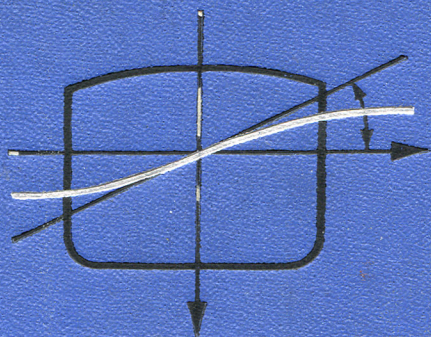


Качка корабля



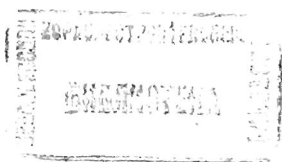
629.12
СЗД

В. В. СЕМЕНОВ-ТЯН-ШАНСКИЙ,
С. Н. БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ, А. Н. ХОЛОДИЛИН

КАЧКА КОРАБЛЯ

*Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР в качестве учебника
для студентов кораблестроительных вузов и факультетов*

Под редакцией проф., доктора техн. наук
В. В. Семенова-Тян-Шанского



ИЗДАТЕЛЬСТВО «СУДОСТРОЕНИЕ»
ЛЕНИНГРАД

1969

Семенов-Тянь-Шанский В. В., Благовещенский С. Н.,
Холодильник А. Н.

С30 Качка корабля. Л., Судостроение. 1969

Стр. 392

В книге рассматриваются основы теории качки корабля, экспериментальные методы ее изучения, общие принципы стабилизации корабля и некоторые вопросы теории динамической устойчивости корабля. Книга содержит также разделы, посвященные элементам гидродинамической теории качки, некоторым вопросам динамической устойчивости, тесно связанным с качкой, и явлениям параметрического резонанса, возникающим при совместной вертикальной и боковой качке. В учебной литературе эти вопросы до сих пор не рассматривались.

Книга предназначается в качестве учебника для студентов кораблестроительных факультетов применительно к специальностям «судостроение и судоремонт». Она может быть также полезной для аспирантов, инженеров и проектировщиков, работающих в судостроении.

3—18—5

13—69

УДК 629.12 : 532.5.041 (075.8)

СЕМЕНОВ-ТЯН-ШАНСКИЙ Владимир Вениаминович,
БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ Сергей Николаевич,
ХОЛОДИЛЬНИК Александр Николаевич

КАЧКА КОРАБЛЯ

(учебник для вузов)

Рецензенты: Кафедра теории корабля НКИ; д. т. н. В. В. Луговский

Редактор М. И. Никитина Технический редактор Д. М. Крякова

Корректоры: Н. А. Ежикова, С. Л. Осмоловская

Оформление переплета художника Л. А. Яценко

Сдано в набор 19/II 1969 г. М-54037 Подписано к печати 14/VII 1969 г.
Формат издания 60×90¹/₁₆ Физ. печ. л. 24,5 Уч.-изд. л. 21,0 Изд. № 2121-67
Тираж 5500 экз. Цена 94 коп. Бумага для глубокой печати Зак. 70

Издательство «Судостроение» Ленинград, Д-65, ул. Гоголя, 8

Ленинградская типография № 6 Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР, Ленинград, ул. Моисеенко, 10

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	5
Введение	7
§ 1. Общее понятие о качке корабля. Виды качки. Последствия качки	—
§ 2. Краткий исторический очерк развития учения о качке	9
§ 3. Характеристика сил, действующих на корабль при качке	14
§ 4. Общие допущения теории качки. Система координат. Уравнения движения	16
Глава первая. Линейная теория качки корабля на тихой воде	23
§ 5. Основные положения	—
§ 6. Присоединенные массы воды	24
§ 7. Сопротивление качке	26
§ 8. Уравнения различных видов качки и их решение. Периоды качки	27
§ 9. Вычисление моментов инерции массы корабля. Приближенные формулы для определения периодов качки на тихой воде	34
§ 10. Вычисление коэффициентов гашения и присоединенных масс для бортовой качки	38
§ 11. Вычисление коэффициентов гашения и присоединенных масс для продольной качки корабля	43
Глава вторая. Линейная теория поперечной качки корабля на регулярном волнении	52
§ 12. Основные характеристики морского волнения	—
§ 13. Упрощенные уравнения вертикальной и бортовой качки и их решение	57
§ 14. Влияние конечных размеров корабля, расположенного лагом к волнению, на главную часть возмущающих силы и момента при вертикальной и бортовой качке	64
§ 15. Приближенные формулы для поправочных коэффициентов $\chi_{\text{вб}}, \chi_{\text{об}}, \chi_{\text{лг}}$ и $\chi_{\text{бл}}$	74
§ 16. Полные уравнения вертикальной и бортовой качки с учетом гидродинамических сил в абсолютных и относительных координатах. Укороченное уравнение	83
§ 17. Решение уравнений вертикальной и бортовой качки	88
§ 18. Параметрический резонанс	98
§ 19. Влияние скорости хода и курса корабля на качку. Диаграммы В. Г. Власова	107
Глава третья. Элементы гидродинамической теории качки	114
§ 20. Введение и основные допущения	—
§ 21. Исходные положения гидродинамической теории качки	115
§ 22. Общие выражения для гидродинамических сил и моментов, действующих на корабль	123
§ 23. Качка корабля на регулярном волнении	128
§ 24. О применении гидродинамической теории качки	135
Глава четвертая. Линейная теория продольной качки корабля	149
§ 25. Постановка задачи	—
§ 26. Силы воздействия воды на элементарный отсек при качке корабля на тихой воде без хода. Уравнения продольной качки	150
§ 27. Продольная качка корабля на тихой воде при наличии хода	156
§ 28. Определение возмущающих сил и моментов	166
§ 29. Дифференциальные уравнения продольной качки на волнении и их решение	171

