

В. Г. ФЕСЕНКОВ. МЕТЕОРИДЫ МАТЕРИЯ В МЕЖДУПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В. Г. ФЕСЕНКОВ

МЕТЕОРИДНАЯ МАТЕРИЯ
В МЕЖДУПЛАНЕТНОМ
ПРОСТРАНСТВЕ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
КОМИТЕТ ПО МЕТЕОРИТАМ

АКАДЕМИЯ НАУК КАЗАХСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ АСТРОНОМИИ И ФИЗИКИ

Академик
В. Г. ФЕСЕНКОВ

МЕТЕОРНАЯ МАТЕРИЯ В МЕЖДУПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

35 "Научное наследие России" МОСКВА 1947 ЛЕНИНГРАД

Глава первая

НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О МАТЕРИИ В МЕЖДУПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Космическое пространство изобилует материей в газообразном и пылевом состояниях. Облака космической пыли сосредоточены, главным образом, в плоскости галактики. Некоторые из них резко выделяются на светлом фоне Млечного Пути, производя заметное поглощение, а также рассеяние света, более значительное для малых длин волн.

Это рассеяние света галактической пылевой материей производит так называемое галактическое свечение, составляющее в направлении центра галактики около 80% суммарного блеска звезд, в других направлениях 30—60% [1, 2]. Подобная материя заполняет также и нашу планетную систему, скапливаясь преимущественно в плоскости эклиптики. Поглощение в этой материи практически незаметно, производимое ею рассеяние также очень невелико и может быть заметно на темном фоне ночного неба лишь благодаря своему соседству с ярким Солнцем.

Распределение энергии в спектре этого свечения совершенно не отличается от спектра самого Солнца [3, 4, 5], как должно быть в случае частиц, крупных по сравнению с длиной световой волны.

Легко прийти к заключению, что отдельные частицы этой пылевой среды, попадая в земную атмосферу, могут наблюдаться в ней в виде падающих звезд.

Относительно строения такой среды мы пока не делаем никаких предположений. Можно себе представить, что эта

среда состоит из отдельных метеорных потоков, возникающих как продукт распада комет, или из рассеянных пылевых облаков, или же как-либо непрерывно заполняет междупланетное пространство.

Во всяком случае, каждая частица должна независимо от других описывать эллиптическую орбиту вокруг Солнца, если только сила солнечного отталкивания не будет слишком велика и не заставит подобную частицу по разворачивающейся спирали улететь в междузвездное пространство. С подобным явлением мы постоянно встречаемся в кометных хвостах второго типа. Иногда в ядрах комет происходят взрывы, облака тонкой пыли выбрасываются в пространство, подхватываются световым давлением, поступают в кометный хвост и затем покидают солнечную систему. Во всяком случае, размеры частиц междупланетной пылевой среды имеют нижний предел, обусловленный наличием светового давления Солнца и, естественно, не зависящий от расстояния. Этот предел определяется тем условием, что изменение импульса светового давления равно ускорению силы тяжести, т. е.

$$\frac{\pi \rho^2 E_0 r_0^2}{cr^2} = \frac{k^2 M_0 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \delta}{r^2},$$

где E_0 — солнечная постоянная на расстоянии r_0 , c — скорость света, ρ , δ , r — радиус, плотность частицы и расстояние ее от Солнца. Полагая плотность частицы равной 1, находим для ее предельного радиуса примерно 1μ .

Подобные частицы не могут уже быть постоянной составляющей пылевой среды в солнечной системе. Если фактически наименьшие частицы имеют радиус порядка в 10μ , то масса их будет порядка 10^{-8} гр. Согласно определению Эпика [6], при средней скорости проникновения в земную атмосферу в 55 км/сек. метеор видимой величины m имеет массу

$$M = 2.512^{-m} \cdot 0.25 \text{ гр.}$$

Это соответствует следующим размерам метеоров различных видимых звездных величин m (плотность принята равной 3):

m	0	2	4	6	8	10	12	13	14
ρ (мм)	2.7	1.47	0.79	0.43	0.23	0.13	0.063	0.050	0.037

Метеоры, производящиеся частицами предельно малых размеров (10 μ), должны относиться примерно к 18-й звездной величине.

Этот предел должен быть, однако, значительно повышен, ввиду того что частицы размером в несколько микрон не могут длительно существовать в солнечной системе. Вследствие светового торможения они должны быстро выпадать на Солнце. Действительно, в простейшем случае кругового движения можно легко вывести следующее выражение для изменения количества движения за время dt :

$$d(mv) = \frac{\alpha \pi \rho^2 E_0 r_0^2}{cr^2} dt,$$

где $\alpha = \frac{v}{c}$ — постоянная годичной аберрации.

Отсюда можно вывести следующее выражение для изменения радиуса орбиты в результате радиативного торможения:

$$\frac{dr}{r} = \frac{3}{2} \frac{E_0}{c^2 \rho} \frac{r_0^2}{r^2} \frac{dt}{\delta}.$$

Таким образом, время, по истечении которого частица должна выпасть на Солнце, есть:

$$t = \frac{c^2 \rho \delta r^2 \cdot 10^{-7}}{9 E_0 r_0^2} \text{ лет.}$$

Если, например, $\rho = 10\mu = 10^{-2}$ мм, $\delta = 1$, $r = r_0 = 1.5 \cdot 10^{13}$ см, то $t = 7 \cdot 10^3$ лет. — величина ничтожно малая

по сравнению с продолжительностью существования солнечной системы [7, 8].

Комплекс пылевой материи может поэтому существовать длительное время при условии, что частицы подобного размера непрерывно заменяются новыми. Более крупные частицы, вследствие большей продолжительности своего существования, будут стремиться доминировать. Поэтому из теоретических соображений трудно установить верхний предел размеров метеоритов.

Обратимся к данным наблюдений.

Статистика телескопических метеоров показывает любопытные особенности. Оказывается, что число метеоров с каждой следующей звездной величиной нарастает так, что их общая масса остается примерно одинаковой и равной 11 килогр./сутки [9] для всей земной поверхности. За два миллиарда лет это составляет слой на Земле толщиной несколько меньше 1 см.

Указанное нарастание числа метеоров констатируется до 10-й звездной величины. Некоторые исследователи высказывали мнение (Ватсон), что предельная величина метеоров, какие еще существуют, не превышает 13-й звездной величины. Частицы подобных размеров могут существовать в солнечной системе сравнительно короткое время, порядка сотен тысяч лет, если только они обращаются вокруг Солнца по замкнутым орбитам. Во всяком случае, при современных наблюдательных средствах почти все частицы междупланетной пылевой среды, за исключением самых мелких, могут наблюдаться в виде телескопических метеоров.

Однако следует еще удостовериться, что эти метеоры действительно принадлежат солнечной системе, а не являются к нам из галактического пространства.

Доказательство этого можно получить двумя различными методами, именно: рассматривая скорость движения отдельных метеоров, с одной стороны, и изучая фотометрические свойства всей их совокупности, с другой. До недавнего времени преобладало мнение, что большинство метеоров

движется с гиперболическими скоростями относительно Солнца (Гоффмейстер, Ниссл, Эпик и другие [10]). Однако все эти заключения основывались на визуальных наблюдениях, которые притом интерпретировались с произвольными допущениями. Когда был получен вполне объективный фотографический материал, оказалось, что все определенные скорости отвечают эллиптическим орбитам.

Тщательный разбор британских наблюдений над метеорами, произведенный недавно Портером [11], показал, что лишь в 10% случаев можно подозревать гиперболические скорости, но и они сомнительны. Во всяком случае, исследование скоростей метеоров и болидов не подтвердило наличия гиперболических орбит. Это не значит, что подобных орбит нет совсем, но это значит, что они, во всяком случае, не играют заметной роли в общем балансе пылевой среды солнечной системы. Наиболее яркий пример неточности недавних заключений о скоростях метеоров представляет так называемый космический поток Таурид.

Гоффмейстером на основании визуальных наблюдений указывалось на существование потока космических метеоров, несущихся через солнечную систему от темных туманностей в созвездии Тельца в направлении на созвездие Скорпиона.

Однако когда в Гарварде при помощи камеры, снабженной приспособлением для определения скорости движения, было сфотографировано 14 метеоров, принадлежащих к этому потоку, все они оказались с периодом обращения вокруг Солнца в 3.3 года. По исследованию Уиппла [12], они связаны с кометой Энке, обращающейся вокруг Солнца по наиболее короткой орбите, и не имеют никакого отношения к первоначально предположенным гиперболическим траекториям.

Другой способ — фотометрический — основан на следующих соображениях. Предположим, что поток метеоров, первоначально движущийся по прямолинейным и параллельным траекториям, входит в пределы солнечной системы.

Каждый метеор опишет гиперболу вокруг Солнца, тем более изогнутую, чем он ближе к нему подойдет.

Можно определить количество материи, в каждый данный момент проходящей через единицу объема пространства, т. е. плотность пылевой среды, определяемой исключительно гиперболическими орбитами космических метеоров.

Определив эту плотность в относительных единицах, можно вычислить распределение яркости пылевой среды по обе стороны от Солнца и сравнить его с наблюдениями. В случае гипотетического потока Гоффмейстера результат получается тот, что характер распределения яркости по обе стороны от Солнца примерно одинаков, но сама яркость резко различна на тех же угловых расстояниях [13]. Например, в предположении довольно большой гиперболической скорости космических метеоров, когда большая полуось $a = -0.1$, имеем для яркости восточной и западной ветвей Зодиакального света в одних и тех же единицах на разных угловых расстояниях l от Солнца:

	$l = 30^\circ$	$l = 60^\circ$	$l = 90^\circ$
Западная ветвь	8.5	3.9	2.7
Восточная ветвь	4.4	1.8	1.2

При меньшей скорости различие между обеими ветвями будет еще больше. Наблюдения, однако, показывают, что заметное различие между ветвями Зодиакального света отсутствует. Это показывает, что какая-либо заметная асимметрия в пространственном распределении материи также не имеет места. Таким образом, галактические потоки метеоров, которые могут быть только в небольшом, если не в единичном числе, или отсутствуют, или, во всяком случае, не играют заметной роли.

Итак, междупланетная среда состоит из метеоров, движущихся почти исключительно по эллиптическим орбитам. Существенно знать распределение этих частиц по размерам.

Уже упоминалось, что, согласно наблюдениям, общая масса метеоров в каждом интервале звездных величин примерно одинакова.

Пусть $A(m)$ — число падающих звезд в интервале яркости, выраженной в звездных величинах от $m - \frac{1}{2}$ до $m + \frac{1}{2}$, $A(m)dm$ — число падающих звезд в интервале от $m - \frac{1}{2}$ до $m + \frac{1}{2} dm$. Пусть $M(m)$ — масса падающей звезды, яркость которой m .

По условию

$$A(m) M(m) = C = \text{const.}$$

Поскольку при прочих равных условиях масса пропорциональна яркости, имеем:

$$M = M_0 \cdot 2.512^{-m},$$

где M_0 — масса, соответствующая $m = 0$.

Поэтому

$$\rho = \rho_0 \cdot 2.512^{-\frac{m}{3}}$$

и, следовательно,

$$d\rho = -\frac{1}{3} \rho_0 2.512^{-\frac{m}{3}} (\ln 2.512) dm.$$

Находим:

$$A(m) dm = \Phi(\rho) d\rho = \frac{C \rho_0^3 \lg e}{M_0 0.4 \rho^4} d\rho \sim \frac{d\rho}{\rho^4}.$$

Итак, функция распределения $\Phi(\rho)$ числа метеоров по размерам пропорциональна ρ^{-4} . Число метеоров быстро возрастает с уменьшением их размеров. Отклонение от этого закона вплоть до 10-й звездной величины незаметно.

Несомненно, что в пылевой среде доминируют очень мелкие частицы, но эти частицы не могут быть долговечны. Пылевая среда в солнечной системе имеет небольшой возраст. Она должна или захватываться из междוזвездного пространства, или же каким-то образом генерироваться внутри солнечной системы.

Многие авторы высказывали и продолжают высказывать мнение, что Солнце, проходя через какое-либо космическое облако, могло часть его захватить с собой. Так, например, Бобровников, пытаясь объяснить на основании теории захвата малую продолжительность существования комет, предположил, что Солнце захватило, примерно, миллион лет назад, часть метеорной материи из области пространства, занятой туманностью Ориона.

Значительная часть космогонических гипотез — Хоуля, Вейцеккера, Шмидта — допускает или обосновывает подобный захват.

Единственный механизм захвата, который был до сих пор известен, это механизм больших возмущений. Захват материи из междוזвездного пространства проходящим Солнцем осуществляется при помощи дополнительного тела — планеты, которое может уменьшить своим притяжением кинетическую энергию проходящего тела и сделать его на известное время спутником Солнца. Этот механизм был подробно рассмотрен Тиссераном, Калландро, Г. Ньютоном и другими [14]. Тиссеран [15] дал свой известный критерий тождества тела до или после больших возмущений:

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{p} \cos i = C,$$

где a — большая полуось, p — параметр, i — наклонность, C — постоянная в интеграле Якоби.

Этот механизм, однако, маловероятен. Действительно, предполагается, что постороннее тело не только прошло близко около Солнца, но вошло также в сферу действия планеты, например Юпитера, и притом определенным обра-

зом. Нужно иметь в виду, что после некоторого числа обращений тело может снова близко подойти к Юпитеру и, подвергнувшись большим возмущениям, быть выброшенным из пределов солнечной системы.

Этот механизм может играть роль, превращая кометы долгопериодические в кометы короткопериодические. Таким образом могли образоваться семейства комет, связанные с планетными орбитами. Однако для тел галактического происхождения это не имеет практического значения. В преобразование орбит космических метеоров этот механизм не может играть заметной роли.

Может ли Солнце в своем обращении вокруг галактического центра захватить при каких-либо обстоятельствах космическую материю и заставить ее обращаться по эллиптическим орбитам достаточно малого размера по сравнению с расстоянием от центра галактики?

Расстояние до галактического центра около 40 000 световых лет. Расстояние от Земли до Солнца равно в тех же единицах $8'' 48'$. Это время, за которое свет проходит расстояние между Солнцем и Землей. Таким образом, расстояние от Солнца до Земли составляет $0.4 \cdot 10^{-9}$ расстояния до центра галактики.

Рассмотрим массу, сосредоточенную в галактическом центре, Солнце, обращающееся вокруг него по круговой орбите, и третье тело незначительной массы.

Можно показать [16], что в этих условиях элементы орбиты этого тела по отношению к Солнцу удовлетворяют тому же критерию Тиссерана, лишь написанному в несколько измененной форме:

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{p} \cos i = C - C_0.$$

В правой части берется разность констант Якоби $C - C_0$, C характеризует орбиту тела, а C_0 — орбиту самого Солнца. Наиболее благоприятные условия захвата осуществляются, очевидно, тогда, когда тело движется по той же

круговой орбите, как и Солнце, но лишь слегка наклоненной. При этом сближение обоих тел происходит с наименьшей относительной скоростью. Поскольку в этом случае $C = C_0$, имеем:

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{p} \cos i = 0,$$

причем

$$p = a(1 - e^2), \quad \cos i \simeq 1.$$

Как отсюда видно, большая полуось орбиты тела по отношению к Солнцу ни при каких обстоятельствах не может быть малой величиной. Как правило, оказывается, что $a < 0$.

Итак, захват Солнцем междузвездной материи совершенно невозможен.

Таким образом, можно утверждать, что метеоры планетной системы с орбитами эллиптического характера не могли быть захвачены из галактической среды. На том же основании планеты солнечной системы ни при каких возмущениях в движении встречных метеорных потоков не могут окружить себя метеорной материей.

Этому в точности соответствуют наблюдения. Например, около Юпитера на близком от него расстоянии неоднократно проходили кометы и испытывали сильные возмущения. Однако мы не знаем ни одной кометы, которая обращалась бы вокруг самого Юпитера.

Равным образом невозможны метеорные спутники Земли. Единственный возможный способ захвата метеоров Землей — это уменьшение их кинетической энергии в результате сопротивления, оказываемого высокими атмосферными слоями. Метеор при известных обстоятельствах сближения проходит на очень большой высоте в земной атмосфере, где плотность настолько мала, что он способен пронизать атмосферу насквозь, лишь уменьшив свою кинетическую энергию. В результате метеор опишет эллиптическую орбиту вокруг Земли и через оборот снова вернется к прежнему слою атмосферы.

Возмущения со стороны Луны могут слегка изменить орбиту и сделать из метеора спутника Земли на некоторое число оборотов [17].

Итак, метеорная материя должна принадлежать самой солнечной системе и, по всей вероятности, непрерывно зарождаться в ней. Совокупность этой материи, рассеивая солнечный свет, производит световое явление, известное под названием Зодиакального света. Это явление известно с глубокой древности еще египтянам, которые рисовали его на своих обелисках. Оно имеет форму чечевицы или линзы, вытянутой вдоль плоскости эклиптики, в центре которой находится Солнце. Яркость Зодиакального света быстро возрастает к Солнцу, а также к плоскости эклиптики. Явление Зодиакального света представляется поэтому в виде светлых конусов западного или восточного, в зависимости от положения эклиптики по отношению к горизонту. Оба конуса соединяются, кроме того, сплошной зодиакальной полосой, очень слабой и неопределенной, простирающейся вдоль эклиптики, которая в стороне, противоположной Солнцу, дает заметное усиление яркости в виде овального мутного пятна — так называемого противосияния. Земля должна быть погружена в среду этой материи, и потому Зодиакальный свет в действительности распространяется на весь небесный свод, несколько увеличивая светимость ночного неба [18].

Остановимся на вопросе о том, как можно интерпретировать наблюдаемое распределение яркости в Зодиакальном свете. Выделение из общей яркости неба, в основном обусловливаемой свечением высоких ионосферных слоев, подлинной яркости самого Зодиакального света представляет трудную, но разрешимую задачу.

Пусть $\mu f(\vartheta)$ — доля рассеянного солнечного света, производимая единицей объема пылевой среды на расстоянии r от Солнца под углом ϑ между падающим и рассеянным лучами. Если $\Phi(\rho) d\rho$ представляет функцию распределения частиц по размерам ρ и $\mu(\rho)f(\vartheta, \rho)$ характеризует рассеяние,

произведенное одной частицей (ρ) и рассчитанное на единицу телесного угла, то, принимая закон распределения плотностей в виде r^{-n} , где n — пока неопределенный показатель степени, находим для наблюдаемой яркости Зодиакального света в плоскости эклиптики [19] следующее выражение:

$$j = J \frac{r_0}{\sin^n + l} \int_{\rho_1}^{\infty} \mu(\rho) \Phi(\rho) d\rho \int_l^{\pi} f(\vartheta, \rho) \sin^n \vartheta d\vartheta,$$

где l — угловое рассеяние от Солнца; J — освещенность от Солнца; j — освещенность от Зодиакального света.

Поскольку частицы велики по сравнению с λ , можно считать, что индикатриса рассеяния $f(\vartheta, \rho)$ не зависит от ρ .

Поэтому

$$= J \frac{r_0}{\sin^n + l} \int_{\rho_1}^{\infty} \mu(\rho) \Phi(\rho) d\rho \int_l^{\pi} f(\vartheta) \sin^n \vartheta d\vartheta.$$

Можно убедиться в том, что результат мало зависит от характера функции $f(\vartheta)$. При очень малых частицах, сравнимых с длиной световой волны, $f(\vartheta)$ имеет очень асимметричную форму в направлении распространения падающего луча. При значительных размерах $f(\vartheta)$ зависит от формы частиц. Диффракция увеличивает рассеяние вперед; наличие затенения поверхности уменьшает рассеяние вперед. В среднем примем, что $f(\vartheta) = \text{const} = 1$.

Пользуясь рекуррентной формулой

$$\int_l^{\pi} \sin^n \vartheta d\vartheta = - \frac{\sin^{n-1} \vartheta \cos \vartheta}{n} \Big|_l^{\pi} + \frac{n-1}{n} \int_l^{\pi} \sin^{n-2} \vartheta d\vartheta,$$

можно вычислить второй интеграл при любом целом n .

Наилучшее согласие с наблюдениями получается при $n = 1$. При этом имеем:

$$j = J \frac{r_0}{\sin^2 l} (1 + \cos l) \int_{\rho_1}^{\rho_0} \mu(\rho) \Phi(\rho) d\rho.$$

Сравнивая с наблюдениями, произведенными мною в Ките в 1934 г. [20], имеем следующее соответствие между яркостями наблюдаемыми и вычисленными по указанной формуле.

l	30°	40°	50°	60°	90°
Наблюд.	7.62	5.05	3.20	2.10	1.00
Вычисл.	7.45	4.28	2.81	2.00	1.00

Это означает, что плотность материи в плоскости эклиптики изменяется по закону r^{-1} . В сущности нет надобности искать закона более точного.

Другие индикатрисы рассеяния более сложной формы дают, примерно, то же самое.

Для суждения о происхождении метеоров в солнечной системе можно высказать следующую гипотезу.

Метеоры возникают в результате постепенной дезагрегации астероидов, занимающих в основном зону между орбитами Марса и Юпитера. Дезагрегация может происходить как следствие столкновений с космическими метеорами, пролетающими через солнечную систему с большой скоростью, а также от столкновений с метеорами, принадлежащими солнечной системе, и от взаимных столкновений астероидов между собой. Общая масса астероидов невелика и, возможно, не превышает 0.1 массы Земли, но их суммарная поверхность, по всей вероятности, во много раз превосходит поверхность Земли вследствие крайней раздробленности астероидов. Если, например, Землю разделить на равные тела радиусом в 10 раз меньшим, то суммарная поверхность этих тел будет в 10 раз больше поверхности Земли. Следовательно, сумма поверхностей тел радиусом в 6 км каждое, полученных путем деления Земли, будет в тысячу раз больше земной поверхности. Тело радиусом в 6 км

представляет довольно типичный астероид, наблюдаемый в современные телескопы.

Не подлежит никакому сомнению, что огромное большинство астероидов имеет еще меньшие размеры. В сущности нельзя указать никакого нижнего предела для их радиуса. Они могут быть радиусом в несколько метров, даже сантиметров, вплоть до размеров пылинок. Итак, огромная поверхность, представляемая астероидальным кольцом, представляет главное препятствие при пролете космических метеоров через солнечную систему. Получаемая при этих столкновениях мелкая пыль разлетается по всем направлениям и заполняет пространство. В связи с этим можно поставить и решить следующую задачу.

Пусть на расстоянии R от Солнца по круговой орбите движется планета — астероид. Из этой планеты по той или другой причине происходит выброс частиц пыли и притом равномерно по всем направлениям с определенной относительной скоростью. Предположим, что этот процесс происходит достаточно долго, так что устанавливается стационарное распределение плотностей. Требуется определить относительное количество вещества в любой точке пространства. В результате длительных вычислений, как будет показано ниже, получен следующий закон распределения плотностей в плоскости астероидального кольца при различных значениях скорости выброса v_0 и на разных расстояниях r от Солнца.

Таблица 1

r	$v_0^2 = 1$	2	3	4	r^{-1}
0.2	2.50	2.55	1.20	0.63	2.00
0.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.8	0.43	0.46	0.31	0.54	0.50
1.0	0.57	∞	∞	∞	0.40
1.2	0.32	—	0.25	1.24	—
1.6	0.09	—	0.052	0.41	—

Радиус орбиты астероида и скорость его движения приняты за единицу. Если принять, что радиус $R=4$ астр. единицам, то, согласно третьему закону Кеплера,

$$v^2 R = \text{const}, \quad v = \frac{\text{const}}{\sqrt{R}},$$

т. е. орбитальная скорость, принятая за единицу, составляет примерно 15 км/сек. Земля находится от Солнца на расстоянии 0.25 в принятых единицах. Отсюда видно, что в области пространства около орбиты Земли изменение плотности материи происходит весьма близко согласно закону r^{-1} , при скоростях выброса частиц $v_0 = 1 - \sqrt{2}$. При больших скоростях нарастание плотности к Солнцу замедляется, затем совершенно прекращается, и вблизи Солнца оказывается пустота.

Аналогично этому пустота вблизи Солнца оказывается и при малых скоростях выброса. Можно, следовательно, заключить, что необходимое распределение плотностей получается при рассмотренном механизме лишь при значительных скоростях выброса, заключенных притом в довольно узких пределах. Любопытно, однако, что при всех возможных скоростях, больших или малых, само астероидальное кольцо всегда является областью повышенной плотности пылевой материи. Отсюда с несомненностью следует, что в кольце астероидов должна скапливаться масса мелкой пыли, объясняющая, как можно думать, явление зодиакальной полосы. Можно, однако, сомневаться в том, что скорости выброса частиц могут быть достаточно велики.

Заметим, что приведенные выше результаты были получены без учета радиативного торможения. При наличии подобного торможения необходимость в больших скоростях выброса отпадает. В самом деле, пусть из астероидальной зоны, как из некоторого резервуара, непрерывно исходят частицы, постепенно приближающиеся к Солнцу в результате радиативного торможения. Пусть этот процесс происходит достаточно долго, фактически ~~в течение~~ всего

времени существования солнечной системы. Предположим, что распределение материи пришло в стационарное состояние. В таком случае количество материи, находящееся в объеме пространства, проходимом за единицу времени, должно быть везде одинаково, т. е.

$$\omega r^2 \frac{dr}{dt} f(r) = \text{const},$$

где ω — телесный угол, $f(r)$ — плотность материи в пространстве.

Подставляя сюда указанное выше значение $\frac{dr}{dt}$, находим, что

$$f(r) = \frac{\text{const}}{r}.$$

Итак, явление радиативного торможения приводит к закону распределения плотности r^{-1} в точном согласии с наблюдениями.

Принимая $\mu(\rho) = \frac{A}{4} \rho^2$, где A — альбедо частицы, находим:

$$j = J \frac{K r_0}{\sin^2 l} (1 + \cos l) \frac{A}{4 \rho_1}.$$

Если принять, что яркость Зодиакального света эквивалентна на расстоянии $l = 60^\circ$ одной звезде 5-й величины на квадратный градус, то

$$\frac{j}{J} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 2.512^{-26.5+5} = 8.2 \cdot 10^{-10}.$$

Примем для определенности, что $A = 0.4$. Масса материи в единице объема пространства на расстоянии $r=1$ будет:

$$M = K \int_{\rho_1}^{\rho_2} \Phi(\rho) d\rho \frac{4\pi}{3} \rho^3$$

или

$$M = \frac{4}{3} \pi \delta K (\ln \rho_2 - \ln \rho_1).$$

Полагая для предельной звездной величины метеора $m = 13$, т. е.

$$\rho_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см},$$

находим, что

$$K = 10^{-24}$$

и поэтому

$$M = 6 \cdot 10^{-3} \text{ гр. —}$$

масса в 1 см^3 на расстоянии Земли от Солнца.

Общая масса в области пространства с радиусом, равным радиусу земной орбиты, оказывается в предположении ее сферической симметрии при законе изменения плотности r^{-1} равной

$$1.3 \cdot 10^{18} \text{ гр.},$$

что составляет $2.6 \cdot 10^{-10}$ массы Земли.

Таковы ориентировочные данные относительно зодиакальной материи, которые вытекают на основании наших прежних исследований.



Глава вторая

СВЕТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ, ПРЕДСТАВЛЯЕМЫЕ ВОЗМОЖНЫМИ ПОТОКАМИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ МЕТЕОРОВ

Как указывалось выше, нет основания считать, что космические метеоры, проникающие с гиперболической скоростью в солнечную систему из межзвездного пространства, обогащают заметным образом междупланетную пылевую среду. Во всяком случае, подобные метеоры должны принадлежать к отдельным потокам, расположенным преимущественно в плоскости галактики. Согласно Гоффмейстеру, наиболее заметный поток этого рода связан с областью, занятой темными туманностями в созвездии Тельца, которое случайно расположено вблизи плоскости эклиптики. Выводы Гоффмейстера в настоящее время не могут считаться правильными, так как этот поток оказался обладающим сравнительно малой гелиоцентрической скоростью. Можно показать несостоятельность воззрения о наличии гиперболических метеорных потоков и с фотометрической точки зрения.

Рассмотрим следующую общую задачу. Пусть метеорный поток однородного строения и ничем не ограниченный проходит через солнечную систему. Каждая частица потока движется, находясь на большом расстоянии от Солнца, по параллельным траекториям с одной и той же скоростью v_0 . Притяжение со стороны Солнца внесет возмущения в строение этого потока. Требуется найти плотность материи в

любой точке пространства на не особенно большом расстоянии от Солнца и затем оценить световые явления для наблюдателя, связанного с Землей.

Примем за начало координат центр Солнца и за ось x -ов прямую, параллельную начальной скорости потока v_0 . Пусть начальные координаты метеорной частицы будут $x_0 \rightarrow \infty$ и y_0 . На основании интеграла живых сил

$$v^2 = k^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (1)$$

находим скорость v на любом расстоянии r от Солнца. Выражение

$$v_0^2 = - \frac{k^2}{a} \quad (2)$$

определяет действительную полуось гиперболы a . Уравнение траектории частицы в полярных координатах (r, ψ) есть

$$r = \frac{-a \operatorname{tg}^2 \psi}{1 + \cos \vartheta + \operatorname{tg} \psi \sin \vartheta}, \quad (3)$$

где ψ — угол, который линия апсид составляет с осью x -ов.

Для определения угла ψ , очевидно связанного с эксцентриситетом, воспользуемся интегралом площадей, который можно написать в виде

$$y_0 v_0 = q v_q$$

применительно к перигелию орбиты, находящемуся на расстоянии q от Солнца. При помощи (1) и (3) находим:

$$y_0 v_0 = -a (\sec \psi - 1) k \sqrt{\frac{2}{-a (\sec \psi - 1)} - \frac{1}{a}},$$

откуда

$$y_0^2 v_0^2 = -a k^2 (\sec^2 \psi - 1)$$

и, наконец,

$$\sec \psi = \sqrt{1 + \frac{y_0^2}{a^2}}$$

или

$$y_0 = -a \operatorname{tg} \psi. \quad (4)$$

Наконец, угол (n, r) между нормалью к траектории в точке (r, ϑ) и радиусом-вектором определится соотношением

$$\operatorname{tg}(n, r) = -\frac{dr}{r d\vartheta},$$

откуда находим

$$\cos(n, r) = \frac{1}{\sqrt{1 + r^2 \frac{\sec^2 \psi}{p^2} \sin^2(\psi - \vartheta)}}, \quad (5)$$

причем параметр p имеет значение

$$p = -a(e^2 - 1) = -a \operatorname{tg}^2 \psi.$$

Предположим теперь, что элементарный прямоугольник $\delta x_0 \delta y_0$ заполнен материальными частицами, которые движутся независимо друг от друга под влиянием притяжения Солнца. Через известный промежуток времени этот прямоугольник окажется деформированным с площадью $\delta \sigma$. Найдём отношение

$$B = \frac{\delta \sigma}{\delta x_0 \delta y_0},$$

которое показывает степень расширения элемента плоскости и, следовательно, уменьшения поверхностной плотности в плоскости x, y по сравнению с начальным значением.

Если δt есть промежуток времени, в течение которого частица проходит отрезок δx_0 , то

$$\delta x_0 = v_0 \delta t.$$

Очевидно, с точностью до малой величины высшего порядка

$$\delta \sigma = v \delta t \delta n,$$

где δn — расстояние между смежными траекториями, считаемое по нормали. Поэтому

$$= \frac{v \delta n}{v_0 \delta y_0}$$

или

$$B = \frac{v \delta r \cos(n, r)}{v_0 \delta y_0}.$$

Но на основании (3)

$$-\frac{a\delta r}{r} = \operatorname{cosec}^2 \psi [2(1 + \cos \vartheta) \operatorname{ctg} \psi + \sin \vartheta] \delta \psi.$$

С другой стороны, из (4) имеем

$$\delta y_0 = -a \sec^2 \psi \delta \psi.$$

После различных преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\delta r}{\delta y_0} &= \frac{ar^2}{y_0^3} \left[\frac{v_0 \sin \vartheta}{a} - 2(1 + \cos \vartheta) \right]; \\ B &= \sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}} \cdot \frac{a \sqrt{-ar}}{y_0^3} \left[\frac{y_0}{a} \sin \vartheta - 2(1 + \cos \vartheta) \right] \times \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2 a^3}{y_0^4} \left(\frac{y_0}{a} \cos \vartheta + \sin \vartheta \right)^2}} \end{aligned}$$

или же окончательно

$$\begin{aligned} B &= \left[\frac{r^2}{y_0^2} \sin \vartheta - 2(1 + \cos \vartheta) \frac{ar^2}{y_0^3} \right] \times \\ &\quad \times \frac{\sqrt{1 - \frac{a}{r}}}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{y_0^4} (y_0 \cos \vartheta + a \sin \vartheta)^2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Итак, B представляет функцию в полярных координатах r, ϑ , зависящую от параметров y_0 и $v_0 = \frac{k}{\sqrt{-a}}$. Однако для каждой данной точки с заданными r, ϑ величина y_0 должна зависеть от v_0 . Действительно, написав уравнение траектории в виде

$$r = \frac{y_0^2}{-a(1 + \cos \vartheta) + y_0 \sin \vartheta},$$

получим из него

$$y_0 = \frac{r \sin \vartheta}{2} + \sqrt{\frac{r^2 \sin^2 \vartheta}{4} - ar(1 + \cos \vartheta)}. \quad (7)$$

Перед радикалом берем положительный знак, так как можно всегда считать, что $y_0 > 0$.

Для того чтобы перейти к пространственной плотности D , следует только принять во внимание симметрию по отношению к оси x . Вся материя, заключенная в пределах тора

$$2\pi y_0 \delta x_0 \delta y_0,$$

будет в течение того же промежутка времени заключаться также в пределах тора $2\pi y \delta \sigma$. Следовательно,

$$D = \frac{y_0}{y} \frac{\delta y_0 v_0}{\delta r v \cos(n, r)}$$

или

$$D = F(r, \vartheta, v_0) = \frac{y_0}{yB},$$

причем

$$v = r \sin \vartheta.$$

В действительности, нужно учесть то обстоятельство, что в плоскости x, y элементарная площадка $\delta x_0 \delta y_0$, соответствующая $y_0 > 0$, может попасть как в область положительных, так и в область отрицательных значений y . Обозначим через D_1 и D_2 значения плотностей, получающихся соответственно при $y_0 y > 0$ и $y_0 y < 0$. В конечном счете имеем

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{y} \left(\frac{y_0}{B} + \frac{y_0'}{B'} \right),$$

где B, y_0, B', y_0' соответствуют точкам r, ϑ , симметрично расположенным относительно оси x .

В случае ϑ очень малого

$$y_0 = \sqrt{-2ar} + \frac{r\vartheta}{2}$$

и

$$B = \frac{\sqrt{1 - \frac{2a}{r}} r \vartheta}{\sqrt{1 - \frac{r}{2a}} (-2a + \vartheta \sqrt{-2ar})} - \frac{4ar^2}{(\sqrt{-2ar})^3 + 3(\sqrt{-2ar})^2 \frac{r\vartheta}{2}},$$

откуда

$$B = \frac{\sqrt{-2ar} \vartheta}{-2a + \vartheta \sqrt{-2ar}} + \frac{4 \sqrt{-2ar}}{2 \sqrt{-2ar} - 3\vartheta}$$

или

$$B = 2 + \sqrt{-2ar} \vartheta \left(1 - \frac{3}{4a}\right).$$

Следовательно, при $\vartheta=0$ $B=2$, каким бы ни было r .

С другой стороны, при произвольном ϑ , но весьма малом r , имеем приближенно

$$y_0 = \sqrt{-a} \sqrt{r(1 + \cos \vartheta)}$$

и после подстановки в (6) находим снова $\lim B = 2$ при $r=0$.
Вообще же при

$$y_0 y > 0$$

значения B заключаются в пределах $1 \leq B \leq 2$ и при

$$y_0 y < 0$$

в пределах $2 \leq B < \infty$.

Применим выведенные формулы к конкретному случаю.

Примем за единицу длины радиус земной орбиты и за единицу времени $\frac{1}{2\pi}$ долю обращения Земли вокруг Солнца, что равносильно предположению $k^2=1$.

Будем иметь

$$v_0^2 = -\frac{1}{a}.$$

Допустим, что скорости гиперболических метеоров составляют 100 км/сек. и выше. Эта скорость в наших единицах равна

$$v_0^2 = \frac{100 \cdot 365,24 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{2 \cdot 3,14 \cdot 149\,500\,000} \approx 3,5.$$

Этому соответствует

$$a = -0,083.$$

Примем в круглых числах

$$a = -0,1$$

и вычислим значения B и D для различных значений r и θ . Результаты приведены в табл. 2 и 3. В табл. 4 и 5 даны аналогичные величины B и D , вычисленные В. А. Кураповым для $a = -1.0$. Значения D в случае $a = -0.1$ изображены на рис. 1.

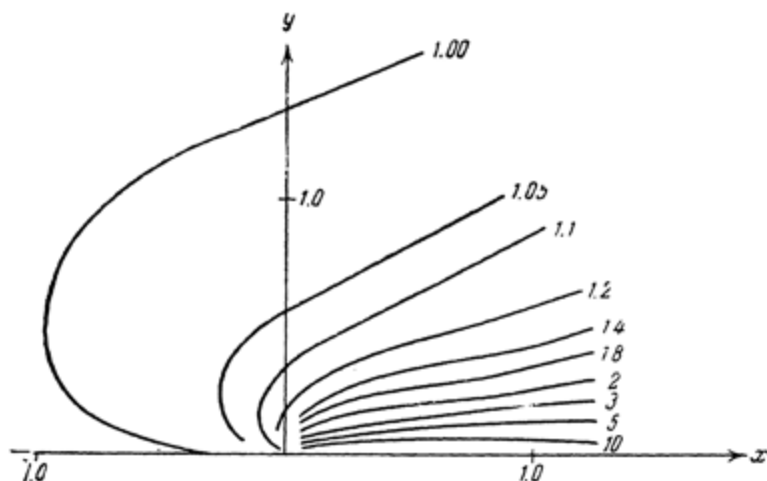


Рис. 1. Линии одинаковой плотности космической материи, производимой гипотетическими гиперболическими метеорами.

Как видно из приводимых таблиц, возмущающее действие Солнца проявляется гораздо сильнее и захватывает несравненно большие области пространства при меньшей кинетической энергии движущихся частиц.

Вычислим теперь яркость Зодиакального света, производимого материей подобного метеорного потока. Пусть L — количество света, испускаемого Солнцем в единицу телесного угла; $\mu f(\theta)$ — рассеивающая способность материи (на 1 гр. в 1 стерадиан); ξ, R — расстояния элемента пространства от Солнца и от Земли.

Наблюдаемая яркость Зодиакального света будет

$$J = \mu L \int_0^{\infty} \frac{Df(\alpha) dR}{\xi^2}.$$

Таблица 2

Значения B ($a = -0.1$)

r	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\vartheta = \pm 2.9^\circ$. .	y ± 0.010	± 0.002	± 0.03	± 0.04	± 0.05
	y_0 0.205	0.293	0.361	0.420	0.472
	B 2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
	y'_0 0.195	0.272	0.330	0.380	0.422
	B' 2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
$\vartheta = \pm 15^\circ$. .	y ± 0.052	± 0.107	± 0.155	± 0.207	± 0.259
	y_0 0.226	0.342	0.424	0.510	0.590
	B 1.77	1.68	1.62	1.58	1.55
	y'_0 0.174	0.233	0.272	0.305	0.332
	B' 2.25	2.45	2.65	2.80	2.96
$\vartheta = \pm 30^\circ$. .	y ± 0.100	± 0.200	± 0.300	± 0.400	± 0.500
	y_0 0.250	0.399	0.516	0.635	0.748
	B 1.60	1.45	1.40	1.37	1.35
	y'_0 0.150	0.199	0.216	0.235	0.248
	B' 2.50	2.90	3.38	3.70	4.00
$\vartheta = \pm 60^\circ$. .	y ± 0.173	± 0.343	± 0.519	± 0.692	± 0.866
	y_0 0.280	0.473	0.657	0.836	1.014
	B 1.38	1.27	1.21	1.18	1.15
	y'_0 0.107	0.127	0.137	0.144	0.148
	B' 3.55	4.75	5.80	6.85	7.85
$\vartheta = \pm 90^\circ$. .	y ± 0.200	± 0.400	± 0.600	± 0.800	± 1.000
	y_0 0.273	0.483	0.687	0.890	1.092
	B 1.26	1.17	1.12	1.10	1.08
	y'_0 0.073	0.083	0.087	0.090	0.90
	B' 4.5	6.81	8.91	10.9	12.9
$\vartheta = \pm 120^\circ$. .	y ± 0.173	± 0.343	± 0.519	± 0.692	± 0.866
	y_0 0.219	0.394	0.580	0.748	0.920
	B 1.21	1.13	1.09	1.07	1.06
	y'_0 0.046	0.051	0.052	0.053	0.054
	B' 5.8	8.9	11.8	14.8	17.8

Таблица 2 (продолжение)

	r	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\vartheta = \pm 150^\circ$. .	y	± 0.100	± 0.200	± 0.300	± 0.400	± 0.500
	y_0	0.221	0.345	0.470	0.590	0.694
	B	0.512	0.590	0.655	0.700	0.733
	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—
$\vartheta = \pm 177^\circ.1$.	y	± 0.010	± 0.020	± 0.030	± 0.040	± 0.050
	y_0	0.012	0.022	0.032	0.042	0.052
	B	1.178	1.105	1.075	1.058	1.048
	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—

Таблица 3

Значения D ($a = -0.1$)

$\vartheta \backslash r$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5
2.°9	20.0	14.1	11.5	10.0	8.94	7.30
15°	3.99	2.79	2.34	2.08	1.90	1.63
30°	2.16	1.71	1.44	1.32	1.22	—
60°	1.35	1.16	1.09	1.06	1.04	—
90°	1.16	1.10	1.04	1.02	1.02	—
120°	1.09	1.03	1.03	1.02	1.01	—
150°	1.13	1.06	1.04	1.02	1.02	—
177° .1	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00	—

Таблица 4

Значения B ($a = -1.0$)

	r	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5
$\vartheta = 2^\circ$	y_0	0.637	0.905	1.111	1.285	1.439	1.77
	B	1.99	1.98	1.97	1.97	1.97	1.97
$\vartheta = \pm 15^\circ$	y_0	0.654	0.94	1.17	1.36	1.54	1.92
	B	1.91	1.88	1.86	1.84	1.82	1.69
	y'_0	0.60	0.84	1.01	1.16	1.28	1.54
	B'	2.08	2.10	2.13	2.16	2.17	2.23
$\vartheta = \pm 30^\circ$	y_0	0.663	0.969	1.22	1.44	1.64	2.08
	B	1.85	1.79	1.75	1.71	1.69	1.65
	y'_0	0.56	0.77	0.92	1.04	1.14	1.34
	B'	2.20	2.23	2.33	2.39	2.44	2.56
$\vartheta = \pm 60^\circ$	y_0	0.64	0.967	1.24	1.50	1.73	2.28
	B	1.74	1.64	1.59	1.54	1.50	1.44
	y'_0	0.47	0.62	0.72	0.80	0.87	0.98
	B'	2.39	2.59	2.72	2.85	3.08	3.35
$\vartheta = \pm 90^\circ$	y_0	0.558	0.863	1.131	1.38	1.62	2.19
	B	1.64	1.58	1.46	1.41	1.38	1.31
	y'_0	0.36	0.45	0.53	0.58	0.62	0.69
	B'	3.67	4.60	5.39	6.13	6.85	8.54
$\vartheta = \pm 120^\circ$	y_0	0.415	0.653	0.867	1.067	1.26	1.73
	B	1.58	1.47	1.39	1.35	1.32	1.25
$\vartheta = \pm 150^\circ$	y_0	0.221	0.352	0.471	0.583	0.693	0.966
	B	1.55	1.44	1.36	1.34	1.29	1.21
	y'_0	0.121	0.152	0.171	0.183	0.193	0.216
	B'	4.48	5.80	7.23	8.52	9.74	12.07
$\vartheta = \pm 177^\circ.1$	y_0	0.02005	0.0325	0.0439	0.0549	0.0656	0.0919
	B	1.42	1.33	1.27	1.23	1.21	1.16

Таблица 5

Значения D ($a = -1.0$)

$\vartheta \backslash r$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5
2.°9	63.4	45.4	37.2	32.4	29.0	23.8
15°	12.22	8.61	7.15	6.14	5.55	4.71
30°	6.09	4.40	3.63	3.18	2.87	2.38
60°	3.26	2.39	2.01	1.83	1.65	1.44
90°	2.19	1.66	1.45	1.34	1.26	1.17
120°	1.92	1.48	1.33	1.23	1.17	1.11
15	1.70	1.35	1.23	1.14	1.11	1.08
17.	1.41	1.21	1.14	1.11	1.08	1.05

В плоскости эклиптики

$$\xi = r, \quad r = \frac{R \sin l}{\sin \alpha}$$

и потому

$$\frac{JR}{L\mu} = \frac{1}{\sin l} \int_0^{\pi-l} Df(\alpha) d\alpha.$$

Величина, стоящая в правой части последнего уравнения, пропорциональна яркости Зодиакального света. Оценим эту величину при $a = -0.1$ и для положения Земли на орбите соответствующего $\vartheta = 60^\circ$. Находим для различных угловых расстояний от Солнца

	$l = 30^\circ$	$l = 60^\circ$	$l = 90^\circ$
Западная ветвь Зодиакального света	8.5	3.9	2.7
Восточная ветвь Зодиакального света	4.4	1.83	1.18

Отсюда видно, что распределение яркости в обеих ветвях примерно одинаково, несмотря на совершенно различную структуру плотности по разным направлениям. Наоборот, по абсолютным яркостям обе ветви весьма значительно различаются между собой. При меньшей кинетической энергии метеоров это различие будет, без сомнения, еще больше. Таким образом, одновременные наблюдения над яркостью обеих ветвей Зодиакального света представляют хорошее средство для суждения о содержании в нем галактической материи.

Подобные наблюдения, когда обе ветви Зодиакального света находятся в одинаково благоприятных условиях видимости, могут быть проведены лишь в декабре и в июне. В первом случае эклиптика расположена низко над южным горизонтом и около полуночи в низких широтах ясно видны обе Зодиакальные ветви, расположенные симметрично по отношению к меридиану и переходящие в слабую Зодиакальную полосу в стороне, противоположной Солнцу. Западная ветвь при этом накладывается на Млечный путь, что затрудняет наблюдения. К тому же явление вообще очень слабо.

В июне или в начале июля под широтой около 45° , когда Солнце во время полуночи находится на расстоянии около 21° под горизонтом и сумерки полностью отсутствуют, можно видеть так называемый северный Зодиакальный свет, соединяющий обе зодиакальные ветви в направлении на Солнце.

Это явление было отмечено, повидимому, впервые Кэмпбеллом летом 1907 г. на Ликской обсерватории [21] в виде слабого свечения в северной части горизонта. В июне 1908 г. это свечение отмечалось до расстояния в 18° над горизонтом. Как замечает Фэз, эмиссионная линия 5577, которая обычно наблюдается в спектре неба, не усиливалась в этом свечении. Влияние сумерок полностью исключается, поскольку Солнце во время указанных наблюдений было погружено под горизонт примерно на 30° .

Фэз пытался из своих наблюдений на Ликской обсерватории над северным Зодиакальным светом определить глазомер-

ным путем видимые изофоты, экстраполируя их вплоть до пересечения с эклиптической. Он нашел чечевицеобразную форму явления и притом достаточно симметричную по отношению к Солнцу, простирающуюся в обе от него стороны вдоль эклиптики, примерно, на 70° и на 46° к северу от нее. Эти наблюдения не имеют большого веса, так как не были произведены фотометрически. Тем не менее несомненно, что Зодиакальный свет представлен примерно одинаковыми изофотами в обе стороны от Солнца, что исключает идею о связи его с отдельными метеорными потоками или кометами, как предполагал Эльви [22].

Аналогичные наблюдения над северным Зодиакальным светом производились в течение ряда лет Барнардом, С. Ньюкомбом и другими американскими астрономами [23, 24, 25]. В особенности систематическим образом наблюдал это явление Ньюкомб в горных районах США и Швейцарии на высоте 7700 футов. Он пришел к заключению, что Зодиакальный свет довольно резко ограничен к северу от эклиптики на расстоянии 35° от Солнца, гораздо более резко, чем зодиакальные конуса или ветви вдоль эклиптической плоскости.

„The limit of 35° , which I have set nevertheless seems to me much more precise than any limit that has been, or can be, set in the plane of the ecliptic“.*

Это замечание Ньюкомба имеет большое значение.

Я лично производил фотометрические наблюдения над северным Зодиакальным светом в окрестностях Талгара в 40 км к востоку от Алма-Ата в начале июля 1946 г. Столовая гора Лапоть, на которой была расположена наблюдательная станция, одиноко стоит среди окружающей равнины, возвышаясь над уровнем моря на 1400 м. Наблюдения велись при помощи радиоактивного фотометра, причем яркости выражались в абсолютных единицах путем сравне-

* «Предел 35° , установленный мной, представляется более резким, чем аналогичный предел, установленный для Зодиакального света в плоскости эклиптики»

ния с внефокальными изображениями звезд. Редукция наблюдений отличается особой трудностью, так как относится, как правило, к большим зенитным расстояниям и требует точного знания показателя прозрачности атмосферы.

Полученный мною фотометрический материал также не позволяет сделать заключение о наличии асимметрии в виде Зодиакального света в обе стороны от Солнца.

Как указывалось выше, обе ветви Зодиакального света не могут, вообще говоря, наблюдаться одновременно. К тому же фотометрические наблюдения над этим явлением крайне немногочисленны и не производятся систематически. Поэтому не следует пренебрегать свидетельством наблюдателей, которые отмечали протяжение зодиакальных ветвей в течение многих лет в различных условиях. Имеются длинные ряды подобных наблюдений: Шмидта (1843—1855), Дешевренса (1875—1879), Гейса, Вебера (1849—1883), Джонса (1854), Серпиери и других. Для сравнения протяжения вдоль эклиптики обеих зодиакальных ветвей на основании подобных наблюдений можно воспользоваться сводкой Шермана [26]. Отметим, однако, что наблюдения Джонса не однородны, так как производились им с палубы корабля в различных местах земного шара. Остальные наблюдения могут быть сравнены между собой, если они сделаны одним и тем же лицом при одинаковом наклоне эклиптики к горизонту. Различие в атмосферных условиях в среднем можно считать исключенным.

Для иллюстрации зависимости степени видимости Зодиакального света от наклонности эклиптики можно привести два графика, построенные мною на основании наблюдений Гоннора [27] который в течение ряда месяцев, в некоторой произвольной шкале отмечал качество атмосферных условий и яркость Зодиакального света, а также его протяжение вдоль эклиптики. Приведу построенный мной график для декабря, когда эклиптика мало наклонена к горизонту, и февраля—марта, когда условия наблюдения гораздо лучше

и Зодиакальный свет может быть прослежен несравненно ближе к Солнцу (1 означает наилучшие атмосферные условия и наибольшую яркость) (рис. 2). Как видно, в декабре при всяком состоянии атмосферы Зодиакальный свет крайне слаб, но в феврале — марте имеет место определенная корреляция между атмосферной прозрачностью и яркостью: лучшим атмосферным условиям, т. е. большей прозрачности

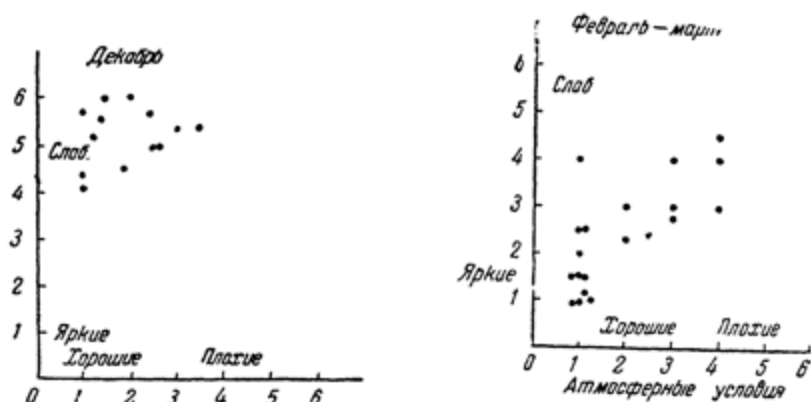


Рис. 2. Яркость Зодиакального света в зависимости от атмосферных условий.

атмосферы, соответствует также большая яркость явления, которая вообще достигает значительной интенсивности. Аналогично этому яркость Зодиакального света, а также его размеры значительно увеличиваются при подъеме на высокие горы, как это неоднократно отмечалось еще А. Гумбольдтом [28, 29]. Однако он считает, что в действительности Зодиакальный свет не изменялся и что все зависит от атмосферных условий. Любопытно отметить, что подобная связь отсутствует для общей яркости ночного неба. Наоборот, имеются указания, что яркость неба около полюса мира увеличивается с понижением показателя атмосферной прозрачности [30].

Известным показателем абсолютной яркости ветви Зодиакального света может служить наблюдаемое протяжение ее вдоль эклиптики. Сравнивая это протяжение для утренней ветви в октябре и вечерней ветви в марте, когда условия видимости в среднем за много лет одинаковы, получаем следующие результаты:

Наблюдатель	Вечерняя ветвь (март)	Утренняя ветвь (октябрь)
Дешевренс	65°	65°
Гейс, Вебер (1849—1860)	65°	70°
» » (186 — 1871)	77°	75°
» » (1872—1883)	90°	104°

Заметим, что на расстоянии от Солнца в 90° видимая яркость Зодиакального света возрастает на протяжении 10° не более, как на 10—15%. Таким образом, можно утверждать, что опытный наблюдатель с многолетней практикой видит вечерний и утренний Зодиакальный свет одинакового протяжения и яркости.

Равенство яркости обеих ветвей Зодиакального света отмечает также Маундер, наблюдавший это явление под тропиками во время путешествия в Индию [31].

Еще более уверенно это вытекает из фотометрических наблюдений Зандига, произведенных им в экваториальной Африке [32] на обсерватории Виндук ($\varphi = -22^{\circ}.5$).

Так, например, имеем для разных изофот утренней и вечерней ветвей, приводимых Зандигом в среднем для 29/30 июня, 2/3 и 7/8 июля 1935 г.:

Изофота	Вечерняя	Утренняя	Изофота	Вечерняя	Утренняя
1.0	35°	33°	2	51°	56°
1.5	44	46	3	77	82

Небольшое различие не превышает отклонений между отдельными днями.

