационные средства воздействуют помехи природного происхождения (естественные), от других радиоэлектронных средств (взаимные), а в ряде случаев организованные (умышленные). Роль взаимных помех возросла в связи с внедрением различных радиоэлектронных средств в народное хозяйство и в военную технику; стало актуальным обеспечение их электромагнитной совместимости. Создание организованных помех РЛС (наряду с прямым уничтожением последних) — важный способ противодействия средствам военной радиолокации со стороны противника — их радиоэлектронного подавления.

Различают помехи в виде мешающих излучений — активные, мешающих отражений — пассивные, их комбинаций — комбинированные. Помехи могут маскировать полезные сигналы, имитировать цели, снижая эффективность радиолокационных средств и систем.

Существенна поэтому помехозащищенность последних, т. е. поддержание качества информации в помеховых ситуациях на допустимом уровне. Для повышения помехозащищенности используют различные меры защиты от помех — приспособления к помеховой обстановке. Сами помехи несут информацию о целях — их поставщиках, пригодную для извлечения. Целесообразное объединение радиолокационных средств в системы — одна из мер повышения качества информации в сложных конфликтных ситуациях. Объединяться должны, однако, достаточно информативные средства. Простое объединение малоинформативных средств может не дать желаемого результата.

Существенно при этом повышение живучести радиолокационных средств в условиях воздействия по ним самонаводящихся на излучение и неуправляемых снарядов противника [16, 49] без понижения информационных возможностей.

Таким образом, усложнение условий работы, необходимость повышения качества наблюдения и живучести радиолокационных средств и систем требуют всестороннего использования современных возможностей получения радиолокационной информации в пределах допустимых экономических затрат.

1.2. ПРИНЦИПЫ ПОЛУЧЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Носителями информации о целях являются принимаемые радиолокационные сигналы.

1.2.1. Прием радиолокационных сигналов обеспечивается в результате вторичного излучения, переизлучения или собственного

излучения радиоволн. Различают соответственно обычную активную радиолокацию, радиолокацию с активным ответом и пассивную радиолокацию.

Обычная активная радиолокация основана на использовании эффекта вторичного излучения (отражения) радиоволн (рис. 1.2.1, а). Точнее, это активная радиолокация с пассивным ответом. Активный ее характер состоит в облучении пространства

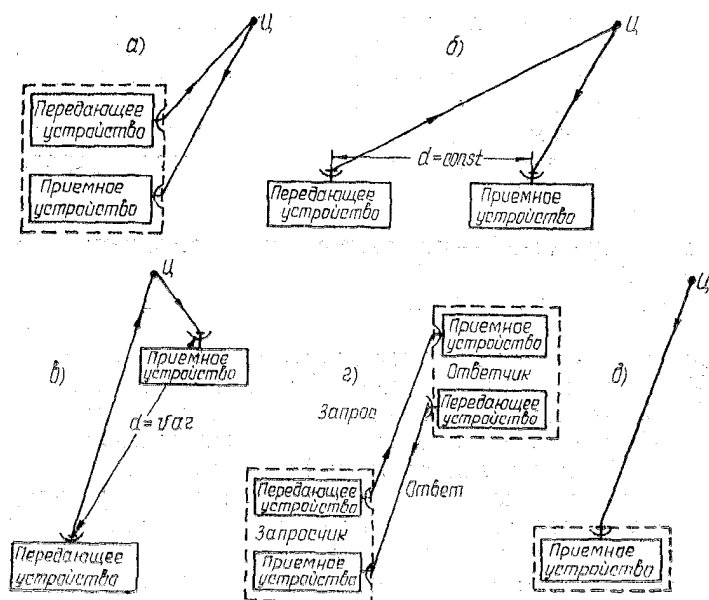


Рис. 1.2.1

мощными зондирующими колебаниями. Пассивным ответом на облучение является вторичное излучение радиоволн. Особенности вторичного излучения существенно влияют на характер активной радиолокации.

Влияет также характер размещения приемной и передающей аппаратуры. Если приемная позиция совмещена с передающей, активное радиолокационное средство называют совмещенным. Совмещенное средство часто содержит одну антенну, коммутируемую поочередно на передачу и прием. Возможен разнос приемной и передающей позиций на расстояние d , называемое базой. Базы бывают не только постоянными $d = \text{const}$ (рис. 1.2.1, б), но и переменными (рис. 1.2.1, в). Приемный пункт — головка самонаведения (рис. 1.2.1, г) располагается, в частности, в ракете, так что $d = \text{var}$. Наряду с однобазовыми (двухпозиционными) разнесен-

ными активными радиолокационными средствами возможны многобазовые (многопозиционные). В связи с усложнением задач радиолокации интерес к разнесенным радиолокационным средствам в последнее время возрастает [8, 16, 17, 50, 52, 53, 57].

Радиолокация с активным ответом (вторичная радиолокация) — это активная радиолокация с активным ответом. Такой вид локализации позволяет получать надежную информацию о своих объектах (например, о кораблях, самолетах, танках и т. д.). Их облучают для этого (рис. 1.2.1, г) запросными (зондирующими) сигналами. На объектах устанавливают ответчики, т. е. приемопередатчики, переизлучающие (ретранслирующие) принятые сигналы. Несущие частоты, законы модуляции (коды) запросных и ответных сигналов могут изменяться в широких пределах. Это обеспечивает опознавание государственной принадлежности объектов («свой — чужой») и индивидуальное опознавание. Активный ответ широко применяется также для радионавигации самолетов, морских судов и т. д.

Пассивная радиолокация использует собственные излучения элементов цели и их ближайшей окрестности. Излучения создают нагретые участки поверхности, связанные, локационные и навигационные средства (обеспечения безопасности полета в том числе), средства радиоэлектронного подавления, ионизированные образования различного вида. В общем случае средство пассивной радиолокации может быть размещено на одной (рис. 1.2.1, д) или нескольких разнесенных позициях. На принципах пассивной радиолокации работают, в частности, средства радиотехнической разведки излучений.

Пассивные и активные радиолокационные средства могут составить единое целое. Тогда говорят об активно-пассивных радиолокационных средствах.

1.2.2. Важное значение для активных и активно-пассивных радиолокационных средств имеет характер зондирования пространства. Увеличивая отношение размеров антенны к длине волны, добиваются, как известно, высокой направленности антенн. Высокая направленность зондирующего излучения обеспечивает концентрацию его энергии, облегчая последующее выделение отраженных сигналов. Зондирование различных участков пространства часто проводится поэтому неодновременно, т. е. наряду с одновременным обзором участков пространства реализуется последовательный обзор. Поскольку колебания, излучаемые в каждом направлении, обычно модулированы во времени, законы модуляции для различных направлений не совпадают. Это позволяет говорить о пространственно-временной модуляции зондирующих колебаний. Она достигается путем временной модуляции в передатчиках и перемещения характеристик направленности передающих антенн. Возможные виды пространственно-временной модуляции обеспечивают последовательный обзор пространства по жесткой

программе либо по *либкой* — в зависимости от результатов текущих наблюдений. Для повышения оперативности обзора используют антенны с *электрическим* управлением положением луча, типа антенных решеток в частности.

1.2.3. На свойства принимаемых радиолокационных сигналов и их использование для измерения координат целей влияют свойства среды, в которой распространяются радиоволны. Простейшим и основным является случай распространения в свободном пространстве, которое считаем: 1) однородным; 2) изотропным; 3) недиспергирующим. Это значит, что скорость распространения радиоволн: 1) одинакова для всех элементов этого пространства; 2) не зависит от направления распространения и поляризации волны; 3) не зависит от частоты колебаний ($c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с). Зондирующий и отраженный сигналы распространяются по прямолинейным траекториям без искажения своей формы. Времена запаздывания t_3 отраженных от точечных целей сигналов относительно зондирующих определяются для разнесенных (рис. 1.2.1,б) и совмещенных (рис. 1.2.1,а) радиолокаторов соотношениями

$$t_3 = (r_1 + r_2)/c \text{ и } t_3 = 2 r/c.$$

Дальность до цели кодируется тем самым во временной структуре принимаемых колебаний. Для совмещенных радиолокаторов дальность однозначно определяется временем запаздывания

$$r_{ц} = ct_3/2,$$

или

$$r_{ц[м]} = 150 t_{3[мкс]} \text{ и } r_{ц[км]} = 150 t_{3[мкс]}.$$

При использовании разнесенных пунктов приема или одной многоэлементной антенны можно говорить о пространственно-временной структуре принимаемых колебаний. Набор временных запаздываний характеризует не только дальности, но и угловые координаты целей.

При малом разnose приемных элементов (в пределах антенной решетки), когда разностью запаздываний огибающих сигналов до приемных элементов можно пренебречь, угловая координата цели находится по распределению начальных фаз принимаемых колебаний.

С этим же распределением связано формирование характеристик направленности антенн.

Вращая характеристики направленности (сканируя), можно сравнительно просто измерять угловые координаты — азимуты и углы места целей, например по максимуму отраженного сигнала (рис. 1.2.2,а), обеспечивать их угловое разрешение (рис. 1.2.2,б). Информация о различных угловых направлениях при одноканальном приеме поступает последовательно во времени, при много-

канальном (когда характеристики рис. 1.2.2,б относятся к разным каналам приема) ее можно получать параллельно, практически одновременно.

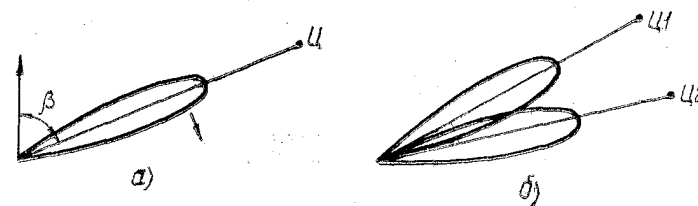


Рис. 1.2.2

1.2.4. Реализацию основных операций обнаружения целей, измерения их угловых координат и дальности поясним на примере структурной схемы рис. 1.2.3 простейшего совмещенного активно-

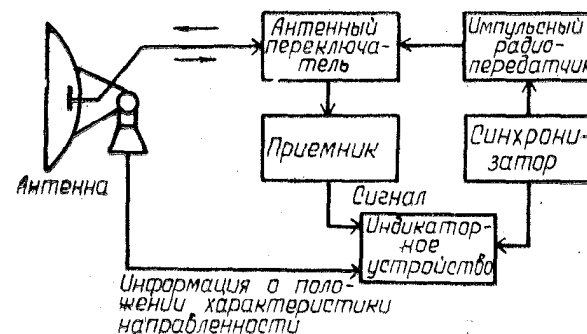


Рис. 1.2.3

го импульсного радиолокатора с общей приемо-передающей антенной и одним приемником. Важным элементом радиолокатора является синхронизатор, запускающий его основные элементы. Зондирование короткими радиоимпульсами обеспечивает неодновременность приема и излучения. Это позволяет использовать общую антенну, коммутируемую антенным переключателем на передачу и прием. После излучения зондирующего радиоимпульса антенна соединяется с приемником. Индикаторное устройство обеспечивает возможность обнаружения оператором вторичного излучения цели, измерения дальности до цели и ее угловых координат. Предусматривается использование целей автоматики. Последние связывают индикаторное устройство с антенной, выдают информацию о положении характеристики направленности, а значит

угловых координатах целей, а также управление этой характеристикой (цепь управления на рис. 1.2.3 не показана).

В более общем случае прием может быть *многоканальным*, длительность сигнала *не обязательно должна быть малой*. Приемная и передающая антенны могут быть *разделены* (даже в условиях совмещенной локации).

Возможности съема и обработки данных существенно расширяются при использовании *средств вычислительной техники*, обеспечивающих более полную *автоматизацию* радиолокационного наблюдения.

1.2.5. Существенную роль в радиолокации играет *фактор движения целей*, вызывающий *изменение временных запаздываний отдельных элементов, а значит всей структуры сигналов*. Так, *радиальное движение цели относительно совмещенного импульсного радиолокатора*: 1) *изменяет запаздывания последовательно принимаемых импульсов*; 2) *приводит к известному из физики изменению несущей частоты—эффекту Доплера*. Оба эффекта порознь могут использоваться для *измерения радиальных скоростей целей* и их скоростного разрешения. Как поясняется ниже, они — проявления *единого эффекта, трансформации сигнала за счет движения цели* (разд. 2.3.3). *Селекция по скорости* широко используется для *защиты от пассивных помех*.

1.2.6. При любом из методов радиолокации приходящие сигналы оказываются часто *слабыми*. Особенно это относится к активной радиолокации, когда существенно *двукратное рассеяние энергии*: на пути до цели и обратно. Принимают ряд мер для *выделения слабых сигналов*: увеличивают по возможности *габариты передающей и приемной антенн, среднюю мощность зондирующих колебаний*; применяют *высокочувствительные* (маломощные) входные элементы радиоприемных устройств. *Оптимизируют* наряду с этим *обработку принимаемых колебаний с учетом внешних помех и внутренних шумов приемника*.

Оптимизация обработки означает наилучший (в статистическом смысле) *учет взаимных различий сигналов и помех*. Учет этот существен в первую очередь при обнаружении и измерении. Различия учитываются также при разрешении целей, их распознавании и опознавании. К радиоприемному устройству подходят при этом как к *специализированной вычислительной машине*, точно или приближенно выполняющей линейные и нелинейные операции оптимальной обработки принимаемых колебаний. Постепенно стираются грани между обработкой в цепях приемника, элементах автоматики и вычислительной техники. Существенна лишь *совокупность выполняемых операций*, подлежащих совместной оптимизации. С освоением многоэлементных антенн включают сюда операции над принятыми их элементами колебаниями. Антенные операции оказываются начальными звеньями *единой цепи обработки* (аналоговой, цифровой, комбинированной). С повышением быстродействия цифровых элементов последние прибли-

жают к антенным. Оптимизируя обработку, учитывают также *условия распространения радиоволн в средах, отличающихся от свободного пространства*.

Параметры помех и сред распространения обычно заранее неизвестны. Существенна поэтому *адаптация* (приспособление) *пространственно-временной обработки* к текущим условиям работы радиолокационного средства или системы. Наряду с этим повышается роль *адаптации по отношению к пространственно-временной модуляции излучаемых сигналов*.

1.3. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Развитие теории электромагнитных колебаний Фарадеем, Максвеллом, Герцем, а главное, *изобретение радио* А. С. Поповым в 1895 г., его первые опыты по радиосвязи привели к мысли о возможности использования радиоволн для обнаружения различного рода объектов и определения направлений на них. Об этом указывается в отчете А. С. Попова об опытах радиосвязи на Балтийском море 1897 г. Пересечение линии радиосвязи между двумя кораблями («Европа» и «Африка») третьим кораблем («Лейтенант Ильин») вело к ее нарушению. А. С. Попов сделал отсюда вывод о *возможности ориентирования при плохой погоде и скрытого обнаружения с помощью радиоволн*. Он сформулировал *сущность эффекта вторичного излучения электромагнитных волн препятствиями, действующими «подобно тому, как на обыкновенную волну, распространяющуюся по поверхности воды, действует брекватор»*. Работы А. С. Попова составили *славу отечественной науки*, хотя и не могли реализоваться сразу из-за начального уровня радиотехники и отсутствия острой потребности в локации целей. Не реализовались по этим же причинам последующие предложения об использовании радиоволн для определения местоположения кораблей (немецкий изобретатель Хюльмайстер, 1904 г.), несмотря на повторение опытов А. С. Попова (американские исследователи Тейлор и Юнг, 1922 г.).

1.3.1. *Взросшая роль и рост скоростей авиации ставят в 30-х годах проблему замены звуколокации радиолокацией*. В Советском Союзе и за рубежом она решается *независимо*. Военные инженеры П. К. Ощепков, М. М. Лобанов и др. выступают в 1932—1933 гг. *инициаторами отечественных исследований*. От промышленности к ним привлекается Центральная радиолaborатория (ЦРЛ), от Академии наук СССР — ленинградские Физико-технический и Электрофизический институты, лично академики А. Ф. Иоффе, А. Н. Чернышев и др.

Группа Ю. К. Коровина (ЦРЛ) проводит в Ленинграде в январе 1934 г. *первый опыт приема отраженного самолетом непрерывного излучения дециметрового диапазона на дальностях 600... 700 м*. Группа Б. К. Шембеля (Электрофизический институт) ис-

пытывает в июле—августе 1934 г. макет разнесенного активного радиолокатора непрерывного излучения метрового диапазона на базе 50 ... 70 км. Факт пролета самолета на высоте 5 ... 6 км регистрируется на дальности 6 ... 7 км от приемного пункта. Группа Физико-технического института, возглавлявшаяся Д. А. Рожанским, а после его смерти Ю. Б. Кобзаревым, развертывает весной 1937 г. действующую импульсную радиолокационную установку. Впервые были получены экспериментальные данные, необходимые для проектирования импульсных радиолокаторов обнаружения метрового диапазона. Их удалось подтвердить осенью 1938 г. при увеличенной до 100 кВт импульсной мощности. Макеты радиолокаторов наведения с непрерывным излучением создавались также в Горьком под руководством Ю. К. Коровина, в Ленинграде под руководством М. А. Бонч-Бруевича, а радиолокаторы наведения с импульсным излучением — в Харькове под руководством А. А. Слуцкина.

1.3.2. В 1939 г. на вооружение войск ПВО принимаются разнесенные радиолокаторы непрерывного излучения РУС-1. К началу Великой Отечественной войны развертывается 45 их комплектов. В 1940 г. в войска ПВО поставляется 12 более совершенных совмещенных импульсных радиолокаторов типа РУС-2 («Редут»), но с отдельными еще передающей и приемной антеннами. К началу Отечественной войны в войска поступает уже 15 одноантенных импульсных радиолокаторов РУС-2с. Выпуск подвижных и стационарных вариантов этих одноантенных радиолокаторов продолжается до конца войны. Руководитель исследований принципов создания импульсных радиолокаторов виднейший советский ученый, ныне академик и Герой Социалистического Труда Ю. Б. Кобзарев был удостоен в числе первых Государственной премии. Он вспоминает: «Английских представителей, знакомившихся в конце войны со станциями «Редут», поразила простота и надежность конструкции и удивило, что станция работает на одну антенну (в Англии проблема работы на общую антенну была решена значительно позже)».

В годы войны, тем не менее, США и Англия могли выделять на развитие радиолокации значительно большие ресурсы, чем Советский Союз, вынесший основную тяжесть борьбы с фашизмом.

Однако уже в 1943 г. при Государственном Комитете Обороны создается Совет по радиолокации, содействовавший ее развитию в военное время. В 1946 г. партия и правительство принимают специальное постановление, определившее послевоенное развитие радиолокации.

Радиолокацию можно считать комплексной отраслью науки и техники, использующей достижения радиотехники, радиофизики, электроники, теории управления, технологии, организации производства, системотехники. Значительный вклад в довоенное и послевоенное развитие радиолокации внесли работы советских ученых в различных областях знания, в частности, академиков

А. И. Берга, Б. А. Введенского, Н. Д. Девяткова, А. Л. Минца, А. А. Расплетина, А. Н. Шукина и др., творческий труд ряда конструкторов и технологов. Большую роль сыграли организаторы производства—министры СССР В. Д. Калмыков, А. И. Шокин и др., а также организаторы и исполнители заказов, испытаний, технической эксплуатации и практического использования радиолокационной техники [1—4].

1.3.3. С развертыванием революции в военном деле, значительным расширением народнохозяйственных применений повышаются требования к радиолокационным средствам и системам: к их дальности действия, точности измерения координат и других параметров движения, разрешающей способности, надежности, помехозащищенности, электромагнитной совместимости с другими радиоэлектронными средствами. Изыскиваются возможности решения вновь поставленных задач, совершенствуются теория и элементная база радиолокации. Внедряются антенные решетки, усложняются сигналы и техника их обработки. Возрастает роль цифровых и других новых методов обработки. Элементы антенн, приемных и передающих устройств радиолокаторов, устройства последующей обработки сигналов переплетаются в единое целое. Основопологающую роль приобретает статистическая теория радиолокации. Ее фундаментом явились исследования потенциальной помехоустойчивости радиоприема, законченные в 1946 г. выдающимся советским ученым, ныне академиком, дважды Героем Социалистического Труда В. А. Котельниковым. Развивается техника адаптации радиолокационных средств и систем к складывающейся обстановке.

Новый толчок развитию радиолокации дали решения XXVI съезда КПСС, повысившие ответственность за ускорение научно-технического прогресса и внедрение научных достижений в практику.

1.4. ПРЕДМЕТ, ЗАДАЧИ И ОСОБЕННОСТИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Предметом учебной дисциплины является теория получения информации о наличии, координатах, других параметрах движения и характеристиках целей путем использования вторичного излучения, переизлучения и собственного излучения радиоволн.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

изучение физических основ формирования принимаемых радиолокационных сигналов и их наблюдения на фоне помех;

анализ принципов оптимизации обработки принимаемых колебаний и ее адаптации к условиям приема при решении различных информационных задач;

анализ принципов выбора (и адаптации) зондирующих сигналов в условиях оптимизации приема;

изучение на этой основе общих принципов построения и функционирования радиолокационных средств (систем).

Дисциплина учит не столько тому, «как построены» радиолокационные средства (системы), сколько тому, «как в принципе надо их строить». Определяющим же в их построении оказывается *случайный* характер воздействующих *помех* и *случайный*, во многом, характер полезных *сигналов*, а значит *статистика* помех и сигналов.

Статистическая оптимизация обнаружения и измерения параметров сигналов составляет *ядро учебной дисциплины*. Особенностью этой, основной ее части (разделы 3—6) является широкое использование *дедуктивного изложения* (от общего — к частному), компактно охватывающего широкий круг вопросов. К такому изложению подготавливает раздел 2 «Физические основы формирования и наблюдения принимаемых радиолокационных сигналов». Большое число примеров в разделах 3—6 рассчитано на пояснение сущности и практической значимости общих положений.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте понятия: радиолокации; радиолокационной цели; радиолокационной информации; радиолокационного средства; радиолокационной системы.
2. Сформулируйте информационные задачи радиолокации и особенности обстановки, в которой их приходится решать.
3. Сформулируйте принципы: обычной активной радиолокации; радиолокации с активным ответом; пассивной радиолокации. Поясните понятия обзора пространства и пространственно-временной модуляции радиолокационных сигналов.
4. Какова дальность от однопозиционной РЛС до цели в свободном пространстве при времени запаздывания отраженного сигнала 1 мкс, 0,1 мс, 1 мс, 10 мс?
5. Каково запаздывание сигнала, отраженного от цели, в свободном пространстве на дальности 10 км, 100 км, 1000 км от однопозиционной РЛС?
6. Поясните структурную схему простейшего импульсного радиолокатора.
7. Чем обусловлена необходимость оптимизации пространственно-временной обработки сигналов и ее адаптации к условиям приема?
8. Перечислите наиболее характерные этапы развития отечественной радиолокации. Укажите ученых и инженеров, сыгравших важную роль в ее развитии.
9. Сформулируйте предмет и задачи учебной дисциплины.

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ ПРИНИМАЕМЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

2.1. РАЗНОВИДНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ ПРИНИМАЕМЫХ СИГНАЛОВ

2.1.1. Импульсная модуляция. Пусть передатчик совмещенного импульсного радиолокатора рис. 1.2.3 излучает последовательность коротких радиоимпульсов длительности τ_n без внутримпульсной модуляции, следующих с периодом T_n . Характеристика направленности антенны при этом не перемещается.

2.1.1.1. Радиоимпульсы $y(t)$, отраженные от точечных целей, поступают на вход приемника радиолокатора с запаздываниями $t_{zi} = 2r_{ni}/c$ ($i=1, 2, \dots$) относительно зондирующих (рис. 2.1.1,а). *Осциллограмма напряжения приемника наблюдается, как и в первых радиолокаторах, на экране электронно-лучевой трубки (рис. 2.1.1,б) индикатора с амплитудной отметкой (или же лабораторного осциллографа).* На вертикально-отклоняющие пластины трубки подают продетектированное выходное напряжение приемника $u_v(t)$. Электронный луч разворачивается по горизонтали в течение линейно-нарастающих участков напряжения (рис. 2.1.1,в).

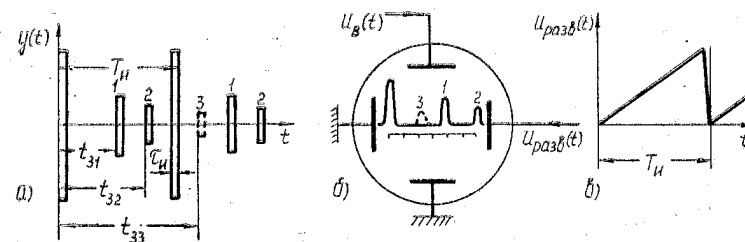


Рис. 2.1.1

Запуск разверток производят во время зондирования. Шкала времени градуируется в единицах дальности.

Интервалы между радиоимпульсами T_n чаще всего выбирают из условия однозначного измерения дальности

$$T_n \geq t_{z \max} = 2 r_{n \max} / c. \quad (2.1.1)$$

Здесь $r_{n \max}$ — максимальная дальность, определяемая энергетикой РЛС. При несоблюдении (1) отраженный сигнал наблюдается на последующем ходе развертки (штриховая линия рис. 2.1.1, а, б), что (без принятия специальных мер) приводит к неоднозначному измерению дальности. При периодическом зондировании выражение (1) характеризует период следования T_n и частоту следования $F_n = 1/T_n$ импульсов, обеспечивающие однозначность измерения дальности.

В условиях наличия двух и более взаимно удаленных целей и при выполнении (1) часто наблюдают соответствующее число отраженных импульсов (цели по дальности разрешаются). На рис. 2.1.2, а, б показаны два случая перехода от разрешения к неразрешению. Импульсы без модуляции высокочастотных колебаний с прямоугольными огибающими сомкнуты. Рис. 2.1.2, а соответствует неискаженному приему прямоугольных радиоимпульсов,

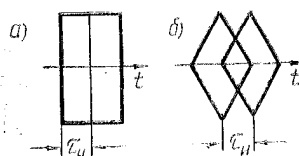


Рис. 2.1.2

рис. 2.1.2, б — оптимальному на фоне внутреннего шума (согласованному, разд. 3.2.3).

Меру разрешающей способности по дальности Δr определяют по величине разности временных запаздываний $\Delta z = \tau_n$ сомкнутых радиоимпульсов рис. 2.1.2, а, откуда $\Delta r = c\tau_n/2$. При $\tau_n = 1$ мкс значение $\Delta r = 150$ м. Реальное разрешение несколько хуже из-за конечной ширины следа электронного луча. Возможна в принципе и лучшая разрешающая способность, но при отказе от оптимальности, а значит предельной дальности наблюдения целей на фоне шума (см. разд. 4.1.7).

2.1.1.2. Наряду с визуальным наблюдением отраженных импульсов возможно их автоматическое сопровождение в процессе движения выбранной цели. Простейшее устройство сопровождения по дальности рис. 2.1.3 повторяет интуитивные действия человека-оператора. Прогнозируя положение выбранной цели по результатам

наблюдений, он сравнивает результаты каждого нового наблюдения с ожидавшимися при прогнозе и учитывает невязку при следующем прогнозе.

Аналогично временное запаздывание поступившего видеоимпульса $u_B(t)$ (рис. 2.1.3) сравнивается с ожидаемым во временном дискриминаторе. Поступающий видеоимпульс перемножается в нем для этого с опорным напряжением $u_{оп}(t)$ стробом. Строб содержит два импульса противоположного знака — полустроба, вре-

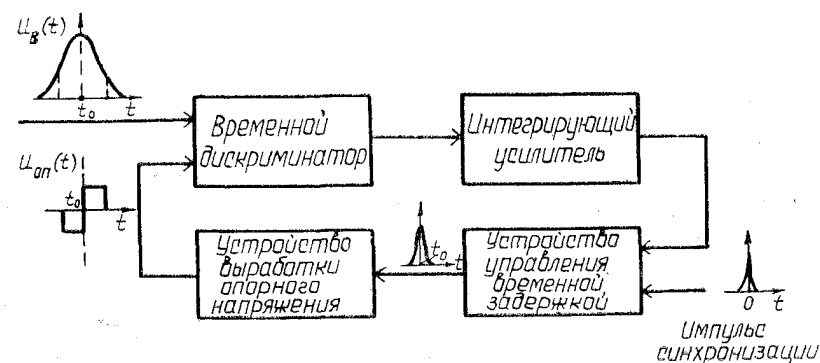


Рис. 2.1.3

менное положение которых t_0 устанавливается по прогнозу. Результат перемножения подается на интегрирующий усилитель и изменяет в общем случае его выходное напряжение. Последнее, однако, не изменяется, если поступивший импульс $u_B(t)$ точно соответствует ожидаемому, как это показано на рис. 2.1.3. Если же импульс $u_B(t)$ приходит позже или раньше, напряжение интегрирующего усилителя получает положительное или отрицательное приращение.

Указанное напряжение действует на устройство управления временной задержкой. Под его воздействием изменяется положение опорного напряжения относительно импульса синхронизации. Тем самым изменяется временное положение t_0 строба, характеризующего прогнозируемое запаздывание.

Описанные операции повторяются многократно. Первоначальное положение строба задается человеком-оператором либо устройством автоматического захвата на сопровождение.

Сопровождение повышает точность и помехозащищенность измерения за счет накопления информации. Измерение времени запаздывания (дальности) проводится по положению строба опорного напряжения (но может уточняться по величине текущего напряжения дискриминатора, разд. 5.3).

2.1.2. Круговой и секторный обзор. Для лучшего наблюдения сигналов на фоне шума используют *поочередную концентрацию энергии в отдельных направлениях* — обзор пространства.

2.1.2.1. Простейшим способом обзора является *круговой*. Его реализуют путем вращения остронаправленных по одной угловой координате антенн со скоростью $n_A = (3 \dots 20)$ оборотов в минуту или $\Omega_A = 6 \cdot n_A = (18 \dots 120)$ угловых градусов в секунду. При ширине характеристики направленности $\Delta\beta$ угловых градусов (на заданном уровне) *каждое направление облучают в течение времени* $t_{обл} = \Delta\beta / \Omega_A$. Поделив время облучения на период следования импульсов T_H (или же его минимальное значение из неравенства (1)), можно оценить *число* (максимальное число) *излучаемых* в каждом направлении *импульсов*.

Если, например, $n_A = 6$ об/мин, а $\Delta\beta = 1,8^\circ$, то $t_{обл} = 1,8/36 = 50$ мс. Для $r_{max} = 450$ км и $T_H \geq t_{з max} = 450/150 = 3$ мс в каждом таком направлении излучается $M \leq 50/3 \approx 16$ *зондирующих импульсов*.

Аналогичный расчет можно провести в режиме *приема*, вводя в качестве $\Delta\beta$ ширину *результатирующей* характеристики направленности на *передачу—прием*. Если на прием используется та же антенна, что и на передачу, то результирующая характеристика *сужена* по сравнению с характеристикой направленности только на прием (передачу) примерно в $\sqrt{2} = 1,4$ раза. Соответствующее *число принимаемых импульсов* для рассмотренного примера $M \leq 12$.

Для наблюдения принятых импульсов используют *индикаторы кругового обзора* (ИКО) с *яркостной отметкой*. Продетектированное напряжение приемника подается в этом случае на управляющий электрод *электронно-лучевой трубки с послесвечением*. Оно изменяет *яркость следа электронного луча* — *светящегося пятна* на экране трубки. Электронный луч подвергают при этом *развертыванию* — *радиальному* и *азимутальному*. *Радиальное развертывание* из центра к периферии трубки производят в *направлении текущего азимутального положения оси характеристики направленности антенны* рис. 2.1.4,а. На экране наблюдаются *отметки отдельных импульсов из пачки принимаемых импульсов* рис. 2.1.4,б, образуемой в процессе перемещения характеристики направленности. Они сливаются в *светящуюся дужку* рис. 2.1.4,в. *Радиус дужки определяет дальность*, а ее *центр—азимут цели*. Отсчет дальностей и азимутов облегчается при наличии *линий электрического масштаба*: *кольцевых* (постоянной дальности) и *радиальных* (постоянного азимута).

Круговой обзор при импульсном излучении — *распространенный вид пространственно-временной модуляции*. Он обеспечивает не только концентрацию излучаемой энергии, но и удобное визуальное измерение азимута и дальности при сравнительно простом од-

ноканальном приеме. Временное сопровождение *огibaющих пачек импульсов* позволяет реализовать *автоматическое сопровождение целей по азимуту*, дополняющее сопровождение по дальности

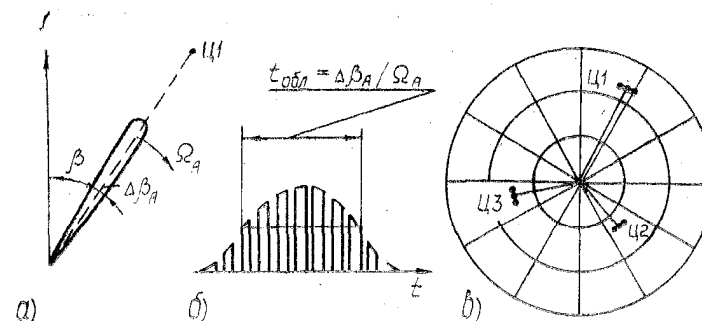


Рис. 2.1.4

(рис. 2.1.3). Круговой обзор используют для наблюдения *воздушного пространства, суши и моря*, в том числе с *летательных аппаратов*.

2.1.2.2. Ряд радиолокационных средств рассчитан на *секторный*, а не на *круговой обзор*, иначе на *секторное развертывание* (сканирование) луча антенны. Сканирование часто осуществляют при этом, *перемещая облучатель зеркальной антенны без перемещения ее в целом*. Используют индикацию с *яркостной отметкой*, но на *индикаторах секторного обзора*: с *развертыванием изображения в прямоугольных координатах «дальность—азимут»*, «азимут—дальность» (рис. 2.1.5,а), «угол места—дальность» (рис. 2.1.5,б),

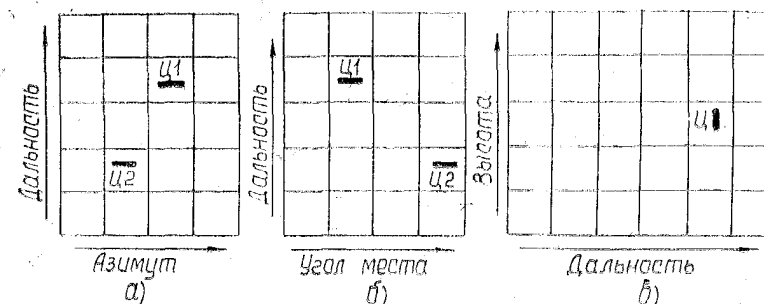


Рис. 2.1.5

«высота—дальность» или «дальность—высота». Если на индикаторе «угол места—дальность» *линии постоянных высот* $H_{ц} = r_{ц} \sin \epsilon_{ц}$ при $\epsilon_{ц} \ll 1$ соответствуют *гиперболам* $r_{ц} \epsilon_{ц} \approx H_{ц} = \text{const}$, то на индикаторе «дальность—высота» они переводятся путем пересчета в го-

ризонтальные прямые (рис. 2.1.5, в). Наряду с визуальным наблюдением по индикаторам может использоваться *автоматическое сопровождение пачек импульсов по дальности и угловым координатам*. Разновидностью секторного является также *боковой обзор земной поверхности* с летательных аппаратов (поперек линии пути).

Наземные радиолокационные средства кругового и секторного обзора могут объединяться в комплексы, взаимно дополняя друг друга. Радиолокационные *дальномеры*, т. е. радиолокаторы кругового обзора с узкими характеристиками направленности антенны в горизонтальной плоскости и с широкими в вертикальной (сплошная линия на рис. 2.1.6), выдают информацию о дальностях и азимутах

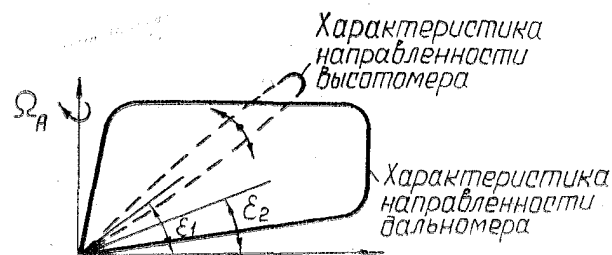


Рис. 2.1.6

целей. Радиолокационные *высотомеры*, т. е. радиолокаторы секторного обзора в вертикальной плоскости с узкими в этой плоскости характеристиками направленности (штриховая линия на рис. 2.1.6), измеряют угол места и высоту целей на дальностях и азимутах, выданных дальномером. Число высотомеров определяет *пропускную способность* комплекса. Закон пространственно-временной модуляции совокупного излучения оказывается сложным.

2.1.2.3. Возможен обзор (*секторный или круговой*) по двум угловым координатам. Обзор реализуется при наличии одного или двух совмещенных в одном пункте радиолокационных каналов.

При использовании *одного* канала с иглообразным лучом возможны *спиральный* (рис. 2.1.7, а) и *кадровый* (рис. 2.1.7, б) сектор-

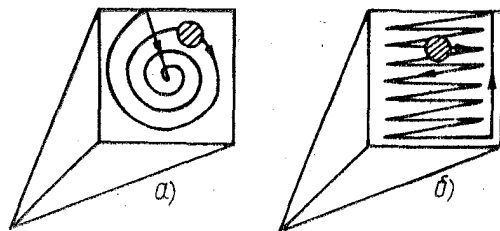


Рис. 2.1.7

ный обзор. Возможен *одноканальный винтовой обзор по двум угловым координатам* (круговой, с изменением угла места).

При использовании комплекса из *двух* радиолокационных каналов с узкими по одной из угловых координат лучами также возможен секторный обзор в координатах «азимут—дальность» и «угол места—дальность». *Отождествление* принадлежности получаемых каналами данных к той или иной конкретной цели реализуют, как и в комплексе «дальномер—высотомер», по *совпадению измеренных дальностей*.

2.1.2.4. Число независимых каналов радиолокационного средства или комплекса может быть и более двух. Поток информации о целях, распределенных по углам места, составляется при этом не последовательно, а параллельно во времени, что сокращает время обзора. Один из возможных видов пространственно-временной модуляции зондирующих сигналов рис. 2.1.8, а сводится к излучению импульсных сигналов на различающихся частотах в различных

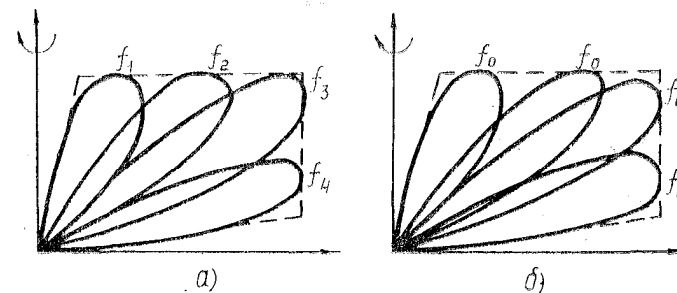


Рис. 2.1.8

угломестных направлениях. Последнее обеспечивается, например, системой передающих каналов и антенных облучателей при использовании *общего вращающегося зеркала*. Наряду с многоканальным излучением реализуется *многоканальный прием*. Точность измерения угла места при достаточном числе угломестных каналов оказывается приемлемой. Это означает переход от радиолокационного дальномера, измеряющего только азимут и дальность, к *трехкоординатной обзорной многоканальной радиолокационной станции*.

Трехкоординатные РЛС реализуют, однако, и на основе более простых пространственно-временных сигналов. Можно использовать *одноканальное* (как у дальномера рис. 2.1.6) излучение, если предусмотрен *многоканальный прием* рис. 2.1.8, б. Приемные каналы со сдвинутыми по углам места характеристиками направленности называют *парциальными приемными каналами*.

Многоканальный прием имеет ряд достоинств. При этом не только сокращается время обзора пространства, но и повышается точность измерения, создаются условия для повышения помехозащищенности РЛС. Широкий переход к многоканальному приему облегчен совершенствованием элементной базы радиолокации, хотя и усложняет РЛС. Варианты обзора рис. 2.1.8, а, б могут комбинироваться.

2.1.3. Коническое развертывание. В начале развития радиолокации ограничивались преимущественно *одноканальным приемом*, в том числе для точного измерения *двух* угловых координат и автоматического сопровождения по ним некоторой выбранной цели. Для этого использовали своеобразную пространственно-временную модуляцию, сочетающую импульсное излучение и *коническое развертывание луча антенны (его коническое сканирование)*. В наиболее простых средствах радиолокационного сопровождения метод конического сканирования применяют по настоящее время. Используют антенну (например, параболическую) с характеристикой направленности, имеющей *круговую симметрию, ось которой вращают по конической поверхности* рис. 2.1.9 (например, за счет вращения смещенного из фокуса параболоида облучателя).

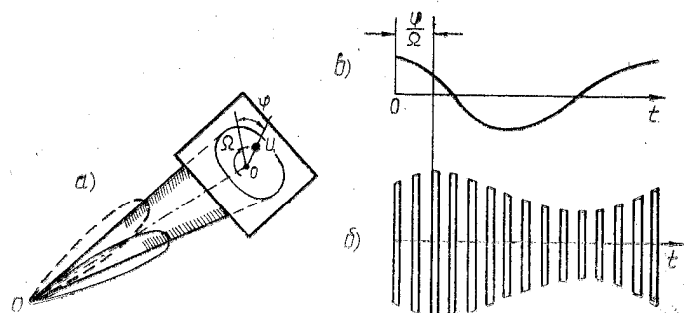


Рис. 2.1.9

Ось конической поверхности определяет *равноосигнальное направление*. Если цель находится на этом направлении, амплитуды отраженных радиопульсов в процессе вращения *не модулируются*. Малое смещение цели относительно равноосигнального направления приводит к *амплитудной модуляции* импульсов рис. 2.1.9, б колебаниями частоты развертывания Ω с глубиной, пропорциональной *радиальному смещению ОЦ в картинной плоскости* (рис. 2.1.9, в). Временной сдвиг φ/Ω между модулирующим и опорным напряжениями той же частоты (рис. 2.1.9, в) характеризует *угловое смещение цели φ в картинной плоскости*. Опорное напряжение вырабатывается измерительным электрическим генератором, ротор которого механически связан с облучателем. Фаза опорного напряжения привязывается поэтому к текущему положению облучателя.

Развертывают характеристики направленности или *на передачу и прием*, или только *на прием*. В обоих случаях измеряют отклонения от равноосигнального направления и сопровождают, но *только одну цель*.

2.1.4. Другие разновидности пространственно-временной модуляции. Использование частотно-зависимых антенн. Рассмотренные примеры не исчерпывают возможных вариантов пространственно-временной модуляции. Используют также:

внутриимпульсную временную модуляцию зондирующих колебаний по фазе (частоте); многочастотное излучение, как еще одну разновидность временной модуляции;

пространственно-временную модуляцию на основе частотно-зависимых антенн;

пространственно-временную модуляцию на основе антенных решеток;

специфическую пространственно-временную модуляцию запросных колебаний.

2.1.4.1. Частотная модуляция (рис. 2.1.10, а) и фазовая манипуляция (рис. 2.1.10, б) радиопульсов (рис. 2.1.10, в) расширяют амплитудно-частотный спектр (рис. 2.1.10, г). На рисунках Δf — девиация частоты, τ_0 — длительность элемента радиопульса. Мера разрешающей способности по дальности определяется, как показано в разд. 4.1, не длительностью зондирующего импульса τ_n , а шириной спектра частот P_n на уровне $0,5: \Delta f = (c/2)(1/P_n)$. Лишь в частном случае импульсов без внутриимпульсной модуляции $P_n \approx 1/\tau_n$ и $c/2P_n \approx c\tau_n/2$.

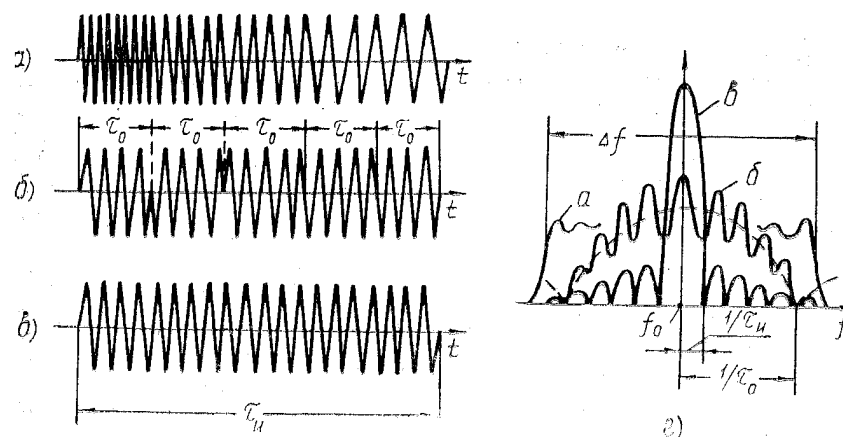


Рис. 2.1.10

Все это позволяет *увеличивать длительность импульсов τ_n* , а значит и *излучаемую энергию при ограниченной пиковой мощности*, не ухудшая, а даже *улучшая разрешающую способность по дальности*. Подробнее это рассмотрим ниже.

Использование *многочастотного излучения* в фиксированных угловых направлениях позволяет *снизить вероятность замираний из-за «мерцаний» целей на отдельных частотах* (см. разд. 2.2 и 2.3).

2.1.4.2. Своеобразная пространственно-временная модуляция реализуется при использовании частотно-зависимых антенн (ан-

тени с частотным сканированием). Так называют антенны, характеристики направленности которых существенно зависят от частоты колебаний, причем

$$F(\theta, f) = F(\theta - k_{\theta} f). \quad (2.1.2)$$

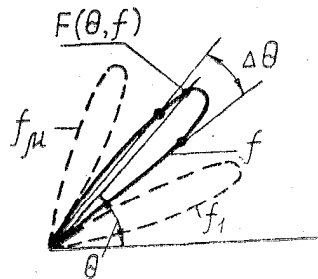


Рис. 2.1.11

Полоса частот Π , которую можно излучить в каждом направлении, также равна $\Delta\theta/k$. Изменение частоты в пределах от f_1 до f_{μ} приводит к одноканальному формированию μ парциальных характеристик направленности, взаимно смещенных на $\Delta\theta$, причем

$$\mu = (f_{\mu} - f_1)/\Pi + 1 = k(f_{\mu} - f_1)/\Delta\theta + 1.$$

Пусть это изменение частоты происходит по линейному закону за время τ_{Σ} . Длительность излучения в каждом парциальном направлении составит τ_{Σ}/μ , а девиация частоты $(f_{\mu} - f_1)/(\mu - 1)$. Если произведение $\tau_{\Sigma}(f_{\mu} - f_1)/\mu^2$ заметно больше единицы, то радиоимпульс, излучаемый в каждом направлении, частотно модулирован. В противном случае его частотной модуляцией можно пренебречь. При дискретном изменении частоты частотная модуляция радиоимпульсов также отсутствует.

Частотная зависимость антенн проявляется не только в режиме зондирования, но и в режиме приема. Ее используют обычно для обзора (сканирования) по угловой координате (например, по углу места). Режим обзора по этой угловой координате определяется законом изменения частоты колебаний. Жесткая программа обзора легко сочетается с гибкой, зависящей от складывающейся обстановки. Обзор по второй угловой координате ведется независимо (круговой обзор с механическим вращением антенны; слабо направленный излучение и направленный парциальный прием).

Достоинством частотного сканирования является упрощение приемо-передающих трактов по сравнению с многоканальным обзором, недостатком — ограничение полосы частот в каждом угловом направлении.

2.1.5. Использование антенных решеток. Особенно широкие возможности пространственно-временной модуляции открылись при использовании антенных решеток. Развитие современной элементной базы позволяет реализовать эти возможности, хотя ее

применение требует дополнительных затрат. В ряде случаев приходится также принимать специальные меры для снижения уровней приема (излучения) по боковым лепесткам характеристик направленности.

Решетки состоят из ряда (M) дискретных элементов и могут быть одномерными и двумерными. Простейшей является линейная эквидистантная решетка, элементы которой размещены на прямой линии с постоянным интервалом d .

2.1.5.1. Рис. 2.1.12, а поясняет фазовое управление лучом эквидистантной линейной решетки с параллельным питанием ее элементов. Устанавливая фазовращатели, обеспечивают фиксированный фазовый сдвиг ψ_0 между соседними элементами.

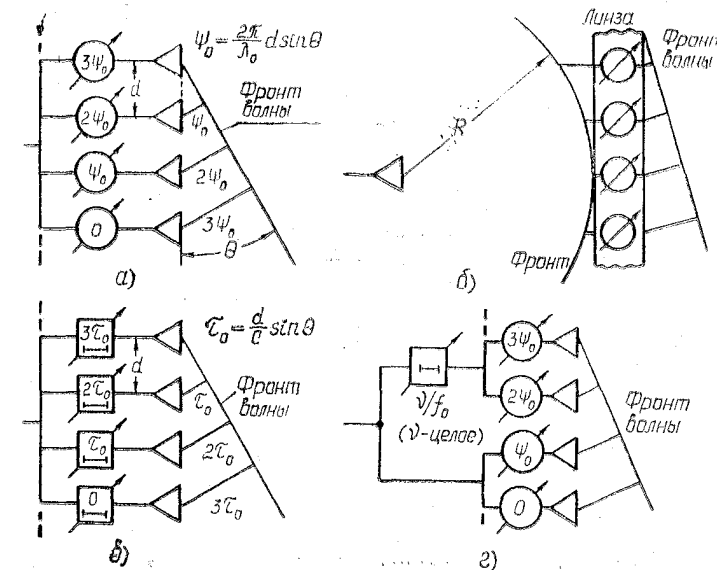


Рис. 2.1.12

Максимум излучения (приема) соответствует направлению, для которого излученные (принятые) элементами колебания складываются в фазе. Соответствующие разности хода помечены на рис. 2.1.12, а сопутствующими им фазовыми сдвигами ψ_0 , $2\psi_0$, $3\psi_0$. При этом

$$\psi_0 = (2\pi d \sin \theta)/\lambda \text{ и } \theta = \arcsin(\lambda \psi_0 / 2\pi d).$$

Изменяя фазовый сдвиг ψ_0 , сканируют лучом РЛС, т. е. управляют положением максимума излучения (приема). В качестве

управляемых фазовращателей используют ферритовые элементы либо полупроводниковые диоды с управляемой емкостью. Управление фазовращателями (обычно дискретное) может осуществляться от ЭВМ.

Ширина характеристики направленности определяется «видимым» раскрытием решетки $M d \cos \theta$ и длиной волны λ . Расширение характеристики на краях сектора сканирования ограничивает его ширину.

Возможен ряд видоизменений рассмотренной на рис. 2.1.12,а фазированной антенной решетки (ФАР). Единый передатчик заменяют иногда набором маломощных раздельно управляемых генераторов, подключаемых к элементам решетки. Наряду с управляемыми излучателями используют и другие управляемые элементы: линзы (рис. 2.1.12,б), отражатели.

2.1.5.2. Рассмотренные ФАР намного шире по полосе антенн с частотным сканированием.

Еще широкополоснее решетки рис. 2.1.12,в с управляемыми временными задержками. Значения задержек $\tau_0, 2\tau_0, 3\tau_0$ кратны управляемому значению τ_0 . Линии задержки заменяют здесь фазовращатели со сдвигами фаз, кратными ψ_0 . Это позволяет совмещать огибающие напряжений при неодинаковых запаздываниях до элементов (в частности, для очень большой антенной решетки или же при использовании очень широкополосных сигналов, обеспечивающих высокое временное разрешение).

Решение задачи упрощается при включении регулируемых линий задержки лишь в группы управляемых по фазе элементов. Влияние временной регулировки на основную фазовую исключается, если задержки округляются до значений, кратных периоду колебаний несущей частоты $1/f_0$ (рис. 2.1.12,г) [8].

2.1.5.3. Обсудим особенности реализации обзора при использовании решеток.

Как и в случае антенн с механическим управлением, участки пространства могут просматриваться последовательно. Обзор осуществляется как по жесткой, так и по гибкой программе. Обзор может проводиться скачками и предусматривать оперативное возвращение лучей для уточнения траекторий уже обнаруженных целей. Пачки радиопульсов и непрерывно излучаемые сигналы могут иметь тогда прямоугольные огибающие.

Наряду с приемо-передающими могут использоваться раздельные решетки на передачу и прием, особенно при больших длительностях и энергиях сигналов. На передачу используют, в частности, решетки меньших размеров. Их сравнительно широкие лучи перекрывают более узкими приемными лучами.

2.1.6. Пример пространственно-временной модуляции запросных сигналов. Системы локации и навигации с активным ответом могут включать ряд запросчиков и ответчиков. Запрос каждого из ответчиков по основному лепестку характеристики направленности антенны запросчика может, однако, сопровождаться ложными запросами других ответчиков по ее боковым лепесткам. Занятость ответчиков обработкой ложных запросов снижает возможности системы.

Поэтому при запросах по главному лепестку могут исключаться ложные запросы по боковым лепесткам антенны запросчика. Это достигается некоторым усложнением характера пространственно-временной модуляции. Излучение запросного сигнала на частоте f_1 дополняется излучением контрольного сигнала на частоте f_2 через вспомогательный антенный канал. Характеристика направленности вспомогательного антенного канала перекрывает боковые лепестки основного (рис. 2.1.13). Интенсивности приня-

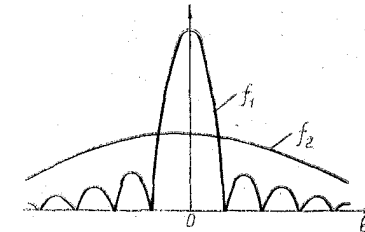


Рис. 2.1.13

тых ответчиком колебаний на частотах f_1 и f_2 сопоставляются. Их отношение велико при запросе по главному лепестку и мало при запросе по боковому. Запрос воспринимается ответчиком лишь при достаточно большой величине этого отношения.

2.1.7. Особенности пространственно-временной модуляции и обзора пространства в разнесенной радиолокации. Излучение осуществляется в общем случае с нескольких передающих позиций. При работе же одной передающей позиции разнесенного (многопозиционного) радиолокатора закон пространственно-временной модуляции зондирующего сигнала может быть в принципе таким же, что и для совмещенного радиолокатора, т. е. обеспечивающим излучение в отдельных направлениях одинаковых или различающихся (например, частотой) радиопульсов.

Однако пространственно-временная модуляция принимаемых сигналов и условия обзора пространства сложнее, чем в совмещенной радиолокации. Пусть например, несколько целей облучается импульсами по лучу передающей антенны 1 в режиме обзора с угловой скоростью Ω_1 (рис. 2.1.14,а,б) [16, 52]. Наряду

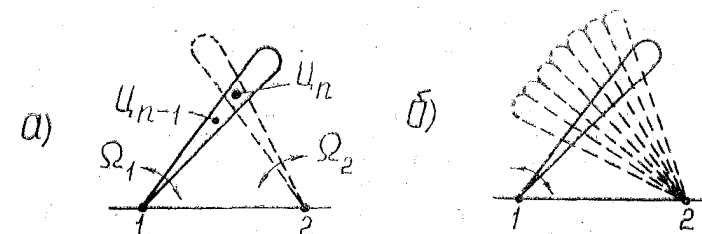


Рис. 2.1.14

с приемом отраженных колебаний антенной 1 возможен прием отраженных колебаний антенной 2. Последняя быстро изменяет для этого свое положение с переменной угловой скоростью Ω_2 , осуществляя «погоню» за отраженными от

целей импульсами (рис. 2.1.14,а). Иначе, учитывается, что возможная цель C_n облучается зондирующим импульсом пункта 1 позже цели C_{n-1} . Характеристика направленности антенны пункта 2 (например, антенной решетки) быстро переориентируется поэтому на цель C_n после ориентации ее на C_{n-1} и т. д.

Организация «погоны» тем сложнее, чем больше взаимное удаление пунктов 1, 2. Чтобы исключить (или упростить, по крайней мере) «погоню», в пункте 2 обеспечивают *многолучевой прием* (рис. 2.1.14,б).

Существенно *временное согласование* работы пунктов 1, 2 как по параметрам обзора, так и по временам запаздывания. Подобная задача облегчается, например, в связи с освоением достаточно точных эталонов времени. Согласование работы пунктов возможно и более простым путем — путем выявления *сходства (корреляции)* колебаний, принятых в различных пунктах в отдельные моменты времени. Последний метод согласования применим как в активной, так и в пассивной локации.

Оправданы ли существенные усложнения при переходе к многопозиционному приему? В [52, 53] отмечаются, в частности, такие достоинства разнесенных активных РЛС: 1) скрытность пунктов приема; 2) связанная с этим меньшая их уязвимость по отношению к противорадиолокационным снарядам; 3) устранение опасности постановки прицельных по направлению маскирующих и ряда имитирующих активных помех; 4) меньшая уязвимость по отношению к пассивным маскирующим и имитирующим помехам; 5) повышенная точность измерения координат и их производных.

2.1.8. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните принцип импульсной модуляции как простейшей разновидности модуляции радиолокационных сигналов.
2. Оцените максимальную частоту следования импульсов и максимальную длительность зондирующих прямоугольных радиопульсов без внутримпульсной модуляции, необходимые для того, чтобы обеспечить однозначное измерение дальности до цели в диапазоне дальностей 30, 300, 3000 км и меру разрешающей способности 30 м, 300 м, 3 км.
3. Поясните принцип автоматического сопровождения целей по дальности при импульсной модуляции зондирующего сигнала.
4. Поясните принцип кругового обзора пространства и области его применения.
5. Оцените время облучения $t_{обл} = \Delta\theta/\Omega_A$ и время приема отраженного сигнала $\Delta\theta/\Omega_A \approx t_{обл}/\sqrt{2}$ при обзоре со скоростью 6 оборотов/мин и ширине характеристики направленности $0,9^\circ$. Оцените число зондирующих и принимаемых импульсов в пачке при частоте их следования 300 Гц.
6. Поясните принцип секторного обзора пространства и области его применения.
7. Поясните простейшие принципы построения трехкоординатных РЛС.
8. Чем аргументируется использование частотно-модулированных, фазоманипулированных и многочастотных сигналов в современных радиолокаторах?
9. Чем аргументируется использование частотно-зависимых антенн?
10. Сформулируйте достоинства и недостатки радиолокационных антенных решеток. Поясните их разновидности и особенности применения.
11. Как снизить вероятность обработки ложных запросов по боковым лепесткам путем выбора вида пространственно-временной модуляции?

2.2. ВТОРИЧНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЦЕЛЕЙ КАК СОСТАВНАЯ ЧАСТЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИНИМАЕМЫХ СИГНАЛОВ В АКТИВНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

2.2.1. Общие соображения. Составной частью формирования сигналов активной радиолокации является *вторичное излучение* целей. Это явление свойственно волнам *любой* природы, встреча-

ющим *препятствия*. Препятствиями для электромагнитных волн являются *неоднородности электрических и магнитных параметров среды*: ее проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей. Свободные и связанные заряды препятствия, возбуждаемые электромагнитной волной, сами становятся источниками излучения. Часть энергии падающей волны рассеивается поэтому в различных направлениях. Совмещенный радиолокатор принимает *обратное* вторичное излучение, приходящее в направлении, обратном направлению облучения цели.

Характер вторичного излучения *зависит*: от *электрических свойств, размеров, конфигурации, переносного движения и взаимного перемещения* элементов отражающего объекта; от *длины волны, закона модуляции и поляризации* зондирующего сигнала. Поля вторичного излучения находят методами *теории дифракции* или оценивают путем *моделирования*.

Рассмотрим, главным образом, *физическую* картину явлений, используя простые, но вскрывающие основные закономерности модели вторичного излучения. Введем характеристики вторичных излучателей, удобные для инженерной практики. Вторичные излучатели полагаем расположенными в *свободном пространстве*. Считается, что оно заполнено однородной средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями $\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$ и не содержит других препятствий, кроме выбранных для рассмотрения.

2.2.2. Эффективная поверхность вторичного излучения. Рис. 2.2.1,а и б поясняют условия возбуждения и приема: 1) вто-

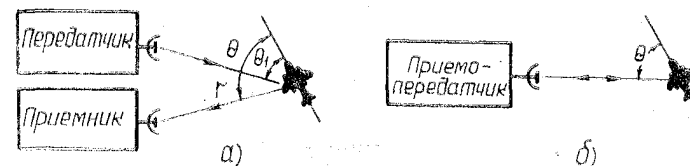


Рис. 2.2.1

ричного излучения в разнесенном радиолокаторе; 2) обратного вторичного излучения в совмещенном радиолокаторе. В обоих случаях цель *сосредоточенная*: укладывается в пределах разрешаемого объема. При *поверхностной плотности* (плотности) потока энергии в районе цели $S_d [Дж/м^2с = Вт/м^2]$ на расстоянии r от нее, в точке приема, создается *плотность потока энергии* вторичной волны $S_{пр} [Вт/м^2]$.

Введем *расчетную энергетическую характеристику вторичного излучения цели* в точке приема для монохроматического первичного облучения, не зависящую от интенсивности падающей волны и расстояния r (рис. 2.2.1,а). Возможное несоответствие поляриза-

ций антенны и преобразование поляризации излучений целью пока не учитываем.

Заменим цель воображаемым вторичным излучателем. Он создает *одинаковую* плотность потока энергии $S_{\text{пр}}$ на сфере радиуса r (с площадью поверхности $4\pi r^2$) такую же, которую создает на этой сфере *в направлении на приемник реальная цель*. Искомой характеристикой может служить отношение расчетного значения рассеиваемой этим вторичным излучателем мощности $P = 4\pi r^2 S_{\text{пр}}$ к плотности потока энергии у цели $S_{\text{ц}}$

$$\sigma_{\text{ц}} = P/S_{\text{ц}} = 4\pi r^2 (S_{\text{пр}}/S_{\text{ц}}), \quad (2.2.1)$$

имеющее размерность площади. Это отношение называют *эффективной поверхностью* вторичного излучения цели (ЭПЦ).

Таким образом, *эффективная поверхность* — это площадь поверхности такого эквивалентного вторичного излучателя, который, равномерно рассеивая всю падающую на него энергию, создает в точке приема такую же плотность потока энергии, что и реальная цель. Величину (1) часто называют *эффективной площадью* цели.

Выражая $S_{\text{пр}}$ и $S_{\text{ц}}$ через квадраты амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей, представим выражение (1) в виде

$$\sigma_{\text{ц}} = 4\pi r^2 |E_{\text{пр}}|^2 / |E_{\text{ц}}|^2 = 4\pi r^2 |H_{\text{пр}}|^2 / |H_{\text{ц}}|^2. \quad (2.2.2)$$

Знаки модулей в выражении (2) позволяют вводить в расчет как амплитуды, так и комплексные амплитуды колебаний.*

В *разнесенной* локации величина $\sigma_{\text{ц}}$ зависит от ориентации цели относительно направлений и на передатчик, и на приемник РЛС. В *совмещенной* локации последние сливаются в направление на приемопередатчик. Зависимость $\sigma_{\text{ц}}$ от направления приема определяет в разнесенной локации плоскую *характеристику направленности* вторичного излучения по мощности $\sigma_{\text{ц}}(\theta, \theta_1)$ при $\theta_1 = \text{const}$. Снимая ее экспериментально, обносят приемник вокруг модели цели рис. 2.2.1,а, сохраняя положение передатчика. Если же обносят приемопередатчик рис. 2.2.1,б либо модель поворачивается относительно направления на приемопередатчик, снимается *характеристика обратного вторичного излучения*. Эффективная поверхность вторичного излучения в общем случае — функция двух углов $\sigma_{\text{ц}} = \sigma_{\text{ц}}(\beta, \varepsilon)$ при совмещенной локации и четырех углов $\sigma_{\text{ц}} = \sigma_{\text{ц}}(\beta, \varepsilon, \beta_1, \varepsilon_1)$ при разнесенной.

Для величины $\sigma_{\text{ц}}(\beta, \varepsilon)$ используют также термин *эффективная поверхность рассеяния* (ЭПР). Это, по-видимому, менее удачный термин. В физике, учитывая специфику рассеяния колебаний во все стороны так называют отношение $4\pi r^2 (S_{\text{пр ср}}/S_{\text{ц}})$, где $S_{\text{пр ср}}$ — *усредненное* по всем возможным направлениям приема значение $S_{\text{пр}}$ на расстоянии r от вторичного излучателя. Придание ЭПР разного смысла в смежных областях знания нежелательно.

* Для упрощения достаточно сложного набора книги точки над обычными обозначениями комплексных амплитуд опускаются; их модульные значения используются со знаком модуля.

2.2.3. Поляризационная матрица вторичного излучения. Вектор поля плоской гармонической электромагнитной волны содержит две взаимно ортогональные пространственные составляющие одинаковой частоты ω с различающимися амплитудами и фазами

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_1 \cos(\omega t - \psi_1) \\ E_2 \cos(\omega t - \psi_2) \end{pmatrix} = \text{Re}(\mathbf{E} s e^{j\omega t}), \quad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\delta} \end{pmatrix}.$$

Здесь $\mathbf{E} = |\mathbf{E}| e^{-j\psi}$ — комплексная амплитуда, $|\mathbf{E}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ — ее модуль, \mathbf{s} — комплексный *поляризационный вектор* (вектор-столбец), составляющие s_1, s_2 которого выражаются через $\cos \gamma = E_1/|\mathbf{E}|$, $\sin \gamma = E_2/|\mathbf{E}|$, $\delta = \psi_1 - \psi_2$. Поляризационный вектор \mathbf{s} нормирован, скалярное произведение $\mathbf{s}^* \mathbf{s} = 1$ (в используемой векторно-матричной записи применены знаки комплексного сопряжения «*» и транспонирования без сопряжения «T»).

Характер вектора \mathbf{s} определяет особенности перемещения конца вектора \mathbf{E} с течением времени. В общем случае конец вектора \mathbf{E} перемещается по *эллипсу*. Эллиптическая поляризация вырождается в *линейную* (рис. 2.2.2,а,б) при $\delta = 0$ и $\delta = \pi$; угол γ определяет при этом *плоскость поляризации*. При $\delta = \pm \pi/2$, $\gamma = \pm \pi/4$ поляризация вырождается в *круговую* (рис. 2.2.2,в,г).

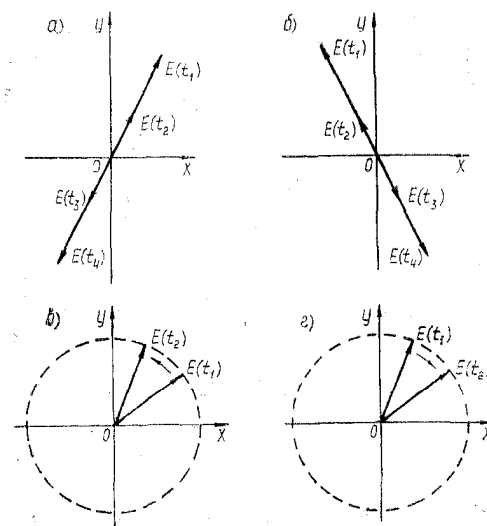


Рис. 2.2.2

Поляризованные колебания поля возбуждаются и принимаются антеннами. Поляризацию антенны определяют по поляризации возбуждаемого или оптимально принимаемого ею поля.

2.2.3.1. Для каждого вектора s можно подобрать ему ортогональный s_{\perp} , такой, что $s^* s_{\perp} = 0$. Пара поляризованных колебаний, соответствующая векторам, образует ортогональный базис (например: базис вертикальной и горизонтальной линейных поляризаций; базис круговых поляризаций с вращением по и против часовой стрелки).

Вводя ортогональный базис цели, приходят в нем к четырем значениям эффективных поверхностей $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$. Каждое значение σ_{il} определяется согласно (2) при i -й поляризации приемной антенны и l -й поляризации передающей $i, l = 1, 2$.

2.2.3.2. Выбрав произвольный базис, рассмотрим преобразование поляризации цели. Произвольно поляризованное поле у цели разложим на составляющие с комплексными амплитудами $E_{1ц}$ и $E_{2ц}$. Составляющая $E_{1ц}$ поля у цели наряду с составляющей $a_{11}E_{1ц}$ в точке приема той же поляризации может возбудить и составляющую $a_{21}E_{1ц}$ ортогональной поляризации; здесь a_{11}, a_{21} — коэффициенты пропорциональности. То же относится к составляющей поля у цели $E_{2ц}$. Поляризационные составляющие поля в точке приема определяются по принципу наложения (суперпозиции):

$$\begin{aligned} E_{1пр} &= a_{11}E_{1ц} + a_{12}E_{2ц}; \\ E_{2пр} &= a_{21}E_{1ц} + a_{22}E_{2ц}.^* \end{aligned}$$

Аналогично (2) $|a_{il}|^2 = \sigma_{il}/4\pi r^2$ ($i, l = 1, 2$), откуда $a_{il} = \sqrt{\sigma_{il}/4\pi r^2} e^{j\psi_{il}}$, где ψ_{il} — некоторый сдвиг фаз. В видоизмененной записи $a_{il} = A_{il}/\sqrt{4\pi r^2}$, где комплексные величины

$$A_{il} = \sqrt{\sigma_{il}} e^{j\psi_{il}}$$

от расстояния r не зависят.

Вводя вектор-столбцы комплексных амплитуд полей, принимаемого $E_{пр} = \|E_{iпр}\|$ и у цели $E_{ц} = \|E_{lц}\|$, приведенную систему скалярных уравнений преобразуем в векторное уравнение

$$E_{пр} = A E_{ц} / 4\pi r^2. \quad (2.2.3)$$

Комплексная матрица 2×2

$$A = \|A_{il}\| = \|\sqrt{\sigma_{il}} e^{j\psi_{il}}\|$$

называется поляризационной матрицей вторичного излучения.

Различают цели без поляризационной избирательности и поляризационно-избирательные цели.

Цели без поляризационной избирательности не преобразуют

* Возможным эффектом нелинейности вторичного излучения [56] пренебрегаем.

поляризации падающей волны. Им присуща матрица A , пропорциональная единичной:

$$A = \sqrt{\sigma_{ц}} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} e^{j\psi_{ц}} = \sqrt{\sigma_{ц}} I e^{j\psi_{ц}}.$$

К числу таких целей при совмещенной локации относят выпуклые гладкие проводящие тела, размеры которых существенно превышают длину волны (разд. 2.2.5).

Тонкий прямолинейный провод, наоборот, является поляризационно-избирательным. Отраженная от него волна практически не возбуждается, когда вектор электрического поля падающей волны ориентирован поперек провода и продольный ток не протекает (см. также разд. 2.2.4).

Описывая особенности поляризационных преобразований, поляризационная матрица несет также определенную информацию о характере цели.

Четыре комплексных параметра этой матрицы сводятся к восьми скалярным. При однопозиционном приеме и изотропности вещества цели информативны из них пять. Один из сдвигов фаз, например ψ_{11} , связанный со случайной дальностью, явно неинформативен. Вследствие принципа взаимности, используемого в теории цепей и электродинамике полей в изотропных средах, $\sigma_{21} = \sigma_{12}$, $\psi_{21} = \psi_{12}$. Остаются параметры $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \psi_{21} - \psi_{11}, \psi_{22} - \psi_{11} = (\psi_{22} - \psi_{12}) + (\psi_{21} - \psi_{11})$. Величины в скобках измеряются при облучении на базисных поляризациях.

2.2.3.3. Различают одноканальный и полный (двухканальный) прием поляризованных колебаний. Пусть ориентированная на цель приемная антенна характеризуется базисом поляризационных векторов $s_{пр}, s_{пр\perp}$.

Колебания, поляризованные согласно первому из указанных векторов, принимаются при одноканальном приеме полностью, поляризованные же согласно второму — не принимаются. Комплексный вектор (3) разлагают поэтому на две составляющие. Амплитуда первой из них, определяемая модулем скалярного произведения $|s_{пр}^* E_{пр}|$, характеризует практические возможности одноканального приема. Ею и следует заменить величину $|E_{пр}|$ в выражении (2), откуда $\sigma_{ц} = |s_{пр}^* E_{пр}|^2 / E_{ц}^2$. Заменяя в последнем выражении $E_{пр}$ согласно (3) и полагая при этом в (3) $E_{ц} = s_{перед} E_{ц}$, получаем

$$\sigma_{ц} = |s_{пр}^* A s_{перед}|^2. \quad (2.2.4)$$

При полном поляризационном приеме используют обе поляризационные составляющие вектора $E_{пр}$ и обеспечивают значение

$$\sigma_{ц} = |A s_{перед}|^2.$$

2.2.4. Вторичное излучение объектов малых и одного порядка по отношению к длине волны. Оба указанных случая рассмотрим приближенно, привлекая для определения возбуждаемых токов теорию цепей.

2.2.4.1. Вторичное излучение малых по отношению к длине волны λ тел рассмотрим на модели рис. 2.2.3,а. Модель образована коротким отрезком тонкого провода длины $l \ll \lambda$, к концам которого подключены нормальные ему квадратные проводящие пла-

стины линейного размера l . Наведенная в проводе ЭДС $E_{\text{ц}}$ вызывает ток проводимости I , замыкаемый током смещения в емкости между пластинами. Этим моделируется замыкание тока малого тела произвольной конфигурации (рис. 2.2.3, б).

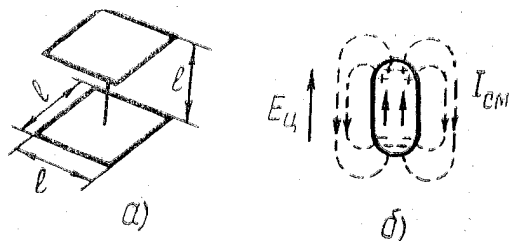


Рис. 2.2.3

Величина тока I ограничивается емкостной проводимостью $2\pi fC$, где $f=c/\lambda$. Емкость между пластинами $C=\epsilon_0 l^2/l=1/120\pi c$ ($\epsilon_0=1/120\pi c$ — диэлектрическая проницаемость вакуума, c — скорость света). Иначе, проводимость $2\pi fC=l/60\lambda$, а

$$I=E_{\text{ц}}l/60\lambda=E_{\text{ц}}l^2/60\lambda.$$

Согласно теории элементарного вибратора амплитуда напряженности поля излучения в перпендикулярной направлению тока плоскости

$$E_{\text{пр}}=60\pi I l/r\lambda. \quad (2.2.5)$$

Подставляя полученное выражение I в (5), имеем

$$E_{\text{пр}}=E_{\text{ц}}\pi l^3/r\lambda^2.$$

Эффективная поверхность вторичного излучения (2) малого по сравнению с длиной волны тела (рис. 2.2.3)

$$\sigma_{\text{ц}}=4\pi^3 l^6/\lambda^4$$

пропорциональна, таким образом, шестой степени размера и обратно пропорциональна четвертой степени длины волны. Отношение эффективной поверхности к квадрату линейного размера тела $\sigma_{\text{ц}}/l^2$ пропорционально $(l/\lambda)^4$, что соответствует закону рассеяния Релея для тел произвольной формы, линейные размеры которых значительно меньше длины волны.

Для малого диэлектрического шара диаметра $d\ll\lambda$ с относительной диэлектрической постоянной ϵ

$$\sigma_{\text{ц}}=\pi^5 \frac{d^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \right|^2. \quad (2.2.6)$$

Слабое вторичное излучение при условии $d\ll\lambda$ связано с дифракционным эффектом огибания волнами малых препятствий.

Основываясь на законе Релея, геофизики объясняют голубой цвет неба: синие лучи солнечного света рассеиваются малыми неоднородностями распределения молекул атмосферы сильнее более длинноволновых красных. Нельзя обеспечить эффективного радиолокационного вторичного излучения, если длина волны λ велика по сравнению с линейными размерами цели. Верхняя граница длин волн РЛС лежит поэтому в метровом (для тел и образований больших размеров — в коротковолновом) диапазоне. Мины, снаряды обнаруживаются на сантиметровых и более коротких волнах. Скопления малых частиц (дождь, туман, облака) создают помеху РЛС сантиметрового диапазона и не влияют на РЛС метрового. Радиометеорологи получают информацию о них от сантиметровых РЛС.

2.2.4.2. Для тел одного порядка с длиной волны характерны резонансные явления. Рассмотрим, например, пассивный вибратор в виде отрезка тонкого прямолинейного провода. Пусть он ориентирован параллельно вектору поля $E_{\text{ц}}$ первичной волны и имеет длину $l\approx\lambda/2$. Наведенная ЭДС $E_{\text{ц}}l_{\text{д}}$ создает стоячую полуволну тока по длине вибратора рис. 2.2.4, а с амплитудой в пучности

$$I_0=E_{\text{ц}}l_{\text{д}}/|Z_{\text{в}}|.$$

Здесь $|Z_{\text{в}}|$ — модуль сопротивления вибратора, $l_{\text{д}}\approx\lambda/\pi$ — действующая длина вибратора, т. е. длина прямоугольного распределения тока I_0 , имеющего ту же «площадь», что и полусинусоидальное распределение.

Настроенный в резонанс вибратор имеет только активную составляющую сопротивления, равную $R_{\text{в}}=73$ Ом. Амплитуда напряженности поля обратного вторичного излучения полуволнового вибратора приблизительно определяется из (5) после замены I на I_0 и l на $l_{\text{д}}$. Резонансная эффективная поверхность $\sigma_{\text{ц}}=\sigma_0$ вибратора в направлении, перпендикулярном его оси, согласно (2) составляет

$$\sigma_0\approx 0,86 \lambda^2. \quad (2.2.7)$$

Она существенно больше геометрической поверхности, особенно для тонких вибраторов.

При изменении длины волны λ или длины вибратора l условия резонанса нарушаются. Для малых расстройек распределение тока еще не меняется: частотная зависимость $\sigma_{\text{ц}}$ характеризуется резонансной кривой

$$\sigma_{\text{ц}}(f)=\sigma_0 R_{\text{в}}^2/|Z_{\text{в}}(f)|^2.$$

Ход ее определяется частотной зависимостью модуля полного сопротивления: $|Z_{\text{в}}(f)|=|R_{\text{в}}+jX_{\text{в}}(f)|$, реактивного сопротивления $|X_{\text{в}}(f)|$ в частности. Чем тоньше вибратор, тем острее резонансная кривая.

2.2.4.3. Полуволновые вибраторы (диполи), легкие по весу, малые по объему, используют для создания искусственных пассивных (дипольных) помех радиолокаторам. Оси диполей, выброшенных в атмосферу, ориентируются различным образом. Диполь при любой ориентации выполняет функции приемной и передающей антенны. Если θ — угол наклона оси диполя в плоскости поляризации вектора E (рис. 2.2.4,б), то характеристика направленности по полю

$$F(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right) / \cos \theta,$$

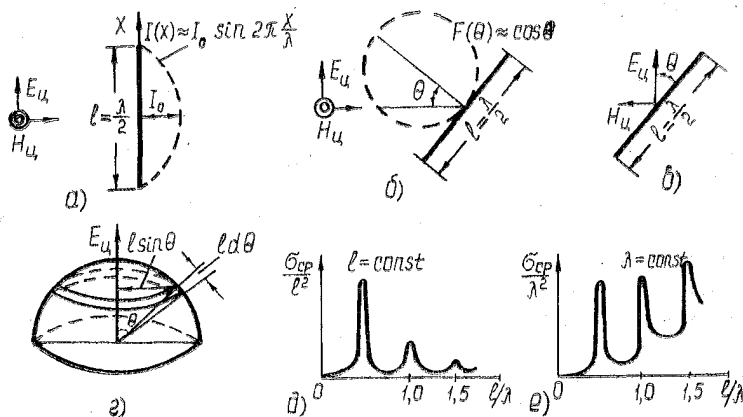


Рис. 2.2.4

по мощности $F^2(\theta)$. Последняя характеристика сказывается дважды — при возбуждении вибратора и вторичном излучении им колебаний. Для резонансного случая совмещенной радиолокации поэтому

$$\sigma_{\text{ц}} \approx \sigma_0 \cos^4 \theta.$$

Когда ось вибратора располагается в плоскости фронта падающей волны (рис. 2.2.4,в), приведенная зависимость связана с поляризационными эффектами и соблюдается точно.

Поскольку положение диполей в атмосфере случайно, случайно и значение $\sigma_{\text{ц}}$. Приходится его усреднять, находить математическое ожидание $M(\sigma_{\text{ц}}) = \sigma_{\text{ср}}$. Закрепив для этого один конец вибратора (диполя), приблизительно примем, что другой его конец равномерно попадает в равные по площади участки полусферы рис. 2.2.4,г, проведенной из центра вибратора. Вероятность $p(\theta) d\theta$ ориентации оси вибратора в диапазоне углов от θ до $\theta + d\theta$ сводится тогда к отношению площади сферического кольца $2\pi l^2 \sin \theta d\theta$ к площади поверхности полусферы $2\pi l^2$. Плотность вероятности со-

ставляет поэтому $p(\theta) = \sin \theta$. Усредненное значение эффективной поверхности для принятой равновероятной ориентации

$$\sigma_{\text{ср}} = \int_0^{\pi/2} \sigma_{\text{ц}}(\theta) p(\theta) d\theta$$

составит

$$\sigma_{\text{ср}} = \sigma_0 \int_0^{\pi/2} \cos^4 \theta d(-\cos \theta) = \sigma_0 \int_0^1 x^4 dx = \sigma_0/5 \approx 0,17 \lambda^2. \quad (2.2.7a)$$

Усредненное значение эффективной поверхности, как и максимальное, зависит от отношения l/λ . Ход зависимостей показан на рис. 2.2.4,д, е. Первая из них характеризует отношение $\sigma_{\text{ср}}/l^2$ заданного вибратора $l = \text{const}$ в диапазоне длин волн. Вторая зависимость $\sigma_{\text{ср}}/\lambda^2 = (l/\lambda)^2 (\sigma_{\text{ср}}/l^2)$ показывает, как меняется величина $\sigma_{\text{ср}}$ вибратора с изменением длины при $\lambda = \text{const}$. Обе зависимости имеют осциллирующий характер. Подобными же зависимостями характеризуются и другие проводящие тела (эллипсоид, шар) при одинаковом порядке размеров и длины волны λ . Чем более вытянуто тело, тем резонансы острее.

Формула (7a) и кривые рис. 2.2.4,а, как и предыдущие формулы для полуволнового вибратора, относятся к его совмещенной локализации. Значение $\sigma_{\text{ср}}$ при его разнесенной локализации уменьшается [16].

2.2.4.5. Введем поляризационную матрицу обратного вторичного излучения полуволнового вибратора в базисе взаимно-ортогональных вертикальной и горизонтальной поляризаций. Пусть вибратор расположен в плоскости, перпендикулярной линии визирования. Ось вибратора образует угол θ с вектором электрического поля первой из базисных поляризаций и $90^\circ - \theta$ с аналогичным вектором второй. При одинаковых (базисных) поляризациях приемной и передающей антенн

$$\sigma_{11} = \sigma_0 \cos^4 \theta, \quad \sigma_{22} = \sigma_0 \sin^4 \theta, \quad \psi_{22} - \psi_{11} = 0.$$

При ортогональности этих поляризаций

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta = \sigma_0 (0,5 \sin 2\theta)^2, \quad \psi_{12} - \psi_{11} = \psi_{21} - \psi_{11} = 0.$$

Поляризационная матрица

$$A = \sqrt{\sigma_0} \begin{vmatrix} \cos^2 \theta & 0,5 \sin 2\theta \\ 0,5 \sin 2\theta & \sin^2 \theta \end{vmatrix}$$

зависит от ориентации вибратора и несет о ней информацию.

2.2.5. Общие особенности вторичного излучения объектов, размеры которых намного превышают длину волны. Объекты по-прежнему считаем сосредоточенными в том смысле, что они не выходят за пределы разреженного объема. Общей особенностью вторичного излучения рассматриваемых объектов является интерференционная структура создаваемого поля. Результат интерференции за-

висит от характера и размеров вторичного излучателя, длины волны, направлений распространения зондирующих и отраженных колебаний.

2.2.5.1. Групповой вторичный излучатель рис. 2.2.5,а состоит из разделенных расстоянием $l \gg \lambda$ и не влияющих друг на друга двух одиночных. Это, например, две цели, попадающие в один разрешаемый объем, или два элемента сосредоточенной цели. Через центр группы O проведены отсчетные плоскости со следами 3—3 и 4—4, нормальные направлениям на передатчик A и приемник B , расположенные на расстояниях r_A и r_B от точки O соответственно.

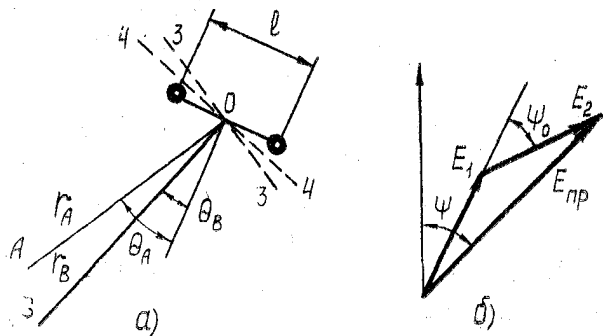


Рис. 2.2.5

Передатчик излучает зондирующие гармонические колебания частоты f . Вторичные колебания налагаются в точке приема. Результат интерференции имеет вид

$$E_{\text{пр}} \cos(2\pi f t - \psi) = E_1 \cos 2\pi f (t - t_1) + E_2 \cos 2\pi f (t - t_2). \quad (2.2.8)$$

Здесь

$$t_{1,2} = [r_A + r_B \mp 0,5l(\sin \theta_A + \sin \theta_B)]/c,$$

в свою очередь, θ_A, θ_B — углы между направлениями на передатчик, приемник и нормалью к прямой, соединяющей одиночные излучатели.

Из векторной диаграммы рис. 2.2.5,б и выражения (8)

$$E_{\text{пр}}^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \psi, \quad (2.2.9)$$

$$\psi = 2\pi f \left(\frac{r_A + r_B}{c} \right) + \arctg \left(\frac{E_2 - E_1}{E_2 + E_1} \tg \frac{\psi_0}{2} \right), \quad (2.2.10)$$

где

$$\psi_0 = 2\pi f l (\sin \theta_A + \sin \theta_B) / c$$

— сдвиг фаз интерферирующих колебаний.

Эффективная поверхность (2) группового излучателя рис. 2.2.5,а в силу (9) составит

$$\sigma_{\text{н}} = \sigma_1 + \sigma_2 + 2\sqrt{\sigma_1 \sigma_2} \cos \psi_0. \quad (2.2.11)$$

Она зависит от эффективных поверхностей $\sigma_{1,2}$ одиночных излучателей 1, 2 и сдвига фаз ψ возбуждаемых ими вторичных волн в точке приема. Если излучения складываются в фазе $\psi = 0$, то $\sigma_{\text{н}}$ принимает максимальное значение $\sigma_{\text{макс}} = (\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2})^2$, если — в противофазе $\psi = \pi$, то минимальное $\sigma_{\text{мин}} = (\sqrt{\sigma_1} - \sqrt{\sigma_2})^2$.

На рис. 2.2.6,а показаны характеристика обратного вторичного излучения $\sigma_{\text{н}}(\theta)$ группового излучателя рис. 2.2.5,а для $\sigma_1 = \sigma_2, l = 2\lambda$, а на рис. 2.2.6,б — характеристика направленности его вторичного излучения $\sigma_{\text{н}}(\theta_B, \theta_A)$ для $\theta_A = 0$. Обе характеристики многолепестковые. Чем больше отношение l/λ , тем явственнее их интерференционный характер. Для обратного вторичного излучения (рис. 2.2.6,а) он подчеркнут (разности хода удвоены).

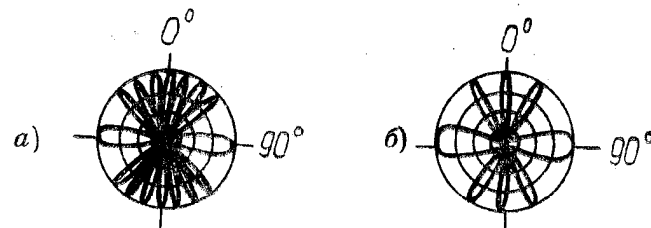


Рис. 2.2.6

2.2.5.2. Интерференционные явления распространяются на случай вторичного излучения гладких сплошных проводящих тел, размеры которых велики по сравнению с длиной волны λ . Распределение поверхностных токов, наводимых падающей волной, находят, уподобляя рассматриваемый случай оптическому ($\lambda \rightarrow 0$). Пренебрегая зачастую областями полутени, говорят об освещенных падающей волной и теневых областях выпуклых и плоских тел (для вогнутых учитываются возможные переизлучения).

Всему этому соответствует расчетная модель рис. 2.2.7. Вектор плотности поверхностного тока \mathbf{j}_s на элементах неосвещенной части выпуклого тела равен нулю. На каждом освещенном элементе он заменен вектором плотности тока на касательной к нему проводящей плоскости

$$\mathbf{j}_s = [\mathbf{n}^0 \mathbf{H}] = 2[\mathbf{n}^0 \mathbf{H}_{\text{пад}}]. \quad (2.2.12)$$

Здесь \mathbf{n}^0 — единичный вектор нормали, $\mathbf{H}_{\text{пад}}$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{пад}} + \mathbf{H}_{\text{отр}}$ — векторы напряженностей магнитного поля падающей на плоскость и суммарной (включающей отраженную) волн. Каждое значение

\mathbf{j}_S при этом зависит только от местного значения поля падающей волны и не зависит от соседних значений. Местное значение поля $\mathbf{H}_{\text{пад}} = \mathbf{H}_0 e^{-j2\pi\Delta r/\lambda}$ выражается через значение поля \mathbf{H}_0 на нормальной направлению прихода *отсчетной* плоскости у цели (рис. 2.2.7) и расстояние Δr до этой плоскости.

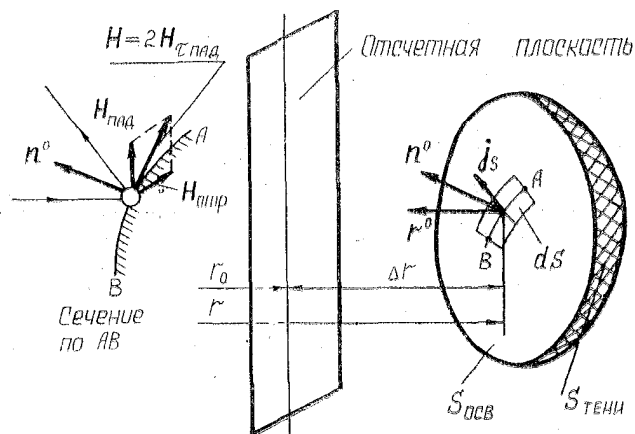


Рис. 2.2.7

Введем освещенную прямоугольную площадку с размерами $AB=da$ (перпендикулярно направлению тока) и dl (вдоль тока). Площадку примем за элементарный вибратор, характеризуемый площадью $dS=da dl$, протекающим по нему током $\mathbf{j}_S da$ и произведением тока на длину $(\mathbf{j}_S da) dl = \mathbf{j}_S dS$. Площадка создает в точке приема поле

$$d\mathbf{H}_{\text{пр}} = \mathbf{H}_0 e^{-j2\pi(r+\Delta r)/\lambda} dS'/r\lambda. \quad (2.2.13)$$

Здесь dS' — площадь проекции площадки на отсчетную плоскость.

Выражение (13) следует из формулы поля элементарного вибратора в векторной форме. В нее входит произведение тока вибратора I на вектор, соответствующий его длине и ориентации. Заменяя это произведение на $\mathbf{j}_S dS$, находим

$$d\mathbf{H}_{\text{пр}} = j[\mathbf{j}_S \mathbf{r}^0] e^{-j2\pi r/\lambda} dS/2r\lambda. \quad (2.2.14)$$

Подставляя (12) в (14) и выражая $\mathbf{H}_{\text{пад}}$ через \mathbf{H}_0 , приходим к двойному векторному произведению

$$[(\mathbf{n}^0 \mathbf{H}_0) \mathbf{r}^0] = \mathbf{H}_0 (\mathbf{r}^0 \mathbf{n}^0) - \mathbf{n}^0 (\mathbf{r}^0 \mathbf{H}_0). \quad (2.2.15)$$

Входящее в (15) скалярное произведение $\mathbf{r}^0 \mathbf{H}_0$ обращается для обратного вторичного излучения в нуль: в силу поперечности падающей волны вектор \mathbf{H}_0 ле-

жит в плоскости, нормальной единичному вектору в направлении ее прихода ($-\mathbf{r}^0$). Скалярное произведение $(\mathbf{r}^0 \mathbf{n}^0)$ определяет направляющий косинус площадки по отношению к отсчетной плоскости, т. е. $(\mathbf{r}^0 \mathbf{n}^0) \cdot dS = dS'$. Из (14–15) находим (13).

Интегрирование (13) по элементам отсчетной плоскости определяет вектор $\mathbf{H}_{\text{пр}}$. Вектор $\mathbf{H}_{\text{пр}}$ коллинеарен вектору \mathbf{H}_0 ; связывающий их числовой коэффициент от поляризации падающей волны не зависит. Это свидетельствует об *отсутствии поляризационной избирательности* в рассматриваемом приближении.

Интеграл от выражения (13) подставим в (2) для вычисления $\sigma_{\text{ц}}$. Заменим $r \approx r_0$ в знаменателе (13) и непосредственно в (2), сохраняя изменяющиеся от элемента к элементу значения $r = r_0 + \Delta r$ в показателе степени экспоненты (13), где эти изменения существенны. Учтем, что $|e^{j\varphi}| = 1$ при вещественном $\varphi = -2\pi r_0/\lambda$.

Приближенное выражение *эффективной поверхности обратного вторичного излучения*

$$\sigma_{\text{ц}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int e^{-j4\pi\Delta r/\lambda} dS' \right|^2 \quad (2.2.16)$$

соответствует *принципу Гюйгенса—Кирхгофа*. Каждый элемент поверхности оказывается *источником* вторичных волн. Поле в пункте приема возникает в результате их *наложения* и носит за счет этого *интерференционный* характер.

2.2.5.3. Формулу (16) приближенно распространим на случай разнесенной радиолокации, заменив $4\pi\Delta r = 2\pi(\Delta r_1 + \Delta r_2)$. Здесь $\Delta r_{1,2}$ — расстояния от освещенного (незаслоненного при этом) элемента поверхности до отсчетных плоскостей, нормальных направлениям на передатчик и приемник. Это допустимо, если угол между этими направлениями мал, так что величиной второго слагаемого (15) и фактом различия проекций dS' на отсчетные плоскости можно пренебречь.

2.2.6. Примеры вторичного излучения тел, много больших длин волн. Рассмотрим в качестве примеров эффективные поверхности *проводящих параболоида, пластинки, уголкового отражателя*, имеющих достаточно *гладкие* поверхности. Обсудим влияние *шероховатости* поверхностей и переход от проводящих к *диэлектрическим и металлодиэлектрическим* объектам.

2.2.6.1. Начнем с *обратного вторичного излучения проводящего параболоида* рис. 2.2.8,а, облучаемого плоской волной вдоль оси z .

Уравнение его поверхности в прямоугольной системе координат имеет вид

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{2\rho_1} + \frac{y^2}{2\rho_2}.$$

Здесь $\rho_{1,2}$ — главные (наибольший и наименьший) радиусы кривизны в вершине $x=y=0$, определяемые соприкасающимися окружностями, например $x^2 + (z - \rho_1)^2 = \rho_1^2$. В области соприкосновения

$|x|/\rho_1 \ll 1$ уравнение окружности сводится (рис. 2.2.8, б) к уравнению параболы:

$$z = \rho_1 - \sqrt{\rho_1^2 - x^2} \approx \rho_1 - \rho_1 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\rho_1} \right)^2 \right] = \frac{x^2}{2\rho_1}.$$

Здесь использовано приближение $\sqrt{1-\alpha} \approx 1-\alpha/2$, справедливое при $|\alpha| \ll 1$.

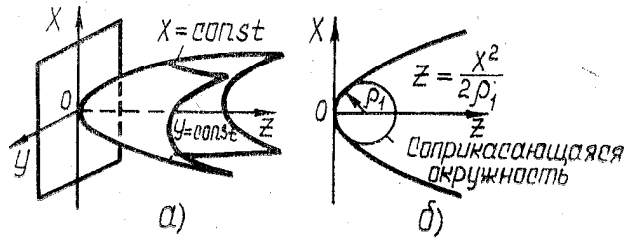


Рис. 2.2.8

Примем в качестве отсчетной плоскости $z=0$, так что $\Delta r = z$. Интегрируя (16) по квадрату $|x| \leq C$, $|y| \leq C$ со стороны $2C$ и переходя к пределу $C \rightarrow \infty$, имеем

$$\sigma_{\text{ц}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x^2}{\rho_1} + \frac{y^2}{\rho_2} \right)} dx dy \right|^2. \quad (2.2.17)$$

Заменяя $x = u\sqrt{\rho_1\lambda/2}$, $y = v\sqrt{\rho_2\lambda/2}$, $dx = du\sqrt{\rho_1\lambda/2}$, $dy = dv\sqrt{\rho_2\lambda/2}$, однократные интегралы (17) по переменным x и y сведем к интегралам Френеля

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\pi u^2/2} du \right| = \sqrt{2}.$$

Эффективная поверхность обратного вторичного излучения (17) сводится к

$$\sigma_{\text{ц}} = \pi\rho_1\rho_2. \quad (2.2.18)$$

Она не зависит от длины волны λ и определяется главными радиусами кривизны поверхности $\rho_{1,2} \gg \lambda$ в точке касания с фронтом падающей волны.

2.2.6.2. Рассмотрим обратное вторичное излучение проводящей прямоугольной пластинки со сторонами a , b , облучаемой в направлении некоторой оси z . Пластика и отсчетная плоскость $z=0$ показаны в аксонометрии на рис. 2.2.9, а и в проекции на координатную плоскость uoz (в плане) на рис. 2.2.9, б. Угол между нормалью \mathbf{n}^0 к пластинке и направлением \mathbf{r}^0 на совмещенную РЛС обозначен θ .

Подставим в (16) значения разности хода $\Delta r = y \tan \theta$ и площади элемента отсчетной плоскости $dS' = dx dy$. Интегрируя по x в пределах $\pm a/2$ и по y в пределах $\pm b \cos \theta/2$, найдем

$$\sigma_{\text{ц}}(\theta) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_{-a/2}^{a/2} dx \int_{-b \cos \theta/2}^{b \cos \theta/2} e^{-j4\pi y \tan \theta / \lambda} dy \right|^2.$$

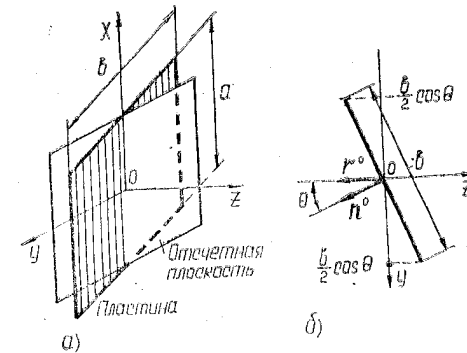


Рис. 2.2.9

Окончательно эффективная поверхность обратного вторичного излучения пластинки

$$\sigma_{\text{ц}}(\theta) = \sigma_{\text{max}} \cos^2 \theta \left| \frac{\sin(2\pi b \sin \theta / \lambda)}{2\pi b \sin \theta / \lambda} \right|^2, \quad (2.2.19)$$

где $\sigma_{\text{max}} = 4\pi a^2 b^2 / \lambda^2$ — ее максимальное значение, соответствующее нормальному облучению ($\theta=0$). Синфазное сложение излучений обеспечивает при больших (по сравнению с λ) размерах пластинки высокую направленность вторичного излучения. Максимальное значение эффективной поверхности пластинки

$$\sigma_{\text{max}} = 4\pi S_{\text{геом}}^2 / \lambda^2 \quad (2.2.20)$$

значительно превышает ее геометрическую площадь $S_{\text{геом}}$. Формула (20) оказывается справедливой для пластинок произвольной формы.

Характеристика обратного вторичного излучения (19) прямоугольной пластинки носит лепестковый, интерференционный характер (рис. 2.2.10, а). Явно выражены нули при $\theta \approx n\lambda/2b$ и максимумы при $\theta = (n+0,5)\lambda/2b$ ($n=1, 2, \dots$). Ширина основного лепестка «по нулям» составляет λ/b , боковых лепестков $\lambda/2b$.

В одном масштабе с характеристикой обратного вторичного излучения $\sigma_{\text{ц}}(\theta)$ рис. 2.2.10, а представлена на рис. 2.2.10, б соот-

ветствующая пункту 2.2.5.3 характеристика направленности вторичного излучения пластинки $\sigma_n(\theta, \theta_1)$ для фиксированного угла облучения θ_1 . При $\theta_1 = \theta$ она переходит в характеристику обрат-

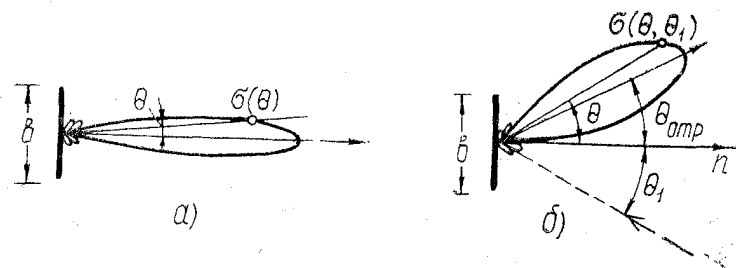


Рис. 2.2.10

ного вторичного излучения рис. 2.2.10,а. Чем меньше отношение b/λ , тем шире обе характеристики, сильнее проявляются дифракционные эффекты отражения. Чем больше отношение b/λ , тем ближе излучение к зеркальному, соответствующему $\lambda \rightarrow 0$.

2.2.6.3. Обратимся к двугранному уголкового отражателю (рис. 2.2.11,а). Он ближе к *вогнутым*, чем к *выпуклым* телам. Непосредственное применение (16) не оправдано.

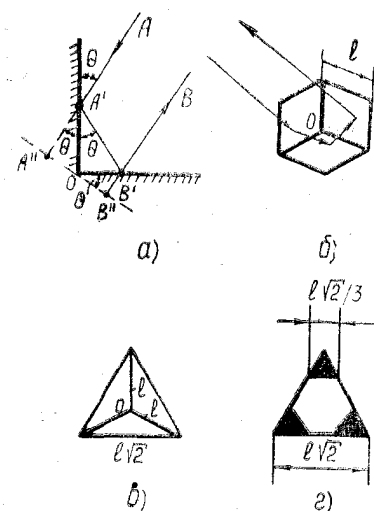


Рис. 2.2.11

пластинки, наблюдается *синфазное сложение колебаний*, излученных эквивалентными вторичными излучателями dS' в указанном направлении.

Действительно, в приближении $\lambda \rightarrow 0$ луч, падающий в плоскости, перпендикулярной ребру 0 уголка, отражается от его грани. Переизлучаясь на другую грань, он возвращается в обратном направлении: прямые AA' и BB' параллельны. Повторно переизлучаемые в этом направлении колебания значительно интенсивнее дифрагированных порознь поверхностями граней, что подтверждает неприменимость (16) для вогнутых тел. При точной юстировке угла 90° между гранями уголкового отражателя эквивалентен некоторой пластинке, самоориентирующейся нормально направлению волны. Правда, в отличие от пластинки, поле возбуждается *переизлученными*, а не зондирующими колебаниями. Но, как и для

Поскольку для пластинки AB синфазность очевидна, достаточно подтвердить ее для уголкового отражателя путем сопоставления с пластинкой. Возможное отличие пути переотраженной волны рис. 2.2.11 от пути до пластинки и обратно определяется разностью $\Delta = A'B' - A'A'' - B'B''$. Но $A'A'' = OA' \cos \theta = A'B' \cos^2 \theta$, аналогично $B'B'' = A'B' \sin^2 \theta$, откуда $\Delta = A'B'(1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta) = 0$.

2.2.6.4. Трехгранные уголкового отражатели (рис. 2.2.11,б,в), в отличие от двугранного, обеспечивают интенсивное обратное вторичное излучение в *двумерном секторе углов прихода*.

Максимальная эффективная поверхность обеспечивается при наблюдении вторичного излучателя вдоль оси симметрии, когда входящая в (20) геометрическая площадь эквивалентной пластинки $S_{\text{геом}}$ достигает максимального значения $S_{\text{геом max}}$. Для уголкового отражателя рис. 2.2.11,в с длиной ребра l это значение соответствует площади правильного шестиугольника, полученного путем отсечения от правильного треугольника со сторонами $l/\sqrt{2}$ трех подобных ему, но втрое меньшего размера. Лучи, попавшие в зачерненные на рисунке отсекаемые части, не могут отразиться от всех трех граней и потому не возвращаются. Разбив шестиугольник на 6 треугольников с общей вершиной в его центре, находим $S_{\text{геом max}} = 6(l\sqrt{2}/3)^2(\sqrt{3}/4) = l^2/\sqrt{3}$ и $\sigma_{\text{max}} = 4\pi l^4/3\lambda^2$. Отражатель 2.2.11,б с той же длиной ребра l имеет большее в 9 раз расчетное значение σ_{max} , но реализация выигрыша требует ужесточения конструкции.

Угловые отражатели обоих типов используют при создании *ориентиров* своим самолетам и кораблям, *ложных ориентиров* и *целей противнику*.

2.2.6.5. Поверхность вторичного излучателя полагалась выше *гладкой*, идеально проводящей, обеспечивающей зеркальное отражение от плоских поверхностей (граней). *Требования к гладкости в различных диапазонах волн неодинаковы*. В сантиметровом диапазоне они намного ниже, чем в оптическом, но выше, чем в дециметровом.

Оценим эти требования *количественно*. Пусть плоская электромагнитная волна облучает протяженную гладкую проводящую поверхность, на которой установлен проводящий выступ рис. 2.2.12,а. Его вторичное излучение действует

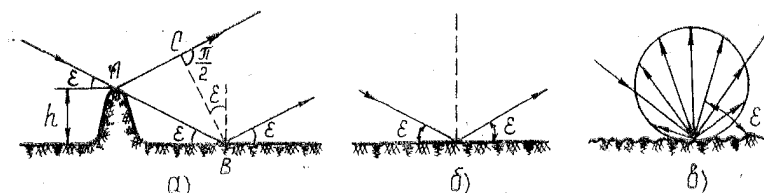


Рис. 2.2.12

в различных направлениях, в том числе в направлении AC отражений от гладкой поверхности. Влиянием выступа на отраженные в этом направлении волны пренебрегают, если разность хода $\Delta \varphi = 2\pi(AB - AC)/\lambda < \pi/4$, где $AB = h/\sin \varepsilon$, $AC = AB \sin[(\pi/2) - 2\varepsilon]$. После тригонометрических преобразований условие *гладкости* сведется к виду

$$h < \lambda/16 \sin \varepsilon. \quad (2.2.21)$$

Негладкость ведет к изменению углового распределения мощности вторичного излучения. От *зеркального* отражения рис. 2.2.12,б

переходят в пределе к ненаправленному диффузному рис. 2.2.12,в. Мощность, отраженная площадкой ΔS , пропорциональна при этом видимой площади $\Delta S_{\text{вид}} = \Delta S \sin \epsilon$; отношение ее к $\Delta S_{\text{вид}}$, являющееся аналогом яркости в оптике, постоянно. Закон постоянства яркости рис. 2.2.12,в называют *законом Ламберта*.

Фактически наблюдается ряд случаев, *переходных* между случаями рис. 2.2.12, б,в. Условимся в дальнейшем, что там, где угловую координату нельзя спутать с диэлектрической проницаемостью, индекс «ц» обозначения ϵ_c , как и на рис. 2.2.12, будем опускать.

2.2.6.6. Основное различие вторичного излучения *диэлектрических и неидеально-проводящих* тел от вторичного излучения *идеально-проводящих* поясним на известном примере *плоской границы раздела* воздуха ($\epsilon_r \approx 1$, $\mu_r \approx 1$) с одной из указанных сред. Отражение сопровождается в общем случае *прохождением и преломлением волн в толще среды*.

2.2.6.7. Возможно в принципе *прохождение волны без ее отражения* при нормальном падении на плоскую границу раздела. Среда становится *неотражающей* при согласовании волновых сопротивлений, когда $\sqrt{\mu_r \mu_0 / \epsilon_r \epsilon_0} = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ или $\sqrt{\mu_r / \epsilon_r} = 1$. Диэлектрическая и магнитная проницаемости сред с потерями ϵ_r, μ_r выражаются при этом *комплексными величинами*. Чем *выше потери*, тем *короче путь*, на котором *затухает волна*.

Сочетая диэлектрические материалы с магнитными, можно создавать поэтому *«неотражающие» покрытия*. Они используются для проведения исследований в экранированных *безэховых камерах*, а также для *противорадиолокационной маскировки*, особенно в сантиметровом диапазоне. Могут использоваться покрытия с *плавным изменением физических свойств материала*, с *вкраплениями поглощающих энергию неоднородностей*, с *шиповидной структурой* отражающей поверхности.

Создают также *многослойные интерференционные покрытия* (рис. 2.2.13,а), сходные по принципу действия с *четвертьволновым трансформатором в длинной линии*. Они рассчитаны на *взаимное*

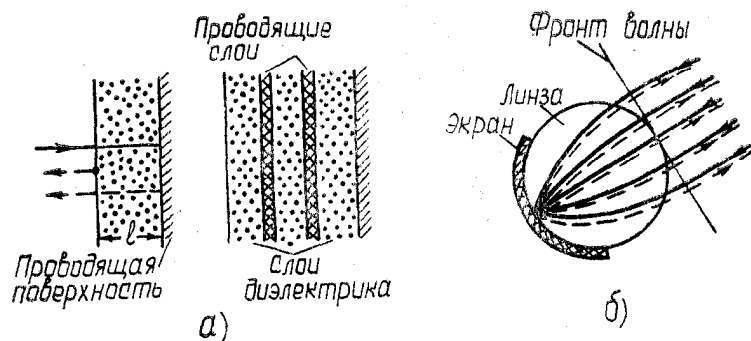


Рис. 2.2.13

зашение волн, отраженных границами слоев и проводящей поверхности объекта.

Ослабление отраженных колебаний в широком диапазоне частот, углов прихода и наблюдения представляет собой, однако, сложную техническую задачу.

2.2.6.8. Объект рис. 2.2.13,а можно рассматривать как один из примеров *металлодиэлектрических вторичных излучателей*. В качестве второго примера рассмотрим *металлодиэлектрический линзовый отражатель — линзу Лüneберга* (рис. 2.2.13,б), работающую, как *угловой отражатель*, в более широком секторе углов падения. Линзу выполняют для этого в виде шара, составленного из отдельных *сферических слоев с подобранными* по определенному закону *показателями преломления*. Падающие волны фокусируются на *металлический сферический отражатель* в точке поверхности шара, диаметрально противоположной точке касания линзы с фронтом падающей волны. Отраженные лучи проходят по линзе *путь падающих*, но в обратном направлении.

2.2.7. *Блестящие элементы гладких вторичных излучателей*. Оказывается, что вторичное излучение гладких поверхностей, размер которых *намного превышает длину волны*, можно свести к *вторичному излучению ряда их «блестящих элементов»*.

Это следует уже из простой *аналогии с длинными линиями* (рис. 2.2.14,а,б). На рис. 2.2.14,а изображено *сочленение* двух длин-

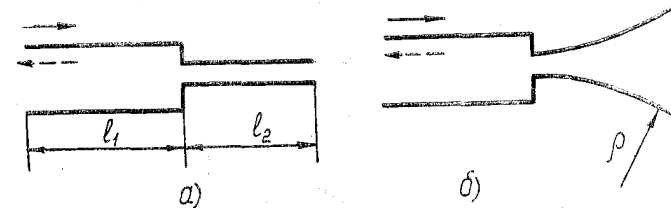


Рис. 2.2.14

ных линий с *различающимися, но постоянными* параметрами. При *бесконечной длине* правой линии отражение возникает только у *единственной неоднородности* — в плоскости *сочленения* линий. При *конечной длине* правой линии и *несогласованной нагрузке* появляется *дополнительное отражение* от ее конца.

Пусть на вход линии воздействует радиопульс без внутримпульсной модуляции длительностью τ_n . Скорости распространения в линиях при этом *одинаковы* $v_{1,2} = v$ и левая линия согласована с нагрузкой. В зависимости от *соотношения параметров* у входа левой линии могут наблюдаться: 1) *интерференция падающей и отраженной волн* ($l_{1,2} \leq v\tau_n/2$); 2) *интерференция отраженных волн* ($l_2 \leq v\tau_n/2$, $l_1 > v\tau_n/2$); 3) *раздельный прием отдельных отражений* ($l_{1,2} > v\tau_n/2$).

То же самое относится к случаю рис. 2.2.14,б, когда линии имеют *переменные, но медленно меняющиеся параметры*: радиусы

кривизны $\rho \gg \lambda$. Такое изменение параметров не приводит к преотражениям, как и к существенным изменениям скорости v . Отражения возникают только при резком изменении параметров, за счет краевого эффекта в частности.

2.2.7.1. Образование блестящего элемента (в данном случае зеркального) поясняется иначе рис. 2.2.15,а. Параболоид рассеян плоскостями $z = n\lambda/4$ ($n = 1, 2, \dots$), параллельными фронту падающей волны. Поверхность его разделяется на зоны Френеля, каждая из

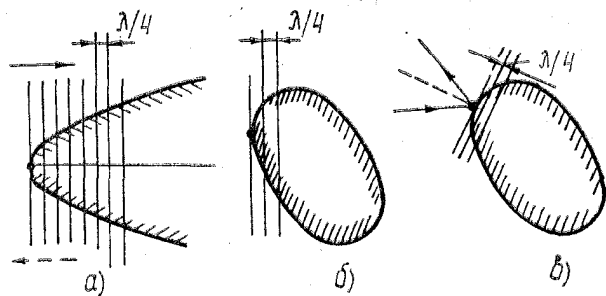


Рис. 2.2.15

которых является противофазным ($2\lambda/4 = \lambda/2$) по отношению к соседним зонам источником вторичного излучения. Поля излучения соседних зон бесконечного параболоида компенсируются. Эффективное излучение создается блестящим элементом в окрестности первой зоны. Если параболоид обрезать параллельно фронту падающей волны, появится еще один блестящий элемент, связанный с некомпенсированной зоной Френеля — линия обреза. Для бесконечного же параболоида рис. 2.2.15,а блестящий элемент единственный.

Перейдем к важному обобщению. В небольшой области в окрестности касания с фронтом набегающей волны любое проводящее тело двойной кривизны, в том числе эллипсоид и шар, аппроксимируется параболоидом. Если все радиусы кривизны много больше длины волны, роль других возможных блестящих элементов существенно снижается. В соответствии с (18) и рис. 2.2.15,б можно приближенно считать, что для обратного вторичного излучения гладкого проводящего эллипсоида значение $\sigma_{\text{н}} \approx \pi \rho_1 \rho_2$, где $\rho_{1,2} \gg \lambda$ — главные радиусы кривизны в точке касания с фронтом падающей волны. Для шара радиуса $\rho \gg \lambda$ ожидаемое значение $\sigma_{\text{н}} \approx \pi \rho^2$ численно совпадает с площадью поперечного сечения этого шара.

Справедливость последнего подтверждается результатами точного решения дифракционной задачи для проводящего шара. Приведенная на рис. 2.2.16 зависимость отношения $\sigma_{\text{н}}/\pi \rho^2$ от отношения ρ/λ соответствует при $\rho/\lambda < 0,1$ закону рассеяния Релея, имеет при $\pi \rho/\lambda \approx 0,5$ или $\rho/\lambda \approx 0,17$ первый максимум, когда шар уподоб-

ляется полуволновому вибратору. С учетом резонансных явлений, а далее — чередования зон Френеля эффективная поверхность шара асимптотически приближается с увеличением ρ/λ к значению $\pi \rho^2$. Аналогичная рис. 2.2.16 зависимость с точностью до числового ко-

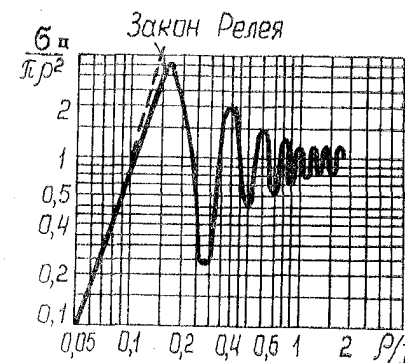


Рис. 2.2.16

эффициента справедлива и для диэлектрического шара. При $\rho/\lambda \rightarrow \infty$ вторичное излучение сводится в обоих случаях к излучению одного зеркального блестящего элемента в окрестности точки касания шара с набегающим фронтом падающей волны.

При больших, но конечных ρ/λ вводят иногда элементы, соответствующие прохождению фронта нормально участкам поверхности и сбегаанию с нее. Первый из них учитывает некомпенсированные зоны Френеля, а второй — затекание токов в теньную область, игнорируемое в приближении п. 2.2.5.2.

Для разнесенной локации вторичное излучение гладких проводящих поверхностей также сводится к вторичным излучениям блестящих элементов. В асимптотическом случае $\lambda \rightarrow 0$ угол отражения от блестящего элемента равен углу падения. Зоны Френеля рассекаются плоскостями, нормальными биссектрисе угла между направлениями на передатчик и приемник (рис. 2.2.15,в). Блестящие элементы рис. 2.2.15,а,б,в называют зеркальными.

2.2.7.2. Наряду с зеркальными элементами, перемещающимися при поворотах тел, встречаются краевые, неперемещающиеся блестящие элементы. Для пластинки рис. 2.2.9, при выбранном направлении прихода волны, они соответствуют участкам набегающей волны на пластинку и сбегающей с нее. Выражение (19) эффективной поверхности пластинки сводится поэтому к выражению (11) эффективной поверхности *двухэлементного* вторичного излучателя. При $\theta \rightarrow 0$ оба блестящих элемента сливаются в один.

Действительно, выражения (11), (19) для режима вторичного излучения совпадают при $\theta \neq 0$, если:

- 1) эффективные поверхности элементов $\sigma_1 = \sigma_2 = a^2 \cotg^2 \theta / 2\pi$;
- 2) расстояние между ними $l = b - 2(\lambda/8 \sin \theta)$ выбирается равным расстоянию между центрами первых зон Френеля, построенных независимо у краев пластинки.

Неопределенность (11) при $\theta \rightarrow 0$ раскрывается и приводит к (20), как и неопределенность (19).

Если направление прихода волны лежит вне плоскости, нормальной ребру, то проявляются *четыре краевых блестящих элемента* прямоугольной пластинки, соответствующих набеганиям и сбеганиям падающей волны.

2.2.7.3. *Реальные цели* имеют часто *значительно* превышающие длину волны *размеры и гладкую* по отношению к критерию (21) *поверхность*. На их поверхности можно выделить поэтому *ряд блестящих элементов*. Число таких элементов мало для тел простой формы (ракета, снаряд) и заметно больше для самолетов и кораблей.

2.2.7.4. При облучении короткими радиопульсами *блестящие элементы могут разрешаться по времени (дальности)*; от каждого приходит *неискаженный импульс*. Это связано с *отсутствием частотной избирательности* блестящих элементов, что проявляется в *отсутствии зависимости (18) от λ и f* .^{*} Негармонические сигналы описывают, как известно, наложением гармонических (интегралами Фурье в частности). Отсутствие частотных искажений сигналов позволяет перенести понятие блестящих элементов на случаи разрешения по дальности. *Блестящие элементы могут разрешаться также по скорости (доплеровской частоте) и угловым координатам*.

Блестящие элементы простых гладких тел можно наблюдать *визуально*. Достаточно подсветить их со стороны наблюдателя, чтобы воссоздать условия углового разрешения *раздельных блестящих элементов* при совмещенной радиолокации. Если же тело *шероховатое*, то (хотя и слабее) светится *вся его поверхность*.

2.2.7.5. *Меры противорадиолокационной маскировки целей* могут предусматривать *сопоставление отдельных блестящих элементов, снижение эффективных поверхностей* обратного вторичного излучения *наиболее весомых из них*. Используют *придание целям заостренной гладкой (обтекаемой) формы*, рассчитанной на уменьшение радиусов кривизны и числа блестящих элементов, *применение противорадиолокационных покрытий* этих элементов. Последние используют иногда как элементы конструкции, выдерживающие механические и тепловые нагрузки. Мероприятия по снижению эффективной поверхности обратного вторичного излучения могут *дополняться созданием ложных целей и прикрытием целей помехами*. Заметим, что снизить уровень *вторичного излучения* в широком секторе углов и *широком диапазоне частот* существенно сложнее, чем снизить уровень *обратного вторичного излучения* в узком угловом секторе и *узком диапазоне частот*. В этом смысле разнесенные и многодиапазонные радиолокационные средства устойчивее по отношению к мерам противорадиолокационной маскировки сосредоточенных и узкодиапазонных средств. [16, 35, 58]

^{*} Для краевых блестящих элементов предполагается, что полоса частот много меньше несущей.

2.2.8. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните сущность явления вторичного излучения радиоволн, факторы, определяющие его характер.
2. Как вводятся эффективные поверхности вторичного и обратного излучения?
3. Поясните основные разновидности регулярной поляризации зондирующего и отраженного сигналов.
4. Поясните элементы поляризационной матрицы вторичного излучения, различия между целями без поляризационной избирательности и поляризационно-избирательными целями.
5. Как пересчитывается эффективная поверхность цели при изменении поляризации зондирующего и принимаемого сигналов?
6. Поясните особенности вторичного излучения тел, малых по сравнению с длиной волны, и их значение в практике радиолокации.
7. Во сколько раз ориентировочно увеличивается эффективная поверхность дождевой капли: при уменьшении длины волны λ в 10 раз (зависимость σ от λ не учитывать); при увеличении диаметра капли в два раза?
8. Сравните численные значения максимальной эффективной поверхности полуволнового вибратора и площади его осевого сечения, если последнее является прямоугольником с соотношением сторон 1:100. Какое это имеет практическое значение?
9. Сопоставьте максимальную и среднюю эффективную поверхность вибратора при равномерном угловом положении его оси.
10. Какой вид имеют зависимости средней эффективной поверхности вибратора $\sigma_{\text{ср}}$ от его относительной длины l/λ при $l=\text{const}$ и при $\lambda=\text{const}$. Почему кривые этих зависимостей имеют различный вид?
11. Поясните применение общего определения поляризационной матрицы вторичного излучения к полуволновому вибратору.
12. Поясните особенности интерференционного поля вторичного излучения группового излучателя. Поясните характеристики его обратного вторичного излучения.
13. Поясните интерференционный характер обратного вторичного излучения выпуклых проводящих тел больших размеров и выражение эффективной поверхности $\sigma_{\text{ц}}$.
14. Выведите и поясните выражение эффективной поверхности обратного вторичного излучения проводящего параболоида. Поясните возможность распространения этого выражения на «блестящие» элементы гладких проводящих тел двойной кривизны. Поясните сущность понятия «блестящий» элемент.
15. Поясните: выражение эффективной поверхности вторичного излучения прямоугольной пластинки; особенности и отличия характеристик ее обратного вторичного и вторичного излучения; наличие «блестящих» элементов пластинки.
16. Поясните особенности вторичного излучения погнутых проводящих поверхностей, двугранных и трехгранных угловых отражателей, линзового вторичного излучателя.
17. Поясните закономерности изменения эффективной поверхности проводящего шара в диапазоне волн.
18. Поясните возможности снижения интенсивности вторичного излучения за счет использования покрытий и другими методами.
19. Поясните влияние негладкости поверхности вторичного излучателя, особенности диффузного отражения.

2.3. ТРАНСФОРМАЦИЯ СИГНАЛОВ ПРИ ВТОРИЧНОМ ИЗЛУЧЕНИИ

2.3.1. *Постановка вопроса*. Отраженный сигнал часто преобразован (трансформирован) по отношению к зондирующему. Преобразуется не только его поляризационная (см. раздел 2.2.2), но и *частотно-временная структура*. Может изменяться и *простран-*

ственная структура, в том числе направление прихода вторичных колебаний. Проанализируем причины и закономерности подобных преобразований.

2.3.2. Преобразование временной и пространственной структуры сигнала неподвижными вторичными излучателями. Рассмотрим облучение невзаимодействующих неподвижных вторичных излучателей *немонокроматическим сигналом*, обладающим (в отличие от раздела 2.2) некоторым спектром частот. Пусть *i*-й излучатель системы вызывает отклик линейных цепей приемника совмещенного радиолокатора в виде радиопульса $u_i(t) = U_i(t) \cos 2\pi f_0 t$ без внутриимпульсной модуляции. Результат излучения группы из двух излучателей $i=1, 2$ (рис. 2.3.1, а) зависит от их *взаимного расположения, направления на радиолокатор и длительности радиопульса*.

На рис. 2.3.1, б представлен случай, когда огибающие импульсов $U_{1,2}(t)$ перекрываются. Элементы системы не разрешаются, образуя *сосредоточенный групповой излучатель*. Высокочастотные колебания *интерferируют*. Математическое ожидание (среднее значение) *эффективной поверхности* (2.2.11) при равновероятной разностной начальной фазе составляет $\sigma_{\text{ср}} = \sigma_1 + \sigma_2$.

На рис. 2.3.1, в показан *второй* случай, когда излучатели разрешаются по времени запаздывания (дальности), а их совокупность *нельзя считать сосредоточенным излучателем*.

На рис. 2.3.1, г показан *третий* случай, когда часть вторичных излучателей ($i=1, 2, 3, 4$) не разрешается (например, 1, 2), а часть

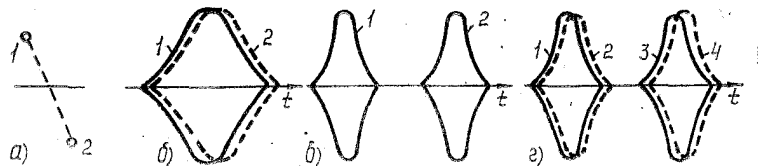


Рис. 2.3.1

— разрешается, что соответствует *распределенному* вторичному излучателю. Пренебрегая возможным взаимным затенением, находим *среднее значение суммарной эффективной поверхности разрешаемого объема*

$$\sigma_{\text{ср}} = n \sigma_{\text{ср}}.$$

Здесь $\sigma_{\text{ср}}$ — средняя эффективная поверхность одного вторичного излучателя, n — *среднее их число* в разрешаемом объеме.

Наряду с усредненной эффективной поверхностью представляет интерес *интерференционная структура поля в зависимости от времени и координат*. Искажения временной структуры существенны при точных измерениях *дальности*, искажения пространственной структуры — при точных измерениях *угловых координат*.

2.3.2.1. Огибающую наложения слабо сдвинутых по времени радиопульсов (рис. 2.3.1, б) можно приближенно свести к *импульсу той же формы*. Время прихода суммарного импульса соответствует некоторому «*радиолокационному центру вторичного излучения*», в общем случае не совпадающему с геометрическим центром группы. Смещение оказывается существенным, когда *центральные части налагающихся взаимно-сдвинутых радиопульсов* заметным образом компенсируются.

Чтобы дать количественную оценку изменению времени прихода, условимся: 1) рассматривать тракт обратного вторичного излучения как некоторую *линейную систему* с частотной (передаточной) характеристикой $K(F)$; 2) считая спектр сигнала *узким*, аппроксимировать (в его пределах) амплитудно-частотную характеристику *постоянной величиной*, а фазочастотную характеристику рис. 2.3.2, а — *линейной функцией*

$$\psi(f_0 + F) = -\arg K(f_0 + F) \approx \psi + (\partial \psi / \partial F)_0 F. \quad (2.3.1)$$

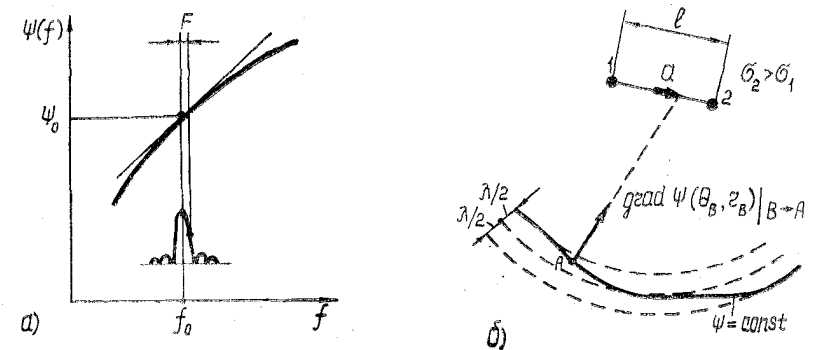


Рис. 2.3.2

линейная система воспроизводит в этих условиях неискаженный (с точностью до начальной фазы) радиопульс с временем группового запаздывания

$$t_{\text{гр}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial F} \right)_0. \quad (2.3.2)$$

Величина $t_{\text{гр}}$ определяет дальность $ct_{\text{гр}}/2$ до «*радиолокационного центра*» — центра вторичного излучения, которая может не совпадать с расстоянием r до центра системы.

2.3.2.2. Наряду с интерференцией в одной точке пространства (рис. 2.3.1, б, г) проявляется *интерференция в разных точках*. В каждый момент времени существует определенное распределение *начальных фаз и амплитуд интерференционного поля* в зависимости от координат θ_B, r_B точек наблюдения (см. рис. 2.2.5). Сферические *поверхности равных фаз точечных излучателей* (пунктир рис. 2.3.2, б) переходят вследствие *интерференции в несферические*.

* Понятие группового запаздывания, рассматривавшееся в ряде предыдущих дисциплин, дополнительно поясняется в разд. 4.2.2, где оно оказывается особенно существенным.

В окрестности небольшой антенны, не разрешающей излучатели 1, 2, участок несферической поверхности равных фаз заменяется плоским, соответствующим некоторому кажущемуся направлению прихода волны.

Последнее соответствует градиенту функции $\psi(\theta_B, r_B)$, взятому с обратным знаком. Этот градиент рассчитывается при $\theta_A = \text{const}$, $r_A = \text{const}$; однако после дифференцирования по θ_B, r_B в его выражение подставляется $\theta_B = \theta_A = \theta$, $r_B = r_A = r$.

Отложив расстояние $ct_{\text{гр}}/2$ вдоль кажущегося направления прихода волны, попадаем в радиолокационный центр, определяющий в рассмотренных условиях возможности измерений угловой координаты и дальности.

2.3.2.3. Приведем количественные соотношения для двухэлементного вторичного излучателя (рис. 2.2.5, а, 2.3.2, б).

Значения ψ находятся согласно (2.2.10) после подстановки величины ψ_0 , зависящей от f, l, θ_A, θ_B . Величина $t_{\text{гр}}$ рассчитывается при $\theta_A = \theta_B = \theta$, $r_A = r_B = r$. Величина единичного вектора $-\text{grad } \psi / |\text{grad } \psi|$ рассчитывается при $f = \text{const}$. [6]

Оказывается, что «радиолокационный центр» располагается на прямой, соединяющей излучатели. Его смещение относительно геометрического центра системы определяется вектором

$$a = 0,5 l (\sigma_2 - \sigma_1) / \sigma_{\text{ц}}. \quad (2.3.3)$$

Здесь l — вектор, идущий от первого излучателя ко второму, равный по длине расстоянию между ними, $\sigma_{\text{ц}}$ — эффективная поверхность (2.2.11) группового излучателя. Ее изменения в пределах $(\sqrt{\sigma_1} \pm \sqrt{\sigma_2})^2$ при изменениях ориентации вторичного излучателя резко сказываются на величине смещения.

При $\sigma_2 = \sigma_1$ и $\sigma_{\text{ц}} \neq 0$ смещение отсутствует. При $\sigma_2 \gg \sigma_1$ или $\sigma_1 \gg \sigma_2$ значение $|a| = \pm l/2$, т. е. центр совмещается по дальности с доминирующим излучателем группы. Возможен вынос центра вторичного излучения за пределы излучающей системы. При $\sigma_2/\sigma_1 = 4$ минимальное значение $\sigma_{\text{ц}}$ составит $(\sqrt{\sigma_1} - \sqrt{4\sigma_1})^2 = -\sigma_1$, что соответствует $|a| = 0,5l(4\sigma_1 - \sigma_1)/\sigma_1 = 1,5l > l/2$.

Блуждания радиолокационного центра при изменении ориентации целей приводят к появлению дополнительных угловых и дальностных шумов в соответствующих следящих системах устройств радиолокационного наведения.

2.3.2.4. Общая интерференционная картина является обобщением рис. 2.3.1, г, охватывающим явления и интерференции, и разрешения по дальности и по углу.

Последний эффект сказывается не только в случае явно распределенных отражателей и групповых целей. Он сказывается и для одиночных целей в условиях ближней радиолокации, осуществляемой радиовзрывателями, головками самонаведения ракет и т. п. С приближением ракеты к цели возрастают угловые (дальностные) шумы, затем проявляется угловое разрешение элементов цели головкой самонаведения.

2.3.3. Преобразование временной структуры сигнала движущимся точечным вторичным излучателем. Рассмотрим излучатель

в виде единственной блестящей точки, равномерно и прямолинейно удаляющейся в свободном пространстве $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1$ с радиальной скоростью v_r от совмещенного радиолокатора. График движения представлен на рис. 2.3.3 сплошной линией.

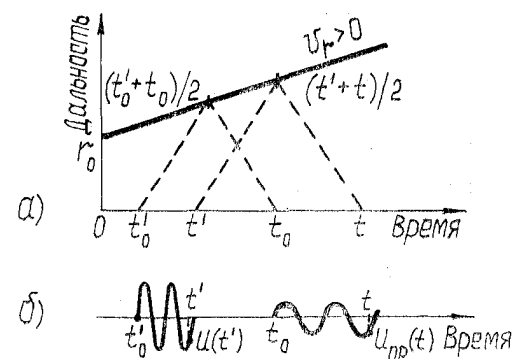


Рис. 2.3.3

Пунктиром схематически показаны графики распространения электромагнитных колебаний, принимаемых в моменты времени t_0, t_1 , а ранее излученных в моменты t'_0, t'_1 . Соответствующие моменты облучения цели определяются выражениями $(t'_0 + t_0)/2$ и $(t'_1 + t_1)/2$.

Дальность до цели в момент $t=0$ обозначена r_0 ; в указанные моменты облучения она составит $r_0 + v_r(t'_0 + t_0)/2$ и $r_0 + v_r(t'_1 + t_1)/2$. Этим определяются запаздывания электромагнитных колебаний.

$$\begin{aligned} t_0 - t'_0 &= 2[r_0 + v_r(t'_0 + t_0)/2]/c, \\ t - t' &= 2[r_0 + v_r(t' + t)/2]/c \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

и их разность

$$(t' - t'_0) - (t - t_0) = -\frac{v_r}{c} [(t' - t'_0) + (t - t_0)],$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} t - t_0 &= \frac{1 + v_r/c}{1 - v_r/c} (t' - t'_0), \\ t' - t'_0 &= \frac{1 - v_r/c}{1 + v_r/c} (t - t_0). \end{aligned} \right\} \quad (2.3.5)$$

2.3.3.1. Выражения (5) описывают очевидную из рис. 2.3.3 трансформацию колебаний, а именно их растяжение во времени при удаляющемся вторичном излучателе ($v_r > 0$). Для приближающегося вторичного излучателя ($v_r < 0$) колебания, наоборот,

сжаты во времени. Связь же принимаемых и излучаемых колебаний определяется пропорциональной зависимостью

$$u_{\text{пр}}(t) \equiv u(t') = u \left[\frac{1 - v_r/c}{1 + v_r/c} (t - t_0) + t'_0 \right].$$

Она справедлива как для гармонических, так и для негармонических колебаний. В процессе вторичного излучения движущейся цели изменяется временной масштаб этих колебаний.

При облучении цели гармоническим колебанием $u(t) \equiv \cos 2\pi f_0 t$ имеем

$$u_{\text{пр}}(t) \equiv \cos \left[2\pi f_0 \frac{1 - v_r/c}{1 + v_r/c} (t - t_0) + 2\pi f_0 t'_0 \right], \quad (2.3.6)$$

или

$$u_{\text{пр}}(t) \equiv \cos(2\pi f t + \varphi), \quad \varphi = 2\pi(f_0 t'_0 - f t_0) = \text{const}. \quad (2.3.7)$$

Сопоставляя (6) и (7), устанавливаем эффект трансформации частоты колебаний

$$f = f_0 \frac{1 - v_r/c}{1 + v_r/c} \quad (2.3.8)$$

(эффект Доплера). Обычно $v_r/c \ll 1$, а $(1 - v_r/c)/(1 + v_r/c) \approx 1 - 2v_r/c$. Поэтому

$$f \approx f_0 - F_d, \quad (2.3.9)$$

где F_d — доплеровская поправка частоты

$$F_d = (2v_r/c) f = 2v_r/\lambda_0. \quad (2.3.10)$$

Знак F_d совпадает со знаком v_r ; λ_0 — длина волны зондирующих колебаний.

Для негармонических колебаний каждая из гармоник трансформируется по закону (8). Наряду с несущей f_0 преобразуется в принципе частотный масштаб и ширина Π спектра частот.

Эффект Доплера приобрел крайне важное значение в современной радиолокации. Он позволяет разрешать объекты по скорости, выделять за счет этого цели на фоне мешающих отражений. Он облегчает измерение скорости и обеспечивает автосопровождение по скорости.