§ 30. Практический метод расчета продольной качки транспортных судов	174
§ 31. Об амплитудах продольной качки корабля. О результатах расчета и о кривых заливаемости	178
Глава пятая. Основы теории и расчета линейной качки корабля на нерегулярном волнении	183
§ 32. О влиянии нерегулярности волнения на качку корабля	—
§ 33. Некоторые понятия теории вероятностей и теории случайных функций	187
§ 34. Характеристики морского ветрового волнения	193
§ 35. Расчет бортовой качки на нерегулярном волнении	200
Глава шестая. Основы нелинейной теории бортовой качки	203
§ 36. Виды нелинейности. Бортовая качка на тихой воде корабля с заданной диаграммой остойчивости. Вычисление периода бортовой качки	—
§ 37. Бортовая качка на тихой воде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости	209
§ 38. Некоторые энергетические зависимости вынужденной качки	214
§ 39. Бортовая качка на волнении корабля с заданной диаграммой остойчивости и с различным законом сопротивления. Амплитудные кривые и их свойства. Переход от нелинейного сопротивления к линейному и обратно	220
Глава седьмая. Некоторые вопросы теории динамической остойчивости корабля	231
§ 40. О действии на корабль поперечной силы	—
§ 41. Действие шквала на корабль на тихой воде и на волнении	236
§ 42. Нелинейная задача о динамическом крене корабля при совместном действии шквала и волн	245
§ 43. Практический метод определения совместного действия на корабль шквала и волн	254
Глава восьмая. Успокоители качки	258
§ 44. Состояние вопроса. Классификация успокоителей качки	—
§ 45. Общие принципы стабилизации корабля	265
§ 46. Пассивные гидродинамические успокоители качки	272
§ 47. Активные гидродинамические успокоители качки	276
§ 48. Успокоительные цистерны	290
§ 49. Успокоители продольной качки	303
Глава девятая. Экспериментальные методы изучения качки	312
§ 50. Задачи экспериментального изучения качки	—
§ 51. Мореходные испытания	313
§ 52. Критерии подобия	321
§ 53. Исследования качки моделей	330
§ 54. Математическое моделирование качки	354
Приложения	360
Приложение 1. Вычисление характеристик корабля, необходимых для расчета качки	—
Приложение 2. Расчет бортовой и вертикальной качки на регулярном волнении	361
Приложение 3. Расчет продольной качки на волнении	365
Приложение 4. Расчет бортовой качки на реальном нерегулярном волнении	375
Приложение 5. Расчет успокоителя качки	378
Приложение 6. Расчет динамической остойчивости корабля при воздействии на него горизонтальной силы	381
Приложение 7. Применение математической модели корабля для расчета качки	384
Литература	388

Настоящий учебник, написанный в соответствии с действующей учебной программой по курсу «Качка корабля», излагает материал, читаемый в кораблестроительных вузах и на кораблестроительных факультетах для студентов, специализирующихся в области судостроения и судоремонта. Книга может служить также пособием для студентов, специализирующихся в области гидроаэромеханики.

В настоящее время невозможно излагать теорию качки корабля, не используя положения гидродинамической теории. Вопросы качки и динамической остойчивости в своем практическом приложении сейчас переплелись настолько сильно, что излагать их необходимо вместе. Поэтому в отличие от ранее вышедших учебников и учебных пособий по данному разделу теории корабля, в этот учебник включены главы об элементах гидродинамической теории качки и некоторых вопросах динамической остойчивости корабля.

Введение этих дополнительных разделов и одновременное уменьшение общего объема учебника по сравнению с вышедшим ранее привели к необходимости довольно сильно сжать изложение основных разделов качки, главным образом за счет исключения некоторых подробностей.

По методическим соображениям все расчетные примеры приводятся в приложениях, так как они в основном являются материалом для практических занятий и иллюстрируют выполнение домашних заданий по курсу «Качка корабля».