Нужно заметить, что эти наблюдения производились фотографическим путем при помощи лейки с объективом светосилой 2.5 и с экспозициями 15^м — 30^м. Оригинальные негативы были настолько слабы, что потребовались многократные перепечатки для усиления контрастности.

Понятно, что точность измерений при этих условиях не может быть значительна.

Таким образом, можно заключить, что вся совокупность данных указывает на отсутствие какого-либо влияния отдельных метеорных потоков, в частности гиперболических, на зодиакальное свечение.

Потоки гиперболических метеоров, летящих из межзвездного пространства, не могут быть ориентированы равномерно по всем направлениям в плоскости эклиптики. Лишь случайно могут иметь место один или два подобных потока, захватывающих солнечную систему. Наблюдаемый характер Зодиакального света противоречит подобному предположению. Роль гиперболических метеоров должна быть ничтожно мала.

Глава третья

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ РАСПАДА ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Рассмотрим вопрос о происхождении метеорной материи в пределах солнечной системы.

Представим себе следующий механизм ее постепенного накопления. Предположим, что в сферу действия Солнца вступают кометы с параболической скоростью. Некоторый процент общего количества таких комет будет захвачен большими планетами, главным образом Юпитером, и останется в пределах планетной системы. Постепенно, под влиянием разлагающего действия Солнца, масса их разложится на метеоры и распределится вдоль всей орбиты в виде сплошного кольца.

Совокупность метеорных потоков, скопившихся за много миллионов лет, составит общий комплекс космической материи. Распределение плотности в нем требуется исследовать.

Свойства индивидуальных орбит метеорных потоков нам совершенно неизвестны. Трактование проблемы является возможным только потому, что мы предполагаем наличие очень большого количества всевозможных орбит. Если это количество настолько велико, что допускает применение закона больших чисел, то мы получаем право говорить о действительном распределении плотности в метеорном комплексе.

В противном случае можно говорить только о вероятном распределении плотностей.

Следует отметить, что для решения поставленной проблемы приходится пользоваться следующими предположениями:

1. Скорость параболической кометы вне сферы действия Солнца может быть ориентирована совершенно произвольным образом. Это единственное предположение, имеющее гипотетический характер. Я ввожу именно его, как наиболее простое. Дело, однако, не изменится и не усложнится, если предположить какой-нибудь закон ориентирования кометных скоростей по отношению к солнечной системе.

2. Элементы орбиты периодической кометы не зависят от ее массы.

3. Совокупность космической пыли не имеет периодических колебаний плотности.

Второе предположение разумеется само собой, третье же мы также обязаны допустить, хотя оно и не очевидно. Если бы периодические изменения плотности и имели место, то мы все равно могли бы исследовать только среднюю плотность в данной точке пространства. Мы, следовательно, необходимым образом предполагаем, что во всяком объеме пространства количество входящей в него материи равно количеству выходящей, т. е. что наш комплекс космической пыли во всех своих частях находится в динамическом равновесии.

Вообще говоря, эллиптическая орбита характеризуется пятью элементами: i , Ω , π , a и e . В данном случае мы имеем всевозможные значения π и Ω , встречающиеся с одинаковой вероятностью, так как вся совокупность материи имеет круговую симметричность.

Кроме того, мы ограничиваемся рассмотрением плотности в плоскости симметрии и потому полагаем $i=0^\circ$. Следовательно, нам остается исследовать совокупность орбит со всеми возможными a и e , расположенных в одной плоскости.

Для простоты предполагается, что захват комет производится лишь одной планетой Юпитером, вращающимся вокруг Солнца по кругу с равномерной скоростью. Распре-

деление плотности мы будем искать в плоскости орбиты Юпитера.

Рассмотрим сначала совокупность эллиптических орбит с теми же a и e , расположенных равномерно вокруг Солнца в упомянутой плоскости. Возьмем два эллипса, оси которых образуют угол β . Повернем один из эллипсов на угол $d\beta$. Точка пересечения его с другим эллипсом переместится по этому эллипсу на расстояние dl . Называя через r радиус-вектор точки пересечения и через α угол между r и касательной в этой точке, мы будем иметь очевидное равенство

$$r \frac{d\beta}{2} = \sin \alpha dl.$$

Следовательно, величина dl , которая характеризует частоту пересечения подобных орбит, пропорциональна r и обратно пропорциональна $\sin \alpha$. Угол между орбитами в точке пересечения есть, очевидно, 2α . Кратчайшее расстояние между смежными орбитами пропорционально

$$\frac{r}{\sin \alpha} \sin 2\alpha.$$

При равномерном распределении материи вдоль эллиптических орбит поверхностная плотность пропорциональна, поэтому

$$\frac{\sin \alpha}{r \sin 2\alpha}.$$

Однако, говоря, что мы ищем распределение плотности в плоскости орбиты Юпитера, мы не хотим сказать, что требуется определить поверхностную плотность. Определяется плотность в пространстве трех измерений. Следовательно, необходимо взять совокупность плоскостей, расположенных около плоскости орбиты Юпитера и соответствующих настолько малым значениям i , чтобы для всех плоскостей можно было принять одинаковое распределение поверхностной плотности. Все эти плоскости расходятся из общей точки S . Вследствие этого в некотором объеме, находящемся в плоскости орбиты Юпитера, плотность *ceteris*

paribus должна убывать обратно пропорционально его расстоянию от Солнца. Заметим, наконец, что плотность не может быть одинаковой в разных частях эллиптической орбиты. Действительно, для того чтобы наша совокупность пыли не имела периодических колебаний плотности, как это предполагается, необходимо, чтобы количество материи было бы тем же самым на каждом элементе эллипса, проходимым движущейся частицей в определенное время. Но на основании закона площадей

$$\frac{r^2 d\beta}{2} = k \sqrt{p} dt,$$

где $p = a(1 - e^2)$ и k — постоянная тяготения.

Так как

$$d\beta = \frac{2dt \sin \alpha}{r},$$

то

$$r \sin \alpha dt = k \sqrt{p} dt.$$

Так как плотность вдоль той же орбиты изменяется как $\sim \frac{1}{dl}$, то мы получаем, следовательно, новый фактор пропорциональности, именно:

$$\frac{r \sin \alpha}{\sqrt{p}}.$$

Соединяя вместе все сказанное, мы видим, что в совокупности подобных орбит (с теми же a и e) плотность космической материи изменяется пропорционально

$$\frac{\sin \alpha}{r \sin 2\alpha} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{r \sin \alpha}{\sqrt{p}},$$

т. е.

$$D = C \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r \sqrt{p}},$$

где C есть пропорциональный множитель.

Определим теперь C таким образом, чтобы общее количество материи, распределенной вдоль эллипса, равнялось M — массе разложившейся кометы, независимой от элементов орбиты.

Количество материи на единице длины орбиты есть

$$\frac{Cr \sin \alpha}{\sqrt{k^2 p}}.$$

На всей орбите общая масса есть, следовательно,

$$\frac{C}{\sqrt{k^2 p}} \int r \sin \alpha dl = M,$$

или

$$\frac{C}{2\sqrt{k^2 p}} \int r^2 d\beta = M, \text{ или же } C \int dt = M,$$

откуда $CT = M$, если T есть время обращения по данной орбите.

Пренебрегая факторами, постоянными для всех орбит, мы можем взять на основании третьего закона Кеплера:

$$C = \frac{M}{a^{3/2}}.$$

Итак, искомая плотность в совокупности подобных орбит, расположенных в близких плоскостях, есть до коэффициента пропорциональности

$$D = \frac{\text{tg } \alpha}{ra^{3/2}\sqrt{p}}.$$

Угол α весьма легко выражается через a , p и r . Рассматривая треугольник между данной точкой на орбите и обоими фокусами, мы получаем

$$4a^2e^2 = r^2 + (2a - r)^2 + 2r(2a - r) \cos 2\alpha,$$

откуда

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{ap}{2ar - r^2}} \text{ и } \text{tg } \alpha = \sqrt{\frac{ap}{2ar - r^2 - ap}}.$$

Для определения плотности во всей совокупности эллиптических орбит, характеризующихся всеми возможными значениями a и e , надо, очевидно, взять двойной интеграл от D по переменным a и e , придавая каждому D соответствующую степень вероятности. Мы должны, следовательно, прежде всего разобрать вероятность встречи в общем ансамбле орбит элементов a и e или a и p , имеющих некоторое определенное значение. Прямое решение этой задачи весьма трудно. Я обхожу эту трудность следующим образом.

Критерий Тиссерана дает зависимость между элементами кометы до и после больших возмущений.

Мы имеем

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i = \frac{1}{a_1} + 2\sqrt{a_1(1-e_1^2)} \cos i_1.$$

В нашем случае периодические кометы получились из непериодических путем захвата последних Юпитером. Полагая поэтому

$$a_1 = \infty; \quad a_1(1-e_1^2) = 2q; \quad a(1-e^2) = p,$$

а также $i = i_1 = 0$, получаем

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{p} = 2\sqrt{2q}.$$

Назовем через ω угол, который касательная к параболической орбите кометы делает с орбитой Юпитера в точке пересечения обеих орбит. Касательные проводятся в направлении орбитального движения. Легко видеть на основании свойства параболы, что $q = R \cos^2 \omega$, если R есть радиус орбиты Юпитера. В дальнейшем мы положим $R = 1$.

Предыдущая формула дает:

$$\sqrt{p} = \sqrt{2} \cos \omega - \frac{1}{2a}.$$

Далее проф. Ньютон [33] вывел следующее соотношение:

$$a = \frac{ps}{4m \cos \varphi \sin \gamma},$$

где $s = \frac{v_0}{v_1}$ есть отношение скоростей кометы вокруг Солнца и Юпитера по своей орбите, 2γ — угол между асимптотами гиперболической орбиты кометы по отношению к Юпитеру, φ — угол между периовием относительной орбиты кометы и направлением скорости движения Юпитера и m — масса Юпитера в единицах солнечной массы. Знак φ определяет род преобразованной орбиты.

Выражая p , s , φ и γ через ω , d (наименьшее расстояние между орбитами Юпитера и кометы) и h (расстояние, на котором находится Юпитер от точки наибольшего сближения орбит, когда комета находится в соответствующей точке), Ньютон получил для возмущенной большой полуоси соотношение:

$$a = -\frac{s}{4m} \cdot \frac{A^2 + d^2 + h^2 \sin^2 \vartheta}{A \cos \vartheta \pm h \sin^2 \vartheta},$$

где

$$A = \frac{mR}{s^2}, (R=1), \cos \vartheta = \frac{1-s^2}{2s}; s^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cos \omega.$$

В нашем случае $d=0$, так как комета пересекает орбиту Юпитера. После некоторых преобразований получаем:

$$4a = \frac{1 + \left(\frac{h}{m}\right)^2 2s^2 \sin^2 \omega}{\sqrt{2} \cos \omega - 1 + \left(\frac{h}{m}\right) 2s \sin^2 \omega}.$$

Таким образом, переменные a и p могут быть выражены через ω и h или q и h , — величины, относящиеся к первоначальной орбите, и вопрос о вероятности элементов a и p заменяется подобным же вопросом относительно h и q . Какова же вероятность h ?

Так как Юпитер вращается по круговой орбите с равномерной скоростью, то для всякого момента времени, взятого произвольно, вероятность нахождения его в определенной точке орбиты не зависит от положения этой точки. Если за этот момент времени мы выберем тот, в который комета

пересекает орбиту Юпитера, то можем сказать, что вероятность расстояния Юпитера от кометы, т. е. h , не зависит от величины h . Практически нас интересуют, конечно, только малые значения h .

Вопрос о вероятности q , несколько сложнее. Казалось бы, всего проще решить вопрос на основании прямых наблюдений, составляя статистику величин q для всех известных периодических комет. При этом получается некоторая кривая, имеющая минимальные значения ординат вблизи от Солнца, достигающая максимума на расстоянии радиуса земной орбиты и затем довольно быстро спускающаяся до нуля. Без сомнения, она в высокой степени зависит от условий видимости комет в момент открытия, и это невозможно принять во внимание количественным образом. Поэтому в силу необходимости приходится обратиться на путь гипотез и определить вероятность q на основании нашего предложения (1).

Предположим, что в начальный момент на границе сферы действия Солнца координаты кометы суть:

$$x_0 = r_0; y_0 = 0; z_0 = 0,$$

и составляющие скорости v_0 , образующей угол δ с радиусом-вектором r_0 , суть:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = -V_0 \cos \delta; \quad \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = V_0 \sin \delta; \quad \left(\frac{dz}{dt}\right)_0 = 0.$$

На основании интеграла площадей имеем отсюда:

$$r_0 V_0 \sin \delta = k \sqrt{2q},$$

и так как $V^2 = \frac{2k^2}{r_0}$, то имеем, что

$$q = r_0 \sin^2 \delta.$$

Предполагая уже известным, что комета находится в плоскости орбиты Юпитера, имеем для вероятности того, что вектор скорости заключается между δ и $\delta + d\delta$:

$$p_\delta = \frac{2d\delta}{\pi}.$$

Но вероятность для q быть заключенным между q и $q + dq$ есть, очевидно, p_q , если только dq определяется из соотношения

$$dq = 2r_0 \sin \delta \cos \delta d\delta,$$

так как все кометы, попавшие в промежуток δ и $\delta + d\delta$, необходимо попадут и в промежуток q и $q + dq$. Отсюда следует, что вероятность p_q есть:

$$p_q = \frac{dq}{\pi \sqrt{q(r_0 - q)}}.$$

Вектор r_0 есть величина, неизмеримо большая по сравнению с q (перигельного расстояния комет, могущих быть захваченными Юпитером). Мы можем, поэтому, принять, что искомая вероятность q просто пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{q}}$.

Нашу частную плотность D мы можем теперь рассматривать как функцию двух переменных q и h , вероятность которых найдена. Следовательно, общая плотность на данном расстоянии от Солнца есть

$$\Delta = \iint D dh \frac{dq}{\sqrt{q}}.$$

Соберем наши формулы для определения плотности космической пыли в плоскости орбиты Юпитера:

$$s^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cos \omega;$$

$$\sin \alpha = \left(\sqrt{2} \cos \omega - \frac{1}{2a} \right) \sqrt{\frac{a}{(2a - r)r}};$$

$$4a = \frac{1 + \left(\frac{h}{m} \right)^2 2s^2 \sin^2 \omega}{\sqrt{2} \cos \omega - 1 + \frac{h}{m} 2s \sin^2 \omega};$$

$$D = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r \sqrt{pa^{3/2} h}}; \quad \Delta = \iint D dh d \cos \omega.$$

Двойной интеграл неудобно вычислять при помощи механической квадратуры, потому что α , изменяясь от 90°

(перигелий) до некоторого минимума в зависимости от e и снова доходя до 90° (афелий), два раза превращает в ∞ подынтегральную функцию. Это затруднение исчезнет, если бы удалось взять хоть одну точную квадратуру. Это сделать проще по отношению к h . Если мы положим

$$4a = \frac{1 + mx^2}{b + nx}$$

и при помощи этого выразим в функции x все другие величины, т. е. $\operatorname{tg} \alpha$, $\sqrt{p}$ и $a^{3/2}$, то получим в знаменателе радикал из полинома седьмой степени. Точно вычислить такой интеграл невозможно.

В сущности упомянутая трудность с квадратурой лежит в самой природе вещей и не может быть устранена никаким изменением переменных, если сохраняется предварительное определение плотности в ансамбле эллиптических орбит с одинаковыми a и e .

При таких условиях остается один возможный выход: вычислять плотность не в данной точке, а среднюю плотность в объеме конечной величины.

Для данных a и p плотность пропорциональна просто $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{r}$.

Найдем среднее значение для кольцевой площади $2\pi r_0 \Delta r$. Это будет:

$$\frac{1}{2\pi r_0 \Delta r} \int \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r} r dr d\vartheta = \frac{1}{r_0 \Delta r} \int \operatorname{tg} \alpha dr.$$

Но

$$r - a = \pm \frac{\sqrt{a^2 \sin^2 \alpha - ap}}{\sin \alpha},$$

отсюда

$$dr = \frac{ap \cos \alpha d\alpha}{\sin^2 \alpha \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha - ap}}.$$

Полагая теперь $x = \cos \alpha$, получаем для интеграла следующее:

$$- \frac{p}{r_0 \Delta r} \int \frac{dx}{(1 - x^2) \sqrt{e^2 - x^2}},$$

где e — эксцентриситет.

Полагая далее

$$\frac{x}{e} = \sin \varphi,$$

преобразуем интеграл к новому виду

$$-\frac{p}{r_0 \Delta r} \int \frac{d\varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} = -\frac{p}{2r_0 \Delta r} \int \frac{d\varphi}{1 + e \sin \varphi} - \frac{p}{2r_0 \Delta r} \int \frac{d\varphi}{1 - e \sin \varphi}.$$

Вводя, наконец, новую переменную

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = z,$$

получаем в знаменателе подынтегральной функции полином второй степени.

Первый интеграл дает

$$-\frac{p}{r_0 \Delta r} \int \frac{dz}{1 + 2ez + z^2} = -\frac{p}{r_0 \Delta r} \frac{\operatorname{arctg} \frac{z + e}{\sqrt{1 - e^2}}}{\sqrt{1 - e^2}},$$

второй же

$$-\frac{p}{r_0 \Delta r} \int \frac{dz}{1 - 2ez + z^2} = -\frac{p}{r_0 \Delta r} \frac{\operatorname{arctg} \frac{z - e}{\sqrt{1 - e^2}}}{\sqrt{1 - e^2}},$$

в общей же сложности имеем:

$$\frac{1}{2\pi r_0 \Delta r} \int_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r} r dr d\vartheta = -\frac{p}{r_0 \Delta r \sqrt{1 - e^2}} \operatorname{arctg} \frac{\frac{2z}{\sqrt{1 - e^2}}}{1 - \frac{z^2 - e^2}{1 - e^2}} \bigg|_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r},$$

где

$$\cos \alpha = \frac{2ze}{1 + z^2}; \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{ap}{(2a - r)r}}.$$

Отметим, что

$$\frac{dr}{d\alpha} = \frac{ap \cos \alpha}{(r - a) \sin^3 \alpha}.$$

Если $\alpha = 90^\circ$, то $\frac{dr}{d\alpha} = 0$. Вследствие этого оказывается возможным представить плотность в самой критической точке в виде ряда, расположенного по степеням $\Delta\alpha$. Наша средняя плотность есть:

$$(D) = - \frac{1}{ar_0 \Delta r} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2z \sqrt{1-e^2}}{1-z^2} \Bigg|_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r}.$$

Для какого-нибудь r_0 мы вычисляем a , а затем φ и z . Далее для заданного наперед Δr вычисляем Δz по формуле

$$\Delta z = - \frac{\sin^4 \alpha (r_0 - a) \Delta r}{2e \cos^2 \frac{\varphi}{2} \cos \varphi \cos \alpha \cdot a p}.$$

Для $\alpha \neq 90^\circ$ изменение r одного порядка с α , а также и z . Поэтому для достаточно малого Δr интеграл

$$\frac{1}{r_0 \Delta r} \int_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r} \operatorname{tg} \alpha dr = \frac{\operatorname{tg} \alpha_m}{r_0 \Delta r} \int_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r} dr$$

сколь угодно мало отличается от $\operatorname{tg} \alpha_0$. Следовательно, вообще говоря, нет надобности пользоваться предыдущим выражением за исключением только критических точек. Для последних же можно эту неудобную формулу разложить в ряд.

Имеем:

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2z \sqrt{1-e^2}}{1-z^2} = 2z \sqrt{1-e^2} - \frac{2}{3} \sqrt{1-e^2} (1-4e^2) z^3 + \dots$$

Но

$$\frac{2z}{1+z^2} = \frac{\cos \alpha}{e}.$$

Следовательно

$$z = \frac{\cos \alpha}{2e} + \frac{\cos^3 \alpha}{8e^3} + \dots,$$

а потому

$$\operatorname{arctg} \frac{2x \sqrt{1-e^2}}{1-x^2} = \sqrt{1-e^2} \left[\frac{\cos \alpha}{e} + (1+2e^2) \frac{\cos^3 \alpha}{6e^3} + \dots \right].$$

Но, по предположению, α очень мало отличается от 90° .

Вводя

$$\alpha = 90^\circ - \psi,$$

получаем:

$$(D) = - \frac{\sqrt{1-e^2}}{r_0 \Delta r a e} \psi \left(1 + \frac{1-e^2}{6e^2} \psi^2 + \dots \right) \Big|_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r}.$$

В критической точке

$$r = a(1+e) \quad \text{и} \quad r = a(1-e).$$

В первом случае

$$(D) = \frac{\sqrt{1-e^2}}{r_0 \Delta r a e} \Delta \psi \left(1 + \frac{1+e^2}{6e^2} \Delta \psi^2 + \dots \right).$$

Из формулы

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{ap}{(2a-r)r}}$$

в случае, если r мало отличается от $a(1+e)$, имеем:

$$\Delta \psi^2 = \frac{2e}{p} \Delta r - \left(\frac{1}{ap} + \frac{8e^2}{3p^2} \right) \Delta r^2 + \dots$$

Следовательно:

$$\Delta \psi = \left(\frac{2e}{p} \Delta r \right)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(\frac{1}{4ae} + \frac{2}{3} \frac{e}{p} \right) \Delta r + \dots \right].$$

Средняя плотность

$$(D) = \frac{\sqrt{1-e^2}}{r_0 \Delta r a e} \left(\frac{2e}{p} \Delta r \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1+e^2}{6e} \cdot \frac{2}{p} \Delta r + \dots \right)$$

или, при достаточно малом Δr ,

$$(D) = \frac{\sqrt{1-e^2}}{r_0 a \sqrt{\Delta r} \sqrt{ae}} = \frac{\sqrt{2}}{ar_0 \sqrt{\Delta r} \sqrt{a(a-p)}}.$$

Для $r = a(1-e)$ имеем такую же формулу.

Остается определить то максимальное Δr , при котором можно оставить без изменения плотности, вычисленные по простой формуле $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{ra^{1/2} \sqrt{p}}$, на достаточном расстоянии от критических точек.

Эта задача носит несколько условный характер, ибо чем более Δr , тем на большем расстоянии от критических точек приходится останавливаться, но тем меньшее значение средней плотности получается в самих точках, что гораздо удобнее для механической квадратуры.

Представим „мгновенную“ плотность D в виде:

$$D = \frac{1}{ar} \frac{1}{\sqrt{2ar - r^2 - ap}},$$

и будем искать ее среднее значение

$$\begin{aligned} (D) &= \frac{1}{r_0 \Delta r a} \int_{r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}^{r_0 + \frac{1}{2} \Delta r} \frac{dr}{\sqrt{2ar - r^2 - ap}} = \\ &= \frac{1}{r_0 \Delta r a} \left(\arccos \frac{a - r_0 - \frac{1}{2} \Delta r}{ae} - \arccos \frac{a - r_0 + \frac{1}{2} \Delta r}{ae} \right). \end{aligned}$$

Разлагая в ряд по степени Δr , получаем:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{r_0 \Delta r a} \left[\frac{\Delta r}{\sqrt{1 - \left(\frac{a - r_0}{ae} \right)^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} \left(\frac{\Delta r}{ae} \right)^3 \frac{1 + 2 \left(\frac{a - r_0}{ae} \right)^2}{\left(1 - \frac{a - r_0}{ae} \right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{a - r_0}{ae} \right)^2}} \right]. \end{aligned}$$

Так как

$$D_0 = \frac{1}{ar_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a - r_0}{ae} \right)^2}} \cdot \frac{1}{ae},$$

то

$$(D) = D_0 \left[1 + \frac{1}{24} \left(\frac{\Delta r}{ae} \right)^2 \frac{1 + 2 \left(\frac{a-r_0}{ae} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{a-r_0}{ae} \right)^2 \right]^2} + \dots \right].$$

Эти ряды по степеням Δr непригодны, конечно, для определения средней плотности в критических точках, но для всех других они позволяют определить то максимальное Δr , при котором (D) нечувствительно отличается от D_0 .

Заметим, что при $r = a(1 \pm e)$ можно было бы применять точную формулу

$$(D) = \frac{1}{ar_0 \Delta r} \arccos \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta r}{ae} \right),$$

где

$$ae = \frac{1}{2} \sqrt{(2a)^2 - 4ap},$$

но выражение, выведенное нами раньше, удобнее для вычислений.

Надо заметить, что производство интегрирования отличается в слабой степени неопределенностью вследствие того, что вычисленных значений rD все же недостаточно, чтобы проследить ход интегральных кривых вблизи критических точек. В особенности этим отличается вычисление первого интеграла для $\frac{h}{m} = 1$ и $r = 1$, так как здесь имеем даже три критические точки. Третья получается при $\cos \omega = 0.7072$, как легко убедиться, если составить выражение $2a - 1 - ap$ на основании наших формул и подставить

$$\cos \omega = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Задавая различные значения $\frac{h}{m}$ и $\cos \omega$, вычисляем соответствующие действительные величины rD .

Найдя отдельные значения rD для различных $\frac{h}{m}$ и $\cos \omega$,

Таблица 6

h/m	Критические точки $\cos \omega$		Первые интегралы		Второй интеграл $r \int_0^1 D dh d \cos \omega$
$r = 0.05$					
1	0.880	0.430	0.75	0.00	10.84
2	0.860	0.140	1.0	2.05	
4	0.480	-0.040	1.5	2.78	
6	0.385	-0.100	2.0	2.81	
10	0.317	-0.150	2.5	2.76	
30	0.260	-0.200	3	2.27	
100	0.235	-0.215	4	0.50	
			6	0.27	
			10	0.126	
			30	0.021	
			100	0.0053	
$r = 0.10$					
1	0.915	0.300	0.5	0.075	11.41
2	0.945	0.035	0.75	2.30	
4	0.603	-0.138	1.0	2.612	
6	0.488	-0.196	1.5	2.60	
10	0.417	-0.246	2.0	2.278	
30	0.347	-0.280	3	1.370	
100	0.327	-0.309	4	0.670	
			5	0.400	
			6	0.269	
			8	0.170	
			10	0.133	
			30	0.0226	
			100	0.00114	
$r = 0.15$					
0.5	0.480	—	0.5	0.146	10.74
1	0.965	0.210	0.625	2.560	
2	0.970	0.050	0.76	2.660	
4	0.705	-0.215	1.0	2.662	
6	0.575	-0.270	1.5	2.38	

Таблица 6 (продолжение)

h/m	Критические точки $\cos \omega$		Первые интегралы		Второй интеграл
10	0.595	-0.220	2	2.01	
30	0.420	-0.365	3	1.35	
100	0.390	-0.380	4	0.833	
			5	0.470	
			6	0.298	
			8	0.180	
			10	0.145	
			30	0.0227	
			100	0.00340	
				$r = 0.25$	
1	—	0.080	0.25	0.070	11.40
2	—	-0.170	0.50	0.937	
4	—	-0.330	0.75	2.940	
6	0.710	-0.380	1	2.460	
10	0.612	-0.430	2	1.734	
30	0.535	-0.477	3	1.430	
100	0.507	-0.495	4	1.237	
			5	0.780	
			6	0.384	
			7	0.260	
			8	0.200	11.12
			10	0.151	
			30	0.0243	
			100	0.00414	
				$r = 0.35$	
1	—	-0.130	-0.5	0.112	
2	—	-0.265	0.0	0.376	
4	—	-0.417	0.5	0.750	
6	0.843	-0.475	0.625	0.050	
10	0.713	-0.520	0.75	2.200	
30	0.630	-0.570	0.825	2.400	
100	0.602	-0.585	1	2.393	

Таблица 5 (продолжение)

h/m	Критические точки $\cos \omega$		Первые интегралы		Второй интеграл
			2	1.562	
			3	1.140	
			4	0.895	
			6	0.463	
			8	0.270	
			10	0.162	
			30	0.0261	
			100	0.00418	
			$r = 0.50$		
I	—	—0.133	—0.5	0.178	
2	—	—0.372	0.0	0.284	
4	—	—0.527	0.5	0.493	
6	—	—0.585	0.75	1.000	
10	0.850	—0.630	1	2.321	10.88
30	0.740	—0.690	1.5	2.331	
100	0.715	—0.698	2	1.401	
			2.5	1.120	
			3	0.950	
			4	0.758	
			6	0.693	
			8	0.460	
			10	0.131	
			30	0.0276	
			100	0.00456	
			$r = 0.75$		
1	—	—0.280	—0.5	0.159	
2	—	—0.520	0.0	0.225	
4	—	—0.675	0.5	0.418	
6	—	—0.637	0.75	0.740	
10	—	—0.780	1	2.737	
30	0.903	—0.835	1.25	2.460	12.01
100	0.872	—0.857	1.5	2.030	

Таблица 6 (продолжение)

h/m	Критические точки $\cos \omega$	Первые интегралы	Второй интеграл
$r = 0,75$			
		1.75	1.710
		2	1.466
		2.5	1.000
		3	0.940
		4	0.686
		5	0.530
		6	0.434
		8	0.320
		10	0.264
		30	0.0342
		100	0.0031
$r = 1.00$			
		-0.5	0.218
		0.0	0.304
		0.5	0.522
		0.75	0.900
		0.875	1.500
		1	6.074
		1.5	4.900
		2	3.510
		2.5	2.470
		3	1.780
		3.5	1.220
		4	0.879
		4.5	0.700
		5	0.550
		6	0.455
		10	0.200
		30	0.0381
		100	0.00583
			16.66

Таблица 6 (продолжение)

h/m	Критические точки $\cos \omega$	Первые интегралы		Второй интеграл
$r = 1.25$				
-0.5	0.955	-0.5	0.0845	7.83
0.0	0.94	0.0	0.1469	
0.5	0.92	0.5	0.339	
1	-0.415	0.75	0.320	
2	-0.695	1.0	0.214	
4	-0.900	1.25	0.340	
6	-0.055	1.50	0.850	
10	-0.985	1.75	1.150	
30	-0.995	2	1.146	
100	-1.000	3	0.750	
		4	0.531	
		5	0.420	
		6	0.344	
		8	0.250	
		10	0.178	
		30	0.0292	
		100	0.0043	
$r = 1.50$				
-0.5	0.928	-0.5	0.049	6.19
0.0	0.930	0.0	0.086	
0.5	0.850	0.5	0.242	
1	-0.458	0.75	1.207	
2	-0.500	1.00	0.331	
4	-0.835	1.25	0.170	
6	-0.922	1.75	0.550	
10	-0.985	2.0	0.643	
30	-0.993	2.5	0.610	
100	-1.000	4	0.485	
		6	0.273	
		8	0.175	
		10	0.154	
		30	0.0244	
		100	0.00371	

Таблица 6 (продолжение)

h/m	Критические точки $\cos \omega$	Первые интегралы		Второй интеграл
		$r = 2.00$		
0.0	0.8505	0.0	0.0276	5.16
0.5	0.7502	0.5	0.156	
1	0.550	1.0	0.0325	
2	-0.015	1.5	0.160	
4	-0.700	1.75	0.460	
6	-0.855	2	0.619	
10	-0.945	2.5	0.590	
30	-1.000	3	0.510	
100	-1.000	4	0.340	
		5	0.260	
		6	0.224	
		8	0.180	
		10	0.1502	
		30	0.0205	
		100	0.00302	

мы вычисляем критические точки, определяя их из условия $\operatorname{tg} \alpha = \infty$ или $2a - r^2 - ap = 0$.

Для окончательного определения критических точек я пользуюсь графической интерполяцией. Далее вычисляются первые интегралы по переменному $\cos \omega$ и, наконец, по совокупности первых интегралов вычисляются вторые. Выше приводятся результаты вычислений (см. табл. 6). Первые интегралы, соответствующие $\frac{h}{m}$, не встречающиеся в предыдущей таблице, найдены путем графической интерполяции.

Имея для каждого r второй интеграл, мы получаем искомое Δ , разделив величину интеграла на r . Принимая плотность космической пыли на расстоянии Земли от Солнца равной единице, получаем следующую табл. 7.

Вблизи от Солнца плотность космической пыли убывает обратно пропорционально расстоянию. На расстоянии

3.90 астр. единиц чувствуется некоторое замедление, переходящее в слабый максимум около орбиты Юпитера. Далее

Таблица 7

r в рад. орб. Юпитера	r в рад. земной орб.	Вторые интегралы	Плотность Δ
0.05	0.26	10.84	3.75
0.10	0.52	11.41	1.974
0.15	0.78	10.74	1.229
0.25	1.30	11.40	0.789
0.35	1.82	11.12	0.550
0.50	2.60	10.88	0.376
0.75	3.90	12.01	0.277
1.00	5.20	16.66	0.288
1.25	6.50	7.83	0.108
1.50	7.80	6.19	0.071
2.00	10.40	5.16	0.045

плотность быстро падает и асимптотически приближается к нулю (рис. 3).

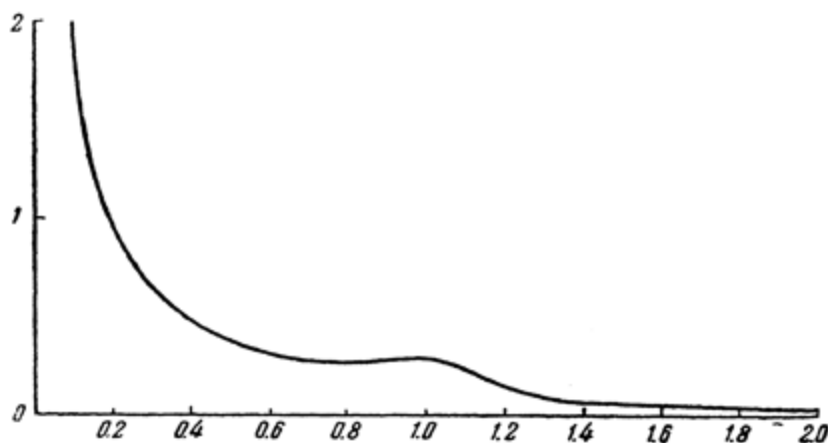


Рис. 3. Плотность космической пыли в комплексе комет, захваченных Юпитером.

Не подлежит сомнению, что в подобном комплексе космической пыли наблюдаемая яркость будет быстро возрастать по мере приближения к Солнцу, подобно тому как это имеет место для Зодиакального света. Однако весьма сомнительно, может ли подобный механизм захвата материи обеспечить и достаточную плотность ее в пространстве, так как вероятность больших возмущений, вообще говоря, очень мала и, кроме того, получающиеся эллиптические орбиты существуют лишь ограниченное время. Кроме того плотность пылевой материи, полученной описанным образом, должна быстро уменьшаться в обе стороны от плоскости орбиты Юпитера, что не соответствует действительности. Для выяснения этого вопроса необходимо исследовать, как связана вероятность захвата комет с наклоном их орбит к плоскости орбиты Юпитера. Если окажется, что эта вероятность очень быстро уменьшается с наклонностью, то придется, очевидно, перейти к поискам других возможных способов обогащения планетной системы космической материей. Во всяком случае, преобразование непериодических комет в периодические и распад последних на метеорные потоки представляет факт, не подлежащий сомнению и неоднократно наблюдавшийся в действительности.

Г л а в а ч е т в е р т а я

О ВЕРОЯТНОСТИ ЗАХВАТА КОМЕТ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ НАКЛОНА ИХ ОРБИТ

Для решения поставленной задачи рассмотрим следующую схему. Пусть возмущающая планета — Юпитер описывает круговую орбиту вокруг Солнца, находящегося в начале координат. Пусть ρ — радиус сферы действия Юпитера. Если параболическая комета пройдет через сферу действия Юпитера, то она испытает большие возмущения и может оказаться захваченной. Сфера действия описывает при движении Юпитера некоторый тор. Юпитер может с одинаковой вероятностью оказаться в любом месте своей орбиты. Отсюда следует, что вероятность больших возмущений должна быть пропорциональна времени, в течение которого комета может находиться внутри тора, или, что совершенно аналогично, отрезку ее орбиты, заключенному внутри тора. Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо найти среднюю величину этого отрезка для всех возможных ориентировок орбиты кометы в ее плоскости и всех возможных ее перигельных расстояний.

Если орбита Юпитера радиуса a находится в плоскости xu , то уравнение тора будет

$$(r - a)^2 + z^2 = \rho^2; \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

Уравнение параболы будет

$$\left(x \sin \omega - y \frac{\cos \omega}{\cos i}\right)^2 = 4q \left(q - x \cos \omega - y \frac{\sin \omega}{\cos i}\right),$$

где i — наклонность орбиты, q и ω — расстояние перигелия и угол между линией апсид и осью x -ов. Наконец, уравнение плоскости орбиты кометы есть $z = y \operatorname{tg} i$.

Эти три уравнения, решенные совместно, дадут координаты x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 точек пересечения тора параболой.

Строгое решение очень сложно. Для упрощения задачи будем предполагать, что вследствие малости p по сравнению с a отрезок параболы внутри тора несущественно отличается от прямой линии.

Кроме того, можно считать кривые пересечения тора плоскостью орбиты эллипсами, если угол наклона орбиты не слишком мал.

Уравнение этого эллипса в плоскости орбиты кометы принимаемой за плоскость xu , есть

$$(x - a)^2 + y^2 \sin^2 i = p^2$$

или, полагая

$$x = a + \xi; y = \eta,$$

$$\frac{\xi^2}{p^2} + \frac{\eta^2}{p^2/\sin^2 i} = 1. \quad (8)$$

Положим $a = 1$.

Уравнение параболы может быть написано в виде

$$(x \sin \omega - y \cos \omega)^2 = 4q(q - x \cos \omega - y \sin \omega).$$

Пренебрегая членами высших порядков по отношению ξ и η , находим следующее уравнение прямой, представляющей отрезок параболы внутри тора:

$$A\xi + B\eta + c = 0, \quad (9)$$

где

$$A = 2 \sin^2 \omega + 4q \cos \omega; \quad B = -2 \sin \omega \cos \omega + 4q \sin \omega;$$

$$C = \sin^2 \omega + 4q \cos \omega - 4q^2.$$

Решая уравнения (8) и (9) по отношению к ξ и η , определяем точки пересечения параболы с эллипсом и затем

находим длину соответствующего отрезка d :

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{4} [(2q \sin \omega - \sin \omega \cos \omega)^2 + (\sin^2 \omega + 2q \cos \omega)^2 \sin^2 i]^2 = \\ = (4q^2 + \sin^2 \omega)(2q \sin \omega - \sin \omega \cos \omega)^2 \rho^2 + \\ + (\sin^2 \omega + 2q \cos \omega)^2 \rho^2 \sin^2 i - (\sin^2 \omega - 4q^2 + 4q \cos \omega)^2 \sin^2 i. \end{aligned}$$

Величина d , определяемая из этого выражения, представляет функцию $f(i, \omega, q)$. Для нахождения соответствующей вероятности p_i , зависящей только от i , нужно проинтегрировать $f(i, \omega, q)$ по всем возможным значениям q и ω . Вероятность q пропорциональна $q^{-1/2}$. Вероятность ω не зависит от ее величины. Следовательно

$$p_i \sim \iint f(i, \omega, q) \frac{d\omega dq}{\sqrt{q}}.$$

Необходимо найти пределы интегрирования для q и ω . Напишем сначала

$$d^2 = 4 \frac{\rho^2 (1 - M \cos^2 i) - N \sin^2 i}{(1 - M \cos^2 i)^2},$$

где

$$M = \frac{(\sin^2 \omega + 2q \cos \omega)^2}{4q^2 + \sin^2 \omega}; \quad N = \frac{(\sin^2 \omega - 4q^2 + 4q \cos \omega)^2}{4q^2 + \sin^2 \omega}.$$

Следует найти теперь совокупность значений q и ω , при которых $d^2 > 0$. Эти величины можно рассматривать как координаты в плоскости орбиты кометы, определяющие некоторую площадь. Можно, следовательно, сказать, что условие $d^2 \geq 0$ удовлетворяется всякий раз, когда перигелий кометной орбиты падает в пределы соответствующей площади. Легко видеть, что соотношение

$$\sin^2 \omega - 4q^2 + 4q \cos \omega = 0 \text{ или } \cos \omega = 2q - 1$$

есть условие того, что траектория кометы проходит через точку с координатами $x = 1, y = 0$. Уравнение той же кривой, проходящей через точку $1 + \xi, \eta$, есть

$$\cos \omega + \eta \sin \omega = 2q - 2q\xi - 1,$$

где члены высших порядков отброшены. Это уравнение с

двумя параметрами ξ , η , связанными между собой соотношением

$$\xi^2 + \eta^2 \sin^2 i = \rho^2.$$

Варьируя переменные ξ и η , мы определяем семейство кривых, огибающая которых определяет область действительных значений d . Исключая η между этими двумя уравнениями, находим

$$f(q, \omega, \xi) = \cos \omega - 2q + 1 + \sin \omega \frac{\sqrt{\rho^2 - \xi^2}}{\sin i} + 2q\xi = 0.$$

Исключая, наконец, ξ между $f(q, \omega, \xi)$ и

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = 0 = \frac{\sin \omega}{\sin i} \frac{\xi}{\sqrt{\rho^2 - \xi^2}} - 2q,$$

находим искомое уравнение огибающей области действительных значений q , ω , а именно

$$F(\omega, q) = \cos \omega - 2q + 1 + \rho \frac{\sqrt{\sin^2 \omega + 4q^2 \sin^2 i}}{\sin i} = 0.$$

Исходя из этого уравнения, находим после некоторых преобразований следующее приближенное выражение:

$$2q = 1 + \cos \omega \pm \rho \sqrt{\frac{\sin^2 \omega}{\sin^2 i} + (1 + \cos \omega)^2} + \dots$$

Задавая фиксированные значения i и подставляя различные величины q , находим отсюда ω , представляющие искомые пределы интегрирования. Самый интеграл приходится вычислять механическими квадратурами. Согласно Тиссерану [34], принимаем для радиуса сферы действия Юпитера $\rho = 0.062$ и вычисляем значения подынтегральной функции для q равные 0.0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 и для ω 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 90°. Приведенный метод не может быть, однако, применен при $i = 0$. В этом случае пересечение тора плоскостью кометной орбиты представляет совокупность двух концентрических кругов с радиусами $1 + \rho$ и $1 - \rho$. Вследствие малости ρ участок параболы внутри тора можно рассматривать и в

этом случае как отрезок прямой линии, так как наименьший радиус кривизны параболы, именно вблизи ее перигелия, все же примерно в 10 раз больше, чем радиус орбиты Юпитера. Если q заметно отличается от $a=1$, именно если $q \leq 0.8$, находим следующее выражение для длины отрезка параболы с точностью до малых величин пятого порядка:

$$d = 2\rho \sqrt{\frac{1}{1-q}} \left[1 + \frac{1}{8} \frac{q\rho^2}{(1-q)^3} + \dots \right].$$

Если, с другой стороны, $q = 1$, то имеем точное выражение

$$d = \sqrt{\rho^2 + 4\rho}.$$

Приведенный здесь метод является лишь приближенным. Можно, однако, показать, что для принятого значения радиуса сферы действия точность его не менее нескольких процентов.

Обозначая вероятность захвата кометы Юпитером при нормальном угле наклона через p_0 , получаем следующую таблицу, представляющую окончательные результаты вычислений:

Угол наклона i	Вероятность захвата p_0	Угол наклона i	Вероятность захвата p_0
90°	1.00	30°	2.02
60	1.20	15	3.98
45	1.45	0	62.7

Отсюда видно, что подавляющее количество материи, получившейся в результате разложения комет, захваченных Юпитером, должно располагаться вблизи от плоскости его орбиты. Комплекс космической пыли, получившийся в солнечной системе посредством подобного механизма, не может иметь ничего общего с наблюдаемым видом Зодиакаль-

ного света, который, как известно, значительно распространяется в обе стороны от плоскости эклиптики. Необходимо, поэтому, рассмотреть другой возможный механизм заполнения солнечной системы космической пылью. В этом отношении особое внимание привлекает кольцо астероидов.

Эти тела, зачастую представляющие кометообразные орбиты, встречаются сколь угодно малых размеров. Вследствие ничтожной силы тяжести всякие процессы дезагрегации, как, например, столкновения астероидов между собой и с метеорами, производят космическую пыль, поступающую в междупланетное пространство. Вследствие этого необходимо более подробно остановиться на вопросе об общем числе и суммарной поверхности астероидов.

Г л а в а п я т а я

О ВОЗМОЖНОМ ЧИСЛЕ И СУММАРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ АСТЕРОИДОВ

Наблюдения показывают, что число астероидов, вообще говоря, растет с понижением их яркости. Нижний предел яркости открываемых астероидов определяется оптической мощностью применяемых астрографов. Астероиды ярче 12.5 mg, повидимому, все исчерпаны и открываются лишь как исключение. Тела, более слабые, известны далеко не достаточно и тем в меньшем числе, чем они слабее, как видно из следующей таблицы.

**Число малых планет с известными орбитами в зависимости
от яркости**

mg	8.5	8.5—9.5	9.5—10.5	10.5—11.5	11.5—12.5
Число	5	13	53	154	219
%	0.4	0.9	3.8	11.0	15.6
mg	12.5—13.5		13.5—14.5	14.5—15.5	>15.5
Число	457		357	119	23
%	32.6		25.5	8.5	1.6

Понижение числа слабых астероидов, без сомнения, обусловлено трудностью их нахождения и повторных наблюдений для определения орбит. На 1 января 1941 г. было известно 1513 астероидов, орбиты которых определены. На 1 января 1943 г. известно 1546 астероидов [35]. Только для 10—15% открываемых планет удастся определить ор-

биты; остальные теряются. Это обстоятельство особенно ясно показывают снимки малых планет, делавшиеся Хэбблом и Бааде с 100" рефлексом М. Вильсоновской обсерватории. Бааде на 21 пластинке с 100" рефлексом нашел следы 37 астероидов, т. е. в среднем 4.4 астероида в квадратном градусе. Следовательно, в поясе $\pm 5^\circ$ общее число астероидов, доступных 100" рефлексору, т. е. примерно до 19-й величины, должно быть 44 000; согласно Хэбблу, на основании его снимков неба с 100" рефлексом, можно считать, что общее количество астероидов до 19 m на всем небе доходит до 30 000 [36].

Пусть N_m означает общее число астероидов до m видимой величины в средней оппозиции. Нанося на график $\lg N_m$ в функции m , мы увидим, что полученная кривая пройдет значительно ниже числа, даваемого Хэбблом и Бааде. Это дает возможность исправить ход кривой $\lg N_m$, начиная с $m = 12,5$ продолжая ее до $m = 19$.

В результате получим следующие числа:

	$\lg N_m$		$\lg N_m$
m до 8.5	0.70	m до 14.5	3.80
9.5	1.26	15.5	4.10
10.5	1.85	16.5	4.35
11.5	2.40	17.5	4.50
12.5	2.90	18.5	4.60
13.5	3.40		

Это составит около 40 000 астероидов до $m = 18.5$, что примерно соответствует указанному выше.

Совершенно другой источник информации о числе астероидов представляется применением теории возмущений к вековым изменениям элементов орбиты. Как известно, вековое ускорение перигелия Марса не могло быть объяснено только взаимодействием между собой различных планет аналогично вековому ускорению перигелия Меркурия.

Вследствие удаленности первой планеты от Солнца не может быть речи о каких-либо эффектах в смысле теории относительности. Согласно Лаверье, общая масса астероидов должна составить 0.1 массы Земли для того, чтобы объяснить указанное неравенство в перигелии Марса. Гарцер нашел для нее $\frac{1}{6}$ массы Земли; Остин примерно то же самое.

Можно показать, что если принять оценку Лаверье и Гарцера общей массы астероидов, то подавляющая масса материи в пространстве между орбитами Марса и Юпитера должна находиться в состоянии мелкораздробленных осколков.

Оценим с этой целью массу астероида M , соответствующую его видимой яркости в средней оппозиции m .

Будем рассматривать астероид как сферическое тело радиуса ρ на расстоянии от Солнца r и от Земли Δ .

Пусть альbedo его есть A и отражение света происходит по закону Ламберта.

Пусть j — видимая яркость астероида при данной фазе α , $j_{\odot}$ — яркость Солнца, видимая с Земли на расстоянии R .

Легко показать [37], что

$$\frac{j}{j_{\odot}} = \frac{2}{3} \frac{A}{\pi} \frac{R^3 \rho^2}{\Delta^2 r^2} [\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha].$$

В оппозиции $\alpha = 0$ и потому

$$\frac{j}{j_{\odot}} = \frac{2}{3} A \frac{R^3 \rho^2}{\Delta^2 r^2}.$$

Для средней оппозиции положим $r = 3R$ и потому $\Delta = 2R$. Следовательно

$$\frac{j}{j_{\odot}} = \frac{2}{3} A \frac{\rho^2}{36 R^2} = \frac{1}{54} A \frac{\rho^2}{R^2}.$$

Если δ — плотность астероида, то его масса

$$M = \frac{4}{3} \pi \delta \rho^3 \cong 4 \delta \rho^3.$$

Исключая ρ , имеем:

$$\left(\frac{j}{j_{\odot}}\right)^{3/4} \frac{54^{3/4}}{A^{3/4}} R^3 = \frac{M}{4\delta}.$$

Заменяя яркости звездными величинами, находим:

$$M = 10^{3/4} (m_{\odot} - m) \frac{54^{3/4}}{A^{3/4}} 4\delta R^3.$$

Уместно положить

$$A = 0.3; \delta = 3; R = 150\,000\,000 \text{ км.}$$

Получим

$$M = 10^{44} \cdot 10^{3/4} (m_{\odot} - m) \text{ гр.}$$

Эта формула дает, например, следующие логарифмы массы астероида для разных значений видимой звездной величины m (принимая $m_{\odot} = -26.5$):

m	$\lg M$	m	$\lg M$
3.5	26	33.5	8
8.5	23	38.5	5
13.5	20	43.5	2
18.5	17	48.5	-1
23.5	14		
28.5	11		

Если бы средняя звездная величина астероидов относилась к единице расстояния от Солнца и от Земли, то нужно было бы положить $r = \Delta = R$, и мы имели бы

$$M = 10^{3/4} (m_{\odot} - m) \frac{R^3 4\delta}{(2A)^{3/4}} \pi^{3/4} \text{ гр.,}$$

т. е.

$$M = 4.5 \cdot 10^{41} \cdot 10^{3/4} (m_{\odot} - m) \text{ гр.}$$

Исходя из этой формулы, оценим общую массу астероидов, число которых оценено нами с поправкой применительно

к оценкам Хаббла и Бааде. Для каждого единичного интервала звездной величины $\Delta m = 1$ получаем (табл. 8)

Таблица 8

m	Число астероидов ΔN	Масса астероида M	Суммарная масса $\Delta N \cdot M$
9	13	$5.0 \cdot 10^{22}$	$6.5 \cdot 10^{23}$
10	53	$1.3 \cdot 10^{22}$	$6.9 \cdot 10^{23}$
11	179	$3.2 \cdot 10^{21}$	$5.7 \cdot 10^{23}$
12	544	$7.9 \cdot 10^{20}$	$4.35 \cdot 10^{23}$
13	1716	$2.0 \cdot 10^{20}$	$3.4 \cdot 10^{23}$
14	3800	$5.0 \cdot 10^{19}$	$1.9 \cdot 10^{22}$
15	6200	$1.3 \cdot 10^{19}$	$8.2 \cdot 10^{22}$
16	9800	$3.2 \cdot 10^{18}$	$3.2 \cdot 10^{22}$
17	9200	$7.9 \cdot 10^{17}$	$7.2 \cdot 10^{21}$
18	8200	$2.0 \cdot 10^{17}$	$1.6 \cdot 10^{21}$
		Общая масса	$3 \cdot 10^{24}$ гр.

С другой стороны, общая масса кольца астероидов, определяемая как 0.1 массы Земли, составляет $6 \cdot 10^{26}$ гр.

Астероид видимой величины в 19 m_g имеет радиус около 3 км в диаметре и представляет предел для наблюдений с наиболее мощными современными средствами на указанном расстоянии. Предшествующая таблица показывает, что сумма масс отдельных астероидов до 19-й величины составляет только около 1% общей массы астероидного кольца. Остальные 99% должны находиться в еще более раздробленном состоянии.

Более детальные заключения не будут обоснованы. Однако очевидно, что если поставить задачу определения предельной звездной величины, соответствующей общей массе $\mathfrak{M}$ всего астероидного кольца, на основании уравнения

$$\int_{m_1}^{m_2} M \frac{dN}{dm} dm = \mathfrak{M},$$

то, даже придавая MdN максимальное значение, мы получим для m невероятно большие значения, при которых уравнение теряет смысл.

На основании предыдущего можно сказать, что, повидимому, не только подавляющая часть астероидного кольца находится в виде мелких осколков, но что эти мелкодробленые осколки распределяются совершенно по другому закону, чем крупные астероиды. Причина этого может заключаться в том, что эти частицы подвергаются интенсивному дополнительному дроблению в результате столкновений. Получающиеся при подобных столкновениях мелкодробленые частицы выбрасываются в пространство, по всей вероятности, с небольшой скоростью по отношению к астероиду и постепенно заполняют пространство. Вероятность столкновений должна быть приблизительно пропорциональна суммарной поверхности соответствующих астероидальных тел.

В этом отношении особенное значение имеют мелкие астероиды. Оценим общую поверхность астероидов различных категорий яркости.

На основании предыдущих формул имеем:

$$\rho^2 = 180 R^2 10^{1/2} (m_{\odot} - m),$$

где

$$m_{\odot} = -26.5; \quad R^2 = 2.2 \cdot 10^{26} \text{ см}^2.$$

Это дает для разных m :

m	ρ^2	$\rho^2 N$	m	ρ^2	$\rho^2 N$
9	$6.3 \cdot 10^{-3}$	$82 \cdot 10^{12}$	15	$2.5 \cdot 10^{11}$	$157 \cdot 10^{13}$
10	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$132 \cdot 10^{12}$	16	$1.0 \cdot 10^{11}$	$98 \cdot 10^{13}$
11	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$179 \cdot 10^{12}$	17	$4.0 \cdot 10^{10}$	$57 \cdot 10^{13}$
12	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$218 \cdot 10^{12}$	18	$1.6 \cdot 10^{10}$	$13 \cdot 10^{13}$
13	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$275 \cdot 10^{12}$	19	$6.3 \cdot 10^9$	
14	$6.3 \cdot 10^{-5}$	$239 \cdot 10^{12}$			

Эта суммарная поверхность одинакового порядка с поверхностью Луны, так как для последней

$$\rho^2 = 16 \cdot 10^{16} \text{ см}^2.$$

Для еще более мелких астероидов суммарная поверхность должна быть гораздо больше.