2.3.3.2. Приближение (10) можно получить проще, пренебрегая смещением цели за время распространения волн от нее до приемника. Дальность цели в момент t равна тогда $r_0 + v_r t$, а фаза гармонического колебания (6) $2\pi f_0 [t - 2(r_0 + v_r t)/c]$. Дифференцирование по времени и деление этой фазы на 2π приводит к (9—10).

2.3.3.3. Формула (8) согласуется с теорией относительности. В прямом использовании последней не было необходимости: вводилась лишь одна система координат, жестко связанная с совмещенным радиолокатором.

2.3.4. Преобразование временной структуры сигнала системой движущихся точечных излучателей. Как и для системы неподвижных излучателей, рассмотрим интерференционные эффекты без учета и с учетом эффектов разрешения по координатам.

2.3.4.1. Обратимся к вторичному излучению системы неразрешаемых и не взаимодействующих движущихся вторичных излучателей. Система может быть образована блестящими элементами одной цели либо группы из двух и более неразрешаемых целей, также образующих сосредоточенную цель. Единый результат интерференции в произвольный момент времени можно трактовать еще с двух позиций.

Он связывается, во-первых, с характеристикой обратного вторичного излучения цели. В процессе ее перемещения меняется уровень лепестков указанной характеристики рис. 2.3.4,а в направлении на радиолокатор. Обратное вторичное излучение модулируется этой характеристикой; амплитуды, а вместе с ними и фазы отраженных колебаний изменяются во времени.

Радиальные скорости v_r блестящих элементов, в различной степени удаленных от радиолокатора, неодинаковы, во-вторых, даже при равномерном поступательном движении вторичного излучателя рис. 2.3.4,б. Неодинаковы и соответствующие доплеров-

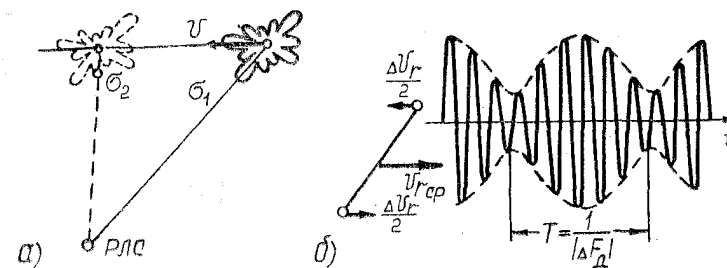


Рис. 2.3.4

ские поправки частоты F_d . Отраженное колебание образуется, таким образом, в результате биений колебаний различных частот.

Обе трактовки эквивалентны. Более удобной может оказаться какая-то одна из них.

Так, затенение отдельных элементов при эволюциях цели сразу учитывается характеристикой обратного вторичного излучения. Дополнительного учета этого фактора первая трактовка, в отличие от второй, не требует.

Изменения же взаимного расположения незатененных элементов (лопастей винта вертолета, лопаток воздухозаборников

турбин самолетов), приводящие к деформации характеристик направленности, сразу учитываются при второй трактовке.

2.3.4.2. В общем случае, охватывающем и сосредоточенные и распределенные вторичные излучатели, часть из них не разрешается, часть разрешается по координатам, по дальности в частности. Это относится, например, к облакам диполей и капель воды. Случай отсутствия разрешения сопоставим со случаем наличия разрешения (по дальности).

На рис. 2.3.5,а,б показаны огибающие двух зондирующих сигналов без внутриимпульсной модуляции: гладкого сигнала (рис. 2.3.5,а) и пачки коротких радиоимпульсов (рис. 2.3.5,б). На рис. 2.3.5,в,г показаны соответствующие отраженные облаком и преобразованные при этом сигналы. Для рис. 2.3.5,в характерна

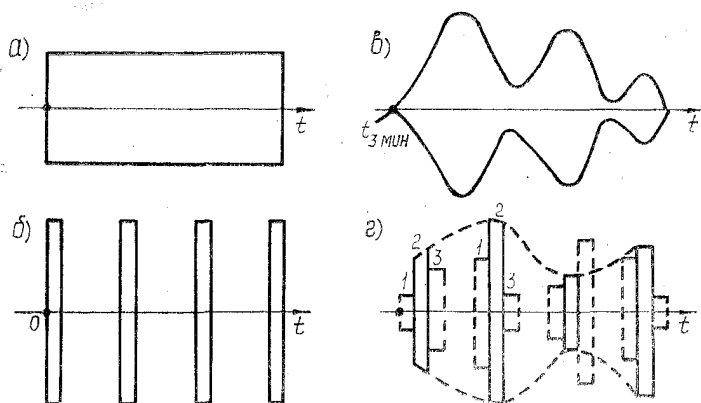


Рис. 2.3.5

флюктуационная модуляция отраженного сигнала в целом — результат биений колебаний с различными доплеровскими частотами. В случае рис. 2.3.5,г независимо модулируются отражения различных (на рисунке трех) блестящих элементов 1, 2, 3.

2.3.4.3. При не очень коротких радиоимпульсах без внутриимпульсной модуляции (при не очень широкополосных сигналах в общем случае) элементы воздушных целей не разрешаются. В этом наиболее типичном случае пунктирные элементы рис. 2.3.5,г теряют смысл. Модулируются пачки импульсов аналогично тому, как модулировалось непрерывное колебание рис. 2.3.5,в. Комплексное описание отраженного колебания характеризуется комплексным модулирующим множителем $V(t)$.

Сплошной спектр этого множителя [8] может дополняться близкими к линейчатым составляющими, не связанными (Н) и связанными (С, 2С, 3С, 4С) с частотой вращения лопа-

ток воздухозаборников турбин, лопастей винтов и т. д. Для турбинной модуляции это относится только к сантиметровым (и более коротким) волнам, когда падающая волна доходит через своеобразный волновод до лопаток. Рис. 2.3.6 [8] относится к спектру выходного напряжения $B(f)$ приемника с линейным детектором при гармоническом облучении цели.

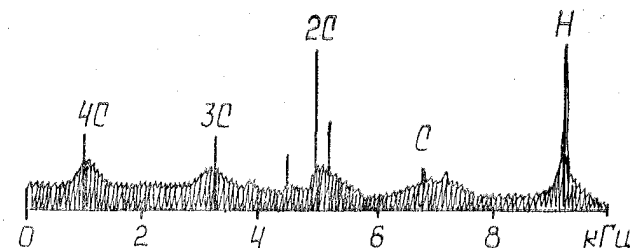


Рис. 2.3.6

2.3.4.4. Наряду с разрешением и неразрешением по координатам возможно разрешение и неразрешение по скорости. Так, не разрешаемые по углам и дальности элементы группы могут разрешаться по радиальной скорости.

Если же такое разрешение не обеспечивается, то радиальная скорость оценивается по производной фазы интерференционного колебания, определяющей эффективную доплеровскую частоту

$$F_{д\text{эф}} = (2v_{г\text{пер}}/\lambda_0) + (1/2\pi)\partial\psi_0/\partial t,$$

где $v_{г\text{пер}}$ — переносная скорость системы, ψ_0 — начальная фаза. Значение последней для двухэлементной модели определяется из (2.2.10) применительно к переносному движению последней. Мерцания эффективной доплеровской частоты дополняют мерцания амплитуды, а также мерцания времени и направления прихода сигнала.

2.3.5. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните преобразование временной структуры сигнала, отраженного от взаимно разрешаемых неподвижных вторичных излучателей.
2. Чем определяется среднее значение суммарной эффективной поверхности разрешаемого объема распределенного вторичного излучателя?
3. Поясните эффект интерференции излучений группы из двух близких не разрешаемых по дальности вторичных излучателей.
4. Поясните эффект интерференции и математическое выражение центра вторичного излучения группы из двух близких, не разрешаемых по дальности и угловым координатам вторичных излучателей. Поясните эффекты угловых и дальностных шумов в системах радиолокационного наведения.
5. Поясните и обоснуйте преобразование временной структуры сигнала одиночным движущимся точечным вторичным излучателем.
6. Найдите значения частоты Доплера для: 1) $v_{г\text{пер}}=300$ м/с и $\lambda=1$ м; 2) $v_{г\text{пер}}=600$ м/с и $\lambda=10$ см; 3) $v_{г\text{пер}}=600$ м/с и $\lambda=3$ см.
7. Поясните преобразование временной структуры сигнала системой движущихся точечных вторичных излучателей в отсутствие и при наличии временного разрешения.

2.4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ВТОРИЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

2.4.1. Общие соображения. Структуру элементарных вторичных излучателей движущегося объекта (сосредоточенной цели) приходится считать случайной. Случайна в общем случае и структура преобразованного при вторичном излучении сигнала.

Пусть рассматриваемая цель облучается гармоническим колебанием частоты f_0 единичной амплитуды $\text{Re}[\exp(j2\pi f_0 t)] = \cos 2\pi f_0 t$. Оно преобразуется в негармоническое в виде *наложения колебаний различных частот* $f_0 - F_{дi}$ ($i=1, 2, \dots$), приобретает *случайную модуляцию* (рис. 2.3.5, в) и описывается в результате выражением

$$\text{Re}\{B(t)\exp[j2\pi(f_0 - F_{д\text{ср}})t]\} = b(t)\cos[2\pi(f_0 - F_{д\text{ср}})t + \beta(t)].$$

В нем $F_{д\text{ср}}$ — средняя доплеровская частота, $B(t) = b(t)e^{j\beta(t)}$ — случайный (флюктуационный) комплексный множитель. Его модуль $b(t)$ характеризует случайную амплитудную, а аргумент $\beta(t)$ — случайную фазовую модуляцию колебания. По формуле косинуса суммы последнее преобразуется также в разность двух колебаний

$$b_1(t)\cos 2\pi(f_0 - F_{д\text{ср}})t - b_2(t)\sin 2\pi(f_0 - F_{д\text{ср}})t$$

с неслучайными фазами и случайными амплитудными множителями $b_1(t) = b(t)\cos \beta(t) = \text{Re}B(t)$, $b_2(t) = \text{Im}B(t)$.

Пусть та же цель облучается негармоническим колебанием $\text{Re}[U(t)e^{j2\pi f_0 t}]$ (рис. 2.3.5, б); цель по-прежнему *сосредоточенная*, отдельные ее элементы (в отличие от рис. 2.3.5, а) не разрешаются. Облучающее *неслучайное негармоническое* колебание также преобразуется целью в *случайное негармоническое*

$$\text{Re}[B(t)U(t - t_3)e^{j2\pi(f_0 - F_{д\text{ср}})t}]. \quad (2.4.1)$$

Оно характеризуется и неслучайной модуляцией $U(t)$ с запаздыванием t_3 и случайной, описываемой модулирующим множителем $B(t)$.

Количественными характеристиками случайной модуляции являются, в частности, корреляционные функции и спектры (энергетические спектры) комплексного процесса $B(t)$, а также плотности вероятности распределений мгновенных значений и амплитуд сигнала. Корреляционные функции и спектры существенны при использовании протяженных сигналов. Одномерные распределения амплитуд характеризуют возможности замираний слабых коротких сигналов.

Распределенные отражатели сводятся к разрешаемым группам ($i=1, 2, \dots$) сосредоточенных с запаздываниями t_{3i} . Каждую группу можно охарактеризовать своим модулирующим множителем $B_i(t)$ и своей средней доплеровской частотой $F_{д\text{ср}i}$.

2.4.2. Корреляционные функции и спектры флюктуационной модуляции сигналов. Степень взаимосвязи соседних значений $B(t)$ и $B(t-\tau)$ случайного комплексного модулирующего множителя определяется корреляционной функцией.

В рассматриваемом случае нулевых математических ожиданий функций $B(t)$ и $B(t-\tau)$ комплексная корреляционная функция имеет вид

$$M[B(t)B^*(t-\tau)] = \mu(\tau). \quad (2.4.2)$$

Если случайные значения $B(t)$ и $B(t-\tau)$ при некотором τ независимы, функция (2) обратится в нуль. Если эти значения полностью взаимосвязаны, например, если $B(t-\tau) = B(t)$, функция (2) примет положительное значение. Понятие корреляции как характеристики статистической взаимосвязи (для гауссовских процессов, в частности) широко используется на практике.

Случайный процесс $B(t)$ обычно сводят к стационарному, так как его статистические параметры изменяются медленно. Исключение составляют случаи ближней радиолокации: работа головок самонаведения и радиовзрывателей вблизи цели, когда существенна нестационарность флюктуационной модуляции (изменение со временем дисперсий случайных колебаний, их корреляционной функции).

Для стационарных случайных процессов величина (2) не зависит от времени t ; индекс t в (2) поэтому опускается. Усреднение (2) по реализациям процесса можно для большинства стационарных процессов заменять усреднением по времени (свойство эргодичности)

$$\mu(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} B(t)B^*(t-\tau) dt \right]. \quad (2.4.3)$$

Значение $\mu(0)$ характеризует дисперсию случайного процесса. Отношение

$$\mu(\tau)/\mu(0) = \rho(\tau)$$

называют его *нормированной корреляционной функцией*.

При $\tau=0$ модуль нормированной корреляционной функции принимает наибольшее значение, равное единице. Значение $\tau = \tau_{\text{кор}}$, соответствующее фиксированному (равному, например, 0,5) уровню $|\rho|$, называют *временем корреляции*. Сравнивая реальные длительности сигналов с временем корреляции, качественно оценивают степень их флюктуационных искажений. Флюктуационные искажения пачки импульсов (п. 2.1.2.1) несущественны, например, при $t_{\text{обл}} \ll \tau_{\text{кор}}$ и существенны при $t_{\text{обл}} \gg \tau_{\text{кор}}$.

Корреляционная функция и спектр $S(F)$ (энергетический спектр, спектральная плотность мощности) комплексного стационарного случайного процесса связаны преобразованиями Фурье:

$$S(F) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\tau) e^{-j2\pi F\tau} d\tau, \quad (2.4.4)$$

$$\mu(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(F) e^{j2\pi F\tau} dF. \quad (2.4.5)$$

Для симметричных вещественных функций $S(-F) = S(F)$ функции $\mu(\tau)$ и $\rho(\tau)$ вещественные.

Примеры аппроксимаций функций $\rho(\tau)$ и соответствующих им нормированных спектров $\mu_n(F) = S(f)/S(0)$ приведены на рис. 2.4.1. Спектры $\mu_n(F)$ соответствуют аппроксимациям усредненных реальных спектров мощности отраженного сигнала при монохроматическом облучении без учета турбинной модуляции: прямоугольной, в виде резонансной и колокольной кривых.

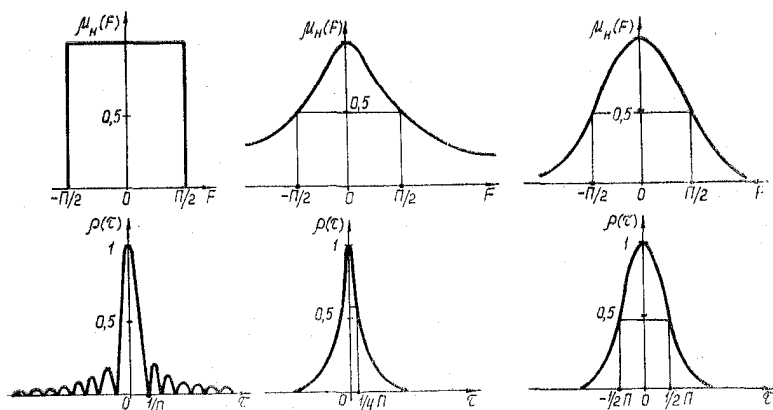


Рис. 2.4.1

Иногда вместо обозначения $S(F)$ будем использовать $\mu(F)$.

Понятие спектра флуктуаций заменяют для ближней радиолокации понятием *текущего спектра*. Ширина спектра (текущего спектра) учитывает эффект мерцания доплеровской частоты.

2.4.3. Модели распределений амплитуд отраженных сигналов и эффективных поверхностей целей. Для сигналов общей длительностью в доли миллисекунд случайные функции $B(t)$, $b(t) = |B(t)|$ можно заменить не зависящими от времени случайными величинами B , $b = |B|$.

Случайные значения эффективной поверхности цели σ_n пропорциональны ее среднему значению σ_{cp} и квадратам величин b . Пропорциональная зависимость переходит в равенство $\sigma_n = b^2 \sigma_{cp}$ при $M(b^2) = \overline{b^2} = 1$. Плотность вероятности $p(b)$ значений b определяет поэтому плотность вероятности $p(\sigma_n)$ значений σ_n . По закону преобразования распределений функций одномерных случайных величин

$$p(\sigma_n) = p(b) \left| \frac{db}{d\sigma_n} \right| \text{ при } b = \sqrt{\frac{\sigma_n}{\sigma_{cp}}}. \quad (2.4.6)$$

При оценках вероятностных показателей радиолокационного наблюдения и зон наблюдения (зон видимости) с заданными вероятностными показателями выбирают определенные модели распределений $p(b)$.

К моделям распределений предъявляются противоречивые требования: 1) простоты; 2) соответствия экспериментальным данным, причем для различных классов целей. Поскольку не удастся удовлетворить этим требованиям при использовании одной модели, вводят ряд теоретических моделей, в том числе связанных и не связанных с гипотезой нормального распределения мгновенных значений сигнала.

Наряду с заданием теоретических моделей проводят прямое моделирование интерференционного процесса формирования флуктуаций на ЭВМ.

2.4.3.1. Гипотеза нормального распределения мгновенных значений возникает из рассмотрения вторичного излучателя с большим числом независимых, примерно равноценных элементарных излучателей в отсутствие или при наличии одного доминирующего.

Рассмотрим векторные диаграммы рис. 2.4.2, а, б, относящиеся

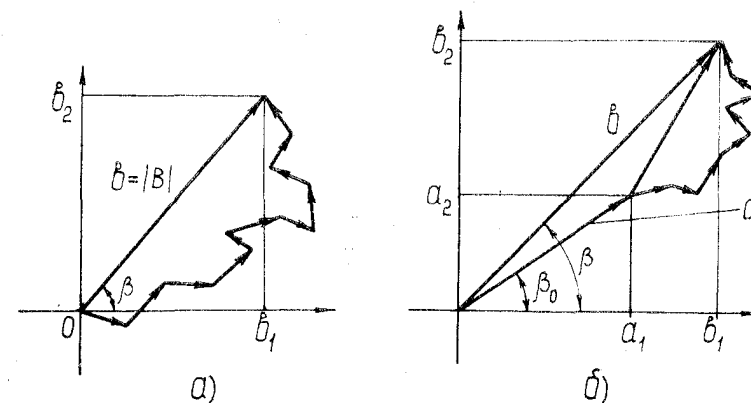


Рис. 2.4.2

к двум последним случаям. Видно, что каждый из *недоминирующих* излучателей вносит *независимый* (положительный или отрицательный) вклад в *квадратурные* составляющие b_1, b_2 , от которых зависит амплитуда $b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$. *Центральная предельная теорема теории вероятностей* (теорема Ляпунова) позволяет распространить на рассматриваемый случай (*наложения большого числа примерно равноценных независимых эффектов*) *нормальный закон распределения* с некоторой дисперсией D

$$p(b_{1,2}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} e^{-\frac{(b_{1,2} - a_{1,2})^2}{2D}}, \quad (2.4.7)$$

в котором $a_{1,2} = 0$ применительно к случаю рис. 2.4.2,а. Нормальное распределение *квадратурных* составляющих $b_{1,2}$ определяет нормальное распределение *мгновенных значений* (1), являющихся *линейными комбинациями* случайных b_1 и b_2 .

2.4.3.2. Введем *совместное распределение* $p(b_1, b_2)$ и перейдем от него к *распределениям* $p(b)$ и $p(\sigma_u)$ для системы *примерно равноценных вторичных излучателей без доминирующего* (рис. 2.4.2,а).

Полагая в (7) $a_{1,2} = 0$, потребуем, чтобы $\bar{b}^2 = \bar{b}_1^2 + \bar{b}_2^2 = 2D = 1$, откуда $D = 1/2$. Учитывая независимость *квадратурных составляющих*, находим

$$p(b_1, b_2) = p(b_1) p(b_2) = \frac{1}{\pi} e^{-(b_1^2 + b_2^2)}. \quad (2.4.8)$$

От *квадратурных составляющих* $b_1 = b \cos \beta$, $b_2 = b \sin \beta$ перейдем к модулю b и аргументу β комплексного множителя B . Совместная плотность вероятности величин b и β находится по *правилам преобразования двумерных законов распределения функционально связанных величин*

$$p(b, \beta) = p(b_1, b_2) \left| \frac{\partial(b_1, b_2)}{\partial(b, \beta)} \right|, \text{ где } b_{1,2} = b \begin{matrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{matrix}. \quad (2.4.9)$$

В (9) вошел *якобиан* преобразования, т. е. определитель, составленный из частных производных. Он в данном случае равен

$$\frac{\partial(b_1, b_2)}{\partial(b, \beta)} = \begin{vmatrix} \partial b_1 / \partial b & \partial b_1 / \partial \beta \\ \partial b_2 / \partial b & \partial b_2 / \partial \beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \beta & -b \sin \beta \\ \sin \beta & b \cos \beta \end{vmatrix} = b.$$

Интегрируя $p(b, \beta) = (b/\pi) \exp(-b^2)$ по β в пределах 2π , приходим к *распределению Релея амплитудного множителя*

$$p(b) = 2b e^{-b^2} \quad (2.4.10)$$

для $\bar{b}^2 = 1$. Интегрирование $p(b, \beta)$ по b от 0 до ∞ дает $p(\beta) = 1/2\pi$.

Подставляя (10) в (6), приходим к *экспоненциальному распределению эффективной поверхности*

$$p(\sigma_u) = \frac{1}{\sigma_{cp}} e^{-\sigma_u / \sigma_{cp}}. \quad (2.4.11)$$

На рис. 2.4.3,а,б,в представлены *законы распределения*: *нормальный* для $b_{1,2}$, *релеевский* для b и *экспоненциальный* для σ_u . Существенно *различие* этих законов. Величины $b_{1,2}$ принимают, в частности, и *положительные и отрицательные значения*, величины b, σ_u — только *положительные значения*.

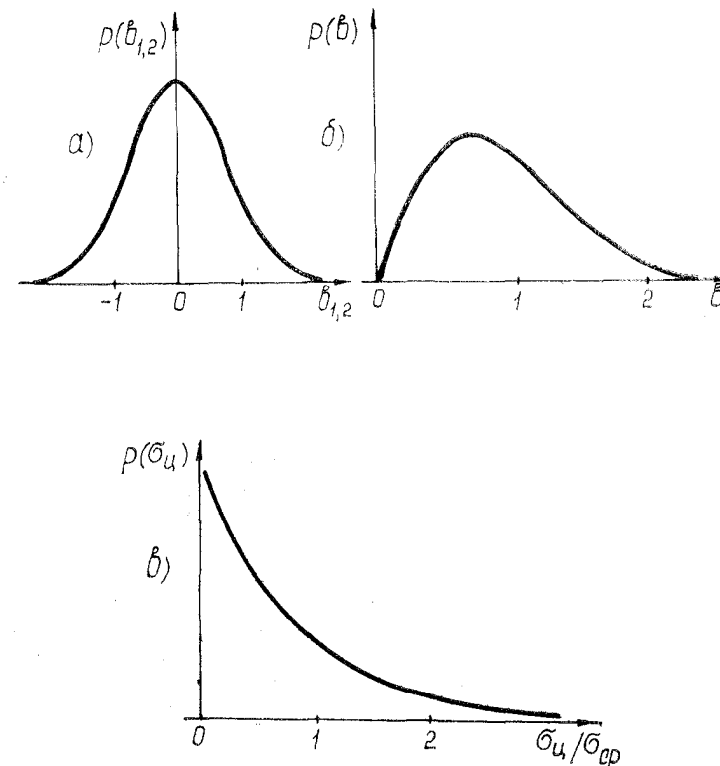


Рис. 2.4.3

2.4.3.3. Перейдем к случаю *наличия доминирующего вторичного излучателя среди большого числа примерно равноценных*.

Полагая в (7) $a_{1,2} \neq 0$, потребуем, чтобы

$$\bar{b}^2 = \bar{b}_1^2 + \bar{b}_2^2 = [a_1 + (b_1 - a_1)]^2 + [a_2 + (b_2 - a_2)]^2 = 1.$$

Здесь $(b_i - a_i)^2 = D$, $(b_i - a_i) = 0$ (где $i=1,2$), значения a_1, a_2 — неслучайные. Это значит, что $(a_1^2 + D) + (a_2^2 + D) = 1$ или $2D = 1 - a^2$, где $a^2 = a_1^2 + a_2^2$. В данном случае

$$p(b_1, b_2) = \frac{1}{\pi} \exp \left[-\frac{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}{1 - a^2} \right].$$

Выражение (9) остается без изменения. Релеевское и экспоненциальное распределения (10—11) переходят в соответствующие обобщенные:

$$p(b) = \frac{2b}{1 - a^2} \exp \left[-\frac{b^2 + a^2}{1 - a^2} \right] I_0 \left(\frac{2ab}{1 - a^2} \right); \quad (2.4.12)$$

$$p(\sigma_u) = \frac{1}{\sigma_{cp} - \sigma_0} \exp \left[-\frac{\sigma_u + \sigma_0}{\sigma_{cp} - \sigma_0} \right] I_0 \left(\frac{2\sqrt{\sigma_u \sigma_0}}{\sigma_{cp} - \sigma_0} \right).$$

Здесь $\sigma_0 = a^2 \sigma_{cp}$ — эффективная поверхность доминирующего вторичного излучателя; $\sigma_{cp} - \sigma_0 = (1 - a^2) \sigma_{cp} = \sigma_{cpH}$ — эффективная поверхность совокупности недоминирующих вторичных излучателей; $a = \sqrt{\sigma_0 / \sigma_{cp}}$. Среднее значение b^2 нормировано к единице.

В свою очередь,

$$I_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{u \cos(\beta - \beta_0)} d\beta \quad (2.4.13)$$

— модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, широко используемая также в последующих разделах. Ее график представлен на рис. 2.4.4; для сравнения пунктиром нанесена немодифицированная функция Бесселя $J_0(u)$.

Поскольку, $I_0(0) = 1$, то при $\sigma_0 = 0, a = 0$ обобщенные релеевское и экспоненциальное распределения переходят в необобщенные;

наоборот, при $\sigma_0 \gg \sigma_{cpH} = \sigma_{cp} - \sigma_0$ обобщенные распределения приближаются к нормальным (рис. 2.4.5, а, б).

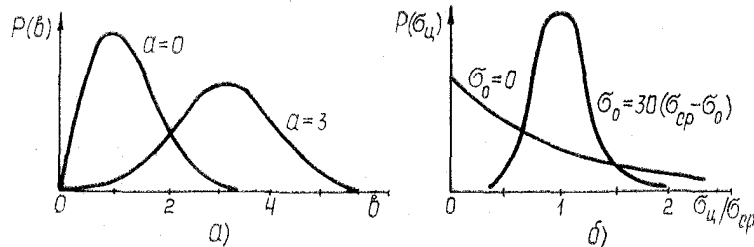


Рис. 2.4.5

2.4.3.4. Для описания распределений b и σ_u часто вводят модели, близкие к рассмотренным, но непосредственно не связанные с нормальным законом распределения.

Так, распределение амплитуд отраженных сигналов часто аппроксимируют распределениями Накагами с номерами $m=1, 2, 3, \dots$. При условии $M(b^2) = 1$ они определяются выражениями вида

$$p(b) = K_m b^{2m-1} e^{-mb^2}, \quad (2.4.14)$$

где $K_m = 2m^m / \Gamma(m)$ — нормирующий коэффициент; $\Gamma(m)$ — гамма-функция, равная $(m-1)!$ для $m > 1$ и 1 для $m = 1$.

Выражения (6), (14) приводят к гамма-распределениям эффективной поверхности

$$p(\sigma_u) = \frac{K_m}{2\sigma_{cp}} \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{cp}} \right)^{m-1} e^{-m\sigma_u/\sigma_{cp}}. \quad (2.4.15)$$

Распределения (14—15) представлены соответственно на рис. 2.4.6, а, б*.

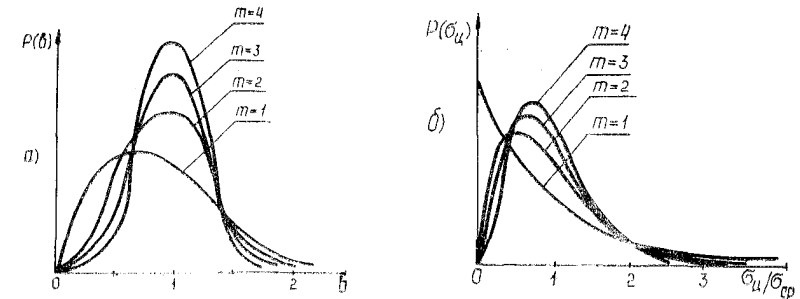


Рис. 2.4.6

При $m=1$ распределение Накагами (14) переходит в релеевское (8), а гамма-распределение (15) — в экспоненциальное (10), что соответствует цели с большим числом равноценных элементов. Цель с доминирующим элементом лучше описывается Накагами-и гамма-распределениями при $m=2$:

$$\left. \begin{aligned} p(b) &= 8b^3 e^{-2b^2}; \\ p(\sigma_u) &= 4 \frac{\sigma_u}{\sigma_{cp}^2} e^{-2\sigma_u/\sigma_{cp}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4.16)$$

* Гамма-распределение иначе — это распределения типа хи-квадрат с числом степеней свободы $2m$; распределение Накагами — это распределение величины хи при том же условии.

2.4.3.5. Наряду с рассмотренными используют *логарифмически-нормальные распределения*. Одним из критериев применимости моделей одномерного распределения является *отношение среднего значения эффективной поверхности к медианному* $\kappa_{\Pi} = \sigma_{\text{ср}}/\sigma_{\text{мед}}$. Медианным называют неслучайное значение $\sigma_{\text{мед}}$, вероятности превышения и не превышения которого случайным σ_{Π} составляют 1/2. Для экспоненциального закона (15) $m=1$ отношение $\kappa_{\Pi}=1,44$; при $m=2$ значение $\kappa_{\Pi}=1,18$. Близость реальных κ_{Π} самолетов к указанным подтверждает справедливость моделей.

Встречаются между тем цели, значения κ_{Π} которых превышают 10. Это — корабли и другие цели с клиновидными элементами. *Зеркальное отражение* от них при некоторых углах падения *увеличивает среднее значение*, заметно не увеличивая медианного. Более точным оказывается при этом *логарифмически-нормальное распределение*. Оно соответствует нормальному распределению логарифма случайной величины, $\sigma_{\Pi}^{\text{л}}$ в частности. В силу монотонности логарифмического преобразования $(\ln \sigma_{\Pi})_{\text{мед}} = \ln \sigma_{\text{мед}}$. Поэтому для

$$p(\sigma_{\Pi}) = p(\ln \sigma_{\Pi}) d \ln \sigma_{\Pi} / d \sigma_{\Pi}$$

получим

$$p(\sigma_{\Pi}) = \frac{1}{\sigma_{\Pi} \sqrt{2\pi D_0}} e^{-\frac{(\ln \sigma_{\Pi} - \ln \sigma_{\text{мед}})^2}{2D_0}} \quad (2.4.17)$$

Для распределения (17) значение $\sigma_{\text{ср}} = \sigma_{\text{мед}} e^{D_0/2}$, а отношение $\kappa_{\Pi} = e^{D_0/2}$. Величина κ_{Π} изменяется в пределах от 1 до ∞ . Примеры распределений (17) для различных κ_{Π} приведены на рис. 2.4.7.

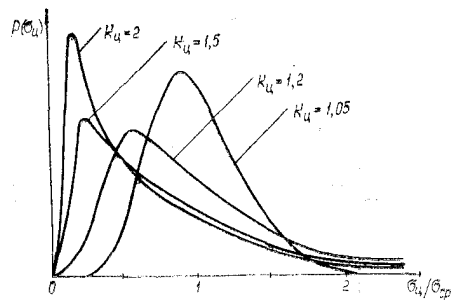


Рис. 2.4.7

Однако не все экспериментальные распределения аппроксимируются логарифмически-нормальными [22]. Вследствие ограниченного числа блестящих элементов реальные σ_{Π} и b для целей с малым числом блестящих элементов не принимают больших значений. Экспериментальные распределения аппроксимируют тогда распределениями Джонсона.

2.4.3.6. Распределениями Джонсона I, II, III типа называют *распределения случайных величин*

$$s_I = \varepsilon + \lambda \exp[z/\eta], \quad (2.4.18)$$

$$s_{II} = \varepsilon + \lambda \{ \exp[(\gamma - z)/\eta] + 1 \}^{-1}, \quad (2.4.19)$$

$$s_{III} = \varepsilon + \lambda \operatorname{sh}[(z - \gamma)/\eta], \quad (2.4.20)$$

нелинейно преобразованных из нормальных случайных величин z с единичной дисперсией и нулевым математическим ожиданием. Здесь η, λ — положительные, а γ, ε — положительные, нулевые или отрицательные параметры. Вели-

чины (18) или (19) ограничены соответственно с одной и с двух сторон. Величины (20) не ограничены. Распределение I типа — *логарифмически-нормальные*.

Тип распределения Джонсона подбирают по *центральному моменту* экспериментального распределения $\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (s - s_{\text{ср}})^k p(s) ds$ ($k=2,3,4$). Для этого на-

ходят коэффициент асимметрии $\beta_1 = \sqrt{\mu_3/\mu_2^3}$ и коэффициент эксцесса (тупо- или островершинности по сравнению с гауссовской кривой) $\beta_2 = (\mu_4/\mu_2^2) - 3$. Точка β_1, β_2 попадает обычно вне критической области рис. 2.4.8 и отождествляется с рекомендуемым типом распределения I, II, III. Параметры распределения выбирают по экспериментальным данным.

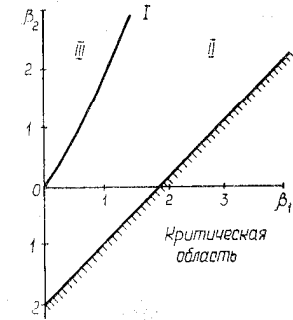


Рис. 2.4.8

2.4.3.7. Развитие электронной вычислительной техники позволяет моделировать случайные величины σ_{Π} или b . Для этого, используя стандартные программы, формируют случайные числа z с нормальным распределением, единичной дисперсией и нулевым математическим ожиданием. Значения z преобразуют в значения $s = \sigma_{\Pi}$ или $s = b$, например согласно выбранному из соотношений (18—20).

Сформированные значения s позволяют моделировать обнаружение или измерение параметров отраженных сигналов, но лишь за время, *меньшее времени* корреляции флюктуационной модуляции.

2.4.3.8. В более общем случае от моделирования случайных величин переходят к моделированию процесса флюктуационной модуляции сигнала. Предварительно моделируется изменяющееся относительно радиолокатора положение блестящих элементов движущейся цели. Амплитуды моделируют на основе соотношения, обобщающего (2.2.11):

$$\sigma_{\Pi} = \sum_i \sigma_i + 2 \sum_{i, k < i} \sqrt{\sigma_i \sigma_k} \cos \psi_{ik}. \quad (2.4.21)$$

2.4.4. Особенности отдельных видов реальных вторичных излучателей. Рассмотрим отдельно особенности вторичного излучения *сосредоточенных и распределенных* реальных вторичных излучателей.

2.4.4.1. Элементы *сосредоточенных* радиолокационных целей (самолетов, вертолетов, танков, автомашин, кораблей) не разрешаются, по определению, ни по угловым координатам, ни по дальности или скорости. Если такое разрешение достижимо (см. пункт 2.2.7.4), цель не считают сосредоточенной. Обилие типов целей и диапазонов частот радиолокационных средств приводит к измене-

нию соотношения между размерами цели и длиной волны в широких пределах. Чаще всего размеры целей значительно превышают длину волны.

В отдельных случаях конфигурация цели *простая*. Значительно чаще, например у корабля или самолета, она весьма *сложная*. Выпуклые гладкие участки проводящей поверхности образуют *блестящие элементы*. Кроме блестящих, встречаются *резонансные элементы* и *шероховатые* участки с диффузным рассеянием. Возбуждаемые элементами поля *интерferируют*. Характеристики обратного вторичного излучения *изрезаны* и носят многолепестковый характер. По аналогии с пластинкой *ширины* боковых лепестков оценивают величиной

$$\theta_{\lambda} = \lambda / 2l_{\lambda} \quad (2.4.22)$$

Здесь l_{λ} — эквивалентный размер цели, не превышающий геометрического размера ее проекции на плоскость, нормальную направлению визирования. Чем короче волна, тем уже лепестки. Это подтверждается характеристиками обратного вторичного излучения самолетов (рис. 2.4.9, а и б) для $\lambda = 0,1$ м и $\lambda = (3 \dots 5)$ м. Наибольшие

но на 10 дБ. Потери принимаемой энергии для *круговой поляризации* облучающих и принимаемых колебаний при одноканальном приеме (по результатам измерений на $\lambda = 30$ см) достигают 3 дБ, что связано с неодинаковым сдвигом фаз ортогональных компонентов отраженного поля при отражении от различных элементов цели.

2.4.4.2. Сложность геометрической формы целей несколько затрудняет теоретическую оценку их эффективных поверхностей. Широко используют поэтому *данные эксперимента*. Эксперимент проводят не только на реальных целях, но и на *моделях*. Сопоставляют при этом вторичное излучение модели и эталона (например, шара), что позволяет найти эффективные поверхности модели $\sigma_{\text{ц}}$ для разных ее ориентаций.

Характеристики модели воспроизводят реальные, если выполнены условия геометрического и электродинамического подобия. Для проводящих тел последнее условие

$$l_{\text{ц}}/l_{\text{м}} = \lambda_{\text{ц}}/\lambda_{\text{м}} = \sqrt{\sigma_{\text{ц}}/\sigma_{\text{м}}}$$

связывает геометрические размеры цели и модели с длинами волн облучающих их колебаний. Отсюда устанавливается связь искомой и измеренной на модели эффективных поверхностей. Наряду с этим изучают эффективные поверхности *отдельных блестящих элементов* (в частности, на моделях с использованием высокого дальностного и углового разрешения).

Примерные значения средних эффективных поверхностей обратного вторичного излучения целей сведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Радиолокационная цель	$\sigma_{\text{ср}}$, м ²
Крейсер, траулер, катер, транспортный самолет	$10^4, 10^3, 10^2$
Дальний бомбардировщик	$10 \dots 50$
Средний бомбардировщик	$5 \dots 20$
Истребитель	$1 \dots 5$
Рубка подводной лодки	1
Крылатая ракета	$0,3 \dots 0,8$

2.4.4.3. *Ширина спектра флуктуаций сосредоточенной цели* с точностью до близкого к единице коэффициента определяется отношением *скорости изменения ракурса цели* (угловой скорости) da/dt (рад/с или град/с) к *средней ширине лепестков* $\Delta\alpha$ *диаграммы обратного вторичного излучения* (рад или град)*. Под *ракурсом* α понимается угол между продольной осью цели и направлением на радиолокатор. Как и величина $\lambda/\Delta\alpha$, *ширина спектра пропорциональна отношению геометрических размеров цели к длине волны*.

Величина $(da/dt)_0$ для *неманеврирующей* аэродинамической цели тем больше, чем выше ее скорость v , меньше расстояние r и больше минимальное расстояние траектории цели до радиолокатора — ее *параметр* r . Для неразрешаемых групповых целей ширина спектра флуктуаций поэтому возрастает. При *разворотах* к величине $(da/dt)_0$ добавляется с соответствующим знаком *угловая скорость разворота* $\omega_p = a/v$, где $a = \omega_p^2 R = \omega_p v$ — центробежное ускорение, R —

* Турбинную модуляцию здесь не учитываем.

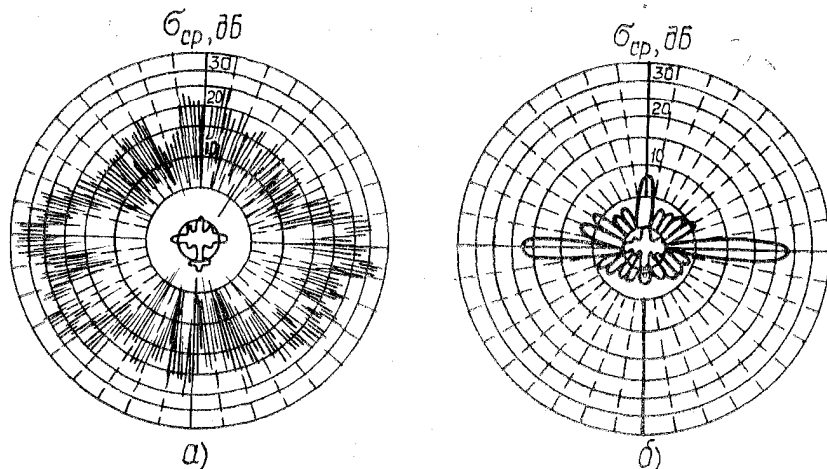


Рис 2.4.9

значения эффективных поверхностей $\sigma_{\text{ц}}$ имеют место при облучении с борта. Диапазон изменения $\sigma_{\text{ц}}$ велик (30...35 дБ на сантиметровых волнах).

Характеристики обратного вторичного излучения *зависят от поляризации*. Возможна *деполяризация*, т. е. изменение поляризации отраженного сигнала по сравнению с зондирующим. При *перекрестной линейной поляризации* приемной и передающей антенн эффективная поверхность на сантиметровых волнах снижается пример-

радиус разворота. Отношение величины a к ускорению силы тяжести g называют *перегрузкой*. Величина ω_p определяется, таким образом, значениями перегрузки и скорости v (тангенциальной в данном случае).

Пример 1. При тройной перегрузке разворачивающейся цели $a \approx 3 \cdot 9,8 \approx 30$ м/с². Если $v \approx 500$ м/с, то значение $\omega_p = 30/500 \approx 0,06$ рад/с, $R = v/\omega_p \approx 8$ км. Если кроме того, $l = 20$ м, $\lambda = 0,1$ м $(da/dt)_0 = 0$, то согласно (22) значение $\Delta\alpha \approx 0,1/2,20 = 1/400$ рад и ширина спектра флюктуации оценивается величиной $\omega_p/\Delta\alpha \approx 0,06/(1/400) = 24$ Гц.

Пример 2. Для неманеврирующей цели на малом интервале наблюдения, таком что $0 \leq vt \ll r$, значение $a \approx p/(r-vt) \approx pvt/r^2 + \text{const}$, откуда $(da/dt)_0 \approx \approx p/r^2$. При $p = 20$ км, $v \approx 0,5$ км/с, $r = 100$ км, $l = 40$ м, $\lambda = 0,1$ м значения $(da/dt)_0 \approx 50 \cdot 0,5/100 = 0,01$ рад/с, $\Delta\alpha \approx 1/800$ рад и ширина спектра флюктуаций $(da/dt)_0/\Delta\alpha \approx 8$ Гц.

Пример 3. При тех же, что и в примере 2, остальных условиях, цель групповая, состоящая из двух самолетов, $l_0 = 400$ м. В этом случае $\Delta\alpha \approx 1/80$ рад и ширина спектра флюктуаций 80 Гц.

2.4.4.4. Перейдем к *распределенным вторичным излучателям* в виде случайных скопления одиночных вторичных излучателей — капель воды, снежинок, свободных электронов, неоднородностей земной поверхности и т. д. Различают *некогерентное, частично-когерентное и когерентное* рассеяние электромагнитных волн от таких объектов.

2.4.4.5. *Некогерентное* рассеяние соответствует случаю, когда вторичные излучения элементов скопления накладываются со случайными фазами. Оно наблюдается, когда интервалы между этими элементами велики по сравнению с длиной волны λ , так что они возбуждаются независимо друг от друга. Средние эффективные поверхности неразрешаемых вторичных излучателей (см. разд. 2.3.2) при этом *суммируются*.

Распределенные некогерентные вторичные излучатели характеризуются *эффективной поверхностью единицы объема*

$$\eta = n_0 \sigma_0, \quad (2.4.23)$$

где n_0 — число вторичных излучателей в единице объема (их концентрация), σ_0 — средняя эффективная поверхность одного вторичного излучателя.

Эффективная поверхность разрешаемого объема V определяется выражением

$$\sigma_V = \eta V = n_V \sigma_0, \quad (2.4.24)$$

где $n_V = n_0 V$ — число вторичных излучателей в разрешаемом объеме.

Входящие в (23—24) значения σ_0 зависят от характера объектов. Для *гидрометеоров* в виде тумана и дождя согласно (2.2.6) ($\epsilon_r \gg 1$) значение $\sigma_0 = \pi^5 d^6 / \lambda^4$, где d^6 — усредненное значение шестой степени диаметра капли. График зависимости $\eta = \eta(\lambda)$ при различных интенсивностях дождя p (от умеренного до ливня) приведен на рис. 2.4.10, а. Для града и снега (исключая случаи покрытия кристаллов пленкой воды при таянии) интенсивность вторичного излучения снижена ($\epsilon_r \approx 3$). Формулами (23—24) можно

пользоваться также для облаков *дипольных* отражателей совместно с формулой (2.2.7а). Они применимы, наконец, при

некогерентном рассеянии от *ионизированных областей*, содержащих большое число свободных электронов, возбуждаемых падающей волной. Эффективная поверхность каждого из них определяется величиной 10^{-28} м², число их на м³ можно оценить по графикам 2.4.10, б, в. Гипотеза некогерентного рассеяния электронов оправдана в диапазоне *сантиметровых волн*.

2.4.4.6. Когда интервалы между элементарными вторичными излучателями малы по сравнению с длиной волны λ , наблюдается *когерентное* рассеяние. Промежуточный случай соответствует *частично* когерентному рассеянию. При когерентном рассеянии проявляется направленность вторичного излучения — приближение его к зеркальному отражению, приводящему к ослаблению обратного вторичного излучения во многих направлениях. Для волн метрового и дециметрового диапазонов частичная когерентность отражений от ионосферных образований выражена еще слабо. Ее можно учесть, введя в (23—24) множитель, меньший единицы, например 1/2.

2.4.4.7. Характерные различия некогерентного и когерентного рассеяния проявляются при *отражениях от земной поверхности*. «Шероховатость» последней приводит к случайным независимым отражениям отдельных участков, расстояния между которыми много больше длины волны λ .

Если принять за основу *модель диффузного отражения*, соответствующую закону Ламберта (п. 2.2.6.5), то

$$\eta = \eta_{\perp} \sin \epsilon. \quad (2.4.25)$$

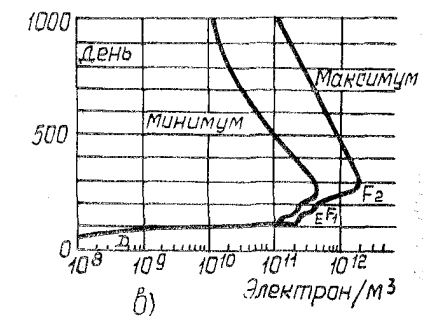
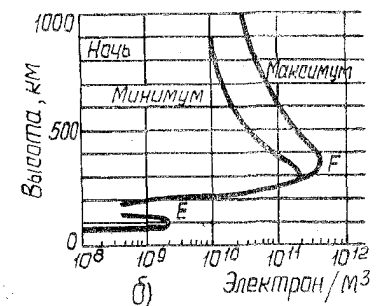
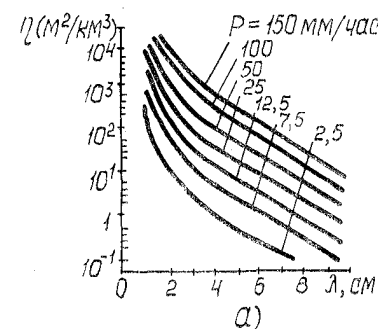


Рис. 2.4.10

Здесь η_{\perp} — эффективная поверхность вторичного излучения единицы площади реальной шероховатой поверхности при нормальном падении, угол $\epsilon = \epsilon_{\perp}$ соответствует рис. 2.2.12. Для идеальной диффузно-отражающей поверхности (лестистой, например) параметр $\eta_{\perp} = \text{const}$, для неидеальной $\eta_{\perp} = \eta_{\perp}(\epsilon_{\perp})$.

Когерентное рассеяние гладких участков земной поверхности приближается к зеркальному отражению.

Отличия крайних случаев зеркального и диффузного отражения существенно сказываются при радиолокационном обзоре земной поверхности с летательных аппаратов. Зеркально отраженные колебания практически не возвращаются, а диффузно рассеянные возвращаются к радиолокатору. На экранах индикаторов кругового (секторного) обзора гладкие участки поверхности (взлетно-посадочные полосы аэродромов, участки спокойной водной поверхности) затемнены по отношению к шероховатым (лес, кустарник, пашня и т. д.).

2.4.5. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните роль флюктуационного модулирующего множителя в выражении отраженного от сосредоточенной цели сигнала.
2. В каких случаях флюктуационную модуляцию цели можно свести и нельзя свести к стационарному случайному процессу? Поясните понятия этих процессов.
3. Поясните понятие корреляционной связи и корреляционной функции случайной модуляции отраженного от сосредоточенной цели сигнала. Поясните понятие энергетического спектра флюктуационной модуляции.
4. Поясните модели нормального распределения мгновенных значений отраженных колебаний. Какие распределения амплитуд этих колебаний и эффективных поверхностей целей им соответствуют?
5. Поясните использование распределений Накагами амплитуд отраженных колебаний и гамма-распределений эффективных поверхностей.
6. Дайте общую характеристику вторичного излучения реальных сосредоточенных радиолокационных целей.
7. Дайте общую характеристику вторичного излучения реальных объемно-поверхностно-распределенных объектов.

2.5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ И МОДЕЛИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ И ПОМЕХ

2.5.1. Энергия отраженного сигнала в свободном пространстве. На величину мощности и энергии принятого от цели сигнала существенно сказываются характеристики передающей и приемной антенн.

2.5.1.1. Реальные передающие антенны принято сопоставлять с ненаправленными антеннами без потерь, равномерно рассеивающими всю подводимую к ним мощность P . Поверхностная плотность (плотность) потока энергии S_0 [Дж/м²с = Вт/м²] на расстоянии r от центра такой антенны составит

$$S_0 = P/4\pi r^2. \quad (2.5.1)$$

Реальная радиолокационная антенна обладает значительной направленностью, ей свойственны и некоторые потери энергии. При

тех же r и P (величину P относим ко входу идущей от передатчика фидерной линии) создаваемая в произвольном направлении β , ϵ плотность потока энергии $S(\beta, \epsilon)$ отличается поэтому от S_0 . Ориентируя характеристику направленности на цель $\epsilon = \epsilon_{\perp}$, $\beta = \beta_{\perp}$, можно добиться значительного усиления плотности потока энергии в этом направлении. Безразмерное отношение

$$S(\beta, \epsilon)/S_0 = G(\beta, \epsilon) \quad (2.5.2)$$

называют коэффициентом усиления антенны. Этот термин распространяют на произвольные β, ϵ , хотя усиление излучения в одних направлениях связано с ослаблением в других.

Используя понятие коэффициента усиления, рассчитаем плотность потока энергии у цели, удаленной на расстояние r_1 от антенны:

$$S_{\perp} = P G/4\pi r_1^2. \quad (2.5.3)$$

Плотность потока энергии у приемной антенны, удаленной на расстояние r_2 от цели, в соответствии с (2.2.1) составит

$$S_{\text{пр}} = S_{\perp} \sigma_{\perp}/4\pi r_2^2. \quad (2.5.4)$$

Приемную антенну характеризуют ее эффективной поверхностью (площадью) приема

$$A = P_{\text{пр}}/S_{\text{пр}}, \quad (2.5.5)$$

представляющей собой отношение мощности $P_{\text{пр}}$, поступающей в нагрузку, к плотности потока энергии $S_{\text{пр}}$.

2.5.1.2. Определяя мощность $P_{\text{пр}} = A S_{\text{пр}}$ и используя (3—4), для разнесенного радиолокатора с одним пунктом приема найдем

$$P_{\text{пр}} = P G \sigma_{\perp} A / (4\pi)^2 r_1^2 r_2^2. \quad (2.5.6)$$

Для совмещенного радиолокатора ($r_1 = r_2 = r_{\perp}$) получим

$$P_{\text{пр}} = P G \sigma_{\perp} A / (4\pi)^2 r_{\perp}^4. \quad (2.5.7)$$

Относя изменения G, σ_{\perp}, A за время наблюдения к изменениям мощности $P = P(t)$ и интегрируя (7) по времени, перейдем к энергии

$$\mathcal{E}_{\text{пр}} = \mathcal{E} G \sigma_{\perp} A / (4\pi)^2 r_{\perp}^4. \quad (2.5.8)$$

Величины $P_{\text{пр}}, \mathcal{E}_{\text{пр}}$, как и величины σ_{\perp} , случайные. Переходя к их средним значениям (математическим ожиданиям), находим, в частности:

$$\mathcal{E}_{\text{пр ср}} = \mathcal{E} G \sigma_{\text{ср}} A / (4\pi)^2 r_{\perp}^4. \quad (2.5.9)$$

Мощность и энергия (7—9) отражений от сосредоточенных целей с фиксированными угловыми координатами обратно про-

порциональны четвертой степени расстояния $r_{ц}$. Столь сильная зависимость от $r_{ц}$ связана с двукратным рассеянием энергии на трассах распространения радиоволн до цели и обратно. Условия фиксации угловых координат и сосредоточенность целей исключают при этом зависимость входящих в (7—9) параметров G , A , $\sigma_{ц}$, $\sigma_{ср}$ от расстояния $r_{ц}$.

2.5.1.3. Учет возможных зависимостей G , A , $\sigma_{ц}$, $\sigma_{ср}$ от $r_{ц}$ может видоизменить (7—9) и, в частности, (9). Поясним это на примерах.

1. При изовысотном движении цели над плоской поверхностью $H_{ц} = \text{const}$ изменение ее дальности r связано с изменением угла места $\epsilon_{ц}$ согласно соотношению

$$\sin \epsilon_{ц} \approx H_{ц}/r_{ц}. \quad (2.5.10)$$

Пусть антенна одноканальной обзорной РЛС — дальномера: 1) общая для передачи и приема; 2) не изменяет угломестной характеристики направленности $F(\epsilon)$ (по полю рис. 2.1.6) в процессе наблюдения; 3) концентрирует энергию для меньших углов места, т. е. больших дальностей: $F(\epsilon_{ц}) < F(\epsilon_{\min}) = 1$, если $\epsilon_{ц} > \epsilon_{\min}$. Последнему требованию удовлетворяют, в частности, антенны с косекансной аппроксимацией характеристики направленности в некотором секторе углов места $\epsilon_{\min} < \epsilon_{ц} < \epsilon_{\max}$; ϵ_{\min} , ϵ_{\max} — граница плоского участка характеристики (на рис. 2.1.6 не показано):

$$F(\epsilon_{ц}) \approx K \operatorname{cosec} \epsilon_{ц} = K/\sin \epsilon_{ц}, \quad K = \sin \epsilon_{\min}.$$

При этом $G(\epsilon_{ц}) = G_m F^2(\epsilon_{ц})$, $A(\epsilon_{ц}) = A_m F^2(\epsilon_{ц})$, где G_m , A_m — значения коэффициента усиления антенны и ее эффективной поверхности приема для $\epsilon = \epsilon_{\min}$ (максимальные значения).

Вычисляя $F(\epsilon_{ц})$, заменяя при этом $\sin \epsilon_{ц}$ по формуле (10) и подставляя выражения $G(\epsilon_{ц})$, $A(\epsilon_{ц})$ в общую формулу (9), получаем

$$\mathcal{E}_{ср} \approx \mathcal{E} G_m \sigma_{ср} A_m \sin^4 \epsilon_{\min} / (4\pi)^2 H_{ц}^4. \quad (2.5.11)$$

Для заданного сектора углов места величина принимаемой энергии вообще не зависит от дальности $r_{ц}$ и обратно пропорциональна четвертой степени высоты цели $H_{ц}$. Аналогичный эффект возможен и в многоканальных обзорных РЛС рис. 2.1.8, а, б.

2. Распределенный вторичный излучатель полностью заполняет разрешаемый объем V в пределах неподвижного луча антенны. Величина V , а значит его средняя эффективная поверхность $\sigma_{ср}$, пропорциональна квадрату дальности $r_{ц}$ до разрешаемого объема. Среднее значение принимаемой энергии (9) обратно пропорционально второй (а не четвертой) степени расстояния $r_{ц}$. Рассмотренный случай полезен при оценке мешающего действия дождя и характерен для оценки работы специализированных метеорологических и ионосферных радиолокаторов.

3. При обзоре земной поверхности самолетным радиолокатором с изменением дальности $r_{ц}$ изменяются все сомножители входящего в (9) произведения $G \sigma_{ср} A$. Полагая поверхность плоской, обозначая высоту полета H , а текущий угол линии визирования с плоской поверхностью $\epsilon_{ц}$, придем к аналогичному (10) соотношению $\sin \epsilon_{ц} = H_{ц}/r_{ц}$. Геометрическая площадь разрешае-

мого элемента поверхности при облучении его радиопульсом без внутриимпульсной модуляции длительностью $\tau_{ц}$ и азимутальной разрешающей способности $\Delta\beta$ определяется величиной

$$S_{\text{геом}} = r_{ц} \Delta\beta \sigma_{ц} / 2 \cos \epsilon_{ц}.$$

Множитель $\cos \epsilon_{ц}$ в знаменателе учитывает ухудшение разрешающей способности по «горизонтальной» дальности относительно разрешающей способности по «наклонной». Используя приближение закона Ламберта (2.4.25), находим $\sigma_{ср} = S_{\text{геом}} \eta_{\perp} \sin \epsilon_{ц}$. Пусть значения G и A порознь пропорциональны $\operatorname{cosec}^2 \epsilon_{ц} \times \sqrt{\cos \epsilon_{ц}}$ в некотором угломестном секторе $\epsilon_1 < \epsilon_{ц} < \epsilon_2$. Тогда средняя энергия принимаемых от разрешаемых элементов отражений (9) непосредственно не зависит в этом секторе от дальности до элементов $r_{ц} = H \operatorname{cosec} \epsilon_{ц}$ и обратно пропорциональна кубу высоты полета H^3 .

2.5.2. Влияние поверхности и атмосферы Земли на энергию и другие параметры отраженного сигнала. Поверхность и атмосфера Земли сказываются в общем случае на распространении радиоволн до цели и обратно, а значит на формировании сигналов.

Кривизна Земли ограничивает чаще всего видимость целей пределами «радиогоризонта». В этих пределах возможна интерференция прямых сигналов с отраженными от земной поверхности.

Особенности атмосферы и, в частности, двух ее областей — тропосферы (до 10...15 км от Земли) и ионосферы (начиная с 60...80 км) могут приводить: 1) к различиям скоростей распространения с/п в элементах среды (с — скорость в пустоте, п — показатель преломления), а значит к искривлениям траекторий распространения радиоволн (рефракции); 2) к затуханию радиоволн вдоль траекторий; 3) к преобразованию поляризации (эффекту Фарадея); 4) к преобразованиям спектров сигналов.

Кратко обсудим влияние перечисленных эффектов. Оценку влияния сферичности Земли с учетом рефракции отнесем к разд. 2.5.3.

2.5.2.1. Основой для рассмотрения интерференционных явлений при отражении электромагнитных волн от Земли служит обычно модель зеркального отражения гармонических волн от плоской и гладкой поверхности раздела (рис. 2.5.1). Кривизна

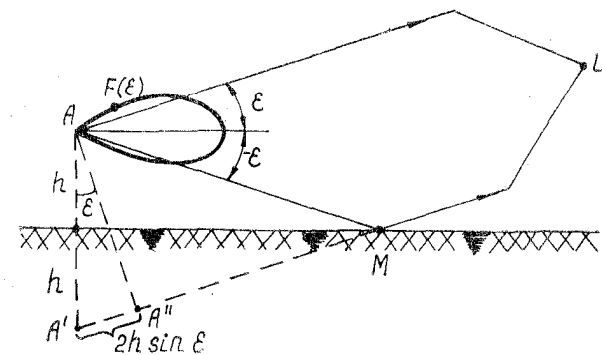


Рис. 2.5.1

земной поверхности в области отражения не играет обычно решающего значения. Кривизну поверхности и диффузную составляющую отражений учитывают обычно лишь в форме поправок.

Поле дальней зоны у цели образуется как результат интерференции прямой $E_0 F(\varepsilon)$ и отраженной от поверхности раздела $E_0 F(-\varepsilon) e^{-j\Delta\varphi(h)}$ волн. Здесь: $\varepsilon = \varepsilon_{\text{ц}}$ — угол места, отсчитываемый от горизонта; $F(\pm\varepsilon)$ — значения комплексной характеристики направленности антенны по полю без учета влияния Земли; $p = |r| e^{-j\varphi_p}$ — комплексный коэффициент отражения с модулем $|r|$ и фазой φ_p ; $\Delta\varphi(h) = 2\pi(2h \sin \varepsilon)/\lambda$ — сдвиг фаз колебаний отраженной волны (по отношению к прямой волне) за счет разности хода $A'A'' \approx 2h \sin \varepsilon$, где h — высота „центра“ антенны.

Результат интерференции сводится к произведению поля прямой волны $E_0 F(\varepsilon)$ и комплексного множителя Земли

$$F_{\text{зем компл}}(\varepsilon) = 1 + p e^{-j\Delta\varphi(h)} F(-\varepsilon)/F(\varepsilon). \quad (2.5.12)$$

Множитель (12) учитывает переход к эквивалентной антенной системе, включающей наряду с антенной A ее зеркальное изображение A' с измененными в p раз токами (полями в раскрыве). Модуль множителя (12), иначе, множитель Земли (вещественный) имеет вид

$$F_{\text{зем}}(\varepsilon) = \sqrt{1 + |p|^2 \left| \frac{F(-\varepsilon)}{F(\varepsilon)} \right|^2 + 2|p| \left| \frac{F(-\varepsilon)}{F(\varepsilon)} \right| \cos[\varphi_p + \varphi_F + \Delta\varphi(h)]}, \quad (2.5.13)$$

где $\varphi_F = \arg F(\varepsilon) - \arg F(-\varepsilon)$.

Множители Земли на прием рассчитывают по тем же формулам (12—13), что и на передачу. Их значения могут не совпадать при различиях приемной и передающей антенн.

Среднее значение энергии принимаемого сигнала $\mathcal{E}_{\text{пр ср}}$ выражается в общем случае как произведение этого значения $\mathcal{E}_{0\text{пр ср}}$ для свободного пространства и квадратов множителей Земли на передачу (индекс 1) и прием (индекс 2) для $\varepsilon = \varepsilon_{\text{ц}}$:

$$\mathcal{E}_{\text{пр ср}} = \mathcal{E}_{0\text{пр ср}} F_{\text{зем 1}}^2(\varepsilon_{\text{ц}}) F_{\text{зем 2}}^2(\varepsilon_{\text{ц}}). \quad (2.5.14)$$

При использовании единой приемо-передающей антенны множители Земли на передачу и прием совпадают.

Крайними случаями использования (12—14) являются случаи «отрыва» и симметрии характеристики направленности антенны РЛС по отношению к поверхности раздела.

В случае „отрыва“ значения $|F_{1,2}(-\varepsilon_{\text{ц}})| \ll |F_{1,2}(\varepsilon_{\text{ц}})|$ и $F_{\text{зем 1,2}}(\varepsilon_{\text{ц}}) \approx 1$, т. е. справедливы формулы свободного пространства.

Случай симметрии характеристики направленности $|F_{1,2}(-\varepsilon_{\text{ц}})| = |F_{1,2}(\varepsilon_{\text{ц}})|$ рассмотрим при дополнительном предположении $p = -1$ ($|r| = 1$, $\varphi = 180^\circ$), характерном для спокойной поверхности моря на сантиметровых и более длинных волнах и для гладкой поверхности суши на метровых волнах. При этом

$$F_{\text{зем}}(\varepsilon) = \sqrt{2[1 - \cos(4\pi h \sin \varepsilon/\lambda)]} = 2|\sin(2\pi h \sin \varepsilon/\lambda)|. \quad (2.5.15)$$

График зависимости (15) для $h/\lambda = 3$ представлен на рис. 2.5.2; число лепестков вдвое больше h/λ . По сравнению с $\mathcal{E}_{0\text{пр ср}}$ значения $\mathcal{E}_{\text{пр ср}}$ возрастают в отдельных направлениях в 16 раз, снижаясь в других до нуля.

В наиболее общем случае значения $|r|$, φ_p , а значит и множители Земли, определяются видом поверхности вблизи РЛС (море, суша), ее состоянием (спокойное, взволнованное море), разновидностью (песок, поле, кустарник, лес), длиной волны λ и поляризацией электромагнитных колебаний.

Область формирования отраженного от поверхности сигнала ориентировочно определяют по первой зоне Френеля в окрестности зеркальной точки отражения M , хотя, как это было видно из разд. 2.2.7, в отдельных случаях могут влиять и другие зоны. Влияние сферичности Земли сказывается только при очень больших h и ε . Отражению от Земли сигнала с очень большой полосою сопутствует трансформация, например, «двоение» принимаемого сигнала (рис. 2.3.1, в). В отсутствие двоения возможно блуждание центра антенной системы по прямой AA' (рис. 2.5.1). Как и блуждание центра вторичного излучения, оно ведет к ошибкам измерения.

2.5.2.2. Искривление траектории распространения (явление рефракции) связано с изменением коэффициентов преломления тропосферы и ионосферы, главным образом, по высоте H . В зависимости от знака и величины $(-dn/dH)$ различают случаи отрицательной рефракции $(-dn/dH) < 0$ (кривая 1 рис. 2.5.3), нулевой $(-dn/dH) = 0$ (там же, прямая 2) и положительной рефракции $(-dn/dH) > 0$ (там же, кривая 3).

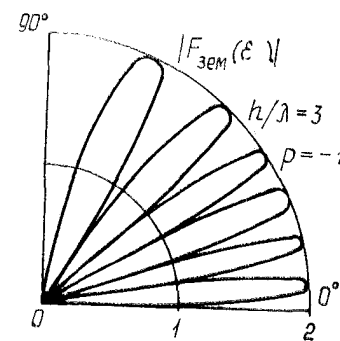


Рис. 2.5.2

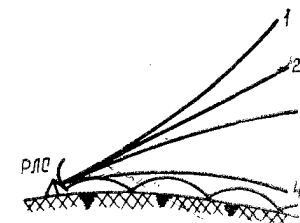


Рис. 2.5.3

Для тропосферы наиболее характерна положительная (нормальная) рефракция $(-dn/dH) > 0$. Нижние слои атмосферы при этом оптически плотнее верхних. Вследствие преломления траектория радиоволн прижимается к Земле. Заменяя при расчетах эту траекторию прямолинейной, ее «прижатие» учитывают «отжатием» поверхности Земли. Истинный радиус Земли заменяется при этом эффективным. Замену проводят для стандартной

модели тропосферы $(-dn/dH) \approx 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} = \text{const}$, относящейся к средним широтам. Эффективный радиус Земли составляет 4/3 от истинного (8500 км вместо 6400 км).

Нерегулярно возникают и явления *тропосферной свехрефракции* (кривые 4,5 рис. 2.5.3). Они наблюдаются летом над морем, а в утренние часы, когда нижние слои воздуха охлаждены и насыщены влагой, и в степных районах. Энергия концентрируется в *тропосферном волноводе* высотой 40 ... 200 м.

Ионосферная рефракция связана с изменением по высоте H электронной концентрации $N_e = N_e(H) [\text{м}^{-3}]$. Это ведет к изменению показателя преломления в зависимости от частоты f [Гц] для радиолокационного диапазона вида

$$n \approx 1 - 40 N_e(H) / f^2. \quad (2.5.16)$$

Концентрация $N_e(H)$ зависит от времени суток (день, ночь), от фазы цикла солнечной активности, возрастая при ионизации атмосферой солнечным излучением и действием возмущающих факторов (например, ядерного взрыва [35]). Обычно в произвольный момент времени наблюдается *максимум электронной концентрации $N_e(H)$ по высоте*. Вплоть до этого максимума ионосферная рефракция *положительная*. После максимума она переходит в *отрицательную*.

На коротких волнах наблюдается регулярная *ионосферная свехрефракция* (рис. 2.5.4), что позволяет принимать отраженные сигналы с использованием *односкачковых* и *многоискачковых отражений* от ионосферы и Земли, открытых советским ученым Н. И. Кабановым. Это определяет возможность *возвратно-наклонной загоризонтной радиолокации*, хотя картина в действительности сложнее, чем на рис. 2.5.4. Ее усложнение связано с не очень высокой направленностью коротковолновых антенн и эффектами волноводного распространения в ионосфере.

2.5.2.3. Оценим рефракционные изменения направления, прихода радиоволн короче 1—2 м в процессе распространения по траектории ЦО (рис. 2.5.5), соот-

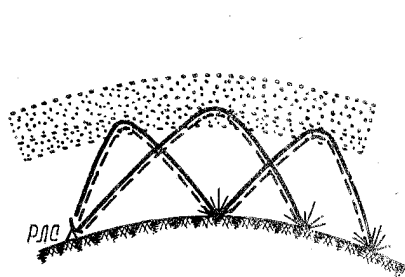


Рис. 2.5.4

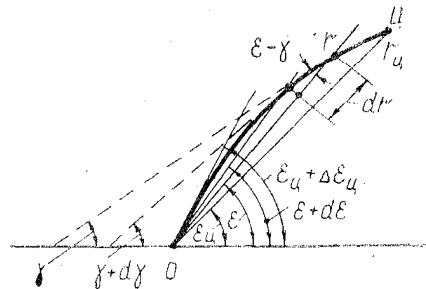


Рис. 2.5.5

ветствующей нормальной рефракции. Если в пределах углового сектора от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ коэффициент преломления равен n , то несколько левее и ниже он составит $n + dn$. Пусть направление распространения в пределах сектора составляет с горизонтом угол γ , а с левой границей сектора $\varepsilon - \gamma$. Соответствующие углы для преломленной волны составят $\gamma - d\gamma$ и $\varepsilon - (\gamma - d\gamma)$.

Условие преломления $(n + dn) \cos(\varepsilon - \gamma + d\gamma) = n \cos(\varepsilon - \gamma)$ переходит с точностью до малых высшего порядка при $n \approx 1$, $|\varepsilon - \gamma| \ll 1$ в *дифференциальное условие преломления* $(\varepsilon - \gamma)d\gamma \approx dn$.

Из тождества двух представлений меньшего катета треугольника со стороны dr приходим к *геометрическому условию* $(\varepsilon - \gamma) \cdot (-dr) = r d\varepsilon$.

Поделив дифференциальное условие преломления на геометрическое, придем к уравнению

$$\frac{d\gamma}{dr} = - \frac{1}{r} \frac{dn}{d\varepsilon}.$$

Используя выражение дифференциала произведения $d[(\varepsilon - \gamma)r] = (\varepsilon - \gamma)dr + r d(\varepsilon - \gamma)$, заменяя $(\varepsilon - \gamma)dr = -r d\varepsilon$ из геометрического условия и поделив на dr , придем ко второму уравнению

$$\frac{d[(\varepsilon - \gamma)r]}{dr} = - \frac{d\gamma}{dr} = \frac{dn}{d\varepsilon}.$$

Проинтегрируем по траектории распространения от $r=0$ до $r=r_u$ каждое из двух найденных уравнений, спрямив траекторию ввиду малости $\Delta\varepsilon_u$. Из первого уравнения найдем интеграл $\gamma(r_u) - \gamma(0) = \gamma(r_u) - (\varepsilon_u + \Delta\varepsilon_u)$, из второго $\varepsilon_u - \gamma(r_u)$. Вычитая из второго интеграла первый, находим

$$\Delta\varepsilon_u = \int_0^{r_u} \left(\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r} \right) \frac{dn}{d\varepsilon} dr. \quad (2.5.17)$$

Входящая в (17) производная $dn/d\varepsilon$ заменяется произведением производных

$$(dn/dH)(dH/d\varepsilon) = (dn/dH)r \cos \varepsilon.$$

В *тропосфере* при стандартной рефракции $dn/dH \approx -4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$. На малых углах места $\cos \varepsilon \approx 1$ и значение

$$|\Delta\varepsilon_u| \approx 0,5 r_u |dn/dH|$$

составляет 2 миллирадиана на каждые 100 км дальности.

Если рефракция учтена уже путем перехода к эффективному радиусу Земли, тропосферная ошибка измерения определяется отклонением значений dn/dH вдоль траектории распространения от стандартных.

Для ионосферы с «усредненным» распределением $N_e(H)$ численные значения $\Delta\varepsilon_u$, соответствующие (17), меньше, чем для тропосферы, даже на длине волны 1 м.

Определенное влияние на рефракцию оказывают неоднородности тропосферы и ионосферы.

2.5.2.4. Рассмотрим особенности затухания радиоволн в различных слоях атмосферы и его влияние на энергию отраженного сигнала.

Затухание радиоволн в тропосфере вызывается поглощением и рассеянием их энергии свободными молекулами кислорода и водяного пара, частицами конденсированной влаги и пыли. В силу экспоненциального закона убывания энергии на однородных трассах затухание B выражают в логарифмических единицах дБ/км.

Величина B зависит от длины волны λ . Имеются резонансные максимумы поглощения (рис. 2.5.6, а) молекулами кислорода (0,25; 0,5 см) и водяного пара (0,075; 0,015; 1,35 см). Наибольшее затухание (рис. 2.5.6, б) вносят частицы влаги в случае ливней. И более слабые дожди, туманы приводят на миллиметровых и сантиметровых волнах к значительным затуханиям.

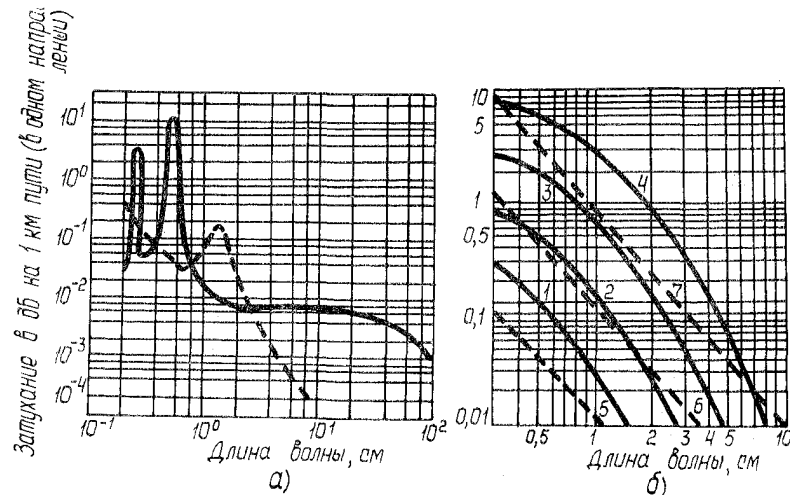


Рис. 2.5.6. Затухание в дБ на 1 км пути в одном направлении: а) в кислороде (сплошная линия), в водяном паре $7,5 \text{ г/м}^3$ (штриховая линия); б) в дожде (сплошные линии, 1 — для моросящего дождя $0,25 \text{ мм/ч}$, 2 — для слабого 1 мм/ч , 3 — для среднего 4 мм/ч , 4 — для сильного 16 мм/ч) и в тумане (штриховые линии, 5 — для слабого при видимости 600 м , 6 — для среднего — 130 м , 7 — для сильного — 30 м).

Затухание радиоволн в ионосфере вызывается расходом энергии на возбуждение колебательного движения электронов. Последние частично рассеивают ее, переизлучая в направлениях, отличных от направления распространения (некогерентное или частично-когерентное рассеяние, см. раздел 2.4.4). Определенную часть они отдают ионам и нейтральным атомам при соударениях. Величина B [дБ/км] пропорциональна при этом электронной концентрации N_e [м^{-3}] и обратно пропорциональна квадрату частоты. За исключением случаев коротковолновой возвратно-наклонной локализации и каких-либо аномалий (типа ядерных взрывов) при ультракоротковолновой локализации затухание на ионосферной трассе распространения невелико.

Влияние затухания радиоволн в атмосфере (тропосфере и ионосфере) на среднюю энергию отраженного сигнала учитывают по формуле

$$\mathcal{E}_{\text{пр ср}} = \mathcal{E}_{0 \text{ пр ср}} F_{\text{атм 1}}^2 F_{\text{атм 2}}^2. \quad (2.5.18)$$

Множители атмосферы $F_{\text{атм 1,2}}$ характеризуют ослабления поля на трассах до цели и обратно, их квадраты — ослабления мощности. Для однородных трасс

$$F_{\text{атм}}^2 = 10^{-0,1 B}, \quad F_{\text{атм}} = 10^{-0,05 B}, \quad (2.5.19)$$

где B выражают в дБ/км, а g — в км. Для кусочно-однородных трасс произведения Bg в (19) заменяются суммами аналогичных произведений. При сверхрефракции (волноводном распространении) множители $F_{\text{атм 1,2}}$ могут оказаться больше единицы.

2.5.2.5. Преобразование поляризации (эффект Фарадея) имеет место при распространении электромагнитных волн в анизотропных средах. К их числу относится ионосфера, анизотропия которой вызывается магнитным полем Земли. Движущиеся в этом поле электроны подвергаются воздействию сил Лоренца. На колебательное движение их вдоль поля E линейно-поляризованной волны накладывается поэтому синхронное колебательное движение в перпендикулярном направлении, особенно при распространении волны вдоль линий магнитного поля. Плоскость поляризации суммарных электронных токов поэтому поворачивается, вызывая поворот плоскости поляризации линейно-поляризованной волны. Угол поворота θ в миллирадианах на километр траектории распространения с точностью до коэффициента ($\approx 0,3 \cdot 10^{-12}$) для ультракоротких волн сводится к произведению: 1) проекции H_r [А/м] вектора H напряженности геомагнитного поля на траекторию распространения радиоволны; 2) числа электронов $N_{\text{эл}}$ в километровой столбе площадью λ^2 [м²] вдоль этой траектории. Чем больше длина волны λ , тем больше угол поворота θ .

Эллиптически поляризованная волна разлагается на две плоско-поляризованные. Поворот плоскости поляризации каждой из них приводит к повороту результирующего эллипса поляризации волны. Преобразование нормированного вектора поляризации s (см. раздел 2.2.3) описывается матрицей поворота

$$P_{\text{пов}} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.5.20)$$

Круговая поляризация преобразуется при повороте в такую же круговую, но с измененной фазой.

Поляризационные преобразования на пути до цели и обратно, характеризующие матрицами поворота $P_{\text{пов 1}}$, $P_{\text{пов 2}}$, дополняют поляризационные преобразования при вторичном излучении; индексы 1, 2 учитывают наиболее общий случай разнесенной локализации.

Выражение эффективной поверхности цели при одноканальном поляризационном приеме (2.2.4) преобразуется к виду

$$\sigma_{\text{ц}} = |s_{\text{пр}}^* P_{\text{пов 2}} A P_{\text{пов 1}} s_{\text{перед}}|^2. \quad (2.5.21)$$

В условиях двухканального (полного) поляризационного приема

$$\sigma_{\text{ц}} = |P_{\text{пов 2}} A P_{\text{пов 1}} s_{\text{перед}}|^2.$$

Пусть

$$A = \sqrt{\sigma_{\text{ц0}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad s_{\text{перед}} = s_{\text{пр}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

А матрицы $P_{\text{пов}} = P_{\text{пов 1}} = P_{\text{пов 2}}$ определяются выражением (20). Тогда при одноканальном приеме $\sigma_{\text{ц}} = \sigma_{\text{ц0}} \cos^2 2\theta$, что свидетельствует о возможности поляризационных замираний при малых значениях $\cos^2 2\theta$. При полном поляризационном приеме, когда $\sigma_{\text{ц}} = \sigma_{\text{ц0}} (\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta) = \sigma_{\text{ц0}}$, замирания исключаются.

2.5.2.6. Преобразование фазочастотного спектра отраженного сигнала без учета движения цели сводится к введению в него зависящих от параметров

атмосферы и частоты фазовых запаздываний. На трассах $l_{1,2}$ передатчик—цель и цель—приемник (приближенно спрямляемых) они составляют

$$\psi_{1,2}(f) = \frac{2\pi f}{c} \int_{l_{1,2}} n(l, f) dl \approx \frac{2\pi f}{c} \int_0^{r_{ц1,2}} n(r, f) dr. \quad (2.5.22)$$

Для тропосферы зависимости (22) близки к линейным функциям частоты $\psi_{1,2}(f) = 2\pi f t_{з1,2}$, что соответствует неискаженному воспроизведению сигналов с запаздываниями $t_{з1,2}$. Вследствие повышенной оптической плотности (от 1,0004 до 1 на интервале высот 1...10 км при стандартной рефракции), запаздывание увеличивается по сравнению со свободным пространством на 0,02...0,04% (примерно на 60...120 м для дальности 300 км).

Для ионосферы приращение фазы на километр пути волны

$$\Delta\psi_{1,2}(f, r) \approx \frac{2\pi f}{c} [1 - 40 N_0(r)/f^2].$$

Здесь f — частота в Гц; $N_0(r)$ — концентрация электронов в m^{-3} ; $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света. Время группового запаздывания (2.3.2) на километр пути определяется отнесенной к 2π производной по частоте f . В микросекундах оно составит

$$\Delta t_{гp1,2}(f, r) \approx 3,33 [1 + 40 N_0(r)/f^2]. \quad (2.5.23)$$

Значения $N_0(r)$, даже в дневное время, для максимума солнечной активности, не превосходят обычно $2 \cdot 10^{12}$. Поправочное слагаемое на частоте 1 ГГц не превосходит 0,01%, что меньше, чем для тропосферы. Зависимость (23) от частоты свидетельствует о возможности дисперсии — растяжения коротких радиоимпульсов в ионосфере. В отсутствие адаптации это ограничивает используемую полосу частот.

2.5.2.7. Преобразование спектров при движении цели в обычном приближении $v_r/c \ll 1$ сводится к особому рода смещению на доплеровскую частоту

$$F_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [\psi_1(f, t) + \psi_2(f, t)].$$

При $n = \text{const}$ процентное изменение F_d определяется процентным изменением λ (а значит, половинным значением отклонения n от единицы в процентах). На величине F_d сказывается в общем случае зависимость n от координат и времени. Учет радиальной слоистости (исключающей рефракцию) показывает, что частоту F_d в отличие от времени запаздывания определяет не среднее (по траектории), а локальное значение n , т. е. значение n в окрестности цели. В общем случае дополнительно влияют эффекты нестационарности ($dn/dt \neq 0$) и эффекты рефракции, накапливаемые вдоль траектории. Все эти особенности имеют в некоторых случаях существенное значение.

2.5.3. Уравнение дальности и зоны видимости активных РЛС. Введем среднее значение энергии отраженного сигнала с учетом множителей Земли и атмосферы

$$\mathcal{E}_{пр ср} = \frac{\mathcal{E}_1 \sigma_{ср} A_2}{(4\pi)^2 r_1^2 r_2^2} F_{зем1}^2 F_{зем2}^2 F_{атм1}^2 F_{атм2}^2. \quad (2.5.24)$$

Известна связь между параметрами G и A одной и той же антенны при согласовании ее с нагрузкой в режиме приема

$$G = 4\pi A/\lambda^2, \quad A = \lambda^2 G/4\pi. \quad (2.5.25)$$

Поэтому коэффициенту усиления передающей антенны G и эффективной поверхности приемной A приданы в (24) индексы. Это позволяет переходить при необходимости к однородным параметрам обеих антенн — только к коэффициентам G или к эффективным поверхностям A . Множители F в (24) учитывают условия распространения. Последние влияют в общем случае и на поляризацию сигнала, а значит, на входящую в (24) величину $\sigma_{ср}$.

2.5.3.1. При любом радиолокационном наблюдении, обнаружении в частности, *существен случайный характер как отраженного сигнала, так и помех радиоприему*. Сигнал обнаруживается с определенными вероятностями пропуска и ложного обнаружения. Чтобы последние не превышали допустимых, энергия (24) должна быть не меньше минимальной (пороговой) энергии

$$\mathcal{E}_{пр ср} \geq \mathcal{E}_{пр min}. \quad (2.5.26)$$

Наряду с допустимыми вероятностями ошибок величина $\mathcal{E}_{пр min}$ зависит от ряда факторов. К ним относится *степень детерминированности сигнала или его случайности* из-за флюктуационной модуляции, что учитывается принятой моделью сигнала и выбором ее параметров. Существенное значение имеет *уровень и характер помех*, что учитывается моделями помех и выбором их параметров. Эти модели определяют возможности обнаружения при оптимальной обработке принимаемых колебаний. Отступления от оптимальности повышают значения $\mathcal{E}_{пр min}$.

Анализ зависимостей $\mathcal{E}_{пр min}$ от различных факторов, а также возможностей и путей снижения $\mathcal{E}_{пр min}$ проводится ниже. Ограничимся пока примером обнаружения радиоимпульса длительности τ_n без внутриимпульсной модуляции на фоне стационарного шума с равномерным распределением мощности по спектру; по аналогии с белым светом его называют белым шумом. Белый шум характеризуется не зависящей от частоты f спектральной плотностью мощности N_0 [Вт/Гц = Дж]. Выявим на данном примере достаточно общую (как увидим) связь $\mathcal{E}_{пр min}$ и N_0 .

Основная часть энергии рассматриваемого радиоимпульса сосредоточена в близкой к $1/\tau_n$ полосе частот. Подавляя спектральные составляющие вне этой полосы, ослабляют шум, существенно не ослабляя сигнала. Требуемое качество обнаружения обеспечивают при достаточно большом отношении средних мощностей принимаемого сигнала и шума $P_{пр}/P_{ш}$ или, что то же самое, при достаточно большом отношении произведений $P_{пр}\tau_n/P_{ш}\tau_n$. Но произведение $P_{пр}\tau_n$ характеризует энергию принимаемого сигнала $\mathcal{E}_{пр}$. Произведение же $P_{ш}\tau_n$ соответствует отношению $P_{ш}/(1/\tau_n)$ мощности шума к полосе частот приемника. Его можно истолковывать как спектральную плотность мощности шума N_0 [Вт/Гц = Вт·с = Дж].

Отношения $\mathcal{E}_{пр}/N_0$ и $P_{пр}/P_{ш}$, требуемые для наблюдения сигнала на фоне шума с заданными показателями качества, называют коэффициентами различимости. Таким образом,

$$\mathcal{E}_{пр min}/N_0 = K_{разл}$$

а значит $\mathcal{E}_{\text{пр min}} = K_{\text{разл}} N_0$. Коэффициенты различимости $K_{\text{разл}}$ можно найти из теории или эксперимента. *Пороговой энергией* $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$ обычно удобнее пользоваться, чем *пороговой мощностью* $P_{\text{пр min}} = K_{\text{разл}} N_0 / \tau_{\text{ц}}$ в силу меньшей зависимости ее от параметров сигнала (при наличии внутримпульсной модуляции, в частности, см. разд. 3.2).

2.5.3.2. Рассчитаем *максимальную дальность обнаружения сосредоточенной цели*, обеспечиваемую *совмещенным* радиолокатором при несвязанных с дальностью параметрах $\sigma_{\text{ср}}$, G , A , $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$ (приемная и передающая антенны в общем случае *различные*). Подставляя (24) в (26) при $\gamma = \gamma_{\text{max}}$, $F_{\text{атм 1}} = F_{\text{атм 2}} = 1$ и заменяя знак неравенства знаком равенства, находим

$$\gamma_{\text{max}} = \gamma_{\text{ом}} \sqrt{F_{\text{зем 1}} F_{\text{зем 2}}}. \quad (2.5.27)$$

Здесь $\gamma_{\text{ом}}$ — максимальная дальность обнаружения в свободном пространстве

$$\gamma_{\text{ом}} = \sqrt[4]{\mathcal{E} G \sigma_{\text{ср}} A / (4\pi)^2 \mathcal{E}_{\text{пр min}}}. \quad (2.5.28)$$

Существенно, что *дальность $\gamma_{\text{ом}}$ обратно пропорциональна корню четвертой степени из: 1) отношения $\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{пр min}}$; 2) произведения GA ; 3) значения $\sigma_{\text{ср}}$* . Как и значения $G = G(\beta_{\text{ц}}, \epsilon_{\text{ц}})$, $A = A(\beta_{\text{ц}}, \epsilon_{\text{ц}})$, уравнения (27–28) относятся к фиксированному угловому направлению $\beta = \beta_{\text{ц}}$, $\epsilon = \epsilon_{\text{ц}}$. Из условия

$$\gamma_{\text{ц}} = \gamma(\beta_{\text{ц}}, \epsilon_{\text{ц}}) \leq \gamma_{\text{max}}(\beta_{\text{ц}}, \epsilon_{\text{ц}}) \quad (2.5.29)$$

находится *зона обнаружения конкретного класса (типа) целей*.

При измерении параметров задаются допустимыми вероятностными показателями ошибок (их среднеквадратичными значениями, в частности). Этим определяется значение $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$, а значит *максимальная дальность и зона измерения*.

Понятия зон обнаружения и измерения объединяют в понятие *зон видимости* (зон радиолокационного наблюдения). Для радиолокаторов сопровождения целей вводят *зоны сопровождения*.

Все эти понятия имеют *статистический* (вероятностный) смысл. Чем меньше допустимые вероятности ошибок, тем больше $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$ и меньше γ_{max} . Цель может быть обнаружена вне зоны обнаружения и пропущена внутри зоны, но *вероятность пропуска внутри зоны не превосходит допустимой, а вне зоны превышает ее*.

Реальная зона видимости зависит от класса РЛС, от предъявляемых к ней требований, диапазона волн, характера используемых антенн, условий работы и т. д.

2.5.3.3. Рассмотрим *формирование зон видимости* путем перемещения в пространстве *двумерных игольчатых характеристик* направленности на передачу $F_1(\beta, \epsilon)$ и прием $F_2(\beta, \epsilon)$, когда

$$\left. \begin{aligned} G &= G_m F_1^2(\beta - \beta_1, \epsilon - \epsilon_1), \\ A &= A_m F_2^2(\beta - \beta_2, \epsilon - \epsilon_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.5.30)$$

Величины $\beta_{1,2}$, $\epsilon_{1,2}$ характеризуют перемещающиеся направления максимумов характеристик направленности ($F_1 = 1$ при $\beta = \beta_1$, $\epsilon = \epsilon_1$; $F_2 = 1$ при $\beta = \beta_2$, $\epsilon = \epsilon_2$). Рассматриваемый случай сводят поэтому к случаю передачи и приема при неподвижных антеннах с параметрами $G = G_m$, $A = A_m$ при условии, что закон модуляции и энергия сигнала \mathcal{E} вводятся с учетом характера обзора.

2.5.3.4. Рассмотрим *формирование зон видимости* применительно к РЛС *кругового обзора*.

Начнем с дальномера (рис. 2.1.6). В момент прохождения максимумом лопатообразной двумерной характеристики направленности азимута цели $\beta = \beta_{\text{ц}}$

$$G \approx G_m F_1^2(\epsilon_{\text{ц}}), \quad A \approx A_m F_2^2(\epsilon_{\text{ц}}), \quad (2.5.31)$$

максимальная дальность действия (без учета потерь в атмосфере)

$$\gamma_{\text{max}} = \gamma_{\text{ом}} \sqrt{F_1(\epsilon_{\text{ц}}) F_2(\epsilon_{\text{ц}}) F_{\text{зем 1}}(\epsilon_{\text{ц}}) F_{\text{зем 2}}(\epsilon_{\text{ц}})}.$$

Величина $\gamma_{\text{ом}}$ здесь определяется выражением (28) после замены G и A на G_m и A_m . Если используется приемно-передающая антенна, то

$$F_{1,2}(\epsilon_{\text{ц}}) = F(\epsilon_{\text{ц}}), \quad F_{\text{зем 1,2}}(\epsilon_{\text{ц}}) = F_{\text{зем}}(\epsilon_{\text{ц}})$$

и

$$\gamma_{\text{max}} = \gamma_{\text{ом}} F(\epsilon_{\text{ц}}) F_{\text{зем}}(\epsilon_{\text{ц}}). \quad (2.5.32)$$

На рис. 2.5.7,а схематически показано вертикальное сечение *зоны видимости* РЛС кругового обзора *сантиметрового диапазона*. Зона видимости представляет собой тело, полученное вращением этого сечения вокруг вертикальной оси. Отложены высоты $H_{\text{ц}} = \gamma_{\text{ц}} \sin \epsilon_{\text{ц}}$ и «горизонтальные» дальности $\gamma_{\text{г}} = \gamma_{\text{ц}} \cos \epsilon_{\text{ц}}$. За счет *косекансной* характеристики направленности $F(\epsilon)$ в пределах углов места $\epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_2$ обеспечивается *изовысотность* зоны. В диапазоне углов места $\epsilon_0 < \epsilon < \epsilon_1$ желаемая зона видимости близка к *изодальностной* (штрих-пунктир). Изрезанность зоны на сантиметровых волнах не просматривается. Угломестный сектор РЛС может перекрываться *раздельными приемными и передающими каналами* (рис. 2.1.8,а,б). Это позволяет повышать эффективную площадь приемной антенны за счет увеличения ее направленности.

На рис. 2.5.7,б схематически показано вертикальное сечение *зоны видимости* РЛС кругового обзора *метрового диапазона*. Наряду с характеристикой направленности антенны $F(\epsilon)$ (рис. 2.5.7,а) она существенно зависит от множителя Земли. Этот множитель может удвоить радиус зоны для одних угломестных направлений, резко уменьшая его для других. Лепестки множителя Земли существенно уже лепестков характеристики направленности антенны: их ширина обратно пропорциональна удво-

еиной высоте ее подъема над горизонтальной поверхностью. Изрезанность снижают, используя *двухъярусные* антенны и перекрывая провалы одного яруса максимумами другого. Интерференцию полей ярусов устраняют, подключая последние со сдвигом фаз 90° .

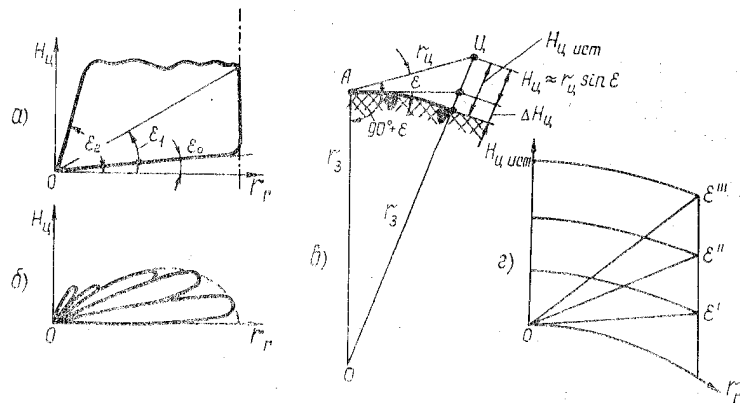


Рис. 2.5.7

2.5.3.5. Зоны видимости различных РЛС (зона рис. 2.5.7, а, б, например) имеют *нижние кромки*. Под ними располагаются *глубокие провалы в области малых углов места* $\varepsilon = \varepsilon_ц$.

Этим углам соответствует скользкое облучение земной поверхности. Согласно (2.2.21) отражение приближается к зеркальному даже в сантиметровом диапазоне волн. Последнее позволяет пояснить образование провалов. Подставляя $|p|=1$, $\varphi_p=180^\circ$ в (13), полагая $h \sin \varepsilon / \lambda \ll 1$ и $\sin \varepsilon \approx \varepsilon \approx H_ц / r_ц$, где h и $H_ц$ — высоты антенны и цели над горизонтом, находим множитель Земли

$$F_{зем} = 2 \left| \sin \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \varepsilon \right) \right| \approx \frac{4\pi h}{\lambda} \frac{H_ц}{r_ц}. \quad (2.5.33)$$

Подставляя (33) в (24), можно найти среднюю энергию принимаемого сигнала, приходящего от *низколетящей, надводной или наземной цели*. При совмещенной активной локации она убывает *обратно пропорционально восьмой степени расстояния*. Подставляя (33) в (32) при $F(\varepsilon) \approx 1$ и $r_ц = r_{\max}$, найдем, что $r_{\max} = r_{\text{ом}} \cdot 4\pi h H_ц / \lambda r_{\max}$. *Максимальная дальность*

$$r_{\max} = \sqrt{4\pi r_{\text{ом}} h H_ц / \lambda} \quad (2.5.34)$$

пропорциональна *квадратному корню из $r_{\text{ом}}$, т. е. пропорциональна корню восьмой степени из входящих в подкоренное выражение (28) отношения $\partial/\partial \rho_{\min}$, произведения GA и значения $\sigma_ц$.*

2.5.3.6. *Вертикальные сечения зон видимости РЛС строят обычно с учетом сферичности Земли и атмосферной рефракции.*

Истинная высота цели $H_{ц \text{ ист}} = H_ц + \Delta H_ц$ отличается от высоты над горизонтом $H_ц = r_ц \sin \varepsilon$, где $\varepsilon = \varepsilon_ц$, на поправку

$$\Delta H_ц = H_{ц \text{ ист}} - r_ц \sin \varepsilon \approx r_ц^2 \cos^2 \varepsilon / 2 r_3. \quad (2.5.35)$$

Учитывая нормальную тропосферную рефракцию, истинный радиус Земли заменяют эффективным 8500 км (см. пункт 2.5.2.2). Масштаб высоты на зонах видимости рис. 2.5.7, г укрупняют обычно по отношению к масштабу дальности, растягивая углы места ε' , ε'' , ε''' .

Поправка определяется из треугольника рис. 2.5.7, в с вершинами: A — на земной сфере у РЛС; $Ц$ — в месте нахождения цели; O — в центре Земли. Стороны треугольника $ОЦ$, $ОА$ и $АЦ$ составляют $r_3 + H_{ц \text{ ист}}$, r_3 и $r_ц$ соответственно. Из теоремы косинусов вытекает равенство

$$r_3 + H_{ц \text{ ист}} = \sqrt{r_3^2 + r_ц^2 - 2r_3 r_ц \cos(90^\circ + \varepsilon)}.$$

Поделив его на r_3 , обозначим $r_ц^2 / r_3^2 + 2 r_ц \sin \varepsilon / r_3 = \alpha$. Используя приближенное равенство $\sqrt{1 + \alpha} \approx 1 + \alpha/2 - \alpha^2/8$ ($|\alpha| \ll 1$), найдем $H_{ц \text{ ист}}$ и (с точностью до членов первого порядка малости) вычислим поправку (35).

2.5.3.7. Полагая в (35) $\varepsilon = 0$, находим попутно полезную формулу дальности *прямой видимости РЛС с учетом нормальной рефракции для нулевой высоты подъема антенны*

$$r_{\text{прям}}[\text{км}] \approx 4,12 \sqrt{H_{ц \text{ ист}}[\text{м}]}.$$

Для *конечной* высоты подъема h (наземная или бортовая РЛС) дальность прямой видимости увеличивается

$$r_{\text{прям}}[\text{км}] \approx 4,12 (\sqrt{H_{ц \text{ ист}}[\text{м}]} + \sqrt{h[\text{м}]}). \quad (2.5.36)$$

2.5.3.8. *Затухание радиоволн в атмосфере приводит в общем*

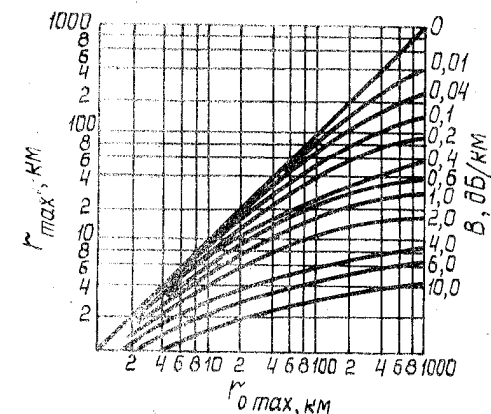


Рис. 2.5.8

случае к сокращению зон видимости. Для максимальной дальности совмещенной радиолокации из (19), (24), (26) следует трансцендентное уравнение

$$r_{\max} = r_{0 \max} 10^{-0,05B r_{\max}}. \quad (2.5.37)$$

В нем $r_{0 \max}$ — максимальная дальность локации, вычисляемая по формуле (27) без учета затухания в атмосфере.

Решения (37) для различных значений удельного затухания B в дБ/км, определяемых из графика рис. 2.5.6, находятся по номограмме рис. 2.5.8.

2.5.3.9. Своеобразное влияние на зону видимости может оказать эффект Фарадея, если принимается только одна поляризационная составляющая с линейной поляризацией. Внутри зоны могут образовываться провалы на дальностях, для которых поляризация отраженных сигналов преобразуется в ортогональную поляризацию приемной антенны. При полном поляризационном приеме такие явления исключаются.

2.5.4. Некоторые разновидности уравнений дальности и зон видимости. Обилие типов РЛС и условий их работы приводит к многочисленным разновидностям уравнений дальности радиолокации и зон видимости. Так, уравнения дальности объемно- и поверхностно-распределенных целей не совпадают с соответствующими уравнениями для сосредоточенных; законы изменения энергии принимаемого сигнала с расстоянием в этих случаях неодинаковы (раздел 2.5.1). Своеобразны и зоны видимости для разнесенной активной радиолокации сосредоточенных целей, для радиолокации с активным ответом. Все зоны видимости могут существенно сокращаться при воздействии помеховых колебаний.

2.5.4.1. Найдем зону видимости радиолокатора, пункты передачи и приема которого разнесены на базу B . Ограничимся приближением свободного пространства. Обозначим r_{\max} максимальную дальность совмещенной локации, обеспечиваемую при тех же значениях G , A , $\sigma_{\text{ср}}$, $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$, что и для разнесенной. Обозначение

Обозначим $r_{1 \max}$, $r_{2 \max}$ максимальные расстояния от пунктов передачи и приема до границ зон. Тогда из (24), (26—28) получим уравнение зоны видимости

$$r_{1 \max} r_{2 \max} = r_{\max}^2. \quad (2.5.38)$$

Определяемые (38) границы зоны на плоскости соответствуют так называемым овалам Кассини. Вид плоских зон для $B = r_{\max}$, $B = 2r_{\max}$ и $B = 3r_{\max}$ показан на рис. 2.5.9, а, б, в. При $B \geq 2r_{\max}$ односвязная зона преобразуется в двусвязную.

2.5.4.2. Перейдем к радиолокации с активным ответом (рис. 1.2.1, б) в свободном пространстве. Для ее реализации необходимо: 1) обнаружение запросных сигналов приемником ответчика; 2) обнаружение ответных сигналов приемником запросчика. Индекс 1 относим ниже к запросчику, индекс 2 — к ответчику.

Для решения первой задачи энергия принятого сигнала запроса $\mathcal{E}_1 G_1 A_2 / 4\pi r^2$ должна превышать пороговую энергию приемника ответчика $\mathcal{E}_{\text{пр min 2}}$. Отсюда максимальная дальность действия запросной линии связи

$$r_{\text{запр}} = \sqrt{\mathcal{E}_1 G_1 A_2 / 4\pi \mathcal{E}_{\text{пр min 2}}}. \quad (2.5.39)$$

Аналогично максимальная дальность действия ответной линии связи

$$r_{\text{отв}} = \sqrt{\mathcal{E}_2 G_2 A_1 / 4\pi \mathcal{E}_{\text{пр min 1}}}. \quad (2.5.40)$$

Общей особенностью (39—40) является обратная пропорциональность максимальных дальностей корню квадратному из отношения $\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{пр min}}$, что отличает линии связи от линий активной локации. Результирующая дальность локации с активным ответом ограничивается наименьшей из двух найденных дальностей. Поскольку эта дальность — случайная величина, качество системы описывают вероятностными показателями. Для систем из ряда запросчиков и ответчиков эти показатели ограничиваются не только статистикой сигналов и помех, но и занятостью отдельных ответчиков в моменты запроса.

2.5.4.3. При рассмотрении зон видимости пока не учитывалось воздействие активных помех. Рассмотрим его на примере помех шумового типа, приходящих к совмещенной РЛС с нескольких направлений $i=1, \dots, m$. Действие этих помех дополняет спектральную плотность внутреннего шума N_0 на входе одноканального приемника. Суммарная спектральная плотность внешних помех на входе приемника РЛС в свободном пространстве

$$N_{\text{п вх}} = \sum_{i=1}^m \frac{P_i G_i}{4\pi r_i^2 P_i} A_i'. \quad (2.5.41)$$

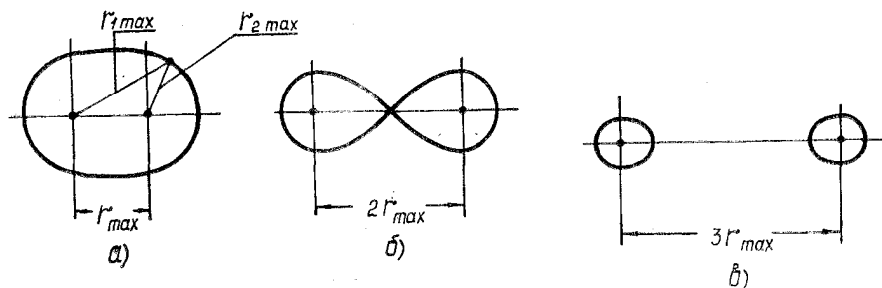


Рис. 2.5.9

носит условный характер, поскольку значения $\sigma_{\text{ср}}$ для разнесенной локации могут быть заметно больше, чем для совмещенной.

Здесь P_i — эффективная излучаемая мощность помехи, Π_i — ширина ее энергетического спектра, G_i — коэффициент усиления антенны постановщика помехи, r_i — дальность постановщика до РЛС, A_i — эффективная площадь приема антенны радиолокатора для направления прихода и поляризации помеховых колебаний i -го постановщика. Термин «эффективная излучаемая мощность» предполагает пересчет излучаемой мощности реальной помехи в мощность шума, эквивалентную по создаваемому эффекту.

Максимальная дальность действия при одноканальном приеме определяется из аналогичного (26) условия:

$$\mathcal{E}_{\text{пр ср}} \geq \mathcal{E}_{\text{пр min}} = K_{\text{разл}}(N_0 + N_{\text{п вх}}). \quad (2.5.42)$$

Входящий в (42) коэффициент различимости $K_{\text{разл}}$ возрастает при перегрузках каскадов приемника (срезании сигналов на «хвостах» нелинейных характеристик усилительных приборов). Последующее рассмотрение проводится большей частью в предположении исключения таких перегрузок (например, за счет автоматической регулировки усиления приемника по уровню суммарной помехи). В (42) подставляются выражения (9) и (41).

При смене знака неравенства уравнение (42) называют *уравнением противолокации*. Этот термин сохраняют и при знаке равенства. Разновидностями уравнения противолокации являются *уравнения самоприкрытия* и *внешнего прикрытия*.

Самоприкрытие — это *прикрытие цели передатчиком помех*, размещенным на ее борту. Максимальная дальность действия в этом режиме обычно пропорциональна корню квадратному из $\mathcal{E} G \sigma_{\text{ср}}$, что связано с зависимостью спектральной плотности мощности помехи от дальности. Полагая в (41) $m=1$, $A_i=A$, $r_i=r_{\text{max}}$, $G_i=G_{\text{п}}$, $\Pi_i=\Pi_{\text{п}}$ и пренебрегая в (42) $N_0 \ll N_{\text{п вх}}$, выражение максимальной дальности совмещенной локации приводим к виду

$$r_{\text{max}} = \sqrt{\mathcal{E} G \sigma_{\text{ср}} \Pi_{\text{п}} / 4\pi K_{\text{разл}} P_{\text{п}} G_{\text{п}}}. \quad (2.5.43)$$

Переход к корню квадратному в (43) обусловлен совпадением дальности r_i до источника помехи с дальностью $r_{\text{п}}$ до цели, несущей этот источник. Множители $1/r^4$ в левой и $1/r^2$ в правой части неравенства (42) сократятся поэтому на $1/r^2$, в том числе при $r=r_{\text{п}}=r_{\text{max}}$, когда неравенство перейдет в равенство.

Внешнее прикрытие — это *прикрытие цели передатчиками помех*, расположенными извне. Максимальная дальность действия в этом режиме (28), (42) пропорциональна корню четвертой (а не второй степени) из энергии сигнала и обратно пропорциональна корню четвертой степени из суммарной спектральной плотности мощности помех. Она меняется в процессе обзора, поскольку меняется уровень помех, принимаемых по боковым (и основному) лепесткам характеристики направленности антенны. Будучи круговой 1 в отсутствие помех (рис. 2.5.10,а) зона видимости 2 при-

обретает характерные провалы при их наличии. Наблюдается *сокращение дальности* по сравнению со случаем отсутствия помех, даже если они действуют по боковым лепесткам характеристики направленности.

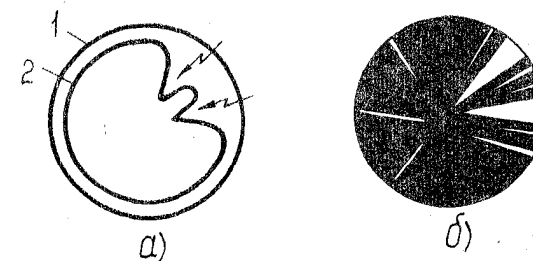


Рис. 2.5.10

Наибольшие сокращения имеют место в направлениях на постановщики помех, т. е. при действии помех по главному лепестку. В окрестностях направлений на постановщики помех могут создаваться секторы эффективного подавления. Одновременно снижается потолок и повышается нижняя кромка зоны видимости.

По внешнему виду индикатора кругового обзора при эффективной автоматической регулировке усиления (по уровню шума) трудно установить, действуют или не действуют помехи. В отсутствие же такой регулировки ясно просматриваются забитые помехой секторы рис. 2.5.10,б, в которых нельзя обнаружить цели, даже в пределах зоны 2 рис. 2.5.10,а.

2.5.5. Модели полезных сигналов активных РЛС при одноканальном и многоканальном приеме. Анализ дальности и зон видимости активных РЛС показал важность выявления возможностей и путей снижения пороговых значений $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$. Этому вопросу посвящена значительная часть последующего материала учебника: снижение $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$ заменяет в ряде случаев повышение энергетики передатчика, но достигается проще. Проводимый анализ невозможен, однако, без введения определенных стохастических моделей сигналов. Стохастическими называют математические модели, содержащие в качестве параметров случайные величины или случайные функции и отличающиеся между собой различным влиянием случайных параметров на структуру сигнала. Рассмотрим такие модели для одно- и многоканального приема. Отдельно рассмотрим использование временной дискретизации при построении моделей.

2.5.5.1. Начнем с моделей радиолокационных сигналов при одноканальном приеме. В отсутствие искажений, связанных с особенностями распространения радиоволн в среде, достаточно общая модель отраженного от сосредоточенной цели и искаженного

флюктуационной модуляцией сигнала описывается выражением (2.4.1). Представим его иначе в виде

$$x(t, \beta) = \operatorname{Re}[X(t, \beta)e^{2j\pi f_d t}]. \quad (2.5.44)$$

Здесь $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots)$ — вектор случайных неинформативных скалярных параметров, приближенно описывающих модулирующий множитель $B(t)$ на интервале задания сигнала; $X(t, \beta)$ — искаженная этим множителем комплексная амплитуда сигнала

$$X(t, \beta) \approx B(t) U(t - t_3) e^{-j2\pi F_d t} e^{j\beta}. \quad (2.5.45)$$

2.5.5.2. Наряду с (45) используют и более простые модели. Для радиоимпульсов малой (по сравнению с временем корреляции флюктуаций) длительности случайную функцию $B(t)$ заменяют случайной величиной $B = |B|e^{j \arg B} = b e^{j\beta}$. Это приводит к сигналу

$$X(t, \beta) = b X(t) e^{j\beta} \quad (2.5.46)$$

со случайными независимыми начальной фазой $\beta = \arg B$ и амплитудным множителем $b = |B|$. Здесь функция $X(t) = U(t - t_3) e^{-j2\pi F_d t}$ уже не содержит случайных параметров, F_d в ней заменяет $F_{d \text{ ср}}$. Фазовое распределение принимается равновероятным $p(\beta) = 1/2\pi$. Амплитудное распределение $p(b)$ моделируют релеевским, гамма-, логарифмически нормальным и т. п. распределением.

Принимая иногда дельтообразное распределение $p(b) = \delta(b - 1)$ амплитудного множителя b , полагают его тем самым *неслучайным*, тождественно равным единице. Это приводит к модели сигнала со случайной начальной фазой β и неслучайной амплитудой

$$X(t, \beta) = X(t) e^{j\beta}. \quad (2.5.47)$$

Целесообразно иногда отвлечься (абстрагироваться) от наличия случайных параметров. Тогда используют модель сигнала $x(t)$ с полностью известными параметрами.

2.5.5.3. Для пачек коротких радиоимпульсов используют модели

$$X(t, \beta) = \sum_{i=1}^M b_i X_i(t) e^{j\beta_i}. \quad (2.5.48)$$

Неслучайные функции $X_i(t)$ описывают в них отдельные радиоимпульсы пачки, отличающиеся временем прихода и амплитудой.

Случайные комплексные числа $b_i e^{j\beta_i} = B_i$ учитывают изменения структуры пачки за счет ее флюктуационной модуляции узкополосным случайным процессом. Математические ожидания всех величин b_i^2 при стационарности последнего одинаковы. Их мож-

но принять, как и ранее, равными единице. Закономерное изменение амплитуд и фаз импульсов за счет перемещения характеристики направленности, а также неодновременность прихода отраженных импульсов, учитывается множителями $X_i(t) = X_i(t - t_i)$.

Часто ограничиваются наиболее простыми моделями независимых и дружных флюктуаций импульсов. Величины B_i статистически независимы в первом случае и равны одной и той же случайной величине B во втором. Дружно-флюктуирующая пачка — это, по существу, сигнал со случайными амплитудой и начальной фазой.

Иногда вводят комплексную корреляционную функцию сигнала (48)

$$\Phi(t, s) = M \left\{ \frac{1}{2} X(t, \beta) X^*(s, \beta) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{i, j} M(B_i B_j^*) X_i(t) X_j^*(s).$$

Матрица корреляционных моментов $M(B_i B_j^*)$ определяет меру сходимости флюктуаций отдельных импульсов. Для независимых флюктуаций это — единичная матрица, для дружных — матрица, все элементы которой равны единице.

2.5.5.4. Различают сигналы с когерентной и некогерентной временной структурой. Термин *когерентность* пришел из оптики, где означал связь (coherence по латыни) близких к гармоническим волн, способных благодаря этому интерферировать. В радиотехнике его распространили на связь временных элементов одного и того же колебания. К когерентным относят поэтому колебания с жестко-заданной структурой (жестко-связанными временными элементами), с полностью известными параметрами, в частности. В их число включают сигналы с общими случайной начальной фазой (47) и случайными амплитудой и начальной фазой (46), случайность которых не искажает взаимосвязи элементов (структуру) сигнала. Пачка дружно-флюктуирующих импульсов с общей случайной начальной фазой также является когерентным сигналом со случайными амплитудой и начальной фазой.

Сигнал (48) с независимыми (несвязанными) амплитудно-фазовыми множителями элементов $B_i = b_i e^{j\beta_i}$ считают при $M \gg 1$ уже некогерентным (некогерентной пачкой импульсов).

Отметим, что источниками некогерентности, кроме флюктуаций цели, могут быть нестабильности работы передатчика, антенного коммутатора, вращающихся сочленений, фидерных линий и т. д., фазовые, в первую очередь*.

Наряду с неинформативными параметрами в выражениях сигналов часто выделяют *информативные*, фиксируемые при обнаружении и подлежащие измерению, — время запаздывания, доплеровская частота и т. д. Совокупность таких скалярных параметров

* Запоминание фаз при зондировании ослабляет влияние фазовых нестабильностей.

образует векторный параметр α , включающий скалярные $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$. Тогда (44) преобразуется к виду

$$x(t, \alpha, \beta) = \text{Re}[X(t, \alpha, \beta)e^{j2\pi f_0 t}]. \quad (2.5.49)$$

Аналогично видоизменяются (45—48).

2.5.5.5. *Перейдем к моделям радиолокационных сигналов при многоканальном приеме.* Многоканальный прием реализуется в РЛС с приемными решетками рис. 2.1.12 и в разнесенных (многопозиционных) РЛС. В состав вектора α могут дополнительно войти угловые (или иные) координаты, поляризационные характеристики источников излучения и т. д. Различные каналы $i=1, 2, \dots, M$ принимают сигналы, соответствующие одним и тем же значениям параметров α, β , но отличающиеся запаздываниями, начальными фазами, амплитудами и т. д. Описывающие их функции образуют в каждый момент времени *многомерную* величину, полагаемую для определенности вектор-столбцом

$$x(t, \alpha, \beta) = \|x_i(t, \alpha, \beta)\| = \text{Re}[X(t, \alpha, \beta)e^{j2\pi f_0 t}] \quad (2.5.50)$$

и связанную с вектор-столбцом комплексных амплитуд

$$X(t, \alpha, \beta) = \|X_i(t, \alpha, \beta)\|. \quad (2.5.51)$$

При малом пространственном разноразе элементов антенны элементы вектор-столбца $X(t, \alpha, \beta)$ различаются лишь фазовыми запаздываниями. В общем случае могут сказываться различия амплитудных характеристик направленности, поляризационных характеристик, коэффициентов передачи, времен запаздывания и т. д. Векторы $X(t, \alpha, \beta)$ описывают поэтому всевозможные *пространственно-временные* (поляризационно-временные) *сигналы*. Говорят об их *пространственной* (поляризационной) когерентности и некогерентности.

Пространственно-(поляризационно-) когерентным назовем (по аналогии с временным) сигнал с жесткой пространственной (поляризационной) структурой. Он определяется произведением неслучайного вектор-столбца комплексных амплитуд $X(\alpha)$, случайного множителя $be^{j\beta}$, вынесенного за пределы вектор-столбца, и неслучайной функции времени. В противном случае сигнал считают пространственно-(поляризационно-) *некогерентным*. Сигнал может быть пространственно-(поляризационно-) когерентным, будучи некогерентным по времени (именно этот случай рассматривался первоначально в оптике), и наоборот.

2.5.5.6. Рассмотрим *особенности моделей* радиолокационных сигналов *при их временной дискретизации*. Спектр частот реальных сигналов практически ограничен. Значения временных функций с ограниченным спектром в близкие моменты времени *взаимосвязаны* между собой. Дискретные значения непрерывной вре-

менной функции, взятые через достаточно малые интервалы, хорошо описывают поэтому всю функцию. Это и учитывается в известной *теореме В. А. Котельникова*.

Функция $x(t)$ с ограниченным спектром $0 < f < f_{\max}$ (рис. 2.5.11, а) полностью определяется своими значениями, взятыми в моменты дискретизации $t_k = k \Delta t$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$):

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_k) \psi(t - t_k). \quad (2.5.52)$$

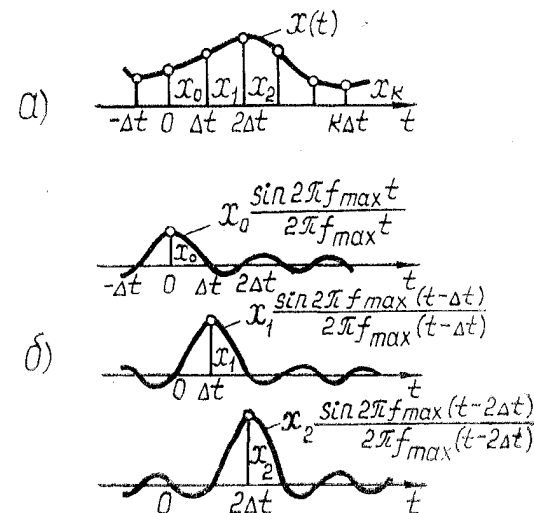


Рис. 2.5.11

Здесь функции

$$\psi(\tau) = \sin(2\pi f_{\max} \tau) / 2\pi f_{\max} \tau, \quad (2.5.53)$$

в интервал дискретизации

$$\Delta t = 1/2f_{\max}. \quad (2.5.54)$$

Сущность теоремы поясняется рис. 2.5.11, а, б. Умноженные на $x_k = x(t_k)$ взаимно сдвинутые во времени функции вида $\sin u/u$ суммируются. Все значения суммируемых функций в моменты времени $t = \nu/2f_{\max}$, кроме одного, *нулевые*. Ненулевое в общем случае значение $k=\nu$ точно равно $x(t)$. Справедливость аппроксимации в точках $t_\nu (\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$, таким образом, очевидна. Справедливость аппроксимации в промежуточных точках связана с предположением об ограниченном спектре функции $x(t)$. Функция не включает спектральных составляющих с большими f_{\max} частота-

ми. Она не испытывает поэтому заметных колебаний между точками дискретизации. Аппроксимация $x(t)$ тем точнее, чем большее число слагаемых содержит сумма (52).

Формула (54) определяет *максимально допустимый интервал дискретизации непрерывных напряжений при цифровой обработке радиолокационной информации, передаче информации по линиям связи и вводе ее в ЭВМ*. Интервал дискретизации практически берется меньшим $1/2f_{\max}$. Дискретизации предшествует *ограничение спектров колебаний фильтрами нижних частот*. Выражение (52) можно считать реакцией фильтра на последовательность коротких импульсов с амплитудами $x(t_k)$, следующих через $1/2f_{\max}$.

Соотношения (52—54) важны с *принципиальной точки зрения*. Они поясняют, что *непрерывная функция $x(t)$ приближенно описывается некоторым вектор-столбцом $\mathbf{x} = \|\mathbf{x}_k\|$* , где $\mathbf{x}_k = x(t_k)$, в частности. Возможные уточнения описания связаны с *повышением размерности* вектор-столбца.

Дискретное описание сигнала применимо не только при *одноканальном, но и при многоканальном приеме*. Вводят, в частности, *числовой вектор-столбец существенно повышенной по сравнению с вектор-столбцом функций (50) размерности (в число дискрет временных функций раз)*.

Можно считать его *блочным вектор-столбцом той же, что и (50), размерности*, блоки которого включают дискреты отдельных временных функций.

2.5.5.7. Наряду с моделью одностороннего ограничения спектра частот $0 < f < f_{\max}$ используют в целях дискретизации *модель двустороннего ограничения спектра $f_{\min} < f < f_{\max}$* , где

$$f_{\max} - f_{\min} = \Pi \ll (f_{\max} + f_{\min})/2 = f_0.$$

Комплексная амплитуда сигнала имеет в этом случае вид

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(t_k) \theta(t - t_k) e^{-j2\pi f_0 t_k}. \quad (2.5.55)$$

Функции

$$\theta(\tau) = \sin(\pi\tau)/\pi\tau \quad (2.5.56)$$

соответствуют *оглабляющим высокочастотным (в отличие от рис. 2.5.11) импульсам*. Моменты дискретизации определяются выражением $t_k = k\Delta t$, где

$$\Delta t = 1/\Pi. \quad (2.5.57)$$

Вследствие сужения полосы частот *дискреты при двустороннем ограничении спектра следуют значительно реже, чем при одностороннем (обычно $\Pi \ll f_{\max}$)*. Дискреты (55) при этом *комплексные и сводятся к парам вещественных квадратурных*.

2.5.5.8. Для оценки возможностей снижения величины $\mathcal{E}_{\text{прим}}$ и реализации такого снижения модели сигналов должны *допол-*

няться моделями помех. Ниже рассмотрим особенности внутренних шумов радиоприемной аппаратуры, внешних шумов природного происхождения, других активных и пассивных помех, что позволит также детализировать расчет максимальных дальностей и зон видимости РЛС. Отдельные помеховые излучения могут служить сигналами пассивной локации. Модели таких сигналов строятся на основе моделей помех.

2.5.6. Внутренние шумы радиоприемной аппаратуры и шумы природного происхождения. Помехи этого класса представляют собой стационарные случайные процессы (см. разд. 2.4.2) и определяют возможности радиолокационного приема в отсутствие других рассматриваемых ниже помех. Шумы вызываются случайными движениями электронов в сопротивлениях, электронных приборах и т. д. В сопротивлениях эти движения *связаны с температурой*. Вызываемые ими шумы анализируют в условиях термодинамического равновесия. С этими шумами сравнивают реальные шумы каскадов приемника и антенны (с учетом принимаемых ею внешних шумовых излучений).

2.5.6.1. Пусть два резистора R связаны согласованным с ними четырехполюсником — фильтром без потерь с полосой пропускания $\Pi = f_{\max} - f_{\min}$. Вся эта система (рис. 2.5.12) находится в *термодинамическом равновесии*. Через *нешумящий* в данном случае четырехполюсник резисторы R *обмениваются энергией*. На *каждую степень свободы* по законам термодинамики приходится *средняя энергия $kT^\circ/2$* , где $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град — постоянная Больцмана, T° — температура системы по Кельвину.

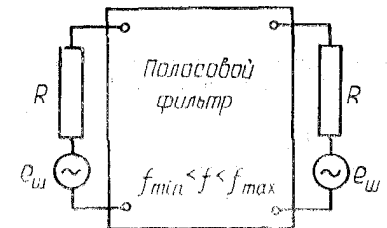


Рис. 2.5.12

Напряжения на резисторах можно считать наложением *независимых радиоимпульсов (55) частоты $(f_{\max} + f_{\min})/2$* . Тогда *энергия на степень свободы — это энергия квадратурной составляющей каждого такого радиоимпульса*. Средняя его энергия

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = 2(kT^\circ/2) = kT^\circ. \quad (2.5.58)$$

Умножив (58) на число дискретов в секунду, найдем *среднее значение обмениваемой мощности $P_{\text{ср}} = kT^\circ(f_{\max} - f_{\min})$* . Поделив последнее на *полосу частот, найдем спектральную плотность мощности шума*

$$N_0 = P_{\text{ср}}/(f_{\max} - f_{\min}) = \mathcal{E}_{\text{ср}} = kT^\circ. \quad (2.5.59)$$

Мгновенные значения шума образуются наложением *большого числа независимых примерно равноценных случайных воздей-*

ствий и распределены поэтому по нормальному закону (рис. 2.4.3,а). Случайные амплитуды шума распределены тогда по релеевскому (рис. 2.4.3,б), а его случайные мощности — по экспоненциальному (рис. 2.4.3,в), закону.

По этому же закону распределены в радиодиапазоне случайные энергии дискрет \mathcal{E} при среднем их значении (58), т. е.

$$p(\mathcal{E}) = \frac{1}{kT^\circ} e^{-\mathcal{E}/kT^\circ}. \quad (2.5.60)$$

Формулы (58—60) неприменимы при выходе за пределы радиодиапазона: величина $P_{\text{ср}} = kT^\circ(f_{\text{max}} - f_{\text{min}})$ не может неограниченно возрастать с увеличением $(f_{\text{max}} - f_{\text{min}})$.

Противоречие устраняется известным постулатом Планка. Энергия $\mathcal{E} = nhf$ принимает согласно ему дискретные значения ($n=0,1,\dots$). Обмен энергией производится квантами hf , где $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка. Плотности вероятности энергий \mathcal{E} должны сосредоточиться в пиках, пропорциональных $\delta(\mathcal{E} - nhf)$, где $\delta(u)$ — дельта-функция, интеграл от которой равен единице. Распределение же энергий по пикам должно следовать (60), поскольку для $hf \rightarrow 0$ оно переходит в непрерывное. Иначе

$$p(\mathcal{E}) = a e^{-\mathcal{E}/kT^\circ} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(\mathcal{E} - nhf), \quad (2.5.61)$$

где a — нормировочный коэффициент. Приравняв единице интеграл от $p(\mathcal{E})$, можно найти значение $a=1 - \exp(-hf/kT^\circ)$.

Характер распределений (61) при $hf < kT^\circ$ и $hf > kT^\circ$ поясняет рис. 2.5.13,а,б. Значение $N_0 = \mathcal{E}_{\text{ср}}$ определяется как математическое ожидание распределения (61)

$$N_0 = \mathcal{E}_{\text{ср}} = hf / (e^{hf/kT^\circ} - 1). \quad (2.5.62)$$

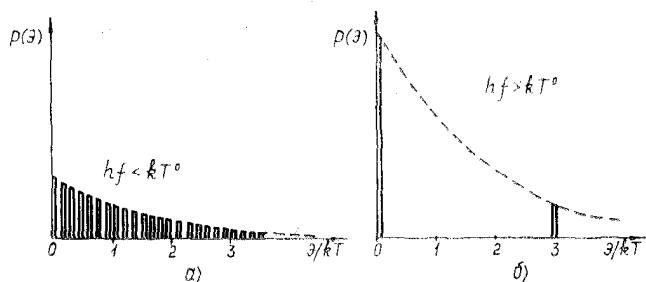


Рис. 2.5.13

Для радиодиапазона $\exp(hf/kT^\circ) \approx 1 + hf/kT^\circ$ и $N_0 \approx kT^\circ$. С повышением f значения N_0 снижаются, падает роль тепловых шумов. Возрастает роль неточного воспроизведения слабых сигналов малым числом квантов «квантовых шумов», сходных с «шумами дискретизации» при цифровой обработке, разд. 4.2.5.

Частота $f_{\text{гран}}$, соответствующая условию $hf_{\text{гран}} \approx kT^\circ/2$, разделяет радио- и оптический диапазоны ($\lambda_{\text{гран}} \approx 0,1$ мм), как это показано на рис. 2.5.14.

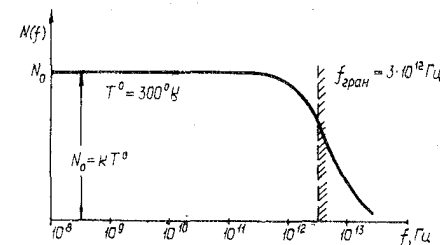


Рис. 2.5.14

2.5.6.2. Реальные условия радиоприема отличаются от условий термодинамического равновесия. Радиоприемное устройство усиливает шумы своих каскадов (первых, главным образом) и шумы антенны. В инженерных расчетах шумящее приемное устройство заменяют шумящим. Это компенсируют подключением шумящего входного резистора номинальной величины, разогретого до повышенной температуры $T_{\text{ш}}$. Развиваемая этим резистором спектральная плотность мощности шума рассчитывается по формуле, выведенной для условия термодинамического равновесия,

$$N_0 = kT_{\text{ш}}^\circ. \quad (2.5.63)$$

Значение N_0 должно обеспечить на выходе линейной части шумящего приемного устройства эффект совокупного действия шумящих элементов приемника и антенны. Это позволяет сопоставлять сигналы и шумы непосредственно на входе приемного устройства, пересчитывая к нему шумы всех каскадов.

Расчетный характер шумовой температуры можно выявить на примере резистивной цепочки, находящейся в термодинамическом равновесии. Шумовая температура окажется выше истинной; ее завышение компенсирует отказ от учета ослабления сигнала при прохождении через цепочку.

Снимая шумовые характеристики приемников, антенну заменяют эквивалентом при комнатной температуре $T_0^\circ = 290^\circ\text{K}$. Отношение измеренного значения $T_{\text{ш изм}}^\circ$ к T_0° характеризует шумовые свойства приемника и называется его коэффициентом шума.

$$K_{\text{ш}} = T_{\text{ш изм}}^\circ / T_0^\circ.$$

При изменении истинной температуры антенны на $\Delta T^\circ = T_A^\circ - T_0^\circ$ изменяется пересчитанная ко входу приемника спектральная плотность мощности шума

$$N_0 = k(T_{\text{ш изм}}^\circ + \Delta T^\circ) = k(K_{\text{ш}} T_0^\circ + T_A^\circ - T_0^\circ)$$

или

$$N_0 = kT_0^\circ(K_{\text{ш}} - 1 + T_A^\circ/T_0^\circ).$$

Эквивалентная температура приемника с реальной антенной оказывается равной

$$T_{\text{ш}}^{\circ} = N_0/k = (K_{\text{ш}} - 1 + T_A^{\circ}/T_0^{\circ})T_0^{\circ}. \quad (2.5.64)$$

2.5.6.3. К внешним шумам природного происхождения относят радиоизлучения атмосферы, поверхности Земли, Солнца, планет, Галактики. Действие этих шумов учитывается величиной шумовой температуры приемной антенны. Последнюю сводят к взвешенной сумме температур пространства $T_{\text{пр}}^{\circ}$ и материала антенны (с фидерной линией) $T_{\text{мат}}^{\circ}$.

$$T_A^{\circ} = \eta_A T_{\text{пр}}^{\circ} + (1 - \eta_A) T_{\text{мат}}^{\circ}. \quad (2.5.65)$$

Весами служат коэффициенты полезного действия η_A и потерь $(1 - \eta_A)$ антенны. Значение $T_{\text{пр}}^{\circ}$ определяют, суммируя яркостные температуры участков окружающего пространства с весами, пропорциональными угловым размерам в стереadians и значениям коэффициента усиления антенны.

Яркостной температурой участка пространства называют температуру абсолютно черного тела, имеющего с ним одинаковые угловые размеры и обеспечивающего ту же интенсивность излучения. Яркостная температура тем выше, чем

выше истинная температура, но определяется не только ею. Сильнее излучают тела, поглощающие внешнее излучение, т. е. тела, которые слабее отражают.

Учет различий в яркостных температурах может иметь самостоятельное значение для пассивной радиолокации звезд, участков земной поверхности и т. д.

На рис. 2.5.15 приведен график яркостной температуры участков атмосферы для различных углов места ε (сплошные линии) и пределы изменения шумов Галактики (антенна ориентирована в ее центр — штриховая линия). Яркостная температура невозмущенного Солнца обратно пропорциональна частоте f , достигая 500000° при $f = 400$ МГц. Малый угловой размер Солнца $\approx 10^{-4}$ стерадиан снижает весомость

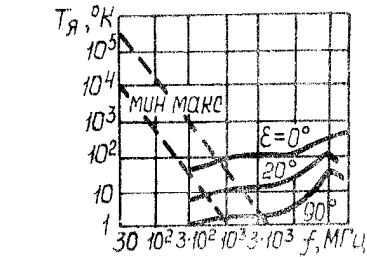


Рис. 2.5.15.

этого излучения, когда оно воздействует по боковым лепесткам антенны РЛС, но это имеет место не во всех случаях. Яркостную температуру Земли (как и температуру материала антенны) грубо оценивают величиной 290°.

Дадим два примера использования приведенных соотношений.

Пример 1. Антенна используется для моделирования в просторном помещении при температуре $T_0^{\circ} = 290^{\circ}\text{K}$. Тогда $T_{\text{я ср}}^{\circ} = T_{\text{мат}}^{\circ} = T_0^{\circ}$ и при любом η согласно (65) $T_A^{\circ} = T_0^{\circ}$. Из (64) $T_{\text{ш}}^{\circ} = K_{\text{ш}} T_0^{\circ}$. При этом $N_0 = k K_{\text{ш}} T_0^{\circ}$.

Пример 2. Пусть $T_0^{\circ} = 10^{\circ}\text{K}$, $K_{\text{ш, дБ}} = 3$, потери в фидере и антенне 2 дБ.

Тогда $K_{\text{ш}} = 10^{0,3} \approx 2$, $\eta = 10^{-0,2} \approx 0,63$, $T_A^{\circ} = 0,63 \times 100^{\circ} + 0,37 \times 290^{\circ} = 170^{\circ}\text{K}$, $T_{\text{ш}}^{\circ} = 290^{\circ}(2 - 1 + 170^{\circ}/290^{\circ}) = 460^{\circ}$, $N_0 = k T_{\text{ш}}^{\circ} = 1,37 \cdot 10^{-23} \cdot 460 \approx 6,3 \cdot 10^{-21}$ Дж.

2.5.7. Разновидности и особенности активных маскирующих помех. Активные маскирующие помехи — это *прямые мешающие излучения*, маскирующие полезные сигналы и *затрудняющие* тем самым извлечение полезной информации. При *неустраненных перегрузках* в каскадах приемника маскирующие помехи большой мощности ведут к *подавлению сигналов*. Наряду с рассмотренными уже маскирующими излучениями *природного* происхождения

(поверхности Земли, Солнца, планет Солнечной системы, Галактики) в рассматриваемый вид помех включаются *индустриальные, взаимные и организованные активные маскирующие помехи* [6, 7, 18, 19].

2.5.7.1. *Индустриальные помехи* создаются системами зажигания автомобилей, реле кондиционеров и холодильников, развертками электронно-лучевых трубок измерительных приборов, медицинской высокочастотной аппаратурой, коронирующей высоковольтной аппаратурой, линиями электропередач и т. д. Длительность отдельных групп импульсов, создаваемых системами зажигания, может составлять всего 1 ... 6 нс, так что спектральные составляющие создаваемых помех попадают даже в СВЧ диапазон. Вблизи автострад они могут вызвать маскирующее действие.

2.5.7.2. *Взаимные помехи* создаются многочисленными в настоящее время радиоэлектронными средствами различного назначения, если не приняты меры их электромагнитной совместимости. При различных номинальных частотах они вызываются, в частности, внеполосными и побочными излучениями передатчиков и гетеродинов мешающих средств, а также побочными каналами приема средств, подвергающихся мешающему воздействию.

Внеполосными называют излучения в окрестности отведенной полосы частот, *побочными* — излучения на гармониках $m f_0$, субгармониках f_0/m ($m = 1, 2, \dots$), комбинационных и других паразитных частотах (рис. 2.5.16,а). Требования к подавлению паразитных излучений устанавливаются в зависимости от вида и места установки излучателя.