Основными источниками при составлении учебника служили труды по вопросам теории качки А. Н. Крылова, А. П. Фан-дер-Флита, Г. Е. Павленко, В. Г. Власова, М. Д. Хаскинда, С. Н. Благовещенского, Г. А. Фирсова и А. И. Вознесенского, а также ряд исследований других авторов, ссылки на которых имеются в книге. Отдельные вопросы излагаются по материалам собственных исследований авторов, причем некоторые из них публикуются впервые.

Необходимо отметить, что теория качки корабля за последнее десятилетие получила довольно сильное развитие. Многие вопросы получили новые решения с помощью более строгих методов. Немало было сделано и в области экспериментальных исследований. Авторы старались по возможности излагать курс, используя современный материал. Однако это не всегда удавалось. Так, метод малого параметра, завоевывающий все более сильные позиции в теории качки при решении нелинейных задач, не нашел до-

статочного отражения на страницах книги. Ввиду невозможности из-за отсутствия времени на лекциях и места в книге излагать его в необходимой подробности, пришлось в данном случае ограничиться только упоминанием о нем. В книге не дается теория приборов, применяемых в экспериментальных работах по качке, так как изложение этого материала потребовало бы включения некоторых вопросов электроники и электротехники, непосредственно не связанных с теорией качки.

В главе о гидродинамической теории качки устанавливается структура гидродинамических сил, но не излагаются математические методы их вычисления. Аналогичным образом пришлось поступать и при освещении многих других вопросов. В этих случаях авторы ограничивались изложением основных положений проблемы, считаясь с необходимостью указать тенденции развития, но не вдаваясь в подробности. В качестве примера можно упомянуть изложение материала о параметрическом резонансе и качке на нерегулярном волнении. С другой стороны, в книге усилены разделы, касающиеся продольной качки и экспериментальных исследований.

Введение, главы I, II, V и VI написаны *В. В. Семеновым-Тянь-Шанским*, главы III, IV и VII — *С. Н. Благовещенским*, главы VIII, IX и приложения — *А. Н. Холодилиным*.

Авторы выражают глубокую благодарность д-ру техн. наук *В. В. Луговскому* и сотрудникам кафедр теории корабля Николаевского и Ленинградского кораблестроительных институтов и особенно д-ру техн. наук *Ю. В. Ремезу* и доценту *Г. Н. Ткачуку* за ряд ценных замечаний и советов. Авторы также благодарят студентов-кораблестроителей *Т. Г. Земляниченко*, *Н. П. Латухину* и *К. В. Попову* за большую помощь при оформлении графического материала книги.

Отзывы о книге просьба направлять по адресу издательства «Судостроение»: Ленинград, Д-65, ул. Гоголя, 8.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Общее понятие о качке корабля. Виды качки. Последствия качки

Качкой корабля называется колебательное движение, совершаемое кораблем как твердым телом при плавании на тихой воде или на волнении.

Учение о качке корабля является одним из разделов теории корабля, занимающейся изучением его мореходных качеств. Качка — отрицательное явление, поэтому мореходным качеством корабля является не сама качка, а *умеренность качки*.

При изучении качки основной практический интерес представляет качка на волнении, которая возникает вследствие воздействия последнего на плавающий корабль.

Изучение качки на тихой воде рассматривается главным образом как введение в изучение качки на волнении. Однако качка на тихой воде представляет самостоятельный интерес. Она может возникать, когда корабль, выведенный из положения равновесия, снова предоставляется самому себе или когда кораблю, находящемуся в положении равновесия, сообщается некоторая скорость, выводящая его из положения равновесия, или, что равносильно, к кораблю прикладывается некоторый импульс.

При изучении качки движение сложной гидродинамической системы корабль—жидкость, имеющей бесконечное число степеней свободы, рассматривается как движение твердого тела, имеющего шесть степеней свободы. В соответствии с наличием шести степеней свободы можно установить шесть видов качки: три основных и три дополнительных.

Основными видами качки называются колебания корабля, во время которых при отклонении от положения устойчивого равновесия возникают силы, стремящиеся вернуть корабль в первоначальное положение. Это:

— *бортовая качка* — вращательное колебательное движение в поперечной плоскости;

— *килевая качка* — вращательное колебательное движение в продольной плоскости;

— *вертикальная качка* — поступательное колебательное движение вдоль вертикальной оси.

Дополнительные виды качки представляют колебательные движения корабля около безразличного положения

равновесия и происходят только за счет переменности знака внешнего воздействия. Это:

- *рысканье* — вращение около вертикальной оси;
- *продольно-горизонтальная качка* — поступательное движение вдоль продольной оси;
- *поперечно-горизонтальная качка* — поступательное движение вдоль поперечной оси.