Действительно, оценим суммарную поверхность и массу малых планет в пределах 19—48-й звездной величины в предположении, что каждому интервалу звездной величины соответствует одинаковая суммарная масса, равная $2 \cdot 10^{21}$ гр.

Имеем:

$m = 9-18;$	$\Sigma M \Delta N = 3 \cdot 10^{24} \text{ г};$	$\Sigma \rho^2 \Delta N = 1.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^2$
19—28	$2 \cdot 10^{22}$	$4.2 \cdot 10^{16}$
29—38	$2 \cdot 10^{22}$	$4.2 \cdot 10^{16}$
39—48	$2 \cdot 10^{22}$	$4.2 \cdot 10^{16}$

В предыдущем было показано, что каждому интервалу звездной величины соответствует приблизительно та же суммарная масса астероидальной материи. В таком случае суммарная поверхность тех же астероидов должна возрасти на каждые 10 звездных величин, примерно, в стократном размере. Поскольку преобладающая масса астероидов должна лежать именно в области слабых величин, ясно, что их суммарная поверхность должна быть огромной. Таким образом, именно многочисленные астероиды размером меньше километра и даже метра представляют главный материал для достаточной дезагрегации путем последовательных столкновений с метеорами.



Глава шестая

ОБ ЭФФЕКТЕ ДЕЗАГРЕГАЦИИ АСТЕРОИДОВ

Различные соображения приводят к заключению о непрерывном накоплении пылевого вещества в солнечной системе.

В частности изучение фотометрических и радиометрических свойств лунной поверхности показывает, что планеты, лишённые атмосфер, покрыты густым слоем пыли. Уже давно известно, что любой элемент поверхности Луны достигает наибольшей видимой яркости только во время полнолуния, когда отражённый луч света совпадает с лучом зрения и когда, следовательно, все тени отсутствуют. При других положениях, даже соответствующих нормальному падению света, видимая яркость элемента поверхности значительно меньше. Это обстоятельство может быть интерпретировано в предположении, что лунная поверхность изобилует неровностями, в большинстве незаметными даже для самых сильных телескопов, но тем не менее отбрасывающими тени и понижающими поверхностную яркость. Дно лунного моря, представляющееся в телескоп совершенно гладким, должно быть, таким образом, изоборуждено трещинами или, может быть, изрыто мельчайшими воронками. С другой стороны, наблюдения над изменением температуры лунной поверхности во время лунных затмений несомненно показывают, что коэффициент теплопроводности почвы на Луне ничтожно мал [38], по меньшей мере в 1000 раз меньше, чем теплопроводность стекла, песка или гранита. Ни одна земная субстанция, в которой тепло

распространяется путем молекулярной передачи, не может даже отдаленным образом сравниться с материалом, из которого состоит лунная поверхность. Для объяснения этого несоответствия необходимо предположить, что материя на поверхности Луны находится в чрезвычайно разрыхленном состоянии и что передача тепла происходит путем непосредственного излучения. Только распыленное вещество, находящееся в пустоте, может отличаться такой ничтожной теплопроводностью, какая отличает лунную поверхность.

Поскольку фотометрические свойства поверхности Луны не отличаются заметно от свойств поверхности Меркурия, можно считать, что все планеты, лишенные атмосфер, покрыты слоем мелко раздробленного вещества и к тому же крайне неровны и изобилуют множеством впадин.

Эта космическая пыль, покрывающая поверхности планет, не образовалась, очевидно, в первичную эпоху их существования. Она должна была возникнуть постепенно в процессе их эволюции.

Естественно думать, что причина происхождения космической пыли на поверхности планет, лишенных атмосфер, в узкой зоне астероидального кольца и во всем междупланетном пространстве, окружающем Солнце, одна и та же. Эту причину можно видеть в непрерывных выпадениях на поверхность планет космических метеоров, проносящихся через солнечную систему. Эти метеоры, обладая весьма большой кинетической энергией, постепенно раздробляют твердые породы, из которых сложены поверхностные слои планет, лишенных защитного атмосферного слоя. Если планета достаточно массивна, получающаяся таким путем пыль остается на ее поверхности и постепенно накапливается из столетия к столетию. Если, напротив, сила тяжести на поверхности ничтожно мала, вздымающаяся пыль уходит в междупланетное пространство с большей или меньшей относительной скоростью по отношению к планете.

Интенсивность этого процесса заполнения пылью междупланетного пространства обуславливается вероятностью

встречи метеоров с планетой и, по преимуществу, происходит именно в области астероидального кольца, поскольку, согласно сказанному выше, общая поверхность мелких астероидов чрезвычайно велика.

В зависимости от величины относительной скорости выброшенные частицы в большей или в меньшей степени распространяются по всем направлениям от астероидальной зоны и могут при некоторых условиях заполнить даже все междупланетное пространство. Если этот процесс происходит весьма медленно, то при этом необходимо учитывать роль радиативного торможения.

В дальнейшем мы будем, однако, исходить из чисто динамических соображений, предполагая, что каждая частица движется вокруг Солнца исключительно под влиянием его притяжения.

Представим себе следующую схему образования комплекса космической пыли, составляющей Зодиакальный свет. Пусть вокруг Солнца по круговой орбите движется планета, из которой непрерывно и равномерно по всем направлениям выбрасываются пылевые частицы с определенной скоростью v_0 . Этот процесс продолжается период времени, значительно больший, чем продолжительность обращения вокруг Солнца производящей планеты. Требуется найти относительную плотность выброшенной материи в любой точке междупланетного пространства. Очевидно, что полученный комплекс материи будет иметь вращательную симметрию по отношению к нормали плоскости орбиты, проходящей через Солнце. Вследствие этого результат получится тот же, если плотность материи в определенной точке пространства будет найдена или как сумма плотностей, производимых от каждого элемента орбиты образующей планеты, или же как сумма плотностей, взятых в каждом элементе окружности, перпендикулярной к оси симметрии фигуры, и производимых только единственным элементом орбиты образующей планеты. Примем последнюю схему, фиксируем положение планеты на ее орбите и проведем через нее ось x -ов с началом

координат в Солнце S . Координаты планеты O пусть будут $R, 0, 0$, координаты же точки P , в которой определяется плотность, — x, y, z .

Согласно сказанному, мы должны определить плотность в любой точке окружности, проходящей через P , с осью, совпадающей с общей осью симметрии системы SZ .

Эллиптическая траектория, проходящая через P , определяется начальными условиями, за которые примем начальные координаты и скорость по величине и направлению выброшенной частицы. Поскольку начальные координаты, совпадающие с положением образующей планеты, фиксированы, для каждого значения абсолютной скорости выброса v_1 имеем лишь два параметра c_1, c_2 , определяющие описанную траекторию. Пусть выброс происходит в момент $t=0$. За время t частица достигнет $P(x, y, z)$, так что координаты ее будут однозначными функциями параметров c_1, c_2 и времени t . Имеем, таким образом, функции $x(t, c_1, c_2)$; $y(t, c_1, c_2)$; $z(t, c_1, c_2)$. При несколько других значениях начальных параметров будем иметь

$$\begin{aligned} & x(t, c_1 + \Delta c_1, c_2), \\ & x(t, c_1, c_2 + \Delta c_2), \\ & x(t, c_1 + \Delta c_1, c_2 + \Delta c_2). \end{aligned}$$

Таким образом, получим в пространстве 4 мало отличающиеся по расположению точки, которые достигаются частицами одновременно в момент t , но при несколько различных значениях параметров.

Эти точки с точностью до малых величин второго порядка образуют параллелограм. Через вершины этого параллелограмма проходят траектории смежных частиц, обладающих практически одной и той же скоростью v . За единицу времени частицы опишут параллелепипед, основание которого представляет площадь указанного параллелограмма, а длина образующих — скорость v в данной точке. Объем параллелепипеда характеризует степень распыления материи в пространстве, и этот объем тем меньше, чем плотность материи больше.

Пусть частица выбрасывается при определенных значениях параметров c_1, c_2 и проходит через данную точку пространства x, y, z . Пусть вероятности этих значений параметров суть

$$P_1, P_2.$$

Результирующая плотность материи в пространстве пропорциональна

$$\rho = \sum_i \sum_j \frac{P_1 P_2}{a^{3/2} \text{объем}(x, x_1, x_2, x_{12}, t)} \dots \quad (1)$$

x, x_1, x_2, x_{12} означают координаты вершин параллелограмма. Фактор $a^{3/2}$ вводится в знаменатель потому, что орбиты независимы от массы материи.

Действительно, пусть непрерывное выбрасывание материи производящей планеты производится в течение достаточно долгого периода времени T .

Частицы, один раз прошедшие через рассматриваемый объем пространства, по истечении времени τ — периода обращения по эллиптической орбите — снова пройдут через него и на интервал T таких прохождений будет

$$n = \frac{T}{\tau},$$

вообще говоря, сколь угодно большое число. Таким образом, всеми гиперболическими орбитами, которые могут обеспечить в лучшем случае только однократное прохождение, можно совершенно пренебречь. Средняя плотность, определенная за весь рассматриваемый промежуток, будет, очевидно, пропорциональна n или $\frac{T}{\tau}$.

Согласно третьему закону Кеплера

$$\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} = GM$$

и, следовательно,

$$\tau = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{GM}},$$

что и определяет фактор $a^{1/2}$ в знаменателе выражения плотности.

Рассмотрим такие скорости выброса частиц из производящей планеты, чтобы они могли приближаться к Солнцу. Для этого скорость выброса должна быть больше орбитальной скорости производящей планеты.

Итак, начало координат находится в Солнце S , ось x -ов представляет радиус-вектор планеты для момента выброса, ось y -ов направлена параллельно касательной в направлении движения планеты, z -ов — перпендикулярно к плоскости орбиты.

Геометрическое место точек векторов относительной скорости есть сфера, описанная радиусом r_0 из планеты, как из центра. Геометрическое место точек векторов абсолютной скорости выброса частиц есть та же самая сфера с начальной точкой, находящейся на расстоянии u от центра в направлении, обратном движению планеты O . Обозначим через φ , ψ углы, определяющие направления векторов относительной скорости по отношению к планете, причем ψ соответствует долготе и φ — широте. Имеем для составляющих абсолютной скорости:

$$v_x' = v_0 \cos \varphi \cos \psi; v_y' = v_0 \cos \varphi \sin \psi + u; v_z' = v_0 \sin \varphi.$$

Плоскость орбиты выброшенной частицы проходит через точки O, S, P и пересекает сферу, представляющую геометрическое место точек v_0 , по окружности малого круга на расстоянии $u \sin i$ от центра.

Поскольку плоскость орбиты проходит через радиус-вектор R (точки O и S), наклонность орбиты i определяется простым выражением

$$\operatorname{tg} i = \frac{z}{y}.$$

В плоскости орбиты выброшенной частицы геометрическое место точек векторов абсолютной скорости есть, очевидно, малый круг радиуса

$$v = \sqrt{v_0^2 - u^2 \sin^2 i} = \sqrt{v_0^2 - \frac{u^2}{y^2 + z^2}}$$

Начальная точка векторов находится в плоскости этого круга на расстоянии $u \cos i$ от центра. Определив наклонность орбиты частицы, находим величину начальной абсолютной скорости, проводя под некоторым углом χ вектор до пересечения его с указанным кругом. Угол χ условимся отсчитывать от продолженного радиуса-вектора.

Применение нашей общей формулы (1) для определения плотности материи в любой точке пространства и для определения системы пространственных изофот представляет весьма сложную задачу, требующую много труда для производства числовых вычислений. Мы ограничимся в дальнейшем вычислением распределения плотностей в самой плоскости орбиты производящей планеты, а также в направлении оси симметрии по перпендикулярному направлению.

Не ограничивая общности рассуждений, можно положить, что радиус орбиты планеты, масса Солнца, постоянная тяготения, и следовательно, круговая скорость планеты равны единице

$$R=1, \quad M=1, \quad G=1, \quad u=1.$$

Направление вектора относительной скорости определяется углами ψ, θ . Пусть v_1 —соответствующая абсолютная скорость. Имеем

$$v_1 = \sin \psi + \sqrt{v_0^2 - \sin^2 \psi},$$

кроме того, для большой полуоси и параметра получаем

$$\frac{1}{a} = 2 - v_1^2; \quad p = v_1^2 \sin^2 \psi.$$

Рассмотрим точку в плоскости орбиты с координатами r, θ . Истинная аномалия θ_0 , соответствующая этой точке, дается выражением

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta_0 - \theta)},$$

кроме того, имеем

$$e \cos \theta_0 = p - 1; \quad e^2 = 1 - \frac{p}{a}.$$

Рассмотрим теперь смежную точку выброса

$$(\psi + d\psi, 0).$$

Частица будет, очевидно, описывать орбиту, смежную с предыдущей. Скорость выброса $v_1 + dv_1$ отличается от прежней на величину dv_1 , где

$$dv_1 = \left(1 + \frac{\sin \psi}{\sqrt{v_0^2 - \cos^2 \psi}} \right) \cos \psi d\psi.$$

Находим новые значения

$$a + da, \quad p + dp, \quad \theta_0 + d\theta.$$

Соответствующая орбита пересечет продолженный радиус-вектор r в смежной точке на расстоянии δr .

Очевидно, что

$$r + \delta r = \frac{p + dp}{1 + (e + de) \cos (\theta_0 + d\theta - \vartheta)},$$

угол θ сохраняется постоянным. Новая траектория с точностью до малых величин второго порядка будет параллельна прежней и пройдет от нее на расстоянии

$$\delta r \sin \beta,$$

где β — угол между касательной и радиусом-вектором,

$$\sin \beta = (ap)^{-\frac{1}{2}} (2ar - p^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Рассмотрим теперь выброс частицы под углом ψ , $d\varphi$, так что частица слегка выходит из плоскости орбиты планеты. Очевидно, что с точностью до малых величин второго порядка можно принять абсолютную скорость выброса прежней. Меняется только наклонность орбиты частицы на величину

$$di = \frac{d\varphi}{\sin \psi},$$

но в этой орбите частица описывает совершенно тот же эллипс. Таким образом, чтобы найти новое положение частицы, нужно только найденный ранее эллипс повернуть на угол di вокруг радиуса R . Точка, соответствующая прежней r, θ , поднимается при этом на

$$dz = r \sin \theta di = r \sin \theta \frac{d\varphi}{\sin \psi}.$$

Итак, получаем три бесконечно близкие точки пространства, через которые проходят практически параллельные траектории. Соответствующий объем, описываемый в единицу времени, есть

$$r \sin \theta \frac{d\varphi}{\sin \psi} \sin \beta \delta r v,$$

что соответствует выбросу частиц в бесконечно малом телесном углу $d\varphi d\psi$.

Пусть P_ψ — вероятность выброса в единицу телесного угла. Плотность вещества в пространстве будет

$$P_\psi d\varphi d\psi \sin \psi \left(r \sin \theta \sin \beta v \frac{dr}{d\varphi} a^{1/2} d\varphi d\psi \right)^{-1}.$$

Если окажется, что для двух или большего количества значений ψ частицы проходят через тот же объем пространства, то берем сумму указанных выражений. Для получения окончательного значения плотности в точке на расстоянии r от Солнца нужно еще произвести усреднение по всем значениям углов θ , рассматривая парциальные плотности равновероятными. Общая плотность будет таким образом

$$D = \int \left(\sum \frac{P_\psi \sin \psi}{r \frac{dr}{d\psi} \sin \theta \sin \beta v a^{1/2}} \right) d\theta,$$

где θ изменяется от 0 до 2π .

Практически удобнее вести вычисления по аргументу ψ , а не θ . Зададим ряд значений ψ . Задавая одно определенное значение относительной скорости v_0 , вычисляем ряд значе-

ний соответствующих вспомогательных величин:

ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	P_1	P_2	P_3	P_4
v_1	v_2	v_3	v_4	ϑ_{01}	ϑ_{02}	ϑ_{03}	ϑ_{04}
a_1	a_2	a_3	a_4	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4

Таким образом устанавливаем числовое соответствие между ψ и ϑ и, в конце концов, все величины, зависящие от ψ , выражаем через ϑ .

Теперь остается произвести усреднение плотности по всем значениям относительной скорости v_0 . Пусть вероятность v_0 есть P_{v_0} . В частном случае, который будет рассматриваться в дальнейшем, можно положить, что

$$P_{v_0} = Ae^{-k^2(v_0 - v_m)^2}; \quad v_m \approx 0,$$

считая, что относительные скорости группируются преимущественно около некоторого среднего значения v_m , которое может быть достаточно малым. Итак, окончательно

$$\bar{D} = \int DP v_0 dv_0.$$

Задача, таким образом, принципиально решена.

Изложенный способ однако слишком сложен для числовых вычислений.

Можно предложить другой способ, более простой в числовом отношении и приводящий к тем же результатам в отношении распределения плотностей в плоскости образующей планеты. Идея этого способа заключается в том, что вместо бесконечно близких траекторий, соответствующих слегка различным условиям выброса при данном положении планеты, мы предварительно рассматриваем бесконечно близкие траектории с теми же самыми эллиптическими элементами, но производимые от самых разнообразных элементов планетной орбиты.

Таким образом мы начинаем рассмотрение с орбит траекторий частиц, получающихся в одинаковых условиях от всех точек планетной орбиты.

Рассмотрим совокупность эллиптических траекторий в плоскости орбиты с одинаковыми значениями a и p . Возьмем точку A на расстоянии r от Солнца, лежащую на одной из этих траекторий. Повернем ось этого эллипса на бесконечно малый угол $\beta d\chi$ в плоскости орбиты. Точка A сместится в новое положение B , через которое пройдет смежная траектория. Принимаем во внимание, что все векторы r проходят через S и, следовательно, представляют пучок, расходящийся в пространстве. Вследствие этого в выражение плотности войдет фактор r^{-1} . Кратчайшее расстояние между смежными орбитами равно, очевидно,

$$\overline{AB} \cos \beta = r \cos \beta d\chi,$$

где β есть угол касательной и радиуса-вектора.

Объем V , описываемый в единицу времени частицами, двигающимися по смежным траекториям, меняется с расстоянием пропорционально выражению

$$r \cos \beta \cdot r \cdot v.$$

По второму закону Кеплера

$$rv \sin \beta = \sqrt{p}$$

и потому

$$V = r \operatorname{ctg} \beta \sqrt{p}.$$

Как указано выше, нужно еще ввести условие, что общая масса вещества на орбите не зависит от ее элементов. Для парциальной плотности получаем поэтому простое выражение

$$D = \operatorname{tg} \beta r^{-1} p^{-\frac{1}{2}} a^{-\frac{3}{2}}.$$

Такова плотность была бы в комплексе частиц, двигающихся исключительно по эллипсам с элементами a и p . При заданном значении относительной скорости это соответствует одному определенному значению угла выброса ψ . Если вероятность выброса для этого угла будет p_ψ , то резуль-

тирующая плотность дается интегралом

$$\bar{D} = \int \operatorname{tg} \beta P_{\psi} a^{-\frac{3}{2}} p^{-\frac{1}{2}} r^{-1} d\psi.$$

Для получения суммарной плотности, соответствующей всем возможным значениям скоростей, нужно взять еще один интеграл.

Не представляет затруднений вычислить вероятность выброса в зависимости от угла γ вектора абсолютной скорости. Для относительной скорости все направления выброса по условию равновероятны. Пусть P_{γ} — вероятность выброса с некоторой абсолютной скоростью v_1 под углом γ . Очевидно, концы всех векторов, приходящиеся в зону $\cos \gamma d\gamma$, попадут также в зону $\cos \psi d\psi$, рассматриваемую из центра векторов абсолютных скоростей. Следовательно,

$$P_{\psi} \cos \psi d\psi = P_{\gamma} \cos \gamma d\gamma,$$

откуда

$$P_{\gamma} = P_{\psi} \frac{\cos \psi d\psi}{\cos \gamma d\gamma}.$$

Однако

$$v_0 \cos \psi = v_1 \cos \gamma.$$

Поэтому, полагая

$$\frac{u}{v_0} = k, \quad \frac{v_1}{v_0} = k \sin \gamma + \sqrt{1 - k^2 \cos^2 \gamma},$$

находим

$$P_{\gamma} = \frac{v_1^2 \sin \gamma}{v_0^2 \sin \psi + v_0^2 \frac{u}{v_1} \cos \psi \cos \gamma}$$

или после различных преобразований

$$P_{\gamma} = \frac{(k \sin \gamma + \sqrt{1 - k^2 \cos^2 \gamma})^2 \sin \gamma}{\left\{ 1 - \cos^2 \gamma \left[k^2 \sin^2 \gamma + 1 - k^2 \cos^2 \gamma + 2 k \sin \gamma (1 - k^2 \cos^2 \gamma)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} + k \cos^2 \gamma}.$$

Это выражение очень сложно. Если в частном случае $k=1$, т. е.

$$v_0 = u,$$

то

$$P_{\gamma} = \frac{4 \sin^2 \gamma \cos \gamma}{\sqrt{1 - 4 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma - \cos^2 \gamma}} = 4 \sin \gamma.$$

Если k мало отличается от единицы, так что $k = 1 + \varepsilon$, причем $\varepsilon \ll 1$, то, сохраняя в разложении лишь первую степень ε , получаем при углах γ , не слишком близких к 0° , что

$$P_{\gamma} = 4 \sin \gamma \left[1 + \left(1 - \operatorname{ctg}^2 \gamma - \frac{\operatorname{ctg}^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} \right) \varepsilon \right].$$

С другой стороны, если $k=0$, то, очевидно,

$$P_{\gamma} = \text{const.}$$

Если k мало, то, как легко видеть,

$$P_{\gamma} = 1 + 2k \sin \gamma.$$

Принимая, наконец, во внимание, что

$$\cos 2\beta = \frac{2ar - r^2 - 2ap}{(2a - r)r}; \quad \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{ap}{2ar - r^2 - ap},$$

находим окончательное выражение для плотности в виде

$$D = \int \frac{P_{\gamma} d\gamma}{ar \sqrt{2ar - r^2 - ap}}.$$

Для вычисления этого интеграла удобнее всего задавать различные значения γ , вычисляя вспомогательные величины по указанным выше формулам, которые объединим здесь для удобства

$$v_1 = \sin \gamma + \sqrt{v_0^2 - \cos^2 \gamma}; \quad \frac{1}{a} = 2 - v_1^2; \quad \sqrt{p} = v_1 \sin \gamma.$$

Любопытно отметить, что плотность космической пыли стремится к бесконечности на расстоянии орбиты образующей планеты при любых значениях относительной скорости $v_0 \geq \sqrt{3}$. Исключение составляет случай $v_0=1$, когда плотность на этом расстоянии остается конечной, хотя достигает максимального значения. Действительно, если $v_0 > 1$, вероятность P_{γ} выброса частиц под углом γ нигде не превращается в нуль. Следовательно, вопрос о конечности

интеграла, выражающего значение плотности, сводится к исследованию поведения полюса

$$(2r - r^2 a^{-1} - p)^{-\frac{1}{2}}.$$

Рассмотрим функцию

$$f(\gamma) = 2r - r^2 a^{-1} - p.$$

Пусть γ_0 есть частное значение γ , при котором $f(\gamma_0) = 0$. Если $\gamma - \gamma_0 = \varepsilon$ мало, то функцию $f(\gamma)$ можно разложить в ряд по степеням ε

$$f(\gamma) = f(\gamma_0) + \varepsilon f'(\gamma_0) + \frac{\varepsilon^2}{2} f''(\gamma_0) + \dots$$

Для того чтобы интеграл был конечен, необходимо, чтобы первая производная не обращалась в нуль одновременно с самой функцией, т. е. чтобы $f'(\gamma_0) \neq 0$.

Если же, по крайней мере, первая производная обращается в нуль, то интеграл для соответствующего значения γ_0 делается бесконечным.

Имеем

$$2r(1-r) + (r^2 - \sin^2 \gamma_0)(\sin \gamma_0 + \sqrt{v_0^2 - \cos^2 \gamma_0})^2 = 0$$

и

$$f'(\gamma_0) = \cos \gamma_0 (\sin \gamma_0 + \sqrt{v_0^2 - \cos^2 \gamma_0}) F(\gamma_0, v_0),$$

причем $F(\gamma_0, v_0) \neq 0$.

Вообще говоря, эти уравнения несовместимы, т. е. интеграл плотности имеет конечное значение. Однако при $r=1$ первое уравнение дает

$$\cos \gamma_0 (\sin \gamma_0 + \sqrt{v_0^2 - \cos^2 \gamma_0})^2 = 0,$$

откуда

$$\gamma_0 = 270^\circ,$$

так как при $v_0^2 \geq 3$ угол 90° исключается, как несоответствующий эллиптической орбите. Далее второе уравнение при том же значении γ_0 превращается, очевидно, в нуль. Следовательно, при $r=1$ и $v_0^2 \geq 3$ интеграл имеет вид

$$\int \frac{dz}{\varepsilon};$$

и при $\epsilon \rightarrow 0$ стремится к бесконечности подобно логарифму. Случай $v_0 = u$ необходимо разобрать особо. При этом вероятность выброса будет

$$P_{\gamma} = \sin \gamma,$$

и потому интеграл преобразуется к виду

$$\bar{D}r = 2 \int \frac{(2 \cos^2 \gamma - 1)^{1/2} d \cos \gamma}{\sqrt{r - r^2 (2 \cos^2 \gamma - 1) - 2 (\cos^2 \gamma - 1)^2}}.$$

Для специального случая $r=1$ находим

$$\bar{D}r = \sqrt{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (2 \cos^2 \gamma - 1)^{1/2} \cos \gamma^{-1} d\gamma.$$

Этот интеграл конечен и легко может быть вычислен. В дальнейшем будет показано, что значение этого интеграла при $r=1$ представляет максимум по сравнению со смежными расстояниями от Солнца.

Таким образом, можно считать доказанным, что каким бы путем ни происходило размельчение астероидов, какие бы скорости выброса при этом ни имели место, но значительная часть космической пыли должна сосредоточиваться именно в поясе астероидов. Таким образом, эта область солнечной системы, наряду с отдельными малыми планетами, должна изобиловать размельченными частицами материи.

В этом можно видеть объяснение зодиакальной полосы, опоясывающей все небо и довольно хорошо заметной при благоприятных условиях, тем более, что эта полоса, видимая несмотря на большое расстояние отражающих частиц, вследствие их большого количества, пространственно отличается от остальных частей Зодиакального света.

Действительно, весьма вероятно, что так называемое противосияние генетически не связано с общей зодиакальной полосой и что эта последняя равным образом не связана с широкими конусами Зодиакального света.

Вычислим теперь распределение плотности космической пыли в плоскости орбиты образующей планеты.

Будем исходить из основного интеграла

$$\overline{Dr} = 2 \int \frac{P_{\gamma} d\gamma}{\sqrt{2r - r^2 a^{-1} - \rho}} \cdot \frac{1}{a^{3/2}}.$$

Прежде всего для каждого определенного значения относительной скорости через равностоящие значения углов выброса вычисляем входящие под знак интеграла вспомогательные функции. Например, для $v_0^2 = 2$ имеем

γ	270	260	250	240	230	220	210	200	190	180	170	160
$\frac{d\psi}{d\gamma}$	0.29	0.30	0.32	0.35	0.39	0.46	0.55	0.68	0.84	0.90	1.17	1.32
P_{γ}	0.070	0.083	0.097	0.112	0.136	0.177	0.240	0.346	0.500	0.707	0.984	1.296
α^{-1}	1.829	1.824	1.813	1.791	1.756	1.703	1.618	1.489	1.293	1.000	0.390	0.040
ρ	0.171	0.170	0.165	0.156	0.143	0.122	0.095	0.060	0.021	0.000	0.042	0.229

Некоторое затруднение представляет вычисление интеграла вблизи полюса, где подынтегральная функция превращается в бесконечность. Результаты вычисления D для разных v_0^2 суть следующие

Таблица 9

r	$v_0^2 = 1$	$v_0^2 = 2$	$v_0^2 = 3$	$v_0^2 = 4$
0.2	2.50	2.55	1.20	0.63
0.4	1.00	1.00	1.00	1.00
0.8	0.43	0.46	0.31	1.54
1.0	0.57	∞	∞	∞
1.2	0.32	—	0.25	1.24
1.6	0.09	—	0.052	0.41

Какова плотность среды на очень малом расстоянии от Солнца?

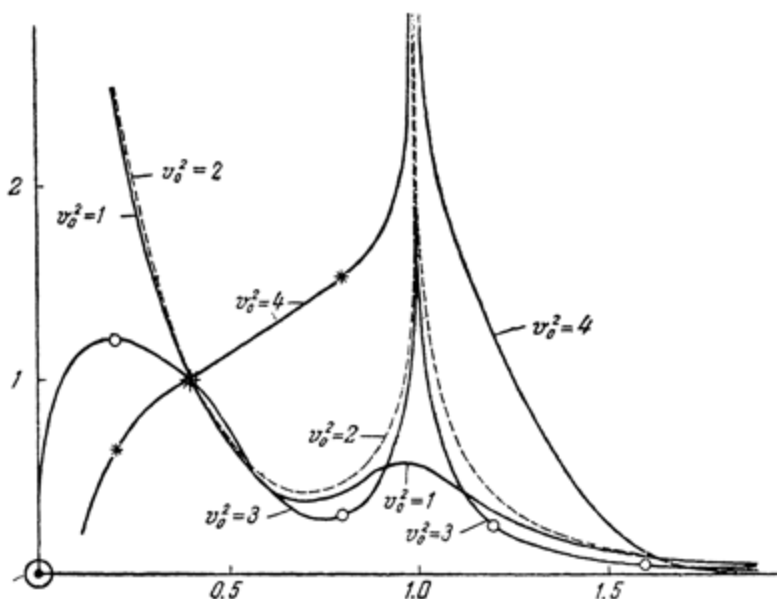


Рис. 4. Плотность космической пыли в комплексе материи, выброшенной астероидом.

Рассмотрим общий случай, когда

$$v_0 > u.$$

Вроятность P_γ везде конечна, $\alpha^{-1/2}$ нигде не превращается в нуль. При $r \rightarrow 0$ имеем

$$r^2 \alpha^{-1} \ll 2r$$

$$Dr = \int P_\gamma \alpha^{-1/2} (2r)^{-1/2} \left(1 - \frac{p}{4r}\right)^{-1} d\gamma,$$

причем

$$p = v_1^2 \sin^2 \gamma; \quad v_1 = \sin \gamma + \sqrt{v_0^2 - \cos^2 \gamma}$$

всегда конечные величины. Поэтому угол γ стремится к 0° . Пусть $\gamma = \varepsilon$, где ε малая величина. Следовательно,

$$Dr' \sqrt{2} = (3 - v_0^2)^{1/2} P_\gamma(\varepsilon) \varepsilon_0.$$

При этом существенным образом предполагается, что возможны все значения γ от 0° до 90° .

Имеем $P \propto \varepsilon^2$. Кроме того, при изменении ε от 0 до ε_0 r меняется от 0 до $r_0 = \frac{P}{2}$. Поэтому $D \propto \frac{1}{r}$. Итак, на очень малом расстоянии от Солнца плотность материи изменяется обратно пропорционально первой степени расстояния.

Если взять очень большие значения r и рассмотреть плотность в комплексе эллиптических орбит, близких к параболическим, соответствующие значения углов γ будут близки к 45° . В выражении под радикалом останется первый член r , и потому плотность материи, впрочем очень малая вследствие присутствия $(2 \cos^2 \gamma - 1)^{1/2}$ в числителе, будет изменяться как $r^{-3/2}$.

Если, наконец, рассматривать комплекс гиперболических орбит и предположить, что скорость выброса очень велика, то, очевидно, с достаточной точностью вероятности P_γ можно рассматривать постоянными, независимо от угла выброса. Очевидно, кроме того, что для данной относительной скорости a и p также постоянны. Поэтому до коэффициента пропорциональности имеем

$$\overline{Dr} = \frac{1}{a \sqrt{2ar - r^2}} \int_0^{\gamma_0} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \gamma}},$$

где

$$k^2 = \frac{v_1^2}{2r - 2r^2 + r^2 v_1^2},$$

причем γ_0 определяет область изменения возможных γ

$$k \sin \gamma_0 = 1.$$

Если $k \leq 1$, то

$$\overline{Dr} = \frac{1}{a \sqrt{2ar - r^2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \gamma}}.$$

Если же $k \geq 1$, то, вводя новую переменную

$$k \sin \gamma = \sin \gamma_1,$$

находим

$$\overline{Dr} = \frac{1}{a \sqrt{2ar - r^2}} \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma_1}{\sqrt{1 - \frac{1}{k^2} \sin^2 \gamma_1}}.$$

Если v_1 очень велико, то $k = \frac{1}{r}$ и потому

$$\overline{Dr}'' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - \frac{1}{r^2} \sin^2 \gamma}}.$$

Последний интеграл асимптотически стремится к $\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{r}$ при неограниченном возрастании r . Поэтому на большом расстоянии от Солнца плотность материи падает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Таковы общие результаты, к которым можно прийти при рассмотрении распределения плотности выброшенной материи в плоскости орбиты образующей планеты. Мы видим, что при незначительной скорости выброшенная материя естественно остается в зоне астероидов и не достигает Солнца. При скоростях выброса, сравнимых с орбитальной скоростью планеты, плотность вблизи от Солнца падает приблизительно обратно пропорционально расстоянию, затем падение плотности замедляется, доходит до минимума, после чего снова возрастает и стремится к бесконечности на расстоянии планетной орбиты. Далее падение происходит еще скорее, и, наконец, плотность асимптотически приближается к нулю. При относительных скоростях выброса около $\sqrt{3}$ и больших в окрестностях Солнца получается разрежение, которое все больше увеличивается, и, наконец, все явление сводится попрежнему к узкой астероидальной зоне.

Любопытно отметить, что в области расстояний $0.2 R - 0.8 R$ распределение плотностей для всех значений v_0^2 в интервале $1 - 2$ почти в точности одинаково. Предполагая вероятность распределения скоростей выброса пропорциональной

$$e^{-k^2 v_0^2}, \quad k \gg 1,$$

находим результирующую плотность, вычисленную для всех возможных скоростей, близко соответствующую наблюдаемой в Зодиакальном свете.

Рассмотрим теперь случай, когда выброс частицы происходит перпендикулярно к плоскости орбиты, и поставим задачу определить распределение плотности космической материи вдоль оси z -ов. Нетрудно видеть, что в данном случае абсолютная скорость выброса не зависит от угла α с радиусом-вектором и дается простым выражением

$$v_1^2 = v_0^2 - u^2 = v_0^2 - 1.$$

Поскольку вероятности всех v_0 одинаковы, векторы v_1 в вертикальной плоскости также все равны и равновероятны.

Принимая во внимание, что

$$R=1; \quad M=1; \quad G=1; \quad u=1,$$

получаем

$$v_1^2 \sin \alpha = p.$$

В частности при $\alpha = 90^\circ$ имеем

$$v_1^2 = p = z.$$

Найдем p при других углах α .

Имеем

$$R[1 + e \cos(\vartheta + \vartheta_0)] = p,$$

где ϑ, ϑ_0 представляют амплитуду и направление большой оси. Кроме того,

$$z[1 + e \sin(\vartheta + \vartheta_0)] = p.$$

Отсюда

$$\left(\frac{p}{R} - 1\right)^2 + \left(\frac{p}{z} - 1\right)^2 = 1 - \frac{p}{a}, \quad R=1,$$

или

$$p^2 \left(1 + \frac{1}{z^2}\right) - p \left(v_1^2 + \frac{2}{z}\right) + 1 = 0.$$

Таким образом, находим следующую связь между расстоянием z на вертикальной оси точки пересечения траектории и углом выброса α

$$\sin^2 \alpha = \left(0.5 + \frac{1}{v_1^2 z}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{z^2}} + \frac{\sqrt{0.25 + \frac{1}{v_1^2 z} - \frac{1}{v_1^4}}}{1 + \frac{1}{z^2}}, \dots \quad (2)$$

причем перед радикалом нужно сохранить знак плюс. Варьируя α , получаем различные значения z и наоборот.

Предыдущее выражение определяет угол α во всех четвертях. Движение вперед и назад не играет роли в определении характера орбиты. Угол, взятый во второй или четвертой четверти, определяет наклон траектории при пересечении оси z -ов, симметричный по отношению к первой и третьей четверти, что также не оказывает влияния на результат. Следовательно, можно ограничиться рассмотрением углов α в одной лишь четверти, например первой, отсчитывая угол от 0° до 90° от продолженного радиуса вектора в направлении продолженной оси z -ов. Пусть

$$\frac{z}{v_1^2} = \eta.$$

Имеем

$$\sin^2 \alpha = (1 + 0.5\eta v_1^4) \frac{\eta}{1 + v_1^4 \eta^2} + \frac{v_1^2 \eta^{3/2}}{1 + v_1^4 \eta^2} \sqrt{1 - \eta + 0.25 v_1^4 \eta}.$$

Для малых значений v_1^2 получаем

$$\sin^2 \alpha = \eta (1 + v_1^2 \sqrt{\eta - \eta^2}).$$

Отсюда для разных η и v_1^2 находим по точной формуле следующие углы α (табл. 10).

Таблица 10

τ_i	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0.00	0°	18.4	26.6	33.2	39.2	45.0	50.8	56.8	63.4	71.6	90.0
0.01	0.0	18.5	26.6	33.3	39.3	45.1	50.9	57.0	63.7	71.8	90.0
0.05	0.0	18.6	26.9	33.6	39.8	45.7	51.6	57.8	64.6	72.9	90.0
0.10	0.0	18.7	27.1	34.0	40.4	46.5	52.4	58.7	65.7	74.0	90.0
0.20	0.0	19.0	27.7	34.9	41.5	47.8	54.2	60.7	67.8	75.7	90.0
0.50	0.0	—	29.5	—	45.0	—	58.8	—	72.8	—	90.0
1.00	0.0	21.5	32.6	42.1	50.5	58.3	65.4	71.9	78.3	83.2	90.0

Применим теперь к вычислению плотности среды на разных расстояниях от Солнца вдоль оси z нашу общую теорию. Начальные условия, определяющие выброс частицы, суть скорость v_1 и направляющие углы α и γ . Угол α представляет угловое расстояние вектора абсолютной скорости над плоскостью орбиты планеты; угол γ соответствует азимуту и отсчитывается в плоскости орбиты в положительном направлении оси y -ов от оси x -ов.

В рассматриваемом нами случае направление вектора v_1 определяется углами $\alpha, 0$, причем выброшенная частица пересекает, как было указано выше, ось z -ов на расстоянии z под углом β .

Этот угол задается выражением

$$zv_1^2 \sin \beta = \sqrt{p},$$

где

$$v_1^2 = \frac{2}{z} - \frac{1}{a}.$$

Поэтому

$$\sin^2 \beta = \frac{p}{z^2 \left(v_1^2 + \frac{2}{z} - 2 \right)},$$

где

$$p = v_1^2 \sin \alpha.$$

Изменим теперь в той же вертикальной плоскости угол выброса на величину $d\alpha$. Соответствующая траектория пересечет ось z -ов в точке на расстоянии dz от предыдущей. Производная $\frac{dz}{d\alpha}$ легко определяется из уравнения, данного выше.

В случае малой абсолютной скорости

$$v_1^2 \sin^2 \alpha = z$$

и потому

$$\frac{dz}{d\alpha} = 2 \sin \alpha \cos \alpha v_1^2.$$

Ориентируем теперь вектор абсолютной скорости в направлении $(\alpha, \gamma + d\gamma)$, т. е., сохраняя прежний наклон к плоскости орбиты, выведем из вертикальной плоскости на угол $d\gamma$. Частица опишет при этом орбиту, наклонную к вертикальной на бесконечно малый угол

$$d\chi = d\gamma \operatorname{ctg} \alpha.$$

Требуется определить координаты точки пересечения соответствующей траектории частицы с плоскостью YOZ . Задача решается при помощи прежних соотношений, если только их применить к плоскости траектории частицы. При этом угол выброса α может считаться прежним ($\alpha = \alpha_1$), но скорость несколько изменяется. Действительно находим

$$v_0^2 = u^2 + v_1^2 - 2u v_1 \cos \alpha d\gamma.$$

Следовательно,

$$v_1 = u \cos \alpha d\gamma + \sqrt{(u \cos \alpha d\gamma)^2 + v_0^2 - u^2}$$

или

$$v_1^2 = v_0^2 - u^2 + \Delta,$$

где

$$\Delta = 2u \sqrt{v_0^2 - u^2} \cos \alpha d\gamma.$$

В вертикальной плоскости

$$v_1^2 = v_0^2 - u^2.$$

Таким образом Δ представляет приращение v_1^2 при отклонении от вертикальной плоскости. С этим новым значением v_1 находим расстояние от начала координат в плоскости наклоненной орбиты частицы, а затем, учитывая величину наклона, находим искомые прямоугольные координаты.

В результате получаем следующие координаты пересечения трех смежных траекторий с плоскостью YOZ , при-

y	z
0	z
0	$z + \frac{dz}{d\alpha} d\alpha$
$z \operatorname{ctg} \alpha d\gamma$	$z + K d\gamma$

чем коэффициент K , не имеющий в дальнейшем значения, есть

$$K = 2 \frac{z^2 \left[v_1^2 \sin^2 \alpha \left(1 + \frac{1}{z^2} \right) + v_1^2 - \frac{1}{z} \right]}{v_1 \left(\frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{z} - 1 \right)} \cos \alpha.$$

Удвоенный объем, описываемый в единицу времени в области пространства вблизи точки $(0, 0, z)$ всеми частицами, выброшенными в интервале углов $d\alpha, d\gamma$, т. е. в пределах площади сферы

$$d\alpha d\gamma \cos \alpha,$$

будет

$$z \operatorname{ctg} \alpha d\gamma \frac{dz}{d\alpha} d\alpha v_1 \sin \beta$$

или

$$v_1 \cos \alpha \frac{dz}{d\alpha} d\alpha d\gamma.$$

Следовательно, объем, соответствующий единице телесного угла, будет

$$v_1 \frac{dz}{dz}.$$

Для всех α и φ вероятности выброса около вертикальной плоскости одинаковы. Поэтому распределение плотности материи при данном v_1 вдоль оси z будет

$$D = \frac{1}{v_1} \frac{d\alpha}{dz} \frac{1}{a^{3/2}}.$$

Поскольку результирующая плотность получается при всех возможных скоростях, каждая из которых соответствует вероятности выброса P_{v_1} , имеем

$$D = \int \frac{1}{v_1} \frac{d\alpha}{dz} P_{v_1} dv_1 \frac{1}{a^{3/2}}.$$

Это выражение нетрудно вычислять путем механической квадратуры, если задать вид функции P_{v_1} .

Проведем это вычисление для случая небольшой абсолютной скорости, когда можно принять, как выше указано,

$$D = \frac{1}{v_1^3 \sin \alpha \cos \alpha a^{3/2}} = \frac{1}{v_1 \sqrt{z(v_1^2 - z)}} \cdot \frac{1}{a^{3/2}}.$$

Примем, кроме того, что

$$P_{v_1} = A e^{-k^2(v_1 - v_m)^2}; \quad v_m \approx 0.$$

Результирующая плотность

$$D = \int P_{v_1} \frac{dv_1}{dv_0} dv_0 \frac{1}{v_1} \frac{d\alpha}{dz},$$

причем

$$v_1 dv_1 = v_0 dv_0.$$

Итак,

$$D = \int \frac{v_1}{v_1^2} \frac{d\alpha}{dz} P_{v_1} \frac{1}{a^{3/2}} dv_0,$$

где

$$a^{-3/2} = (2 - v_1^2)^{1/2}, \quad v_1^2 = v_0^2 - 1.$$

Это выражение имеет общий характер.

В случае малых скоростей v_1 и $v_m \approx 0$ имеем

$$D = A \int_{\sqrt{u^2+z}}^{\sqrt{3}} \frac{v_0 dv_0 (3 - v_0^2)^{1/2} e^{-k^2 v_0^2}}{(v_0^2 - 1) \sqrt{z(v_0^2 - 1 - z)}},$$

или, производя изменение переменных,

$$D = \int_z^3 \frac{d\omega}{\omega} e^{-k^2 \omega} \frac{(z - \omega)^{1/2}}{\sqrt{z(\omega - z)}}, \quad z \neq 0.$$

Для практических вычислений берем

$$D = \int_z^2 = \int_z^{z+\varepsilon} + \int_{z+\varepsilon}^2,$$

причем $\varepsilon \ll z$ — малая величина.

Следовательно,

$$D = \frac{e^{-k^2 z} (2 - z)^{1/2}}{z^{1/2}} \left[2 \sqrt{\varepsilon} - \left(\frac{1}{2 - z} + \frac{2}{3} k^2 + \frac{2}{3} \frac{1}{z} \right) \varepsilon^{3/2} \right] + \\ + \int_{z+\varepsilon}^2 \frac{d\omega}{\omega} \frac{(2 - \omega)^{1/2}}{\sqrt{\omega - z}} \frac{e^{-k^2 \omega}}{\sqrt{z}}.$$

Значение ε принималось обычно 0.01—0.02. Первый член оказывается того же порядка величины, как и второй. Положим, например, $k^2 = 1$ и $k^2 = 10$.

В результате вычислений имеем в произвольных единицах для различных величин z следующие значения первого и второго членов (табл. 11).

Таблица 11

	$k^2 = 1.0$		$k^2 = 10.0$	
$z = 0.04$	12.8	21.0	8.13	7.95
0.08	5.79	13.56	2.59	4.47
0.16	3.52	6.87	0.78	0.66
0.32	1.63	3.29	0.0826	0.0423
0.64	0.259	1.07	0.000791	0.00262

Примем плотность при $z=0.16$ условно за единицу. Для тех же случаев имеем следующие окончательные значения результирующей плотности (табл. 12).

Совершенно подобным же образом можно вычислить распределение плотности и по точной формуле для любых скоростей, отвечающих эллиптическим орбитам. Из таблицы, связывающей α и η для разных v_1^2 , можно, однако, заключить, что результат получится того же порядка, поскольку изменение v_1 лишь слабо сказывается на указанной зависимости.

Таблица 12

	$k^2 = 1.0$	$k^2 = 10.0$
$z = 0.04$	6.49	22.3
0.08	2.61	6.9
0.16	1.00	1.00
0.32	0.33	0.061
0.64	0.064	0.00118

Итак, мы приходим к заключению, что вполне возможно представить наблюдаемое распределение плотности в Зодиакальном свете как в плоскости эклиптики, так и по нормальному к ней направлению, если представить, что частицы Зодиакального света выбрасываются в пространство астероидами, подвергающимися непрерывной бомбардировке со стороны налетающих на них метеоров. Самое явление обогащения междупланетного пространства при помощи подобного механизма не может вызвать никаких сомнений. Весь вопрос только в том, можно ли при этом обеспечить

надлежащую относительную скорость выброса, которая должна превосходить орбитальную скорость астероидов и, кроме того, заключаться в довольно тесных границах.

В этом слабая сторона теории. Вполне возможно, что чисто динамические соображения, развитые в этой работе, не вполне достаточны и должны быть дополнены введением радиативного торможения, которое заставляет частицы постепенно приближаться к Солнцу на самые малые расстояния, и таким образом, избавляют от необходимости предполагать большие скорости выброса. Однако предварительно необходимо рассмотреть общие свойства движения пылевой частицы по отношению к Солнцу, подверженной не только силе тяготения, но и светового отталкивания.

Глава седьмая

ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИ В МЕЖДУПЛА- НЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1. Вопрос о движении космической пыли в междупланетном пространстве имеет большое значение для космогонии, а также для теории строения междупланетной пылевой среды. Рассмотрим проблему изменения эллиптических элементов орбиты отдельной пылинки, движущейся под действием солнечного притяжения и вместе с тем светового отталкивания. Пылинка предполагается нейтральной, неподверженной действию электрического или магнитного поля. Нужно заметить, что фактически нас совершенно не интересует движение пылинки по орбите, а только вековое изменение ее элементов. Элементы эллиптической орбиты ω , Ω , T , т. е. расстояние перигелия от узла, долгота узла и эпоха могут, очевидно, не рассматриваться. Кроме того, поскольку обе силы, приложенные к пылинке, лежат в одной плоскости с вектором скорости, наклонность орбиты, очевидно, остается без изменения и потому также не подлежит рассмотрению.

Итак ограничимся рассмотрением вековых изменений эллиптических элементов a и e , большой полуоси и эксцентриситета.

2. Пусть начало координат находится в Солнце, движение частицы происходит в плоскости X , Y . В прямоугольной координатной системе имеем два уравнения движения:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X_1 + X_2; \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y_1 + Y_2,$$

где X_1, Y_1 — составляющие силы притяжения F , X_2, Y_2 — составляющие силы светового отталкивания F_2 .

Очевидно

$$X_1 = -\frac{k^2 M m x}{r^3}; \quad Y_1 = -\frac{k^2 M m y}{r^3},$$

где M, m — массы Солнца и частицы, r — радиус-вектор.

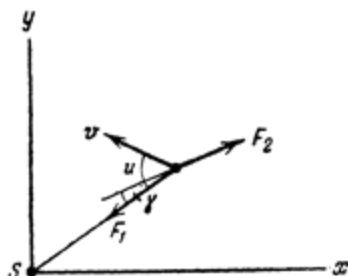


Рис. 5. Движение метеорной пыли в солнечной системе.

Заметим, что направление вектора F_2 составляет с радиусом-вектором r небольшой угол γ , представляющий угол годичной абберации

$$\gamma = \frac{v}{c} \sin u,$$

где u — угол между направлением скорости частицы v и направлением на Солнце. Для Земли максимальное значение γ есть

$$\gamma_{\max} = \frac{v}{c} = \frac{1}{10\,000} = 20.''5.$$

Очевидно, что

$$X_2 = F_2 \cos \gamma \frac{x}{r} + F_2 \sin \gamma \frac{y}{r}; \quad Y_2 = F_2 \cos \gamma \frac{y}{r} - F_2 \sin \gamma \frac{x}{r}.$$

Величина силы отталкивания F_2 определяется количеством энергии, падающим от Солнца на частицу. Если

ρ — радиус частицы, и E_0 количество энергии, падающее на $1 \text{ см}^2/\text{сек}$ на расстоянии r_0 от Солнца, то

$$F_2 = \frac{\pi \rho^2 r_0^2 E_0}{c r^2} = \frac{B}{r^2}$$

есть сила светового отталкивания для абсолютно черной частицы.

Мы можем положить с достаточной точностью

$$\cos \gamma = 1; \quad \sin \gamma = \gamma.$$

Поскольку световое отталкивание, аналогичное гравитационному притяжению, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния, удобно ввести „редуцированную“ массу Солнца M'

$$M' = M - \frac{\pi \rho^2 r_0^2 E_0}{c k^2 m} = M - \frac{3}{4} \frac{r_0^2 E_0}{c k^2 \rho \delta}$$

(δ — плотность частицы).

Поэтому уравнения движения

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{k^2 M m x}{r^3} + \frac{B x}{r^3} + \frac{B y v \sin u}{r^3 c};$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = - \frac{k^2 M m y}{r^3} + \frac{B y}{r^3} - \frac{B x v \sin u}{r^3 c}$$

преобразуются к виду

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{k^2 M' m x}{r^3} + \frac{B y v \sin u}{r^3 c},$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = - \frac{k^2 M' m y}{r^3} - \frac{B x v \sin u}{r^3 c}, \quad B = \frac{\pi \rho^2 r_0^2 E_0}{c}.$$

Из этих уравнений получаем следующие сочетания

$$\frac{d}{dt} m \left(y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} \right) = \frac{B v \sin u}{r c}$$

$$\frac{1}{2} \frac{dm}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] = - \frac{k^2 M' m}{r^3} \left(x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right) +$$

$$+ \frac{B}{r^3} \frac{v}{c} \sin u \left(y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} \right)$$

или, переходя к полярным координатам,

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi$$

$$\frac{d}{dt} \left(mr^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = - \frac{Bv \sin u}{rc}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (mv^2) = - \frac{k^2 M' m}{r^2} \frac{dr}{dt} - \frac{Bv}{r^2 c} \sin u \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угол u между касательной и радиусом-вектором дается соотношением

$$\operatorname{tg} u = - \frac{r d\varphi}{dr},$$

откуда

$$\sin u = \frac{r}{v} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Следовательно

$$v \sin u = - r \frac{d\varphi}{dt}.$$

Поэтому

$$\frac{d}{dt} \left(mr^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = - \frac{B}{c} \frac{d\varphi}{dt}; \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (mv^2) = - \frac{k^2 M' m}{r^2} \frac{dr}{dt} - \frac{B}{c} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2. \quad (12)$$

Первое уравнение немедленно интегрируется

$$mr^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{B}{c} \varphi = \text{const.}$$

В начальный момент времени всегда возможно положить

$$\varphi_0 = 0.$$

Поэтому

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{B\varphi}{cm} = \left(r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right)_0.$$

Первый член этого выражения представляет секториальную скорость частицы. Эта секториальная скорость

непрерывно уменьшается в той же мере, в какой увеличивается второй член, а именно пропорционально r . При каждом обороте по орбите, каковы бы ни были ее размеры, уменьшение секториальной скорости происходит на одну и ту же величину

$$\frac{2\pi}{m} \frac{B}{c}.$$

Если задать начальное значение секториальной скорости

$$\left(r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right)_0 = \sqrt{k^2 M' a_0 (1 - e_0^2)},$$

то можно найти количество оборотов пылинки по ее постепенно сворачивающейся в спираль орбите вплоть до выпадения на Солнце. Действительно, по мере приближения к Солнцу

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} \rightarrow 0.$$

Поэтому

$$\frac{2\pi n B}{mc} = \sqrt{k^2 M' a_0 (1 - e_0^2)},$$

откуда

$$n = \frac{\sqrt{k^2 M' a_0 (1 - e_0^2)} mc^2}{2\pi^2 \rho^2 r_0^2 E_0},$$

или

$$n = \frac{\sqrt{k^2 M' a_0 (1 - e_0^2)}}{4\pi r_0^2 E_0} \cdot \frac{8}{3} \rho \delta c^2.$$

Имеем

$$4\pi r_0^2 E_0 = 4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/сек} — \text{полное излучение Солнца}$$

$$c^2 = 9 \cdot 10^{20} \text{ см}^2/\text{сек}^2; M' = M - \frac{3}{16} \cdot \frac{4\pi r_0^3 E_0}{\pi c k^2 \rho \delta}.$$

Примем, например,

$$\delta=1; \quad \alpha_0=1.5 \cdot 10^{13} \text{ сек}; \quad e_0=0;$$

$$k^2=6.7 \cdot 10^{-8};$$

$$M'=2 \cdot 10^{33} \left(1 - \frac{10^{-4}}{1.7\rho}\right).$$

Если $1.7\rho=10^{-4}$ см, т. е. диаметр частицы составляет 1μ , то $M'=0$, сила притяжения уравнивается с отталкиванием.