Современные супергетеродинные приемники обладают рядом *побочных каналов приема* (рис. 2.5.16,б). Действительно, при воздействии входящего колебания частоты f на преобразователь частоты приемника с гетеродинным напряжением частоты f_r образуется ряд *комбинационных частот* $|n f \pm m f_r|$ ($m, n = 0, 1, 2, \dots$). Совпадение любой из комбинационных частот с промежуточной частотой приемника $f_{\text{пр}}$ означает иначе появление *побочного канала приема* с центром на частоте f . Полагая $f_{\text{пр}} \ll f_r$ и отбрасывая отрицательные частоты, находим $f = f_{mn} = (m f_r \pm f_{\text{пр}})/n$. *Ослабление помех*, принятых побочными каналами, относительно основного (в дБ — рис. 2.5.16,б) зависит от избирательности цепей, предшествующих преобразователю частоты, и от режима преобразования.

Направленность антенн для паразитных каналов излучения и приема обычно *хуже*, чем на *номинальных частотах*. Имея повышенный уровень боковых лепестков на частотах этих каналов, антенны часто не обеспечивают на них должной пространственной избирательности.

Случайное перекрытие по частоте какого-то (основного или побочного) канала приема с каким-то (основным, побочным, внеполосным) каналом излучения приводит к *взаимным помехам*.

Взаимные маскирующие помехи радиолокационным приемникам создаются, в частности, линиями связи с частотно- или амплитудно-модулированным излучением. Наиболее узкополосным (до-

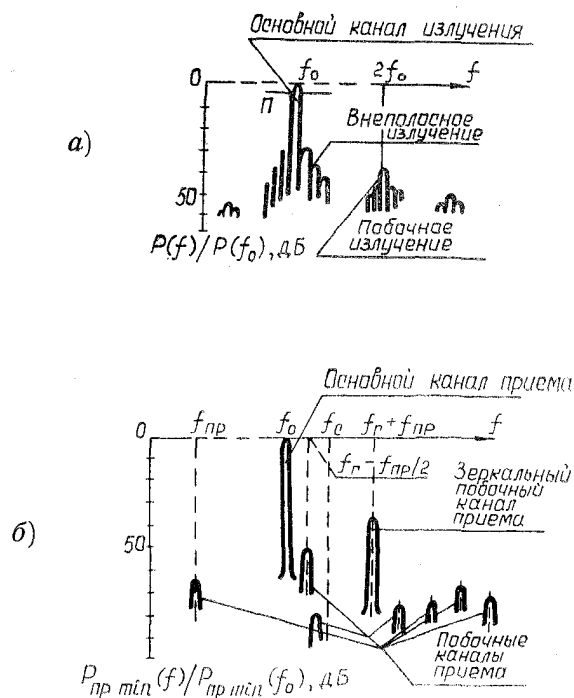


Рис. 2.5.16

плеровским) приемникам они создаются даже импульсными радиосредствами в результате растяжения импульсов в узкополосных цепях.

2.5.7.3. Организованные (умышленные) активные маскирующие помехи могут быть шумового типа, в виде хаотических импульсных последовательностей (ХИП), в виде протяженных вырезок этих последовательностей или шума.

Наиболее сильное маскирующее действие оказывает прямошумовая помеха, т. е. помеха, полученная в результате усиления шумов резисторов, полупроводниковых, электронных или газоразрядных приборов. Для повышения генерируемых мощностей и коэффициентов усиления выходных каскадов передатчиков помех последние могут использоваться в режиме амплитудного ограничения.

Для упрощения передатчиков помех от генераторов с независимым возбуждением переходят к генераторам с самовозбуж-

дением. От прямошумовых переходят при этом к помехам $n(t) \equiv \cos\{2\pi[f_0 t + \int_0^t \Delta f(s) ds]\}$, модулированным (рис. 2.5.17) шумом $n_0(t)$ по частоте $\Delta f(s) \equiv n_0(s)$, или же к помехам амплитудно-частотно-модулированным шумом. Такие помехи с полосой частот Π_n от единиц до сотен мегагерц формируются при подаче на лампы обратной волны* более узкополосных шумовых колебаний.

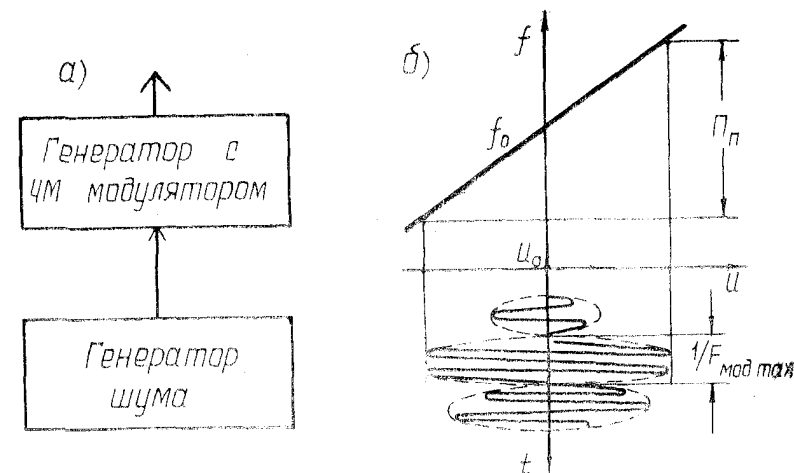


Рис. 2.5.17

Генерируемая помеха характеризуется корреляцией мгновенных значений на интервалах $1/F_{\text{mod max}}$, обратных значениям наивысшей модулирующей частоты и значительно превышающих интервалы корреляции $1/\Pi_n$ прямошумовой помехи (при одинаковой полосе частот Π_n помех обоих видов). Это не мешает достигать шумового эффекта в не очень широкополосных приемниках. За время переходных процессов в их колебательных системах накладывается большое число результатов независимых воздействий, обусловленных попаданием мгновенной частоты помехи в полосу пропускания.

Как шумовые, так и модулируемые шумом передатчики помех могут дополнительно перестраиваться («скользить») по частоте. Получаемая при этом скользящая по частоте помеха является явно нестационарным случайным процессом.

Нестационарность воздействия наблюдается и в отсутствие скольжения по частоте. Перемещение характеристик направленности обзорных радиолокаторов модулирует, например, не только сигналы, но и помехи.

* На их сетки через интегрирующие каскады (иначе обеспечивается модуляция по фазе, а не по частоте).

Различают организованные маскирующие помехи: *заградительные и прицельные по частоте; заградительные и прицельные по направлению.*

Прицельность помех по частоте и направлению существенно повышает входящую в (41) спектральную плотность излучаемой мощности $P_n G_n / P_n$ (в пересчете на ненаправленное излучение помехи). Высокую прицельность обеспечивают, в частности, передатчики помех с использованием антенных решеток, аппаратуры точной радиотехнической разведки и управляющих электронных вычислительных машин. Прицельность достигается, однако, за счет усложнения комплекса помеховой аппаратуры и известного снижения его пропускной способности.

Комплексы помеховой аппаратуры устанавливают на *пилотируемых самолетах и кораблях, беспилотных самолетах и ракетах, транспортируемых и стационарных наземных объектах.* Средняя мощность излучения может изменяться при этом от десятых и сотых до единиц и десятков киловатт. Появились *забрасываемые (например на парашютах) миниатюрные передатчики одноразового использования* со средней мощностью излучения от десятых до десятков ватт и продолжительностью работы от десятых до единиц часов [35].

2.5.8. Разновидности и особенности активных имитирующих помех. В отличие от маскирующих, имитирующие помехи несут *ложную информацию о числе и координатах целей, законах изменения этих координат во времени.* Активные имитирующие помехи создаются излучениями радиоаппаратуры. В соответствии с назначением и принадлежностью мешающей аппаратуры помехи могут быть *взаимными и организованными (умышленными).*

2.5.8.1. Источниками взаимных имитирующих помех часто оказываются *однотипные РЛС.* Так, *несинхронная импульсная помеха* наблюдается на индикаторе кругового обзора импульсной РЛС при включении других близко расположенных РЛС с несовпадающими периодами следования импульсов. При действии помехи *по боковым лепесткам* характеристики направленности и

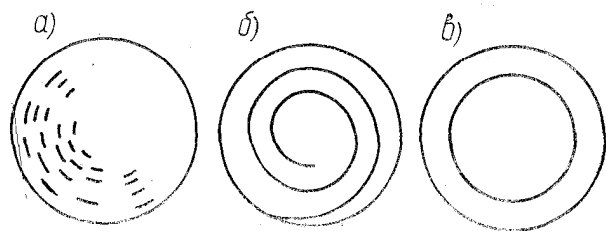


Рис. 2.5.18

заметной разнице в периодах следования имитируется *большое число целей* (рис. 2.5.18,а). По мере сближения периодов изобра-

жение *мощной несинхронной помехи* приобретает вид *спирали* рис. 2.5.18,б. При полной синхронизации мешающего излучения, когда помеху можно назвать *синхронной*, спираль переходит в *окружность* рис. 2.5.18,в.

2.5.8.2. Разновидностью организованных имитирующих помех многоцелевым РЛС является *многократная ответная помеха.* Приемопередатчик постановщика помех в ответ на зондирующий импульс излучает *серию мешающих.*

Наиболее характерным видом организованных имитирующих помех являются ответные помехи, уводящие стробы автоматического сопровождения по дальности, радиальной скорости и угловым координатам.

2.5.8.3. Вариант создания уводящей помехи системе сопровождения по дальности рис. 2.1.3 поясняется рис. 2.5.19,а. Импуль-

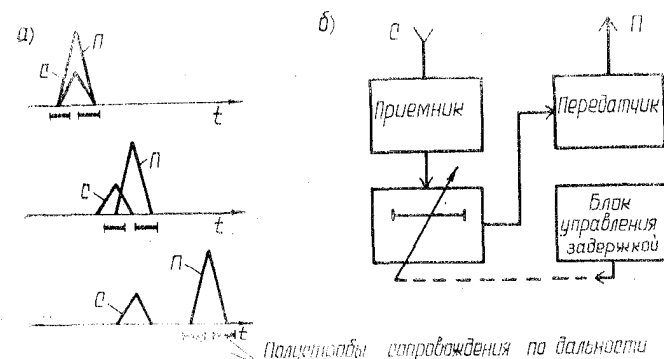


Рис. 2.5.19,а,б

сы помехи *П* налагаются на сигнальные *С* вначале без задержки, а затем с постепенно нарастающей задержкой по отношению к сигнальным. Имея большие амплитуды, чем сигнальные, помеховые импульсы *П* *уводят постепенно полустробы сопровождения.* Скорости и ускорения увода выбирают из диапазонов радиальных скоростей и ускорений истинных целей. После предполагаемого увода передатчик помех выключают, либо проводят повторения увода для повышения его надежности. Расчет делается на *недостаток времени на повторный захват цели* либо на *повышение ошибок наведения после повторного автозахвата.* Вероятность автоматического срыва сопровождения повышается при *многократном повторении описанной процедуры увода.* Постепенное увеличение задержки ретранслируемого сигнала в процессе увода можно осуществить с помощью регулируемой линии задержки (рис. 2.5.19,б). Можно многократно использовать вместо этого естественную задержку в спирали лампы бегущей волны — циркулятора (рис. 2.5.19,в).

Вход лампы связывается для этого через аттенюатор с ее выходом. Поступивший на вход радиопульс возвращается при этом после задержки на вход, снова возвращается после новой задержки и т.д. Короткий радиопульс *растягивается* за счет такой *рециркуляции* импульсов в длинный, содержащий *информацию о несущей частоте зондирующего сигнала*. Кроме того, он детектируется, запускает устройство переменной электронной задержки блока управления рис. 2.5.19,б, одновременно запоминается его длительность. Устройство задержки вырабатывает *модулирующий импульс* выявленной длительности, модулирует им колебания приемной лампы бегущей волны и срывает последние. Передающая лампа бегущей волны усиливает модулированные колебания.

2.5.8.4. *Вариант создания уводящих помех системам автосопровождения по радиальной скорости (доплеровской частоте)* показан на рис. 2.5.19,г. Принимаются колебания C некоторой ча-

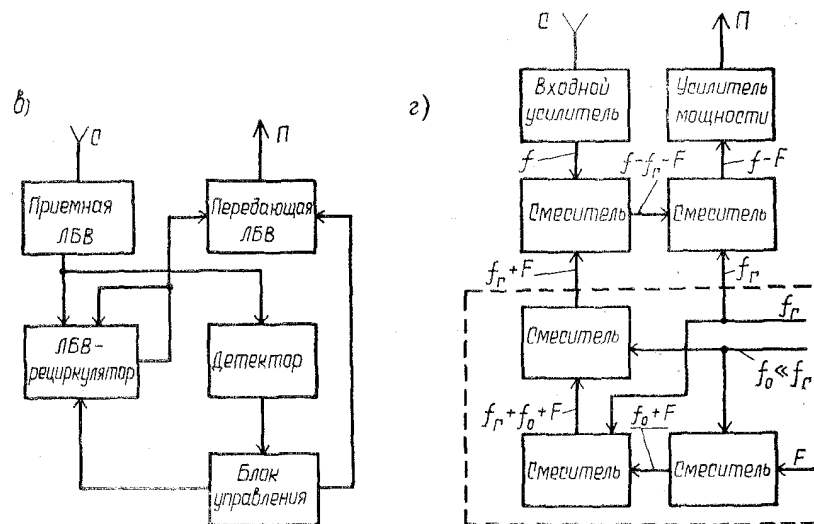


Рис. 2.5.19,в,г

стоты f . Ретранслируются колебания Π измененной частоты $f-F$. Абсолютная величина *изменения частоты относительно мала* $|F| \ll f$. Изменение вводят поэтому путем *двукратного преобразования частоты*. Используя гетеродинные колебания частоты f_r+F , выделяют сначала колебания разностной частоты $f-(f_r+F)$. Используя затем гетеродинные колебания частоты f_r , выделяют затем колебания суммарной частоты $[f-(f_r+F)] + f_r = f-F$. Гетеродинное колебание частоты f_r+F , где $|F| \ll f_r$, вырабатывается также путем *двойного преобразования*. Вырабатывающее его устройство обведено на рис. 2.5.19,г *штриховой линией*.

Значение F изменяется по абсолютной величине в процессе увода от нуля до некоторого максимума со скоростью, соответствующей диапазону радиальных ускорений реальных целей. Операции увода могут периодически повторяться.

2.5.8.5. Устройство вида 2.5.19,г способно обеспечить *увод по дальности* следящих систем РЛС с сигналами в виде длинных линейно-частотно-модулированных радиопульсов, имеющих частоту $f=f_0+at$. Поскольку дальность измеряется по запаздыванию закона изменения частоты $f-F=f_0+a(t-F/a)$, то частотное смещение F приводит к ошибке $\Delta t=F/a$ измерения времени запаздывания. Изменяя частоту, можно имитировать, таким образом, переменную задержку и осуществлять *увод не только «назад», но и «вперед»* [28].

2.5.8.6. *Постановка помех системам автоматического сопровождения по угловым координатам* может базироваться на различных принципах. Принцип постановки зависит от того, какое число каналов приема используется для измерения угловых координат.

При секторном и круговом обзоре с определением угловой координаты по центру пачки рис. 2.1.4,б, когда используется по одному приемному каналу на угловую координату, имитация может сводиться к искажению формы пачки, а значит положения ее центра.

Характерную умышленную имитирующую помеху представляет собой *ответная помеха РЛС с коническим сканированием* на передачу и прием (рис. 2.1.9), когда для измерения двух угловых координат используется всего один приемный канал. Введение в имитируемые импульсы противофазной (по отношению к принимаемым ответчиком зондирующим импульсам) модуляции приводит к резкому нарастанию ошибок и срыву сопровождения.

Имитация затрудняется при использовании *многоканальных (моноимпульсных) систем измерения угловых координат* типа рис. 1.2.2,б, не требующих обязательно использования пачек (последовательностей), а допускающих измерение по одному импульсу.

Возможна, тем не менее, постановка и этим системам *мерцающих и прерывистых помех*. Мерцающие помехи ставятся из двух точек и вызывают флуктуации «центра» излучения, как при вторичном излучении (раздел 2.3.2). Мерцание или прямое прерывание «раскачивает» следящие системы, особенно при специальном подборе частоты воздействия. Могут подавляться и маскироваться одновременно полезные сигналы, что означает дополнение имитационного эффекта маскирующим.

Произвольным угловым измерителям могут ставиться также *имитирующие помехи на поляризации, ортогональной рабочей (кросс-поляризации)*. Наряду с волнами рабочей поляризации антеннами принимаются и кросс-поляризованные радиоволны. Характеристики направленности для рабочей и кросс-поляризации могут отличаться. Переизлучение зондирующего сигнала на кросс-поляризации изменяет поэтому оценку угловой координаты [19]. При постепенном, циклически повторяемом увеличении интенсивности кросс-поляризационного излучения *повышается вероятность увода следящих систем углового сопровождения* с произвольным числом каналов приема, пока не приняты меры ослабления приема на кросс-поляризации, сближения характеристик направленности на кросс- и рабочей поляризациях или перехода к полному поляризационному приему.

2.5.9. *Разновидности и особенности пассивных помех*. Пассивные помехи радиолокационным средствам вызываются *отражениями зондирующих сигналов*. Мешающие отражатели могут иметь естественное (природное) и искусственное происхождение. Они могут имитировать цели либо маскировать отраженные от них сигналы.

2.5.9.1. *Маскирующие естественные пассивные помехи* вызываются отражениями от местных предметов, взволнованной поверхности моря, гидрометеоров (дождей и туманов), северных

сияний и т. д. В отдельных случаях эти помехи настолько сильные, что воздействуют и по основному, и по боковым лепесткам характеристик направленности антенн. Их энергетика оценивается согласно (2.4.23), (2.4.24) или (2.4.25).

Естественный имитирующий эффект создают тропосферные неоднородности, птицы, скопления насекомых. Трудноклассифицируемые отражения этих объектов называют «ангелами».

Естественные пассивные помехи *любого вида* часто оказываются *важной составной частью* помех активным РЛС. Особенно это относится к обнаружению *низколетящих целей в наземной и всех целей на фоне Земли в самолетной радиолокации*, когда очень большое количество мешающих отражателей попадает в ориентированные на цели основные лепестки характеристик направленности антенн.

2.5.9.2. Источниками *организованных (умышленных) пассивных помех* РЛС сантиметрового и дециметрового диапазонов могут быть резонансные полуволновые *диполи* из капронового или стеклянного металлизированного волокна. На более *длинных* волнах используют резонансные и нерезонансные *отражатели* из фольги или металлизированной бумажной ленты.

Диполи собирают в пачки, выбрасываемые или выстреливаемые с борта летательного аппарата. Чтобы «узкодиапазонная» пачка имитировала цель с эффективной поверхностью $\sigma_{\text{ср}}$, число содержащихся в ней диполей должно превышать $\sigma_{\text{ср}}/0,17\lambda^2$. «Широкодиапазонные» пачки комплектуются резонансными диполями различной длины. Возможно нарезание диполей в полете по данным разведки частоты подавляемой РЛС. Попадая в плотные слои атмосферы, диполи быстро теряют первоначальную скорость. Медленно снижаясь, они *перемещаются со скоростью ветра*, неодинаковой на разных высотах над поверхностью Земли.

Маскирующее действие обеспечивается путем *сброса пачек* с известной периодичностью, например специальным самолетом — постановщиком пассивных помех либо группой таких самолетов. Вид экрана индикатора РЛС кругового обзора (без АРУ и других мер защиты) при действии маскирующих пассивных помех от местных предметов, дипольных помех и активных помех показан на рис. 2.5.20.

Особенностью движения диполей *в космосе* является *поддержание первоначальной скорости движения*, что затрудняет скоростную селекцию. Наряду с диполями могут использоваться надувные «легкие» ложные цели, создающие имитирующий эффект. Чтобы имитировать головки баллистических ракет при входе в плотные слои атмосферы, применяют «тяжелые» ложные цели.

Для создания *имитирующего эффекта в тропосфере*, на поверхности Земли, на водной поверхности могут использоваться отдельные пачки диполей, а также уголкового отражатели и линзы

Люнеберга. Чтобы имитировать скорости истинных целей, последние устанавливают на *малогабаритных ложных целях с собственными двигателями*.

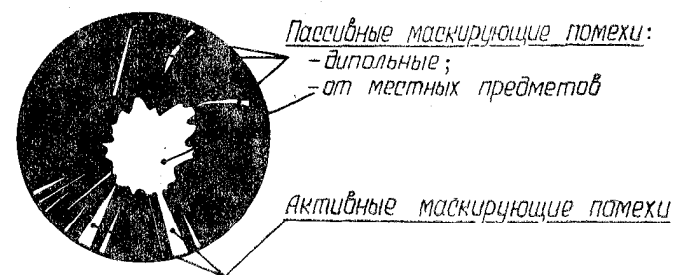


Рис. 2.5.20

2.5.9.3. Общей особенностью любой пассивной помехи является *прямая связь с зондирующим сигналом*. Комплексная амплитуда этой помехи

$$N(t) = \sum_i b_i A(t - \tau_i) U(t - t_{zi}) e^{j(2\pi F_{di}t + \beta_i)} \quad (2.5.66)$$

зависит от закона модуляции комплексных амплитуд сигнала в передатчике $U(t)$ и закона их модуляции $A(t, \theta)$ характеристиками направленности приемной и передающей антенн. В (66) введены кроме того: запаздывания отраженных импульсов $t_{zi} = 2r_i/c$ и законов их модуляции характеристиками направленности антенн $\tau_i = \theta_i/\Omega$ (Ω — угловая скорость вращения); доплеровские частоты F_{di} ; амплитудные множители b_i и начальные фазы β_i , специфичные для различных мешающих вторичных излучателей $i=1, 2, \dots$

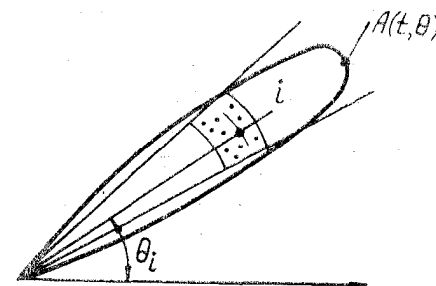


Рис. 2.5.21

2, ... Когда отражатели сосредоточены в отдельных разрешаемых объемах рис. 2.5.21, помеха носит *имитирующий* характер, когда

они распределены — *маскирующий*. Наряду с комплексной амплитудой (66) вводят мгновенные значения напряжений помехи

$$n(t) = \text{Re}[N(t)e^{j2\pi f_0 t}] = \frac{N(t)}{2}e^{j2\pi f_0 t} + \frac{N^*(t)}{2}e^{-j2\pi f_0 t} \quad (2.5.67)$$

2.5.9.4. При когерентности зондирующего сигнала, облучающего мешающие отражатели, значения помехи в отдельные моменты времени t, s в общем случае *взаимосвязаны*. Наличие взаимосвязи обеспечивает возможность *компенсации* помехи (без существенной компенсации сигнала во многих случаях). Важны поэтому статистические характеристики указанной взаимосвязи. К ним относятся *корреляционные функции мгновенных значений помеховых колебаний*

$$\varphi(t, s) = M[n(t)n(s)] \quad (2.5.68)$$

и их комплексных амплитуд

$$\Phi(t, s) = M\left[\frac{1}{2}N(t)N^*(s)\right] \quad (2.5.69)$$

Корреляционные функции (68—69) связаны зависимостью

$$\varphi(t, s) = \text{Re}[\Phi(t, s)e^{j2\pi f_0(t-s)}] \quad (2.5.70)$$

Переход от (68) к (69—70) основан на подстановке (67) в (68) и соотношении

$$M\left[\frac{1}{2}N(t)N(s)\right] = 0 \quad (2.5.71)$$

Левая часть (71) отличается от правой (69) отсутствием знака сопряжения. Стоящее в квадратных скобках произведение комплексных величин $N(t)$ и $N(s)$ выражается через его модуль $|N(t)N(s)|$ и фазовый множитель $e^{j\arg[N(t)N(s)]}$. В силу случайности комплексного процесса $N(t)$ можно считать случайной и равновероятной некоторую общую (не зависящую от t) его начальную фазу β . В удвоенном виде она входит в $\arg[N(t)N(s)]$, не компенсируясь как в (69), даже при $t=s$. Каждой реализации $e^{j2\beta}$ соответствует равновероятная ей реализация $e^{j2(\beta+\pi)} = -e^{j2\beta}$. Усреднение только по всевозможным начальным фазам β приводит уже к нулевому значению математического ожидания (71).

Используя (71) и тождество $a+a^* = (\text{Re } a + j\text{Im } a) + (\text{Re } a - j\text{Im } a) = 2\text{Re } a$, после подстановки (67) в (68) действительно приходим к (69—70).

Простейшим является случай облучения совокупности *идентичных* мешающих отражателей *монохроматическим* зондирующим сигналом в отсутствие модуляции, вызываемой перемещением характеристик направленности антенн. Поскольку $U(t) = \text{const}$, $A(t) = \text{const}$, то корреляционные функции (68—69) двух переменных сводятся к функциям их разности $t-s=\tau$, что соответствует стационарному случайному процессу. Распределение отражателей по радиальным скоростям (доплеровским частотам) определяет спектральную плотность мощности помехи $N(f)$. Графики распределения спектральных плотностей помехи $N(f)$ (включая шум) и сигнала $S(f)$ рис. 2.5.22 поясняют целесообразность ча-

стотной селекции. Она равносильна *селекции по радиальным скоростям*: различие спектров обусловлено различием скоростей мешающих отражателей и цели.

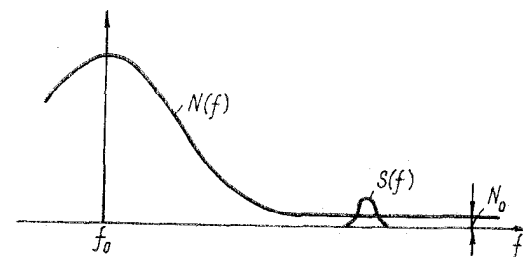


Рис. 2.5.22

2.5.9.5. Характер огибающей полезных колебаний в виде пачки коротких радиопульсов и фона пассивной помехи с шумом схематически показан на рис. 2.5.23,а. Помеха *нестационарна*. Ее

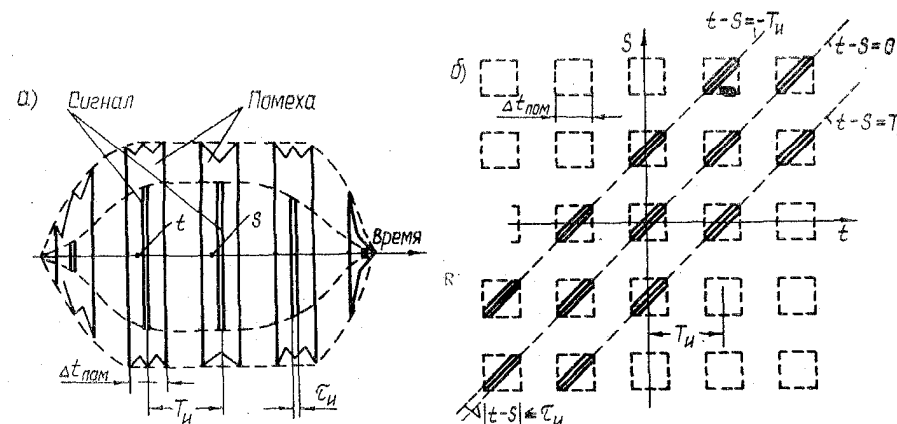


Рис. 2.5.23

корреляционная функция $\Phi(t, s)$, модуль которой отображен на плоскости t, s рис. 2.5.23,б с помощью линий равного уровня, не сводится к функции одной только разности $t-s$. Практический интерес, однако, представляет корреляция значений помехи в окрестности ненулевых значений сигнала рис. 2.5.23,а. Комплексные амплитуды помехи именно в этой области существенны для наблюдения сигнала и подлежат, по возможности, компенсации. Соответствующие им значения $\Phi(t, s)$ охватываются многосвязной областью рис. 2.5.23,б в виде отдельных «островков стационарности». Предполагается, что временная протяженность этих «островков» менее периода следования импульсов. Корреляционная функ-

* Мнимые части слагаемых правой части равенства (67) компенсируются, их реальные части дают исходную реальную часть.

ция в пределах введенной многосвязной области *зависит от разности* $\tau = t - s$, достигая максимумов при $\tau = 0, \pm T_{\text{и}}, \pm 2T_{\text{и}} \dots$

Нормированное ее значение при короткоимпульсном излучении сводится к произведению

$$\rho(\tau) = \rho_1(\tau) \rho_2(\tau) \rho_3(\tau). \quad (2.5.72)$$

Здесь $\rho_1(\tau)$ соответствует значению $\rho(\tau)$ при *монохроматическом* облучении. Оно является фурье-преобразованием спектральной плотности $N(f)$ (рис. 2.5.22). Функция $\rho_2(\tau)$ учитывает модуляцию колебаний в передатчике в виде последовательности $U(t)$ коротких радиопульсов (при неподвижных характеристиках направленности антенны).

$$\rho_2(\tau) = \int U(t) U^*(t - \tau) dt / \int |U(t)|^2 dt.$$

Функция $\rho_3(\tau)$ учитывает модуляцию колебаний характеристиками направленности антенн (без учета модуляции колебаний в передатчике)

$$\rho_3(\tau) = \int A(t) A^*(t - \tau) dt / \int |A(t)|^2 dt.$$

Формула (72) следует из (66—70) в предположении независимого и равномерного распределения мешающих вторичных излучателей по доплеровским частотам $F_{\text{дл}}$ и по запаздываниям $t_{\text{зи}} = 2r_i/c$, $\tau_i = v_i/\Omega$. Предполагается, что интегрирование в числителе и знаменателе выражения $\rho_2(\tau)$ или же $\rho_3(\tau)$ проводится за одинаковое достаточно большое время [24].

2.5.9.6. При описании любой пассивной помехи *существен спектр ее мощности при монохроматическом облучении* (иначе, это спектр первого сомножителя корреляционной функции (72)). Форма соответствующего спектра может меняться в зависимости от конкретных условий. Используют различные ее аппроксимации, в частности прямоугольную, в виде резонансной кривой, колокольную, переходные между ними. Для наиболее распространенной колокольной аппроксимации вид спектров типичных помех показан на рис. 2.5.24 применительно к длине волны $\lambda = 10$ см. Частоты f этого рисунка пересчитываются для других длин волн обратно пропорционально λ .

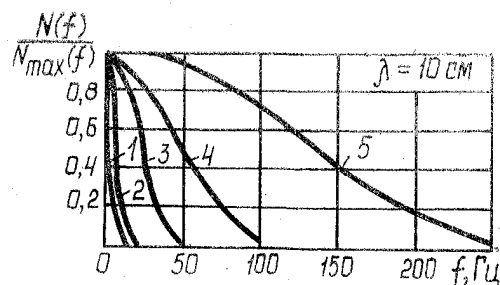


Рис. 2.5.24. Аппроксимации спектров пассивных помех от различных источников: 1 и 2 — холмов и гор, поросших лесом (кустарником) при скорости ветра 0 и 32 км/ч; 3 — поверхности воды при скорости ветра 2 км/ч; 4 — диполей при скорости ветра 16...40 км/ч; 5 — осадков при скорости ветра 3...6 км/ч.

2.5.9.7. Итак, наиболее характерной особенностью пассивных помех является их связь с зондирующим сигналом. Увеличение

мощности зондирующих сигналов существенно не облегчает наблюдения полезных сигналов на фоне пассивных помех. Мощность последних возрастает пропорционально мощности зондирующих сигналов (облегчается лишь наблюдение совокупности полезных сигналов и пассивных помех на фоне шума). Наоборот, закономерная структура зондирующих сигналов (их когерентность) способствует подавлению этого вида помех*. На свойства помех влияют характеристики сигналов, мешающих отражателей и природные факторы.

2.5.9.8. Мешающие отражатели: 1) переотражая зондирующие колебания, могут создавать пассивную помеху в присутствии активных помех; 2) наряду с зондирующими могут переотражать мешающие колебания активной помехи. В обоих случаях создается активно-пассивная комбинированная помеха, маскирующая или имитирующая в зависимости от условий ее постановки.

2.5.10. Модели помех. Как и модели сигналов, модели помех должны удовлетворять противоречивым требованиям: учет основных особенностей моделируемых процессов; простота последующего использования. Модели относим ко входу приемника, отвлекаясь от возможных искажений в его усилительных каскадах.

В качестве моделей имитирующих помех можно использовать модели сигналов разд. 2.5.5, вводя в них необходимые случайные параметры.

Для маскирующих помех (в виде внутренних шумов, шумов природного происхождения, других активных и пассивных маскирующих помех) используем пока (до разд. 6) модель нормального (гауссовского) закона распределения мгновенных значений.

Имеется ряд факторов, способствующих реализации нормального распределения маскирующих помех. Пройдя через узкополосную электрическую цепь (с относительно большой памятью), даже негауссовская маскирующая помеха приближается к гауссовской, иначе нормализуется. Выходное напряжение такой цепи складывается в каждый момент времени из большой совокупности ее откликов на независимые случайные воздействия, причем с ограниченной дисперсией. Нормализация для этих условий следует из центральной предельной теоремы теории вероятностей — теоремы Ляпунова.

Нормализация реализуется, в частности, для ограниченной в передатчике заградительной прямошумовой, а обычно и для амплитудно-частотно-модулированной шумом помехи, когда помеха проходит через узкополосную цепь. Эффекты воздействия подобных активных помех на узкополосные линейные системы не отличаются обычно (хотя и не всегда) от эффектов воздействия гауссовских. Во многих случаях (хотя также не всегда) наблюдается нормализация пассивных помех.

Гауссовские модели помех заслуживают поэтому первоочередного рассмотрения. Существенно, что гауссовскому закону распре-

* См. разд. 4.2.4.

деления мгновенных значений реальной узкополосной * помехи соответствует *релеевский* закон распределения ее *амплитуд* и *экспоненциальный* — *мгновенных мощностей*. Здесь имеется полная аналогия с рис. 2.4.3, а, б, в.

Чтобы упростить выявление основных закономерностей, *параметры распределений гауссовских помех считаем пока известными*. Оценивание неизвестных параметров помех отложим до раздела 6. Там же учтем и возможную негауссовость помехи.

Здесь же рассмотрим *корреляционные функции шумовых колебаний*, определяющие *степень взаимосвязи* их отдельных значений. Затем перейдем к *плотностям вероятности гауссовских* коррелированных и некоррелированных *помех*. Попутно обсудим применение этих плотностей в качестве моделей случайных сигналов.

2.5.10.1. Рассмотрим *корреляционные функции квазибелого и белого стационарного шума*.

Модели *квазибелого стационарного шума* характеризуются *постоянной спектральной плотностью мощности* (аналогия с белым светом), но на *ограниченном частотном интервале*:

$$N(f) = N_0 \text{ при } 0 < f < f_{\max}, \quad (2.5.73)$$

$$N(f) = N_0 \text{ при } f_{\min} < f < f_{\max}. \quad (2.5.74)$$

С увеличением f_{\max} в (73) или $(f_{\max} - f_{\min})$ в (74) обе они приближаются к модели *белого шума*.

Корреляционная функция *вещественных значений произвольного стационарного шума* $\varphi(\tau) = M[n(t)n(t-\tau)]$ определяется *формулой Хинчина*

$$\varphi(\tau) = \int_0^{\infty} N(f) \cos 2\pi f\tau df.$$

Для *белого шума* $N(f) = N_0$. Заменяя $\cos 2\pi f\tau$ по формуле Эйлера, найдем

$$\varphi(\tau) = \frac{N_0}{2} \int_0^{\infty} (e^{j2\pi f\tau} + e^{-j2\pi f\tau}) df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f\tau} df = N_0 \delta(\tau)/2, \quad (2.5.75)$$

т. е. *корреляционная функция описывается дельта-функцией*. Это показывает полное отсутствие взаимосвязи случайных значений шума, разделенных конечным временным интервалом τ при $f_{\max} \rightarrow \infty$. Бесконечное предельное значение $\varphi(0)$ отражает неограниченное (в рассматриваемом приближении $N(f) = N_0 = \text{const}$) повышение дисперсии шума $N_0 f_{\max}$ при неограниченном расширении полосы его частот $0 < f < f_{\max}$.

*По отношению к несущей частоте f_0 .

Заметим, что интеграл по частоте $-\infty < f < \infty$ в (75) является интегралом Фурье. Величину $N_0/2$ можно считать поэтому *спектральной плотностью мощности белого шума в двустороннем частотном спектре* $-\infty < f < \infty$. Чаще пользуются, однако, *спектральной плотностью N_0 на положительной полуоси частот*, как в (73—74). Указанные спектральные плотности, как видим, отличаются вдвое.

Для моделей *квазибелого шума* (73—74), поясняемых рис. 2.5.25, а, б, корреляционные функции (рис. 2.5.25, в, г) имеют вид

$$\varphi(\tau) = N_0 f_{\max} \sin(2\pi f_{\max} \tau) / 2\pi f_{\max} \tau, \quad (2.5.76)$$

$$\varphi(\tau) = N_0 \Pi[\sin(\pi P \tau) / \pi P \tau] \cos 2\pi f_0 \tau, \quad (2.5.77)$$

где

$$P = f_{\max} - f_{\min}, \quad f_0 = (f_{\max} + f_{\min})/2.$$

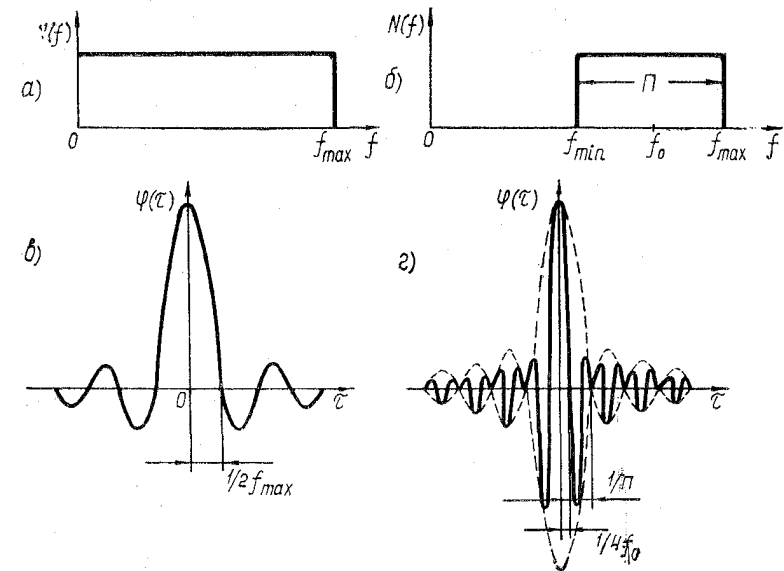


Рис. 2.5.25

В пределах главных лепестков корреляционных функций ($|\tau| < 1/2f_{\max}$ в (76) или $|\tau| < 1/P$ в (77)) наблюдается *ослабление корреляционных связей с увеличением $|\tau|$, тем большее, чем шире полоса частот*.

2.5.10.2. Дискретизируя мгновенные значения принимаемых колебаний, дискретизируем и шумы. Это позволит прийти к произвольной дискретной выборке шумов $n(l_k) = n_k, k = 1, 2, \dots, m$.

Корреляция i -го и j -го элементов выборок стационарного шума определяется выражением $M(n_i n_j) = \varphi(t_i - t_j)$.

Если интервалы дискретизации равны минимально возможным $1/2 f_{\max}$ в (76) и $1/P$ в (77), то дискреты с различающимися номерами, согласно рис. 2.2.25, в, г, некоррелированы. При нормальном законе распределения это означает их независимость.

$$p(n_1, n_2, \dots, n_m) = p(n_1)p(n_2) \dots p(n_m).$$

Математические ожидания $M(n) = M(n_i)$ можно принять при этом равными нулю в силу равновероятности знаков (плюс или минус) при одинаковых по абсолютной величине значениях n .

Каждому дискретному значению соответствует одномерная плотность вероятности

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-n^2/2\sigma^2}. \quad (2.5.78)$$

Здесь σ^2 — дисперсия мгновенного напряжения помехи на единичном сопротивлении (ее обозначению в отличие от обозначений эффективных поверхностей σ_n , σ_{cp} указанных индексов не придаем).

Для модели квазиглобального шума (рис. 2.2.25, а) значение $\sigma^2 = \varphi(0) = N_0 f_{\max}$, для модели рис. 2.5.25, б $\sigma^2 = \varphi(0) = N_0 P$. В силу стационарности шума значения σ^2 различных элементов выборки одинаковы. Выражение (78) приводим в результате к виду

$$p(n_1, n_2, \dots, n_m) = (2\pi\sigma^2)^{-m/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^m n_i^2\right]. \quad (2.5.79)$$

Более компактную запись (79) получим, введя вектор-столбец $\mathbf{n} = \|\mathbf{n}_i\|$ (прямоугольную матрицу размера $m \times 1$) и перейдя к векторно-матричной записи.

2.5.10.3. Прямоугольные матрицы $\mathbf{a} = \|a_{ij}\|$ размера $k \times l$ могут быть, как известно, перемножены, если (как в данном случае) число столбцов l первой из них совпадает с числом строк второй, Матрица произведения $\mathbf{c} = \mathbf{a}\mathbf{b}$ имеет размер $k \times p$, где p — число столбцов матрицы \mathbf{b} . Элементы матрицы \mathbf{c} вычисляются по формуле

$$c_{ij} = \sum_{\lambda=1}^l a_{i\lambda} b_{\lambda j} \quad (1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq p).$$

Транспонирование матрицы $\mathbf{a} = \|a_{ij}\|$ размера $k \times l$ означает переход к матрице $\mathbf{a}^T = \|a_{ji}\|$ размера $l \times k$. Транспонирование вектор-столбца $\mathbf{n} = \|n_i\|$ размера $m \times 1$ приводит к вектор-строке \mathbf{n}^T размера $1 \times m$.

Произведение

$$\mathbf{n}^T \mathbf{n} = \sum_{i=1}^m n_i^2$$

имеет размер 1×1 , т. е. сводится к скаляру и представляет собой скалярное произведение вектора \mathbf{n} самого на себя.

В соответствии с изложенным плотность вероятности m -элементной выборки нормально-распределенного квазиглобального шума (79) представим в виде

$$p(\mathbf{n}) = (2\pi\sigma^2)^{-m/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{n}^T \mathbf{n}\right). \quad (2.5.80)$$

2.5.10.4. Полученная запись (80) является частным случаем более общей и также достаточно компактной записи нормального закона распределения

$$p(\mathbf{n}) = (2\pi)^{-m/2} |\varphi|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{n}^T \varphi^{-1} \mathbf{n}\right), \quad (2.5.81)$$

известной из теории вероятности. Эта запись относится к произвольно коррелированной m -элементной выборке \mathbf{n} не обязательно стационарной помехи. В ней $\varphi = \|\varphi_{ik}\| = \|M(n_i n_k)\|$ — корреляционная матрица, составленная из корреляционных моментов (ковариаций) элементов n_i и n_k выборки, φ^{-1} — матрица, обратная корреляционной, $|\varphi| = \det \varphi$ — определитель (детерминант) корреляционной матрицы.

Легко убедиться, что предыдущая запись (80) согласуется с (81). Для некоррелированной выборки стационарного шума $M(n_i n_k) = 0$ при $i \neq k$, а $M(n_i^2) = \sigma^2$, т. е. корреляционная матрица пропорциональна единичной

$$\varphi = \sigma^2 \mathbf{I}.$$

Ее определитель $|\varphi| = (\sigma^2)^m = \sigma^{2m}$. Существует обратная матрица φ^{-1} , т. е. матрица, для которой

$$\varphi^{-1} \varphi = \mathbf{I}.$$

В данном случае она также пропорциональна единичной

$$\varphi^{-1} = (1/\sigma^2) \mathbf{I},$$

а ее умножение на φ дает единичную матрицу. Подстановка $|\varphi|$ и φ^{-1} в (81) действительно приводит выражение (81) к рассмотренному ранее виду.

2.5.10.5. Переход от некоррелированных выборок стационарной помехи к коррелированным выборкам нестационарной (в общем случае) помехи связан с видоизменением корреляционной матрицы φ , а значит и всей плотности вероятности (81).

Нестационарность выборки \mathbf{n} некоррелированной помехи, сводящаяся, например, к изменению дисперсии от дискрета к дискрету, проявляется в неравенстве элементов σ_i^2 главной диагонали матрицы.

Коррелированность элементов выборки помехи (наличие сходства отдельных элементов) приводит к ненулевому заполнению матрицы вне главной диагонали.

Для размерности $m=1, 2, 3$ случайного вектора \mathbf{n} возможна интерпретация его как радиус-вектора точек одномерного (прямой), двумерного (плоскости) и трехмерного пространства. На рис. 2.5.26, а, б, в, г соответственно показаны линии равного уровня* поверхности $p(n_1, n_2)$ на плоскости n_1, n_2 : а) без учета и б) с учетом нестационарности в отсутствие корреляции дискретов помехи; в) и г) при наличии корреляции различного знака в отсутствие нестационарности помехи.

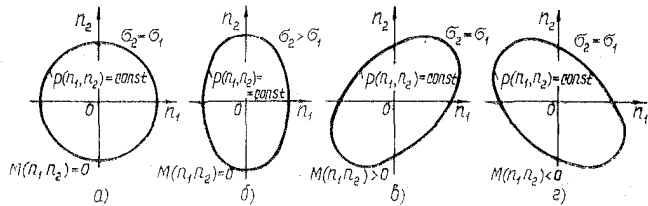


Рис. 2.5.26

В случае $m>3$, когда подобная интерпретация невозможна, оправданы аналогии с пространствами меньшей размерности $m=1, 2, 3$. В этом смысле говорят о *распределении плотности вероятности (81) по многомерному пространству*.

2.5.10.6. Общая запись гауссовской плотности вероятности выборки помехи существенна во многих важных случаях. Запись (81) применима, в частности, для описания небелого шума, отдельные дискреты которого коррелированы. Особенно существенна она поэтому для описания пассивной помехи и выявления возможностей ее компенсации.

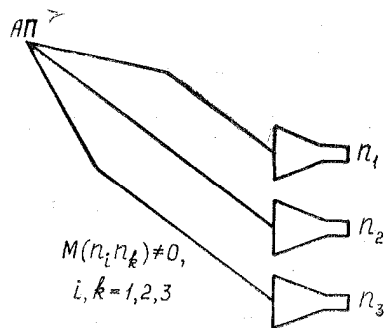


Рис. 2.5.27

ясь на (81), можно получать поэтому *зоны видимости, лучшие зон* рис. 2.5.10, а *при одноканальном приеме*.

* Часто используются семейства таких линий для различных уровней.

2.5.10.7. Формальные операции, связанные с применением (81), поясним на примере.

Пример. Пусть $m=2$. Как и ранее, $M(n_1) = M(n_2) = 0$, $M(n_1^2) = \sigma_1^2$, $M(n_2^2) = \sigma_2^2$. По условию корреляционная матрица

$$\varphi = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}, \quad (2.5.82)$$

где $\rho = M(n_1 n_2) / \sigma_1 \sigma_2$ — коэффициент корреляции. Детерминант (определитель) матрицы и обратная ей матрица имеют вид

$$|\varphi| = \det \varphi = \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2), \quad (2.5.83)$$

$$\varphi^{-1} = \frac{1}{1 - \rho^2} \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & -\rho/\sigma_1\sigma_2 \\ -\rho/\sigma_1\sigma_2 & 1/\sigma_2^2 \end{bmatrix}. \quad (2.5.84)$$

Формула (81) после подстановки (83—84) и $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$ принимает вид *двумерного нормального распределения*

$$p(n_1, n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{n_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{n_2^2}{\sigma_2^2} - 2\rho \frac{n_1 n_2}{\sigma_1 \sigma_2} \right] \right\}. \quad (2.5.85)$$

Рис. 2.5.26, а, б, в, г соответствуют этому распределению для различных σ_1, σ_2 и $M(n_1, n_2) = \rho\sigma_1\sigma_2$.

2.5.10.8. Формулы (79), (81) пригодны для описания распределений дискретизированных полезных сигналов шумового типа, используемых в пассивной радиолокации. Источниками таких сигналов могут быть нагретые участки земной поверхности, небесные тела, плазменные образования, постановщики активных помех.

Формулами (81) можно описывать и детерминированные сигналы с гауссовской статистикой мгновенных значений, в частности с релеевской случайной амплитудой и равновероятной начальной фазой.

2.5.11. Модели наложений сигнала и помехи. Задачи статистических решений. Модели наложений сигнала и помехи относим ко входу приемников, пренебрегая за счет этого эффектами перегрузки последних. Тогда справедлива модель наложения сигнала и помехи, называемая иначе *аддитивной моделью*:

$$y(t) = n(t) + Ax(t, \alpha, \beta). \quad (2.5.86)$$

Множитель A (единица или ноль) позволяет наряду со случаем наложения охватить действие помехи $n(t)$ без сигнала. Аналогом (86) при временной дискретизации является модель

$$\mathbf{y} = \mathbf{n} + A\mathbf{x}(\alpha, \beta). \quad (2.5.87)$$

Многоканальность учитывается повышением размерности векторов.

Статистические распределения вектора \mathbf{y} вводят для условий действия одной помехи ($A=0$) и сигнала, и помехи ($A=1$);

условные плотности вероятности обозначают $p_n(y)$ и $p_{cn}(y)$. Практический интерес представляют обычно векторы y большой размерности m .

В иллюстративных целях ограничимся выборками $m=1, 2$. На рис. 2.5.28, а представлены типичные одномерные плотности вероятности $p_n(y)$ и $p_{cn}(y)$ для $m=1$. Для $m=2$ аналогичные двумерные плотности вероятности $p_n(y_1, y_2)$, $p_{cn}(y_1, y_2)$ показаны на рис. 2.5.28, б, в с помощью линий уровня $p_n(y_1, y_2) = \text{const}$ и $p_{cn}(y_1, y_2) = \text{const}$. Рис. 2.5.28, б соответствует некоррелированной, а рис. 2.5.28, в коррелированной помехе. Сигналы $x = (x_1, x_2)$ на рис. 2.5.28, б, в считаются известными полностью. Как и на рис. 2.5.28, а, они смещают распределения помехи по координатным осям на известные расстояния, так что

$$p_{cn}(y_1, y_2) = p_n(y_1 - x_1, y_2 - x_2)$$

или

$$p_{cn}(y) = p_n(y - x). \quad (2.5.88)$$

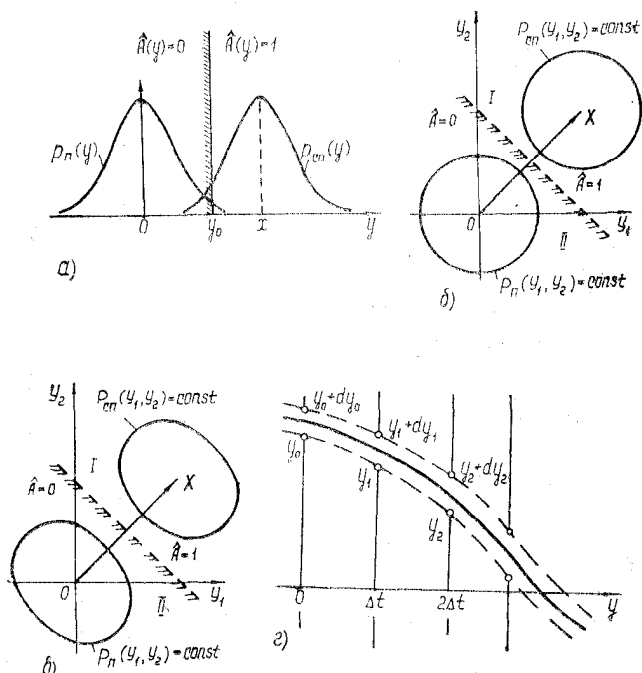


Рис. 2.5.28

Наряду с плотностями вероятности вводят элементы «*моделей*» пространства реализаций $dy = dy_1 dy_2 dy_3 \dots$. Для случая рис. 2.5.28, а $dy = dy$, для случая рис. 2.5.28, б, в $dy = dy_1 dy_2$.

Физический смысл «объема» dy сводится к *введению совокупности близких между собой реализаций*, ограниченных штриховыми линиями (рис. 2.5.28, г). Условная вероятность реализаций, принадлежащих такой совокупности (сплошная линия), составляет соответственно $p_{cn}(y)dy$ или $p_n(y)dy$.

Зная распределения $p_{cn}(y)dy$ и $p_n(y)dy$, можно провести некоторую *границу* (косая штриховка), *разбивающую пространство* y (прямую y , плоскость y_1, y_2 , трехмерное пространство y_1, y_2, y_3) *на две области*. Если наблюдаемая реализация y попадает в первую из них, *принимается решение о наличии сигнала* x (решение $\hat{A}=1$ об единичном значении параметра A). Если точка y попадает во вторую область, *принимается решение об отсутствии сигнала* (решение $\hat{A}=0$).

Интуитивный путь разбиения на области не всегда эффективен. Целесообразнее сформулировать *критерии разбиения*, направленные на снижение вероятностей ошибочных решений с учетом значимости последних. Удовлетворяющее им разбиение означает *оптимизацию принятия решений — оптимизацию обнаружения в частности*.

Дальнейшее рассмотрение в разделах 3, 5 и, частично, 6 будет проводиться по схеме рис. 2.5.29. Исходными являются введенные



Рис. 2.5.29

уже *модели сигналов и помех* различной степени общности. Наряду с ними должны быть введены определенные *критерии эффективности (оптимальности)* обнаружения (разд. 3), измерения (разд. 5). В результате *вероятностных расчетов* различной степени общности следует прийти к соответствующим *алгоритмам оптимальных решений* и к их *показателям качества (потенциальным показателям)*, т. е. наилучшим из возможных в заданных условиях. Результаты такой оптимизации должны использоваться при выборе зондирующих сигналов (разд. 4), принципов обработки

принимаемых колебаний и других принципов построения РЛС (разд. 3—6).

Заметим, что рис. 2.5.9 поясняет идею оптимизации, не касаясь деталей. Так, часть вероятностных расчетов можно не повторять при изменениях моделей сигналов и помех, если провести их в общем виде (для произвольных $p_n(y)$ и $p_{сн}(y)$ при обнаружении). Критерии эффективности можно упрощать, выдавая, тем не менее, показатели качества решений в более полном объеме.

Вероятностный (статистический) подход явится в дальнейшем определяющим как в силу случайного характера помех, так и самих сигналов.

2.5.12. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните понятия коэффициента усиления и эффективной поверхности антенны.
2. Поясните и обоснуйте выражение средней энергии принимаемого, отраженного целью сигнала в свободном пространстве.
3. Во сколько раз изменится энергия отраженного сосредоточенной целью сигнала в свободном пространстве, если дальность до нее при неизменных остальных параметрах увеличится в 2 раза. Справедлив ли тот же результат для распределенных отражающих объектов?
4. Поясните выражение средней энергии принимаемого, отраженного целью сигнала при фиксированной высоте ее полета и косекансных характеристиках направленности по полю приемной и передающей антенн.
5. В каких случаях существенно влияние земной (водной) поверхности на энергию и параметры принимаемого, отраженного целью сигнала? Что характеризует множитель Земли и от чего он зависит?
6. Укажите основные факторы, определяющие влияние атмосферы Земли на энергию и параметры принимаемого, отраженного целью сигнала.
7. Проанализируйте уравнение дальности локации сосредоточенной цели в свободном пространстве. Как изменится эта дальность, если энергия зондирующего (порогового) сигнала изменится в 16 раз?
8. Как влияют множители Земли на дальность действия? Для каких длин волн их влияние наиболее существенно?
9. Поясните структуру характерных зон видимости РЛС. Чем определяется дальность прямой видимости? Каков характер уравнения дальности для малых высот?
10. Поясните влияние затухания радиоволн в атмосфере на зоны видимости. Для $\lambda = 1$ см и $\lambda = 10$ см оцените по графикам затухание в дБ/км в сильном тумане и дальность РЛС, если дальность при отсутствии затухания равна 100 км.
11. Поясните структуру зон видимости РЛС с разнесенными пунктами передачи и приема.
12. Поясните уравнения дальности запросной и ответной линий радиолокации с активным ответом.
13. Поясните расчет дальности действия совмещенного радиолокатора при воздействии активных шумовых помех. Сравните особенности самоприкрытия и внешнего прикрытия.
14. Зачем вводят модели сигналов? Каков их вид для различных когерентных и некогерентных временных сигналов? Поясните понятия когерентности и некогерентности.
15. Как учитывается многоканальность приема при составлении моделей сигналов?
16. Поясните влияние временной дискретизации на модели сигналов при одноканальном и многоканальном приеме.
17. Поясните особенности шумов резисторов в диапазоне радиоволн.

18. Поясните понятия шумовой температуры и коэффициента шума приемника.
19. Поясните особенности взаимных и индустриальных активных помех.
20. Поясните особенности активных организованных шумовых помех. Как формируются и воздействуют модулированные шумом и прямошумовые помехи?
21. Приведите примеры взаимных имитирующих активных помех.
22. Приведите примеры организованных имитирующих активных помех.
23. Поясните разновидности и приведите примеры маскирующих и имитирующих пассивных помех.
24. Что означает термин «комбинированная помеха»?
25. Поясните понятия и приведите примеры стационарных и нестационарных помех.
26. Поясните модели квазиглобального и глобального стационарного шума и соответствующие им корреляционные функции. Поясните сущность и значение корреляции дискретов помехи.
27. Изобразите аксонометрии гауссовских двумерных плотностей вероятности, которым соответствуют линии уровня рис. 2.2.26.
28. Поясните статистические модели наложений сигналов и помех, смысл оптимизации обнаружения.

3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

3.1. ПОСТАНОВКА И МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

3.1.1. Показатели качества и критерии эффективности радиолокационного обнаружения. Реальные радиолокаторы обнаруживают совокупности *многих* целей, появляющихся в пределах их зон обнаружения (см. разд. 2.5.3), например, в виде случайных потоков определенной плотности. Обнаружение проводится либо *при участии человека-оператора*, либо *автоматически*. Операторы различаются натренированностью, личными психофизическими качествами. Они не обеспечивают в ряде случаев требуемого темпа выдачи данных, хотя и превосходят иногда реализованные автоматы в решении нестандартных задач.

При теоретическом анализе абстрагируются от факторов, второстепенных на отдельных этапах познания. В *теории автоматического одноцелевого обнаружения* отвлекаются от особенностей человека-оператора и специфики многоцелевых ситуаций, не сильно ограничивая общность рассмотрения. Многоцелевые ситуации сводят к совокупностям одноцелевых, когда обнаружению цели ζ (рис. 3.1.1) не препятствует наличие остальных ζ' (они рас-

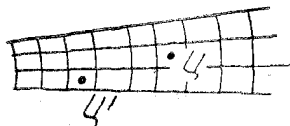


Рис. 3.1.1

положены в разных разрешаемых объемах). Взаимное же мешающее действие целей учитывается при переходе к теории *разре-*

шения — обнаружения (разд. 4.1.7). Изменения координат и других параметров движения цели за время обнаружения также не учитываем (до перехода к теории *обнаружения — измерения*).

3.1.1.1. Обнаружение сводится с указанных позиций к *автоматическому принятию решения о наличии или отсутствии цели в произвольно выделенном разрешаемом объеме* зоны обнаружения. Решения принимаются при двух взаимно исключающих, но неизвестных заранее условиях:

условие A_0 ($A=0$) — «цели нет»;

условие A_1 ($A=1$) — «цель есть».

За счет помех и флуктуаций каждому условию могут соответствовать два или даже три вида *текущих* решений:

решение \hat{A}_0 ($\hat{A}=0$) — «нет» и решение \hat{A}_1 ($\hat{A}=1$) — «да»;

решение \hat{A}_n ($\hat{A}=1$) — «не знаю».

В зависимости от состава решений говорят о *двухальтернативном* («да», «нет») и *трехальтернативном* («да», «нет», «не знаю») обнаружении. Трехальтернативное обнаружение реализуемо в РЛС с электрически управляемыми антеннами, допускающими оперативное управление обзором. Выдавая решение «не знаю», обзорная РЛС продолжает при этом зондирование в том же угловом направлении, пока не принимается решение «да» или «нет». После этого просматривается новое направление.

3.1.1.2. При *двухальтернативном* одноцелевом обнаружении возможны четыре ситуации совмещения случайных событий «решения» и «условия»:

ситуация $\hat{A}_1 A_1$ — правильное обнаружение;

ситуация $\hat{A}_0 A_1$ — пропуск цели;

ситуация $\hat{A}_1 A_0$ — ложная тревога;

ситуация $\hat{A}_0 A_0$ — правильное необнаружение.

Возможными показателями качества двухальтернативного обнаружения можно считать поэтому *четыре вероятности ситуаций совмещения* событий решения и условия $P(\hat{A}_i A_k)$, составляющие единицу в сумме по i, k ($i, k=1, 2$). Каждая из вероятностей совмещения сводится к произведению *условной вероятности решения* $P(\hat{A}_i/A_k)$ и *вероятности условия* $P(A_k)$

$$P(\hat{A}_i A_k) = P(\hat{A}_i/A_k) P(A_k). \quad (3.1.1)$$

Вероятности условий отсутствия или наличия цели $P(A_k)$, $k=0, 1$, называемые *априорными* (*доопытными*), зависят от возможной радиолокационной обстановки и обычно неизвестны. Это ограничивает практическое использование вероятностей совмещения. Более удобны *условные вероятности решений* $P(\hat{A}_i/A_k)$, которые

оцениваются экспериментально или путем расчета. Непосредственно ими, а не вероятностями совмещения пользуются поэтому в качестве показателей эффективности обнаружения.

При условии *наличия цели* вводят *условные вероятности правильного обнаружения и пропуска цели*

$$P(\hat{A}_1/A_1) = D, \quad P(\hat{A}_0/A_1) = \tilde{D} = 1 - D, \quad (3.1.2)$$

в сумме составляющие единицу.

При условии *отсутствия цели* вводят аналогичные *условные вероятности ложной тревоги и правильного необнаружения*

$$P(\hat{A}_1/A_0) = F, \quad P(\hat{A}_0/A_0) = \tilde{F} = 1 - F. \quad (3.1.3)$$

3.1.1.3. Значения условной вероятности F задают обычно *малыми*. Идеализированная ситуация одностороннего обнаружения — лишь составная часть реальной ситуации многоцелевого, для которой ложная тревога независимо возникает в любом из $m \gg 1$ разрешаемых объемов рис. 3.1.1.

Совокупная условная вероятность правильного необнаружения в $m \gg 1$ таких объемах

$$\tilde{F}_m = (\tilde{F})^m = (1 - F)^m$$

поэтому снижается, а совокупная условная вероятность ложной тревоги F_m возрастает с увеличением m . При $mF \ll 1$

$$F_m = 1 - \tilde{F}_m = 1 - (1 - F)^m \approx mF. \quad (3.1.4)$$

Допустимыми считают в связи с этим значения $F \approx F_m/m \approx (10^{-4} \dots 10^{-10})$.*

Требуемое качество работы двухальтернативного обнаружителя характеризуется *парой допустимых условных вероятностей* $D \approx (0,5 \dots 0,99)$ и $F \approx (10^{-4} \dots 10^{-10})$ или аналогичной ей парой, в которой \tilde{D} заменяется на $\tilde{D} = 1 - D$.

Опускать какой-либо элемент указанных пар (например F , оставляя D , или D , оставляя F) *недопустимо*: это приводит к парадоксам. Можно прийти к условной вероятности пропуска $\tilde{D} = 0$, автоматически выдавая ответ «да» для всех возможных ситуаций (значение условной вероятности ложной тревоги F возрастает

* В иностранной литературе задают иногда предельное значение $F_m = 0,5$; приближение (4) при этом неприменимо. Полагая $F \ll 1$ и замечая значение $\tilde{F}_m = (1 - F)^m \approx (e^{-F})^m$, вводят число элементов разрешения (число источников ложных тревог) $m \approx (1/F) \ln(1/\tilde{F}_m)$, для которого достигается значение $\tilde{F}_m = F_m = 0,5$. Например, вместо $F = 10^{-7}$ вводят $m = 10^7 \ln 2$. Если же задано $m = 10^7$, то это значит, что $F = 10^{-7} / \ln 2$.

при этом до единицы). Можно прийти к значениям $F = 0$, выдавая одни только решения «нет» (условная вероятность пропуска \tilde{D} возрастает до единицы).

3.1.1.4. Подобные крайности связаны с переходом от *двух показателей качества к одному* и, в принципе, устранимы. Они устраняются, когда в качестве *единственного* критерия эффективности* (оптимальности) принимается *средний риск ошибок обнаружения, иначе, средняя плата* за эти ошибки (математическое ожидание платы):

$$\bar{r} = M(r) = \sum_{i,k} r_{ik} P(\hat{A}_i A_k). \quad (3.1.5)$$

Здесь r_{ik} — *плата* за i, k -ую ошибочную ситуацию (стоимость, учитывающая значимость этой ситуации).

Вводя ненулевые платы за ошибки, r_{01} за пропуск цели и r_{10} за ложную тревогу, при нулевых платах за правильные решения $r_{00} = r_{11} = 0$, для *двухальтернативного обнаружения* получим

$$\bar{r} = M(r) = r_{01} P(\hat{A}_0 A_1) + r_{10} P(\hat{A}_1 A_0). \quad (3.1.6)$$

Критерий минимума среднего риска

$$\bar{r} = \min \quad (3.1.7)$$

является *наиболее важным и универсальным критерием статистической оптимизации*.

3.1.1.5. От критерия (7) перейдем к *ряду других критериев*. Используя (1), (2), (4), преобразуем для этого выражение (6) к виду

$$\bar{r} = r_{01} P(A_1) \tilde{D} + r_{10} P(A_0) F = r_{01} P(A_1) (\tilde{D} + l_0 F).$$

Здесь l_0 — *весовой множитель*, объединяющий четыре упомянутые величины,

$$l_0 = r_{10} P(A_0) / r_{01} P(A_1), \quad (3.1.8)$$

и произведение $r_{01} P(A_1) > 0$. Критерий (7) сводится, таким образом, к *весовому критерию* эффективности двухальтернативного обнаружения

$$\tilde{D} + l_0 F = \min.$$

В результате замены $\tilde{D} = 1 - D$ *весовой критерий видоизменяется*

$$D - l_0 F = \max. \quad (3.1.9)$$

Требование ограничения условной вероятности $F \leq F_0$ приводит к *критерию Неймана—Пирсона*. Оптимальный обнаружи-

* См. также схему рис. 2.5.29.

тель обеспечивает согласно этому критерию наибольшую условную вероятность правильного обнаружения D из всех обнаружителей, условная вероятность ложной тревоги F которых не превышает заданной F_0 .

3.1.2. Оптимизация решений при двухальтернативном и трехальтернативном обнаружении. Оптимизация заключается в выборе наиболее целесообразного правила решений «да», «нет» (а для трехальтернативного обнаружения и решения «не знаю») с позиций критерия минимума среднего риска (7).

3.1.2.1. При любом правиле двухальтернативного решения можно вычислить в связи с этим взвешенную разность $D - l_0 F$, полагая плотности вероятности $p_{\text{сн}}(\mathbf{y})$ и $p_{\text{н}}(\mathbf{y})$ (см. разд. 2.5.11) известными*. Правило решения задается неслучайной решающей

функцией $\hat{A}(\mathbf{y})$, принимающей дискретные значения 0, 1. В иллюстративных случаях одномерных и двумерных \mathbf{y} эта функция разбивает прямую и плоскость (рис. 2.5.28, а, б, в) на области принятия решений «нет» и «да». Условные вероятности D и F определяются путем интегрирования плотностей вероятности $p_{\text{сн}}(\mathbf{y})$ и $p_{\text{н}}(\mathbf{y})$ по многомерной области $\hat{A}(\mathbf{y}) = 1$ (в иллюстративных случаях одномерной и двумерной).

Общую область интегрирования можно расширить до области всех возможных значений \mathbf{y} , если в качестве сомножителя подынтегрального выражения ввести решающую функцию $\hat{A}(\mathbf{y})$, равную единице в пределах фактической области интегрирования и нулю вне ее. Обозначая $dy_1 dy_2, \dots, dy_m = d\mathbf{y}$, находим

$$D = \int_{(\mathbf{y})} p_{\text{сн}}(\mathbf{y}) \hat{A}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad F = \int_{(\mathbf{y})} p_{\text{н}}(\mathbf{y}) \hat{A}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}. \quad (3.1.10)$$

Разность $D - l_0 F$ сводится тогда к интегралу по \mathbf{y} от

$$[p_{\text{сн}}(\mathbf{y}) - l_0 p_{\text{н}}(\mathbf{y})] \hat{A}(\mathbf{y}) = \left[\frac{p_{\text{сн}}(\mathbf{y})}{p_{\text{н}}(\mathbf{y})} - l_0 \right] \hat{A}(\mathbf{y}) p_{\text{н}}(\mathbf{y}).$$

Поэтому

$$D - l_0 F = \int_{(\mathbf{y})} \Theta[l(\mathbf{y}), \hat{A}(\mathbf{y})] p_{\text{н}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (3.1.11)$$

где

$$\Theta(l, \hat{A}) = (l - l_0) \hat{A}$$

и

$$l = l(\mathbf{y}) = p_{\text{сн}}(\mathbf{y}) / p_{\text{н}}(\mathbf{y}). \quad (3.1.12)$$

Графики зависимостей от l функции Θ , входящей в подынте-

гральное выражение (11), представлены для возможных значений параметра $\hat{A} = 1$ и $\hat{A} = 0$ на рис. 3.1.2.

3.1.2.2. Для оптимизации двухальтернативного обнаружения выбираем значения решающей функции $\hat{A}(\mathbf{y})$ из условия наибольшей величины интеграла (11). Поскольку множитель $p_{\text{н}}(\mathbf{y})$ неотрицателен, наибольшая величина (11) достигается, если при каждом \mathbf{y} обеспечивается такое значение $\hat{A}(\mathbf{y})$ (нуль или единица), при котором величина Θ наибольшая. Как следует из рис. 3.1.2, при $l = l(\mathbf{y}) > l_0$ значения величины $\Theta(l, \hat{A})$ для $\hat{A} = 1$ превосходят ее значения для $\hat{A} = 0$. Наоборот, при $l < l_0$ значения $\Theta(l, 0)$ наибольшие. Отсюда

$$\hat{A}_{\text{опт}}(\mathbf{y}) = \begin{cases} 1, & \text{если } l(\mathbf{y}) \geq l_0; \\ 0, & \text{если } l(\mathbf{y}) < l_0. \end{cases} \quad (3.1.13)$$

В (13) учтено, что при $l(\mathbf{y}) = l_0$ оптимальным можно считать любое из двухальтернативных решений.

Отношение (12) плотностей вероятности одной и той же реализации \mathbf{y} при различных условиях характеризует, таким образом, правдоподобность гипотез о наличии или отсутствии сигнала и называется отношением (коэффициентом) правдоподобия.

Предел (12) при стремящемся к нулю интервале дискретизации Δt

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} [p_{\text{сн}}(\mathbf{y}) / p_{\text{н}}(\mathbf{y})] = l[y(t)] \quad (3.1.14)$$

является функционалом* принимаемой непрерывной реализации $y(t)$. Условимся называть его также отношением правдоподобия.

Наряду с отношениями правдоподобия используют их монотонно нарастающие функции $s(l)$, например, функции $\ln l$, что удобно в случае гауссовских плотностей вероятности. Оптимизация обнаружения не нарушается, если решающая функция \hat{A} выбирается в результате сравнения функции $s(l)$ со своим порогом

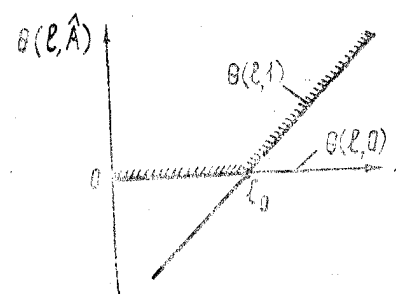


Рис. 3.1.2

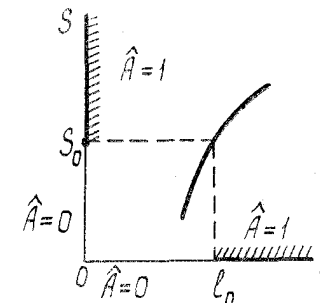


Рис. 3.1.3

* Функционалом называют величину, зависящую от функции.

* С позиций схемы рис. 2.5.29 — это учет моделей сигналов и помех (пока без конкретизации) при оптимизации правила (алгоритма) решения.

$s_0 = s(l_0)$ (рис. 3.1.3). Функции $s(l)$ указанного вида несут, таким образом, достаточную для принятия оптимального решения информацию. Их называют поэтому достаточными статистиками. Величина s , в частности, — достаточная статистика, если отношение правдоподобия l — монотонно нарастающая функция s .

Структурная схема двухальтернативного оптимального обнаружителя принимает в результате вид, показанный на рис. 3.1.4,а. На вход обнаружителя поступает векторная реализация y (или соответствующая ей скалярная $y(t)$ или векторная $y(t)$ функция

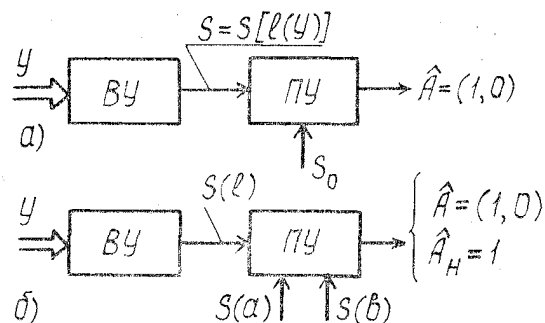


Рис. 3.1.4

времени). Утолщенные линии со стрелками означают подачу векторных величин. Вычислительное устройство ВУ определяет некоторую достаточную статистику — монотонно нарастающую функцию отношения правдоподобия $s(l)$, в том числе само значение l , его логарифм $\ln l$ и т. д. Эта функция сопоставляется с порогом s_0 . В зависимости от превышения или не превышения порога принимается решение $\hat{A} = 1$ («да») или $\hat{A} = 0$ («нет»).

Для выбора порога $s_0 = s(l_0)$ нет необходимости уточнять значения всех величин, входящих в (8). Порог s_0 выбирают по допустимому уровню условной вероятности ложной тревоги F_0 , что согласуется с требованием критерия Неймана—Пирсона.

Любая достаточная статистика обеспечивает оптимальное обнаружение по схеме рис. 3.1.4,а. Технически целесообразны, однако, обнаружители, реализующие наиболее простые достаточные статистики. Отыскание целесообразных достаточных статистик для введенных моделей сигналов (разд. 2.5.5) и помех (разд. 2.5.10), переход от них к реальным обнаружителям, определение требуемых пороговых энергий $\mathcal{E}_{\text{пр min}}$ при заданных показателях качества — составят задачу последующих разделов теории обнаружения.

Все это показывает фундаментальное значение введенных выше абстрактных понятий: отношение правдоподобия, достаточная статистика, а также соответствующих им выражений (12—13) и схе-

мы рис. 3.1.4,а. Абстрактное мышление (связанное здесь с использованием математического аппарата) выводит, как известно, на новую ступень познания по сравнению с этапом первоначального живого созерцания, открывает перспективу получения новых результатов и их практического использования. Формулы (12—13), в частности, не только обобщают совокупность многолетних, интуитивных во многом, результатов инженерного проектирования РЛС, но и позволяют получать качественно новые инженерные решения, оправдывающие себя на практике. Не менее существенна систематизация с единых позиций большой совокупности положений, необходимых инженеру при освоении, эксплуатации и проектировании быстро совершенствующихся образцов техники.

Как и любые научные познания, сведения, получаемые с помощью формул (12—13), относительны. В данном случае это связано с «априорной» неопределенностью распределений $p_n(y)$, $p_{\text{сн}}(y)$ и потребует дальнейшего углубления теории. Последнее не снижает значимости выводов, относящихся к наиболее важным моделям реальных распределений.

3.1.2.3. Результаты анализа двухальтернативного обнаружения распространяются с небольшими изменениями на случай трехальтернативного. В этом случае должны ограничиваться не только ошибки пропуска цели и ложной тревоги, но и решения «не знаю», требующие дополнительных зондирований и дополнительной загрузки вычислительных средств. Оптимизация решения связана с вычислением отношения правдоподобия l (12) или достаточной статистики $s(l)$ в виде его монотонно нарастающей функции. Величину l сравнивают, однако, не с одним, а с двумя порогами: a и $b > a$. Если $l < a$ или $s(l) < s(a)$, принимается решение «нет». Если $l > b$ или $s(l) > s(b)$, принимается решение «да». Если $a < l < b$ или $s(a) < s(l) < s(b)$, принимается решение «не знаю» (рис. 3.1.4, б).

Описанная процедура решения непосредственно следует из критерия (7). Минимизируемый средний риск

$$\bar{r} = r_{01}P(\hat{A}_0 A_1) + r_{10}P(\hat{A}_1 A_0) + r_{11}P(\hat{A}_1 A_1) + r_{10}P(\hat{A}_0 A_0)$$

включает стоимости незнания при наличии (r_{11}) и отсутствии (r_{10}) цели, меньше, разумеется, стоимостей соответствующих ошибок: $r_{11} < r_{01}$ и $r_{10} < r_0$. Поделив обе части равенства на $r_{01}P(A_1) > 0$ и используя (1), придем к весовому критерию

$$\tilde{D} + l_0 F + l_1 \tilde{D} + l_2 \tilde{F} = \min.$$

Здесь

$$\tilde{D} = P(\hat{A}_1 / A_1) \quad \text{и} \quad \tilde{F} = P(\hat{A}_0 / A_0)$$

условные вероятности принятия решения «не знаю» при условиях наличия и отсутствия цели; $l_1 = r_{11}/r_{01} < 1$ и $l_2 = r_{10}P(A_0)/r_{01}P(A_1) < l_0$ — весовые множители. В данном случае $F + \tilde{F} + \tilde{D} = 1$, $D + \tilde{D} + \tilde{F} = 1$. Используя последнее равенство, весовой критерий по аналогии с (9) приводим к виду

$$D - l_0 F + (1 - l_1) \tilde{D} - l_2 \tilde{F} = \max. \quad (3.1.15)$$

Входящие в (15) условные вероятности D и F рассчитываются как интегралы вида $\int_{(y)} [1 - \hat{A}_n(y)] \hat{A}(y) p(y) dy$, в которых плотности вероятности $p(y)$ заменяются на условные $p_{\text{сп}}(y)$ и $p_n(y)$. Фактическая область интегрирования соответствует решениям $\hat{A}_n(y)=0$, $\hat{A}(y)=1$.

Условные вероятности \tilde{D} и \tilde{F} , также входящие в (15), рассчитываются как интегралы $\int_{(y)} \hat{A}_n(y) p(y) dy$ ($p = p_n$ или $p_{\text{сп}}$) с фактической областью интегрирования $\hat{A}_n(y)=1$.

Выражение (15) приводится в результате к виду

$$\int_{(y)} \theta[l(y), \hat{A}_n(y), \hat{A}(y)] p_n(y) dy = \max,$$

где

$$\theta(l, \hat{A}_n, \hat{A}) = (1 - \hat{A}_n) \hat{A} (l - l_0) + \hat{A}_n [(1 - l_1) l - l_2].$$

Графики зависимостей от l функций θ показаны на рис. 3.1.5, для трех возможных решений: „да“ — $\hat{A}_n=0$, $\hat{A}=1$; „нет“ — $\hat{A}_n=0$, $\hat{A}=0$;

„не знаю“ — $\hat{A}_n=1$ (значение A несущественно). Максимальные значения θ достигаются:

в области $l \leq a = l_2 / (1 - l_1)$ для решений „нет“;

в области $l \geq b = (l_0 - l_2) / l_1$ для решений „да“;

в области $a < l < b$ для решений „не знаю“.

При переходе к достаточным статистикам $s(l)$ пороги a и b заменяются порогами $s(a)$ и $s(b)$, что показано на схеме рис. 3.1.4,б.

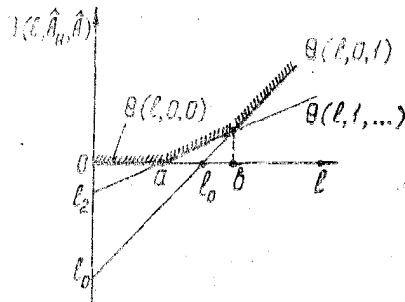


Рис. 3.1.5

3.1.3. Методы вычисления отношений правдоподобия. Методы вычисления отношений правдоподобия зависят от того, в какой мере случайны параметры сигнала и помехи.

3.1.3.1. Начнем с наиболее простого случая сигнала с полностью известными параметрами (неизвестно, наложен или не наложен он на помеху с известной плотностью вероятности). Согласно разд. 2.5.11, в этом случае $p_{\text{сп}}(y) = p_n(y - x)$. Следовательно, отношение правдоподобия определяется выражением

$$l(y) = p_n(y - x) / p_n(y), \quad (3.1.16)$$

в котором возможен предельный переход (14).

3.1.3.2. Если сигнал x зависит от случайного неинформативного параметра β , нетрудно вычислить плотность вероятности

$p_n[y - x(\beta)] = p_{\text{сп}}(y/\beta)$ при каждом фиксированном β . Воспользуемся формулой полной вероятности

$$P(A) = \sum_i P(A/B_i) P(B_i).$$

Она выражает безусловную вероятность $P(A)$ события A через: 1) вероятности $P(A/B_i)$ события A при условии реализации события B_i и 2) вероятности $P(B_i)$ реализации каждого из последних событий. За событие A примем реализацию вектора сигнала с помехой в пределах от y до $y + dy$, за его вероятность $P(A)$ — элемент вероятности $p_{\text{сп}}(y) dy$. За событие B_i примем реализацию неинформативного векторного параметра в пределах от β до $\beta + d\beta$, за вероятность $P(B_i)$ — элемент вероятности $p(\beta) d\beta$. Условная вероятность $P(A/B_i)$ сводится при этом к элементу вероятности $p_{\text{сп}}(y/\beta) dy$. Переходя от суммирования к интегрированию и сокращая обе части равенства на dy , приходим к формуле полной плотности вероятности

$$p_{\text{сп}}(y) = \int_{(\beta)} p_{\text{сп}}(y/\beta) p(\beta) d\beta,$$

в данном случае при условии наличия сигнала и помехи. Интегрирование проводится по всем составляющим вектора β . Поделив обе части полученного равенства на $p_n(y)$, находим искомое отношение правдоподобия

$$l(y) = \int_{(\beta)} l(y/\beta) p(\beta) d\beta \quad (3.1.17)$$

как результат усреднения по β частных отношений правдоподобия $l(y/\beta) = p_{\text{сп}}(y/\beta) / p_n(y)$, иначе, как их математическое ожидание.

3.1.3.3. Выражения плотности вероятности $p_{\text{сп}}(y)$ получают иногда, не прибегая к (16—17). Это возможно для гауссовских распределений мгновенных значений не только помехи, но и сигнала (релеевских распределений амплитуд). По гауссовскому закону распределены при этом мгновенные значения наложения сигнала и помехи. От распределения мгновенных значений одной помехи (2.5.81) распределение сигнала и помехи отличается лишь корреляционной матрицей

$$\varphi_{\text{сп}} = \varphi_n + \varphi_s. \quad (3.1.18)$$

По корреляционным матрицам $\varphi_{\text{сп}}$ и φ_n определяют плотности вероятности $p_{\text{сп}}(y)$ и $p_n(y)$, а значит отношение правдоподобия (12).

3.1.3.4. Неинформативные параметры сигнала (при условии его наличия) могут оцениваться вместе с информативными. Могут оцениваться и неинформативные параметры статистических распределений помехи.

Тогда вводится оценочное отношение правдоподобия

$$\hat{l}(y) = p_{\text{сп}}(y/\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}) / p_n(y/\hat{\gamma}). \quad (3.1.19)$$

Здесь $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ — оценки информативных и неинформативных параметров сигнала; $\hat{\gamma}$ и $\hat{\gamma}'$ — оценки параметров помехи в предположении наличия и отсутствия сигнала соответственно.

3.1.4. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните использование условных вероятностей правильного обнаружения (пропуска) и ложной тревоги в качестве показателей качества обнаружения. Поясните критерий минимума среднего риска и связанные с ним критерии.
2. Поясните и обоснуйте правило оптимального принятия решений при двухальтернативном обнаружении.
3. Сформулируйте понятия: отношение правдоподобия, достаточная статистика. Чем определяется важность этих понятий?
4. Сформулируйте правило оптимального принятия решений при трехальтернативном обнаружении.
5. Поясните методы вычисления отношений правдоподобия, используемые для различных моделей сигналов и помех.

3.2. ОДНОКАНАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНЫХ НЕКОРРЕЛИРОВАННЫХ ГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

3.2.1. Корреляционный обнаружитель сигнала с полностью известными параметрами — один из наиболее важных в теории обнаружения. Абстрагирование от случайных параметров сигнала упрощает выявление основных особенностей обработки. Количественные же результаты упрощенного анализа используют согласно (3.1.17) и при случайных распределениях неинформативных параметров сигнала с целью перехода к инженерным решениям.

3.2.1.1. Пусть принимаемое колебание $y(t)$ преобразовано в выборку дискретных значений y_1, y_2, \dots, y_m (иначе, в вектор y). При независимых дискретах помехи числитель и знаменатель выражения (3.1.16) заменяются произведениями простейших гауссовских плотностей вероятности, а само выражение для $l=l(y)$ принимает вид

$$l = \frac{e^{-\frac{(y_1 - x_1)^2}{2\sigma_1^2}} e^{-\frac{(y_2 - x_2)^2}{2\sigma_2^2}} \dots e^{-\frac{(y_m - x_m)^2}{2\sigma_m^2}}}{e^{-\frac{y_1^2}{2\sigma_1^2}} e^{-\frac{y_2^2}{2\sigma_2^2}} \dots e^{-\frac{y_m^2}{2\sigma_m^2}}}$$

Независимость дискретов стационарного квазибелого шума (2.5.74) обеспечивается согласно разд. 2.5.13 для интервала дискретизации $\Delta t = 1/2f_{\max}$, при этом

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2 = N_0 f_{\max} = N_0 / 2\Delta t.$$

Выражение l приводится поэтому к виду

$$l = e^{-\frac{1}{N_0} \sum_k x_k^2 \Delta t} e^{\frac{2}{N_0} \sum_k y_k x_k \Delta t}$$

3.2.1.2. Для предельного случая перехода к непрерывному сигналу выражение

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_k x_k^2 \Delta t = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \mathcal{E}_{\text{пр}} = \mathcal{E}$$

определяет *энергию* принимаемого сигнала (на единичном сопротивлении, в дальнейшем это не оговариваем). Выражение

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_k y_k x_k \Delta t = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t) dt = z \quad (3.2.1)$$

называют *корреляционным интегралом*. При этом

$$\left. \begin{aligned} l &= e^{-\mathcal{E}/N_0} e^{2z/N_0}; \\ \ln l &= \frac{2z}{N_0} - \frac{\mathcal{E}}{N_0}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

Вводят также так называемый *параметр обнаружения* $q^2 = 2\mathcal{E}/N_0$, *весовой интеграл* $\zeta = 2z/N_0$ и, наконец, *нормированный весовой интеграл* $\zeta_n = \zeta/q$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} l &= e^{\zeta - q^2/2}, \\ \ln l &= \zeta - q^2/2 = q(\zeta_n - q/2). \end{aligned} \right\} \quad (3.2.3)$$

Величины l и $\ln l$ связаны согласно (2—3) монотонно нарастающей зависимостью с z, ζ, ζ_n . Оптимизация обнаружения обеспечивается путем сравнения любой из этих взаимосвязанных величин с порогом (порог пропорционально изменится в зависимости от принятия за *достаточную статистику* s величины z или ζ , или ζ_n).

Варианты схем обнаружителей, соответствующие сравнению с порогами z и ζ_n , представлены на рис. 3.2.1, а, б. Умножители и интеграторы на них — элементы вычислительного устройства ВУ (рис. 3.1.4). Пороги $z_0, \zeta_{0н}$ обеспечивают заданные условные вероятности ложной тревоги F с учетом операций над шумом $y(t) = n(t)$ при вычислениях достаточных статистик.

Схема рис. 3.2.1, а соответствует обнаружителю с порогом, *плавающим* в зависимости от уровня сигнала и помехи, а схема рис. 3.2.1, б — с *фиксированным порогом*.

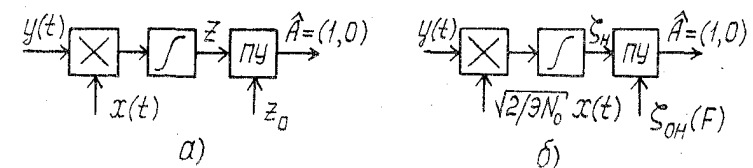


Рис. 3.2.1

Действительно, порог $\zeta_{\text{он}}$ схемы рис. 3.2.1,б для заданного значения F не изменяется при возрастании амплитуды ожидаемого сигнала в какое-то число раз: в то же число раз уменьшается стоящий перед интегралом множитель $1/\sqrt{\mathcal{E}}$. Условная вероятность F в этой схеме не зависит и от спектральной плотности мощности помехи N_0 . Мгновенные значения помехи возрастают пропорционально $\sqrt{N_0}$, во столько же раз уменьшается множитель $1/\sqrt{N_0}$ перед интегралом. Введение в схему нормирующего множителя $2/qN_0 = \sqrt{2/\mathcal{E}N_0}$ учитывает целесообразность автоматической регулировки усиления приемника по уровню шума (или принятия других мер стабилизации уровня ложной тревоги при изменении уровня шума, рассматриваемых в разд. 6.3.2).

3.2.1.3. Физический смысл корреляционной обработки поясняется рис. 3.2.2,а,б. Показано ожидаемое колебание $x(t)$. Представлены

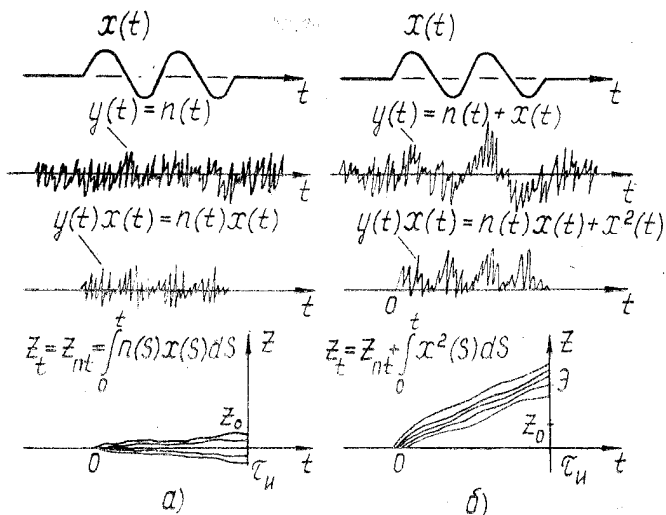


Рис. 3.2.2

принимаемые колебания $y(t)=n(t)$ при отсутствии сигнала и $y(t)=n(t)+x(t)$ при его наличии. Показаны произведения функций $y(t)x(t)$ для обоих случаев, а также результаты их интегрирования. Произведение шума $n(t)$ и сигнала $x(t)$ дает шумовое колебание, промодулированное сигналом. К этому колебанию с появлением сигнала добавляется неотрицательная сигнальная составляющая $x^2(t)$. При интегрировании она подчеркивается по отношению к знакопеременной шумовой составляющей. Корреляционное накопление (рис. 3.2.1,а) выявляет, таким образом, несходство или сходство (корреляцию) принимаемых колебаний с ожидаемыми.

Корреляционная обработка (рис. 3.2.1,б) отличается только введением нормирующего множителя.

3.2.1.4. Оценим показатели качества корреляционной обработки рис. 3.2.1,а,б. Обратимся непосредственно к схеме рис. 3.2.1,б. Результат обработки на входе порогового устройства ζ_n , будучи линейной комбинацией входных, распределенных по гауссовскому закону величин, сам является гауссовской случайной величиной и характеризуется своими математическим ожиданием и дисперсией.

Математическое ожидание ζ_n равно нулю в отсутствие сигнала и принимает значение

$$M_{\text{сн}}(\zeta_n) = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}N_0}} \int_{-\infty}^{\infty} M_{\text{сн}}[y(t)] x(t) dt = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}N_0}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = q$$

при его наличии.

Дисперсия ζ_n одинакова в отсутствие и при наличии сигнала. Она равна

$$M_{\text{п}}(\zeta_n^2) = M_{\text{п}}(\zeta_n \zeta_n) = \frac{2}{\mathcal{E}N_0} M_{\text{п}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} n(t) x(t) dt \int_{-\infty}^{\infty} n(s) x(s) ds \right].$$

Заменяв произведение интегралов двойным интегралом и перенеся знак математического ожидания, правую часть равенства приведем к виду

$$\frac{2}{\mathcal{E}N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{\text{п}}[n(t)n(s)] x(t) x(s) dt ds.$$

Подставляя выражение корреляционной функции белого шума $M_{\text{п}}[n(t)n(s)] = \frac{N_0}{2} \delta(t-s)$ и учитывая фильтрующее свойство дельта-функции, находим, что дисперсия ζ_n (применительно к принятой нормировке) равна единице:

$$M_{\text{п}}(\zeta_n^2) = \frac{2}{\mathcal{E}N_0} \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = 1.$$

На рис. 3.2.3 показаны кривые гауссовских условных плотностей вероятности с единичной дисперсией

$$p_{\text{п}}(\zeta_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\zeta_n^2/2}, \quad p_{\text{сн}}(\zeta_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\zeta_n - q)^2/2}$$

для условий отсутствия и наличия сигнала.

Величина q характеризует отношение сигнальной части напряжения на выходе коррелятора к корню из дисперсии помеховой части. Ее, как и величину q^2 , называют параметром обнаружения.

На рис. 3.2.3 показан *пороговый уровень* $\zeta_{\text{он}} = \zeta_{\text{он}}$. Заштрихованы площади, определяющие *условные вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения*:

$$F = \int_{\zeta_{\text{он}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\zeta_{\text{он}}^2}{2}} d\zeta_{\text{он}} = 0,5 - 0,5\psi(\zeta_{\text{он}}), \quad (3.2.4a)$$

$$D = \int_{\zeta_{\text{он}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\zeta_{\text{он}} - q)^2}{2}} d\zeta_{\text{он}} = 0,5 + 0,5\psi(q - \zeta_{\text{он}}). \quad (3.2.4б)$$

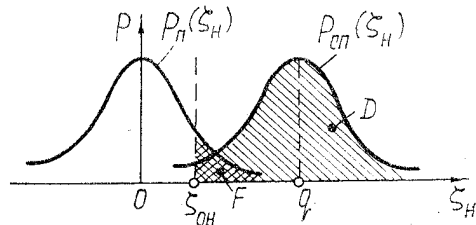


Рис. 3.2.3

Здесь введен *интеграл вероятности*

$$\psi(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-s^2/2} ds \quad (u \geq 0), \quad (3.2.5)$$

График зависимости $\psi(u)$ показан на рис. 3.2.4,а. Из графика видно, что $\psi(\infty) = 1$. Функция $\psi(u)$ на графике доопределена для $u < 0$ согласно равенству $\psi(-u) = -\psi(u)$.

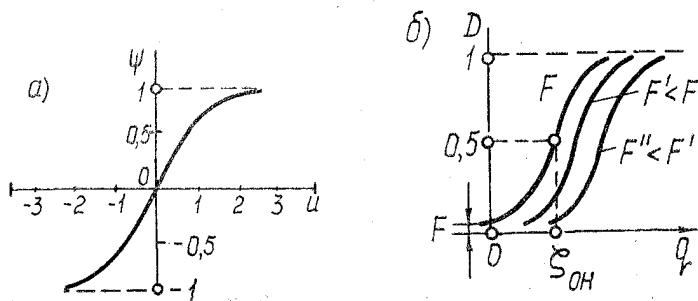


Рис. 3.2.4

При выводе (3—4) учтено, что

$$\int_{\zeta_{\text{он}}}^{\infty} = \int_0^{\infty} - \int_0^{\zeta_{\text{он}}}; \quad \int_{\zeta_{\text{он}} - q}^{\infty} = \int_0^{\infty} - \int_0^{\zeta_{\text{он}} - q}.$$

Уравнение (4а), как и график рис. 3.2.3, свидетельствует об *однозначной связи значений F и $\zeta_{\text{он}}$* .

Уравнение (4б) определяет *кривые обнаружения*, т. е. зависимости $D(q)$ при $F = \text{const}$ (рис. 3.2.4,б). Каждая из них соответствует сдвинутой (на 0,5 по вертикали и на $\zeta_{\text{он}}$ по горизонтали) кривой рис. 3.2.4, а с сокращенным вдвое вертикальным масштабом.

Величина отношения $\mathcal{D}/N_0 = q^2/2 = \mathcal{D}_{\text{пр min}}/N_0 = K_{\text{разл}}$, определяемая из кривых обнаружения для заданных значений D, F , представляет собой *коэффициент различимости*, используемый при расчете дальности РЛС (в данном случае без учета неоптимальности обработки и для упрощенной модели сигнала с полностью известными параметрами).

3.2.1.5. Остановимся на некоторых *разновидностях учета корреляции колебаний*. Формула (1) характеризует сходство принимаемого и ожидаемого колебаний *во временной области*. В современной радиотехнике, однако, широко используется *частотное описание*. Переход к *спектральным плотностям*

$$g_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.2.6)$$

полностью характеризует сигналы

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_x(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (3.2.7)$$

В силу известной теоремы Ляпунова — Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(f)g_x^*(f)df, \quad (3.2.8)$$

т. е. *корреляция колебаний во временной области полностью определяется их корреляцией в частотной*.

3.2.1.6. Наиболее важными из сигналов с известными параметрами являются *высокочастотные сигналы*

$$x(t) = \text{Re}[X(t) e^{j2\pi f_0 t}] = |X(t)| \cos[2\pi f_0 t + \psi(t)], \quad \psi(t) = \arg X(t)$$

с *медленно изменяющимися* за период $1/f_0$ колебаний *высокой (промежуточной) частоты амплитудами* $|X(t)|$ *и начальными фазами* $\arg X(t)$. Спектральная плотность $g_x(f)$ этих сигналов *концентрируется* вокруг *несущей* f_0 . Составляющие спектра *шума*

$n(t)$ за пределами области концентрации в силу (8) несущественны. Колебания $y(t) = x(t) + n(t)$ можно отнести поэтому в *пренебрежении* несущественными составляющими их спектра также к классу колебаний с медленно изменяющимися амплитудами и начальными фазами, полагая $y(t) = \text{Re}[Y(t)e^{j2\pi f_0 t}]$.

Энергия переменного тока приближенно определяется как реальная часть интеграла от произведения комплексной амплитуды напряжения на комплексно-сопряженную амплитуду тока

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t) i(t) dt \approx \frac{1}{2} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} U(t) I^*(t) dt \quad (3.2.8a)$$

(точки над комплексными амплитудами опускаем). Аналогично

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t) x(t) dt \approx \frac{1}{2} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) X^*(t) dt,$$

т. е. сходство мгновенных значений колебаний определяется сходством их комплексных амплитуд (комплексных огибающих) в функции времени.

Введем в этой связи комплексный корреляционный интеграл

$$Z = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) X^*(t) dt; \quad \text{Re} Z = z. \quad (3.2.8б)$$

Энергию сигнала представим в виде

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \approx \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |X(t)|^2 dt.$$

Введение комплексного корреляционного интеграла облегчит последующий учет случайной начальной фазы сигнала. Аналогичное комплексное представление удобно ввести и для *веса* интеграла

$$\zeta = q\zeta_n = q \text{Re} Z_n, \quad (3.2.9a)$$

где Z_n — *нормированный комплексный весовой интеграл*

$$Z_n = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}N_0}} Z^*. \quad (3.2.9б)$$

* Ввиду сходства обозначений комплексных корреляционного Z и весового $Z = qZ_n$ интегралов, здесь и ниже используется наряду с корреляционным лишь *нормированный комплексный весовой интеграл* Z_n .

Справедливость перехода к важным формулам (8—9) можно подтвердить непосредственно. Поскольку мнимые части сопряженных комплексных чисел компенсируются при суммировании, то множитель

$$x(t) = \text{Re}[X(t)e^{j2\pi f_0 t}] = \frac{X(t)}{2} e^{j2\pi f_0 t} + \frac{X^*(t)}{2} e^{-j2\pi f_0 t}.$$

Множитель $y(t)$ представляется в аналогичном виде. Произведение $y(t)x(t)$ сводится при этом к сумме двух пар комплексно-сопряженных или, иначе, к сумме двух вещественных слагаемых (рис. 3.2.5, а, б):

$$y(t)x(t) = \frac{1}{2} \text{Re}[Y(t)X^*(t)] + \frac{1}{2} \text{Re}[Y(t)X(t)e^{i4\pi f_0 t}].$$

Интегралом от последнего слагаемого можно пренебречь: интегралы от каждой из двух соседних его полусинусоид имеют противоположный знак и, в основном, взаимно компенсируются.

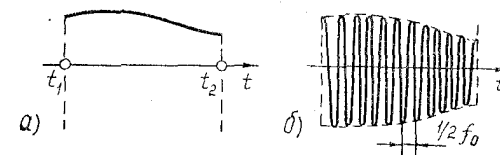


Рис. 3.2.5

3.2.2. Корреляционные обнаружители сигналов со случайной начальной фазой и со случайными амплитудой и начальной фазой. Оптимальные обнаружители сигналов $x(t, \beta) = \text{Re}[X(t, \beta)e^{j2\pi f_0 t}]$ синтезируют по формуле (3.1.17). Согласно п. 2.5.5.4 при наличии лишь *одного амплитудного и одного фазового* случайного неинформативного параметра сигналы $X(t, \beta) = bX(t)e^{j\beta}$ считают еще *когерентными*.

3.2.2.1. Для сигнала со случайной начальной фазой ($b=1$) входящее в (3.1.17) частное отношение правдоподобия $l(\beta)$ вида (3) зависит от частного значения весового интеграла $\zeta(\beta)$. Используя (8б, 9а), находим

$$\zeta(\beta) = q \text{Re}(Z_n e^{-j\beta}) = q|Z_n| \text{Re} e^{j(-\beta + \arg Z_n)} = q|Z_n| \cos(-\beta + \arg Z_n). \quad (3.2.10)$$

Имеется в виду, что Z_n вычисляется в соответствии с $X(t)$, т. е. в расчете на $\beta=0$. Частное значение энергии сигнала, содержащего достаточно большое число колебаний, от начальной фазы не зависит $\mathcal{E}(\beta) = \mathcal{E}$, поэтому $q^2(\beta) = q^2$. Учитывая четность косинусоидальной функции (10), частное отношение правдоподобия (3) находим в виде

$$l(\beta) = e^{-q^2/2} e^{q|Z_n| \cos(\beta - \arg Z_n)}.$$

Искомое отношение правдоподобия (3.1.17) найдем в предположении равномерного распределения начальной фазы β с плотностью вероятности $p(\beta) = 1/2\pi$ на интервале 2π , откуда

$$l = e^{-q^2/2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{q|Z_H| \cos(\beta - \arg Z_H)} d\beta \right\}.$$

Выделенный фигурными скобками множитель сводится согласно (2.4.13) к модифицированной функции Бесселя нулевого порядка, так что

$$l = e^{-q^2/2} I_0(q|Z_H|). \quad (3.2.11)$$

В силу монотонно нарастающего характера зависимости $I_0(q|Z_H|)$ (рис. 2.4.4) сравнение отношения правдоподобия (11) с порогом можно заменить сравнением модуля нормированного значения комплексного весового интеграла $|Z_H|$ (иначе — его нормированного модульного значения) со своим порогом. Указанный модуль является достаточной статистикой.

Поскольку

$$|Z_H| = \sqrt{[\operatorname{Re}(Z_H)]^2 + [\operatorname{Im}(Z_H)]^2} = \sqrt{\zeta_{1H}^2 + \zeta_{2H}^2}, \quad (3.2.12)$$

оптимальному правилу решения соответствует схема корреляционного обнаружителя с двумя квадратурными каналами (подканалами) рис. 3.2.6. В этих каналах вычисляются

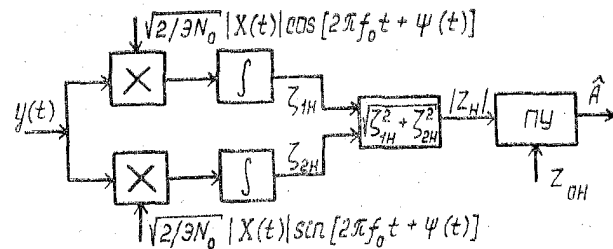


Рис. 3.2.6

весовые интегралы для сдвинутых по фазе на 90° опорных напряжений. Такие напряжения называют *квадратурными*. После межканального квадратичного суммирования обеспечивается вычисление (12).

При сдвиге фаз приходящего сигнала и опорного напряжения одного из квадратурных каналов на 90° сигнальное напряжение на выходе этого канала обращается в нуль, но на выходе другого достигает максимума. Выходное напряжение $|Z_H|$ от упомянутого сдвига фаз не зависит.

Поскольку $Z_H = Z\sqrt{2/3N_0}$ пропорционально Z , в качестве достаточной статистики может вводиться также модульное значение корреляционного интеграла $|Z| = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$.

3.2.2.2. *Оптимальность обработки рис. 3.2.6 не нарушается, когда случайна не только начальная фаза, но и амплитуда сигнала.*

Действительно, отношение правдоподобия определяется согласно (3.1.17) усреднением частных отношений правдоподобия (11) сигналов со случайной начальной фазой при различных значениях амплитудного множителя b . Величина q в (11) заменяется на bq , величина q^2 на b^2q^2 . Нормированные значения модуля комплексного весового интеграла $|Z_H|$ не изменяются, значения q вычисляются в расчете на $b=1$. В результате придем к интегралу

$$l = \int_0^\infty e^{-b^2q^2/2} I_0(bq|Z_H|) p(b) db.$$

Его подынтегральное выражение является монотонно нарастающей (или по крайней мере неубывающей, когда $p(b)=0$) функцией $|Z_H|$. Сумма монотонно нарастающих (и неубывающих) функций произвольного аргумента является его монотонно нарастающей функцией, что распространяется на интегралы.

Величина l представляет поэтому монотонно нарастающую функцию $|Z_H|$; величина $|Z_H|$ оказывается достаточной статистикой. Структурная схема обнаружителя рис. 3.2.6 распространяется тем самым на сигналы со случайными амплитудами и начальными фазами при любых распределениях $p(b)$. В этом же убедимся непосредственно, вычисляя для различных $p(b)$ выражения l , имеющие самостоятельное значение.

3.2.2.3. Применительно к распределениям Накагами для b (гамма-распределениям τ_H , см. разд. 2.4.3) вычисления l проводятся с использованием табличных интегралов

$$\int_0^\infty e^{-\nu b^2} I_0(\mu b) b^{2m-1} db = (-1)^{m-1} \frac{d^{m-1}}{d\nu^{m-1}} \left[\frac{1}{2\nu} e^{\mu^2/4\nu} \right].$$

Для релеевского $m=1$ распределения $p(b)=2b e^{-b^2}$ (экспоненциального распределения τ_H) значения $\mu = q|Z_H|$, $\nu = 1 + q^2/2$, так что значение отношения правдоподобия

$$l = \frac{1}{1 + q^2/2} \exp \left[\frac{q^2 |Z_H|^2}{4(1 + q^2/2)} \right]. \quad (3.2.13)$$

Для $m=2$ распределения Накагами $p(b)=8b^3 e^{-2b^2}$ значение

$$l = \frac{1 + q^2 |Z_H|^2 / 8(1 + q^2/4)}{(1 + q^2/4)^2} \exp \left[\frac{q^2 |Z_H|^2 / 4}{2(1 + q^2/4)} \right].$$

Обе зависимости l от $|Z_H|$ монотонно нарастающие.

3.2.2.4. Рассмотрим математические выражения показателей качества обнаружения когерентных сигналов со случайными параметрами, определяющие кривые обнаружения. Как и в разд. 3.2.1, последние строятся на основе зависимостей $p_n(s)$, $p_{cn}(s)$. Здесь $s = s(l)$ — подлежащая сравнению с порогом достаточная статистика, связанная монотонно нарастающей зависимостью с отношением правдоподобия. В данном случае $s = |Z_n|$.

При известной функциональной зависимости отношения правдоподобия $l(s)$ расчет можно провести, пользуясь одной лишь плотностью вероятности $p_n(s)$, поскольку $p_{cn}(s)/p_n(s) = l(s)$.

Справедливость последнего соотношения поясняется на рис. 3.2.7 для двумерного сигнала.

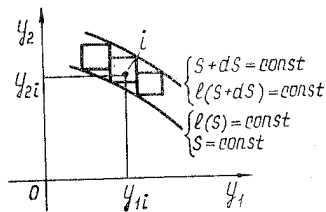


Рис. 3.2.7

Вероятность $p_{cn}(s)ds$ попадания случайной величины $s = |Z_n|$ в интервал от s до $s + ds$ складывается из вероятностей $p_{cn}(y)dy$ попадания s в элементы площади dy , для которых $p_{cn}(y) = l(s)p_n(y)$, где $l(s) = \text{const}$.

Поэтому $p_{cn}(s)ds \approx l(s)p_n(s)ds$. Таким образом, для оптимальных обнаружителей

$$D = \int_{s_0}^{\infty} l(s)p_n(s)ds, \quad F = \int_{s_0}^{\infty} p_n(s)ds. \quad (3.2.14)$$

Случайная величина $s = |Z_n|$ формируется на входе порогового устройства рис. 3.2.6. На выходе каждого из квадратурных каналов рис. 3.2.6 помеховые напряжения имеют гауссовские распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Напряжение $s = |Z_n|$ на входе порогового устройства в отсутствие сигнала имеет релеевское распределение со средним значением квадрата $\bar{s}^2 = 2$. Плотность вероятности $p_n(s) = se^{-s^2/2}$. Поэтому независимо от амплитудного распределения сигнала условная вероятность ложной тревоги

$$F = \int_{s_0}^{\infty} se^{-s^2/2} ds = e^{-s_0^2/2}.$$

Отсюда уровень порога, также независимо от этого распределения, составит

$$s_0 = \sqrt{2 \ln(1/F)}.$$

Выражения условной вероятности правильного обнаружения зависят от амплитудных распределений. Для сигнала со случайной начальной фазой (неслучайная амплитуда), используя (11), (14), находим

$$D = \int_{\sqrt{2 \ln(1/F)}}^{\infty} s I_0(qs) e^{-(s^2 + q^2)/2} ds, \quad (3.2.15)$$

Для сигнала со случайной начальной фазой и релеевской случайной амплитудой (то есть с экспоненциальным распределением эффективной поверхности), используя (13—14), можно получить

$$D = F^{1/(1+q^2/2)}. \quad (3.2.16)$$

Пояснение значений D , F как площадей распределений $p_{cn}(s)$ и $p_n(s)$ справа от прямой $s = s_0$, соответствующей выбранному пороговому уровню s_0 , дается на рис. 3.2.8 для сигнала с релеевской случайной амплитудой.

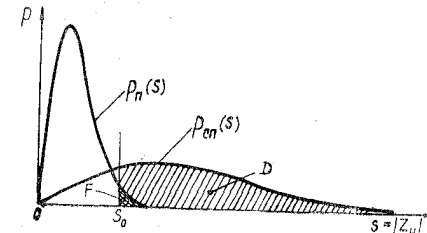


Рис. 3.2.8

3.2.2.5. На рис. 3.2.9 объединены кривые обнаружения $D(q)$ при различных значениях $F = \text{const}$ для сигналов с известными параметрами, с равновероятным распределением начальной фазы, с релеевским распределением амплитуды и равновероятным распределением начальной фазы. Кривые для сигналов с равновероятной начальной фазой и различными m -распределениями Накагами для амплитуды (в том числе распределениями $m = 1, 2, 3$ и ∞) представлены на рис. 3.2.10. Вдоль оси абсцисс рис. 3.2.9 и рис. 3.2.10

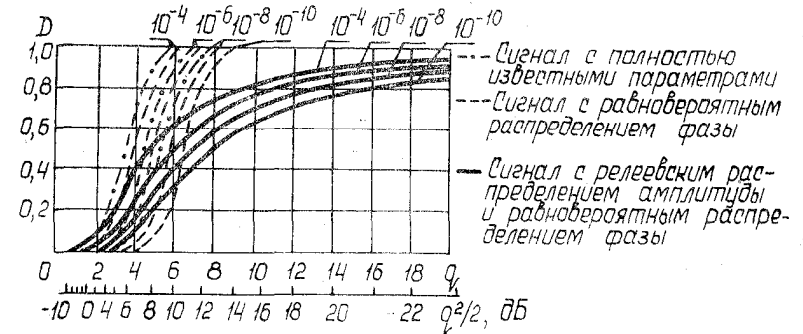


Рис. 3.2.9

откладывается среднеквадратичное значение $\sqrt{M[q^2(b)]} = q$. Наряду с этой шкалой вдоль оси абсцисс рис. 3.2.9 нанесена децибелльная шкала $10 \lg(q^2/2) = 10 \lg(\mathcal{E}/N_0) = 10 \lg K_{\text{разл}}$ (см. п. 2.5.3.1. Здесь $\mathcal{E}(D, F) = \mathcal{E}_{\text{пр min}}$).

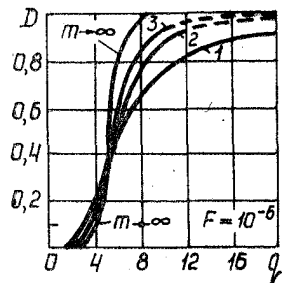


Рис. 3.2.10

Кривые для *релеевского* закона распределения амплитудного множителя рис. 3.2.9 в области больших q существенно сдвинуты по отношению к рассмотренным кривым вправо, что связано с возможными флюктуационными замираниями сигнала. В области малых q , когда флюктуации могут облегчить обнаружение сигнала, эти кривые сдвинуты влево. Случай детерминированной амплитуды и ее *релеевского* распределения можно считать крайними случаями m -распределений Накагами ($m = \infty$ и $m = 1$, рис. 2.4.6,а). Случай $m = 2$ оказывается по отношению к ним промежуточным.

Качество обнаружения *когерентного* сигнала с заданной статистикой случайных параметров зависит от параметра обнаружения $q = \sqrt{2\mathcal{E}/N_0}$, т. е. определяется энергией сигнала \mathcal{E} и спектральной плотностью мощности помехи N_0 . Условная вероятность правильного обнаружения D при фиксированном значении условной вероятности ложной тревоги F не зависит от того, какую форму имеет сигнал. При любой структуре сигнала существенно лишь отношение \mathcal{E}/N_0 .

Согласно изложенной методике кривые обнаружения строят и для других (см. разд. 2.4.3), не упомянутых в данном разделе распределений амплитудного множителя b , в том числе для логарифмически нормального.

В связи с широким освоением цифровых вычислительных машин для построения кривых обнаружения используется также *метод статистического моделирования*. Вычислительная машина формирует необходимые для моделирования случайные числа. Их используют как независимые дискретные значения помехи, распределенные по нормальному закону, как случайные параметры или дискретные значения сигнала, определяемые с учетом особенностей цели, в том числе как амплитудные множители с заданным распределением (например, Джонсона). При этом удается многократно воспроизводить условия отсутствия и наличия сигнала, операции получения выходных напряжений квадратурных каналов рис. 3.2.6, объединения этих напряжений, сравнения с порогом, *набирая* в результате *необходимую статистику*.

По сравнению с кривыми обнаружения сигнала с полностью известными параметрами соответствующие кривые рис. 3.2.9 сигнала с *случайной начальной фазой* несколько *сдвинуты вправо*. Из-за потери селективности по начальной фазе в последнем случае приходится повышать порог s_0 , иначе возрастает условная вероятность ложной тревоги F . Восстановление прежнего D при увеличенном пороге достигается повышением энергии сигнала.

3.2.3. Корреляционные и фильтровые обнаружители когерентных сигналов со случайным запаздыванием. Неизвестное *запаздывание сигнала* α условимся рассматривать пока как случайный *неинформативный параметр*, абстрагируясь от практической целесообразности и даже необходимости его измерения. Обозначение α , а не β используется в связи с условностью придания запаздыванию смысла неинформативного параметра. Пусть значения α равномерно распределены в пределах $\alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max}$. В этих пределах

$$p(\alpha) = 1/(\alpha_{\max} - \alpha_{\min}). \quad (3.2.17)$$

Из (3.1.17) и (17)

$$l = \frac{1}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} l(\alpha) d\alpha, \quad (3.2.18)$$

где $l(\alpha)$ — *частное* (соответствующее фиксированному α) отношение правдоподобия. Зависимости $l(\alpha)$ от $|Z_n(\alpha)|$ вида (11), (13) и т. д. при $q \gg 1$ близки к *экспоненциальным*. Поэтому резко подчеркивается максимум $|Z_n(\alpha)|$. *Интегрирование* $l(\alpha)$ по α оказывается *существенным лишь в окрестности максимума* $|Z_n(\alpha)|$. Само значение l , а не только значение $l(\alpha)$ в этом максимуме, оказываются монотонно нарастающей функцией максимального значения $|Z_n(\alpha)|$. Сравнение l с порогом заменяется поэтому *сравнением* $|Z_n(\alpha)|$ с порогом на интервале возможных значений α . Сравнение может проводиться различными способами.

3.2.3.1. На рис. 3.2.11 показан *многоканальный корреляционный обнаружитель*. Он состоит из ряда *независимых одноканальных обнаружителей* вида рис. 3.2.6, рассчитанных на различные дальности (запаздывания) $\alpha_{c1}, \alpha_{c2}, \dots, \alpha_{cm}$. Интервал между ними не более

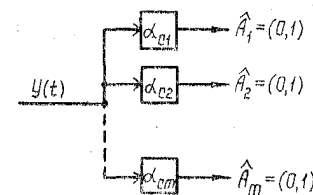


Рис. 3.2.11

меры разрешающей способности по дальности. Качество обнаружения приближенно характеризуется рассмотренными кривыми рис. 3.2.9 и 3.2.10. Условная вероятность ложной тревоги элемента разрешения $F \ll 1$ выражается при использовании этих кривых через условную вероятность ложной тревоги F_m для совокупности m элементов разрешения по приведенной в п. 3.1.1.3 формуле $F \approx F_m/m$. Учитываются также некоторые энергетические потери, связанные с понижением отношения сигнал—помеха на стыках между каналами.

Многоканальное построение обнаружителя может использоваться также, когда случайно не только время запаздывания, но и *доплеровская частота, угловые координаты цели*. Все это увеличивает *требуемое* число корреляторов. Недостатком многоканального построения является его *сложность*.

3.2.3.2. Многоканальное построение рис. 3.2.11 обнаружителя сигнала $x(t, \alpha) = u(t - \alpha)$ со случайным запаздыванием можно заменить одноканальным, реализуемым с помощью линейных фильтров.

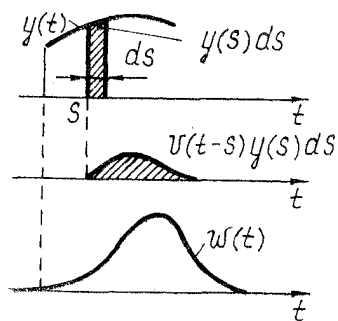
Действительно, с учетом ожидаемого запаздывания α рассмотренные выше интегралы: корреляционный интеграл (1)

$$z = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)u(t - \alpha)dt, \quad (3.2.19)$$

аналогичный комплексный корреляционный интеграл (86) — все это интегралы наложения (свертки). Интегралами же наложения (свертки) выражаются, как известно, мгновенные значения и комплексные амплитуды напряжений на выходе линейных фильтров.

Фильтр характеризуется импульсной характеристикой (функцией веса) $v(t)$, т. е. откликом на дельтообразное воздействие $\delta(t)$ в момент времени $t=0$. Отклик реализуемого фильтра не может предшествовать воздействию, поэтому

$$v(t) = 0 \text{ при } t < 0. \quad (3.2.20)$$



Результаты $w(t)$ воздействий $y(t)$ на линейный фильтр сводятся к наложениям откликов $v(t-s)$ на непрерывно следующие дельтообразные воздействия $\delta(t-s)$ с амплитудными множителями $y(s)ds$ (рис. 3.2.12). В момент времени t накладываются результаты предшествующих воздействий

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t-s)y(s)ds. \quad (3.2.21)$$

Рис. 3.2.12

Верхний предел t интеграла заменен здесь бесконечным, т. е. добавлен аналогичный интеграл по переменной s в пределах от $s=t$ до $s=\infty$. Подынтегральное выражение последнего равно нулю: $v(t-s)=0$ при $t-s \leq 0$ в силу (20).

Рассмотрим возможность использования фильтра в качестве вычислительного устройства ВУ (рис. 3.1.4), последовательно выдающего значения корреляционного интеграла для различных запаздываний α ожидаемого сигнала.

Иначе, потребуем, чтобы фильтр выдавал с некоторой временной задержкой t_0 численные значения (19) так, чтобы (как при наличии, так и при отсутствии ожидаемого сигнала) его выходное напряжение

$$w(t_0 + \alpha) = z(\alpha). \quad (3.2.22)$$

Напряжение на выходе такого фильтра при неавтоматизированной обработке просматривается на временной развертке осциллографа для сравнения (вдоль нее) с некоторым пороговым уровнем. Чем дальше цель, тем больше временное запаздывание отклика фильтра. Оптимизация фильтровой обработки состоит в том, что напряжение на выходе фильтра в момент $t_0 + \alpha$ определяется требуемым значением интеграла (19) для заданного запаздывания α . При $t_0=0$ фильтр мог бы оказаться нереализуемым.

3.2.3.3. Оптимизация (22) возможна только при согласованном с ожидаемым сигналом выборе импульсной характеристики фильтра.

Подставим в (22) значения интегралов свертки (19), (21). Единообразно обозначая переменную интегрирования, приходим к соотношению

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(t_0 + \alpha - s)y(s)ds = \int_{-\infty}^{\infty} u(s - \alpha)y(s)ds.$$

Оно выполняется, если

$$v(t_0 + \alpha - s) = u(s - \alpha).$$

Обозначая $t_0 + \alpha - s = t$ и вычисляя отсюда $s - \alpha = t_0 - t$, приходим к выражению импульсной характеристики согласованного (с сигналом) фильтра в основной (несимметричной) форме записи

$$v_{\text{согл}}(t) = u(t_0 - t). \quad (3.2.23)$$

Подстановка $t = t_0/2 + \xi$ в (23) приводит к симметричной форме записи относительно временных приращений $\xi = t - t_0/2$:

$$v_{\text{согл}}\left(\frac{t_0}{2} + \xi\right) = u\left(\frac{t_0}{2} - \xi\right),$$

т. е. импульсная характеристика согласованного фильтра строится путем зеркального отображения ожидаемого сигнала $u(t)$ относительно прямой $t = t_0/2$.

Для высокочастотных сигналов импульсные характеристики согласованных фильтров являются зеркальными высокочастотными колебаниями. Для одиночных радиоимпульсов без внутриимпульсной модуляции, в частности, импульсные характеристики согласованных фильтров сводятся также к одиночным радиоимпульсам без внутриимпульсной модуляции, для импульсов с внутриимпульсной модуляцией — к радиоимпульсам с внутриимпульсной модуляцией, для пачек радиоимпульсов — к пачкам радиоимпульсов.

На рис. 3.2.13, а поясняется построение импульсной характеристики фильтра, согласованного с одиночным частотно-модулированным радиоимпульсом сигнала $u(t)$ (степень частотной мо-

дуляции импульса $u(t)$ для наглядности утрирована). Прямая $t=t_0/2$, относительно которой отображается импульс сигнала $u(t)$, вынесена для наглядности за его пределы. Зеркальность отображения выражается в том, что радиоимпульс $u(t)$ с нара-

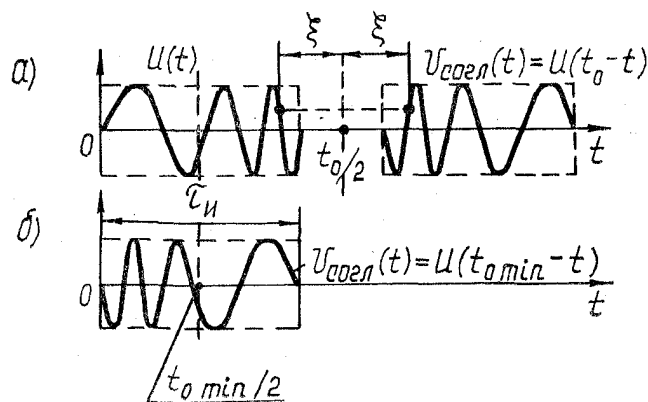


Рис. 3.2.13

стающей частотой (убывающим периодом колебаний) отображается в радиоимпульс $v_{\text{согл}}(t)$ с убывающей частотой. Импульсная характеристика реализуема, поскольку $v_{\text{согл}}(t)=0$ для $t<0$.

При уменьшении задержки в фильтре t_0 (см. п. 3.2.3.2) условие реализуемости может нарушиться, если $t_0 < t_{0\text{min}}$. Импульсная характеристика при минимальном времени задержки $t_0 = t_{0\text{min}}$ для рассматриваемого случая показана на рис. 3.2.13, б. Для импульса сигнала $u(t)$ с нулевыми значениями в моменты времени $t < 0$, $t > \tau_n$ (рис. 3.2.13, а) значение $t_{0\text{min}}/2$ соответствует половине длительности, а $t_{0\text{min}}$ длительности импульса τ_n .

3.2.3.4. Наряду с импульсными характеристиками линейных фильтров используют их частотные (передаточные) * характеристики $K(f)$. Частотную характеристику определяют как отношение комплексных амплитуд гармонических напряжений на выходе и входе фильтра для каждой частоты f . При воздействии на вход фильтра напряжения $y(t)$ со значениями спектральной плотности $g_y(f)$ выходное напряжение фильтра имеет вид

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(f) K(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (3.2.24)$$

* Часто используемые обозначения $K(j2\pi f)$ и $|K(j2\pi f)|$ заменены здесь более краткими $K(f)$ и $|K(f)|$.

Если на фильтр воздействует дельта-функция $y(t) = \delta(t)$, то напряжение (24) переходит в импульсную характеристику $v(t)$, а спектральная плотность $g_y(f)$ (см. (3.2.6)) принимает значение, равное единице. Импульсная и частотная характеристики произвольного линейного фильтра связаны поэтому фурье-преобразованиями

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(f) e^{j2\pi ft} df, \quad (3.2.25)$$

$$K(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} dt. \quad (3.2.26)$$

3.2.3.5. Частотная характеристика (26) согласованного фильтра определяется его импульсной характеристикой (23). Подставляя (23) в (26), получаем

$$K_{\text{согл}}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t_0 - t) e^{-j2\pi ft} dt.$$

Заменяя переменную интегрирования $t = t_0 - s$, находим

$$K_{\text{согл}}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(s) e^{j2\pi fs} ds \cdot e^{-j2\pi ft_0}.$$

Найденное интегральное выражение соответствует комплексно-сопряженному (за счет замены $-j$ на j) значению спектральной плотности $g_u^*(f)$ ожидаемого сигнала. Опустив индекс u для краткости записи, получим

$$K_{\text{согл}}(f) = g^*(f) e^{-j2\pi ft_0}. \quad (3.2.27)$$

Частотная характеристика согласованного фильтра численно сводится, таким образом, к произведению комплексно-сопряженного значения спектральной плотности напряжения сигнала (без учета возможного запаздывания на входе фильтра) и множителя запаздывания сигнала при прохождении его через фильтр.

Равенство (27) имеет численный характер. Это определяется безразмерным характером его левой части и размерным — правой, что связано с принятием за основу численного равенства (22). Ограничение применимости равенств (22), (23), (27) исчезнет, если ввести в их правые части одинаковые постоянные коэффициенты C , имеющие размерность. Введение любого значения C можно учесть изменением уровня порога обнаружения.

Амплитудно-частотная характеристика согласованного фильтра

$$|K_{\text{согл}}(f)| = |g(f)|$$

соответствует амплитудно-частотному спектру сигнала и в общем случае неравномерна. Согласованный фильтр искажает поэтому сигнал, обеспечивая наилучшее воспроизведение его пика на фоне помехи. Лучшие воспроизводятся наиболее интенсивные спектральные составляющие. Слабые составляющие подавляются, с ними прошли бы иначе интенсивные составляющие помехи (рис. 3.2.14,а).

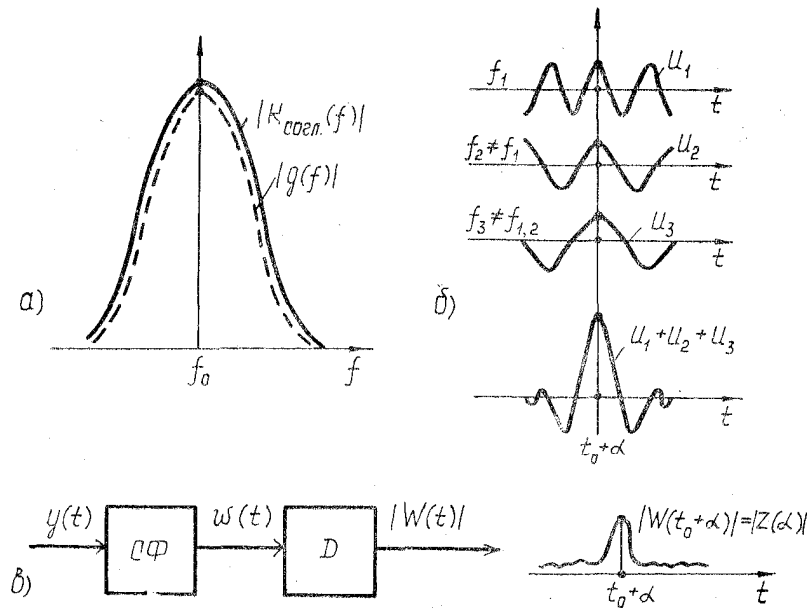


Рис. 3.2.14

Фазочастотная характеристика согласованного фильтра имеет вид

$$\arg K_{\text{сogl}}(f) = -\arg g(f) - 2\pi f t_0.$$

Учтем влияние частотной характеристики фильтра и, в частности, его фазочастотной характеристики на результат фильтрации сигнала (шумы не учитываются) с запаздыванием α , т. е. при $g_y(f) = g(f)e^{-j2\pi f \alpha}$. Подставив (27) в (24), при этом получим

$$w_c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 e^{j2\pi f(t - \alpha - t_0)} df. \quad (3.2.27a)$$

В момент времени $t = \alpha + t_0$ непрерывно распределенные по частоте гармонические составляющие сигнала складываются в фазе. На выходе согласованного фильтра образуется сигнальный пик, что упрощенно поясняется на рис. 3.2.14,б на примере наложения трех дискретных гармоник спектра. Это связано с тем, что нелинейная, в общем случае, фазочастотная характеристика согласованного фильтра компенсирует в некоторый момент времени $\alpha + t_0$ взаимные фазовые сдвиги отдельных гармонических составляющих сигнала. Пиковое значение в силу (27а), а также (8) при $y(t) = x(t)$ определяется энергией сигнала

$$w_c(\alpha + t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \mathcal{E}.$$

3.2.3.6. Обсудим прохождение шума через согласованный фильтр и пиковое отношение сигнал—помеха на выходе фильтра.

В произвольный момент времени, в том числе $\alpha + t_0$, шумовые колебания разных частот складываются со случайными фазами. Их средняя мощность (средний квадрат напряжения) на единичном сопротивлении

$$\int_{-\infty}^{\infty} N(f) |K_{\text{сogl}}(f)|^2 df = w_n^2$$

определяется интегралом по частоте от произведения спектральной плотности мощности шума на оси частот $-\infty < f < \infty$, равной $N_0/2$, и передаточной характеристики по мощности $|K_{\text{сogl}}(f)|^2$. Но в силу (27) и (8)

$$\int_{-\infty}^{\infty} |K_{\text{сogl}}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \mathcal{E},$$

так что

$$w_n^2 = \mathcal{E} N_0 / 2.$$

Пиковым отношением сигнал—помеха на выходе фильтра по напряжению назовем отношение пикового значения напряжения сигнала к среднеквадратичному напряжению помехи. Для согласованного фильтра пиковое отношение сигнал—помеха по напряжению равно параметру обнаружения

$$\left(\frac{c}{n}\right)_{\text{пик}} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{\mathcal{E} N_0 / 2}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{N_0}} = q.$$

Аналогичное энергетическое отношение сигнал—помеха по мгновенной мощности сигнала будет $(c/n)_{\text{пик}}^2 = q^2$; для средних (за период высокочастотных колебаний) мощностей сигнала и помехи это отношение будет $q^2/2$.

Существенно, что ни один фильтр на фоне стационарного белого шума не может обеспечить отношения сигнал—помеха, большего чем согласованный фильтр. Иначе его, а не согласованный фильтр, следовало бы включать в состав оптимального приемника.

Поэтому согласованный фильтр называют также оптимальным, оговаривая, что оптимальность имеет место лишь при обнаружении на фоне белого стационарного шума.

Основную фильтрацию обычно осуществляют на промежуточной частоте супергетеродинных приемников. Отношения сигнал—помеха не меняются при включении усилительных каскадов или аттенюаторов на входе и выходе фильтра, если шумы последних имеют существенно меньшую интенсивность, чем усиленные шумы на входе приемника.

3.2.3.7. Радиопульсы на входе и выходе согласованного фильтра содержат обычно довольно большое число периодов колебаний. Изменение начальной фазы колебаний несколько смещает положение пикового отсчета в пределах периода, в частности изменение на $\pi/2$ — на четверть периода. Если отсчет напряжения в момент $\alpha + t_0$ дает корреляционный интеграл z_1 , то отсчет в смещенный на четверть периода момент — корреляционный интеграл z_2 (см. п. 3.2.2.1 применительно к нормированным весовым интегралам).

Что же касается модульного значения корреляционного интеграла $\sqrt{z_1^2 + z_2^2} = |Z|$, то оно определяется огибающей напряжения на выходе согласованного фильтра в окрестности момента времени $t_0 + \alpha$. Огибающая напряжения на выходе фильтра может быть получена путем детектирования его выходного напряжения.

На выходе согласованного фильтра и амплитудного детектора обеспечивается поэтому последовательное получение значений $|Z(\alpha)|$ для различных α . Одноканальное устройство обработки (рис. 3.2.14, в) с амплитудным детектором заменяет, таким образом, многоканальное (рис. 3.2.11) с квадратурными подканалами рис. 3.2.6. Оно обеспечивает оптимизацию обнаружения сигналов со случайной начальной фазой (или случайными амплитудой и начальной фазой) в произвольном диапазоне временных запаздываний α .

Соответствие напряжения на выходе амплитудного детектора и фильтра модульному значению корреляционного интеграла подтвердим следующим расчетом. Комплексная амплитуда импульсной характеристики согласованного фильтра определяется из равенства (23), которое представим в виде

$$\operatorname{Re}[V_{\text{согл}}(t) e^{j2\pi f_0 t}] = \operatorname{Re}[U(t_0 - t) e^{j2\pi f_0 (t_0 - t)}].$$

В левую и правую части равенства входят комплексно-сопряженные множители $e^{\pm j2\pi f_0 t}$. Замена на сопряженное заключенного в квадратные скобки комплексного выражения в правой части равенства не меняет реальной части. Сопоставляя (после замены) коэффициенты при одинаковых множителях $e^{j2\pi f_0 t}$, имеем

$$V_{\text{согл}}(t) = U^*(t_0 - t) e^{-j2\pi f_0 t_0}. \quad (3.2.276)$$

Видоизменяя интеграл свертки (21), находим

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}[Y(s) e^{j2\pi f_0 s}] \operatorname{Re}[V^*(t - s) e^{-j2\pi f_0 (t - s)}] ds.$$

Здесь комплексное сопряжение под знаком реальной части второго сомножителя обеспечивает однотипную в обоих сомножителях запись величин $e^{j2\pi f_0 s}$, быстроосциллирующих по переменной интегрирования s . Для интеграла по s при любом фиксированном t по аналогии с (8а) получаем

$$w(t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y(s) [V^*(t - s) e^{-j2\pi f_0 t}]^* ds \right\},$$

где

$$w(t) = \operatorname{Re}[W(t) e^{j2\pi f_0 t}].$$

Сопоставляя множители при $e^{j2\pi f_0 t}$, находим выражение комплексной амплитуды выходного напряжения фильтра

$$W(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y(s) V(t - s) ds.$$

Значение ее модуля в момент времени $t = t_0 + \alpha$ сводится в силу (22) к модульному значению корреляционного интеграла:

$$|W(t_0 + \alpha)| = \left| \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y(s) U^*(s - \alpha) ds \right| = |Z(\alpha)|.$$

3.2.3.8. Приведем примеры согласованной и квазисогласованной фильтрации.

Пример 1. Ожидаемый сигнал близок к колокольному радиопульсу без внутриимпульсной модуляции

$$u(t) = e^{-\pi(t/\tau_n)^2} \cos 2\pi f_0 t.$$

Здесь τ_n — длительность импульса на уровне $e^{-\pi/4} \approx 0,46$, соответствующем значению множителя $e^{-\pi(t/\tau_n)^2}$ при $t = \pm \tau_n/2$.