На тихой воде могут наблюдаться только основные виды качки. На волнении качка практически всегда представляет сложную комбинацию из основных и дополнительных видов качки. На волнении одновременно существует не менее двух основных видов качки. Это либо комбинация вертикальной и бортовой качек, называемая *поперечной качкой*, возникающая при расположении корабля лагом к волнению; либо это комбинация вертикальной и килевой качки, называемая *продольной качкой*, которая возникает при расположении корабля в разрез к волнению. При косом расположении корабля к волнению возникают все три основных вида качки. Перечисленные комбинации основных видов качки всегда сопровождаются дополнительными видами качки.

Выше было указано, что качка — явление отрицательное. Это обуславливается тем, что качка всегда сопровождается рядом вредных последствий. Некоторые из них могут привести к гибели корабля, другие только затрудняют его нормальную эксплуатацию.

Вредные последствия, носящие катастрофический характер и ведущие к гибели корабля и находящихся на нем людей и грузов, следующие:

- опрокидывание вследствие чрезмерных наклонений при бортовой качке или вследствие значительного уменьшения остойчивости;

- перелом корпуса вследствие изгиба при килевой качке.

Из вредных последствий, затрудняющих эксплуатацию судна, можно указать следующие:

- заливание палубы;
- местные разрушения под действием сил инерции и ударов волн;
- нарушение нормальной работы устройств и механизмов вследствие наклонений корабля и воздействия сил инерции;
- перемещение недостаточно закрепленных и пересыпающихся грузов вследствие наклонений корабля и воздействия сил инерции;
- невозможность для экипажа полноценно выполнять свою работу;
- потеря скорости хода за счет возрастания сопротивления, ухудшения работы движителей и невозможности держаться на курсе;
- морская болезнь команды и пассажиров.

Качка корабля, как всякое колебательное движение, характеризуется тремя параметрами: *амплитудой*, или *размахом*; *перио-*

дом, или частотой; сдвигом фазы колебания по отношению к внешнему воздействию.

Чем меньше амплитуда и чем больше период, тем плавнее качка. *Плавность и малость* размахов качки и составляет *умеренность качки*, которая является одним из важных мореходных качеств корабля.

Основной целью изучения качки является прежде всего выяснение причин возникновения перечисленных выше вредных последствий качки и установление мер, предотвращающих или обезвреживающих эти последствия.

Чтобы успешно решить поставленную задачу, нужно прежде всего установить связь между характеристиками качки, с одной стороны, и характеристиками корабля и волнения, с другой, а затем найти активные методы воздействия на качку в целях ее умерения и устранения вредных последствий. Этого можно достигнуть четырьмя путями:

- при проектировании корабля так выбрать его элементы, чтобы ему была обеспечена плавная и малая качка;

- перемещением грузов на корабле улучшить параметры качки;

- применить специальные устройства для успокоения качки, или, как говорят, для стабилизации корабля (эти устройства называются успокоителями качки);

- добиться умерения качки соответствующим изменением курса и скорости хода корабля.

Все это и составляет предмет изучения в настоящем курсе. Теория качки, излагаемая ниже, основывается на положениях теории колебаний и гидромеханики и сильно связана с теорией остойчивости корабля. Движение корабля описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка, и при решении их используется теория этих уравнений.

§ 2. Краткий исторический очерк развития учения о качке

Начало теоретическому изучению качки было положено в работах известных ученых XVIII века: члена Петербургской Академии наук Леонарда Эйлера [93] и французского астронома Пьера Бугера [89]. В труде первого «Корабельная наука», изданном в России в 1749 году, и в труде второго «Трактат о корабле, о его конструкции и о его движении», изданном во Франции в 1746 году, была с одних и тех же позиций рассмотрена теория качки корабля на тихой воде.

В этих работах задача о малых колебаниях плавающего тела была сведена к задаче о простом математическом маятнике, который имеет те же период и амплитуду колебаний, что и качающийся корабль. При этом в уравнениях качки из сил, действующих на

корабль, были учтены только восстанавливающие гидростатические силы и силы инерции самого корабля. Влияние гидродинамических сил в них не учитывалось.

Исследованием качки корабля на волнении впервые занялся другой член Петербургской Академии наук — Даниил Бернулли. В своем труде, опубликованном во Франции в 1759 году, он заложил основы теории качки на волнении. Особое внимание он обратил на разъяснение причин резкого усиления качки при совпадении периода волны с периодом собственных колебаний корабля на тихой воде, т. е. в случае резонанса. Сочинение Д. Бернулли примерно в течение ста лет считалось классическим. Однако на практике обнаружилось, что корабли с наибольшей остойчивостью оказывались самыми беспокойными на волнении, что противоречило теории Д. Бернулли. Это несовпадение в конце концов объяснилось тем, что Д. Бернулли основывался на ошибочной гипотезе о свойствах волнового движения жидкости и считал силу поддержания на волнении направленной вертикально, что не соответствует действительности.

После этих первых достижений наступил некоторый застой в развитии теоретических исследований в области теории качки. В течение примерно ста лет не появлялось новых теоретических работ, посвященных качке. В это время у нас и за границей было опубликовано много учебников и руководств, где излагались первые достижения в области теории качки и делались практические выводы из них.