Мы принимаем, что диаметр частицы составляет по крайней мере несколько десятков микрон.

Уже при $2\rho=10 \mu$ порядок M' остается тем же, как и M , так что можно для приблизительных расчетов положить, что

$$M=M'.$$

Имеем

$$n=2.7 \cdot 10^7 \rho \delta.$$

Если $\delta=1$, $\rho=10^{-3}$ см — наименьшая принимаемая величина, то

$$n=2.7 \cdot 10^4.$$

Вообще даже маленькая частица должна сделать сотни тысяч обращений, чтобы выпасть на Солнце, начиная с расстояния земной орбиты.

В уравнения (11) и (12) вводим в качестве новых переменных эллиптические элементы a , e . Имеем

$$\frac{d}{dt} m \sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)} = - \frac{B}{c} \frac{d\tau}{dt}$$

и

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mk^2 M'}{2a} \right) = \frac{B}{c} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2.$$

Величина $\frac{d\varphi}{dt}$ представляет мгновенную угловую скорость, меняющуюся периодически на протяжении оборота

по орбите и вековым образом при изменении фигуры и размеров орбиты.

Поскольку нас интересуют лишь вековые изменения a и e , мы можем провести предварительное интегрирование по периоду обращения T .

Имеем, например,

$$\int_0^T \frac{d}{dt} \left(\frac{k^2 M}{2a} \right) dt = \int_0^T \frac{B}{mc} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt.$$

Выше было показано, что для заметного изменения a необходимо весьма большое число обращений по орбите. За период одного обращения T величина a заметно не меняется. Поэтому

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{k^2 M}{2a} \right) = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt \frac{B}{mc}$$

и аналогично для второго уравнения

$$\frac{d}{dt} \sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)} = - \frac{B}{mc} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) dt.$$

Имеем

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt = \frac{\sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)}}{T} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{r^2},$$

поскольку

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)}.$$

Но

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\varphi - \varphi_0)}.$$

и потому

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt = \frac{\sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)}}{T a^3 (1 - e^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} [1 + e \cos(\varphi - \varphi_0)]^2 d\varphi.$$

После простой интеграции получаем

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt = \frac{\sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)}}{T a^2 (1 - e^2)^2} \cdot 2\pi \left(1 + \frac{e^2}{2} \right).$$

Но

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{k^2 M'}}{a^{3/2}}.$$

Следовательно

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt = \frac{k^2 M'}{a^3} \frac{\left(1 + \frac{e^2}{2} \right)}{(1 - e^2)^{3/2}}.$$

и

$$\frac{da}{dt} = - \frac{2B}{mca} \cdot \frac{\left(1 + \frac{e^2}{2} \right)}{(1 - e^2)^{3/2}}. \quad (13)$$

Совершенно аналогично находим,

$$\frac{d}{dt} \sqrt{k^2 M' a (1 - e^2)} = - \frac{B}{mc} \cdot \frac{\sqrt{k^2 M'}}{a^{3/2}},$$

откуда, принимая во внимание (13), получаем

$$\frac{de}{dt} = - \frac{3}{2} \frac{Be}{mca^2} \cdot \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}. \quad (14)$$

Для интеграции уравнений (13) и (14) необходимо исключить прежде всего элемент времени. Получаем

$$\frac{de}{da} = \frac{3}{4} \frac{1}{a} \cdot \frac{e}{1 + \frac{e^2}{2}} (1 - e^2),$$

откуда

$$\frac{3}{4} \int \frac{da}{a} = \int \frac{de}{e} \frac{\left(1 + \frac{e^2}{2} \right)}{(1 - e^2)}.$$

Производя элементарное интегрирование, получаем

$$\frac{3}{4} \ln \frac{a}{a_0} = \ln \left(\frac{e}{e_0} \frac{(1 - e_0^2)^{3/4}}{(1 - e^2)^{3/4}} \right)$$

или

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{e}{e_0} \right)^{4/3} \cdot \frac{1 - e_0^2}{1 - e^2}. \quad (15)$$

Уже из уравнения (14) видно, что в результате радиативного торможения эксцентриситет орбиты должен непрерывно уменьшаться. В случае если первоначально $e=0$, то $\frac{de}{dt}=0$ и орбита всегда останется круговой. Выражение (15) показывает, что всякая орбита первоначально с любым эксцентриситетом превратится в круговую только при $a=0$. Продолжительность существования частиц, движущихся по эллиптическим орбитам, несколько меньше, чем частиц, описывающих круговые орбиты.

Весьма интересно также то обстоятельство, что найденная зависимость между a и e выражает общую закономерность движения при наличии радиативного торможения и не зависит от индивидуальных свойств движущегося тела. Двигается ли астероид или ничтожная пылинка в поле радиации и тяготения, соотношение между элементами a и e является у них одинаковым. Разница заключается только в том, что изменение орбиты астероида происходит невероятно медленно, орбиты же пылинки сравнительно быстро.

Зная зависимость между a и e , можно проинтегрировать уравнения (13) и (14). Например:

$$\frac{de}{dt} = - \frac{3}{2} \frac{Be}{mc} \frac{e_0^{3/4} (1 - e^2)^2}{(1 - e^2)^{3/2} a_0^2 e^{3/4} (1 - e_0^2)^2}$$

или

$$\frac{de}{dt} = - K \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{e^{3/4}},$$

где

$$K = \frac{3}{2} \frac{B}{mc} \frac{e_0^{3/2}}{\alpha_0^2} \cdot \frac{1}{(1 - e_0^2)^2}; \quad B = \frac{\pi p^2 r_0^2 E_0}{c}.$$

Отсюда

$$\int_{e_0}^e \frac{de e \sqrt[3]{e^2}}{(1 - e^2) \sqrt{1 - e^2}} = K(t - t_0)$$

или, полагая $e^2 = x$

$$\int_{e_0^2}^x \frac{dx \sqrt[3]{x}}{(1 - x) \sqrt{1 - x}} = 2K(t - t_0).$$

Вычисление последнего интеграла числовым путем не представляет никаких затруднений. Имеем в результате вычислений

$$2K(t - t_0).$$

Таблица 13

$e \backslash e_0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0.8	1.030	—	—	—	—	—	—	—	—
0.7	1.472	0.442	—	—	—	—	—	—	—
0.6	1.699	0.669	0.227	—	—	—	—	—	—
0.5	1.827	0.797	0.355	0.128	—	—	—	—	—
0.4	1.902	0.872	0.430	0.203	0.0749	—	—	—	—
0.3	1.945	0.916	0.474	0.246	0.1177	0.0428	—	—	—
0.2	1.965	0.936	0.494	0.266	0.1398	0.0649	0.0221	—	—
0.1	1.974	0.945	0.503	0.275	0.1488	0.0739	0.0311	0.0096	—
0.0	1.976	0.947	0.505	0.277	0.1504	0.0755	0.0327	0.0106	0.00156

Из соотношения

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{e}{e_0} \right)^{1/2} \cdot \frac{1 - e_0^2}{1 - e^2}$$

Таблица 14

$\frac{e}{e_0}$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0.8	$4.42 \cdot 10^2$	—	—	—	—	—	—	—	—
0.7	0.449	—	—	—	—	—	—	—	—
	6.31	$0.985 \cdot 10^3$	—	—	—	—	—	—	—
	0.265	0.591	—	—	—	—	—	—	—
0.6	7.27	1.414	$1.368 \cdot 10^3$	—	—	—	—	—	—
	0.172	0.383	0.648	—	—	—	—	—	—
0.5	7.84	1.683	2.14	$1.831 \cdot 10^3$	—	—	—	—	—
	0.115	0.237	0.432	0.668	—	—	—	—	—
0.4	8.17	1.846	2.59	2.91	$2.40 \cdot 10^3$	—	—	—	—
	0.0764	0.1696	0.287	0.444	0.650	—	—	—	—
0.3	8.34	1.952	2.86	3.53	3.76	$3.27 \cdot 10^3$	—	—	—
	0.0479	0.1068	0.1805	0.278	0.417	0.628	—	—	—
0.2	8.43	1.977	2.98	3.82	4.40	4.65	$3.67 \cdot 10^3$	—	—
	0.0265	0.0591	0.100	0.154	0.2305	0.346	0.551	—	—
0.1	8.46	1.994	3.03	3.94	4.68	5.32	5.34	$5.41 \cdot 10^3$	—
	0.0103	0.0227	0.0385	0.0593	0.0875	0.134	0.212	0.383	—
0.0	$8.48 \cdot 10^3$	$2.00 \cdot 10^3$	3.045	3.97	4.71	5.47	5.69	6.42	$6.84 \cdot 10$
	0.000	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

находим соответствующее a для начальных значений a_0, e_0 . Положим, что $a_0 = 1.5 \cdot 10^{13}$ см — расстоянию Земли от Солнца; $4\pi r_0^2 E_0 = 4 \cdot 10^{33}$ эрг/сек; $\delta = 1$; $\rho = 10^{-3}$ см.

Для этих данных имеем следующие значения K :

e_0 K	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
	$1.17 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{-4}$	$8.32 \cdot 10^{-5}$	$3.48 \cdot 10^{-5}$	$1.57 \cdot 10^{-5}$

e_0 K	0.4	0.3	0.2	0.1
	$8.18 \cdot 10^{-6}$	$2.98 \cdot 10^{-6}$	$8.27 \cdot 10^{-7}$	$2.44 \cdot 10^{-7}$

В первой строке каждой графы таблицы 14 дается интервал времени $t - t_0$, выраженный в годах, в течение которого орбита преобразовалась от e_0 до e ; во второй строке этой же графы — соответствующее значение $\frac{a}{a_0}$, т. е. отношение конечной и начальной большой полуоси.

С помощью этой таблицы задача полностью решается для каких угодно начальных значений (a_0, e_0) и для любых свойств движущейся частицы.

Пусть, например,

$$\delta = 3; \rho = 1 \text{ см}; a_0 = 2; e_0 = 0.5.$$

Требуется найти время падения частицы на Солнце ($a = 0$). Имеем

$$t - t_0 = 4.71 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 2^2 = 5.66 \cdot 10^7 \text{ лет.}$$

Время, потребное для уменьшения a_0 до 0.4 его значения, будет аналогично

$$t - t_0 = 3.8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 2^2 = 4.56 \cdot 10^7 \text{ лет.}$$

Любопытно, что при той же большой полуоси время выпадения частицы на Солнце гораздо меньше для малых

эксцентриситетов. Частицы, двигающиеся по вытянутым орбитам, быстрее приближаются к Солнцу.

В частном случае круговой орбиты радиативное торможение может быть учтено чрезвычайно просто.

Мы уже знаем, что орбита первоначально круговая всегда останется круговой. Поэтому для любого момента времени имеем

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{k^2 M' m}{r^2}.$$

M' — редуцированная солнечная масса, т. е.

$$v^2 = \frac{k^2 M'}{r}.$$

Изменение количества движения будет

$$d(mv) = \gamma \frac{B dt}{r^2}, \quad \gamma = \frac{v}{c}.$$

В результате изменения v изменяется также и r соответственно

$$v dv = - \frac{k^2 M'}{2r^2} dr.$$

Имеем, следовательно,

$$- \frac{k^2 M' dr}{2r^2 v} = \frac{v}{c} \frac{B dt}{mr^2},$$

откуда

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{2v^2}{c} \frac{B}{mk^2 M'}$$

или

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{3}{2} \frac{r_0^2 E_0}{\rho \delta c^2 r}. \quad (16)$$

Значит скорость сокращения радиуса круговой орбиты оказывается обратно пропорциональной величине $gr\delta$

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{10^{13}}{6 \pi \rho \delta r} = - \frac{A}{\rho \delta r}.$$

Отсюда время τ выпадения на Солнце с расстояния r_0 есть

$$\tau = \frac{\rho \delta r_0^2}{2A} \text{ сек.} = \frac{\rho \delta r_0^2 \cdot 10^{-17}}{6.4} \text{ лет.}$$

Если положить $\delta = 1$ и r_0 выразить в астрономических единицах, то

$$\tau = 6.5 \cdot 10^6 \rho r_0^2 \text{ лет.}$$

Если $r_0 = 1$ и $\rho = 10 \mu$, то $\tau = 6500$ лет.

Любопытно, что в выражение (16) совершенно не входит сила солнечного притяжения.

3. В предыдущем предполагалось, что частицы, движущиеся в солнечной системе, нейтральны и подвержены только силе тяготения и световому отталкиванию. В действительности можно ожидать, что они получают некоторый электрический заряд благодаря фотоэффекту под действием жестких квант, излучаемых Солнцем. В таких случаях на них будет еще оказывать влияние общее магнитное и электрическое поле Солнца. Нужно, однако, заметить, что задача о движении электрического заряда в солнечной системе лишена необходимой определенности, свойственной проблемам небесной механики.

Рассмотрим частицу сечением πr^2 на расстоянии r от Солнца. На частицу падают кванты света, в том числе такие, которые способны выбить электрон и сообщить частице положительный заряд. На основании уравнений Эйнштейна необходимая для этого энергия будет

$h\nu_1 = P$	(для первого электрона)
$h\nu_2 = P + \frac{e^2}{\rho}$	(для второго ")
$h\nu_3 = P + \frac{2e^2}{\rho}$	(для третьего ")
.....	
$h\nu_{k+1} = P + \frac{ke^2}{\rho}$	(для k-го ")

Число соответствующих квант в одну секунду равно

$$n_k = \frac{\pi \rho^2 r_0^2}{r^2} \int_v^{\infty} \frac{E_v^0 dv}{h\nu}.$$

Выражение $4\pi r_0^2 E_v^0 dv$ представляет общее излучение Солнца в интервале частот от ν до $\nu + dv$.

Известно, что

$$4\pi r_0^2 \int_0^{\infty} E_v^0 dv = 4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/сек.}$$

Предположим, что в некоторый начальный момент частица является еще нейтральной. Через $\frac{1^s}{n_1}$ сек. из нее будет выбит первый электрон, через $\frac{1^s}{n_2}$ сек. после этого — второй электрон, через $\frac{1^s}{n_3}$ сек. третий и т. д.

Следовательно, скорость электризации будет соответственно $n_1, n_2, \dots$. По мере нарастания заряда значение n уменьшается.

Наряду с этим нужно рассмотреть скорость рекомбинации свободных электронов частицей. В стационарных условиях обе скорости должны быть одинаковы и это определяет конечный заряд частицы.

Предположим, что в единице объема пространства имеется N_e свободных электронов, которые характеризуются кинетической температурой T_e согласно соответствующему Максвелловскому распределению скоростей. Пусть dN_e — число электронов в единице объема, скорости которых заключены между v и $v + dv$. Число электронов в телесном угле $d\omega$, обладающих этой скоростью и встречающих частицу в течение одной секунды, будет

$$\frac{\pi \rho^2 v dN_e d\omega}{4\pi}.$$

Общее число электронов равно

$$n_1' = \pi \rho^2 \int_0^{\infty} v dN_e.$$

Согласно Максвеллу

$$dN_e = C v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}} dv,$$

причем

$$N_e = C \int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}} dv.$$

Поэтому

$$n_1' = \pi \rho^2 \frac{\int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv N_e}{\int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv}.$$

Совершенно аналогичные выражения получим и для рекомбинации в случае заряженных частиц с той лишь разницей, что эффективное сечение σ заряженной частицы больше ее действительного сечения в зависимости от скорости и заряда.

Обозначая через $\sigma_k(v)$ эффективное сечение с зарядом ke , представим число электронов, попадающих на частицу в одну секунду, аналогичным выражением

$$n_k' = \frac{\int_0^{\infty} \sigma_k(v) v^3 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv N_e}{\int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv}.$$

Стационарное состояние достигается при условии:

$$n_k = n_k',$$

т. е.

$$\frac{\pi \rho^2 r_0^2}{r^2} \int_{v_k}^{\infty} \frac{E_v^0 dv}{h\nu} = N_e \frac{\int_0^{\infty} \sigma_k(v) v^3 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv}{\int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT_e}} dv}.$$

Левая часть уравнения уменьшается с зарядом, так как v_k возрастает, правая часть, напротив, увеличивается, вследствие увеличения $\sigma_k(v)$. В стационарных условиях обе части должны быть одинаковы.

Определим эффективное сечение частицы $\sigma_k(v)$ с зарядом ke . Пусть скорость электронов на большом расстоянии от частицы есть v . Из интеграла живых сил

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ke^2}{r} + \frac{ke^2}{a}$$

находим действительную полуось гиперболической орбиты, именно

$$a = \frac{2ke^2}{mv^2}.$$

Угол между асимптотой и осью гиперболы α связан с эксцентриситетом e соотношением

$$e = \sec \alpha.$$

Эффективный радиус частицы есть, очевидно, длина перпендикуляра, опущенного из его центра на асимптоту гиперболы. Полагая, что расстояние перигелия q равно реальному радиусу частицы ρ , находим

$$\rho_{eff} = (a + \rho) \sin \alpha$$

или

$$\rho_{eff} = \left(\frac{2ke^2}{mv^2} + \rho \right) \frac{\sqrt{(a + \rho)^2 - a^2}}{a + \rho}.$$

Следовательно, эффективное сечение есть

$$\sigma_{eff} = \sigma \left(1 + \frac{4ke^2}{\rho mv^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Обратимся к вычислению заряда частицы ke .

Примем согласно Шпитцеру [39], что фотоэлектрический эффект для частиц космической пыли имеет место при облучении их квантами света длиной волны меньшей 2000 Å. Можно предположить, что каждый подобный квант способен выбить один электрон. Впрочем в дальнейшем мы рассмотрим и тот случай, когда вероятность выброса электронов при указанном облучении не превышает 0.001.

Возьмем для определенности частицу радиусом $\rho = 10^{-3}$ см. После подстановки числовых данных в исходное уравнение

$$h\nu_k = h\nu_0 + \frac{ke^2}{\rho}$$

находим:

$$\nu_k = 1.5 \cdot 10^{15} + k \cdot 3 \cdot 10^{10}.$$

Для вычисления числа квант в одну секунду, производящих ионизацию частицы

$$n_k = \frac{\pi \rho^2 r_0^2}{r^2} \int_{\nu_k}^{\infty} \frac{E_v^0 dv}{h\nu},$$

примем для простоты распределение энергии в спектре Солнца согласно формуле Вина

$$E_v^0 \propto \nu^3 e^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

Вводя новую переменную

$$\alpha = \frac{h\nu}{kT}, \quad \alpha_k = \frac{h\nu_k}{kT}$$

находим для числа квант в 1 секунду

$$n_k = \frac{\rho^2 \cdot 10^{13}}{r^2 \chi T} \frac{\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha} d\alpha}{\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha} d\alpha}.$$

Принимая во внимание, что

$$\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha} d\alpha = 6,$$

находим

$$n_k = \frac{\rho^2}{r^2 (\chi T)} \frac{10^{13}}{6} \cdot e^{-\alpha_k} (\alpha_k^2 + 2\alpha_k + 2),$$

$$\alpha_k = \frac{h\nu_k}{\chi T}.$$

Примем эффективную температуру Солнца равной 6000° и будем считать, что эта температура характеризует также распределение энергии и в отдаленной ультрафиолетовой части солнечного спектра. Насколько можно судить, нет основания принимать наличие заметного ультрафиолетового избытка излучения за исключением быть может отдельных областей солнечного диска незначительного протяжения.

Предыдущее выражение для расстояния Земли от Солнца

$$r = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ см}$$

примет следующий вид

$$n_k = 0.905 \cdot 10^{12} e^{-\alpha_k} (\alpha_k^2 + 2\alpha_k + 2),$$

причем

$$\alpha_k = \frac{h\nu_k}{\chi T} = 12 + k \cdot 2.4 \cdot 10^{-4}.$$

Вычислим теперь

$$n_k' = \frac{\int_0^\infty \sigma v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{\chi T}} dv}{\int_0^\infty v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv} \cdot N_e$$

или

$$n_k' = \frac{\int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv + \frac{4ke^2}{\rho m} \int_0^{\infty} v e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv}{\int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv} N_e \pi \rho^2.$$

Это выражение легко вычисляется при помощи элементарных функций. Принимая во внимание, что

$$\int_0^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{4},$$

находим после различных преобразований для числа рекомбинаций в одну секунду

$$n_k' = 8 \left(\frac{kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{N_e \pi \rho^2}{\sqrt{\pi}} \left\{ 1 + \frac{3ke^2}{\rho m} \frac{m}{kT} \right\}.$$

Деля числовые подстановки согласно указанному выше и принимая во внимание, что

$$\sigma_{eff} = \pi \rho^2 (1 + 4.9 \cdot 10^{-4} k),$$

находим

$$n_k' = 425 N_e (1 + 4.9 \cdot 10^{-4} k).$$

Уравнение баланса принимает вид

$$0.905 \cdot 10^{12} e^{-\alpha_k} (\alpha_k^2 + 2\alpha_k + 2) = 425 N_e (1 + 4.9 \cdot 10^{-4} k),$$

причем

$$\alpha_k = 12 + 2.4 \cdot 10^{-4} k$$

Полагая

$$x = k \cdot 10^{-5},$$

преобразовываем предыдущее уравнение к виду

$$2.23 \cdot 10^6 - 10.42x (3.39x^2 + 3.67x + 1) = N_e (1 + 49x).$$

Решение этого уравнения, которое приходится находить методом проб, приводит к следующим приближенным значениям k для разной электронной плотности N_e

N_e	1	10	100
k	$5.4 \cdot 10^4$	$4.4 \cdot 10^4$	$3.4 \cdot 10^4$

Напомним, что при этом предполагается, что каждый квант жесткостью свыше 2000 Å способен выбивать электрон при падении на частицу.

Если предположить, что на каждую тысячу подобных квантов выбивается лишь один электрон, то положительный заряд частицы окажется несколько меньшим, а именно:

N_e	1	10	100
k	$2.5 \cdot 10^4$	$1.6 \cdot 10^4$	$0.8 \cdot 10^4$

Соответствующий заряд в вольтах, вычисленный по формуле

$$\frac{ke^2}{\rho} = \frac{eV}{300},$$

представлен ниже:

N_e	1	10	100
V (вероятн. 1)	7.2	5.9	4.6
V (вероятн. 10^{-3})	3.3	2.1	1.1

Любопытно, что при очень широких изменениях в числе свободных электронов N_e и вероятности фотоэффекта значение заряда получается того же порядка. Можно принять,

что в межзвездном пространстве N_e равно, примерно, 1. В солнечной системе N_e , по всей вероятности, больше, но не может превысить 100, так как при большой рассеивающей способности электронов яркость ночного неба будет в этом случае значительно увеличена и притом независимо от эклиптикальной широты, чего в действительности не наблюдается. Поэтому можно принять, что даже для наиболее мелких метеорных частиц возможный положительный заряд не превышает 2—3 вольт. Эти данные относятся к расстоянию от Солнца в одну астрономическую единицу. Как видно из таблицы, на других расстояниях заряд должен быть того же порядка. При подобном заряде движение частицы должно определяться почти исключительно силой тяготения и обычного светового отталкивания. О наличии внешнего магнитного поля Солнца ничего достоверного неизвестно и можно сомневаться, имеется ли оно в действительности. С другой стороны, для того, чтобы действие электрической силы на частицу могло сравняться с силой тяжести, необходимо, чтобы заряд Солнца был порядка 10^{15} вольт, что также совершенно невероятно. Таким образом наши выводы относительно движения частицы в междупланетном пространстве остаются в силе.

4. В предыдущем рассматривалось время, в течение которого метеорная частица падает на Солнце или, говоря точнее, в течение которого большая полуось орбиты уменьшается до нуля. Заметим, что действительное падение с сообщением Солнцу запаса момента количества движения связанного с частицей, не может иметь места. Мы видели, что каков бы ни был характер первоначальной орбиты метеорной частицы, приближение ее к Солнцу происходит по круговой спирали, когда частица, делая ряд последовательных оборотов, лишь очень медленно уменьшает свое расстояние от Солнца. При этом происходит постепенное нагревание частицы, которая с некоторого расстояния начинает уменьшать свои размеры. Это приводит к тому, что редуцированная масса Солнца также уменьшается все быстрее

и быстрее и может, наконец, дойти до нуля. Можно, однако, показать, как это было сделано Джинсом [40], что в каждый данный момент произведение большой полуоси оскуляционной орбиты частицы на редуцированную массу Солнца остается постоянным, т. е.

$$aM' = \text{const.}$$

По мере уменьшения M' большая полуось увеличивается. Это очень скоро компенсирует приближение к Солнцу в результате радиативного торможения, а затем приводит к более или менее быстрому удалению частицы. Итак, фактическое падение может произойти только в случае холодного Солнца, но в таком случае последнее не было бы в состоянии оказывать лучевое отталкивание.

Заметим, что заметное уменьшение редуцированной массы Солнца происходит только при очень малых размерах частиц порядка нескольких микронов. Поэтому, начав уменьшаться, частица фактически испаряется и, оказавшись отброшенной от Солнца, превращается в облачко ионизованных газов, которое быстро рассеивается в пространстве.

Поскольку подобный процесс происходит по всей вероятности достаточно быстро, несмотря на весьма медленное приближение к Солнцу, нет надобности рассматривать эволюцию орбиты частицы на этом этапе ее существования.

5. Известное значение может иметь лишь тот факт, что метеорные частицы, превращаясь в ионизованные газы, должны обогащать междупланетное пространство свободными электронами, обладающими значительной рассеивающей способностью. Действительно можно показать, что даже атомы водорода, отличающиеся значительным потенциалом ионизации, должны лишаться своего электрона на всем пространстве солнечной системы.

Рассмотрим основное уравнение ионизации для междузвездного пространства [41]

$$\frac{N'' N_e}{N'} = \frac{(2\pi me)^{3/2} 2a''}{h^3 q'} (kT)^{3/2} e^{-\frac{J}{kT}} \sqrt{\frac{T_{eff}}{T}} W e^{-\tau}.$$

N' , N'' , N_e — количество нейтральных атомов в основном состоянии ионов и электронов в единице объема; q' , q'' — статистические веса основного состояния атома и иона; T , T_{eff} — эффективная температура соседней звезды и кинетическая температура свободных электронов; J — потенциал ионизации; τ — оптическая толщина на расстоянии S от звезды, на котором рассматривается состояние данного газа; W — фактор дилуции радиации, а именно

$$W = -\frac{R^2}{S^2}.$$

R обозначает радиус звезды, причем предполагается, что

$$R \ll S.$$

Положим, что

$$N = N' + N''; N'' = xN; N' = (1 - x)N.$$

При наличии ионизации лишь первого порядка число электронов должно равняться числу ионов, а потому

$$N_e = xN.$$

Подставляя эти выражения в предыдущую формулу и вставляя значения некоторых постоянных, находим

$$\frac{x^2}{1-x} N = C_1 \cdot \frac{1}{S^2} \cdot e^{-\tau},$$

причем

$$C_1 = 10^{-0.51 - \theta} \frac{2 q''}{q'} \sqrt{\frac{T_{eff}}{T}} T^{1/2} R^2,$$

где

$$\theta = \frac{5040}{T}.$$

В пределах солнечной системы можно, конечно, положить, что

$$\tau = 0.$$

В случае атомов водорода в солнечной системе ($R=1$, $x=13.56$ вольт, $T=T_{eff}=6000^\circ$) имеем

$$\frac{Nx^2S^2}{1-x} = 6.12 \cdot 10^{-5}.$$

Для степени ионизации водорода $x=0.5$ и 0.9 получаем

	$x=0.5$	$x=0.9$
$N=1$	$S=2\,300$ астр. ед.	$S=560$ астр. ед.
10	740	179
100	230	56
1 000	74	18

Как уже упоминалось, при $N=1000$ вся яркость ночного неба может быть обусловлена только электронным рассеянием. Действительно, если взять общее выражение [42] для яркости электронного облака

$$J = \mu L \int_0^\infty \frac{Nf(\vartheta) dR}{r^2}$$

(L — количество света испускаемого Солнцем в единицу телесного угла, т. е. в один стерадиан; $\mu f(\vartheta)$ — рассеивающая способность в направлении ϑ между падающим и рассеянным лучами, рассчитанная на один электрон) и принять во внимание, что в единицах радиуса земной орбиты

$$R = \frac{\sin(\vartheta + l)}{\sin \vartheta},$$

то получим, что

$$J = \mu L \int_0^{\pi-l} \frac{Nf(\vartheta) d\vartheta}{\sin \vartheta}.$$

Поскольку

$$f(\vartheta) = 1 + \cos^2 \vartheta$$

и в соответствии с изменением плотности в среде Зодиакального света

$$N = \frac{N_0}{r},$$

находим для плоскости эклиптики

$$J = L \mu \frac{N_0}{\sin^2 l} \left(\frac{4}{3} + \cos l + \frac{\cos^3 l}{3} \right).$$

Яркость неба, выраженная в числе звезд пятой величины на квадратный градус, есть

$$j = J \left(\frac{\pi}{180} \right)^2.$$

Яркость Солнца в тех же единицах, наблюдаемая с Земли, есть

$$j_{\odot} = 2.512^{31.5}.$$

Следовательно

$$j = \frac{\mu}{\sin^2 l} 2.512^{31.5} \left(\frac{\pi}{180} \right)^2 \left(\frac{4}{3} + \cos l + \cos^3 l \right) N_0,$$

причем

$$\mu = \frac{e^4}{2 m^2 c^4} = +0.4 \cdot 10^{-25}.$$

Таким образом

$$j = 0.18 \cdot 10^{2.4} \frac{N_0}{\sin^2 l} \left(\frac{4}{3} + \cos l + \cos^3 l \right).$$

Для $l = 90^\circ$ имеем приблизительно $j = 1$, откуда

$$N_0 = 4 \cdot 10^{2.4} \approx 1000,$$

в соответствии с указанным выше. Таким образом, действительно число свободных электронов в междупланетном пространстве на кубический сантиметр должно быть сравнительно невелико, по всей вероятности порядка не выше нескольких десятков. Это означает, что все газы должны находиться в ионизованном состоянии.

Если допустить, что выход метеорной материи и переход ее вблизи от Солнца в газообразное состояние составляет примерно 10^{18} гр. каждые сто тысяч лет, то за время существования солнечной системы количество свободных электронов могло бы стать весьма значительным. В действительности выделяющиеся электроны остаются в окрестностях Солнца и увеличивают яркость внешней короны. Для того чтобы это увеличение оставалось в пределах разумного, необходимо, чтобы в прежние эпохи существования солнечной системы плотность материи Зодиакального света была того же порядка, как и в настоящее время.

Глава восьмая

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В СРЕДЕ МЕЖДУПЛАНЕТНОЙ МЕТЕОРНОЙ МАТЕРИИ НА ОСНОВАНИИ УСЛОВИЯ СТАЦИОНАРНОСТИ

Выше было рассмотрено движение отдельной метеорной пылинки под действием солнечного притяжения и светового отталкивания. Было показано, что размеры орбиты постепенно уменьшаются, в результате чего каждая пылинка в конечном счете выпадает на Солнце. Однако представляется весьма вероятным, что общий комплекс метеорной материи остается в стационарном состоянии, непрерывно пополняясь за счет того или другого механизма. Независимо от того, каким путем происходит это пополнение метеорной материей, можно показать, что единственное условие стационарности может определить распределение плотности на различных расстояниях от Солнца.

Предположим сначала, что метеорные частицы двигаются по круговым орбитам. Выше было доказано, что эти орбиты сохраняют свою круговую форму, но размеры их будут постепенно убывать. Напишем условие того, что в единице объема пространства на расстоянии от Солнца r находится всегда одинаковое количество материи.

Обозначим через $\frac{dr}{dt}$ скорость уменьшения радиуса-вектора круговой орбиты. Очевидно, объем $\omega r^2 \frac{dr}{dt}$ материя, приближающаяся к Солнцу, проходит в единицу времени. Если плотность материи в пространстве обозначить через

$f(r)$, то количество материи в этом объеме будет

$$\omega r^2 \frac{dr}{dt} f(r).$$

Условие стационарности имеет вид

$$\omega r^2 \frac{dr}{dt} f(r) = \text{const.}$$

Поскольку

$$\frac{dr}{dt} = A r^{-1} \rho^{-1},$$

где A — некоторая постоянная, функция плотности $f(r)$ выражается так

$$f(r) = \frac{C}{r}.$$

Итак, в случае круговых движений частиц, плотность материи в общем пылевом комплексе, находящемся в стационарных условиях, должна изменяться, как r^{-1} .

Рассмотрим более общий случай эллиптического движения. Пусть начальные значения эллиптических элементов будут a_0, e_0 , причем в момент t имеем

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{e}{e_0} \right)^{3/2} \frac{1 - e_0^2}{1 - e^2}.$$

Таким образом в каждый данный момент величину эксцентриситета можно рассматривать как функцию большой полуоси и начальных значений элементов. С другой стороны

$$\frac{da}{dt} = - \frac{2B}{mca} \left(1 + \frac{e^2}{2} \right) (1 - e^2)^{-3/2},$$

где

$$B = \frac{\pi \rho^2}{c} r_0^2 E_0$$

с принятыми ранее обозначениями.

Рассмотрим объем пространства на расстоянии r от Солнца. Через этот объем могут проходить все орбиты, удовлетворяющие условию

$$a(1 - e) \leq r \leq a(1 + e).$$

Следовательно, совокупность орбит (a, e) , равномерно распределенных вокруг Солнца, образует поле $a(1 - e) - a(1 + e)$, в пределах которого заключается значение радиуса-вектора r .

Плотность материи в этом поясе пропорциональна следующим факторам (см. гл. Интегральный эффект распада периодических комет):

$$1) \quad \frac{\sin \alpha}{r \sin 2\alpha},$$

где α — угол между радиусом-вектором и касательной к орбите в данной точке,

$$2) \quad \frac{r \sin \alpha}{\sqrt{a(1 - e^2)}},$$

$$3) \quad \frac{1}{r}.$$

Первый фактор характеризует величину, обратную расстоянию между смежными орбитами, второй — плотность частиц на данном отрезке орбиты, третий — степень схождения орбитальных плоскостей.

Итак, пространственная плотность D , определяемая ансамблем орбит (a, e) , пропорциональна

$$D = k \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r \sqrt{a(1 - e^2)}}.$$

Если ввести еще условие, что количество материи, распределенное по орбите, не зависит от ее размеров, то найдем, что

$$k = \frac{C}{a^{3/2}}.$$

Итак

$$D = C \frac{\operatorname{tg} \alpha}{ra^{1/2} \sqrt{a(1-e^2)}}.$$

Заметим, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{ap}{2ar - r^2 - ap}},$$

где p — параметр орбиты.

Выше было указано, что суммарная плотность в данном объеме определяется всеми орбитами, начиная от таких, для которых

$$a_1(1+e_1) = r,$$

до таких, для которых

$$a_2(1-e_2) = r.$$

Пусть $P_a da$ — вероятность распределения орбит в пределах от a до $a+da$. Искомая плотность материи будет

$$\Delta = \frac{1}{r} \int_{a_1}^{a_2} \frac{P_a da \sqrt{ap}}{a^{1/2} \sqrt{p} \sqrt{2ar - r^2 - ap}}$$

или

$$\Delta = \frac{1}{r} \int_{a_1}^{a_2} \frac{P_a da}{a} (2ar - r^2 - ap)^{-1/2}.$$

Введем теперь условие стационарности. Если ансамбль (a, e) непрерывно генерируется из ансамбля (a_0, e_0) , то в условиях стационарности в каждом интервале da число орбит должно быть обратно пропорционально $\frac{da}{dt}$.

Следовательно

$$\Delta = \frac{1}{r} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a \frac{da}{dt} \sqrt{2ar - r^2 - ap}}.$$

Нетрудно убедиться в том, что в случае круговой орбиты это выражение просто пропорционально r^{-1} , как было указано нами выше. Предположим теперь, что e достаточно малая величина, так что можно пренебречь e^2 по сравнению с 1.

В таком случае

$$\frac{e}{e_0} = \left(\frac{a}{a_0} \right)^{3/4}.$$

Кроме того

$$a \frac{da}{dt} = \text{const.}$$

Принимая во внимание, что

$$r = a(1 - e^2)(1 - e \cos v)^{-1} = a - ae \cos v.$$

находим

$$\sqrt{2ar - r^2 - ap} = ae \sin v$$

и

$$da = re \sin v dv \left(1 + \frac{3}{4} \frac{r}{a} e \cos v \right).$$

Поэтому

$$\Delta = \frac{1}{r} \int_0^\pi \frac{re \sin v dv}{ae \sin v} \left(1 + \frac{r}{a} \cdot \frac{3}{4} e \cos v \right)$$

или после интегрирования

$$\Delta = \int_0^\pi \frac{dv}{a} + \frac{3}{4} \int_0^\pi \frac{r}{a^2} e \cos v dv = \frac{C_1}{a}.$$

Вернемся к общему выражению

$$\Delta = \frac{1}{r} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a \frac{da}{dt} \sqrt{2ar - r^2 - ap}}$$

и условимся удерживать малые величины второго порядка по отношению к e^2 .

Имеем

$$a \frac{da}{dt} = -K \left(1 + \frac{e^2}{2}\right) (1 - e^2)^{3/2}$$

или, разлагая в ряд,

$$a \frac{da}{dt} = -K(1 + 2e^2).$$

Аналогично получаем

$$\sqrt{2ar - r^2 - ap} = ae \sin v \left(1 - e \cos v - \frac{1}{2}e^2 + e^2 \cos^2 v\right)$$

и

$$re \sin v dv = -da \left[1 - e^2 - (2ae + r \cos v) \frac{3}{4} \frac{e}{a}\right].$$

Выражение для Δ преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r} \int_0^\pi \frac{r}{a} \frac{dv}{\left[1 - e^2 - (2ae + r \cos v) \frac{3}{4} \frac{e}{a}\right]} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{dv}{\times (1 + 2e^2) \left(1 - e \cos v - \frac{1}{2}e^2 + e^2 \cos^2 v\right)} \end{aligned}$$

или после необходимых преобразований

$$\Delta \sim \frac{1}{r} \int_0^\pi dv \left(1 + \frac{3}{4}e \cos v - \frac{3}{16}e^2 \cos^2 v\right).$$

После интегрирования получаем:

$$\Delta = \frac{C}{r} \left(1 - \frac{3}{32}e^2\right).$$

Поскольку с уменьшением размеров орбиты средняя эксцентricность $\bar{e}$ уменьшается, искомая плотность Δ растет несколько быстрее, чем r^{-1} .

Пользуясь приблизительным соотношением

$$e = e_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{1/4},$$

находим окончательно

$$\Delta = \frac{C}{r} \left[1 - \frac{3}{32} e_0^2 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{1/2} \right] = \frac{C}{r} \left[1 - \frac{3}{32} e_0^2 \frac{r^{1/2}}{a_0^{1/2}} \right].$$

Можно полагать, что a_0 соответствует расстоянию кольца астероидов, т. е. равно примерно 3—4 астрономических единиц.

При сравнении с наблюдаемым распределением плотности в среде Зодиакального света значение r приходится брать обычно меньше единицы. Среднее значение $\frac{r}{a_0} \sim 0.2$.

Вышеприведенная формула показывает, что дополнительный член, входящий в ее состав, не превышает 1% для всех значений e_0 вплоть до 0.4.

Итак, и в этом случае можно принять с достаточной точностью, что

$$\Delta \sim r^{-1}.$$

Если в действительности яркость изменяется более круто, то это может служить указанием на наличие значительного количества орбит с большими эксцентricитетами.



Глава десятая

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПЛОТНОСТИ МЕТЕОРНОЙ МАТЕРИИ В МЕЖДУПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В предыдущем исследовались различные механизмы заполнения междупланетного пространства метеорной материей. Оказалось, что во всех без исключения случаях, будет ли это разложение периодических комет, захваченных планетами в результате больших возмущений, выделение космической пыли с поверхности астероидов, происходящее со скоростью, достаточной для заполнения окрестностей Солнца, или, наконец, выпадение на солнце метеоров в результате радиативного торможения — плотность в плоскости эклиптики изменяется в области, доступной наблюдению, обратно пропорционально расстоянию. Весьма вероятно аналогичный вывод был бы получен и при исследовании действия других мыслимых механизмов, приводящих к заполнению междупланетного пространства материей, поступающей извне. Однако для определения плотности в любой точке пространства вне эклиптики необходимо исходить из некоторой гипотезы происхождения метеорной материи.

Интегральный эффект распада периодических комет не может иметь большого значения, так как большие возмущения мало вероятны и явным образом не могут обеспечить достаточного выхода метеорного вещества. Кроме того, как было показано выше, это вещество должно быть при подобном механизме сосредоточено вблизи от плоскости эклиптики, вернее вблизи от общей плоскости планетных движений.

Несравненно эффективнее непрерывное заполнение пространства пылью, выделяющейся с поверхности астероидов. Наличие радиативного торможения позволяет отказаться от предположения о значительных скоростях выброса.

С какой бы малой относительной скоростью ни произошел выброс пыли с поверхности астероида, но при достаточно малых размерах пылинки довольно быстро заполнят внутренние области солнечной системы, причем при условии стационарности их плотность в любой плоскости должна изменяться по закону r^{-1} . Дисперсия метеорной пыли в обе стороны от эклиптики будет зависеть, очевидно, от распределения астероидов по углам наклона.

Будем искать функцию плотности метеорной пыли в виде

$$f(\varphi),$$

где φ — гелиоцентрическая широта рассматриваемого объема пространства. Выведем $f(\varphi)$ на основании функции распределения орбит астероидов по углам наклона $F(i)$.

Поскольку радиативное торможение не изменяет положение плоскости орбиты, можно считать, что метеорная пыль, выделяющаяся с весьма малой относительной скоростью, характеризуется тем же распределением $F(i)$.

Представим наблюдателя, находящегося в центре Солнца. Плотность материи под углом φ над эклиптикой определяется числом частиц, находящихся в интервале φ и $\varphi + d\varphi$. Частицы, двигающиеся по орбите, наклоненной к эклиптике под углом i таким, что $i \geq \varphi$, находятся в этом интервале в течение времени dt , пропорциональном отрезку орбиты dl , заключенном между указанными пределами при том же периоде обращения T ,

$$l = \frac{2\pi}{T} t; \quad dl \sim dt.$$

Обозначая через α угол между орбитой и кругом широты, имеем

$$d\varphi = dl \cos \alpha.$$

С другой стороны

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} l \cos \alpha.$$

Отсюда

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} l}.$$

Поскольку площадь пояса $d\varphi$ есть $2\pi \cos \varphi d\varphi$, находим, что плотность распределения материи пропорциональна

$$f(\varphi) \sim \frac{F(i) di dl}{2\pi \cos \varphi d\varphi}.$$

Принимая во внимание, что

$$\sin \varphi = \sin l \sin i$$

и

$$\operatorname{tg} l = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}},$$

находим

$$f(\varphi) = \frac{F(i) di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}}.$$

Для всех возможных углов наклоения i имеем

$$f(\varphi) = \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(i) di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}}.$$

В частном случае равномерного распределения орбит $f(\varphi)$ не зависит от φ . Действительно, при этом полюса орбит должны равномерно заполнять поверхность небесной сферы и потому

$$F(i) di = C \sin i di.$$

Имеем

$$f(\varphi) \sim \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin i di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}}. \quad (17)$$

Полагая

$$x = \frac{\cos i}{\cos \varphi},$$

находим в этом случае

$$f(\varphi) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2} = \text{const},$$

как было указано выше.

Для вычисления интеграла (17) в общем случае необходимо найти аналитическое выражение для функции распределения $F(i)$. Число астероидов, наклонности орбит которых заключаются в равных интервалах угла i по данным *Kleine Planeten* 1920 г., следующее:

i	$0^\circ-8^\circ$	$8^\circ-10^\circ$	$16^\circ-24^\circ$	$24^\circ-32^\circ$	$32^\circ\dots$
N	372	333	83	18	3

Наиболее полный список для настоящего времени, содержащий элементы орбит 1549 астероидов, дается *Corpernicus Institut, Kleine Planeten*, 1943.

Подсчеты, произведенные мною, показывают следующее распределение по наклонности:

i	$0^\circ-5^\circ$	$5^\circ-10^\circ$	$10^\circ-15^\circ$	$15^\circ-20^\circ$	$20^\circ-25^\circ$	$25^\circ-30^\circ$	$30^\circ-35^\circ$	$35^\circ-40^\circ$
N	407	515	371	155	68	24	8	1

Естественно представить это распределение произведением $\sin i$ на некоторую экспоненциальную функцию, быстро уменьшающуюся с i .

Попытка представления при помощи выражения

$$F(i) = \sin i e^{-ki}$$

не привела к результату. Таким образом распределение орбит астероидов по углу наклона не следует закону случайных ошибок. Напротив, более простое выражение

$$F(i) = \sin i e^{-ki}$$

очень хорошо воспроизводит наблюдения. Так, например, выражая i в градусах, имеем при $k = 0.20$ следующее:

i	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—25°	25°—30°	30°—35°	35°—40°
$F(i)$ выч.	465	514	327	161	75	33	14	—

Данные этой таблицы представлены на рис. 6. Как видно, достигнутым согласием можно удовлетвориться.

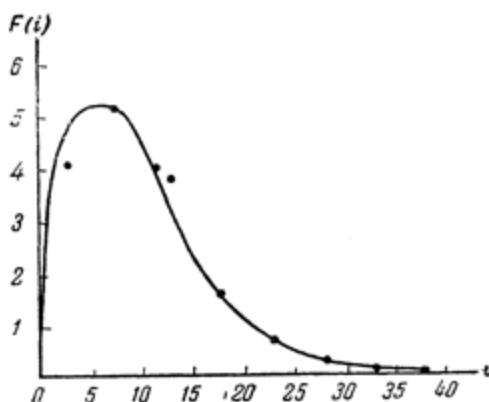


Рис. 6. Распределение числа астероидов по углам наклона их орбит.

Перейдем к вычислению $f(\varphi)$. В случае малых углов φ можно предложить следующий приблизительный способ вычисления.

Положим

$$i = \varphi + \varepsilon.$$

Выражение, пропорциональное плотности

$$f(\varphi) = \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin i e^{-ki} di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}},$$

может быть написано в виде

$$f(\varphi) = e^{-k\varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} \frac{\sin(\varphi + \varepsilon) e^{-k\varepsilon} d\varepsilon}{\sqrt{\sin^2(\varphi + \varepsilon) - \sin^2 \varphi}}$$

или, принимая во внимание, что

$$\sin^2 i - \sin^2 \varphi = \sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi) = \sin \varepsilon \sin(2\varphi + \varepsilon)$$

и полагая

$$k\varepsilon = x,$$

находим

$$f(\varphi) = \frac{e^{-k\varphi}}{k} \int_0^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \frac{\sin\left(\varphi + \frac{x}{k}\right) e^{-x} dx}{\sqrt{\sin \varepsilon \sin(2\varphi + \varepsilon)}}$$

Если φ выразить, как это надлежит, в радианах, то

$$k = 0.20 \cdot \frac{180}{\pi} = 11.5$$

очень большая величина. Вследствие этого интеграл определяется по существу лишь малыми значениями углов ε .

Например, угол ε , соответствующий

$$e^{-x} = 0.01,$$

равняется

$$\varepsilon = \frac{4.6}{0.2} = 23^\circ.$$

Углы ε , превышающие это значение, фактически не оказывают влияния на величину интеграла.

Если $e^{-x} = 0.1$, то $x = 2.3$ и $\varepsilon = 11.5^\circ$.

Вследствие этого все синусы под знаком интеграла можно заменить самими углами для малых значений φ . Имеем приблизительно в этом случае

$$\begin{aligned} f(\varphi) &= \frac{e^{-k\varphi}}{k} \int_0^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \frac{(\varphi + \varepsilon) e^{-x} dx}{\sqrt{(2\varphi - \varepsilon)\varepsilon}} = \\ &= \frac{e^{-k\varphi}}{k} \int_0^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \sqrt{1 + \frac{\varphi^2}{2\varphi\varepsilon - \varepsilon^2}} e^{-x} dx, \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$f(\varphi) > \frac{e^{-k\varphi}}{k}.$$

Поскольку

$$\frac{\varphi^2}{2\varphi\varepsilon - \varepsilon^2}$$

представляет малую величину уже при $\varepsilon \geq 3\varphi$, можно еще более упростить интеграл и представить его в следующем виде

$$\begin{aligned} f(\varphi) &= \frac{e^{-k\varphi}}{k} \left[\int_0^{3k\varphi} \sqrt{1 + \frac{\varphi^2}{2\varphi\varepsilon - \varepsilon^2}} e^{-x} dx + \right. \\ &\quad \left. + \int_{3k\varphi}^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} e^{-x} dx \right]. \end{aligned}$$

Для избежания полюса подынтегральной функции напишем

$$f(\varphi) = \frac{e^{-k\varphi}}{k} \left[\int_0^{\eta} \sqrt{1 + \frac{\varphi^2}{2\varphi x + \varepsilon^2}} e^{-x} dx + \right. \\ \left. + \int_{\eta}^{3k\varphi} \sqrt{1 + \frac{\varphi^2}{2\varphi x + \varepsilon^2}} e^{-x} dx + e^{-3k\varphi} \right].$$

Значение η можно определить так, чтобы

$$\frac{k^2 \varphi^2}{2k\varphi\eta + \eta^2} \gg 1$$

или чтобы

$$\eta \ll \frac{k\varphi}{2}.$$

Если, например,

$$\eta = \frac{1}{20} k\varphi,$$

то, принимая во внимание, что первый интеграл равен

$$\sqrt{2k\varphi\eta},$$

получим следующее приближительное выражение, удобное для числовых вычислений

$$f(\varphi) = \frac{e^{-k\varphi}}{k} \left[\frac{k\varphi}{\sqrt{10}} + e^{-3k\varphi} + \int_{\frac{k\varphi}{20}}^{3k\varphi} \sqrt{1 + \frac{k^2 \varphi^2}{2k\varphi x + x^2}} \cdot e^{-x} dx \right],$$

Заметим, что при $\varphi = 0$

$$f(0) = \frac{1}{k}.$$

Для более значительных значений φ можно вычислять $f(\varphi)$ по первоначальной формуле

$$f(\varphi) = f(0) e^{-k\varphi} \int_0^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \frac{\sin\left(\varphi + \frac{x}{k}\right) e^{-x} dx}{\sqrt{\sin \frac{x}{k} \sin\left(2\varphi + \frac{x}{k}\right)}}.$$

Разделяя этот интеграл на две части

$$\int_0^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} = \int_0^{x_1} + \int_{x_1}^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)}$$

и считая, что

$$x_1 = k\varepsilon$$

мало по сравнению с $k\varphi$, будем иметь приблизительно

$$f(\varphi) = f(0) e^{-k\varphi} \int_0^{x_1} \frac{\sin \varphi \sqrt{k} dx}{\sqrt{\sin 2\varphi} \sqrt{x}} + \\ + \int_{x_1}^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \frac{\sin\left(\varphi + \frac{x}{k}\right) e^{-x} dx}{\sqrt{\sin\left(2\varphi + \frac{x}{k}\right)} \sqrt{\sin \frac{x}{k}}}$$

или

$$f(\varphi) = f(0) e^{-k\varphi} \left[\frac{\sin \varphi \sqrt{kx_1}}{\sqrt{\sin 2\varphi}} + \right. \\ \left. + \int_{x_1}^{k(\frac{\pi}{2} - \varphi)} \frac{\sin\left(\varphi + \frac{x}{k}\right) e^{-x} dx}{\sqrt{\sin\left(2\varphi + \frac{x}{k}\right)} \sqrt{\sin \frac{x}{k}}} \right].$$

Если, например, принять

$$x = 0.1,$$

то соответствующий угол составит всего $0^{\circ}.5$.

Вычисления, произведенные согласно этим формулам, привели к следующим результатам: функция $f(\varphi)$ может быть представлена простым выражением

$$f(\varphi) = f(0) e^{-k\varphi} R,$$

где $k = 0.20$, R и $f(\varphi)$ даются ниже:

φ	0°	4°	8°	12°	16°	20°	24°
$f(\varphi)$	1.000	0.544	0.294	0.154	0.081	0.041	0.020
R	1.000	1.211	1.455	1.689	1.987	2.25	2.52

Эти числа представлены графически на рис. 7.

Как видно, R — величина, монотонно возрастающая с φ .

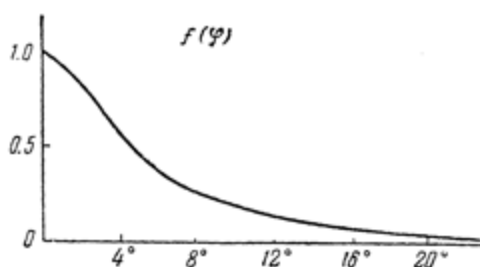


Рис. 7. Функция $f(\varphi)$.

По некоторым соображениям $f(\varphi)$ должна быть представлена в виде

$$f(\varphi) = f(0) e^{-k_1 \sin \varphi},$$

где k_1 — постоянная величина, находящаяся эмпирически.

Предположим, что для всех возможных φ

$$e^{-k_1 \sin \varphi} = K e^{-\kappa \varphi}.$$

Находим

$$k_1 = \frac{k\varphi}{\sin \varphi} - \frac{\lg K}{\lg e} \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Значения k_1 действительно оказываются в достаточной мере постоянными, как видно из следующего сопоставления:

φ	4°	8°	12	16°	20°
k_1	8.7	8.8	9.0	9.1	9.3

Примем в среднем $k_1 = 9$.

Новое выражение для $f(\varphi)$ следующим образом представляет вычисленные значения:

φ	0°	4°	8°	12°	16°	20°
$f(\varphi)$	1.00	0.544	0.294	0.154	0.081	0.048
$e^{-9 \sin \varphi}$	1.00	0.533	0.287	0.154	0.084	0.046

Итак, примем окончательно, что функция плотности $D(r, \varphi)$ метеорной материи, генерированной из астероидального кольца с ничтожной начальной скоростью, имеет вид:

$$D(r_1 \varphi) = D_0 \frac{e^{-9 \sin \varphi}}{r}.$$

Этот характер распределения плотности напоминает строение атмосферы в гидростатическом равновесии.