Импульсная характеристика согласованного фильтра

$$v_{\text{согл}}(t) = e^{-\pi(t_0 - t)^2/\tau_n^2} \cos 2\pi f_0 (t_0 - t)$$

теоретически реализуема при $t_0 \rightarrow \infty$, практически при $t_0 \gg \tau_n$ (поскольку $v_{\text{согл}}(t) = 0$ при $t < 0$).

Синтез фильтра в данном случае удобнее провести по частотной, а не импульсной характеристике. Для этого нужно знать спектр сигнала. Сигнал $u(t)$ по теореме Эйлера можно считать суммой двух комплексных колебаний вида $\frac{1}{2} e^{-\pi(t/\tau_n)^2} e^{\pm j2\pi f_0 t}$.

Каждое из них имеет спектр колокольной формы $g(f) = \frac{\tau_n}{2} \times \times e^{-\pi(f-f_0)^2 \tau_n^2}$ с центром на частоте $\pm f_0$. Ширина каждого спектра на уровне $e^{-\pi^4} \approx 0,46$ составит $\Pi_n = 1/\tau_n$. При $f_0 \tau_n \gg 1$ спектры практически не перекрываются. Приведенные выражения определяют амплитудно-частотную характеристику согласованного фильтра $|K(f)| = |g(f)| = g(f)$ в окрестности частот $\pm f_0$. Поскольку $\arg g(f) = 0$, то $\arg K(f) = -2\pi f t_0$.

Подобная фильтрация обеспечивается в *многокаскадном усилителе промежуточной частоты* с одиночными резонансными контурами в каскадах. Спектр колокольного радиоимпульса, прошедшего через такой фильтр, сужается в $\sqrt{2}$ раз

$$e^{-\pi(f-f_0)^2 \tau_n^2} \cdot e^{-\pi(f-f_0)^2 \tau_n^2} = e^{-\pi(f-f_0)^2 \cdot 2\tau_n^2},$$

т. е. до величины $1/\tau_n \sqrt{2}$ на уровне 0,46. Длительность выходного радиоимпульса в $\sqrt{2}$ раз больше, чем входного. За счет указанного искажения сигнала обеспечивается *максимально-возможное отношение сигнал — помеха*.

Пример 2. Ожидаемый сигнал — пачка из $M=4$ равноотстоящих колокольных радиоимпульсов без внутриимпульсной модуляции. Аналогичную пачку представляет собой и импульсная характеристика согласованного фильтра. Она будет сформирована, если на выход согласованного фильтра одиночного радиоимпульса СФОИ, рассмотренного в предыдущем примере, включить линию задержки с M отводами и сумматором (рис. 3.2.15, а). Действи-

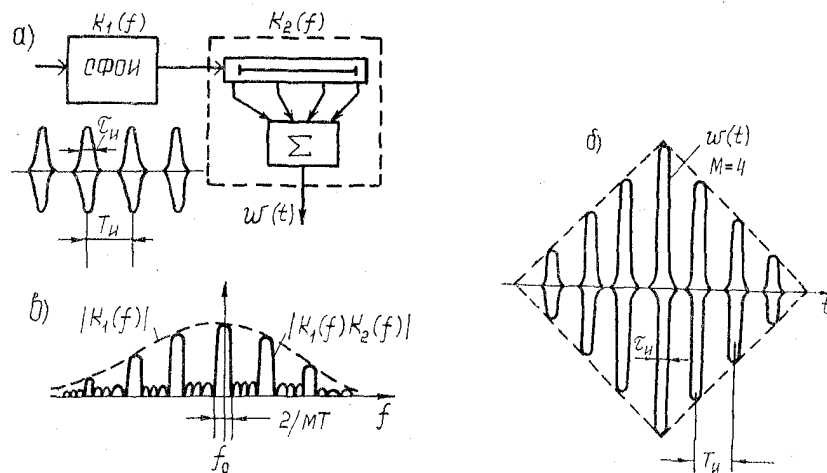


Рис. 3.2.15

тельно, при воздействии на вход СФОИ короткого импульса его выходе формируется колокольный, а на выходе сумматора пачка колокольных радиоимпульсов.

При воздействии на вход СФОИ *ожидаемого сигнала* каждый из колокольных импульсов в отдельности согласованно обрабатывается СФОИ (см. предыдущий пример). Линия задержки с отводами выполняет роль *когерентного накопителя* отдельных импульсов пачки. С отводов снимаются сдвинутые по времени пачки импульсов. При точной установке отводов *импульсы сигнала накладываются в фазе*, что приводит к образованию *ромбовидной* (рис. 3.2.15, б) пачки из $2M-1=7$ радиоимпульсов. *Сложение в фазе*, наиболее существенное для вершины ромба, позволяет повысить отношение сигнал—помеха: импульсы помех в фазе наложиться не могут (*фазовая избирательность*). Энергетическое отношение сигнал—помеха определяется отношением удвоенной *суммарной энергии* всех импульсов сигнала к величине спектральной плотности мощности помехи.

Аналогичный вывод можно сделать с позиции *наложения* не временных элементов сигнала (импульсов), а *частотных* (его гармонических составляющих). Амплитудно-частотная характеристика фильтра (рис. 3.2.15, в), совпадающая с амплитудно-частотным спектром ожидаемого сигнала, имеет *гребенчатую структуру*. В полосе частот импульсов $\Pi_n = 1/\tau_n$ она содержит ряд гребней на частотах $f_0 + k/T_n, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ шириной порядка $1/MT_n$. Частотную характеристику $K_1(f)$, оптимальную для одиночного радиоимпульса, дает фильтр СФОИ. Гребенчатую частотную характеристику $K_2(f)$ (теоретически неограниченной протяженности) дает звено в виде линии задержки с сумматором. Гребенчатая структура фильтра позволяет подавить шум вне спектра сигнала (иначе, лучше выделить сигнал при постоянном уровне шума). Произведение $K_1(f)K_2(f) = K_2(f)K_1(f)$. Поэтому элементы схемы рис. 3.2.15, а можно менять местами.

Для реализации необходимой длительности импульсной характеристики приходится использовать акустические линии задержки, цифровые устройства задержки, приборы с переносом заряда. При накоплении приходится учитывать, кроме того, движение цели за время длительности пачки. Поэтому когерентное накопление рис. 3.2.15, имеющее исключительно большое *принципиальное значение*, практически реализуется обычно в измененном виде (разд. 4.2).

Пример 3. Ожидаемый сигнал представляет собой *одиночный прямоугольный радиоимпульс без внутриимпульсной модуляции*. Аналогичный вид имеет импульсная характеристика сигнала.

Амплитудно-частотный спектр сигнала и амплитудно-частотная характеристика фильтра определяются зависимостями вида $\sin[\pi(f-f_0)\tau_n]/\pi(f-f_0)$. Амплитудно-частотный спектр выходного сигнала определяется как квадрат амплитудно-частотного спектра одиночного радиоимпульса $|\sin[\pi(f-f_0)\tau_n]/\pi(f-f_0)|^2$.

Форма огибающей радиоимпульса на выходе согласованного фильтра *ромбовидная*. Чтобы пояснить это, не проводя выкладок, обратимся к предыдущему примеру. Уменьшая период T_n на

рис. 3.2.15,а, результат наложения колокольных импульсов на входе фильтра приблизим к одиночному прямоугольному радиоимпульсу*. Ромбовидная пачка радиоимпульсов рис. 3.2.15,б на выходе фильтра перейдет при этом в одиночный ромбовидный импульс.

Пример 4. Для одиночных радиоимпульсов без внутриимпульсной модуляции согласованная фильтрация может заменяться квазисогласованной (согласованной лишь по отдельным параметрам). Так, для прямоугольного радиоимпульса длительности τ_n с приведенным амплитудно-частотным спектром можно взять фильтр с близкой к *прямоугольной* амплитудно-частотной характеристикой с полосой Π и близкой к линейной фазочастотной характеристикой $\arg K(f) \approx -2\pi f t_0$. Оптимизация (по критерию отношения сигнал—шум) только полосы, проведенная В. И. Сифоровым, показала, что $\Pi_{\text{опт}} = 1,37/\tau_n$. Форма отфильтрованного радиоимпульса несколько отличается от ромбовидной. Отношение же сигнал—помеха при этом составляет $0,83q^2$, т. е. проигрыш в энергетическом отношении сигнал—помеха всего лишь 17%.

Пример 5. Рассмотрим согласованную фильтрацию фазоманипулированного радиоимпульса длительностью τ_n (рис. 3.2.16,а). Ха-

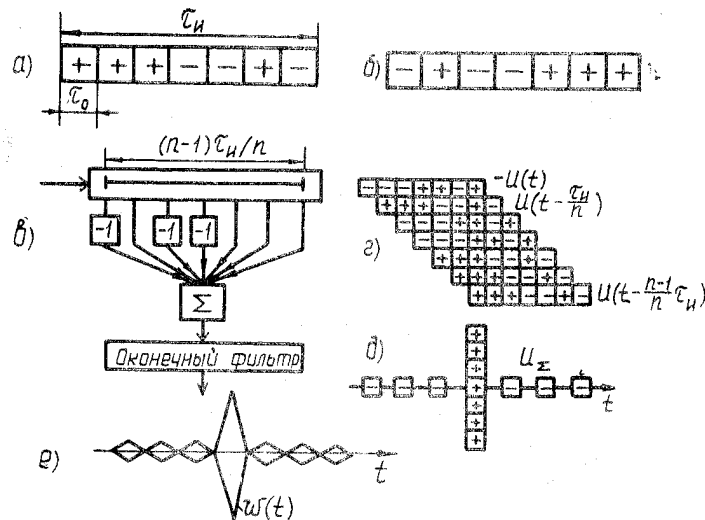


Рис. 3.2.16

актерна его внутриимпульсная модуляция, обеспечиваемая изменением (манипуляцией) на π начальной фазы отдельных элементов сигнала — парциальных радиоимпульсов длительностью $\tau_0 = \tau_n/n$; здесь $n \approx 7$. Парциальные радиоимпульсы с неизменной и из-

* Сохраняя, например, кратность периода T_n периоду высокочастотных колебаний $1/f_0$.

мененной на π начальной фазой схематически показаны знаками плюс и минус.

Зеркальная рис. 3.2.16,а импульсная характеристика согласованного фильтра показана на рис. 3.2.16,б аналогичным образом. Такой импульсной характеристикой обладает фильтр рис. 3.2.16,в. Основой его является линия задержки с отводами и общим сумматором. Часть отводов подключена к сумматору через инверсные каскады. Напряжение сумматора проходит через оконечный фильтр, согласованный с парциальными радиоимпульсами. При *воздействии* на фильтр рис. 3.2.16,в *дельта-функции* с выхода сумматора снимается *последовательность* манипулированных по знаку *дельта-функций*, каждая из которых возбуждает в оконечном фильтре парциальный радиоимпульс с установленной начальной фазой. Совокупность состыкованных таким образом радиоимпульсов образует импульсную характеристику фильтра рис. 3.2.16,б. Зеркальная характеристика «перевернута» по отношению к сигналу. Такой «переворот» не следует смешивать с изменением знаков изображения рис. 3.2.16,б на обратные.

На рис. 3.2.16,д показан результат *суммирования элементов незадержанного и задержанных в линии фазоманипулированных радиоимпульсов*, часть из которых прошла инверсные каскады. Ясно виден эффект *когерентного* (с точностью до фазы) *накопления элементов сигнала в пике*. Рис. 3.2.16,е поясняет преобразование просуммированных прямоугольных парциальных радиоимпульсов в ромбовидные в результате *согласованной фильтрации парциальных радиоимпульсов* (когерентного накопления в пределах их длительности).

Когерентное накопление совокупности парциальных радиоимпульсов оказалось бы невозможным без зеркальности импульсной характеристики и включения в отводы инверсных каскадов, например, при импульсной характеристике в виде гладкого радиоимпульса длительностью τ_n . Согласованное накопление внутри каждого парциального радиоимпульса может быть заменено квазисогласованным (см. пример 4) при приемлемых еще энергетических потерях.

Обратим внимание на наблюдающийся в данном случае эффект *сжатия выходного радиоимпульса по сравнению с входным*, существенный для повышения разрешающей способности РЛС по дальности. Подробнее остановимся на нем в разд. 4.

3.2.4. Оптимальные обнаружители некогерентных сигналов.

Некогерентные сигналы $x(t, \beta) = \text{Re}[X(t, \beta)e^{j2\pi f_0 t}]$, где

$$X(t, \beta) = \sum_{\mu=1}^M b_{\mu} X_{\mu}(t) e^{j\beta_{\mu}}, \quad (3.2.28)$$

сводятся к наложению когерентных со случайными начальными фазами β_{μ} и амплитудными множителями b_{μ} . Последнее вызывает *нежесткость структуры* этих сигналов, *фазовой* в первую очередь.

Накопление с точностью до фазы возможно поэтому лишь в пределах когерентных элементов сигналов. Это не может не учитываться теорией.

3.2.4.1. Теоретическое рассмотрение упрощается, когда случайные параметры отдельных когерентных составляющих независимы.

Поясним это вначале для наиболее важной разновидности некогерентных сигналов — некогерентной пачки неперекрывающихся радиоимпульсов. Принимаемую дискретизированную реализацию y , соответствующую M периодам следования, можно разбить на M реализаций, относящихся к различным периодам следования и содержащим меньшее число дискрет. В силу независимости всех дискрет шума, а значит наборов его дискрет в разных периодах следования, а также независимости случайных параметров сигнала в этих периодах

$$p_{\text{сп}}(y) = p_{\text{сп}}(y_1, y_2, \dots, y_M) = \prod_{\mu=1}^M p_{\text{сп}}(y_{\mu}),$$

$$p_{\text{п}}(y) = p_{\text{п}}(y_1, y_2, \dots, y_M) = \prod_{\mu=1}^M p_{\text{п}}(y_{\mu}).$$

Отсюда видно, что отношение правдоподобия $l(y) = p_{\text{сп}}(y)/p_{\text{п}}(y)$ сводится к произведению отношений правдоподобия для различных периодов. Указанный вывод сохраняется при переходе от дискретных реализаций к непрерывным.

Возможны и другие варианты некогерентных сигналов, когда отношение правдоподобия сводится к произведению отдельных отношений правдоподобия. Это касается, например, некогерентных многочастотных сигналов с неперекрывающимися спектрами и независимыми амплитудами и фазами на разных несущих частотах. Перемножаемые отношения правдоподобия относятся при этом к различным частотным каналам. Для непрерывных реализаций $y(t)$ справедливость перемножения может быть показана в общем виде.

Развивая расчет разд. 3.2.2, подставим (28) в выражение корреляционного интеграла (8б). Используя (9) и (9б), найдем выражение весового интеграла для фиксированных случайных параметров, обобщающее (10):

$$\zeta(\beta) = \sum_{\mu} b_{\mu} q_{\mu} |Z_{\text{нп}\mu}| \cos(-\beta_{\mu} + \arg Z_{\text{нп}\mu}). \quad (3.2.29)$$

Здесь: q_{μ} — параметр обнаружения μ -й когерентной составляющей; $|Z_{\text{нп}\mu}|$ — модуль нормированного комплексного весового интеграла для этой составляющей.

Если когерентные составляющие сигнала взаимно ортогональны

$$\int_{-\infty}^{\infty} X_{\mu}(t) X_{\lambda}^*(t) dt = 0 \quad \text{при } \lambda \neq \mu \quad (3.3.30)$$

(радиоимпульсы пачки или парциальные спектры многочастотного сигнала не перекрываются), то энергия сигнала сводится к сумме энергий когерентных составляющих, так что

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}(\beta) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |X(t, \beta)|^2 dt = \sum_{\mu} b_{\mu}^2 \mathcal{E}_{\mu}, \\ q^2(\beta) &= \sum_{\mu} b_{\mu} q_{\mu}^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.31)$$

Ограничиваясь (до раздела 3.3.3) случаем независимого распределения случайных параметров когерентных составляющих, имеем

$$p(\beta) d\beta = \prod_{\mu} p(b_{\mu}, \beta_{\mu}) db_{\mu} d\beta_{\mu}. \quad (3.2.32)$$

Подставим (32) и $l(\beta) = l$ из (3) в интеграл (3.1.17). Показатель степени экспоненты (3) выразим через суммы (29) и (31). Интеграл (3.1.17) преобразуется при этом в произведение интегралов

$$l = \prod_{\mu} \int_{(b_{\mu}, \beta_{\mu})} e^{b_{\mu} q_{\mu} \cos(-\beta_{\mu} + \arg Z_{\text{нп}\mu})} e^{-\frac{b_{\mu}^2 q_{\mu}^2}{2}} p(b_{\mu}, \beta_{\mu}) db_{\mu} d\beta_{\mu}. \quad (3.2.33)$$

Каждый из этих интегралов представляет собой отношение правдоподобия l_{μ} для случая обнаружения одной лишь μ -й когерентной составляющей сигнала.

Таким образом,

$$l = \prod_{\mu} l_{\mu} \quad \text{или} \quad \ln l = \sum_{\mu} \ln l_{\mu}. \quad (3.2.34)$$

Величины l_{μ} и $\ln l_{\mu}$ являются функциями величин $|Z_{\text{нп}\mu}|$ и q_{μ} , зависящими от модели сигнала.

Если некогерентный сигнал (пачка) состоит из когерентных составляющих (радиоимпульсов) со случайной начальной фазой, то в силу (11)

$$\ln l_{\mu} = \ln I_0(q_{\mu} |Z_{\text{нп}\mu}|) + \text{const.} \quad (3.2.35)$$

График зависимости $\ln I_0(u)$ показан на рис. 3.2.17. Его значения для $u \geq 0$

$$\ln I_0(u) \approx u^2/4 \quad (u \ll 1)$$

$$\ln I_0(u) \approx u \quad (u \gg 1).$$

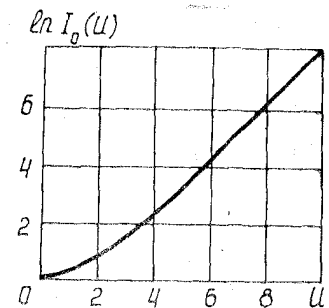


Рис. 3.2.17

Для сигнала (пачки) с независимыми случайными начальными фазами и независимыми релеевскими случайными амплитудами когерентных составляющих (радиоимпульсов)

$$\ln l_{\mu} = \frac{q_{\mu}^2 |Z_{\mu}|^2}{4(1+q_{\mu}^2/2)} + \text{const.} \quad (3.2.36)$$

Соотношение (34) свидетельствует о целесообразности некогерентного накопления, т. е. накопления после детектирования. Оптимальный вид детектирования зависит в общем случае от характера некогерентности и интенсивности когерентных составляющих сигнала по отношению к шуму.

Для пачки радиоимпульсов со случайными начальными фазами оптимальное детектирование (35) квадратичное при $q_{\mu} \ll 1$ и линейное при $q_{\mu} \gg 1$.

В случае независимых релеевских флуктуаций оптимальным является квадратичное детектирование (36) при любой интенсивности сигнала.

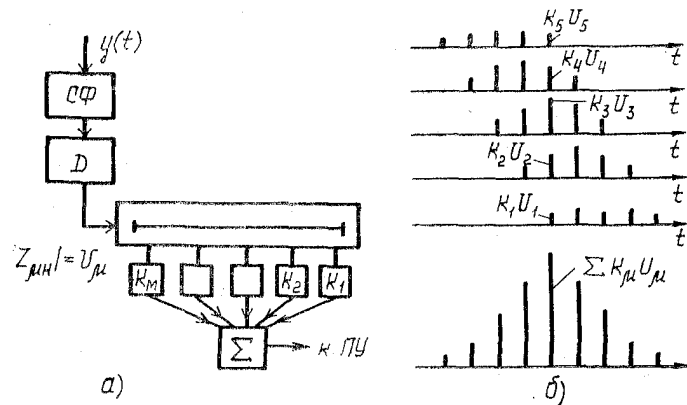


Рис. 3.2.18

Значения весовых интегралов и их квадратов вычисляются с помощью согласованного фильтра и амплитудного детектора, линейного или квадратичного (рис. 3.2.18, а). Если на вход фильтра подается нормированное по уровню шума напряжение, на выходе детектора последовательно выдаются модульные значения нормированных весовых интегралов или их квадратов в виде амплитуд отдельных импульсов пачки. Согласованный фильтр обеспечивает при этом оптимальное когерентное накопление за длительность импульса.

Некогерентное накопление осуществляется после детектора. В качестве некогерентного накопителя можно использовать в принципе видеочастотный фильтр, как это показано на рис. 3.2.18, а. Он построен на основе линии задержки с отводами, в которые включены весовые усилители, характеризующиеся весами K_{μ} . В некоторый момент времени (для $M=5$ на рис. 3.2.18, б) на выходе накопителя формируется весовая сумма $\sum_{\mu} K_{\mu} |Z_{\mu}|$, подлежащая сравнению с порогом.

Для сигналов со случайной начальной фазой согласно теории имеет место оптимизация при $K_{\mu} = q_{\mu}^2$, если $q_{\mu} \ll 1$, и $K_{\mu} = q_{\mu}$, если $q_{\mu} \gg 1$. Для сигналов с независимыми релеевскими флуктуациями импульсов оптимизация имеет место при $K_{\mu} = q_{\mu}^2$, если $q_{\mu} \ll 1$, и $K_{\mu} = \text{const}$, если $q_{\mu} \gg 1$.

Детализация упомянутых условий оптимизации зачастую не вызывается необходимостью. На рис. 3.2.19 показаны кривые, свя-

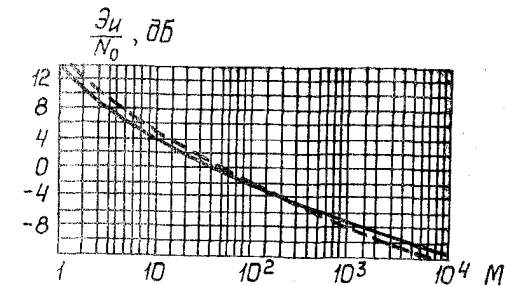


Рис. 3.2.19: $\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_{\text{пр min}}$ и $\mathcal{E}_n/N_0 = q_n^2/2$ — пороговая энергия и коэффициент различимости в расчете на один радиоимпульс пачки

зывающие значения пороговой энергии одного радиоимпульса прямоугольной пачки и числа радиоимпульсов M в этой пачке для линейного (сплошная кривая) и квадратичного суммирования (штриховая кривая) при вероятностях правильного обнаружения $D=0,5$ и ложной тревоги $F=10^{-10}$. Меньший пороговый сигнал при малых \mathcal{E}_n/N_0 соответствует квадратичному, а больший — линейному суммированию. Разница, однако, невелика. Чем больше M , тем меньше пороговая энергия в обоих случаях.

3.2.4.2. Большее расхождение имеет место для результатов некогерентного (кривые 1, 2, 3 рис. 3.2.20) и когерентного (прямые 4, 5) суммирования. По оси абсцисс отложено число M суммируемых импульсов, по оси ординат — отношение сигнал — помеха $q_n^2/2$ в децибелах для одного импульса пачки (коэффициент

различимости) при $D=0,8$, $F=10^{-6}$. Прямая 4 для когерентного пачечного сигнала согласуется с кривыми рис. 3.2.9 для одиночного

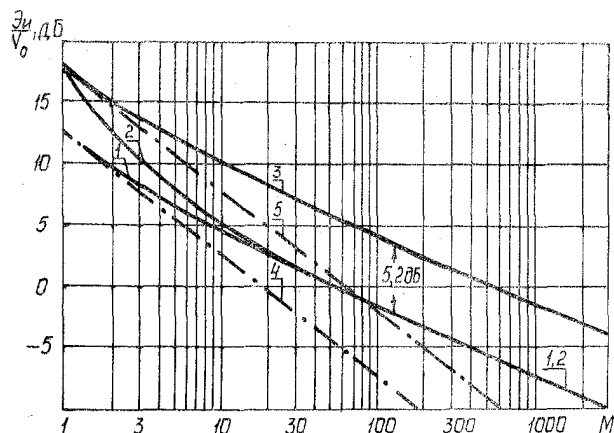


Рис. 3.2.20

когерентного сигнала; коэффициент различимости для $M=1$ составляет здесь 12,5 дБ. При числе M когерентных импульсов каж-

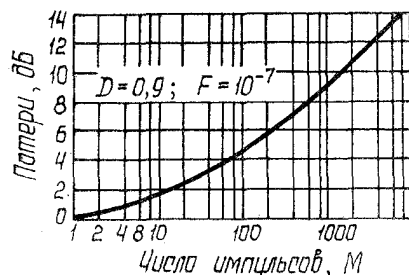


Рис. 3.2.21

дый может иметь в M раз меньшую по сравнению со всем сигналом энергию; коэффициент различимости в децибелах описывается прямой $12,5 - 10 \lg M$. Кривая 1 рис. 3.2.20 относится к нефлюктуирующей некогерентной пачке при квадратичном суммировании. Разница в децибелах между кривой 1 и прямой 4 характеризует энергетические потери на некогерентное

суммирование (некогерентное накопление) для произвольного M . График потерь для нефлюктуирующей пачки показан на рис. 3.2.21. Потери на некогерентное накопление связаны с отсутствием фазовой избирательности при суммировании выбросов шума после детектора (рис. 3.2.18) в отличие от додетекторного суммирования (рис. 3.2.15 и 3.2.16). Для поддержания заданного значения F приходится поэтому повышать уровень порога. Чтобы обеспечить при этом заданное значение D , требуется большая энергия сигнала.

Кривая 2 рис. 3.2.20 относится к независимым («быстрым») релеевским флюктуациям составляющих некогерентных сигналов: при многочастотной работе; при флюктуациях импульсов пачки, отраженных от отдельных типов целей — вертолета, винтомоторного самолета. Точка 17,7 дБ для $M=1$ согласуется с кривой обнаружения рис. 3.2.8 для одиночного радиоимпульса с релеевскими флюктуациями при $F=10^{-6}$. Кривая 3 рис. 3.2.20 относится к дружным («медленным») релеевским флюктуациям импульсов пачки. При $M=1$ кривые 2, 3 пересекаются: разграничение «быстрых» и «медленных» флюктуаций теряет смысл. При $M \gg 1$ «быстрые» флюктуации сглаживаются: кривая 2 сливается с кривой 1.

Величины отношений \mathcal{E}_s/N_0 на рис. 3.2.19, 3.2.20 можно считать теоретическими значениями коэффициентов различимости $\mathcal{E}_{\text{пр min}}/N_0 = K_{\text{разл}}$ в расчете на один радиоимпульс пачки. Они даны без учета дополнительных потерь (единицы децибел) из-за неоптимальности обработки.

3.2.4.3. Для некогерентного накопления принятых импульсов в РЛС с визуальной индикацией используется явление послесвечения экрана индикатора кругового или секторного обзора. Яркие отметки импульсов полезного сигнала рис. 2.1.4 сливаются при обзоре в светящиеся дужки или отрезки прямых линий, что облегчает наблюдение. Такое накопление уступает оптимальному.

В диапазоне значений $D \approx (0,5 \dots 0,9)$ «потери оператора» оценивают величиной 2 ... 7 дБ.

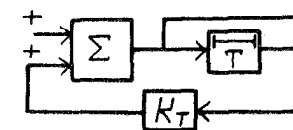


Рис. 3.2.22

Визуальное накопление может дополняться поэтому накоплением импульсов на видеочастоте. Последнее реализуют иногда на линиях задержки с использованием рекуррентных (рис. 3.2.22). Эффективное число рекуррентных определяется выбором коэффициента передачи K_T ($0 < K_T < 1$).

Для накопления пригодны также устройства с электростатической (потенциалоскопы) и магнитной памятью. Полный отказ от запоминания и накопления продетектированных радиоимпульсов опаснее неоптимальностей запоминания и накопления.

3.2.4.4. Особенно распространены двухуровневые цифровые некогерентные накопители. В устройстве рис. 3.2.23 используется принцип двухуровневого (бинарного) аналогово-цифрового преобразования (АЦП) продетектированного напряжения путем временной дискретизации и сравнения с некоторым (первым) пороговым уровнем. Получаемые последовательности нулей и единиц (рис. 3.2.23,а) запоминаются на несколько периодов послышки k с помощью регистров со сдвигом РС (рис. 3.2.23,б). Результаты наблюдения в разных периодах послышки сопоставляются для различных дальностей. Логическое устройство « n из k » подсчитывает для каждой из них число единиц в k периодах послышки. Получен-

ное число i сравнивается со вторым пороговым уровнем n . Если условие $i \geq n$ соблюдается, логическое устройство выдает единицу (отметку наличия цели), в противном случае — ноль. Логическое устройство (логическая схема) и управляемая импульсами сдвига последовательность регистров РС рис. 3.2.23,б заменяют сумматор и громоздкую линию задержки рис. 3.2.16,а.

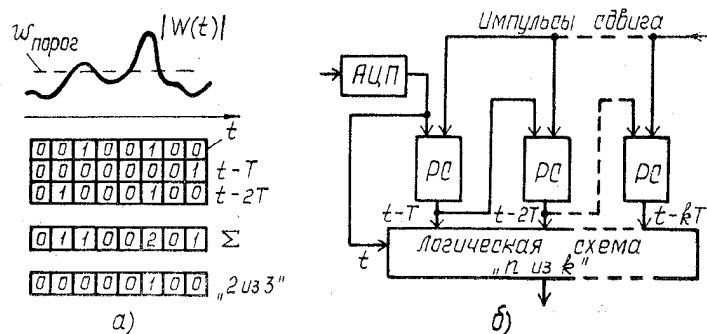


Рис. 3.2.23

Найдем условную вероятность превышения первого порога точно i и не превышения $(k-i)$ импульсами за k периодов послышки при наличии сигнала, обозначая D_0 условную вероятность превышения первого порога в одном периоде послышки. Считая испытания в различных периодах независимыми, искомую вероятность найдем по формуле Бернулли в виде $C_k^i D_0^i (1 - D_0)^{k-i}$. Здесь $C_k^i = k! / (i!(k-i)!)$, например $C_4^2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 / (2 \cdot 1)^2 = 6$.

Условная вероятность правильного обнаружения D для рассматриваемой процедуры — это вероятность достижения или превышения второго порога при наличии сигнала. Она составит

$$D = \sum_{i=n}^k C_k^i D_0^i (1 - D_0)^{k-i}. \quad (3.2.37)$$

Условная вероятность ложной тревоги F для рассматриваемой процедуры — это вероятность достижения или превышения второго порога в отсутствие сигнала. Если F_0 — соответствующая вероятность превышения первого порога, то

$$F = \sum_{i=n}^k C_k^i F_0^i (1 - F_0)^{k-i}.$$

При $F_0 \ll 1$ она составит $F \approx C_k^n F_0^n$, так что $F_0 \approx \sqrt[n]{F / C_k^n}$.

По известным значениям F_0 и q из кривых обнаружения когерентных сигналов рис. 3.2.9 находится величина D_0 , что позволяет определить D по формуле (37).

В отсутствие флюктуаций отраженного сигнала для каждого k существует оптимальное значение $n_{\text{опт}}(k)$, обеспечивающее минимальные потери по сравнению с когерентным накоплением. Это значение аппроксимируется зависимостью $1,5\sqrt{k}$. Рис. 3.2.24 определяет величину потерь цифрового некогерентного накопления в дБ по сравнению с когерентным для $n = n_{\text{опт}}$ и $n = 1$ при $F \approx 10^{-6}$, $D = 0,5$. Пунктиром показаны потери аналогового (квадратичного) некогерентного накопления. Разности ординат сплошных и пунктирной кривых характеризуют дополнительные потери, связанные с использованием бинарной обработки. Для $n = n_{\text{опт}}$ при числе регистров сдвига k , совпадающем с числом импульсов пачки M , эти потери не превышают 3 дБ. Если же $k < M$, возникают дополнительные потери. Их можно грубо оценить как потери «1 из k' », где $k' = M/k$ — число независимых циклов наблюдения за время длительности пачки. Потери зависят от используемой логики.

В связи с развитием элементной базы может стать актуальным переход от двухуровневого к многоуровневому некогерентному накоплению.

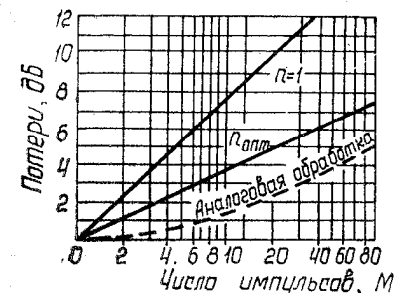


Рис. 3.2.24

3.2.5. Трехальтернативные (последовательные) обнаружители. В отличие от двухальтернативных трехальтернативные обнаружители (разд. 3.1.2) работают с сигналами, продолжительность которых изменяется в процессе наблюдения. Они оптимизировались в разделе 3.1.2 для случая наблюдения одного элемента разрешения. Одновременно же наблюдается обычно большое число n таких элементов. Для каждого вырабатывается решение «знаю» («да», «нет») и «не знаю». Ориентация характеристики направленности (луча) антенны изменяется после прекращения ответов «не знаю» со всех элементов разрешения.

Преимуществом любой разновидности последовательного обнаружения по отношению к обнаружению выборок фиксированной длительности является экономия потребной средней мощности излучения при фиксированной средней скорости обзора либо повышение скорости обзора при фиксированной средней мощности. Эффективность последовательных процедур тем выше, чем меньшее число n разрешаемых элементов (дальности, радиальной скорости и т. д.) подлежит одновременному наблюдению.

Накопление для элемента может прекращаться с появлением возможности принять для него решения «да» или «нет». Для различных элементов окончательные решения принимаются при этом *неодновременно*. Можно не прекращать, однако, накопления, чтобы решения для всех элементов разрешения принимались *одновременно*.

Так, при обнаружении нефлюктуирующих по амплитуде импульсов сигнала с показателями $D = 0,7$, $F = 10^{-8}$ выигрыш в случае неодновременного принятия решений составляет 7 дБ при $n = 1$ и только 3 дБ при $n = 1000$. Более сложное одновременное принятие решений, обеспечивая лучшее использование энергии, может повысить выигрыш на 3...5 дБ при больших n и D по сравнению с неодновременным.

Возможные задержки переброса луча предотвращают, используя *усеченные последовательные процедуры*. По истечении установленного числа зондирований принимают однопороговые решения «да», «нет» для каждого элемента разрешения. Если это число устанавливается равным единице, обнаружение оказывается *не более чем двухэтапным*. Достижимый энергетический выигрыш 2 ... 3 дБ.

Выигрыш за счет последовательного обзора возрастает в условиях интенсивных внешних помех, действующих с фиксированных угловых направлений; по результатам моделирования при $n=400$ элементов разрешения выигрыш достигает от 5 до 22 дБ.

Несколько меньший, но значительный выигрыш обеспечивается в этих условиях и без двухпороговой процедуры. Достаточно замедлять скорость обзора в направлениях с повышенным уровнем помех, используя информацию о помеховой обстановке.

3.2.6. Вопросы для самоконтроля

1. Рассчитайте отношение правдоподобия для случая наблюдения дискретизованного сигнала с полностью известными параметрами на фоне стационарной некоррелированной гауссовской помехи. Обоснуйте достаточную статистику в виде корреляционной суммы.

2. Переходя к непрерывному сигналу с известными параметрами, обоснуйте достаточную статистику в виде корреляционного (веса) интеграла. Поясните физический смысл корреляционной обработки. Что дает нормирование корреляционного интеграла?

3. Поясните построение и характер кривых обнаружения для сигнала с полностью известными параметрами.

4. Сведите анализ корреляции принимаемых и ожидаемых колебаний во временной области к анализу корреляции в частотной.

5. Сведите анализ корреляции мгновенных значений к анализу корреляции комплексных амплитуд принимаемых и ожидаемых колебаний.

6. Обоснуйте достаточные статистики и структурные схемы оптимальных приемников при обнаружении когерентных сигналов со случайной начальной фазой и случайными амплитудой и начальной фазой на фоне белого шума.

7. Поясните и обоснуйте кривые обнаружения для когерентных сигналов со случайными амплитудой и начальной фазой. Поясните влияние закона распределения случайных амплитуд на характер кривых обнаружения.

8. Оцените пороговое отношение \mathcal{E}_n/N_0 в дБ при $D=0.7$, $F=10^{-7}$ для когерентного сигнала со случайной начальной фазой, с полностью известными параметрами и со случайной начальной фазой и релеевской случайной амплитудой.

9. Поясните характер достаточной статистики при случайном запаздывании когерентного сигнала и большой его интенсивности.

10. Поясните возможность оптимального фильтрового обнаружения сигналов со случайным запаздыванием на фоне стационарной некоррелированной гауссовской помехи. Поясните и обоснуйте вид импульсной характеристики согласованного фильтра.

11. Поясните и обоснуйте свойства частотных (амплитудно-частотных, фазочастотных) характеристик согласованных фильтров. Поясните структуру оптимальных обнаружителей с использованием согласованных фильтров.

12. Приведите примеры согласованных фильтров.

13. Поясните достаточные статистики для случая обнаружения некогерентных сигналов на фоне стационарных некоррелированных помех. Укажите варианты реализации накопления.

14. Поясните понятие потерь некогерентного накопления. Оцените по графикам эти потери в дБ при некогерентном накоплении 10 и 100 нефлюктуирующих радиопульсов. Оцените снижение порогового сигнала при переходе от обнаружения одного радиопульса к некогерентному накоплению 10 и 100 радиопульсов.

15. Поясните возможности использования двухуровневого преобразования при некогерентном накоплении, логические критерии принятия решений «п из k».

16. Поясните сущность неусеченных и усеченных процедур последовательного обнаружения.

3.3. МНОГОКАНАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

3.3.1. Многоканальные обнаружители дискретизованных сигналов с полностью известными параметрами на фоне нестационарных коррелированных гауссовских помех. Ситуации раздела 3.2 типичны лишь для наиболее простых, хотя и практически важных случаев обнаружения слабых радиолокационных сигналов на фоне стационарного и некоррелированного внутреннего шума приемника. В более сложных ситуациях помеха (активная, пассивная, комбинированная) нестационарна во времени, коррелирована по времени и пространству, хотя еще часто может считаться гауссовской. Наряду с одноканальным возможен многоканальный, в том числе *разнесенный прием сигналов*. Целесообразность учета перечисленных факторов обсуждалась уже во введении, в разд. 2.1.5, 2.1.7, 2.5.5, 2.5.7, 2.5.9, 2.5.10. Упомянем о возможности компенсации помех при учете корреляции их временных или пространственных элементов (п. 2.5.10.5).

Рассматриваемый случай, охватывая предыдущие, естественно, сложнее их. Теория разд. 3.3.1 поэтому ограничена пока рассмотрением дискретизованных сигналов с полностью известными параметрами. Она позволяет получить не только существенные, но и наглядные результаты, развиваемые в последующих разделах.

Обратимся к *M-элементной антенно-приемной системе*, расположенной в одном или в нескольких пунктах приема. С элементов

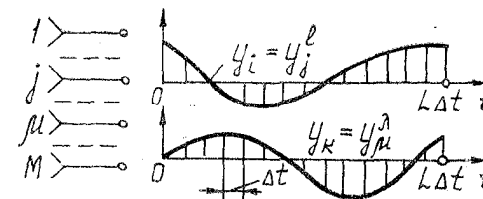


Рис. 3.3.1

этой системы снимается совокупность M напряжений, описываемых функциями времени $y_1(t)$, $y_2(t)$, ..., $y_M(t)$ (рис. 3.3.1). Совокупность этих скалярных функций образует векторную функцию

$$\mathbf{y}(t) = \|y_j(t)\|.$$

Пусть каждая из скалярных функций $y_i(t)$ описывается на интервале наблюдения L дискретными значениями. Векторная функция $y(t)$ описывается тогда $m=ML$ такими значениями. Это позволяет перейти к m -мерному вектор-столбцу $y = \|y_i\|, i=1, 2, \dots, m$.

Как и ранее,

$$y = Ax + n,$$

где $A=1$ или 0 , в зависимости от наличия или отсутствия сигнала. Вектор y характеризует при $A=0$ случайные дискретные значения помехи, в общем случае коррелированные и нестационарные. Закон распределения этих значений полагаем гауссовским с нулевым математическим ожиданием

$$p_n(y) = (2\pi)^{-m/2} |\varphi|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} y^T \varphi^{-1} y\right).$$

Здесь φ — корреляционная матрица помехи

$$\varphi = \|M_n(y_i y_k)\| = M_n[\|y_i\| \|y_k\|^T] = M_n(y y^T),$$

в общем случае недиагональная и с неодинаковыми диагональными элементами (см. п. 2.5.10.5). В силу переместительного закона умножения $y_i y_k = y_k y_i$ матрица $\varphi = \varphi^T$ симметричная.

3.3.1.1. Используя (3.1.16), найдем логарифм отношения правдоподобия:

$$\ln l = \ln p_n(y - x) - \ln p_n(y) = -\frac{1}{2} (y - x)^T \varphi^{-1} (y - x) + \frac{1}{2} y^T \varphi^{-1} y$$

или

$$\ln l = \frac{1}{2} (y^T \varphi^{-1} x + x^T \varphi^{-1} y) - \frac{1}{2} x^T \varphi^{-1} x.$$

Суммируемые внутри скобок матричные выражения являются скалярами, а значит не меняются при транспонировании. Используя правило транспонирования произведения матриц $(abc)^T = c^T b^T a^T$ и свойство симметрии матрицы φ , имеем

$$x^T \varphi^{-1} y = (x^T \varphi^{-1} y)^T = y^T \varphi^{-1} x,$$

т. е. оба суммируемых выражения оказываются равными между собой.

Выражение $\ln l$ можно в результате свести к двум взаимно эквивалентным выражениям, аналогичным (3.2.3),

$$\ln l = \zeta - q^2/2 = q(\zeta_n - q/2). \quad (3.3.1)$$

Здесь

$$\zeta = y^T \varphi^{-1} x = y^T r, \quad (3.3.2)$$

$$q^2 = x^T \varphi^{-1} x = x^T r, \quad (3.3.3)$$

$$\zeta_n = \zeta/q, \quad (3.3.4)$$

$$r = \varphi^{-1} x. \quad (3.3.5)$$

3.3.1.2. На рис. 3.3.2, а, б представлены варианты структурных схем оптимальных обнаружителей. Переход к этим схемам основан на монотонно нарастающей зависимости величин l и $\ln l$ от ζ и ζ_n , зависящих от принимаемой реализации y (достаточных статистик).

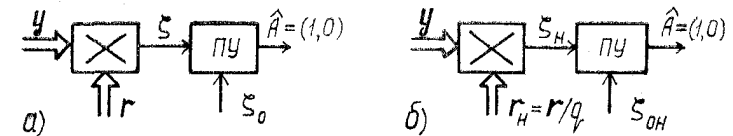


Рис. 3.3.2

Утолщенными линиями со стрелками показывается, как и ранее, передача векторных величин.

В соответствии со структурной схемой рис. 3.3.2, а вычисляется и сравнивается с порогом ζ_0 весовая сумма

$$\zeta = \sum_{i=1}^m y_i r_i = y^T r = r^T y. \quad (3.3.6)$$

Весовые коэффициенты r_i этой суммы являются составляющими весового вектора $r = \|r_i\| = \varphi^{-1} x$.

Согласно структурной схеме рис. 3.3.2, б вычисляется и сравнивается с порогом ζ_{0n} нормированная весовая сумма

$$\zeta_n = \zeta/q = \sum_{i=1}^m y_i r_{in} = y^T r_n = r_n^T y. \quad (3.3.7)$$

Весовые коэффициенты r_{in} этой суммы являются составляющими нормированного весового вектора $r_n = \|r_{in}\| = r/q$.

3.3.1.3. Проанализируем статистику обработки и показатели качества обнаружения. В отсутствие сигнала математическое ожи-

дание принимаемой выборки $M_{\Pi}(\mathbf{y})=0$, введенные весовые суммы имеют поэтому нулевые математические ожидания, в частности, $M_{\Pi}(\zeta_n) = \mathbf{r}_{\Pi}^T M_{\Pi}(\mathbf{y}) = 0$. Независимо от корреляционных свойств помехи нормированная весовая сумма имеет единичную дисперсию. Действительно, $\zeta_n^2 = \zeta \cdot \zeta / q$. Используя (6—7), получим

$$M_{\Pi}(\zeta_n^2) = \frac{1}{q^2} M_{\Pi}(\mathbf{r}^T \mathbf{y} \mathbf{y}^T \mathbf{r}) = \frac{1}{q^2} \mathbf{r}^T M_{\Pi}(\mathbf{y} \mathbf{y}^T) \mathbf{r} = \frac{1}{q^2} \mathbf{r}^T \Phi (\Phi^{-1} \mathbf{x}) = 1.$$

Наложение неслучайного сигнала не меняет дисперсии величины ζ_n , меняется только ее математическое ожидание

$$M_{\text{ср}}(\zeta_n) = \mathbf{x}^T \mathbf{r} / q = q^2 / q = q.$$

Для гауссовских плотностей вероятности $p_{\text{ср}}(\zeta_n)$ и $p_{\Pi}(\zeta_n)$ справедлив график рис. 3.2.3, построенный ранее в соответствии с двумя последними соотношениями. Справедлив и ряд сделанных в разд. 3.2.1 выводов.

Так, в силу доказанного свойства дисперсии ζ_n порог обнаружителя рис. 3.3.2,б может устанавливаться в зависимости от одной только условной вероятности ложной тревоги F .

По доказанному свойству математического ожидания величину q можно считать отношением сигнал—помеха после весовой обработки — параметром обнаружения.

Справедливы формулы (3.2.4а,б) и кривые обнаружения рис. 3.2.4,б, полученные в гл. 3.2, для отсутствия корреляции и одинаковых дисперсий элементов выборки помехи.

3.3.1.4. Весовая обработка гл. 3.2 сводилась только к весовому накоплению. Теперь, при наличии корреляции и неодинаковых дисперсиях элементов выборки помехи, необходимы в общем случае также компенсация и взаимное нормирование указанных элементов в соответствии с (5).

Поясним это на простейшем примере. Минимальное число элементов выборки, при котором проявляются перечисленные факторы, $m=2$. Корреляционная матрица помехи

$$\Phi = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & \rho \sigma_1 \sigma_2 \\ \rho \sigma_1 \sigma_2 & \sigma_2^2 \end{vmatrix},$$

где σ_1^2, σ_2^2 — дисперсии элементов выборки, ρ — коэффициент их корреляции.

Можно принять, что двухэлементная выборка соответствует мгновенным напряжениям двух элементов антенной системы в один и тот же момент времени. Можно считать, что она соответствует двум мгновенным значениям выходного напряжения одноканального приемника (при условии когерентного зондирования), взятым через период посылки.

Ориентируясь на схему обработки рис. 3.3.2,а, т. е. не вводя нормирования выходного напряжения в целом, воспользуемся об-

ращением матрицы Φ (2.5.84) и найдем выражение весового вектор-столбца

$$\mathbf{r} = \Phi^{-1} \mathbf{x} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{vmatrix} x_1/\sigma_1^2 - \rho x_2/\sigma_1 \sigma_2 \\ -\rho x_1/\sigma_1 \sigma_2 + x_2/\sigma_2^2 \end{vmatrix}. \quad (3.3.8)$$

Тогда весовая сумма и параметр обнаружения

$$\zeta = \frac{1}{1-\rho^2} \left[\left(\frac{x_1}{\sigma_1} - \rho \frac{x_2}{\sigma_2} \right) \frac{y_1}{\sigma_1} + \left(\frac{x_2}{\sigma_2} - \rho \frac{x_1}{\sigma_1} \right) \frac{y_2}{\sigma_2} \right];$$

$$q^2 = \frac{1}{1-\rho^2} \left(\frac{x_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{\sigma_2^2} - 2\rho \frac{x_1 x_2}{\sigma_1 \sigma_2} \right).$$

При $\rho=0$, $\sigma_1=\sigma_2=\sigma$ весовая сумма ζ пропорциональна корреляционной $z = x_1 y_1 + x_2 y_2$, а параметр $q^2 = (x_1^2 + x_2^2)/\sigma^2$; это соответствует накоплению сигнальных составляющих независимо от их знаков.

При $\rho=0$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$ значение $\zeta = (x_1 y_1/\sigma_1^2) + (x_2 y_2/\sigma_2^2)$, т. е. добавилось межэлементное нормирование ожидаемых (полезных) и принимаемых напряжений по ожидаемому уровню помехи. С меньшим весом учитывается элемент выборки, принимаемый на фоне более интенсивной помехи.

При $\rho \neq 0$ накопление сигнальных составляющих дополняется компенсацией коррелированных частей помехи. Более наглядным это становится после перегруппировки членов в выражении ζ :

$$\zeta = \frac{1}{1-\rho^2} \left[\left(\frac{y_1}{\sigma_1} - \rho \frac{y_2}{\sigma_2} \right) \frac{x_1}{\sigma_1} + \left(\frac{y_2}{\sigma_2} - \rho \frac{y_1}{\sigma_1} \right) \frac{x_2}{\sigma_2} \right]. \quad (3.3.9)$$

Видно, что корреляционному накоплению предшествует взаимная компенсация коррелированных элементов помехи. Роль компенсации может оказаться значительней роли накопления. Так, при $\sigma_1=\sigma_2=\sigma$, $x_2/\sigma \approx 0$ и $\rho \approx 0,95$ значение $q^2 \approx 10 x_1^2/\sigma^2$, тогда как при $\rho=0$ значение $q^2 \approx x_1^2/\sigma^2$.

С позиций графиков рис. 2.5.28,б,в, весовая обработка (накопление, нормирование, компенсация) и сравнение с порогом соответствуют при $m=2$ разделению прямыми $\zeta = \mathbf{y}^T \mathbf{x} = \text{const}$ плоскости y_1, y_2 на области принятия решений $\hat{A}=1, \hat{A}=0$.

3.3.1.5. Наряду с проведением компенсации и накопления в ходе единой весовой обработки возможно, как это вытекает из примера, последовательное, поэтапное проведение этих операций. Оно прослеживается в общем случае, когда выражение для ζ приводится к виду

$$\zeta = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\eta} = \sum_{i=1}^m x_i \eta_i,$$

где вектор

$$\boldsymbol{\eta} = \|\eta_i\| = \Phi^{-1} \mathbf{y}.$$

Вычисление вектора η соответствует этапу компенсации коррелированных частей помехи, не зависящей от вида ожидаемого сигнала. Составляющие вектора η в частном случае двухэлементной выборки соответствуют заключенным в круглые скобки выражениям (9), умноженным соответственно на $1/\sigma_1$ и $1/\sigma_2$. Операции определения ζ для различных \mathbf{x} (рис. 3.3.3) после вычисления η упрощаются и сводятся к обычным операциям корреляционного накопления.

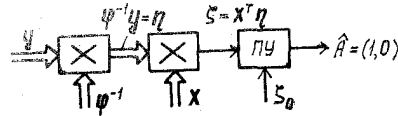


Рис. 3.3.3

3.3.2. Многоканальные обнаружители непрерывных когерентных сигналов на фоне нестационарных коррелированных помех. Алгоритм оптимального обнаружения дискретизированных сигналов разд. 3.3.1 распространим на *непрерывные* (в том числе кусочно-непрерывные) сигналы.

3.3.2.1. От одинарной нумерации элементов y_i дискретной выборки \mathbf{y} возвратимся для этого к двойной. Нижний индекс j элемента y_j^l в этой нумерации, как и на рис. 3.3.1, отнесем к номеру антенного канала, верхний индекс l — к номеру дискрета напряжения данного канала. Одинарные суммы предыдущего раздела переходят при этом в двойные. В соответствии с выражениями (2), (6) для ζ и выражением (3) для q^2 , а также с вытекающим из (5) матричным уравнением $\varphi \mathbf{r} = \mathbf{x}$ для весового вектора \mathbf{r} получим

$$\zeta = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M y_j^l r_j^l, \quad (3.3.10a)$$

$$q^2 = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M x_j^l r_j^l, \quad (3.3.10б)$$

$$\sum_{\lambda=1}^L \sum_{\mu=1}^M \varphi_{j\mu}^{\lambda\lambda} r_{\mu}^{\lambda} = x_j^l. \quad (3.3.10в)$$

В приведенных соотношениях $y_j^l = y_j(t_l)$ и $x_j^l = x_j(t_l)$ — значения принимаемого и ожидаемого колебаний, а $\varphi_{j\mu}^{\lambda\lambda} = M_n[y_j(t_l)y_{\mu}(t_{\lambda})]$ — значения корреляционных моментов помеховых колебаний различных антенных каналов $j, \mu = 1, 2, \dots, M$ в дискретные моменты времени t_l, t_{λ} ($\lambda = 1, 2, \dots, L$).

3.3.2.2. При увеличении L и уменьшении интервала Δt между дискретами значения $y_j^l, x_j^l, \varphi_{j\mu}^{\lambda\lambda}$ остаются конечными и в общем случае ненулевыми. Этого нельзя сказать о значениях r_j^l .

Действительно, правая часть равенства (3.3.10в) с увеличением M не увеличивается. Примерное постоянство сумм по M в левой части равенства (3.3.10в) (точное при $L=1$) можно трактовать как уменьшение величин r_{μ}^{λ} , обратно пропорциональное M , иначе, пропорциональное Δt . Отношение $r_j^l/\Delta t$ можно считать поэтому чаще всего конечным.

Обозначим $t_l = t$ и

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (r_j^l/\Delta t) = r_j(t). \quad (3.3.10г)$$

Определяемые соотношением (10г) функции $r_j(t)$ назовем *весовыми функциями каналов* $j=1, 2, \dots, M$, составленный из них M -элементный вектор-столбец $\mathbf{r}(t)$ — *весовой векторной функцией* (весовым вектором) многоканального обнаружителя.

Заменяя в приведенных соотношениях весовые коэффициенты через весовые функции $r_j^l \approx r_j(t)\Delta t$, перейдем к пределу $\Delta t \rightarrow 0$. Суммы по номерам дискрет l перейдут при этом в интегралы с переменной интегрирования t . Суммы же по номерам каналов $j=1, 2, \dots, M$, входящие в выражение ζ , сведем к скалярным произведениям, так что

$$\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{y}^T(t) \mathbf{r}(t) dt. \quad (3.3.11)$$

Скалярное перемножение векторов относится к *межканальной* (пространственной), интегрирование — к *внутриканальной* (временной) обработке.

Аналогично (11) получим из (10б) выражение параметра обнаружения

$$q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{r}(t) dt. \quad (3.3.12)$$

В свою очередь, используем (10г) для преобразования (10в). Переходя к пределу, обозначим $t_l = t, t_{\lambda} = s$. Система линейных уравнений (10в) перейдет в *интегрально-матричное уравнение*

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t, s) \mathbf{r}(s) ds = \mathbf{x}(t). \quad (3.3.13)$$

Здесь $\varphi(t, s) = \|\varphi_{j\mu}(t, s)\|$ — матрица *взаимокорреляционных функций* $M_n[y_j(t)y_{\mu}(s)] = \varphi_{j\mu}(t, s)$ помеховых напряжений каналов приема $j, \mu = 1, 2, \dots, M$ (ядро уравнения (13)).

3.3.2.3. Структурная схема корреляционного обнаружителя, соответствующая (11), представлена на рис. 3.3.4,а. На рис. 3.3.4,б показана ее разновидность, отличающаяся переходом к нормированной весовой функции $r_n(t) = r(t)/q$, что обеспечивает стабилизацию условной вероятности ложной тревоги F при фиксированном пороге $\zeta_{0н}$.

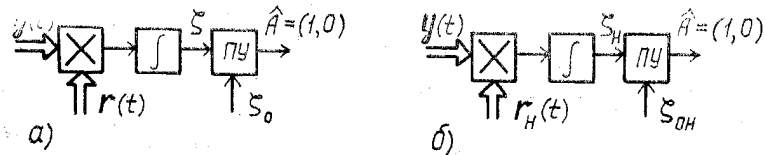


Рис. 3.3.4.

Величина параметра обнаружения q^2 определяется выражением (12) и позволяет находить значение условной вероятности правильного обнаружения D при фиксированном значении F , пользуясь формулами (3.2.3) — (3.2.4) или кривыми рис. 3.2.4.

3.3.2.4. Для построения устройств обработки рис. 3.3.4 и вычисления показателей обнаружения требуется найти векторную функцию $r(t)$ как решение уравнения (13). Это интегрально-матричное уравнение, равносильное системе M скалярных интегральных уравнений. Определенная трудность рассмотренной теории, связанная с необходимостью решения подобных уравнений, окупается общностью результатов. Они пригодны и при многоканальном, и при одноканальном приеме, при стационарных помехах в виде белого и в виде небелого шума, наконец, при нестационарных помехах. Хотя возможности простого решения уравнений (13) ограничены, для практически наиболее важных случаев они имеют место.

Так, в рассмотренном уже случае одноканального обнаружения на фоне стационарного белого шума матрица $\Phi(t, s)$ переходит в функцию $\varphi(t, s)$, равную согласно (2.5.75) $(N_0/2) \delta(t-s)$. В силу фильтрующего свойства дельта-функции интегральное уравнение

$$\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-s) r(s) ds = x(t)$$

сводится при этом к алгебраическому

$$N_0 r(t)/2 = x(t).$$

В соответствии с определяемыми отсюда значениями весовой функции $r(t) = 2x(t)/N_0$ и параметра обнаружения (12) $q^2 = 2\mathcal{E}/N_0$ обнаружитель рис. 3.3.4,а переходит в приведенный на рис. 3.2.1,а.

3.3.2.5. Как и в разд. 3.2.1, наибольший интерес представляют высокочастотные сигналы $x(t) = \text{Re}[X(t)e^{j2\pi f_0 t}]$. Здесь $X(t) = \|X_i(t)\|$ — вектор комплексных амплитуд ожидаемых канальных напряжений. Амплитуды $|X_i(t)|$ и начальные фазы $\arg X_i(t)$ этих напряжений медленно изменяются за период $1/f_0$ колебаний высокой частоты.

Выражая принимаемые колебания $y(t) = \text{Re}[Y(t)e^{j2\pi f_0 t}]$ и весовые векторы $r(t) = \text{Re}[R(t)e^{j2\pi f_0 t}]$ через свои комплексные амплитуды, по аналогии с (3.2.9) из (11—12) получим $z_n = \text{Re } Z_n$,

$$Z_n = \frac{1}{2q} \int_{-\infty}^{\infty} Y^T(t) R^*(t) dt, \quad (3.3.14)$$

$$q^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} X^T(t) R^*(t) dt. \quad (3.3.15)$$

Векторы $Y(t)$ и $R(t)$ составлены из скалярных комплексных амплитуд принимаемых колебаний $Y_i(t)$ и весовых функций $R_i(t)$ каналов приема $i=1, 2, \dots, M$. Отсутствие знака реальной части в (15) связано с тем, что интеграл (15) всегда оказывается вещественным (см. ниже, петит, п. 3.3.2.6).

Комплексный весовой вектор $R(t)$ может быть найден из своего интегрально-матричного уравнения

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t, s) R(s) ds = X(t), \quad (3.3.16)$$

где $\Phi(t, s)$ — корреляционная матрица комплексных амплитуд (ядро уравнения)

$$\Phi(t, s) = M_{\Pi} \left[\frac{1}{2} Y(t) Y^*(s) \right]. \quad (3.3.17)$$

Уравнение (16) является следствием уравнения (13).

Действительно, заменяя $y(t) = \frac{1}{2} Y(t)e^{j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2} Y^*(t)e^{-j2\pi f_0 t}$ и проводя аналогичную замену для $y(s)$, приведем выражение $\varphi(t, s) = M_{\Pi}[y(t)y^*(s)]$ к реальной части условного математического ожидания от суммы двух слагаемых

$$\frac{1}{2} Y(t) Y^*(s) e^{j2\pi f_0 (t-s)} + \frac{1}{2} Y(t) Y^T(s) e^{j2\pi f_0 (t+s)}.$$

Учтем, что в случайном многомерном помеховом колебании $Y(t)e^{2\pi f_0 t}$ можно выделить не зависящий от структуры этого колебания и времени случайный фазовый множитель $e^{j\theta}$ с равномерным распределением θ от 0 до 2π . Такой же множитель можно выделить и в многомерном колебании $Y^T(s)e^{j2\pi f_0 s}$.

Соответствующие математические ожидания произведений $e^{j\beta} e^{\mp j\beta}$ равны единице и нулю. Учитывая только первое слагаемое и используя обозначение (17), находим матричное соотношение, аналогичное скалярному соотношению (2.5.70),

$$\Phi(t, s) = \text{Re}[\Phi(t, s)e^{j2\pi f_0(t-s)}]. \quad (3.3.18)$$

Подставим (18) в (13), заменяя одновременно в (13)

$$\mathbf{x}(t) = \text{Re}[\mathbf{X}(t)e^{j2\pi f_0 t}], \quad \mathbf{r}(s) = \text{Re}[\mathbf{R}(s)e^{j2\pi f_0 s}].$$

Выполняя приближенное интегрирование (13) произведения быстроосциллирующих по s функций, приходим, в самом деле, к (16).

3.3.2.6. Подставляя $\mathbf{X}(t)$ из уравнения (16), можно убедиться также в вещественном характере интеграла (15):

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t) \mathbf{R}^*(t) dt = \frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}^T(s) \Phi^T(t, s) \mathbf{R}^*(t) dt ds.$$

Заменим для этого матрицу $\Phi^T(t, s)$ на равную ей по определению (17) матрицу $\Phi^*(s, t)$. Интеграл по t можно рассматривать тогда как левую часть равенства (16) после замены обозначений s на t , t на s и комплексного сопряжения.

Выражение H сведем в результате к интегралу от скалярного произведения векторных величин, порядок следования сомножителей которого можно изменять:

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}^T(s) \mathbf{X}^*(s) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^{*T}(s) \mathbf{R}(s) ds.$$

По определению H , правая часть полученного равенства — это H^* . Следовательно, $H = H^*$, что возможно только для вещественных H .

3.3.2.7. В обобщающую табл. 3.1 сведены рассмотренные варианты задач и операций обработки при описании сигналов с известными параметрами и нестационарных коррелированных гаусовских помех с помощью:

Принимаемая реализация ($A=1,0$)	$\mathbf{y} = \ \mathbf{y}_k\ $ $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$	$\mathbf{y}(t) = \ \mathbf{y}_k(t)\ $ $\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t)$	$\mathbf{Y}(t) = \ \mathbf{Y}_k(t)\ $ $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{N}(t)$
Сигнал	$\mathbf{x} = \ \mathbf{x}_k\ $	$\mathbf{x}(t) = \ \mathbf{x}_k(t)\ $	$\mathbf{X}(t) = \ \mathbf{X}_k(t)\ $
Корреляционная матрица помехи	$\boldsymbol{\varphi} = \ \varphi_{ik}\ $	$\boldsymbol{\varphi}(t, s) = \ \varphi_{ik}(t, s)\ $	$\boldsymbol{\Phi}(t, s) = \ \Phi_{ik}(t, s)\ $
Весовая (-ой) сумма (интеграл)	$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{y}^T \mathbf{r}$	$\boldsymbol{\zeta} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{y}^T(t) \mathbf{r}(t) dt$	$\boldsymbol{\zeta} = \text{Re}(q \mathbf{Z}_H)$ $\mathbf{Z}_H = \frac{1}{2q} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{Y}^T(t) \mathbf{R}^*(t) dt$
Уравнение весового вектора	$\boldsymbol{\varphi} \mathbf{r} = \mathbf{x}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\varphi}(t, s) \mathbf{r}(s) ds = \mathbf{x}(t)$	$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}(t, s) \mathbf{R}(s) ds = \mathbf{X}(t)$
Параметр обнаружения	$q^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{r}$	$q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{r}(t) dt$	$q^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t) \mathbf{R}^*(t) dt$

рианты задач и операций обработки при описании сигналов с известными параметрами и нестационарных коррелированных гаусовских помех с помощью:

дискретных выборок;
непрерывных вещественных функций времени;
зависимостей комплексных амплитуд высокочастотных колебаний от времени.

3.3.2.8. Кроме сигналов с известными параметрами к числу когерентных относят (п. 2.5.5.4) сигналы со случайной начальной фазой и со случайными амплитудой и начальной фазой. Используя материал разд. 3.2.2, обобщим изложенную теорию на перечисленные когерентные сигналы.

Покажем, что:

1) достаточной статистикой вновь является модульное значение комплексного интеграла, но уже *веса* (нормированного, в частности) с векторной весовой функцией, отличающейся от сигнальной;

2) применима схема обработки вида рис. 3.2.6 и кривые обнаружения рис. 3.2.9, 3.2.10.

При случайной начальной фазе β правая часть уравнения (16) заменяется на $\mathbf{X}(t)e^{j\beta}$. Решение $\mathbf{R}(t)$ уравнения (16) *заменится тогда решением $\mathbf{R}(t)e^{j\beta}$* .

Множитель $e^{j\beta}$ войдет поэтому, как и ранее, в частное значение весового интеграла

$$\zeta(\beta) = \text{Re}(q \mathbf{Z}_H e^{-j\beta}) = q |\mathbf{Z}_H| \cos(-\beta + \arg \mathbf{Z}_H).$$

Частное значение параметра обнаружения $q^2(\beta) = q^2$.

В силу совпадения исходных выражений формула (3.2.11), а значит последующие формулы и графики разд. 3.2.2 распространяются на многоканальное обнаружение когерентных сигналов на фоне нестационарных коррелированных помех. Значения q^2 , \mathbf{Z} и $|\mathbf{Z}_H|$ рассчитываются, однако, в соответствии с соотношениями данного раздела.

Пользуясь рассчитанными значениями, можно прийти к схеме обработки вида рис. 3.2.6, опорные напряжения в которой соответствуют квадратурным составляющим комплексной векторной весовой функции, и к кривым обнаружения рис. 3.2.9, 3.2.10, параметр обнаружения которых выражается через эту же весовую функцию.

3.3.3. Примеры многоканальных и одноканальных обнаружителей когерентных сигналов на фоне стационарных и нестационарных, коррелированных и некоррелированных помех. Здесь рассмотрим примеры: многоканальных обнаружителей сигналов на фоне стационарных некоррелированных помех; одноканальных обнаружителей сигналов на фоне нестационарных некоррелированных и стационарных коррелированных помех. Поясним особенности синтеза: при полностью известных и случайных параметрах когерентных сигналов; при использовании мгновенных значений и комплексных амплитуд высокочастотных колебаний. Ряд более сложных примеров, связанных с предварительным оцениванием статистических параметров помехи, будет рассмотрен после изучения общих вопросов измерения (оценивания).

Пример 1. В двух каналах приема на фоне независимых стационарных некоррелированных шумов со спектральными плотностями мощности N_{01} и N_{02} обнаруживаются сигналы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ с известными параметрами. Отдельно остановимся на *разнесенном приеме*, когда сигналы отличаются лишь амплитудами и временными запаздываниями с разностью τ , т. е.

$$x_1(t) = a_1 u(t - t_3), \quad x_2(t) = a_2 u(t - t_3 - \tau).$$

Выражение матрицы корреляционных функций помехи

$$\varphi(t, s) = \frac{1}{2} \delta(t - s) \begin{vmatrix} N_{01} & 0 \\ 0 & N_{02} \end{vmatrix}.$$

подставим в интегрально-матричное уравнение (13)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \delta(t - s) \begin{vmatrix} N_{01} & 0 \\ 0 & N_{02} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{vmatrix} ds = \begin{vmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{vmatrix}.$$

Последнее сводится к двум скалярным. В силу фильтрующего свойства дельта-функции это — алгебраические уравнения

$$\frac{1}{2} N_{01} r_1(t) = x_1(t), \quad \frac{1}{2} N_{02} r_2(t) = x_2(t),$$

определяющие скалярные весовые функции $r_{1,2}(t)$.

Оптимальная обработка рис. 3.3.5,а сводится к суммированию канальных весовых интегралов

$$\zeta = \frac{2}{N_{01}} \int_{-\infty}^{\infty} y_1(t) x_1(t) dt + \frac{2}{N_{02}} \int_{-\infty}^{\infty} y_2(t) x_2(t) dt,$$

т. е. к сочетанию пространственного накопления с временным.

Параметр q^2 двухканального обнаружения равен сумме аналогичных параметров одноканального: $q^2 = q_1^2 + q_2^2$, где $q_1^2 = 2\mathcal{A}_1/N_{01}$, $q_2^2 = 2\mathcal{A}_2/N_{02}$.

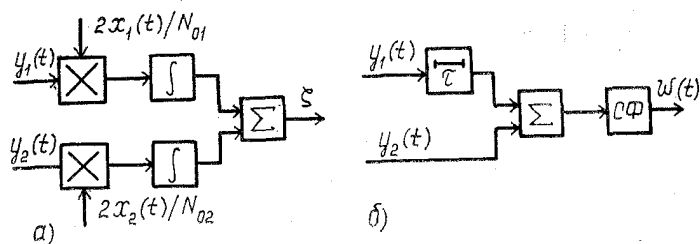


Рис. 3.3.5

В случае *разнесенного* приема возможно весовое суммирование напряжений после временной задержки на τ рис. 3.3.5,б с починей результата на согласованный фильтр, имеющий импульсную характеристику $v(t) = u(t_0 - t)$. Результат фильтровой обработки при $a_1/N_{01} = a_2/N_{02}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} [y_1(s - \tau) + y_2(s)] v(t - s) ds = w(t)$$

в момент времени $t = t_0 + t_3 + \tau$ пропорционален ζ .

Пример 2. Сигнал $x(t)$ с известными параметрами поступает на вход одноканального обнаружителя ($M=1$) на фоне дельта-коррелированного, но *нестационарного* шумового процесса с медленно изменяющейся спектральной плотностью мощности $N_0(t)$. Напомним, что нестационарность шумовой активной маскирующей помехи возникает, в частности, в процессе ее модуляции характеристикой направленности антенны радиолокатора, «скольжения» по частоте (разд. 2.5.7) и т. д. Предположение о дельта-коррелированности шума рассчитано на упрощение анализа.

По аналогии с корреляционной функцией белого шума полагаем

$$\varphi(t, s) = \frac{1}{2} N_0(t) \delta(t - s).$$

Подставив приведенное выражение в (13), найдем

$$r(t) = 2x(t)/N_0(t),$$

откуда

$$\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x(t)y(t)}{N_0(t)} dt,$$

т. е. больший вес придается колебаниям, принятым при меньшем уровне шума. Вес обратно пропорционален спектральной плотности мощности шума, т. е. *среднему квадрату* шумового напряжения в конечной полосе частот.

Обработка реализуется в *корреляторе* (рис. 3.3.6,а) с опорным напряжением $2x(t)/N_0(t)$. В результате деления $y(t)/N_0(t)$ *меняется характер нестационарности* шума: максимуму спектральной плотности на входе умножителя соответствует минимум на выходе и наоборот. Обработка может проводиться также в *фильтре*, если предварительно проводится умножение на $2/N_0(t)$, *меняющее характер нестационарности* шума (рис. 3.3.6,б).

Указанная операция отличается от операции умножения на $\sqrt{2/N_0(t)}$, рис. 3.3.6,в, обеспечивающей стационарность *напряжения* шума. После умножения придется изменить параметры фильтра. Ведь ожидаемым сигналом, с которым анализируется корреляция принятых колебаний, окажется сигнал $x(t)\sqrt{2/N_0(t)}$, а не сигнал $x(t)$. Все это эквивалентно умножению на $[V 2/N_0(t)]^2 = 2/N_0(t)$.

Параметр обнаружения (12) сводится к интегралу вида $q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x^2(t)}{N_0(t)} dt$.

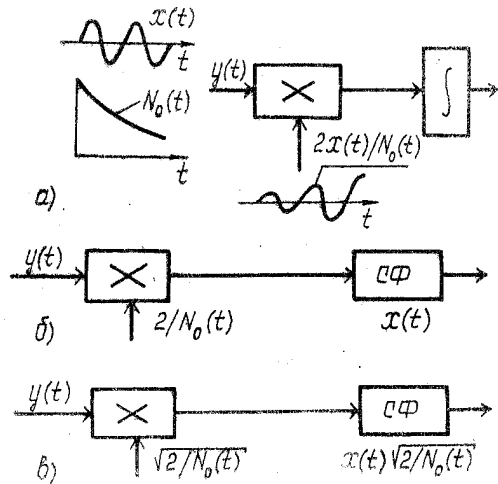


Рис. 3.3.6

Пример 3. Сигнал с известными параметрами поступает на вход одноканального обнаружителя на фоне коррелированного по времени стационарного шумового процесса — *небелого шума* со спектральной плотностью мощности $N(f)$. Заметим, что ситуации *небелого шума* возникают при воздействии различного рода маскирующих помех: взаимных и организованных активных помех (разд. 2.5.7), а главное пассивных помех (разд. 2.5.9, 4.2.4).

Корреляционная функция стационарного скалярного процесса является по формуле Хинчина—Винера скалярной функцией разности временных аргументов. По аналогии с (2.5.75), полагая $N(-f) = N(f)$, находим

$$\varphi(t, s) = \int_0^{\infty} N(f) \cos 2\pi f(t-s) df = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} N(f) e^{j2\pi f(t-s)} df. \quad (3.3.19)$$

Подставляя (19) в (13) и выполняя интегрирование по s , получаем уравнение

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} N(f) g_r(f) e^{j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} g_x(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (3.3.20)$$

Здесь $g_r(f)$ — спектральная плотность весовой функции $r(t)$

$$g_r(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r(s) e^{-j2\pi fs} ds,$$

$g_x(f) = g(f) e^{-j2\pi fa}$ — спектральная плотность ожидаемого колебания $x(t) = u(t-a)$, $g(f)$ — спектральная плотность колебания $u(t)$.

Уравнение (20) удовлетворяется в произвольный момент времени t , когда $N(f)g_r(f)/2 = g_x(f)$. Отсюда спектральная плотность весовой функции

$$g_r(f) = 2g_x(f)/N(f). \quad (3.3.21)$$

По аналогии с (3.2.8) выразим весовой интеграл (11) через найденное значение $g_r(f)$, т. е. перейдем к его частотному представлению

$$\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(f) g_r^*(f) df.$$

Подставляя (21) и заменяя $g_x^*(f) = g^*(f) e^{j2\pi fa}$, представим значение ζ как взятое в некоторый момент времени $t = t_0 + a$ удвоенное напряжение на выходе оптимального фильтра рис. 3.3.7, а

$$w(t_0 + a) = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(f) K_{\text{опт}}(f) e^{j2\pi f(t_0 + a)} df.$$

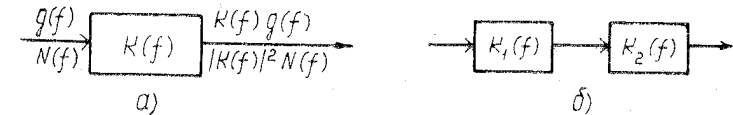


Рис. 3.3.7

Фильтр должен обладать частотной характеристикой

$$K_{\text{опт}}(f) = g_r^*(f) e^{-j2\pi f(t_0 + a)} / 2$$

или

$$K_{\text{опт}}(f) = \frac{g^*(f)}{N(f)} e^{-j2\pi ft_0}; \quad (3.3.22)$$

большой вес придается менее «зашумленным» составляющим спектра.

Формула (22) частотной характеристики оптимального фильтра на фоне *небелого шума* имеет самостоятельное значение, а также используется в разд. 4.2.4.

Параметр обнаружения q^2 находим, заменяя в выражении ξ напряжение $y(t)$ на $x(t)$, а значит спектральную плотность $g_y(f)$ на $g_x(f)$, т. е.

$$q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} g_x(f) g_x^*(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} q_{y\Delta}^2(f) df.$$

Здесь

$$q_{y\Delta}^2(f) = 2|g_x(f)|^2/N(f) = 2|g(f)|^2/N(f)$$

— удельный параметр обнаружения, определяемый энергией сигнала $|g(f)|^2$, приходящейся на единичную ширину спектра, и соответствующим значением спектральной плотности мощности шума $N(f)$.

Сопоставляя результаты примеров 2 и 3, замечаем определенную аналогию нестационарности по времени и по частоте (небелого характера шума). Результаты переходят друг в друга, когда функции времени заменяются соответствующими функциями частоты и наоборот.

Продолжая эту аналогию для пояснения (22), заменим фильтр с частотной характеристикой (22) последовательным соединением (рис. 3.3.7,б) двух «парциальных» фильтров. Первый из них с характеристикой $K_1(f) = 1/\sqrt{N(f)} \times \times e^{-j2\pi f t'_0}$ «обеляет» шум (здесь t'_0 — задержка в первом фильтре). Спектральная плотность сигнала $g(f)$ трансформируется им в $[g(f)/\sqrt{N(f)}]e^{-j2\pi f(t_0 - t'_0)}$.

Второй фильтр с характеристикой $K_2(f) = [g^*(f)/\sqrt{N(f)}]e^{-j2\pi f(t_0 - t'_0)}$ согласован с сигналом, трансформированным первым фильтром (здесь $t_0 - t'_0$ — задержка во втором фильтре). Оптимальная частотная характеристика соответствует произведению $K_1(f)K_2(f)$ частотных характеристик обоих «парциальных» фильтров.

Пример 4. Найти корреляционные функции комплексных амплитуд квазибелого и белого стационарного шума со спектральной плотностью N_0 . Комплексная амплитуда колебаний, шумовых в том числе, вводится в предположении, что полоса частот Π много меньше несущей f_0 . Должна использоваться поэтому модель квазибелого шума рис. 2.5.25,б, а не рис. 2.5.25,а.

Подставляя правую часть равенства (2.5.77) в (18) или (2.5.70), находим уравнение относительно неизвестной функции $\Phi(\tau)$ для квазибелого шума

$$N_0 \frac{\sin \pi \Pi \tau}{\pi \tau} \cos 2\pi f_0 \tau = \operatorname{Re}[\Phi(\tau) e^{-j2\pi f_0 \tau}].$$

Этому уравнению удовлетворяет решение

$$\Phi(\tau) = N_0 \sin \pi \Pi \tau / \pi \tau.$$

При $\Pi \gg 1/\tau$ (по-прежнему $\Pi \ll f_0$), т. е. для белого шума,

$$\Phi(\tau) = N_0 \delta(\tau).$$

Отсутствие множителя $1/2$ связано с переходом от одностороннего спектрального распределения рис. 2.5.25,а к двустороннему рис. 2.5.25,б.

Пример 5. Как изменятся результаты и ход решения примеров 1—3 при замене сигнала с известными параметрами на сигнал со случайной начальной фазой или случайными амплитудой и начальной фазой?

Достаточной статистикой в указанных случаях является нормированное модульное значение весового интеграла $|Z_H|$, связанное формулой (14) с соответствующим решением $R(t)$ интегрально-матричного уравнения (16).

Решить уравнение (16) при одинаковых условиях не сложнее, чем уравнение (13). Так, корреляционная матрица примера 1 заменяется на аналогичную матрицу

$$\Phi(t, s) = \delta(t - s) \begin{vmatrix} N_{01} & 0 \\ 0 & N_{02} \end{vmatrix}$$

без множителя $1/2$. Составляющие решения (16) имеют вид $R_{1,2}(t) = 2X_{1,2}(t)/N_{01,2}$.

Фильтровые схемы обработки рис. 3.3.5,б, рис. 3.3.6,б, рис. 3.3.7,а распространяются на рассматриваемый класс сигналов, если в них после согласованного фильтра (перед пороговым устройством) предусмотреть амплитудный детектор.

Определяемый (15) параметр обнаружения q^2 вводится для нахождения показателей качества обнаружения в соответствующие кривые обнаружения рис. 3.2.8, 3.2.10.

Пример 6. Элементы линейной антенной решетки рис. 3.3.8 обеспечивают M -канальный прием на фоне некоррелированной (по времени и по элементам раскрыва) стационарной помехи, причем

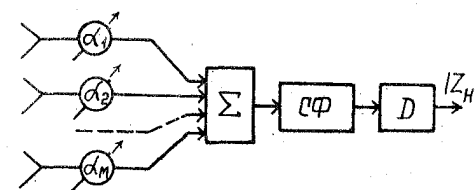


Рис. 3.3.8

в каждом канале реализуется амплитудно-фазовое управление (решетка активная). Запаздывание комплексных амплитуд сигнала на раскрые антенны не учитывается: произведение наибольшей разности запаздываний (для крайних точек раскрыва) на полосу частот сигнала Π много меньше единицы. Аналогичным запаздыванием мгновенных значений пренебрегать нельзя: произведение указанной разности на несущую частоту f_0 может быть значи-

тельным. Ожидаемый сигнал *когерентный* — со случайной начальной фазой или со случайными амплитудой и начальной фазой. Движение цели на пространственную структуру сигнала не скажется*.

Комплексную амплитуду сигнала в дальней зоне с точностью до случайной начальной фазы представим в виде

$$X(t, \alpha) = X(t)X(\alpha), \quad X(\alpha) = \|e^{-j\alpha_i}\|.$$

Скаляр $X(t)$ описывает единый для всех модулей решетки закон временной модуляции (ее взаимное запаздывание не учитывается). Составляющие (в совокупности) вектор α величины α_i , $i=1, 2, \dots, M$, описывают фазовые запаздывания, зависящие от формы фронта волны и угловой координаты источника ожидаемого сигнала. В случае плоской волны $\alpha_i = 2\pi(i-1)d \sin \theta/\lambda$, где d — шаг решетки.

Комплексная корреляционная матрица помехи сводится по условиям задачи к произведению матричного и скалярных множителей

$$\Phi(t, s) = I N_0 \delta(t - s). \quad (3.3.23)$$

Единичная матрица учитывает некоррелированность шумов различных идентичных каналов приема, дельтообразный скалярный множитель — некоррелированность шумов по времени, множитель N_0 (а не $N_0/2$) — особенность используемой при комплексном описании модели шума.

Подставляя приведенные выражения, преобразуем интегрально-матричное уравнение (16) к виду

$$\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-s) R(s, \alpha) ds = X(t)X(\alpha).$$

Используя фильтрующее свойство дельта-функции, находим весовой вектор

$$R(t, \alpha) = 2X(t)X(\alpha)/N_0.$$

Нормированный комплексный весовой интеграл (14) принимает вид

$$Z_n = \frac{1}{qN_0} \int_{-\infty}^{\infty} Y_n(t)X^*(t)dt.$$

Здесь $Y_n(t)$ — результат антенной обработки

$$Y_n(t) = Y^T(t)X^*(\alpha) = \sum_{i=1}^M Y_i(t)e^{j\alpha_i}, \quad (3.3.24)$$

соответствующий накоплению принятых антенными элементами колебаний, реализуемому путем их фазирования и суммирования. Он подвергается временной обработке (фильтровой на рис. 3.3.8) согласно приведенному для Z_n выражению.

3.3.4. Особенности многоканального обнаружения некогерентных сигналов на фоне коррелированных нестационарных помех. Оптимизация рассматриваемого вида обнаружения связана с учетом большого числа факторов. Операции обработки трудно поэтому представить одновременно и в общей, и в наглядной форме. Приходится ограничивать поэтому общность изложения.

Рассмотрим вначале случай, когда когерентные составляющие некогерентного сигнала представимы в виде произведений временных и пространственных функций, *взаимоортогональны, статистически независимы* и наблюдаются на фоне *статистически независимых нестационарных пространственно-коррелированных гауссовских помеховых колебаний*. Указанные предположения использовались в разд. 3.2.4 применительно к одноканальному приему на фоне стационарных некоррелированных помех. Распространим их теперь на случай многоканального приема и нестационарных пространственно-коррелированных помех. Из рассмотрения исключаем пока случаи временной корреляции помеховых колебаний, относящиеся к воздействию пассивных помех (об этом см. в разд. 3.3.5, 3.3.6).

Некогерентный сигнал зададим в виде суммы когерентных сигналов $\mu=1, 2, \dots, M$ со случайными множителями. Опишем его соотношением вида (3.2.28), скалярные величины в котором заменим векторными. Введем векторные весовые функции $R_\mu(t)$ как решения интегрального уравнения вида (16), вектор $X(t)$ в котором заменен на $X_\mu(t)$. Если же вектор $X(t)$ заменить на $X(t, \beta)$ — решение уравнения (16) примет вид

$$R(t, \beta) = \sum_{\mu} b_{\mu} R_{\mu}(t) e^{j\beta_{\mu}}.$$

Тогда аналогично (3.2.29) весовой интеграл выражается через модули нормированных комплексных весовых интегралов для отдельных когерентных составляющих сигнала, но вида (14) в общем случае,

$$\zeta(\beta) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} Y^T(t) R^*(t, \beta) dt = \sum_{\mu} b_{\mu} q_{\mu} |Z_{n\mu}| \cos(\beta_{\mu} - \arg Z_{n\mu}). \quad (3.3.25a)$$

Обычно имеет место ортогональность когерентных составляющих и весовых функций с неравными номерами

$$\int_{-\infty}^{\infty} X_{\lambda}(t) R_{\mu}^*(t) dt = 0 \quad \text{при } \lambda \neq \mu,$$

связанная с ортогональностью когерентных парциальных сигналов и некоррелированностью шумов и активных помех в различные моменты прихода этих сигналов*.

* При возможности череспериодной компенсации пассивных помех ортогональность нарушается.

* На создаваемом при этом движении искусственном раскрые антенны (см. п. 4.1.7.2) не сказывается разность запаздываний комплексных амплитуд.

Тогда

$$q^2(\beta) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}^T(t, \beta) \mathbf{R}^*(t, \beta) dt = \sum_{\mu} b_{\mu}^2 q_{\mu}^2, \quad (3.3.256)$$

где q_{μ} — параметр обнаружения (15) μ -й когерентной составляющей.

Подставляя, как и ранее, (3.2.3), (3.2.32) в (3.1.17), заменяем показатели степени экспонент (3.2.3) по новым формулам (25 а), (25 б). Это приводит к известному уже интегралу (3.2.33).

Расчет приводит к соотношениям (3.2.34), определяющим *необходимость некогерентного* (последетекторного) *накопления*,

$$\ln l = \sum_{\mu} \ln l_{\mu}.$$

Величины $\ln l_{\mu}$ вычисляются в конкретизированном (в зависимости от модели сигнала) виде по формулам (3.2.35), (3.2.36). Формулы и графики разд. 3.2.4 *распространяются*, таким образом, на рассматриваемый случай. Специфика учитывается значениями параметров и характеристик когерентной обработки q_{μ} , Z_{μ} , $R_{\mu}(t, \alpha)$, которые находятся по описанной в разд. 3.3.2, 3.3.3 методике.

Структурные схемы пространственно-временной обработки (в дополнение к схеме рис. 3.3.8) учитывают *возможности межканальной компенсации помех и некогерентного межпериодного накопления*, подобного показанному на рис. 3.2.18,а.

3.3.5. Обнаружение некогерентных сигналов с гауссовским распределением мгновенных значений. Модели гауссовских распределений *облегчают учет произвольной корреляции элементов сигнала или наложения сигнала и помехи*. Ограничение применимости гауссовских моделей (неточное описание сигналов с нерелеевским распределением амплитуд, в том числе со случайной одной только начальной фазой) не всегда существенно. Вначале, как и ранее, обратимся к *дискретным моделям*. От них перейдем к *непрерывным*, в частности высокочастотным. Попутно получим некоторые результаты, используемые в теории измерения.

3.3.5.1. *Плотность вероятности дискретных гауссовских выборок помехи, а значит и наложения сигнала и помехи, определяется известным выражением вида (2.5.81).*

В последнем случае корреляционная матрица помехи $\Phi = \Phi_n$ заменяется согласно (3.1.8) корреляционной матрицей наложения сигнала и помехи $\Phi_{cn} = \Phi_n + \Phi_c$. Подставляя указанные плотности в выражение отношения правдоподобия (3.1.12), после логарифмирования получаем

$$\ln l = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{y} - \frac{1}{2} \ln(|\Phi_{cn}|/|\Phi_n|). \quad (3.3.26)$$

Здесь $\boldsymbol{\lambda}$ — *решающая матрица*, определяемая выражением

$$\boldsymbol{\lambda} = \Phi_n^{-1} - \Phi_{cn}^{-1}. \quad (3.3.26a)$$

Умножив последнее выражение на Φ_{cn} слева и Φ_n справа и замечая, что $\Phi_{cn} - \Phi_n = \Phi_c$, получаем для $\boldsymbol{\lambda}$ также *линейное уравнение*, не содержащее обратных матриц.

$$\Phi_{cn} \boldsymbol{\lambda} \Phi_n = \Phi_c. \quad (3.3.27)$$

Индексы «сп» и «п» можно переставлять в нем местами: слева (26а) умножать на Φ_n , справа — на Φ_{cn} .

Достаточной статистикой обнаружения оказывается согласно (26) *квадратичная форма принятых дискретных значений с матрицей этой формы $\boldsymbol{\lambda}$*

$$\mathbf{y}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{y} = \sum_i \sum_j \lambda_{ij} y_i y_j. \quad (3.3.28)$$

Достаточная статистика (28) охватывает разнообразные варианты обработки. Один из них — вычисление квадрата весовой суммы, что соответствует обработке выборок полностью когерентного сигнала с общими случайными начальной фазой и амплитудой. Другой вариант — вычисление суммы квадратов отдельных дискретов, что соответствует описанию ими отдельных радиоимпульсов некогерентного сигнала с независимыми начальными фазами и амплитудами. Возможны и промежуточные варианты.

3.3.5.2. Перейдем к *непрерывно принимаемым колебаниям*, описываемым в многоканальном случае вектор-столбцами случайных функций времени $\mathbf{y}(t)$. Введем для них корреляционные матричные функции: $\Phi_{cn}(t, s)$ при наличии сигнала и $\Phi_n(t, s)$ при его отсутствии.

Временная дискретизация возвращает к соотношениям (26 — 28), но при увеличенной размерности вектор-столбца \mathbf{y} по сравнению с $\mathbf{y}(t)$. Входящим в (28) матричным элементам λ_{ij} придадим вид $\lambda_{\alpha\beta}(t, s) \Delta t \Delta s$, где $\alpha = \alpha_i$, $\beta = \beta_j$ — номера каналов, по которым приняты i -й и j -й дискреты; $t = t_i$ и $s = s_j$ — соответствующие моменты времени приема.

При уменьшении интервалов дискретизации Δt , Δs алгебраическое уравнение решающей матрицы (27) перейдет в пределе в *интегральное уравнение решающей матричной функции $\boldsymbol{\lambda}(s, \theta) = ||\lambda_{\alpha\beta}(s, \theta)||$* :

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_{cn}(t, s) \boldsymbol{\lambda}(s, \theta) \Phi_n(\theta, \tau) ds d\theta = \Phi_c(t, \tau). \quad (3.3.29)$$

Размеры матриц в (29) определяются теперь только *числом каналов приема*.

Достаточная статистика обнаружения (28) перейдет в пределе в *интегральную квадратичную форму принятых непрерывных колебаний*

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{y}^T(t) \boldsymbol{\lambda}(t, s) \mathbf{y}(s) dt ds.$$

3.3.5.3. В случае *высокочастотных колебаний* введем вектор-столбцы комплексных амплитуд $Y(t)$ принимаемых колебаний, заменяя

$$y(t) = [Y(t)e^{j2\pi f_0 t} + Y^*(t)e^{-j2\pi f_0 t}]/2.$$

Решение (29) будем искать в виде

$$\lambda(s, \theta) = 4[\Lambda(t, s)e^{j2\pi f_0(t-s)} + \Lambda^*(t, s)e^{-j2\pi f_0(t-s)}]/2;$$

множитель 4 введен для упрощения конечных формул (30—31). После подстановки в интегральную квадратичную форму приведенных выражений можно пренебречь интегралами по переменной s от быстроосциллирующих подынтегральных функций*.

Достаточная статистика принимает вид *интегральной квадратичной формы комплексных амплитуд*

$$\iint_{-\infty}^{\infty} Y^{*T}(t) \Lambda(t, s) Y(s) dt ds. \quad (3.3.30)$$

Входящая в (30) комплексная *решающая матричная функция* $\Lambda(t, s)$ определяется при этом из аналогичного (29) *интегрального уравнения*

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\text{сп}}(t, s) \Lambda(s, \theta) \Phi_{\text{п}}(\theta, \tau) ds d\theta = \Phi_c(t, \tau). \quad (3.3.31)$$

Соотношения (30—31) позволяют решать *большое число задач* обнаружения при использовании удобного для проведения расчетов *комплексного представления*.

3.3.5.4. Наряду с задачами обнаружения приведенные соотношения существенны при решении *задач измерения*. Из достаточной статистики измерения *нельзя*, однако, *исключать* в общем случае входящую в (26) *величину*

$$C_0 = \frac{1}{2} \ln(|\varphi_{\text{сп}}|/|\varphi_{\text{п}}|)$$

или же *ее предел*, при переходе к непрерывному случаю. Нужно пользоваться полным выражением $\ln l$, т. е. разностью половинного значения соответствующей квадратичной формы и величины C_0 .

Оказывается, что для высокочастотных колебаний

$$C_0 = \text{Sp} \int_0^1 \frac{dA}{A} \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\text{п}}(t, s) \Lambda_A(s, t) dt ds. \quad (3.3.32)$$

Знак Sp — это знак *следа*, т. е. суммы элементов главной диагонали следующего за ним матричного выражения. Матрица $\Lambda_A(t, s)$ — решение уравнения

* См. формулу (3.2.8a) и ее пояснение.

(31) для случая, когда мощность сигнала изменена в A раз ($0 \leq A \leq 1$). В правую часть равенства (31) вводится при этом множитель A , а матрица $\Phi_{\text{сп}}(t, s)$ в его левой части заменяется на $\Phi_A(t, s) = \Phi_{\text{п}}(t, s) + A\Phi_c(t, s)$.

3.3.5.5. Для обоснования выражения (32) используем: 1) *возможность введения функций от матриц* (с помощью рядов, аналогичных рядам скалярных функций), логарифмической функции в частности; 2) следующие три свойства *определителей матриц*:

$$|\varphi_1 \varphi_2| = |\varphi_1| |\varphi_2|, \quad |\varphi^{-1}| = 1/|\varphi|, \quad \ln|\varphi| = \text{Sp} \ln \varphi.$$

Последнее из этих свойств справедливо для эрмитовых и, в частности, корреляционных матриц. В правой части последнего равенства предусматривается взятие следа от логарифмической функции матрицы.

В силу указанных свойств выражение C_0 для дискретных сигналов сводится к виду

$$C_0 = \frac{1}{2} \ln|\varphi_{\text{сп}} \varphi_{\text{п}}^{-1}| = \frac{1}{2} \text{Sp} \ln(\varphi_{\text{сп}} \varphi_{\text{п}}^{-1}). \quad (3.3.33)$$

Введем матрицу $\varphi_A = \varphi_{\text{п}} + A\varphi_c$, которая при $A=1$ переходит в матрицу $\varphi_{\text{сп}}$, а при $A=0$ — в матрицу $\varphi_{\text{п}}$. Значения матрицы φ_A при $A=A_k = k/n$ ($k=0, 1, \dots, n$) обозначим φ_{Ak} .

Матричные сомножители произведения под знаком логарифма правой части равенства (33) представим тогда в виде $\varphi_{\text{сп}} = \varphi_{An}$, $\varphi_{\text{п}}^{-1} = \varphi_{A0}^{-1}$.

Равенства не нарушатся, если между указанными сомножителями (33) вставить дополнительный в виде единичной матрицы $I = \varphi_{A(n-1)}^{-1} \varphi_{A(n-1)}$, правее его еще один дополнительный $I = \varphi_{A(n-2)}^{-1} \varphi_{A(n-2)}$ и т. д. до $I = \varphi_{A1}^{-1} \varphi_{A1}$ включительно.

Используя *ассоциативность* умножения, попарно сгруппируем заново все сомножители, начиная с пары

$$\varphi_{An} \varphi_{A(n-1)}^{-1} = \varphi_{An} (\varphi_{An} - \Delta A \varphi_c)^{-1}, \text{ где } \Delta A = 1/n.$$

Сводя логарифм произведения к сумме логарифмов попарно объединенных сомножителей, рассматриваемое выражение логарифма правой части равенства (33) приводим к виду

$$\sum_{k=1}^n \ln[\varphi_{Ak} (\varphi_{Ak} - \Delta A \varphi_c)^{-1}] = \sum_{k=1}^n \ln(I - \Delta A \varphi_c \varphi_{Ak}^{-1})^{-1}.$$

Логарифм степени заменим при этом произведением логарифма основания на показатель степени -1 . Используем матричный аналог приближенного скалярного равенства $\ln(1+\alpha) \approx \alpha$, справедливого при $|\alpha| \ll 1$, и перейдем к пределу $n \rightarrow \infty$, $\Delta A \rightarrow 0$.

Выражение (33) последовательно преобразуется от упрощенной суммы к соответствующему интегралу

$$\sum_{k=1}^n \varphi_c \varphi_{Ak}^{-1} \Delta A \rightarrow \int_0^1 \varphi_c \varphi_A^{-1} dA. \quad (3.3.34)$$

Преобразуем, наконец, подынтегральное выражение (34). Матрицу φ_c выразим через матрицы $\varphi_A = \varphi_n + A\varphi_c$ и φ_n . Разность $\varphi_n^{-1} - \varphi_A^{-1} = \lambda_A$ считаем *решающей матрицей для сигнала с измененной в A раз мощностью*. Тогда

$$\varphi_c \varphi_A^{-1} = \left[\frac{1}{A} (\varphi_n - \varphi_n) \right] \varphi_A^{-1} = \frac{1}{A} \varphi_n (\varphi_n^{-1} - \varphi_A^{-1}) = \frac{1}{A} \varphi_n \lambda_A. \quad (3.3.35)$$

Сопоставляя (33—35), находим окончательно для дискретных сигналов

$$C_0 = \frac{1}{2} \text{Sp} \int_0^1 \varphi_n \lambda_A \frac{dA}{A}. \quad (3.3.36)$$

От дискретных сигналов перейдем к *непрерывным*. В силу определений следа матрицы и произведения матриц для дискретного случая имеем

$$\text{Sp}(\varphi_n \lambda_A) = \sum_i \sum_j \varphi_{nij} \lambda_{Aji}. \quad (3.3.37)$$

Перейдя от суммирования к интегрированию по временным параметрам, приходим к выражению

$$C_0 = \frac{1}{2} \text{Sp} \int_0^1 \frac{dA}{A} \iint_{-\infty}^{\infty} \varphi_n(t, s) \lambda_A(s, t) dt ds. \quad (3.3.38)$$

Приводившееся выражение (32) является *следствием* (38) и соответствует переходу к *комплексным амплитудам*.

3.3.6. Примеры обнаружителей гауссовских некогерентных сигналов.

Пример 1. Рассмотрим одноканальное обнаружение быстрофлюктуирующего сигнала $B(t)X(t)$ на фоне белого шума с корреляционной функцией $\Phi_n(t, s) = N_0 \delta(t - s)$. Здесь $B(t)$ — комплексный стационарный случайный процесс с корреляционной функцией $\mu(t - s) = M[B(t)B^*(s)]$, причем $\mu(0) = 1$. Корреляционная функция сигнала в целом

$$\Phi_c(t, s) = \frac{1}{2} M\{[B(t)X(t)][B(s)X(s)]^*\} = \frac{1}{2} X(t)X^*(s) \mu(t - s). \quad (3.3.39)$$

Функция $\mu(t - s)$ является фурье-преобразованием спектральной плотности флюктуаций $\mu(F)$, ограниченной некоторой полосой частот $\Pi_{\text{фл}}$. Среднюю мощность сигнала $X(t)$

$$|X(t)|^2/2 = P_{\text{ср}} \quad (3.3.40)$$

на интервале его длительности $-T/2 < t < T/2$ считаем постоянной. Условие быстрых флюктуаций состоит в том, что произведение $\Pi_{\text{фл}} T \gg 1$. Время прихода сигнала принято известным.

Решая интегральное уравнение (31) и преобразуя выражение достаточной статистики (30) для рассматриваемого одноканального обнаружения, можно прийти к *структурной схеме обнаружителя 3.3.9*. Показанное сочетание элементов часто встречается в устройствах слеящего измерения, рассчитанных на *длительное накопление сигнала* (разд. 5). Из-за быстрых флюктуаций сигнала *существенно ограничивают время когерентного накопления, дополняя затем когерентное накопление некогерентным на интервале T* .

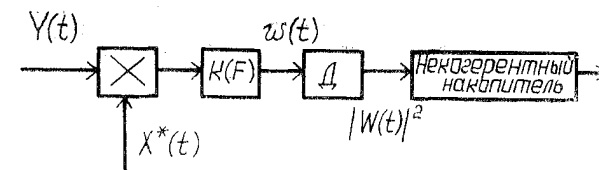


Рис. 3.3.9

Когерентное накопление реализуется в результате: 1) *фазовой демодуляции* — умножения на $X^*(t)$; 2) *когерентного накопления в фильтре с некоторой частотной характеристикой $K(F)$* . Фильтр является аналогом *интегратора* обычного коррелятора, однако обеспечивает существенное ограничение времени когерентного накопления. Это достигается *расширением полосы пропускания фильтра, определяемой, в первую очередь, заданным спектром флюктуаций*. *Некогерентное накопление осуществляется после детектора, например в видеочастотном фильтре*.

Поясним математические преобразования, приводящие к синтезу схемы рис. 3.3.9, и некоторые результаты синтеза, рассматривая уравнение (31) в скалярном варианте. Подставляя в (31) корреляционные функции $\Phi_n(\theta, \tau) = N_0 \delta(\theta - \tau)$ и

$$\Phi_{cn}(t, s) = N_0 \delta(t - s) + \frac{1}{2} X(t)X^*(s) \mu(t - s) \quad (3.3.41)$$

и проводя интегрирование, приводим (31) к виду

$$N_0^2 \Lambda(t, \tau) + \frac{1}{2} N_0 X(t) \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t - s) X^*(s) \Lambda(s, \tau) ds = \frac{1}{2} X(t)X^*(\tau) \mu(t - \tau). \quad (3.3.42)$$

Искомая функция $\Lambda(t, \tau)$ *пропорциональна* в силу (42) *функции $X(t)$* . Естественно считать ее *пропорциональной* и $X^*(\tau)$. Полагая

$$\Lambda(t, \tau) = X(t)X^*(\tau) \lambda_0(t, \tau), \quad (3.3.43)$$

где $\lambda_0(t, \tau)$ — некоторая новая функция t, τ , представим (42) в виде

$$N_0^2 \lambda(t, \tau) + N_0 P_{\text{ср}} \int_{-T/2}^{T/2} \mu(t - s) \lambda_0(s, \tau) ds = \frac{1}{2} \mu(t - \tau). \quad (3.3.44)$$

Здесь значение $|X(s)|^2/2$ заменено $P_{\text{ср}}$ на интервале $-T/2 < s < T/2$ и нулем вне этого интервала.

По условию $P_{\text{фл}} T \gg 1$ функция $\mu(t-s)$ в масштабе интервала интегрирования соответствует достаточно короткому импульсу. Поэтому в интервале $-T/2 < t < T/2$ пределы интегрирования по s можно приближенно устремить к бесконечности. Проводя при этом *фурье-преобразование* (44) и учитывая независимость значения интеграла от обозначения переменной интегрирования, получаем

$$[N_0^2 + N_0 P_{\text{ср}} \mu(F)] \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_0(t, \tau) e^{-j2\pi F t} dt = \frac{1}{2} \mu(F) e^{-j2\pi F \tau}.$$

Поделив полученное равенство на $e^{-j2\pi F \tau}$ и на выражение, заключенное в квадратных скобках, и проводя обратное *фурье-преобразование*, устанавливаем, что функция $\lambda_0(t, \tau)$ сводится к функции разностного аргумента $t - \tau = \theta$

$$\lambda_0(t, \tau) = \lambda(t - \tau) / 2N_0 P_{\text{ср}} \quad (3.3.45)$$

вида

$$\lambda(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(P_{\text{ср}}/N_0) \mu(F)}{1 + (P_{\text{ср}}/N_0) \mu(F)} e^{j2\pi F \theta} dF. \quad (3.3.46)$$

Для упрощения вида синтезируемой схемы спектральную плотность $\lambda(F)$ функции (46) представим в виде *квадрата* некоторой вещественной функции

$$K(F) = \sqrt{\frac{(P_{\text{ср}}/N_0) \mu(F)}{1 + (P_{\text{ср}}/N_0) \mu(F)}} = \sqrt{\lambda(F)}. \quad (3.3.47)$$

В соответствии с приведенными соотношениями (43), (45—47) решающая функция

$$\Delta(t, \tau) = \frac{1}{2N_0 P_{\text{ср}}} X(t) X^*(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} K^2(F) e^{j2\pi F(t-\tau)} dF. \quad (3.3.48)$$

Подставляя полученное выражение в скалярный вариант достаточной статистики (30), с точностью до множителя $1/2N_0 P_{\text{ср}}$ последнюю можно представить в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} |W(F)|^2 dF = \int_{-\infty}^{\infty} |W(t)|^2 dt. \quad (3.3.49)$$

Здесь

$$|W(F)|^2 = W(F) W^*(F),$$

где

$$W(F) = K(F) \int_{-\infty}^{\infty} Y(\tau) X^*(\tau) e^{-j2\pi F \tau} d\tau \quad (3.3.50)$$

— спектральная плотность выходного напряжения фильтра когерентного накопления. Она является произведением частотной характеристики фильтра $K(F)$ на спектральную плотность входного напряжения фильтра когерентного накопления. Входным напряжением этого фильтра является *демодулированное входное напряжение* $Y(t)X^*(t)$: его спектральная плотность является *преобразованием Фурье* от этого напряжения. Интегрирование квадрата модуля комп-

лексной огибающей по времени в (49) соответствует *квадратичному детектированию и последетекторному накоплению*. Интеграл (49) в бесконечных пределах практически соответствует *конечному времени накопления* T в связи с конечной длительностью функции $X(t)$.

Если спектр флюктуаций прямоугольный, фильтр когерентного накопления имеет согласно (47) аналогичную прямоугольную частотную характеристику. При непрямоугольных спектрах флюктуаций оптимальная частотная характеристика фильтра когерентного накопления (47) для *слабых* сигналов $P_{\text{ср}}/N_0 \rightarrow 0$ точно соответствует спектру напряжения флюктуаций $\sqrt{\mu(F)}$, но расширяется для *сильных* $P_{\text{ср}}/N_0 \rightarrow \infty$.

Пример 2. Многоканальная приемная система обнаруживает источник стационарного случайного сигнала со спектральной плотностью мощности $S_0(F)$ на фоне внутренних шумов с корреляционной матрицей $\Phi_n(t, s) = N_0 \delta(t - s)$. Время наблюдения T намного превышает величину, обратную полосе частот Π источника сигнала. Заданы запаздывания t_i и коэффициенты передачи мощности сигнала S_i до точек приема $i = 1, 2, \dots, M$.

Не решая еще интегрального уравнения (30), можно высказать соображения о характере оптимальной обработки, в первую очередь для случая $M = 1$. Используем для этого предыдущий пример, полагая $X(t) = 1$ на интервале наблюдения T и приравнявая $\mu(F) = S_0(F)$. Оптимальная одноканальная обработка сводится, таким образом, к *временному стробированию на интервале T , фильтрации с частотной характеристикой (47), квадратичному детектированию и некогерентному накоплению*.

При $M \geq 2$ наряду с *внутриканальной* должна обеспечиваться *межканальная обработка*. Поскольку сигнал *пространственно-когерентный* и наблюдается на фоне *пространственно-некоррелированной* помехи, межканальная обработка сводится к *когерентному накоплению*. Для реализации этого накопления необходимы *временное совмещение* принятых различными каналами *сигнальных колебаний* и их *суммирование* (рис. 3.3.10). Если ожидаемые

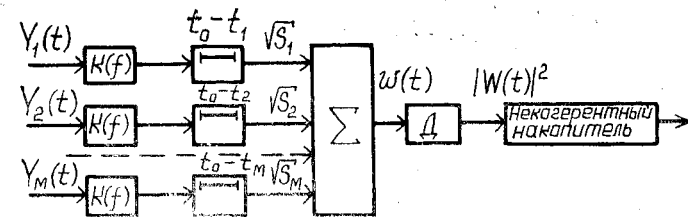


Рис. 3.3.10

веса принимаемых колебаний S_i по мощности неодинаковы, должны вводиться веса суммируемых напряжений $\sqrt{S_i}$. Просуммированные колебания подаются на *детектор и последетекторный накопитель*.

Когда все элементы системы сосредоточены $|t_i - t_k| \Pi \ll 1$, а весовые коэффициенты одинаковы, то линии задержки и эле-

менты взвешивания заменяются фазовращателями. Пространственная обработка сводится к обычной фазовой антенной обработке. Все частотно-временные фильтры можно заменить одним частотно-временным фильтром, включенным между антенной и детектором.

Для оптимизации обработки в общем случае могут потребоваться и фазовращатели и линии задержки.

Поясним решение интегрального уравнения (31), используя для интервала $-T/2 < s, t < T/2$ представление корреляционной матрицы стационарных случайных колебаний сигнала в виде интеграла Фурье разностного аргумента $t-s$:

$$\Phi_c(t, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{S}(F) e^{-j2\pi F(t-s)} dF.$$

Здесь $\mathbf{S}(F)$ — матричная спектральная плотность сигнала

$$\mathbf{S}(F) = S_0(F) \|\sqrt{S_i S_k} e^{-j2\pi F(t_i - t_k)}\|. \quad (3.3.51)$$

Если ввести вектор-столбец

$$\mathbf{X}_s(F) = \sqrt{2S_0(F)} \|\sqrt{S_i} e^{-j2\pi F t_i}\|,$$

матрицу $\mathbf{S}(F)$ можно свести к виду

$$\mathbf{S}(F) = \frac{1}{2} \mathbf{X}_s(F) \mathbf{X}_s^*(F). \quad (3.3.52)$$

Заданную корреляционную матрицу некоррелированной помехи $\Phi_n(t, s)$ можно представить как интеграл Фурье от матричной спектральной плотности $\mathbf{N}(F) = N_0 \mathbf{I}$ с разностным временным аргументом $t-s$.

При условии $PT \gg 1$ аналогично формуле (45) матричную решающую функцию $\Lambda(t, \tau)$ можно приближенно считать функцией разностного временного аргумента с матричной спектральной плотностью $\Lambda(F)$. Левая часть уравнения (31) оказывается при этом двойным интегралом свертки по временным аргументам. Преобразование Фурье от такого интеграла сводится к произведению матричных спектральных плотностей свертываемых функций. Преобразованное уравнение (31) принимает вид

$$[N_0 \mathbf{I} + \frac{1}{2} \mathbf{X}_s(F) \mathbf{X}_s^*(F)] \Lambda(F) N_0 = \frac{1}{2} \mathbf{X}_s(F) \mathbf{X}_s^*(F). \quad (3.3.53)$$

Определению матрицы $\Lambda(F)$ из уравнения (53) предположим нахождение матричного произведения $\mathbf{X}_s^*(F) \Lambda(F)$. Умножив обе части равенства (53) на $\mathbf{X}_s^*(F)$ слева и обозначив $\mathbf{X}_s^*(F) \mathbf{X}_s(F)/N_0 = q^2(F)$, найдем искомое произведение

$$\mathbf{X}_s^*(F) \Lambda(F) = \frac{q^2(F)/2}{N_0[1 + q^2(F)/2]} \mathbf{X}_s^*(F).$$

Подставляя найденное его значение в (53), получаем

$$\Lambda(F) = \frac{1}{N_0^2[1 + q^2(F)/2]} \mathbf{X}_s(F) \mathbf{X}_s^*(F). \quad (3.3.54)$$

Процедура оптимальной обработки находится после подстановки в (30) результата фурье-преобразования (54) функции разностного аргумента

$t-s$. Она соответствует некогерентному накоплению (49) результата детектирования выходного напряжения фильтра, имеющего спектральную плотность

$$W(F) = \sqrt{\frac{q^2(F)/2}{N_0^2[1 + q^2(F)/2]}} \mathbf{Y}(F) \mathbf{X}_s^*(F). \quad (3.3.55)$$

С учетом приведенного для $\mathbf{X}_s(F)$ выражения формула (55) описывает совокупность операций временной задержки, фильтрации и весового суммирования напряжений каналов, представленную на рис. 3.3.10.

Пример 3. На комплексные дискеты гауссовской коррелированной помехи с коэффициентом корреляции ρ наложен сигнал в виде двух случайных некоррелированных гауссовских дискретов (рис. 3.3.11). В данном случае

$$\Phi_n(t, s) = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho^* & 1 \end{bmatrix} \delta(t) \delta(s),$$

$$\Phi_c(t, s) = \begin{bmatrix} q^2/2 & 0 \\ 0 & q^2/2 \end{bmatrix} \delta(t) \delta(s).$$

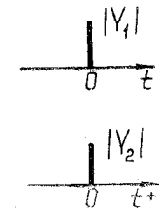


Рис. 3.3.11

С целью упрощения задачи время наблюдения дискретов принято пренебрежимо малым (имеется в виду межпериодная обработка коротких некогерентных радиопулсов, наблюдаемых на фоне шума и коррелированной пассивной помехи). Ограничимся случаями интенсивных сигналов $q \gg 1$. Отдельно выделим случай $|\rho| \rightarrow 1$.

Интегральному уравнению (31) удовлетворяет в данном случае решение $\Lambda(s, \theta) = \Lambda \delta(s) \delta(\theta)$, где аналогично (26а)

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho^* & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1+q^2/2 & \rho \\ \rho^* & 1+q^2/2 \end{bmatrix}^{-1}.$$

При $q \gg 1$ из двух обращенных матриц в выражении Λ

$$\frac{1}{1-|\rho|^2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho^* & 1 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\left(1+\frac{q^2}{2}\right)^2 - |\rho|^2} \begin{bmatrix} 1+\frac{q^2}{2} & -\rho \\ -\rho^* & 1+\frac{q^2}{2} \end{bmatrix}$$

второй можно пренебречь. Только первая из них определяет поэтому решающую матрицу Λ , а значит решение уравнения $\Lambda(s, \theta)$. Подставляя его в выражение интегральной комплексной квадратичной формы (30) и интегрируя дельта-функции, приходим к достаточной статистике в виде квадратичной формы

$$\mathbf{Y}^* \mathbf{A} \mathbf{Y} = \frac{1}{1-|\rho|^2} [|Y_1|^2 + |Y_2|^2 - 2\text{Re}(\rho Y_1^* Y_2)]. \quad (3.3.56)$$

Учитывая, что $|\mathbf{A}|^2 = \mathbf{A} \mathbf{A}^*$, путем сопоставления можно убедиться, что с точностью до коэффициента пропорциональности выражение (56) сводится к виду

$$|Y_1 - \rho Y_2|^2 + |Y_2 - \rho^* Y_1|^2. \quad (3.3.57)$$

Достаточная статистика (57) соответствует взаимной компенсации помеховых составляющих каждого из дискретов в отдельности и последующему квадратичному накоплению результатов компенсации.

Из сопоставления (56—57) $\mu = \rho(1 \pm \sqrt{1 - |\rho|^2})$. При $|\rho| \rightarrow 1$ значение $\mu \approx e^{j \arg \rho}$. Оба слагаемых (57) оказываются при этом одинаковыми, так что можно ограничиться вычислением модуля всего одной разности $|Y_1 - Y_2 e^{j \arg \rho}|$ либо ее квадрата.

3.3.7. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните задачу обнаружения дискретизированного сигнала с полностью известными параметрами на фоне нестационарной коррелированной гауссовской помехи. Обоснуйте постановку и достаточные статистики этой задачи.

2. Поясните понятия корреляционной матрицы дискретизированной выборки помехи, весового вектора, весовой суммы, их нормированных значений. Нарисуйте варианты структурных схем оптимальных обнаружителей.

3. Поясните и обоснуйте показатели качества обнаружения дискретизированного сигнала с полностью известными параметрами на фоне нестационарной коррелированной гауссовской помехи.

4. В чем ценность примера обнаружения двухэлементного дискретизированного сигнала и какие практические выводы следуют из его рассмотрения? Оцените численно, какой выигрыш в величине параметра обнаружения q^2 дает двухканальная обработка по сравнению с одноканальной при $q_2 \ll q_1$ и $\rho = 0,995$.

5. Поясните достаточную статистику и структурную схему обнаружителя непрерывного когерентного сигнала с известными параметрами, наложенного на коррелированную нестационарную гауссовскую помеху. Обоснуйте переход к непрерывному случаю от дискретного. Чем определяются весовая векторная функция и показатели качества обнаружения?

6. На основе более общей (чем в разд. 3.2) теории обоснуйте использование одноканального корреляционного обнаружителя непрерывного сигнала с известными параметрами на фоне стационарного белого шума с опорным напряжением в виде ожидаемого сигнала.

7. Поясните возможность построения алгоритмов обнаружения с использованием комплексной записи сигналов, корреляционных матриц помех и весовых векторов. Поясните сходство и различие выражений, приведенных в вертикальных столбцах табл. 3.1.

8. Обоснуйте использование достаточной статистики в виде модульного значения весового интеграла при обнаружении когерентного сигнала на фоне коррелированной нестационарной помехи. Как находятся при этом показатели качества обнаружения?

9. Обоснуйте специфику обнаружения сигнала на фоне нестационарного некоррелированного шума.

10. Обоснуйте специфику обнаружения сигнала на фоне коррелированного стационарного шума.

11. Обоснуйте особенности пространственно-временной обработки для M -канальной антенной решетки (в пренебрежении запаздыванием комплексных амплитуд сигнала на ее раскрые).

12. Поясните особенности обнаружения некогерентных по времени сигналов на фоне пространственно-коррелированных помех.

13. Поясните достаточную статистику обнаружения дискретизированного произвольно коррелированного гауссовского сигнала на фоне аналогичной гауссовской помехи. Вглядитесь в формулы (30), (31) для непрерывного случая и обоснуйте их сходство с формулами для дискретного случая, не читая текста.

14. Поясните структуру обнаружителя быstroфлюктуирующего сигнала.

15. Поясните структуру многоканального обнаружителя шумового сигнала.

4. ОСОБЕННОСТИ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

4.1. ФУНКЦИИ РАССОГЛАСОВАНИЯ И МЕТОДЫ РАЗРЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ

4.1.1. Функции рассогласования когерентных сигналов. Исходя из общих принципов оптимальной обработки сигналов перейдем к ее особенностям для разновидностей *когерентных сигналов* (или же когерентных составляющих некогерентных сигналов).

Выбор сигналов часто предопределяет основные характеристики активной РЛС: разрешающие способности и точности измерения (дальности, радиальной скорости, угловых координат); возможность обеспечения требуемой энергетики при ограниченной пиковой мощности генераторных приборов; помехозащищенность РЛС.

Сигналы характеризуются своими *параметрами*, в общем случае *векторными*. Наряду со временем запаздывания — дальностью (разд. 3.2.3.1), они могут включать: доплеровскую частоту — радиальную скорость; высшие производные от времени запаздывания — дальности; угловые координаты, их производные; поляризационные параметры; параметры, связанные с особенностями распространения в среде.

Параметр сигнала α_c часто *рассогласован* по отношению к ожидаемому α . Эффекты рассогласования проявляются при обнаружении, лежат в основе измерения и разрешения. Рассмотрим их для *когерентных сигналов*.

Рассогласование условимся оценивать *по выходному эффекту* $|Z(\alpha_c, \alpha)| = \psi(\alpha_c, \alpha)$ *устройства обработки, оптимизированного для ожидаемого сигнала* $X(t, \alpha)$ *в предположении стационарности, отсутствия корреляции помехи и одинаковой ее спектральной плотности* N_0 *в каналах приема*. Выходной эффект находится для случая, когда на вход устройства подается сигнал $Y(t) = X(t, \alpha_c)$

с рассогласованным значением параметра сигнала в отсутствие какой-либо помехи. Определенную таким образом функцию $\psi(\alpha_c, \alpha)$ назовем функцией рассогласования (автокорреляционной функцией) сигнала.

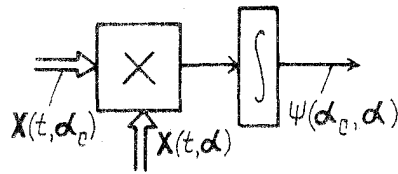


Рис. 4.1.1

Наряду с функцией рассогласования $\psi(\alpha_c, \alpha)$ вводится нормированная функция рассогласования

$$\rho(\alpha_c, \alpha) = \psi(\alpha_c, \alpha) / \sqrt{\psi(\alpha_c, \alpha_c) \psi(\alpha, \alpha)}. \quad (4.1.1)$$

В знаменатель (1) входят значения функции $\psi(\alpha_c, \alpha_c)$, $\psi(\alpha, \alpha)$, в общем случае различающиеся между собой.

Величину $\psi(\alpha_c, \alpha)$ для многоканального приема найдем, полагая в (3.3.14) $Y(t) = X(t, \alpha_c)$. Согласно (3.3.16) и (3.3.23) $(Rt, \alpha) = 2X(t, \alpha)/N_0$, поэтому

$$\psi(\alpha_c, \alpha) \equiv \left| \int_{-\infty}^{\infty} X^T(t, \alpha_c) X^*(t, \alpha) dt \right|. \quad (4.1.2)$$

Вычисления (2) схематически поясняются рис. 4.1.1. Знаки транспонирования, сопряжения и элементы перехода к модулю (см. рис. 3.2.6) опущены.

Каждое число ρ характеризует нормированное сигнальное напряжение на выходе устройства оптимальной обработки рис. 4.1.1 при рассогласовании параметров α_c и α ; для $\alpha_c = \alpha$ значение $\rho = 1$. Особенностью нормировки (1) является симметрия по отношению к значениям $\psi(\alpha_c, \alpha_c)$ и $\psi(\alpha, \alpha)$, различающимся в некоторых случаях.

Часто справедливо соотношение примера 6 разд. 3.3.3 $X(t, \alpha) = X(t, \alpha_{вр}) X(\alpha_{уп})$, при выполнении которого пространственно-временная обработка разделяется на временную и угло-поляризационную. Тогда нормированная функция рассогласования (1) сводится к произведению временной и угло-поляризационной нормированных функций рассогласования

$$\rho(\alpha_c, \alpha) = \rho_{вр}(\alpha_c, \alpha) \rho_{уп}(\alpha_c, \alpha). \quad (4.1.3)$$

Индексы вида обработки (угло-поляризационная, временная) при значениях α опущены. Напомним, что разделение обработки имеет место, если запаздывание комплексной огибающей на совокупном

раскрыве антенной системы много меньше $1/P$, где P — полоса частот.

Временная (время-частотная) функция рассогласования определяется скалярной функцией времени $X(t, \alpha)$. Она учитывает рассогласование только по временным (время-частотным) параметрам

$$\rho_{вр}(\alpha_c, \alpha) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} X(t, \alpha_c) X^*(t, \alpha) dt \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |X(t, \alpha_c)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |X(t, \alpha)|^2 dt}}. \quad (4.1.4)$$

Угло-поляризационная функция рассогласования определяется не зависящим от времени вектором $X(\alpha) = \|X_i(\alpha)\|$, учитывающим зависимость ожидаемых колебаний от номера i канала приема ($i=1, 2, \dots, M$). В соответствии с правилом скалярного умножения векторов

$$\rho_{уп}(\alpha_c, \alpha) = \frac{\left| \sum_{i=1}^M X_i(\alpha_c) X_i^*(\alpha) \right|}{\sqrt{\sum_{i=1}^M |X_i(\alpha_c)|^2 \sum_{i=1}^M |X_i(\alpha)|^2}}. \quad (4.1.5)$$

Иногда будут использоваться разновидности выражений (4—5) с опущенными знаками модуля в числителях. Условимся обозначать их $\rho(\alpha_c, \alpha)$ и называть комплексными функциями рассогласования.

4.1.2. Время-частотные функции рассогласования. В пренебрежении деформацией комплексной огибающей сигнала $U(t)$ за счет движения цели (разд. 2.3.3) выражение комплексной амплитуды ожидаемого сигнала представим в виде

$$U(t - t_3) e^{-j2\pi F_d t} = X(t, \alpha).$$

Векторный параметр α ожидаемого сигнала включает в данном случае два скалярных параметра — время запаздывания t_3 и доплеровскую частоту F_d . Через два аналогичных скалярных параметра $t_{3с} = t_3 - \tau$ и $F_{дс} = F_d - F$ выражается векторный параметр α_c принимаемого сигнала, где τ и F — рассогласования по времени запаздывания и доплеровской частоте.

Перейдем в (4) к новой переменной интегрирования $s = t - t_{3с}$, вынося множитель $e^{j\varphi}$ ($\varphi = -2\pi F t_{3с}$), не зависящий от переменной интегрирования s , за знак интеграла. Заменяя модуль произведения произведением модулей, учтем, что при любом вещественном φ значение $|e^{j\varphi}| = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1$. В результате находим нормированную время-частотную функцию рассогласования

$$\rho(\tau, F) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(s) U^*(s - \tau) e^{j2\pi F s} ds \right| / \int_{-\infty}^{\infty} |U(s)|^2 ds \quad (4.1.6)$$

как функцию разностей τ , F параметров ожидаемого и принимаемого сигналов. Иногда будем использовать аналогичное (6) комплексное выражение $\rho(\tau, F)$ без знака модуля в числителе.

От комплексных амплитуд $U(s)$, $U(s - \tau)$, $U(s)e^{j2\pi Fs}$ переходят в ряде случаев к их спектральным плотностям $G(\nu)$, $G(\nu)e^{-j2\pi\nu\tau}$, $G(\nu - F)$. Используя теорему Ляпунова—Парсеваля*, придем к частотному представлению время-частотной функции рассогласования,

$$\rho(\tau, F) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} G(\nu) G^*(\nu - F) e^{j2\pi\nu\tau} d\nu \right| / \left| \int_{-\infty}^{\infty} |G(\nu)|^2 d\nu \right|. \quad (4.1.7)$$

Время-частотная функция рассогласования $\rho(\tau, F)$ является по определению нормированным выходом устройства оптимальной обработки когерентного сигнала, когда на вход поступают колебания с параметрами, отличающимися на τ, F по отношению к ожидаемым. Нормирование состоит в обеспечении условия $\rho(0, 0) = 1$.

Рассмотрим важные свойства время-частотных функций рассогласования.

1. Свойство центральной симметрии

$$\rho(-\tau, -F) = \rho(\tau, F). \quad (4.1.8)$$

Чтобы убедиться в справедливости (8), достаточно заменить в числителе (6) τ, F на $-\tau, -F$, провести замену переменной интегрирования $s = t - \tau$. Вынося после этого не зависящий от переменной интегрирования множитель $e^{j2\pi F\tau}$ с единичным модулем за знак интеграла, действительно перейдем от функции $\rho(-\tau, -F)$ к функции $\rho(\tau, F)$.

2. Свойство единичного объема тела, ограниченного поверхностями $\rho^2(\tau, F)$ и $\rho^2 = 0$ в координатах ρ^2, τ, F ,

$$V_{\rho^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\tau, F) d\tau dF = 1. \quad (4.1.9)$$

Сформулированное свойство называют иногда *принципом неопределенности* в радиолокации, имея в виду использование функций рассогласования в теории измерений. При заданном q степень спадания функции $\rho(\tau, F)$ в окрестности максимума $\tau=0, F=0$ характеризует точность измерения t_z, F_d : чем резче спадание, тем точность выше. Боковые выбросы характеризуют возможную неоднозначность измерения. Наличие ошибок и неоднозначность измерения охватывают обобщающим понятием *неопределенности*; тела рассогласования называют поэтому телами *неопределенности*. Согласно (9) нельзя в принципе уменьшить объема тела неопределенности V_{ρ^2} . Это тело можно уподобить куче песка: изменяя форму кучи, нельзя избавиться ни от единой песчинки.

* Для комплексного варианта левой части равенства (3.2.8) знаки сопряжения входят в обе части равенства, меняясь местами.

В справедливости (9) можно убедиться, вычисляя объем V_{ρ^2} после подстановки дроби (6). Обозначая $U(s) U^*(s - \tau) e^{j2\pi Fs} = A(s)$, используем очевидное соотношение

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} A(s) ds \right|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} A(s) ds \int_{-\infty}^{\infty} A^*(\theta) d\theta = \iint_{-\infty}^{\infty} A(s) A^*(\theta) ds d\theta.$$

Числитель выражения V_{ρ^2} сводится при этом к четырехкратному интегралу по переменным τ, F, s, θ . Интеграл по F выражается дельта-функцией

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi F(s - \theta)} dF = \delta(s - \theta).$$

Интегрирование по переменной s приводит поэтому к замене ее на θ . Результатом интегрирования по τ оказывается не зависящее от θ выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} U(\theta - \tau) U^*(\theta - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |U(t)|^2 dt.$$

К тому же результату приводит последующее интегрирование по θ . С учетом знаменателя (6)

$$V_{\rho^2} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |U(t)|^2 dt \right]^2 / \left[\int_{-\infty}^{\infty} |U(t)|^2 dt \right]^2 = 1.$$

3. Вертикальное сечение тела $\rho(\tau, F)$ плоскостью нулевого временного рассогласования $\tau=0$ характеризует модуль нормированного фурье-преобразования (нормированный амплитудно-частотный спектр) квадрата вещественной огибающей $|U(t)|^2$ сигнала. Из (6) при $\tau=0$ действительно имеем

$$\rho(0, F) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |U(s)|^2 e^{j2\pi Fs} ds \right| / \left| \int_{-\infty}^{\infty} |U(s)|^2 ds \right|, \quad (4.1.10)$$

где j под знаком модуля можно заменить на $-j$.

4. Вертикальное сечение тела $\rho(\tau, F)$ плоскостью нулевого частотного рассогласования $F=0$ характеризует модуль нормированного фурье-преобразования квадрата $|G(\nu)|^2$ амплитудно-частотного спектра сигнала. Из (7) при $F=0$ действительно имеем

$$\rho(\tau, 0) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |G(\nu)|^2 e^{j2\pi\nu\tau} d\nu \right| / \left| \int_{-\infty}^{\infty} |G(\nu)|^2 d\nu \right|. \quad (4.1.11)$$

5. Выражение (11) характеризует форму огибающей напряжения на выходе согласованного фильтра при воздействии ожидаемого сигнала, полностью согласованного по частоте. Вид огибающей не зависит от фазочастотного спектра сигнала (он компенсируется фазочастотной характеристикой согласованного фильтра). При воздействии на вход фильтра сигнала, рассогласованного по частоте, огибающая напряжения определяется вертикаль-

ным сечением плоскостью $F = \text{const}$ тела неопределенности $\rho(\tau, F)$.

В этом можно убедиться, подставив значение $Y(s) = U(s - \alpha + \tau) e^{-j2\pi Fs}$ в конечное выражение п. 3.2.3.7. Заменив переменную интегрирования $s = t + \alpha - \tau$ и вынося за знак интеграла не зависящий от нее экспоненциальный множитель с единичным модулем, действительно приходим после нормирования к зависимости от τ вида $\rho(\tau, F)$. В данном случае $F = \text{const}$ (в том числе $F = 0$).

4.1.3. Функции рассогласования сигналов без внутриимпульсной модуляции. К числу рассматриваемых относят сигналы $u(t) = \text{Re}[U(t) e^{j2\pi f_0 t}]$ в виде одиночных когерентных радиоимпульсов с комплексной огибающей $U(t) = U_0(t)$ и составленных из них когерентных пачек с комплексной огибающей

$$U(t) = \sum_{l=1}^M U_0(t - t_l). \quad (4.1.12)$$

Типичными примерами одиночных когерентных радиоимпульсов без внутриимпульсной модуляции являются прямоугольный (рис. 4.1.2, а)

$$U(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \tau_n/2, \\ 0, & |t| > \tau_n/2 \end{cases} \quad (4.1.13)$$

и колокольный (рис. 4.1.2, б)

$$U(t) = \exp[-\pi(t/\tau_n)^2] \quad (4.1.14)$$

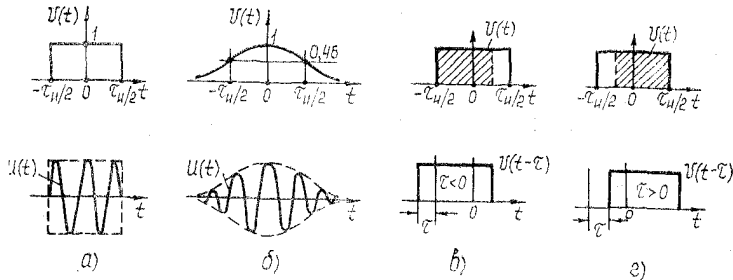


Рис. 4.1.2

радиоимпульсы. В обоих случаях τ_n — длительность импульса, в последнем случае она отсчитывается на уровне

$$U(\tau_n/2)/U(0) = \exp(-\pi/4) \approx 0,46.$$

Колебания вида (14) используют не только при импульсном, но и при непрерывном излучении. Протяженные колебания подобного вида формируются, в частности, из близких к монохроматическим

колебаний передатчика за счет их модуляции характеристикой направленности антенны в процессе обзора пространства.

4.1.3.1. Найдем функцию рассогласования (6) прямоугольного радиоимпульса (13).

Сомножители $U(s)$, $U^*(s - \tau)$ подынтегрального выражения числителя (6) принимают при этом единичные значения в пределах $-\tau_n/2 < s < \tau_n/2$, $\tau - \tau_n/2 < s < \tau + \tau_n/2$ соответственно и обращаются в нуль вне этих пределов. Ненулевые (единичные) значения произведения $U(s)U^*(s - \tau)$ обеспечиваются при абсолютных значениях рассогласований $|\tau|$, меньших длительностей τ_n импульсных сомножителей, причем в ограниченной области значений s . Абсциссы левой и правой границ этой области (штриховка на рис. 4.1.2, в, г) определяются в зависимости от знака рассогласования τ . Абсцисса левой границы соответствует наибольшей из двух левых граничных абсцисс сомножителей $-\tau_n/2$ и $\tau - \tau_n/2$; эту абсциссу можно описать выражением $(\tau + |\tau| - \tau_n)/2$, имеющим при $\tau < 0$ значение $-\tau_n/2$ (когда это значение наибольшее) и равное $\tau - \tau_n/2$ при $\tau > 0$. Абсцисса правой границы определяется наименьшим значением абсцисс $\tau_n/2$ и $\tau + \tau_n/2$ и описывается выражением $(\tau - |\tau| + \tau_n)/2$. Знаменатель (6) составляет τ_n . Таким образом, при $|\tau| \leq \tau_n$

$$\rho(\tau, F) = \frac{1}{\tau_n} \int_{(\tau + |\tau| - \tau_n)/2}^{(\tau - |\tau| + \tau_n)/2} e^{j2\pi Fs} ds = \frac{1}{2\pi F \tau_n} |e^{j\varphi_1} - e^{j\varphi_2}|, \quad (4.1.14a)$$

где $\varphi_{1,2} = \pi F(\tau \mp |\tau| \pm \tau_n)$. При этом выражение

$$|e^{j\varphi_1} - e^{j\varphi_2}| = \left| e^{j\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} \left(e^{j\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}} - e^{-j\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}} \right) \right|$$

сводится к $2|\sin[(\varphi_1 - \varphi_2)/2]|$.

В результате находим выражение нормированной функции рассогласования прямоугольного радиоимпульса в виде

$$\rho(\tau, F) = \begin{cases} |\sin[\pi F \tau_n(1 - |\tau|/\tau_n)]| / \pi F \tau_n, & |\tau| \leq \tau_n, \\ 0, & |\tau| > \tau_n. \end{cases} \quad (4.1.15)$$

4.1.3.2. Нормированная функция рассогласования колокольного радиоимпульса находится путем подстановки (14) в (6) и имеет вид

$$\rho(\tau, F) = \exp \left\{ -\frac{\pi}{2} [(\tau/\tau_n)^2 + (\tau_n F)^2] \right\}. \quad (4.1.16)$$

Чтобы прийти к (16), следует провести замену переменных интегрирования (6) после подстановки (14): $2s\sqrt{\pi/\tau_n} = v$ в знаменателе (6), $2(s - \tau + jF\tau_n^2) \times$

$\times \sqrt{\pi}/\tau_n = v$ в числителе (6). Интегралы $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-v^2/2) dv = \sqrt{2\pi}$ в числителе и знаменателе после этого сокращаются. Замена s через v в числителе проводится при этом после алгебраического преобразования показателя степени произведения экспонент подынтегрального выражения.

4.1.3.3. Сечения и тела рассогласования $\rho(\tau, F)$ прямоугольного и колокольного радиоимпульсов представлены на рис. 4.1.3.

На рис. 4.1.3, а, б, в приведены вертикальные $F = \text{const}$, $\tau = \text{const}$ и горизонтальные $\rho = \text{const}$ сечения, а на рис. 4.1.3, г — аксонометрическое изображение тела рассогласования прямоугольного радиоимпульса.