Следующим крупным теоретическим исследованием явился труд известного английского исследователя Вильяма Фруда «О боковой качке корабля» [95], опубликованный в 1861 году. Коренное отличие теории Фруда состояло в том, что сила поддержания в каждой точке имела направление, нормальное к поверхности волны. Это соответствовало теории трохоидаальных волн, разработанной Ф. Герстнером еще в 1803 году, к тому времени основательно позабытой и вновь открытой В. Ранкиным.

В своем труде В. Фруд рассматривает корабль, идущий лагом к волне, полагая его поперечные размеры бесконечно малыми по сравнению с размерами волны, и ограничивается малыми амплитудами качки и угла волнового склона. Выводы этой теории с качественной стороны подтверждались практикой, хотя несколько преувеличивали амплитуду качки.

В последующие годы появилось значительное количество серьезных работ, посвященных исследованию бортовой качки, в том числе работа французского исследователя Э. Бертена (1880 г.), предложившего приближенные методы учета влияния конечных размеров корабля на бортовую качку и эмпирическую формулу для учета момента сил сопротивления бортовой качке [88]. Э. Бертен предложил также формулу для определения дополнительного момента сопротивления, возникающего при нали-

чий у корабля скуловых килей — простейших успокоителей качки.

Работы В. Фруда и Э. Бертена в области теории бортовой качки позволили использовать полученные теоретические результаты в практических расчетах при удовлетворительном согласовании результатов расчетов с экспериментом. Однако все эти достижения относились к бортовой качке и не могли быть перенесены на килевую качку, так как в этом случае длину корабля нельзя было рассматривать как малую по сравнению с длиной волны, потому что когда возникает опасная килевая качка, длина корабля и длина волны оказываются величинами одного порядка. Не был также разработан метод расчета качки корабля, идущего косым курсом по отношению к направлению бега волн, так называемый общий случай качки, когда одновременно возникают все три основных вида качки.

Вторая половина XIX века характеризуется большими сдвигами в судостроении. Парус как основной движитель окончательно изжил себя и был заменен гребными колесами и винтами; деревянное судостроение уступило место сначала железному, а потом стальному; размеры судов стали быстро возрастать. Поэтому необходимость решения упомянутых выше задач назрела, и без такого решения нельзя было обеспечить необходимое повышение мореходности и прочности проектируемых новых кораблей.

Все эти задачи в самом конце XIX века были решены А. Н. Крыловым, которого за его научные исследования и практическую деятельность называют «отцом русской научной школы судостроения». В 1896 году А. Н. Крылов доложил в Обществе английских корабельных инженеров теорию килевой качки [32], а в 1898 году там же — общую теорию качки [31]. В основу своей теории А. Н. Крылов положил гипотезу о том, что присутствие корабля не влияет на поле давления волны. Это допущение практически приводит к недооценке гидродинамических сил, действующих на корабль при качке. В работе А. Н. Крылова этот недостаток частично компенсировался соответствующим введением сил сопротивления. Созданная А. Н. Крыловым теория давала возможность учитывать в расчетах все особенности формы корабля, пользуясь его теоретическим чертежом, и не нуждалась ни в каких допущениях о малости корабля. Результаты, полученные В. Фрудом и Э. Бертенем, являлись частными случаями теории А. Н. Крылова. В своих работах А. Н. Крылов не только дает теорию вопроса, но и подробно разрабатывает схему всех вычислений. За эти работы Общество английских корабельных инженеров наградило его золотой медалью. Это был первый случай присуждения медали иностранцу.

В 1907 году Н. Е. Жуковский [24], справедливо называемый «отцом русской авиации», выступил с докладом «О действии волнующейся жидкости малой глубины на плавающие на ее поверх-

нсти тела». В этой работе Н. Е. Жуковский рассмотрел качку прямоугольного понтона на длинных волнах с учетом тех изменений, которые вызываются наличием качающегося тела. Ему удалось установить, что обратное воздействие качающегося тела на движение окружающей его жидкости приводит к появлению среди гидродинамических сил составляющих, зависящих от ускорения тела, которые формально могут быть учтены соответствующим увеличением массы самого тела. Практически это означало, что в дифференциальных уравнениях качки корабля, составленных на основании теории А. Н. Крылова, нужно увеличить его массу на величину так называемой присоединенной массы. Впервые это было изложено и зафиксировано применительно к качке корабля в работах Г. Е. Павленко ([43] и [45]), опубликованных в тридцатых годах. В этих же работах Г. Е. Павленко впервые предложил приближенные формулы для вычисления присоединенных масс при килевой и вертикальной качке.