Обозначим через r, z расстояние данного объема от Солнца и превышение его над плоскостью эклиптики, так что

$$z = r \sin \varphi.$$

Для данного r плотность материи изменяется по закону

$$e^{-z/z_0},$$

где $z_0 = \frac{r}{9}$ играет роль высоты однородной атмосферы. На расстоянии Земли от Солнца эта высота составляет, примерно, 17 миллионов километров.

Нужно заметить, что параметр k_1 , характеризующий гипотетическое распределение плотности в среде метеорной материи, выведен в предположении о том, что список орбит астероидов, известных в настоящее время, представляет все существующие астероиды вплоть до наиболее мелких. Последние имеют преимущественное значение вследствие своей значительной суммарной поверхности.

Однако не исключена возможность, что наиболее мелкие астероиды, не доступные непосредственному наблюдению, могут двигаться по орбитам, более наклонным к плоскости эклиптики. Весьма вероятно также, что выделение пыли происходит с заметной начальной скоростью, ориентированной по отношению к производящему астероиду произвольным образом. Это также должно повести к распределению пыли в более широкой области пространства по отношению к эклиптике.

Зная вид функции, представляющей плотность материи в междупланетном пространстве, можно вывести теоретические изофоты яркости Зодиакального света.

Пусть в S находится Солнце, в E — Земля, в P — рассматриваемый объем пространства.

Обозначим $PS=r$; $EP=\Delta$; $ES=R$.

Пусть β — геоцентрическая широта P ; φ — его гелиоцентрическая широта. Очевидно

$$r \sin \varphi = \Delta \sin \beta.$$

Если L — освещенность от Солнца на расстоянии R , то количество света, рассеянное объемом dv , находящегося в

точке P , в единицу телесного угла по направлению к наблюдателю будет

$$\mu L \frac{R^2}{r^2} dv D,$$

где μ представляет индикатрису рассеяния.

Отсюда следует, что яркость объема dv , наблюдаемого под углом $d\omega$, будет

$$\mu L \frac{R^2}{r^2} \frac{dv}{\Delta^2 d\omega} D.$$

Поскольку

$$dv = \Delta^2 d\Delta d\omega,$$

имеем для общей яркости всей пылевой материи в данном направлении

$$J = LR^2 \int \frac{D d\Delta}{r^2}.$$

Вопрос о характере индикатрисы рассеяния μ для метеорной материи, которая представлена частицами, достаточно большими по сравнению с длиной световой волны, должен быть подвергнут специальному обсуждению. Полагая пока $\mu = \text{const}$, что должно быть близко к действительности, и отбрасывая остальные постоянные факторы, представим наблюдаемую яркость в виде интеграла

$$J = \int \frac{D d\Delta}{r^2}.$$

Вводя найденное выражение

$$D = \frac{e^{-k_1 \sin \varphi}}{r},$$

находим

$$J = \int \frac{e^{-k_1 \sin \varphi} d\Delta}{r^3}$$

или, поскольку

$$r^2 = \Delta^2 + R^2 - 2R\Delta \cos \beta \cos (l - l_{\odot}),$$

где $l, l_{\odot}$ — геоцентрические долготы P и S

$$J = \int \frac{e^{-k_1 \frac{\Delta \sin \beta}{r}} d\Delta}{r^2}$$

$$J = \int_{R \sin \gamma}^R \frac{e^{-\frac{k_1 \sin \beta}{r}} (R \cos \gamma - \sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 \gamma})}{r^2 \sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 \gamma}} dr +$$

$$+ \int_{R \sin \gamma}^{\infty} \frac{e^{-\frac{k_1 \sin \beta}{r}} (R \cos \gamma + \sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 \gamma})}{r^2 \sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 \gamma}} dr, \quad (17)$$

причем

$$\cos \gamma = \cos \beta \cos (l - l_{\odot}).$$

Угол γ представляет угловое расстояние элемента P от Солнца.

В случае, если $\beta = 0$ и, следовательно, $\gamma = l - l_{\odot}$, имеем

$$J = \int_{R \sin \gamma}^R \frac{dr}{r^3 \sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2} \sin^2 \gamma}} + \int_{R \sin \gamma}^{\infty} \frac{dr}{r^3 \sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2} \sin^2 \gamma}}$$

откуда, после производства интегрирования,

$$J = \frac{1}{1 - \cos \gamma},$$

как было получено выше.

Для вычисления числовым путем общего интеграла (17) исходим из первоначального выражения

$$J = \int_0^{\infty} \frac{e^{-k_1 \frac{\Delta}{r} \sin \beta}}{r^2} d\Delta,$$

причем

$$r^2 = 1 + \Delta^2 - 2 \Delta \cos \beta \cos (l - l_{\odot}).$$

Расстояние между Землей и Солнцем принято за единицу. Вычисления по методу трапеций, производившиеся через интервал в Δ , равный 0.2, дали следующие результаты:

$$k_1 = 9.$$

Таблица 15

$\sin \beta$	β	r	$l - l_{\odot}$	J
0.00	0°	60°	60°	1.97
—	20°	60	7.3	0.362
—	20°	30	23	0.428
0.00	0	60	60	1.97
0.05	2.9	60	60	1.43
0.10	5.8	60	59.8	1.08
0.20	0.5	60	59.3	0.65
0.00	0	20	30	7.45
0.05	2.9	30	29.8	3.94
0.10	5.8	30	29.5	2.24
0.20	11.5	30	28.0	0.94

Эти числа позволяют составить представление об общем характере изофот.

Эти изофоты сравнительно близко следуют плоскости эклиптики, но определенным образом расширяются по мере приближения к Солнцу, как это наблюдается в действительности. Таким образом общие свойства явления, представляемые комплексом метеорной пыли, происшедшей в результате дезагрегации астероидов, несомненно отвечают действительности. Заметим, что на основании той же таблицы можно получать изофоты, гораздо более расширенные, если только соответственно уменьшить постоянную k_1 .

На рис. 8 изображены подобные изофоты, вычисленные совершенно аналогичным образом для $k_1 = \frac{9}{3.4}$. Как увидим,

эти изофоты довольно близко представляют подлинный вид Зодиакального света. Таким образом весь комплекс метеорной пыли, производящий явление Зодиакального света,

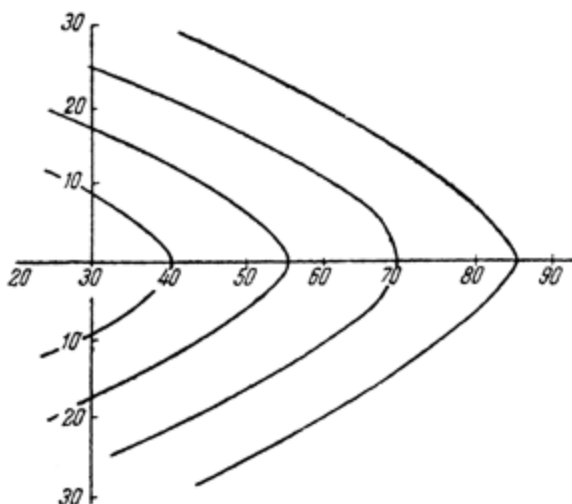


Рис. 8. Теоретические изофоты Зодиакального света.

несравненно более распространен в междупланетном пространстве в обе стороны от плоскости эклиптики, чем это могло бы быть только в результате действия радиативного торможения.

=====

Глава десятая

О СКОРОСТИ СМЕНЫ МАТЕРИИ ЗОДИАКАЛЬНОГО СВЕТА

В предыдущем было показано, что Зодиакальный свет является продуктом постепенной дезагрегации астероидов под действием столкновения их с метеорами. Получающаяся при этом пылевая материя в результате радиативного торможения заполняет междупланетное пространство и, рассеивая солнечный свет, производит наблюдаемые световые явления. Необходимо, однако, показать, что предполагаемый механизм в состоянии дать необходимый выход материи для того, чтобы Зодиакальный свет мог находиться в стационарном состоянии в течение неопределенно долгого времени, несмотря на непрерывное падение пылевых частиц на Солнце.

Остановимся прежде всего на вопросе о распределении метеоров по размерам. Единственный путь для суждения об этом заключается в анализе числа метеоров различных видимых величин, наблюдаемых при их проникновении в земную атмосферу.

К сожалению, различные определения приводят к сильно различающимся между собой результатам.

Несомненно, что число метеоров быстро увеличивается при уменьшении их яркости, причем это нарастание примерно одинаково для всех звездных величин.

Согласно Вильямсу [43] на каждую звездную величину нарастание числа метеоров составляет $k = 2.08 \pm 0.10$.

Позднейшая работа того же автора дает $k=2.29 \pm 0.16$, что представляет наблюдения следующим образом:

mg	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5
набл.	1	2	0	6	0	1	10	7	9	20
вычисл.	0.6	0.8	1.2	1.7	2.5	3.6	5.2	7.6	10.9	15.7

mg	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5		
набл.	21	23	51	71	105	78	22	5		
вычисл.	22.7	32.7	47.2	68.0	98.3	142	205	296		

Для окончательного суждения о нарастании числа метеоров требуется значительно более многочисленный материал. Ватсон [44] исследовал телескопические ряды наблюдений Бутройда и наблюдения невооруженным глазом Эпика [45, 46] и нашел $k=4$.

Наблюдения невооруженным глазом Гоффмейстера [47] и серия телескопических наблюдений Эпика, обработанные Ватсоном, показали далее, что k меньше 4 и, вероятно, не превышает 3.

На основании изложенного можно принять, что $k=2.5$, т. е. нарастание числа метеоров с каждой следующей величиной происходит пропорционально уменьшению их яркости, а следовательно и массы. Итак, можно приблизительно считать, что суммарная масса всех метеоров в пределах каждого интервала звездной величины одна и та же. Эта масса принимается (Ватсон) равной 11.5 кг. Как было показано выше (см. введение), эта закономерность приводит к распределению метеоров по размерам в виде

$$f(\rho) = C\rho^{-4}.$$

Поскольку это распределение характерно для метеоров, можно полагать, что оно устанавливается и для всего междупланетного пространства. Однако пылевая материя, выделяющаяся с поверхности астероидов, имеет первоначально другое распределение, в котором преобладают частицы меньших размеров. Действительно, в простейшем случае кругового движения частицы радиуса ρ приближаются к Солнцу в единицу времени на отрезок $\frac{dr}{dt}$ под действием радиативного торможения.

Если $f_0(\rho) d\rho$ первоначальное число частиц в единице объема, то при установившихся стационарных условиях пространственная плотность будет пропорциональна

$$\frac{f_0(\rho) d\rho}{\frac{dr}{dt}} = f(\rho).$$

Поскольку

$$\frac{dr}{dt} \sim \frac{1}{\rho},$$

имеем

$$f_0(\rho) \sim f(\rho) \rho^{-1}$$

или

$$f_0(\rho) \sim \rho^{-5}.$$

Перейдем теперь к определению массы Зодиакального света, выпадающей на Солнце за определенное время t . Радиальная скорость отдельной частицы радиуса ρ , с которой происходит приближение к Солнцу, есть

$$\frac{dr}{dt} = \frac{A}{r\rho}.$$

Интегрируя в пределах от r до 0, находим

$$r^2 = \frac{2A}{\rho} t.$$

Отсюда следует, что за заданное время t на Солнце выпадают все частицы радиуса ρ , которые заключены в пределах сферы радиуса r такого, что

$$r = \sqrt{\frac{2A}{t}}.$$

Обозначим число частиц в единице объема в плоскости эклиптики и на расстоянии Земли от Солнца через $F(\rho) d\rho$. В любой точке пространства с координатами по отношению к Солнцу (r, φ) имеем

$$\frac{F(\rho) d\rho e^{-k_1 \sin \varphi}}{r}.$$

Обозначая плотность частиц через δ , имеем для соответствующей массы

$$dD = \frac{4}{3} \pi \rho^3 \delta \frac{F(\rho) d\rho e^{-k_1 \sin \varphi}}{r}.$$

Во всей сфере радиуса r общая масса материи есть

$$\frac{4}{3} \pi \rho^3 \delta F(\rho) d\rho \iint \frac{e^{-k_1 \sin \varphi}}{r} dv,$$

где

$$dv = 2\pi r^2 \cos \varphi d\varphi dr$$

Производя интеграцию, находим

$$dM = \frac{4}{3} \pi^2 \rho^3 \delta F(\rho) d\rho \frac{1}{k_1} (1 - e^{-k_1}) r^2.$$

Интересно отметить, что в случае сферического распределения материи

$$dM_0 = \frac{4}{3} \pi^2 \rho^3 \delta F(\rho) d\rho \cdot r^2$$

так что отношение массы в действительной конфигурации Зодиакального света к массе сферической конфигурации есть

$$\frac{dM}{dM_0} = \frac{1 - e^{-k_1}}{k_1}.$$

Поскольку

$$k \sim 3 - 2.5;$$

$$\frac{1 - e^{-k_1}}{k_1} \approx 0.3,$$

что не меняет порядок величины.

Общая масса частиц всех размеров, выпадающая на Солнце за время t , есть

$$M' = \frac{4}{3} \pi^2 \delta \frac{1}{k_1} (1 - e^{-k_1}) 2 A t \int_{\rho_0}^{\infty} \rho^2 F(\rho) d\rho.$$

Принимая, как указано выше, что

$$F(\rho) = C \rho^{-4},$$

находим

$$M' = \frac{4}{3} \pi^2 \delta \frac{1}{k_1} (1 - e^{-k_1}) 2 A t \frac{C}{\rho_0},$$

где ρ_0 — нижний предел радиуса частицы.

С другой стороны, плотность материи Зодиакального света, включая частицы всех размеров от ρ_0 до ρ_1 представляется выражением

$$D = \frac{4}{3} \pi \delta C \frac{e^{-k_1 \sin \varphi}}{r} \int_{\rho_0}^{\rho_1} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{4}{3} \pi \delta C \frac{e^{-k_1 \sin \varphi}}{r} (\ln \rho_1 - \ln \rho_0).$$

Интегрируя это выражение по объему сферы радиуса r , находим количество содержащейся в ней массы M_0

$$M_0 = \frac{4}{3} \pi^2 \delta r_0^2 C \frac{1}{k_1} (1 - e^{-k_1}) (\ln \rho_1 - \ln \rho_0).$$

Следовательно, доля массы, выпадающей на Солнце за время t , оказывается равной

$$\frac{M'}{M_0} = \frac{2 A t \rho_0^{-1}}{r_0^2 (\ln \rho_1 - \ln \rho_0)}.$$

Для нахождения A найдем выражение для $\frac{dr}{dt}$. В случае кругового движения

$$v^2 = \frac{k^2 M'_{\odot}}{r},$$

где $M'_{\odot}$ — редуцированная масса Солнца

$$M'_{\odot} = M_{\odot} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r_0^2 E_0}{\rho \delta k^2 M_{\odot}} \right)$$

(k^2 — постоянная тяготения, $4 \pi r_0^2 E_0$ — общее излучение Солнца в единицу времени).

При рассматриваемых значениях ρ величина $M'_{\odot}$ весьма мало отличается от $M_{\odot}$.

Тангенциальная составляющая импульса светового давления на частицу на расстоянии r есть

$$\frac{\gamma \pi \rho^2 E_0 r_0^2}{c r^2}$$

и обуславливает изменение количества движения $m \frac{dv}{dt}$, так что

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{\gamma \pi \rho^2 E_0 r_0^2}{c r^2},$$

где $\gamma = \frac{v}{c}$ — абберационная постоянная.

Находя связь между dv и dr , получаем, наконец,

$$\frac{dr}{dt} = \frac{3}{2} \frac{E_0 r_0^2}{c^2 \delta r \rho}.$$

Отсюда следует, что

$$A = \frac{3}{2} \frac{E_0 r_0^2}{c^2 \delta}.$$

и потому

$$\frac{M'}{M_0} = \frac{3 E_0 t \rho_0^{-1}}{c^2 \delta (\ln \rho_1 - \ln \rho_0)}.$$

Внося в эту формулу числовые значения, а именно: $4 \pi r_0^2 E_0 = 4 \cdot 10^{33}$ эрг/сек; $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек; $\rho_1 = 1$ см; $\rho_0 = 10^{-3}$ см, находим:

$$\frac{M'}{M_0} = \frac{2.1}{8} 10^{-5} t,$$

если время выражено в годах.

Итак, за 100 000 лет на Солнце выпадает, примерно, вся масса Зодиакального света, заключенная в сфере радиусом в одну астрономическую единицу.

Это составляет массу примерно в 10^{18} гр., что эквивалентно астероиду диаметром в 10 км. Подобный астероид довольно типичен для мелких объектов этого рода.

Таков расход зодиакальной материи. Каков же может быть приход? Можно ли ожидать, что в результате бомбардировки астероидов метеорами в междупланетное пространство будет поступать достаточное количество пылевой материи. Число метеоров, проникающих ежедневно в пределы земной атмосферы, уже в начале XX столетия исчислялось в $2 \cdot 10^7$ [48]. Согласно Вильямсу поток метеоров ярче 6-й величины составляет $7.3 \cdot 10^7$ в сутки для всей Земли, а согласно Ватсону даже $1.3 \cdot 10^8$ для того же интервала величин. Это соответствует метеорам, масса которых превышает 0.002 гр.

За год это количество составляет $5 \cdot 10^{10}$, за 10^5 лет $5 \cdot 10^{15}$ метеоров.

Выше было показано, что поверхность астероидов должна на несколько порядков превышать поверхность Земли. Для той же плотности метеорного вещества в пространстве, число ударов о поверхность астероидов составит в общей сложности $10^{19} - 10^{20}$.

Каждое столкновение должно доставлять, следовательно, 0.1 — 0.01 гр. материи, что представляется вполне возможным.

Итак, представляется возможным, что каждые 100 000 лет на Солнце выпадает масса, равная массе астероида диаметром в 10 км. За время существования солнечной системы это составит в $10^3 - 10^4$ раз больше, т. е. заметную часть материи современного кольца астероидов.

Глава одиннадцатая

ЗОДИАКАЛЬНЫЙ СВЕТ ПО ГЛАЗОМЕРНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ И СООБРАЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЕГО ФОТОМЕТРИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Теоретические выводы, изложенные в предыдущих главах, должны быть сравнены с наблюдениями. Над Зодиакальным светом производилось огромное количество наблюдений, но в огромном большинстве случаев просто невооруженным глазом. Известны многолетние ряды наблюдений Гейса, Вебера [49], Джонса [50] и других, которые состояли преимущественно в зарисовке положения „внешних очертаний“ этого явления и расположения его оси по отношению к плоскости эклиптики. Подобные наблюдения приводят к неправильным представлениям о внешнем виде и даже о расположении Зодиакального света. В наших широтах Зодиакальный свет представляется в виде конусов — вечернего или утреннего, заметно наклоненных к горизонту. Вследствие того, что более низкие его части в большей мере ослабляются действием атмосферного поглощения, линия максимальной интенсивности перемещается кверху и притом вблизи горизонта на несколько градусов. В результате создается чисто фиктивный наклон Зодиакального света [51] к эклиптике и все явление смещено, кроме того, к северу от эклиптики в северном полушарии и к югу — в южном полушарии. Поскольку эти особенности усиливаются с увеличением наклонности Зодиакального света к горизонту, а эта наклонность возрастает с широтой, обычно констатируется, что Зодиакальный свет все

больше отходит от эклиптики в том же направлении, в каком перемещается наблюдатель. Некоторые исследователи [52] выводили даже, что смещение Зодиакального света от эклиптики составляет примерно $\frac{1}{15} - \frac{1}{20}$ перемещения наблюдателя по широте. Мною [53] был разработан метод учета влияния атмосферного поглощения на положение оси Зодиакального света и применен к обработке многочисленных наблюдений Гейса и Вебера, а именно с 1847 по 1875 г. Соответствующая поправка оказалась весьма заметной. Величина ее, меняющаяся со временем года, может достигать при особенно неблагоприятных обстоятельствах 4° вблизи от горизонта, быстро уменьшаясь с высотой.

Нанеся все наблюдаемые положения оси Зодиакального света на сетку и исправив их за эффект атмосферного поглощения, я нашел по способу наименьших квадратов следующие элементы: наклонность к эклиптике $0^\circ.2$; расстояние от эклиптики к северу $1^\circ.0$. Таким образом, согласно глазомерным наблюдениям Гейса и Вебера, произведенным в Аахене и Мюнстере, исправленным по моему методу, Зодиакальный свет расположен параллельно эклиптике на расстоянии от нее в 1° к северу. Кроме того, разбор тех же наблюдений показал, что элементы оси Зодиакального света несколько меняются со временем. Из отдельных рядов наблюдений Гейса можно вывести, что ось Зодиакального света располагается иногда южнее эклиптики. Наклонность ее колеблется в узких пределах, но в среднем величина ее совершенно ничтожна. Если указанная поправка не принимается во внимание, то наклонность Зодиакального света к эклиптике оказывается весьма значительной. Так, например, те же наблюдения Гейса над вечерним Зодиакальным светом дают для наклонности около 7° . Такую же наклонность в $6-7^\circ$ получил Маршан [54] из своих наблюдений на Pic du Midi. Бэльдон [55] нашел $i = 4^\circ$. Бэкгауз [56] $i = 3^\circ$.

В настоящее время чисто глазомерные наблюдения продолжают более или менее систематически многочисленными любителями-астрономами. В Японии в Сето [57] с 1937 г. работает обсерватория, специально предназначенная для подобных наблюдений. Эльви [58] сделал попытку обработать материалы этой обсерватории, вводя поправку за изменение яркости ионосферы с зенитным расстоянием, и пришел к заключению, что Зодиакальный свет регулярно меняет свою яркость в очень больших пределах в зависимости от времени года. В общем оказалось, что в те месяцы, когда Зодиакальный свет находится в лучших условиях видимости, т. е. когда эклиптика расположена круче по отношению к горизонту, яркость его больше; при ухудшении условий видимости яркость Зодиакального света, согласно Эльви, уменьшается. Сам Эльви находит возможной связь этого явления с некоторыми кометами. Не подлежит, однако, сомнению, что глазомерные наблюдения представляют материал, слишком неопределенный и непригодный для точной дискуссии.

Для суждения о подлинном явлении Зодиакального света, независимо от атмосферного свечения и освобожденного от суммарного блеска звезд нашей галактики, необходимо производить систематические наблюдения при помощи подходящих для этой цели фотометров. При этом сразу выявляется огромная роль, которую играет земная атмосфера в столь слабых явлениях, как Зодиакальный свет, который к тому же не ограничен никаким определенным контуром. Наблюдая какую-либо область неба, где находится Зодиакальный свет, мы в действительности измеряем совокупность трех различных составляющих:

1) свечения земной атмосферы, которое производится в высоких ионосферных слоях и до известной степени рассеивается также в тропосфере;

2) суммарного блеска всех звезд, входящих в состав нашей звездной системы, который также в некоторой степени поглощается и в особенности рассеивается в тропосфере;

3) свечения собственно Зодиакального света, который, как видно по его названию, связан с зодиакальным поясом, т. е. с эклиптикой, и обуславливается пылевой средой в пределах солнечной системы.

Для выделения последней составляющей, которая нас преимущественно интересует, необходимо тщательно учесть первые две. Кроме того, необходимо принять во внимание поглощение и рассеяние Зодиакального света в земной атмосфере и сделать соответствующие редукции. Только после этого можно рассчитывать получить материал, сравнимый с теорией. При подобной постановке задача оказывается необычайно сложной и при современном состоянии науки недоступной для строгого решения.

В дальнейшем я делаю попытку определить подлинную яркость и подлинную систему изофот Зодиакального света, применяя приближенные методы, которые могут, однако, быть обремененными систематическими погрешностями. Трудность задачи усугубляется тем, что в областях, удаленных от Солнца, яркость Зодиакального света представляет лишь небольшую долю наблюдаемой яркости. Только в близких к Солнцу областях неба Зодиакальный свет превосходит по яркости другие составляющие ночного свечения, но эти области близки к горизонту, могут наблюдаться лишь короткое время, почти недоступны фотографированию и в наибольшей мере искажены атмосферными влияниями.

Прежде всего сделаем попытку учесть главную составляющую свечения ночного неба, зависящую от ионосферной эмиссии. Для этой цели необходимо знать, по какому закону происходит изменение этого свечения с зенитным расстоянием. Основным параметром, определяющим это изменение, служит высота эмиссионного ионосферного слоя над земной поверхностью. До настоящего времени еще не существует надежных определений этого параметра. Как будет видно из дальнейшего, высота эмиссионного слоя, согласно нашим определениям, составляет около 260—270 км и практически совпадает с ионизационным слоем F , всегда

имеющим место в ночных условиях, в отличие от других ионизационных слоев. Повидимому эта высота может быть принята постоянной без заметной погрешности в выводе яркости земной составляющей. Другим параметром служит коэффициент прозрачности земной атмосферы, который меняется из ночи к ночи и должен определяться попутно с фотометрическими наблюдениями над Зодиакальным светом. Между тем, до сих пор не существует удобных методов определения атмосферной прозрачности, которая может к тому же меняться систематическим образом не только на протяжении ночи, но и в разных азимутах в зависимости от свойств подстилающей поверхности. Отсутствие надежных определений атмосферной прозрачности служит главным препятствием для фотометрии Зодиакального света.

— — — — —

Глава двенадцатая

ТЕОРИЯ СВЕЧЕНИЯ НОЧНОГО НЕБА

Для выделения интенсивности атмосферной составляющей из общего свечения ночного неба необходимо исходить из известной высоты эмиссионного слоя над земной поверхностью. Как показывают спектроскопические наблюдения, свечение ночного неба характеризуется яркой линией $5577\text{\AA}$ метастабильного кислорода, в зеленой части спектра, желтой натриевой линией 5892 и красными кислородными линиями 6300 и 6330 , представляющими две составляющих триплета.

В визуальных лучах зеленая линия доминирует. Кроме того, в более преломляемой области спектра имеется большое количество эмиссионных полос, принадлежащих к первой положительной и второй отрицательной серии молекулярного азота. Эти полосы проявляются лишь при значительной экспозиции и слабо выделяются на непрерывном фоне свечения ночного неба.

Можно предположить два способа определения высоты эмиссионного слоя, принадлежащего, очевидно, к ионосфере.

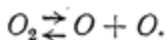
Первый заключается в фотографировании спектра ночного неба при помощи светосильного спектрографа одновременно на нескольких зенитных расстояниях, начиная от зенита и вплоть до $z = 80^\circ$. Измеряя отношение яркостей отдельных эмиссионных линий, можно определить высоту их свечения.

Другой способ совершенно аналогичен и требует фотометрических измерений яркости ночного неба в общих, например, визуальных лучах также на разных зенитных

расстояниях. При этом вводится, однако, предположение, что все основные эмиссионные линии относятся примерно к одинаковой высоте. Кроме того, этот способ требует, чтобы измерения велись в абсолютных единицах, например выражались в числе звезд пятой величины на квадратный градус неба, так как получаемые оценки должны освободиться от суммарной яркости звезд и других космических источников света.

Вообще говоря, изменение яркости от зенита к горизонту зависит не только от высоты эмиссионного слоя, но также и от его толщины. Однако влияние последней, согласно исследованиям Барбье, почти незаметно. Не изменяя фактически распределения яркости в функции зенитного расстояния, можно представить, что эмиссионный слой имеет бесконечно малую толщину. Эльви вывел точную формулу, учитывающую толщину слоя в несколько сот километров, и показал, что результат получается тот же, что и в случае слоя бесконечно тонкого. Вывод этой формулы не представляет затруднения.

Теоретические соображения показывают к тому же, что толщина эмиссионного слоя должна быть незначительна. Действительно, согласно Чэпману [59], кислородные эмиссионные линии возникают в результате процесса диссоциации и рекомбинации кислородных атомов под действием солнечной радиации. Днем солнечная энергия диссоциирует O_2 ; ночью атомы O рекомбинируются и снова образуют O_2 , так что



При этом участвует третья частица N_2 или O . Энергия, выделяемая при рекомбинации, передается этой третьей частице, например O , и возбуждает ее для производства эмиссионной линии 5577. Этот процесс может происходить лишь в сравнительно тонком слое, где возможность одновременного столкновения трех частиц все еще достаточно

велика и где, с другой стороны, имеется достаточное количество атомарного кислорода.

Яркость эмиссионного слоя (j) может не быть постоянной, но изменяется в зависимости от широты φ . Примем, поэтому,

$$j = F(\varphi).$$

Пусть луч зрения, направленный от наблюдателя A под углом зенитного расстояния z , встречает эмиссионный слой в точке B . Если угол при центре Земли O между OA и OB есть α , то

$$\sin(z - \alpha) = \frac{\sin z}{1 + h}, \quad (18)$$

причем угол α достаточно малая величина.

Обозначим через φ_0 географическую широту наблюдателя, φ — широту точки земной поверхности, в зените которой находится точка B . Пусть A — азимут направления AB .

Имеем

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 \cos \alpha - \cos \varphi_0 \sin \alpha \cos A$$

или

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 - \alpha \cos \varphi_0 \cos A.$$

Из (18) находим

$$\alpha = \frac{h \operatorname{tg} z}{1 + h} - \frac{h^2}{2} \frac{\operatorname{tg}^3 z}{(1 + h)^2} + \dots$$

С другой стороны,

$$2 \sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2} \cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2} = -\cos \varphi_0 \cos A \cdot \alpha - \sin \varphi_0 \frac{\alpha^2}{2}.$$

Ограничиваясь первыми членами, имеем

$$\varphi - \varphi_0 = \Delta \varphi = -\frac{h \operatorname{tg} z \cos A}{1 + h}.$$

Можно всегда предположить, что изменение яркости эмиссионного слоя в области атмосферы над горизонтом наблю-

дателя происходит линейно с широтой. Можно, поэтому, принять, что

$$j = F(\varphi_0 + \Delta\varphi) = F(\varphi_0) + \left(\frac{df}{d\varphi}\right)_0 \Delta\varphi$$

или

$$j = j_0 - \left(\frac{df}{d\varphi}\right)_0 \frac{h}{1+h} \operatorname{tg} z \cos A.$$

Называя γ относительный градиент свечения по широте

$$\gamma = \frac{1}{j_0} \left(\frac{df}{d\varphi}\right)_0,$$

найдем для наблюдаемого свечения эмиссионного слоя в направлении луча зрения (z , A), при отсутствии поглощения и рассеяния в промежуточных слоях, следующее выражение

$$J = j_0 \frac{(1+h) \left(1 - \gamma \frac{h}{1+h} \frac{180}{\pi} \operatorname{tg} z \cos A\right)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}},$$

где j_0 означает яркость эмиссионного слоя в зените наблюдателя. Какова может быть величина γ ? Весьма вероятно, что светимость ночного неба увеличивается с широтой. Я фотографировал в 1934 г. область неба около полюса мира, где конфигурация звезд всегда остается одинаковой, в Китабе ($\varphi = 39^\circ 8'$), Ташкенте ($41^\circ 20'$) и Кучино ($55^\circ 45'$) под Москвой [60]. Фотографирование велось при помощи трубчатого фотометра на одних и тех же пластинках с одинаковыми экспозициями, но в разное время. В Кучине светимость неба оказалась заметно выше, чем в Китабе и Ташкенте. Другая попытка судить об изменении светимости неба под разными широтами была предпринята мною в 1940/41 г., когда были организованы систематические наблюдения в Бухте Тихой (Н. П. Успенский), на Земле Франца-Иосифа, в Кучине и в Симеизе (П. Ф. Шайн [61]).

Наблюдения велись при помощи построенных мною ступенчатых радиоактивных фотометров, которые позволяли сравнивать светимость неба, с самосветящимися площадками различной яркости, изготовленными из сернистого цинка с примесью радиоактивного вещества, служащего для возбуждения флюоресценции. Фотометры, изготовленные в одно и то же время, были сравнены между собой на оптической скамье Кучинской астрофизической обсерватории. Оказалось, что яркость неба при изменении широты от 80° до 45° , может быть представлена линейным образом. Градиент γ получился равным 0.092 для $\varphi = 45^\circ$, что представляет изменение яркости неба от 80 до 44° . Эти наблюдения не являются, однако, вполне доказательными, так как свойства подстилающей поверхности не могли быть приняты во внимание. Кроме того, станция Бухты Тихой находится недалеко от области максимальной частоты полярных сияний, которые могли в значительном числе случаев исказить результаты наблюдений. Вместе с тем освещенность атмосферы солнцем, которая обуславливает аккумуляцию энергии, отдаваемой в ночное время, на севере является совершенно иной, чем в средних широтах, в особенности во время полярной ночи. Во всяком случае результаты этих наблюдений, реальность которых не может вызывать сомнений, не могут быть непосредственно применены к интерпретации светимости ночного неба в отдельных пунктах земной поверхности.

В связи с этим заметим, что наблюдения Л. Релея, произведенные в более южных широтах, повидимому не показывают явственно широтного эффекта, как видно из дискуссии по этому предмету, имевшей место в Королевском Астрономическом обществе в 1945 г. [62]. Представляется более естественным определить величину γ из анализа светимости в различных точках неба, наблюдаемой в данном месте в одно и то же время. Заметим, что расстояние от наблюдателя точки земной поверхности, в зените которой линия зрения при зенитном расстоянии z проходит на высоте h , является достаточно большим, а именно:

z \ h (км)	10	100	300	1000
80°	60	450	1000	2400
85°	110	700	1450	2800

Если таким образом сравнивать светимость неба в различных точках горизонта при больших зенитных расстояниях, то можно открыть явственный широтный эффект, если таковой существует. Наблюдения этого рода, однако, не приводят к определенным результатам. Весьма часто небо вблизи северного горизонта более ярко, чем на той же высоте вблизи южного, но это различие не изменяется обычно с азимутом согласно формуле (18) и может фактически зависеть от различных причин. К числу этих причин относятся, например, неисключенное влияние Зодиакального света, который может дать дополнительное свечение неба на севере в часы около полуночи, а также различные свойства подстилающей поверхности Земли. Так, например, яркость неба у северной части горизонта в окрестностях Алма-Ата в октябре 1945 г. была немного больше, чем на юге на том же зенитном расстоянии, причем влияние Зодиакального света явным образом отсутствовало. На западе яркость неба была почти в точности такой же, как на юге, что противоречит приведенной выше формуле. Однако свойства подстилающей поверхности были совершенно различны в разных направлениях: на севере простиралась тусклая песчаная пустыня, на юге находился двойной хребет высоких гор, покрытых вечным снегом. Тем не менее широтный эффект должен был быть весьма малым. Для решения вопроса следовало бы произвести достаточную серию наблюдений в различных азимутах неба, вблизи горизонта, удаленных от Млечного Пути и Зодиакального света, в местности, где на сотни километров свойства почвы одинаковы, лучше всего в пустыне с пониженной отражаю-

щей способностью. Для специальной цели определения высоты эмиссионного слоя наблюдения следует вести вблизи первого вертикала ($A = 90^\circ$), где влияние широтного эффекта совершенно не сказывается. Наблюдаемая яркость неба может быть тогда представлена в виде

$$I_{90} = \frac{j_0(1+h)(abs)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}},$$

где (abs) — фактор, выражающий поглощение и рассеяние света в среде между ионосферой и наблюдателем.

Этот фактор определяется преимущественно нижними слоями воздуха.

В случае источника света небольшой угловой протяженности поглощение света определяется обычным фактором $p^{\sec z}$, где p — коэффициент прозрачности. Для протяженных объектов, а тем более для свечения ночного неба, имеющего место во всех точках небесной сферы, положение совершенно иное, так как в данном случае большее или меньшее значение имеет свет, рассеянный в тропосфере.

На это впервые обратил внимание Дюфей, в 1928 г. [63], предложивший метод учета диффузного света, который, однако, не отличается точностью. В 1938 г. Дюфей, Кабани и Гозит при попытке определения высоты эмиссионного слоя также применяли для этой цели довольно громоздкий полуэмпирический способ. В тех случаях, когда подобный учет не производился, результаты получались довольно странные, как это имело место в исследовании Абади, Васси и мадам Васси [64].

Эльви [65] в своем недавнем исследовании высоты эмиссионного слоя применил чисто эмпирический прием учета диффузионного света, не давая ему никакого теоретического обоснования. Определяя из наблюдений обычный коэффициент прозрачности $p = e^{-k}$, он редуцировал наблюдаемую яркость эмиссионных линий при помощи фактора

$$p_1^{\sec z} = e^{-\frac{k}{2} \sec z}.$$

Единственным подтверждением этой процедуры Эльви считает то обстоятельство, что при этом обеспечивается наилучшее согласие определений высоты эмиссионного слоя в различных пунктах Америки, где производилась работа.

В 1944 г. Д. Барбье [66] предложил аналогичный метод, основанный на применении уравнения переноса в предположении чисто рассеивающих свойств атмосферы.

Если рассмотреть объем атмосферы $dv = ds dx$ (ds — площадь основания, dx — высота), через который в направлении x проходит поток радиации J , рассчитанный на единицу телесного угла, то уравнение переноса, как известно, будет

$$\frac{dI}{dx} = -\sigma I + \sigma J.$$

Здесь σJ — количество радиации, рассеянное единицей объема в единицу телесного угла в направлении x от суммарной радиации всех направлений, проходящей через данный объем.

Если принять, как это делает Барбье, что рассеяние происходит согласно формуле Релея, то

$$\frac{16\pi}{3} J = \int (1 + \cos^2 \beta) I d\omega, \quad (19)$$

где β — угол между падающим и рассеянным лучами. Если радиация изотропна, то

$$J = I.$$

Введем оптическую толщину τ согласно формуле

$$d\tau = \sigma dx,$$

σ — коэффициент рассеяния.

Уравнение переноса примет вид

$$\frac{dI}{d\tau} = -I + J.$$

Предполагая, что J постоянно по всей толще атмосферы, имеем

$$I = J + Ce^{-\tau}.$$

Пусть на границе атмосферы

$$\tau=0 \text{ и } I=I_0.$$

Если τ_1 оптическая толщина всей атмосферы, то

$$I_1 = I_0 e^{-\tau_1} + J(1 - e^{-\tau_1}).$$

Первый член представляет наблюдаемую яркость на земной поверхности, в случае точечного источника света, второй — дополнительную яркость, представляющую диффузный свет. При

$$\tau_1 \rightarrow \infty, \quad I \rightarrow J.$$

Для любой точки атмосферы имеем

$$I = I_0 e^{-\tau} + J(1 - e^{-\tau}).$$

Подставляя это в уравнение (19) и решая относительно J , находим

$$J = \frac{\int I_0 e^{-\tau} (1 + \cos^2 \beta) d\omega}{\int e^{-\tau} (1 + \cos^2 \beta) d\omega}.$$

Пусть (z_1, A_1) горизонтальные координаты наблюдаемой точки неба, (z, A) координаты, определяющие направление некоторого потока, рассеиваемого в данном объеме.

Очевидно

$$\cos \beta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos(A - A_1).$$

Имеем

$$I = I_0 e^{-\tau} + \frac{\iint I_0 e^{-\tau} (1 + \cos^2 \beta) \sin z dz dA}{\iint e^{-\tau} (1 + \cos^2 \beta) \sin z dz dA} (1 - e^{-\tau}),$$

где

$$\tau = \tau_0 \sec z,$$

τ_0 — оптическая толщина по вертикальному направлению.

Для упрощения вычислений Барбье полагает под знаком интеграла

$$\tau = 0.$$

Интеграция делается возможной, причем получается, что

$$J_0 = \frac{\iint I_0 (1 + \cos^2 \beta) d\omega}{\iint (1 + \cos^2 \beta) d\omega} =$$

$$= \frac{3}{16} I_0^0 \sqrt{1+a^2} \int_0^1 [3 - \cos^2 z_1 - (1 - 3 \cos^2 z_1) u^2] \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}},$$

$$a^2 = (1+h)^2 - 1; \quad \cos z = u$$

(радиус Земли принят за единицу); I_0^0 — означает яркость на границе атмосферы и в зените).

Отсюда

$$J_0 = I_0^0 (F_1 - F_2 \cos^2 z_1),$$

причем

$$F_1 = \frac{3}{16} \sqrt{1+a^2} \left[\left(3 + \frac{a^2}{2} \right) sh^{-1} \frac{1}{a} - \frac{\sqrt{1+a^2}}{2} \right]$$

$$F_2 = \frac{3}{16} \sqrt{1+a^2} \left[\left(1 + \frac{3}{2} a^2 \right) sh^{-1} \frac{1}{a} - \frac{3}{2} \sqrt{1+a^2} \right],$$

$sh^{-1} x$ — есть аргумент, гиперболический синус которого есть x .

Имеем между прочим

$$sh^{-1} x = \lg e (x + \sqrt{1+x^2}).$$

Итак

$$I = I_0 e^{-\tau_0 \sec z_1} + (1 - e^{-\tau_0 \sec z_1}) I_0^0 (F_1 - F_2 \cos^2 z_1).$$

Вставляя сюда значение I_0 , имеем до коэффициента пропорциональности

$$I = \frac{(1+h) e^{-\tau_0 \sec z_1}}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z_1}} + (1 - e^{-\tau_0 \sec z_1}) (F_1 - F_2 \cos^2 z_1),$$

так как $I_0^0 = 1$. Значения F_1 , F_2 для разных h по вычислению Барбье таковы:

h (км) . .	50	100	150	200	300	400	500	1000	∞
F_1	1.49	1.30	1.19	1.12	1.03	0.90	0.92	0.78	0.50
F_2	0.25	0.20	0.16	0.14	0.12	0.10	0.09	0.05	0.00

Например, для $h = 300$ км

$$I = \frac{1.047 p^{\sec z_1}}{\sqrt{1.047^2 - \sin^2 z_1}} + (1 - p^{\sec z_1})(1.03 - 0.12 \cos^2 z_1),$$

p — обычный коэффициент прозрачности.

Отсюда видно, что первый член растет, достигает максимума и затем убывает при больших зенитных расстояниях, в то время, как второй член монотонно возрастает и может получить значения, сравнимые с первым. В обычных условиях (p — порядка 0.8) влияние второго члена очень велико. Первый член дает первое приближение только при необычайно чистой атмосфере в горных условиях.

В предыдущем предполагалось, что во всей толще атмосферы $J = \text{const}$. Барбье оценивает приблизительное изменение J на протяжении толщи атмосферы, вычисляя его значение на уровне почвы и на верхней границе и делая неявное допущение о монотонном ходе J . При этом делается еще одно упрощение, именно вводится гипотеза о шаровом виде индикатрисы рассеяния. В этом случае для уровня почвы получается

$$J_s = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} I_0 e^{-\tau_0} \sin z dz}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\tau_0} \sin z dz + 1},$$

а на достаточной высоте выше эмиссионного слоя

$$J_A = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} I_0 \sin z dz}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{-\tau_0} \sin z dz + 1}.$$

Как было указано, τ_1 есть оптическая масса атмосферы, измеряемая сверху вниз; τ_2 есть та же масса, но измеряемая снизу вверх. В случае шаровой индикатрисы $\tau_1 = \tau_2$. Вычисления Барбье приводят к следующим результатам:

	I_s	I_A	I_0
$h = \infty \quad \tau_0 = 0.011$	0.459	0.541	0.500
	0.043	0.408	0.592
	0.174	0.272	0.730
$h = 100 \text{ км}$	0.011	1.06	1.23
	0.043	0.86	1.95
	0.174	0.47	1.67

Среднее значение J_0 определяется выражением

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_0 \sin z dz.$$

Отсюда видно, что при обычных условиях J сильно меняется в пределах атмосферы и потому основное допущение Барбье оказывается неверным.

Так, например, для $p = 0.80$, $\tau_0 = 0.2$. Как видно из таблицы, J меняется в несколько раз между верхней и нижней границами атмосферы независимо от высоты эмиссионного слоя. Если принять, как это делает Барбье, линейный ход изменения J с высотой (второе приближение), а именно положить, что

$$I = I_A - \frac{I_A - I_s}{\tau_1} \tau,$$

то получаем следующую формулу для яркости неба, наблюдаемой с земной поверхности

$$I_1 = I_0 e^{-\tau_1} + I_A (1 - e^{-\tau_1}) - \frac{J_A - J_s}{\tau_1} (\tau_1 - 1 + e^{-\tau_1}).$$

Эта формула мало отличается от предыдущей только для весьма малых значений τ_1 .

Метод учета диффузного света, предлагаемый Барбье, по идее правилен, но вследствие многочисленных упроще-

ний должен отличаться систематическими погрешностями, оценить которые невозможно.

Главные упрощения следующие: 1) гипотеза о постоянстве J во всей толще атмосферы; 2) применение индикатрисы рассеяния Релея; 3) пренебрежение фактором $e^{-\tau} = p^{\sec z}$ под знаком интегралов при вычислении J_0 .

Несомненно, что при строгом применении уравнения переноса даже в случае чистого рассеяния решение потребует очень обширных и громоздких числовых вычислений.

Можно предположить более непосредственный учет влияния диффузного света, основанный на следующих соображениях [67].

Будем рассматривать каждый элемент эмиссионного слоя, как внешний источник света по отношению к тропосфере. Согласно имеющимся определениям, эффективная высота свечения эмиссионных линий составляет несколько сот километров, в то время как рассеяние практически ограничено лишь тонким слоем атмосферы вблизи земной поверхности в пределах нескольких километров. Наблюдения показывают, что отдаленный источник света, например Солнце, производит свечение небесного свода благодаря рассеянию в тропосфере согласно формуле

$$j = kf(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sec z_1,$$

где $f(\vartheta)$ — функция, зависящая только от углового расстояния от Солнца и характеризующая индикатрису рассеяния, $\varphi(z, z_1)$ — функция, зависящая от зенитного расстояния Солнца z , зенитного расстояния наблюдаемой точки неба z_1 и коэффициента прозрачности p .

В частном случае Релеевского рассеяния

$$f(\vartheta) = 1 + \cos^2 \vartheta.$$

С другой стороны, как показывает теория яркости дневного неба с учетом рассеяния света первого порядка.

$$\varphi(z, z_1) = \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z}.$$

Справедливость основного положения о том, что яркость в любой точке дневного неба представляется в виде произведения двух функций, подтверждается наблюдениями с точностью до нескольких процентов. Так, например, наблюдения Е. В. Фесенковой-Пясковской в окрестностях Алма-Ата в августе 1946 г. [68] дали следующие значения яркости неба на разных угловых расстояниях от Солнца.

Таблица 16

$\begin{array}{c} \diagup \\ \vartheta \\ \diagdown \\ z \end{array}$	30°	60°	80°	10°	60°	80°
40°	2.10	1.54	1.27	1.49	1.54	1.54
60°	2.91	2.06	1.70	2.06	2.06	2.06
80°	5.01	3.48	3.02	3.55	3.48	3.66

Правая половина таблицы дает редуцированные значения яркости (во всех случаях яркость при $z=60^\circ$ и $\vartheta=60^\circ$ принята равной 2.06). Как видно, распределение яркости на том же угловом расстоянии от Солнца одинаково и зависит только от зенитного расстояния. В зеленых и красных лучах спектра, для которых рассеяние высших порядков значительно меньше, чем для синих, указанная закономерность должна быть выдержана еще точнее. Вид функции $\varphi(z, z_1)$, указанный выше, экспериментально подтверждается тем обстоятельством, что значение показателя прозрачности p , полученное по яркости дневного неба, вполне удовлетворительно согласуется со значениями p , выведенными на основании обычной формулы Бугера.

Освещение тропосферы в некоторой точке (z, A) , зависящее от всего эмиссионного слоя яркости $j(z, A)$, есть

$$J = \sec z_1 \iint j(z, A) f(\vartheta) \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z} \sin z dz dA,$$

причем

$$\cos \vartheta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos(A - A_1).$$

Это выражение можно легко вычислить, если считать, что яркость эмиссионного слоя везде одинакова и индикатриса рассеяния $f(\vartheta)$ имеет сферический вид. В этих предположениях

$$J = C \sec z_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z} \sin z dz.$$

Полагая

$$x = k \sec z; \quad x_1 = k \sec z_1,$$

имеем

$$I = C k^2 x_1 \int_k^\infty \frac{e^{-x} - e^{-x_1}}{x_1 - x} \cdot \frac{dx}{x^2}.$$

Заметим, что в этом выражении вместо атмосферных масс везде берутся секансы зенитных расстояний.

Поскольку

$$\frac{1}{(x_1 - x)x^2} = \frac{1}{xx_1^2} + \frac{1}{x_1x^2} + \frac{1}{x_1^2(x_1 - x)},$$

получаем путем легкой редукции

$$\begin{aligned} \int_k^\infty \frac{e^{-x} - e^{-x_1}}{x_1 - x} \cdot \frac{dx}{x^2} = & -\frac{Ei(-k)}{x_1^2} + \frac{e^{-x_1}}{x_1^2} \ln k + \\ & + \frac{1}{x_1^2} e^{-x_1} [Ei(x_1 - k) - e^{-x_1} \ln(x_1 - k)] + \\ & + \frac{1}{x_1} \left[\frac{e^{-k}}{k} + Ei(-k) - \frac{e^{-x_1}}{k} \right], \end{aligned}$$

причем

$$Ei(-k) = - \int_k^\infty e^{-x} \frac{dx}{x} \quad \text{и} \quad k = -\ln p.$$

Окончательно находим

$$\frac{I}{C} = \cos z_1 p^{\sec z_1} (Ei [k (\sec z_1 - 1)] - \ln [k (\sec z_1 - 1)] + \ln k) - \\ - p^{\sec z_1} + p + Ei (-k) (k - \cos z_1).$$

Примем, с другой стороны, что распределение яркости эмиссионного слоя является наиболее резким и следует закону секанса, т. е.

$$j(z, A) = \sec z.$$

Тогда

$$J = C \sec z_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\vartheta) \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z} \sin z \sec z dz.$$

Полагая $f(\vartheta) = \text{const}$, находим, интегрируя это выражение, что

$$I = C \sec z_1 \int_1^{\infty} \frac{p^x - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - x} \cdot \frac{dx}{x}$$

или

$$I = C \sec z_1 k \int_k^{\infty} \frac{e^{-x} - e^{-x_1}}{x_1 - x} \cdot \frac{dx}{x}.$$

Поскольку

$$\frac{1}{(x_1 - x)x} = \frac{1}{xx_1} + \frac{1}{(x_1 - x)x_1},$$

имеем

$$I = C \sec z_1 \left[\frac{-Ei(-x)}{x_1} + \frac{1}{x_1} \int_k^{\infty} \frac{e^{-x}}{x_1 - x} dx \right] - \\ - C \sec z_1 e^{-x_1} \left[\frac{1}{x_1} (\ln \infty - \ln k) + \frac{1}{x_1} \int_k^{\infty} \frac{dx}{x_1 - x} \right] \\ \int_k^{\infty} \frac{e^{-x}}{x_1 - x} dx = e^{-x_1} Ei(x_1 - k)$$

$$\int_k^{\infty} \frac{dx}{x_1 - x} = - \int_{x_1 - k}^{\infty} \frac{dz}{z} = - \ln \infty + \ln (x_1 - k),$$

так как

$$\int_{-a}^{\infty} \frac{dx}{x} = \int_a^{\infty} \frac{dx}{x}.$$

Следовательно, имеем окончательно

$$J = C \{ -Ei(-k) + p^{\sec z_1} Ei[k(\sec z_1 - 1)] + p^{\sec z_1} \ln k - \\ - p^{\sec z_1} \ln [k_1(\sec z_1 - 1)] \}.$$

Заметим, что под бесконечностью ∞ подразумевается просто число, достаточно большое по сравнению с единицей. Фактически по смыслу задачи это есть максимальное значение атмосферной массы, т. е. величина порядка 50—60.

При вычислении этих выражений нужно принять во внимание, что

$Ei(0) - \ln(0) = 0.5772$ — постоянная Эйлера.

Следующая таблица дает относительный ход значений J в обоих случаях:

$\sec z_1$	1	2	3	4
$f = \text{const} \dots\dots$	1.00	1.72	2.32	2.76
$f \propto \sec z \dots\dots$	1.00	1.17	1.30	1.40

Как видно, влияние диффузного света тропосферы в высокой мере зависит от распределения яркости в первичном источнике света.

Как известно, эффект рассеяния света тропосферой возрастает к горизонту, между тем как наблюдаемая яркость ионосферы в начале возрастает, затем, после определенного зенитного расстояния начинает убывать. Соотноше-

ние между чисто ионосферным и тропосферным свечением неба зависит от состояния тропосферы и естественно должно быть выведено из наблюдений. Покажем, что соответствующий коэффициент пропорциональности при наших упрощающих предположениях может быть найден как отношение освещенностей горизонтальной площадки от Солнца и от небесного свода. Действительно, пусть L — поток радиации от Солнца вне атмосферы на единицу площади при нормальном направлении.

На единицу горизонтальной площади поток радиации будет

$$L \cos z_1 p^{\sec z}.$$

С другой стороны, яркость небесного свода в точке (z, ϑ) есть

$$J = L \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z} \sec z$$

и поэтому в предположении, что

$$\frac{\mu}{k} f(\vartheta) = K = \text{const},$$

освещенность горизонтальной площадки от всего небесного свода будет

$$2\pi L K \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz.$$

Отношение этих количеств S , которое легко находится из наблюдений, представляется формулой

$$p^{\sec z_1} S = 2\pi \sec z_1 K \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz.$$

Правая часть уравнения представляет отношение яркости диффузного света тропосферы к яркости стратосферы и определяет фактор K .

Рассмотрим этот вопрос в общем случае.

Как было указано выше, наблюдаемая светимость ионосферы может быть представлена формулой

$$J = \frac{j_0 (1 + h) p^{\sec z} \left(1 - \gamma \frac{180}{\pi} \frac{h}{1 + h} \operatorname{tg} z \cos A \right) (1 + X)}{\sqrt{(1 + h)^2 - \sin^2 z}}$$

или

$$J = j_0 F(z, A) (1 + X) p^{\sec z},$$

где j_0 — яркость ионосферы в зените, X — приращение яркости за счет диффузного света в тропосфере.

Докажем, что функция $X(z_1, A)$ в точке z_1, A связана с функцией $K(z_1)$, находимой из непосредственных наблюдений следующей простой зависимостью

$$X(z_1, A) = K(z_1) \frac{\overline{F(z_1)}}{F(z_1, A)},$$

причем $K(z_1)$ представляет отношение освещенности горизонтальной поверхности от дневного неба к освещенности той же поверхности от Солнца при зенитном расстоянии z_1 .