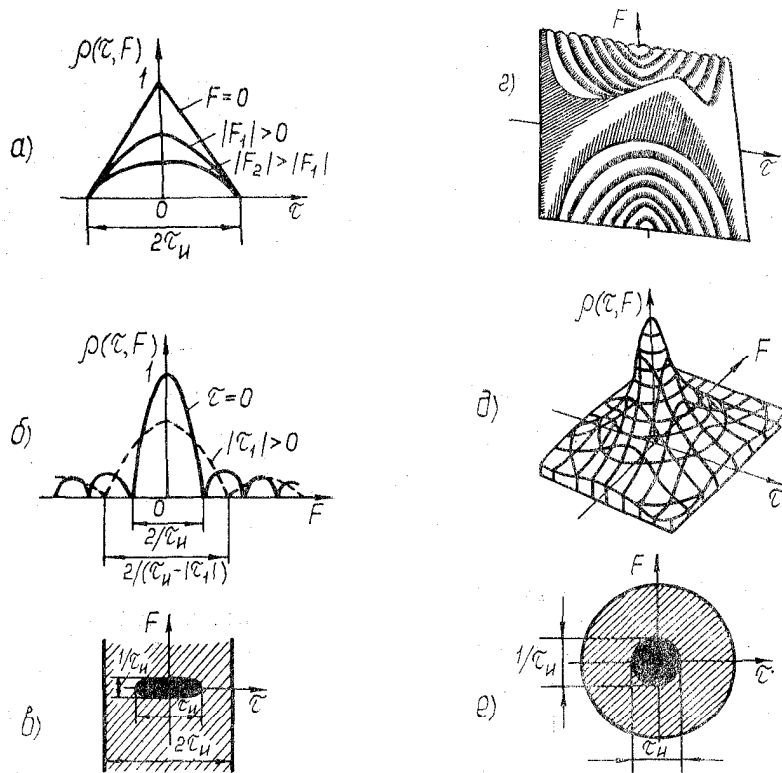


Рис. 4.1.3. Зачернены (здесь и далее) горизонтальные сечения $\rho \approx 0,5$, заштрихованы сечения $\rho = 0$ и $\rho \leq 0,5$

На рис. 4.1.3, д, е представлены аксонометрическое изображение и горизонтальные сечения тела рассогласования колокольного радиоимпульса.

Рельеф тел $\rho(\tau, F)$ согласуется со сформулированными в разд. 4.1.2 их общими свойствами. Тела обладают центральной

симметрией (свойство 1), в рассматриваемых случаях — даже симметрией относительно плоскостей $\tau = 0$, $F = 0$.

Вертикальные сечения $\tau = 0$ (рис. 4.1.3, б) являются по свойству 3 фурье-преобразованиями прямоугольного $|U_0(t)|^2$, где $U_0(t)$ соответствует (13), и колокольного $|U_0(t)|^2$ видеоимпульсов, где $U_0(t)$ соответствует (14).

Вертикальные сечения $F = 0$ описываются выражениями

$$\rho(\tau, 0) = \begin{cases} 1 - |\tau|/\tau_n, & |\tau| \leq \tau_n, \\ 0, & |\tau| > \tau_n \end{cases} \quad \text{и} \quad \rho(\tau, 0) = e^{-\frac{\pi}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_n}\right)^2}.$$

По свойству 4 они являются фурье-преобразованиями квадратов амплитудно-частотных спектров сигналов вида $\sin^2 x/x^2$ и $(e^{-y^2})^2 = e^{-2y^2}$. Иначе, зависимости $\rho(\tau, 0)$ можно считать *откликами согласованных фильтров* на прямоугольный и колокольный радиоимпульсы. Чем шире спектр сигнала, тем уже отклик.

С уменьшением длительности τ_n сечение $\rho(\tau, 0)$ сужается, а сечение $\rho(0, F)$ расширяется (рис. 4.1.3, б, в) *. Иначе, с повышением разрешающей способности по времени запаздывания (дальности) ухудшается разрешающая способность по частоте (радиальной скорости) и наоборот. Объем же тела $\rho^2(\tau, F)$ по свойству 2 остается неизменным.

Наряду с импульсными сигналами, обеспечивающими высокое разрешение по дальности, используют сигналы, обеспечивающие *высокое разрешение по радиальной скорости*. За счет этого повышаются защищенность от пассивных помех и точность измерения скорости. Указанные сигналы должны обязательно иметь *большую длительность* τ_n , что уменьшает величину $1/\tau_n$. Речь идет, например, о близких к монохроматическим непрерывно излучаемых сигналах, модулируемых при обзоре характеристиками направленности антенн.

4.1.3.4. Подставляя (12) в (6) и проводя замены переменных в числителе $\theta = s - t_l$ ($l = 1, 2, \dots, M$), придем к нормированной функции рассогласования пачки радиоимпульсов (12) в виде модуля двойной суммы

$$\rho(\tau, F) = \left| \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \rho_0(\tau + t_k - t_l, F) e^{j 2\pi F t_l} \right|. \quad (4.1.17a)$$

Здесь $\rho_0(\tau, F)$ — комплексное выражение функции рассогласования одиночного радиоимпульса. Если импульсы пачки следуют с периодом $T_n = T$, то $t_k = t_l + mT$, где $m = k - l$.

Перегруппируем слагаемые двойной суммы (17a) в порядке возрастания m ($-(M-1) \leq m \leq M-1$). Слагаемые с одинаковым

* Для повышения наглядности допущена условность нанесения размеров. На рис. 4.1.3, в уровень отсчета 0,5 для размера τ_n и 0,64 для размера $1/\tau_n$. На рис. 4.1.3, е уровень отсчета 0,46 для обоих размеров.

значением m образуют геометрическую прогрессию, сумма членов которой равна

$$\sum_{l=l_1}^{l_2} e^{j 2\pi F[(l-1)T + t_1]} \rho_0(\tau + mT, F).$$

Нижний предел суммы $l_1 \geq 1$ — это наибольшее (с учетом знака m) из двух чисел 1 и $(-m+1)$, т.е. $l_1 = 1 - (m - |m|)/2$. Верхний предел суммы $l_2 \leq M$ — это наименьшее из двух чисел M и $M - m$, то есть $l_2 = M - (m + |m|)/2$.

Суммируя члены прогрессий и используя равенство $|e^{j\varphi}| = 1$, справедливое для вещественных φ , находим нормированную функцию рассогласования пачки (12)

$$\rho(\tau, F) = \left| \sum_{m=-M+1}^{M-1} \frac{\sin[\pi(M-|m|)FT]}{M \sin \pi FT} \rho_0(\tau + mT, F) e^{-j\pi mFT} \right|. \quad (4.1.176)$$

Определяемое выражением (176) тело рассогласования пачки, его вертикальные $F=0$, $\tau=0$, горизонтальные $\rho=\text{const}$ сечения и аксонометрия представлены на рис. 4.1.4, а, б, в, г.

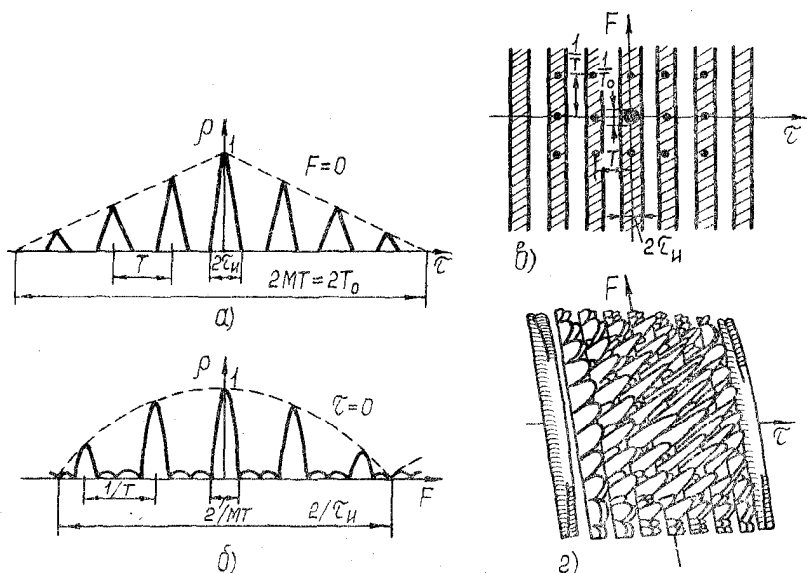


Рис. 4.1.4

Сечение $F=0$ (рис. 4.1.4, б) описывает отклик согласованного фильтра на пачечный когерентный сигнал без расстройки по частоте. Отклик состоит из ромбовидных импульсов шириной по

основанию $2\tau_n$, взаимно сдвинутых на период посылки T . Каждый пик сечения имеет в связи с этим треугольную форму, соответствующую свертке огибающих прямоугольных радиоимпульсов длительности τ_n . Треугольную форму имеет и огибающая пиков. Она соответствует свертке прямоугольных огибающих импульсов пачки.

Сечение $\tau=0$ соответствует амплитудно-частотному спектру квадрата огибающей (а при постоянных значениях ненулевых амплитуд и самой огибающей) сигнала. Этот спектр состоит из пиков, взаимно сдвинутых на частоту посылки $1/T$. Огибающие отдельных пиков и совокупности огибающих пиков описываются однократными выражениями $|\sin x/x|$.

Полоса центрального пика по нулям составляет $2/T_0$, где $T_0 = MT$ — длительность пачки. Полоса огибающей пиков по нулям (рис. 4.1.4, б) равна $2/\tau_n$. На уровне 0,64 соответствующие полосы составят $1/T_0$ и $1/\tau_n$. Большой протяженности T_0 во временной области соответствует малая $1/T_0$ в частотной, малой τ_n во временной области — большая $1/\tau_n$ в частотной.

Приближение формы огибающей пачки к колокольной (большая протяженность во временной области) приводит к колоколообразности отдельных пиков (малая протяженность в частотной области). Снижение за счет этого уровня боковых лепестков существенно для расширения возможностей разрешения по частоте.

4.1.3.5. Сравним тела рассогласования одиночных и пачечных когерентных сигналов (рис. 4.1.3, 4.1.4) при одинаковой длительности радиоимпульсов. Разрешающая способность по дальности (по отношению к близко расположенным целям) для них одинакова. Пачечные сигналы обладают, однако, более высокой разрешающей способностью по частоте (скорости). В силу периодического характера тел рассогласования пачечных сигналов проявляется зато неоднозначность измерения времени запаздывания и частоты. Ослабление неоднозначности по одному из параметров, достигаемое за счет выбора периода T , ведет к усилению неоднозначности по другому.

Если $T > 2\Delta r_{\max}/c$, где Δr_{\max} — диапазон наблюдаемых дальностей целей и других отражающих объектов (при наибольших значениях их эффективных поверхностей), можно говорить о системах с однозначным измерением дальности. Они не обеспечивают обычно однозначного измерения радиальных скоростей, воздушных целей в частности.

Если $1/T > 2\Delta v_{r\max}/\lambda_0$, где $\Delta v_{r\max}$ — диапазон радиальных скоростей отражающих объектов, можно говорить о системах с однозначным измерением скорости. Для этих систем требуется высокая частота следования импульсов (десятки — сотни килогерц), что исключает обычно однозначное измерение дальности. Последовательности импульсов с высокой частотой следования $1/T$ имеют малую скважность. Их излучение называют квазинепрерывным.

4.1.3.6. Для вскрытия истинной дальности при квазинепрерывном излучении используют:

изменение периода посылок T ;
улучшение селекции по угловым координатам;
получение априорной информации о целях, от других РЛС в частности.

Возможность использования одной и той же антенны для передачи и приема является достоинством квазинепрерывного излучения по сравнению с непрерывным. Высокое качество селекции по скорости в случае квазинепрерывного излучения обеспечивается при высоком качестве селекции по дальности в пределах зон однозначности. Объем тела рассогласования V_{p2} распределяется по пикам неоднозначности без заметного увеличения остатков между пиками, вдоль оси F в частности.

Недостаток квазинепрерывных сигналов — необходимость сложной и не всегда реализуемой процедуры устранения неоднозначности измерения дальности.

4.1.3.7. Известной противоположностью квазинепрерывным являются сигналы в виде когерентных пачек с малым числом радиоимпульсов $M=2$ (рис. 4.1.5, а) и $M=3$ (рис. 4.1.5, б), обеспечивающие обычно лучшую селекцию по дальности и

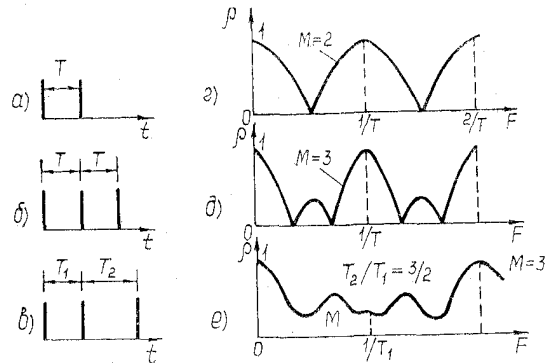


Рис. 4.1.5

худшую по скорости, чем квазинепрерывные сигналы. Сечение $F=0$ тела рассогласования (не показано) содержит всего тройку, пятерку, семерку треугольных пиков. Своёобразие его сечение $\tau=0$, определяющее возможности разрешения по частоте. Заменяя в этом случае приближенно в (176) значения $\rho_0(mT, F)$ при $m \geq 1$ нулями, а при $m=0$ ($F \ll 1/\tau_n$) — единицами, получим для $M=2$ и $M=3$ соответственно:

$$\rho(0, F) = |\sin 2\pi FT/2 \sin \pi FT| = |\cos \pi FT|,$$

$$\rho(0, F) = |\sin 3\pi FT/3 \sin \pi FT|.$$

Распределение $\rho(0, F)$ при $M=2$, в частности, соответствует (рис. 4.1.5, а) закону модуля косинуса. Пики по оси F заменяются максимумами, следующими с периодом по частоте, равным $1/T$.

Остановимся на сигнале (рис. 4.1.5, в) в виде когерентной пачки с неравными интервалами T_1, T_2 между радиоимпульсами при их числе $M=3$. Задавая значения $t_1=-T_1, t_2=0, t_3=T_2$, из (17а) в этом случае находим

$$\begin{aligned} \rho(0, F) &= \frac{1}{3} |1 + e^{-j2\pi FT_1} + e^{j2\pi FT_2}| = \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{(1 + \cos 2\pi FT_1 + \cos 2\pi FT_2)^2 + (-\sin 2\pi FT_1 + \sin 2\pi FT_2)^2} = \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{3 + 2 \cos 2\pi FT_1 + 2 \cos 2\pi FT_2 + 2 \cos 2\pi F(T_1 + T_2)}. \end{aligned}$$

При $T_1=T_2=T$ последнее выражение переходит в предыдущее для $M=3$ (рис. 4.1.5, б). При $T_1/T_2 = k/l$, где k и l — некрратные целые числа, максимумы кривой $\rho(0, F)$, равные единице, следуют с увеличенным периодом по частотной оси $k/T_1 = l/T_2$ (рис. 4.1.5, в)*.

4.1.4. Функции рассогласования частотно-модулированных сигналов. Частотно-модулированные радиоимпульсы являются наиболее простыми разновидностями широкополосных когерентных сигналов. Широкополосными (сложными) называют сигналы, ширина спектра Π_n которых значительно превышает величину $1/\tau_n$, обратную длительности импульса τ_n . Для этих сигналов произведение $\Pi_n \tau_n \gg 1$. Последнее открывает, как увидим, возможность существенного повышения разрешающей способности по дальности. Ее повышение для узкополосных сигналов ($\Pi_n \tau_n \approx 1$) обеспечивается, как известно, уменьшением длительности τ_n зондирующих радиоимпульсов. Поскольку пиковые мощности импульсов ограничены, это ведет к уменьшению излучаемой энергии и снижению дальности действия РЛС. Используя широкополосные сигналы, можно увеличивать энергетику и дальность действия РЛС, не ухудшая, а улучшая разрешающую способность по дальности.

4.1.4.1. Наиболее часто используют сигналы с линейной частотной модуляцией мгновенной частоты (рис. 4.1.6, а, б)

$$f = f(t) = f_0 + (t/\tau_n) \Delta f. \quad (4.1.18)$$

Здесь Δf — частотная девиация (рис. 4.1.6, в).

Линейному закону модуляции частоты $f = (1/2\pi) d\psi/dt$ сигналов соответствует квадратичный закон изменения их фазы

$$\psi(t) = 2\pi \int_{-\infty}^t f(\theta) d\theta = 2\pi f_0 t + b t^2 + \psi_0.$$

Здесь b — параметр фазовой модуляции сигнала,

$$b = \pi \Delta f / \tau_n = \pi n / \tau_n^2; \quad (4.1.19)$$

* Формирование характеристик $\rho(0, F)$ пачек неэквидистантных импульсов логично формированию характеристик направленности неэквидистантных решеток в антенной технике.

n — коэффициент широкополосности

$$n = \tau_n \Delta f; \quad (4.1.20)$$

ψ_0 — несущественное для сигналов со случайной начальной фазой ее значение, приравненное в дальнейшем нулю.

Комплексные амплитуды линейно-частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов описываются выражениями $U(t) = U_A(t) e^{jbt^2}$, где множитель $U_A(t)$ описывает закон их амплитудной модуляции.

Основными моделями ЛЧМ сигналов являются сигналы с прямоугольной (рис. 4.1.6, а)

$$U(t) = \begin{cases} e^{j(bt^2 + \psi_0)}, & |t| < \tau_n/2, \\ 0, & |t| > \tau_n/2 \end{cases} \quad (4.1.21)$$

и колокольной (рис. 4.1.6, б)

$$U(t) = e^{-\pi(t/\tau_n)^2} e^{j(bt^2 + \psi_0)}. \quad (4.1.22)$$

огнибающими.

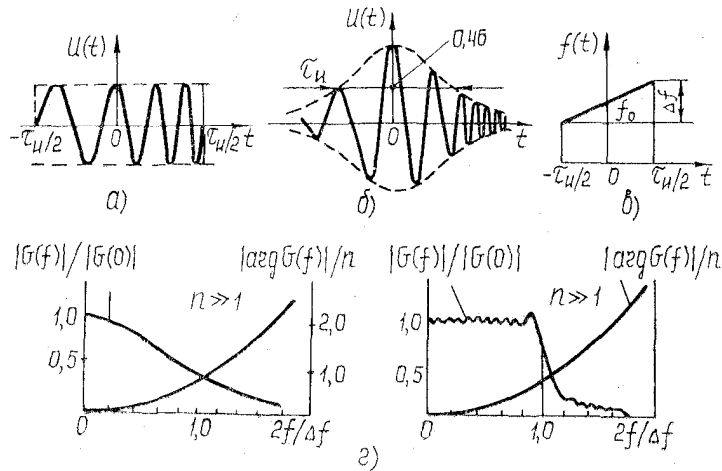


Рис. 4.1.6

4.1.4.2. В широкополосности рассматриваемых сигналов убедимся, рассчитывая частотные спектры $G(f)$ комплексных амплитуд этих сигналов:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) e^{-i2\pi ft} dt = |G(f)| e^{j \arg G(f)}. \quad (4.1.23)$$

Здесь $G(f)$ — амплитудно-частотный, а $\arg G(f)$ — фазочастотный спектр.

Амплитудно-частотный спектр колокольного ЛЧМ радиоимпульса описывается колоколообразной зависимостью (рис. 4.1.6, б)

$$|G(f)| = \frac{\tau_n}{\sqrt{1+n^2}} e^{-\pi f^2 / \Pi_n^2} \quad (4.1.24)$$

и имеет на уровне $e^{-\pi/4}$ полосу частот

$$\Pi_n = \sqrt{1+n^2} / \tau_n, \quad (4.1.25)$$

мало отличающуюся при больших n от частотной девиации $n/\tau_n = \Delta f$. Фазочастотный спектр этого сигнала существенно нелинейный

$$\arg G(f) = -\pi n(f/\Pi_n)^2 + \frac{1}{2} \arctg n \quad (4.1.26)$$

и при $n \gg 1$ описывается уравнением параболы.

Амплитудно-частотный спектр прямоугольного ЛЧМ радиоимпульса (рис. 4.1.6, а) выражается через интегралы Френеля, а при $n \gg 1$ грубо аппроксимируется прямоугольником шириной Δf . Фазочастотный спектр в этих пределах приближенно описывается выражением (26) параболического вида.

Независимо от используемой модели (21), (22), чем больше частотная девиация ($n \gg 1$), тем шире спектр сигнала $\Pi_n \approx \Delta f$.

4.1.4.3. Найдем нормированную функцию рассогласования прямоугольного ЛЧМ радиоимпульса. Учтем соображения о пределах интегрирования, рассмотренные при выводе (15).

Подставляя (21) в (6), при $|\tau| \leq \tau_n$ имеем

$$\rho(\tau, F) = \frac{1}{\tau_n} \int_{(\tau - |\tau| + \tau_n)/2}^{(\tau + |\tau| + \tau_n)/2} e^{i2(b\tau + \pi F)s} ds e^{-jb\tau^2}.$$

Повторяя интегрирование по s (14а) с заменой πF на $b\tau + \pi F$ используя (19—20) и учитывая единичное значение модуля сомножителя $e^{-jb\tau^2}$, находим выражение нормированной функции рассогласования прямоугольного ЛЧМ радиоимпульса

$$\rho(\tau, F) = \begin{cases} \left| \frac{\sin [\pi(n\tau/\tau_n + F\tau_n)(1 - |\tau|/\tau_n)]}{\pi(n\tau/\tau_n + F\tau_n)} \right|, & |\tau| \leq \tau_n, \\ 0, & |\tau| > \tau_n. \end{cases} \quad (4.1.27)$$

При $n=0$ оно переходит в (15).

Нормированная функция рассогласования колокольного ЛЧМ радиоимпульса находится путем подстановки (22) в (6):

$$\rho(\tau, F) = \exp \left[-\frac{\pi}{2} \left(\frac{1+n^2}{\tau_n^2} \tau^2 + 2n\tau F + \tau_n^2 F^2 \right) \right]. \quad (4.1.28)$$

При $n=0$ она переходит в (16).

Чтобы прийти к (28), следует провести замену переменных интегрирования (6) после подстановки (21): $2s\sqrt{\pi/\tau_n} = v$ в знаменателе (6), $[2s - \tau + j(F + b\tau/\pi)]\sqrt{\pi/\tau_n} = v$ в числителе. Интегралы числителя и знаменателя (6) после этого сокращаются.

4.1.4.4. Рассмотрим тела рассогласования прямоугольного и колокольного ЛЧМ радиоимпульсов и их сечения.

На рис. 4.1.7, а, б приведены вертикальные $F = \text{const}$ и

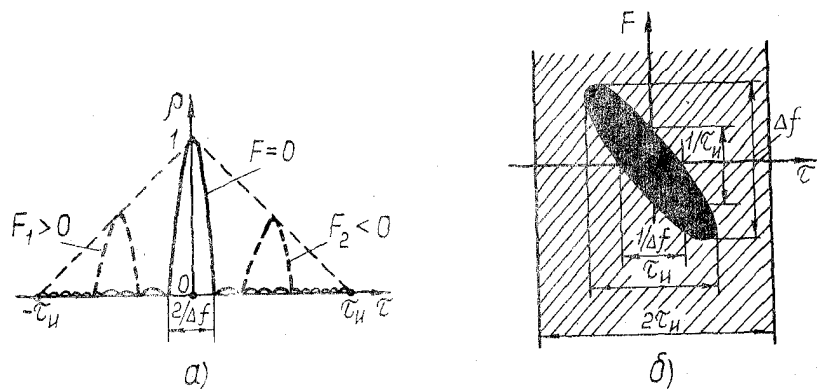


Рис. 4.1.7

горизонтальные $\rho = \text{const}$ сечения для прямоугольного радиоимпульса, а на рис. 4.1.8, а, б — аксонометрические изображения тел

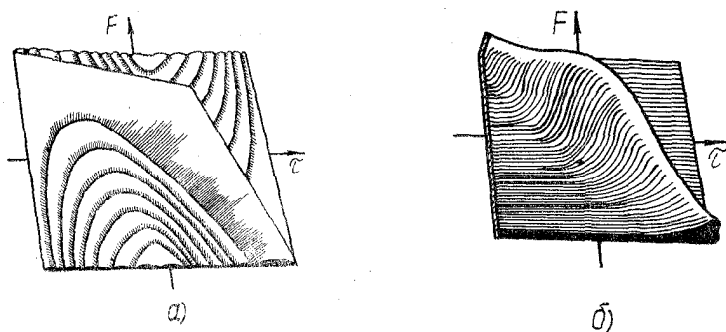


Рис. 4.1.8

рассогласования обоих указанных радиоимпульсов. В связи с частотной модуляцией сигналов тела рассогласования рис. 4.1.8

повернуты* и вытянуты (без изменения объема V_{p^2}) по отношению к соответствующим телам рассогласования рис. 4.1.3. Тела рис. 4.1.8 обладают поэтому только центральной симметрией $\rho(-\tau, -F) = \rho(\tau, F)$, а симметрией относительно плоскостей $\tau=0, F=0$ не обладают.

Поворот тел учитывает «растяжение» ЛЧМ зондирующих радиоимпульсов по отношению к «гладким» радиоимпульсам с той же полосой частот Π_n . При $n \gg 1$ он существенно сказывается на вертикальных сечениях $F = \text{const}$ и, в частности, на сечениях (рис. 4.1.7, а), соответствующих огибающим выходных напряжений согласованных фильтров при $F=0$ и $F \neq 0$. Эти огибающие при $n \gg 1$ значительно уже огибающих принимаемых радиоимпульсов той же длительности τ_n . Проходя согласованный фильтр, ЛЧМ радиоимпульсы ($n \gg 1$) сжимаются во времени в n раз (для колокольного радиоимпульса на любом уровне отсчета, для прямоугольного — на уровне 0,64).

4.1.4.5. Эффект сжатия широкополосных радиоимпульсов непосредственно вытекает из формулы напряжения на выходе согласованного фильтра (3.2.27а) и из поясняющего эту формулу рис. 3.2.14, б. Чем шире спектр, тем большее число независимых гармонических составляющих различных частот складываются при $t=t_0 + \alpha$ в фазе, тем уже пик радиоимпульса на выходе согласованного фильтра.

Форма сжатого радиоимпульса определяется в силу (3.2.27а) исключительно амплитудно-частотным спектром входного сигнала. Фазочастотный спектр в отсутствие рассогласования (доплеровского, в частности) компенсируется фазочастотной характеристикой фильтра и не влияет на форму выходного сигнала.

В силу принципа наложения (суперпозиции), справедливого для линейных систем, сжатые радиоимпульсы могут не перекрываться при перекрытии входных ЛЧМ (или фазоманипулированных) радиоимпульсов на входе фильтра. Этот эффект тем существеннее, чем больше n .

Разрешающая способность по времени запаздывания определяется, таким образом, не длительностью сигнала, а величиной, обратной ширине его амплитудно-частотного спектра.

Последнее относится не только к согласованной фильтрации, но и к любой другой согласованной обработке, в частности, к корреляционной обработке на основе многоканальных (рис. 3.2.11) корреляционных устройств.

Это непосредственно следует из четвертого свойства тел рассогласования $\rho(\tau, F)$. Сечения $F=0$ тел $\rho(\tau, F)$ определяются согласно указанному свойству фурье-преобразованиями квадрата амплитудно-частотного спектра сигнала.

На дополнительных примерах фильтровых и корреляционных устройств обработки, реализующих повышенную разрешающую

* Поворот по часовой стрелке (рис. 4.1.7, б) соответствует $df/dt > 0$, поворот против часовой стрелки $df/dt < 0$.

способность по времени запаздывания, на особенностях физических процессов в многочисленных разновидностях этих устройств останавливаться пока не будем. С ними познакомимся в разд. 4.2.

4.1.4.6. В случае *скругленного* амплитудно-частотного спектра (колокольный ЛЧМ сигнал) *уровень боковых лепестков* сжатого радиопульса рис. 4.1.8,а *значительно ниже*, чем в случае рис. 4.1.7,а, когда этот спектр близок к прямоугольному (*прямоугольный* ЛЧМ сигнал). Между тем, прямоугольная огибающая зондирующего сигнала *удобна для оптимизации радиопередающего устройства*. Излучая такой сигнал, часто идут поэтому на *скругление амплитудно-частотного спектра сигнала в приемнике* за счет видоизменения амплитудно-частотной характеристики тракта промежуточной частоты. Означая отступление от согласованной обработки, это ведет к некоторым энергетическим потерям и к растяжению сжатого импульса.

При корреляционной обработке могут подаваться *опорные ЛЧМ напряжения со скругленными огибающими*.

4.1.4.7. *Рассогласование ЛЧМ радиопульсов по частоте* (радиальной скорости) приводит в соответствии с рис. 4.1.7, 4.1.8 и формулами (27—28) к *временному смещению сжатых радиопульсов*

$$\tau = \pm \tau_n F / \Delta f, \quad (4.1.29)$$

пропорциональному рассогласованию по частоте F . Знак минус соответствует положительному наклону $df/dt > 0$ «пилы частотной модуляции» рис. 4.1.6,а, знак плюс — отрицательному наклону $df/dt < 0$. При одноимпульсном зондировании и неизвестном доплеровском рассогласовании $F = 2\Delta v_r / \lambda_0 (v_r = \text{const})$ возможна поэтому *систематическая ошибка измерения дальности*, пропорциональная рассогласованию по радиальной скорости Δv_r или же самой радиальной скорости v_r , если обработка строится в расчете на $v_r = 0$. Однако при не очень больших длительностях зондирующих радиопульсов $\tau_n \ll 1/|F|$ величина скоростной ошибки меньше длительности сжатого радиопульса и часто не имеет практического значения.

В общем случае, даже при $\tau_n \gg 1/|F|$, отсчет можно считать *безошибочным*, относя его к моменту *наблюдения, измененному* на известную, не зависящую от Δv_r величину

$$\left(\frac{c\tau}{2}\right) : \Delta v_r = \pm \frac{\tau_n F}{\Delta f \Delta v_r} = \pm \tau_n \frac{f_0}{\Delta f}, \quad (4.1.30)$$

т. е. считая его (в зависимости от знака df/dt) *прогнозом или ретроспективой*.

Возможно достаточно точное определение текущей дальности и радиальной скорости в ходе вторичной обработки принятых ЛЧМ радиопульсов, если наблюдения проводятся на интервале времени, превышающем $\tau_n f_0 / \Delta f$. Приращения запаздываний на таком интервале определяют с достаточной точностью значения v_r , а значит, и текущей дальности.

Текущая дальность может уточняться и быстрее при изменении параметра df/dt от импульса к импульсу.

4.1.4.8. Наряду с когерентными ЧМ сигналами в виде одиночных ЛЧМ радиопульсов могут использоваться *когерентные сигналы в виде вырезок* (рис. 4.1.9,а) и *пачек* (рис. 4.1.9,б) повторяющихся ЛЧМ радиопульсов. Функция $\rho(\tau, F)$ для сигнала рис. 4.1.9,б определяется выражением (17б), если в качестве функции $\rho_0(\tau, F)$ подставляется комплексное выражение функции рассогласования одиночного ЛЧМ радиопульса. Горизонтальные сечения $\rho = \text{const}$ тела рассогласования сигнала рис. 4.1.9,а представлено на рис. 4.1.9,в и свидетельствует о *возможности разрешения по радиальной скорости*. Аналогичные горизонтальные сечения для сигнала рис. 4.1.9,б представлены на рис. 4.1.9,г.

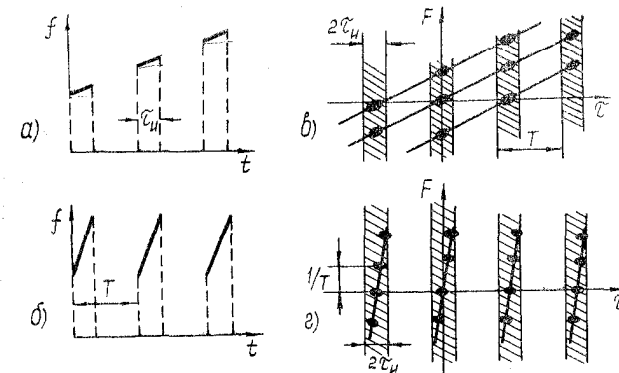


Рис. 4.1.9

4.1.4.9. Наряду с линейными законами частотной модуляции сигналов могут использоваться *нелинейные*: с плавно изменяющейся производной частоты (рис. 4.1.10), со ступенчатым законом ее изменения (рис. 4.1.11) и т. д.

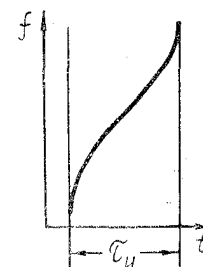


Рис. 4.1.10

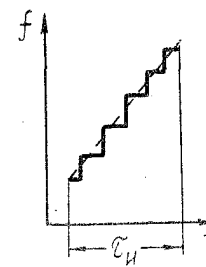


Рис. 4.1.11

Изменение производной частоты df/dt сигнала позволяет скруглять его амплитудно-частотный спектр, а значит подавлять боковые лепестки тела рассогласования $\rho(\tau, F)$ в плоскости $F = 0$. Абсолютное значение производной частоты $|df/dt|$ повышается

для этого на краях спектра сигнала. Абсолютные значения спектральных плотностей $|g(f)|$ на краях плавно понижаются при этом за счет постепенного повышения скорости пробега мгновенных частот. Описанный метод модуляции сигнала требует, однако, *повышенной стабильности частоты, закона ее изменения и параметров аппаратуры обработки*. Потери на неоптимальность обработки зато исключаются.

Ступенчатый закон изменения частоты сводит частотно-модулированный радиоимпульс к *частотно-манипулированному*. Точное воспроизведение сигнала и параметров аппаратуры обработки облегчается. Однако при малом числе дискретных частот возрастает уровень боковых лепестков тела рассогласования в плоскости $F=0$.

4.1.5. Функции рассогласования фазоманипулированных сигналов. Фазовая (фазо-кодовая) манипуляция используется как средство расширения амплитудно-частотного спектра радиоимпульсов большой длительности или непрерывных сигналов и *повышения* за счет этого разрешающей способности по времени запаздывания (дальности)*.

Фазоманипулированный сигнал в общем случае—совокупность сомкнутых парциальных радиоимпульсов $j=1, 2, \dots, n$, имеющих одинаковые мгновенную частоту колебаний f_0 и длительности τ_0 при ограниченном числе возможных сдвигов фаз $\varphi_q (q=0, 1, \dots, p-1)$ относительно опорного синусоидального колебания указанной частоты. Дискретизация возможных начальных фаз φ_q рассчитана на *повышение точности воспроизведения сигнала*. Структура сигнала определяется после этого только кодом в виде цифровой последовательности $q_j (j=1, 2, \dots, n)$, элементы которой принадлежат к p -ричной системе счисления.

Начальные фазы чаще всего *равномерно* расположены на интервале от 0 до 2π , хотя для корректировки тел $\rho(\tau, F)$ переходят иногда к их *неравномерному* расположению.

При *равномерном расположении значения начальных фаз φ_q пропорциональны p -ричным цифрам q* :

$$\varphi_q = 2\pi q/p \quad (q=0, 1, \dots, p-1). \quad (4.1.31)$$

Для $p=2$ приходим к значениям 0, π , для $p=3$ —к значениям 0, $2\pi/3$, $4\pi/3$ и т. д.

Наиболее распространенными являются фазоманипулированные сигналы, составленные по *двоичным* ($p=2$) 0, π кодам: Баркера, М-кодам и т. д. Иногда используются *двоичные* 0, π коды $\varphi \neq \pi$ и *многофазные* коды $p>2$.

Независимо от выбора кодовой последовательности (баркеровской табл.4.1 или М-последовательности стр. 223) значения q_j элементов кода используются в передатчике для формирования начальных фаз φ элементов зондирующего сигнала соответственно выбранной связи φ и q .

* См. стр. 25.

4.1.5.1. К баркеровским относят *двоичные* 0, π коды, для которых *уровень боковых лепестков* (боковых пиков) тела $\rho(\tau, F)$ в сечении $F=0$ при 0, π манипуляции *составляет* $1/n$. Такие коды подобраны для $n \leq 13$.

Для $n=7$, например, баркеровский код описывается цифровой последовательностью 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, так что $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=\varphi_6=0$, $\varphi_4=\varphi_5=\varphi_7=\pi$. Пример согласованной фильтрации построенного по этому коду фазоманипулированного радиоимпульса приводился на рис. 3.2.16.

Сводка известных баркеровских кодовых последовательностей приведена в табл. 4.1. Уровень боковых лепестков в сечении $F=0$ составляет $1/n$ по напряжению, что соответствует уровню $1/n^2$ по мощности или в децибелах — $20 \lg n$. При $n=13$ уровень боковых лепестков составляет — 22 дБ. В сечениях $F \neq 0$ тела $\rho(\tau, F)$ содержат большие боковые пики — примерно до (0,4 . . . 0,5) для $n=(11 \dots 13)$. Баркеровские коды используют для радиоимпульсов не очень большой длительности, структура которых за счет эффекта Доплера еще не искажается.

Таблица 4.1

n	$q_j (j=1, \dots, n)$
3	0, 0, 1
4	0, 0, 1, 0
5	0, 0, 0, 1, 0
7	0, 0, 0, 1, 1, 0, 1
11	0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1
13	0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0

4.1.5.2. М-кодами называют коды, описываемые *линейными рекуррентными цифровыми последовательностями* (ЛРЦП) *максимальной длительности*, что разъясним подробнее.

Цифровую последовательность называют *рекуррентной*, если любой ее $(m+1)$ -й элемент в виде p -ричной цифры однозначно выражается по некоторому правилу *через m предыдущих элементов*.

Рекуррентную последовательность называют *линейной*, если правило ее построения включает одни только *линейные операции: сложения и умножения* на коэффициенты p -ричных цифр *по модулю p* .

Сложение и умножение p -ричных цифр *по модулю* дает только p -ричные *цифры* (кратное p целое число вычитается). При сложении и умножении десятичных цифр 6 и 8 по модулю 10 соответственно получают десятичные цифры 4 и 8. При сложении и умножении двоичных цифр 1 и 1 по модулю 2 получают двоичные цифры 0 и 1. Модульный характер операций отмечают постановкой справа (mod p). Получаемые в результате соотношения называют *равнениями по модулю*.

Линейной рекуррентной цифровой последовательностью называют последовательность p -ричных цифр q_j , *рекуррентно* ($j=m+1, m+2, \dots$) *задаваемую линейным сравнением по модулю*

$$q_j = k_1 q_{j-1} + k_2 q_{j-2} + \dots + k_m q_{j-m} \pmod{p}. \quad (4.1.32)$$

Элементы последовательности (32) могут выдаваться устройством рис. 4.1.12 в виде линии задержки с m отводами, к которым подключены умножители и сумматор (все «по модулю p »);

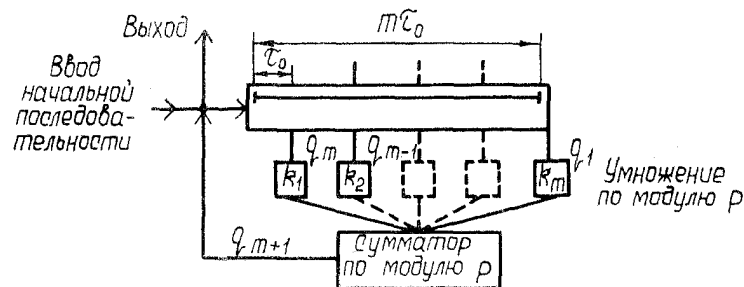


Рис. 4.1.12

линия может быть заменена цифровым регистром со сдвигом. При $p=2$ умножение на k_i сводится к неподключению или подключению i -го отвода к сумматору.

Пусть на вход линии (регистра) подаются видеопульсы с кратными p -ричными цифрам амплитудами или же сами эти цифры. Когда цифры q_{j-m}, \dots, q_{j-1} «войдут» в линию (регистр), на выходе сумматора образуется цифра q_j . Подсоединив этот выход к входу линии, получим последовательно цифры q_{j+1}, q_{j+2} и т. д. Индексы цифр q на рис. 4.1.12 соответствуют моменту времени, когда $j=m+1$.

Поскольку число цифр и отводов схемы рис. 4.1.12 ограничено, наблюдается повторяемость элементов формируемой последовательности q_j : как только комбинация из m смежных цифр повторится на входе линии, повторится в силу (32) $(m+1)$ -я цифра, затем $(m+2)$ -я и т. д. Последовательность q_j имеет поэтому некоторый период, больший или меньший.

Максимальный период последовательности l определяется наибольшим числом ненулевых комбинаций p -ричных цифр на m позициях памяти линии (регистра). Ненулевыми считаются все комбинации, не состоящие из одних нулей (что вело бы к формированию одних нулей на выходе сумматора). Число возможных значений цифр на одной позиции составляет p . Число возможных комбинаций из них на m позициях составит p^m . Исключая отсюда чисто нулевую комбинацию, находим

$$l = p^m - 1.$$

Цифровые p -ричные последовательности с памятью m , имеющие максимальный период l , называют M -последовательностями. Реализацию максимального периода l обеспечивают, например, перебирая возможные комбинации m коэффициентов k_1, k_2, \dots, k_m сравнения (32). Среди них отбирается некоторое число x комбинаций, приводящих к M -последовательностям.

Число x выражается наиболее просто, когда число l простое: $x = (l-1)/m$. Если же число l сводится к произведению некоторого числа s целых степеней от простых чисел $a_1^{\lambda_1} a_2^{\lambda_2} \dots a_s^{\lambda_s}$, то $x = \psi(l)/m$ выражается через функцию Эйлера

$$\psi(l) = l(1-1/a_1)(1-1/a_2) \dots (1-1/a_s).$$

Значения максимального периода l и числа x различающихся двоичных M -последовательностей при числе элементов регистра (памяти) $m \leq 10$ сведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023
x	1	1	2	2	6	6	18	16	48	60

К числу $x=6$ комбинаций двоичных коэффициентов k_i при $m=5$ относится, например, комбинация 10111 (что означает двоичное суммирование пяти предшествующих цифр без четвертой). Начальная последовательность цифр q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 может быть произвольной ненулевой последовательностью: все возможные комбинации этих цифр все равно перебираются в периодах M -последовательности. Выбрав в качестве начальной комбинацию единиц, из (32) рекуррентно получим:

$$q_6 = 1.1 + 0.1 + 1.1 + 1.1 + 1.1 = 0 \pmod{2},$$

$$q_7 = 1.0 + 0.1 + 1.1 + 1.1 + 1.1 = 1 \pmod{2},$$

$$q_8 = 1.1 + 0.0 + 1.1 + 1.1 + 1.1 = 0 \pmod{2},$$

.....

Вся M -последовательность приобретет вид (1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0) 1 1 1 1 1 0 1...; скобками выделен 31-элементный период. Число нулей в каждом периоде на единицу меньше числа единиц, что является общей особенностью двоичных M -последовательностей.

Ни одна из комбинаций m цифр не повторяется на протяжении периода M -последовательности, иначе повторялись бы и следующие цифры. Считая неповторяемость признаком хаотичности, M -последовательности называют иногда псевдохаотическими последовательностями, а их отдельные периоды используют для псевдохаотической фазовой манипуляции импульсных сигналов.

При фазовой манипуляции непрерывных сигналов существенную роль приобретает периодичность M -последовательностей, являющаяся своеобразной противоположностью их внутрипериодной хаотичности.

4.1.5.3. Обсудим возможности приближения тела рассогласования фазоманипулированного импульсного сигнала к игольчатому (рис. 4.1.13). Такая структура тела требует увеличения числа ка-

иалов обработки в режиме обнаружения и часто для него не оправдана. Она интереснее для режима сопровождения, обеспечивая при $n = P_n \tau_n \gg 1$ высокую разрешающую способность по времени

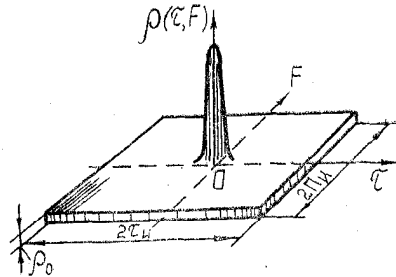


Рис. 4.1.13

запаздывания $1/P_n$ (дальности) и частоте $1/\tau_n$ (радиальной скорости). Часть объема V_p , относящаяся к пику, оценивается величиной $(1/P_n) \times (1/\tau_n) = 1/n$. Остальная часть объема $1 - 1/n$ разбрасывается по большой площади $2\tau_n \cdot 2F_n$, чтобы уровень ρ_0^2 на этой площади был мал. Для идеализированного равномерного распределения ρ_0^2 имеем

$$\rho_0^2 \cdot 4P_n \tau_n \approx 1 - 1/n \approx 1 \quad \text{и} \quad \rho_0 \approx 1/2\sqrt{n}.$$

Итак, для снижения уровня ρ вне пика сигнал должен быть широкополосным и протяженным ($n \gg 1$). Рассогласования τ , F вне области узкого пика должны независимо разрушать имеющуюся корреляцию ожидаемых и принимаемых значений сигнала, чтобы равномернее «разбросать» объем $1 - 1/n$ по площади. Разрушенная из-за расстройки по τ корреляция не должна восстанавливаться где-либо при расстройках по F , как это имеет место для достаточно регулярных сигналов: ЛЧМ и когерентных пачек импульсов. Нужна определенная хаотичность закона модуляции (манипуляции). Это и обеспечивается при фазовой манипуляции импульсного сигнала периодом M -последовательности с большим числом элементов $l \approx n$, наиболее простой двоичной M -последовательности, в частности.

Заметим, что использование шумоподобных сигналов с очень большим числом элементов $l \approx n$, как и других достаточно сложных сигналов, затрудняет разведку излучений РЛС, а значит и наведение на них снарядов [19].

Реальное тело $\rho(\tau, F)$ шумоподобного сигнала, включая область боковых лепестков, имеет в сечении $F=0$ ограниченную протяженность $2\tau_n = 2l\tau_0$. В сечении $\tau=0$ тело по-прежнему не ограничено, но протяженность его основной части определяется полосою частот парциального импульсного сигнала $P_n = 1/\tau_0$. Основной лепесток (пик) тела рассогласования в сечении $F=0$ имеет треугольную форму, его ширина по уровню 0,5 равна τ_0 . В сечении $\tau=0$ форма пика описывается выражением $|\sin x/x|$, его ширина

по уровню 0,64 составляет $1/\tau_n = 1/l\tau_0$. Распределение боковых пиков по плоскости τ , F оказывается в целом неравномерным.

Среди всех кодированных M -последовательностями сигналов можно выбрать сигналы с минимальным значением максимума боковых пиков (минимаксные сигналы). Максимумы пиков для этих сигналов имеют величину порядка $1/\sqrt{l} \approx 1/\sqrt{n}$, медленно снижаясь с увеличением $l \approx n$.

4.1.5.4. Перейдем к фазовой манипуляции протяженных, а в пределе непрерывных сигналов по закону M -последовательностей*.

Когда входящее в (176) число периодов M устремляется к бесконечности, искомое тело $\rho(\tau, F)$ сводится в основной своей части к набору разнесенных на $1/T = 1/l\tau_0$ плоских элементов со стремящимися к нулю протяженностями $1/MT$ по оси F , как это показано для манипуляции 0, π на рис. 4.1.14. Подобная структура

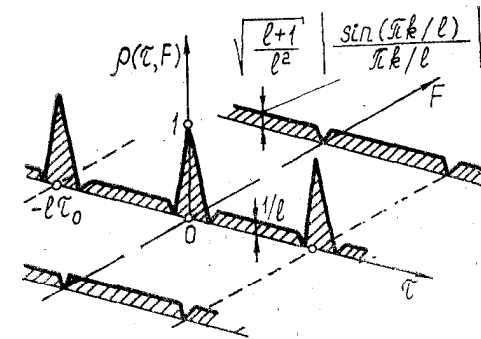


Рис. 4.1.14. Показаны только нулевой и ненулевые $\pm k$ -е элементы

тела $\rho(\tau, F)$ согласуется со свойством 3 тел рассогласования (разд. 4.1.2), в соответствии с которым разрешающая способность по частоте (радиальной скорости) повышается с увеличением длительности когерентного сигнала.

За счет уменьшения периода манипуляции $T = l\tau_0$ непрерывного или многопериодного сигнала можно реализовать, как и при квазинепрерывном излучении, однозначное разрешение по радиальной скорости в пределах частотных интервалов $1/l\tau_0$ при произвольном τ .

4.1.5.5. Качество разрешения по дальности целей, имеющих одинаковую радиальную скорость v_r , определяется при сопровождении сечением $F=0$ тела $\rho(\tau, F)$, характеризующим зависимость от времени огибающей нормированного выходного напряжения согласованного с сигналом фильтра.

* К функциям и телам рассогласования этих сигналов можно прийти, используя приведенную ранее для сходного случая формулу (176). Входящее в нее выражение $\rho_0(\tau, F)$ следует лишь заменить комплексным выражением функции рассогласования для одного периода M -последовательности длительностью $T = l\tau_0$.

Эту зависимость обсудим на примере согласованной фильтрации. Зададимся M -последовательностью с параметрами $m=3, l=7, k_1=k_3=1, k_2=0$, имеющей вид ... (0111010) 01110 ... Пример (рис. 4.1.15) отнесем к двоичной 0, π манипуляции непрерывного сигнала, двоичная 0, π манипуляция по отношению к которой является частным случаем.

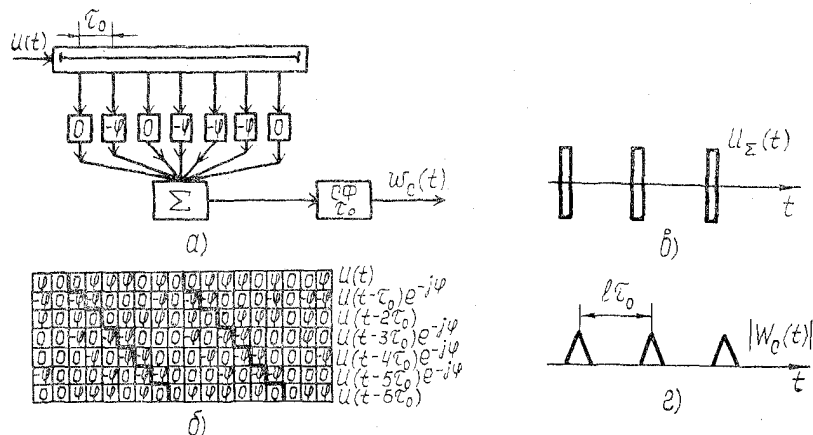


Рис. 4.1.15

Отказываясь от противофазности манипуляции, уровень боковых лепестков сечения $F=0$ можно снизить, в принципе, до нуля (рис. 4.1.15, в, г). Для этого (см. ниже (33)) выбирают

$$\varphi = \pi - \arccos \frac{l-1}{l+1}.$$

Для l , равных 7, 15, 31, значения φ составят $139^\circ, 151^\circ, 160^\circ$.

В соответствии с принятыми предположениями последовательность начальных фаз манипулированного колебания приобретает вид ... (0 φ φ 0 φ 0) 0 φ φ 0 ... Согласованный с манипулированным колебанием фильтр имеет в силу формулы (3.2.276) зеркальную сопряженную комплексную амплитуду импульсной характеристики 0 φ φ 0 φ 0 φ 0 φ 0. Такая характеристика реализуется линией задержки с отводами (в которые включены фазовращатели) и общим сумматором. Когда на вход фильтра воздействует непрерывное фазоманипулированное колебание, снимаемые с отводов задержанные колебания также суммируются. Суммирование поясним, ограничиваясь элементами фильтра для периода импульсной характеристики (рис. 4.1.15, а). Обработка рис. 4.1.15, б относится к непрерывному фазоманипулированному колебанию. В максимуме все $l=7$ подаваемых на сумматор задержанных и сдвинутых по фазе колебаний налагаются в фазе. Вне максимумов из общего их числа $l=7$ несколько меньше половины, а именно $(l-1)/2=3$ колебаний, имеют нулевые начальные фазы. Несколько более половины, а именно $(l+1)/2=4$ колебаний имеют ненулевые начальные фазы, в частности по $(l+1)/4=2$ колебаний — начальные фазы φ и $-\varphi$. Относительный уровень напряжения сигнала вне максимумов составляет, таким образом, для одного периода импульсной характеристики

$$\frac{1}{l} \left| \frac{l-1}{2} e^{j\varphi} + \frac{l+1}{4} (e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}) \right| = \left| \frac{l-1}{2l} + \frac{l+1}{2l} \cos \varphi \right|. \quad (4.1.33)$$

Учет остальных периодов импульсной характеристики не меняет найденного уровня боковых лепестков: во сколько раз возрастут при этом боковые лепестки (пики) выходного напряжения, во столько же раз возрастет и основной его лепесток (пик). Не меняет относительного уровня, как и на рис. 3.2.16, согласованная фильтрация парциальных элементов фазоманипулированного сигнала, придающая им треугольную (ромбовидную) форму.

Относительный уровень боковых лепестков сечения $F=0$ тела рассогласования при противофазной манипуляции $\varphi = \pi$ составляет

$$\left| \frac{l-1}{2l} - \frac{l+1}{2l} \right| = \frac{1}{l}.$$

При $l \gg 1$ данный уровень намного ниже уровня $\approx 1/\sqrt{l}$ в сечениях $F = k/l$ ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$); тем не менее, и его желательно понизить, подбирая φ , обращающее (33) в нуль.

4.1.5.6. Остановимся на возможности многофазной фазовой манипуляции ($p > 2$). Она используется, в частности, для дискретного приближения параболической зависимости изменения фазы кусочно-линейной (рис. 4.1.16), а последней — ступенчатой, с равноотстоящими дискретными значениями фазы для каждого линейного звена (не показана). Несмотря на дискретизацию начальных фаз сигналов, их тела рассогласования близки к телам рассогласования ЛЧМ радиоимпульсов и имеют, при надлежащем подборе параметров, низкий уровень боковых лепестков.

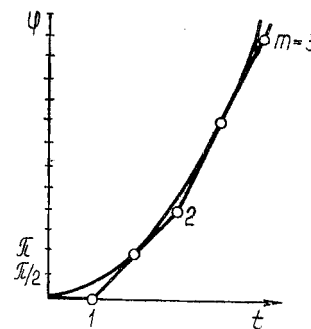


Рис. 4.1.16

4.1.6. Угло-поляризационные функции рассогласования. Структура угло-поляризационной функции рассогласования когерентных сигналов определяется в соответствии с (5) зависимостью составляющих вектора $\mathbf{X}(\alpha)$ от параметров α , а значит структурой антенно-приемного устройства.

4.1.6.1. В качестве простого примера антенно-приемного устройства рассмотрим M -элементную линейную антенную решетку с шагом d и равномерным амплитудным распределением коэффициентов передачи напряжений на сумматор. За счет подбора сдвигов фаз эта решетка согласуется с плоской волной, падающей под углом ϑ к нормали (рис. 4.1.17). Ожидаемое распределение комп-

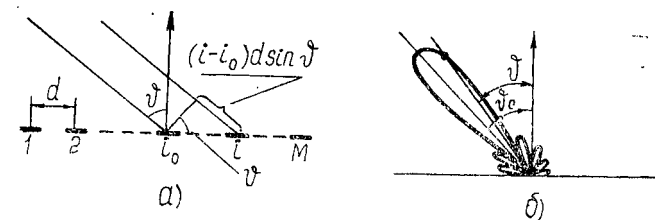


Рис. 4.1.17

лексных амплитуд напряжений каналов приема в дальней зоне антенны без учета движения относительно нее цели

$$X_i(\vartheta) = e^{-j2\pi(i - i_0)d \sin \vartheta / \lambda} \quad (i = 1, 2, \dots, i_0, \dots, M). \quad (4.1.34)$$

Если же волна (согласованной поляризации) приходит в действительности под углом ϑ_c к нормали, то выражения $X_i(\vartheta_c)$ подсчитывают по формуле (34) после замены ϑ на ϑ_c .

Подставляя оба варианта выражений (34) в (5) и суммируя члены геометрической прогрессии

$$\exp[-j2\pi(i - i_0)d(\sin \vartheta_c - \sin \vartheta)/\lambda], \quad i = 1, 2, \dots, M,$$

находим нормированную угловую функцию рассогласования

$$\rho(\vartheta_c, \vartheta) = \left| \frac{\sin[\pi M d(\sin \vartheta_c - \sin \vartheta)/\lambda]}{M \sin[\pi d(\sin \vartheta_c - \sin \vartheta)/\lambda]} \right|. \quad (4.1.35)$$

Ее выражение (35) совпадает с выражением нормированной характеристики направленности рассматриваемой решетки в функции угла прихода волны ϑ_c при условии, что решетка согласована для угла прихода ϑ , т. е. значение характеристики направленности для этого угла максимально.

4.1.6.2. Фиксируя длину раскрытия $l = Md$ и устремляя M к бесконечности, найдем функцию рассогласования непрерывной линейной антенны

$$\rho(\vartheta_c, \vartheta) = |\sin[\pi l (\sin \vartheta_c - \sin \vartheta)/\lambda] / [\pi l (\sin \vartheta_c - \sin \vartheta)/\lambda]|.$$

Иногда говорят, что она описывает корреляцию непрерывных гармонических распределений вдоль антенны с пространственными частотами $\sin \vartheta_c/\lambda$ и $\sin \vartheta/\lambda$.

4.1.6.3. Переходя к двумерной прямоугольной непрерывной антенне со сторонами a , b и вводя сферические координаты ϑ_1, ϑ_2 , можно аналогично получить нормированную функцию рассогласования

$$\rho(\vartheta_{1c}, \vartheta_{2c}, \vartheta_1, \vartheta_2) = \left| \frac{\sin(\pi a u/\lambda) \sin(\pi b v/\lambda)}{\pi a u/\lambda \pi b v/\lambda} \right|, \quad (4.1.36)$$

где

$$u = \cos \vartheta_{1c} \sin \vartheta_{2c} - \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2,$$

$$v = \sin \vartheta_{1c} \sin \vartheta_{2c} - \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2.$$

Функция (36) соответствует двумерной характеристике направленности в зависимости от углов прихода волны $\vartheta_{1c}, \vartheta_{2c}$ и углов ϑ_1, ϑ_2 , характеризующих направление ее максимума.

4.1.6.4. Для когерентного поляризованного сигнала с точностью до множителя можно считать $X_1=1$, $X_2=\gamma$. Здесь, в соответствии с разделом 2.1, γ — некоторое число, в общем случае — комплексное. При вещественном γ приходим к линейной, при $\gamma = \pm j$ — к круговой поляризации.

В силу (5) нормированная функция рассогласования по поляризации

$$\rho(\gamma_c, \gamma) = |1 + \gamma \gamma^*| / \sqrt{(1 + |\gamma_c|^2)(1 + |\gamma|^2)}. \quad (4.1.37)$$

Например, при рассогласовании двух линейно-поляризованных колебаний (рис. 2.2.2, а) значения $\gamma_c = \operatorname{tg} \vartheta_c$, $\gamma = \operatorname{tg} \vartheta$ и $\rho = |\cos(\vartheta_c - \vartheta)|$.

При рассогласовании круго-поляризованного колебания ($\gamma_c = \pm j$) с произвольным линейно-поляризованным колебанием ($\gamma = \operatorname{tg} \vartheta$) значение $\rho = 1/\sqrt{2}$.

4.1.6.5. В более общем случае, когда угловая и поляризационная обработки между собой не разделяются, нормированная угло-поляризационная функ-

ция рассогласования также находится по формуле (5). Если же эти виды обработки не разделяются с время-частотной обработкой, приходится обращаться к наиболее общим формулам (1—2).

4.1.7. Методы разрешения сигналов. Методы разрешения обсудим на примере разрешения при обнаружении сигналов, иначе разрешения — обнаружения. Ряд выявленных закономерностей окажется применимым, тем не менее, и к обнаружению — измерению.

Различают методы согласованного и рассогласованного, в частности оптимального, разрешения.

Согласованное разрешение реализуется при обработке, оптимизируемой для фона некоррелированной стационарной помехи с известными статистическими параметрами, а значит, без учета каких-либо других сигналов, кроме ожидаемого. Повышение качества разрешения при такой согласованной обработке обеспечивается лишь за счет выбора структуры сигнала, его время-частотной и пространственно-поляризационной структуры, в частности.

В присутствии интенсивных мешающих сигналов подобная оптимизация оказывается в ряде случаев недостаточной. Для лучшего подавления мешающих сигналов приходится учитывать их особенности, а значит отступать от согласованной обработки.

Рассогласование может быть неадаптивным и адаптивным. Неадаптивное рассогласование рассчитывается на заранее известную или типичную ситуацию. В качестве типичной можно ввести, например, ситуацию разрешения по параметру последовательности целей, интервалы между которыми несколько меньше меры разрешающей способности по этому параметру. Адаптивное рассогласование приспособливает обработку к неизвестной заранее конкретной ситуации разрешения. Адаптацию, тесно связанную с вопросами измерения, обсудим несколько позднее.

Опираясь на рассмотренную теорию функций и тел рассогласования, обсудим пока принципиальные особенности неадаптивного разрешения: согласованного и оптимального. Даже вводя определенные упрощения, придется переходить от одноцелевой ситуации обнаружения к многоцелевым ситуациям разрешения — обнаружения. Последние упрощаются, если поочередно один из сигналов считается полезным, остальные — мешающими, причем со случайными амплитудами и начальными фазами. Многоцелевые ситуации заменяются тем самым совокупностями одноцелевых.

К ситуациям разрешения условимся относить также близкие к ним ситуации обнаружения полезных сигналов на фоне мешающих типа стационарного шума, отличающихся от полезных направлениями прихода, поляризациями и т. д.

4.1.8. Согласованное разрешение. Обсудим особенности согласованного разрешения вначале на фоне одного мешающего сигнала. Это позволит выявить ограничения введенных ранее мер разрешающей способности по времени запаздывания, частоте, направлению прихода сигналов. Для углового разрешения рассмотрим особенности его применительно к синтезированным раскрытам ан-

тени, образованным за счет относительного перемещения этих антенн и объектов наблюдения. Выявим, наконец, влияние числа, интенсивности и характера налагающихся сигналов на результат согласованного разрешения.

4.1.8.1. Пусть когерентный полезный сигнал с параметром α_0 подвергается согласованной обработке. Он наблюдается на фоне не только стационарного белого шума, но и аналогичного полезному — мешающего сигнала $b_1 X(t, \alpha_1) e^{j\beta_1}$ с неслучайным параметром α_1 и случайными релеевской амплитудой b_1 и равновероятной начальной фазой β_1 . Наличие мешающего сигнала не сказывается на прохождении полезного через согласованные с ним линейные элементы, коррелятор или фильтр в частности. Снижение параметра обнаружения определяется увеличением дисперсии суммарной помехи под действием мешающего сигнала

$$\frac{q^2}{q_0^2} = \frac{1}{1 + H_1 \rho^2(\alpha_1, \alpha_0)}. \quad (4.1.38)$$

Здесь $H_1 = q^2/2$ — отношение средних мощностей пика мешающего сигнала и шума на выходе согласованного с этим сигналом фильтра при $b_1^2 = 1$; q_0 — значение параметра обнаружения полезного сигнала в отсутствие мешающего; $\rho(\alpha_1, \alpha_0)$ — значение функции рассогласования. Знаменатель (38) характеризует относительное увеличение дисперсии помехи в момент наблюдения при параметре ожидаемого сигнала α_0 , когда на входной шум налагается мешающий сигнал с параметром α_1 . Величину отношения (38) назовем коэффициентом использования энергии полезного сигнала в присутствии мешающего для согласованного разрешения. При снижении величины этого коэффициента (как и КПД) требуется дополнительный расход энергии.

Примем, что сигнал с параметром α_0 разрешается на фоне сигнала с параметром α_1 , если вычисленная по формуле (38) величина q^2 превосходит выбранное (по заданным значениям условий вероятностей D и F) пороговое значение.

При равных и достаточно больших энергиях разрешаемых сигналов ($q_0^2 = q_1^2 = 2H_1 \gg 1$) величина $q^2 \approx 2/\rho^2$. Принимая (с учетом некогерентного накопления) пороговое значение q^2 равным 8, приходим к условию взаимного согласованного разрешения сигналов с одинаковой средней энергией

$$\rho = \rho(\alpha_1, \alpha_0) \leq 0,5. \quad (4.1.39)$$

Это приводит к упоминавшимся ранее мерам разрешающей способности, определяемым протяженностями основных лепестков функций и тел рассогласования когерентных сигналов на уровнях, близких к 0,5.

Мера разрешающей способности по времени запаздывания (дальности) определяется величиной, обратной ширине спектра частот сигнала.

Мера разрешающей способности по частоте (радиальной скорости) определяется величиной, обратной общей длительности сигнала.

Мера угловой разрешающей способности в радианах определяется обратной величиной от числа длин волн, содержащихся в проекции размера антенны на плоскость, перпендикулярную направлению прихода сигналов.

Угловая разрешающая способность несколько повышается, если наряду с угловыми различиями при согласованном приеме проявляются угловые различия при облучении (в случае единой прямо-передающей антенны примерно в $\sqrt{2}$ раз).

4.1.8.2. Возможности согласованного углового разрешения существенно повышаются, если имеется относительное перемещение радиолокатора и разрешаемых по углу объектов (что выше не предполагалось). Роль истинного раскрыва антенны в условиях когерентной обработки приобретает синтезированный раскрыв, образованный перемещением центра реальной антенны за время наблюдения.

Поясним особенности согласованного разрешения для радиолокаторов обзора земной поверхности с синтезированным раскрывом антенны, устанавливаемых на самолетах.

Истинная характеристика направленности антенны (рис. 4.1.18) отклонена в общем случае на угол $\alpha_0 \geq 0$ от линии пути. При длине раскрыва d вдоль линии пути с учетом работы на передачу и на прием ориентировочно ей можно приписать ширину

$$\Delta\alpha = \lambda_0/d\sqrt{2} \sin \alpha_0. \quad (4.1.40)$$

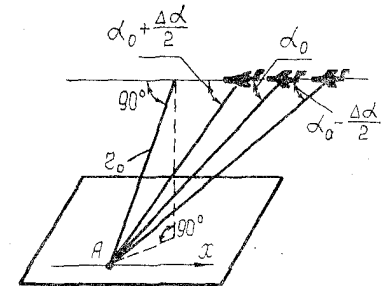


Рис. 4.1.18

От каждого элемента А земной поверхности при импульсном его зондировании принимается пачка отраженных радиопульсов. Длительность пачки T зависит от величины $\Delta\alpha$ и дальности r_0 элемента А от линии пути летательного аппарата

$$T = r_0 \left[\operatorname{ctg} \left(\alpha_0 + \frac{\Delta\alpha}{2} \right) - \operatorname{ctg} \left(\alpha_0 - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \right] / v.$$

Полагая $\Delta\alpha \ll 1$, используя первые два члена разложений котангенсов в ряды Тейлора, а также формулу (40), находим

$$T \approx \frac{r_0 \Delta\alpha}{v \sin^2 \alpha_0} \approx \frac{r_0 \lambda_0}{dv \sqrt{2} \sin^2 \alpha_0}. \quad (4.1.41)$$

За время наблюдения $-T/2 < t < T/2$, где $T \ll r_0/v$, радиальное расстояние r до элемента А изменяется по закону

$$r = \sqrt{r_0^2 + (r_0 \operatorname{ctg} \alpha_0 + vt)^2}.$$

Разлагая выражение r в ряд по степеням переменной vt , имеем

$$r \approx r_0 \operatorname{cosec} \alpha_0 + vt \cos \alpha_0 + v^2 t^2 \sin \alpha_0 / 2r_0. \quad (4.1.42)$$

Отсюда находятся радиальная скорость $v_r = dr/dt$ и доплеровская частота

$$F_d = \frac{2v_r}{\lambda_0} \approx \frac{2v}{\lambda_0} \cos \alpha_0 + \left(\frac{2v^2}{r_0 \lambda_0} \sin \alpha_0 \right) t.$$

Изменение частоты F_d по линейному закону за время T приводит к частотной модуляции с девиацией частоты

$$\Delta f \approx 2 v^2 T \sin \alpha_0 / r_0 \lambda_0,$$

которая обычно превышает величину $1/T$. Эта девиация определяет поэтому ширину спектра сигнала, а значит потенциальную временную разрешающую способность $1/\Delta f$ в режиме согласования при высоких когерентности радиолокатора и стабильности траектории полета.

Потенциальная линейная разрешающая способность вдоль линии пути определяется выражением

$$\Delta r = v(1/\Delta f) \approx \frac{\lambda_0}{2v T \sin \alpha_0} r_0. \quad (4.1.43)$$

Дробь в правой части равенства (43) можно считать мерой угловой разрешающей способности синтезированного раскрыва $vT \gg d$, образованного перемещением центра антенны за время наблюдения T . Коэффициент 2 в знаменателе (а не $\sqrt{2}$, как в (40)) определяется совместным (а не раздельным) учетом разностей фаз при приеме и передаче. Подставляя (41) в (43), находим

$$\Delta r \approx 0,7 d \sin^2 \alpha_0. \quad (4.1.44)$$

Найденная потенциальная разрешающая способность вдоль линии пути Δr повышается, таким образом, с уменьшением размера антенны d и синуса угла α_0 , что приводит к увеличению размера синтезированного раскрыва vT .

Потенциальная разрешающая способность поперек линии пути определяется, как обычно, полосой частот зондирующих радиопульсов, образующих когерентную пачку, что характерно для распространенных самолетных РЛС бокового ($\alpha_0 = 90^\circ$) и передне-бокового ($90^\circ > \alpha_0 > 0$) обзора. Если захватывается также сектор углов $\alpha_0 \approx 0$, то разрешающую способность поперек линии пути повышают, используя протяженные поперек самолета крыльевые антенны, что характерно для так называемых «голографических» РЛС [57].

4.1.8.3. Соотношение (39) характеризует возможности взаимного согласованного разрешения двух сигналов одинаковой интенсивности. Часто встречаются, однако, случаи, когда мешающий сигнал намного интенсивнее полезного, но действует по боковому лепестку функции рассогласования. Таких мешающих сигналов может быть несколько. Коэффициент использования энергии (при согласованном разрешении) в последнем случае

$$\frac{q^2}{q_0^2} = \frac{1}{1 + \sum_i H_i p^2(\alpha_i, \alpha_0)}, \quad (4.1.45)$$

где $H_i = q_i^2/2$ ($i=1,2,\dots$), q_i — параметры обнаружения мешающих сигналов. Чтобы обеспечить разрешение — обнаружение полезного сигнала, необходимо обеспечить малый уровень боковых лепестков функции рассогласования $p(\alpha_i, \alpha)$.

Формула (45), охватывающая предыдущую (38), распространяется на согласованное угловое разрешение на фоне шумовых (некогерентных) сигналов со спектральными плотностями мощности N_i . Значение H_i , определяющее относительное увеличение дисперсии внутреннего шума за счет воздействия i -го мешающего сигнала, при $p=1$ составляет в данном случае $H_i = N_i/N_0$.

4.1.9. Оптимальное разрешение. Оптимальное разрешение понимается здесь как оптимальное обнаружение полезного сигнала

на фоне шума и мешающих сигналов, учитываемых при синтезе обработки. Полезный сигнал $X(t, \alpha_0)$ считаем когерентным. Мгновенные значения мешающих сигналов полагаем распределенными по нормальному (гауссовскому) закону.

4.1.9.1. Пусть наряду с шумом действует всего один мешающий сигнал $b_1 X(t, \alpha_1) e^{j\beta_1}$. Последний отличается от полезного своей интенсивностью и значением параметра α_1 . Случайное распределение мгновенных значений сигнала по нормальному закону обеспечивается равновероятным распределением его начальной фазы β_1 в пределах от 0 до 2π и распределением по релеевскому закону амплитудного множителя b_1 , причем $M(b_1^2) = 1$.

И шум, и мешающий сигнал — независимые колебания. Корреляционная матрица их суммы сводится поэтому к сумме корреляционных матриц шума и сигнала. Ориентируемся на антенную решетку и на некоррелированные шумы в ее элементах. Корреляционную матрицу шумов задаем в виде $N_0 \mathbf{I} \delta(t-s)$. Корреляционная матрица мешающего сигнала имеет вид

$$M \left\{ \frac{1}{2} [b_1 X(t, \alpha_1) e^{j\beta_1}] [b_1 X(s, \alpha_1) e^{j\beta_1}]^* \right\} = \frac{1}{2} X(t, \alpha_1) X^*(s, \alpha_1).$$

Таким образом, корреляционная матрица суммарной помехи

$$\Phi(t, s) = N_0 \mathbf{I} \delta(t-s) + \frac{1}{2} X(t, \alpha_1) X^*(s, \alpha_1). \quad (4.1.46)$$

В соответствии с (46) можно синтезировать оптимальную обработку.

Подставим для этого (46) в интегрально-матричное уравнение весового вектора (3.3.16), в котором конкретизируем значение параметра полезного сигнала α_0 . После интегрирования по s для векторных функций времени t находим соотношение

$$\frac{N_0}{2} \mathbf{R}(t) + a_1 X(t, \alpha_1) = X(t, \alpha_0). \quad (4.1.47)$$

Полученный при интегрировании по s коэффициент a_1 от t не зависит, но выражается через искомую векторную функцию $\mathbf{R}(t)$:

$$a_1 = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} X^*(s, \alpha_1) \mathbf{R}(s) ds = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}^T(s) X^*(s, \alpha_1) ds = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}^T(t) X^*(t, \alpha_1) dt. \quad (4.1.48)$$

Величина $\mathbf{R}(t)$ исключается из (48) путем подстановки ее значения, определяемого (47). Это приводит к уравнению для a_1 :

$$a_1(1 + H_1) = \sqrt{H_0 H_1} p(\alpha_0, \alpha_1). \quad (4.1.49)$$

Здесь $H_0 = \mathcal{E}_0/N_0$, $H_1 = \mathcal{E}_1/N_1$ — энергетические параметры, где

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |X_k(t, \alpha_k)|^2 dt \quad (k=0,1)$$

— энергии полезного и мешающего сигналов, отличающиеся в общем случае между собой. Обе они рассчитываются при ориентации решетки на соответствующий источник. В свою очередь

$$\dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1) = \frac{1}{2V\partial_0\partial_1} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t, \alpha_0) \mathbf{X}_1^*(t, \alpha_1) dt$$

— нормированная комплексная функция рассогласования полезного и мешающего сигналов.

Определяя α_1 из (49), найдем из (47) выражение *вектора* $\mathbf{R}(t)$, оптимизирующее обработку с учетом мешающего сигнала,

$$\mathbf{R}(t) = \frac{2}{N_0} \left[\mathbf{X}(t, \alpha_0) - \frac{\sqrt{H_0 H_1}}{1 + H_1} \dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1) \mathbf{X}_1(t, \alpha_1) \right]. \quad (4.1.50)$$

Параметр обнаружения q^2 при такой обработке определяется из соотношения (3.3.15). Подставляя в него (50), заменяя $\mathbf{X}(t)$ на $\mathbf{X}(t, \alpha_0)$ и поделив на $q_0^2 = 2\partial_0/N_0$, найдем отношение параметра обнаружения к его значению в отсутствие мешающего сигнала

$$\frac{q^2}{q_0^2} = 1 - \frac{H_1}{1 + H_1} |\dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1)|^2. \quad (4.1.51)$$

Особенности синтезированного устройства обработки выявляются при воздействии на него сигнала (без помехи) с параметром α_c , не обязательно совпадающим с α_0 . Результат воздействия имеет вид

$$\psi(\alpha_c) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t, \alpha_c) \mathbf{R}^*(t) dt \right|,$$

где $\mathbf{R}(t)$ подставляется из (50). С точностью до коэффициента пропорциональности

$$\psi(\alpha_c) \propto \left| \dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_0) - \frac{H_1}{1 + H_1} \dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_1) \dot{\rho}(\alpha_1, \alpha_0) \right|. \quad (4.1.52)$$

4.1.9.2. Поясним оптимальную обработку для случая разрешения по угловой координате $\alpha = \theta$.

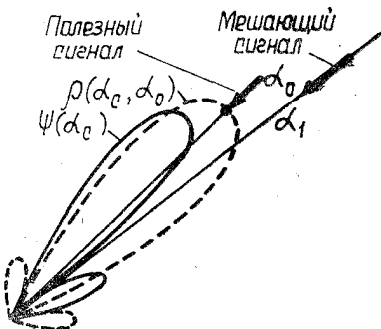


Рис. 4.1.19

Пусть ожидаемый полезный сигнал $\mathbf{X}(t, \alpha_0) = X(t)X(\alpha_0)$ (временная и пространственная обработки разделяются), α_0 — угловая координата ожидаемого источника полезного сигнала.

Левая часть равенства (52) $\psi(\alpha_c)$ описывает некоторую оптимальную характеристику направленности (сплошная линия рис. 4.1.19). Характеристика $\psi(\alpha_c)$ формируется согласно (52) в результате вычитания:

1) уменьшаемым является согласованная комплексная характеристика направленности $\dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_0)$ (штриховая линия $\dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_0)$ на рис. 4.1.19), ориентированная в направлении α_0 прихода ожидаемого полезного сигнала;

2) вычитаемым является взятая с некоторым весом аналогичная характеристика $\dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_1)$, ориентированная в направлении α_1 прихода мешающего сигнала (на рисунке не показана).

При $\alpha_c = \alpha_1$ упомянутое значение $\dot{\rho}(\alpha_c, \alpha_1) = \dot{\rho}(\alpha_1, \alpha_1) = 1$. Поэтому при большой интенсивности мешающего сигнала $H_1 \gg 1$ в направлении α_1 на его источник образуется провал, который можно считать нулевым $\psi(\alpha_1) \rightarrow 0$ при $H_1 \rightarrow \infty$. В силу (51) при $\alpha_c = \alpha_0$ обеспечивается конечное значение $q^2 = q_0^2 [1 - |\dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1)|^2]$ параметра обнаружения, тогда как для согласованной обработки значение q^2 (38) стремится к нулю при $H_1 \rightarrow \infty$. Так, при воздействии очень интенсивного мешающего сигнала по боковому лепестку согласованной характеристики направленности $|\dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1)| \ll 1$ может оказаться, что при оптимальном разрешении $q^2 \approx q_0^2$, а при согласованном $q^2 \ll q_0^2$.

4.1.9.3. Применительно к угловому разрешению проведенное рассмотрение обобщается на случай обнаружения полезного сигнала $\mathbf{X}(t, \alpha_0)$ на фоне приходящего с определенного направления α_1 некогерентного по времени мешающего сигнала в виде белого шума. Остаются по-прежнему в силе соотношения (51—52), рис. 4.1.19 и пояснения к нему, но H_1 выразится через спектральную плотность мешающего сигнала: $H_1 = N_1/N_0$.

Корреляционную матрицу помехи представим в виде наложения

$$\Phi(t, s) = [N_0 \delta(t-s) + N_1 \mathbf{X}(\alpha_1) \mathbf{X}_1^{*T}(\alpha_1)] \delta(t-s). \quad (4.1.53)$$

Здесь $\mathbf{X}_1(\alpha_1)$ — вектор распределения мешающих колебаний вдоль решетки, обеспечивающий единичное значение характеристики направленности $|\mathbf{X}_1(\alpha_1)|^2 = 1$ в направлении $\alpha = \alpha_1$;

N_1 — спектральная плотность мощности мешающих колебаний на выходе решетки при ориентации в направлении $\alpha = \alpha_1$.

Решение интегрального уравнения (3.3.16) для вектора \mathbf{R} ищем в виде произведения $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R} X(t)$. Уравнение для вектора \mathbf{R} сводится при этом к аналогичному (47) виду

$$\frac{N_0}{2} \mathbf{R} + \alpha_1 \mathbf{X}(\alpha_1) = \mathbf{X}(\alpha_0), \quad (4.1.54)$$

где коэффициент

$$\alpha_1 = N_1 \mathbf{X}^{*T}(\alpha_1) \mathbf{R} / 2 = N_1 \mathbf{R}^T \mathbf{X}^*(\alpha_1) / 2. \quad (4.1.55)$$

Подставляя значение \mathbf{R} , определяемое (54), в (55), придем к (49) с той лишь разницей, что теперь $H_1 = N_1/N_0$. При этом аналогично (50)

$$\mathbf{R} = \frac{2}{N_0} \left[\mathbf{X}(\alpha_0) - \frac{\sqrt{H_0 H_1}}{1 + H_1} \dot{\rho}(\alpha_0, \alpha_1) \mathbf{X}(\alpha_1) \right].$$

4.1.9.4. Проведенное рассмотрение обобщается на обнаружение на фоне *нескольких когерентных мешающих сигналов* $b_i \mathbf{X}(t, \alpha_i) e^{j\beta_i}$, а для *углового разрешения* и на обнаружение на фоне *нескольких некогерентных по времени сигналов*.

По аналогии с (46) и (53) выражения корреляционных матриц помехи приобретают соответственно вид

$$\Phi(t, s) = N_0 I \delta(t - s) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}(t, \alpha_i) \mathbf{X}^*(s, \alpha_i), \quad (4.1.56)$$

$$\Phi(t, s) = [N_0 I + \sum_{i=1}^n N_i \mathbf{X}(\alpha_i) \mathbf{X}^*(\alpha_i)] \delta(t - s). \quad (4.1.57)$$

Подстановка (56) в интегральное уравнение (3.3.16) приводит к аналогичному (47) уравнению

$$\frac{N_0}{2} \mathbf{R}(t) + \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{X}(t, \alpha_i) = \mathbf{X}(t, \alpha_0), \quad (4.1.58)$$

где аналогично (48)

$$a_k = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}^T(t) \mathbf{X}_k^*(t, \alpha_k) dt \quad (4.1.59)$$

($k=1, 2, \dots, n$). Подставляя из (58) значение $\mathbf{R}(t)$ в (59), убеждаемся, что каждый из коэффициентов a_k связан со всеми коэффициентами a_i ($i=1, 2, \dots, n$), включая a_k . Для единообразия записи вводят символ Кронекера δ_{ik} ($\delta_{ik}=0$ при $i \neq k$, $\delta_{ik}=1$ при $i=k$). Тогда в (59) $a_k = \sum_i a_i \delta_{ik}$ и аналогично

(49) выражение (59) приводится к виду

$$\sum_{i=1}^n [\delta_{ik} + \sqrt{H_i H_k} \rho(\alpha_i, \alpha_k)] a_i = \sqrt{H_0 H_k} \rho(\alpha_0, \alpha_k). \quad (4.1.60)$$

Величины $H_i = \mathcal{E}_i / N_0$ относятся к различным мешающим сигналам, $\rho(\alpha_i, \alpha_k)$ — нормированные комплексные функции рассогласования соответствующих сигналов. Совокупность соотношений (60) для различных $k=1, 2, \dots, n$ представляет собой *систему линейных уравнений*, из которой находятся неизвестные коэффициенты a_i ($i=1, 2, \dots, n$). Подставляя эти коэффициенты в (58), можно найти *вектор* $\mathbf{R}(t)$, а значит *достаточную статистику и параметр обнаружения*.

Применительно к случаю (57) система (60) сохраняется, но величины H_i принимают значение $H_i = N_i / N_0$.

4.1.9.5. Поясним случай *углового разрешения* при наличии *нескольких мешающих сигналов*. Временная структура мешающих сигналов может быть *когерентной* или *шумовой*. Оптимальная процедура обработки означает *формирование характеристики направленности* как *линейной комбинации согласованных комплексных характеристик направленности, ориентированных на источники полезного и мешающих сигналов*. Результирующая характеристика направленности имеет *провалы, ориентированные на*

источники мешающих сигналов. Для близко расположенных источников мешающих сигналов провалы могут *сливаться*.

4.1.9.6. Рассмотренные выше общие процедуры разрешения (50, 58) применимы к разрешению не только по угловой координате, но по *любому другому скалярному параметру* или даже *совокупности скалярных параметров* (векторному параметру).

Примеры *углового оптимального разрешения* дополним *примером временного оптимального разрешения*. Пусть со смещением на $\tau_n/3$ по отношению к простейшему фазоманипулированному по коду Баркера трехэлементному сигналу (рис. 4.1.20, а) воздействуют аналогичные мешающие сигналы $q_1^2 = q_2^2 = 6$ (штриховая линия) со случайными параметрами. Боковые лепестки функций рас-

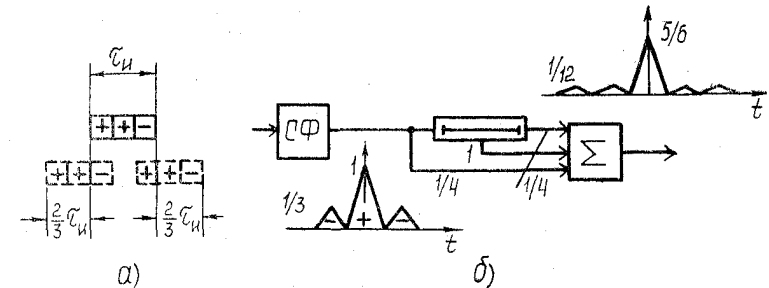


Рис. 4.1.20

согласования мешающих сигналов «прикрывают» в случае согласованной обработки основных лепестков функции рассогласования полезного сигнала. Переходя к оптимальной обработке и замечая, что $\rho(\alpha_0, \alpha_{1,2}) = -1/3$, $\rho(\alpha_1, \alpha_2) = 0$ (мешающие импульсы не перекрываются), находим из (49) два уравнения:

$$\left(1 + \frac{q_1^2}{6}\right) a_1 = -\frac{q_0 q_1}{6}, \quad \left(1 + \frac{q_2^2}{2}\right) a_2 = -\frac{q_0 q_2}{6}.$$

Решая уравнения, обозначая $X(t, \alpha_0) = U(t)$, $X(t, \alpha_{1,2}) = (q_{1,2}/q_0) U(t \pm 2\tau_n/3)$ и подставляя заданные значения $q_{1,2}^2$, из (47) получаем

$$\frac{N_0}{2} R(t) = U(t) + \frac{1}{4} U\left(t + \frac{2}{3} \tau_n\right) + \frac{1}{4} U\left(t - \frac{2}{3} \tau_n\right).$$

Применительно к обработке в *корреляторе* результат соответствует изменению его *опорного напряжения* по сравнению со случаем согласования.

Применительно к *фильтровой* обработке результат соответствует изменению *импульсной характеристики* или, что то же самое, *включению дополнительного весового фильтра* (рис. 4.1.20, б) в виде *линии задержки с отводами и сумматором*.

Уровень боковых лепестков уменьшается в данном случае с $1/3$ до $(1/12):(5/6) = 1/10$, но появляются дополнительные лепестки также с уровнем $1/10$. Коэффициент использования энергии остается высоким.

$$\frac{q_0^2}{q_1^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} U(t) R^*(t) dt}{2\mathcal{E}_1/N_0} = 1 + \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{3}\right) \approx 0,83.$$

Выявленную здесь методику *весовой* обработки можно распространить на радиопульсы с более сложными законами модуляции (манипуляции) и непрерывные фазоманипулированные сигналы.

4.1.10. Вопросы для самоконтроля

1. Определите функцию рассогласования (автокорреляционную функцию) когерентного сигнала и поясните ее нормирование.
2. Поясните условие представления функций рассогласования когерентных пространственно-временных сигналов в виде произведений временной и пространственной функций рассогласования.
3. Сформулируйте основные свойства время-частотных функций рассогласования когерентных сигналов. Приведите пример обоснования какого-либо из этих свойств.
4. Поясните функции и тела рассогласования одиночных радиопульсов без внутриимпульсной модуляции, их математические выражения, графические представления. На примере этих функций и тел проиллюстрируйте справедливость общих свойств время-частотных функций рассогласования.
5. Поясните функции и тела рассогласования когерентных пачек радиопульсов без внутриимпульсной модуляции. Рассчитайте размеры пиков и расстояния между ними при $\tau_n = 1$ мкс, $T = 1$ мс, $M = 10$.
6. Поясните видоизменение тел рассогласования при переходе к квазипрерывным сигналам, к сигналам, обеспечивающим однозначное измерение скорости, в частности. Перечислите возможные методы вскрытия истинной дальности при квазипрерывном излучении.
7. Поясните особенности линейно-частотно-модулированных радиопульсов, их функций и тел рассогласования. Основываясь на свойствах функций рассогласования, поясните эффект сжатия ЛЧМ радиопульсов в согласованных фильтрах.
8. Чем определяется и как устраняется систематическая ошибка измерения дальности, обусловленная отсутствием информации о радиальной скорости цели при использовании ЛЧМ сигналов.
9. Перечислите основные разновидности фазоманипулированных сигналов. Поясните особенности использования кодов Баркера.
10. Поясните особенности линейных рекуррентных цифровых последовательностей максимальной длительности (М-последовательностей).
11. Поясните использование шумоподобных импульсных сигналов с фазовой манипуляцией по закону отдельного протяженного периода М-последовательности.
12. Поясните возможности обеспечения скоростной селекции при манипуляции непрерывных сигналов по законам периодических М-последовательностей.
13. Приведите примеры и обоснуйте связь нормированных угловых функций рассогласования и характеристик направленности.
14. В какой мере вид функции рассогласования влияет на возможности разрешения сигналов при согласованной обработке?
15. Сопоставьте возможности согласованного и оптимального разрешения.
16. Поясните особенности оптимального углового разрешения.

4.2. АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

4.2.1. Общие сведения о современных методах обработки. Обработка принимаемых радиолокационных сигналов на фоне помех связана с вычислением *достаточных статистик* или практически реализуемых *их приближений*. Методы вычислений подразделяют на *аналоговые* и *цифровые*.

Аналоговые методы вычислений проводятся по отношению к непрерывно изменяющимся величинам *без их дискретизации* и

перевода в цифровую форму. Арифметические операции реализуют, используя аналогии законов изменения *вычисляемых* (или промежуточных) *величин* и *величин* произвольной физической природы, *соответствующих входным данным*. Обработку сигналов на основе аналоговых вычислений называют *аналоговой обработкой*.

Цифровые вычисления проводят над множествами чисел (двоичных, в частности) с *ограниченной разрядностью*. Обработку на основе цифровых вычислений называют *цифровой*. Цифровая обработка преобразованных по частоте принимаемых колебаний предусматривает их *предварительную дискретизацию по времени* (рис. 4.2.1, а, см. также раздел 2.5) и *уровням мгновенных значений* (рис. 4.2.1, б). Преобразователи непрерывно изменяющихся величин в цифровую форму (рис. 4.2.1, а, б, в) называют *аналого-цифровыми преобразователями* (преобразователями на напряжение — код).

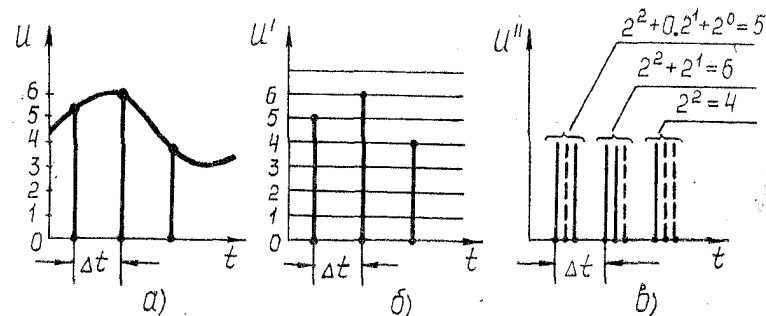


Рис. 4.2.1

Промежуточное место между аналоговыми и цифровыми занимают *дискретно-аналоговые* методы обработки. Дискретизация мгновенных значений по времени сочетается в них с последующей аналоговой обработкой этих значений. Дискретно-аналоговые методы реализуют, используя новые полупроводниковые приборы с *переносом заряда и зарядовой связью*, способные запоминать и выдавать с задержками большое число аналоговых дискретизированных по времени величин.

К устройствам обработки радиолокационных сигналов предъявляют *все возрастающие и противоречивые требования*, а именно: расширение динамического диапазона входных сигналов (для работы в сложных помеховых ситуациях); обеспечение обработки широкополосных сигналов (для повышения разрешающей способности по дальности); обеспечение обработки протяженных сигналов (для повышения разрешающей способности по радиальной скорости); повышение точности выполнения вычислительных опе-

раций; повышение надежности; стандартизация; микроминиатюризация; упрощение эксплуатации; снижение стоимости.

По совокупности требований большое значение приобретают *цифровые* методы обработки (несмотря на отдельные ограничения по широкополосности и стоимости). Это не означает, что аналоговая обработка потеряла свое значение. Развиваются новые методы этой обработки: *акустические, акустооптические, спиновые* и др.

Выбор методов обработки определяет во многом облик и параметры современных радиолокаторов. Методам обработки различных сигналов (как и свойствам сигналов) следует уделять поэтому достаточное внимание. Начнем с *аналоговых* электрических и акустических методов обработки сигналов на фоне белого шума, получивших наибольшее распространение. Детализируя описанные выше лишь в принципе *аналоговые фильтровые и корреляционные* методы, рассмотрим также часто используемые *аналоговые корреляционно-фильтровые методы* обработки сигналов на фоне белого шума. Обсудим видоизменения перечисленных аналоговых методов при обработке сигналов на фоне *небелого* шума. Затем перейдем к *цифровым корреляционным методам* и методам *цифровой фильтрации* во временной и частотной областях. Попутно с рассмотрением аналоговых и цифровых методов обработки будут отмечаться особенности примыкающих к ним *дискретно-аналоговых*. В заключение остановимся на методах *акустооптической и спиновой* обработки.

4.2.2. Методы аналоговой фильтровой обработки сигналов на фоне белого шума. К разновидностям аналоговой обработки относятся аналоговую фильтрацию простых и сложных, одиночных и пачечных сигналов. Принципы фильтрации простых сигналов обсуждались уже в разд. 3.2.3. Обсуждались и принципы фильтрации фазоманипулированных сигналов.

Начнем поэтому с фильтрации одиночных ЛЧМ сигналов. Изложенные принципы фильтрации ЛЧМ сигналов и пачек радиоимпульсов произвольного вида дополним попутно сведениями об их реализации. В развитие методов и вариантов реализации одноканальной согласованной фильтрации различных сигналов обсудим аналогичные методы и варианты многоканальной согласованной фильтрации на фоне белого шума.

4.2.2.1. Импульсная характеристика фильтра, согласованного с ЛЧМ сигналом, представляет собой ЛЧМ колебание, зеркальное сигнальному. Если мгновенная частота колебаний сигнала со временем нарастает, то мгновенная частота колебаний импульсной характеристики — убывает и наоборот (рис. 4.2.2, а).

При анализе формирования импульсной характеристики фильтра и фильтрации ЛЧМ колебаний ($n = \tau_n \Delta f \gg 1$) удобно использовать понятие *группового запаздывания*.

В спектре воздействующего на фильтр напряжения (дельта-функции, ЛЧМ сигнала) выделим в связи с этим группы близких по частотам $\nu - \Delta\Pi/2 < f <$

$\nu + \Delta\Pi/2$, практически одинаковых по амплитудам колебаний, образующих при наложении групповые радиоимпульсы (*группы*) вида

$$\int_{\nu - \Delta\Pi/2}^{\nu + \Delta\Pi/2} e^{j2\pi ft} df = \frac{\sin \pi \Delta\Pi t}{\pi t} e^{j2\pi \nu t}. \quad (4.2.1)$$

Дельта-функция, в частности, сводится при этом к наложению синхронно действующих и синфазных групповых радиоимпульсов одинаковой амплитуды различных частот ν .

В силу принятой узкополосности каждой из групп амплитудно-частотную характеристику фильтра в пределах полосы группы частот $\Delta\Pi$ можно считать постоянной $|K(f)| = |K(\nu)|$ (рис. 4.2.2, б), а фазочастотную характеристику — линейной. Аппроксимируя последнюю первыми двумя членами ряда Тейлора, имеем

$$\arg K(f) = \arg K(\nu) + (f - \nu) d \arg K(f) / df |_{f=\nu}.$$

Производная во втором члене ряда практически постоянна в пределах группы частот. Поэтому условие $f = \nu$ ниже опускается.

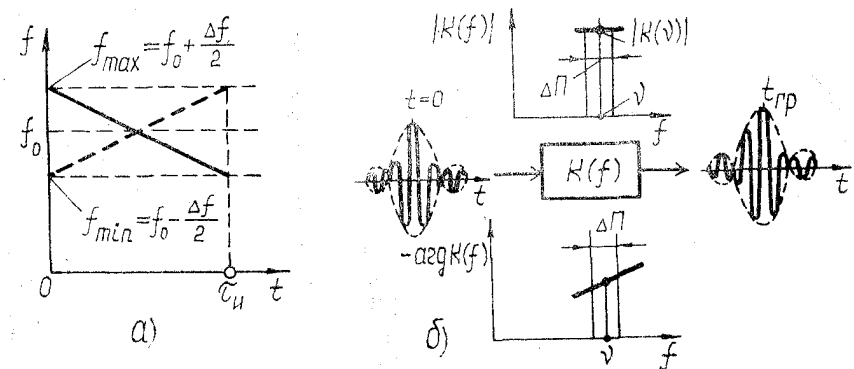


Рис. 4.2.2

Частотная характеристика в пределах малой полосы частот $\Delta\Pi$ аппроксимируется выражением

$$K(f) = |K(f)| e^{j \arg K(f)} = K(\nu) e^{j(f - \nu) d \arg K(f) / df}. \quad (4.2.2)$$

Результат (3.2.6) воздействия группового радиоимпульса (1) на фильтр с частотной характеристикой (2) сводится к измененному по амплитуде и фазе, а главное, *сдвинутому во времени групповому радиоимпульсу* (рис. 4.2.2, б)

$$\int_{\nu - \Delta\Pi/2}^{\nu + \Delta\Pi/2} K(f) e^{j2\pi ft} df = K(\nu) \frac{\sin \pi \Delta\Pi (t - t_{gp})}{\pi (t - t_{gp})} e^{j2\pi \nu t}.$$

Здесь t_{gp} — *групповое запаздывание*

$$t_{gp} = - \frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \arg K(f), \quad (4.2.3)$$

определяемое входящей в (2) производной фазочастотной характеристики фильтра. Если линейная система не искажает узкополосные импульсы, групповые за-

паздывания определяют экспериментально как запаздывания огибающих при прохождении через нее. При заметных искажениях берут еще более узкополосные импульсы.

Для согласованных фильтров фазочастотная характеристика $\arg K(f) = -\arg g(f) - 2\pi f t_0$ связана со спектральной плотностью $g(f)$ ожидаемого сигнала и групповое запаздывание (3) составит

$$t_{\text{гр}} = t_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \arg g(f). \quad (4.2.4)$$

Аргумент спектральной плотности сигнала связан с аргументом спектральной плотности его комплексной амплитуды: $\arg g(f) = \arg G(f - f_0)$ ($f > 0$). Используя (4.1.26) при $n \gg 1$, когда $\arg \text{tg } n \approx \pi/2$, заменяя при этом $n = \tau_n \Delta f$, $\Pi_n \approx \Delta f$ для фильтров, согласованных с ЛЧМ колебаниями (4.1.21-4.1.22), находим зависимость

$$t_{\text{гр}} = t_0 - \frac{f - f_0}{\Delta f} \tau_n. \quad (4.2.5)$$

Понятие группового запаздывания и формула (5) поясняют формирование импульсной характеристики согласованного фильтра под воздействием дельта-функции. Группы ее гармонических составляющих более низких мгновенных частот задерживаются в фильтре на большее время и формируются на выходе позже, чем группы составляющих более высоких частот. Графики изменения во времени мгновенных частот ожидаемого сигнала (штриховая линия) и импульсной характеристики согласованного с ним фильтра (сплошная линия) соответствуют рис. 4.2.2,а.

Представление о зависящем от частоты групповом запаздывании позволяет наглядно пояснить механизм сжатия частотно-модулированных сигналов. Группы колебаний более низких мгновенных частот действуют в моменты $t_{\text{возд}}(f)$ раньше, но задерживаются на большее время $t_{\text{гр}}(f)$ (штриховая линия рис. 4.2.2,а). Группы колебаний более высоких частот действуют позже, но задерживаются меньше. Это обеспечивает совмещение групповых радиоимпульсов с различными несущими частотами. При их синфазном наложении образуется более короткий сжатый радиоимпульс. Условие наложения

$$t_{\text{возд}}(f) + t_{\text{гр}}(f) = t_0$$

является необходимым условием синтеза фазочастотной характеристики фильтра в режиме согласования. Нелинейность фазочастотных характеристик, а значит наличие зависимостей $t_{\text{гр}}$ от частоты f относят к классу явлений дисперсии. Зависимости $t_{\text{гр}}(f)$ называют поэтому дисперсионными характеристиками, а фильтры сжатия ЧМ радиоимпульсов — дисперсионными фильтрами.

Дисперсионные фильтры используют как для обработки, так и для формирования ЧМ сигналов под воздействием коротких им-

пульсов. Для реализации дисперсионных фильтров используют эффекты искусственной и естественной дисперсии.

4.2.2.2. Широко используется искусственная дисперсия на основе многоотводных линий задержки на поверхностных акустических (ультразвуковых) волнах.

Существенно меньшая по сравнению со скоростью света скорость распространения акустических волн позволяет получать приемлемые задержки при малых габаритах линий.

Звукопровод (рис. 4.2.3,а) выполняют из пьезоэлектрического кристалла, например из кварца, ниобата лития и т. д. На поверхность кристалла наносят проводящие металлические входные и выходные электроды, например фотоспособом. Под воздействием входного напряжения между электродами создается переменное электрическое поле. Вследствие пьезоэлектрического эффекта вдоль поверхности электрода возбуждается акустическая волна. Под воздействием этой волны в соединенных между собой выходных электродах в силу обратного пьезоэлектрического эффекта наводятся ЭДС и создаются токи в выходной нагрузке.

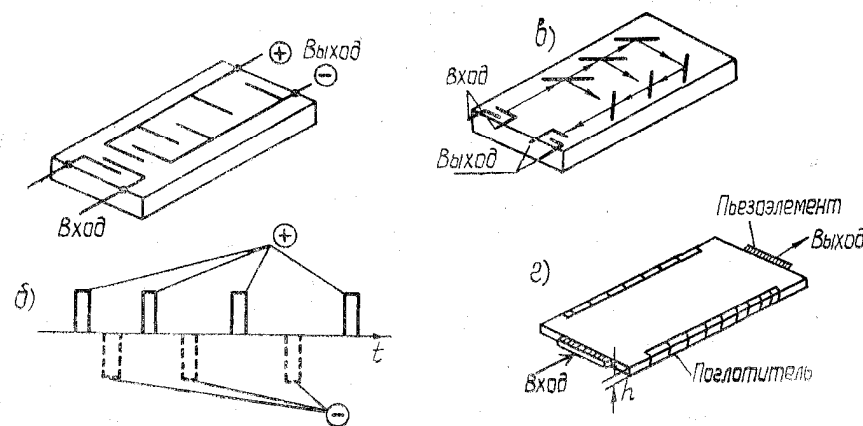


Рис. 4.2.3

Требуемая зависимость группового запаздывания от частоты обеспечивается путем расстановки электродов с интервалами, изменяющимися примерно по закону арифметической прогрессии. При возбуждении линии дельта-импульсом через частотно-неселективный электрод это обеспечивает получение импульсной характеристики в виде набора коротких импульсов (в пределе дельта-импульсов), распределенных на длительности τ_n с интервалами примерно по закону арифметической прогрессии ($f_0 \gg \Delta f$).

Последовательность таких видеоимпульсов с неизменным периодом $T_0 = 1/f_0$ сводится к наложению постоянной составляющей и гармоник с частотами $m f_0$ ($m = 1, 2, \dots$). Последовательность видеоимпульсов с изменяющейся скважностью (рис. 4.2.3,б) сво-

дится к наложению *близкой к постоянной* (линейно-изменяющейся в данном случае) *составляющей* и ряда $m=1, 2, \dots$ ЛЧМ колебаний с изменением мгновенной частоты в каждом от mf_{\min} до mf_{\max} (или наоборот), несколько изменяющихся по амплитуде. Амплитудные изменения устраняют путем изменения длины электродов (аподизации), их удлинения, в частности, в местах разрежения последовательности видеопульсов.

Чтобы сформировать импульсную (а значит дисперсионную) характеристику согласованного фильтра, достаточно выделить за счет элементов связи с линией или внешних цепей ЛЧМ колебание с фиксированным номером m , обычно $m=1$. Для схемы рис. 4.2.3,а постоянные составляющие $+$ и $-$ компенсируются.

Для уменьшения уровня боковых лепестков сжатых радиопульсов вводят известное *рассогласование*, направленное на *скругление амплитудно-частотного спектра* (проводят *весовую обработку*). Скругление спектра обеспечивают, например, за счет аподизации — уменьшения длины электродов, формирующих крайние мгновенные частоты. В целях скругления используют также *многоэлементные входные* (решетчатые) *электроды* как самостоятельные каскады с требуемой частотной зависимостью.

Многоотводные линии описанных конструкций позволяют реализовать фильтры сжатия импульсов с длительностями линейного участка дисперсионной характеристики от единиц до сотен микросекунд, с полосами частот от единиц до сотен мегагерц, с произведениями $n=\tau_n \Delta f$ порядка десятков, сотен и тысяч.

Разновидностями дисперсионных фильтров на поверхностных акустических волнах являются *фильтры отражательного типа* (рис. 4.2.3,в). Близкий к арифметической прогрессии закон переносится в данном случае на расстояния между отражающими поверхностную акустическую волну элементами (в частности, прорезями). Достоинством подобных фильтров считают менее жесткие допуски на точность выполнения.

4.2.2.3. Для реализации линейного участка дисперсии с временной протяженностью от десятков до тысяч микросекунд используют также *естественную дисперсию в объемных акустических волноводах в виде металлических полосок* (лент), толщина h которых соизмерима с длиной акустической волны в металле. Входной и выходной пьезоэлементы (рис. 4.2.3,г) обеспечивают возбуждение и съём акустических волн, обычно продольных. Для снижения уровня паразитных отражений боковые торцы волновода покрывают поглотителем. Чтобы ослабить влияние нежелательных типов волн, способных распространяться в акустическом волноводе, используют частотную селекцию на его входе и выходе. Дисперсионная характеристика $t_{\text{гр}}(f)$ на рабочем типе волны имеет практически линейный участок. Его средняя частота f_0 обратно пропорциональна толщине h , а временная протяженность пропорциональна длине волновода.

Акустические фильтры волноводного типа в принципе *проще* многоотводных на поверхностных акустических волнах, но при реализуемых значениях h сравнительно *узкополосны*, их *параметры поддерживаются менее жестко*, чем параметры многоотводных фильтров.

4.2.2.4. *Многоотводные фильтры* на поверхностных акустических волнах *используют для обработки* не только ЛЧМ, но и *фазоманипулированных сигналов*. Отводы располагают при этом с постоянным шагом (эквидистантно). Достижимые полосы и длительности обрабатываемых сигналов примерно такие же, как и при фильтрации ЛЧМ колебаний*. В качестве фильтров парциальных радиопульсов длительности τ_0 используют обычные квазисогласованные усилители промежуточной частоты с полосой, обратно пропорциональной τ_0 .

4.2.2.5. Напомним, что для согласования с *когерентной пачкой* радиопульсов фильтр, согласованный с одиночным радиопульсом, должен быть дополнен *когерентным накопителем*. Такой накопитель в виде линии задержки и сумматора был представлен на рис. 3.2.15. Для реализации большой протяженности импульсной характеристики приходится использовать акустические линии (или линии на приборах с переносом зарядов) с большой суммарной задержкой, что усложняет реализацию накопления. Несколько *проще рециркуляторный фильтр накопления* (по типу рис. 3.2.22).

4.2.2.6. Обеспечивая одноканальную обработку известных с точностью до амплитуды и начальной фазы сигналов с произвольным запаздыванием, обычные фильтровые устройства *не рассчитаны на обработку протяженных когерентных сигналов, искаженных вследствие эффекта Доплера*. При большой протяженности когерентных сигналов *требуется в общем случае большое число доплеровских фильтровых каналов*. Остановимся поэтому на *возможности упрощения* многоканальной фильтровой обработки.

Возможным принципом упрощения является *частичное использование одних и тех же элементов для построения фильтров различных доплеровских каналов*. Отдельные части сложного фазоманипулированного сигнала снимаются с выхода усилителя промежуточной частоты, согласованного с элементом сигнала длительностью τ_0 . Они обрабатываются (рис. 4.2.4) в сформированных с помощью многоотводных линий задержки различных в общем случае фильтровых элементах $\Phi\Xi_i$ с фазовращателями и сумматорами ($i=1, 2, \dots, m$). Выходные напряжения последних проходят через *нониусные* линии задержки. При отсутствии доплеровской деформации снимаемые напряжения суммируются в канале $v_r=0$ без взаимного временного сдвига. В различных каналах $v_r>0$ и $v_r<0$ с помощью *нониусных* линий учитывается

* Могут использоваться и программируемые фильтры с диодным управлением знаков, снимаемых с отводов колебаний. Это позволяет перестраивать фильтр и сигнал, формируемый под воздействием короткого импульса.

доплеровское растяжение (сжатие) ожидаемого сигнала (включая огибающую) в $(c + v_r)/(c - v_r)$ раз путем соответствующего растяжения (сжатия) импульсной характеристики фильтра.

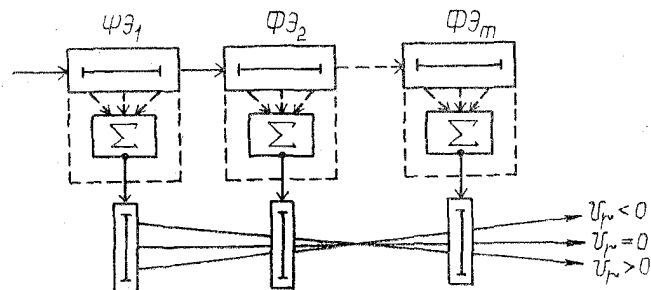


Рис. 4.2.4

Для наиболее распространенных длительностей можно ограничиться учетом изменений только разностей фаз элементов сигнала при доплеровских деформациях и заменить нониусные линии фазовращателями. В случае когерентных пачек радиопульсов без внутримпульсной модуляции отпадает необходимость неодинаковой предварительной обработки элементов деформированного сигнала. Упрощенная схема для четырехимпульсной пачки после усилителя промежуточной частоты согласованного фильтра одиночного радиопульса длительности τ_n показана на рис. 4.2.5.

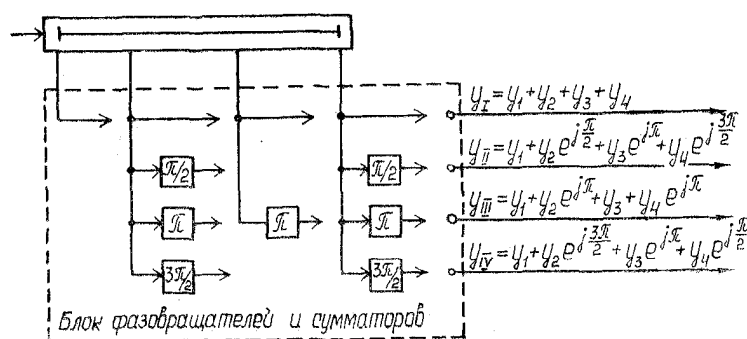


Рис. 4.2.5. Индексы 1, 2, 3, 4 соответствуют номерам отводов, индексы I, II, III, IV—номерам доплеровских каналов. Весовая обработка не предусмотрена

Пояснены возможное расщепление по фазе в отводах линии задержки и результаты суммирования снимаемых с них напряжений. Сумматоры этих напряжений на рисунке опущены.

Важным принципом упрощения обработки протяженных когерентных сигналов является использование их ЛЧМ модуляции. Один и тот же фильтр может обрабатывать сдвинутые на различные доплеровские частоты ЛЧМ сигналы. Принципы устранения неопределенности дальность—скорость ЛЧМ сигналов уже обсуждались в п. 4.1.4.7.

При работе с протяженными сигналами от фильтровой часто переходят к корреляционно-фильтровой обработке.

4.2.3. Методы аналоговой корреляционно-фильтровой обработки на фоне белого шума. Корреляционно-фильтровая обработка когерентных сигналов сочетает операции корреляционного и фильтрового вычисления весового и корреляционного интегралов, что часто упрощает эту обработку по сравнению с корреляционной или фильтровой.

Синтез корреляционно-фильтровой обработки связан с видоизменением математического представления весовой функции (ожидаемого сигнала, в частности) в выражениях корреляционного или весового интегралов (3.2.1), (3.3.11), (3.3.14) в вещественной или комплексной форме записи. Это эквивалентно видоизменению алгоритма работы вычислительного устройства ВУ (рис. 3.1.4).

4.2.3.1. Вещественная функция

$x(t)$, описывающая ожидаемый сигнал в виде пачки немодулированных по фазе прямоугольных радиопульсов, сводится к производению функции $x_1(t)$, описывающей неограниченную последовательность прямоугольных видеопульсов, и функции $x_2(t)$, соответствующей протяженному колебанию частоты f_0 , модулированному огибающей пачки (рис. 4.2.6, а).

Подставляя $x(t) = x_1(t)x_2(t)$ в выражение корреляционного интеграла (3.2.1), сводим его вычисление к операциям:

1) стробирования (рис. 4.2.6, б) принимаемого колебания $y(t)$ последовательностью видеопульсов $x_1(t)$:

$$y(t)x_1(t) = y_1(t); \quad (4.2.6)$$

2) корреляционной обработки полученного колебания $y_1(t)$ при более простом весовом множителе $x_2(t)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y_1(t) x_2(t) dt = z. \quad (4.2.7)$$

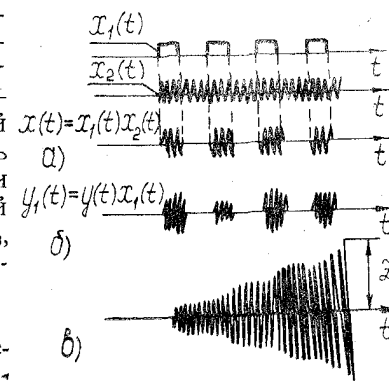


Рис. 4.2.6

Обработка (7), сводящаяся к операциям умножения и интегрирования, осуществляется фильтром с импульсной характеристикой $v(t) = x_2(t_0 - t)$. В качестве такого фильтра можно использовать узкополосный колебательный контур с полосой пропускания $\Pi \approx 1/MT$, обратно пропорциональной длительности пачки. Растягиваясь в узкополосном контуре, импульсы сигнала накладываются и когерентно суммируются (рис. 4.2.6, в). Большое время накопления узкополосного контура предотвращает существенное затухание растянутых колебаний до окончания действия пачечного сигнала. Предварительное стробирование исключает накопление шумов в контуре за время отсутствия сигнала в промежутках между импульсами.

Обзор по доплеровским частотам реализуется путем параллельного включения настроенных на разные частоты узкополосных колебательных контуров с детекторами.

В отличие от чисто корреляционного обнаружителя накопление осуществляется на радио- (промежуточной), а не на видео-частоте. За счет этого число каналов обработки сокращается вдвое (отпадает необходимость в квадратурных каналах).

При обработке на промежуточной частоте проводят обычное гетеродинирование с предварительной преселекцией на высокой частоте, устраняющей зеркальный канал приема.

Наряду с радиальной скоростью может быть неизвестна дальность до цели. Это приводит к двойной многоканальности обработки: по дальности и доплеровской частоте (рис. 4.2.7). Каждый канал дальности содержит набор узкополосных фильтров, перекрывающих диапазон доплеровских частот. Высокочастотные на-

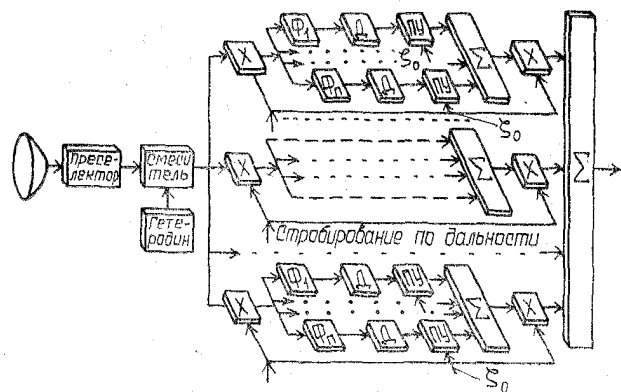


Рис. 4.2.7

пряжения каналов детектируются и могут подвергаться (см., например, разд. 3.2.4) некогерентному накоплению (на рис. 4.2.7 не

показано). Выходные напряжения частотных подканалов каждого дальностного канала подают на пороговые устройства и сумматоры. Напряжения сумматоров дальностных каналов подвергают повторному стробированию видеоимпульсами «дальности». Исходная длительность отраженных радиоимпульсов при этом восстанавливается. Отстробированные радиоимпульсы всех каналов объединяют в выходном сумматоре.

Реализация многоканальных обнаружителей рис. 4.2.7 облегчается с развитием методов микроминиатюризации, особенно в случае квазинепрерывного излучения, когда потребное число дальностных каналов сравнительно невелико.

4.2.3.2. Перейдем к замене комплексного представления ожидаемого сигнала

$$X(t) e^{j2\pi f_0 t} = X_1(t) e^{j2\pi f_1 t} X_2(t) e^{j2\pi f_2 t}. \quad (4.2.8)$$

Она соответствует:

1) обобщенному гетеродинированию на частоте $f_1 = f_c$ с введением в гетеродинное напряжение модулирующего множителя $X_1(t)$, что и заставляет считать это гетеродинирование обобщенным;

2) корреляционной обработке на промежуточной частоте f_2 для ожидаемого сигнала с комплексной амплитудой $X_2(t)$, которая может быть заменена фильтровой обработкой.

Импульсная характеристика фильтра согласуется с колебанием

$$X_2(t) e^{j2\pi f_2 t} = [X(t)/X_1(t)] e^{j2\pi(f_0 - f_1)t}.$$

Обобщенному, как и необобщенному гетеродинированию, должна предшествовать преселекция*. Структурная схема обработки показана на рис. 4.2.8. Проставлены обозначения мгновенных значений напряжений, соответствующих введенным комплексным амплитудам.

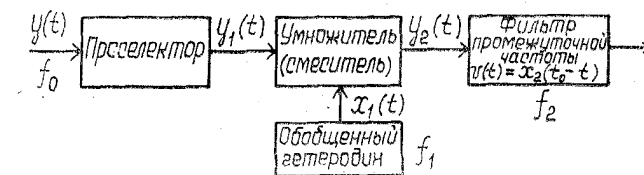


Рис. 4.2.8

* К ее необходимости можно прийти также с вычислительных позиций, заменив $x(t)$ полусуммой выражения (4.2.8) и комплексно-сопряженного (4.2.8). Соответственно ожидаемому сигналу суммируются частные результаты обработки принимаемых колебаний. Суммирование обеспечивается балансной схемой преобразования, подавляющей зеркальный канал приема. При небалансном преобразовании для этого требуется преселектор.

При немодулированных колебаниях гетеродина $X_1(t) = \text{const}$ обобщенное гетеродинирование с преселекцией сводится к простому *переносу модуляции* принимаемых колебаний на промежуточную частоту, а последующая обработка — к *согласованной фильтрации* на этой частоте.

Если закон модуляции обобщенного гетеродина полностью повторяет закон модуляции ожидаемого сигнала $X_1(t) = X(t)$, то обобщенное гетеродинирование сводится к демодуляции, а последующая обработка — к *накоплению демодулированного сигнала в узкополосном фильтре* с импульсной характеристикой в виде немодулированного колебания. Узкополосный фильтр (контур) выполняет роль *накопителя* (интегратора) на промежуточной частоте, так что корреляционно-фильтровая обработка сближается с корреляционной.

В случае частотно-модулированных и фазоманипулированных колебаний может проводиться *полная или частичная фазовая (фазочастотная) демодуляция* при сохранении амплитудной модуляции. Остановимся на разновидностях подобной обработки, а также на случае *фазочастотной модуляции* (а не демодуляции), реализуемой в процессе обобщенного гетеродинирования.

4.2.3.3. Случай *полной фазочастотной демодуляции* рассмотрим на примере, когда *непрерывный зондирующий ЛЧМ сигнал* с периодическим законом изменения мгновенной частоты

$$f(t) = f_{\min} + (t/T)\Delta f, \quad 0 < t < T,$$

$$f(t + T) = f(t)$$

излучается через частотно-независимую несканирующую антенну. От целей приходят при этом непрерывные отраженные сигналы $u_c(t)$ с законами изменения мгновенной частоты $f_c(t) = f(t - t_3)$ (рис. 4.2.9, а).

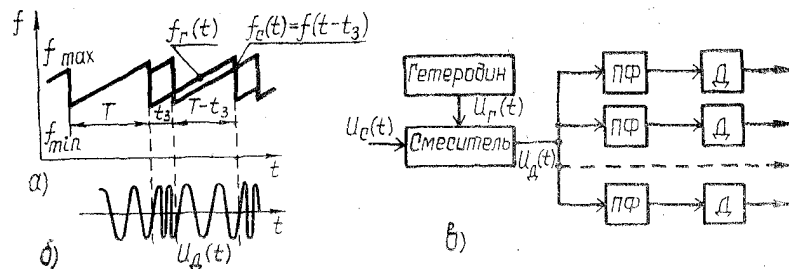


Рис. 4.2.9

Если $t_3 \ll T$, то в качестве гетеродинного $u_r(t)$ можно взять смещенное на промежуточную частоту зондирующее колебание

На выходе смесителя формируются колебания $u_d(t)$ разностной частоты (рис. 4.2.9, б) — частоты дальности, равной на большей части $T - t_3$ периода T

$$f(t) - f(t - t_3) = \frac{\Delta f}{T} \frac{2\pi}{c} = f_d.$$

Для выделения колебаний $u_d(t)$ на схеме рис. 4.2.9, в предусмотрен *спектроанализатор в виде набора полосовых фильтров с детекторами*. Полосы пропускания фильтров выбираются обратными длительностям когерентно обрабатываемых сигналов.

Когда условие $t_3 \ll T$ не соблюдается, спектроанализатор разбивается на *группы фильтров* со своими смесителями, на которые подаются сдвинутые по времени гетеродинные напряжения.

Если дополнительно реализуется *обзор пространства*, например путем частотного сканирования, принимаемые колебания оказываются импульсными, что учитывается при подборе полос пропускания фильтров спектроанализатора. *Моменты прихода импульсов* могут дать информацию об *угловой координате*.

Использование *полной фазовой демодуляции фазоманипулированных колебаний* обсудим, рассматривая *дискриминаторы* измерительных устройств (разд. 5).

4.2.3.4. Случай *частичной фазочастотной демодуляции* рассмотрим на примере обработки *ЛЧМ сигналов с очень большой частотной девиацией*, обеспечивающей разрешение элементов цели в некотором стробе дальности, выставляемом по предыдущим результатам локации с помощью узкополосного сигнала. В качестве *обобщенного гетеродина* можно использовать генератор ЛЧМ колебаний, длительность которых превышает сумму длительностей сигнала и наблюдаемого строба, а производная df/dt которых близка, но *отличается* от соответствующей производной для колебаний сигнала. В результате преобразования частоты *девиация Δf принимаемого сигнала существенно снижается* до величины $\Delta f_{\text{пр}}$, не равной, однако, нулю (рис. 4.2.10). Все это позволяет заметно

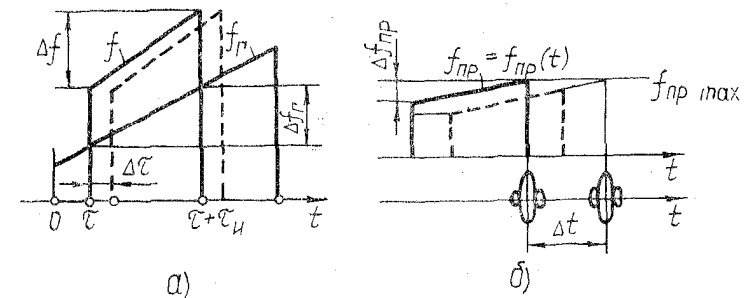


Рис. 4.2.10

упростить фильтр сжатия и устройство последующей обработки сжатых импульсов. Несмотря на существенное временное *расширение* последних (вследствие

сужения полосы частот), разрешающая способность по дальности в выделенном строке не ухудшается. В дополнение к имеющемуся взаимному смещению отраженные разными элементами цели радиопульсы получают при гетеродинировании дополнительное частотное смещение и, как следствие, дополнительные сдвиги по времени в зависимости от дальности. Раскрытие сжатых импульсов из-за сужения полосы частот канала обработки сопровождается поэтому общим растяжением масштаба времени и не ведет к ухудшению разрешающей способности по дальности.

4.2.3.5. Случай дополнительной частотной модуляции при обобщенном гетеродинировании рассмотрим на примере обнаружения колебания без внутриимпульсной модуляции с неизвестной несущей частотой или совокупности таких колебаний. Подобная задача возникает в пассивной локализации источников излучений (в процессе их радиотехнической разведки, в частности), при использовании частотного сканирования в активной локализации и т. д.

Полагая $X_1(t) = e^{jbt^2}$, $X_2(t) = e^{-jb(t-\tau)^2}$, $b = \pi\Delta f/\tau_n$, получаем выражение комплексной амплитуды ожидаемого колебания (8)

$$X(t) = X_1(t)X_2(t) = e^{j(2\pi Ft - \psi)}, \quad (4.2.8a)$$

где $F = \tau\Delta f/\tau_n$, $\psi = (\pi\Delta f/\tau_n)\tau^2$.

Для различных значений параметра запаздывания τ частота ожидаемого колебания F разная. Поэтому прием колебаний $e^{j(2\pi Ft - \psi)}$ с различными частотами можно оптимизировать, используя гетеродинирование этих колебаний ЛЧМ колебаниями, сжатие преобразованных колебаний в дисперсионном фильтре и наблюдение амплитуд сжатых импульсов в различные моменты времени $\tau = (\tau_n/\Delta f)F$ после детектирования (рис. 4.2.11, а).

Этот результат можно пояснить иначе. Модуляция колебаний $e^{j2\pi(f_0 + F)t}$ колебаниями $[X_1(t) e^{j2\pi f_1 t}]^*$ ($f_1 < f_0$) приводит к колебаниям с убывающим пилообразным законом изменения частоты. Чем больше F , тем выше (в полосе фильтра) и правее располагается пилообразный закон изменения частоты, тем позже, следовательно, сформируется сжатый импульс.

Один широкополосный фильтр сжатия с детектором заменяет большое число параллельных более простых и узкополосных фильтровых каналов обработки. Рассмотренное устройство представляет собой дисперсионный анализатор амплитудно-частотного спектра.

4.2.3.6. Можно перейти к дисперсионному амплитудно-фазовому спектроанализатору, если в (4.2.8а) ввести дополнительный множитель $[X_3(t) = e^{j\psi} = e^{jb\tau^2}]$, что означает согласование с сигналом $X(t) = e^{j2\pi Ft}$, не зависящим от τ .

Действительно, совокупность операций

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y(t) X^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) e^{-jb\tau^2} e^{jb(t-\tau)^2} dt e^{-jb\tau^2}$$

означает спектральное преобразование

$$G(F) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) e^{-j2\pi Ft} dt \Big|_{F=b\tau/\pi}.$$

Множитель $e^{-jb\tau^2}$ соответствует дополнительному гетеродинированию отфильтрованного напряжения ЧМ колебаниями (рис. 4.2.11, б). Амплитудно-фазовый спектр сигнала в результате разворачивается спектроанализатором СА по

временной координате τ в виде параметров отфильтрованного напряжений промежуточной частоты, а именно амплитуды и фазы этого напряжения в функции времени $\tau = (\tau_n/\Delta f)F$, связанного с частотой F .

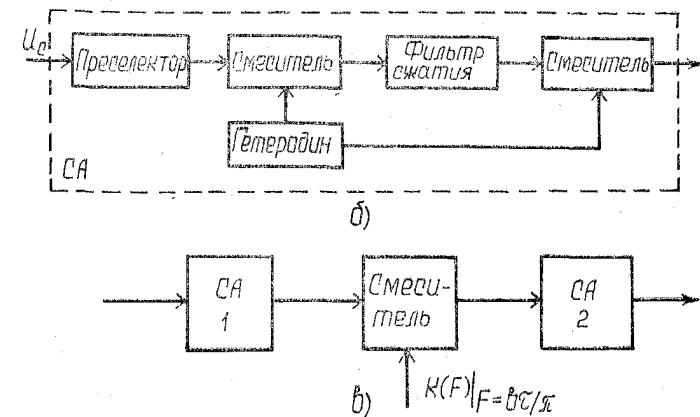
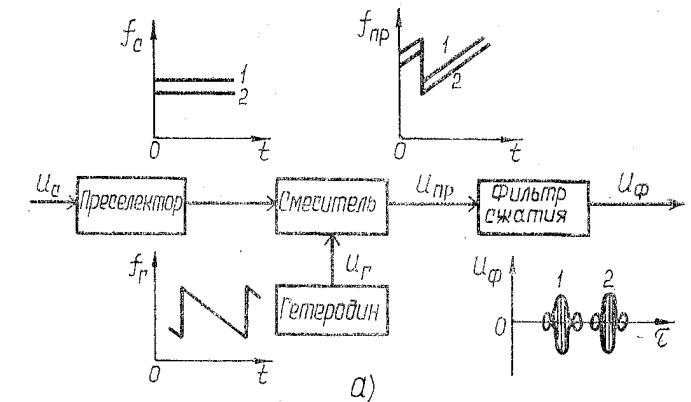


Рис. 4.2.11

4.2.3.7. Используя прямой и обратный амплитудно-фазовые спектроанализаторы, можно создать фильтр, согласованный с любым наперед заданным сигналом (рис. 4.2.11, в). Частотный спектр принятых колебаний, развернутый по времени в результате первого фурье-преобразования спектроанализатором СА1, умножается для этого на развернутую по времени частотную характеристику (ее можно сформировать заранее или же получить по заданной форме сигнала с помощью еще одного спектроанализатора). Дополнительное дисперсионное фурье-преобразование в спектроанализаторе СА2 переводит результат фильтрации во временную область.

4.2.4. Методы аналоговой обработки на фоне небелого шума. К белому шуму с известной спектральной плотностью $N(f)$ добавляется приближенно наложенная на белый шум пассивная помеха, создаваемая отражениями когерентной пачки радиопульсов от протяженной области местных предметов (участков

земной поверхности, деревьев, зданий). Зондирование считаем периодическим. Нестационарностью помехи (рис. 2.5.23) пренебрегаем.

Реальный спектр отражений от местных предметов, наложенных на белый шум, имеет гребни (рис. 4.2.12,а) на частотах $f_0 \pm k/T$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), расширяющиеся при увеличении разброса радиальных скоростей элементов отражателей (например, раскачиваемых ветром деревьев), а также при уменьшении длительности пачки.

Амплитудно-частотный спектр рис. 4.2.12,б принимаемого сигнала (когерентной пачки радиопульсов) сдвинут по отношению к спектру зондирующего сигнала на доплеровскую частоту цели $F_{дц}$. Амплитудно-частотная характеристика оптимального фильтра $|K_{опт}(f)| \equiv |g(f)|/N(f)$ (рис. 4.2.12, в) имеет гребни накопления и подавления.

4.2.4.1. Условия оптимальной фильтрации когерентной пачки реализуются при последовательном включении (рис. 4.2.12,г): согласованного фильтра одиночного радиопульса пачки СФОИ,

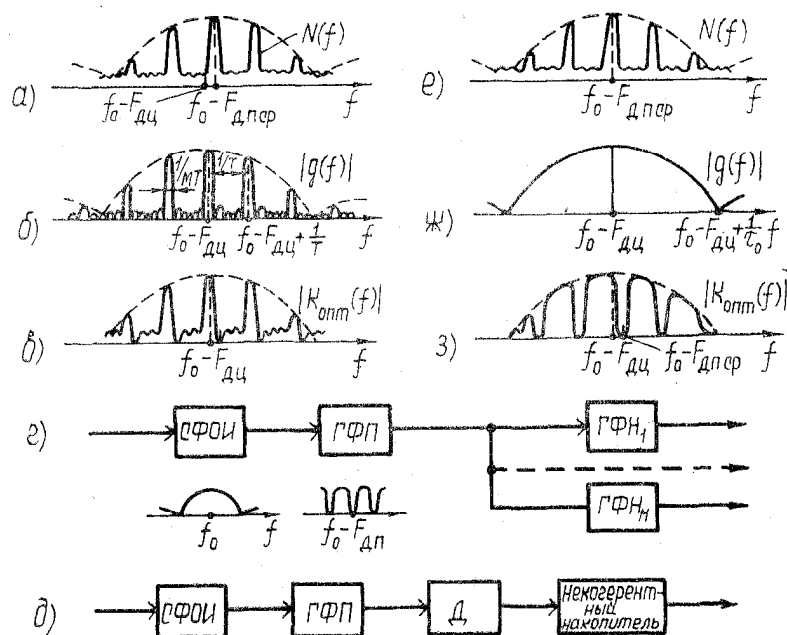


Рис. 4.2.12

гребенчатого фильтра подавления ГФП и гребенчатого фильтра накопления ГФН. Последний должен быть многоканальным (см. например рис. 4.2.5), а напряжение каждого канала со своим

значением $F_{дц}$ должно подаваться на соответствующий детектор (не показано).

При большом числе когерентных импульсов в пачке гребенчатый фильтр подавления (в общем случае адаптивный) можно иногда исключить. Это восполняется за счет небольшого рассогласования гребенчатых фильтров накопления ГФН, а именно скругления огибающих их импульсных характеристик (подбора весов в отводах по схемам вида рис. 4.2.5).

Боковые лепестки гребней амплитудно-частотных характеристик при этом сглаживаются и подавляются. В отличие от скругления в частотной области, используемого для коррекции временных характеристик, речь здесь идет об аналогичном скруглении во временной области, используемом для коррекции частотных характеристик. Скругление означает переход от согласованной фильтрации пачек радиопульсов к квазиоптимальной, используемой для улучшения разрешающей способности в частотной области путем весовой обработки.

4.2.4.2. На рис. 4.2.12,д показана видоизмененная по сравнению с рис. 4.2.12,г схема обработки для малого числа когерентно-связанных импульсов в пачке.

Многоканальный когерентный накопитель ГФН заменен в ней одноканальным некогерентным (последетекторным) накопителем. Для случая пассивной помехи от местных предметов гребенчатый фильтр подавления — *неперестраиваемый неадаптивный*. Желаемая квазиоптимальная частотная характеристика додетекторных каскадов $g_n^*(f)/N(f)$ (рис. 4.2.12,з) соответствует обнаружению одиночного радиопульса со спектральной плотностью $g_n(f)$ (рис. 4.2.12,ж) на фоне небелого шума (рис. 4.2.12,е).

4.2.4.3. Техническая реализация фильтров подавления зависит от числа гребней в спектре частот $N(f)$ мешающих колебаний. Если число гребней велико, необходимые частотные характеристики реализуются с использованием линий задержки.

Простейший гребенчатый фильтр подавления выполняется по схеме однократного череспериодного вычитания (рис. 4.2.13,а), обеспечивающей образование разности $w_1(t) = u(t) - u(t - T)$ незадержанного и задержанного напряжений. Частотная характеристика этого фильтра определяется получаемым отсюда при $u(t) = e^{j2\pi f t}$ соотношением

$$K_1(f) = \frac{w_1(t)}{u(t)} = 1 - e^{-j2\pi f T} = e^{-j\pi f T} 2j \sin \pi f T.$$

Его амплитудно-частотная характеристика

$$|K_1(f)| = 2|\sin \pi f T| \quad (4.2.9)$$

имеет следующие с периодом по частоте $1/T$ узкие гребни подавления (провалы, рис. 4.2.13,б).

Для расширения гребней подавления используют последовательное включение двух (и более) схем однократного череспери-

одного вычитания (рис. 4.2.13, в). При двукратном вычитании, в частности, вырабатывается вторая конечная (не бесконечно малая) разность

$$\omega_2(t) = \omega_1(t) - \omega_1(t - T) = u(t) - 2u(t - T) + u(t - 2T),$$

а амплитудно-частотные характеристики однократного череспериодного вычитания перемножаются. Результирующая амплитудно-частотная характеристика (рис. 4.2.13, г)

$$|K_2(f)| = |K_1(f)|^2 = 4 \sin^2 \pi f T \quad (4.2.10)$$

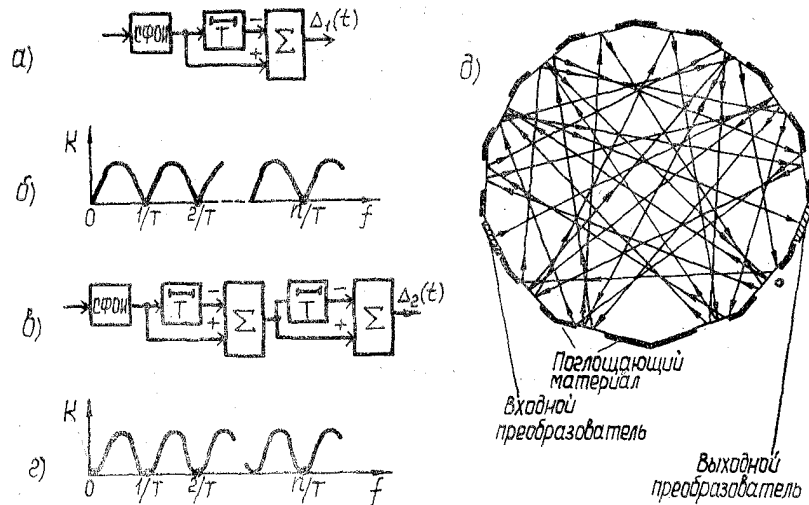


Рис. 4.2.13

имеет по сравнению с характеристикой рис. 4.2.13, б более широкие гребни подавления параболической формы. Области подавления можно сужать, сохраняя их параболичность, путем введения обратных связей с выходов на входы многократных (в общем случае) устройств череспериодного вычитания.