Исследование Н. Е. Жуковского положило начало гидродинамической теории качки. Один из крупнейших советских гидромехаников Н. Е. Кочин в 1940 году опубликовал работу «Теория волн, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости» [28]. Все эти работы позволили М. Д. Хаскинду в конце сороковых годов создать стройную гидродинамическую теорию качки корабля на волнении. Результаты исследований М. Д. Хаскинда были опубликованы в ряде работ [75], [76]. Гидродинамическая теория качки не содержит гипотезы А. Н. Крылова о неизменяемости поля давлений в волне. Однако законченное решение удалось получить за счет ряда дополнительных допущений, среди которых одним из наиболее существенных является предположение об остроте обводов корабля, позволяющее считать нормаль к наружной поверхности мало отклоняющейся от перпендикуляра к диаметральной плоскости. Гидродинамическая теория дала возможность получить общие выражения для сил сопротивления (за исключением сил вязкостной природы) и инерционных сил и позволила теоретически обосновать гипотезу о разделении сил. Однако М. Д. Хаскинду, к сожалению, не удалось довести свое исследование до подробной разработки расчетных схем различных видов качки и тем более общего случая качки корабля на волнении, как это сделал А. Н. Крылов. За последнее время гидродинамическая теория получила дальнейшее развитие в работах А. М. Басина [5], В. В. Луговского [38], Грима [96], Тасаи [109] и Ньюмена [100], в которых приведены практические методы расчета. Эти методы дают различные численные результаты, и единый рациональный метод расчета, аналогичный методу, разработанному А. Н. Крыловым, до сих пор еще не найден.

Одновременно с созданием гидродинамической теории качки шла большая работа по усовершенствованию методов расчета.

Особенно много внимания было уделено созданию приближенных методов учета влияния конечных размеров корабля. После Э. Бертена различные приближенные формулы для учета влияния конечной ширины и осадки были предложены А. П. Фан-дер-Флитом [70], Г. Е. Павленко [43], И. Г. Хановичем [74], Ю. И. Фаддеевым [68] и С. Н. Благовещенским [10]. Много было сделано по упрощению расчетных схем качки. Этим вопросам были посвящены исследования И. Г. Бубнова [13], Г. Е. Павленко [45], В. Г. Власова [17] и П. Ф. Папковича [47].

В большинстве упомянутых выше исследований качка рассматривалась как колебательный процесс малой амплитуды, который может быть описан линейными дифференциальными уравнениями. Это одно из допущений теории качки, которое может привести к ошибкам в окончательных результатах главным образом в отношении бортовой качки, где амплитуды практически достигают больших величин. Поэтому возник вопрос об исследовании так называемой нелинейной бортовой качки. Здесь усилия исследователей сосредоточились, с одной стороны, на определении периода бортовой качки на тихой воде и, с другой, — на составлении и решении нелинейных уравнений качки. Пионером и в этой области был А. Н. Крылов [30]. Проблемами нелинейной бортовой качки занимались Г. Е. Павленко [44], В. Г. Власов [18], А. Б. Карпов [25], В. Г. Сизов [62], А. П. Фан-дер-Флит [70], Г. М. Хорошанский [84], С. Н. Благовещенский [7], В. В. Луговский [39] и В. В. Семенов-Тянь-Шанский [61].

Из теории колебаний были известны случаи так называемого параметрического резонанса, когда уравнение, описывающее колебательный процесс, являлось линейным уравнением с переменными коэффициентами. Аналогичные явления были обнаружены и в качке. Из теории А. Н. Крылова вытекает, что подобные переменные коэффициенты входят в уравнения качки. Дальнейшее развитие это положение получило в работах В. В. Семенова-Тянь-Шанского [56], А. М. Басина [4], Г. К. Авдеева [1] и Л. Н. Стрелева [65].

Все перечисленные выше исследования рассматривали качку корабля на регулярном синусоидальном волнении. На самом деле ветровое волнение не является регулярным, т. е. две соседние волны отличаются как по периоду, так и по амплитуде. Таким образом возникала необходимость рассмотреть качку корабля на так называемом нерегулярном волнении. Впервые на это обстоятельство обратил внимание А. Н. Крылов, который в своих работах дал качественную оценку влиянию нерегулярности волнения на качку [35]. В дальнейшем этому вопросу была посвящена работа Ю. А. Круткова [29]. За последние годы к изучению качки на нерегулярном волнении была привлечена теория случайных стационарных процессов с использованием аппарата теории вероятностей. В этой области за границей было много сделано

Сен-Дени и Пирсоном [92]. У нас теория и расчетные методы разработаны А. И. Вознесенским и Г. А. Фирсовым [72], А. Н. Тупысевым [67], В. В. Луговским [38] и др.

Параллельно с разработкой теории и методов расчета качки во всех странах велась теоретическая и практическая работа в области стабилизации судов. За границей было запатентовано много различных систем и конструкций успокоителей качки. Перечислим здесь фамилии изобретателей, предложения которых нашли практическое применение. Это — Фрам, Шлик, Сперри, Мотора и др. За рубежом успокоители качки поставляют на суда следующие хорошо зарекомендовавшие себя фирмы: Денни-Браун (Англия), Воспер (Англия), Сперри (США) и др.