Действительно, пусть L — освещенность от Солнца вне атмосферы по нормальному направлению. Наблюдаемая освещенность на горизонтальную поверхность будет

$$L \cos z_1 p^{\sec z_1}.$$

Наблюдаемая освещенность от неба на ту же поверхность есть

$$\iint L \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sec z \cos z \sin z dz dA.$$

Следовательно

$$K = \frac{\mu}{k} \sec z_1 p^{-\sec z_1} \iint f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz dA.$$

Будем рассматривать элемент ионосферы яркости $j_0 F(z, A)$, как самостоятельный источник света вне тропосферы. Яркость

тропосферы, произведенная всей ионосферой в направлении (z, A_1) , есть

$$\Pi = \frac{\mu}{k} j_0 \iint F(z, A) f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sec z_1 \sin z dz dA.$$

Яркость ионосферы без учета диффузного света есть

$$I = j_0 F(z_1, A) p^{\sec z_1}.$$

Отношение этих величин есть

$$X = \frac{\Pi}{I} = \frac{\mu}{1} \frac{\sec z_1}{k p^{\sec z_1}} \frac{\iint F(z, A) f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz dA}{F(z_1, A_1)}.$$

Отсюда

$$\frac{X}{K} = \frac{\iint F(z, A) f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz dA}{F(z_1, A_1) \iint f(\vartheta) \frac{p^{\sec z_1} - p^{\sec z}}{\sec z - \sec z_1} \sin z dz dA} = \frac{\overline{F(z_1)}}{F(z_1, A_1)}.$$

В случае равномерной яркости ионосферы $F(z, A) = \text{const}$

$$X = K.$$

Величина K находится из непосредственных наблюдений.

Отношение $\frac{\overline{F(z_1)}}{F(z_1, A_1)}$ должно быть вычислено.

Выше указывалось, что широтный эффект светимости ночного неба должен быть весьма мал. Поэтому мы будем считать в дальнейшем, что $F(z, A)$ зависит только от высоты эмиссионного слоя и представляется простой формулой

$$F(z, A) = \frac{1 + h}{\sqrt{(1 + h)^2 - \sin^2 z}}.$$

Перейдем к вычислению X .

Индикатриса рассеяния $f(\vartheta)$ весьма зависит от характера воздушной массы. В Европейской части СССР в условиях

сравнительно влажного климата индикатриса при значительной вытянутости вперед характеризуется также некоторой вытянутостью в своей задней части; в Средней Азии при сухой и запыленной атмосфере вытянутость индикатрисы вперед значительно больше, а протяжение ее назад соответственно меньше, что обуславливает хорошие условия видимости в стороне, противоположной Солнцу, и, напротив, очень плохую видимость в направлении на Солнце. Однако в период влажного времени индикатриса рассеяния в Средней Азии приближается к форме, характерной для Европейской части СССР, и даже является менее асимметричной, как это было констатировано Е. В. Фесенковой-Пясковской в районе Талгара на высоте 1400 м для аномального по выпадению осадков 1946 г.

Поэтому для числовых расчетов я останавливаюсь на средней форме индикатрисы рассеяния, полученной Е. В. Фесенковой-Пясковской [69] в июле 1945 г. в окрестностях г. Иваново.

На основании этих чисел функцию $f(\vartheta)$ можно представить следующей эмпирической формулой

$$f(\vartheta) = 1 + 1.652 \cos^2 \vartheta + 1.214 \cos^3 \vartheta,$$

что довольно хорошо представляет наблюдения, как видно из приводимой табл. 17.

Таблица 17

ϑ	15°	20°	30°	40°	60°	70°	80°	90°	110°	120°	130°	150°	
$f(\vartheta)$	3.63	3.47	3.03	2.52	1.56	1.24	1.06	1.00	1.14	1.26	1.36	1.45	выч.
$f(\vartheta)$	3.94	3.24	2.48	2.17	1.41	1.25	1.09	1.00	1.03	1.13	1.29	1.45	набл.

Положим вообще

$$f(\vartheta) = \sum_{i=0}^n a_i \cos^i \vartheta,$$

причем $a_0=1$ по условию нормализации.

Требуется вычислить выражение

$$\iint F(z) f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z dz dA,$$

причем

$$\cos \vartheta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos A.$$

Обозначим

$$N_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1) \sin z dz;$$

$$N_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1) \cos z \sin z dz;$$

.....

$$N_i = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1) \cos^i z \sin z dz.$$

Можно показать, что

$$\begin{aligned} \iint F(z) f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z dz dA = & \pi N_0 + a_2 \cos^2 z_1 N_2 + \\ & + \sin^2 z_1 a^2 \frac{\pi}{2} (N_0 - N_1) + \cos^3 z_1 a_3 N_3 + \\ & + \frac{3}{2} \pi a_3 \cos z_1 \sin^2 z_1 (N_1 - N_3) + \dots \end{aligned}$$

Полагаем

$$a_1=0; \quad a_2=1.652; \quad a_3=1.214.$$

Остальными членами пренебрегаем.

Вычисления ведутся методом механической квадратуры для различных значений показателя прозрачности p и высоты эмиссионного слоя h .

Аналогично вычислялись интегралы типа

$$\begin{aligned} \iint f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z dz dA = & \pi n_0 + a_2 \cos^2 z_1 n_2 + \\ & + \sin^2 z_1 a_2 \frac{\pi}{2} (n_0 - n_1) + \cos^3 z_1 a_3 n_3 + \\ & + \frac{3}{2} \pi a_3 \cos z_1 \sin^2 z_1 (n_1 - n_3) + \dots, \end{aligned}$$

где

$$n_i = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(z, z_1) \cos^i z \sin z dz.$$

Отношение обоих двойных интегралов есть искомая величина $\overline{F(z_1)}$.

Эти величины $\overline{F(z_1)}$ приводятся в табл. 18.

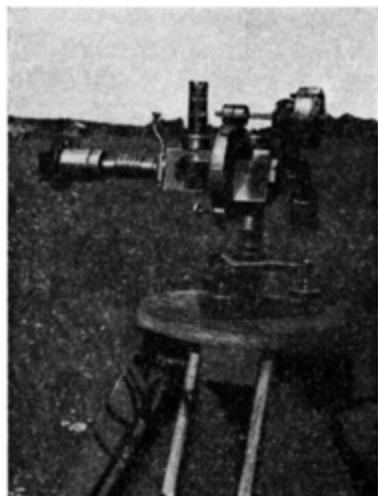
Таблица 18

$h = 0.04$						
$\begin{matrix} \text{sec } z \\ p \end{matrix}$	1	1.5	2	3	4	6
0.77	1.66	1.80	1.895	1.855	1.855	1.85
0.80	1.68	1.82	1.855	1.875	1.875	1.875
0.83	1.70	1.84	1.375	1.905	1.905	1.90
0.86	1.71	1.86	1.90	1.925	1.93	1.93
0.89	1.73	1.885	1.925	1.95	1.96	1.95
$F(z_1)$	1.000	1.434	1.806	2.369	2.740	3.142
$h = 0.06$						
0.77	1.58	1.68	1.725	1.74	1.74	1.74
0.80	1.59	1.70	1.74	1.755	1.76	1.76
0.83	1.60	1.72	1.75	1.77	1.78	1.78
0.86	1.61	1.73	1.77	1.79	1.79	1.80
0.89	1.63	1.74	1.79	1.805	1.81	1.81
$F(z_1)$	1000	1.405	1.735	2.15	2.459	2.725

Отсюда получаем необходимые нам отношения $\frac{\overline{F(z_1)}}{F(z_1)}$

(см. табл. 19).

Перейдем к определению величины K , т. е. отношению освещенности горизонтальной площадки от неба к освещенности той же площадки от Солнца. Это определение производилось экспериментальным фотометрическим путем.



Фотометр дневного неба

Площадка, покрытая копотью магния, устанавливалась по уровню на высоком штативе. Над нею на небольшом расстоянии фиксировалось плоское зеркало, посылающее свет, отраженный от площадки в тубус „фотометра дневного неба“. Другой тубус фотометра был направлен, как обычно, к зениту. Небольшой экран мог по желанию отбрасывать

тень от Солнца на площадку, оставляя открытым остальное небо. При помощи фотометрического клина производилось выравнивание яркостей частей поля зрения, получающих свет от зенита и от горизонтальной площадки в ее затененном состоянии и при полном ее освещении и бралась разность отсчетов клина, откуда определялось искомое отношение K . Наблюдения производились аспирантом Института астрономии и физики АН КазССР М. Г. Каримовым на площадке астрономической обсерватории, расположенной на окраине г. Алма-Ата, где горизонт был открыт почти полностью. Применялись зеленый и красный фильтры Шотта с эффективными длинами волн 547 мμ и 625 мμ

Первый фильтр достаточно соответствовал максимуму чувствительности глаза.

Таблица 19

$h = 0.04$						
$p \backslash \sec z$	1.0	1.5	2	3	4	6
0.77	1.66	1.255	1.015	0.782	0.677	0.589
0.80	1.68	1.271	1.027	0.792	0.684	0.597
0.83	1.70	1.285	1.04	0.804	0.696	0.605
0.86	1.71	1.295	1.052	0.812	0.705	0.615
0.89	1.73	1.315	0.066	0.822	0.716	0.621
$h = 0.06$						
0.77	1.58	1.195	0.993	0.797	0.708	0.638
0.80	1.59	1.210	1.003	0.803	0.717	0.646
0.83	1.610	1.216	1.012	0.812	0.722	0.652
0.86	1.62	1.232	1.020	0.820	0.728	0.660
0.89	1.63	1.238	1.032	0.827	0.737	0.665

Аналогичные наблюдения производились также А. П. Кутыревой в 1944 г. с пиранометром Янишевского с различными фильтрами, который последовательно затемнялся, как было указано выше. Значения K , полученные Кутыревой с зеленым фильтром при неизвестном коэффициенте прозрачности атмосферы, следующие:

$\sec z$	1	1.5	2	3	4
K	0.08	0.12	0.16	0.24	0.32

Наблюдения с пиранометром Янишевского имеют тот принципиальный недостаток, что при этом регистрируется свет, прошедший через поверхностный слой приемника, а не отраженный от него. В случае проходящего света при

больших углах падения доля энергии, действующей на термоэлемент, может быть значительно понижена, и потому значения K могут оказаться несколько неправильными особенно при низком положении Солнца.

Напротив, в случае пластинки, отражающей свет согласно закону Ламберта, что довольно точно осуществляется поверхностью покрытой копотью магния, наблюдаемое отношение яркостей довольно близко соответствует искомому отношению освещенностей.

Имея предварительные значения K , полученные с пиранометром Янишевского, я рассмотрел наблюдения Эльви [70], произведенные в различных местностях Америки (Чили, Аргентина, окрестности Чикаго и др.), а также на Обсерватории Мак-Дональда в Техасе и имевшие целью определение эффективной высоты свечения ионосферного слоя.

Для наблюдений Эльви служил спектрограф с коллиматором длиной в 20 дюймов, с камерой Шмидта, отверстием в 2" и светосилой 1:0.66. Дисперсия составляла 1500 Å/mm при линии натрия. Перед щелью длиной в 2" помещались прямоугольные призмы, позволяющие производить одновременную экспозицию участков неба на зенитных расстояниях 0°, 40°, 60°, 70°, 80° и 85°. Для контроля постоянства прозрачности частей спектрографа служила стандартная лампа, дающая спектр через дополнительную призмочку. Постоянство силы света лампы контролировалось фотоэлементом с запирающим слоем. Последнее является скорее недостатком метода, так как чувствительность подобного фотоэлемента сильно зависит от температуры, а последняя должна была изменяться в течение ночи. Поправка за чувствительность фотоэлемента по видимому не вводилась. Эльви не приводит в своей работе оригинальных данных. Наблюдаемые яркости он редуцирует на границу атмосферы, предполагая совершенно формальным образом, что для учета как обычного поглощения, так и диффузного света достаточно принять повышенное значение коэффициента прозрачности, соответствующее оптической толщине в два раза меньше нормальной.

Таким образом, если, как можно полагать, коэффициент прозрачности при наблюдениях Эльви равнялся 0.85, что соответствует оптической толще $k = -\ln p = 0.162$, то для редукции наблюдений, согласно этому автору, принимается

$$k_1 = 0.081, \text{ т. е. } p_1 = 0.922.$$

Наш предшествующий разбор показывает, однако, что это неверно. Если основываться на расчетах, выведенных из наблюдений с пиранометром, то для $p = 0.80$ находим, что поправка за диффузный свет принимает следующие значения:

Таблица 20

$h \backslash \sec z$	1	1.5	2	3	4
0.04	0.134	0.152	0.165	0.190	0.220
0.06	0.127	0.146	0.160	0.193	0.229

Вся редукция за атмосферу есть $p^{\sec z} (1 + X)$ (табл. 21), т. е. почти не зависит от h .

Таблица 21

$h \backslash \sec z$	1	1.5	2	3	4
0.04	0.907	0.824	0.745	0.609	0.500
0.06	0.902	0.820	0.742	0.611	0.504

Представляя эти значения эмпирическим выражением $ap_1^{\sec z}$, находим при $a = 1.096$ и $p_1 = 0.823$

$\sec z$	1	1.5	2	3	4
$ap_1^{\sec z}$	0.902	0.818	0.792	0.610	0.502

Это представляет достаточно хорошее совпадение с предыдущим. Постоянная a не оказывает влияния на распределение интенсивности свечения ионосферы в функции z . Дело сводится, таким образом, к некоторому увеличению значения p , но не столь значительному, как это было принято Эльви. Если принять это во внимание и произвести редукцию наблюдений Эльви со значением p не 0.922, а более пониженным, именно 0.88, что представляется гораздо более вероятным, то для зеленой линии 5577 получается следующее распределение истинных яркостей на границе атмосферы:

z	0°	40°	60°	70°	80°	85°
j	1.00	1.26	1.57	2.09	3.05	3.94

Этому соответствует следующее теоретическое распределение, вычисленное для различных высот эффективного слоя (табл. 22).

Таблица 22

$h \backslash z$	0°	40°	60°	70°	80°	85°	h
0.04	1.00	1.27	1.80	2.34	3.10	3.46	255 км
0.05	1.00	1.26	1.77	2.25	2.89	3.16	319
0.06	1.00	1.26	1.74	2.16	2.71	2.92	382
0.08	1.00	1.18	1.67	2.04	2.43	2.59	510

Как отсюда видно, наблюдения Эльви не представляются надежным образом теоретической формулой. Тем не менее, приписывая больший вес наибольшим зенитным расстояниям, можно считать, что h ближе соответствует высоте порядка 300 км и во всяком случае не 100 км, где расположен слой ионизации E . Сам Эльви выводит, производя указанную выше редукцию за атмосферу, что h порядка 500 км.

Аналогичные результаты получаются из фотометрических наблюдений, произведенных в Алма-Ата в 1945—1946 гг. Эти наблюдения были редуцированы с учетом более точных значений поправки X за влияние диффузного света тропосферы.

Прежде всего было необходимо вывести отношения освещенности на горизонтальную площадку от чистого неба и от Солнца при различных зенитных расстояниях и разных коэффициентах прозрачности атмосферы. Указанные выше наблюдения позволяют получить достаточное представление об этом, хотя наличие частичной облачности, с одной стороны, и легких перистых облаков, с другой, вводит некоторые систематические погрешности. На прилагаемых рисунках приводятся подлинные наблюдения для некоторых дней отношения освещенности на горизонтальную площадку от Солнца к освещенности от всего небесного свода. Очевидно, для 90° отношение должно равняться нулю. Наблюдения производились только в утренние часы, когда прозрачность атмосферы наиболее устойчива и мало отличается от своего ночного значения.

Как видно, при зенитных расстояниях Солнца менее 60° атмосферные условия обычно нарушались и указанное отношение оказывалось менее действительного. Поэтому, начиная с этого значения z и вплоть до зенита кривая на графике проводилась по приближительному расчету, причем главным образом учитывалось изменение наклона солнечных лучей к плоскости горизонта. Исходя из наблюдаемых кривых, можно провести аналогичные кривые, соответствующие равностоящим значениям p , именно 0.77, 0.80, 0.83, 0.86 и 0.89.

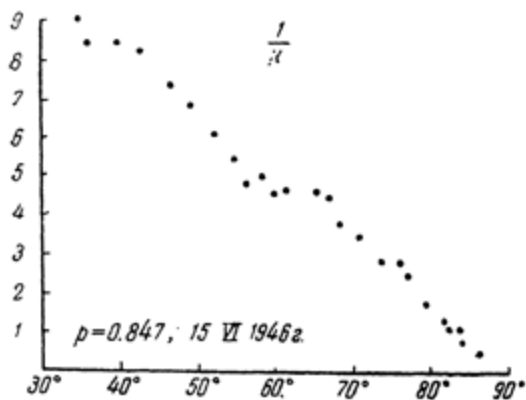
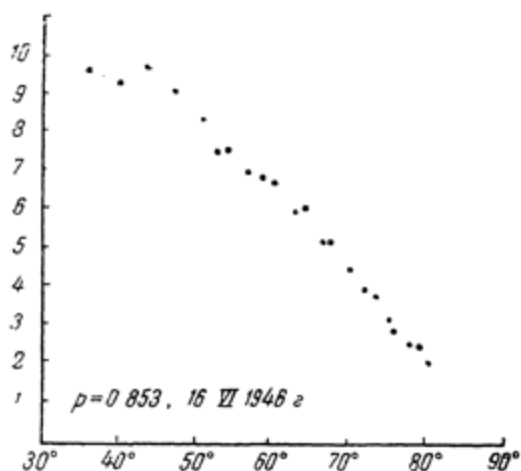
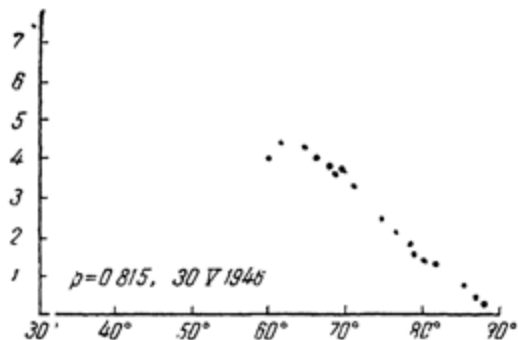


Рис. 9. Отношение освещенности на горизон-
тальную площадку от Солнца и неба.

Кривые, соответствующие крайним значениям, проведены путем экстраполяции и потому являются предположительными. Все эти кривые изображены на прилагаемом рис. 10.

Отсчитывая значения ординат для различных атмосферных масс и вычисляя их обратные величины K , получаем следующую таблицу.

Интересно отметить, что значения K , приведенные выше по наблюдениям А. П. Кутыревой с пиранометром Янишевского, почти в точности совпадают с данными этой таблицы применительно к значению $p=0.86$, наиболее часто встречающемуся в горных условиях Алма-Ата при вполне устойчивом и ясном небе.

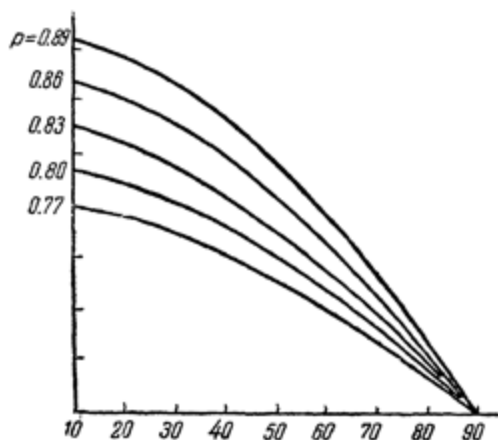


Рис. 10. Сглаженные значения отношения освещенности на горизонтальную площадку от Солнца и неба.

Таблица 23

Значения функции $K \left(\frac{\text{небо}}{\text{солнце}} \right)$

$\begin{matrix} \text{sec } z \\ p \end{matrix}$	1,0	1,5	2	3	4	6
0.77	0.123	0.185	0.259	0.400	0.556	0.909
0.80	0.109	0.164	0.222	0.345	0.470	0.769
0.83	0.092	0.139	0.185	0.294	0.400	0.667
0.86	0.078	0.115	0.154	0.238	0.345	0.588
0.89	0.069	0.099	0.130	0.208	0.294	0.500

При помощи этих данных и вычисленных отношений

$\frac{F(z_1)}{F(z_1, A_1)}$ находим значения X (см. табл. 24).

Таблица 24

$\rho \backslash \sec z$	1.0	1.5	2	3	4	6
$h = 0.04$						
0.77	0.204	0.232	0.254	0.313	0.376	0.534
0.80	0.183	0.209	0.227	0.273	0.326	0.459
0.83	0.156	0.178	0.192	0.236	0.278	0.403
0.86	0.133	0.149	0.162	0.193	0.243	0.361
0.89	0.119	0.130	0.138	0.171	0.210	0.310
$h = 0.06$						
0.77	0.194	0.221	0.249	0.318	0.394	0.580
0.80	0.173	0.198	0.222	0.277	0.342	0.495
0.83	0.148	0.169	0.187	0.238	0.288	0.434
0.86	0.126	0.142	0.157	0.195	0.251	0.387
0.89	0.112	0.123	0.134	0.172	0.216	0.332

Итак, редукция за влияние атмосферы при наблюдении яркости ионосферы, согласно нашей теории, выражается фактором

$$\rho^{\sec z} (1 + X).$$

Сделаем попытку представить этот фактор упрощенным образом при помощи эмпирического выражения $a\rho_1^{\sec z}$, так что для каждого значения должно быть

$$\rho^{\sec z} (1 + X) = a\rho_1^{\sec z}.$$

Из уравнения вида

$$\lg a + \sec z \lg \frac{\rho_1}{\rho} = \lg (1 + X)$$

можно найти по способу наименьших квадратов неизвестные $\lg a$ и $\lg \frac{\rho_1}{\rho}$. Для получения правильного распределения

яркости по небесному своду достаточно знания одного p_1 .
Результаты можно представить следующей таблицей:

Таблица 25

p	$h=0.01$		$h=0.06$	
	p_1	Δp	p_1	Δp
0.77	0.808	0.04	0.814	0.04
0.80	0.829	0.03	0.839	0.04
0.83	0.858	0.03	0.863	0.03
0.86	0.889	0.03	0.889	0.03
0.89	0.919	0.03	0.923	0.03

Таким образом находим весьма простой способ учета влияния диффузного света тропосферы на распределение яркости ионосферы в функции атмосферной массы: коэффициент прозрачности нужно только увеличить на 0.03, если атмосфера отмечается нормальной прозрачностью, т. е. если $p > 0.80$. Представляя величины $p^{\sec z} (1 + X)$ выражением $a(p + 0.03)^{\sec z}$, находим следующие значения для постоянной a .

Таблица 26

$\sec z \backslash p$	$h=0.01$					$h=0.06$				
	0.77	0.80	0.83	0.86	0.89	0.77	0.80	0.83	0.86	0.89
1	1.16	1.14	1.12	1.09	1.08	1.15	1.13	1.11	1.09	1.08
1.5	1.16	1.14	1.12	1.09	1.08	1.15	1.13	1.11	1.08	1.07
2	1.19	1.14	1.11	1.08	1.07	1.16	1.14	1.11	1.08	1.06
3	1.17	1.14	1.11	1.08	1.06	1.17	1.14	1.11	1.08	1.06
4	1.18	1.15	1.11	1.08	1.06	1.18	1.16	1.12	1.09	1.07
6	1.22	1.17	1.13	1.11	1.07	1.24	1.20	1.16	1.13	1.09
Среднее	1.18	1.15	1.12	1.09	1.07	1.17	1.15	1.12	1.09	1.07

Таким образом a слабо изменяется в зависимости от p , но для данного состояния атмосферы остается постоянным в пределах точности наблюдений для всех зенитных расстояний вплоть до 80° .

Для нормальной прозрачности атмосферы можно принять, что во всех случаях фактор, входящий в выражение видимой яркости атмосферы, есть

$$1.1 (p + 0.03)^{\sec z}.$$

В предыдущем была разобрана проблема освещения тропосферы ионосферой, причем в значительной мере на основании теоретических соображений. Для проверки законности применения этих соображений рассмотрим упрощенную проблему, представляющую возможность сравнения результатов с наблюдениями. Пусть ионосфера над горизонтом наблюдателя имеет во всех своих точках одинаковую яркость при всех возможных зенитных расстояниях. Яркость тропосферы, по сравнению с наблюдаемой яркостью ионосферы, будет равна, как уже известно из предыдущего, отношению освещенности на горизонтальную площадку от неба к освещенности от Солнца.

С теоретической точки зрения эта яркость тропосферы представляется выражением

$$J = \int L \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sec z_1 d\sigma$$

или в данном случае

$$J = L \frac{\mu}{k} \sec z_1 \int f(\vartheta) \varphi(z, z_1) d\sigma,$$

причем L — яркость ионосферы, μ , k — коэффициенты рассеяния и поглощения, $f(\vartheta)$ — индикатриса рассеяния, z — зенитное расстояние наблюдаемой точки неба.

Функция

$$\varphi(z, z_1) = \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z}$$

весьма мало меняется в зависимости от z . Ее среднее значение соответствует, примерно, $z=60^\circ$. Усредняя ее и вынося за знак интеграла, находим:

$$J = L \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} \int f(\vartheta) d\sigma.$$

Интеграл

$$\int f(\vartheta) d\sigma = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta) \sin z dz dA,$$

где

$$\cos \vartheta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos A,$$

легко может быть вычислен.

Примем во внимание, что

$$k = 2\pi\mu \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$$

или

$$\frac{\mu}{k} = \frac{1}{4\pi \left(1 + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4}\right)},$$

где

$$a_2 = 1.652; \quad a_3 = 1.214.$$

Находим

$$J = L \overline{\varphi(z, z_1)} 0.417 (1 + 0.3 \cos z_1 - 0.1 \cos^3 z_1) \sec z_1.$$

Средние значения $\overline{\varphi(z, z_1)}$ можно принять следующими для $p=0.83$

$\sec z_1$	1	2	3	4	6
$\varphi(z, z_1)$	0.14	0.13	0.12	0.11	0.09

или

$$\overline{\varphi(z, z_1)} = 0.15 - 0.01 \sec z_1.$$

Таким образом отношение яркости тропосферы к наблюдаемой яркости ионосферы будет в этом случае следующее:

$$\frac{I}{L\rho^{\sec z_1}} = \frac{0.0625}{\rho^{\sec z_1}} (1 + 0.3 \cos z_1 - 0.1 \cos^3 z_1) \left(1 - \frac{1}{15} \sec z_1\right) \sec z_1.$$

В следующей таблице можно сравнить теоретические и наблюдаемые значения этого отношения освещенностей:

sec z_1	1	2	3	4	6
вычисл. . .	0.084	0.179	0.288	0.413	0.72
набл. . . .	0.09	0.19	0.29	0.40	0.66

Согласие оказывается весьма хорошим, принимая во внимание, что вычисление сделано с различными упрощенными предположениями, а наблюдения не могут считаться относящимися к совершенно идеально ясной погоде. Этот небольшой расчет убеждает нас лишний раз в том, что наши теоретические построения соответствуют реальности.

Перейдем к вопросу об освещении тропосферы всеми звездами, входящими в состав нашей галактики. Оценим интегральный блеск всех звезд в функции галактической широты, выраженной в числе звезд пятой величины на квадратный градус. Для этой цели воспользуемся подсчетами Сирса [71], дающими число звезд до m -й видимой величины ($m \leq 20$). Искомый интегральный блеск в пределах m до ∞ есть

$$J_m^{\infty} = \int_m^{\infty} \frac{dN_m}{dm} \cdot 2.512^{5-m} dm.$$

Поскольку данные Сирса относятся к фотографическим величинам, необходимо ввести поправку за колор-индекс

для редукции к визуальным величинам. Согласно Сирсу, имеем для всего неба

$$C.I. = 0.16 + 0.050 m.$$

Для получения распределения числа звезд по видимым величинам, достаточно лишь придать алгебраически к звездным величинам Сирса значение $C.I.$, оставляя число звезд без изменения. Интерполируя затем числа звезд соответственно постоянным интервалам Δm и вычисляя производные $\frac{dN_m}{dm}$, находим путем числовой интеграции значения J_m^∞ .

Для разных m и галактических широт b имеем:

Таблица 27

$m \backslash b$	15°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
7—8	0.082	0.070	0.052	0.054	0.044	0.040	0.036	0.034	0.030	0.030
8—10	0.193	0.162	0.140	0.128	0.104	0.088	0.080	0.072	0.064	0.064
10—12	0.216	0.184	0.156	0.154	0.106	0.086	0.072	0.064	0.056	0.054
12—14	0.220	0.174	0.142	0.120	0.086	0.068	0.052	0.044	0.040	0.038
14—16	0.192	0.136	0.102	0.080	0.054	0.040	0.030	0.024	0.020	0.020
16—18	0.130	0.084	0.056	0.040	0.026	0.016	0.012	0.010	0.010	0.008
18—20	0.068	0.034	0.022	0.016	0.008	0.003	0.004	0.003	0.002	0.002
7—20	1.002	0.848	0.680	0.572	0.428	0.350	0.288	0.250	0.224	0.208
7—∞	1.136	0.865	0.691	0.580	0.432	0.353	0.292	0.252	0.225	0.209

Нужно отметить, что эти результаты относятся к среднему звездному распределению, характерному для типической звездной вселенной. В отдельных местах неба интегральный блеск звезд может более или менее значительно отличаться от среднего, соответствующего галактической широте. Особенно существенно отметить видимый дефект звездной плотности в области северного полюса мира, которая, как известно, затянута темными туманностями, почти

заметными невооруженному глазу. В отношении дефекта плотности звезд около северного полюса произведено большое число исследований [72]. Можно принять, окончательно, следующие дефекты в числе звезд разных величин:

m	7	8	9	10	11	12
$\Delta \lg N_m$	-0.02	-0.035	-0.08	-0.17	-0.18	-0.17
m	13	14	15	16	17	18
$\Delta \lg N_m$	-0.31	-0.33	-0.26	-0.20	-0.16	-0.19

Принимая это во внимание, находим, что интегральный блеск звезд в направлении на полюс равен 0.399 наших единиц, т. е. на 0.18 меньше среднего значения, принятого для той же галактической широты $=30^\circ$. Этот вывод имеет существенное значение, поскольку область неба около полюса принимается в качестве стандарта при исследовании светимости ночного неба.

Интегральный блеск более ярких звезд, например от $m=4$ до $m=7$, невелик.

Эту величину оцениваем на основании тех же таблиц Сирса при помощи приближенной формулы

$$I_4^* = \Sigma 2.512^{5-m} \frac{N_m}{\lg e} \left(\lg N_{m+\frac{1}{2}} - \lg N_{m-\frac{1}{2}} \right).$$

В результате числовых вычислений по способу трапеций находим:

δ	I_4^*	δ	I_4^*
0°	0.254	40°	0.098
20°	0.158	90°	0.073

Рассмотрим влияние галактики на светимость тропосферы.

Предположим, что Млечный Путь проходит через зенит места наблюдения, так что полюс галактики лежит на горизонте или находится близко от него. Пусть интегральный блеск всех звезд, выраженный, например, в числе звезд пятой величины на квадратный градус, есть $L(b)$, как это было найдено выше.

Эту функцию можно представить при помощи следующей простой формулы

$$L(b) = C - C_1 \sin b + C_2 \sin^2 b,$$

причем $C=1.92$; $C_1=3.42$; $C_2=\frac{C_1}{2}$.

Наблюдаемый интегральный блеск звезд представляется этой формулой следующим образом:

b	0°	15°	30°	60°	90°
$L(b)$ вычисл.	1.92	1.14	0.64	0.24	0.21
$L(b)$ набл.	1.8	1.14	0.58	0.29	0.21

Яркость неба в некоторой точке с зенитным расстоянием z_1 есть

$$J(z_1) = \int L(b) d\sigma \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sec z_1$$

или, усредняя $\varphi(z, z_1)$,

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \int L(b) d\sigma f(\vartheta).$$

Индикатриса рассеяния $f(\vartheta)$ берется в обычном виде

$$f(\vartheta) = 1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta,$$

где

$$\cos \vartheta = \cos z \cos \sin z \sin z_1 \cos A$$

или

$$\cos \vartheta = \sin b \sin b_1 + \cos b \cos b_1 \cos l.$$

z, A — означают текущие горизонтальные, b, l — галактические координаты. В рассматриваемом частном случае удобно интегрировать в пределах от $b = -\frac{\pi}{2}$ до $b = \frac{\pi}{2}$.

Поскольку

$$d\sigma = \cos b \, db \, dl,$$

проблема сводится к вычислению простого интеграла

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(C - C_1 \sin b + \frac{C_1}{2} \sin^2 b \right) \cos b \, db \times \\ \times \left[1 + a_2 \left(\sin^2 b \sin^2 b_1 + \cos^2 b \cos^2 b_1 \cdot \frac{1}{2} \right) + \right. \\ \left. + a_3 \left(\sin^3 b \sin^3 b_1 + \frac{3}{2} \sin b \sin b_1 \cos^2 b \cos^2 b_1 \right) \right].$$

Заметим, что при интегрировании в пределах от $-\frac{\pi}{2}$ до 0 знак перед $\sin b$ необходимо изменить на обратный.

Производя интегрирование, находим выражение

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \pi \sec z_1 \left[2C \left(1 + \frac{a_2}{3} \right) - \right. \\ \left. - \frac{C_1}{3} \left(2 + \frac{11a_2}{20} \right) - C_1 a_2 \sin^2 b_1 \frac{7}{60} \right].$$

Поскольку

$$\frac{\mu}{k} = \frac{1}{4\pi \left(1 + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} \right)}; \quad a_2 = 1.652; \quad a_3 = 1.214,$$

получаем

$$J(z_1) = 0.355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 b_1 \right).$$

Заметим, что наблюдения не следует производить далее шести атмосферных масс, так как ближе к горизонту обычно невозможно поручиться за однородность оптических свойств атмосферы из-за вредного влияния приземного слоя. Если среднее значение $\overline{\varphi(z, z_1)}$ определить из выражения

$$\overline{\varphi(z, z_1)} = \frac{\int \int \varphi(z, z_1) \sin z dz dA}{\int \int \sin z dz dA},$$

то оказывается очень близкое соответствие между этим средним значением и $\varphi(z, 60^\circ)$. Согласно этому, мы получаем для разных коэффициентов прозрачности p следующее значение $\varphi(z, 60^\circ)$.

Таблица 28

$\begin{array}{c} \text{sec } z_1 \\ p \end{array}$	$\varphi(z, 60^\circ)$					
	1	1.5	2	3	4	6
0.77	0.177	0.166	0.155	0.137	0.120	0.096
0.80	0.160	0.152	0.143	0.128	0.115	0.094
0.83	0.141	0.136	0.128	0.117	0.107	0.090
0.86	0.120	0.116	0.111	0.104	0.096	0.084
0.89	0.098	0.096	0.0925	0.088	0.082	0.074

Таблица 29

$\begin{array}{c} \text{sec } z_1 \\ p \end{array}$	$0.355 \varphi(z, z_1) \text{ sec } z_1$					
	1	1.5	2	3	4	6
0.77	0.063	0.088	0.110	0.146	0.170	0.204
0.80	0.057	0.081	0.101	0.132	0.163	0.200
0.83	0.050	0.072	0.091	0.124	0.152	0.191
0.86	0.042	0.062	0.079	0.110	0.136	0.179
0.89	0.035	0.051	0.066	0.094	0.116	0.158

Отсюда главный член в выражении тропосферной составляющей галактического свечения оказывается следующим (см. табл. 29).

Как отсюда видно, при нормальной прозрачности атмосферы поправка за рассеянный галактический свет лишь редко превосходит 0.15 в наших единицах.

Проведем также аналогичные вычисления в упрощенной схеме, в которой

$$L(b) = C - C_1 \sin b \text{ и } f(\vartheta) = 1 + a_1 \cos \vartheta.$$

В этом случае проблема сведется к вычислению интеграла

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (C - C_1 \sin b) (1 + a \sin b \sin b_1) \cos b db.$$

В результате находим

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi (2C - C_1).$$

В этом случае никакой зависимости от b_1 не обнаруживается. Любопытно, что $J(z_1)$ не зависит от a_1 и a_3 , т. е. от асимметрии индикатрисы рассеяния.

Рассмотрим другой крайний случай, когда плоскость галактики совпадает с горизонтом. В этом случае с тем же приближением яркость тропосферы на зенитном расстоянии z представляется выражением

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} \int L(b) f(\vartheta) d\sigma,$$

причем

$$d\sigma = \sin z dz dA; \quad L(b) = C - C_1 \cos z + \frac{C_1}{2} \cos^2 z,$$

$$f(\vartheta) = 1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta,$$

с теми же значениями C, C_1, a_2, a_3 .

Вычисляя интеграл, получаем

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} 2\pi \left[C - \frac{C_1}{3} + a_2 \left(\frac{7C}{16} - C_1 \frac{11}{120} \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{8} a_3 \left(C - \frac{1}{5} C_1 \right) \cos z_1 - \left(\frac{5}{48} C - \frac{C_1}{120} \right) a_2 \cos^2 z_1 - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} a_3 \left(C + \frac{1}{3} C_1 \right) \cos^3 z_1 \right].$$

Подставляя числовые значения, находим

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} 2\pi [1.68 + 0.56 \cos z_1 - \\ - 0.28 \cos^2 z_1 - 0.46 \cos^3 z_1]$$

или окончательно

$$J(z_1) = \frac{\overline{\varphi(z, z_1)}}{3.7} [1.68 + 0.56 \cos z_1 - 0.28 \cos^2 z_1 - 0.46 \cos^3 z_1] \sec z_1.$$

Это дает для разных значений z_1 и для $p = 0.86$.

$\sec z_1$	1	1.5	2	3	4	6
$J \dots$	0.048	0.037	0.110	0.151	0.135	0.239

Если сравнить эти числа с данными предыдущей таблицы при $b_1 = 0$, то можно констатировать примерно одинаковый ход с зенитным расстоянием и примерно одинаковое значение яркости тропосферы.

В общем случае, когда Млечный Путь наклонен к горизонту, решение проблемы весьма затруднительно. Поскольку, однако, для крайних случаев результаты мало отличаются между собой, мы будем в дальнейшем пользоваться таблицами, построенными для расположения Млечного Пути нормально к горизонту.

Остается рассмотреть влияние на тропосферу зодиакаль-

ной составляющей. Заметим, что яркость Зодиакального света чрезвычайно быстро возрастает по мере приближения к Солнцу. Поэтому наиболее яркие части Зодиакального света, превосходящие по яркости Млечный Путь, могут наблюдаться лишь короткое время незадолго до восхода или вскоре после захода Солнца. В обычной практике фотометрических наблюдений над Зодиакальным светом наблюдатель сосредоточивает свое внимание на определенном альмукантарате, например, около 75° зенитного расстояния. Различные части Зодиакального света наблюдаются на этом зенитном расстоянии по мере их выхода из-за горизонта. Этот метод имеет многие преимущества. Во-первых, атмосферное поглощение и значение ионосферной составляющей остается примерно одинаковым. Поэтому наблюдаемые яркости независимо от их объективного значения представляют распределение изофот Зодиакального света и правильно характеризуют их форму и расположение. Далее, слабые части Зодиакального света наблюдаются тогда, когда более яркие области еще скрыты под горизонтом и, следовательно, не могут производить искажающего влияния посредством рассеяния света в тропосфере. Наконец, эти яркие части, наиболее близкие к Солнцу, наблюдаются с максимальной экономией времени. В течение ночи наблюдатель имеет дело только со слабой зодиакальной составляющей, которая, как можно считать, чрезвычайно мало изменяется на небесном своде и только в плоскости эклиптики дает едва заметную зодиакальную полосу. Итак, при расчете рассеяния света в тропосфере, практически во всех случаях, можно считать зодиакальную составляющую постоянной яркости. В таком случае дополнительный фактор, служащий для исправления яркости Зодиакального света, за тропосферное рассеяние представляется просто функцией K , полученной из наблюдений освещенности горизонтальной площадки от неба и от Солнца. Полная наблюдаемая яркость зодиакальной составляющей (LZ) будет поэтому

$$(LZ) p^{\sec z} (1+K).$$

Итак, яркость ночного неба (не Зодиакального света) при полном отсутствии сумерек может быть представлена следующей формулой, учитывающей как первичные, так и вторичные факторы

$$J = \frac{C(1+h)p^{\sec z}(1+K)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + L(b_1)p^{\sec z} + 0.355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \times \\ \times \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 b_1\right) + (LZ)p^{\sec z}(1+K)$$

или с достаточной точностью

$$J = \frac{C_1(1+h)(p + 0.03)^{\sec z}}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + L(b_1)p^{\sec z} + \\ + 0.355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 b_1\right) + (LZ)p^{\sec z}(1+K).$$

=====

Глава тринадцатая

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ВЫСОТЫ СВЕЧЕНИЯ ИОНОСФЕРЫ

Применим развитую выше теорию для определения эффективной высоты свечения ионосферы. Для этой цели мною поставлены наблюдения над яркостью ночного неба на различных зенитных расстояниях в западной и восточной частях первого вертикала при помощи построенного для этой цели фотометра. Фотометр имеет простейшую конструкцию и удобно приспособлен для ночных наблюдений. В цилиндрическом тубусе длиной около 20 см и шириной около 4 см, монтированном на азимутальном штативе с уровнем и разделенными кругами, движется барабанчик, внутреннее дно которого покрыто составом постоянного свечения из сернистого цинка с примесью радиоактивного вещества. На внутренней поверхности крышки, надетой на переднюю часть тубуса, монтирован матовый рассеивающий экран, освещаемый флюоресцирующим дном подвижного барабана. Рядом с экраном сделано отверстие той же формы и размеров, через которое через заднюю часть тубуса можно видеть небольшой участок ночного неба. Для этой цели к тубусу монтирована призма с полным внутренним отражением — единственная оптическая деталь во всем приборе, и в центре осветительного барабана сделано отверстие достаточное, чтобы свободно видеть рассеивающий экран при всех его положениях.

Яркость матового экрана изменяется при передвижении барабана и уравнивается с яркостью наблюдаемого участка неба, что регистрируется на ленте из плотной бумаги, проложенной на линейке по внешней образующей тубуса. Приспособление для регистрации устроено таким образом, чтобы было возможно наблюдать значительное количество объектов разной яркости, не смешивая их между собой. Установка тубуса производится при помощи небольшого искателя или же по кругам, разделенным через каждые 5° . Штрихи этих кругов также выложены светящимся веществом и хорошо заметны в темноте. Таким образом все наблюдения могут производиться в полной темноте с сохранением адаптации глаза при максимальных размерах зрачка. Для необходимых записей применяется фонарик подобного же люминисцентного свечения, достаточно яркий для ориентировки в темноте, для смены лент, отсчета часов и т. п.

Тот же фонарик может удобно служить для стандартизации фотометра, т. е. для выражения отсчетов его шкалы в абсолютные единицы, принятые нами, а именно в числе звезд пятой величины на квадратный градус. Для этой цели на фонарик надевается крышка с небольшим круглым отверстием примерно в 2 мм диаметром. На расстоянии в несколько метров это отверстие имеет настоящий звездообразный вид и может легко сравниваться по блеску с различными звездами известной яркости. Рекомендуются оклеить крышку фонарика белой бумагой для того, чтобы искусственная звезда представлялась на фоне примерно той же яркости, как и звезды сравнения. С другой стороны, можно, сняв крышку с отверстием, определить яркость равномерно свящегося дна фонарика при помощи описанного выше фотометра. Вследствие значительной яркости фонарика при этом приходится применять диск Тальбота, уменьшающий яркость в несколько десятков раз. Таким образом этим фонариком можно пользоваться как точечным объектом, сравнивая его со звездами, и как поверхностным объектом, наблюдая его при помощи описанного фотометра. Сопостав-

ление этих наблюдений позволяет выразить шкалу фотометра в указанных выше абсолютных единицах.

Вследствие значительных рефлексов от внутренних стенок тубуса нет, конечно, никакой возможности для суждения об изменении яркости в шкале фотометра применить закон обратных квадратов.

В действительности шкала фотометра оказывается гораздо более полой и притом почти в точности линейной. Поэтому эта шкала была прокалибрована на всем ее протяжении при помощи адаптометра Нагеля в оптической лаборатории Института астрономии и физики АН КазССР.

С этим инструментом производились наблюдения по намеченной мною программе младшим научным сотрудником Института астрономии и физики Н. Б. Дивари на горе Лаптев Курган высотой в 1400 м в 10 км к востоку от селения Талгар (Алма-Атинская область) и на Каменском Плато в 10 км к югу от Алма-Ата на высоте в 1350 м. К сожалению, плохая погода и исключительно сильные возмущения, нарушившие оптическую однородность ионосферы, в значительной мере обесценили июльские наблюдения. В августе установились во всех отношениях более стабильные условия и произведено несколько десятков серий определений яркости ночного неба на разных зенитных расстояниях по возможности в стороне от Млечного Пути и вместе с тем в западном или восточном вертикале. Вычисляя галактические координаты точек наблюдения, можно определить в числе звезд пятой величины на квадратный градус влияние галактической составляющей. Из предосторожности выбирались лишь те серии наблюдений, для которых галактические широты были не меньше 30° . Влиянием зодиакальной составляющей в исследуемых точках неба оказалось возможным пренебречь. Таким образом легко вывести распределение яркости на разных зенитных расстояниях, обусловленное только наличием ионосферы. Сравнивая это распределение с теоретическими кривыми, соответствующими различным эффективным высотам, находим ту кривую, которая на илущ-

шим образом соответствует наблюдениям. В табл. 30 и 31 приводятся наблюдения Н. Б. Дивари и их редукция (дано среднее из ряда серий), а также выведенные значения h , выраженные, как обычно, в единицах радиуса земного шара.

Таблица 30

21 VII		26 VII			27 VII			
z	j	z	j_{app}	red	j	j_{app}	red	j
18°	0.53	18°	1.09	0.55	0.54	1.16	0.44	0.72
38	1.03	28	1.20	0.43	0.77	1.30	0.35	0.95
58	1.21	38	1.45	0.36	1.09	1.41	0.30	1.11
68	1.54	48	1.62	0.31	1.31	1.60	0.27	1.33
78	1.68	58	1.78	0.28	1.50	1.78	0.25	1.53
		68	2.02	0.26	1.76	2.02	0.25	1.77
		78	2.22	0.26	1.96	2.02	0.24	1.78
$h=0.04$		$h=0.035$			$h=0.04$			

30 VIII				31 VIII			
z	j_{app}	red	j	z	j_{app}	red	j
18.5°	1.55	0.48	1.07	—	—	—	—
28.5	1.78	0.38	1.40	28.5°	1.79	0.46	1.33
38.5	1.62	0.32	1.30	38.5	1.81	0.37	1.44
48.5	2.00	0.28	1.72	48.5	1.92	0.32	1.60
58.5	2.23	0.25	1.98	58.5	2.06	0.28	1.78
68.5	2.33	0.25	2.08	68.5	2.28	0.27	2.01
78.5	2.49	0.25	2.24	78.5	2.30	0.26	2.04
$h=0.05?$				$h=0.06$			

[z означает зенитное расстояние наблюдаемой точки первого вертикала, j_{app} — видимую яркость в числе звезд пятой величины на 1 кв. гр, red — поправку за галактическую составляющую, j — истинную яркость ионосферы в относительных единицах.] В среднем находим $h = 0.044$, что соответствует 280 км. Аналогичные наблюдения над распределением яркости на разных зенитных расстояниях в отдельных длинах волн были произведены при помощи небулярного спектрографа аспирантом Института астрономии и физики АН КазССР М. Г. Каримовым. Этот небулярный спектрограф конструкции Леонтовского подробно описан в Бюллетене Астрономического института (теперь Института теоретической астрономии АН СССР) [73]. Коллиматор с длинной щелью имеет светосилу 1/6, камера с оптикой системы Шмидта светосилу 1:1. Перед щелью устанавливалась система призм, позволяющих одновременно фотографировать спектр ночного неба в пяти его точках на разных зенитных расстояниях, от зенита до 78° . Экспозиция производилась на пленках Isopan SS или Isopan F и продолжалась обычно около 10 часов. За это время явственно выходили эмиссионные линии 5577, 6300, 6330 и несколько более слабо натриевая линия 5892. Линии в более преломляемой части спектра оставались неразличимыми. Слабо намечался непрерывный спектр, слегка увеличивая общий фон пленки.

Обычно наблюдатель следил за состоянием погоды, ограничивая экспозицию совершенно ясным небом. Параллельно с этим производилось определение коэффициента прозрачности атмосферы по способу Пикеринга. Поскольку этот способ, основанный на глазомерных оценках, не может дать точных результатов, атмосферная прозрачность определялась еще при помощи ореольного фотометра в утренние часы после ночных наблюдений, как об этом упоминалось выше. Теоретическая интерпретация подобных наблюдений довольно проста, так как влияние галактической и зодиакальной составляющих на эмиссионные линии почти отсутствует и сказывается только в некотором усилении непрерывного

спектра, находящегося на границе различимости. Таким образом можно ограничиться применением только первого члена нашей формулы общей яркости ночного неба. Неоднородность строения ионосферы не могла иметь существенного значения вследствие большой продолжительности экспозиции. Регулярные изменения ее с течением времени также исключались, так как все области неба снимались одновременно. Ниже привожу сводку определений Каримова логарифмов яркости эмиссионной линии 5577 для разных зенитных расстояний.

Таблица 32

Дата	p	p_1	0°	45°	60°	70°	75°	78°	h
1945 26/XI	0.80	0.84	0.00	—	0.170	—	0.215	—	0.040
1945 28/XII	0.81	0.84	0.00	—	0.193	—	0.220	—	0.040
1946 26/II	0.85	0.88	0.00	—	0.199	—	0.250	—	0.043
1946 23/VI	0.85	0.88	0.00	—	0.196	—	0.255	—	0.042
1946 30/VII	0.85	0.88	0.00	0.107	0.176	0.217	0.250	—	0.047
1946 22/VIII	0.82	0.85	0.00	0.093	0.164	0.218	—	0.210	0.044
1946 24/VIII	0.87	0.90	0.00	0.121	0.210	0.276	—	0.310	0.040
1946 1—2/IX	0.84— 0.85	0.87— 0.88	0.00	0.107	0.155	0.255	—	0.258	0.040
1946 4—5/IX	0.82?	0.85	0.00	0.086	0.161	0.176	—	0.199	0.05?

В среднем $h = 0.043$, что соответствует высоте 270 км.

Таким образом оба способа определения дают практически одинаковую высоту, эффективную для светящегося слоя ионосферы. Несмотря на то, что эти определения не могут претендовать на значительную точность, тем не менее можно сказать с полной определенностью, что слой E не имеет отношения к ночному свечению неба и что светящийся слой находится на высоте слоя ионизации F .

Глава четырнадцатая

РАЗДЕЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ СВЕТИМОСТИ НОЧНОГО НЕБА

Простой обзор ночного неба невооруженным глазом показывает, что светимость небесного свода обусловлена тремя различными составляющими: земной атмосферой, яркость которой вследствие увеличения атмосферной массы возрастает к плоскости горизонта, суммарного блеска звезд, образующих нашу галактическую систему, и Зодиакального света, плоскость симметрии которого практически совпадает с эклиптической. При хороших атмосферных условиях и при высоком положении Млечного Пути можно легко заметить, что яркость ночного неба постепенно убывает в обе стороны от него. Яркие галактические облака резко выделяются на темном фоне южного неба, но даже при этих наиболее благоприятных условиях превосходят по яркости область неба около северного полюса мира не свыше 2—3 раз. Такая сравнительно малая контрастность Млечного Пути зависит от того, что на него накладывается весьма интенсивное свечение ионосферы и ее света, рассеянного в нижних атмосферных слоях. Области неба около зенита, вообще говоря, кажутся наиболее темными. По мере приближения к горизонту яркость неба значительно возрастает, так что на зенитном расстоянии 80° яркость примерно в 2 раза больше, чем в зените. Наконец, обычно можно видеть в той или иной форме и Зодиакальный свет, то в виде довольно ярких конусов — восточного перед восходом Солнца или западного вскоре после его захода, то в виде слабого диффузного

свечения в северной части неба, соединяющего оба конуса в направлении на Солнце, то в виде едва различимой расплывчатой полости, пересекающей южную часть неба вдоль зодиакальных созвездий. Каждая из этих составляющих распространяется, как можно думать, на все небо. Явление усложняется еще рассеянием света в нижних атмосферных слоях — тропосфере.

Для суждения о подлинной яркости и характере изофот Зодиакального света необходимо для любой области неба определить ионосферную и галактическую составляющие и вычесть их из наблюдаемой общей яркости. Остаток представит искомое зодиакальное свечение, которое должно быть исправлено за влияние атмосферы. Вообще говоря, можно полагать, что зодиакальная составляющая достаточно заметна только на небольших угловых расстояниях от Солнца и преимущественно в плоскости эклиптики.

В областях неба, удаленных от Солнца, зодиакальное свечение по всей вероятности очень слабо и во всяком случае достаточно равномерно. Это видно из того, что при самых разнообразных условиях яркость неба на одинаковом зенитном расстоянии и примерно при одинаковой галактической широте почти в точности одна и та же.

Задача разделения составляющих свечения ионосферы в любой точке неба очевидно может быть полностью решена, если ее удастся решить для одной какой-либо точки, удобнее всего для полюса мира, где зенитное расстояние и конфигурация звезд всегда одинаковы. Способ, примененный мной для этой цели, заключается в следующем.

Предположим, одновременно наблюдается область Млечного Пути, отличающаяся достаточно однородным фоном и граничащая с темной туманностью. Наиболее удобно взять для этой цели яркое звездное облако в созвездии Щита, которое может наблюдаться в широких пределах зенитных расстояний. Определяем яркость этого облака (Scut. св.), темной туманности рядом с ним (Scut. темн.) и одновременно области неба около небесного полюса (Polaris).

Если бы атмосфера не имела никакого собственного свечения, а только поглощала бы свет, то контрастность между светлыми и темными частями галактики оставалась бы без изменения.

В действительности атмосфера в виде светящейся пелены накладывается на звездные облака Млечного Пути и производит уменьшение контраста, тем большее, чем больше соответствующее зенитное расстояние.

Если в том же направлении имеется Зодиакальный свет, то роль его сводится только к повышению составляющей космического свечения.