Фильтрация колебаний при супергетеродинном приеме часто проводится на промежуточной частоте. Используется область характеристик рис. 4.2.13, б, г, соответствующая спектру сигнала. Совмещение провалов характеристик с гребнями спектра помехи обеспечивают, например, путем подбора частоты колебаний гетеродина.

Учтем в этом предположении, что наличие фильтра сказывается и на полезном сигнале. Амплитуда прошедшего через него сигнала зависит от разности $F_d - F_{д.п.ср} = 2(v_r - v_{г.п.ср})/\lambda_0$ доплеровской частоты сигнала и средней доплеровской частоты подавляемой помехи, а значит от разности соответствующих скоростей.

От амплитудно-частотных переходят поэтому к амплитудно-скоростным характеристикам. Они имеют вид, показанный на рис. 4.2.13, б, г, но частота f заменена на разность скоростей $v_r - v_{г.п.ср}$, а ее значения n/T ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) — на соответствующие значения разности скоростей $(\lambda_0/2)n/T$. Пересчет частот в скорости проведен в соответствии с (2.3.10). Скорости $v_{г.слеп} = v_{г.п.ср} + n\lambda_0/2T$, для которых амплитуды сигналов обращаются в нуль, называют слепыми скоростями. Вне зон слепых скоростей осуществляется селекция сигналов. Имея в виду подавление отражений от местных предметов, неподвижных относительно РЛС, говорят о селекции движущихся целей (СДЦ). В этом случае $v_{г.п.ср} = 0$ и $v_{г.слеп} = n\lambda_0/2T$. При любой такой слепой скорости расстояние до цели изменяется за период следования T на целое число n полуволн, до цели и обратно — на целое число волн λ_0 ; фаза колебаний не меняется (меняется на целое число 2π), что определяет компенсацию сигнала.

Линии задержки, работающие на промежуточной частоте, выполняются из монокристаллов солей NaCl, KCl, ниобата лития LiNbO₃, плавного и кристаллического кварца SiO₂, алюминидово-магниевого сплава. Чтобы получить необходимую задержку при ограниченных габаритах линии, используют принцип многократных отражений, придавая объемному звукопроводу многогранную форму (рис. 4.2.13, д) или форму цилиндра.

4.2.4.4. Как и фильтровую, корреляционно-фильтровую обработку используют для наблюдения на фоне не белого, а не только белого шума.

Для синтеза обработки видеоизменяют представление весовой функции или импульсной характеристики фильтра, реализующего подавление помехи. Ограничимся случаем, когда импульсную характеристику фильтра можно описать немодулированным по фазе колебанием $v(t)$ в виде произведения $V(t) \times \cos(2\pi f_0 t + \psi)$, где $V(t)$ — вещественная функция. К этому случаю относится рассмотренное в п. 4.2.4.3 подавление помех, отраженных местными предметами, зондируемыми немодулированными по фазе пачечными сигналами* (общий случай рассмотрим, переходя к цифровой обработке).

Заменяя $v(t-s) = V(t-s)[\cos(2\pi f_0 t + \psi)\cos 2\pi f_0 s + \sin(2\pi f_0 t + \psi)\sin 2\pi f_0 s]$, представим выходное напряжение фильтра (3.2.21) в виде

$$\omega(t) = W_1(t) \cos(2\pi f_0 t + \psi) + W_2(t) \sin(2\pi f_0 t + \psi) = \sqrt{W_1^2(t) + W_2^2(t)} \cos(2\pi f_0 t + \psi - \arctan \{W_1(t)/W_2(t)\}),$$

где $W_{1,2}(t)$ — вещественные функции

$$W_{1,2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(s) \frac{\cos 2\pi f_0 s}{\sin 2\pi f_0 s} V(t-s) ds.$$

На рис. 4.2.14, а приведена структурная схема двухканальной корреляционно-фильтровой обработки. Выходное напряжение со-

* Приведенные соотношения применимы и к сжатым широкополосным сигналам.

ласованного фильтра одиночного радиоимпульса СФОИ поступает в каждом из каналов на умножитель. На умножители подаются *квадратурные опорные напряжения* $\cos 2\pi f_0 t$ и $\sin 2\pi f_0 t$. Фильтрация проводится на *видео частоте*. После извлечения квадратного корня должно получиться такое же напряжение $W(t)$, что и после детектора при обработке на промежуточной частоте. Эффект *режекции помехи* достигается, если в каждом из каналов устанавливаются *видео частотные гребенчатые фильтры* подавления, например, с частотными характеристиками (рис. 4.2.14,б).

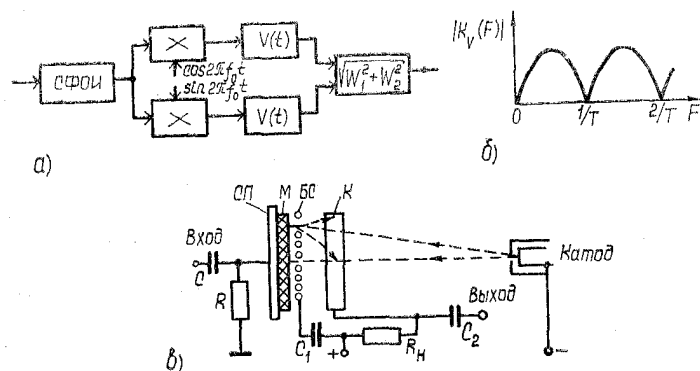


Рис. 4.2.14

Часто идут на *упрощения* схемы.

Перемножение заменяют детектированием суммы опорного и входного напряжений при одновременном удалении с помощью конденсатора постоянной составляющей выходного напряжения.

Вместо двух квадратурных каналов обработки оставляют один. Последнее приводит, однако, наряду с энергетическими потерями к *модуляции* выходных пачек радиоимпульсов доплеровскими частотами.

Если же важно сохранить форму пачек (при определении угловых координат целей по центру этих пачек) — приходится соблюдать *двухканальность* череспериодной компенсации на видео частоте, объединяя каналы в квадратуре.

Когда *допустимо* стробирование по дальности, один и тот же гребенчатый фильтр подавления может осуществлять поочередную обработку напряжений квадратурных каналов. Задержка, вводимая в один из квадратурных каналов до фильтра, компенсируется при этом задержкой, вводимой в другой канал после него. В случае *многоцелевой работы*, когда стробирование недопустимо, но требуется высокая точность измерения угловых координат, приходится *удваивать* число гребенчатых фильтров подавления, а значит используемых в них задерживающих устройств. Это является недостатком любой обработки на видео по сравнению с обработкой на промежуточной частоте.

В качестве элементов задержки и вычитания *режекторных* видео частотных гребенчатых фильтров используют *вычитающие потенциалоскопы*. Потенциалоскоп представляет собой электронно-лучевую трубку (рис. 4.2.14,в) с *диэлектрической мишенью* М, материал покрытия которой обладает свойством *вторичной эмиссии* (при попадании электрона с большим уровнем энергии на такую мишень из нее выбивается *более чем один электрон*). Пусть интенсивность попадающего на мишень электронного луча модулируется входным видео частотным напряжением, а луч развертывается по мишени. Тогда на мишени сохраняется *потенциальный рельеф* положительных зарядов, отображающий закон модуляции. Модуляция обеспечивается подаваемым на *сигнальную пластину* СП входным напряжением $u(t)$, определяющим ее потенциал относительно катода. При изменении $u(t)$ от периода к периоду развертки *перезаряжаются* элементы *диэлектрической мишени* М. Перезарядный ток вторичных электронов собирается *коллектором* К и создает *выходное напряжение* $w_1(t)$ на сопротивлении нагрузки R_H

$$w_1(t) \equiv u(t) - u(t - T).$$

Ответвление тока на соседние участки мишени М предотвращается *барьерной сеткой* БС.

4.2.4.5. Для *уменьшения* числа зон *слепых скоростей* можно изменять интервалы между импульсами. Как было показано в п. 4.1.3.9, это *ослабляет* неоднозначность измерения скорости. Пусть обрабатываются *неперекрывающиеся* отражения от *трех* когерентных зондирующих радиоимпульсов. Составим, как и в п. 4.2.4.3, *вторую конечную разность*

$$w_2(t) \equiv [u(t) - u(t - T_1)] - [u(t - T_1) - u(t - T_1 - T_2)].$$

Заменяя $u(t) = e^{j2\pi f t}$, $f = 2v_r/\lambda_0$, придем к амплитудно-скоростной характеристике $|K_2(v_r)| = |w_2(t)/u(t)|$ вида

$$|K_2(v_r)| = |1 - 2e^{-j4\pi v_r T_1/\lambda_0} + e^{-j4\pi v_r (T_1 + T_2)/\lambda_0}|.$$

Используя формулу Эйлера, вычисляя после этого модуль комплексного числа, получим после тригонометрических преобразований амплитудно-скоростную характеристику в виде

$$|K_2(v_r)| = 2 \sqrt{\frac{3}{2} - \cos(4\pi v_r T_1/\lambda_0) - \cos(4\pi v_r T_2/\lambda_0) + \frac{1}{2} \cos[4\pi v_r (T_1 + T_2)/\lambda_0]}.$$

Для $T_1/T_2 = 6/7$ эта характеристика показана на рис. 4.2.15,а. Вид характеристики сохраняется, когда интервалы T_1 и T_2 меняются местами.

Для компенсации помехи при чередующихся интервалах T_1 , $T_2 > T_1$ можно использовать *схему вычитания на двух одинаковых линиях задержки*, на время T_1 каждая, поставив перед ней *поочередно* *включаемую* и *выключаемую* линию на время $T_2 - T_1$ (рис. 4.2.15,б). Все это составляет *фильтр с переменными параметрами*, работающий на *промежуточной частоте*.

При переходе на *видео частоту* обработку можно осуществлять на *вычитающих потенциалокопах* или *приборах с переносом заряда* (зарядовой связью).

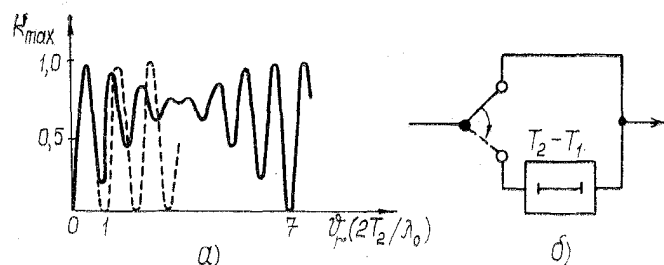


Рис. 4.2.15

Коммутируемая линия в данном случае не используется, но изменяются интервалы между импульсами запуска разверток потенциалокопов или управления приборами с переносом заряда (зарядовой связью).

4.2.5. Методы цифровой обработки во временной области. Внедрению цифровых методов обработки *способствуют:*

повышение точности выполнения операций и расширение динамического диапазона входных сигналов, существенное при работе в помеховых условиях;

неограниченная длительность хранения оцифрованной информации;

микроминиатюризация, повышение надежности и стандартизация производства цифровых элементов;

возможность использования одних и тех же элементов при смене условий, режимов, алгоритмов работы и зондирующих сигналов РЛС.

Широкополосность цифровой обработки *лимитируется ограниченным быстродействием цифровых элементов, особенно аналого-цифровых преобразователей.* Прогресс в этом направлении замечен. Он знаменуется даже началом продвижения в область *гигабитовой техники* (до 10^9 двоичных символов в секунду).

Входами устройств цифровой обработки рис. 4.2.16,а *являются выходы трактов промежуточной (высокой) частоты f_0 , идущие от модулей антенной решетки или антенны в целом.* В связи с ограниченным быстродействием цифровых элементов информация переносится на *видео частоту* с помощью умножителей (фазовых детекторов) с опорными колебаниями $\cos 2\pi f_0 t$, $\sin 2\pi f_0 t$, вырабатываемыми общим гетеродином, и фильтров нижних частот с полосами пропускания $0 < F < F_{\max}$.

Получаемые при этом *видео частотные напряжения*

$$|Y(t)| \cos [\arg Y(t)] = \operatorname{Re} Y(t) \text{ и } |Y(t)| \sin [\arg Y(t)] = \operatorname{Im} Y(t)$$

поступают на *аналого-цифровые преобразователи (АЦП).* Последние обеспечивают:

дискретизацию временных аргументов принимаемых колебаний с шагом $\Delta t \leq 1/2 F_{\max}$;

дискретизацию положительных и отрицательных уровней мгновенных значений, обычно с равномерным шагом $\Delta = 2u_{\max}/2^L$, где L — число двоичных разрядов;

кодирование уровней в двоичной цифровой форме.

При большой разрядности L характеристика аналого-цифрового преобразователя рис. 4.2.16,б приближается к *линейной*, отли-

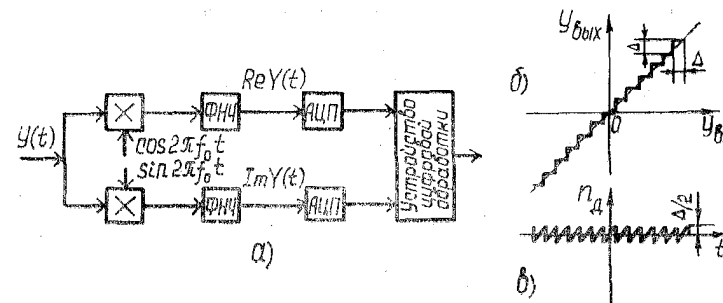


Рис. 4.2.16

чаясь от нее на *кусочно-линейную функцию.* Влияние остаточной нелинейности сводят к наложению шумов дискретизации n_d . Эти шумы состоят из выбросов рис. 4.2.16,в, близких к *треугольным с равномерным распределением мгновенных значений в интервале от $-\Delta/2$ до $\Delta/2$, а значит с дисперсией*

$$\frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dx = \frac{\Delta^2}{12}$$

Наиболее *жесткие требования* к устройствам цифровой обработки предъявляются при обнаружении сигналов на фоне *интенсивных помех с высокой степенью корреляции*, которые должны затем *эффективно компенсироваться.* Вероятность *ограничения помехи*, т. е. выхода ее выбросов за пределы $\pm u_{\max}$, должна быть для этого мала. При величине этой вероятности 0,08 дисперсия помехи составит $* [u_{\max}/1,75]^2$. *Динамический диапазон АЦП*, понимаемый здесь как допустимое превышение дисперсии помехи над дисперсией шума дискретизации, составит $10 \log_{10} [(u_{\max}/1,75)^2: \Delta^2/12] \approx 10 \log_{10} 2^{2L} \approx 6 \text{ ЛдБ}$, т. е. *шесть децибел на двоичный разряд.* Здесь использована связь Δ с L и u_{\max} .

4.2.5.1. Цифровая обработка высокой разрядности строится как аппроксимация аналоговой.** Аналоговую корреляционную обработку реальных когерентных сигналов, связанную с вычисле-

* См. графики вида рис. 3.2.4,б

** В принципе ее можно строить и независимо, исходя из введенной выше модели пространственно-временного сигнала в виде блочного вектор-столбца.

нием модульных значений комплексных весовых интегралов, выражая в скалярном варианте формулы (3.3.14) функции $Y(t)$ и $R^*(t)$ через их реальные и мнимые части, можно свести к вычислению вещественных интегралов вида

$$\zeta_{ik} = \frac{1}{2} \int \operatorname{Re} Y(t) \operatorname{Re} R^*(t) dt. \quad (4.2.11)$$

Здесь i и k равны единице при реальном и двойке при мнимом значении соответственно первого и второго сомножителя подынтегрального выражения; нормирование опущено. Учитывая (3.3.14) и (11), имеем

$$|Z| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 Z + \operatorname{Im}^2 Z} = \sqrt{(\zeta_{11} - \zeta_{22})^2 + (\zeta_{21} + \zeta_{12})^2}. \quad (4.2.12)$$

В результате временной дискретизации (характерной как для цифровой, так и для дискретно-аналоговой обработки) интегралы (11) с точностью до множителя аппроксимируются суммами произведений временных дискретов с номерами $l=0, 1, 2, \dots$ или, иначе, скалярными произведениями векторов с номерами i, k

$$\zeta_{ik} = \sum_l y_{il} r_{kl} = \mathbf{y}_i^T \mathbf{r}_k, \quad (4.2.13)$$

где $i, k=1, 2$. В зависимости от значения i, k составляющие этих векторов (дискреты)

$$\begin{aligned} y_{1l} = y_l &= \operatorname{Re} Y(t_l), & r_{1l} = r_l &= \operatorname{Re} R^*(t_l), \\ y_{2l} = y_{l\perp} &= \operatorname{Im} Y(t_l), & r_{2l} = r_{l\perp} &= \operatorname{Im} R^*(t_l). \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Дополнительная дискретизация временных дискретов (13—14) по уровням при большом числе уровней существенно не меняет результаты вычислений.

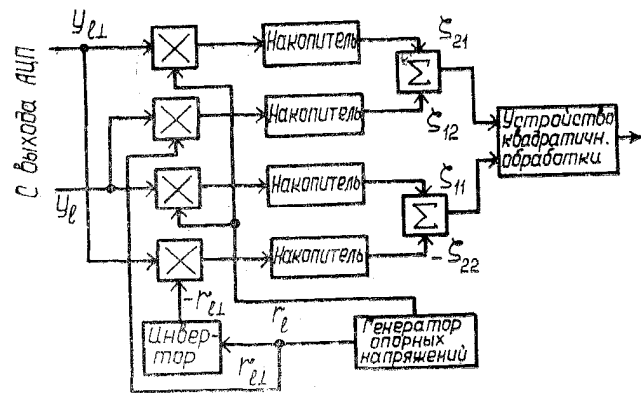


Рис. 4.2.17

Структурная схема корреляционной обработки рис. 4.2.17 включает в соответствии с (12—13) четыре цифровых коррелятора.

Число корреляторов сокращается до двух, когда комплексная амплитуда весовой функции описывается вещественным числом. Последнее имеет место при обнаружении сигнала, немодулированного по фазе или фазоманипулированного кодом 0, π с малым доплеровским смещением частоты.

Процедура обработки (12) рассчитана на известное запаздывание ожидаемого сигнала. Когда последнее изменяется в известных пределах, она проводится для ряда запаздываний параллельно или последовательно во времени.

4.2.5.2. Разновидностью последовательно повторяемой корреляционной процедуры является цифровая фильтрация, операции которой близки к операциям аналоговой. Цифровые вычисления реализуются на основе интеграла свертки либо интеграла Фурье. Различают соответственно цифровую фильтрацию во временной и в частотной областях.

Методы цифровой (как и дискретно-аналоговой) фильтрации во временной области делят на нерекурсивные и рекурсивные.

Нерекурсивные (трансверсальные) фильтры имеют конечные импульсные характеристики (КИХ фильтры) и выполняются без обратных связей.

Рекурсивные фильтры имеют бесконечные импульсные характеристики (БИХ фильтры) и выполняются с обратными связями, что уменьшает объем запоминающих устройств или увеличивает длительность накопления.

4.2.5.3. Алгоритм работы нерекурсивного (трансверсального) цифрового фильтра

$$w_k = \sum_{l=0}^{n-1} y_l v_{k-l} \quad (4.2.15)$$

подобен алгоритму свертки аналогового фильтра (3.2.21). Значения t, s непрерывного времени заменены номерами отсчетов k, l , операция интегрирования — операцией суммирования. Нерекурсивность выражается в конечном числе n слагаемых (15). При $n \rightarrow \infty$ алгоритм (15) переносится на рекурсивные фильтры.

4.2.5.4. Алгоритм работы рекурсивного цифрового фильтра представляют в связанном с его схемой (рис. 4.2.18,а) виде

$$w_k = \sum_{m=1}^M a_m y_{k-m} + \sum_{\lambda=1}^A b_\lambda w_{k-\lambda}. \quad (4.2.16)$$

Коэффициенты b_λ ($\lambda=1, 2, \dots$) характеризуют обратные связи различного порядка. Коэффициенты a_m характеризуют дискреты импульсной характеристики при разомкнутых обратных связях (когда все b_λ приравнены нулю и рекурсивный фильтр переходит в нерекурсивный). Если только $b_1 \neq 0$, выходное напряжение первого сумматора с задержкой на один шаг воздействует на его вход, формируя дополнительное выходное напряжение $b_1 w_{k-1}$. При $b_2 \neq 0$ аналогично формируется дополнительное напряжение $b_2 w_{k-2}$ и т. д.

4.2.5.5. Задавая воздействия y_l так, что $y_l = 0$ при $l \neq 0$ и $y_l = 1$ при $l = 0$, можно экспериментально снять или вычислить согласно (15—16) значения $v_k = w_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) *дискретов импульсных характеристик* любого цифрового фильтра (рис. 4.2.18, б). Для реализуемых фильтров $w_k = 0$ при $k < 0$, а значит и $v_k = 0$ при $k < 0$.

4.2.5.6. Как для нерекурсивных, так и для рекурсивных цифровых фильтров наряду с импульсными характеристиками вводят *частотные* (рис. 4.2.18, в).

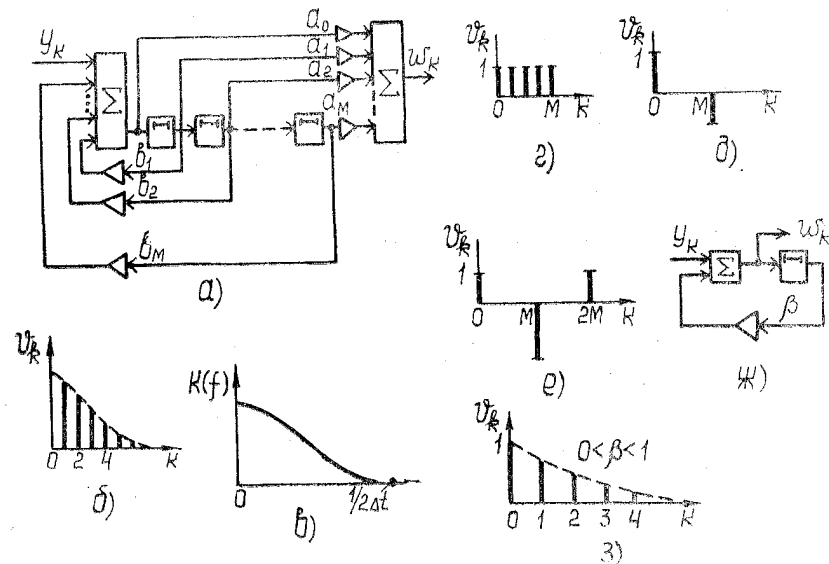


Рис. 4.2.18

Частотная характеристика определяется как отношение выходного напряжения ко входному при дискретизированном гармоническом входном напряжении

$$K = w_k / y_k \text{ при } y_k = e^{j2\pi f k \Delta t}. \quad (4.2.17)$$

Она имеет (по определению) *периодическую зависимость от частоты f с периодом $F = 1/\Delta t$* (рис. 4.2.18, в показывает его половину).

Подставляя (15) в (17), обозначая периодически зависящий от частоты комплексный множитель $e^{j2\pi f k \Delta t} = z$ и переходя к новой переменной суммирования $k - l = \mu$, для общего случая (нерекурсивных и рекурсивных фильтров) получим

$$K(z) = \sum_{\mu} v_{\mu} z^{-\mu}. \quad (4.2.18)$$

Для *нерекурсивных фильтров*, в частности, число слагаемых в преобразовании (18) *конечное*.

Частотную характеристику *рекурсивного фильтра*, заданного коэффициентами выражения (16), найдем, заменив в (16) $v_{k-m} = z^{k-m}$, $w_k = K y_k = K z^k$. Переносим слагаемые, содержащие $K = K(z)$, в левую часть равенства, получаем

$$K(z) = \sum_m a_m z^{-m} / \left(1 - \sum_{\lambda} b_{\lambda} z^{-\lambda}\right). \quad (4.2.19)$$

Разлагая (19) в ряд по убывающим степеням z , можно перейти к записи (18), определяющей элементы бесконечной импульсной характеристики как коэффициенты ряда (18).

Как для нерекурсивных (18), так и для рекурсивных (19) фильтров частотная характеристика — *рациональная функция* параметра z , называемая при произвольных комплексных z его *системной функцией*.

4.2.5.7. Перейдем к примерам.

Пример 1. В импульсной характеристике рис. 4.2.18, г нерекурсивного цифрового фильтра значения $v_k = 1$ при $0 \leq k \leq M-1$, остальные значения v_k нулевые. Найдем амплитудно-частотную характеристику фильтра.

В соответствии с (18)

$$K(z) = 1 + z^{-1} + \dots + z^{-(M-1)} = \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} = z^{-\frac{M-1}{2}} \frac{z^{M/2} - z^{-M/2}}{z^{1/2} - z^{-1/2}}.$$

Подставляя $z = e^{j2\pi f \Delta t}$, приходим к гребенчатой амплитудно-частотной характеристике *накопления*

$$|K(f)| = |\sin(\pi f M \Delta t) / \sin(\pi f \Delta t)|.$$

Пример 2. В импульсной характеристике рис. 4.2.18, д нерекурсивного цифрового фильтра ненулевыми являются только значения $v_0 = -v_M = 1$, причем $M \Delta t = T$.

В данном случае

$$|K| = |1 - z^{-M}| = 2 |\sin \pi f T|.$$

Рассматриваемый фильтр — это гребенчатый фильтр *подавления* с амплитудно-частотной характеристикой рис. 4.2.13, б, обеспечивающий *однократную череспериодную компенсацию* с периодом $T = M \Delta t$ в цифровой системе СДЦ.

Пример 3. В импульсной характеристике нерекурсивного цифрового фильтра рис. 4.2.18, е ненулевыми являются только значения $v_0 = -v_{M/2} = v_{2M} = 1$, причем $M \Delta t = T$.

При этом (рис. 4.2.13, г)

$$|K| = |1 - 2z^{-M} + z^{-2M}| = 4 \sin^2 \pi f T,$$

что соответствует *двукратной череспериодной компенсации* в цифровой системе СДЦ.

Пример 4. В уравнении (16) рекурсивного цифрового фильтра ненулевыми являются только коэффициенты $a_0=1$ и $b_1=\beta$, где $0<\beta<1$.

Рассматриваемый фильтр — это *рециркулятор* (рис. 4.2.18, ж) с периодом рециркуляции $T=M\Delta t$ и частотной (структурной) характеристикой

$$K = \frac{1}{1 - \beta z^{-M}} = 1 + \beta z^{-M} + \beta^2 z^{-2M} + \dots$$

Ненулевые дискеты импульсной характеристики рис. 4.2.18, а $v_0=1$, $v_M=\beta$, $v_{2M}=\beta^2$ и т. д. Фильтр *устойчив* при $|\beta|<1$. Амплитудно-частотная характеристика имеет *гребни накопления*.

4.2.6. Методы цифровой обработки в частотной области. Цифровая фильтрация в частотной области базируется на преобразованиях Фурье. Преобразованные в частотную область дискеты принимаемого колебания умножаются в цифровых фильтрах на соответствующие дискеты их частотных характеристик и подвергаются после этого обратному преобразованию во временную область. Основная особенность цифровой фильтрации в частотной области по сравнению с аналоговой фильтрацией заключается во *временной дискретизации* входных, выходных и промежуточных данных. В связи с этим для выборки данных используют *дискретные преобразования Фурье (ДПФ)*, а также *быстрые преобразования Фурье (БПФ)*, являющиеся разновидностями ДПФ. В обоих случаях необходимо соблюдение условия *неискаженной цифровой фильтрации в частотной области*, определяемого периодичностью используемых преобразований.

Наряду с фильтрацией рассмотрим и *другие применения цифровой обработки на основе ДПФ и БПФ*, связанные со спектральным анализом. Наконец, коснемся *некоторых новых методов дискретного спектрального анализа случайных процессов, непосредственно не связанных с ДПФ*.

4.2.6.1. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) представляет собой линейное преобразование n -элементной выборки (последовательности) Y_0, Y_1, \dots, Y_{n-1} в другую n -элементную выборку

$$G_m = \sum_{k=0}^{n-1} Y_k e^{-j2\pi mk/n} \quad (m=0, 1, \dots, n-1). \quad (4.2.20)$$

Иначе, вектор $Y = \|Y_k\|$ линейно преобразуется в вектор $G = \|G_m\|$ с помощью *матрицы дискретного преобразования Фурье*

$$A = \|w^{mk}\|, \quad w = e^{-j2\pi/n} \quad (4.2.21)$$

по формуле

$$G = AY. \quad (4.2.22)$$

Преобразование значений Y_k в значения G_m поясняется рис. 4.2.19, а, масштабы выбраны из удобства пояснения. Рис. 4.2.19, б поясняет структуру *дискретизированных* постоянной составляющей и косинусоидальных гармоник, наложение которых образует последовательность рис. 4.2.19, а.

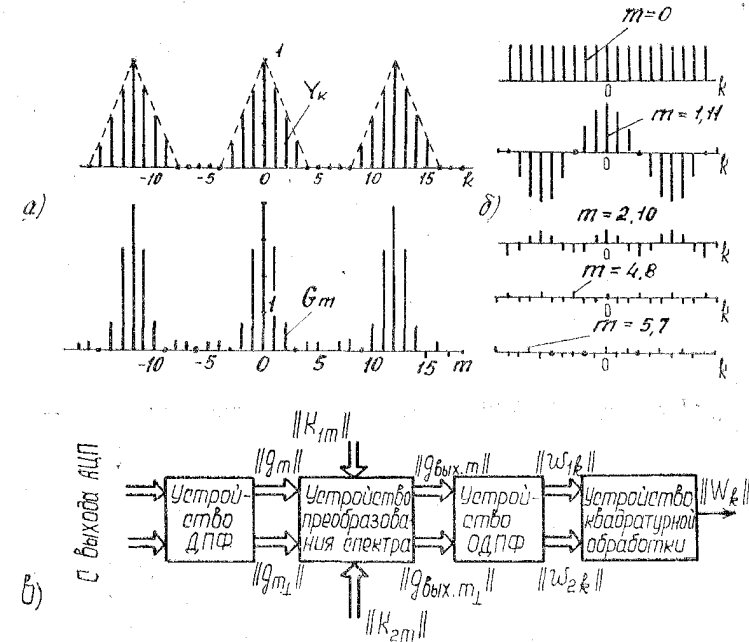


Рис. 4.2.19

4.2.6.2. Обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) описывается скалярными соотношениями

$$Y_k = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} G_m e^{j2\pi km/n} \quad (k=0, 1, \dots, n-1). \quad (4.2.23)$$

Косинусоидальные гармоники рис. 4.2.19, б соответствуют попарному объединению в (23) комплексных слагаемых (слагаемых $m=1$ и $m=11$ при $n=12$, например, для первой косинусоидальной гармоники).

В векторно-матричной форме имеем

$$Y = A^{-1} G = \frac{1}{n} A^* G. \quad (4.2.24)$$

К (23—24) придем, умножив выражения (20) на $e^{j2\pi\lambda m/n}$ ($\lambda = 0, 1, \dots, n-1$). Просуммируем их после этого по m от 0 до $n-1$. Коэффициентами при Y_k оказываются суммы членов геометрических прогрессий

$$\sum_{m=0}^{n-1} e^{j2\pi m(\lambda-k)/n} = \frac{e^{j2\pi(\lambda-k)} - 1}{e^{j2\pi(\lambda-k)/n} - 1}.$$

Они принимают нулевое значение при $\lambda \neq k$ и значение n (суммы n единиц) при $\lambda = k$. Заменяя поэтому правые части равенств на nY_λ и возвращаясь от обозначения λ к обозначению k , находим (23), а значит (24).

4.2.6.3. Перейдем к применению ДПФ и ОДПФ для вычисления откликов фильтров—сверточных сумм (15).

В связи с периодичностью преобразований число ненулевых дискретов отклика фильтра n_w , как и число ненулевых дискретов входного напряжения n_y и импульсной характеристики n_v , не может превысить период n . Но наибольшим из чисел n_w , n_y и n_v может быть только $n_w = n_y + n_v - 1$. Отсюда приходим к условию отсутствия искажений

$$n_w = n_y + n_v - 1 \leq n. \quad (4.2.25)$$

Работа устройства цифровой фильтрации в частотной области поясняется рис. 4.2.19, в.

Из АЦП на вход поступают дискреты квадратурных составляющих $y_k = \operatorname{Re} Y(t_k)$, $y_{k\perp} = \operatorname{Im} Y(t_k)$. В устройстве ДПФ находят реальные и мнимые части преобразованных дискретов (20) $G_m = g_m + jg_{m\perp}$:

$$g_m = \operatorname{Re} G_m = \sum_{k=0}^{n-1} \left(y_k \cos \frac{2\pi mk}{n} + y_{k\perp} \sin \frac{2\pi mk}{n} \right), \quad (4.2.26)$$

$$g_{m\perp} = \operatorname{Im} G_m = \sum_{k=0}^{n-1} \left(-y_k \sin \frac{2\pi mk}{n} + y_{k\perp} \cos \frac{2\pi mk}{n} \right).$$

Выражения (26) непосредственно следуют из (20) после замены $Y_k = y_k + jy_{k\perp}$ и использования формулы Эйлера.

Найденные значения g_m , $g_{m\perp}$ подают на устройство преобразования входной комплексной спектральной выборки $\mathbf{G} = \|G_m\|$ в выходную комплексную спектральную выборку

$$\mathbf{G}_{\text{вых}} = \|G_{\text{вых } m}\| = \|G_m K_m\|$$

с квадратурными составляющими ее элементов

$$\begin{aligned} g_{\text{вых } m} &= \operatorname{Re} G_{\text{вых } m} = \operatorname{Re}(G_m K_m) = g_m K_{1m} - g_{m\perp} K_{2m}, \\ g_{\text{вых } m\perp} &= \operatorname{Im} G_{\text{вых } m} = \operatorname{Im}(G_m K_m) = g_m K_{2m} + g_{m\perp} K_{1m}. \end{aligned} \quad (4.2.27)$$

Преобразование проводится в соответствии с заданной частотной характеристикой фильтра $K_m = K_{1m} + jK_{2m}$ ($m = 0, 1, \dots, n-1$).

Найденные квадратурные составляющие выборки выходного спектра поступают на устройство обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ), работающее по формуле (23) с заменой G_m на $G_{m\text{вых}}$, Y_k на W_k , подобное в остальном первичному устройству ДПФ.

С выхода устройства ОДПФ снимают либо отфильтрованные квадратурные составляющие w_{1k} и w_{2k} , либо, например, амплитудные значения $|W_k| = \sqrt{w_{1k}^2 + w_{2k}^2}$, что равносильно детектированию отфильтрованного напряжения. Рис. 4.2.19, в относится к последнему случаю.

4.2.6.4. Термином «быстрое преобразование Фурье» (БПФ) описывают процедуры вычисления дискретных преобразований Фурье (20), (23), обеспечивающие экономию в потребном числе арифметических операций, особенно наиболее сложных — умножения.

Принцип экономии поясним вначале на неотносящемся к ДПФ примере. Чтобы формально вычислить две величины $ab+bc$ и $ab+bc+d$, придется выполнить 4 операции умножения. Вынося общие множители за скобки и вводя запоминание предшествующих результатов, можно обойтись всего одной операцией умножения $(a+c)b$. Тот же принцип поясним на важном случае ДПФ.

Экономия по отношению к ДПФ обеспечивается, когда число n элементов последовательности разлагается на множители и является, в частности, целочисленной степенью основания два: $n=2^p$. Последовательность Y_k ($k=0, 1, \dots, n-1$) разбивается в этом случае на две подпоследовательности с четными и нечетными номерами элементов k , каждая подпоследовательность — на две аналогичные четвертьпоследовательности и т. д. При любом из $p = \log_2 n$ таких разбиений добиваются экономии.

Убедимся в этом для первого разбиения. Пронумеруем отдельно элементы четной и нечетной подпоследовательностей $Y_k = Y_{\text{чл}} = Y_{2l}$, $Y_k = Y_{\text{нл}} = Y_{2l+1}$ (с числом элементов $n/2$ в каждой). Введем ДПФ этих подпоследовательностей с периодом $n/2$

$$G_{\text{чл}} = \sum_{l=0}^{(n/2)-1} Y_{\text{чл}} e^{-j2\pi ml/(n/2)} = \sum_{l=0}^{(n/2)-1} Y_{2l} e^{-j2\pi m(2l)/n}, \quad (4.2.28)$$

$$G_{\text{нл}} = \sum_{l=0}^{(n/2)-1} Y_{\text{нл}} e^{-j2\pi ml/(n/2)} = e^{j2\pi m/n} \sum_{l=0}^{(n/2)-1} Y_{2l+1} e^{-j2\pi m(2l+1)/n}.$$

Нижняя правая сумма (28) по l оказывается равной $G_{\text{нл}} e^{-j2\pi m/n}$ и соответствует спектру нечетной подпоследовательности с запаздыванием на дискрет по отношению к четной.

Заметим, кроме того, что $G_{\text{чл}}(m+n/2) = G_{\text{чл } m}$, $G_{\text{нл}}(m+n/2) = G_{\text{нл } m}$.

Сумма входящих в правые части равенств (28) сумм по i сводится к (20) при любом значении m , в том числе при $m = n/2$. Поэтому с учетом вынесения комплексных экспоненциальных множителей запаздывания

$$G_m = G_{qm} + e^{-j2\pi m/n} G_{nm}, \quad (4.2.29)$$

$$G_{m+n/2} = G_{qm} + e^{-j2\pi(m+n/2)/n} G_{n(m+n/2)} = G_{qm} - e^{-j2\pi m/n} G_{nm}, \quad (4.2.30)$$

причем с учетом запоминания можно ограничиться вычислениями G_{qm} , G_{nm} только для $m=0, 1, \dots, (n/2)-1$.

Сопоставим потребное число операций умножения при прямом вычислении ДПФ по формуле (20) и при разбиении на две подпоследовательности с использованием (28—30).

Потребное число операций умножения при прямом вычислении одного элемента и всех элементов ДПФ по формуле (20) составляет соответственно n и n^2 .

Для ДПФ (28) обеих подпоследовательностей потребуется всего $2(n/2)^2$ таких операций. Еще $n/2$ операций потребует умножение на одинаковые экспоненциальные множители (29) и (30). Экономия операций умножения за счет первого разбиения на подпоследовательности составит

$$n^2 - 2(n/2)^2 - n/2 = n(n-1)/2.$$

Продолжая подсчет экономии от разбиения к разбиению, можно просуммировать сэкономленные операции. Интересующий результат получим, однако, быстрее, основываясь на следующем. После p делений на подпоследовательности в каждой из них остается по одному элементу, так что прямых операций ДПФ (20) вообще не потребуется. Требуется всего только $pn/2$ умножений на комплексные экспоненциальные множители. Общее число арифметических операций комплексного умножения в рассмотренных процедурах БПФ сокращается, таким образом, в

$$\frac{n^2}{pn/2} = \frac{2n}{\log_2 n} \quad (4.2.31)$$

раз.

4.2.6.5. Процесс разбиения на подпоследовательности равносильен разбиению на множители (факторизация) матрицы ДПФ (21). Поясним это на примере $n=8=2^3$, $p=3$, когда

$$A = A_1 A_2 A_3. \quad (4.2.32)$$

Векторно-матричное преобразование (22) разбивается при этом на три частных преобразования

$$G = A_1 G_1, \quad G_1 = A_2 G_2, \quad G_2 = A_3 Y.$$

Каждое из частных преобразований соответствует совокупности преобразований (28—29) для различных m .

Действительно, пусть составляющими вектора G , являются G_{qm} , G_{nm} , парно взятые для $m=0, 1, 2, 3$. Равенство $G = A_1 G_1$ принимает вид

$$\begin{pmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \\ G_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & \\ & 1 & w & & & & \\ & & 1 & w^2 & & & \\ & & & 1 & w^3 & & \\ 1 & -1 & & & & & \\ & 1 & -w & & & & \\ & & 1 & -w^2 & & & \\ & & & 1 & -w^3 & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{q0} \\ G_{n0} \\ G_{q1} \\ G_{n1} \\ G_{q2} \\ G_{n2} \\ G_{q3} \\ G_{n3} \end{pmatrix}, \quad (4.2.33)$$

что можно проверить построчно. Аналогично находятся матрицы A_2 и A_3 . Характерно наличие большого числа нулевых элементов всех этих матриц, что хорошо видно на примере матрицы A_1 (обозначения нулей опущены). Наличие большого числа нулевых элементов ведет к упрощению вычислений.

На рис. 4.2.20 представлен определяемый приведенными соотношениями направленный сигнальный граф БПФ. Кружками обозначены входы, а также сумматоры. Операциям умножения соответствует нанесение множителей вдоль соединительных линий. Малое число этих множителей на графе свидетельствует о сокращении числа операций умножения по сравнению с обычным ДПФ — о «прореживании» множителей БПФ. Правая часть графа соответствует преобразованию (33) матрицей A_1 , средняя и левая — преобразованиям A_2 , A_3 .

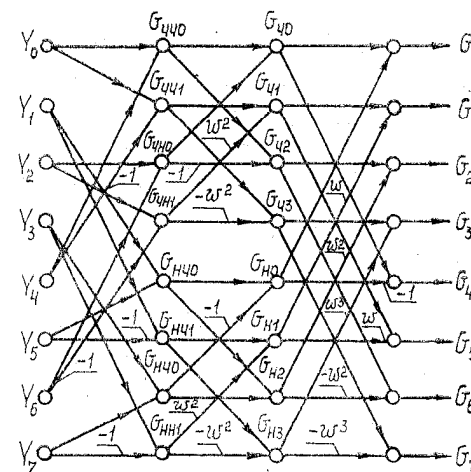


Рис. 4.2.20. Вариант графа БПФ для $n=8$ ($w=e^{-j2\pi/n}$)

Матрицы ДПФ (21) эрмитовы. Левая часть равенства (32) не изменяется поэтому при совместном его транспонировании и комплексном сопряжении

$$A = A^* T = A_3^* T A_2^* T A_1^* T. \quad (4.2.34)$$

4.2.6.6. Сравним эффективность фильтрации во временной и частотной областях. Ограничимся случаем, когда принимаемое колебание в виде набора n дискрет обрабатывается согласованным фильтром для n временных запаздываний.

Чтобы получить одну дискрету выходного напряжения при обработке во временной области, требуется n операций умножения. Чтобы получить n дискрет, требуется n^2 таких операций.

Перейдем к обработке в частотной области. Чтобы перевести n дискрет в частотную область, используя ДПФ, требуется n^2 операций умножения; для обратного преобразования требуется также n^2 операций; n операций потребуется для перемножения дискрет спектра на дискреты частотной характеристики. Здесь не учтена еще необходимость увеличения периода дискретного преобразования для устранения искажений согласно (25).

Фильтрация в частотной области без использования БПФ, таким образом, менее экономична, чем фильтрация во временной области. Преимущества фильтрации в частотной области проявляются с переходом к БПФ при больших n (хотя и с увеличением затрат на память), а также при наращивании с помощью ДПФ небольшого числа параллельных каналов обработки вида рис. 4.2.5, рис. 4.2.12,г. При этом ищутся пути упрощения тригонометрических вычислений и структуры алгоритмов БПФ [59, 60].

4.2.6.7. Остановимся на реализациях БПФ. Высокое быстродействие обеспечивается при использовании многопроцессорных специализированных вычислителей, включающих однотипные процессорные элементы. Примером их служит микропроцессорный элемент «бабочка» (рис. 4.2.21,а), обеспечивающий суммирование и умножение на $w^m = (e^{-j2\pi/n})^m$ согласно (29—30). Для реализации всего алгоритма БПФ используют конвейерную схему (рис. 4.2.21,б) из p процессоров ($p=3$) с оперативными запоминающими устройствами, а для построения каждого из процессоров $n/2$ элемента «бабочка» ($n/2=4$).

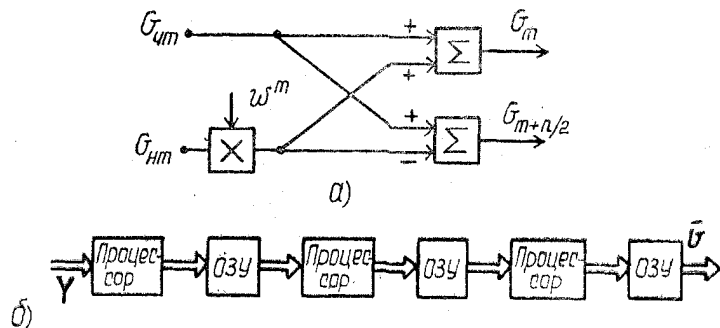


Рис. 4.2.21 ($w = e^{-j2\pi/n}$)

Устройство фильтрации напряжений в частотной области на основе быстрых преобразований Фурье выполняется в целом по приведенной для ДПФ схеме рис. 4.2.19,в.

Построенные на основе БПФ фильтры ЛЧМ радиоимпульсов обеспечивают коэффициенты сжатия более 10^4 .

В ряде устройств обработки можно избежать обратного фурье-преобразования. Это относится к цифровым спектроанализаторам напряжений, заменяющим совокупности большого числа узкополосных фильтров с детекторами: в импульсно-доплеровских РЛС, в многоцелевых РЛС с ЛЧМ сигналами и полной демодуляцией при гетеродинировании и т. д.

Переходу в частотную область часто предшествует *весовая обработка напряжений* — умножение на временную функцию, плавно спадающую к краям заданного временного интервала, что снижает уровень боковых лепестков в частотной области за счет расширения основных лепестков.

Аналогом спектрального анализа напряжений является синтез угловых каналов в РЛС с фазированными антенными решетками. Однократное БПФ выходных напряжений по строке антенной решетки реализует эффект совокупности распределенных по одной угловой координате антенных каналов с узкими по этой координате характеристиками направленности. Дополнительное БПФ по столбцам воссоздает эффект распределенных по двум угловым координатам каналов с игольчатыми характеристиками направленности.

4.2.6.8. Наряду со спектральным анализом напряжений проводят анализ энергетических спектров случайных процессов, близких к стационарным. Используют:

непосредственный спектральный анализ;

автокорреляционный спектральный анализ;

новые методы спектрального анализа, связанные с использованием доопытных (априорных) данных о спектрах.

При непосредственном спектральном анализе путем ДПФ (БПФ) находят спектральные составляющие отдельных реализаций случайных напряжений. Их модули возводятся в квадрат и усредняются по реализациям.

Автокорреляционный спектральный анализ предполагает вычисление оценок значений вещественной или комплексной дискретной автокорреляционной функции, в частности, для L -элементной выборки значений вида

$$\hat{\varphi}_i \approx \frac{1}{L-i} \sum_{l=i+1}^L u_l u_{l-i} \quad \text{или} \quad \hat{\Phi}_i \approx \frac{1}{2(L-i)} \sum_{l=i+1}^L U_l U_{l-i}^*.$$

Последовательность значений $\hat{\varphi}_i$ или $\hat{\Phi}_i$ подвергается затем ДПФ (БПФ).

И непосредственный и автокорреляционный спектральный анализ случайных процессов находят широкое применение. Использование их встречает, однако, определенные трудности, связанные с тем, что усеченные с двух сторон выборки неполно отражают осо-

бенности протяженных колебаний. Условие (25), обеспечивающее неискаженную фильтрацию выборок, не обеспечивает еще правильного описания частотных свойств указанных колебаний.

Действительно, прямое усечение процесса означает его умножение на прямоугольную вырезающую функцию. Спектр реализации процесса свертывается при этом со спектром вырезающей функции. Соответственно искажается энергетический спектр. Появляются новые, в том числе интенсивные боковые лепестки. Слабые составляющие спектра подавляются боковыми лепестками сильных.

«Взвешивание» вырезающей функции, приближение ее к колоколообразной [23] снижает уровень дополнительных боковых лепестков спектра, но приводит к расширению, а часто и к перекрытию узких спектральных линий.

4.2.6.9. В связи с изложенным большое внимание привлекают новые методы спектрального анализа случайных процессов, связанные с их пролонгацией за пределы «окна» вырезающей функции на основе имеющихся во многих случаях априорных данных (в литературе их называют еще методами нелинейного или адаптивного спектрального анализа). В пролонгации процессов (автокорреляционных функций) много общего с пролонгацией траекторий целей (разд. 5.3), также на основе доопытных данных. Эквивалентное расширение «окна» обеспечивает улучшенное по сравнению с согласованным разрешение по спектру (конечно, при наличии запаса в отношении сигнал—шум, см. разд. 4.1.9). Характерно, что спектральное оценивание проводится в данном случае без привлечения аппарата ДПФ (БПФ) [48, 54] *.

И пролонгация, и вычисления основываются на том, что энергетический спектр дискретного случайного процесса моделируется рациональной функцией введенного в разд. 4.2.5 параметра $z = e^{j2\pi f \Delta t}$. Процесс представляется как выходное напряжение $w_k = u_k$ цифрового, рекурсивного в общем случае, фильтра, на который воздействуют независимые дискреты шума $u_k = v_k$ с единичной дисперсией (дискретный аналог белого шума). Моделируемый спектр соответствует тогда квадрату модуля $|K(z)|^2$ частотной характеристики (19) моделирующего фильтра. Модели процессов $u_k = w_k$ описываются аналогичным (16) уравнением

$$u_k = \sum_{m=0}^M a_m v_{k-m} + \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} b_{\lambda} u_{k-\lambda}. \quad (4.2.35)$$

В зависимости от выбора параметров (35) различают модели трех типов:

* При разработке методики изложения п. 4.2.6.9, 4.2.6.10, а также связанных с ними разд. 5.3.5, п. 6.4.1.7, 6.4.6.6 использован ряд обсуждений с Д. И. Леховицким и В. Я. Ширмаком.

со скользящим усреднением СУ;

авторегрессионные АР;

авторегрессионные со скользящим усреднением АРСУ.

Для моделей СУ все $b_{\lambda} = 0$, так что вторая сумма в (35) исчезает. Первая сумма соответствует усреднению с весами a_m дискретов выборки шума u_m на входе фильтра. Выборка «скользит» с течением времени по всей его реализации. Частотная характеристика фильтра $K(f) = \sum_m a_m z^{-m}$ при указанном z соответствует

многочлену степени M переменной z^{-1} с M комплексными корнями, вблизи которых значения $z = e^{j2\pi f \Delta t}$ ($|z| = 1$) обеспечивают минимумы $|K(f)|^2$. При ограниченных M лучше аппроксимируются спектры $|K(f)|^2$ без резких пиков, в том числе с провалами, число которых не превышает M .

Для моделей АР все $a_m = 0$ при $m \geq 1$, $a_0 \neq 0$. От первой суммы (35) остается одно случайное слагаемое. Вторая сумма описывает линейную зависимость условного математического ожидания выходного напряжения фильтра u_k на каждом шаге (регрессию) от его же выходных напряжений на предыдущих шагах с весами b_{λ} . Частотная характеристика фильтра $K(f) = a_0 / [1 - \sum_{\lambda} b_{\lambda} z^{-\lambda}]$ содержит в знаменателе многочлен переменной z^{-1} с Λ комплексными корнями. Она имеет поэтому Λ комплексных полюсов, в которых обращается в бесконечность и вблизи которых значения переменной $z = e^{j2\pi f \Delta t}$ обеспечивают максимумы $|K(f)|^2$. При ограниченных Λ лучше аппроксимируются энергетические спектры с пиками, число которых не превышает Λ . Характерна высокая произвольность спектров АР (конкретизируя условия, говорят о соответствии их «принципу максимума энтропии» [54]).

Случай АРСУ — наиболее общий и сложный случай использования (35). Частотная характеристика (19) описывается в этом случае рациональной дробью с многочленами степени M в числителе и $\Lambda \neq M$ в знаменателе.

Оценки коэффициентов a_m , b_{λ} вычисляют по реализациям процесса u_k ($k = 0, 1, \dots, L$) в соответствии с принятыми доопытными моделью (АР, СУ или АРСУ) и значениями M , Λ . Энергетический спектр $|K(f)|^2$ вычисляется затем в соответствии с (19).

4.2.6.10. Характер вычислений поясним применительно к модели стационарного вещественного АР процесса.

Исходной является система $\Lambda + 1$ линейных уравнений

$$\varphi_i = \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} b_{\lambda} \varphi_{i-\lambda} + A \delta_{i0} \quad (i=0, 1, \dots, \Lambda), \quad (4.2.36)$$

связывающая искомые величины b_{λ} , $A = a_0^2$ с дискретными значениями кор-

реляционной функции процесса $\varphi_i = M(u_k u_{k-i})$, которые *вначале* считаем известными.

Уравнения (36) получаются путем умножения (35) на величины u_{k-i} ($i = 0, 1, \dots, \Lambda$) и перехода к математическим ожиданиям в обеих частях равенства. Величина $\hat{\varphi}_{i0} = M(u_k u_{k-i})$ в (36) — символ Кронекера (1 при $i = 0$ и 0 при $i \neq 0$). Матрица $\|\varphi_{i-\lambda}\|$ имеет одинаковые элементы на диагоналях $i - \lambda = \text{const}$ (относится к *теплицевым* матрицам), что упрощает решение системы.

Удобным оказывается *рекуррентный метод решения* системы, основанный на увеличении от шага к шагу числа неизвестных и числа уравнений $\Lambda + 1$ системы (36). На нулевом шаге $\Lambda = 0$ система вырождается в уравнение $\varphi_0 = A$ с одним неизвестным. Решение имеет вид

$$A^{(0)} = \varphi_0.$$

Через него выражается решение для первого шага $\Lambda = 1$ (когда уравнений два)

$$A^{(1)} = A^{(0)} (1 - \Gamma_1^2), \quad b_1^{(1)} = \Gamma_1 = \varphi_1 / A^{(0)}.$$

Решение для произвольного $(\Lambda + 1)$ -го шага выражается через решение для Λ -го шага

$$A^{(\Lambda+1)} = A^{(\Lambda)} (1 - \Gamma_{\Lambda+1}^2),$$

$$\Gamma_{\Lambda+1} = b_{\Lambda+1}^{(\Lambda+1)} = \left(\varphi_{\Lambda+1} - \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} b_{\lambda}^{(\Lambda)} \varphi_{\Lambda-\lambda+1} \right) / A^{(\Lambda)},$$

$$b_{\lambda}^{(\Lambda+1)} = b_{\lambda}^{(\Lambda)} - \Gamma_{\Lambda+1} b_{\Lambda-\lambda+1}^{(\Lambda)} \quad (\lambda \leq \Lambda).$$

Номера шагов в корректируемых на каждом шаге решениях A , b обозначены верхними индексами, параметры $\Gamma_{\lambda} = b_{\lambda}^{(\Lambda)}$ характеризуются нижними индексами. Справедливость решения обосновывается *методом математической индукции*, путем перехода от Λ к $\Lambda + 1$.

Неизвестные величины φ_i можно заменять их оценками (см. п. 4.2.6.8). Однако обилие приближенных оценок затрудняет вычисления и снижает точность конечного результата.

Можно оценивать непосредственно разности, входящие в приведенные выше выражения параметров $\Gamma_{\Lambda+1}$ и заключенные в круглые скобки. Разностям придадим вид *математических ожиданий*

$$M[\hat{e}_k^{(\Lambda)} u_{k-\Lambda-1}] \quad \text{и} \quad M[\tilde{e}_{k-\Lambda-1}^{(\Lambda)} u_k],$$

где

$$\hat{e}_k^{(\Lambda)} = u_k - \hat{u}_k^{(\Lambda)}, \quad \hat{u}_k^{(\Lambda)} = \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} b_{\lambda}^{(\Lambda)} u_{k-\lambda},$$

$$\tilde{e}_k^{(\Lambda)} = u_k - \tilde{u}_k^{(\Lambda)}, \quad \tilde{u}_k^{(\Lambda)} = \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} b_{\lambda}^{(\Lambda)} u_{k+\lambda}.$$

Проведенные замены свелись к изменению порядка алгебраического суммирования и вычисления математического ожидания, предусмотренного при введении дискретных значений корреляционных функций, в частности в виде двух используемых эквивалентных их разновидностей $\varphi_i = M(u_k u_{k-i})$ и $\varphi_i = M(u_k u_{k+i})$.

Коэффициенты $b_{\lambda}^{(\Lambda+1)}$ ($\lambda \leq \Lambda$) в соответствии с приведенными выше формулами можно выразить через $\Gamma_{\Lambda+1}$, затем через Γ_{Λ} и т. д., пока все коэф-

фициенты b не будут исключены. Достоинством перехода от коэффициентов $b = b_{\lambda}^{(\Lambda)}$ при $\lambda \leq \Lambda$ к коэффициентам Γ_{Λ} является то, что последние не пересчитываются от шага к шагу.

Все это приводит к схеме *решетчатого фильтра* (рис. 4.2.22). Он предназначен для вычисления значений \hat{e} и \tilde{e} , используемых для оценивания введенных выше математических ожиданий на каждом шаге. Фильтр состоит из *однотипных звеньев*, включающих линии задержки на интервалы дискретизации Δt .

Величина Γ_1 , используемая для построения *первого* звена, находится как отношение оценок $\hat{\varphi}_1$ и $\tilde{\varphi}_0$. Пропуская элементы выборки u_k через первое звено, можно найти значения $\hat{u}_k^{(1)}$, $\tilde{e}_k^{(1)}$, $\tilde{u}_{k-1}^{(1)}$, $\tilde{e}_{k-1}^{(1)}$. Каждая величина $\hat{u}_k^{(1)}$ соответствует математическому ожиданию (35) для $M=0$, $\Lambda=1$, т. е. дает *оценку прогноза* после поступления u_{k-1} . Величина $\tilde{e}_k^{(1)}$ определяет тогда *ошибку прогноза*, выявившуюся после поступления прогнозирувавшейся величины u_k . Величины $\tilde{u}_{k-1}^{(1)}$ и $\tilde{e}_{k-1}^{(1)}$, в свою очередь, определяют *оценку и ошибку прогноза в убывающем времени (обратного прогноза, ретроспективы)*. Прямой и обратный прогноз в первом звене проводится на основе модели АР, $\Lambda=1$ по каждому поступившему дискрету порознь. Ошибки прогноза $\tilde{e}_k^{(1)}$, $\tilde{e}_{k-1}^{(1)}$ используются для оценивания Γ_2 .

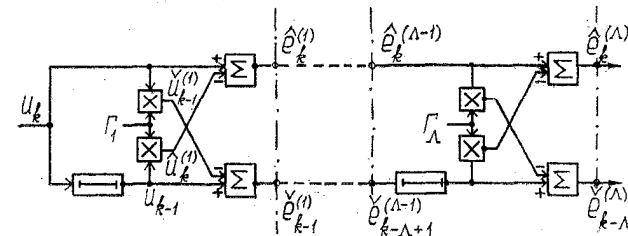


Рис. 4.2.22

Построенное на этой основе *второе* звено обеспечивает совместно с *первым* вычисление ошибок прямого и обратного прогноза по *двум* дискретам на основе модели АР, $\Lambda=2$ и позволяет перейти к построению *третьего* звена и т. д.

Решетчатые фильтры реализуются на универсальных ЭВМ либо в виде специализированных процессоров.

По величинам Γ рекуррентно находятся величины b , A и значения $|K(f)|^2$. Практические расчеты часто проводят по *симметризованной формуле Берга*, рассчитанной на L -элементную выборку и ограниченное число слагаемых модели (33) на каждом шаге,

$$\Gamma_{\Lambda+1} = \frac{2 \sum_{k=\Lambda+2}^L \hat{e}_k^{(\Lambda)} \tilde{e}_{k-\Lambda-1}^{(\Lambda)}}{\sum_{k=\Lambda+2}^L \left\{ [\hat{e}_k^{(\Lambda)}]^2 + [\tilde{e}_{k-\Lambda-1}^{(\Lambda)}]^2 \right\}}.$$

В правомерности формулы можно убедиться, преобразуя введенные выше *математические ожидания* и переходя в них от $\Lambda=0$ к $\Lambda=1$, от $\Lambda=1$ к $\Lambda=2$, вообще от Λ к $\Lambda+1$. Переход от оценивания математических ожи-

лений \hat{e}_i или \tilde{e}_i к оцениванию математических ожиданий \hat{e}_e и симметрирование знаменателя рассчитаны на повышение *устойчивости вычислений* на отдельных шагах рекуррентной процедуры [54].

4.2.7. Методы акустооптической обработки. Акустооптической называют обработку радиосигналов, связанную с последовательным переносом закона их модуляции на акустические и оптические колебания. К числу достоинств акустооптической обработки относят ее *широкополосность, многоканальность, простоту реализации фурье-преобразований, широкие возможности запоминания информации и обратного переноса ее в диапазон радиочастот* [36, 45]. Ограниченный динамический диапазон сужает пока применения акустооптических методов, но и в этом направлении наблюдается прогресс.

4.2.7.1. Перенос электрических колебаний на оптическую несущую осуществляют пространственно-временные модуляторы света. В их функции включают обычно и запоминание и воспроизведение информации. В этом смысле их называют *транспарантами*. Оперативными модуляторами света являются *прозрачные ультразвуковые пластинчатые звукопроводы*. Распространяющиеся по ним акустические колебания меняют значения показателя преломления n . Звукопровод (акустооптический транспарант) приобретает свойства *дифракционной решетки*. Шаг решетки изменяется при наличии частотной модуляции. Можно возбуждать несколько распространяющихся в параллельных направлениях волн, что обеспечивает *многоканальность* пространственно-временной модуляции.

4.2.7.2. Важной составной частью акустооптической обработки является оптическое преобразование Фурье (ОПФ). Оно может быть *одномерным и двумерным*.

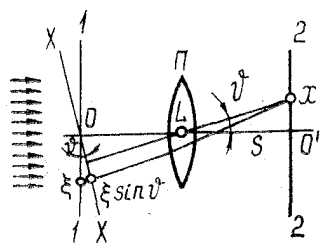


Рис. 4.2.23

Соединим произвольную точку x фокальной плоскости 2—2 в плоскости чертежа с центром линзы L . Любая совокупность оптических лучей, параллельная прямой Lx , близкой к осевой $\theta \ll 1$ (парааксиальной), собирается, как известно, в точке x

фокальной плоскости. Для всех точек плоскости $X—X$, перпендикулярной прямой Lx , длины оптических путей до точки x оказываются одинаковыми. В точке x интегрируется поэтому поле *отсчетной* плоскости $X—X$, выражаемое через поле $E_1(\xi)$ в плоскости транспаранта 1—1 и через разности хода.

Разности хода от точек транспаранта ξ в направлении Lx до отсчетной плоскости равны $\xi \sin \theta \approx \xi \theta \approx \xi x/s$; они соответствуют фазовым запаздываниям $2\pi \xi \sin \theta / \lambda_0 \approx 2\pi \xi x'$. Здесь s — фокусное расстояние, $x' = x/s \lambda_0$ — нормированная координата в плоскости 2—2, λ_0 — длина световой волны.

Интегрируя распределение поля в отсчетной плоскости, с точностью до постоянного множителя получаем

$$E_2(x') = \int E_1(\xi) e^{-j2\pi \xi x'} d\xi.$$

Полученное соотношение соответствует *одномерному оптическому преобразованию Фурье (ОПФ)* функции $E_1(\xi)$ в $E_2(x')$. Конкретизируя вторую координату η при использовании *цилиндрической линзы*, приходим к одномерному ОПФ вида

$$E_2(x', \eta) = \int E_1(\xi, \eta) e^{-j2\pi \xi x'} d\xi. \quad (4.2.37)$$

Перейдя к *сферической линзе*, приходим к двумерному ОПФ

$$E_2(x', y') = \iint E_1(\xi, \eta) e^{-j2\pi (\xi x' + \eta y')} d\xi d\eta. \quad (4.2.38)$$

Здесь $y' = y/s \lambda_0$ — нормированное значение *второй* декартовой координаты в плоскости 2—2.

4.2.7.3. В качестве применения ОПФ рассмотрим обработку когерентных пачек немодулированных по фазе радиоимпульсов с различающимися доплеровскими частотами. Транспарантом служит упомянутый в п. 4.2.7.1 *многоканальный акустический пространственно-временной модулятор света*, на каналы которого поступают незадержанное и задержанные на целые числа периодов посылки kT ($k=0, 1, 2, \dots$) напряжения. Транспарант (рис. 4.2.23) облучается параллельным пучком света с плоской поверхностью равных фаз, что обеспечивается специальным оптическим устройством — *коллиматором* света. Прошедший через транспарант свет поступает на цилиндрическую линзу. Ее образующие перпендикулярны плоскости чертежа, а значит направлению распространения акустических волн. В направлении, перпендикулярном последнему, проводится *доплеровский спектральный анализ*. Благодаря цилиндричности линзы он одновременно реализуется для *всевозможных временных запаздываний* отраженных радиоимпульсов относительно зондирующих. Обработанные оптические колебания через протяженную щель поступают на *передающую телевизионную трубку*, которая преобразует их в напряжение видеочастоты. Рассматриваемый вид обработки может использоваться для пачек *очень большой длительности*.

4.2.7.4. Остановимся на применении ОПФ для корреляционно-фильтровой обработки когерентных пачек ЧМ радиопульсов со сравнительно большой частотной девиацией (см. п. 4.2.3.3). Радиопульсы предварительно подвергаются полной частотной демодуляции путем гетеродинирования и совмещаются во времени с помощью временных задержек на целое число периодов посылки kT ($k=0, 1, 2, \dots$). Совмещенные и демодулированные колебания поступают на транспарант — многоканальный акустооптический пространственно-временной модулятор света. Транспарант облучается параллельным пучком света с плоской поверхностью равных фаз. Прошедший через него свет поступает на сферическую линзу. Это обеспечивает двумерное ОПФ оптических колебаний, подаваемых затем на передающую телевизионную трубку. ОПФ по одной из координат обеспечивает при этом спектральный анализ частот дальности, ОПФ по другой координате — спектральный анализ доплеровских частот. Описаны уже устройства оптической обработки для сигналов с произведением длительности на полосу частот более 10^5 .

4.2.7.5. Двумерные ОПФ могут использоваться также для одновременного формирования угловых каналов ФАР и спектрального анализа в широком диапазоне радиочастот.

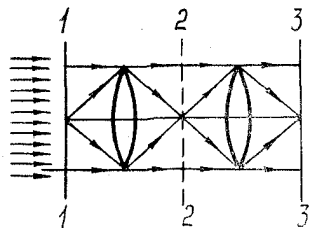


Рис. 4.2.24

4.2.7.6. На основе двукратных (прямых и обратных) ОПФ можно строить фильтрующие устройства с произвольными частотными характеристиками $K(f)$. При прямом преобразовании временная плоскость 1—1 переводится в частотную 2—2, при обратном — частотная плоскость 2—2 во временную 3—3 (рис. 4.2.24). Частотная характеристика может быть введена с помощью не изменяющегося во времени транспаранта, помещаемого в частотную плоскость.

Для реализации неискаженной фильтрации приходится применять оптические

системы, содержащие более двух преобразующих линз, что расширяет возможности обработки.

Так, распространенная модуляция прозрачности транспаранта приводит к образованию постоянной составляющей светового потока, определяемой средним уровнем прозрачности. Перемножение знакопеременных составляющих функций $G(f)$, $K(f)$ сопровождается при этом перемножением постоянных составляющих на каждую из этих функций. Постоянную составляющую светового потока можно предварительно отфильтровать, поставив в частотной плоскости между двумя сферическими выпуклыми линзами малый затеняющий диск (постоянная составляющая во временной области преобразуется в точку в частотной).

4.2.7.7. Устройства фильтрации ЧМ колебаний могут строиться и без введения специального транспаранта в частотной плоскости. Так, при возбуждении ЧМ колебаниями акустического пространственно-временного модулятора света в виде прозрачной пластины P образуется дифракционная решетка с переменным шагом. Падающие нормально поверхности пластины лучи света отклоняются поэтому неодинаково и могут фокусироваться в различных дифракционных максимумах (оптическое преобразование Френеля ОПФр).

Углы отклонения $\vartheta \ll 1$, соответствующие первому дифракционному максимуму (рис. 4.2.25), определяются в зависимости от частоты f акустических ко-

лебаний из условия компенсации фазовых запаздываний световых лучей на интервале точек их падения в половину длины акустической волны λ_a , иначе, из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{v_a}{f} \vartheta \approx 2\pi \text{ или } \vartheta \approx \lambda_0 f / v_a. \quad (4.2.39)$$

Здесь λ_0 — длина световой волны.

В области первого дифракционного максимума установлен непрозрачный экран \mathcal{E} со щелью \mathcal{W} , за которой помещен фотоумножитель $\PhiУ$. Когда акустический импульс длительностью τ_u заполняет пластину P , свет полностью фокусируется, кратковременно засвечивая фотоумножитель через круглую щель \mathcal{W} . На выходе фотоумножителя образуется видеопульс, аналогичный видеопульсу на выходе детектора, включенного после аналогового фильтра сжатия.

Из рис. 4.2.25 можно найти расстояние от пластины P до экрана \mathcal{E} , на котором свет фокусируется, $s_0 = l / \Delta\vartheta$. Здесь в силу (39) $\Delta\vartheta = \lambda_0 \Delta f / v_a$, а $l = v_a \tau_u$.

Протяженность s_0 можно сократить до s , подавая прошедший через линзу на цилиндрическую линзу с некоторым фокусным расстоянием s_1 . При этом должно соблюдаться условие

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_0} = \frac{1}{s}. \quad (4.2.40)$$

В дополнение к рассмотренной временной обработке по одной координате может проводиться угловая или доплеровская по другой.

4.2.8. Методы спиновой обработки. Ядра и электроны атомов обладают взаимосвязанными магнитными и механическими моментами — спинами, ориентирующимися вдоль приложенного магнитного поля.

Спин, как и гироскоп, инерционен из-за наличия механического момента и не может переориентироваться мгновенно. Это сказывается на процессах в ферромагнитных образцах (пластинах, пленках, монокристаллах), помещенных в постоянное магнитное поле. Когда перпендикулярно вектору индукции $B_0 = \text{const}$ этого поля (рис. 4.2.26, а) создается добавочное магнитное поле $B' = \text{const}$, возникает свободная прецессия спинов (рис. 4.2.26, б) с феррорезонансной частотой $\omega_{\text{фр}} = 2\pi f_{\text{фр}} = \gamma B_0$ (γ — магнитомеханическое отношение). Спин переориентируется лишь после затухания прецессионного движения, когда приобретенная энергия израсходуется

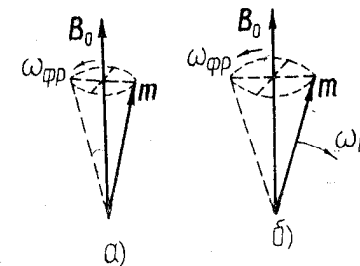


Рис. 4.2.26

бодная прецессия спинов (рис. 4.2.26, б) с феррорезонансной частотой $\omega_{\text{фр}} = 2\pi f_{\text{фр}} = \gamma B_0$ (γ — магнитомеханическое отношение). Спин переориентируется лишь после затухания прецессионного движения, когда приобретенная энергия израсходуется

проявляя себя до этого как колебательная система в режиме собственных колебаний с частотой $\omega_{\text{фр}}$.

В любой колебательной системе могут возбуждаться *вынужденные колебания*. В спиновых микросистемах колебания возбуждаются под действием поля $\mathbf{B}' = \mathbf{B}_{\text{пер}} \sin(\omega t + \psi)$, в том числе резонансные, когда $\omega = \omega_{\text{фр}}$. В процессе возбуждения этих колебаний система *приобретает энергию*. По мере приобретения происходит *нута́ция спина* как элементарного гироскопа — его ось отклоняется от направления постоянного магнитного поля (рис. 4.2.26,б) с угловой скоростью нута́ции

$$\omega_n = 0,5 \gamma B_{\text{пер}}.$$

В процессе накопления энергии *спиновая колебательная система* запасает информацию об амплитуде $B_{\text{пер}}$ и фазе ψ действовавшего колебания резонансной частоты $\omega_{\text{фр}}$.

Но таких колебательных систем много. Их можно считать в ряде случаев *несвязанными* (в тонких пленках; пластинах), в других случаях *связанными* (в монокристаллах). Соответственно наблюдается явление *параметрического (спинового) эха* и явление *распространения спиновых* (спиново-акустических, спиново-электромагнитных, см. ниже) *волн*, используемые при обработке.



Рис. 4.2.27

4.2.8.1. Рассмотрим явление *параметрического (спинового) эха* и *двухимпульсную методику* его использования для временной задержки. Резонансные частоты несвязанных колебательных систем *распределены* в силу естественной неоднородности магнитного поля в некоторой *полосе частот*. Аналогом спиновой оказывается система рис. 4.2.27 макроскопических контуров с резонансными частотами f_1, f_2, \dots, f_n , слабо связанных через некоторую входную цепь.

Импульсную характеристику каждого контура для $t \geq 0$ считаем в пренебрежении затуханием косинусоидальной и описываем комплексным выражением $e^{j2\pi f t}$. Под воздействием сигнальной ЭДС $u(t)$ (в макроскопическом контуре) или сигнального переменного магнитного поля (в спиновой колебательной системе) возбуждается колебание, продолжающееся после воздействия сигнала,

$$\begin{aligned} \omega_f(t) &= \int_{-\infty}^t u(s) v(t-s) ds = \int_{-\infty}^{\infty} u(s) e^{j2\pi f(t-s)} ds = \\ &= g(f) e^{j2\pi f t}. \end{aligned} \quad (4.2.41)$$

Здесь $g(f)$ — спектральная плотность сигнала

$$g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(s) e^{-j2\pi f s} ds.$$

Система спинов обеспечивает по существу *спиновое фурье-преобразование* (СПФ). Но снять результаты с каждого спинового контура невозможно.

снимать можно только *наложение* таких результатов для совокупности контуров. Со временем же последнее *искажается* из-за наличия в (41) неодинаковых для различных f множителей $e^{j2\pi f t}$.

Искажение можно в последующем скомпенсировать путем одновременного *изменения параметров* всех колебательных контуров. Для *макроскопических* LC контуров достаточно *изменить их собственные частоты* (изменяя индуктивности L и емкости C , но сохраняя характеристические сопротивления $\sqrt{L/C}$ во избежание переходных процессов), так чтобы контур с большей собственной частотой f приобрел в некоторый момент времени t_1 меньшую $f_0 - f$, и наоборот. Для *спиновых* колебательных систем речь идет об их *нута́ции*, синфазной с кратковременно действующим в момент времени t_1 *достаточно мощным считывающим радиоимпульсом*, в частности 180-градусной (рис. 4.2.28,а).

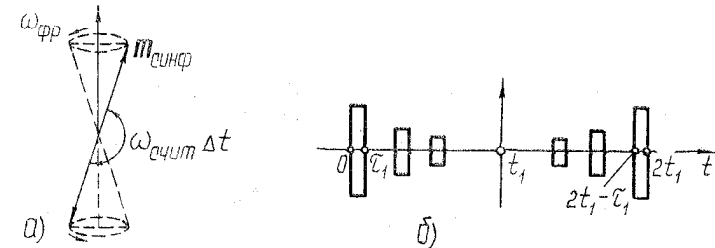


Рис. 4.2.28

По отношению к считываемому импульсу гармонические составляющие колебания (41) сводятся к суммам *синфазной* (противофазной в том числе) и *квадратурной* составляющих:

$$\begin{aligned} g(f) e^{j2\pi f t} &= e^{j2\pi f(t-t_1)} [g(f) e^{j2\pi f t_1}] = \\ &= e^{j2\pi f(t-t_1)} \{ \text{Re} [g(f) e^{j2\pi f t_1}] + j \text{Im} [g(f) e^{j2\pi f t_1}] \}. \end{aligned} \quad (4.2.42)$$

Вследствие энергетического взаимодействия фаза синфазной (противофазной) составляющей изменяется после 180-градусной нута́ции в момент времени t_1 на $\pm 180^\circ$, фаза же квадратурной составляющей не изменяется.

Все это приводит к измененным гармоническим колебаниям (42) вида

$$\begin{aligned} e^{j2\pi f(t-t_1)} \{ -\text{Re} [g(f) e^{j2\pi f t_1}] + j \text{Im} [g(f) e^{j2\pi f t_1}] \} = \\ = -[g(f) e^{j2\pi f t_1}]^* e^{j2\pi f(t-t_1)} = -[g(f) e^{j2\pi f(2t_1-t)}]^*. \end{aligned}$$

Наложение таких колебаний с различными частотами *образует* в спиновом (как и в макроскопическом) случае *задержанное вещественное эхо-колебание* (рис. 4.2.28,б)

$$-u^*(2t_1 - t) = -u(2t_1 - t), \quad (4.2.43)$$

зеркальное (с точностью до фазы) незадержанному.

Рассматриваемая методика получения временной задержки предполагает воздействие на спиновую систему *двух радиоимпульсов: сигнального и служебного (считывающего)*. Известным недостатком *двухимпульсной* методики является эффект *обращения порядка следования* сигналов во времени.

4.2.8.2. Рассмотрим *трехимпульсную методику* использования спинового эха для временной задержки, исключающую эффект временного обращения. Ее *простейший вариант*, сводящийся к повторному временному обращению при считывании еще одним коротким 180-градусным служебным радиоимпульсом, *нежелателен* в связи с двукратным затуханием сигнала.

Двукратного его затухания не будет, если *первый служебный*—короткий стартовый радиопульс ($t=0$)—*предшествует* сигнальному, а второй служебный—короткий считывающий радиопульс ($t=\tau$)—следует за сигнальным (рис. 4.2.29, а).

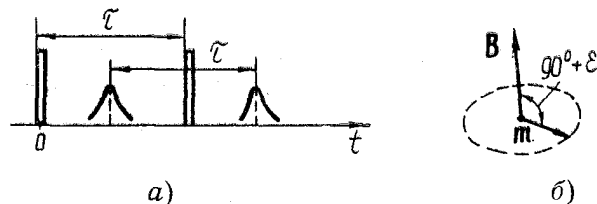


Рис. 4.2.29

Пусть стартовый радиопульс обеспечивает *нutation спинов* примерно на 90° с прецессией их на каждой частоте f по закону $e^{j2\pi ft}$. Гармоники $e^{j2\pi ft} g(f) df = e^{j2\pi ft} df [\operatorname{Re} g(f) + j \operatorname{Im} g(f)]$ слабого сигнального радиопульса имеют синфазные (противофазные) и квадратурные по отношению к закону стартовой прецессии составляющие. Квадратурные составляющие не вызывают, а синфазные (противофазные) $e^{j2\pi ft} g(f) df$ вызывают дополнительную *нutation* повернутых на 90° спинов (рис. 4.2.29, б). Последние оказываются отклоненными от направления $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$ на угол $\frac{\pi}{2} + \epsilon$ радианов, где $|\epsilon(f)| \ll 1$, а знак $\epsilon(f)$ на каждой частоте f определяется знаком $\operatorname{Re} g(f)$.

В законе прецессии отклоненных таким образом спинов выделим синфазную (противофазную) и квадратурную составляющие по отношению к действующему в момент времени $t=\tau$ короткому считывающему импульсу с гармониками $e^{j2\pi f(t-\tau)}$. Исходим для этого из аналогичного (42) соотношения

$$e^{j2\pi ft} = e^{j2\pi f(t-\tau)} e^{j2\pi f\tau} = e^{j2\pi f(t-\tau)} (\cos 2\pi f\tau + j \sin 2\pi f\tau).$$

Синфазные магнитные моменты ($\cos 2\pi f\tau > 0$) приобретают энергию и отклоняются от направления постоянного магнитного поля на 90° , а всего на угол $(90^\circ + \epsilon^\circ) + 90^\circ = 180^\circ + \epsilon^\circ$. Противофазные магнитные моменты ($\cos 2\pi f\tau < 0$) отдают энергию и поворачиваются на угол -90° , а всего на угол $(90^\circ + \epsilon^\circ) - 90^\circ = \epsilon^\circ$. В плоскости, перпендикулярной постоянному магнитному полю, появляются составляющие, пропорциональные $|\cos 2\pi f\tau| \sin(\pi + \epsilon) e^{j2\pi f(t-\tau)}$ и $-|\cos 2\pi f\tau| \sin \epsilon e^{j2\pi f(t-\tau)}$, каждая из которых при малых ϵ пропорциональна

$$\begin{aligned} -|\cos 2\pi f\tau| \epsilon e^{j2\pi f(t-\tau)} &\equiv -|\cos 2\pi f\tau| \operatorname{Re} g(f) e^{j2\pi f(t-\tau)} = \\ &= -|\cos 2\pi f\tau| \frac{g(f) + g^*(f)}{2} e^{j2\pi f(t-\tau)}. \end{aligned} \quad (4.2.44)$$

Выражение $|\cos 2\pi f\tau|$ разлагается в ряд Фурье $\sum_k c_k e^{j4\pi k f\tau}$ и содержит при этом ярко выраженную постоянную составляющую c_0 . Для каждой частоты f выделяется при этом задержанная гармоника $c_0 g(f) e^{j2\pi f(t-\tau)}$.

Наложение таких гармоник дает задержанный сигнал

$$u_{\text{вых}}(t) \equiv u(t - \tau), \quad (4.2.45)$$

что указывает на возможность задержки *без обращения времени*. При коротких служебных (стартовом и считывающем) импульсах действующий между ними сигнал *задерживается*, таким образом, на интервал времени τ между служебными импульсами (хотя иногда наблюдаются и паразитные сигналы).

4.2.8.3. В силу *линейности* спиновых устройств по отношению к *слабым* сигналам их можно использовать для *многофункциональной обработки* за счет видоизменения служебных радиопульсов.

Поясним принципиальную возможность *согласованной фильтровой обработки* сигналов с произвольной частотной (фазовой) модуляцией (манипуляцией) по двухимпульсной и трехимпульсной методике.

Начнем с *формирования импульсных характеристик*. Пусть сигнал заменяется коротким радиопульсом КИ, а считывающий радиопульс (по двухимпульсной методике, рис. 4.2.30, а) и стартовый радиопульс (по трехимпульсной

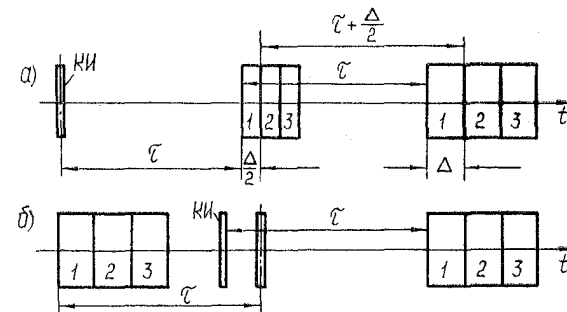


Рис. 4.2.30

методике, рис. 4.2.30, б)—набором сомкнутых коротких радиопульсов $1, \dots, n$ с различными частотами (фазами). С учетом изложенного формируются импульсные характеристики. При *двухимпульсной* методике они соответствуют *импульсам удвоенной* (по сравнению со служебным) *длительности* без инверсии закона модуляции, а при *трехимпульсной методике*—*импульсам той же длительности*, также без инверсии закона модуляции.

Для *реализации согласованной фильтрации* можно брать в качестве *стартового по трехимпульсной методике ожидаемый радиопульс*, а в качестве *считывающего по двухимпульсной методике—радиопульс половинной длительности с инвертированным законом модуляции*. И в том, и в другом случае при замене короткого радиопульса КИ ожидаемым широкополосным сигналом реализуется его сжатие в диапазоне временных запаздываний.

Достоинством спиновой обработки является *простота приспособления к произвольному закону модуляции*, особенно при трехимпульсной методике, ее недостатком—ограниченное время памяти спиновых устройств.

4.2.8.4. В *монокристаллах и пленках иттриевого феррит-граната* наблюдаются *взаимодействия спинов* групп близлежащих атомов (обменные взаимодействия), принуждающие их к одинаковой ориентации. За счет этого возможна *волновая передача прецессионного и nutationного движения спинов* (рис. 4.2.31, а).

Длина спиновой волны $\lambda_{\text{спин}} = v_{\text{спин}}/f$ определяется ее *фазовой скоростью* $v_{\text{спин}}$, существенно изменяющейся в узкой области частот $f > f_{\text{фр}}$. Уменьшаясь с повышением частоты, фазовая скорость $v_{\text{спин}}$ проходит через значения фазовой скорости плоских электромагнитной $v_{\text{эм}}$ и акустической v_a волн (рис. 4.2.31, б).

В *областях совпадения скоростей спиновая волна взаимодействует с сопутствующими ей*. Так, в области $v_{\text{спин}} \approx v_{\text{эм}}$ сказываются связи через магнитное поле, в области $v_{\text{спин}} \approx v_a$ —механические связи через элементы кристаллической решетки. Образуются *комбинированные волны*, вырождающиеся в электромагнитные для $f < f_{\text{фр}}$ и в акустические для $f > f_{\text{фр}}$.

Дисперсионные зависимости для комбинированных волн представлены сплошными линиями, которые вписываются в штриховые. Остановимся на наиболее важной зависимости II. Это не только зависимость фазовой скорости v_f комби-

нированной волны от частоты f при постоянной частоте $f_{\text{фр}}$, но и зависимость $v_{\text{ф}}$ от частоты $f_{\text{фр}} = \gamma B_0 / 2\pi$, а значит от магнитной индукции B_0 при $f = \text{const}$.

Изменяя индукцию B_0 , можно преобразовывать поэтому кванты электромагнитной энергии—фотоны в кванты энергии спиновой волны—магноны, а последние—в кванты энергии акустической волны—фононы. Возможны аналогичные обратные преобразования. Известны и другие способы преобразований электрических колебаний в спиновые [24, 62].

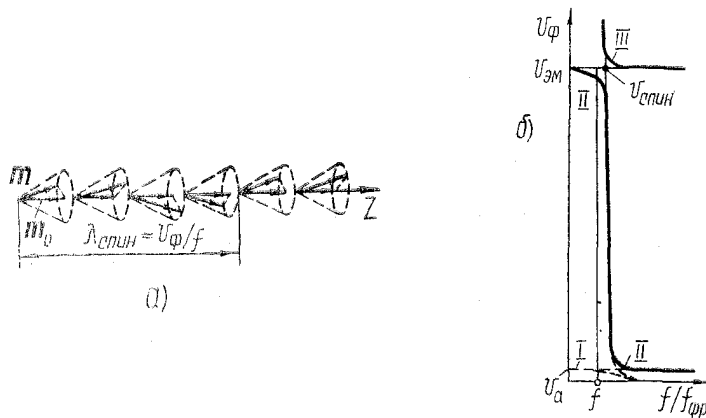


Рис. 4.2.31

Линии задержки, осуществляющие подобные преобразования, обладают ярко выраженными дисперсионными свойствами. Благодаря высокой добротности иттриевого феррит-граната они могут работать в очень широких полосах частот (сотни—тысячи мегагерц) в качестве дисперсионных фильтров сжатия ЛЧМ радиоимпульсов длительностью порядка единиц микросекунд.

4.2.9. Вопросы для самоконтроля

1. Дайте общую характеристику современных аналоговых и дискретных (цифровых) методов обработки сигналов.
2. Опишите аналоговые методы фильтровой согласованной обработки ЛЧМ сигналов. Поясните понятие группового запаздывания, а на этой основе понятие дисперсионной характеристики фильтра, эффект сжатия.
3. Укажите особенности фильтров сжатия на поверхностных акустических волнах и полосковых акустических волноводах.
4. Поясните аналоговые методы фильтровой согласованной обработки фазоманипулированных сигналов и когерентных пачек радиоимпульсов.
5. Опишите аналоговые методы корреляционно-фильтровой согласованной обработки на примерах когерентных пачек радиоимпульсов и ЛЧМ сигналов.
6. Поясните характер и способы реализации аналоговой фильтровой обработки на фоне пассивной помехи, описываемой моделью небелого шума с известными параметрами.
7. Поясните характер и известные вам способы реализации оптимальной и квазиоптимальной корреляционно-фильтровой обработки на фоне пассивной помехи, описываемой моделью небелого шума с известными параметрами.
8. Дайте общую характеристику методов цифровой обработки. Отметьте особенности цифровой корреляционной обработки.
9. Поясните особенности цифровой фильтрации во временной области. Дайте определения импульсной и частотной характеристик цифрового фильтра.

10. Поясните особенности и приведите примеры нерекурсивных и рекурсивных фильтров.
11. Поясните особенности цифровой фильтрации в частотной области, математические соотношения для прямого и обратного Фурье-преобразований.
12. Сформулируйте ограничение на число ненулевых дискрет фильтруемого напряжения, налагаемое периодичностью Фурье-преобразования.
13. Поясните экономию числа операций умножения при переходе к алгоритмам быстрого преобразования Фурье и оцените ее при размере выборки $n=128$.
14. Поясните применения ДПФ (БПФ).
15. Поясните идею использования априорных данных в новых методах цифрового спектрального анализа стационарных случайных процессов.
16. Поясните принципы акустооптической обработки.
17. Поясните принципиальную возможность запасаания информации в спиновых колебательных системах.

5. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

5.1. ПОСТАНОВКА И МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ

5.1.1. Показатели качества и критерии оптимальности измерения. Измерение (оценивание) параметров сигнала — важная составная часть процесса получения радиолокационной информации. Измерение часто сливается с обнаружением. Пока, однако, считается, что сигнал *уже обнаружен*. Требуется лишь *возможно точнее оценивать параметр α по принятым реализациям y* .

Сначала рассмотрим общие вопросы теории измерения, затем конкретизируем их применительно к отдельным разновидностям сигналов, параметров и измерителей параметров. Параметр α считаем *вначале не изменяющимся во времени*, впоследствии обратимся к случаям *изменяющихся* параметров.

5.1.1.1. В результате измерения выдается обычно *точечная* оценка, характеризующаяся точкой $\hat{\alpha}$ в координатном пространстве параметров. Наличие помех и флуктуаций сигналов приводит к ошибкам $\varepsilon = \alpha - \hat{\alpha}$. Для ошибок ε могут вводиться *условные плотности вероятности двух видов $p(\varepsilon/\alpha)$ и $p(\varepsilon/\hat{\alpha})$* . Соответствующие этим плотностям *условные математические ожидания $M(\varepsilon)$ и условные корреляционные (ковариационные) матрицы ошибок $M\{\varepsilon - M(\varepsilon)\}[\varepsilon - M(\varepsilon)]^T$* (знаки условий опускаем) можно рассматривать как *многомерные показатели качества точечного измерения*. Чем меньше по абсолютной величине их скалярные элементы, особенно диагональные элементы матриц ошибок, тем качество измерения выше.

5.1.1.2. *Условные плотности вероятности $p(\varepsilon/\alpha)$ и $p(\varepsilon/\hat{\alpha})$ имеют во многих случаях одинаковый вид. В ряде других случаев, одна-*

ко, их вид существенно различается. Различие отражает *два принципиально отличающихся подхода к построению статистической теории измерения (оценивания)*.

Первый подход соответствует *небайесовской (классической) теории оценивания*, когда измеряемый параметр α считается в статистическом смысле *неслучайным, но неизвестным*. Возможные оценки (максимума правдоподобия, несмещенная) *выбираются* в определенной мере произвольно и лишь *проверяются* по некоторым критериям.

Во *втором* случае параметр α сразу считается *случайной величиной* с известной доопытной плотностью вероятности $p(\alpha)$. Оценка $\hat{\alpha}$ *закономерно* принимается по принятой реализации y . В отличие от классического, байесовский подход *оставляет известный произвол выбора доопытного распределения*.

Произвол доопытного распределения, однако, *относителен*. Доопытные данные следуют из сложившейся обстановки, из предшествующих измерений рассматриваемого радиолокационного средства, измерений других радиолокационных средств. *Принятие гипотезы об условиях работы создаваемого объекта — неотъемлемый элемент любого инженерного проектирования*. Зато отпадает трудность признания неизвестного, а значит случайного в *познавательном* смысле параметра статистически *неслучайным*. Весьма существенна возможность *единообразного статистического синтеза измерителей на основе байесовской статистики* и известного уже обобщенного критерия *минимума среднего риска* или его разновидностей. Такой синтез может проводиться при измерении как *не изменяющихся, так и изменяющихся во времени параметров*. Данные предыдущих измерений позволяют аппроксимировать в последнем случае доопытные плотности вероятности с учетом достаточности общих предположений о характере движения цели.

Наряду с *прямыми* проводят *косвенные измерения* интересных параметров. Последние оценивают в этом случае по результатам измерения *вспомогательных* параметров. Косвенные измерения рассматриваются ниже при учете возможного изменения параметров во времени, но результаты рассмотрения применимы к косвенным измерениям *неизменяющихся* параметров*.

5.1.1.3. Как и для обнаружения, примем за обобщенный критерий эффективности *средний риск ошибок измерения*

$$\bar{r} = M(r) = \int_{(\hat{\alpha}, \alpha)} r(\hat{\alpha}, \alpha) p(\hat{\alpha}, \alpha) d\hat{\alpha} d\alpha. \quad (5.1.1)$$

* Противоположность прямых и косвенных измерений не должна заслонять их единства. Прямое, в нашем понимании, измерение дальности по времени запаздывания отраженного сигнала, а не сравнение с эталонным метром, со строго метрологических позиций относят иногда к косвенным измерениям. В свою очередь, само эталонирование метра связано в настоящее время с оптико-интерференционной техникой, весьма близкой к локационной.

Выражение (1) отличается от (3.1.5) заменой суммирования интегрированием. В нем $p(\hat{\alpha}, \alpha)$ и $p(\hat{\alpha}, \alpha) d\hat{\alpha} d\alpha$ — плотность и дифференциал вероятности для произвольной ситуации $\hat{\alpha}, \alpha$; при этом $d\alpha$ и $d\hat{\alpha}$ — произведения дифференциалов отдельных составляющих вектора параметров α и вектора оценки $\hat{\alpha}$ соответственно (сравните с обозначением dy в пункте 3.1.2.1); $r(\hat{\alpha}, \alpha)$ — функция стоимости ошибок измерения, характеризующая плату за ошибку в указанной ситуации.

5.1.1.4. Наряду с безусловным средним риском (1) вводят *условный средний риск*.

После приема реализации y можно выбрать оценку $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(y)$ в детерминированной зависимости от y . Заменяем поэтому в (1) дифференциал вероятности $p(\hat{\alpha}, \alpha) d\hat{\alpha} d\alpha = p(y, \alpha) dy d\alpha$.

Здесь $p(y, \alpha)$ — плотность вероятности совмещения двух случайных многомерных величин: реализации y и параметра α . Она выражается через безусловную плотность вероятности реализации $p(y)$ и условную плотность вероятности оцениваемого параметра α при этой реализации $p(\alpha/y)$, называемую иначе его *послеопытной плотностью вероятности*, т. е.

$$p(y, \alpha) = p(y) p(\alpha/y). \quad (5.1.2)$$

Безусловный *средний риск* (1) преобразуется в результате к виду

$$\bar{r} = \int_{(y)} r(\hat{\alpha}/y) p(y) dy. \quad (5.1.3)$$

Он выражен через *условный риск*

$$r(\hat{\alpha}/y) = \int_{(\alpha)} r(\hat{\alpha}, \alpha) p(\alpha/y) d\alpha, \quad (5.1.4)$$

т. е. через *риск ошибок измерения для фиксированной реализации y* . Совокупность соотношений (2—4) действительно приводит к (1).

Минимизация среднего риска (1) свелась, таким образом, к минимизации *условного среднего риска* (4) для каждой принятой реализации y путем подбора оценки $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(y)$ при заданной функции стоимости ошибок измерения $r(\hat{\alpha}, \alpha)$ и известной послеопытной плотности вероятности $p(\alpha/y)$.

5.1.1.5. *Послеопытная плотность вероятности $p(\alpha/y)$ оцениваемого параметра α выражается через его доопытную плотность*

$p(\alpha)$ и плотность вероятности $p(y/\alpha)$ реализации y при этом значении параметра. Действительно, наряду с (2) справедливо соотношение

$$p(y, \alpha) = p(y/\alpha) p(\alpha). \quad (5.1.5)$$

Сопоставляя (2) и (5), имеем

$$p(\alpha/y) = k_0 p(\alpha) p(y/\alpha). \quad (5.1.6)$$

Здесь k_0 — не зависящий от α коэффициент,

$$k_0 = 1/p(y) = 1 / \int_{(\alpha)} p(y/\alpha) p(\alpha) d\alpha. \quad (5.1.7)$$

Соотношение (6) поясняется для одномерного случая рис. 5.1.1. Пологий характер кривой $p(\alpha)$ характеризует весьма ограниченную в данном случае доопытную информацию о параметре. Информация заметно уточняется при более острой кривой зависимости $p(y/\alpha)$. Эту зависимость как функцию α называют *функцией правдоподобия*. Кривая послеопытной плотности вероятности $p(\alpha/y)$, как правило, уже и кривой $p(\alpha)$, и кривой $p(y/\alpha)$ в функции α .

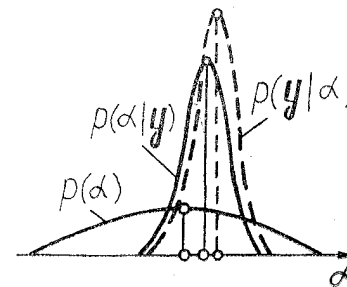


Рис. 5.1.1

При полном *отсутствии доопытных данных* $p(\alpha) = \text{const}$ кривая послеопытной плотности вероятности *совпадает по форме с кривой функции правдоподобия* $p(y/\alpha)$. Площадь же под кривой $p(\alpha/y)$ в отличие от площади под кривой $p(y/\alpha)$ равна единице. В этом состоит *условие нормировки*, обеспечиваемое выбором коэффициента (7).

Наоборот, при *наличии надежных*, не устаревших еще данных предшествующих измерений кривая $p(\alpha)$ может быть уже кривой $p(y/\alpha)$, преимущественно определяя послеопытную плотность вероятности.

5.1.1.6. Наиболее характерными функциями стоимости ошибок измерения векторного параметра являются: *квадратичная функция стоимости (квадратичная форма ошибки измерения)*

$$r(\hat{\alpha}, \alpha) = (\hat{\alpha} - \alpha)^T B (\hat{\alpha} - \alpha),$$

простая функция стоимости

$$r(\hat{\alpha}, \alpha) = -\delta(\hat{\alpha} - \alpha) + \text{const}.$$

Соответствующие функции для скалярного случая $r(\hat{\alpha}, \alpha) = (\hat{\alpha} - \alpha)^2$ и $r(\hat{\alpha}, \alpha) = -\delta(\hat{\alpha} - \alpha)$ представлены на рис. 5.1.2, а, б.

Критериями эффективности при квадратичной функции стоимости согласно (4) являются: 1) минимум среднего квадрата ошибки $(\alpha - \hat{\alpha})^2$ в скалярном случае; 2) минимум среднего значения квадратичной формы ошибки в векторном случае, в том числе минимум среднего значения суммы квадратов ошибок при $\mathbf{B} = \mathbf{I}$.

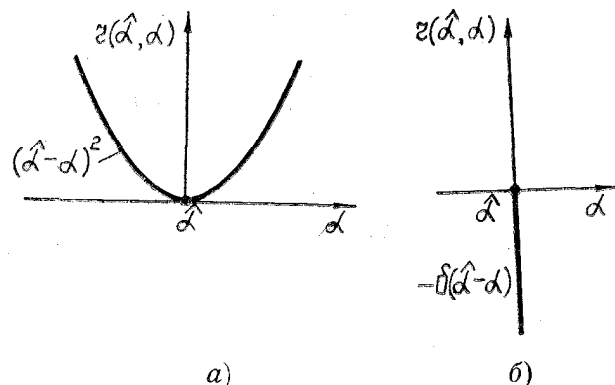


Рис. 5.1.2

Критерием эффективности при простой функции стоимости является согласно (4) минимум выражения $[-p(\hat{\alpha}|\mathbf{y})] + \text{const}$, иначе максимум послеопытной плотности вероятности в точке $\alpha = \hat{\alpha}$.

5.1.2. Оптимальные оценки и приемники оптимальных измерителей. Оптимизация оценок параметров, а значит, измерителей этих параметров — возможный резерв повышения точности измерений. Перейдем поэтому от введенных функций стоимости и соответствующих им частных критериев эффективности к оптимальным оценкам и вырабатывающим их приемно-измерительным устройствам.

Оптимальные оценки вводятся в зависимости от принятых функций стоимости в соответствии с распределением послеопытной плотности вероятности $p(\alpha|\mathbf{y})$.

5.1.2.1. В случае простой функции стоимости оптимальной (в соответствии с изложенным) является оценка максимума послеопытной плотности вероятности

$$p(\alpha|\mathbf{y}) = \max \text{ при } \alpha = \hat{\alpha}. \quad (5.1.8)$$

В случае квадратичной функции стоимости оптимальной оказывается оценка условного (послеопытного) математического ожидания измеряемого параметра

$$\hat{\alpha} = \int_{(\alpha)} \alpha p(\alpha|\mathbf{y}) d\alpha. \quad (5.1.9)$$

К выражению (9) можно прийти, исходя из минимума математического ожидания квадратичной формы ошибки измерения.

В скалярном частном случае это особенно наглядно. Дифференцируя (4) по оценке с целью минимизации риска, находим

$$\frac{d}{d\hat{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha - \hat{\alpha})^2 p(\alpha|\mathbf{y}) d\alpha = 0.$$

Выполнив операцию дифференцирования под знаком интеграла, $d(\alpha - \hat{\alpha})^2/d\hat{\alpha} = 2\hat{\alpha} - 2\alpha$, разбив интеграл на два и вынеся $\hat{\alpha}$ за знак первого интеграла, учтем, что интеграл от $p(\alpha|\mathbf{y})$ по α равен единице. Это приводит к скалярному варианту (9).

5.1.2.2. Исходным для определения оценок (8), (9) является распределение послеопытной плотности вероятности $p(\alpha|\mathbf{y})$ в зависимости от ожидаемых значений параметра α . Оно определяется согласно (6) через доопытную плотность вероятности и функцию правдоподобия $p(\mathbf{y}|\alpha)$, зависящую от принимаемой реализации \mathbf{y} . Устройством обработки реализации \mathbf{y} является радиолокационный приемник.

Возникает вопрос, нужен ли в принципе специальный измерительный приемник или же для предварительной обработки реализаций при измерениях можно обойтись приемником обнаружения?

Оказывается специального измерительного приемника в принципе не требуется. Функция правдоподобия является плотностью вероятности реализации \mathbf{y} при наличии сигнала с параметром α и помехи $p(\mathbf{y}|\alpha) = p_{\text{сн}}(\mathbf{y}|\alpha)$. Отношение $p_{\text{сн}}(\mathbf{y}|\alpha)/p_{\text{п}}(\mathbf{y}) = l(\mathbf{y}|\alpha)$ представляет собой условное отношение правдоподобия. Отсюда

$$p(\mathbf{y}|\alpha) = l(\mathbf{y}|\alpha) p_{\text{п}}(\mathbf{y}). \quad (5.1.10)$$

Подставляя (10) в (6), получаем

$$p(\alpha|\mathbf{y}) = k p(\alpha) l(\mathbf{y}|\alpha), \quad (5.1.11)$$

где в соответствии с (7)

$$k = p_{\text{п}}(\mathbf{y})/p_{\text{сн}}(\mathbf{y}).$$

Логарифмируя (11), находим

$$\ln p(\alpha|\mathbf{y}) = \ln l(\mathbf{y}|\alpha) + \ln p(\alpha) + \text{const}. \quad (5.1.12)$$

Таким образом, приемники, вырабатывающие отношение или логарифм отношения правдоподобия при различных значениях α , выдают всю информацию о принимаемых реализациях \mathbf{y} , необходимую для вычисления оптимальных оценок.

5.1.3. Особенности регулярного измерения в отсутствие априорных данных. Регулярным называют измерение, для которого зависимость $\ln p(\alpha|\mathbf{y})$ от каждого из образующих вектор α скаляр-

ных параметров является дифференцируемой (дважды), симметричной и унимодальной (имеющей один максимум). Регулярное измерение проводится при высоком отношении сигнал—помеха, для дифференцируемых сигналов на выходе устройства оптимальной обработки, в отсутствие многозначности измерений (в отсутствие многопиковости автокорреляционной функции в случае когерентных сигналов).

При несоблюдении любого из указанных условий измерения считают аномальным.

Наиболее характерная аномалия измерения — малое отношение сигнал—помеха. Уровень пиков шума выходного напряжения оптимального приемника вида $\ln l(y/\alpha)$ приближается к уровню пика сигнала. Послеопытная плотность вероятности $p(\alpha/y)$ (рис. 5.1.1), определяемая как экспонента с показателем степени (12), становится многопиковой. Иначе, из-за повышения условной вероятности ложной тревоги резко возрастает дисперсия ошибки измерения (см. также ниже рис. 5.2.2).

5.1.3.1. Для регулярного измерения оценка максимума послеопытной плотности вероятности определяется из условия

$$\partial p(\alpha/y)/\partial \alpha_i = 0 \text{ при } \alpha = \hat{\alpha} \quad (5.1.13)$$

($i=1, 2, \dots, m$) и совпадает с оценкой послеопытного математического ожидания. В отсутствие доопытных данных полагаем $p(\alpha) = \text{const}$; тогда плотность вероятности $p(\alpha/y)$ в (13) можно заменить на пропорциональную ей функцию правдоподобия $p(y/\alpha)$, на отношение правдоподобия l и, наконец, на монотонно связанный с ним логарифм отношения правдоподобия. Последнее приводит, в частности, к условию «максимума правдоподобия» («наибольшего правдоподобия») в виде

$$\partial \ln l(y/\alpha)/\partial \alpha_i = 0 \text{ при } \alpha = \hat{\alpha}. \quad (5.1.14)$$

Оптимальную регулярную оценку в отсутствие априорных данных можно определить в силу (14) из условия максимума выходного напряжения приемника обнаружения при изменении параметра α ожидаемого сигнала для фиксированной входной реализации y . В обозначениях оценок $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_y$, получаемых по входным реализациям, условимся ставить индекс y .

5.1.3.2. Качество регулярного измерения зависит от степени размытости или сосредоточенности послеопытной плотности вероятности $p(\alpha/y)$ в окрестности оценки $\hat{\alpha}_y$. В отсутствие априорных данных

$$p(\alpha/y) \equiv l(y/\alpha) = e^{\ln l(y/\alpha)}. \quad (5.1.15)$$

Функцию $\ln l(y/\alpha) = \psi(\alpha)$, меняющуюся в окрестности оценки $\hat{\alpha}$ значительно медленнее функции $l(y/\alpha)$ (рис. 5.1.3), аппроксимируем суммой членов ряда Тейлора функции многих переменных второй, первой и нулевой степени.

$$\begin{aligned} \psi(\alpha) &= \psi(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \approx \psi(\hat{\alpha}) + \\ &+ \sum_{i=1}^m \frac{\partial \psi(\hat{\alpha})}{\partial \alpha_i} (\alpha_i - \hat{\alpha}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 \psi(\hat{\alpha})}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} (\alpha_i - \hat{\alpha}_i) (\alpha_j - \hat{\alpha}_j). \end{aligned}$$

В силу (14) приравняем нулю члены первой степени. Учитывая

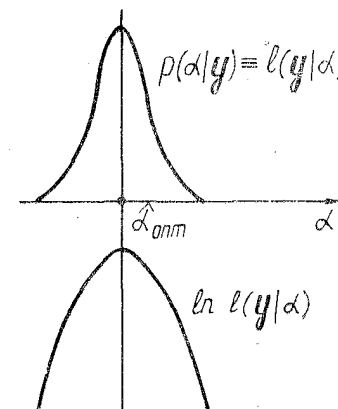


Рис. 5.1.3

знак пропорциональности (15), сведем член нулевой степени к незначительной пока постоянной. Функция $\ln l(y/\alpha) = \psi(\alpha)$ описывается (с точностью до этой постоянной) квадратичной формой

$$\ln l(y/\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (\alpha_i - \hat{\alpha}_{yi}) (\alpha_j - \hat{\alpha}_{yj}) \frac{\partial^2 \ln l(y/\alpha_y)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} + \text{const}. \quad (5.1.16)$$

Вторые производные при $i=j$ по условию максимума $\ln l$ отрицательны.

Можно ввести поэтому матрицу квадратичной формы (16) с положительными диагональными элементами

$$C_y = \|C_{yij}\| = \| -\partial^2 \ln l(y/\alpha_y)/\partial \alpha_i \partial \alpha_j \|. \quad (5.1.17)$$

По определению (17) эта матрица симметричная:

$$C_{yij} = C_{yji}, \quad C_y^T = C_y.$$

Используя (17), представим (16) в векторно-матричной записи

$$\ln l(y/\alpha) = -\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_y)^T C_y (\alpha - \hat{\alpha}_y) + \text{const.} \quad (5.1.18)$$

Плотность вероятности (15) аппроксимируется при этом законом многомерного нормального распределения ошибок

$$p(\alpha/y) = k_y \exp \left[-\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_y)^T C_y (\alpha - \hat{\alpha}_y) \right].$$

Как характерно для этого распределения, матрица C_y оказывается обратной корреляционной матрицей ошибок и может быть названа поэтому матрицей точности. Вычисляя матрицы точности C_y согласно (17), корреляционные матрицы ошибок можно находить как им обратные C_y^{-1} . Дисперсии ошибок измерения составляющих векторов α определяются как диагональные элементы этих обратных матриц. Коэффициент $k_y = (2\pi)^{-m/2} |C_y|^{1/2}$ находится из условия нормировки.

5.1.3.3. Характеризуя качество регулярного измерения, вводят «многомерные эллипсоиды» ошибок $p(\alpha/y) = \text{const}$ или

$$(\alpha - \hat{\alpha}_y)^T C_y (\alpha - \hat{\alpha}_y) = \text{const.}$$

В двумерном случае приведенное уравнение соответствует эллипсу, в трехмерном — обычному эллипсоиду. Многомерный эллипсоид — это абстрактное понятие, придающее алгебраическому уравнению геометрическую трактовку, основанную на аналогии с двумерным и трехмерным случаями.

Постоянную в правой части уравнения выбирают из условия обеспечения заданной вероятности P невыхода значения параметра из области внутри эллипсоида

$$\int_{(y)} p(\alpha/y) d\alpha = P.$$

5.1.4. Особенности регулярного измерения с использованием гауссовской априорной статистики. Дискриминаторные методы. Учет априорных данных существен во многих случаях (особенно на отдельных этапах измерения изменяющегося во времени параметра α). Зададимся нормальным законом его доопытного распределения (например, на каком-то этапе измерения)

$$p(\alpha) = k_x \exp \left[-\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_0)^T C_0 (\alpha - \hat{\alpha}_0) \right] \quad (5.1.19)$$

с некоторой доопытной оценкой $\hat{\alpha}_0$ и симметричной матрицей точности $C_0 = C_0^T$.

5.1.4.1. Используя (12), (18), (19), проанализируем выражение логарифма послеопытной плотности вероятности

$$\begin{aligned} \ln p(\alpha/y) = & -\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_y)^T C_y (\alpha - \hat{\alpha}_y) - \\ & -\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_0)^T C_0 (\alpha - \hat{\alpha}_0) + \text{const.} \end{aligned} \quad (5.1.20)$$

Введем матрицу

$$C_0 + C_y = C_p \quad (5.1.21)$$

и вектор-столбец $\hat{\alpha}_p$, такой что

$$C_0 \hat{\alpha}_0 + C_y \hat{\alpha}_y = C_p \hat{\alpha}_p. \quad (5.1.22)$$

Транспонируя (22), получаем также

$$\hat{\alpha}_0^T C_0^T + \hat{\alpha}_y^T C_y^T = \hat{\alpha}_p^T C_p^T, \quad (5.1.23)$$

где в силу симметрии квадратных матриц C_0 , C_y и их суммы (21) знаки транспонирования при всех квадратных матрицах можно снять.

Раскрывая скобки (20), используя (21—23) и изменяя значение постоянной, получаем

$$\ln p(\alpha/y) = -\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_p)^T C_p (\alpha - \hat{\alpha}_p) + \text{const}, \quad (5.1.24)$$

что соответствует многомерному нормальному закону послеопытного распределения параметра.

Входящая в (24) результирующая матрица точности C_p определяется согласно (21) как сумма матриц точности доопытного и текущего оценивания.

Результирующее математическое ожидание параметра — его послеопытная оценка $\hat{\alpha}_p$ — определяется из (22) и сводится к весовой сумме доопытной оценки $\hat{\alpha}_0$ и оценки текущего оценивания $\hat{\alpha}_y$:

$$\hat{\alpha}_p = C_p^{-1} (C_0 \hat{\alpha}_0 + C_y \hat{\alpha}_y). \quad (5.1.25)$$

Матричные весовые коэффициенты составляют в сумме единичную матрицу

$$C_p^{-1} C_0 + C_p^{-1} C_y = C_p^{-1} (C_0 + C_y) = I. \quad (5.1.26)$$

Заменяя весовой коэффициент $C_p^{-1} C_0 = I - C_p^{-1} C_y$, представим результирующую оценку (25)

$$\hat{\alpha}_p = \hat{\alpha}_0 + C_p^{-1} C_y (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0) \quad (5.1.27)$$

в виде суммы доопытной оценки и невязки между текущей и доопытной оценками, взятой с матричным весом $C_p^{-1} C_y$.

5.1.4.2. Поясним полученные соотношения на примере измерения скалярного параметра. Текущую и доопытную оценки обоз-

начим $\hat{\alpha}_y$ и $\hat{\alpha}_0$. Соответствующие им дисперсии равны σ_y^2 и σ_0^2 . Результирующие дисперсия σ_p^2 и оценка $\hat{\alpha}_p$ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} 1/\sigma_p^2 &= 1/\sigma_0^2 + 1/\sigma_y^2, \\ \hat{\alpha}_p &= \frac{\sigma_p^2}{\sigma_0^2} \hat{\alpha}_0 + \frac{\sigma_p^2}{\sigma_y^2} \hat{\alpha}_y = \hat{\alpha}_0 + \frac{\sigma_p^2}{\sigma_y^2} (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0). \end{aligned} \quad (5.1.28)$$

Первое из них поясняет *повышение точности измерений за счет совместного учета данных доопытного и текущего оценивания* (рис. 5.1.1).

Второе поясняет *два способа получения оценок повышенной точности*: путем *взвешивания* соответствующих оценок, во-первых, и *добавления взвешенной невязки к доопытной оценке*, во-вторых.

Отслеживание предыдущих данных позволяет назвать измерение в обоих случаях *следящим* (см. разд. 5.3).

5.1.4.3. *Получение невязок $\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0$ по текущим оценкам $\hat{\alpha}_y$ можно заменить непосредственным вычислением пропорциональных им величин. Устройства, предназначенные для вычисления величин, пропорциональных малым невязкам, называют дискриминаторами. Дискриминаторы многомерных (векторных) параметров называют обобщенными дискриминаторами. Приведенные определения допускают множество реализаций дискриминаторов, обеспечивающих линейную связь выходного эффекта с малой невязкой.*

Для теоретического синтеза удобны дискриминаторы (рис. 5.1.4), выходные эффекты которых и выражения оценок через эти эффекты определяются двумя группами соотношений:

$$\Delta' = C_y (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0), \quad \hat{\alpha}_p = \hat{\alpha}_0 + C_p^{-1} \Delta'; \quad (5.1.29)$$

$$\Delta'' = \hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0, \quad \hat{\alpha}_p = \hat{\alpha}_0 + C_p^{-1} C_y \Delta''. \quad (5.1.30)$$

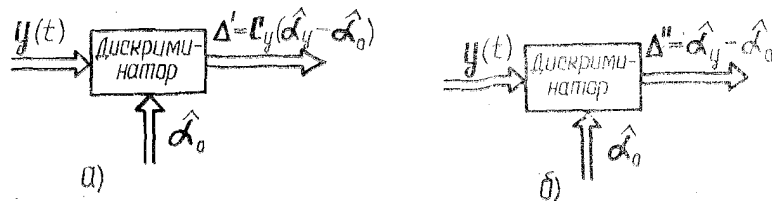


Рис. 5.1.4

Обобщенные дискриминаторы (29) и (30) назовем соответственно дискриминаторами *первого* и *второго* рода.

Выходной эффект дискриминатора первого рода усиливается с повышением точности текущей оценки. При большом времени накопления ($|C_0| \gg |C_y|$, $|C_p| \approx |C_0|$) это позволяет накапливать (см. разд. 5.3) значения Δ' с постоянным весом.

Выходной эффект дискриминатора второго рода не зависит от веса оценки, что также представляет интерес в некоторых случаях.

5.1.4.4. *Синтез дискриминаторов (29), (30) может проводиться двояко: 1) путем непосредственного вычисления оценок $\hat{\alpha}_y$ на основе точных выражений логарифма отношения правдоподобия; 2) на основе аппроксимаций последних квадратичными формами (16).*

Второй путь может оказаться проще. Выходной эффект дискриминатора первого рода

$$\Delta' = C_y (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0) = \left\| \sum_{j=1}^m C_{y kj} (\hat{\alpha}_{yj} - \hat{\alpha}_{0j}) \right\| \quad (5.1.31)$$

сводится в рассматриваемом приближении к *градиенту выходного напряжения оптимального приемника обнаружения*

$$\Delta' = \left\| \partial \ln l(\mathbf{y}/\boldsymbol{\alpha}) / \partial \boldsymbol{\alpha}_k \right\|_{\boldsymbol{\alpha} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_0} \quad (5.1.32)$$

для значения параметра $\boldsymbol{\alpha}$, равного доопытной оценке $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_0$.

В двумерном случае $m=2$ это пояснено рис. 5.1.5. Зависимость выходного напряжения $\ln l$ от $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$ представлена линиями

уровня и точкой максимума $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_y$. Вектор-градиент Δ' ориентирован нормально линиям уровня $\ln l$.

Чтобы обосновать (32) для произвольного m , аппроксимируем $\ln l$ выражением (16). Дифференцирование (16) приводит к частным производным вида

$\partial (\alpha_i - \hat{\alpha}_{yi}) / \partial \alpha_k$, $\partial (\alpha_j - \hat{\alpha}_{yj}) / \partial \alpha_k$. Первые из них равны нулю при $i \neq k$ и единице при $i = k$, вторые равны нулю при $j \neq k$ и единице при $j = k$. Для произвольных α_k справедливо поэтому выражение

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \alpha_k} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^m C_{y kj} (\alpha_j - \hat{\alpha}_{yj}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m C_{y ik} (\alpha_i - \hat{\alpha}_{yi}). \quad (5.1.33)$$

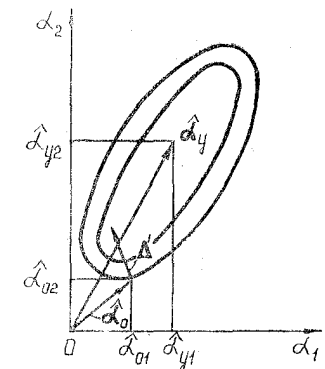


Рис. 5.1.5

Вторая из сумм (33) совпадает с первой, поскольку $C_{yik} = C_{yki}$ в силу симметрии матрицы точности, обозначение переменной суммирования (i или j) несущественно. Подстановка $\alpha = \hat{\alpha}_0$ (т.е. $\alpha_j = \hat{\alpha}_{0j}$) приводит поэтому составленный из (33) для $k=1, 2, \dots, m$ вектор к виду (31), что и обосновывает справедливость (32).

5.1.5. Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте показатели качества измерения параметров, поясните различие небайесовского и байесовского подходов к теории измерения.
2. Поясните критерии минимума среднего и условного среднего риска измерения.
3. Поясните понятие послеопытной плотности вероятности и обоснуйте ее связь с доопытной плотностью вероятности и функцией правдоподобия.
4. Укажите характерные функции стоимости ошибок измерения, соответствующие им оптимальные оценки, поясните структуру приемников оптимальных измерителей.
5. Поясните особенности регулярного измерения и обоснуйте нахождение оптимальных оценок и показателей качества измерения в отсутствие априорных данных для этого случая.
6. Поясните нахождение оптимальных оценок и показателей качества регулярного измерения при известной гауссовской априорной статистике измеряемого параметра.
7. Поясните дискриминаторные методы измерения и структурные схемы обобщенных дискриминаторов.

5.2. ОСНОВНЫЕ СЛУЧАИ ИЗМЕРЕНИЯ НЕ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ

5.2.1. Особенности измерения энергетических и неэнергетических параметров когерентных сигналов. Рассматривая измерение неизменяющихся параметров, обсудим синтез и анализ работы *двух классов* измерительных устройств — *неследящих измерителей и дискриминаторов*.

Исходными для изучения этих устройств будут соотношения (5.1.14), (5.1.17), (5.1.32), выраженные через логарифмы отношения правдоподобия $\ln l(y/\alpha)$ в зависимости от принятой реализации y и оцениваемого параметра α . Их выражения различаются для когерентных и некогерентных сигналов. К числу *когерентных* отнесем, как и ранее, сигналы с достаточно «жесткой» структурой: с известными (за исключением измеряемых) параметрами, со случайной начальной фазой, со случайными амплитудой и начальной фазой. Модели *некогерентных* сигналов, будучи более общими, лучше описывают ряд практических ситуаций. Большее внимание уделим, тем не менее, моделям когерентных сигналов, используя которые проще выявить основные закономерности измерения.

Различают *энергетические* и *неэнергетические* параметры сигналов. Первые сказываются, а вторые не сказываются на величине параметра обнаружения q^2 . К числу *энергетических* отнесем амплитуду и длительность сигнала, к числу *неэнергетических* (при обнаружении на фоне некоррелированной стационарной по-

мехи) — *несущую* (или доплеровскую) *частоту, время запаздывания* (в небольших пределах его изменения), в большинстве случаев — *угловую координату*.

В условиях *коррелированных нестационарных помех* класс энергетических параметров *расширяется*. На величине q^2 сказывается изменение несущей частоты сигнала, когда шум небелый; изменение его времени запаздывания, когда помеха нестационарная; изменение угловой координаты источника сигнала, когда источники помех неравномерно распределены в пространстве.

Помехи считаем пока некоррелированными стационарными.

5.2.1.1. При синтезе измерителей энергетических параметров используется выражение логарифма отношения правдоподобия *без каких-либо упрощений*.

Поясним это применительно к измерению на фоне стационарного белого шума амплитуды α когерентного временного сигнала $x(t, \alpha) = \alpha x_0(t)$, все остальные параметры которого известны полностью. Видоизменяя (3.2.3), имеем

$$\ln l = \alpha \zeta - \alpha^2 q_0^2 / 2,$$

где

$$\zeta = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) x_0(t) dt, \quad \text{а} \quad q_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} x_0^2(t) dt.$$

Подставляя выражение $\ln l$ в (5.1.14), находим

$$\hat{\alpha} = \zeta / q_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty} y_1(t) x_0(t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} x_0^2(t) dt.$$

В отсутствие шума $y(t) = \alpha x_0(t)$ и оценка $\hat{\alpha}$ совпадает с истинным значением параметра α . При наличии шума среднее квадратическое значение ошибки минимизируется за счет корреляционной обработки.

Потенциальная точность измерения амплитуды в силу (5.1.17) определяется выражениями

$$1/\sigma^2 = q_0^2, \quad \sigma = 1/q_0.$$

5.2.1.2. При синтезе измерителей неэнергетических параметров слагаемые используемых выражений, не зависящие от принимаемых реализаций, не зависят и от измеряемых неэнергетических параметров. После дифференцирования они исчезают.

Измерение параметров проводится обычно при *больших* отношениях сигнал—помеха $q \gg 1$. Покажем, что уравнения правдоподобия (5.1.14) для наиболее интересных случаев когерентных сигналов *со случайной начальной фазой и случайными амплитудой и начальной фазой* принимают при этом *одинаковый вид*.

Поскольку $\ln I_0(u) \approx u$ при $u \gg 1$, выражение (3.2.11) для сигнала со случайной равновероятной начальной фазой переходит в

$$\ln l \approx q |Z_n| + \text{const.} \quad (5.2.1)$$

Для сигнала со случайными релеевской амплитудой и равновероятной начальной фазой при $u \gg 1$ выражение (3.2.13) перейдет в

$$\ln l \approx |Z_n|^2/2 + \text{const.} \quad (5.2.2)$$

Уравнения правдоподобия (5.1.1) принимают соответственно вид

$$\partial |Z_n| / \partial \alpha_i = 0 \text{ при } \alpha = \hat{\alpha}, \quad (5.2.3)$$

$$\partial |Z_n|^2 / \partial \alpha_i = 0 \text{ при } \alpha = \hat{\alpha} \quad (5.2.4)$$

($i=1, 2, \dots, m$).

По правилу дифференцирования степенной функции уравнения (3) и (4) при $|Z_n| \neq 0$ равносильны. Сокращая (4) на $2|Z_n|$, придем к (3); домножая (3) на $2|Z_n|$, придем к (4). Каждое из указанных уравнений можно использовать в качестве уравнения правдоподобия как для сигнала со случайной начальной фазой, так и для сигнала со случайными амплитудой и начальной фазой.

Поскольку $A + A^* = (\text{Re}A + j\text{Im}A) + (\text{Re}A - j\text{Im}A) = 2\text{Re}A$ и

$$\frac{\partial |Z_n|^2}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial}{\partial \alpha_i} (Z_n Z_n^*) = \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_i} Z_n^* + Z_n \frac{\partial Z_n^*}{\partial \alpha_i} = 2 \text{Re} \left(\frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_i} Z_n^* \right),$$

уравнениями правдоподобия ($i=1, 2, \dots, m$) могут служить также уравнения

$$\text{Re} \left(\frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_i} Z_n^* \right) = 0 \text{ при } \alpha = \hat{\alpha}. \quad (5.2.5)$$

5.2.1.3. Используя приведенные приближения для $\ln l$ и формулу (5.1.32), получаем три варианта уравнений выходных напряжений обобщенных дискриминаторов $\Delta = \Delta'$, соответствующих (3—5), а именно

$$\Delta_l \cong \left\| \frac{\partial |Z_n|}{\partial \alpha_i} \right\|, \quad \Delta_{kv} \cong \left\| \frac{\partial |Z_n|^2}{\partial \alpha_i} \right\|, \quad \Delta_\phi \cong \left\| \text{Re} \left(\frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_i} Z_n^* \right) \right\|. \quad (5.2.6)$$

Эти уравнения назовем соответственно уравнениями дискриминаторов с линейным, квадратичным и фазовым детектированием.

5.2.1.4. Анализируя качество измерения неэнергетических параметров когерентных сигналов при большом отношении сигнал—шум, принимаемое колебание $Y(t)$ можно заменять полезным сигналом с искаженным шумом оценочным значением параметра $\hat{\alpha}_y \approx \alpha_{\text{ист}}$ ($\alpha_{\text{ист}}$ — истинное значение).

Для вычисления матрицы точности (5.1.17) заменяем поэтому

$$|Z_n| \approx \frac{1}{qN_0} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t, \hat{\alpha}_y) \mathbf{X}^*(t, \alpha) dt \right| = q\rho(\hat{\alpha}_y, \alpha). \quad (5.2.6a)$$

Здесь $\rho(\hat{\alpha}_y, \alpha)$ — определяемая (4.1.1—4.1.6) функция рассогласования сигнала при близких значениях параметров $\hat{\alpha}_y$ и α , $q^2 = 2\mathcal{E}/N_0 = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{X}(t, \alpha)|^2 dt / N_0$ — параметр обнаружения.

Искомая матрица точности измерения неэнергетических параметров когерентных сигналов с неслучайной амплитудой и случайной начальной фазой при $q^2 \gg 1$ определяется выражением

$$C_y = q^2 \left\| -\partial^2 \rho(\hat{\alpha}_y, \alpha) / \partial \alpha_i \partial \alpha_j \right\|_{\alpha = \hat{\alpha}_y}, \quad (5.2.7)$$

включающим взятые с обратным знаком значения вторых производных нормированной функции рассогласования в окрестности оценки.

Формула (7) справедлива и для сигналов со случайной релеевской амплитудой и случайной начальной фазой при $q^2 \gg 1$.

Действительно, для сигналов со случайной релеевской амплитудой и случайной начальной фазой при $q^2 \gg 1$

$$\frac{\partial^2 \ln l}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial^2 |Z_n|^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \approx \frac{q^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \rho^2(\hat{\alpha}_y, \alpha).$$

Вторые производные от ρ^2

$$\frac{\partial^2 \rho^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} = 2\rho \frac{\partial^2 \rho}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} + 2 \frac{\partial \rho}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \rho}{\partial \alpha_j} \quad (5.2.7a)$$

сводятся в окрестности максимума ($\rho=1$, $\partial \rho / \partial \alpha_i = 0$) к удвоенным вторым производным $\partial^2 \rho / \partial \alpha_i \partial \alpha_j$.

5.2.2. Измерение времени запаздывания и частоты когерентных сигналов. Рассмотрим примеры *раздельного* измерения времени запаздывания сигнала при известной частоте и частоты сигнала при известном времени запаздывания, а также *совместного* измерения времени запаздывания и частоты. Обсудим при этом синтез *неследящих* измерителей на фоне стационарного белого шума. Рассмотрим *потенциальные* точности измерения. Остановимся на синтезе дискриминаторов соответствующих параметров.

5.2.2.1. Синтез оптимальных *неследящих* измерителей рассматриваемых параметров основывается на известных зависимостях ожидаемого сигнала от этих параметров и уравнениях правдоподобия (3—5). Оптимальные оценки находятся, согласно (3—4), путем сравнения выходных напряжений оптимального приемника обнаружения (с линейным или квадратичным детектором) при различных значениях ожидаемого параметра α . Оптимальная оценка $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_{\text{опт}}$ соответствует максимуму выходного напряжения.

Схема несledящего измерителя времени запаздывания с согласованным фильтром и амплитудным детектором показана на рис. 5.2.1,а. Там же представлена зависимость выходного напряжения детектора от времени. Выделен момент максимума $t_0 + \hat{\alpha}_{\text{опт}}$, где t_0 — время задержки в фильтре. Он соответствует оптимальной оценке времени запаздывания $\hat{\alpha}_{\text{опт}}$, близкой к его истинному значению α , не совпадающей с ним точно из-за наличия шума.

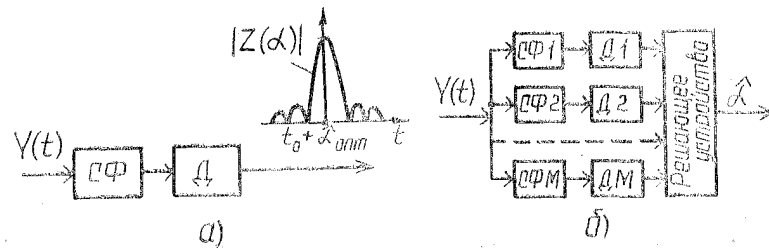


Рис. 5.2.1

Схема фильтрового многоканального несledящего измерителя частоты приведена на рис. 5.2.1,б. Предусмотрены M частотных каналов с согласованными фильтрами и детекторами. Частотный разнос между каналами выбирается, исходя из разрешающей способности по частоте, характеризующей протяженностью сечения тела рассогласования сигнала вдоль оси F . Оценка частоты $\hat{\alpha}_{\text{опт}}$ грубо определяется по номеру канала с максимальной амплитудой выходного напряжения.*

Для повышения точности оценивания (достижения потенциальной точности) могут использоваться напряжения трех и более частотных каналов. Оценка дастся в этом случае по максимуму параболической аппроксимации огибающей выходных напряжений для принятого числа отсчетов.

При соответствующем выборе вида сигнала и согласованных с ним фильтров устройство рис. 5.2.1,б обеспечивает совместное измерение частоты и времени запаздывания.

5.2.2.2. Потенциальные точности раздельного регулярного измерения времени запаздывания и частоты колебаний в соответствии с (7) определяются выражениями

$$1/\sigma_{\tau_0}^2 = q^2 |\rho_{\tau}''(0, 0)| = q^2 \Gamma_{\text{эф}}^2, \quad (5.2.8)$$

$$1/\sigma_{F_0}^2 = q^2 |\rho_F''(0, 0)| = q^2 \tau_{\text{эф}}^2. \quad (5.2.9)$$

* Измерение может реализоваться и на основе других типов обнаружителей. Возможно, например, измерение частоты по времени запаздывания сигналов в спектроанализаторе рис. 4.2.9.

Здесь учтены отрицательные знаки вторых производных в максимумах дифференцируемых функций, что заставило перейти к модулям этих производных. Дифференцируются время-частотные функции рассогласования $\rho(\tau, F)$ с разностными аргументами τ, F . В выражения (8) и (9) вошло в связи с этим по два нулевых значения разностных аргументов. Фактор раздельного измерения учтен введением нулевых индексов в обозначения дисперсий $\sigma_{\tau_0}^2, \sigma_{F_0}^2$.

Вторая производная ρ_{τ}'' имеет размерность $1/c^2 = \Gamma c^2$. Корень квадратный из ее модуля

$$\sqrt{|\rho_{\tau}''(0, 0)|} = \Pi_{\text{эф}} \quad (5.2.10)$$

тем больше, чем шире полоса частот (уже пик $\rho(\tau, F)$ в плоскости $F=0$). Определяемую (10) величину $\Pi_{\text{эф}}$ назовем эффективной полосой частот сигнала.

Аналогично назовем эффективной длительностью сигнала величину

$$\sqrt{|\rho_F''(0, 0)|} = \tau_{\text{эф}}. \quad (5.2.11)$$

Она тем больше, чем протяженнее сигнал (уже пик $\rho(\tau, F)$ в плоскости $\tau=0$).

Точность измерения времени запаздывания сигнала при известной его частоте (8) повышается с расширением эффективной полосы частот $\Pi_{\text{эф}}$.

Точность измерения частоты при известном временном положении сигнала (9) повышается с увеличением его эффективной длительности $\tau_{\text{эф}}$.

5.2.2.3. Матрица точности совместного регулярного измерения времени запаздывания и частоты выражается через производные функции $\rho(\tau, F)$ в точке $\tau=0, F=0$

$$C_y = -q^2 \begin{vmatrix} \rho_{\tau}'' & \rho_{\tau F}'' \\ \rho_{\tau F}'' & \rho_F'' \end{vmatrix}. \quad (5.2.12)$$

Обращая матрицу (12), находим матрицу ошибок совместного измерения

$$C_y^{-1} = \begin{vmatrix} \sigma_{\tau}^2 & \kappa \sigma_{\tau} \sigma_F \\ \kappa \sigma_{\tau} \sigma_F & \sigma_F^2 \end{vmatrix}. \quad (5.2.13)$$

Здесь κ — коэффициент корреляции ошибок измерения времени запаздывания и частоты

$$\kappa = \rho_{\tau F}'' / \sqrt{|\rho_{\tau}''| |\rho_F''|}; \quad (5.2.14)$$

σ_{τ}^2 и σ_F^2 — дисперсии ошибок совместного измерения

$$\sigma_{\tau}^2 = \sigma_{\tau_0}^2 / (1 - \kappa^2), \quad \sigma_F^2 = \sigma_{F_0}^2 / (1 - \kappa^2), \quad (5.2.15)$$

выражаемые через соответствующие дисперсии ошибок отдельного измерения $\sigma_{\tau_0}^2$, $\sigma_{F_0}^2$ и коэффициент корреляции κ .

Коэффициент κ сводится к нулю, если тело рассогласования симметрично относительно вертикальных плоскостей $\tau=0$, $F=0$ (немодулированные по фазе и фазоманипулированные сигналы), и отличается от нуля, когда такая симметрия отсутствует (ЛЧМ сигналы).

5.2.2.4. Рассмотрим примеры анализа точности регулярного измерения.

Пример 1. Сигналом служит немодулированный по фазе колокольный радиопульс (4.1.14), для которого $\rho(\tau, F) = \exp\left[-\frac{\pi}{2} \times \left(\frac{\tau^2}{\tau_n^2} + F^2 \tau_n^2\right)\right]$. Здесь τ_n — длительность радиопульса на уровне 0,46; $1/\tau_n = \Pi_n$ — его полоса частот на этом уровне.

В данном случае:

$$\Pi_{\text{эф}}^2 = |\rho''(0, 0)| = \pi/\tau_n^2 = \pi \Pi_n^2, \quad \tau_{\text{эф}}^2 = |\rho_F''(0, 0)| = \pi/\Pi_n^2 = \pi \tau_n^2.$$

Коэффициент корреляции ошибок измерения $\kappa=0$, а среднеквадратические ошибки независимого и совместного измерения одинаковы:

$$\sigma_{\tau_0} = \sigma_{\tau} = \frac{\tau_n}{q \sqrt{\pi}} = \frac{1}{q \Pi_n \sqrt{\pi}}, \quad \sigma_{F_0} = \sigma_F = \frac{\Pi_n}{q \sqrt{\pi}} = \frac{1}{q \tau_n \sqrt{\pi}}. \quad (5.2.16)$$

Пример 2. Используется сигнал в виде колокольного ЛЧМ радиопульса (4.1.22), для которого $\rho(\tau, F)$ определяется по формуле (4.1.28).

В этом случае

$$\Pi_{\text{эф}}^2 = |\rho''(0, 0)| = \pi(n^2 + 1)/\tau_n^2, \quad \tau_{\text{эф}}^2 = |\rho_F''(0, 0)| = \pi \tau_n^2, \quad \rho_{\tau F}''(0, 0) = \pi n.$$

Введение достаточно большой частотной девиации ($n \gg 1$) увеличивает примерно в n раз эффективную полосу частот $\Pi_{\text{эф}} \approx \sqrt{\pi} n/\tau_n \approx \sqrt{\pi} \Delta f$, не меняя эффективной длительности сигнала $\tau_{\text{эф}}$. Однако при этом появляется взаимная корреляция ошибок измерения времени и частоты (14)

$$|\kappa| = n/\sqrt{n^2 + 1}.$$

Среднеквадратическая ошибка измерения времени запаздывания при точно известной частоте сигнала снижается с введением частотной девиации согласно (8) в n раз:

$$\sigma_{\tau_0} \approx 1/q \Delta f \sqrt{\pi}. \quad (5.2.17)$$

Полученная формула применима и при наличии доплеровских уходов частоты, если последние вызывают заметно меньшие (17) смещения радиопульсов.