В нашей стране теоретическое и практическое изучение этого вопроса нашло место прежде всего в работах А. Н. Крылова [33], [34], С. О. Макарова и И. Г. Бубнова и позднее в работах С. Н. Благовещенского [11], Г. Е. Павленко [43], А. Н. Шмырева [85], В. А. Мореншильдт, С. Т. Ильиной [86], А. Н. Холодилина [83] и др.

§ 3. Характеристика сил, действующих на корабль при качке

На качающийся корабль, как на всякое твердое тело, совершающее некоторое движение, прежде всего действуют сила собственного веса и силы инерции, обусловленные его массой.

Поскольку при качке корабль совершает колебания в воде, то на него действуют гидродинамические силы, которые характеризуют взаимодействие корабля и окружающей его воды. Строгое определение величины этих сил является одной из сложнейших задач теоретической гидромеханики, в полной мере не разрешенной и в настоящее время.

Если ограничиться рассмотрением малых колебаний корабля на волнах малой амплитуды, то в соответствии с положениями гидродинамической теории качки гидродинамические силы можно разделить на ряд составляющих, не зависящих друг от друга. Для качки большой амплитуды возможность такого разделения не доказана, но при составлении уравнений практически принцип разделения сил и в этом случае используется.

В соответствии с гидродинамической теорией качки (см. главу III, § 22) гидродинамические силы можно разделить на следующие четыре составляющие.

Инерционные силы, возникающие вследствие изменения кинетической энергии жидкости, вызываемого качающимся кораблем. Эти силы пропорциональны ускорениям качки корабля в первой степени. В выражениях этих сил или их моментов множители при соответствующих ускорениях называются присоединенными

массами и имеют размерность масс, размерность моментов инерции масс и размерность статических моментов масс.

Восстанавливающие, или гидростатические силы, возникающие как реакция воды на перемещение корабля, стремящиеся вернуть корабль в положение, совпадающее с положением его на тихой воде. Эти силы представляют собой результирующие дополнительных гидростатических давлений, распределенных по той смоченной поверхности, которую корабль имел бы на тихой воде, и для данного корабля целиком определяются его перемещением.

Силы сопротивления, или демпфирующие силы, возникающие вследствие непрерывного рассеивания энергии качающегося корабля. Эти силы, в свою очередь, можно подразделить на силы волновой и силы вязкостной природы. Первые обусловлены гравитационными свойствами воды и определяются непрерывным расходом энергии на поддержание системы волн, распространяющихся во все стороны от качающегося корабля. Силы волнового сопротивления при качке малой амплитуды пропорциональны первой степени скорости колебаний. Эти силы, так же как и инерционные гидродинамические силы, обусловлены теми возмущениями, которые вносятся в спокойную жидкость вынужденной качкой корабля. Вторые обусловлены вязкостью воды и определяются как сумма *сопротивления трения* и *сопротивления формы*, связанного с вихреобразованием. Зависимость этих сил от скорости качки вообще более сложная, чем для сил волнового сопротивления.

Возмущающие силы, возникающие вследствие непрерывной передачи кораблю части энергии волнующейся жидкости. Возмущающие силы делятся на две части: *главную* и *дополнительную — дифракционную*.

Главная часть возмущающих сил представляет собой результирующую гидродинамических давлений (за исключением гидростатических давлений, имеющих место при качке корабля на тихой воде), которые распределены по его смоченной в данный момент поверхности. Эта часть сил есть следствие изменения набегающей волной формы погруженной части судна по сравнению с формой, соответствующей тихой воде, и отличия поля давлений в неискаженной кораблем волне от поля гидростатических давлений.

Частицы жидкости в волне движутся приблизительно по круговым замкнутым орбитам. Если в волну поместить неподвижный корабль, то частицы жидкости должны будут изменить свое движение, так как около поверхности корабля эти частицы имеют возможность двигаться только по касательным к ней. Вследствие этого возникнут отраженные волны. Для того чтобы изменить движение частиц воды в волне, нужно приложить к ним некоторые усилия. Корабль будет воспринимать их как периодически изменяющиеся давления. *Дополнительная, или, как ее называют, дифракционная часть возмущающих сил* представляет собою ре-

зультулирующую гидродинамических давлений, обусловленных возникновением отраженных волн.

Инерционные и восстанавливающие силы относятся к числу *консервативных сил*, и, следовательно, работа за период каждой из них порознь равна нулю.

Силы сопротивления относятся к числу *диссипативных сил*, и их работа (по отношению к кораблю) всегда отрицательна.

Возмущающие силы всегда явно зависят от времени и от элементов набегающих волн.

Восстанавливающие силы и *главная часть возмущающих сил* характеризуют прямое воздействие на корабль окружающей его воды без учета движения жидкости, вызванного движением корабля.

Инерционные, демпфирующие силы и дифракционная часть возмущающих сил являются следствием тех изменений в движении жидкости, которые обусловлены присутствием в ней качающегося корабля. Таким образом, эти силы учитывают вторичное явление, т. е. обратное воздействие корабля на жидкость.