Выше было показано, что наблюдаемая яркость ночного неба может быть представлена формулой

$$J = \frac{C(1+h)p_1^{\sec z}}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + j_{gal}p^{\sec z} + red(b, z) + LZp^{\sec z}(1+K).$$

Для области Млечного Пути, где $b=0$, имеем, полагая

$$j_{gal} + LZ = j$$

(j —общая космическая составляющая),

$$J = p j^{\sec z} + \frac{C(1+h)(p+0.03)^{\sec z}}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + red(b, z) + LZp^{\sec z} \cdot K.$$

В первом приближении можно пренебречь зодиакальным свечением, рассеянным тропосферой, т. е. $LZp^{\sec z} K$.

Полагая для сокращения

$$F(z) = \frac{1+h}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}},$$

имеем

$$J = jp^{\sec z} + CF(z)(p+0.03)^{\sec z} + red(b, z).$$

Применяя это выражение для Scut. св. (j_1) и Scut. темн. (j_2), находящихся на одинаковом зенитном расстоянии z , и вычитая одно из другого, находим

$$J_1 - J_2 = (j_1 - j_2)p^{\sec z}.$$

Остальные члены исключаются. Из совокупности этих уравнений можно найти показатель прозрачности p . Этот способ очень удобен и может быть надежно применен при условии, что свойства подстилающей поверхности одинаковы в различных азимутах. Вследствие южного положения Scutum азимут его меняется в широких пределах, между кульминацией на юге и заходом на юго-западе. Если по мере перемещения к западу и одновременном опускании наблюдаемого объекта прозрачность атмосферы уменьшается, то прямая линия, определяемая координатами $x = \sec z$ и $y = \lg(J_1 - J_2)$, располагается более круто по отношению к оси x -ов и это соответствует большему значению $\lg p$ и, следовательно, меньшей прозрачности атмосферы. Итак, неоднородность оптических свойств атмосферы по азимуту может повести к фиктивному значению ее прозрачности. То же самое можно сказать и относительно определения p по интенсивности солнечной радиации на различных зенитных расстояниях путем применения обычной формулы Бугера. Нечто подобное может иметь место в окрестностях Алма-Ата, где юг закрыт двойным хребтом высоких снеговых гор, над которыми прозрачность атмосферы несомненно выше среднего. Вся северная половина горизонта занята тусклой пустыней, затянутой обычной дымкой. Изменение погоды обычно происходит путем вторжения воздушных масс из северо-западного угла горизонта.

Таким образом можно опасаться, что применение этого способа к Млечному Пути в условиях Алма-Ата может дать пониженное значение атмосферной прозрачности, не соответствующее действительности. Определение p лучше, быть может, производить при помощи фотометрических наблюдений над звездами, азимут которых при восходе или заходе меняется лишь в узких пределах, например α Aurigae или α Bootis.

Пусть, однако, тем или иным путем сделано определение p с точностью примерно до 1% для ночи наблюдения. В таком случае в уравнение

$$I = \text{red}(z) = jp^{\sec z} + CF(z)(p + 0.03)^{\sec z}$$

войдут лишь две неизвестные величины j и C , которые и могут быть определены из совокупности наблюдений на разных зенитных расстояниях.

Величина j остается постоянной и может быть определена раз навсегда, если наблюдения производятся в одних и тех же единицах яркости, например в числе звезд пятой величины на 1 квадратный градус. В таком случае, найдя j для дней с особо хорошими атмосферными условиями, можно определить неизвестную C для всех остальных дней наблюдения, для которых величина p не может быть определена с достаточной точностью.

Величина атмосферной составляющей около полюса мира будет

$$CF(z_0)(p + 0.03)^{\sec z},$$

где

$$z_0 = 90^\circ - \varphi.$$

Наблюдаемая яркость в этой области J_z зависит от всех трех составляющих ночного свечения. Как было указано ранее, яркость галактической составляющей вне атмосферы вблизи полюса в числе звезд пятой величины на квадратный градус равна

$$j_0 = 0.399 \sim 0.4.$$

Наблюдаемая галактическая составляющая есть

$$j_0 p^{\sec z} + \text{red}(b, z_0).$$

Величина $\text{red}(b, z_0)$, т. е. поправка к галактической составляющей, за рассеяние света в тропосфере может быть вычислена по таблицам, приведенным выше, применительно к значению p . Например, для $p = 0.85$ и $z_0 = 47^\circ$ (Алма-Ата) имеем

$$j_0 p^{\sec z} + \text{red}(b, z_0) = 0.38.$$

Любопытно, что свечение неба вблизи Polaris, обусловленное наличием галактической составляющей, практически

не зависит от атмосферного поглощения и может быть принято во всех случаях равным 0.37—0.38. Так, например, имеем:

Показатель прозрачности p	Видимая галактическая составляющая вблизи полюса мира $j_0 p^{\sec z} + \text{red}(b, r_0)$
0.77	$0.272 + 0.086 = 0.36$
0.80	$0.289 + 0.080 = 0.37$
0.83	$0.304 + 0.071 = 0.37$
0.86	$0.321 + 0.061 = 0.38$

Яркость Зодиакального света около полюса мира равна, очевидно,

Зод. св. $= J_0 - CF(z_0)(p + 0.03)^{\sec z_0} - j_0 p^{\sec z_0} - \text{red}(b_0, z_0)$,
т. е.

$$\text{Зод. св.} = J_0 - CF(z_0)(p + 0.03)^{\sec z_0} - 0.37.$$

Этот вывод сделан в предположении, что можно пренебречь долей зодиакального свечения, рассеянного в нижних атмосферных слоях.

Заметим, что найденная величина зодиакального свечения представляет видимый Зодиакальный свет около полюса мира, т. е.

$$\text{Зод. св.} = (LZ_0) p^{\sec z_0} (1 + K),$$

где K , как и ранее, означает долю тропосферной составляющей и приводится нами в таблице для разных значений p (см. стр. 193). Первый член $(LZ_0) p^{\sec z_0}$ входит в общую космическую составляющую j , второй член $(LZ_0) p^{\sec z_0} K$ представляет дополнительную поправку к наблюдаемым яркостям J . Решая уравнения

$$J - \text{red}(b_0, z) - (LZ) p^{\sec z} K = j p^{\sec z} + CF(z)(p + 0.03)^{\sec z},$$

где все величины в левой части известны, определяем неизвестные j и C во втором приближении. Этот процесс

последовательных приближений можно продолжить до тех пор, пока новые значения j и C не будут больше отличаться от предыдущих.

Этот общий метод разделения составляющих основан на предположении, что распределение ионосферной яркости описывается функцией $F(z)$ и не зависит от времени в течение данной ночи. Последнее предположение оправдывается далеко не всегда. Предположим, что для каждого момента времени можно найти из наблюдений общую яркость ночного неба около полюса. Пусть, кроме того, данная ночь характеризуется постоянной прозрачностью p . Следовательно изменение зависит исключительно от ионосферной составляющей около полюса, так что

$$J_0(t) - J_0(t_0) = \frac{(1+h)(p+0.03)^{\sec z_0} [C(t) - C(t_0)]}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z_0}}.$$

Во всякой другой точке неба изменение этой составляющей с течением времени выражается очевидно формулой

$$\frac{[J_0(t) - J_0(t_0)] F(z) (p+0.03)^{\sec z - \sec z_0}}{F(z_0)}.$$

Если эту величину вычесть из значения $J(t)$, то наблюдения будут редуцированы к моменту t_0 и изложенный выше метод может быть применен.

Итак, в случае переменной яркости ионосферы, контролируемой у полюса мира, уравнения, служащие для разделения составляющих, будут

$$\begin{aligned} J - \text{red}(b, z) - LZp^{\sec z} K - \\ - [J_0(t) - J_0(t_0)] \frac{F(z)}{F(z_0)} (p+0.03)^{\sec z - \sec z_0} = \\ = jp^{\sec z} + CF(z)(p+0.03)^{\sec z}. \end{aligned}$$

Нужно, однако, заметить, что на практике редукция к одному и тому же моменту t_0 может не всегда привести

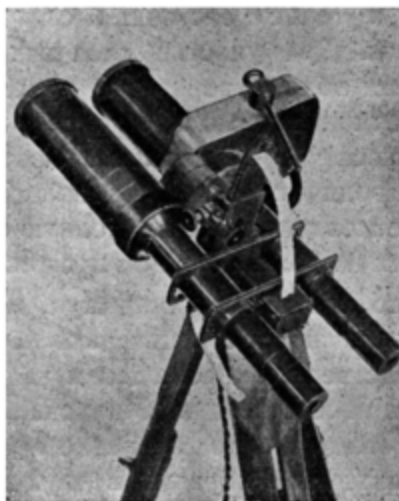
Действительно, эта редукция предполагает, что распределение яркости ионосферы с зенитным расстоянием остается одинаковым и лишь коэффициент пропорциональности C зависит от времени. Это могло бы иметь место лишь в случае достаточно малой высоты ионосферы. В действительности, высота слоев свечения ионосферы оказалась порядка 300 км. Поэтому луч зрения под углом к нормали в 75° встречает светящийся слой в точке, отстоящей от наблюдателя примерно на 1200 км. Два участка слоя видимых в противоположных азимутах вблизи горизонта находятся один от другого на расстоянии в несколько тысяч километров. Если свечение ионосферы обусловлено потоками заряженных частиц, производящих явление аналогичное полярным сияниям, то нет основания ожидать полную однородность в подобных потоках на столь большом протяжении.

По крайней мере известно, что облака корпускул, производящих магнитные бури, отличаются сравнительно небольшим протяжением. Непосредственные наблюдения над свечением ионосферы, производимые Эльви на Макдональской обсерватории, показывают, что зачастую изменение яркости со временем происходит различным образом в двух областях неба, даже не особенно удаленных одна от другой. То же самое мне приходилось констатировать в Алма-Ата при наблюдении Scut. св., Scut. темн. и Polaris. В ряде случаев изменение яркости в области Polaris не соответствовало изменению яркости звездного облака и темной прогаллины в Scutum, которые, однако, изменялись в одинаковом смысле.

Вследствие изложенного предпочтительнее пользоваться ночами без заметных нарушений однородности свечения ионосферы и в частности по возможности с постоянной яркостью неба около полюса мира.

Применительно к описанному методу мною были произведены наблюдения над Scut. св., Scut. темн. и Polaris в окрестностях Алма-Ата в осенние месяцы, когда Млечный Путь расположен наиболее благоприятно.

В 1945 г. наблюдения велись на территории Ботанического сада АН КазССР, в местности, отдаленной от гор и покрытой густой растительностью; в 1946 г. — на горной астрономической станции, находящейся на 10 км к югу от Алма-Ата, значительно ближе к снеговым вершинам Заилийского Алатау. Основным инструментом служил фотометр моей



Биноккулярный радиоактивный фотометр.

конструкции с несколькими сменными площадками, покрытыми составом постоянного свечения, служившими в качестве источника света.

Состав постоянного свечения представлял сернистый цинк, очувствленный радиоактивной субстанцией в таком небольшом количестве, что яркость состава лишь немного превосходила наиболее плотные звездные облака Млечного Пути.

Как известно, яркость этого состава почти совершенно не зависит от температуры, а также от влажности [74].

Поэтому применение этого состава представляет большие преимущества перед обычной электрической лампочкой, питаемой аккумуляторами и контролируемой амперметром. Недостатком светосоставов является только их медленное высвечивание с течением времени, вследствие чего необходимо производить каждую неделю, и во всяком случае каждый месяц их стандартизацию. В нашем случае стандартизация должна служить также и для того, чтобы все определяемые яркости выражались в числе звезд пятой величины на квадратный градус.

Свет от площадки сравнения проходил через фотометрический клин, представляющий серую клиновидную полоску из окрашенного желатина, заклеенную канадским бальзамом между плоскими стеклянными пластинками.

Подобный клин, какова бы ни была тщательность изготовления, не может быть вполне правилен и, следовательно, не может характеризоваться определенной постоянной. На

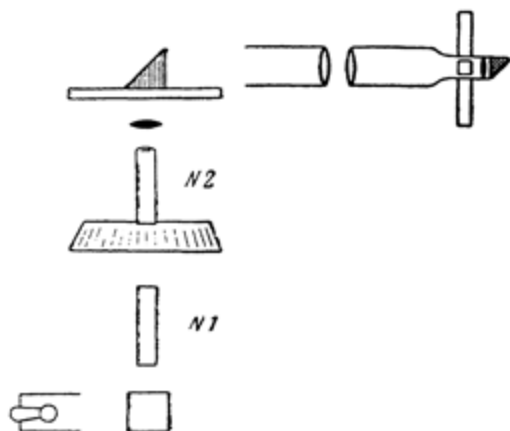


Рис. 11. Схема установки исследования клина радиоактивного фотометра.

его тонком краю неизбежно получаютс натеки желатина, вследствие чего прозрачность подобного клина, изменяясь, вообще говоря, по экспоненциальному закону, доходит до максимума вблизи от края, а затем снова начинает убывать. Во всяком случае желатиновые клинья необходимо исследовать на всем их протяжении и притом в рабочих условиях. Для этой цели удобно пользоваться адаетометром Нагеля, применяемым для исследования порога чувствительности ретины. В этом инструменте осуществляется достаточно большая поверхность сравнения, яркость которой меняется в очень широких пределах при помощи „кошачьего глаза“ и ряда дополнительных приспособлений. Мною применялись другие способы для исследования шкалы фото-

метрического клина. Наиболее удобный способ, с которым мною сделано наибольшее количество измерений, заключается в следующем.

Свет от маленькой электрической лампочки, питаемой аккумуляторами и контролируемый потенциометром, падает на посеребренную площадку призмы Луммера и в виде тонкого пучка отражается под прямым углом в направлении оптической оси двух николей, поставленных один на продолжении другого. Первый николю N_1 неподвижен, второй N_2 связан с разделенным кругом, позволяющим определять угол между плоскостями поляризации обоих николей. Далее вышедший пучок проходит через сильную собирающую линзу и зеленый шоттовский фильтр из шлифованного стекла. Это стекло монтировано горизонтально. На него положена небольшая призма полного внутреннего отражения, которое отбрасывает свет в коллиматор. Через объектив коллиматора выходит параллельный пучок света, полностью покрывающий весь объектив фотометра с клином, подлежащим исследованию. Поворотом николя яркость входящего пучка меняется в определенном отношении. Наблюдения ведутся при различных установках клина, который, таким образом, может быть приведен в соответствие с поляризационной шкалой на всем своем протяжении. Для повышения точности наведений применялась наиболее яркая люминисцентная площадка, ярче обычной в 11.7 раз, но того же самого явно зеленого цвета. При ночных наблюдениях, когда применяется обычная площадка сравнения, различие в цвете с фоном неба совершенно не чувствуется. При исследовании шкалы клина, вследствие значительного увеличения яркости поля зрения, приходилось компенсировать различие в цвете с лампочкой при помощи зеленого фильтра. Схема описанной установки приведена на рис. 11.

Исследование клина было сделано четырьмя различными лицами, глаза которых предварительно адаптировались на полную темноту. Оказалось, что в пределах отсчетов шкалы от 26 до 80 ход изменения яркости клином может быть

представлен обычной формулой

$$\lg J = C - KS,$$

где постоянная клина K равна 0.0175, если S выражается в миллиметрах. Это соответствует 0.438 зв. вел. на 1 см.

В пределах от $S = 6$ до 26 мм кривая яркости имела другой ход и была представлена вспомогательной эмпирической таблицей. Результаты исследования клина представлены на рис. 12 (по оси x -ов отложены отсчеты шкалы S , по оси ординат — $\lg J$).

Опишем оптические особенности радиоактивного фотометра, предназначенного для визуальных определений яркости

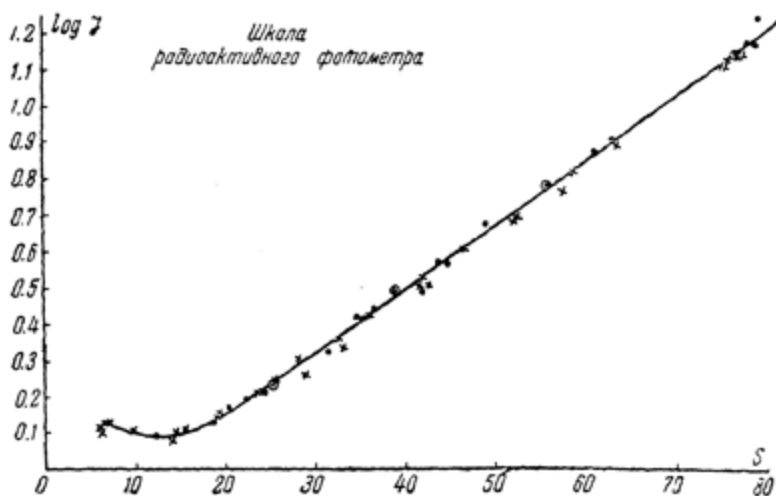


Рис. 12. Шкала радиоактивного фотометра.

ночного неба (рис. 13). Объектив представляет простое очковое стекло и имеет диаметр 40.6 мм и фокусное расстояние 215 мм. Окуляр, представляющий склеенную ахроматическую линзу, имеет фокусное расстояние в 37 мм с диаметром в 18 мм. Окулярное окно имеет в диаметре 8 мм, что превышает зрачок человеческого глаза даже при полной адаптации на

темноту. Таким образом при наблюдении фона неба или звездных облаков Млечного Пути не происходит потери



Рис. 13. Схема радиоактивного фотометра.

света в оптике за исключением неизбежного поглощения в ее толще и отражения от поверхности линз, что в совокупности не должно превышать 20%. Окулярная линза фокусируется на посеребренную площадку призмы Луммера. Эта площадка представляет в проекции квадрат, сторона которого равна 2 мм.

Поверхность постоянного свечения расположена в небольшой боковой трубке на расстоянии в 32 мм от оптической оси фотометра и ограничена диафрагмой около 8 мм в диаметре. Свет от нее, отражаясь от посеребренной площадки призмы Луммера, проходит в окуляр и образует выходной пучок диаметром, заведомо большим 8 мм, т. е. полностью покрывающим зрачок глаза наблюдателя. Глаз помещается в месте окулярного зрачка на расстоянии 45 мм от окулярной линзы. Фотометрический клин в своей оправе находится почти в непосредственной близости от призмы Луммера, насколько это удалось сделать по техническим условиям, и снабжен простым регистрационным приспособлением, позволяющим наносить отметки на наложенной на него бумажной ленте. В журнале наблюдений отмечаются лишь объекты наблюдений и соответствующее время, отсчеты же регистренных лент производятся обычно лишь на следующий день. Это обеспечивает полную объективность наблюдателя.

Фотометр montирован на азимутальный штатив. Разделенный круг имеет отметки через 10° , выложенные светящейся

субстанцией и хорошо видимые в темноте. Отсчеты установки производятся до 1° . Важной задачей является стандартизация прибора, которая, как указывалось ранее, должна повторяться по крайней мере раз в месяц. Вследствие значительной трудности стандартизации таких слабых яркостей было принято проводить нужные для этой цели измерения каждый раз, когда для этого представляется возможность.

Можно применить различные способы стандартизации, которые кратко здесь охарактеризуем. Наиболее прямой способ заключается в том, что объектив смещается с фокуса настолько, чтобы получить внефокальное изображение звезды площадью в несколько квадратных градусов. Это изображение для звезд 2—3-й величины примерно раз в 10 превосходит по яркости фон неба и может легко фотометрироваться при помощи наиболее яркой люминисцирующей площадки. Оценки яркости соседнего фона неба производятся при помощи обычной рабочей люминисцирующей площадки. Для определения диаметра внефокального изображения регистрируется продолжительность его прохождения при неподвижном инструменте через фиксированную точку в поле зрения, в качестве которой может быть выбран угол площадки сравнения в призме Луммера. Для этой цели следует пользоваться наиболее яркими звездами, например α Aquilae, расположенными по возможности ближе к меридиану.

Пусть j_1 — яркость внефокального изображения, т. е. звезда плюс фон, и j_2 — яркость соседнего фона неба. Пусть звездная величина звезды, выбранной для стандартизации, есть m . Пусть, наконец, p — показатель прозрачности атмосферы в момент наблюдения, z — зенитное расстояние звезды, ω — площадь ее внефокального изображения, выраженная в квадратных градусах. Отношение яркости звезды к фону есть, очевидно,

$$\frac{j_{\text{зв.}}}{j_{\text{фон}}} = \frac{j_1}{j_2} - 1. \quad (20)$$

Яркость внефокального изображения звезды, как она наблюдалась бы через поглощающую атмосферу при отсутствии

налагающегося фона неба, в числе звезд пятой величины на 1 кв. градус есть

$$зв. = \frac{2.512^{5-m} p^{\sec z}}{\omega}.$$

Следовательно, яркость фона неба, соответствующего отсчету s_ϕ по шкале фотометра, будет равна на основании формулы (20)

$$\text{фон} = \frac{2.512^{5-m} p^{\sec z} j_2}{\omega(j_1 - j_2)}.$$

Это определяет яркость, выраженную в абсолютных звездных единицах, соответствующую определенному отсчету фотометрического клина, что решает поставленную задачу.

Этот способ достаточно точен и легок в применении, но предполагает, что внефокальное изображение вполне равномерно. Поскольку это не имеет места, необходимо провести исследование распределения яркости на протяжении внефокального изображения. Пусть это распределение представляется функцией $f(r)$. Предыдущие рассуждения относятся к однородному диску, т. е. к его средней яркости j_m

$$j_m = \frac{k \int f(r) r dr}{\int r dr},$$

k — коэффициент пропорциональности.

Если фактически наблюдаемая яркость внефокального изображения j_r на расстоянии r от его центра, то

$$j_m = j_r \frac{\int f(r) r dr}{f(r) \int r dr}.$$

В нашем случае редукция к равномерному диску составляет в шкале фотометра $\Delta s = +7.2$ мм при фотометрировании центра изображения, и только $\Delta s = +1.8$ мм при фотометрировании его средней части при $r = 0.5$, как это обычно

производилось при наших наблюдениях. Столь значительная неоднородность внефокального изображения обусловлена, конечно, тем, что объектив состоит из простой линзы во избежание излишних потерь света.

Другой способ стандартизации, весьма удобный с фотометрами любой конструкции, заключается в применении люминисцентного экрана, покрывающего дно цилиндрической коробки.

Яркость этого экрана может измеряться при помощи фотометра, причем может встретиться необходимость предварительно ослабить ее вращающимся диском с известным секторным прорезом. Закрыв эту коробку крышкой с небольшим отверстием, порядка 2 мм диаметром, можно получить практически точечный источник света — искусственную звезду, — яркость которого будет меняться обратно пропорционально расстоянию до глаза наблюдателя.

При обычной яркости светосоставов можно достигнуть равенства блеска искусственной звезды и звезды сравнения второй или третьей звездной величины на расстоянии коробки в 1—2 м.

Зеленоватый цвет искусственной звезды едва различим и не мешает производить уверенные сравнения со звездами типа А. Большую помеху представляет то обстоятельство, что светящееся отверстие рисуется на темном фоне крышки в отличие от естественной звезды, на которую накладывается достаточно светлый фон ночного неба. Для устранения этого неудобства следует обклеить крышку с наружной стороны белой бумагой и в случае надобности производить небольшое подсвечивание посторонним источником света, так чтобы сама крышка практически сливалась с фоном ночного неба в данном направлении.

Пусть L — яркость люминисцентного состава, покрывающего дно коробки, т. е. поток радиации, испускаемый единицей поверхности в единицу телесного угла; ρ — радиус отверстия в дне коробки; l — расстояние ее от наблюдателя, при котором искусственная звезда кажется одинаковой по яркости со звездой сравнения величины m при зенитном расстоянии и

Требуется выразить яркость L в числе звезд пятой величины на 1 кв. градус.

Яркость L численно равна освещенности, производимой на нормально поставленной поверхности площадью экрана размером в один стерadian. Отверстие в крышке производит на расстоянии l освещенность

$$L \frac{\pi \rho^2}{l^2}.$$

Звезда m -й величины произведет со своей стороны в указанных выше единицах освещенность, равную

$$2.512^{5-m} p^{\sec z},$$

где p — показатель прозрачности атмосферы (влияние фона предполагается исключенным).

По условиям наблюдений

$$\frac{L \pi \rho^2}{l^2} = 2.512^{5-m} p^{\sec z},$$

откуда находится L в числе звезд пятой величины на один стерadian.

Рассчитывая на квадратный градус, будем иметь

$$L = \frac{2.512^{5-m} p^{\sec z}}{\pi \rho^2} l^2 \left(\frac{\pi}{180} \right)^2.$$

Если, например, $\rho = 1$ мм и $l = 1000$ мм, то при равенстве блеска со звездой третьей величины

$$L = \frac{6 \cdot 10^6}{3} \cdot \frac{0.6}{3600} = 400.$$

При этих условиях яркость экрана примерно в сто раз больше ночного неба и потому для удобства наблюдения с радиоактивным фотометром необходимо ее ослабить при помощи вращающегося диска примерно в 10—15 раз.

Из этих наблюдений выражаем отсчеты шкалы S в числе

звезд пятой величины на квадратный градус, чем и достигается необходимая стандартизация. Насколько мне известно, этот способ был впервые применен учеником Каптейна Интема [75] в 1908 г. при исследовании яркости ночного неба.

Третий способ стандартизации еще более прост и требует наблюдений без помощи объектива, вместо которого помещается диафрагма, вырезающая определенный телесный угол ω небесного свода. Звезда известного блеска наблюдается просто через слабый окуляр фотометра, причем производится фотометрирование кружка рассеяния изображения звезды по сравнению с окружающим фоном неба. Мы имеем в данном случае полную аналогию с первым методом стандартизации, причем расчеты могут производиться по формуле того же вида

$$\frac{2.512^{5-m} p^{\sec z}}{\omega \cdot \text{фон}} = \frac{j_1}{j_2} - 1.$$

Можно, однако, показать, что этот способ крайне невыгоден в применении его к звездам, так как контраст между кружком рассеяния на сетине и общим фоном неба будет ничтожно мал даже в случае ярких звезд.

Определим радиус кружка рассеяния. Пусть окуляр непосредственно примыкает к зрачку. Если F_1 — фокусное расстояние окуляра и F_2 — зрачка, то фокусное расстояние сопряженной линзы — окуляр + зрачок будет

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}.$$

Обозначая через d радиус зрачка и считая, что расстояние сетины до зрачка равно его фокусному расстоянию F_2 , находим для радиуса ρ кружка рассеяния

$$\rho = d \frac{F_2 - F}{F}$$

или

$$\rho = d \frac{F_2}{F_1}.$$

Следовательно, угловая площадь кружка рассеяния будет

$$\omega_1 = \frac{\pi \rho^2}{F_2^2} = \frac{\pi d^2}{F_1^2}.$$

Яркость кружка рассеяния равна общему количеству света, поступающему от звезды в зрачок и деленному на угловую площадь ω , т. е.

$$L \pi d^2 : \frac{\pi d^2}{F_1^2} = L F_1^2,$$

где L — освещенность от наблюдаемой звезды m -й величины.

Легко видеть, что эта яркость остается без изменения и при другом положении глаза относительно окуляра. Так, например, если зрачок находится в главном фокусе окуляра, то общее количество света, поступающее от звезды, будет

$$L \pi R^2 \quad (R — радиус окуляра).$$

Угловые размеры окулярной линзы при указанном положении глаза будут

$$\Omega = \frac{\pi R^2}{F_1^2}$$

и потому искомая яркость будет, как и раньше,

$$\frac{L \pi R^2}{\Omega} = L F_1^2.$$

Определим яркость фона. Диафрагма вырезывает участок телесного угла

$$\omega = \frac{\pi r^2}{l^2} \quad (r — радиус диафрагмы, l — длина трубки).$$

Если L_ϕ — освещенность от единицы телесного угла неба, то окуляр получит количество света

$$\omega L_\phi \pi R^2.$$

Все это количество света пройдет в зрачок глаза и обусловит равномерное свечение окуляра, телесный угол которого есть

$$\frac{\pi R^2}{F_1^2}.$$

Следовательно, яркость фона в этом случае ($\rho < d$) есть

$$L_{\phi} \frac{\pi r^2}{l^2} \pi R^2 : \frac{\pi R^2}{F_1^2}$$

или

$$L_{\phi} \pi \rho_1^2.$$

В таком случае отношение звезда/фон будет

$$\frac{L}{L_{\phi}} \frac{r^2}{\pi r^2} \quad \rho_1 < d.$$

Если, с другой стороны, $\rho_1 \geq d$, то это отношение будет

$$\frac{L}{L_{\phi}} \cdot \frac{F_1^2}{\pi d^2}.$$

Не трудно видеть, что этот способ мало практичен даже в случае очень слабых окуляров. Так, например, в нашем случае

$$F_1 = 3.5 \text{ см}, \quad d = 0.4 \text{ см}, \quad \frac{F_1^2}{\pi d^2} \approx 20.$$

Яркость ночного неба равняется примерно 2—3 зв. пятой величины на 1 кв. градус или примерно 10 000 на стерадиан. Поэтому даже для звезд 0-й величины

$$\frac{L}{L_{\phi}} \approx 0.01.$$

а потому

$$\frac{\text{яркость звезды вне атмосферы}}{\text{яркость фона неба}} \approx 0.2.$$

Таким образом даже в случае самых ярких звезд контрастность между их изображением и окружающим фоном

оказывается ничтожно малой. Точные измерения оказываются невозможными.

В случае фотометра описанного выше устройства подобный способ не применим по принципиальным причинам. Действительно, этот способ предполагает существенным образом, что весь свет от фона неба, ограниченного диафрагмой, проходит внутрь зрачка ($\rho < d$), как это имеет место со светом звезды сравнения.

Если этого нет, т. е. если $\rho > d$, то яркость фона неба по необходимости будет зависеть от размеров зрачка, а яркость изображения звезды останется от него независимой. Изменчивость зрачка поэтому не исключается, и фотометрические измерения оказываются невозможными.

Если же осуществить условие $\rho < d$, не стесняясь потерей света, то это не будет соответствовать устройству нашего фотометра, в котором выходные зрачки как от объектива, так и от источника сравнения, заметно превосходят размеры зрачка глаза.

Последний способ стандартизации нашего фотометра был применен А. А. Калиняком, но по вышеуказанным причинам не привел ни к каким результатам.

Многую преимущественно применялся первый способ стандартизации — внефокальных изображений. В результате для каждого периода наблюдений можно было вывести абсолютную шкалу радиоактивного фотометра. Так, например, в октябре 1945 г. отсчету шкалы $S=40$ соответствовала яркость в 2.14 наших единиц, а в начале июля 1946 г. — 1.74. Это изменение весьма невелико. Нужно, однако, заметить, что площадка с составом постоянного действия, примененная в фотометре, выдерживалась в течение нескольких лет.

Перейдем к задаче разделения составляющих свечения ночного неба. Наблюдения в октябре 1945 г. производились при совершенно ясной погоде, но после периода длительной засухи, когда нижние слои земной атмосферы давали огромные околосолнечные ореолы и Солнце, приближаясь к горизонту, почти переставало быть видимым. Повидимом

прозрачность атмосферы, которая не могла быть высокой днем, неизменно повышалась в течение ночи. Это можно было, например, констатировать по восходу узкого серпа луны в предрассветные часы. Вначале из-за горных хреб-

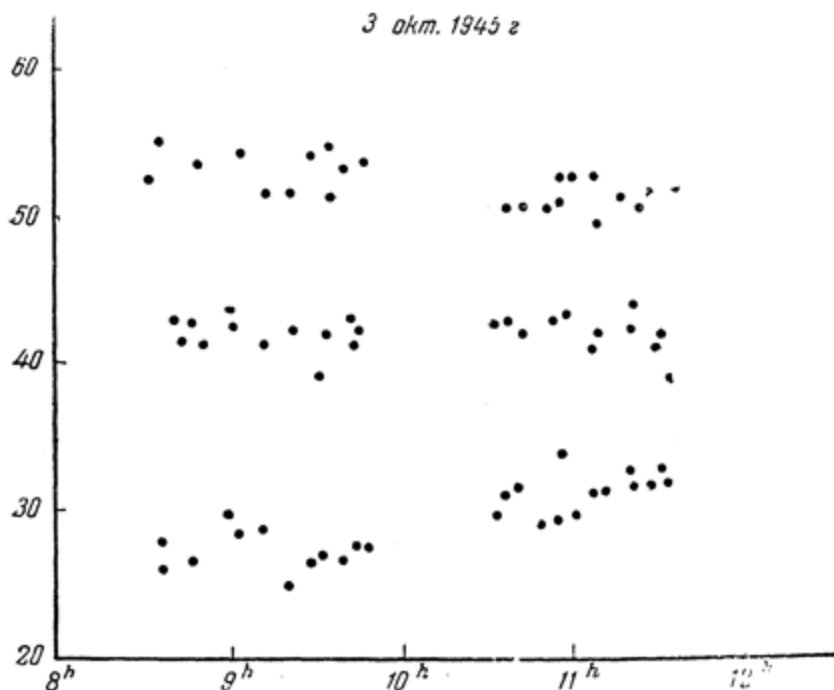


Рис. 14. Наблюдения 3 октября 1945 г.

тов показывалась неосвещенная часть лунного диска, слабо светящаяся пепельным светом, затем появлялся блестящий серп. Это указывало на большую прозрачность воздуха над горными хребтами и общее улучшение состояния атмосферы по сравнению с дневными условиями.

Заметим еще, что большие околосолнечные ореолы не означают обязательно плохую прозрачность, которая обуславливается общим объемом индикатрисы рассеяния.

Характерным свойством Средней Азии является хорошая видимость в стороне, противоположной Солнцу, но плохая видимость в направлении на Солнце.

Прежде всего из наблюдений над Scut. св., Scut. темн. и Polaris находим показатель прозрачности p .

На рис. 14 представлены наблюдения, произведенные 3 октября 1945 г.

На оси абсцисс нанесено время по рабочим часам (поправка их была $-8^m 45^s$), по оси ординат — отсчеты шкалы фотометра в миллиметрах. Область Scut. св. представляла наиболее яркое и однородное звездное поле ($\alpha = 18^h 50^m$, $\delta = -7^\circ$), легко находимое по конфигурации телескопических звезд.

Scut. темн. ($\alpha = 18^h 40^m$, $\delta = -6^\circ$) бралась в наиболее темной части прогалины к западу от первого объекта.

Ниже приводится следующая система уравнений вида

$$\lg(j_1 - j_2) + \sec z \lg p = \lg(J_1 - J_2).$$

Коэффициенты отсчитывались по усредненным кривым через каждые 30^m .

$\lg(j_1 - j_2) + 1.662$	$\lg p = 0.2304$
1.788	0.1987
1.982	0.1847
2.265	0.1644
2.693	0.1038
3.440	0.0414
4.856	-0.0506

Отсюда нормальные уравнения

$$\begin{aligned} 7 \lg(j_1 - j_2) + 18.686 \lg p &= 0.8728 \\ 18.686 \lg(j_1 - j_2) + 57.689 \lg p &= 1.6529 \end{aligned}$$

Решение их дает

$$j_1 - j_2 = 0.356; \lg p = -0.0866$$

и, следовательно,

$$p = 0.82.$$

Решение определяется преимущественно точками вблизи горизонта, где всегда может быть сомнение относительно однородности атмосферы. Отбрасывая последнее условное уравнение, находим

$$p=0.78.$$

Если, напротив, отбросить первое уравнение, сохранив все остальные, то

$$p=0.824.$$

Производя графическое решение, в котором лучше распределяется относительный вес отдельных наблюдений, находим

$$p=0.813.$$

Окончательно принимаем $p=0.82$. Если бы это значение прозрачности атмосферы точно удовлетворяло условные уравнения, то при разделении составляющих можно одинаково пользоваться наблюдениями или над светлым звездным облаком, или же над темной прогалиной. Условные уравнения, служащие для разделения составляющих, имеют вид:

j	$0.720 + C$	$1.176 = 1.89$	j	$0.587 + C$	$1.383 = 1.93$
	0.702	$1.218 = 1.89$		0.506	$1.388 = 1.89$
	0.675	$1.274 = 1.94$		0.382	$1.253 = 1.96$
	0.639	$1.333 = 1.93$			

При этом было принято $h=0.05$. Атмосферная составляющая представляется обычным выражением

$$\frac{C(1+h)(p+0.03)^{\sec z}}{V(1+h)^2 - \sin^2 z}.$$

Небольшое изменение яркости неба около полюса не принималось во внимание. Решение дает в среднем

$$C=0.95,$$

откуда атмосферная составляющая для полюса ($z=47^\circ$) будет 1.045.

Поскольку фактически наблюдаемая яркость около полюса составляет около 1.30, а звездная составляющая в той же области 0.37, мы видим, что на долю Зодиакального света не остается ровно ничего.

Для ночей 6 и 7 октября показатель прозрачности по Млечному Пути получается, без сомнения, слишком мал, а именно равным 0.79 и 0.74. Это приводит к непомерно большому значению атмосферной составляющей около полюса, которое превосходит всю наблюдаемую величину. Если принять для этих дней повышенное значение прозрачности $p=0.82$, одинаковое с 3 октября, то получаем гораздо более разумные результаты. Однако и в этом случае Зодиакальный свет около полюса мира отсутствует. Результаты можно улучшить при более строгой обработке, например при учете галактического диффузного света, однако характер их, без сомнения, останется без изменения.

Наблюдения 1945 г. не являются вполне надежными вследствие посредственных атмосферных условий и вероятной изменчивости прозрачности в течение ночи.

В 1946 г. атмосферные условия были несравненно лучше. Большую часть лета проходили дожди с небольшими интервалами сухой и ясной погоды. Кроме того, наблюдения производились на горной площадке Института астрономии и физики АН КазССР на высоте 1350 м, т. е. примерно на 600 м выше наблюдательной площадки 1945 г. Наблюдения над теми же участками Млечного Пути — Scut. св., Scut. темн. и областью неба около полюса мира велись в течение августа 1946 г., обычно начиная с наиболее южного положения Scutum и почти вплоть до его захода. Обычно констатировалось, что яркость звездного облака медленно возрастает по мере увеличения зенитного расстояния или приблизительно остается постоянной, достигает некоторого максимума, после чего начинает быстро убывать. Для темной прогалины Scut. темн. это возрастание яркости с зенитным расстоянием выражено всегда довольно резко. В этом проявляется существование светящейся атмосферной пелены,

интенсивность которой, согласно нашей теории, следует формуле $CF(z)(p + 0.03)^{\sec z}$.

Если бы обе площадки — яркая и темная, наблюдались одновременно в течение всей ночи на одинаковом зенитном расстоянии, то атмосферное свечение было бы полностью исключено при составлении разностей $J_1 - J_2$, независимо от ее колебаний с течением времени. В нашем случае, вследствие увеличения наклонности параллели, обе площадки наблюдаются на разных z . По совокупности всех наблюдений проводим средние кривые и по ним снимаем отсчеты фотометра S_1 , S_2 , относящиеся к одинаковым зенитным расстояниям, но несколько к различным моментам времени. Это обстоятельство, однако, не имеет существенного значения.

Определение p , произведенное согласно формуле

$$J_1 - J_2 = (j_1 - j_2) p^{\sec z},$$

приведено в следующей таблице:

1946 г.	p	Примечания
7—8 августа	0.78	8 августа утром вполне ясно.
23—24 августа	0.82	
24—25 августа	0.74	Горизонт мутный на западе севере
25—26 августа	0.81	
31 авг.—1 сентября	0.81	Ясно; на севере дымовая полоса.
1—2 сентября	0.84	

Эти результаты были получены графически путем проведения прямых, наилучшим образом представляющих координаты $y = \lg(J_1 - J_2)$ и $x = \sec z$ или точнее атмосферные массы m_z . Эти атмосферные массы, представляющие возрастание оптической толщи с зенитным расстоянием, можно с достаточной точностью вычислять при помощи ряда

$$m_z = \sec z (1 + h_0) - \frac{1}{2} \sec^3 z (2h_0 + 6h_0^2 - 6h_0^3) + \\ + \frac{3}{8} \sec^5 z (8h_0^2 + 48h_0^3 + 120h_0^4 + 120h_0^5) + \dots,$$

где h_0 означает высоту однородной атмосферы, радиус земного шара принят за единицу. В случае чисто газовой атмосферы, строение которой определяется барометрической формулой, h_0 очень близка к 8 км. Однородная высота реальной атмосферы, поглощение которой определяется в значительной мере также аэрозолями, должна быть, очевидно, меньше, поскольку аэрозоли связаны с более низкими слоями. Если $h_0 = 0$, то

$$m_z = \sec z,$$

и это не может быть далеко от истины и в общем случае вплоть до $z = 75^\circ$.

Значения p , определенные по Млечному Пути, нельзя, однако, считать реальными. Не подлежит сомнению, что большая прозрачность атмосферы на юге над снеговыми горными хребтами обуславливает фиктивное пониженное значение показателя прозрачности.

Действительно, пусть зенитному расстоянию z_1 соответствует показатель прозрачности p_1 , а z_2 — величина p_2 , причем в результате изменения азимута имеем, что

$$z_1 < z_2, \text{ но } p_1 > p_2.$$

Пусть наблюдаемые при этом яркости светила будут J_1 и J_2 , так что

$$J_1 = J_0 p_1^{\sec z_1}; \quad J_2 = J_0 p_2^{\sec z_2},$$

где J_0 — яркость светила на границе атмосферы.

Применяя обычный прием вычисления, находим p по формуле

$$\lg p = \frac{\lg J_1 - \lg J_2}{\sec z_1 - \sec z_2} = \frac{\sec z_1 \lg p_1 - \sec z_2 \lg p_2}{\sec z_1 - \sec z_2}$$

или

$$\lg p = \lg p_1 - (\lg p_1 - \lg p_2) \frac{\sec z_2}{\sec z_2 - \sec z_1}. \quad (21)$$

Если, например, при $\sec z_1=1$, $p_1=0.85$ и при $\sec z_2=4$, $p_2=0.84$, то в предположении постоянства p , как это обычно делается при обработке наблюдений, находим согласно (21), что

$$p=0.83,$$

т. е. фиктивно пониженное значение.

Таким образом понижение прозрачности атмосферы к западу, где чувствуется влияние пустыни, действительно может иметь значение. Помимо этого может сказаться наличие на западе местной дымки, которая действительно очень часто наблюдается над пустынями.

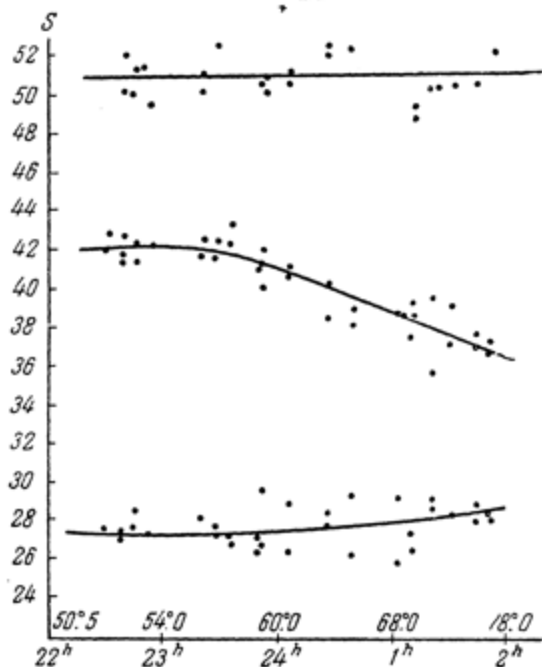
Можно указать критерий правильности этих заключений. Если показатель прозрачности оказывается фиктивно малым, то разность $(J_1-J_2)_0$ вне земной атмосферы должна оказаться слишком большой. Действительно имеем:

		J_1-J_2	p	$(J_1-J_2)_0$
7—8 августа	$z=70^\circ$	1.49	0.78	3.06
23—24 августа	»	1.27	0.82	2.26
24—25 августа	»	1.20	0.74	2.88
25—26 августа	»	1.55	0.81	2.86
31 авг.—1 сентября	»	1.46	0.81	2.69
1—2 сентября	»	1.44	0.84	2.38

Отсюда видно, что в наиболее прозрачную ночь 1—2 сентября получилось наименьшее значение $(J_1-J_2)_0$ вне атмосферы, а в самые непрозрачные ночи ($p=0.74$ и 0.78) напротив наибольшие значения.

Вследствие этого мы примем в дальнейшем несколько большие значения прозрачности атмосферы порядка $0.85-0.86$. Это находится в соответствии с определениями p при помощи ореольного фотометра моей конструкции, которые производились на той же площадке в ранние утренние часы,

23-24, VIII 1946 г.



24-25 VIII 1946 г.

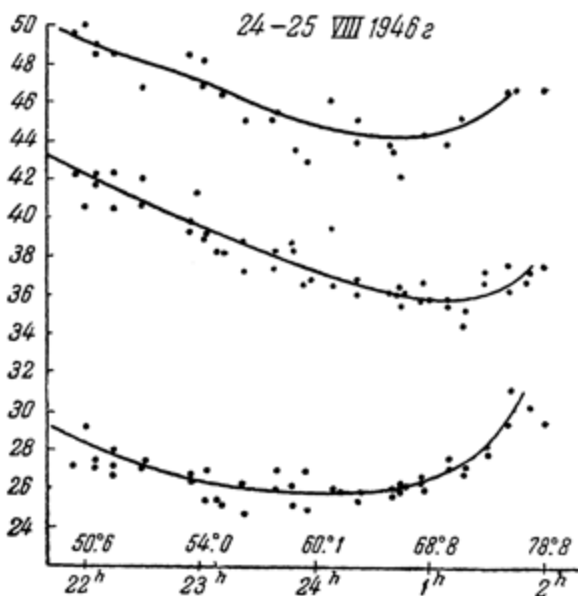


Рис. 15. Наблюдения 23-24 и 24-25 августа 1946 г.

Таблица 33

Scut св.	Scut темн.	z	sec z	Pol	J_1	J_2	J_3	red	
S_1	S_2	S_3 7—8 августа 1946 г.							
25.0	35.8	70°	2.92	49.6	4.22	2.73	1.58	0.13	$p=0.78$
25.7	35.8	72	3.24	48.7	4.11	2.73	1.62	0.15	
26.8	35.8	74	3.63	48.4	3.93	2.73	1.64	0.16	
27.8	35.9	76	4.13	48.3	3.78	2.71	1.65	0.17	
29.0	36.2	78	4.81	48.5	3.60	2.68	1.63	0.18	
30.4	36.4	80	5.76	48.8	3.40	2.66	1.61	0.20	
23—24 августа 1946 г.									
27.5	42.3	50°	1.56	51.0	3.82	2.10	1.47	0.07	$p=0.8$
27.6	42.0	55	1.74	50.9	3.81	2.12	1.48	0.08	
27.8	41.2	60	2.00	50.8	3.78	2.20	1.48	0.09	
28.0	39.7	65	2.37	50.8	3.75	2.34	1.48	0.10	
28.3	38.7	70	2.92	50.7	3.71	2.44	1.49	0.12	
28.4	38.2	72	3.24	50.7	3.69	2.48	1.49	0.13	
28.5	37.8	74	3.63	50.7	3.68	2.52	1.49	0.14	
24—25 августа 1946 г.									
28.0	43.2	50°	1.56	49.3	3.75	2.03	1.58	0.09	$p=0.74$
26.2	39.0	55	1.74	47.0	4.03	2.41	1.74	0.10	
25.8	37.4	60	2.00	45.0	4.09	2.56	1.89	0.11	
26.0	36.3	65	2.37	44.2	4.06	2.67	1.95	0.13	
27.0	36.0	70	2.92	44.7	3.90	2.70	1.91	0.15	
27.8	36.0	72	3.24	45.4	3.78	2.70	1.86	0.16	
29.0	36.1	74	3.63	46.0	3.60	2.69	1.81	0.17	
25—26 августа 1946 г.									
24.7	40.5	50°	1.56	46.0	4.27	2.26	1.81	0.08	$p=0.81$
24.4	39.4	55	1.74	44.8	4.32	2.37	1.91	0.09	
24.0	38.1	60	2.00	44.7	4.38	2.49	1.91	0.10	
24.2	37.0	65	2.37	44.8	4.35	2.60	1.91	0.11	
24.8	36.0	70	2.92	45.0	4.25	2.70	1.89	0.13	
25.3	35.7	72	3.24	45.0	4.17	2.74	1.89	0.13	
25.7	35.4	74	3.63	44.8	4.11	2.78	1.91	0.14	

Таблица 33 (продолжение)

Scut св.	Scut темн.	z	$\sec z$	Pol	J_1	J_2	J_3	red	
S_3 31 августа—1 сентября 1946 г.									
S_1	S_2								
26.2	39.4	65°	2.37	46.7	4.03	2.37	1.76	0.11	$p=0.81$
26.8	38.3	70	2.92	47.4	3.93	2.47	1.71	0.13	
27.2	37.9	72	3.24	47.7	3.87	2.51	1.69	0.13	
27.7	37.7	74	3.63	47.8	3.79	2.53	1.68	0.14	
28.6	37.9	76	4.13	47.7	3.66	2.51	1.69	0.16	
30.0	38.4	78	4.81	47.6	3.45	2.46	1.70	0.17	
32.0	39.0	80	5.76	47.2	3.18	2.41	1.73	0.18	
1—2 сентября 1946 г.									
27.5	40.5	60°	2.00	9.4	3.82	2.26	1.58	0.09	$p=0.84$
27.1	40.4	65	2.37	50.0	3.89	2.27	1.54	0.10	
27.5	39.3	70	2.92	50.0	3.82	2.38	1.54	0.12	
27.8	39.1	72	3.24	50.0	3.78	2.40	1.54	0.13	
28.3	38.9	74	3.63	50.0	3.71	2.42	1.54	0.14	
29.0	38.9	76	4.13	50.0	3.60	2.42	1.54	0.15	
30.0	39.0	78	4.81	50.0	3.45	2.41	1.54	0.16	

начиная с восхода Солнца. При этом неизменно получались значительно большие прозрачности порядка 0.85, которые вообще являются характерными для этой местности для визуальных лучей.

В таблице 33 представляются данные наблюдений в указанные дни, отсчитанные по сглаженным кривым. Отдельные наблюдения представлены на прилагаемых графиках.

Заметим, что отсчеты шкалы фотометра S_1 , S_2 , S_3 делались обычно в быстрой последовательности. Соответствующие яркости J_1 , J_2 , J_3 выражены в числе звезд пятой величины на квадратный градус. Редукция за галактический свет, рассеянный в тропосфере, приводится в послед-

нем столбце. Эта поправка оказывается порядка 0.1 в наших единицах, мало изменяется с зенитным расстоянием и не имеет существенного значения. Можно быть уверенным, что редукция за Зодиакальный свет, рассеянный в тропосфере, может быть совершенно оставлена без внимания.

Рассмотрим прежде всего наблюдения 25—26 августа 1946 г., произведенные в хороших условиях. Состояние ионосферы, судя по постоянству J_z , может считаться устойчивым. Вводя поправку за галактический рассеянный свет, находим следующую систему условных уравнений для $p = 0.81$, определенному по Млечному Пути (высота ионосферного слоя принята согласно определениям Дивари и Каримова равной 0.046):

$z = 50^\circ$	C	$1.123 + j$	$0.0721 = 4.19$
55		1.192	$0.693 = 4.23$
60		1.266	$0.656 = 4.28$
65		1.336	$0.608 = 4.24$
70		1.386	$0.540 = 4.12$
72		1.383	$0.506 = 4.04$
74		1.370	$0.466 = 3.97$

Решение этих уравнений по способу Коши дает следующее:

$$C = 1.85; j = 3.00;$$

Отсюда находим, что ионосферная составляющая около Polaris равна

$$1.85 \cdot 1.084 = 2.01.$$

Суммарная яркость неба, наблюдаемая в той же области, составляет всего только 1.91. Таким образом на долю галактической и зодиакальной составляющих не останется ничего. Это лишний раз показывает иллюзорность полученного значения p . Действительно, если повторить эти вычисления для последовательных p разных величин, то получим следующее:

Таблица 34

25—26 августа 1946 г.

p		C	Приведе- ние к по- люсу	Галакт. сост. около полюса	Наблюд. яркость у полюса	Зод. составл.
0.81	3.0	1.85	1.084	0.37	1.91	-0.47
0.82	3.2	1.635	1.104	0.37	1.91	-0.26
0.83	3.3	1.49	1.126	0.37	1.91	-0.14
0.84	3.4	1.36	1.145	0.38	1.91	-0.03
0.85	3.6	1.19	1.167	0.38	1.91	0.14

Как отсюда видно, результаты в высокой мере зависят от принятого значения атмосферной прозрачности. При увеличении p атмосферная составляющая светимости ночного неба быстро уменьшается. Правдоподобное значение для C получается лишь для максимального принятого p , которое вообще является характерным для места наблюдения. Однако и в последнем случае зодиакальная составляющая около полюса весьма невелика, если она вообще имеет место.

Рассмотрим другие дни. В ночь 23—24 августа яркость около Polaris оставалась почти постоянной. Полагая $p = 0.84$ и 0.85, вычисляем для составляющих следующие значения:

Таблица 35

p	C	j	Ионосф. сост. у по- люса	Галакт. сост. у по- люса	Наблюдае- мая яркость у полюса	Зодиа- кальн. сост. у по- люса
0.84	1.10	3.2	1.26	0.38	1.48	-0.16
0.85	0.97	3.3	1.13	0.38	1.48	-0.03

Таким образом только при p , превосходящем 0.85, зодиакальная составляющая у полюса может быть положительной, хотя и весьма малой величиной.

Наблюдения 24—25 августа представляли особые трудности, так как яркость неба около полюса регулярно возрастала в первую половину ночи. При восходе Солнца около северного и восточного горизонта небо оказалось затянутым легкими облаками *cirro-stratus*. Если ввести поправку за изменение яркости ионосферы согласно указанной выше формуле и принять $p = 0.85$, то найдем

$$C = 1.02; \quad j = 3.7; \quad \text{среднее } J_3 = 1.90.$$

Зодиакальная составляющая у полюса равна 0.15.

Если не производить редукцию за изменение яркости ионосферы, то при $p = 0.85$ зодиакальная составляющая значительно возрастает.

С другой стороны, при $p = 0.74$, найденном по Млечному Пути, эта составляющая принимает большое отрицательное значение, что, конечно, невозможно.

Наблюдения 1—2 сентября производились при очень хороших атмосферных условиях, но были начаты сравнительно поздно вследствие присутствия молодой Луны. Яркость около полюса держалась приблизительно постоянной. При $p = 0.85$ находим

$$C = 1.167; \quad j = 3.0.$$

Находим для ионосферной составляющей около полюса

$$1.16 \cdot 1.167 = 1.354.$$

Общая наблюдаемая яркость в этой области равна 1.54.