Другим предельным случаем является полное отсутствие данных о частоте. Среднеквадратическая ошибка измерения времени запаздывания (15) возрастает при этом в n раз, достигая значения (16)

$$\sigma_{\tau} = \frac{\sigma_{\tau_0}}{\sqrt{1 - \frac{n^2}{n^2 + 1}}} = \frac{1}{q \sqrt{\pi \frac{n^2 + 1}{\tau_n^2}}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{n^2}{n^2 + 1}}} = \frac{\tau_n}{q \sqrt{\pi}},$$

соответствующего отсутствию частотной модуляции.

Среднеквадратическая ошибка измерения частоты при точно известном запаздывании такая же, что и в отсутствие частотной модуляции. При полностью неизвестном запаздывании она возрастает в $\sqrt{n^2 + 1} \approx n$ раз.

Наличие даже неполных априорных данных о частоте (времени запаздывания) снижает ошибки измерения. Недостающие данные содержатся, например, в законе изменения временного запаздывания от импульса к импульсу, зависящем от радиальной скорости цели.

5.2.2.5. По мере уменьшения отношения сигнал — помеха наблюдается переход от регулярного измерения к нерегулярному. Шумовые выбросы принимаются за сигнальные. Ошибки измерения резко возрастают. Истинная зависимость σ_{τ}^2 (сплошная линия рис. 5.2.2 для случая измерения времени запаздывания) сильно отличается от расчетной (16), (17) регулярного измерения (штриховая линия), когда значение q приближается к пороговому $q_{\text{порог}}$. Обе зависимости сливаются, если значение q заметно превышает пороговое.

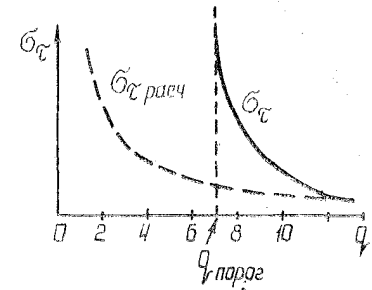


Рис. 5.2.2

5.2.2.6. Остановимся на методике синтеза дискриминаторов времени запаздывания и частоты первого рода.

Для синтеза амплитудных дискриминаторов с линейным и квадратичным детектированием исходными являются первые два выражения (6) последетекторных напряжений $|Z_n|$, $|Z_n|^2$ при различных α .

Для синтеза фазовых дискриминаторов исходным является третье выражение (6) комплексной амплитуды додетекторного напряжения.

Корреляционно-фильтровая обработка

$$Z_n = \frac{1}{q N_0} \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) X_1^*(t, \alpha) X_2^*(t) dt \quad (5.2.18)$$

облегчает разделение операций, связанных и не связанных с введением α .

Операции дифференцирования часто заменяют вычислением конечных разностей. При измерении скалярного параметра α с использованием линейного и фазового детектирования приближенно находим соответственно (нормирование опускается)

$$\Delta_{\alpha} \approx \frac{1}{\Delta \alpha} \left[\left| Z\left(\hat{\alpha}_0 + \frac{\Delta \alpha}{2}\right) \right| - \left| Z\left(\hat{\alpha}_0 - \frac{\Delta \alpha}{2}\right) \right| \right], \quad (5.2.19)$$

$$\Delta_{\phi} \approx \frac{1}{\Delta \alpha} \operatorname{Re} \left\{ \left[Z\left(\hat{\alpha}_0 + \frac{\Delta \alpha}{2}\right) - Z\left(\hat{\alpha}_0 - \frac{\Delta \alpha}{2}\right) \right] Z^*(\hat{\alpha}_0) \right\}. \quad (5.2.20)$$

Операцию дифференцирования при фазовом детектировании можно проводить также под знаком интеграла (18).

5.2.2.7. Примеры временных дискриминаторов представлены на рис. 5.2.3, а, б, примеры частотных дискриминаторов — на рис. 5.2.3, в, г, пример время-частотного дискриминатора приведен на рис. 5.2.3, д.

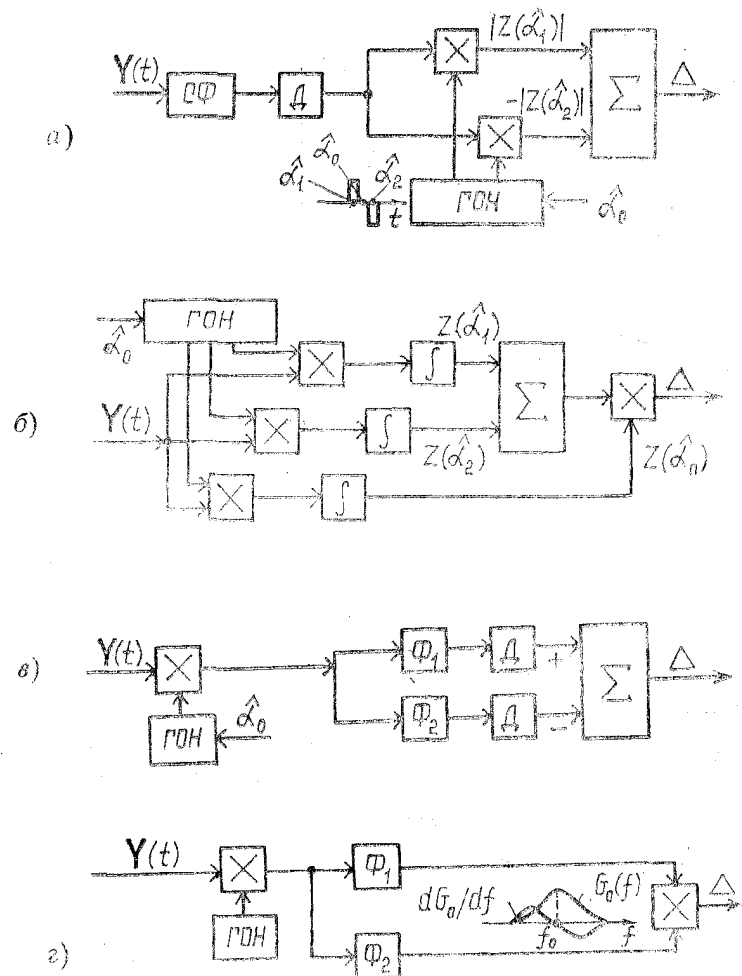


Рис. 5.2.3, а, б, в, г. ГОН—генераторы опорных напряжений вида $X_1^*(t, \alpha)$

Временной дискриминатор с амплитудным детектированием рис. 5.2.3, а (см. также рис. 2.1.3) построен на основе фильтрового приемника, вычисляющего интеграл (18) при $X_2(t) = 1$. Селекция сдвинутых по времени значений преддетектированных напряжений обеспечивается парой узких полуструбов, вырабатываемой гене-

ратором опорных напряжений ГОН. Они соответствуют значениям $\hat{\alpha}_{1,2} = \hat{\alpha}_0 \pm \Delta\alpha/2$, взаимно сдвинутым на $\pm\Delta\alpha/2$ относительно общего центра $\hat{\alpha}_0$, положение которого устанавливается по предшествующим данным. Получаемые значения $\Delta_\alpha = \Delta_\rho$ пропорциональны (19).

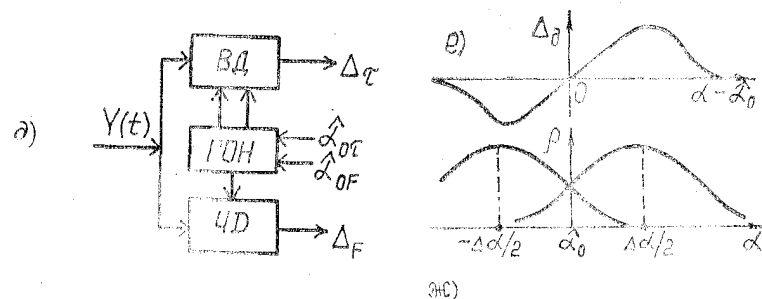


Рис. 5.2.3, д, е, ж

Временной дискриминатор с фазовым детектированием рис. 5.2.3, б рассчитан на фазоманипулированный сигнал. Сомножитель $X_1^*(t, \alpha)$ в (18) соответствует комплексной амплитуде гетеродинного напряжения, обеспечивающей фазовую демодуляцию сигнала (см. п. 4.2.3.2). Вырабатываются также опережающие и отстающие на $\pm\Delta\alpha/2$ фазоманипулированные гетеродинные напряжения с комплексными амплитудами $X_1^*(t, \alpha_{1,2})$. Все это позволяет вычислить (20), т.е. приближенно оценить производную $d|Z|/d\alpha$ и сопоставить тем самым близость принимаемого фазоманипулированного колебания к опорным, опережающему и отстающему.

Частотный дискриминатор с амплитудным детектированием рис. 5.2.3, в построен на основе двухканального фильтрового при-

емника с гетеродинным напряжением $[X_1(t) e^{j2\pi f_c t}]^* = [e^{j2\pi\alpha_0 t} e^{j2\pi f_c t}]^*$.

Каналы настроены на частоты $\hat{\alpha}_{1,2} = f_{np} \pm \Delta\alpha/2$. Выходное напряжение пропорционально при этом (19).

Частотный дискриминатор с фазовым детектированием рис. 5.2.3, г обеспечивает дифференцирование по параметру α в подынтегральном выражении комплексного корреляционного интеграла.

В результате гетеродинирования гармоник принимаемого, а значит, ожидаемого сигнала частота α изменяется на $\alpha - \hat{\alpha}_0$, так что

$$Z \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}_0} = \int G_Y(f) G_0^*(f + \alpha - \hat{\alpha}_0) df \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}_0} = \int G_Y(f) G_0^*(f) df,$$

$$\frac{dZ}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}_0} = \int G_Y(f) \frac{dG_0^*(f)}{df} df.$$

В соответствии с (6) и приведенными соотношениями на фазовый детектор рис. 5.2.3,г поступают напряжения двух фильтровых каналов, рассчитанных на спектральные плотности $G_0(f)$ и dG_0/df , полагаемые здесь вещественными.

Пример *время-частотного дискриминатора* для фазоманипулированного сигнала приведен на рис. 5.2.3,д. В соответствии с векторным характером соотношений (6) предусмотрены *две цепи выработки невязок* Δ_α и Δ_β в виде взаимосвязанных (через опорные напряжения) частотного ЧД и временного ВД дискриминаторов, в последнем используется фазовое детектирование рис. 5.2.3,б. Всего создаются три опорных напряжения, согласованных по закону модуляции с ожидаемым сигналом, несущих информацию о прогнозируемых значениях времени запаздывания $\hat{\alpha}_{0\tau}$ и частоты $\hat{\alpha}_{0f}$.

5.2.2.8. Для дискриминаторов вводится *дискриминаторная характеристика*. Это — зависимость выходного эффекта

$$\Delta_\alpha = \psi(\alpha - \hat{\alpha}_0)$$

от величины рассогласования $\alpha - \hat{\alpha}_0$ дискриминатора.

Дискриминаторная характеристика временного дискриминатора рис. 5.2.3,а (сплошная линия рис. 5.2.3,е) соответствует разности нормированных время-частотных функций рассогласования (рис. 5.2.3,ж,е) при смещениях на малую величину $\Delta\alpha/2$ значений временного аргумента и нулевом смещении частотного приближенно

$$\Delta_\alpha \equiv \frac{d\rho(\alpha - \hat{\alpha}_0, 0)}{d\alpha} \equiv \left[\rho\left(\alpha - \hat{\alpha}_0 + \frac{\Delta\alpha}{2}, 0\right) - \rho\left(\alpha - \hat{\alpha}_0 - \frac{\Delta\alpha}{2}, 0\right) \right]. \quad (5.2.21)$$

5.2.3. Измерение угловых координат источников когерентных сигналов (пеленгация). При синтезе измерителей исходим из следующих моделей сигналов и их спектральных плотностей:

а) Модель пространственно-временного сигнала, относящаяся к M -канальному (двухканальному в том числе) приему,

$$X(t, \alpha) = X(t) \| X_k(\alpha) \|, \quad (5.2.22)$$

где параметр α считаем пока (до п. 5.2.3.7) скаляром.

Модель используют для синтеза фазовых

$$X_k(\alpha) = e^{j(2k-M-1)\alpha/2} \quad (5.2.23)$$

и амплитудных измерителей

$$X_k(\alpha) = |X_k(\alpha)| \quad (5.2.24)$$

на основе эквидистантных антенных решеток. В первом случае обеспечивается *идентичность амплитудных характеристик направленности* $|X_k(\alpha)|$ элементов решетки (направленность элементов в (23) вообще не учитывается) и *различие фазовых характеристик направленности* $(2k-M-1)\alpha/2$. Здесь $\alpha = 2\pi d \sin(\vartheta - \vartheta_0)/\lambda$, ϑ — угловая координата источника излучения, ϑ_0 — угловая координата нормали к решетке, d — расстояние между элементами. Во втором случае *фазовые характеристики* элементов принимаются *идентичными* (фазовые центры совмещены), а *амплитудные характеристики* — *различными*.

Сигнал можно считать *неэнергетическим* в пределах сопоставляемых значений угловой координаты не только для фазовой, но и для амплитудной модели (22), если

$$\sum_k |X_k(\alpha)|^2 = \text{const}. \quad (5.2.25)$$

б) Модель временного сигнала, относящаяся к одноканальному приему в режиме вращения характеристики направленности,

$$X(t, \alpha) = X(t - \alpha) X_0(t) \quad (5.2.26)$$

(рис. 5.2.4,а); здесь $\alpha = \vartheta_u/\Omega$, где Ω — угловая скорость вращения характеристики (рис. 5.2.4,б).

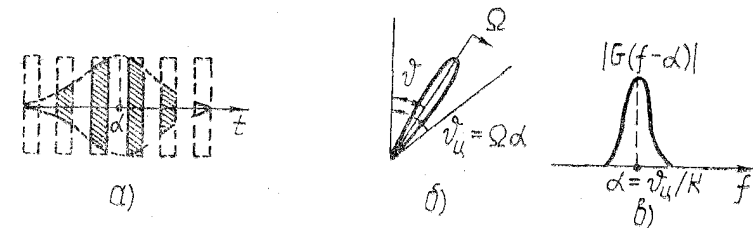


Рис. 5.2.4

в) Модель спектральной плотности сигнала на выходе антенны с частотным сканированием (рис. 5.2.4,в)

$$G_X(f, \alpha) = G_X(f - \alpha) G_{X_0}(f); \quad (5.2.27)$$

здесь $\alpha = \vartheta_u/k_u$ соответствует угловой координате (точнее ее косинусу), k_u — коэффициент углочастотной чувствительности.

Как и в разд. 5.2.3, обсудим *потенциальные точности* измерения и *синтез* неследящих измерителей и дискриминаторов на фоне стационарного белого шума.

5.2.3.1. *Потенциальные точности когерентного углового измерения* обсудим вначале на примере M -канального фазового измерения (22—23).

Подставляя выражение нормированной функции рассогласования (4.1.35) в (7), находим одноэлементную матрицу C_y^{-1}

при $\vartheta = \hat{\vartheta}$ или обратную ей

$$1/\sigma_{\vartheta}^2 = q^2 |\rho_{\vartheta}''(\hat{\vartheta}, \hat{\vartheta})|_{\vartheta=\hat{\vartheta}} = q^2 \frac{\pi^2}{3} (M^2 - 1) \left(\frac{d}{\lambda} \cos \hat{\vartheta} \right)^2, \quad (5.2.28)$$

где d — расстояние между элементами линейной антенной решетки, M — число этих элементов, $\hat{\vartheta}$ — оценка угла прихода колебаний по отношению к нормали.

При $M=2$, в частности,

$$\sigma_{\vartheta} = \lambda/\pi q d |\cos \hat{\vartheta}|. \quad (5.2.28a)$$

Величине $|\rho_{\vartheta}''|$, входящей в (28), как и встречавшимся уже величинам $|\rho_{\tau}''| = P_{\vartheta\vartheta}''$, $|\rho_{\tau}''| = \tau_{\vartheta\vartheta}''$, дадим определенное истолкование. Корень квадратный из этой величины определяет эффективную длину антенны, нормированную по отношению к длине волны λ :

$$l_{\vartheta\vartheta} = \sqrt{|\rho_{\vartheta}''|} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{M^2 - 1} \frac{d}{\lambda} |\cos \hat{\vartheta}|. \quad (5.2.29)$$

Эффективная длина (29) пропорциональна при $M \gg 1$ проекции $(M-1)d |\cos \hat{\vartheta}|$ истинной длины антенны на плоскость, перпендикулярную направлению прихода радиоволн.

Потенциальная среднеквадратическая ошибка регулярной пеленгации обратно пропорциональна параметру обнаружения q и эффективной длине антенны, нормированной по отношению к длине волны,

$$\sigma_{\vartheta} = 1/q l_{\vartheta\vartheta}. \quad (5.2.29a)$$

5.2.3.2. Сформулированная закономерность (29a) распространяется на одноканальную пеленгацию (26). Наиболее распространенный случай периодического импульсного зондирования заменим для упрощения расчета случаем излучения немодулированных колебаний $X_0(t) = \text{const}$, которые модулируются затем вращающейся с угловой скоростью Ω характеристикой направленности $\psi(\vartheta) = \sin(\pi l \vartheta/\lambda)/(\pi l \vartheta/\lambda)$, так что $X(t-a) = \psi[\Omega(t-a)]$.

Угловая среднеквадратическая ошибка выразится при этом через временную $\sigma_{\vartheta} = \Omega \sigma_{\tau} = \Omega/q l_{\vartheta\vartheta}$. Здесь $P_{\vartheta\vartheta} = \sqrt{|\rho_{\vartheta}''|}$ — эффективная полоса частот сигнала, модулированного характеристикой направленности, которая выражается через вторую производную функции рассогласования этого сигнала в максимум.

Результат расчета соответствует (29a) при значении $l_{\vartheta\vartheta} = \pi l/\sqrt{3}$, что согласуется с (29) для $M \rightarrow \infty$, $\hat{\vartheta} = 0$. В отличие от предыдущего случая эффективная длина антенны не изменяется с изменением ϑ .

При частотном сканировании (27) измерение угловой координаты сводится к измерению частоты. Для известного времени прихода сигнала справедлива закономерность (29), но, как и для решетки, «видимый размер» антенны зависит от ϑ .

Обсуждение потенциальных точностей измерения проведено здесь в предположении когерентности сигналов и не учитывает возможные эффекты их флюк-

туационной модуляции за время наблюдения. Наиболее опасны они при одноканальной пеленгации (26), когда время наблюдения сигнала соизмеримо с временем корреляции флюктуаций.

Повышение угловой скорости Ω снижает уровень ошибок.

Многоканальные же (моноимпульсные) методы пеленгации, позволяющие измерять угловую координату после приема короткого одиночного радиопульса, вообще не чувствительны к флюктуационной модуляции сигнала.

Одну и ту же вращающуюся характеристику направленности часто используют на передачу и прием. Когда принимаемый сигнал сильный, а эффекты флюктуационной модуляции не сказываются, вторая производная выходного эффекта увеличивается примерно вдвое, значение же σ_{ϑ} снижается — в $\sqrt{2}$ раз.

5.2.3.3. Для синтеза когерентных угловых одноканальных измерителей и дискриминаторов пригодны соотношения (3—6).

В режиме вращения характеристики направленности они подтверждают возможность одноканального оценивания угловой координаты по моменту времени достижения максимума напряжения после когерентного накопителя и детектора (линейного, квадратичного). Можно использовать при этом описанные в разделе 5.2.2 принципы построения временных несledящих измерителей и дискриминаторов.

В режиме частотного сканирования возможно одноканальное оценивание угловой координаты по частоте колебаний, настройка на которую обеспечивает максимум выходного напряжения. Можно использовать рассмотренные в разделе 5.2.2 принципы построения частотных несledящих измерителей и дискриминаторов.

5.2.3.4. Применительно к синтезу M -канальных когерентных угловых измерителей (фазовых, амплитудных) используем соотношение (5). Согласно (22) вычисляется ненормированный весовой* интеграл (пропорциональный нормированному)

$$Z = \sum_{k=1}^M Z_k X_k^*(\alpha), \quad (5.2.30)$$

где Z_k — результат временной обработки принятых элементом антенны колебаний

$$Z_k = \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} Y_k(t) X_k^*(t) dt.$$

Подставляя (30) в (5), получаем видоизмененное уравнение правдоподобия

$$\text{Re} \sum_{i,k=1}^M \tau_i Z_k^* \frac{\partial X_i^*(\alpha)}{\partial \alpha} X_k(\alpha) = 0. \quad (5.2.31)$$

5.2.3.5. Детализируем вначале синтез фазовых когерентных измерителей. Положим $\alpha \ll 1$, что упрощает расчет. С точностью до членов высшего порядка выражения (23) и (31) приобретают вид

$$X_k(\alpha) \approx 1 - j \frac{2k-M-1}{2} \alpha - \left(\frac{2k-M-1}{2} \right)^2 \frac{\alpha^2}{2},$$

* Здесь мы отступаем от условия примечания стр. 144.

$$\operatorname{Re} \left\{ \sum_{i,k=1}^M Z_i Z_k^* \left[-j \frac{2i-M-1}{2} - \frac{(2i-M-1)^2}{4} \hat{\alpha} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[1 - j \frac{2k-M-1}{2} \hat{\alpha} \right] \right\} \approx 0. \quad (5.2.31a)$$

Раскрывая скобки, пренебрегая членами, пропорциональными $\hat{\alpha}^2$, введем обозначения

$$Z_{\text{сум}} = \sum_{k=1}^M Z_k, \quad Z_{\text{раз}} = \sum_{k=1}^M (2k-M-1) Z_k, \\ Z_{\text{сум1}} = \sum_{k=1}^M (2k-M-1)^2 Z_k. \quad (5.2.32)$$

Преобразуя (31a) и используя (32), находим

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} (j Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*) + \frac{1}{4} \hat{\alpha} \operatorname{Re} (Z_{\text{сум}} Z_{\text{сум1}}^*) = 0.$$

Отсюда

$$\hat{\alpha} = 2 \operatorname{Re} (-j Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*) / \operatorname{Re} (Z_{\text{сум}} Z_{\text{сум1}}^*). \quad (5.2.33)$$

В простейшем случае *двухканального фазового измерителя* ($M=2$; $i, k=1, 2$; $2k-M-1=\mp 1$) соотношения (32) упрощаются и принимают вид

$$Z_{\text{сум}} = Z_2 + Z_1, \quad Z_{\text{раз}} = Z_2 - Z_1, \quad Z_{\text{сум1}} = Z_{\text{сум}}, \quad (5.2.34)$$

так что

$$\hat{\alpha} \approx 2 \operatorname{Re} (-j Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*) / |Z_{\text{сум}}|^2. \quad (5.2.35)$$

Соотношениям (34—35) соответствует схема *двухканального измерителя с суммарно-разностной обработкой* (рис. 5.2.5, а). Суммарное $Y_2 + Y_1$ и разностное $Y_2 - Y_1$ напряжения вырабатываются непосредственно на выходе антенного устройства. Путем фильтрации из них получают напряжения в виде комплексных весовых интегралов $Z_{\text{сум}} = Z_2 + Z_1$, $Z_{\text{раз}} = Z_2 - Z_1$. Суммарно-разностная обработка ослабляет влияние фазовых неидентичностей каналов обработки по сравнению со случаем, когда фильтрация напряжений $Y_{1,2}(t)$ осуществляется порознь.

Множитель $-j$ (35) учитывается введением в схему фазовращателя на $\pi/2$. Вычисление реальной части произведения двух

комплексно-сопряженных амплитуд (35) осуществляется путем *фазового детектирования* соответствующих напряжений.

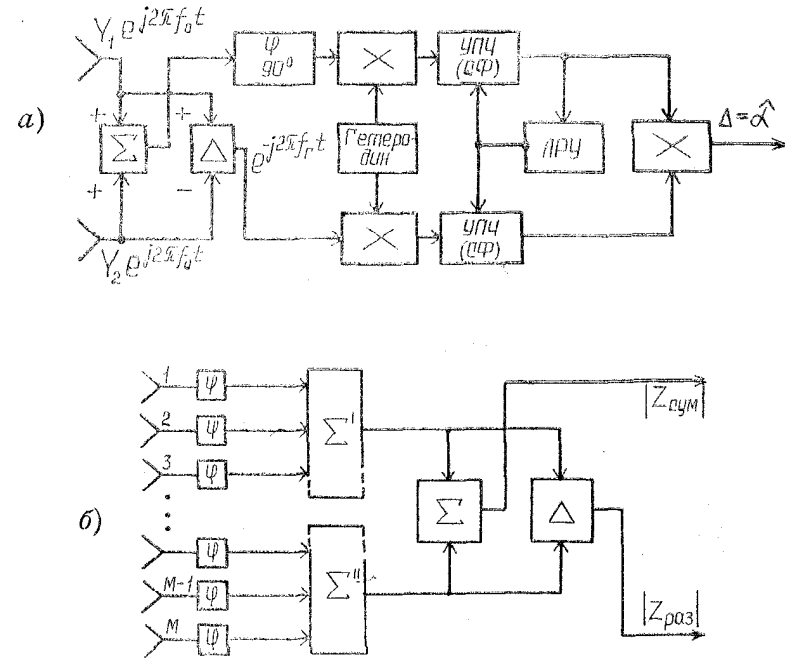


Рис. 5.2.5

Деление обеспечивается введением близкой к идеальной АРУ суммарного канала и использованием ее для управления разностным каналом. Амплитуда выходного напряжения суммарного канала $K|Z_{\text{сум}}| \approx C_0$ поддерживается при этом практически постоянной, а амплитудный коэффициент передачи этого напряжения $K \approx C_0/|Z_{\text{сум}}|$ переносится на разностный канал. Выражение выходного напряжения устройства $\operatorname{Re} (-j K^2 Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*)$ с точностью до постоянного множителя $C_0^2/2$ приводится поэтому к виду (35)*.

Для общего случая *многоканального фазового измерения* оптимальная обработка (32—33) учитывает неодинаковую значимость данных, получаемых с различных элементов решетки. Большие по абсолютной величине веса придаются данным, выдаваемым крайними ее элементами.

* Измерительное устройство рис. 5.2.5, а можно считать дискриминатором второго рода: его выходной эффект слабо зависит от амплитуды принимаемых колебаний.

Возможное упрощение обработки состоит в замене положительных весовых множителей $(2k-M-1)^2$ на единицы, знаменателей $(2k-M-1)$ на плюс-минус единицы, в зависимости от знака. Решетка (рис. 5.2.5,б) разделяется при этом на две симметричные подрешетки со сдвинутыми фазовыми центрами и одинаковыми амплитудными характеристиками направленности. Для подрешеток образуются суммарный и разностный каналы, напряжения которых обрабатываются согласно (35).

Среднеквадратическую ошибку σ_0 описанной квазиоптимальной пеленгации найдем из формулы (28), полагая в ней $M=2$ и заменяя расстояние между элементами решетки d на расстояние между фазовыми центрами подрешеток $(M-1)d/2$. Получаемое при этом значение

$$\sigma_0 = \sqrt{3} \lambda / \pi q \sqrt{2^2 - 1} [(M-1)d/2] |\cos \theta|$$

превышает при $M \geq 1$ потенциальное значение (29—30) всего лишь в $2/\sqrt{3} \approx 1,15$ раза.

5.2.3.6. Простейшая схема когерентного амплитудного углового двухканального измерителя аналогична схеме фазового измерителя рис. 5.2.5,а, но не содержит девяностоградусного фазовращателя на выходе суммарного канала.

Последнее можно пояснить и качественно, и в результате статистического синтеза схемы вида рис. 5.2.5,а. При качественном рассмотрении замечаем, что сумма и разность синфазных напряжений сигналов каналов амплитудного измерителя (с неодинаковой амплитудой) между собой синфазны или противофазны. Сдвиг их по фазе до подачи на фазовый детектор нежелателен. Для векторов же сдвинутых по фазе напряжений фазового измерителя (с одинаковой амплитудой) суммарное и разностное напряжения сдвинуты по фазе на 90° (векторную диаграмму предлагаем построить самостоятельно). Этот сдвиг фаз и компенсируется фазовращателем схемы рис. 5.2.5,а.

Для синтеза схемы в силу (24) и (30) полагаем

$$Z = Z_1 X_1(\alpha) + Z_2 X_2(\alpha),$$

где $X_{1,2}(\alpha)$ — амплитудные характеристики направленности (рис. 5.2.6,а). Иначе

$$Z = Z_{\text{сум}} X_{\text{сум}}(\alpha) + Z_{\text{раз}} X_{\text{раз}}(\alpha). \quad (5.2.36)$$

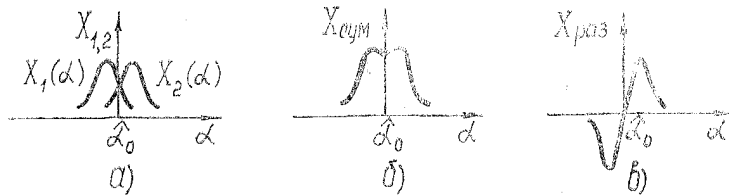


Рис. 5.2.6

Здесь $Z_{\text{сум}} = Z_2 + Z_1$, $Z_{\text{раз}} = Z_2 - Z_1$ — суммарный и разностный комплексные весовые интегралы, а $X_{\text{сум}}(\alpha) = \frac{1}{2} X_2(\alpha) + \frac{1}{2} X_1(\alpha)$, $X_{\text{раз}}(\alpha) = \frac{1}{2} X_2(\alpha) - \frac{1}{2} X_1(\alpha)$ — суммарная и разностная амплитудные характеристики направленности (рис. 5.2.6,б,в).

Подставляя (36) в (31), получаем

$$|Z_{\text{сум}}|^2 X'_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) + |Z_{\text{раз}}|^2 X'_{\text{раз}}(\hat{\alpha}) X_{\text{раз}}(\hat{\alpha}) + [X'_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X_{\text{раз}}(\hat{\alpha}) + X_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X'_{\text{раз}}(\hat{\alpha})] \operatorname{Re} [Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*] = 0. \quad (5.2.37)$$

По условиям (24), (25)

$$X_{\text{сум}}^2(\alpha) + X_{\text{раз}}^2(\alpha) = 2[X_1^2(\alpha) + X_2^2(\alpha)] = \text{const}. \quad (5.2.38)$$

Дифференцируя (38) и подставляя $\alpha = \hat{\alpha}$, находим, что $X'_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) = -X'_{\text{раз}}(\hat{\alpha}) X_{\text{раз}}(\hat{\alpha})$. Ограничиваясь значениями $|\hat{\alpha}| \ll 1$, пренебрежем малыми величинами

$$|X'_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X_{\text{раз}}(\hat{\alpha})| \ll |X_{\text{сум}}(\hat{\alpha}) X'_{\text{раз}}(\hat{\alpha})| \quad \text{и} \quad |Z_{\text{раз}}|^2 \ll |Z_{\text{сум}}|^2.$$

Равенство (37) приводится при этом к виду

$$\operatorname{Re} (Z_{\text{сум}} Z_{\text{раз}}^*) |Z_{\text{сум}}|^2 = X_{\text{раз}}(\hat{\alpha}) / X_{\text{сум}}(\hat{\alpha}). \quad (5.2.39)$$

Известную заранее правую часть равенства (39) можно считать при $|\hat{\alpha}| \ll 1$ (рис. 5.2.6,б,в) линейной функцией $k\hat{\alpha}$ аргумента $\hat{\alpha}$. Величина k определяется левой частью равенства (39), отличающейся от соответствующей правой части равенства (35) только отсутствием $-j$ под знаком реальной части.

5.2.3.7. Перейдем к особенностям измерения двух угловых координат, что соответствует замене скалярного параметра α в (22) векторным параметром. Использование одной пары антенных элементов, как на рис. 5.2.5,а, или линейное размещение $M > 2$ элементов, как на рис. 5.2.5,б, не обеспечивает еще возможность такого измерения по каждому радиопульсу (моноимпульсного измерения).

Моноимпульсное амплитудное измерение двух угловых координат обеспечивается, например, уже при наличии $M=3$ не находящихся на одной прямой рупорных облучателей рис. 5.2.7,а (термин «облучатель», вводимый для передающих зеркальных антенн, переносится и на соответствующие приемные антенны). Однако ошибки измерения угловых координат при $M=3$ оказываются взаимозависимыми.

Для устранения взаимозависимости и снижения дисперсий ошибок переходят, например, к четырех-, пяти- и двенадцатирупорным облучателям (рис. 5.2.7,б,в,г). Некоторые из вариантов взаимной фазировки рупоров при обработке показаны на рис. 5.2.7,д. Многорупорные излучатели, позволяя лучше подбирать характе-

ристики направленности суммарного и двух разностных каналов, более *громоздки*, чем малорупорные.

Поэтому уделяется внимание *однорупорным многомодовым* излучателям. Так, моды (типы) колебаний H_{10} , H_{01} в квадратном волноводе (руноре) позволяют формировать суммарные, а моды H_{20} , H_{02} — разностные характеристики направленности в двух перпендикулярных плоскостях (рис. 5.2.7,е).

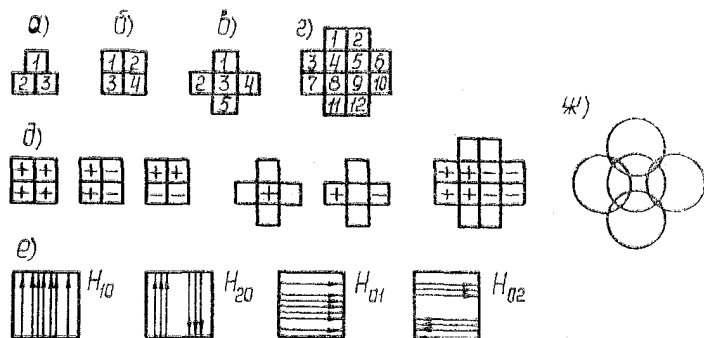


Рис. 5.2.7

Часто формируют центральную и четыре сдвинутые по угловым координатам характеристики (и более), образующие в сечении, перпендикулярном направлению визирования, «розочку» (рис. 5.2.7,ж). Это обеспечивает необходимые для измерения двух угловых координат данные как в наиболее простой моноимпульсной РЛС с малым числом антенных элементов, так и в более сложной — с антенной решеткой.

5.2.4. Особенности измерения параметров некогерентных сигналов. Остановимся на двух наиболее важных и наиболее просто анализируемых разновидностях некогерентных сигналов: 1) *пачках* радиоимпульсов (или других когерентных составляющих) с *независимыми случайными фазами* или амплитудами и начальными фазами; 2) *быстрофлуктуирующих сигналах с гауссовской статистикой*.

5.2.4.1. Рассмотрим измерение незнергетических параметров пачек когерентных составляющих с независимыми случайными фазами или амплитудами и начальными фазами. Пусть каждая из них достаточно хорошо выделяется на фоне шума. В соответствии с (3.2.34) и (5.1.24) имеем

$$\ln l = \sum_{k=1}^M \ln l_k = \sum_{k=1}^M \left[-\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha}_k)^T C_k (\alpha - \hat{\alpha}_k) \right] + \text{const.} \quad (5.2.40)$$

Здесь $\hat{\alpha}_k$ и C_k — оценки и матрицы точности оценивания по отдельным составляющим (импульсам) сигнала.

Аналогично (5.1.24) величина (40) приводится к виду

$$\ln l = -\frac{1}{2}(\alpha - \hat{\alpha})^T C (\alpha - \hat{\alpha}) + \text{const.}$$

Она выражается через результирующую оценку $\hat{\alpha}$ и матрицу точности C . В данном случае

$$\hat{\alpha} = C^{-1} \sum_k C_k \hat{\alpha}_k, \quad C = \sum_{k=1}^M C_k. \quad (5.2.41)$$

Пусть некогерентный сигнал *однороден*: все его когерентные составляющие однотипны и характеризуются одной и той же нормированной функцией рассогласования $\rho(a, a)$. Определяемые согласно (7) через производные этой функции матрицы C_k отличаются только значениями q_k^2 . Матрица C выразится тогда через те же самые производные, что и при когерентном совокупного сигнала, и характеризуется параметром $q_\Sigma^2 = \sum_k q_k^2$.

Это показывает, что при *одинаковом и достаточно большом значении параметра обнаружения некогерентная* (последетекторная) обработка обеспечивает такую же потенциальную точность измерения, что и обработка когерентного сигнала, объединяющего эти составляющие и имеющего такой же пик функции рассогласования, например по времени запаздывания. Результирующая оценка (41) оказывается *средневзвешенным значением парциальных оценок*, полученных по отдельным когерентным составляющим сигнала. Оптимальный измеритель *может не включать* поэтому *последетекторного накопителя*, если он вырабатывает средневзвешенное парциальных оценок: при достаточно сильном сигнале *потенциальная точность окажется такой же, что и в случае когерентной обработки*. Что касается *порогового уровня энергии сигнала*, то он последовательно повышается при переходе от когерентного накопления к некогерентному и от некогерентного накопления к *весовому суммированию парциальных оценок*.

В условиях длительного измерения неизменяющихся (а особенно изменяющихся во времени) параметров однородных некогерентных сигналов вводят *удельную матрицу точности*

$$C_{уд} = 2(P_{ср}/N_0) \left\| -\partial^2 \rho / \partial \alpha_i \partial \alpha_j \right\|, \quad (5.2.42)$$

определяемую через *среднюю мощность сигнала*. При измерении скалярного параметра она вырождается в *скалярную величину*, обратную величине дисперсии флуктуационных ошибок измерения за единицу времени $\sigma_{уд}^2 = S_{фл}$. Последняя имеет размерность квадрата измеряемого параметра, деленную на $1/c = 1 \text{ Гц}$, и называется *спектральной плотностью флуктуационных ошибок измерения*.

Измеряя энергетические параметры, следует учитывать наличие зависимости от α слагаемого выражения $\ln l$, не зависящего от принимаемой реализации Y .

5.2.4.2. Обратимся к измерению параметров α некогерентных быстрофлуктуирующих сигналов $B(t) X(t, \alpha)$ с гауссовской статистикой модулирующего множителя (разд. 3.3.5). Различают, как и ранее, случаи измерения неэнергетических и энергетических параметров. Для первых несущественны, а для вторых существенны не зависящие от принимаемых реализаций вычитаемые выражений $\ln l$, в частности, вычитаемое исходного выражения (3.3.26). В виде (3.3.32) оно дополняет достаточную статистику обнаружения (3.3.30).

Пример 1. На фоне внутреннего шума со спектральной плотностью N_0 обнаруживается шумовой сигнал со спектральной плотностью $N(F)$, равномерно распределенной в полосе Π : $N(F) = \alpha N_0$ при $|F| \leq \Pi/2$, $N(F) = 0$ при $|F| > \Pi/2$.

Длительность сигнала $T \gg 1/\Pi$. Искомым энергетическим параметром является относительное (по отношению к внутреннему шуму) значение интенсивности рассматриваемого сигнала α .

Уравнение (3.3.31) при $PT \rightarrow \infty$ решается методом преобразования Фурье. Для измененной в A раз интенсивности сигнала (см. п. 3.3.5.4) имеем

$$[N_0 + AN(F)] \Lambda_A(F) N_0 = AN(F).$$

Отсюда в пределах полосы Π

$$\Lambda_A(F) = A \alpha / N_0 (1 + A \alpha) = \text{const}, \quad (5.2.43)$$

что определяет значение $\Lambda_A(t, s)$ как функцию разностного аргумента $t-s$.

Подставляя $\Phi_{II}(t, s) = N_0 \delta(t-s)$ в (3.3.38) и используя (43), получаем

$$C_0 = N_0 \int_0^1 \frac{dA}{A} \int_{-T/2}^{T/2} \Lambda_A(t, t) dt = \int_0^1 \frac{dA}{A} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} \frac{A \alpha}{N_0 (1 + A \alpha)} dF,$$

т. е.

$$C_0 = PT \ln(1 + \alpha).$$

Окончательно (см. также примеры разд. 3.3.6)

$$\ln l = \frac{\alpha}{N_0(1+\alpha)} \int_{-T/2}^{T/2} |Y_{II}(t)|^2 dt - PT \ln(1 + \alpha).$$

Здесь $Y_{II}(t)$ — результат прохождения принимаемых колебаний через полосовой фильтр с единичной частотной характеристикой в полосе Π .

Из уравнения правдоподобия (5.1.14) получаем выражение оценки

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{PT N_0} \int_{-T/2}^{T/2} |Y_{II}(t)|^2 dt - 1.$$

Уменьшаемое определяет оценку относительного значения спектральной плотности сигнала и внутреннего шума; вычитаемое компенсирует влияние этого шума.

Потенциальная точность измерения (17), обратная дисперсия ошибки измерения,

$$\frac{1}{\sigma_{\hat{\alpha}}^2} = \frac{2 PT}{(1+\hat{\alpha})^2} - \frac{PT}{(1+\hat{\alpha})^2} = \frac{PT}{(1+\hat{\alpha})^2} \quad (5.2.44)$$

возрастает с увеличением произведения PT .

Пример 2. Оценим потенциальную точность регулярного измерения векторных неэнергетических параметров быстрофлуктуирующих сигналов.

Считаем, что условие (3.3.40) переносится на векторный случай.

Согласно (5.1.17), (3.3.30), (3.3.43) и (3.3.45) матрица точности приобретает вид

$$C_y \approx \frac{1}{4 P_{cp} N_0} \left\| - \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X^{*T}(t, \hat{\alpha}) X(t, \alpha) \mu(t-s) \lambda(t-s) X^{*T}(s, \alpha) X(s, \hat{\alpha}) dt ds \right\|$$

при $\alpha = \hat{\alpha}$. (5.2.45)

Входящие в (3.3.30) величины $Y(t)$, $Y(s)$ были предварительно заменены при

этом произведениями вида $B(t) X(t, \alpha)$. Произведение $B(t) B^*(s)$ было заменено затем с учетом длительного интегрирования ($T \gg 1/\Pi_{\Phi}$) его математическим ожиданием — корреляционной функцией $\mu(t-s)$.

В (45) поэтому вошло произведение функций разностного аргумента $\mu(t-s) \lambda(t-s) = \xi(t-s)$.

Как известно: 1) спектр произведения временных функций сводится к свертке соответствующих спектральных функций; 2) временной оригинал от произведения спектральных функций сводится к свертке оригиналов сомножителей.

Вводя спектральные плотности $\xi(F)$, $\mu(F)$, $\lambda(F)$, отсюда получаем, во-первых,

$$\xi(F) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\nu - F) \lambda(\nu) d\nu. \quad (5.2.46)$$

Представляя $\xi(F)$ в виде $\xi(F) = \chi^2(F)$, где $\chi(F)$ — вещественная функция, находим, во-вторых,

$$\xi(t-s) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\theta - t) \chi(\theta - s) d\theta. \quad (5.2.47)$$

Подставив (47) в (45), изменим порядок интегрирования. Это приводит к произведению в подынтегральном выражении интеграла по θ комплексно-сопряженных интегралов с переменными интегрирования t и s , т. е. к квадрату модуля одного из них. Такой модуль «внутреннего» интеграла имеет вид

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} X^T(t, \hat{\alpha}) X^*(t, \alpha) \chi(\theta - t) dt \right| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} X_{\theta}^T(t, \hat{\alpha}) X_{\theta}^*(t, \alpha) dt \right| =$$

$$= \hat{\rho}_{\theta}(\hat{\alpha}, \alpha) \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |X_{\theta}(t, \hat{\alpha})|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |X_{\theta}(t, \alpha)|^2 dt}. \quad (5.2.48)$$

Здесь $X_{\theta}(t, \alpha) = X(t, \alpha) \sqrt{\chi(\theta - t)}$ — зависящая от θ «когерентная вырезка»

сигнала $X(t, \alpha)$; $\hat{\rho}_{\theta}(\hat{\alpha}, \alpha)$ — нормированная функция рассогласования «вырезанного» сигнала $X_{\theta}(t, \alpha)$.

Учитывая условие (3.3.40), каждый из входящих в правую часть равенства (48) интегралов представим как произведение удвоенной средней мощности $2 P_{cp}$ на

$$\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\theta - t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\tau) d\tau. \quad (5.2.49)$$

Используя (46) при $F=0$, находим величину

$$\gamma^2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) d\tau \right]^2 = x^2(F) \Big|_{F=0} = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\nu) \lambda(\nu) d\nu.$$

Выражая $\lambda(\nu)$ согласно (3.3.47), получаем

$$\gamma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(P_{cp}/N_0) \mu^2(\nu)}{1 + (P_{cp}/N_0) \mu(\nu)} d\nu. \quad (5.2.50)$$

По определению быстрофлюктуирующего сигнала его длительность T много больше длительности введенных выше «когерентных вырезок». Это позволяет пренебречь краевыми эффектами и заменить оставшееся после подстановки (47) общее интегрирование в (45) по переменной ν умножением подынтегрального выражения на T , по крайней мере для рассматриваемых ниже случаев.

В соответствии с (45), (48), (49) матрица точности

$$C_y \approx \gamma^2 \frac{P_{cp} T}{N_0} \left\| - \frac{\partial^2 \rho_0^2(\alpha, \alpha)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \right\|_{\alpha = \hat{\alpha}}. \quad (5.2.51)$$

Учитывая (5.2.7а), замечаем, что матрица (51) совпадает при $\gamma^2=1$ с матрицей (5.2.7) для случая измерения параметра «когерентной вырезки» той же энергии, что и сам быстрофлюктуирующий сигнал. Величину $\gamma^2 \ll 1$ можно считать поэтому коэффициентом использования энергии последнего (при измерении) по отношению к одной его «когерентной вырезке» с полной энергией.

5.2.5. Примеры измерения неэнергетических параметров некогерентных сигналов совмещенными радиолокационными устройствами. Некогерентность сигнала, его быстрые флюктуации, в частности, ограничивают время когерентного накопления. Когерентное накопление дополняют поэтому некогерентным. Поясним это на примерах измерения: времени запаздывания; частоты колебаний; угловых координат источников излучения.

5.2.5.1. Обратимся к временному дискриминатору фазоманипулированного сигнала с фазовым детектированием (рис. 5.2.3,б). Для увеличения длительности оптимально обрабатываемых колебаний его дополняют некогерентным накопителем. Точность измерения с увеличением времени накопления повышается. Проанализируем особенности повышения точности измерения времени запаздывания с увеличением T и P_{cp} по сравнению со случаем когерентного сигнала.

Пусть нормированная временная функция рассогласования фазоманипулированного сигнала в отсутствие флюктуаций $\rho(\alpha, \alpha)$ имеет периодическую структуру вдоль оси τ (рис. 4.1.14). Пусть наличие доопытной информации позволяет избежать неоднозначности измерения времени запаздывания. Полагаем кроме того, что время корреляции флюктуаций (много меньшее по условию общей длительности сигнала) намного превышает период, а значит и протяженность основного пика нормированной функции рассогласования зондирующего сигнала.

Входящая в (51) нормированная функция рассогласования вырезки $\rho_0(\alpha, \alpha)$

мало отличается поэтому от функции $\rho(\alpha, \alpha)$ и не зависит от θ . Взятая со знаком минус в точке $\tau=0$ вторая производная $(-\rho^2)''_{\tau=0} = 2|\rho''_{\tau=0}| = 2\Pi_{\Phi\Phi}^2$.

Входящая в (50) величина γ^2 зависит от спектра флюктуаций. Применительно к экспоненциальной функции корреляции рис. 2.4.1,б спектр $S(F) = \mu(F)$ задан в виде

$$\mu(F) = (a + bF^2)^{-1}. \quad (5.2.52)$$

Величины a и b в (52) выберем из условий:

1) принятого при выводе исходных формул разд. 3.3.6 *единичного значения корреляционной функции флюктуаций* при временном сдвиге $\tau=0$. Согласно (2.4.5) при $\tau=0$ это означает равенство единице площади под кривой $\mu(F)$, т. е. интеграла по F в пределах от $-\infty$ до ∞ , откуда $\pi/\sqrt{ab}=1$;

2) определения полосы флюктуаций $\Pi_{\Phi\Phi}$ как основания прямоугольника с высотой $\mu(F)$ при $F=0$ и площадью, равной площади под кривой $\mu(F)$.

Из приведенных условий: $ab = \pi^2$, $a^{-1}\Pi_{\Phi\Phi}=1$ и $a = \Pi_{\Phi\Phi}$, $b = \pi^2/\Pi_{\Phi\Phi}$.

Подставив (52) в (50), обозначим $\pi F/\Pi_{\Phi\Phi} = x$ и введем параметр $h = P_{cp}/N_0 \Pi_{\Phi\Phi}$, соответствующий половинному значению параметра обнаружения, рассчитанному за время когерентности сигнала $1/\Pi_{\Phi\Phi}$. Величина γ^2 примет при этом вид

$$\gamma^2 = \frac{h}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+h+1)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+h}}. \quad (5.2.53)$$

Потенциальная точность измерения времени запаздывания быстрофлюктуирующего сигнала

$$\frac{1}{\sigma_{\tau}^2} = \gamma^2 \Pi_{\Phi\Phi}^2 \frac{2 P_{cp} T}{N_0} \quad (5.2.54)$$

отличается от соответствующей потенциальной точности когерентного сигнала только множителем γ^2 . Зависимость (53) этого множителя от параметра $h = P_{cp}/N_0 \Pi_{\Phi\Phi}$ представлена на рис. 5.2.8. При $h \rightarrow \infty$ различие указанных потенциальных точностей практически исчезает.

5.2.5.2. Рассмотрим пример измерения частоты быстрофлюктуирующего сигнала при гармоническом облучении цели. Обратимся для этого к частотному дискриминатору с фазовым детектированием рис. 5.2.3,г, дополнив его некогерентным накопителем.

Влияние некогерентности сигнала на потенциальную точность измерения учитывается: 1) введением параметра γ^2 ; 2) переходом к нормированной частотной функции рассогласования когерентной вырезки сигнала (48)

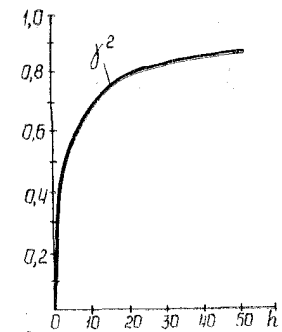


Рис. 5.2.8

$$\rho_{\theta}(\alpha, \alpha) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j2\pi(\alpha - \alpha)t} dt \right| / \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt, \quad (5.2.55)$$

зависящей в данном случае от разностного аргумента $\alpha - \alpha = F$. Проводя замену переменной интегрирования и используя (49), находим

$$\rho_{\theta}^2(F) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi Ft} dt \right|^2 / \gamma^2 = x^2(F) / \gamma^2 = \xi(F) / \gamma^2.$$

Подставляя (46), получаем

$$\rho_{\theta}^2(F) = \frac{1}{\gamma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\nu - F) \lambda(\nu) d\nu. \quad (5.2.56)$$

Вычисляя значение второй производной от (56) при $F=0$, заменим $\lambda(\nu) = (P_{cp}/N_0) \mu(\nu) / [1 + (P_{cp}/N_0) \mu(\nu)]$ (см. (3.3.46)) и учтем экспоненциальную корреляционную функцию, как в (52).

Выражение *потенциальной точности измерения частоты* согласно (51) после преобразований принимает вид

$$\frac{1}{\sigma_F^2} = \frac{2\pi T}{P_{\phi\lambda}} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^{-1/2} \left[\left(1 + \frac{1}{h}\right)^{1/2} + \frac{1}{h} \right]^{-3}. \quad (5.2.57)$$

Устремляя $h = P_{cp}/N_0 P_{\phi\lambda}$ к бесконечности, выявляем по графику рис. 5.2.9 *предел повышения точности измерения частоты* при неограниченном увеличении *средней мощности сигнала* $P_{cp} = h N_0 P_{\phi\lambda}$

$$\sigma_{F0}^2 = P_{\phi\lambda} / 2\pi T. \quad (5.2.58)$$

Предел (58) связан со случайным характером производной фазы сигнала, а значит — добавок мгновенной частоты в процессе флюктуационной модуляции. Последнее отличает измерение частоты быстрофлюктуирующего ($P_{\phi\lambda} T \gg 1$) и когерентного ($P_{\phi\lambda} T = 0$) сигналов.

5.2.5.3. Рассмотрим пример амплитудного двухканального измерения

угла прихода пространственно-некогерентного сигнала при независимых случайных начальных фазах в каналах.

Изменением фаз в пределах характеристик направленности $X_{1,2}(\alpha) = |X_{1,2}(\alpha)|$ каналов пренебрегаем. Совокупный параметр обнаружения

$$q^2(\alpha) = q_0^2 [X_1^2(\alpha) + X_2^2(\alpha)], \quad (5.2.59)$$

где q_0^2 — параметр обнаружения одним каналом при $X_{1,2}(\alpha) = 1$ считаем достаточно большим. По аналогии с (3.2.24), (3.2.35) и при учете графика рис. 3.2.17 логарифм отношения правдоподобия

$$\ln l = \ln l_1 + \ln l_2 \approx |Z_1| X_1(\alpha) + |Z_2| X_2(\alpha) - q^2(\alpha)/2 \quad (5.2.60)$$

линейно выражается через результаты поканальной временной обработки и совокупный параметр обнаружения $q^2(\alpha)$. Параметр α полагаем неэнергетическим в пределах сопоставляемых его значений: $q^2(\alpha) \approx \text{const}$. Дифференцируя (59—60)

и подставляя $\alpha = \hat{\alpha}$, находим:

$$X_1(\hat{\alpha}) X_1'(\hat{\alpha}) + X_2(\hat{\alpha}) X_2'(\hat{\alpha}) = 0, \quad (5.2.61)$$

$$|Z_1| X_1'(\hat{\alpha}) + |Z_2| X_2'(\hat{\alpha}) = 0. \quad (5.2.62)$$

Исключая отношение производных из (61—62), можно получить

$$X_2(\hat{\alpha}) / X_1(\hat{\alpha}) = |Z_2| / |Z_1|.$$

Левая часть равенства соответствует некоторой *градуировочной кривой* $X_2(\alpha) / X_1(\alpha)$, в пределах *монотонного* участка которой оп-

тимальная оценка $\hat{\alpha}$ определяется *величиной отношения* $|Z_2| / |Z_1|$. При переходе к логарифмической градуировочной кривой $\ln[X_2(\alpha) / X_1(\alpha)]$ оптимальная оценка определяется *разностью выходных напряжений логарифмических приемников* $\ln |Z_2| - \ln |Z_1|$ (рис. 5.2.10).

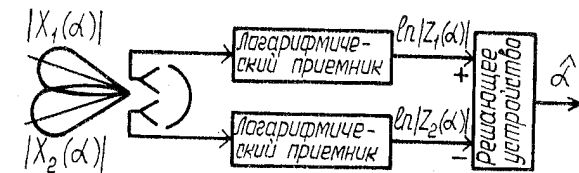


Рис. 5.2.10

5.2.6. Пример измерения неэнергетического параметра некогерентного сигнала разнесенным радиолокационным устройством. Рассмотрим пассивное разнесенное радиолокационное устройство, включающее аппаратуру: 1) двух разнесенных на базу B пунктов приема; 2) линий связи между ними; 3) устройства сопоставления принятых обоими пунктами колебаний от разных источников излучения и измерения разности $\alpha = \tau$ их временных запаздываний до приемных пунктов; 4) вычислительного устройства. Линии положения $\alpha = \text{const}$ на плоскости (поверхности положения $\alpha = \text{const}$ в пространстве) — это *гиперболы* (гиперboloиды). Измерение раз-

ности временных запаздываний восполняет в пассивной радиолокации отсутствие данных о времени запаздывания отраженного сигнала.

Пусть имеется пеленг лоцируемой цели из какого-либо пункта в виде прямой. Ее пересечение с гиперболой (гиперboloидом) положения определяет положение цели (рис. 5.2.11, а) на плоскости (в пространстве). Положение цели определяется также точками пересечения: на плоскости — двух и более гипербол положения (рис. 5.2.11, б), в пространстве — трех и более гиперboloидов положения. Алгоритмы оценивания и матрицы ошибок подобных косвенных измерений рассмотрим в гл. 5.3.

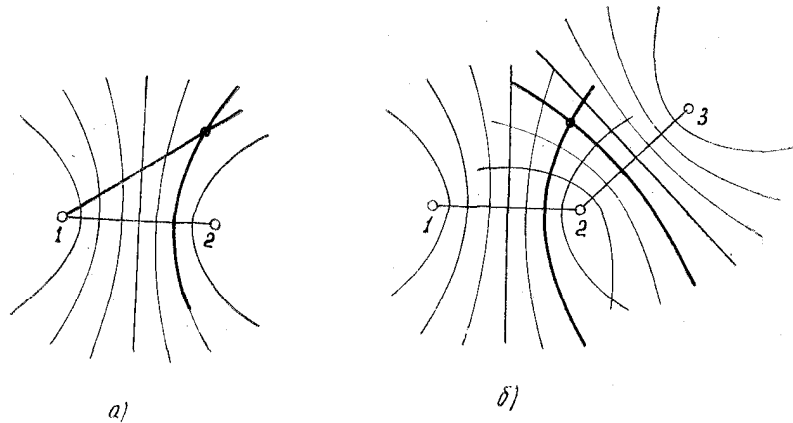


Рис. 5.2.11

5.2.6.1. Синтез измерителя разности временных запаздываний $\alpha = \tau = t_1 - t_2$ рассматриваем в предположении, что сигналы стохастические (шумовые), близкие к стационарным с полосой Π . Время измерения T намного превышает время корреляции $1/\Pi$, а также наибольшую разность временных запаздываний. Раздельно рассматриваем случай неслучайного и случайного сдвигов фаз на трассах распространения. Начнем с первого случая.

В соответствии с неэнергетическим характером параметра $\alpha = t_1 - t_2$ подставим в (5.1.14) вместо $\ln l$ достаточную статистику примера 2 разд. 3.3.6. Полагая $S_i = 1$ ($i = 1, 2$) и обозначая $t - t_1 = \theta$, уравнение (5.1.14) приводим в первом случае к виду

$$\frac{d}{d\alpha} \int_{t_0}^{t_0+T} |Y_{1\Pi}(\theta) + Y_{2\Pi}(\theta - \alpha)|^2 d\theta \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}} = 0. \quad (5.2.63)$$

Здесь $Y_{1\Pi}(\theta)$ и $Y_{2\Pi}(\theta - \alpha)$ — принятые в двух пунктах, раздельно

отфильтрованные в полосе Π колебания, совмещаемые за счет подбора разности запаздываний α .

Заменяя квадрат модуля суммы комплексных чисел ее произведением на сопряженную, можно получить формулу

$$|A + B|^2 = (A + B)(A + B)^* \approx |A|^2 + |B|^2 + 2 \operatorname{Re}(AB^*). \quad (5.2.63a)$$

Используя (63a) для преобразования (63) и учитывая, что энергия на большом интервале T сдвинутого на α процесса в силу близости его к стационарному от α не зависит, приводим (63) к виду

$$d \operatorname{Re} Z(\alpha) / d\alpha = 0 \quad \text{при } \alpha = \hat{\alpha}.$$

Здесь $Z(\alpha)$ — оценочная взаимокорреляционная функция колебаний, принятых в двух пунктах, после их фильтрации

$$Z(\alpha) = \frac{1}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} Y_{1\Pi}(\theta) Y_{2\Pi}^*(\theta - \alpha) d\theta. \quad (5.2.64)$$

Если разность сдвигов фаз на трассах распространения и в каналах приема считать случайной (второй случай), то величина $\operatorname{Re} Z(\alpha)$ заменится на $|Z(\alpha)|$ (см. разд. 3.2.2).

Уравнение оптимальной оценки приобретает вид

$$d|Z(\alpha)|/d\alpha = 0 \quad \text{при } \alpha = \hat{\alpha}.$$

Оценка $\hat{\alpha}$ дается, таким образом, по максимуму модуля оценочной взаимокорреляционной функции.

5.2.6.2. Устройства, предназначенные для наблюдения оценочных корреляционных функций, называются корреляторами (коррелометрами). Пример коррелятора показан на рис. 5.2.12.

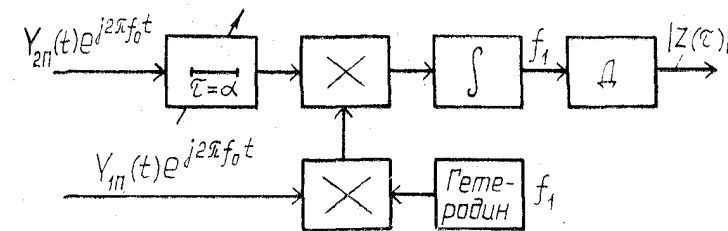


Рис. 5.2.12

Если случайные напряжения на входах коррелятора одинаковы, на его выходе вырабатывается оценочная корреляционная функция. Вид таких функций для прямоугольного и колоколооб-

разного распределений мощности шума по спектру показан штриховой линией на рис. 5.2.13, а, б. Чем больше произведение ПТ, тем ближе эти распределения к истинным, показанным сплошными линиями.

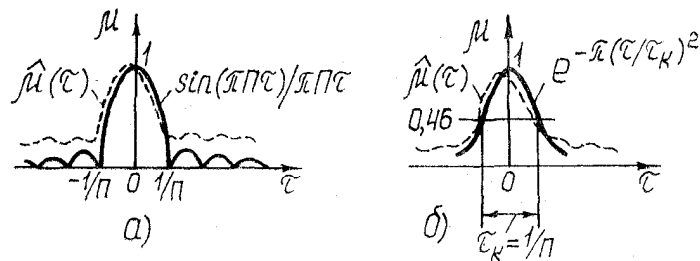


Рис. 5.2.13

На рис. 5.2.14 показан многоканальный корреляционный измеритель разности временных запаздываний. В каждом из его

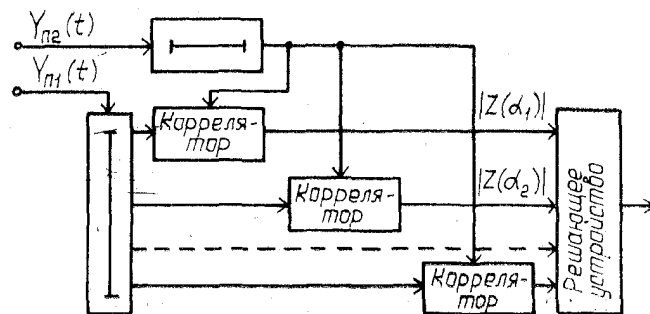


Рис. 5.2.14

каналов реализуется взаимокорреляционная обработка, рассчитанная на определенные значения α_k . Интервалы между ними $\Delta\alpha = \alpha_{k+1} - \alpha_k$ выбираются меньшими разрешающей способности $1/P$ запаздывания. Совместная обработка выходных напряжений трех и более каналов повышает точность измерений.

Наряду с аналоговой корреляционной обработкой возможна цифровая, наряду с обработкой во временной области — обработка в частотной.

5.2.7. Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте особенности измерения неэнергетических и энергетических параметров.
2. Поясните уравнения синтеза несledящих измерителей и дискриминаторов неэнергетических параметров когерентных сигналов. Приведите примеры синтеза несledящих измерителей времени запаздывания и частоты.

3. Запишите и обоснуйте уравнение матрицы точности регулярного измерения неэнергетического параметра когерентного сигнала. Поясните его примерами раздельного и совместного измерения времени запаздывания и частоты.

4. Численно оцените потенциальную точность измерения времени запаздывания и частоты одиночным колокольным радиоимпульсом длительностью 5 мкс (на уровне 0,46) при параметре обнаружения $q=10$.

5. Численно оцените потенциальную точность измерения времени запаздывания колокольным ЛЧМ радиоимпульсом длительностью $\tau_n=5$ мкс при частотной девиации $\Delta f=5$ МГц, значении $q=10$ и точно известной частоте сигнала.

6. Поясните нарушение условий регулярности и возникновение порогового эффекта при уменьшении параметра обнаружения.

7. Поясните методику синтеза и приведите примеры временных и частотных дискриминаторов.

8. Поясните основные методы несledящего одноканального углового измерения.

9. Поясните и обоснуйте общее выражение потенциальной точности когерентного M -канального углового измерения и его применения.

10. Поясните и обоснуйте особенности двухканальных фазовых угловых измерителей с суммарно-разностной обработкой. Как нужно изменить эту схему, чтобы распространить ее на амплитудные суммарно-разностные угловые когерентные измерители?

11. Поясните работу многоканального фазового углового измерителя на основе ФАР с выделением подрешеток.

12. Поясните и обоснуйте общие закономерности измерения параметров некогерентных сигналов на примере пачек радиоимпульсов с независимыми случайными начальными фазами (амплитудами и начальными фазами).

13. На основе какой теории исследуется измерение параметров быстрофлюктуирующих некогерентных сигналов? Как отличаются потенциальные точности измерения частоты и времени запаздывания быстрофлюктуирующих и когерентных сигналов?

14. Поясните работу амплитудного двухканального измерителя угла прихода пространственно-некогерентного сигнала.

15. Поясните измерение разности временных запаздываний шумового сигнала на фоне внутреннего шума, структуру корреляторов (коррелометров), особенности оценочных корреляционных функций.

5.3. ИЗМЕРЕНИЕ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПАРАМЕТРОВ. ОСОБЕННОСТИ КОСВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ

5.3.1. Вероятностные модели дискретного изменения параметров и принцип нелинейной фильтрации. Увеличение времени наблюдения за целью является одной из мер повышения точности измерения (гл. 5.2). Приходится считаться с *изменением измеряемого параметра α* за это время, вводя заранее *модель изменения*. Выбирая модель, учитывают *степень детерминированности или случайности движения цели*. Крайние случаи полной детерминированности (жесткой взаимосвязи значений параметра) и полной случайности (отсутствия взаимосвязи) редко встречаются на практике. В моделях предусматривают поэтому *различные априорные связи значений α* в отдельные моменты времени.

5.3.1.1. По физической сущности различают модели с переменной и постоянной структурой. Перемену структуры связывают с выявлением непредусмотренного маневра цели. Элементы *случайного движения* вводят, однако, и в модели с *постоянной структурой*, являющиеся более простыми и универсальными. Использованию последних уделим поэтому наибольшее внимание. Их при-

меняют, кстати, и для выявления изменений структуры модели.

По характеру математического описания различают вероятностные модели и модели на основе стохастических уравнений.

Вероятностная модель задается как условная плотность вероятности последующего значения параметра $\alpha(t_{k+1}) = \alpha_{k+1}$ при заданных предыдущих $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots$

Модель на основе стохастического уравнения непосредственно связывает значения $\alpha_{k+1}, \alpha_k, \dots$ и некоторые случайные параметры.

Для неслучайного движения условная плотность вероятности сводится к дельта-функции, а стохастическое уравнение — к детерминированному.

5.3.1.2. Вероятностные модели упрощают, задавая гауссовские $p(\alpha_{k+1}/\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots)$ и марковские $p(\alpha_{k+1}/\alpha_k)$ априорные условные плотности вероятности. Говорят при этом о гауссовских и марковских моделях. Большое внимание привлекают марковские модели. Значение векторного параметра α_{k+1} , иначе вектора состояния на последующем шаге, связывается в них только с его значением α_k на предыдущем. Марковская модель часто переходит в гауссовско-марковскую.

Для лучшего отображения реального движения расширяют вектор состояния. Отслеживают не только скалярный параметр α (дальность, которую часто нельзя считать марковской, поскольку она зависит не только от последнего значения дальности, но, например, и от предпоследнего, определяющего вместе с последним радиальную скорость). Отслеживают одновременно приращение параметра при дискретном наблюдении $\Delta_1 \alpha$ или его производную при непрерывном. В вектор состояния α включают с этой целью и скаляр α (дальность) и скаляр $\Delta_1 \alpha$ (приращение дальности). Вектор состояния, включающий два эти скаляра, часто уже марковский, его значение зависит только от предыдущего значения этого вектора. Таким же марковским будет тогда вектор, составленный из скаляров α и $\alpha - \Delta_1 \alpha$, соответствующих двум последовательным моментам наблюдения. При непрерывном наблюдении вместо приращения параметра в вектор состояния включается производная $d\alpha/dt$.

Наряду с первым приращением $\Delta_1 \alpha_k$ ($k=1, 2, \dots$) или первой производной $d\alpha/dt$ в вектор состояния может включаться второе приращение $\Delta_2 \alpha_k = \Delta_1 \alpha_k - \Delta_1 \alpha_{k-1}$ или вторая производная $d^2 \alpha/dt^2 = d(d\alpha/dt)/dt$ и т. д.

Одновременно с дальностью (и ее приращениями) в вектор состояния могут включаться угловые координаты (и их приращения или производные). Для угловых координат может составляться и отдельный вектор состояния.

5.3.1.3. Принятие модели изменения параметра α позволяет связать сведения о нем, относящиеся к различным моментам времени. Пусть для момента времени t_k эти сведения содержатся в послеопытной плотности вероятности $p(\alpha_k/y'_k)$, где y'_k — сово-

купная реализация колебаний за k шагов, принятых на временном интервале $t \leq t_k$. Используя введенную марковскую модель переходной плотности вероятности $p(\alpha_{k+1}/\alpha_k)$, прогнозируем условную плотность вероятности распределения параметра на $(k+1)$ -й шаг

$$p(\alpha_{k+1}/y'_k) = \int_{(\alpha_k)} p(\alpha_{k+1}/\alpha_k) p(\alpha_k/y'_k) d\alpha_k, \quad (5.3.1)$$

сохраняя в качестве условия прогноза прежнюю совокупную реализацию y'_k . Плотность вероятности (1) выступает как доопытная для измерения после прихода текущей $(k+1)$ -й реализации.

Послеопытная (условная) плотность вероятности за $(k+1)$ шагов $p(\alpha_{k+1}/y_{k+1}, y'_k) = p(\alpha_{k+1}/y'_{k+1})$ выражается в обычном (5.1.6) виде

$$p(\alpha_{k+1}/y'_{k+1}) = K_{k+1} p(\alpha_{k+1}/y'_k) p(y_{k+1}/\alpha_{k+1}), \quad (5.3.2)$$

где

$$K_{k+1} = 1 / \int_{(\alpha_{k+1})} p(\alpha_{k+1}/y'_k) p(y_{k+1}/\alpha_{k+1}) d\alpha_{k+1}. \quad (5.3.3)$$

Условием послеопытной плотности (2) является совокупная реализация $y'_{k+1} = (y_{k+1}, y'_k)$ за время $t \leq t_{k+1}$.

Далее процедура повторяется со сдвигом на один шаг: по переходной плотности $p(\alpha_{k+2}/\alpha_{k+1})$ проводится прогноз на момент получения текущей реализации y_{k+2} , находится $(k+2)$ -я послеопытная плотность и т. д.

Зная послеопытные плотности вероятности распределений параметра на каждом шаге, определяют его так называемые нецентрированные и центрированные моменты. Первый нецентрированный момент (математическое ожидание)

$$\int_{(\alpha)} \alpha p(\alpha/y') d\alpha = \hat{\alpha} \quad (5.3.4)$$

дает оптимальную оценку (5.1.9), второй центрированный момент

$$\int_{(\alpha)} (\alpha - \hat{\alpha})(\alpha - \hat{\alpha})^T p(\alpha/y') d\alpha = \mathbf{C}^{-1}$$

— корреляционную матрицу ошибок. Ненулевые высшие моменты возможны лишь для негауссовских распределений.

Рекуррентное (последовательное) получение послеопытных плотностей вероятности (а вместе с ними оценок параметра, корреляционных матриц ошибок) на основе предыдущей и текущей информации называют нелинейной фильтрацией. Информация о параметре α на $(k+1)$ -м шаге получается на основе всех принятых реализаций $y_{k+1}, y_k, y_{k-1}, \dots$ (последовательность y_k, y_{k-1}, \dots обозначалась более кратко y'_k).

5.3.2. Модели изменения параметров в виде стохастических уравнений и квазилинейная фильтрация дискретных оценок. Использование стохастических уравнений облегчает совокупное описание детерминированной и случайной взаимосвязи скалярных составляющих параметра на различных шагах измерения.

5.3.2.1. Простейшее, но достаточно общее стохастическое уравнение, связывающее дискретные значения векторного параметра на различных шагах измерения, имеет вид

$$\alpha_{k+1} = b_k(\alpha_k) + \mu_k. \quad (5.3.5)$$

Описываемая им модель представлена схематически сплошными линиями рис. 5.3.1 (штриховые линии пока не существенны). Ха

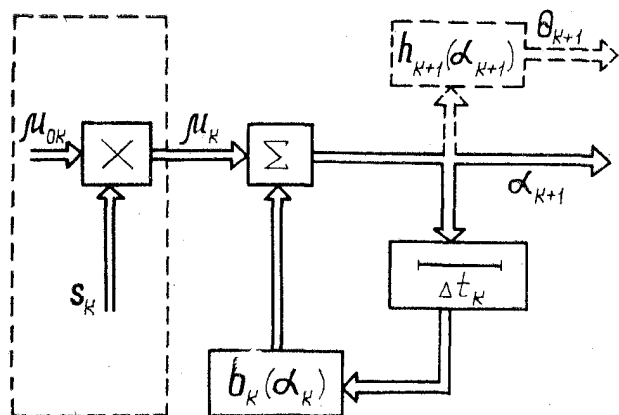


Рис. 5.3.1. К тексту стр. 334—335 и 337

рактерно наличие обратной связи. На вход сумматора поступает преобразованное выходное векторное значение параметра α_k , прошедшее через элемент задержки Δt_k .

Преобразовано оно неслучайным образом в функционально связанное с α_k векторное значение $b_k(\alpha_k)$ той же размерности. Индекс k при функции $b_k(\alpha)$ свидетельствует о возможной нестационарности преобразования, связанной с изменением функции $b_k(\alpha)$ от шага к шагу. К преобразованному значению $b_k(\alpha_k)$ добавляется выходное значение μ_k многомерного датчика случайных чисел. Случайные значения μ_k с отличающимися индексами k статистически независимы. Значение вектора α_{k+1} явно зависит поэтому только от его предыдущего α_k , а не от совокупности значений $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots$ и т. д. Последовательность векторов (5) считают марковской.

Марковость векторных последовательностей α_k не препятствует моделированию немарковских связей в последовательностях $\alpha_k^{(i)}$ их скалярных составляющих ($i=1, 2, \dots, m$). Пусть, например, составляющая $\alpha_k^{(1)}$ описывает дальность, составляющая $\alpha_k^{(2)}$ — приращение дальности, пропорциональное скорости, составляющая $\alpha_k^{(3)}$ — приращение этого приращения — второе приращение, пропорциональное ускорению; вторые приращения $\alpha_k^{(3)}$ не имеют межэлементной связи. Скалярные элементы $\alpha_k^{(2)}$ имеют тогда связь на один шаг, элементы $\alpha_k^{(1)}$ — на два шага, векторы же α_k в целом — связь (5) только на один шаг.

Независимые датчики случайных чисел схемы рис. 5.3.1 формируют независимые составляющие вектора μ_{0k} с единичными дисперсиями. Корреляционная матрица указанного вектора на каждом шаге единичная: $M(\mu_{0k} \mu_{0k}^T) = I$. Вектор μ_{0k} линейно преобразуется затем матрицей S_k в вектор $\mu_k = S_k \mu_{0k}$.

Взаимосвязь составляющих вектора μ_k характеризуется корреляционной матрицей

$$Q_k = M(\mu_k \mu_k^T) = S_k M(\mu_{0k} \mu_{0k}^T) S_k^T = S_k S_k^T, \quad (5.3.6)$$

называемой далее матрицей случайного дискретного маневра (матрицей обновления данных). Индексы k при Q_k учитывают возможную нестационарность случайного движения цели. Равенство $Q_k = 0$ соответствует полному отсутствию случайного маневрирования (случайного обновления).

5.3.2.2. Текущие оценки $\hat{\alpha}_k$ часто сравнительно точные. Уравнение модели (5) в их окрестности $\alpha_k = \hat{\alpha}_k + \varepsilon_k$ (ε_k — послеопытная ошибка) может быть поэтому линеаризовано, что обеспечивается разложением векторной функции многих скалярных переменных $b_k(\hat{\alpha}_k + \varepsilon_k)$ в ряд Тейлора с точностью до квадратичных членов

$$b_k(\hat{\alpha}_k + \varepsilon_k) \approx b_k(\hat{\alpha}_k) + B_k \varepsilon_k. \quad (5.3.7)$$

Здесь

$$B_k = \left\| \frac{\partial b_k^{(i)}(\alpha)}{\partial \alpha^{(j)}} \right\|_{\alpha = \hat{\alpha}_k} \quad (5.3.8)$$

— неслучайная динамическая матрица пересчета ошибок k -го шага измерения на следующий шаг. Верхний индекс i характеризует строку, верхний индекс j — столбец матрицы.*

* Матрица B относится к классу матриц Якоби, связывающих малые приращения векторов при преобразованиях координат. Известные якобианы, связывающие малые объемы, являются определителями таких матриц.

Уравнение модели (5) после линеаризации (7) принимает вид

$$\alpha_{k+1} = b_k(\hat{\alpha}_k) + B_k \varepsilon_k + \mu_k. \quad (5.3.9)$$

В правой его части содержится три векторных слагаемых: одно неслучайное и два случайных. При гауссовских законах распределений случайных векторов μ_k (рис. 5.3.1) и ошибок текущих измерений ε_k левую часть (9) можно считать гауссовской случайной величиной. Ее условное математическое ожидание определяет оценку прогнозирования

$$\hat{\alpha}_{0(k+1)} = M(\alpha_{k+1} | \hat{\alpha}_k) = b_k(\hat{\alpha}_k). \quad (5.3.10)$$

Корреляционная матрица ошибок прогнозирования на $(k+1)$ -м шаге

$$C_{0(k+1)}^{-1} = M[(B_k \varepsilon_k + \mu_k)(B_k \varepsilon_k + \mu_k)^T] = B_k M(\varepsilon_k \varepsilon_k^T) B_k^T + M(\mu_k \mu_k^T)$$

описывается выражением

$$C_{0(k+1)}^{-1} = B_k C_k^{-1} B_k^T + Q_k. \quad (5.3.11)$$

Здесь $C_k^{-1} = M(\varepsilon_k \varepsilon_k^T)$ — корреляционная матрица случайных ошибок измерения после k -го шага. При вычислении (11) учтена независимость вектора случайного маневра μ_k после k -го шага от ошибки на этом шаге $M(\mu_k \varepsilon_k^T) = 0$.

5.3.2.3. Сопоставим результаты прогнозирования на основе стохастической линеаризованной и вероятностной моделей. Стохастическая модель (5) эквивалентна вероятностной для гауссовской переходной плотности вероятности $p(\alpha_{k+1} | \alpha_k)$, характеризующей некоторым условным математическим ожиданием — оценкой прогноза $\hat{\alpha}_{0(k+1)} = b_k(\hat{\alpha}_k)$ и корреляционной матрицей ошибок прогноза (при точно известных исходных данных) $C_{0(k+1)}^{-1}$. Необходимость прямого интегрирования (1), (3), характерного для вероятностной модели, отпала с переходом к линеаризованной.

5.3.2.4. При гауссовских статистиках прогноза и данных текущего измерения послеопытные значения параметра α_{k+1} удовлетворяют гауссовскому закону распределения с математическим ожиданием $\hat{\alpha}_{k+1}$ и матрицей точности C_{k+1} . Используя (5.1.27) и (5.1.21), последовательно находим:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{k+1} &= \hat{\alpha}_{0(k+1)} + C_{k+1}^{-1} C_{y(k+1)} (\hat{\alpha}_{y(k+1)} - \hat{\alpha}_{0(k+1)}), \\ C_{k+1} &= C_{0(k+1)} + C_{y(k+1)}. \end{aligned}$$

Используя дополнительно (10—11), получаем отсюда рекуррентные уравнения:

1) фильтрации текущих оценок для рассматриваемого случая прямых измерений

$$\hat{\alpha}_{k+1} = b_k(\hat{\alpha}_k) + C_{k+1}^{-1} C_{y(k+1)} [\hat{\alpha}_{y(k+1)} - b_k(\hat{\alpha}_k)]; \quad (5.3.12)$$

2) изменения матриц точности в процессе фильтрации

$$C_{k+1} = (B_k C_k^{-1} B_k^T + Q_k)^{-1} + C_{y(k+1)}. \quad (5.3.13)$$

5.3.2.5. Наряду с прямым используется косвенное измерение. Вектор состояния α_{k+1} с заданной моделью оценивается косвен-

но — на основе оценок $\hat{\theta}_{y(k+1)} = \hat{\theta}_{k+1}$ векторной величины $\theta = h(\alpha)$. Величина θ может включать, например, получаемые РЛС две угловые координаты и дальность, искомая же величина α — три пересчитанные из них декартовы координаты. Величину θ назовем вектором наблюдаемых параметров, ее оценку $\hat{\theta}$ — вектором наблюдения. Вектор наблюдаемых параметров θ имеет в общем случае размерность n , отличную от размерности m вектора состояния α . Переход от него к вектору наблюдаемых параметров показан на рис. 5.3.1 штриховыми линиями.

Исходя из малости ошибок, линеаризуем связь векторов θ и α в окрестности прогнозируемой оценки $\hat{\alpha}_0 = \hat{\alpha}_{0(k+1)}$.

С точностью до квадратичных членов ряда Тейлора

$$\theta = \hat{\theta}_0 + H(\alpha - \hat{\alpha}_0), \quad (5.3.14)$$

где $\hat{\theta}_0$ — вектор наблюдения, соответствующий прогнозируемой оценке вектора состояния $\hat{\alpha}_0$,

$$\hat{\theta}_0 = h(\hat{\alpha}_0) = \|h^{(i)}(\hat{\alpha}_0)\|, \quad (5.3.15)$$

а H — матрица пересчета изменений вектора состояния в изменения вектора наблюдаемых параметров размера $n \times m$

$$H = \left\| \frac{\partial h^{(i)}(\alpha)}{\partial \alpha^{(j)}} \right\|_{\alpha = \hat{\alpha}_0}. \quad (5.3.16)$$

Заменив в (14) вектор θ его текущей оценкой $\hat{\theta}_y = \hat{\theta}_{y(k+1)}$, введем пересчитанную текущую оценку вектора состояния $\hat{\alpha}_y = \hat{\alpha}_{y(k+1)}$, полагая

$$\hat{\theta}_y = \hat{\theta}_0 + H(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0). \quad (5.3.16a)$$

Введение пересчитанной оценки текущего оценивания позволит использовать в теории косвенного измерения полученные для прямого измерения формулы (12—13).

Составляя разность выражений (16а) и (14), переходим к ошибкам текущего оценивания $\varepsilon_{\theta} = \hat{\theta}_y - \theta$, $\varepsilon_{\alpha} = \hat{\alpha}_y - \alpha$ и устанавливаем связь между ними

$$\varepsilon_{\theta} = \mathbf{H} \varepsilon_{\alpha}. \quad (5.3.17)$$

Корреляционные матрицы этих ошибок взаимосвязаны:

$$\mathbf{C}_{\theta}^{-1} = \mathbf{M}[(\mathbf{H} \varepsilon_{\alpha})(\mathbf{H} \varepsilon_{\alpha})^T] = \mathbf{H} \mathbf{C}_{\alpha}^{-1} \mathbf{H}^T. \quad (5.3.18)$$

Неизвестную матрицу $\mathbf{C}_{\alpha}^{-1} = \mathbf{M}(\varepsilon_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^T) = \mathbf{C}_y^{-1}$ (18) выразим через известную \mathbf{C}_{θ}^{-1} . Поскольку матрица \mathbf{H} при $m \neq n$ не имеет обратной, применим искусственный прием. Умножив (18) справа на матричное произведение $\mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H}$, приходим к матричному равенству $n \times m$:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{C}_y^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H}).$$

Выделенная скобками матрица $m \times m$ свелась к единичной, откуда

$$\mathbf{C}_y = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H}. \quad (5.3.19)$$

Используя (19) и заменяя $\mathbf{H}(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0) = \hat{\theta}_y - \hat{\theta}_0$ по формуле (16а), преобразуем выражение сомножителя поправочного слагаемого (17)

$$\mathbf{C}_y(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H}(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_0) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta}(\hat{\theta}_y - \hat{\theta}_0) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta}[\hat{\theta}_y - \mathbf{h}(\hat{\alpha}_0)]. \quad (5.3.20)$$

Подставляя (19), (20) в (12), (13), уточняя индексы нумерации и заменяя $\hat{\alpha}_0 = \hat{\alpha}_{0k} = \mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k)$, получаем для косвенных измерений рекуррентные уравнения:

1) фильтрации текущих оценок

$$\hat{\alpha}_{k+1} = \mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k) + \mathbf{C}_{k+1}^{-1} \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{C}_{\theta(k+1)} \{\hat{\theta}_{k+1} - \mathbf{h}_{k+1}[\mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k)]\}; \quad (5.3.21)$$

2) изменения матриц точности в процессе фильтрации

$$\mathbf{C}_{k+1} = (\mathbf{B}_k \mathbf{C}_k^{-1} \mathbf{B}_k^T + \mathbf{Q}_k)^{-1} + \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{C}_{\theta(k+1)} \mathbf{H}_{k+1}. \quad (5.3.22)$$

5.3.2.6. На рис. 5.3.2,а,б показаны структурные схемы дискретных следящих систем, реализующих рекуррентную фильтрацию оценок по уравнениям (12) и (21) применительно к прямому и косвенному измерению. Отфильтрованная оценка вектора состояния α запоминается в обоих случаях с помощью элемента задержки и используется для прогноза на следующий шаг. Последний сводится к функциональному преобразованию предыдущей оценки

$\mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k)$. При косвенном измерении одновременно прогнозируется оценка вектора наблюдаемых параметров (вектор наблюдения) $\mathbf{h}_{k+1}[\mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k)] = \hat{\theta}_{0(k+1)}$. Невязка текущей (прямой или косвенной)

и соответствующей прогнозированной оценки добавляется с матричным весом к прогнозированной оценке вектора состояния $\mathbf{b}_k(\hat{\alpha}_k)$, что дает его скорректированную оценку $\hat{\alpha}_{k+1}$.

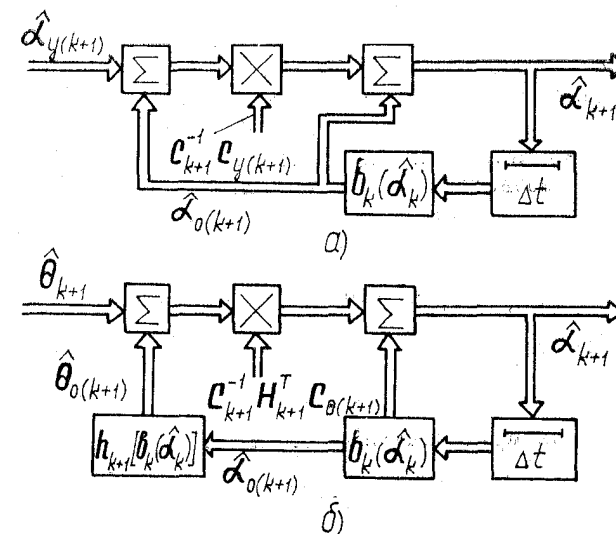


Рис. 5.3.2

Выражения (13) и (22) определяют изменяющиеся, в общем случае, матрицы точности \mathbf{C}_{k+1} , матрицы ошибок \mathbf{C}_{k+1}^{-1} , и соответствующие им матричные коэффициенты учета невязок выражений (12) и (21). Все указанные матрицы можно формировать в дополнительных следящих системах, подавая на них матрицы точности текущих измерений \mathbf{C}_y или \mathbf{C}_{θ} . Основные следящие системы рис. 5.3.2,а,б оказываются системами с переменными параметрами. Они реализуются на основе цифровых специализированных вычислителей или универсальных ЭВМ (микро-ЭВМ и том числе).

При неизменных матрицах точности текущих измерений, а также неизменных матрицах \mathbf{b} , \mathbf{H} , \mathbf{Q} возможно установление результирующих матриц точности. Установившиеся значения определяются из условия $\mathbf{C}_{k+1} = \mathbf{C}_k = \mathbf{C}$ (примеры см. ниже). Следящие системы рис. 5.3.2,а,б переходят при этом в системы с постоянными параметрами.

Вариантом квазилинейной фильтрации (21—22) является линейная, когда $\mathbf{b}(\hat{\alpha}) = \mathbf{B}\hat{\alpha}$, $\mathbf{h}(\hat{\alpha}) = \mathbf{H}\hat{\alpha}$, так что $\mathbf{h}[\mathbf{b}(\hat{\alpha})] = \mathbf{H}\mathbf{B}\hat{\alpha}$. Уравнения (21—22) для этого случая называют уравнениями Калмана. При $\mathbf{h}(\alpha) = \alpha$, а значит $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ косвенное измерение переходит в прямое.

5.3.3. Модели в виде стохастических уравнений и квазилинейная фильтрация непрерывных оценок. К модели непрерывного изменения параметра перейдем от детализированной по сравнению с (5) модели дискретного изменения:

$$\alpha_{k+1} = b(\alpha_k, t_k, \tau_k) + \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \mu(t) dt. \quad (5.3.23)$$

Детализация свелась к введению интервалов $\tau_k = t_{k+1} - t_k$ между моментами наблюдения и представлению случайных векторов μ_k определенными интегралами от случайного векторного напряжения $\mu(t)$. Это позволяет учесть постепенность накопления эффекта случайного маневрирования путем уменьшения интервалов τ_k .

Для малых $\tau = \tau_k$ зависимость $b(\alpha, t, \tau)$ линеаризуется

$$b(\alpha, t, \tau) \approx b(\alpha, t, 0) + a(\alpha, t) \tau, \quad (5.3.24)$$

где

$$b(\alpha, t, 0) = \alpha, \quad a(\alpha, t) = \partial b(\alpha, t, \tau) / \partial \tau|_{\tau=0}. \quad (5.3.25)$$

Заменяя в (23) $\alpha_{k+1} \approx \alpha_k + (d\alpha/dt)_k \tau$, найдем относящееся к дискретной модели приближенное равенство

$$\alpha_k + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_k \tau \approx \alpha_k + [a(\alpha_k, t_k) + \mu(t_k)] \tau.$$

Сократим обе его части на α_k и поделим их после этого на τ . При $\tau \rightarrow 0$ перейдем к точному равенству

$$\frac{d\alpha}{dt} = a(\alpha, t) + \mu(t). \quad (5.3.26)$$

Равенство (26) определяет модель непрерывного изменения вектора состояния α в виде стохастического дифференциального уравнения. Модель (26) справедлива при произвольно большой полосе шума маневрирования, позволяя считать в пределе этот шум белым.

5.3.3.1. Структурная схема модели рис. 5.3.3 соответствует (26). Она включает в качестве звеньев источник вектора шума $\mu(t)$

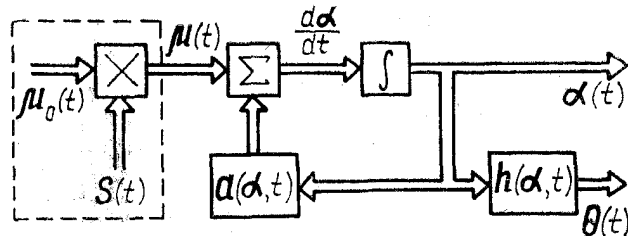


Рис. 5.3.3

и безынерционный преобразователь вектора состояния $\alpha(t)$ в детерминированную составляющую $a(\alpha, t)$ его производной $d\alpha/dt$. Выходные напряжения звеньев суммируются. Суммарное напряжение поступает на интегратор. Выходное напряжение интегратора α поступает на выход модели. При косвенном измерении добавляется звено безынерционного преобразования $h(\alpha, t) = \theta(t)$. Источник вектора шума $\mu(t)$ включает генераторы независимых белых шумов $\mu_0(t)$ с единичной спектральной плотностью и умножитель, аналогичный представленному на рис. 5.3.1 и выполняющий операцию

$$\mu(t) = S(t) \mu_0(t). \quad (5.3.27)$$

5.3.3.2. Непрерывная модель рис. 5.3.3 (как и дискретная рис. 5.3.1) предусматривает накопление случайных воздействий, означающее случайное обновление данных (маневрирование). На-

копленный за время $\tau = \tau_k$ шум выражается интегралом $\int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \mu(t) dt = \mu_k$, а матрица (6) принимает вид

$$Q_k = \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} Q(t) dt \approx Q(t_k) \tau_k. \quad (5.3.28)$$

Здесь $Q(t)$ — удельная матрица случайного непрерывного маневра, характеризующая скорость нарастания матрицы Q_k за время между наблюдениями.

Действительно,

$$Q_k = M \left[\int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \mu(t) dt \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \mu^T(\theta) d\theta \right]. \quad (5.3.29)$$

Преобразуя (28) и подставляя (27), находим

$$Q_k = \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} M[\mu(t) \mu^T(\theta)] dt d\theta = \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} S(t) S^T(\theta) \delta(t - \theta) dt d\theta = \int_{t_k}^{t_k + \tau_k} Q(t) dt,$$

причем $Q(t) = S(t) S^T(t)$.

5.3.3.3. Регулярное изменение вектора состояния непрерывной модели рис. 5.3.3 определяется функцией $a(\alpha, t)$. Составляющие этой функции изменяются под воздействием приращений α , обусловленных, в частности, ошибками измерения. Изменения определяются матрицей частных производных

$$A = \left\| \frac{\partial a^{(i)}}{\partial \alpha^{(j)}} \right\|. \quad (5.3.30)$$

аналогичной матрице пересчета (8), введенной для дискретного случая. Подставляя (24) в (8) и используя (30), имеем

$$\mathbf{B}_k = \|\partial \mathbf{b}_k^{(i)} / \partial \alpha^{(j)}\| = \mathbf{I} + \mathbf{A} \tau. \quad (5.3.31)$$

Матрица \mathbf{A} обеспечивает, таким образом, *пересчет изменений вектора состояния α в скорости изменения этого вектора*. Пересчитанные приращения α пропорциональны τ .

5.3.3.4. В отсутствие старения данных матрица точности текущего регулярного измерения $\mathbf{C}_{\theta(k+1)}$ возрастает с увеличением времени наблюдения. Для малых интервалов $\tau = \tau_k$ между моментами выдачи данных косвенных измерений

$$\mathbf{C}_{\theta(k+1)} = \int_{t_k}^{t_k + \tau} \mathbf{C}_{\theta}(t) dt \approx \mathbf{C}_{\theta}(t_k) \tau \quad (5.3.32)$$

практически пропорциональна удельной матрице точности $\mathbf{C}_{\theta}(t)$, характеризующей точность текущего измерения за единицу времени.

5.3.3.5. Используя (24), (25), (28), (31), (32), видоизменим уравнения фильтрации (21), (22), переходя при $\tau \rightarrow 0$ от дискретного измерения к непрерывному.

Заменив в уравнении (21) $\hat{\alpha}_{k+1} \approx \hat{\alpha}_k + (d\hat{\alpha}/dt)\tau$, подставим в него (24), (25), (32). Сократив обе части равенства на $\hat{\alpha}_k$, поделив их на τ , опустив теряющие смысл индексы k , $(k+1)$, найдем при $\tau \rightarrow 0$ дифференциальное уравнение фильтрации текущих оценок

$$\frac{d\hat{\alpha}}{dt} = \mathbf{a}(\hat{\alpha}, t) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} [\hat{\theta} - \mathbf{h}(\hat{\alpha}, t)]. \quad (5.3.33)$$

Здесь $\mathbf{C}_{\theta} = \mathbf{C}_{\theta}(t)$ — удельная матрица точности текущего измерения вектора наблюдаемых параметров, \mathbf{C}^{-1} — результирующая матрица ошибок измерения вектора состояния в момент времени t , $\mathbf{H} = \|\partial \mathbf{h}^{(i)} / \partial \alpha^{(j)}\|$ — матрица пересчета для этого же момента.

Аналогично можно найти из (22) дифференциальное уравнение изменения матрицы точности \mathbf{C}

$$\frac{d\mathbf{C}}{dt} = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H} - \mathbf{C} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{C} - \mathbf{C} \mathbf{Q} \mathbf{C}. \quad (5.3.34)$$

Чтобы найти уравнение для матрицы \mathbf{C} , заменим в (22) $\mathbf{C}_{k+1} \approx \mathbf{C}_k + (d\mathbf{C}/dt)\tau$ и подставим (28), (31), (32). Опустив индексы, приходим к равенству

$$\mathbf{C} + \frac{d\mathbf{C}}{dt} \tau \approx [(\mathbf{I} + \mathbf{A} \tau) \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{A} \tau)^T + \mathbf{Q} \tau]^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \tau \mathbf{H}. \quad (5.3.35)$$

«Прямая» матрица в квадратных скобках с точностью до членов порядка τ^2 приводится к виду $\mathbf{C}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{P} \tau)$, где $\mathbf{P} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{A}^T + \mathbf{C} \mathbf{Q}$. Соответствующая ей обратная матрица с этой же точностью примет вид

$$(\mathbf{I} + \mathbf{P} \tau)^{-1} \mathbf{C} \approx (\mathbf{I} - \mathbf{P} \tau) \mathbf{C}.$$

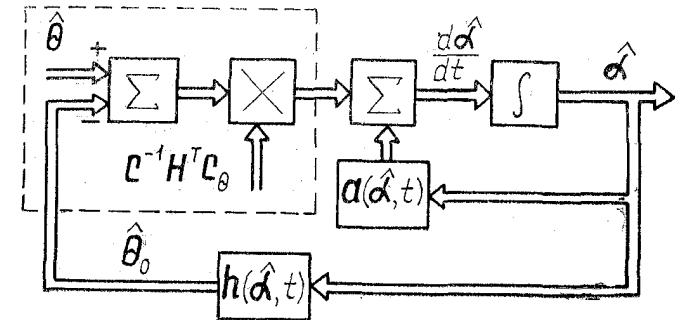
Вычитая \mathbf{C} из обеих частей равенства (35) и деля их на τ , получаем при $\tau \rightarrow 0$ уравнение (34).

5.3.3.6. Уравнение связи матриц точности и ошибок $\mathbf{C} \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{I}$ связывает и производные этих матриц. Дифференцируя уравнение связи, имеем $(d\mathbf{C}/dt) \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{C} (d\mathbf{C}^{-1}/dt) = 0$ или $d\mathbf{C}^{-1}/dt = -\mathbf{C}^{-1} \times (d\mathbf{C}/dt) \mathbf{C}^{-1}$. Подставив (35) в полученное равенство, приходим к дифференциальному уравнению матрицы ошибок

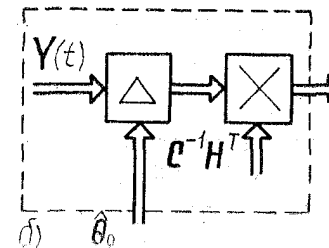
$$\frac{d\mathbf{C}^{-1}}{dt} = \mathbf{Q} + \mathbf{A} \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A}^T - \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{H} \mathbf{C}^{-1}. \quad (5.3.36)$$

5.3.3.7. Уравнения (33), (34), (36) позволяют синтезировать *следающие измерители непрерывно изменяющихся параметров, оценивать точности измерения*.

На рис. 5.3.4а представлен многоканальный следающий измеритель с одним многоканальным интегратором. Интегратор, под-



а)



б)

Рис. 5.3.4

ключенный к правому сумматору, формирует оценку вектора состояния α . Она используется для формирования прогнозируемых значений вектора наблюдаемых параметров $\Theta_0 = h(\alpha, t)$ и скорости изменения детерминированной части вектора состояния $a(\alpha, t)$. Правый сумматор измерителя формирует левую часть уравнения (33), равную $d\alpha/dt$.

Выделенную штриховой линией часть измерителя рис. 5.3.4,а можно заменить показанной на рис. 5.3.4,б, что приводит к новому варианту измерителя. Левый сумматор Σ рис. 5.3.4,а заменяется дискриминатором Δ , непосредственно воспринимающим приходящие колебания $Y(t)$. Цепь выработки опорного напряжения (по прогнозируемому Θ_0) полагается включенной в состав дискриминатора Δ . Весовой коэффициент невязки на рис. 5.3.4,б представлен в предположении, что используется дискриминатор первого рода (см. разд. 5.1).

Сомножителем весовых коэффициентов невязок измерителей рис. 5.3.4,а,б является корреляционная матрица ошибок C^{-1} , представляющая и самостоятельный интерес. Она может формироваться отдельной следящей системой согласно (36) в зависимости от матрицы точности текущих измерений C_θ .

Как и матрицы A, H, Q , матрица C^{-1} изменяется в общем случае за время наблюдения. Следящие системы рис. 5.3.4,а,б относятся поэтому к системам с *переменными параметрами*. При неизменных матрицах C_θ, A, H, Q возможно установление значения C^{-1} .

Последнее определяется условием установления $dC^{-1}/dt = 0$ и формулой (36) (примеры см. ниже). Следящие системы рис. 5.3.4,а,б переходят тогда в системы с *постоянными параметрами*.

При $a(\alpha, t) = A(t)\alpha(t)$, $h(\alpha, t) = H(t)\alpha(t)$ квазилинейная фильтрация переходит в *линейную*. Уравнения (33), (36) для этого случая называют *уравнениями Калмана—Бьюси*.

5.3.4. Примеры моделей в виде стохастических уравнений и квазилинейной (линейной) фильтрации оценок

Пример 1. Скалярный дискретный параметр α_k изменяется согласно модели с независимыми стационарными (имеющими постоянную дисперсию) случайными приращениями: $\alpha_{k+1} = \alpha_k + \mu_k$. Значение $b_k(\alpha_k)$ равно в данном случае α_k .

Возможные реализации последовательностей α_k и μ_k показаны на рис. 5.3.5,а,б. Штриховой линией отмечены границы области, охватывающей возможные значения α_k для заданного значения α_0 с вероятностью 0,8. Увеличение разброса значений α_k вокруг α_0 и постоянный разброс значений μ_k вокруг нулевого значения характеризуют нестационарность процесса α_k и стационарность его приращений μ_k .

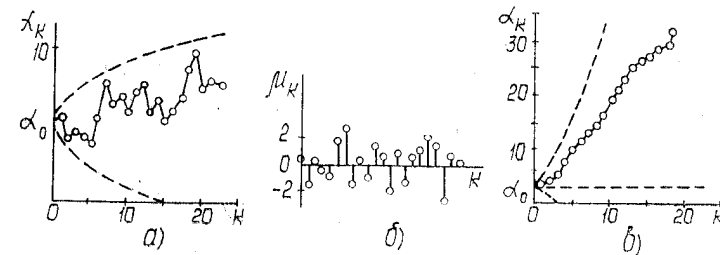


Рис. 5.3.5

Пример 2. Скалярный дискретный параметр $\alpha_k^{(1)}$ описывается моделью со стационарным случайным вторым приращением:

$$\alpha_{k+1}^{(1)} = \alpha_k^{(1)} + \alpha_k^{(2)}; \quad \alpha_{k+1}^{(2)} = \alpha_k^{(2)} + \mu_k.$$

Первое приращение рассматриваемого параметра $\alpha_k^{(2)}$ в данном случае *нестационарное*, взаимосвязанное от шага к шагу; оно изменяется так, как изменялся в примере 1 сам скалярный процесс. Стационарны только независимые приращения μ_k первого скалярного приращения. Процесс изменения самого параметра $\alpha_k^{(1)}$ показан на рис. 5.3.5,в.

Вводя вектор α_k с составляющими $\alpha_k^{(1)}$ и $\alpha_k^{(2)}$, модель опишем векторным соотношением

$$\begin{bmatrix} \alpha_{k+1}^{(1)} \\ \alpha_{k+1}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_k^{(1)} \\ \alpha_k^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_k \end{bmatrix}, \quad (5.3.37)$$

эквивалентным приведенным ранее двум скалярным. Иначе

$$\alpha_{k+1} = B\alpha_k + \mu_k, \quad (5.3.38)$$

где B — треугольная матрица (37), μ_k — вектор-столбец с составляющими 0, μ_k . Функция $b_k(\alpha) = B\alpha$ в данном случае линейная, не изменяющаяся в процессе функционирования модели.

Пример 3. Синтезируем следящий измеритель, обеспечивающий прямое дискретное измерение изменяющегося скалярного параметра, закон изменения которого соответствует модели примера 1.

Измеритель синтезируется согласно уравнениям фильтрации (12), (13). Заменяя векторно-матричные величины скалярными ($\alpha \rightarrow \alpha$, $C_y^{-1} \rightarrow D_y$, $Q \rightarrow D_\mu$, $B \rightarrow 1$), эти уравнения представим в виде

$$\hat{\alpha}_{k+1} = \hat{\alpha}_k + \frac{D_{k+1}}{D_{y(k+1)}} (\hat{a}_{y(k+1)} - \hat{\alpha}_k), \quad (5.3.39)$$

$$\frac{1}{D_{k+1}} = \frac{1}{D_k + D_{\mu k}} + \frac{1}{D_{y(k+1)}}. \quad (5.3.40)$$

Результирующая дисперсия *уменьшается* согласно (40) по мере накопления результатов измерений. Данные расчета для случая $D_{yk}=D_y$, $D_{\mu k}=D_y/6$, $1/D_0=0$ (априорные данные на первом шаге отсутствуют) сведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

k	1	2	3	4	5
D_k/D_y	1	0,54	0,41	0,37	0,35

Наблюдается *установление дисперсии ошибки*. Установившееся ее значение найдем из (40), положив $D_{k+1}=D_k=D$. Получаемое квадратное уравнение имеет для принятого $D_{\mu k}=D_{\mu}=D_y/6$ решение $D \approx 0,33 D_y$. Чем меньше D_{μ} , тем ниже D , но длительнее процесс установления.

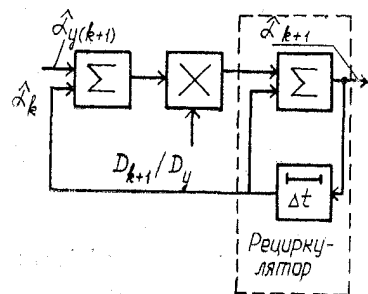


Рис. 5.3.6

чаен и соответствует так называемой *винеровской модели*

$$d\alpha/dt = \mu(t).$$

Последнюю можно считать результатом предельного перехода $t_{k+1} - t_k = \tau_k \rightarrow 0$ от *дискретной* модели блужданий с независимыми стационарными приращениями к *непрерывной*. Винеровская модель задает параметр как интеграл от белого шума:

$$\alpha = \int \mu(t) dt + \text{const.}$$

Измеритель синтезируется в соответствии с уравнениями оценивания (33), (36). В них $\alpha \rightarrow \hat{\alpha}$, $C^{-1} \rightarrow D$, $H \rightarrow 1$, $A \rightarrow 0$, $Q \rightarrow Q_0 \rightarrow 1/D_y$. Здесь D_y — дисперсия ошибки для *единичного времени текущего измерения* параметра.

Уравнения оценивания принимают вид:

$$d\hat{\alpha}/dt = (D/D_y)(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}), \quad (5.3.41)$$

$$dD/dt = Q - D^2/D_y. \quad (5.3.42)$$

При $Q = \text{const}$ и $D_y = \text{const}$ дисперсия с течением времени *устанавливается*. Из условия установления $dD/dt = 0$ находим $D_{\text{уст}} = \sqrt{QD_y}$.

Процесс установления дисперсии определяется путем интегрирования дифференциального уравнения (42). Разделяя переменные, находим

$$\frac{d(D/D_{\text{уст}})}{1 - (D/D_{\text{уст}})^2} = d\left(\frac{t}{\tau}\right), \quad \tau = \sqrt{D_y/Q}.$$

Полному отсутствию априорных данных $D(0) \rightarrow \infty$ соответствует решение $D = D_{\text{уст}} \text{cth}(t/\tau)$, поясняемое рис. 5.3.7, а.

Уравнение оценки (41) переходит при $D = D_{\text{уст}}$ в дифференциальное уравнение с *постоянными коэффициентами*. Оно моделируется следящей системой рис. 5.3.7, б с одним *идеальным интегратором*.

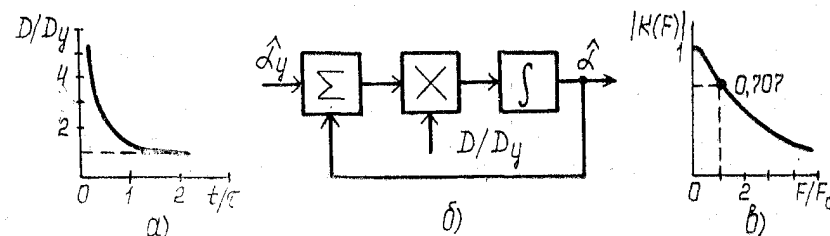


Рис. 5.3.7

тором при *постоянных* параметрах элементов. Выполняя функции накопления данных, интегратор заменяет в этом случае рециркулятор схемы рис. 5.3.6.

Переходные процессы в следящей системе рис. 5.3.7 при выборе ее параметров из условия $D = D_{\text{уст}}$ описываются *экспоненциальными функциями*. Пусть воздействие на систему рис. 5.3.7, б $\hat{\alpha}_y = \hat{\alpha}_0$ ограничено временем $t \leq 0$. Тогда выходной эффект системы будет $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_0 e^{-t/\tau}$ при $t \geq 0$. Говорят об *экспоненциальном сглаживании данных* непрерывной следящей системой рис. 5.3.7, б. Введенный термин переносят и на аналогичные дискретные системы рис. 5.3.6 при достаточно большом числе дискретов, поступающих за время установления.

Для анализа *стационарного* измерения вида рис. 5.3.7, б используют также *частотный метод*.

Значения $\hat{\alpha}(t)$ и $\hat{\alpha}_y(t)$ представляют как интегралы Фурье от спектральных плотностей $\hat{\alpha}(F)$ и $\hat{\alpha}_y(F)$. Вводят *передаточную функцию* (*частотную характеристику*) системы:

$$K(F) = \hat{\alpha}(F)/\hat{\alpha}_y(F) \text{ при } \hat{\alpha}_y(F) = e^{j2\pi Ft}.$$

Подставляя $\hat{a} = K(F)\hat{\alpha}_y$ и $\hat{\alpha}_y = \hat{\alpha}_y(F)$ в (41), получаем

$$j2\pi F K(F) = (D/D_y)[1 - K(F)].$$

Частотная и амплитудно-частотная (рис. 5.3.7,в) характеристики принимают вид

$$K(F) = \frac{1}{1 + jF/F_0}, \quad |K(F)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (F/F_0)^2}}.$$

Здесь $F_0 = D/2\pi D_y$ — полоса частот на уровне $1/\sqrt{2}$.

При маневрировании цели или захвате на автосопровождение (больших значениях D) целесообразно расширение полосы частот F_0 следящей системы, чтобы ускорить переходные процессы. Наоборот, при усилении воздействия помех (возрастании D_y) или полном прекращении поступления информации ($D_y \rightarrow \infty$) оптимальная полоса частот F_0 сужается, в последнем случае до нуля, с тем, чтобы сохранять устаревающие, но все же полезные данные.

Пример 5. Подлежат оцениванию координата $\alpha^{(1)}$ (дальность) и ее производная $\alpha^{(2)}$ (радиальная скорость), образующие в совокупности вектор состояния. Изменение производной $\alpha^{(2)}$ во времени соответствует винеровской модели. Непосредственно измеряется только координата $\alpha^{(1)}$ с дисперсией ошибки $D_y^{(1)} = D_y$. Задачу решать, вводя вектор измеряемых параметров θ с единственной ненулевой составляющей $\theta = \alpha^{(1)}$.*

Параметрами модели изменения вектора состояния (26) являются: 1) вектор $\mu(t)$ с составляющими 0 и $\mu(t)$; 2) вектор $a(\alpha, t)$ с составляющими $d\alpha^{(1)}/dt = \alpha^{(2)}$ и 0.

Матрицы A , Q , H , C_θ приобретают вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_\theta = 1/D_y. \quad (5.3.43)$$

Весовой коэффициент уравнения фильтрации текущих оценок (33) выражается через результирующую матрицу ошибок C^{-1} размера 2×2 . Обозначая D_1 , D_2 диагональные и D_{12} недиагональные элементы этой матрицы, выражение весового коэффициента представим в виде

$$C^{-1} H^T C_\theta = \begin{bmatrix} D_1 & D_{12} \\ D_{12} & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{D_y} = \begin{bmatrix} D_1/D_y \\ D_{12}/D_y \end{bmatrix}.$$

Векторно-матричное уравнение фильтрации (33) разбивается на два скалярных

$$d\hat{\alpha}^{(1)}/dt = \hat{\alpha}^{(2)} + (D_1/D_y)(\hat{\alpha}_y^{(1)} - \hat{\alpha}^{(1)}),$$

$$d\hat{\alpha}^{(2)}/dt = (D_{12}/D_y)(\hat{\alpha}_y^{(1)} - \hat{\alpha}^{(1)}).$$

* Можно ограничиться и моделью прямого (а не косвенного) измерения, полагая $D_y^{(2)} = \infty$.

Им соответствует следящая система (рис. 5.3.8,а) с двумя интеграторами. Сглаживая непрерывно поступающие текущие оценки $\hat{\alpha}_y^{(1)}$, она отслеживает и дальность, и скорость.

Схему можно видоизменить, заменив выделенную штриховой линией ее часть дискриминатором с цепью выработки опорного напряжения (рис. 5.3.8,б). Аналогичное видоизменение возможно и для предыдущей схемы (рис. 5.3.7,б).

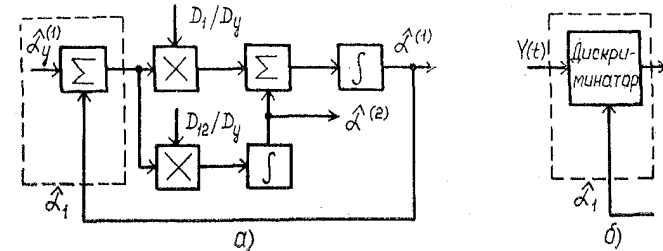


Рис. 5.3.8

Стационарный режим сопровождения соответствует нулевому значению матрицы dC^{-1}/dt . Подставим это значение, а также и значения матриц (43) и C^{-1} в (36). Выполняя операции умножения, получаем матричное уравнение

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{12} & D_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{12} & 0 \\ D_2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_1^2/D_y & D_1 D_{12}/D_y \\ D_1 D_{12}/D_y & D_2^2/D_y \end{bmatrix}.$$

равносильное системе трех скалярных:

$$D_1^2/D_y = 2 D_{12}; \quad D_1 D_{12}/D_y = D_2; \quad D_2^2/D_y = Q.$$

Решая систему уравнений, находим:

$$D_1 = \sqrt[4]{4D_y^3 Q}; \quad D_2 = \sqrt[4]{4D_y Q^3}; \quad D_{12} = \sqrt{D_y Q}.$$

Сохраняя данные о скорости цели, следящая система с двумя интеграторами лучше прогнозирует координату при прекращении поступления данных ($D_y \rightarrow \infty$), чем система с одним интегратором.

Пример 6. Координата $\alpha^{(1)}$ дискретно изменяется во времени с постоянным, но неизвестным приращением $\alpha^{(2)}$ (рис. 5.3.9,а,б). Скалярные значения $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$ составляют вектор состояния α . Наблюдение ведется только за координатой $\alpha^{(1)}$, так что вектор наблюдаемых параметров вырождается в скаляр $\theta = \alpha^{(1)}$, так что вектор наблюдаемых параметров вырождается в скаляр $\theta = \alpha^{(1)}$. Последний измеряется с постоянной дисперсией ошибок σ^2 . Априорные данные отсутствуют.

Из скалярных выражений

$$\alpha_{k+1}^{(1)} = \alpha_k^{(1)} + \alpha_k^{(2)}, \quad \sigma_{k+1}^{(2)} = \alpha_k^{(2)}$$

вытекает векторное $b_k(\alpha) = B\alpha$, где

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha^{(1)} \\ \alpha^{(2)} \end{bmatrix}.$$

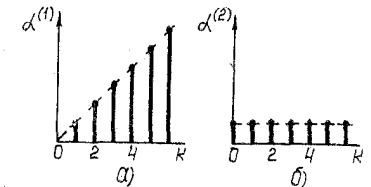


Рис. 5.3.9

Кроме того, справедливы выражения

$$\mathbf{C}_0 \rightarrow 1/\sigma^2, \quad \mathbf{Q} = 0, \quad \mathbf{H} = \|\partial h^{(i)}/\partial \alpha^{(j)}\| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Подставим все приведенные выражения в (21) и обратим матричное произведение $\mathbf{B}_k \mathbf{C}_k^{-1} \mathbf{B}_k^T$. Тем самым рекуррентно свяжем результирующие матрицы точности \mathbf{C} , а значит и их элементы P , R , S на различных шагах измерения:

$$\begin{bmatrix} P_{k+1} & R_{k+1} \\ R_{k+1} & S_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_k & R_k \\ R_k & S_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (1/\sigma^2) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Отсюда

$$P_{k+1} = P_k + 1/\sigma^2, \quad (5.3.44)$$

$$R_{k+1} = R_k - P_k, \quad (5.3.45)$$

$$S_{k+1} = S_k - 2R_k + P_k. \quad (5.3.46)$$

Суммируя (44) по k от 0 до $m-1$

$$\sum_{k=0}^{m-1} P_{k+1} = \sum_{k=0}^{m-1} (P_k + 1/\sigma^2),$$

сокращаем слагаемые P_{m-1}, \dots, P_1 , вошедшие в обе части равенства. Подставляя $P_0 = 0$ (по условию отсутствия априорных данных), получаем

$$P_m = m/\sigma^2. \quad (5.3.47)$$

Используя (47) и суммируя (45) по k от 0 до $m-1$, аналогично находим

$$R_m = -\sum_{k=0}^{m-1} k/\sigma^2 = -m(m-1)/2\sigma^2. \quad (5.3.48)$$

Используя (47—48) и суммируя (46) по k от 0 до $m-1$, получаем

$$S_m = \sum_{k=0}^{m-1} k^2/\sigma^2 = (m-1)m(2m-1)/6\sigma^2.$$

Вычислив определитель матрицы точности $|\mathbf{C}_m| = P_m S_m - R_m^2 = m^2(m^2-1)/12\sigma^2$,

найдем элементы матрицы ошибок

$$\sigma_{1m}^2 = S_m/|\mathbf{C}_m| = 2(2m-1)\sigma^2/m(m+1), \quad (5.3.49)$$

$$\sigma_{2m}^2 = P_m/|\mathbf{C}_m| = 12\sigma^2/m(m^2-1) \quad (5.3.50)$$

и

$$\rho m \sigma_{1m} \sigma_{2m} = -R_m/|\mathbf{C}_m| = 6\sigma^2/m(m+1).$$

В принятом пренебрежении эффектом случайного маневра цели обе дисперсии ошибок (49), (50) в отличие от предыдущих примеров неограниченно убывают с увеличением m .

Переходя к рекуррентным уравнениям фильтрации (21), вычисляем матричный коэффициент невязки

$$\mathbf{C}_{k+1}^{-1} \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2(2k+1)/(k+1)(k+2) \\ 6/(k+1)(k+2) \end{bmatrix}. \quad (5.3.51)$$

Уравнения фильтрации (21) на первых ее шагах

$$\hat{\alpha}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} (\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1),$$

$$\hat{\alpha}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5/6 \\ 1/2 \end{bmatrix} (\hat{\theta}_3 - 2\hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1)$$

включают приведенные ранее матрицы \mathbf{B} и весовые вектор-столбцы (51) для $k=2$ и 3. Поясним приведенные уравнения, их получение и смысл.

В качестве оценки составляющей $\alpha^{(1)}$ на первом шаге была принята оценка $\hat{\theta}_1$. Составляющей $\alpha^{(2)}$ дана при этом нулевая оценка (конечные результаты не изменяются и при любой другой текущей оценке, поскольку дисперсия ее текущего оценивания равна бесконечности, а других данных о ней пока нет).

Невязкой измеряемой составляющей на втором шаге является разность $\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1$. Оценки составляющих $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$ после второго шага $\hat{\theta}_1 + (\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1) = \hat{\theta}_2$ и $0 + (\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1) = \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1$ используются для прогноза на третий шаг.

Невязка на третьем шаге вводится после получения текущей оценки $\hat{\theta}_3$ по отношению к прогнозируемому значению наблюдаемой величины

$$\hat{\theta}_2 + (\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1) = 2\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1.$$

В результате имеем:

$$\hat{\alpha}_3^{(1)} = (5/6)\hat{\theta}_3 + (1/3)\hat{\theta}_2 - (1/6)\hat{\theta}_1, \quad \hat{\alpha}_3^{(2)} = (\hat{\theta}_3 - \hat{\theta}_1)/2 \text{ и т. д.}$$

Пример 7. Вектор наблюдаемых параметров $\theta = \|\gamma, \beta, \varepsilon\|^T$ включает три сферические координаты цели относительно РЛС с декартовыми координатами x_0, y_0, z_0 . Вектор состояния цели α включает три ее декартовы координаты x, y, z . Найдем функцию $h(\alpha)$ и матрицу \mathbf{H} .

Вектор наблюдаемых параметров $\theta = h(\alpha)$ имеет три составляющие:

$$h^{(1)} = \gamma = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

$$h^{(2)} = \beta = \arctg [(x - x_0)/(y - y_0)] + \beta_{\text{нач}},$$

$$h^{(3)} = \varepsilon = \arctg [(z - z_0)/\gamma].$$

Поскольку арктангенс изменяется только в пределах от $-\pi/2$ до $\pi/2$, в выражение h_2 введено слагаемое, уточняющее четверть,

$$\beta_{\text{нач}} = (\pi/2)[2 - \text{sgn}(x - x_0) - \text{sgn}(y - y_0) \text{sgn}(y - y_0)].$$

Здесь $\text{sgn } u = 1$ при $u > 0$ и $\text{sgn } u = -1$ при $u < 0$. Азимут отсчитывается, как обычно, от направления на север (ось y) по часовой стрелке. В первой четверти ($x - x_0 > 0, y - y_0 > 0$) величина $\beta_{\text{нач}} = 0$; во второй четверти ($x - x_0 < 0, y - y_0 > 0$) величина $\beta_{\text{нач}} = 2\pi$; в третьей ($x - x_0 < 0, y - y_0 < 0$) и в четвертой ($x - x_0 > 0, y - y_0 < 0$) четвертях величина $\beta_{\text{нач}} = \pi$. Угол места отсчитывается от горизонтальной плоскости со знаками плюс или минус. Входящее в выражение $h^{(3)}$ значение γ определяется выражением $\gamma = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, что соответствует так называемой горизонтальной дальности.

Матрица пересчета $\mathbf{H} = \|\partial h^{(i)}/\partial \alpha^{(j)}\|$ обеспечивает пересчет ошибок при переходе к новой системе координат. Ее элементы определяются производными

сферических координат по декартовым координатам в точке прогнозированного положения цели \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} . При этом

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{перех}} = \begin{bmatrix} \hat{x} - x_0 / \hat{r} & \hat{y} - y_0 / \hat{r} & \hat{z} - z_0 / \hat{r} \\ (\hat{y} - y_0) / \hat{r}^2 & -(\hat{x} - x_0) / \hat{r}^2 & 0 \\ \hat{x} - x_0 (\hat{z} - z_0) / \hat{r}^2 & \hat{y} - y_0 (\hat{z} - z_0) / \hat{r}^2 & \hat{r} / \hat{r}^2 \end{bmatrix}. \quad (5.3.52)$$

Пример 8. Вектор наблюдаемых параметров цели включает две полярные координаты \hat{r} , $\hat{\beta}$ на плоскости, вектор состояния — две декартовы координаты \hat{x} , \hat{y} . Найти формулы пересчета ошибок измерения.

Полагая, что предыдущая информация отсутствует ($\mathbf{C}_0 = 0$) и опуская индексы $k+1=1$, из формулы (22) выражаем матрицу точности вектора состояния через матрицу точности вектора наблюдаемых параметров

$$\mathbf{C} = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_\theta \mathbf{H}. \quad (5.3.53)$$

Выражая затем матрицы точности \mathbf{C} и \mathbf{C}_θ через соответствующие матрицы ошибок и вводя матрицы $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{перех}}$ в виде двух первых столбцов и строк (52) при $x_0 = y_0 = 0$, получаем

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \\ \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} P & S \\ S & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} / \hat{r} & \hat{y} / \hat{r} \\ \hat{y} / \hat{r} & -\hat{x} / \hat{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sigma_r^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_\beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} / \hat{r} & \hat{y} / \hat{r} \\ \hat{y} / \hat{r} & -\hat{x} / \hat{r} \end{bmatrix}.$$

Перемножая матрицы в правой части цепочки равенств и сопоставляя одноименные матричные элементы, находим

$$P = (\hat{x} / \hat{r} \sigma_r)^2 + (\hat{y} / \hat{r} \sigma_\beta)^2, \quad (5.3.54)$$

$$R = (\hat{x} / \hat{r} \sigma_\beta)^2 + (\hat{y} / \hat{r} \sigma_r)^2,$$

$$S = \hat{x} \hat{y} / \hat{r}^2 \sigma_r^2 - \hat{x} \hat{y} / (\hat{r}^2 \sigma_\beta)^2.$$

Выполняя операцию обращения матрицы в левой части равенств и вновь сопоставляя одноименные матричные элементы, получаем

$$\frac{1}{\sigma_x^2} = P(1 - \rho_{xy}^2), \quad \frac{1}{\sigma_y^2} = R(1 - \rho_{xy}^2), \quad \rho_{xy} = -\frac{S}{\sqrt{PR}}. \quad (5.3.55)$$

Пример 9. В нескольких точках пространства \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i , \mathbf{z}_i ($i=1, 2, \dots, M$) практически одновременно и независимо измеряются сферические координаты цели. Оси отсчета углов в них параллельны. Установить закономерности пересчета ошибок измерения в единую декартову систему координат.

Вектор наблюдаемых параметров $\theta = \mathbf{h}(\alpha)$ считаем блочным вектор-столбцом $\theta = \|\mathbf{h}^{(i)}(\alpha)\|$, блоками которого служат векторы наблюдаемых параметров 3×1 в отдельных точках приема. Матрица пересчета $\mathbf{H} = \|\partial \mathbf{h}^{(i)} / \partial \alpha^{(j)}\|$ также оказывается блочным вектор-столбцом, но с блоками 3×3 .

Матрица \mathbf{C}_θ представляет собой диагональную блочную матрицу $M \times M$ с блоками 3×3 . Выражение (53) сводится к блочной квадратичной форме

$$\mathbf{C} = \mathbf{H}^T \mathbf{C}_\theta \mathbf{H} = \sum_{i=1}^M \mathbf{H}_i^T \mathbf{C}_{\theta i} \mathbf{H}_i. \quad (5.3.56)$$

Сомножителями ее слагаемых являются матричные (а не скалярные) элементы — блоки. Согласно (56) матрицы точности одновременно и независимо проведенных измерений $\mathbf{C}_{\theta i}$ суммируются после их пересчета в единую систему координат.

Матрицы перехода $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_{\text{перех } i}$ определяются из (52) после замены величин x_0 , y_0 , z_0 , \hat{r} , $\hat{\beta}$ на величины x_i , y_i , z_i , $\hat{r}_i = \sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2 + (\hat{z} - z_i)^2}$, $\hat{\beta}_i = \sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2}$ соответственно.

Матрицы точности наблюдения $\mathbf{C}_{\theta i}$ обычно диагональные с ненулевыми диагональными элементами $1/\sigma_{r_i}^2$, $1/\sigma_{\beta_i}^2$, $1/\sigma_{\epsilon_i}^2$.

Пример 10. Декартовы плоскостные координаты x , y излучающей цели (рис. 5.3.10, а) определяются методом пассивной локации по оценкам азимутов β_i , полученным из точек x_i , y_i ($i=1, 2, \dots, M$). Указать закономерности пересчета ошибок измерения, считая, что значениями углов места цели можно пренебречь ($\epsilon_i \approx 0$).

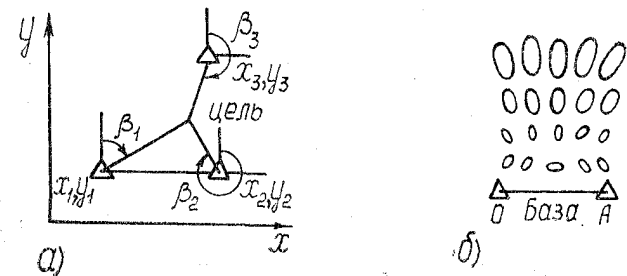


Рис. 5.3.10

Положим в (54) $\sigma_r \rightarrow \infty$, заменяя \hat{x} , \hat{y} и \hat{r} на $\hat{x} - x_i$, $\hat{y} - y_i$ и $\hat{r}_i = \sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2}$, а P , R , S на P_i , R_i , S_i . Тогда элементы суммарной матрицы точности (56)

$$P = \sum_{i=1}^M \frac{(\hat{y} - y_i)^2}{\hat{r}_i^4 \sigma_{\beta i}^2}, \quad R = \sum_{i=1}^M \frac{(\hat{x} - x_i)^2}{\hat{r}_i^4 \sigma_{\beta i}^2}, \quad S = \sum_{i=1}^M \frac{(\hat{x} - x_i)(\hat{y} - y_i)}{\hat{r}_i^4 \sigma_{\beta i}^2}.$$

Они определяют значения σ_x^2 , σ_y^2 , ρ_{xy} согласно (55).

Величины P , R , S определяют также эллипс точности $P(x - \hat{x})^2 + R(y - \hat{y})^2 + 2S(x - \hat{x})(y - \hat{y}) = \text{const}$ (см. разд. 5.1.3.3). Вид эллипсов точности при оценивании азимутов цели в точках О, А ($M=2$) представлен на рис. 5.3.10, б.

Пример 11. Вектор состояния α включает три декартовы координаты цели в геоцентрической гринвичской системе координат $Oxyz$. Начало этой системы расположено в центре Земли, ось Oz ориентирована вдоль ее оси вращения на север, ось Ox проходит через точку пересечения гринвичского меридиана с линией экватора. Вектор наблюдаемых параметров $\theta = \mathbf{h}(\alpha - \alpha_1)$ включает три декартовы координаты цели ξ , η , ζ с началом O_1 в точке x_1 , y_1 , z_1 поверх-

ности Земли, имеющей долготу φ , широту ψ и описываемой вектором α_1 . Ось $O_1\xi$ ориентирована по радиусу Земли, ось $O_1\zeta$ — касательно по отношению меридиану (рис. 5.3.11). Найти матрицу пересчета H .

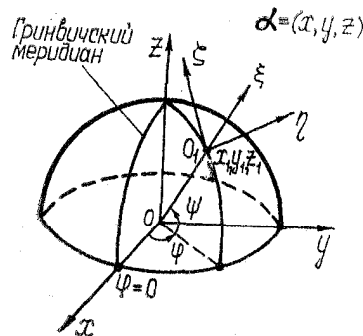


Рис. 5.3.11

Матрица H в данном случае — это матрица поворота

$$H_{\text{пов}} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \psi & \cos \psi \sin \psi & \sin \psi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ -\cos \varphi \sin \psi & -\sin \varphi \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}. \quad (5.3.57)$$

Пример 12. Вектор состояния включает три декартовы координаты в геоцентрической гринвичской системе координат $Oxyz$ предыдущей задачи. Вектор наблюдаемых параметров включает $3n$ сферических координат, измеряемых в n наземных пунктах с долготами φ_i , широтами ψ_i , геоцентрическими координатами x_i, y_i, z_i . Найти матрицы H_i и C .

В данном случае матрицы пересчета $i=1, \dots, n$

$$H_i = H_i \text{ перех } H_{i\text{пов}}. \quad (5.3.58)$$

Здесь $H_i \text{ перех}$ — матрицы перехода (52) из сферических координатных систем в декартовы; $H_{i\text{пов}}$ — матрицы поворота (57) декартовых систем.

В предположении одновременности измерений в различных пунктах результирующая матрица точности C определяется выражением (56).

5.3.5. Применение авторегрессионных и других моделей с рациональным спектром при оценивании изменяющихся параметров. Для сокращения трудоемких операций оценивания параметров α могут использоваться авторегрессионные и другие модели их изменения с рациональным спектром. Как пояснялось в разд. 4.2.6.9, авторегрессионной АР называют модель изменения параметра, каждое новое значение $u_k = \alpha_k$ которой линейно выражается через Λ предыдущих и новое случайное независимое приращение μ_k . Для $\Lambda=3$, например, заменяя k на $k+1$ и полагая $M=1$, согласно (4.2.35) получим

$$\alpha_{k+1} = b_1 \alpha_k + b_2 \alpha_{k-1} + b_3 \alpha_{k-2} + \mu_{k+1}. \quad (5.3.59)$$

Авторегрессионную модель, вида (59) например, можно считать скалярной составляющей векторной марковской модели (5) при определенных предположениях. Достаточно принять в качестве векторного параметра (5) вектор-столбец α_k с составляющими авторегрессионной модели $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots, \alpha_{k-\Lambda+1}$.

В Λ -мерном векторе μ_k все составляющие, кроме первой, следует заменить нуля-

ми, первой считать случайную составляющую μ_{k+1} авторегрессионной модели. Модель АР (59) сводится тогда к векторной модели (5) вида

$$\alpha_{k+1} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \alpha_k + \mu_k. \quad (5.3.60)$$

Функция $b_k(\alpha_k)$ в ней линейная, являющаяся произведением не зависящей от k матрицы B на предыдущее значение векторного параметра

$$\alpha_{k+1} = B \alpha_k + \mu_k. \quad (5.3.61)$$

За счет увеличения размерностей векторов μ_k в (61) можно перейти аналогично к авторегрессионным моделям со скользящим усреднением АРСУ или же к более простым моделям со скользящим усреднением СУ, т. е. модели СУ и АРСУ также сводятся к скалярным составляющим векторной марковской модели (5).

Из изложенного следует, что для всех перечисленных моделей АР, СУ, АРСУ квазилинейная оценка фильтрации вектора α сводится к весовой сумме его текущей оценки и оценки прогноза (или же к соответствующей весовой сумме одной из этих оценок и их невязки).

Разновидностью прогнозирующих схем для модели АР является рассмотренная выше схема решетчатого фильтра (рис. 4.2.22), используемого для спектрального анализа. Действительно, при непоступлении на вход схемы значения $u_k = \alpha_k$ снимаемое с нее значение $b_k^{(\Lambda)}$ соответствует прогнозированной на один шаг оценке

$\hat{u}_k^{(\Lambda)}$, взятой с обратным знаком. Однако основным достоинством схемы рис. 4.2.22 и ей аналогичных является удобство оценивания параметров модели. Когда же эти параметры известны, можно использовать и общую методику оценивания, описанную в разд. 5.3.2—5.3.4.

5.3.6. Особенности квазилинейных экстраполяции, совокупного сглаживания и интерполяции. Последовательно рассмотрим эти виды оценивания.

5.3.6.1. Квазилинейной экстраполяцией называют прогнозирование вектора состояния α по результатам предыдущих измерений. Прогнозирование подробно рассматривалось уже как составная часть фильтрации, теперь ему придается самостоятельное значение. Квазилинейность предполагает введение линеаризации.

Закономерности экстраполяции (прогнозирования) определяются: в случае дискретной фильтрации соотношениями (12—13), (21—22); в случае непрерывной фильтрации соотношениями (33—36). Матрица точности дискретных измерений (удельная матрица точности непрерывных) считается нулевой в пределах интервала экстраполяции (от момента последнего текущего измерения). Поэтому в дискретном случае

$$\hat{\alpha}_{k+1} = b_k(\hat{\alpha}_k).$$

$$C_{k+1}^{-1} = B_k C_k^{-1} B_k^T + Q_k;$$

в непрерывном

$$d\hat{\alpha}/dt = A(\hat{\alpha}, t),$$

$$dC^{-1}/dt = Q + AC^{-1} + C^{-1}A^T.$$

Ошибки нарастают с увеличением времени экстраполяции, причем тем быстрее, чем интенсивнее старение данных, определяемое матрицами \mathbf{Q}_k и $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}(i)$.

5.3.6.2. Совокупным сглаживанием (сглаживанием) называют оценивание вектора состояния α с использованием как предыдущих, так и последующих (по отношению к моменту оценивания) данных. Последующие данные, наряду с предыдущими, обеспечивают информацию о параметре в произвольный момент времени. По ним обеспечивается обратный прогноз — ретроспективное оценивание (ретроспектива — обращение в прошлое). Использование наряду с предыдущими и текущими последующих данных повышает поэтому точность измерения, особенно в средней части интервала сглаживания.