Следовательно, зодиакальная составляющая равна —0.19. Если, согласно определениям Е. В. Фесенковой (ореольный фотометр), принять, что $p = 0.87$, то находим

$$C = 0.93; \quad j = 3.20.$$

Для полюса имеем свечение ионосферы

$$0.93 \cdot 1.207 = 1.123;$$

откуда зодиакальная составляющая получается 0.04.

Наблюдения 31 августа—1 сентября 1946 г. начались поздно вследствие присутствия Луны. Фон неба около Полярной меняется с течением времени, но не в такой степени как 24—25 августа. Если принять среднее значение $p = 0.85$, то найдем

$$j = 3.3; \quad C = 1.11.$$

Наблюдаемая яркость около Полярной равна 1.69, а ионосферная составляющая

$$1.11 \cdot 1.167 = 1.30.$$

Прибавляя сюда галактическую составляющую 0.38, находим, что на долю Зодиакального света остается всего 0.01, т. е. практически ничего. Если, с другой стороны, принять $p = 0.87$, то находим существенно большее значение, именно 0.54.

Аналогичное заключение получается из дискуссии наблюдений 7—8 августа 1946 г. При $p = 0.85$ имеем

$$C = 1.14 \text{ и } j = 3.6.$$

Зодиакальная составляющая у полюса равна ($J_3 = 1.63$)

$$J_3 - 1.14 \cdot 1.167 - 0.38 = -0.08 \sim 0.$$

При $p = 0.87$ находим

$$C = 0.56; \quad j = 4.7.$$

Зодиакальная составляющая равна 0.57.

Такое большое изменение зависит от того, что использованные наблюдения относятся к большим зенитным расстояниям. Вместе с тем очевидно, что точное определение зодиакальной составляющей возможно только при точном знании атмосферной прозрачности. На это обстоятельство следует обратить особое внимание. Наилучшим способом является сравнение точными фотометрическими методами яркостей звезд на больших зенитных расстояниях со звезд

дами вблизи от зенита. Даже глазомерные наблюдения над яркими звездами при их восходе или заходе, произведенные по известному способу Пикеринга, могут дать удовлетворительные результаты, если можно рассчитывать на однородность оптических свойств атмосферы в особенности в горизонтальном направлении.

Весьма надежным методом определения p является метод фотоэлектрического измерения солнечной радиации через зеленый фильтр в ранние утренние часы, когда атмосфера сохраняет еще ночную прозрачность. Подобные измерения легко обеспечивают точность до 0.1%. Е. В. Фесенковой разработан также способ наблюдения максимума околосолнечного ореола, который дает результаты, весьма близко совпадающие с классическим методом Бугера. Результаты, полученные по этому новому методу, фактически относятся к одному моменту времени и потому свободны от условия постоянства прозрачности атмосферы.

Итак, вполне надежное определение зодиакальной составляющей около полюса сделать не удалось вследствие недовольности значения p . Если принять величину $p = 0.85$, то найдем для зодиакальной составляющей в области полюса следующие значения:

7—8 августа	—0.08
23—24 августа	—0.03
24—25 августа	0.15
25—26 августа	0.14
31 авг.—1 сентября	0.01
1—2 сентября	—0.19
Среднее	0.00

Этот результат не представляется, однако, вероятным, так как наблюдатель, как можно быть уверенным, находится в самой среде зодиакальной материи и потому Зодиакальный свет должен распространяться на весь небесный свод. За отсутствием точных ночных определений можно исходить из общей характеристики атмосферной прозрачности

в утренние часы, основанной на показателях прозрачности, найденных с ореольным фотометром в период с 24 августа по 5 сентября 1946 г. Значения p колебались при этом от 0.85 до 0.87. Если в среднем принять 0.86, то зодиакальная составляющая даст в полюсе почти в точности 0.2.

Это значение, которое не может быть увеличено, находится в противоречии с результатами Ван Райна [76], нашедшего, что Зодиакальный свет составляет 43% от общей яркости ночного неба.

Знание зодиакальной составляющей в полюсе мира доставляет чрезвычайно легкую возможность определения абсолютного свечения ионосферы в любой момент ночи. Следует только, располагая фотометром, шкала которого позволяет отсчитывать яркости в числе звезд пятой величины на квадратный градус, измерить яркость неба вблизи полюса и вычесть 0.38, а также зодиакальную составляющую. Разность представит свечение ионосферы J_0 с учетом диффузного тропосферного света. Атмосферная составляющая J в любой другой области неба будет

$$J = J_0 (p + 0.03)^{\sec z - \sec z_0} \sqrt{\frac{(1+h)^2 - \sin^2 z_0}{(1+h)^2 - \sin^2 z}}.$$

Если эта область не слишком близка к плоскости галактики, то для нее можно вычислить или взять по соответствующим таблицам суммарный блеск звезд и исправить его за звездный свет, рассеянный в тропосфере.

В результате можно провести полный фотометрический анализ свечения ночного неба применительно к тем или иным задачам.



Глава пятнадцатая

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ НАД ЗОДИАКАЛЬНЫМ СВЕТОМ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Зодиакальный свет, несмотря на свою большую яркость, мало известен даже специалистам астрономам, что без сомнения объясняется тем, что это явление не имеет никаких определенных контуров и развивается в течение ночи лишь медленно и постепенно. Наилучшая видимость его достигается лишь на короткое время перед восходом Солнца или немедленно после прекращения сумерек. Тем не менее внимательный наблюдатель может заметить явные следы Зодиакального света в любой момент ночи при условии отсутствия луны или посторонних огней. Так, например, в начале осени в первые часы ночи западная часть неба кажется темной в такой же мере, как и его восточная часть, но на северо-западе уже выделяется световое пятно, которое кажется несколько приподнятым над горизонтом и постепенно перемещается к северу вслед за движением Солнца. Это так называемый северный Зодиакальный свет, соединяющий восточный и западный его конуса. Во время летнего солнцестояния этот северный Зодиакальный свет весьма ярк и простирается на всю северную часть неба возможно вплоть до полюса мира.

Вместе с тем в южной части неба можно видеть широкую зодиакальную полосу — слабое диффузное свечение, простирающееся вдоль эклиптики и хорошо заметное на некотором расстоянии от Млечного Пути. Это явление

можно видеть при благоприятных условиях всегда, когда эклиптика проходит достаточно высоко над горизонтом и не ощущается помехи со стороны Млечного Пути. В противном случае наблюдатель не сможет почувствовать контраста с окружающим фоном неба.

При наличии тех же условий в точке, противоположной Солнцу, можно заметить мутное пятно овального вида, так называемое противосияние. Фотометрические наблюдения над противосиянием чрезвычайно трудны, так как это явление имеет лишь небольшие размеры. Более или менее удачные фотографии его были получены лишь Зандигом в экваториальной Африке при помощи светосильной камеры лейки [77].

По моему впечатлению, обычно в осенние месяцы, когда точка, противоположная Солнцу, находится в Овне-Рыбах, противосияние очерчено более резко, имеет овальную форму, вытянутую вдоль эклиптики, и не превышает $5-6^\circ$. Напротив, ранней весной в другой период, благоприятный для видимости этого явления, оно представляется в виде едва заметного пятна очень неопределенной круглой формы, диаметр которого скорее угадывается, чем оценивается, порядка $10-15^\circ$.

После полуночи небо начинает заметно светлеть на востоке, запад же остается попрежнему темным. Это свечение имеет сначала диффузный характер и охватывает по общему впечатлению весь восточный горизонт. Это соответствует так называемому диффузному свету по терминологии Серпиери [78]. Однако только после 2 часов ночи по солнечному времени на востоке начинают вырисовываться очертания широкого конуса Зодиакального света, наклоненного к горизонту и значительно расширяющегося и усиливающегося по мере приближения к Солнцу. Незадолго до рассвета яркость Зодиакального света нарастает с каждой минутой. Наконец появляется узкая полоска сумерек, которая стелется вдоль горизонта в отличие от круто поднимающегося Зодиакального света. Вслед за тем небо бледнеет и начавшийся

рассвет скрывает очертания Зодиакального света и всех космических объектов.

Заметим, что внешний вид Зодиакального света, его „контур“, обычно зарисовываемый наблюдателями, соответствует геометрическому месту точек максимального контраста. Представим себе, что это явление представлено системой изофот, позволяющей найти яркость J в любой точке неба. В таком случае можно написать уравнение линии наибольшего контраста в виде

$$\frac{d^2 \lg J}{dn^2} = 0,$$

причем производная берется вдоль нормали к изофоте. Если произвести соответствующие вычисления, то оказывается, что в случае Зодиакального света видимый контур гораздо более вытянут, чем изофоты. Вообще говоря, вид этого явления зависит от ряда факторов, главным образом от атмосферного поглощения и от наложения атмосферной и галактической составляющих, которые ведут себя различным образом. Глаз наблюдателя ищет в представляющейся ему световой картине места наибольшего контраста и объединяет их в один контур. На рис. 16 показаны очертания Зодиакального света на восточном небе в ночь 3—4 октября 1945 г. Линия наибольшей яркости заметно сдвинута к северу по отношению к эклиптике. Зодиакальный свет сильно растянут к северу в своих частях, близких к горизонту, но суживается кверху. При другом положении эклиптики характер явления изменяется. Нет ничего удивительного в том, что видимые очертания



4 окт. 1945 г.

Рис. 16. Видимый контур Зодиакального света.

Зодиакального света весьма переменчивы. Глазомерные наблюдения этого явления, которыми наполнена научная литература XIX и XX столетий, не имеют поэтому научного значения.

Зодиакальный свет должен изучаться при помощи точных методов абсолютной фотометрии, позволяющих выражать наблюдаемые яркости в звездной шкале. Наблюдения должны исправляться за атмосферную и галактическую составляющие. Затруднение, однако, заключается в неуверенности их определения. В нашу теорию светимости ночного неба входят: h — высота эффективного слоя ионосферы, p — показатель прозрачности, $L(b)$ — суммарный блеск звезд на разных галактических широтах, наконец, $\mu f(\vartheta)$ — индикатриса рассеяния, определяющая характер и интенсивность дополнительного свечения в тропосфере. Величины h , p , $\mu f(\vartheta)$ меняются, повидимому, изо дня в день. Определять их для каждой ночи затруднительно и потому приходится ограничиваться средними значениями. Это достаточно справедливо в отношении h и $\mu f(\vartheta)$, но показатель прозрачности p должен определяться точно, по крайней мере до 1%. Функция $L(b)$ известна весьма неточно. Действительно, эта функция определяется числовым интегрированием блеска звезд между 7-й и 20-й звездными величинами на основе подсчетов числа звезд в каждом интервале фотографических звездных величин. Далее приходится экстраполировать суммарный блеск звезд от 20-й величины до бесконечности, и эта экстраполяция безусловно ненадежна для очень низких галактических широт. Расхождения между подобными подсчетами, основанными на данных Зирса и Ван Райна, доходят в Млечном Пути до 100% при хорошем согласии на достаточном от него расстоянии [79]. Поэтому определить яркость галактической составляющей в самом Млечном Пути вообще не представляется возможным. Неточность определения $L(b)$ вне Млечного Пути зависит еще от необходимости вводить поправку за колор-индекс, чтобы перейти от фотографических к фотовизуальным суммарным яркостям. Это очень серьезный источник погрешностей.

Так, например, для галактической широты 15° в фотографических лучах суммарный блеск звезд от 7-й до 20-й величины, согласно моим вычислениям, равен 0.54, а в визуальных лучах с колор-индексом Зирса равен 1.08, т. е. как раз в два раза больше. Отсюда следует, что небольшая погрешность в распределении колор-индексов может значительно изменить величину $L(b)$. Кроме того, до некоторой степени сказывается неравномерность распределения звезд по долготе.

Эта неравномерность, повидимому, не имеет большого значения. Действительно, если учесть отклонения от среднего распределения числа звезд по данным Зирса [80], то максимальное различие в суммарном блеске оказывается не выше 25%.

Например, суммарный блеск в фотографических лучах от 7-й до 21-й звездной величины в плоскости галактики равен 0.91 для среднего распределения звезд; если те же вычисления провести, учитывая данные Зирса, для области темной прогалины в созвездии Орла, то найдем понижение суммарного блеска, равное 0.23. В фотовизуальных лучах сохраняется примерно та же пропорция.

Вследствие этого наблюдения Зодиакального света вблизи от Млечного Пути не могут повести к надежным результатам. Чрезвычайно желательно предварительно определить интегральную яркость галактики вблизи от Млечного Пути, когда влияние Зодиакального света еще не ощущается.

Наилучший метод наблюдения восточного или западного зодиакального конуса заключается в проведении его фотометрических сечений на одном и том же зенитном расстоянии, равном примерно 75° и во всяком случае не превышающем 80° . Наблюдения начинаются заблаговременно, когда данная область неба находится еще, считая по эклипике, на расстоянии около 90° от Солнца. По мере поднятия конуса, вследствие суточного вращения, продолжаются определения яркости неба вдоль этого фиксированного альмукантарата, охватывающие по азимуту не менее 150° в

области эклиптики через каждые 10° , на большем же от нее расстоянии через 20 и 30° . В результате получается ряд сечений Зодиакального света, соответствующих тем же значениям атмосферной составляющей. В начале и в конце каждой серии определяется яркость неба около Полярной, что служит для выделения абсолютного значения свечения атмосферы и для контроля над ее постоянством в течение ночи. Однако для ускорения работы обычно приходится брать сечения по альмукантаратам более высоким, постепенно снижая их к горизонту, и вести работу по указанному способу лишь в последние часы перед рассветом. Вечерний зодиакальный конус наблюдается в обратном порядке.

Подобный метод наблюдения обеспечивает вместе с тем наибольшую экономию времени при обработке. Действительно, для учета указанных выше поправок необходимо для каждой точки неба, в которой определяется суммарная яркость, вычислять координаты во всех системах, а именно: высоту и азимут, часовой угол, прямое восхождение и склонение, эклиптикальную долготу и широту. Окончательные значения яркостей Зодиакального света, освобожденные от атмосферной и галактической составляющих, наносятся на координатную сетку в функции эклиптикальной широты и разности долгот по отношению к Солнцу. По нанесенным точкам проводятся изофоты и таким образом определяется подлинный вид явления. Приведем для примера редукцию наблюдения в некоторые дни 1945 и 1946 гг.

Средняя яркость неба около Полярной была следующей.

3—4 окт. 1945	1.43	15—16 окт. 1945	1.53
4—5 »	1.49	1 сент. 1946	1.55
6—7 »	1.46	3 »	1.45
7—8 »	1.49	5 »	1.60
9—10 »	1.53	6 »	1.64
14—15 »	1.46	8 »	1.42

Вычитая отсюда звездную составляющую с поправкой за свет, рассеянный в тропосфере, находим свечение ионосферы вблизи полюса.

Умножая величину C_0 на фактор

$$F(z, p) = (p + 0.03)^{\sec z - \sec z_0} \sqrt{\frac{(1 + h)^2 - \sin^2 z_0}{(1 + h)^2 - \sin^2 z}},$$

находим ионосферную составляющую для любого зенитного расстояния, в частности для всех z , на которых наблюдался Зодиакальный свет. В 1945 г. показатель прозрачности на равнине после длительной засухи принимался в среднем 0.80; в 1946 г. в горных условиях после проходящих дождей прозрачность была значительно большей и принималась равной 0.85—0.86.

Разница в факторе F в зависимости от p появляется лишь на больших зенитных расстояниях. Так, например, при p равном 0.819 и 0.861 имеем следующие значения F :

Таблица 36

z	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	81°	p
$F \dots$	0.93	1.04	1.08	1.17	1.25	1.29	1.29	1.10	0.819
$F \dots$	0.98	1.04	1.06	1.14	1.19	1.21	1.14	0.89	0.861

После введения поправки за ионосферу вводим еще поправку за суммарный блеск звезд. Как указывалось выше, эта поправка принимается в форме

$$L(b)p^{\sec z} + 0.355 \overline{\varphi(z, z)} \sec z \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 b\right).$$

Первый член означает суммарный блеск звезд, ослабленный атмосферным поглощением, второй—поправку за рассеяние того же света в тропосфере. Вспомогательные таблицы для учета последнего члена для разных p были даны выше. При выводе этих таблиц предполагалось распределение звезд, зависящее лишь от галактической широты, одинаковое по всем долготам и, кроме того, предполагалось, что плоскость галактики проходит через зенит. Этот

Таблица 37

$z \backslash b$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0°	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03
0°	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
20°	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
30°	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
40°	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04
50°	0.07	0.07	0.07	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05
60°	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.07	0.06	0.06	0.06
70°	0.11	0.11	0.11	0.11	0.10	0.10	0.09	0.09	0.09	0.08
80°	0.18	0.18	0.18	0.17	0.16	0.16	0.15	0.14	0.14	0.14

член всегда остается малым, за исключением лишь очень больших зенитных расстояний, на которых наблюдения не имеют смысла. Так, например, для $p = 0.85$ имеем значения в табл. 37. Окончательная редукция за суммарный блеск звезд, учитывающая оба члена приведенного выше выражения, является для $p = 0.85$ нижеследующей.

Таблица 38

$z \backslash$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0°	1.68	1.21	0.85	0.58	0.41	0.30	0.24	0.23	0.21	0.21
10°	1.67	1.22	0.86	0.58	0.40	0.29	0.24	0.23	0.21	0.22
20°	1.66	1.21	0.85	0.59	0.41	0.29	0.24	0.23	0.21	0.22
30°	1.64	1.19	0.84	0.58	0.41	0.30	0.24	0.22	0.22	0.21
40°	1.59	1.16	0.82	0.57	0.39	0.29	0.24	0.23	0.22	0.21
50°	1.56	1.14	0.81	0.56	0.39	0.29	0.24	0.22	0.22	0.22
55°	1.53	1.12	0.80	0.55	0.39	0.29	0.24	0.23	0.21	0.21
60°	1.47	1.08	0.77	0.54	0.38	0.29	0.26	0.23	0.21	0.21
65°	1.41	1.04	0.75	0.53	0.38	0.28	0.26	0.23	0.21	0.21
70°	1.31	0.97	0.70	0.51	0.37	0.29	0.25	0.23	0.22	0.21
75°	1.17	0.88	0.65	0.48	0.35	0.28	0.24	0.23	0.22	0.22
80°	0.95	0.74	0.56	0.43	0.33	0.28	0.24	0.23	0.22	0.22

Любопытно отметить, что при больших галактических широтах уменьшение первого члена почти в точности компенсируется увеличением второго, так что в общей сложности галактическая поправка остается без изменения. Напротив, вблизи от галактической плоскости поправка эта значительна и потому ненадежна. Местное поглощение в отдельных космических облаках может значительно изменить ее величину. В качестве примера укажем на область неба около Полярной. Согласно нашей таблице, галактическая редукция при $z = 47^\circ$, $b = 30^\circ$ составляет 0.56, в то время как следует принимать 0.38. Это различие обусловлено наличием значительного поглощения света в космических облаках, окутывающих район полюса мира. Для утреннего конуса Зодиакального света, расположенного вблизи от зимнего Млечного Пути, более слабого, чем южный, значения этой таблицы для малых галактических широт по всей вероятности слишком велики. Однако, как упоминалось выше, космическое поглощение едва ли способно уменьшить первый член более чем на 25%. Производя подобное уменьшение, получаем следующие значения галактической редукции для некоторых зенитных расстояний.

$$\frac{3}{4} L(b) p^{\sec z} + 0.355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 b\right).$$

Для больших галактических широт поправка осталась практически без изменения. Таким образом надежный вывод яркости Зодиакального света может быть сделан лишь на

Таблица 39

$\delta \backslash z$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
70°	1.01	0.75	0.55	0.41	0.30	0.24	0.20	0.19	0.19	0.18
75°	0.91	0.69	0.52	0.39	0.30	0.24	0.21	0.20	0.19	0.19
80°	0.76	0.60	0.46	0.37	0.29	0.25	0.23	0.21	0.20	0.20

достаточном расстоянии от Млечного Пути. В этом отношении октябрьские наблюдения над Зодиакальным светом в 1945 г. являются более надежными.

Выше было показано, что видимую яркость Зодиакального света около полюса можно принять равной максимум 0.2. Поэтому ионосферная составляющая в этой точке оказывается равной

$$C_0 = J_3 - 0.38 - 0.20,$$

где J_3 — общая наблюдаемая яркость около полюса. Зная C_0 , находим ионосферную составляющую в любой другой точке неба. Эту величину, а также галактическую редукцию в той же точке следует вычесть из наблюдаемой яркости Зодиакального света. Остаток представляет видимую яркость Зодиакального света, которая должна быть еще исправлена за атмосферное поглощение.

Последняя операция представляет большие затруднения. Применять общую формулу Бугера к такому протяженному объекту как Зодиакальный свет нет основания. С другой стороны, строгий учет тропосферного рассеяния в данном случае невозможен, так как он требует знания всей системы изофот, которая должна быть еще определена.

Вопрос этот весьма сложен и заслуживает подробного анализа. В настоящем мы ограничиваемся лишь приблизительными соображениями. Прежде всего можно констатировать, что яркость неба около полюса не показывает систематического увеличения по мере восхода Зодиакального света. Напротив, эта величина остается без изменения фактически вплоть до начала рассвета. Это показывает, что тропосферная составляющая Зодиакального света во всяком случае мала для его ярких частей. С другой стороны, если бы Зодиакальный свет равномерно покрывал все небо, то поправка за тропосферу имела бы вид

$$p^{\sec z} (1 + K),$$

что эквивалентно значительному увеличению p . Далее если бы яркость в нем возрастала к горизонту независимо от

Таблица 40

9—10 октября 1945 г.

<i>J</i> . . .	2.34	2.04	1.76	1.98	2.51	2.65	2.23	1.93
<i>l</i> ☉— <i>l</i> . . .	84	79.3	71	121	79	69	62	57
<i>β</i> . . .	+ 3	13	29	—42.5	—14.5	+1	18	36
<i>z</i> . . .	55	55	55	67	67	67	67	67
<i>b</i> . . .	23	32	40	30	18	35	48	57
gal. red . .	0.69	0.49	0.37	0.48	0.73	0.42	0.29	0.24
атм. . .	0.95	0.95	0.95	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
<i>J</i> _{app} . . .	0.70	0.60	0.44	0.41	0.69	1.06	0.85	0.60
<i>J</i> _v . . .	0.95	0.81	0.60	0.64	1.08	1.65	1.32	0.94
<i>J</i> . . .	2.10	2.42	2.84	2.90	2.41	2.28		
<i>l</i> ☉— <i>l</i> . . .	83	69	60	59	54	50		
<i>β</i> . . .	—49	—18.5	—1.5	1.5	17	26		
<i>z</i> . . .	74	74	74	74	74	74		
<i>b</i> . . .	25	22	40	43	57	62		
gal. red . .	0.52	0.57	0.33	0.31	0.23	0.22		
атм. . .	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		
<i>J</i> _{app} . . .	0.53	0.80	1.46	1.54	1.13	1.01		
<i>J</i> _v . . .	1.00	1.49	2.73	2.88	2.11	1.88		
<i>J</i> . . .	1.92	2.20	2.22	3.00	2.53	2.14	2.30	
<i>l</i> ☉— <i>l</i> . . .	122	67	61	53	45	33	28	
<i>β</i> . . .	—56	—27.5	—19.5	—1.5	17	36	54	
<i>z</i> . . .	78	78	78	78	78	78	78	
<i>b</i> . . .	39	17	27	45	62	72	63	
gal. red . .	0.32	0.58	0.44	0.29	0.22	0.20	0.22	
атм. . .	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	
<i>J</i> _{app} . . .	0.58	0.60	0.76	1.69	1.29	0.92	1.06	
<i>J</i> _v . . .	1.32	1.36	1.72	3.83	2.93	2.08	2.40	
<i>J</i> . . .	2.05	2.32	2.90	2.88	2.39	2.09	2.18	
<i>l</i> ☉— <i>l</i> . . .	118	58	50	50	42	35	26	
<i>β</i> . . .	—56	—18	0	0	18.5	37	55	
<i>z</i> . . .	78	78	78	78	78	78	78	
<i>b</i> . . .	29	30	48	48	66	74	63	
gal. red . .	0.41	0.40	0.27	0.27	0.22	0.21	0.22	
атм. . .	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	
<i>J</i> _{app} . . .	0.62	0.90	1.61	1.59	1.15	0.86	0.94	
<i>J</i> _v . . .	1.40	2.04	3.65	3.60	2.60	1.95	2.13	

Таблица 40 (продолжение)

9—10 октября 1945 г.

J	2.25	2.30	3.10	2.42	2.16	2.28	
$l_{\odot}-l$. . .	60	54	47	39	32	23.5	
β	-25.5	-17	11	20	38.5	57	
z	78	78	78	78	78	78	
b	23	33	52	70	75	61	
gal. red . . .	0.49	0.37	0.25	0.21	0.20	0.22	
атм.	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	
J_{app}	0.74	0.91	1.84	1.19	0.94	1.04	
J_v	1.68	2.07	4.17	2.70	2.13	2.36	
J	2.23	2.40	3.40	2.94	2.57	2.07	
$l_{\odot}-l$. . .	55	50	44	43	36	29	
β	-24.5	-16	-2	2	21.5	40	
z	78	78	78	78	78	78	
b	27	36	50	55	73	75	
gal. red . . .	0.44	0.35	0.26	0.24	0.21	0.20	
атм.	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	
J_{app}	0.77	1.03	2.12	1.68	1.34	0.85	
J_v	1.74	2.33	4.8	3.80	3.04	1.93	
J	2.09	2.27	2.66	3.29	3.65	2.62	2.25
$l_{\odot}-l$. . .	119	57	47	42	40	33	26
β	-58	-32	-15	-1	3.5	2.3	41.5
z	78	78	78	78	78	78	78
b	30	19	38	53	58	76	75
gal. red . . .	0.40	0.55	0.33	0.25	0.23	0.20	0.20
атм.	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
J_{app}	0.67	0.70	1.31	2.02	2.40	1.40	1.03
J_v	1.52	1.58	2.97	4.58	5.43	3.18	2.33
J	1.93	2.20	2.91	4.36	2.68	2.28	
$l_{\odot}-l$. . .	106	51	40	34	27	20	
β	-58	-29	-12.5	6	25	44	
z	78	78	78	78	78	78	
b	24	24	43	63	81	74	
gal. red . . .	0.57	0.57	0.30	0.22	0.20	0.21	
атм.	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	
J_{app}	0.34	0.61	1.59	3.12	1.46	1.05	
J_v	0.77	1.38	3.60	7.07	3.31	2.38	

Таблица 40 (продолжение)

J	2.34	2.20	2.52	3.26	4.10	3.49	2.52		
$l \odot - l$	47	44	42	37	31	27	20		
β	-28	-24	-20	-11	7	17	36		
z	78	78	78	78	78	78	78		
b	21	27	32	37	47	66	77		
gal. red	0.51	0.44	0.38	0.34	0.28	0.21	0.20		
атм.	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02		
J_{app}	0.81	0.74	1.12	1.90	2.80	2.26	1.30		
J_v	1.84	1.68	2.54	4.30	6.35	5.12	2.94		
J	2.33	2.10	1.90						
$l \odot - l$	12	6	-14						
β	55	64	77						
z	78	78	78						
b	63	54	33						
gal. red	0.22	0.25	0.37						
атм.	1.02	1.02	1.02						
J_{app}	1.09	0.83	0.51						
J_v	2.45	1.86	1.15						

6 сентября 1946 г.

J	1.73	1.89	2.50	2.78	2.49	2.34	2.26	2.14	2.01
$l \odot - l$	63.6	65.6	72.1	75.6	80.2	90.6	97.1	107.1	118.2
β	52.3	38.2	22.5	15.5	9.2	-3.0	-7.6	-11.6	-17.6
z	51.2	51.2	51.2	51.2	51.2	51.2	51.2	51.2	51.2
b	30	25	14	8	1	-14	-22	-30	-45
gal. red	0.56	0.67	1.01	1.22	1.52	1.01	0.76	0.56	0.34
атм.	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12
J_{app}	0.03	0.10	0.37	0.44	-0.15	0.21	0.38	0.46	0.35
J_v	0.06	0.12	0.46	0.55	—	0.26	0.47	0.57	0.43
J	2.22	2.25	2.70	2.96	3.71	3.10	2.78	2.53	1.98
$l \odot - l$	38.6	48.9	56.6	61.5	65.9	72.1	78.2	85.2	102.1
β	50	33.3	16.7	13.8	1.3	-6.3	-13	-19	-28.4
z	65	65	65	65	65	65	65	65	65
b	45.6	37°	24.6	17°	9°	0.5	-8.4	-17	-35
gal. red	0.32	0.43	0.62	0.84	1.08	1.39	1.11	0.84	0.45
атм.	1.36	1.36	1.36	1.36	1.36	1.36	1.36	1.36	1.36
J_{app}	0.54	0.46	0.72	0.76	1.27	0.35	0.31	0.33	1.17
J_v	0.74	0.64	0.99	1.04	1.74	0.48	0.42	0.45	0.23

Таблица 50 (продолжение)

J	2.56	2.47	2.83	3.25	3.56	3.06	2.29		
$l_{\odot}-l$	12.6	27.6	38	46.6	56.6	67.6	82.6		
β	64.5	49.4	31.5	15	-1.7	-16.5	-29.4		
z	70.8	70.8	70.8	70.8	70.8	70.8	70.8		
b	51.3	53	46	32	16	-1	-20		
gal. red	0.29	0.28	0.32	0.48	0.80	1.14	0.80		
атм.	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45		
J_{app}	0.82	0.74	1.06	1.32	1.31	0.47	0.04		
J_v	1.24	1.12	1.61	2.00	2.00	0.72	0.06		
J	2.70	3.88	4.16	3.35	2.60				
$l_{\odot}-l$	20.1	31.2	40.2	49.8	60.6				
β	49.0	31.5	14.0	-2.6	-18.6				
z	74	74	74	74	74				
b	57.1	50.6	37.3	20.6	3.00				
gal. red	0.26	0.29	0.44	0.65	1.11				
атм.	1.48	1.48	1.48	1.48	1.48				
J_{app}	0.96	2.11	2.24	1.22	0.01				
J_v	1.56	3.43	3.64	1.98	0.02				
J	2.14	2.41	2.86	2.97	2.29	3.49	2.39	2.29	
$l_{\odot}-l$	17.6	27.6	35	42.2	50.6	60.3	74.0	86.6	
β	69.4	53.7	35.6	18.4	2	-13.6	-27	-37	
z	67	67	67	67	67	67	67	67	
b	46.2	51.0	48.1	37.0	23.0	6	-11.5	-30	
gal. red	0.32	0.28	0.30	0.42	0.67	1.18	1.00	0.52	
атм.	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	
J_{app}	0.43	0.74	1.17	1.16	0.23	0.92	0.00	0.38	
J_v	0.61	1.04	1.65	1.64	0.32	1.30	0.00	0.54	
J	2.94	2.95	3.36	4.60	5.45	4.77	4.13	3.43	2.54
$l_{\odot}-l$	-5.9	11.6	22.6	31	35.4	39.6	44.6	50.6	64.6
β	65	50	32.4	14.5	5.4	-3	-11.4	-19.7	-34.1
z	76.9	26.9	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9
b	54	61.5	59	45	37	29	20	10	-8
gal. red	0.26	0.24	0.24	0.32	0.36	0.48	0.62	0.83	0.88
атм.	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41
J_{app}	1.24	1.27	1.63	2.84	3.65	2.85	2.07	1.16	0.22
J_v	2.31	2.37	3.14	5.30	6.80	5.31	3.86	2.16	0.41

Таблица 40 (продолжение)

J	1.81	3.00	3.06	3.32	4.66	5.61	5.51	3.86	3.25
$l_{\odot}-l$. . .	-14.9	3.6	15.6	24.6	28.6	33.2	38	49.6	66.2
β	65	50.2	32.3	14.2	5.4	-3.1	-12	-38.6	-43.4
z	80	80	80	80	80	80	80	80	80
b	55	65	64	51	42	34	24	6	-13
gal. red . . .	0.27	0.24	0.25	0.28	0.32	0.39	0.50	0.82	0.66
атм.	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35
J_{app}	0.19	1.41	1.46	1.69	2.99	3.90	3.66	1.70	1.24
J_v	0.41	3.03	3.19	3.68	6.50	8.50	7.96	3.70	2.70
J	3.15	3.67	5.26	6.41	6.34	4.31	3.17	2.48	
$l_{\odot}-l$. . .	2.6	14.6	23.6	27.6	32	36.6	48.0	64.9	
β	51	33	14.5	5.7	-3	-12	-38.4	-43.4	
z	80	80	80	80	80	80	80	80	
b	65	65	52	44	35	25	6	-12	
gal. red . . .	0.24	0.24	0.28	0.31	0.38	0.50	0.82	0.72	
атм.	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	
J_{app}	1.56	2.03	3.63	4.75	4.61	2.46	1.00	0.41	
J_v	3.40	4.51	7.9	10.4	10.0	5.35	2.17	0.89	

азимута подобно возрастанию яркости ионосферы, то искомая поправка была бы $(p+0.03)^{secz}$. В нашем случае эта поправка должна еще меньше отличаться от обычной формулы Бугера. Вследствие этого мы исправляем полученные видимые яркости на фактор p_1^{secz} , полагая в 1945 г. $p_1=0.82$, в 1946 г. $p_1=0.87$, т. е. всего на 0.02 больше принятого показателя прозрачности. Некоторый произвол этой редукции смягчается тем обстоятельством, что наблюдения по большей части производились на том же альмукунтарате.

В качестве примера приводим наблюдения в редуцированном виде за 9—10 октября 1945 г. и 6 сентября 1946 г. В первой строке приводятся наблюдаемые яркости, полученные непосредственно по отсчету клина фотометра. Далее следуют координаты точек наблюдения — долгота по отношению к Солнцу, эклиптикальная широта, зенитное расстояние, галактическая широта. В соответствии с этими коор-

динатами даются поправки — gal. red. за суммарный блеск звезд, „атм.“ — за ионосферу и получается видимая яркость J_{app} , по которой, наконец, находится действительная яркость Зодиакального света вне атмосферы J_v (см. табл. 40).

Значения J_v наносятся на график по эклиптикальным координатам, и по ним проводятся изофоты, соответствующие целым значениям яркостей в числе звезд пятой величины на квадратный градус. Обращает внимание широкий вид

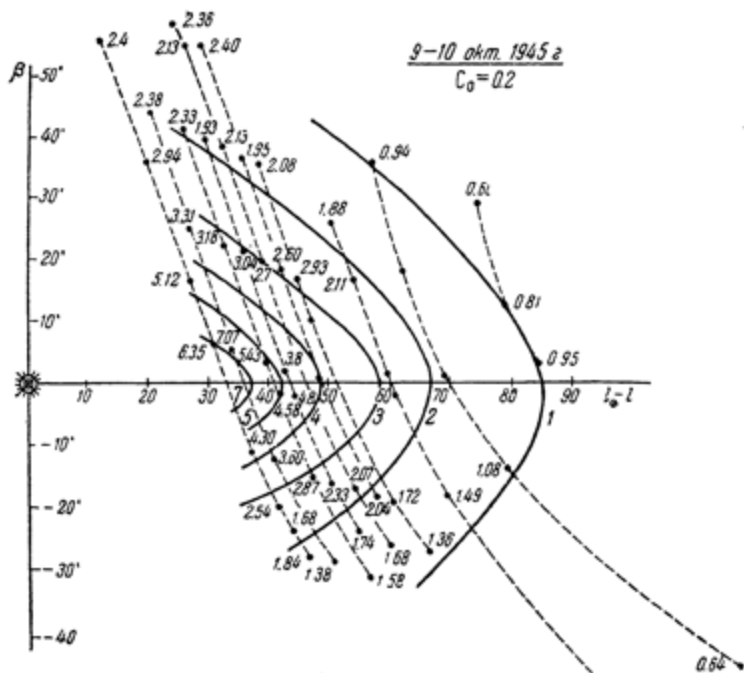


Рис. 17. Изофоты Зодиакального света из наблюдений 9—10 октября 1945 г.

различных изофот, находящихся в резком контрасте с видимым контуром явления.

Прежде всего рассмотрим изменение яркости Зодиакального света вдоль эклиптики. Отсчитываем угловые расстояния от Солнца различных изофот, которые приводим в таблице 41.

Таблица 41

1945 г.				
J_v	6-7 окт.	7-8 окт.	9-10 окт.	15-16 окт.
1	77 ²	84 ¹	85 ³	86 ¹
2	64	62	67	68
3	55	52	58.5	60
4	50	—	49	52
5	45	44	42	47
7	40	37	35	40
8	—	—	—	36
9	32—33	—	—	—
1946 г.				
J_v	5 сент.	6 сент.	8 сент.	
0.5	88 ³	87 ³	—	
1	74	69	70	
2	57	58	59	
3	—	50	48	
5	43	42	38	
7	—	35	—	
8	—	—	31	

Прежде всего констатируем, что абсолютная яркость Зодиакального света на том же угловом расстоянии от Солнца в 1945 г. была примерно на 20% больше, чем в 1946 г. Принимая во внимание, что наблюдения производились в совершенно различных условиях и учитывая известную неопределенность наших редукций, нельзя считать эту разность вполне реальной. Распределение яркости в обоих случаях оказалось почти в точности одинаковым. Небольшие отклонения относятся лишь к наиболее отдаленным и самым слабым частям явления, которые ничтожным образом выде-

ляются на общем фоне неба и потому наблюдаются с очень большой относительной погрешностью. Можно сравнить на-

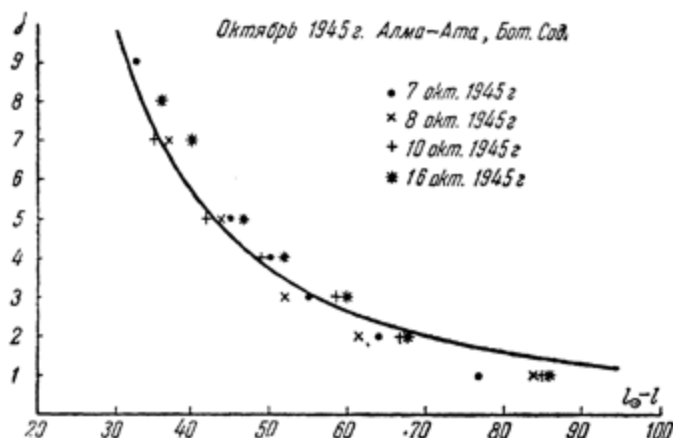


Рис. 18. Яркость Зодиакального света в плоскости эклиптики в функции углового расстояния от Солнца в 1945 г.

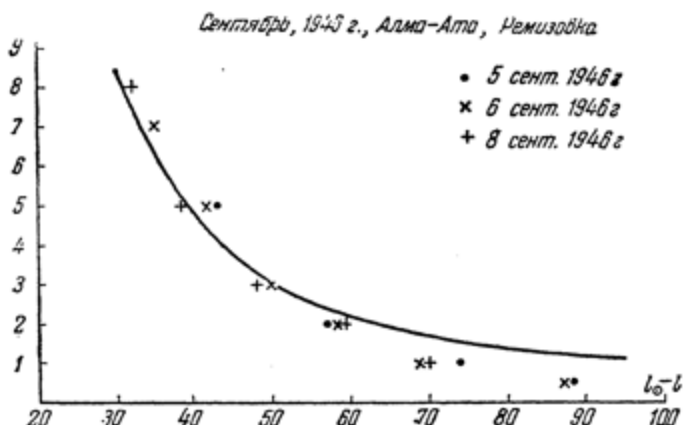


Рис. 19. Яркость Зодиакального света в плоскости эклиптики в функции углового расстояния от Солнца в 1946 г.

блюдаемое распределение с теоретическим в предположении, что плотность метеорной материи в пространстве изменяется обратно пропорционально расстоянию от Солнца, а также

сферическую индикатрису рассеяния. Форма индикатрисы, впрочем, не имеет существенного значения на угловых расстояниях 30° — 70° от Солнца. В этих предположениях яркость Зодиакального света должна изменяться пропорционально $[1 - \cos(l - l_\odot)]^{-1}$, что изображается сплошной кривой на прилагаемых графиках с соответствующим подбором коэффициента пропорциональности.

Как видно, действительная яркость изменяется несколько быстрее теоретической, хотя различие для малых угловых расстояний незначительно. С точки зрения теории стационарного распределения метеорной материи, основанной на предположении постепенной дезагрегации астероидов (см. гл. 8), это различие может быть объяснено некоторой примесью эллиптических орбит (точный закон обратной пропорциональности расстоянию справедлив лишь для круговых орбит).

Более серьезная проблема встает в связи с формой Зодиакального света. Как было показано выше (гл. 9), изофоты его можно представить теоретически на основании нашей гипотезы происхождения Зодиакального света, которая приводит к следующему выражению пространственной плотности

$$D = f(r) e^{-ks \sin \varphi}.$$

Выражение $f(r)$, одинаковое для всех плоскостей, может быть найдено на основании одного лишь условия стационарности. Любопытно, что фактически то же выражение $f(r)$ получается при любом механизме заполнения пространства космической материей, когда это заполнение происходит извне, будет ли это распад периодических комет, захваченных планетами, или выброс материи из астероидов или, наконец, медленное и постепенное выпадение пылевых частиц, тормозящихся солнечной радиацией.

Вместе с тем ни один из этих процессов не может объяснить распределения материи вне плоскости эклиптики без

дополнительных предположений, касающихся самой сущности происхождения метеорной материи.

Выше было показано, что теория дезагрегации астероидов позволяет построить изофоты Зодиакального света (гл. 9), но эти изофоты оказываются слишком сжатыми, если полагать, что пыль покидает поверхность астероидов без начальной скорости. Любопытно, что фактор, определяющий плотность Зодиакальной материи вне эклиптики

$$e - k \sin \varphi$$

(φ — угол наклона), получается из известного распределения орбит астероидов, но значение k оказывается примерно в 3 раза меньшим, чем это необходимо для объяснения изофот Зодиакального света.

Это может указывать на то, что частицы покидают поверхность астероидов с некоторой начальной скоростью, а также на то, что орбиты мелких астероидов, доставляющих главный материал для метеорной материи, наклонены в среднем под значительно большими углами. Как было показано ранее (гл. 6), область пояса астероидов должна также изобилывать мелкой пылью, так как при всех условиях распыления наибольшее количество материи должно прежде всего скапливаться в этом поясе. Это объясняет явление Зодиакальной полосы. Можно, таким образом, полагать, что из этой полосы, слабой вследствие удаленности от Солнца и от наблюдателя, непрерывно генерируются яркие конуса Зодиакального света.

В заключение остается указать на некоторые неувязки, которые следует выяснить дальнейшими наблюдениями.

Северный Зодиакальный свет не простирается очень далеко от эклиптики и едва ли достигает полюса мира, где зодиакальная составляющая во всяком случае очень мала. Эта малая яркость не совместима с изофотами конусов Зодиакального света, получаемых после введения всех наших редукций. Неувязка зависит от того, что зодиакальные конуса простираются видимым образом слишком далеко к

северу. Это не может обуславливаться общим увеличением свечения неба с широтой (широтный градиент), что, согласно нашим результатам, не имеет существенного значения. Получается впечатление, что вблизи горизонта имеется еще дополнительное свечение, связанное с Солнцем и появляющееся лишь при небольших погружениях Солнца под горизонт порядка 20° и даже несколько более. До сих пор, однако, считается общепризнанным, что сумерки совершенно оканчиваются при погружении Солнца на 16° и во всяком случае 17° . С этим связана большая проблема теоретического и наблюдательного характера. Повидимому наилучшим средством для выяснения этого вопроса могут служить фотометрические сравнения северного Зодиакального света с его обоими конусами и их спектроскопическое исследование.

Москва

январь 1947 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Henyey and Greenstein. Diffuse radiation in the Galaxy. *Annales d'Astrophysique*, v. III, No. 2—3—4, p. 117—137, 1940.
2. O. Struve. Diffuse matter in space, Washington, 1942.
3. Fessenkoff. Researches on the nocturn sky luminosity etc. *Труды ГАИШ*, т. 10, ч. 1, стр. 40, 1937.
4. Rudnick. The relation of the brightness of the night sky to zenith distance. *Ap. J.* vol. 87, No. 5, p. 584, 1938.
5. Elvey and Rudnick. The photoelectric colour of the zodiacal light. *Ap. J.* vol. 86, No. 3, p. 342, 1937.
6. Watson. Between the planets. The Harvard Books of Astronomy, p. 116, 1941.
Watson. «Distribution of meteoric matter in interstellar space». *Harvard Annals*, vol. 105, No. 32, 1937.
7. Poynting. Radiation in the solar system. *Phil. Transaction*, vol. 202, p. 525—552, 1903.
8. Robertson. Observatory, 1937.
9. Watson. Between the planets. The Harvard Books of Astronomy, p. 115, 1941.
10. Hoffmeister. *Die Meteore*, Leipzig, 1937.
11. Porter. An analysis of British meteor Data. *M.N.*, vol. 104, No. 5, 1944.
12. Watson. Between the planets, The Harvard Books of Astronomy, p. 124, 1941.
13. Фесенков. Космические метеоры и Зодиакальный свет. *Астр. журн.*, т. 15, стр. 358, 1938.
14. Покровский. Происхождение периодических комет, ч. 1, Юрьев, 1901.
15. Moulton. An introduction to celestial mechanics, p. 295, 1914.
16. Фесенков. О возможности захвата при близком прохождении. *Астр. журн.*, том 23, вып. 1, стр. 45, 1946.
17. Фесенков. Эволюция солнечной системы. *Труды Главной Астрономической обсерватории*, т. 1, 1922.
18. Fessenkoff. La lumière zodiacale. Thèse de doctorat, Paris, 1914.
19. *Ibidem* pp. 155—166.

20. Fessenkoff. Researches on the nocturn sky luminosity etc. Труды ГАИШ, т. 10, ч. 1, стр. 46, 1937.
21. Fath. The northern limit of the zodiacal light. Publ. Astr. Society Pacific, vol. 20, p. 280, 1908.
22. Elvey and Roch. A photoelectric study of the light from the night sky. Ap. J. vol. 85, p. 213, 1937.
23. Newcomb. An observation of the zodiacal light to the north of the Sun, Ap. J., vol. 22, p. 209, 1905.
24. Barnard. Note on prof. Newcomb of the zodiacal light, Ap. J. vol. 23, p. 168, 1906.
25. Fath. The northern limit of the zodiacal light. Publ. Astr. Soc. Pacific, vol. 20, p. 280, 1908.
26. Schermann. Unser Wissen über das Zodiacallicht. Himmel u. Erde, vol. 1, p. 597, 1889.
27. Honnorat. La lumière zodiacale en 1902. L'Astronomie, p. 170, 1903.
28. Humboldt A. Sur quelques phénomènes d'intensité de la lumière zodiacale. Comptes Rendus, vol. 41, p. 613.
29. A. Humboldt. On certain appearances connected with the zodiacal light. M.N., vol. 16, p. 16, 1855.
30. Fessenkoff. Researches on the nocturn sky luminosity etc. Труды ГАИШ, т. 10, ч. 1, стр. 6, 1937.
31. Maunder. Note on the zodiacal light. M.N., vol. 58, p. 301, 1898.
32. Sandig. Photographische Photometrie des Zodiacallichtes. Mitteilungen der Universit. Sternwarte zu Breslau. Bd. 5, 1939.
33. Newton. Amer. Journal of Sciences and Arts, vol. 12, 1878.
34. Tisserand. Traité de mécanique céleste. Vol. 4, Paris.
35. Kleine Planeten, Jahrgang 1943, Copernicus Institut.
36. Путилин. Физические особенности малых планет. Природа № 2, 1941.
37. Schoenberg. Theoretische Photometrie. Handbuch d. Astrophysik, Bd. 2, erste Hälfte, p. 62, 1929.
38. Фесенков. Астероиды и космическая пыль. Доклады АН СССР, т. 34, № 6, 1942.
39. Spitzer. The dynamics of the interstellar medium. Ap. J. vol. 93, No. 3, p. 369, 1941.
40. Jeans. Astronomy and Cosmogony, p. 293, Cambridge, 1928.
41. Stromgren. The physical state of interstellar Hydrogen, Ap. J., vol. 89, No. 4, стр. 526, 1939.
42. Fessenkoff. Researches on the nocturn sky luminosity etc. Труды ГАИШ, т. 10, ч. I, стр. 47, 1937.
43. Williams. Relation Frequency of Meteors. Ap. J., vol. 92, No. 3, p. 424, 1940.
44. Watson. Distribution of meteoric matter in interstellar space. Harvard Annals, vol. 105, No. 32, 1937.

45. Öpik. Telescopic observations of Meteors at the Tartu Observatory. Tartu Publ., vol. 27, No. 2, 1930.
46. Öpik. Proc. Amer. Phil. Soc. vol. 81, No. 4, p. 493, 1939.
47. Hoffmeister. Untersuchungen über das Zodiakallicht. Veröff. Berlin—Babelsberg, v. 10, p. 1, 1932.
48. Young. A text-book of general Astronomy. New-York, 1898.
49. Heis. Zodiakallicht—Beobachtungen in den letzten 29 Jahren. 1847—1875, Münster, 1875.
50. Jones. United States—Japan Expedition, 1856.
51. Backhouse. On the inclination of the zodiacal light. M.N., vol. 41, p. 333, 1881.
52. Bayldon. Notes on the zodiacal light. Publ. Astr. Soc. Pacific, vol. 12, p. 13, 1900.
53. Fessenkoff. La lumière zodiacale. Paris, p. 110, 1914.
54. Marchand. La lumière zodiacale. L'Astronomie, p. 50, 1896.
55. Bayldon. Notes on the zodiacal light. Publ. Astr. Soc. Pacific, vol. 12, p. 13, 1900.
56. Backhouse. On the inclination of the zodiacal light. M.N., vol. 41, p. 333, 1881.
57. Jamamoto. Report of the sub-commission on zodiacal light. Transactions of the IAU, vol. 6, 1938.
58. Struve and Elvey. Observations, made with the nebular spectrograph, Mc. Don. Obs. Contr. No. 9, 1939.
59. Mitra. Observatory, Febr. 1945. Astrophysical Research in India, p. 13.
60. Фесенков. Светимость ночного неба в Китабе, Ташкенте и Кучине. Доклады АН СССР, т. 11, № 3—4, 1935.
61. Фесенков. О светимости неба под разными широтами. ДАН СССР, т. 32, № 5, 1941.
62. Rayleigh. Observatory, Febr. 1945. Выступление в дискуссии по докладу Mitra.
63. Dufay. Thèse. Bulletin de l'Obs. de Lyon, 10, p. 133, 1928.
64. Abadie, Vassy et m-me Vassy. Comptes Rendus, 217, p. 610, 1943; *ibid.* 218, p. 164, 1944.
65. Elvey and Farnsworth. Spectrophotometric observations of the light of the night sky. McDonald Obs. Contrib. No. 59, 1942.
66. Barbier. Annales de Geophysique, vol. 12, p. 144, 1945.
67. Fessenkoff. Researches of the nocturn sky luminosity etc. Труды ГАИШ, т. 10, ч. 1, стр. 17 и след., 1937.
68. Пясковская—Фесенкова. Новый метод определения коэффициента прозрачности атмосферы, Астр. журн., т. 24, вып. 2, 1947.
69. *Ibidem.*
70. Elvey and Farnsworth. Spectrophotometric observations of the light of the night sky. McDonald Observ. Contrib. No. 59, 1942.
71. Seares, van Rhijn, Joyner and Richmond. Mean distribu-

- tion of stars according to apparent magnitude and galactic latitude. *Ap. J.* vol. 62, p. 320, 1925.
72. Seares and Joyner. Systematic deviations from the mean stellar distribution. *M. Wilson Contr.* No. 346, 1926; Seares, Selective Absorption near the North Pole and the Spectrum Colour relation. *M.N.*, vol. 103, No. 6, 1943.
73. Лентовский. Небулярный спектрограф. Бюллетень Астрономического института № 53, стр. 500, 1945.
74. Риль. Люминисценция, ОГИЗ, Гостехиздат, стр. 73, 1946.
75. Yntema. On the brightness of the sky and the total amount of starlight. *Publ. Astr. Lab. Groningen*, No. 22, 1909.
76. Van Rhijn. On the brightness of the sky. *Publ. Astr. Lab. Groningen*, 31, 1921.
77. Sandig. Untersuchungen über das Zodiakallicht. *Mitteilungen d. Sternwarte Breslau*. Bd. 5, p. 24, 1939.
78. Serpieri. La luce zodiacale. Монография.
79. Henyey and Greenstein. Diffuse radiation in the Galaxy. *Annales d'Astrophysique*. No. 2—3—4, p. 117, 1940.
80. Seares and Joyner. Systematic deviations from the mean stellar distribution. *Ap. J.* vol. 67, p. 24, 1928.
-

Глава первая. Некоторые данные о материи в междупланетном пространстве	3
Глава вторая. Световые явления, представляемые возможными потоками гиперболических метеоров	20
Глава третья. Интегральный эффект распада периодических комет	37
Глава четвертая. О вероятности захвата комет в зависимости от наклона их орбит	60
Глава пятая. О возможном числе и суммарной поверхности астероидов	66
Глава шестая. Об эффекте дезагрегации астероидов	73
Глава седьмая. Движение космической пыли в междупланетном пространстве	101
Глава восьмая. Определение плотности в среде междупланетной метеорной материи на основании условия стационарности	128
Глава девятая. Теоретическое определение пространственной плотности метеорной материи в междупланетном пространстве	135
Глава десятая. О скорости смены материи Зодиакального света	151
Глава одиннадцатая. Зодиакальный свет по глазомерным наблюдениям и соображения относительно его фотометрического исследования	158
Глава двенадцатая. Теория свечения ночного неба	163
Глава тринадцатая. Определение эффективной высоты свечения ионосферы	208
Глава четырнадцатая. Разделение составляющих светимости ночного неба	214
Глава пятнадцатая. Фотометрические наблюдения над Зодиакальным светом и их интерпретация	251
Литература	272

Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета
Академии Наук СССР

Редактор издательства А. М. Гальперина. Технический редактор В. Н. Диков

РИСО АН СССР № 2801. А-10509. Тип. заказ № 3051. Под. и печ. 18/XII 1947 г.
Формат бумаги 60×92³/₄. Печ. л. 17¹/₄. Уч.-издат. 14¹/₄. Тираж 1500.
Цена в коленчуровом переплете 14 руб.