По аналогии с (5.1.21), (5.1.22)

$$\mathbf{C}_{\text{сгл}} = \mathbf{C}_{\text{ф}} + \mathbf{C}_{\text{ретр}}, \quad (5.3.62)$$

$$\mathbf{C}_{\text{сгл}} \hat{\alpha}_{\text{сгл}} = \mathbf{C}_{\text{ф}} \alpha_{\text{ф}} + \mathbf{C}_{\text{ретр}} \hat{\alpha}_{\text{ретр}}. \quad (5.3.63)$$

Здесь $\mathbf{C}_{\text{сгл}}$, $\hat{\alpha}_{\text{сгл}}$ — результирующие матрица точности и оценка текущего сглаживания; $\mathbf{C}_{\text{ф}}$, $\alpha_{\text{ф}}$ — матрица точности и оценка фильтрации (по результатам прогноза на основе предшествующих данных и текущего оценивания); $\mathbf{C}_{\text{ретр}}$, $\hat{\alpha}_{\text{ретр}}$ — матрица точности и оценка ретроспективного оценивания. Ретроспективное оценивание проводится с использованием модели изменения параметра в убывающем времени, аналогичной подобной же модели в нарастающем.

Вариант построения устройства совокупного сглаживания поясняется рис. 5.3.12. По четырем текущим оценкам $\hat{\alpha}_{y_i}$ ($i=k, k-1, k-2, k-3$) одновре-

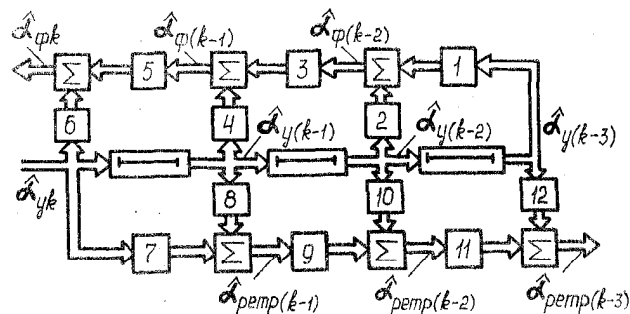


Рис. 5.3.12. Обозначения 1—12 соответствуют умножителям на весовые множители

менно получаются соответствующие оценки $\hat{\alpha}_{\text{ф}i}$, $\hat{\alpha}_{\text{ретр}i}$. Использование нескольких текущих оценок в один и тот же момент времени обеспечивается наличием линий (устройств) задержки. По оценкам $\hat{\alpha}_{y(k-3)}$, $\hat{\alpha}_{y(k-2)}$ вычисляется, в частности, оценка фильтрации $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-2)}$ с помощью весовых матричных преоб-

разователей 1, 2. По оценкам $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-2)}$, $\hat{\alpha}_{y(k-1)}$ аналогично вычисляется оценка фильтрации $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-1)}$. По оценкам $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-1)}$, $\hat{\alpha}_{y(k)}$ вычисляется оценка фильтрации $\hat{\alpha}_{\text{ф}k}$. В обратном направлении вычисляются ретроспективные оценки: оценка $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-1)}$ — по оценкам $\hat{\alpha}_{y(k)}$, $\hat{\alpha}_{y(k-1)}$; оценка $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-2)}$ — по оценкам $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-1)}$, $\hat{\alpha}_{y(k-2)}$; оценка $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-3)}$ — по оценкам $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-2)}$, $\hat{\alpha}_{y(k-3)}$. Оценки сглаживания $\hat{\alpha}_{\text{сгл}(k-1)}$, $\hat{\alpha}_{\text{сгл}(k-2)}$ находятся путем весового суммирования (63) оценок $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-1)}$, $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-1)}$ и $\hat{\alpha}_{\text{ф}(k-2)}$, $\hat{\alpha}_{\text{ретр}(k-2)}$ соответственно (на рис. 5.3.12 это суммирование не показано).

Существенное упрощение операций совокупного сглаживания достигается за счет перехода к авторегрессионной модели АР (или близких к ней СУ, АРСУ), разд. 5.3.5.

Если же модель описывается полиномом с постоянными параметрами, то сглаживание проводят по известному из математики методу наименьших квадратов.

5.3.6.3. Интерполяцией называют определение промежуточных оценок по предшествующим и последующим данным текущих измерений.

Это частный случай совокупного сглаживания (62—63). Как и прогнозирование, он характеризуется непоступлением текущей оценки в момент оценивания. Характеристики фильтрации $\mathbf{C}_{\text{ф}}$, $\alpha_{\text{ф}}$ в (62—63) заменяются при этом характеристиками прогноза (экстраполяции), полученными без использования текущей оценки.

5.3.7. Неадекватность моделей и расходимость оценок измеряемых параметров. Методы предотвращения расходимости. Модель изменения параметра α , используемая для синтеза измерителя, может оказаться неадекватной (не соответствующей) реальному процессу изменения α . Измеритель окажется тогда рассогласованным по отношению к этому процессу, ошибки измерений возрастут. Возможны случаи расходимости оценок: их нарастания, а не убывания в динамике измерений. Причинами расходимости называются: большие ошибки округления (малая разрядность цифровой обработки); большие ошибки линеаризации; повышенное (по сравнению с принятой моделью) старение данных и т. д.

Принимают определенные меры предотвращения расходимости. Повышение ошибок округления, линеаризации и т. п. учитывают, по крайней мере, увеличением значений диагональных элементов матрицы \mathbf{Q} . Критерием правильности учета является соответствие достигаемых расчетной и реальной точности. Вместе с искомыми могут уточняться, кроме того, параметры модели полезного сигнала, что означает «расширение» вектора состояния.

Существенным фактором, приводящим к расходимости оценок, может оказаться воздействие на измеритель активных и пассивных помех, в том числе имитирующих уводящих (см. разд. 2.5.8, 2.5.9). Чтобы предотвратить при этом потерю информации о поле-

зных сигналах, принимают определенные меры, учитывая априорную и текущую *информацию об отличиях сигналов от помех*. Некоторые меры защиты от *маскирующих* помех обсуждаются в разд. 6.4. Меры защиты от *имитирующих* помех используют простейшие или более сложные *принципы классификации принимаемых колебаний* (разд. 6.5), но *специфичны* для РЛС различных классов.

5.3.8. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните вероятностные модели изменения параметров и принцип нелинейной фильтрации.
2. Поясните модели изменения параметров в виде стохастических уравнений, их линеаризацию.
3. Обоснуйте особенности квазилинейной фильтрации дискретных оценок при прямом измерении, поясните работу соответствующего измерителя.
4. Поясните особенности квазилинейной фильтрации дискретных оценок при косвенном измерении, работу соответствующего измерителя.
5. Поясните модели в виде стохастических уравнений и квазилинейные методы фильтрации непрерывных оценок.
6. Поясните фильтрацию дискретного *скалярного* параметра с независимыми случайными стационарными приращениями, установление при этом ошибок оценивания.
7. Поясните фильтрацию непрерывного *скалярного* параметра с винеровской моделью случайного изменения, установление при этом ошибок оценивания.
8. Укажите примеры использования уравнений квазилинейной фильтрации при преобразованиях координат и связанных с ними пересчетах ошибок измерения.
9. Поясните специфику экстраполяции, совокупного сглаживания и интерполяции.
10. Как предотвращают расходимость оценок измерения?

6. ОБНАРУЖЕНИЕ — ИЗМЕРЕНИЕ, АДАПТАЦИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ

6.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБНАРУЖЕНИИ—ИЗМЕРЕНИИ

6.1.1. Сущность обнаружения — измерения. Обнаружение траекторий. *Обнаружением—измерением* называют *процедуру принятия решения*: 1) о наличии цели, с одновременной оценкой координат и других параметров движения; 2) об отсутствии цели. Может добавляться и третье решение—о продолжении наблюдения (с предварительной оценкой параметров, в частности).

Проводя такие процедуры для ряда целей с близкими параметрами, говорят об *обнаружении—измерении—разрешении*.

Оптимизация может проводиться по критерию минимума среднего риска. Риск обнаружения—измерения сводят к сумме риска обнаружения и риска измерения; для решений «нет» последний приравнивается нулю. Оптимальные процедуры из-за их сложности обычно заменяют *квазиоптимальными*.

Первичная обработка сводится при этом к выявлению факта превышения или непревышения порога с одновременной оценкой параметров сигнала. Ее квазиоптимальные варианты для сигналов в виде некогерентных пачек импульсов могут предусматривать проверку соблюдения критерия « k из m ».

Вторичная обработка сводится к выявлению закономерных траекторий движения целей интересующего вида. Ввиду сложности нелинейной фильтрации (см. разд. 5.3.1) ее заменяют *квазилинейной рекуррентной фильтрацией*, позволяющей реализовать квазиоптимальное обнаружение траекторий на основе цифрового автосопровождения согласно (5.3.12—5.3.13) или (5.3.21—5.3.22).

6.1.1.1. При любом алгоритме *траекторного обнаружения* наряду с истинными отслеживаются известное время и *ложные траектории*. Связанные с этим расчеты желательно сокращать. Вво-

дят поэтому этапы «завязки» траекторий, отличающиеся использованием максимально упрощенных моделей движения целей.

Данные измерений и при «завязке», и при сопровождении позволяют построить в принципе *эллипсоид* экстраполированного положения цели на момент очередного зондирования. По нему выставляются *стробы*: дальности, угловых координат, радиальной скорости и т. д. Если текущие данные укладываются в выделенные стробы, они используются для траекторных расчетов. Траектория *сбрасывается* в противном случае (сразу же или вскоре). Обнаружив данные о цели в пределах стробов, определяют их новое экстраполированное положение, выставляют новые стробы и т. д.

Размеры стробов устанавливают из противоречивых требований *снижения вероятностей*: 1) *продолжения ложной траектории*; 2) *сброса с сопровождения истинной*. Первая из этих вероятностей возрастает, а вторая убывает с увеличением размеров стробов.

Оптимальные процедуры обнаружения траекторий (как и пачек радиопульсов) предусматривают *накопление* амплитуд, их квадратов и т. д. Последнее *заменяется* практически *проверкой соблюдения критерия «k из m»*. Траекторию считают «завязанной», например, при соблюдении критерия «2 из 2-х». Завязанная траектория передается на обработку с использованием более сложной модели движения. Если и эта модель еще не окончательная, «подтверждают завязку» траектории и только после «подтверждения» переходят к «сопровождению» в соответствии с основной моделью движения.

Энергия зондирующих колебаний в многофункциональных РЛС может *концентрироваться в течение части времени наблюдения* на сопровождаемых целях или на целях с «завязываемой» траекторией (остальная часть времени используется для поиска новых целей).

6.1.1.2. В процессе сопровождения, «завязки» и т. д. возможны случаи появления данных о двух и более целях в пределах строба. На них реагируют по-разному, отдавая приоритет экономии аппаратуры либо скорейшему выявлению факта «размножения» цели. В первом случае отбирают данные только о цели, ближайшей к центру строба. Во втором случае *завязывают новые траектории*; некоторые из них сбрасываются вскоре как ложные.

6.1.1.3. Основными показателями качества траекторного обнаружения—измерения для заданных условий работы радиолокационного средства (системы) являются: *точностные характеристики* стационарного и нестационарного режимов сопровождения целей, *длительность их установления*, интервал между появлениями и время отслеживания ложных траекторий (либо условная вероятность ложной тревоги при ограниченном времени наблюдения); время захвата цели на сопровождение (либо условная вероятность ее пропуска при малом времени наблюдения).

Здесь учтено, что значительное увеличение времени наблюдения позволяет существенно снизить условные вероятности ложной тревоги и пропуска целей, повысить точность измерения параметров их движения. Важно знать, не превышает ли требуемое для этого время допустимое и что будет при ограниченном времени наблюдения.

6.1.2. Задачи отождествления. Их связь с задачами обнаружения—измерения—разрешения. В присутствии нескольких целей возникают ситуации *обнаружения—измерения—разрешения*. Оптимальная (квазиоптимальная) обработка должна учитывать в этих случаях особенности как обнаружения и измерения, так и *разрешения целей*. Даже исключив операции подавления мешающих сигналов в алгоритмах оптимального разрешения (разд. 4.1.9), нельзя пренебречь в них операциями отождествления вновь поступающих данных относительно их принадлежности отдельным целям.

6.1.2.1. Алгоритмы оптимального отождествления синтезируются в принципе на основе общего критерия минимума среднего риска. Эти алгоритмы принимают наглядный вид в отдельных случаях. К последним относится важный случай *равноточных измерений при некоррелированных ошибках всех составляющих вектора состояния α* (или вектора наблюдаемых параметров θ). Каждая его текущая оценка отождествляется тогда с его прогнозированной оценкой $\hat{\alpha}_n$ (или $\hat{\theta}_n$), наиболее близкой из прогнозированных оценок обнаруженных целей. Это поясняется рис. 6.1.1,а, плоскостные координаты x, y на котором определяют вектор состояния каждой цели α . Показаны прогнозируемые положения двух целей $\hat{\alpha}_n$ и $\hat{\alpha}'_n$. Показаны сечения послеопытных плотностей вероятностей прогноза на определенном уровне, в данном случае в виде окружностей. Одинаковый их диаметр, в частности, характеризует равноточность измерений; относительно малая его величина связана с накоплением данных. Пусть пришла новая текущая оценка $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_{1,y}$, здесь менее точная. Ее целесообразно отнести в данном случае к первой цели и обработать согласно разд. 5.3 совместно с прогнозированной оценкой $\hat{\alpha}_n$.

6.1.2.2. В условиях недостаточного объема данных возможны аномалии, существенно затрудняющие отождествление.

На рис. 6.1.1,б поясняется *плоскостной случай пеленгации* из трех пунктов приема *двух источников излучения*. Двух пунктов приема в данном случае *недостаточно*. Соответствующие им две пары пеленгов (сплошные линии) пересекаются в *четырёх* точках.

Дополнительная пара пеленгов *третьего* пункта (штриховые линии) реализует для представленной ситуации уже *однозначное* обнаружение—измерение по критерию «3 из 3-х». Дальнейшее повышение возможностей обнаружения—измерения обеспечивает

ся расширением вектора измеряемых параметров: включением в него углов места, азимутов из дополнительных пунктов приема, результатов повторных измерений или соответствующих им производных угловых координат.

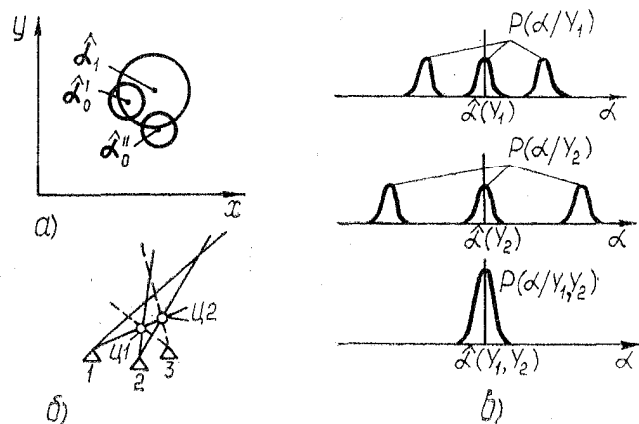


Рис. 6.1.1

Другой пример аномалий связан с определением дальности до одной или нескольких целей при импульсном квазипрерывном излучении с использованием $m > 1$ частот F_i следования импульсов $i = 1, \dots, m$. По принятым на этих частотах реализациям Y_i определяются послеопытные плотности вероятности $p(\alpha/Y_i)$, характеризующие области возможных значений координаты дальности (рис. 6.1.1, в для $m=2$). Произведение указанных плотностей, пропорциональных функциям правдоподобия $p(Y_i/\alpha)$, дает величину, пропорциональную результирующей функции правдоподобия, в частности, $p(Y_1, Y_2/\alpha)$, а значит послеопытной плотности вероятности $p(\alpha/Y_1, Y_2)$ при $p(\alpha) = \text{const}$.

В простейшем случае одной цели и ограниченного интервала возможных ее дальностей аномалия снимается уже при $m=2$. С увеличением числа целей и указанного интервала требуется большее (а в некоторых случаях достаточно большое) число сигналов m с различными частотами следования импульсов.

6.1.3. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните сущность обнаружения — измерения, понятия первичной и вторичной обработки.
2. Поясните принципы траекторного обнаружения — измерения.
3. Поясните сущность задач и аномалии отождествления, методы устранения этих аномалий.

6.2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АДАПТАЦИИ

6.2.1. Сущность и особенности адаптации в природе и технике. Термин адаптация, означавший приспособление биологических объектов к изменяющимся условиям существования, приобрел затем более широкое толкование. Под адаптацией понимают также приспособление технических устройств и систем к изменяющимся условиям их функционирования.

6.2.1.1. К особенностям адаптации в природе и технике относятся: необходимость оценивания изменившейся обстановки; приспособление к выявленным изменениям. И то и другое связано с затратами времени. Так, чувствительность глаза возрастает при переходе от света к темноте (по прошествии часа в 10^4 — 10^5 раз). Аналогичная адаптация реализуется в радиоприемном устройстве с шумовой автоматической регулировкой усиления (ШАРУ). При изменении уровня шума она обеспечивается за меньшее, но конечное время. Поэтому приемное устройство ухудшит работу при мерцании помехи с периодом, близким к постоянной времени ШАРУ, так же как глаз с трудом приспособится к мельканию светового фона.

Отметим многообразие применений адаптации в радиолокации. Адаптироваться могут как одноканальные, так и многоканальные радиоприемные устройства; наряду с интенсивностями могут учитываться коэффициенты корреляции помех в каналах приема в целях их взаимной компенсации. Возможности радиолокации целей расширяются при адаптации режима зондирования. Перераспределение энергии по направлениям может дополняться изменением формы зондирующих сигналов в соответствии со складывающейся обстановкой и решаемыми задачами. Режимы приема и зондирования могут адаптироваться к условиям распространения радиоволн.

Адаптивные устройства обладают пониженной чувствительностью к изменениям внешних условий, или иначе, *свойством робастности*. Этим же свойством обладают в известной мере рассматриваемые в разд. 6.3 непараметрические устройства, в которых не наблюдается явного процесса приспособления. И те и другие устройства считают иногда адаптивными в широком смысле слова. Исключая же из рассмотрения непараметрическую обработку, будем говорить о собственно адаптивной обработке.

6.2.1.2. Оценивание параметров (неинформативных по сути) оказывается неотъемлемым элементом собственно адаптивной обработки. Неизвестные параметры могут не изменяться или изменяться во времени. В последнем случае проводят их *рекуррентное* или *непрерывное оценивание*. Текущие оценки получают обычно на основе простейшего метода максимума правдоподобия. Возможности оценивания неинформативных параметров наложенный сигнала и помехи и одной помехи рассматривались в п. 3.1.3.4 в числе

методов вычисления отношений правдоподобия. Результаты такого расчета оправданы в условиях *регулярности измерения параметров*, в частности, *достаточного превышения энергии* зависящего от него колебания (сигнала, помехи) над *общим шумовым фоном*. Учет последнего условия позволяет понять особенности решений в частных случаях.

Пример. Пачка из M неперекрывающихся когерентных радиоимпульсов обнаруживается на фоне стационарного белого шума известной интенсивности. Рассмотрим случай неизвестных: 1) начальных фаз β_k ; 2) начальных фаз β_k и амплитудных множителей b_k этих импульсов ($k=1, \dots, M$).

При известных b_k и β_k логарифм отношения правдоподобия определяется выражением

$$\ln l = \sum_{k=1}^M [b_k |Z_k| \cos(\arg Z_k - \beta_k) - b_k^2 q_k^2 / 2].$$

Пусть все или некоторые из параметров b_k, β_k неизвестны. Оценим неизвестные параметры сигнала на основе приведенного выражения $\ln l$ в отсутствие доопытных данных.

При известных $b_k = 1$ оценочные значения $\hat{\beta}_k$ обеспечивают *максимальное* значение $\ln l$; все тригонометрические функции обращаются при этом в единицу, т. е.

$$\ln l = \sum_{k=1}^M |Z_k| + \text{const.} \quad (6.2.1)$$

При оцененных $\beta_k = \hat{\beta}_k = \arg Z_k$ и неизвестных b_k оценки последних находятся из условий

$$d[b_k |Z_k| - b_k^2 q_k^2 / 2] / db_k = 0$$

для $b_k = \hat{b}_k$. Отсюда $\hat{b}_k = |Z_k| / q_k^2$. Учитывая вычитаемое $\hat{b}_k^2 q_k^2 / 2$, находим

$$\ln l = \sum_{k=1}^M |Z_k|^2 / 2 q_k^2. \quad (6.2.2)$$

Формулы (1) и (2) соответствуют известным алгоритмам *некогерентного накопления* с линейным и квадратичным детектированием (разд. 3.2.4).

Алгоритм (1), соответствующий неизвестному распределению начальных фаз, *совпадает* с алгоритмом для известного ее равномерного априорного распределения *при условии*, что импульсные сигналы пачки *достаточно интенсивные* ($q_k \gg 1$). Алгоритм обработки (2) для неизвестных распределений начальных фаз и ам-

плитуд совпадает при том же условии с алгоритмом для известных априорных распределений: равномерного — начальной фазы и релеевского — амплитуды.

Метод максимума правдоподобия не требует априорной информации, что существенно в условиях так называемой *априорной неопределенности*, т. е. отсутствия данных для выбора *доопытного распределения параметров*. Однако обращение к этому методу (при асимметрии функции правдоподобия, в частности) *само равносильно введению доопытного распределения, симметрирующего послеопытное*. Наконец, принимаемые законы распределения мгновенных значений напряжений помех (гауссовские, в частности), как и мгновенных значений напряжений сигналов, относятся по своей сути к доопытным данным.

Приведенный пример не выявил еще ряда особенностей адаптивных устройств, упомянутых в п. 6.2.1.1. Обратимся к другим примерам.

6.2.2. Примеры адаптивных усилителей. Рассмотрим усилитель с автоматической регулировкой усиления по уровню шума (ШАРУ), адаптирующийся к изменению спектральной плотности мощности квазистационарной помехи на входе, с тем чтобы обеспечить близкую к постоянной ее спектральную плотность на выходе.

6.2.2.1. Модель изменения спектральной плотности мощности помехи N_{Π} на входе *многокаскадного усилителя с ШАРУ* задаем в виде рассмотренного ранее дифференциального уравнения диффузионного процесса $dN_{\Pi}/dt = \mu(t)$. Функция $\mu(t)$ соответствует белому шуму с некоторой спектральной плотностью мощности Q . Уравнение установившегося оценивания приобретает вид

$$\tau(d\hat{N}_{\Pi}/dt) + \hat{N}_{\Pi} = \hat{N}_{\Pi y}. \quad (6.2.3)$$

Здесь $\tau = D_y/D$ — постоянная времени. Аналогично примеру 4 разд. 5.3.4 она определяется отношением дисперсии ошибки текущего измерения (за единицу времени) D_y к дисперсии ошибки результирующего измерения $D = V Q D_y$. Величина $\hat{N}_{\Pi y}$ — текущая оценка спектральной плотности мощности (на единичном сопротивлении) совокупного шума. Для прямоугольной амплитудно-частотной характеристики усилителя с полосой Π

$$\hat{N}_{\Pi y} = |Y_{\Pi}(t)|^2 / 2 \Pi.$$

Пусть усилитель включает m каскадов с коэффициентами передачи напряжения $K = K_0 e^{-a u}$, где a — коэффициент, u — напряжение смещения усилительного прибора, определяющее величину K . Потребуем поддержания практически постоянного (с точностью до ошибок оценивания) выходного значения спектральной плот-

ности мощности N_0 помехи, т. е. соблюдения равенства $\hat{N}_n \times (K_0^m e^{-am})^2 = N_0$. Выражая отсюда значение \hat{N}_n и подставляя его в (3), приходим к дифференциальному уравнению напряжения смещения

$$du/dt = [|K^m Y_n(t)|^2 / 2 N_0 \Pi - 1] / 2 am \tau. \quad (6.2.4)$$

Напряжение u вырабатывается согласно (4) интегратором. Его входное напряжение пропорционально выходному напряжению квадратичного детектора (с отрицательным смещением), включенного на выходе многокаскадного усилителя (рис. 6.2.1, а). Многокаскадность усилителя позволяет изменять усиление в большое число раз.

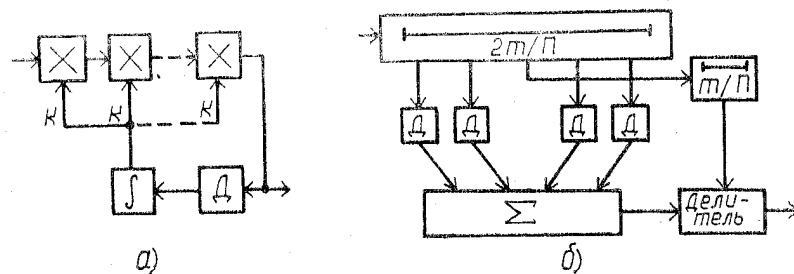


Рис. 6.2.1

Динамический диапазон входных колебаний усилителя m -каскадной ШАРУ, выраженный в логарифмических единицах мощности (децибелах), в $2m$ раз превышает динамический диапазон усилителя с однокаскадной ШАРУ, что особенно существенно при аналоговой обработке.

При цифровой обработке, обеспечивающей большой динамический диапазон входных колебаний, можно использовать до оцифровки и однокаскадные, и многокаскадные ШАРУ. В случае большой разрядности цифровых устройств возможно обнаружение без ШАРУ с непосредственным нормированием (3.3.7) или с плавающим порогом.

Любому оцениванию свойственны ошибки. Занижение спектральной плотности N_0 приводит к понижению порога и повышению условной вероятности ложной тревоги F , что особенно нежелательно.

Чтобы восстановить F , повышают порог, а значит энергию порогового сигнала. Возникающие потери энергии зависят от произведения полосы частот Π на входящую в (3) постоянную времени τ отфильтрованных оценок спектральной плотности помехи. Для $D=0,6$ и $F=10^{-7}$ потери менее 2 дБ при $\Pi\tau \geq 10$ и превышают 5 дБ при $\Pi\tau \leq 2$.

6.2.2.2. В развитие фильтрации (3) переходят к совокупному сглаживанию и предыдущих, и последующих оценок \hat{N}_n . Задержка сглаженной оценки не существенна, если задерживается и полезный сигнал.

Рассмотрим квазиоптимальную ШАРУ с оцениванием в «скользящем окне» (рис. 6.2.1, б), основанную на принципе совокупного сглаживания. Принятые в полосе Π колебания проходят линию задержки на время $2m/\Pi$ с отводами. Сигнальное напряжение, снимаемое со среднего отвода, задержано дополнительно на m/Π . Его амплитуду делят на сглаженную амплитуду напряжения помехи. Последняя соответствует модели постоянства значений N_n в пределах «окна» (интервала сглаживания) и пропорциональна сумме напряжений линейных детекторов, подключенных к отводам линии. В моменты максимумов сигнала его амплитуды не добавляются к амплитудам шума: сглаживаются только амплитуды шума до и после максимума сигнала.

Переход от фильтрации к совокупному сглаживанию амплитуд шума повышает точность измерений, а значит качество адаптации к нестационарным шумовым помехам.

6.2.2.3. В режиме сопровождения целей (обнаружения—измерения траекторий) возможна дополнительная корректировка ШАРУ по конечному эффекту. Конечным эффектом воздействия шумовых выбросов является завязка и сопровождение ложных траекторий. Выявляя эти траектории и сопоставляя число их в единицу времени с допустимым, можно уточнять режим работы ШАРУ или эквивалентную этому установку порога (первого порога при обработке по критерию « k из m »). Недостатком такой корректировки является ее инерционность.

6.2.3. Примеры простейших адаптивных селекторов движущихся целей. Наряду с неадаптивной селекцией движущихся целей (разд. 4.2.4) широко используют адаптивную.

Первоначальное освоение техники СДЦ потребовало уже адаптации к случайной начальной фазе зондирующих импульсов, вырабатываемых использовавшимися тогда магнетронными передатчиками и ламповыми генераторами с самовозбуждением.

Потребовалась вскоре адаптация к случайной средней скорости $v_{гп}$ радиального перемещения по отношению к РЛС мешающих отражателей (гидрометеоров; дипольных отражателей; местных предметов или волн водной поверхности — при установке РЛС на подвижном объекте).

6.2.3.1. Адаптация к случайной начальной фазе зондирующих импульсов в РЛС с однозначным измерением дальности сводится к операциям измерения и запоминания этой фазы на весь период посылки, ее исключения из принятых колебаний. Для выполнения этих операций в аналоговых устройствах используют когерентный гетеродин. Так называют генератор с самовозбуждением, фазиремый зондирующими импульсами. Перед очередным фазированием

его генерация обычно срывается, что повышает качество фазирования. Во время зондирования в контуре когерентного гетеродина возбуждаются *вынужденные колебания*, после чего *восстанавливается режим самовозбуждения*. Когерентный гетеродин генерирует тогда *колебания своей частоты, сохраняя навязанную начальную фазу вынужденных колебаний*.

Работа когерентного гетеродина поясняется рис. 6.2.2. Показаны (не в масштабе) огибающие зондирующего и отраженного ра-

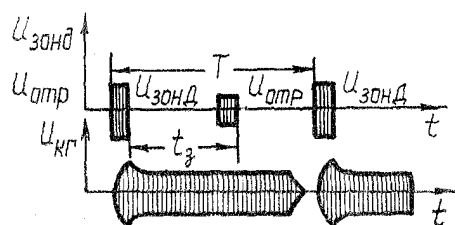


Рис. 6.2.2

диосигналов и колебаний когерентного гетеродина. Для повышения стабильности сохраняемой фазы когерентные гетеродины выполняют на *промежуточной частоте*. Фазирующие колебания преобразуются при этом по частоте с использованием *стабильного высокочастотного, так называемого, местного гетеродина*. К числу мер его стабилизации относится повышение добротности колебательной системы, амортизация, стабилизация питающих напряжений. Местный гетеродин может использоваться (непосредственно или косвенно) в качестве одного из гетеродинов приемника.

Вариант структурной схемы обработки с *непосредственным использованием местного гетеродина* в качестве *первого гетеродина* на приемника показан на рис. 6.2.3. В схему дополнительно вклю-

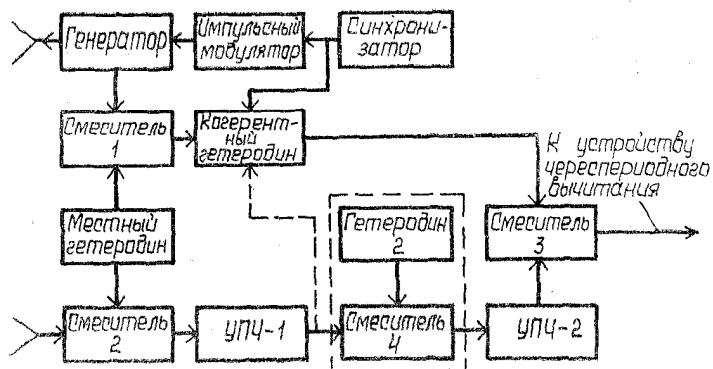


Рис. 6.2.3

чены синхронизатор, импульсный модулятор, генератор и антенна передающего устройства. Показана связь когерентного гетеродина с синхронизатором для обеспечения *срыва и восстановления* его генерации. Показан смеситель 1, обеспечивающий преобразование фазирующего импульса на промежуточную частоту. Сигнальные колебания после преобразования в смесителе 2 и усиления в усилителе промежуточной частоты 1 подвергаются второму преобразованию. Частота повторно преобразованных колебаний отличается от частоты колебаний когерентного гетеродина на значение вновь введенной третьей промежуточной частоты. В смесителе 3 выделяются колебания этой частоты, причем с *исключенной начальной фазой генератора*. Колебания могут быть поданы на устройство *череспериодного вычитания на промежуточной частоте*.

Если, сохраняя остальные связи, в схеме рис. 6.2.3 исключить гетеродин 2 и смеситель 4, то на смеситель 3 будут поступать два колебания одинаковой частоты. Этот смеситель заменяется *фазовым детектором* или лучше (во избежание потери информации) *двумя фазовыми детекторами* со сдвинутыми на 90° фазами одного из подаваемых напряжений. Выходные напряжения фазовых детекторов поступают на аналоговое видеочастотное устройство череспериодного вычитания. Оно может быть подключено через аналогово-цифровой преобразователь на *цифровое устройство череспериодного вычитания во временной области* или соответствующий ему *цифровой фильтр с использованием ДПФ или БПФ*.

6.2.3.2. Учет радиального перемещения по отношению к РЛС мешающих отражателей может производиться *вручную (оператором)* и *автоматически*.

Замена однократного дополнительного гетеродинирования (рис. 6.2.4) двукратным с небольшой регулируемой разностью

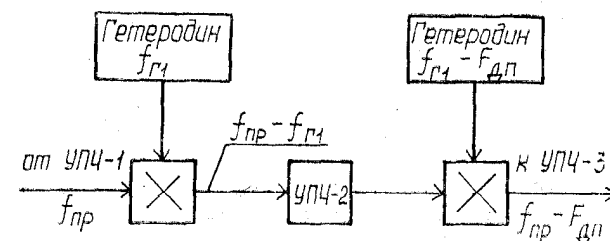


Рис. 6.2.4

частот гетеродинов позволяет *оператору подбирать межпериодный сдвиг фаз* $\Delta\varphi = 2\pi F_{дп}T$, соответствующий доплеровской частоте помехи $F_{дп} = 2v_{гп}/\lambda_0$. Он компенсирует изменение фазы $2\pi f_0(2\Delta r/c)$ *пассивной помехи из-за радиального перемещения отражателей относительно РЛС за время T на* $\Delta r = v_{гп}T$.

Устройство рис. 6.2.4 может быть включено также в разрыв

цепи подачи напряжения когерентного гетеродина рис. 6.2.3 (не показано).

6.2.3.3. Наряду с неавтоматизированной возможна *автоматизированная адаптация* системы СДЦ к случайной средней скорости радиального перемещения мешающих отражателей (без участия оператора). Необходимая информация о набегах фаз (а вместе с ней информация о начальных фазах зондирующих импульсов) содержится в отраженных помеховых колебаниях. Ее можно использовать, например, фазирова когерентный гетеродин *предшествующими колебаниями помехи*.

В устройство рис. 6.2.3 или в описанные его видоизменения вводится для этого дополнительная цепь фазирования когерентного гетеродина принятыми и задержанными на небольшое время порядка $1/P$ помеховыми колебаниями. Эта цепь показана на рис. 6.2.3 штриховой линией. Задержка на элемент временного разрешения $1/P$ (не показана) предотвращает фазирование самим (в том числе прошедшим согласованный фильтр) сигналом. Иначе наряду с помехой компенсировался бы и этот сигнал. Предполагается (хотя это и неточно), что в соседних разрешаемых объемах скорости v_r мешающих отражателей существенно не различаются.

Оценочную разность фаз используют *не только при однократной, но и при многократной компенсации*.

Когерентный гетеродин работает в описанных случаях в режиме непрерывного перефазирования. Отсутствует накопление разности фаз. Точность ее измерения в результате низка. Кроме того, *учет только общего межпериодного фазового сдвига еще не реализует всех возможностей адаптации устройств многократной компенсации к разбросу скоростей отражателей* реальной пассивной помехи. Примеры адаптации данного раздела приведены поэтому как *простейшие*.

Более общие случаи адаптации, связанные с учетом не только аргумента, но и модуля комплексного коэффициента межпериодной корреляции, особенностей изменения коэффициентов корреляции в зависимости от интервала между дискретами, рассматриваются в разд. 6.4. Прежде чем переходить к материалу этого раздела, остановимся на методах *непараметрического обнаружения*, обеспечивающих не только постоянство уровня ложной тревоги на фоне помех с изменяющейся интенсивностью (п. 6.2.2.1, 6.2.2.2), но в ряде случаев и учет их негауссовости.

6.2.4. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните сущность задач адаптации, роль и примеры оценивания параметров помех и сигналов при адаптации.
2. Поясните работу автоматической регулировки усиления по уровню шума как простейшей адаптивной системы, особенности ее синтеза. Что дает переход от фильтрации шума к его совокупному сглаживанию?
3. Поясните работу простейших адаптивных селекторов движущихся целей.

6.3. ОСОБЕННОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ

6.3.1. Простейший способ учета негауссовости помехи. Оптимизация обработки в случае негауссовости помехи реализуется наиболее просто при *независимости дискрет помехи и асимптотически большой* (по сравнению с сигналом) ее мгновенной мощности. Используя правило умножения плотностей вероятности, при известных параметрах сигнала имеем

$$\ln l = \sum_{i=1}^m [\ln p_n(y_i - x_i) - \ln p_n(y_i)]. \quad (6.3.1)$$

6.3.1.1. В соответствии с принятым предположением справедлива аппроксимация слагаемых (1) первыми членами ряда Тейлора

$$\ln p_n(y_i - x_i) \approx \ln p_n(y_i) + x_i \eta(y_i), \quad \eta(y) = -d \ln p_n(y)/dy. \quad (6.3.2)$$

Асимптотически оптимальная обработка сводится при этом к проведению *нелинейных преобразований* $\eta(y)$ каждого из поступающих на вход обнаружителя дискретов помехи y и к согласованному с сигналом *корреляционному накоплению* результатов нелинейных преобразований

$$\sum_{i=1}^m \eta(y_i) x_i \approx \ln l,$$

затем следует обычное сравнение накопленной величины с порогом.

6.3.1.2. Ряд симметричных негауссовских распределений описывается выражением $p(y) = p_n(y) = a e^{-b|y|^{2\nu}}$. Для них

$$\eta(y) = |y|^{2\nu}/y. \quad (6.3.3)$$

Кривые $p(y)$ при различных ν показаны на рис. 6.3.1, а, б, в. Случай $\nu=1$ соответствует гауссовской помехе, случай $\nu \leq 0,5$ — помехе импульсного типа, с большой вероятностью близких к нулю значений и *протяженными «хвостами»*. Случай $\nu \geq 3$ соответствует помехе в виде *ограниченного с двух сторон («подрезанного») шума*.

Оптимальная нелинейная обработка (2) для любого из указанных случаев рассчитана на лучшее выделение сигнала на фоне помехи (рис. 6.3.1, г, д, е).

Наложение слабого сигнала на помеху *импульсного типа* заметнее всего в области *малых* по абсолютной величине значений принимаемого напряжения. Эти значения выделяются ($1/2 \leq \nu < 1$) или подчеркиваются ($\nu < 1/2$) преобразованием $\eta(y)$, большие же по абсолютной величине значения ограничиваются ($\nu = 1/2$) или подавляются ($\nu < 1/2$).

Наложение слабого сигнала на помеху типа «подрезанного» шума проявляется в области наибольших абсолютных значений y , не превышающих практически в отсутствие сигнала определенной величины. Эти значения подчеркиваются преобразованием $\eta(y)$, (рис. 6.3.1, е). Малые же по абсолютной величине значения y практически отсекаются.

Для гауссовской помехи ($\nu=1$) нелинейная обработка вырождается в линейную (рис. 6.3.1, д).

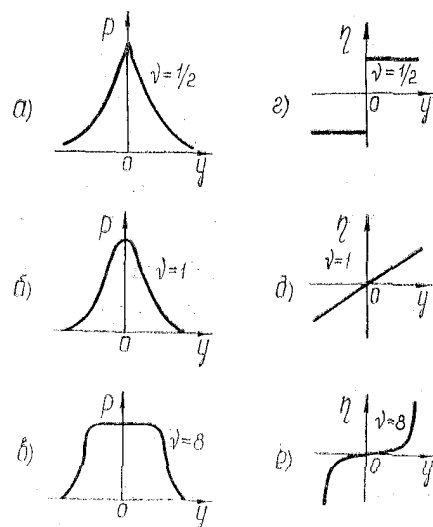


Рис. 6.3.1

6.3.2. Знаковые и ранговые непараметрические обнаружители. Знаковые обнаружители строятся на основе знаковых алгоритмов обнаружения. В их основе лежит нелинейное преобразование выборочного вектора $y = \|y_i\|$ в знаковый

$$\text{sgn } y = \|\text{sgn } y_i\| = \|y_i/|y_i|\| \quad (6.3.4)$$

с элементами $+1$ при $y_i \geq 0$ и -1 при $y_i < 0$.

Ранговые обнаружители строятся на основе ранговых алгоритмов обнаружения. Они предусматривают нелинейное преобразование выборочного вектора y в ранговый

$$\text{rang } y = \|\text{rang } y_i\|. \quad (6.3.5)$$

Элементами вектора (5) являются ранги составляющих y_i выборочного вектора. Ранги $\text{rang } y_i$ — это номера элементов y_i вектора y , присваиваемые в порядке их возрастания (после «выстраивания по ранжиру»). Для выборочного вектора $\|8 \ 4 \ 6\|^T$

ранговым является вектор $\|3 \ 1 \ 2\|^T$. Наименьший ранг 1 имеет элемент 4, наибольший ранг 3 — элемент 8.

«Ранжирование» учитывает и фазовые и амплитудные соотношения. Ранговый вектор несет поэтому значительно большую информацию, чем знаковый той же размерности.

6.3.2.1. Знаковый (ранговый) алгоритм обнаружения сводится к сопоставлению с порогом некоторой функции знакового (рангового) вектора, называемой знаковой (ранговой) статистикой. Для сигналов с известными параметрами используются линейные

$$z(\text{sgn } y) = x^T \text{sgn } y = \sum_{k=1}^m x_k \text{sgn } y_k, \quad (6.3.6)$$

$$z(\text{rang } y) = x^T \text{rang } y = \sum_{k=1}^m x_k \text{rang } y_k \quad (6.3.7)$$

и нелинейные статистики, в частности,

$$z(\text{rang } y) = \sum_{i=1}^m x_k \eta_n(\text{rang } y_k). \quad (6.3.8)$$

Функция $\eta_n(u)$ в (8) нелинейная.

Структурная схема цифрового обнаружителя сигнала с известными параметрами на основе статистики (7) Вилкоксона показана на рис. 6.3.2, а. Для сигналов же со случайной начальной фазой сравнение с порогом проводят после объединения результатов ранговой обработки квадратурных каналов.

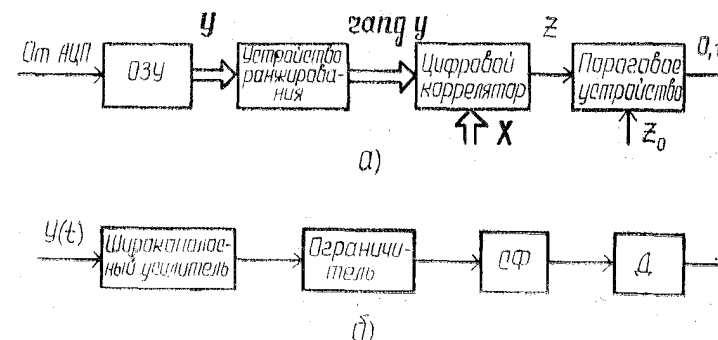


Рис. 6.3.2

Знаковые и ранговые алгоритмы обнаружения относят к классу непараметрических. Алгоритмы этого класса составляют эвристически (изобретают) без жесткой фиксации ожидаемого случай-

ного распределения дискретов помехи. Их построение не сводится поэтому к оцениванию параметров известных распределений. Основным требованием к непараметрическому алгоритму является фиксация условной вероятности ложной тревоги F .

6.3.2.2. Знаковое обнаружение как разновидность непараметрического часто проводят без временной дискретизации высокочастотных колебаний. На входе фильтра сжатия широкополосных ЛЧМ или фазоманипулированных сигналов, в частности, устанавливают двусторонний широкополосный ограничитель (рис. 6.3.2,б), что обеспечивает постоянный уровень ложной тревоги F без введения ШАРУ. Амплитуда сжатого радиоимпульса не превосходит при этом определенного значения, что исключает засвет индикатора боковыми лепестками сжатого радиоимпульса и облегчает оцифровку данных. Обеспечивается защита от импульсных помех малой длительности за счет ограничения по максимуму на входе и ослабления в рассогласованном для них фильтре.

Недостатком нелинейной обработки рис. 6.3.2,б по сравнению с линейной является ухудшение возможностей разрешения близко расположенных целей, что связано со сравнительно грубым отступлением от принципа наложения.

6.3.2.3. Характер нелинейного преобразования знакового алгоритма соответствует асимптотически оптимальному преобразованию (3) при $\nu = 1/2$, что объясняет близость показателей качества к оптимальным при наложениях импульсных и гауссовских помех.

6.3.2.4. Характер нелинейного преобразования $\eta_p(u)$ элементов сигнала при линейной ранговой статистике зависит от конкретной реализации выборки помехи.

Введем для его выявления «типичную» выборку помехи. Составим ее из абсцисс $u_k (k=1, 2, \dots)$ точек деления площади под кривой плотности вероятности помехи $p_n(u)$ на $(m+1)$ равных частей, что обеспечивает повышенную плотность вероятности введенной выборки. Ранги элементов «типичной» выборки являются функциями дискретного аргумента u_k

$$\text{rang } u_k = (m+1) \int_{-\infty}^{u_k} p_n(s) ds, \quad (6.3.9)$$

в частности, $\text{rang } u_1 = (m+1) [1/(m+1)] = 1$, $\text{rang } u_2 = (m+1) [2/(m+1)] = 2$ и т. д. При частом расположении точек u_k функция дискретного аргумента заменяется функцией непрерывного

$$\eta_p(u) = (m+1) \int_{-\infty}^u p_n(s) ds, \quad (6.3.10)$$

приблизительно определяющей нелинейное преобразование при переходе к рангам.

В случае нелинейной ранговой статистики элементы сигнала $y = u_k$ подвергаются двукратному нелинейному преобразованию $\eta_n[\eta_p(u)]$. Каждое из таких преобразований асимптотически оптимально для определенной плотности вероятности дискретов помехи u .

Приведем примеры.

1) Выясним, для какой плотности вероятности $p_n(u)$ асимптотически оптимальна статистика Вилкоксона, задаваясь пропорциональностью (с точностью до постоянной) выражений (10) и (2)

$$\eta_p(u) = \eta(u) + \text{const.} \quad (6.3.11)$$

Подставляя (10) и (2) в (11), приходим к интегро-дифференциальному уравнению. Решением его оказывается так называемое логистическое распределение $p_n(u) = e^{-u}/(1+e^{-u})$, близкое к распределению разд. 6.3.1 для $1/2 < \nu < 1$.

2) Подберем нелинейное преобразование $\eta_n(u)$ так, чтобы двукратное нелинейное преобразование $\eta_n[\eta_p(u)]$ оказалось асимптотически оптимальным для нормального распределения выборок помехи $p_n(u) = (1/\sqrt{2\pi\sigma^2}) \exp(-u^2/2\sigma^2)$.

Желаемая функция (2) $\eta(u) \equiv u$ в данном случае линейная; функция же $\eta_p(u)$ в силу (10) выражается интегралом вероятности. Искомая функция должна быть обратной поэтому функции «интеграл вероятности».

Статистику (8) с дополнительным нелинейным преобразованием в соответствии с функцией, обратной интегралу вероятности, называют ранговой статистикой Ван дер-Вардена. Обеспечивая, как и статистика Вилкоксона, фиксированную условную вероятность ложной тревоги F , статистика Ван дер-Вардена асимптотически оптимальна для нормального распределения помехи. Статистика Ван дер-Вардена и, тем более, статистика Вилкоксона не являются асимптотически оптимальными для распределения помехи рис. 6.3.1,в и ряда других распределений.

6.3.3. Вопросы для самоконтроля

1. Как влияет закон распределения мгновенных значений помехи большой мощности на характер нелинейности оптимального безынерционного преобразователя?

2. Поясните работу знаковых непараметрических обнаружителей. Укажите особенности знакового обнаружения ЛЧМ и фазоманипулированных сигналов.

3. Поясните работу ранговых обнаружителей.

6.4. УСТРОЙСТВА АДАПТИВНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ—ИЗМЕРЕНИЯ С ОЦЕНИВАНИЕМ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОМЕХИ

6.4.1. Оценивание неизменяющихся корреляционных матриц помеховых колебаний. Оценивание корреляционных матриц — важная составная часть адаптации устройств обнаружения и измерения. В результате оценивания прямых и обратных корреляционных матриц формируются весовые векторы, а значит из принимаемых колебаний выпалываются компенсирующие помехи напряжения. В простейших случаях такие напряжения могут выпалываться без явного оценивания матриц в целом (см. разд. 6.2.1). Это не снижает значимости сформулированного общего алгоритмического подхода. Существенна, однако, его увязка в конкретных случаях с физической трактовкой синтезируемой обработки, а именно, выявление используемых различий сигналов и помех, используемых видов разрешения полезных и помеховых колебаний (углового, частотного и т. д.).

Корреляционная матрица представляет собой многомерную величину. Она включает M^2 чисел, вещественных или комплексных, в зависимости от того, соответствует ли она мгновенным значениям или комплексным амплитудам колебаний.

Оценивание возможно:

1. Без учета и с учетом априорных данных, в том числе возможной априорной взаимной зависимости элементов корреляционных матриц.

2. В предположении неизменности этих элементов, а значит и самих матриц, или же изменения их во времени.

Оценивание прямых и обратных матриц в отсутствие априорных данных более трудоемко и требует большей исходной информации. Оно универсально, однако, в том смысле, что не требует данных о структуре антенно-приемных трактов и условиях формирования в них помеховых напряжений.

В ряде случаев, однако, такие данные имеются. Соблюдаемые в основном априорные данные достаточно общего вида могут снизить потребный объем текущей информации и трудоемкость расчетов.

Остановимся на оценивании без учета и с учетом априорных данных не изменяющихся во времени корреляционных матриц. К учету изменения матриц во времени перейдем в разд. 6.4.2, 6.4.3.

6.4.1.1. Оценка элемента Φ_{ik} неизменяющейся вещественной корреляционной матрицы помехи в отсутствие априорных данных находится по результатам приема n пар дискретных напряжений y_{il} и y_{kl} ($l=1, \dots, n$), снимаемых, например, с элементов антенны, отводов линии задержки. Все они имеют нулевое математическое ожидание. Оценка определяется достаточно очевидным при больших n соотношением

$$\hat{\Phi}_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il} y_{kl} = \hat{\Phi}_{ki}. \quad (6.4.1)$$

Для $n \rightarrow \infty$ оценка (1) переходит в истинное значение Φ_{ik} .

При нормальном распределении значений y_{il} , y_{kl} оценка (1) является, как можно показать, оценкой максимума правдоподобия (см. например [15]).

6.4.1.2. Аналогичная оценка элемента Φ_{ik} комплексной корреляционной матрицы помех

$$\hat{\Phi}_{ik} = \frac{1}{2n} \sum_{l=1}^n Y_{il} Y_{kl}^* = \hat{\Phi}_{ki}^* \quad (6.4.2)$$

дает при $n \rightarrow \infty$ истинное значение Φ_{ik} . Коэффициент 2 в знаменателе связан с принятым определением корреляционного момента комплексных случайных величин. Комплексные амплитуды Y_{il} и Y_{kl} соответствуют здесь помеховым колебаниям в отсутствие сигнала (или с очень слабым сигналом).

6.4.1.3. Оценка элемента Φ_{ik} комплексной корреляционной матрицы помеховых колебаний в присутствии известного сигнала X_l ($l=1, 2, \dots, n$) с комплексным амплитудным множителем A определяется выражением

$$\hat{\Phi}_{ik} = \frac{1}{2n} \sum_{l=1}^n (Y_{il} - \hat{A} X_{il})(Y_{kl} - \hat{A} X_{kl})^*. \quad (6.4.3)$$

Здесь

\hat{A} — оценка комплексного амплитудного множителя сигнала,
 X_{il} — значение комплексной амплитуды сигнала при $A=1$ для i -го антенного элемента в l -й момент времени.

При этом

$$\hat{A} = \left[\sum_{l=1}^n Y_l^* \hat{\Phi}^{-1} X_l / \sum_{l=1}^n X_l^* \hat{\Phi}^{-1} X_l \right]^*. \quad (6.4.4)$$

Выражение в числителе дроби соответствует когерентному накоплению сигнала с учетом подавления помех. В отсутствие помех ($Y_l = A X_l$) или при полностью подавленной помехе выполняется точное равенство $\hat{A} = A$. За счет неполного ее подавления оно переходит в приближенное $\hat{A} \approx A$.

Для вывода (4) достаточно найти оценки вещественных энергетических параметров $\text{Re } A$ и $\text{Im } A$, аналогичные (5.2.2), с учетом коррелированности помехи.

Из этих оценок и составляется оценка $\hat{A} = \text{Re } \hat{A} + j \text{Im } \hat{A}$. [15]

6.4.1.4. Оценка неизменяющейся корреляционной матрицы $\hat{\Phi}$, вошедшая уже в (4), выражается через оценки всех ее элементов $\hat{\Phi}_{ik}$. Выражение этой оценки приведем к виду

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \hat{\Phi}_{yl}, \quad (6.4.5)$$

где $\hat{\Phi}_{yl}$ — текущая оценка матрицы (по одной реализации)

$$\hat{\Phi}_{yl} = (Y_l - \hat{A} X_l)(Y_l - \hat{A} X_l)^* / 2. \quad (6.4.6)$$

Соотношения (4—6) являются уравнениями относительно $\hat{\Phi}$ и \hat{A} . Их можно решать, например, методом последовательных приближений, определяя $\hat{\Phi}$ из (5—6) при $\hat{A}=0$, затем \hat{A} из (4) и т. д. Какая-либо взаимосвязь элементов матрицы (за исключением ее эрмитовости) здесь не учитывается.

6.4.1.5. При непрерывном оценивании неизменяющейся корреляционной матрицы за время от 0 до T имеем

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{\Phi}_y(t) dt. \quad (6.4.7)$$

Здесь $\hat{\Phi}_y(t)$ — текущая оценка вида (6), но в функции непрерывного аргумента

$$\hat{\Phi}_y(t) = \frac{1}{2} [Y(t) - \hat{A} X(t)][Y(t) - \hat{A} X(t)]^* T. \quad (6.4.8)$$

При $\hat{A}=0$ уравнения (6) и (8) упрощаются.

6.4.1.6. В ряде случаев имеются *существенные априорные данные о характере корреляционных матриц*.

Для эквидистантной линейной антенной решетки, подключенной к идентичным приемным трактам, элементы Φ_{ik} корреляционных матриц *шумовых* помех зависят только от разностей $i-k$. Это же касается элементов корреляционных матриц *пассивных* помех, образуемых при зондировании мешающих отражателей пачками идентичных по форме периодически следующих радиоимпульсов одинаковой амплитуды. Такие матрицы, называемые *теплицевыми*, имея размер $M \times M$, содержат всего M неизвестных элементов. Эту особенность матриц *желательно использовать для ускорения (или технического упрощения устройств) их оценивания и обращения*.

С математической точки зрения задача оценивания и обращения *теплицевой* матрицы сходна с аналогичной задачей обращения в *цифровом спектральном анализе* с использованием априорных данных (п. 4.2.6.9, 4.2.6.10). Имеется не менее глубокая *физическая аналогия*. При стационарности помех значения Φ_{i-k} можно считать значениями *фурье-преобразований* *распределения мощности помехи* в зависимости от угловой координаты, характеризуемой проекцией раскрыва на единичный вектор заданного углового направления и выраженной в долях λ . Указанное распределение является в этом смысле *пространственным спектром мощности*. Принятие модели, соответствующей, например, авторегрессии пространственных выборок помехи, сводит задачу к рассмотренной.

Наряду с методами решения задач *одномерного* разрабатываются *методы решения задач двумерного спектрального анализа* с использованием априорных данных [54].

В принципе можно задаться *еще более полными априорными данными*. Корреляционную матрицу можно задать, например, зная расположение источников мешающих колебаний по данным каких-то предыдущих измерений, зная характеристики направленности антенны и полагая, например, все интенсивности помеховых колебаний много большими спектральной плотности мощности шума. Трудно, однако, при этом считать, что принятые данные *всегда достаточно надежны*, с одной стороны, *трудно восполнить недостающие данные в процессе адаптации*, принято точно — с другой.

Можно задаться и более слабыми, чем теплицевость, априорными данными о корреляционных матрицах. Это связано с принятием предположений о менее полных *симметриях*, например, лишь центральной симметрии линейной антенной решетки (*персимметрии* $\Phi_{M-k+1, M-l+1} = \Phi_{lk}$ матрицы Φ) [63].

6.4.2. Оценивание дискретно-изменяющихся корреляционных и обратных корреляционных матриц. Введем модель изменения *корреляционной матрицы во времени*, что особенно важно при оценивании без введения априорных взаимозависимостей ее элементов. Ввиду большого потребного времени оценивания учет изменения матрицы становится существенным. Потребуем, чтобы модель этого изменения отображала *истаивание данных*, с одной стороны, и позволяла *распространить* рассмотренную в гл. 5.3 *методику оценивания изменяющихся векторов на изменяющиеся матрицы* — с другой. Этим требованиям удовлетворяет *простейшая модель* вида (5.3.5) при $b_p(\alpha) = \alpha$, для вектор-столбцов матрицы в пре-
небрежении их взаимозависимостью

$$\Phi_{k+1}^* = \Phi_k^* + p_k. \quad (6.4.9)$$

Здесь Φ_{k+1}^* — *вектор-столбец* матрицы p_k — случайный вектор-столбец. Элементы последних независимы и имеют одинаковую корреляционную матрицу Q . Матрицы точности C_y (ошибок C_y^{-1}) текущего оценивания этих вектор-столбцов полагаем одинаковыми.

Уравнения оценивания вида (5.3.12) одинаковы при этом для всех вектор-столбцов матрицы Φ . Распространив их на матрицу Φ *в целом*, приходим к *уравнению дискретной следящей системы* — аналога следящей системы рис. 5.3.2, а, но предназначенной для *оценивания матриц*,

$$\hat{\Phi}_{k+1} = \hat{\Phi}_k + C_{k+1}^{-1} C_y [\hat{\Phi}_{y(k+1)} - \hat{\Phi}_k]. \quad (6.4.10)$$

Здесь в силу (5.3.13)

$$C_{k+1} = (C_k^{-1} + Q)^{-1} + C_y, \quad (6.4.11)$$

что характеризует изменение точности оценивания в процессе измерений, а значит *непостоянство параметров* следящей системы.

6.4.2.1. Проанализируем уравнения оценивания (10), (11) дискретно-изменяющейся *корреляционной матрицы* Φ в предположении наличия *матричной связи* $Q = \varepsilon C_y^{-1}$, где ε — положительное число. Такая связь имеет место при *независимом одинаковом старении* элементов матрицы Φ и *равноточном независимом* их измерении. Матрицы Q и C_y^{-1} при этом *диагональные*, с одинаковыми элементами на диагоналях, отношение диагональных элементов матриц $\varepsilon > 0$.

Как и в векторном случае, с поступлением текущих данных об элементах *матриц* точность их измерений повышается, а затем устанавливается.

Остановимся на этом подробнее. В отсутствие априорных данных $C_1 = C_y$, $C_2 = \left(1 + \frac{1}{1+\varepsilon}\right) C_y$ и т. д. При этом $C_k^{-1} = S_k C_y^{-1}$, где в силу (11)

$$\frac{1}{S_{k+1}} = \frac{1}{S_k + \varepsilon} + 1, \quad (6.4.12)$$

а $S_1 = 1$. Уравнение (10) приводится к виду

$$\hat{\Phi}_{k+1} = \hat{\Phi}_k + S_{k+1} (\hat{\Phi}_{y(k+1)} - \hat{\Phi}_k)$$

или

$$\hat{\Phi}_{k+1} = (1 - S_{k+1}) \hat{\Phi}_k + S_{k+1} \hat{\Phi}_{y(k+1)}. \quad (6.4.13)$$

Если старение данных не сказывается ($\varepsilon = 0$), текущие оценки суммируются с одинаковым весом, значения же S_k неограниченно убывают с ростом n . Последнее связано с понижением веса вновь поступающей $(k+1)$ -й оценки по сравнению с оценкой, полученной по всем предыдущим данным.

Суммируя равенства (12) по k от $k=1$ до $k=n-1$ при $\varepsilon=0$, сокращая одинаковые слагаемые в правой и левой частях полученного равенства, находим значение $S_n=1/n$. Подставляя его в (12), имеем

$$(k+1)\hat{\Phi}_{k+1}=k\hat{\Phi}_k+\hat{\Phi}_{y(k+1)}. \quad (6.4.14)$$

Суммируя (14) от $k=1$ до $k=n-1$, возвращаемся после сокращения к равенству (5), показывающему, что в отсутствие старения данных текущие оценки суммируются с одинаковым весом.

В условиях старения данных ($\varepsilon>0$) наблюдается установление весовых коэффициентов невязок S_k .

График зависимости S_k от k , включающий участок установления, приведен для $\varepsilon=0,05$ на рис. 6.4.1. Устаревшим

текущим оценкам $\hat{\Phi}_{y/k}$ при таких S_k придается меньший по сравнению с неустаревшими* (или даже практически нулевой) вес.

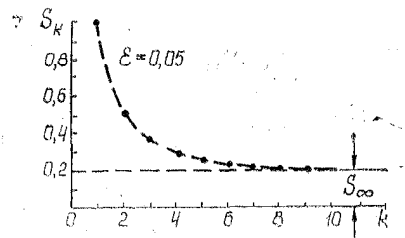


Рис. 6.4.1

6.4.2.2. Для перехода к обратным матрицам используем матричное равенство

$$(I + UV^T)^{-1} = I - UV^T / (1 + U^T V), \quad (6.4.15)$$

где U, V — вектор-столбцы одинакового размера.

Справедливость (15) можно пояснить, доказав справедливость равносильного равенства: произведение правой части (15) на необращенное матричное выражение $I + UV^T$ левой части (15) сводится к единичной матрице. Выполним умножение, действительно получим

$$I + UV^T - (UV^T + UV^T UV^T) / (1 + U^T V).$$

Произведение векторов $UV^T UV^T$ включает скалярное произведение $V^T U = U^T V$ (скаляр). Числитель дроби приводится поэтому к виду $UV^T(1 + U^T V)$; вся дробь после сокращения на скаляр $(1 + U^T V)$ сводится к матричному одночлену UV^T . Матричный многочлен $I + UV^T - UV^T$ сводится к единичной матрице I .

6.4.2.3. Используя (6), (12), (15), переходим к дискретному оцениванию обратных корреляционных матриц.

Подставляя (6) в (13), приводим (13) к виду

$$\hat{\Phi}_{k+1} = (1 - S_{k+1})\hat{\Phi}_k(1 + UV^T), \quad (6.4.16)$$

где

$$U = \hat{\Phi}_k^{-1}(Y_{k+1} - \hat{A}X_{k+1}), \quad (6.4.17)$$

а

$$V = S_{k+1}(Y_{k+1} - \hat{A}X_{k+1})^*/2(1 - S_{k+1}).$$

* Обратите внимание на аналогию рис. 6.4.1 с зависимостью от k данных табл. 5.1.

Обращая матричное произведение (16), получаем выражение

$$\hat{\Phi}_{k+1}^{-1} = (1 + UV^T)^{-1}\hat{\Phi}_k^{-1}(1 - S_{k+1}),$$

для повторного преобразования которого используем (15).

Окончательно находим формулу, пригодную для реализации на ЭВМ процедуры дискретного вычисления обратных корреляционных матриц,

$$\hat{\Phi}_{k+1}^{-1} = (\hat{\Phi}_k^{-1} - cUU^*) / (1 - S_{k+1}), \quad (6.4.18)$$

где скаляр S_{k+1} определяется из (12), вектор U из (17), c — скаляр

$$c = \left[\frac{1}{S_{k+1}} - 1 + \frac{1}{2} (Y_{k+1} - \hat{A}X_{k+1})^* \hat{\Phi}_k^{-1} (Y_{k+1} - \hat{A}X_{k+1}) \right]^{-1}.$$

При приеме одной помехи значение \hat{A} в выражениях для c и U принимается равным нулю.

Формула (18) позволяет рекуррентно вычислять обратные матрицы, не прибегая к трудоемкому (и недостаточно устойчивому) обращению оценочных матриц на каждом шаге. За начальную оценку $k=0$ можно принять диагональную матрицу, аналогичную корреляционной матрице внутренних шумов, придав ей достаточно малый вес $1 - S_1$. Последующие веса вычисляются рекуррентно согласно (12). Выбор начальной оценки в виде диагональной матрицы позволяет начинать угловую адаптацию с согласованных характеристик направленности, формируя в них провалы в направлениях на источники помех.

Опубликованные результаты моделирования при параметре $\varepsilon=0$ [38] показывают, что при числе циклов итерации k , превышающем число направлений прихода помеховых колебаний, уже обеспечивается во многих случаях хорошее подавление последних.

При ограниченной разрядности подавление начинает затем уменьшаться. Это можно трактовать как следствие неадекватности модели с параметром $\varepsilon=0$.

6.4.3. Оценивание непрерывно изменяющихся корреляционных и обратных корреляционных матриц. Основываясь на соображениях разд. 6.4.2, введем модель изменения матрицы в виде диффузионного процесса, аналогичную модели примера 4, разд. 5.3.4, а именно

$$d\Phi/dt = \mu(t).$$

Здесь $\mu(t)$ — случайная матричная функция, отдельные вектор-столбцы которой независимы и имеют корреляционную матричную функцию $Q\delta(t-s)$. Текущее оценивание вектор-столбцов Φ^B полагаем прямым с одинаковыми удельными матрицами точности $S_0 = S_y$. Одинаковые для всех этих столбцов уравнения оценивания распространим на всю матрицу Φ . Тогда получим уравнения следящей

системы с переменными параметрами, предназначенной для непрерывного оценивания корреляционных матриц,

$$d\hat{\Phi}/dt = C^{-1}C_y(\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}), \quad (6.4.19)$$

$$dC^{-1}/dt = Q - C^{-1}C_yC^{-1}. \quad (6.4.20)$$

6.4.3.1. Проанализируем процесс оценивания непрерывно изменяющейся корреляционной матрицы при $C_y = \text{const}$. Введем, как и в разд. 6.4.2, допущение $Q = \varepsilon C_y^{-1}$. В отличие от упомянутого раздела величина ε имеет размерность квадрата времени $[c]^2$, поскольку C_y и Q — удельные матрицы точности и маневра.

Умножая обе части равенства (20) на C_y справа, решение (20) ищем в виде $C^{-1}C_y = IS$. Это приводит к скалярному уравнению для $S = S(t)$

$$dS/dt = \varepsilon - S^2 \quad (6.4.21)$$

и видоизменению (19) вида

$$d\hat{\Phi}/dt = S(t)(\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}). \quad (6.4.22)$$

Дифференциальное уравнение (21) оказывается уравнением с разделяющимися переменными S и t . При начальном условии $C^{-1} \rightarrow \infty, S \rightarrow \infty$ (отсутствие начальных данных) решение (21)

$$S(t) = \frac{1}{\tau} \text{cth}\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.4.23)$$

выражается через постоянную времени накопления данных в стационарном режиме $\tau = \sqrt{\varepsilon}$. В начале оценивания $t \ll \tau$ значение $\text{cth}(t/\tau) \approx t/\tau$ и $S(t) \approx 1/t$.

В стационарном режиме $t \gg \tau$ значение $\text{cth}(t/\tau) \approx 1$ и $S(t) \approx 1/\tau$. График зависимости (23) представлен на рис. 6.4.2. *

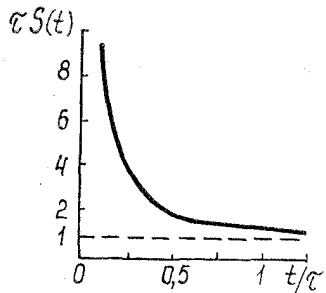


Рис. 6.4.2

Подставляя в (22) $S(t) \approx 1/t$ для начала оценивания и заменяя $td\hat{\Phi}/dt + \hat{\Phi} = d(t\hat{\Phi})/dt$, приходим к уравнению непрерывного оценивания

$$d(t\hat{\Phi})/dt = \hat{\Phi}_y. \quad (6.4.24)$$

Принтегрировав (24) от 0 до T , найдем аналогичное (7) выражение оценки

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{\Phi}_y(t) dt.$$

Как и выражение (5) для дискретного случая, оно соответствует равносному усреднению текущих оценок в отсутствие их устаревания.

* Обратите внимание на аналогию с рис. 5.3.7,а.

Подставив $S(t) = 1/\tau$ в (22), приходим к уравнению стационарного оценивания

$$\tau d\hat{\Phi}/dt + \hat{\Phi} = \hat{\Phi}_y.$$

Положив $\hat{\Phi} = 0$ при $t \gg \tau$, получим формулу экспоненциального сглаживания

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t \hat{\Phi}_y(\theta) e^{-(t-\theta)/\tau} d\theta. \quad (6.4.25)$$

Нижний предел интеграла (25) часто несуществен: за несколько постоянных времени τ предыдущие оценки $\hat{\Phi}_y$ устаревают полностью.

6.4.3.2. Перейдем к непрерывному оцениванию обратных корреляционных матриц. Оценку обратной матрицы определим как величину, обратную оценке прямой, поэтому

$$\hat{\Phi}^{-1}\hat{\Phi} = I. \quad (6.4.26)$$

Дифференцируя (26) по времени, умножая на $\hat{\Phi}^{-1}$ справа и перенося не содержащие $d\hat{\Phi}^{-1}/dt$ члены в правую часть равенства, находим

$$d\hat{\Phi}^{-1}/dt = -\hat{\Phi}^{-1}(d\hat{\Phi}/dt)\hat{\Phi}^{-1}. \quad (6.4.27)$$

Подставив (22) в (27), найдем уравнение непрерывного оценивания обратной корреляционной матрицы помехи с переменными параметрами следящей системы

$$d\hat{\Phi}^{-1}/dt = -S(t)\hat{\Phi}^{-1}(\hat{\Phi}_y\hat{\Phi}^{-1} - I). \quad (6.4.28)$$

6.4.4. Оценивание весовых векторов. Принципы автокомпенсации с использованием корреляционных обратных связей. Возможны два способа оценивания весовых векторов $R = \Phi^{-1}X$.

По первому из них оценивается обратная корреляционная матрица. Умножая ее на X , находят оценку весового вектора. По одной и той же оценке корреляционной матрицы $M \times M$ можно построить, например, $M_1 \leq M$ оценок весовых векторов при различных векторных реализациях X ожидаемого сигнала (различные лучи антенной решетки, различные каналы когерентного накопления системы СДЦ и т. д.). Недостатком способа является необходимость оценивания M^2 матричных элементов для получения одной оценки M -элементного вектора (или же получения M_1 таких оценок).

Второй способ предполагает оптимальное или квазиоптимальное оценивание непосредственно весового вектора.

Оптимальное оценивание весового вектора связано, однако, с оцениванием обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} . Умножив обе части равенства (28) на X справа, действительно находим

$$d\hat{R}/dt = -S(t)\hat{\Phi}^{-1}(\hat{\Phi}_y\hat{R} - X). \quad (6.4.29)$$

Необходимость оценивания $\hat{\Phi}^{-1}$ для вычисления производной $d\hat{\mathbf{R}}/dt$ исключает возможность экономии аппаратуры.

6.4.4.1. *Квазиоптимальное оценивание весового вектора* основывается на переходе к *стационарному* режиму $S(t) = S = \text{const}$ (что соответствует следящим системам с постоянными параметрами) и грубом *сведении матрицы $\hat{\Phi}^{-1}$ в (29) к диагональной*.

Уточняя приращения весового вектора $d\hat{\mathbf{R}} = (d\hat{\mathbf{R}}/dt) dt$, матрица $\hat{\Phi}^{-1}$ *ускоряет переходные процессы*. Установившееся же оценивание (для которого $M(d\hat{\mathbf{R}}/dt) \approx 0$, $M(\hat{\Phi}_y \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{X}) \approx \hat{\Phi} \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{X} \approx 0$, $\hat{\mathbf{R}} \approx \hat{\Phi}^{-1} \mathbf{X}$) обеспечивается практически и при исключении матрицы $\hat{\Phi}^{-1}$ из уравнения (29).

Одним из *предназначений* матричного множителя $\hat{\Phi}^{-1}$ в переходных и установившемся режимах является *учет неодинаковой интенсивности помеховых колебаний в антенных каналах* ($i=1, 2, \dots, M$). Необходимость в этом отпадает, если интенсивности помех предварительно *выравнены* с помощью ШАРУ. Такое выравнивание описывается операцией умножения $\mathbf{L} \mathbf{Y}_{\text{вх}} = \mathbf{Y}$ вектор-столбца входных напряжений $\mathbf{Y}_{\text{вх}}$ на диагональную матрицу \mathbf{L} с элементами $L_{ii} \equiv \{M[|Y_i(t)|^2]\}^{-1/2}$. Пренебрежем к тому же *недиагональными элементами* матричного множителя $\hat{\Phi}^{-1}$, отказываясь тем самым от учета корреляции помех в каналах. С точностью до коэффициента пропорциональности матрица $\hat{\Phi}^{-1}$ сведется в результате к единичной, а уравнение (29) примет вид

$$d\hat{\mathbf{R}}/dt = -k(\hat{\Phi}_y \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{X}), \quad (6.4.30)$$

где k — постоянная, а оценочная корреляционная матрица помехи определяется согласно (6). Наиболее важным и простым случаем является оценка этой матрицы *при большой интенсивности помехи*, когда оценочную амплитуду \hat{A} в (6) можно приравнять нулю.

$$\hat{\Phi}_y \hat{\mathbf{R}} \approx (\mathbf{Y} \mathbf{Y}^* / 2) \hat{\mathbf{R}} = \mathbf{Y} \mathbf{Y}_\Sigma^* / 2,$$

где \mathbf{Y}_Σ — комплексная амплитуда выходного напряжения устройства обработки (скаляр)

$$\mathbf{Y}_\Sigma = \mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{R}}^*. \quad (6.4.31)$$

Уравнение *следящего оценивания весового вектора* (30) принимает вид

$$d\hat{\mathbf{R}}/dt = -k \left(\frac{1}{2} \mathbf{Y} \mathbf{Y}_\Sigma^* - \mathbf{X} \right). \quad (6.4.32)$$

Вектор $\hat{\mathbf{R}}$ согласно (32) определяется путем интегрирования правой части равенства (32) *идеальным интегратором*, т. е. интегратором с бесконечно большой постоянной времени.

Напомним, что реальные интеграторы описываются уравнениями $T_0 dw/dt + w = au$, где w — выходное, $u = u(t)$ — входное напряжение интегратора, T_0 — постоянная времени, a — коэффициент пропорциональности. При больших T_0 и a реальный интегратор переходит в идеальный с уравнением $dw/dt = bu$, где $b = a/T_0$.

При переходе от идеального интегратора к реальному аналоговому интегратору с большой, но конечной постоянной времени T_0 уравнение (32) переходит в

$$T_0 d\hat{\mathbf{R}}/dt + \hat{\mathbf{R}} = -\gamma_0 \left(\frac{1}{2} \mathbf{Y} \mathbf{Y}_\Sigma^* - \mathbf{X} \right). \quad (6.4.33)$$

Соотношения (31—33) определяют структурные схемы *адаптивных устройств обработки*. Последние реализуются *без выделенного* (рис. 6.4.3, а) и *с выделенным* (рис. 6.4.3, б) каналом согласованной обработки.

Использование схем обсудим пока на примере *угловой адаптации*, когда составляющие вектора $\hat{\mathbf{R}}^*$ имеют смысл *весовых коэффициентов элементов антенной системы*.

6.4.4.2. Адаптивное устройство рис. 6.4.3, а *без выделенного канала согласованной обработки реализует непосредственное скалярное умножение $\mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{R}}^* = Y_\Sigma$ вектора \mathbf{Y} на комплексно-сопряженное значение оценки весового вектора $\hat{\mathbf{R}}^*$* . На входах включе-

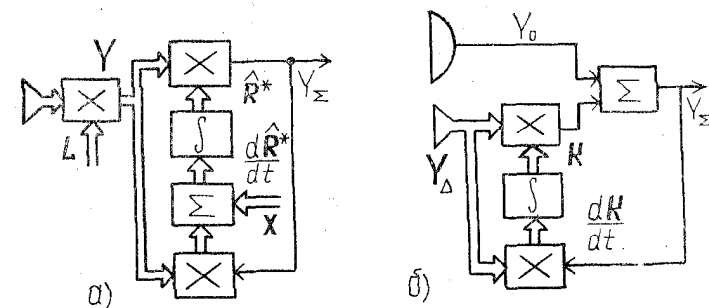


Рис. 6.4.3

ны *элементы регулировки усиления каналов приема*, показанные в виде *умножителя* вектор-столбца входных колебаний на диаго-

нальную матрицу L . Выходное напряжение рассматриваемого устройства подается на вход не показанного на рисунке устройства временной обработки и одновременно используется для корректировки оценки весового вектора. В цепи оценивания предусмотрен ряд параллельно действующих элементов: 1) умножителей, предназначенных для умножения скаляра Y_{Σ} на составляющие вектора Y^* ; 2) цепей введения опорных напряжений согласованной обработки (составляющих вектора X); 3) интеграторов. На входе образуемого при этом многоканального интегратора действует векторное напряжение $d\hat{R}^*/dt$, соответствующее (32) или (33), на выходе интегратора — векторное напряжение \hat{R}^* . Детали вычислений и переход к комплексно-сопряженным Y и X на рисунке опущены.

В отсутствие внешних мешающих излучений помеховые колебания некоррелированы. Усредненная при интегрировании матрица $\hat{\Phi}_y$ в (30) сводится тогда к диагональной. Оценка весового вектора \hat{R} после ее установления $M(d\hat{R}/dt) \approx 0$ пропорциональна вектор-столбцу X и обеспечивает согласованную обработку.

В присутствии внешних мешающих излучений наблюдается взаимная корреляция составляющих вектора Y . Выходное напряжение Y_{Σ} вначале коррелировано с составляющими вектора входных напряжений Y на входах умножителей. Корреляция выявляется путем проведения операций умножения и последующего интегрирования в достаточном числе параллельных каналов. Выявленные данные используются в цепи обратной связи с выхода на вход, называемой цепью корреляционной обратной связи.

Сильная обратная связь декоррелирует напряжение Y_{Σ} по отношению к составляющим Y (см. подробнее ниже). Вектор \hat{R} приобретает отличия от вектора X . Согласованная характеристика направленности преобразуется в оптимальную, с провалами, ориентированными в направлениях прихода интенсивных мешающих излучений.

6.4.4.3. Выходное напряжение Y_{Σ} устройства рис. 6.4.3,б с выделенным каналом согласованной обработки получается путем наложения выходного напряжения Y_0 этого канала и весовой суммы напряжений $m=M-1$ управляемых компенсационных каналов

$$Y_{\Sigma} = Y_0 + \sum_{i=1}^m K_i Y_i = Y_0 + K^T Y_{\Delta}. \quad (6.4.34)$$

Здесь K — вектор-столбец из $m=M-1$ их коэффициентов передачи K_i в режиме самонастройки, Y_{Δ} — вектор-столбец из m их входных напряжений ($i=1, \dots, m$). Элементы управления усилениями на входах в отличие от схемы рис. 6.4.3,а опущены.

Считаются выполненными два условия:

1. Слабые сигналы компенсационных каналов $X_i \approx 0$ при $i \geq 1$ можно исключить из согласованной обработки.

2. Канал согласованной обработки не управляется $X_0 = \text{const} = 1$ (что можно восполнить, например, с помощью АРУ).

В силу этих условий соответственно

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{R}^* \approx \begin{bmatrix} \hat{R}_0^* \\ K \end{bmatrix}, \quad \frac{d\hat{R}^*}{dt} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{dK}{dt} \end{bmatrix}.$$

Здесь 0 и K — блоки M -мерных вектор-столбцов, являющиеся векторами размерности $m=M-1$. Блок 0 состоит из m нулевых элементов, блок K из m коэффициентов усиления управляемых усилителей K_i .

Подставляя приведенные выражения в M -мерное векторное уравнение (33), сводим последнее построчно к двум уравнениям — к скалярному и к векторному размерности $m=M-1$.

Скалярное уравнение $R_0=1$ учитывает, что вся согласованная обработка реализуется только одним предназначенным для нее каналом (зеркальной антенной, например).

Векторное уравнение размерности $m=M-1$ определяет квазиоптимальную (но не оптимальную) самонастройку векторов K

$$T_0 dK/dt + K = -\gamma_0 Y_{\Sigma} Y_{\Delta}^*/2. \quad (6.4.35)$$

В стационарном режиме $M(dK/dt) \approx 0$. Определяя математические ожидания обеих частей равенства, находим установившееся значение

$$K_{уст} = -\gamma_0 M(Y_{\Sigma} Y_{\Delta}^*/2). \quad (6.4.36)$$

В отсутствие корреляции помех значение модуля $|K_{уст}|$ практически мало, т. е. компенсационные каналы отключаются.

Воздействие интенсивных коррелированных помех вызывает включение этих каналов, а значит, самонастройку результирующей характеристики направленности.

6.4.5. Одноканальные корреляционные автокомпенсаторы. Элементами рассмотренных многоканальных устройств обработки являются одноканальные корреляционные автокомпенсаторы. Обсудим их разновидности и дополнительно поясним принцип действия. Проанализируем переходный процесс одноканальной компенсации.

6.4.5.1. Одноканальный квадратурный корреляционный автокомпенсатор (рис. 6.4.4,а) имеет два входа, в том числе один регулируемый, один выход и включает два регулируемых квадратурных подканала с вещественными передаточными коэффициентами k и k_{\perp} . Подбор этих коэффициентов обеспечивает компенсацию взаимно коррелированных помех, поступающих на входы.

Вначале оптимизируем передаточный коэффициент κ одного подканала компенсации (рис. 6.4.4, б). Выходное и входные напряжения помехи имеют нулевые математические ожидания и связаны в каждый момент времени соотношением

$$y_2 = y_0 + \kappa y_1. \quad (6.4.37)$$

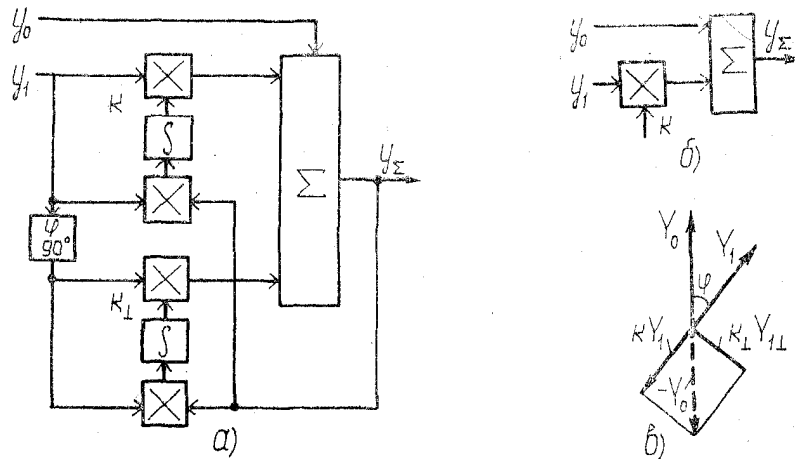


Рис. 6.4.4

Дисперсии этих напряжений σ_y^2 , σ_0^2 , σ_1^2 также взаимосвязаны. Возводя в квадрат обе части равенства (37) и вычисляя их математические ожидания, находим

$$\sigma_y^2 = \sigma_0^2 + \kappa^2 \sigma_1^2 + 2\kappa \rho \sigma_0 \sigma_1. \quad (6.4.38)$$

Здесь $\rho = M(y_0 y_1) / \sigma_0 \sigma_1$ — коэффициент корреляции напряжений на входах ($-1 \leq \rho \leq 1$).

Из условий минимума (38) $\partial \sigma_y^2 / \partial \kappa = 0$ при $\kappa = \kappa_{\text{опт}}$ имеем $\kappa_{\text{опт}} = -\rho \sigma_0 / \sigma_1$.

Такое значение κ обеспечивается в установившемся режиме управления одним подканалом компенсации схемы рис. 6.4.4, а (второй считаем отключенным) при

$$\kappa = -\gamma_0 M(y_2 y_1) \quad (6.4.39)$$

и $\gamma_0 \rightarrow \infty$.

Действительно, подставим (37) в (39) и заменим $M(y_0 y_1) = \rho \sigma_0 \sigma_1$, $M(y_1^2) = \sigma_1^2$. Это приводит к линейному уравнению $\kappa = -\gamma_0 (\rho \sigma_0 \sigma_1 + \kappa \sigma_1^2)$, имеющему решение

$$\kappa = -\gamma_0 \rho \sigma_0 \sigma_1 / (1 + \gamma_0 \sigma_1^2).$$

При сильной обратной связи ($\gamma_0 \gg 1/\sigma_1^2$) значение κ действительно равно $\kappa_{\text{опт}}$.

Выходное напряжение устройства полностью декоррелируется при этом с напряжением компенсирующего канала

$$M(y_2 y_1) \Big|_{\kappa = \kappa_{\text{опт}}} = M \left[\left(y_0 - \frac{\rho \sigma_0}{\sigma_1} y_1 \right) y_1 \right] = \rho \sigma_0 \sigma_1 - \frac{\rho \sigma_0}{\sigma_1} \sigma_1^2 = 0.$$

Декорреляция выходного и компенсирующего напряжений, обеспечиваемая за счет корреляционной обратной связи, оказывается признаком минимизации дисперсии помехи.

При $\kappa = \kappa_{\text{опт}}$ остаточная дисперсия помехи $\sigma_y^2 = \sigma_0^2 (1 - \rho^2)$ наименьшая, а коэффициент подавления помехи $\eta_{\text{п}} = \sigma_0^2 / \sigma_y^2 = 1 / (1 - \rho^2)$ наибольший.

Остаточная дисперсия помехи тем меньше, а коэффициент ее подавления тем больше, чем ближе к единице квадрат коэффициента корреляции ρ^2 мгновенных значений напряжений основного и компенсационного каналов.

Важной причиной уменьшения ρ^2 является сдвиг фаз указанных напряжений, снижающий эффективность компенсации одним квадратурным подканалом. Тогда начинает эффективно компенсировать второй квадратурный подканал.

Если включены оба подканала, вырабатывается весовая сумма

$$y_2 = y_0 + \kappa y_1 + \kappa_{\perp} y_{1\perp}, \quad (6.4.40)$$

где $y_{1\perp}$ — напряжение на выходе фазовращателя (рис. 6.4.4, а).

При точном соблюдении квадратурности обработки шумы компенсационных подканалов некоррелированы $M(y_1 y_{1\perp}) = 0$, подканалы настраиваются поэтому независимо. Значение величины κ остается равным (39), как и при выключенном втором квадратурном подканале. Величина κ_{\perp} определяется аналогичным (39) выражением

$$\kappa_{\perp} = -\gamma_0 M(y_2 y_{1\perp}). \quad (6.4.41)$$

При $\gamma_0 \rightarrow \infty$

$$\kappa_{\perp} = -\rho_{\perp} \sigma_0 / \sigma_{1\perp} = -\rho_{\perp} \sigma_0 / \sigma_1.$$

Для результирующих остаточной дисперсии и коэффициента подавления помехи получим

$$\sigma_y^2 = \sigma_0^2 (1 - \rho^2 - \rho_{\perp}^2) = \sigma_0^2 (1 - |\rho|^2),$$

$$\eta_{\text{п}} = 1 / (1 - |\rho|^2).$$

Здесь $\rho = M(Y_0 Y_1^*) / (2 \sigma_0 \sigma_1)$ — коэффициент корреляции комплексных амплитуд компенсируемого и компенсирующего напряжений. Его модуль $|\rho| = \sqrt{\rho^2 + \rho_{\perp}^2}$ нечувствителен к сдвигу фаз между этими напряжениями.

Компенсация поясняется векторной диаграммой рис. 6.4.4, в для $|\rho|=1$. Показано образование противофазного компенсирующего вектора — Y_0 .

В более общем случае компенсирующий вектор имеет комплексную амплитуду KY_1 , где K — комплексный коэффициент передачи совокупного компенсирующего канала. При этом

$$Y_{\Sigma} = Y_0 + KY_1, \quad (6.4.42)$$

$$K = K_{уст} = -\gamma_0(Y_0 Y_1^*/2). \quad (6.4.43)$$

Формулы (42—43) являются частным случаем формул (34), (36).

Их можно получить непосредственно, подставив в (40) значения (39), (41), заменив $y = \text{Re}[Y e^{j2\pi f_0 t}]$, $y_{\perp} = \text{Re}[-jY_{\perp} e^{j2\pi f_0 t}]$ (с соответствующими индексами 0, 1, Σ), обозначив $\kappa = j\kappa_{\perp} = K$ и приравняв, наконец, множители при выражениях $e^{j2\pi f_0 t}$ в обеих частях равенства.

Введенный передаточный коэффициент $K = K_{уст}$ принимает при сильной обратной связи $\gamma_0 \rightarrow \infty$ значение $K_{уст} = -\rho\sigma_0/\sigma_1$, где $\rho = M(Y_0 Y_1^*/2\sigma_0\sigma_1)$. Это обеспечивает полную декорреляцию комплексных амплитуд выходного напряжения компенсатора Y_{Σ} и входного напряжения Y_1 компенсирующего канала.

6.4.5.2. Одноканальный гетеродинный корреляционный автокомпенсатор (рис. 6.4.5) работает на основе алгоритма квадратурного

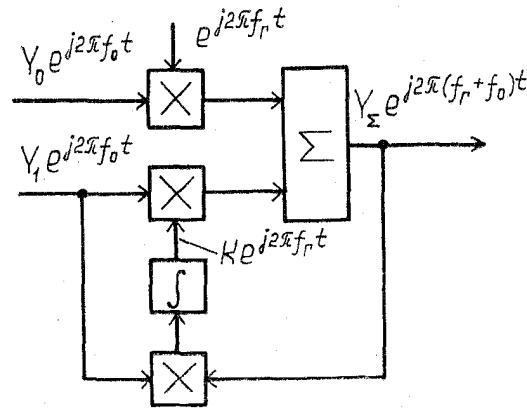


Рис. 6.4.5

(42—43). Умножая (42) на $e^{j2\pi(f_0 + f_r)t}$, а (43) на $e^{j2\pi f_r t}$, получаем

$$Y_{\Sigma} e^{j2\pi(f_0 + f_r)t} = (Y_0 e^{j2\pi f_0 t}) e^{j2\pi f_r t} + (K e^{j2\pi f_r t}) Y_1 e^{j2\pi f_0 t}, \quad (6.4.44)$$

$$K e^{j2\pi f_r t} = -\gamma_0 M[Y_{\Sigma} e^{j2\pi(f_0 + f_r)t} (Y_1 e^{j2\pi f_0 t})^*/2]. \quad (6.4.45)$$

На вход компенсатора рис. 6.4.5 поступают согласно (43) напряжения помехи с комплексными амплитудами Y_0 и Y_1 несущей частоты f_0 . Оба напряжения преобразуются на суммарную несущую $f_0 + f_r$. При преобразовании первого используется гетеродинное напряжение с неуправляемыми, а второго — с управляемыми амплитудой $|K|$ и начальной фазой $\arg K$. В результате второго преобразования обеспечиваются требуемые амплитуда и начальная фаза компенсирующего напряжения $KY_1 e^{j2\pi(f_0 + f_r)t}$.

Суммарное напряжение частоты $f_0 + f_r$ поступает не только на выход компенсатора, но и в цепь корреляционной обратной связи. В ней вырабатывается гетеродинное напряжение $K e^{j2\pi f_r t}$ согласно (44). Выходное напряжение $Y_{\Sigma} e^{j2\pi(f_0 + f_r)t}$ гетеродинируется для этого компенсирующим входным $Y_1 e^{j2\pi f_0 t}$. Выделяется напряжение разностной частоты, начальная фаза которого определяется разностью начальных фаз перемножаемых колебаний, что учитывается в (45) знаком комплексного сопряжения.

Особенностями обработки являются: 1) введение комплексного коэффициента K путем гетеродинирования; 2) вычисление корреляционного момента выходного и компенсирующего напряжений также путем гетеродинирования как некоторой усредненной комплексной амплитуды колебаний гетеродинной частоты. Необходимое усреднение обеспечивается путем накопления (интегрирования) колебаний узкополосной колебательной системой с большой памятью, например, кварцевым резонатором.

Гетеродинный автокомпенсатор, как и квадратурный, декоррелирует выходное напряжение Y_{Σ} по отношению к компенсирующему напряжению Y_1 .

6.4.5.3. Рассмотрим переходный процесс в одноканальном, квадратурном или гетеродинном компенсаторе после подачи шумовой помехи. Время корреляции помехи считаем много меньшим времени накопления в компенсаторе. Это позволяет усреднить скалярный вариант уравнения (35) за большое число интервалов корреляции, заменив приблизительно случайную величину $K(t)$ ее математическим ожиданием $K_{cp}(t) = M[K(t)]$.

Правая часть уравнения принимает после этого вид

$$-\gamma_0 M[(Y_0 + K_{cp} Y_1) Y_1^*/2] = -\mu \left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_1} + K_{cp} \right).$$

Здесь $\sigma_0^2 = M(|Y_0|^2/2)$ и $\sigma_1^2 = M(|Y_1|^2/2)$ — дисперсии помехи в каналах приема, $\rho = M(Y_0 Y_1^*/2\sigma_0\sigma_1)$ — комплексный коэффициент корреляции помехи, $\mu = \gamma_0\sigma_1^2$ — параметр обратной связи, пропорциональный дисперсии помехи в компенсационном канале. Скалярный вариант уравнения (35) приводится в результате к виду

$$T_d dK_{cp}/dt + K_{cp} = K_{уст}. \quad (6.4.46)$$

Здесь T_d — динамическая постоянная времени при замкнутой цепи обратной связи

$$T_d = T_0/(1 + \mu), \quad (6.4.47)$$

существенно меньшая при $\mu \gg 1$ постоянной времени интегратора T_0 . Значение $K_{уст} = -\mu r \sigma_0 / \sigma_1 (1 + \mu)$ — это установившееся значение передаточного коэффициента компенсационного канала.

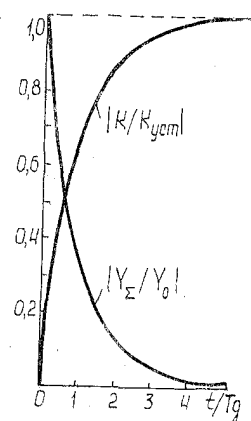


Рис. 6.4.6

На рис. 6.4.6 представлены соответствующие решения (46) графики изменения модуля отношения текущего и установившегося передаточных коэффициентов $|K/K_{уст}| = 1 - \exp(-t/T_0)$ и относительного уровня остатка $|Y_\Sigma/Y_0|$ при компенсации немодулированных колебаний. Для помехи при $|\rho|=1$ это соответствует σ_2/σ_0 . Переходные процессы ускоряются согласно (47) с увеличением параметра обратной связи μ .

6.4.6. Примеры многоканальных устройств адаптивной обработки сигналов на фоне коррелированных помех. Сгруппируем рассматриваемые устройства: 1) по принципу построения; 2) по способу реализации; 3) по виду реализуемой селекции.

По принципу построения выделим устройства: 1) с корреляционными обратными связями; 2) с оцениванием обратных корреляционных матриц или их сомножителей; 3) с непосредственным оцениванием параметров помеховых колебаний (см., например, разд. 6.2.3). Наряду с аналоговыми реализациями остановимся на цифровых. Вместе с устройствами угловой обсудим устройства скоростной селекции.

6.4.6.1. Начнем с автокомпенсационных устройств с корреляционными обратными связями, а именно с выделением канала согласованной обработки и параллельным включением компенсационных каналов (рис. 6.4.3,б).

Развивая соображения разд. 6.4.5, подойдем к многоканальной компенсации как к декорреляции выходного напряжения компенсатора по отношению к напряжениям каждого из компенсирующих каналов. Декорреляция реализуется за счет обратных связей, контролирующих степень и характер корреляции выходного напряжения с напряжениями компенсационных каналов. Каждый из них выполняется на основе одноканального корреляционного компенсатора (квадратурного, гетеродинного). В цепь корреляционной обратной связи подается общее выходное напряжение компенсатора.

В устройствах пространственной обработки реализуются характеристики направленности вида рис. 6.4.7, соответствующие воздействию интенсивных помех, направления прихода которых показаны стрелками. Две из них *a, б* нанесены в относительных единицах, третья — в логарифмических единицах. Штриховыми линиями нанесены согласованные характеристики направленности (функции рассогласования).

Чтобы внутренние шумы не снижали качества компенсации, боковые лепестки основной характеристики направленности должны перекрываться (с достаточным превышением в коэффициенте усиления) характеристиками направленности ан-

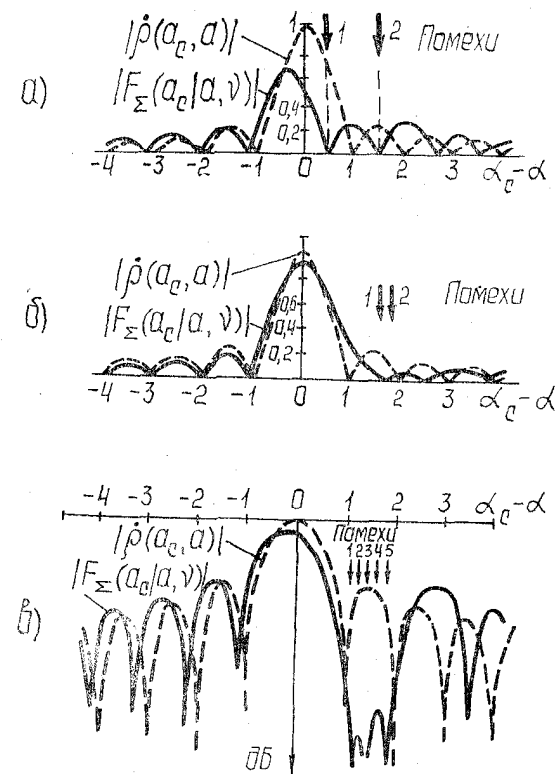


Рис. 6.4.7

тенн компенсационных каналов (рис. 6.4.8,а). В зеркальных системах их можно формировать дополнительными антеннами уменьшенного размера (или дополнительными облучателями основного зеркала). В антенных решетках можно использовать для этого первичные модули. Соседние лучи основного устройства «диагнормообразования» можно использовать, в частности, как компенсационные для данного луча (рис. 6.4.8,б). Упрощенные «диагнормообразующие» устройства формируют более широкие характеристики направленности, перекрывающие группы боковых лепестков. Если их форма приближается к форме указанных лепестков, число подавляемых помех увеличивается.

Разновидностями компенсационных являются *характеристики направленности с провалами в направлении максимума основного лепестка* (рис. 6.4.8, в). Это снижает вероятность самонастройки компенсатора по интенсивному полезному сигналу. При совместном вращении согласованной и компенсационных характеристик относительно источников мощных (по сравнению с внутренними шумами) излучений возможно *поочередное выделение сигналов в провалах* компенсационных характеристик направленности с их подавлением вне этих провалов. *Пеленгационная характеристика*, т. е. зависимость выходного сигнала от углового положения системы, *при этом сужается* (рис. 6.4.9). Обеспечива-

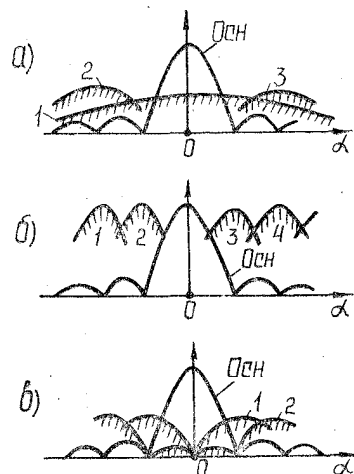


Рис. 6.4.8

ется *разрешение источников излучений* (см. также теорию разд. 4.1.9) *в пределах главного лепестка согласованной характеристики направленности, показанного штриховой линией**.

6.4.6.2. *Паразитные временные задержки* (разности задержек) могут преобразовать на некоторых частотах отрицательную обратную связь в положительную, вызывая *неустойчивость* компенсации. Их следует поэтому *минимизировать*. Аномалии ограничиваются частотами, сильно отличающимися от рабочих. Положительную обратную связь на них путем частотной фильтрации можно *снизить* до уровня, меньшего порога неустойчивости.

6.4.6.3. *Время установления компенсации снижается в отсутствие корреляции помех, поступающих в различные компенсационные каналы*. Это имеет место, когда помехи распределяются по компенсационным каналам с *неперекрывающимися* характеристиками направленности.

* Такое же разрешение обеспечивается и при пространственном спектральном анализе (п. 6.4.1.6).

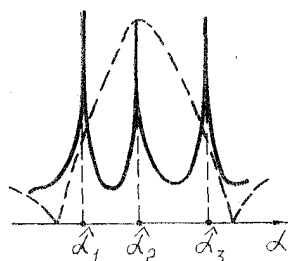


Рис. 6.4.9

При наличии указанной корреляции переходные процессы существенно *затягиваются*, что связано с пренебрежением этой корреляцией при синтезе компенсатора, см. вывод (30).

6.4.6.4. В связи с изложенным возможна в принципе *предварительная декорреляция* [46] совокупности напряжений компенсационных каналов, основанная также на принципах корреляционной обратной связи.

Рис. 6.4.10 поясняет работу *автоматического декоррелятора* поступающих напряжений $I, II, III \dots$. Декоррелятор составлен из *одноканальных компенсаторов* (рис. 6.4.4, а или рис. 6.4.5, в частности) со входами 0,1 и выходами Σ . Верхнее из входных напряжений декоррелятора I выдается как его выходное напряжение I' , остальные декоррелируются с ним одноканальными компенсаторами левого вертикального ряда.

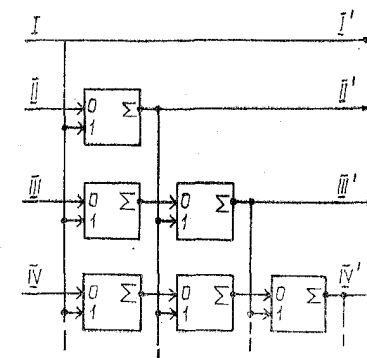


Рис. 6.4.10

Верхнее из декоррелированных уже с I' напряжений выдается как следующее выходное напряжение декоррелятора II' , остальные декоррелируются с II' компенсаторами второго (слева) вертикального канала.

Верхнее из декоррелированных уже с I' и II' напряжений выдается как очередное выходное напряжение декоррелятора III' , остальные декоррелируются с ним компенсаторами третьего (слева) вертикального ряда и т. д.

Все выходные напряжения $I', II', III' \dots$ оказываются таким образом *взаимно декоррелированными*. Декорреляция m напряжений требует

$$(m-1) + (m-2) + \dots + 1 = m(m-1)/2$$

одноканальных компенсаторов. Поэтому для осуществления декорреляции m компенсирующих напряжений и построения автокомпенсатора с m каналами компенсации требуется $m(m-1)/2 + m = (m+1)m/2 = M(M-1)/2$ одноканальных компенсаторов ($M = m+1$ — общее число каналов обработки). Ускорение обработки достигается *увеличением общего числа одноканальных компенсаторов* приблизительно в $M/2$ раз.

6.4.6.5. *Адаптивная цифровая обработка* реализуется после оцифровывания входных данных. Могут оцифровываться напряжения выходных элементов зеркальных антенных систем, схем диаграммообразования или непосредственно модулей антенных решеток. *Оцифрованные данные могут использоваться в качестве входных для устройств цифровой обработки, работающих по опи-*

сайным выше алгоритмам, в частности (18). Естественными ограничениями при использовании каждого из этих алгоритмов являются конечная разрядность цифровой обработки, декорреляция колебаний различных каналов. Причинами декорреляции могут быть неодинаковые запаздывания помеховых колебаний до элементов раскрыва и неидентичности каналов приема.

Если координаты источников мешающих колебаний достаточно точно оцениваются в процессе обработки, полученные данные могут также непосредственно использоваться для формирования провалов в характеристиках направленности (при нестационарности помехи, в частности).

6.4.6.6. Автокомпенсационные устройства с корреляционными обратными связями применимы для реализации не только угловой, но и других видов адаптации. Покажем это на примере скоростной адаптации устройства череспериодной компенсации пассивных помех.

Наложённые на помеху и предварительно подвергнутые согласованной фильтрации отражённые радиопульсы

различных периодов следования совмещаются во времени с помощью линий задержки. Совмещённые таким образом напряжения подаются на схему многоканальной автокомпенсации с корреляционными обратными связями. Схема рис. 6.4.11 аналогична в остальном рассмотренной уже схеме рис. 6.4.3,б. На ее вход поступает в каждый момент времени вектор-столбец напряжений Y , включающий незадержанное и задержанные на различное число периодов напряжения.

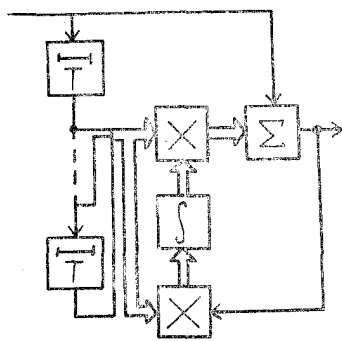


Рис. 6.4.11

При настройке схемы автоматически учитываются возможные изменения начальной фазы передатчика от периода к периоду зондирования и скорости радиального перемещения мешающих отражателей.

С повышением размерности вектора Y полнее учитываются особенности распределения радиальных скоростей отражателей. Изменяются форма, положение и глубина провалов амплитудно-скоростной характеристики в интересах подавления помехи.

Оценивание параметров пассивной помехи в процессе аналоговой или цифровой адаптации проводится в данном случае по ее предыдущим и текущим значениям в результате следящего измерения типа фильтрации.

Еще более эффективна цифровая адаптация к пассивным помехам на основе совокупного сглаживания, а не фильтра-

ции. Данные о помехе извлекаются в этом случае с использованием сигналов не только предыдущих, но и последующих периодов следования импульсов (здесь имеется определенная аналогия с ШАРУ, п. 6.2.2.2). Свойства помех для оптимизации, ускорения и упрощения обработки описывают авторегрессионными моделями. Они характеризуются теплицевыми корреляционными матрицами, оцениваемыми с помощью цифровых решетчатых фильтров (разд. 4.2.6, [48], [54]).

Совершенствование адаптации к пассивным помехам особенно существенно при однозначном измерении дальности и низкой частоте следования импульсов, когда неадаптивное разделение спектров сигналов и помех затруднено.

6.4.6.7. Адаптивные методы обработки, при всей их значимости, — не единственное средство наблюдения слабых сигналов на фоне интенсивных помех. Плодотворные решения задачи такого наблюдения обеспечиваются обычно сочетанием адаптации обработки, зондирующего излучения и неадаптивных методов повышения помехозащищенности [55].

Адаптация излучения предусматривает зондирование в различных условиях, в различных направлениях радиолокационного наблюдения, например, сигналами различной формы. Для улучшения скоростной селекции, лучшего наблюдения низколетящих воздушных целей на фоне Земли, в частности, возможно излучение на малых углах места сложных протяженных и квазинепрерывных сигналов. Для облегчения измерения дальности и упрощения обработки в других направлениях могут использоваться сложные сигналы, наиболее просто обеспечивающие однозначное измерение дальности.

Существенное расширение допустимого динамического диапазона помех обеспечивается при переходе к цифровой обработке, неадаптивной или адаптивной. Цифровая когерентная компенсация помех может эффективно сочетаться с цифровым когерентным накоплением, на основе ДПФ, БПФ в частности.

Устранению остатков когерентной компенсации помех содействует межэхозорная цифровая обработка, рассчитанная на дополнительную селекцию по скорости (по смещениям видеоимпульсов) без изменения частотных характеристик когерентной обработки.

«Картографирование» помех [55] на основе измерения и цифрового запоминания их интенсивности (без включения систем обработки) облегчает адаптацию систем излучения и обработки в целом.

6.4.7. Особенности адаптивного измерения на фоне коррелированных помех. Неэнергетический (на фоне некоррелированной помехи) параметр сигнала α может приобрести на фоне коррелированной помехи энергетический характер. Существенной становится зависимость параметра обнаружения $q^2(\alpha)$, обусловленная неодинаковой близостью сопоставляемых значений измеряемого параметра α к значению α_0 параметра мешающих колебаний.

6.4.7.1. Рассмотрим *неследящее* измерение скалярного параметра α и, в частности, *угловой координаты* α источника когерентного сигнала со случайными релевской амплитудой и равновероятной начальной фазой. Измерение проводится на фоне шумового излучения мешающего источника. Его угловая координата иная, чем у источника полезного сигнала.

Оценим из (3.2.13) логарифм отношения правдоподобия, полагая $q^2(\alpha) \gg 1$. Заменяя $1 + q^2(\alpha) \approx q^2(\alpha)$. Учтем, что в рассматриваемом случае $|Z(\alpha)| \approx q^2(\alpha)$ и $|Z(\alpha)|^2/q^2(\alpha) \approx q^2(\alpha) \gg \ln[1 + q^2(\alpha)/2]$. Логарифм выражения (3.2.13) приводится в результате к виду

$$\ln l(\alpha) \approx \frac{1}{2} [|Z(\alpha)|/q(\alpha)]^2. \quad (6.4.48)$$

Максимум функции $\ln l(\alpha)$ обеспечивается, таким образом, при *максимуме нормированного модульного значения корреляционного интеграла* $|Z(\alpha)|/q(\alpha)$ или его квадрата.

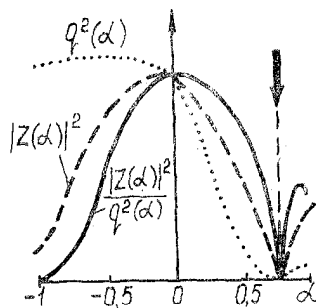


Рис. 6.4.12

Кривые рис. 6.4.12* поясняют роль нормирования (48) на примере линейной антенной решетки с числом элементов $M=10$. Параметр α — возможная угловая координата источника сигнала в долях полуширины характеристики направленности. Стрелкой показано направление прихода внешней помехи. Штриховой линией показана кривая $|Z(\alpha)|^2$ при оптимальном обнаружении, имеющая в направлении стрелки провал. Максимум кривой смещен поэтому с направления $\alpha=0$ истинного воздействия полезного сигнала. Пунктирной линией показана кривая $q^2(\alpha)$ для заданного направления прихода помехи и различных возможных направлений α прихода сигнала. Сплошной линией нанесена кривая для отношения $|Z(\alpha)|^2/q^2(\alpha)$, соответствующего (48). При достаточно интенсивном (по сравнению с нескомпенсированным остатком помехи) сигнале максимум кривой соответствует истинному направлению его прихода.

Значение весового вектора $\mathbf{R}(\alpha)$ может вырабатываться автоматически с использованием многоканального или одноканального автокомпенсатора.

6.4.7.2. Наряду с *неследящим* можно реализовать достаточно точное *адаптивное следящее* измерение. Дискриминаторная характеристика (первого рода) рассчитывается по формуле $\Delta = d \ln l(\alpha)/d\alpha$ в соответствии с (48), т. е. с учетом *необходимой поправки на искажение характеристики направленности при компенсации помех*.

6.4.8. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните оценивание неизменяющихся корреляционных матриц помех при отсутствии и наличии о них априорных данных.

* Рассчитаны И. Г. Петровым.

2. Поясните оценивание дискретно-изменяющихся корреляционных матриц помех, учет старения данных при таком оценивании.

3. В чем состоят особенности оценивания дискретно-изменяющихся *обратных* корреляционных матриц помех?

4. Поясните особенности оценивания непрерывно-изменяющихся корреляционных и обратных корреляционных матриц помех.

5. Поясните оценивание весовых векторов и принцип корреляционной обратной связи.

6. Поясните и обоснуйте работу одноканального квадратурного автокомпенсатора.

7. Поясните и обоснуйте работу одноканального гетеродинного автокомпенсатора.

8. Поясните варианты работы автокомпенсационных устройств с параллельным включением компенсационных каналов.

9. Поясните возможности и перспективы адаптивной цифровой обработки.

6.5. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КЛАССИФИКАЦИИ

6.5.1. Примеры задач и элементы теории классификации. Классификацию (различение передаваемых сигналов) широко используют в радиосвязи. Распознавание образов, кроме того, — *важное направление кибернетики*. С помощью ЭВМ обеспечивают, например, распознавание изображений, техническую и медицинскую диагностику, речевой диалог человека и машины. Расширение задач и возможностей радиолокации выдвигает задачи *классификации радиолокационных сигналов и целей*.

6.5.1.1. К наиболее известным относят задачу классификации радиолокационных ответных сигналов. Уже в годы второй мировой войны появилось локационное *опознавание государственной принадлежности* «свой—чужой». Своя цель выдавала требуемый кодированный ответ на соответствующий кодированный запрос, чужая — не выдавала. Расширением списка ответов обеспечивается дополнительно *индивидуальное опознавание* самолетов, кораблей и т. д., т. е. опознавание не только принадлежности, типа, но и их индивидуального номера, а также получение необходимых характеристик (высоты полета, запаса горючего и т. д.). На этой основе действуют *радиолокационные маяки [8] систем управления воздушным движением*.

Защита от *имитирующих* помех сводится также к решению *классификационной задачи* выявления принадлежности принятого сигнала к классу ложных (имитирующих) или же к классу истинных (полезных) сигналов, с извлечением полезной информации в последнем случае.

Классификационной является, по существу, задача отождествления пеленгов в системах пассивной локации.

Наиболее сложной является классификационная задача *распознавания класса цели по принятому отраженному сигналу*. Она перекрывается с задачей выявления ложных целей, но предусматривает *дополнительное уточнение классов истинных*.

6.5.1.2. В теории классификации выделяют кластеризацию и собственно классификацию. В первом случае предусматривают

выбор числа и формирование признаков отдельных классов в соответствии с выбранными критериями. Во втором случае относятся наблюдаемое явление к одному из m установленных классов A_1, A_2, \dots, A_m .*

Полагая классы сформированными, ограничимся вопросами собственно классификации при обнаруженных сигналах. Классификационные решения $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots, \hat{A}_m$ оптимизируют по критерию минимума среднего риска. Средний риск вычисляется по формуле (3.1.5), индексы i, k изменяются в данном случае от 1 до $m \geq 2$. Минимизация (3.1.5) упрощается при «полупростой» стоимости различения

$$r_{ik} = \begin{cases} -r_k, & i = k, \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (6.5.1)$$

(сравните с простой функцией стоимости измерения рис. 5.1.2,а).

Средний риск взаимоисключающих решений \hat{A}_k в соответствии с (3.1.1) и (1) определяется выражением

$$\bar{r} = - \sum_{k=1}^m r_k P(\hat{A}/A_k) P(A_k). \quad (6.5.2)$$

Пусть решения \hat{A}_k принимаются, как и ранее, в зависимости от поступающих реализаций y . Введем решающие функции $\hat{A}_k(y)$, равные единице в области принятия k -го решения и нулю вне этой области. Полагаем, что, не перекрываясь, эти области охватывают все пространство y , в котором принимается решение о наличии сигнала.

Тогда

$$P(\hat{A}_k/A_k) = \int_{(y)} \hat{A}_k(y) p_k(y) dy. \quad (6.5.3)$$

Здесь $p_k(y)$ — условная плотность вероятности реализации y при наличии k -го сигнала и помехи, которая входит также в отношение правдоподобия при обнаружении k -го сигнала

$$l_k(y) = p_k(y)/p_n(y). \quad (6.5.4)$$

Используя (3), (4), приводим (2) к виду

$$\bar{r} = - \int_{(y)} p_n(y) \sum_{k=1}^m \hat{A}_k(y) r_k P(A_k) l_k(y) dy. \quad (6.5.5)$$

Минимизация (5) при каждом y обеспечивается решением с некоторым номером k , для которого обеспечивается наибольшее

* Однако и в этом случае кластеризация может представить практический интерес, когда классы разбиваются на подклассы.

значение произведения $r_k P(A_k) l(y)$ или, иначе, его логарифма.

Другими словами, оптимальным является решение A_k , для которого максимально выходное напряжение $\ln l_k$ соответствующего k -го оптимального приемника, взятое с постоянной добавкой $\ln[r_k P(A_k)]$.

Входящие в (4) плотности вероятности $p_k(y)$ выражаются обычно интегралами (или суммами) вида

$$p_k(y) = \int_{(\alpha_k)} p_c(y/\alpha) p_k(\alpha) d\alpha. \quad (6.5.6)$$

Здесь α — вектор параметров полезного сигнала, $p_c(y/\alpha)$ — условная плотность вероятности реализации выборки принимаемых колебаний y при наличии k -го полезного сигнала с вектором признаков α , $p_k(\alpha)$ — условная плотность вероятности реализации параметра α при наличии k -го сигнала.

6.5.1.3. Общность поставленной задачи может затруднять получение конкретных результатов. Более простой, но также достаточно общей, является задача классификации по признакам, т. е. оценкам векторов параметров α , несущим требуемую для классификации информацию. Векторное пространство $\hat{\alpha}(y)$ (меньшей чем y размерности) также можно разбить на неперекрывающиеся области принятия решений $\hat{A}_k(\alpha)$. Согласно критерию минимума среднего риска выбирается решение k , для которого сумма

$$\ln l_k(\alpha) + \ln[r_k P(A_k)]$$

максимальна. Принятие решений переплетается, таким образом, с оцениванием составляющих вектора α , как и в рассмотренном ранее случае обнаружения — измерения.

6.5.2. Классификационные признаки опознавания и распознавания. Выбор признаков — важная составная часть классификации. Успех или неуспех последней определяется возможностью различать классы по выбранным признакам. Различение стимулируется выбором используемых сигналов и других условий классификации. Варианты классификационных признаков обсудим на примерах опознавания и распознавания [8, 65, 67].

6.5.2.1. Еще при зарождении техники радиолокационного опознавания считалась желательной привязка ответного сигнала к отраженному сигналу активной локации. При импульсном зондировании это обеспечивалось: 1) привязкой по времени к зондирующему запросному сигналу в виде некоторой комбинации импульсов; 2) привязкой по времени к принятому ответчиком запросному ответному сигналу в виде некоторой другой комбинации импульсов. Случайная и умышленная имитация затруднялись путем усложнения комбинаций, увеличения допустимых для использования их вариантов, оперативной смены при этом вариантов запроса и ответа.

Поясним возможность существенного повышения числа вариантов запроса и ответа за счет простой расстановки некоторого числа k однотипных импульсов по $m \geq k$ позициям. При наличии импульса на первой позиции число вариантов расположения $(k-1)$ оставшихся импульсов на $(m-1)$ оставшихся позициях сводится к числу сочетаний C_{m-1}^{k-1} . Последнее число быстро растет с увеличением m , особенно при $k-1 \approx (m-1)/2$. Общее же число вариантов наличия или отсутствия импульсов (символов 1, 0) при всевозможных значениях $1 \leq k \leq m$ составит

$$\sum_{k=1}^m C_{m-1}^{k-1} = (1+1)^{m-1} = 2^{m-1},$$

т. е. примерно 10^3 при $m=11$, примерно 10^6 при $m=21$ и т. д.

Число вариантов возрастает также при дополнительной «окраске» импульсов по фазе, частоте и т. д.

В связи с прогрессом в создании сравнительно простых частотных эталонов стало обращаться внимание [7] на возможность создания новых систем опознавания с синхронизацией отсчета времени между запросчиками и ответчиками. Это значительно увеличивает число вариантов комбинаций: отпадает необходимость отсчета времени от первого импульса кодовой посылки.

При наличии резерва в возможном числе комбинаций, обеспечиваемого тем или иным методом, можно не только ограничить фактически излучаемое их число, но и различать комбинации при наличии сбоев в некотором числе символов (одном, двух и т. д.).

Возможно, наконец, так называемое криптографическое опознавание. Цель признается своей, если в ответ на любой запрос из определенного алфавита запросов она выдает предусмотренный заранее ответ из определенного алфавита ответов. Соответствие неиспользовавшихся запросов и ответов считается неизвестным противнику. Дословно, криптография — тайнопись [42, 47].

6.2.2.2. Для распознавания локационных целей (аэродинамических, наземных и надводных) существенны, в частности, траекторные признаки, учитывающие закономерности движения целей. К последним относятся значения скорости, ускорения, высоты, характеристик маневра цели и т. д.

6.5.2.3. Наряду с траекторными используют сигнальные признаки, поскольку траекторные не всегда обеспечивают своевременное и надежное распознавание. Сигнальными называют признаки, учитывающие особенности сигналов, отраженных от целей различных классов. К ним относят, в частности, амплитудные, амплитудно-частотные, амплитудно-временные и поляризационные признаки, а также оценки продольного, поперечного размеров и геометрии объектов, получаемые за счет расширения полосы частот, увеличения длительности и повышения когерентности зондирующих сигналов. Рассмотрим перечисленные признаки подробнее,

имея в виду, что не все они одинаково информативны. [40, 41, 42, 43, 50, 65, 67].

6.5.2.4. Амплитуда отраженного сигнала при известных значениях дальности до цели, коэффициента усиления передающей антенны и эффективной площади приемной (в направлении на цель), а также известных особенностях среды на трассе распространения характеризует эффективную поверхность цели σ_e . Усредненное в некотором секторе изменяющихся ракурсов θ (см. рис. 2.3.4, а) значение $\sigma_{cp}(\theta)$ несет известную информацию о габаритах цели. Ценность ее может быть снижена недостаточными данными об условиях измерения, недостаточным временем усреднения, а также установкой линз Лüneберга или угловых отражателей на малоразмерных ложных объектах (см. п. 2.2.6.4 и п. 2.2.6.7). Однако в некоторых случаях и амплитудная информация может представлять интерес.

Объем амплитудной информации увеличивается при измерении амплитуд на разных частотах. Это обеспечивает, во-первых, лучшее усреднение значений σ_e . При длинах волн одного порядка с размерами объекта, во-вторых, становятся информативными резонансные значения частот (см п. 2.2.4.2).

Определенную информацию несут, наконец, флуктуации амплитуд (и фаз) отраженных колебаний. При известной скорости углового перемещения и неработающих двигателях средняя частота этих флуктуаций характеризует тангенциальный размер цели (см. п. 2.4.4.3).

Если же рассматриваемая цель облучается колебаниями нескольких близких частот, появляется дополнительная информация о радиальном размере цели. Для точечной цели флуктуации на близких частотах коррелированы. Чем больше радиальный размер цели, тем меньший разнос частот нарушает корреляцию флуктуаций [66; 28].

6.5.2.5. К числу амплитудно-временных относятся также модуляционные признаки. При работе двигателей наблюдается модуляция отраженных сигналов вращающимися лопастями вертолетов, лопатками турбин турбореактивных самолетов. На рис. 2.3.6 были показаны полосы частот колебаний, не связанные (Н) и связанные (С, 2С, 3С, 4С) с вращением лопаток. Для выявления тонкой структуры такой модуляции необходимы непрерывные или квазинепрерывные зондирующие колебания, длительность которых обратно пропорциональна требуемой разрешающей способности по частоте [8, 65, 67].

6.2.2.6. При изменениях поляризации зондирующих колебаний и полном поляризационном приеме легко различать поляризационно-неизбирательные и поляризационно-избирательные цели (п. 2.2.3.2). Определенную информацию о последних целях несут измеряемые за время наблюдения элементы поляризационных матриц. Наряду с численными значениями эффективных поверхностей они характеризуют различные проявления деполяризации,

наиболее информативные для тел *простой формы* (например, вибратора, шара, см. разд. 2.2.3—2.2.5).

6.5.2.7. *Непосредственные измерения продольного и поперечного размеров целей, выявление их геометрии* обеспечиваются при использовании когерентных сигналов с *широкой полосой частот* или многочастотных когерентных сигналов, особенно сигналов *большой длительности*.

При расширении полосы частот когерентных сигналов *повышается разрешающая способность по дальности*. При полосах частот 50 и 500 МГц, в частности, временная разрешающая способность составляет соответственно 20 и 2 нс, что обеспечивает разрешение элементов цели по дальности соответственно 3 м и 0,3 м. [24, 65, 67].

В свою очередь, при *повышении длительности когерентного сигнала* до 3 с для цели, перемещающейся в *поперечном* по отношению к направлению на радиолокатор направлении со скоростью 300 м/с, создается *искусственный раскрыт* 900 м. При длине волны 0,03 м можно обеспечить угловую разрешающую способность $0,03/900 = 0,3 \cdot 10^{-4}$ радиана, т. е. разрешающую способность около 3 м на дальности 100 км (см. п. 4.1.8.2). Сигналы большой длительности позволяют одновременно *выявлять наличие модуляционных эффектов*.

Расширение полосы частот и повышение длительности сигналов сводят распознавание сосредоточенных целей к *распознаванию распределенных*, элементы которых разрешаются по дальности и угловой координате. В РЛС обзора Земли последнее обеспечивается и без принятия специальных мер, однако и в этом случае отмечают целесообразность повышения разрешающей способности в интересах распознавания [57]. Наибольшие трудности относятся к учету неустойчивостей движения при синтезе больших раскрытов.

6.5.2.8. Несмотря на многочисленные описания отдельных принципов получения информации о характере целей [40], еще широко *не опубликованы* данные об их совокупном использовании и достигаемом при этом качестве распознавания. Описано, однако, совместное использование высокого разрешения по дальности и угловой координате для изучения вторичного излучения элементов вращающейся модели цели или же самой цели в реальном полете [41] и отдельные данные экспериментов по распознаванию [43].

6.5.3. Вопросы для самоконтроля

1. Поясните сущность задач классификации, применение критерия минимума среднего риска для оптимизации их решений.
2. Приведите примеры классификационных признаков опознавания.
3. Поясните траекторные и следующие сигнальные признаки распознавания: амплитудные, амплитудно-частотные, амплитудно-временные, поляризационные.
4. Поясните возможности непосредственного оценивания продольного, поперечного размеров, геометрии объектов, эффективных поверхностей их элементов за счет расширения полосы частот, увеличения длительности и повышения степени когерентности излучаемых сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Советская военная энциклопедия, т. 7.— М.: 1979.
2. Кобзарев Ю. Б. Первые советские импульсные радиолокаторы.— Радио-техника, 1974, № 5.
3. Лобанов М. М. Развитие советской радиолокационной техники.— М.: Военное издательство, 1982.
4. Шембель Б. К. У истоков радиолокации в СССР.— М.: Сов. радио, 1977.
5. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости.— М.: Госэнергоиздат, 1956.
- 6 а. Теоретические основы радиолокации/Ширман Я. Д., Голиков В. Н., Бусыгин И. Н., Костин Г. А., Манжос В. Н., Минервин Н. Н., Найденов Б. В., Челпанов А. С.; Под ред. Я. Д. Ширмана.— Войска ПВО, 1968.
- 6 б. Теоретические основы радиолокации/Ширман Я. Д., Голиков В. Н., Бусыгин И. Н., Костин Г. А., Манжос В. Н., Минервин Н. Н., Найденов Б. В., Челпанов А. С., Поляков В. И.; Под ред. Я. Д. Ширмана.— М.: Сов. радио, 1970.
7. Теоретические основы радиолокации/Коростелев А. А., Ключев Н. Ф., Мельник Ю. А. и др.; Под ред. В. Е. Дулевича.— М.: Сов. радио, 1978.
8. Скольник М. Справочник по радиолокации в 4-х т.: Пер. с англ./Под ред. К. Н. Трофимова.— М.: Сов. радио, 1976—1979.
9. Бартон Д., Вард Г. Справочник по радиолокационным измерениям: Пер. с англ./Под ред. М. М. Вейсбейна.— М.: Сов. радио, 1976.
10. Голиков В. Н., Поляков В. И., Ширман Я. Д. Основы радиотехники и радиолокации, ч. II. Основы радиолокации.— ВИРТА, 1973.
11. Дымова А. И., Альбац М. Е., Бснч-Бруевич А. М. Радиотехнические системы.— М.: Сов. радио, 1975.
12. Радиолокационные устройства/Васин В. В., Власов О. В. и др.; Под ред. В. В. Григорина-Рябова.— М.: Сов. радио, 1970.
13. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации (конспект лекций), ч. I, II, III.— МО, 1981.
14. Богословский Г. С., Кокин В. Н. Основы радиотехники и радиолокации (конспект лекций), ч. II. Основы радиолокации.— ВИРТА, 1982.

15. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1981.
16. Аверьянов В. Я. Разнесенные радиолокационные станции и системы.— Минск: Наука и техника, 1978.
17. Алмазов В. Б. Методы пассивной радиолокации.— ВИРТА, 1974.
18. Вакин С. А., Шустов Л. Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки.— М.: Сов. радио, 1968.
19. Защита от радиопомех/Максимов М. В., Бобнев М. П., Кривичкий Б. X. и др.; Под ред. М. В. Максимова.— М.: Сов. радио, 1976.
20. Конторов Д. С., Голубев-Новожилов Ю. С. Введение в радиолокационную системотехнику.— М.: Сов. радио, 1971.
21. Кузьмин С. З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации.— М.: Сов. радио, 1974.
22. Моделирование в радиолокации/Леонов А. И., Васенев В. Н., Гайдуков Ю. И. и др.; Под ред. А. И. Леонова.— М.: Сов. радио, 1979.
23. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.
24. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов.— М.: Сов. радио, 1974.
25. Бейзер А. Основные представления современной физики.— М.: Атомиздат, 1973.
26. Приемные устройства радиолокационных сигналов, ч. 1—2./Седышев Ю. Н., Никонов Л. К., Васильев И. В., Гапон В. И.; Под ред. Ю. Н. Седышева.— М.: Воениздат, 1978—1979.
27. Шифрин Я. С. Антенны.— ВИРТА, 1976.
28. Свистов В. М. Радиолокационные сигналы и их обработка.— М.: Сов. радио, 1977.
29. Радиотехнические системы в ракетной технике/Под ред. В. И. Галкина, И. И. Захарченко, Л. В. Михайлова.— М.: Воениздат, 1974.
30. Бакут П. А., Большаков И. А. и др. Вопросы статистической теории радиолокации в 2-х т./Под ред. Г. П. Тартаковского.— М.: Сов. радио, 1963, 1964.
31. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.
32. Бакут П. А., Жулина Ю. В., Иванчук Н. А. Обнаружение движущихся объектов.— М.: Сов. радио, 1980.
33. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем.— М.: Радио и связь, 1981.
34. Дружинин В. В., Конторов Д. С. Конфликтная радиолокация.— М.: Радио и связь, 1982.
35. Иалий А. И. Радиоэлектронная борьба.— М.: Воениздат, 1981.
36. Бахрах Л. Д., Курочкин А. П. Голография в микроволновой технике.— М.: Сов. радио, 1979.
37. Абрамович Ю. И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации фильтров по критерию максимума отношения сигнал — помеха.— М.: Радиотехника и электроника, 1981, № 3.
38. Natanson F. Radar design principles.— N-Y: Mc. Graw Hill C. 1969.
39. Brookner E. Radar technology. Dedham: Artech House, 1977.

40. Boerner W. M. Development of physical optics inverse scattering techniques using Radon projection theory.— В трудах конференции «Mathematical methods and applications of scattering Theory», Washington, 1979 (имеется библиография 47 наименований по вопросам вторичного излучения и распознавания целей).

41. Dike G. и др. Inverse SAR and its application to aircraft classification.— В трудах конференции IEEE.— Arlington, 1980.

42. Arazi B., Ekstejn N. Implimenting aircraft identification schemes by public key criptosystems.— IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 1982, № 3.

43. Glessing D. и др. A multifrequency adaptive radar for detection and identification objects : results of preliminary experiments on aircraft against a sea-clutter.— IEEE Transactions on antennas and propagation, 1982, № 3.

44. Долбня Е. В., Соболев Н. В., Кочемасов В. Н. Спектральная и кепстральная обработка радиосигналов с применением устройств на поверхностных акустических волнах.— Зарубежная радиоэлектроника, 1982, № 4.

45. Ежов В. А., Тарасов Л. В. Акустооптическая обработка радиосигналов.— Зарубежная радиоэлектроника, 1982, № 6.

46. Бондаренко Б. Ф., Прокофьев В. П. Применение методов функционального анализа для решения задач синтеза системы пространственно-временной обработки сигналов.— Изв. вузов, Радиоэлектроника, 1982, № 7.

47. Герасименко В. А., Размахнин М. К. Криптографические методы в автоматизированных системах.— Зарубежная радиоэлектроника, 1982, № 8.

48. Кей С., Марпл С. Современные методы спектрального анализа : Обзор.— ТИИЭР, 1981, № 11.

49. Радиолокатор. Щит или цель (реферат 11Г53).— РЖ ВИНТИ. Радиотехника, 1982, № 11.

50. Тенденции в конструировании радиолокационных систем в восьмидесятые годы и позже (реферат 11Г17).— РЖ ВИНТИ. Радиотехника, 1982, № 11.

51. Дмитриев Ф. Пассивные средства радиоэлектронного подавления.— Зарубежное военное обозрение, 1983, № 3.

52. Petzer G. A concept for signal processing in bistatic radar.— В трудах конференции IEEE.— Arlington, 1980.

53. Salah J., Morrielo J. Development of a multistatic measurment system. В трудах конференции IEEE.— Arlington, 1980.

54. Тематический выпуск «Спектральное оценивание».— ТИИЭР, 1982, № 9.

55. Иванов Ю. В., Ильин А. Ю., Родионов Ю. В. Радиолокационные системы селекции движущихся целей.— Зарубежная радиоэлектроника, 1983, № 7.

56. Штейншлейгер В. Б. К теории рассеяния радиоволн вибратором с нелинейным контактом.— Радиотехника и электроника, 1978, № 7.

57. Радиолокационные станции обзора Земли / Г. С. Кондратенков, В. А. Потехин, А. П. Реутов, Ю. А. Феоктистов; Под ред. Г. С. Кондратенкова.— М.: Радио и связь, 1983.

58. Противорадиолокационное покрытие (реферат 4Г48).— РЖ ВИНТИ. Радиотехника, 1980, № 4.

59. Бахтияров Г. Д., Зиняков В. Л. Алгоритм Волдера и его применение в вычислительной технике и цифровой обработке сигналов.—Зарубежная радиоэлектроника, 1983, № 3.

60. Виноград С. О вычислении дискретного преобразования Фурье.—В кн.: Макклеллан Д., Рейдер Ч. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов.—М.: Радио и связь, 1983.

61. Сафронов Г. С., Сафронова А. П. Введение в радиолокацию.—М.: Сов. радио, 1973.

62. Никитов В. А., Никитов С. А. Исследование и разработка устройств на магнитостатических спинных волнах.—Зарубежная радиоэлектроника, 1981, № 12.

63. Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persimetric covariance matrices to adaptive processing. — IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 1980, № 1.

64. Булышев А. В., Дмитриев В. Г., Ульянов А. В. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба.—МО, 1983.

65. Охрименко А. Е., Олейников О. А. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба, ч. 1. Основы радиолокации.—Воениздат МО, 1983.

66. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации.—М.: Радио и связь, 1983.

67. Небабин В. Г., Сергеев В. В. Методы и техника радиолокационного распознавания.—М.: Радио и связь, 1984.

68. Основы загоризонтной радиолокации/ Под. ред. А. А. Колосова.—М.: Радио и связь, 1984.

69. Обработка сигналов в многоканальных РЛС/Под. ред. А. П. Лукошкина.—М.: Радио и связь, 1983.

70. Пространственно-временная обработка сигналов/Под ред. И. Я. Кремера.—М.: Радио и связь, 1984.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	3
1. Введение	5
1.1. Общие сведения о радиолокации	5
1.2. Принципы получения радиолокационной информации	7
1.3. Краткие сведения из истории отечественной радиолокации	13
1.4. Предмет, задачи и особенности учебной дисциплины	15
2. Физические основы формирования и наблюдения принимаемых радиолокационных сигналов	17
2.1. Разновидности пространственно-временной модуляции принимаемых сигналов	17
2.2. Вторичное излучение целей как составная часть формирования принимаемых сигналов в активной радиолокации	30
2.3. Трансформация сигналов при вторичном излучении	53
2.4. Статистические модели и характеристики вторичного излучения реальных объектов	62
2.5. Энергетические соотношения и модели радиолокационных сигналов и помех	76
3. Статистическая теория обнаружения радиолокационных сигналов на фоне помех	128
3.1. Постановка и методика решения задач оптимизации обнаружения сигналов	128
3.2. Одноканальное обнаружение сигналов на фоне стационарных некоррелированных гауссовских помех	138
3.3. Многоканальное обнаружение сигналов на фоне нестационарных коррелированных гауссовских помех	173
4. Особенности и методы обработки различных видов радиолокационных сигналов	203
4.1. Функции рассогласования и методы разрешения пространственно-временных сигналов	203

4.2. Аналоговые и цифровые методы обработки радиолокационных сигналов	240
5. Статистическая теория и методы измерения параметров радиолокационных сигналов на фоне помех	290
5.1. Постановка и методика решения задач оптимального измерения .	290
5.2. Основные случаи измерения не изменяющихся во времени параметров сигналов	302
5.3. Измерение изменяющихся во времени параметров. Особенности косвенного измерения	331
6. Обнаружение — измерение, адаптация и классификация .	359
6.1. Общие сведения об обнаружении — измерении	359
6.2. Общие сведения об адаптации	363
6.3. Особенности обнаружения сигналов на фоне негауссовских помех и непараметрического обнаружения	371
6.4. Устройства адаптивного обнаружения — измерения с оцениванием корреляционных параметров помехи	375
6.5. Общие сведения о классификации	399
Литература	406

Я. Д. Ширман

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАДИОЛОКАЦИИ

Корректор *Л. Я. Мурашова*

Сдано в набор 17.03.83. Подписано к печати 13.06.84. Г—122882.
 Формат бумаги 60×90/16. Печ. л. 25,7. Учетно-изд. л. 22,5.
 Бесплатно Зак. 319—1983
 Для внутриведомственной продажи цена 1 р. 20 к.

Типография ВИРТА