Гидродинамические силы, учитываемые в современных расчетах качки, с качественной стороны полно характеризуют внутреннее воздействие в сложной гидродинамической системе, состоящей из корабля и окружающей его жидкости. Что касается количественной стороны, то этот вопрос не является полностью разработанным и требует дальнейших уточнений.

§ 4. Общие допущения теории качки. Система координат. Уравнения движения

Основными допущениями линейной теории качки являются предположения, что амплитуды качки и амплитуды волн малы. На этих допущениях построена и гидродинамическая теория качки, созданная М. Д. Хаскиндом [75], которая по существу тоже является линейной теорией. Непосредственно из допущений о малости амплитуд качки и волн вытекает, что вследствие конечности периодов рассматриваемых колебательных движений члены уравнений качки и волнового движения жидкости, содержащие квадраты и произведения линейных и угловых скоростей являются членами высшего порядка малости по сравнению с членами, содержащими перемещения, скорости и ускорения в первой степени.

Вторым допущением является предположение о том, что продольная главная ось инерции корабля параллельна пересечению его диаметральной плоскости и плоскости прямой ватерлинии соответствующей положению равновесия корабля на тихой воде. Поперечная главная ось инерции перпендикулярна диаметральной плоскости, т. е. параллельна ватерлинии равновесия, а вертикальная ось перпендикулярна первым двум. Предполагая такое расположение главных осей инерции, мы тем самым предпола-

000 0178

гаем, что центр масс корабля — его центр тяжести — смещен относительно плоскости ватерлинии равновесия на расстояние ζ_p и располагается в диаметральной плоскости. С другой стороны, мы, очевидно, также предполагаем, что все составные части нагрузки корабля расположены симметрично диаметральной плоскости. Все эти положения на реальном корабле строго не выполняются. Однако принимая их, мы не вносим больших ошибок в окончательные результаты расчетов качки. Ниже в некоторых случаях мы не будем учитывать расстояние между центром тяжести и плоскостью ватерлинии равновесия, пренебрегая им, как малым. В дальнейшем, при введении в уравнения движения присоединенных масс мы будем использовать дополнительные аналогичные допущения.

Согласно гипотезе А. Н. Крылова, наличие корабля в волне не вносит изменений в поле давлений окружающей его жидкости. Мы считаем, что частицы жидкости беспрепятственно совершают свое движение, не встречая препятствия со стороны обшивки корабля, т. е. как будто обшивка корабля является проницаемой для движущихся частиц. Однако жидкость оказывает давление на обшивку, и в каждой ее точке это давление равно давлению в соответствующей точке волны. Эта гипотеза позволяет вычислить главную часть возмущающей силы и ее момент. Введение в уравнение движения членов, содержащих присоединенные массы и сопротивление, вносит поправки и приводит уравнения движения качественно в соответствие с действительностью. Таким образом, в настоящее время гипотезу А. Н. Крылова можно считать не действующей, а имеющей только рабочее значение для определения главной части возмущающей силы и ее момента.

Для составления уравнений движения примем две основные системы координат и одну вспомогательную (рис. 1). Первую, связанную с кораблем, вторую — неподвижную в пространстве и третью — полусвязанную. За первую систему координат примем главные оси инерции корабля. Таким образом начало координат будет в центре тяжести корабля — в точке G . Ось Gx будет продольной осью инерции с положительным направлением в нос. Ось Gy будет поперечной осью инерции с положительным направлением на правый борт. Ось Gz будет вертикальной осью инерции с положительным направлением вниз. Таким образом, система координат $Gxyz$ будет правой системой. В неподвижной системе

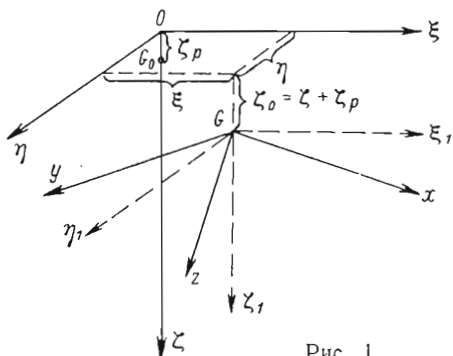


Рис. 1

координат $O\xi\eta\zeta$ оси $O\xi$ и $O\eta$ лежат на поверхности спокойной воды. Ось $O\zeta$ направлена вниз. Начало полусвязанной системы координат $G\xi_1\eta_1\zeta_1$ расположено в центре тяжести корабля, а оси остаются все время параллельными соответственно осям системы $O\xi\eta\zeta$. В начальный момент времени обе системы координат полностью совпадают, если $\xi_p = 0$.

Движение корабля при качке рассматриваем как состоящее из поступательного перемещения, называемого переносным, и вращения около какой-либо определенной точки тела, называемого относительным движением. Поэтому положение корабля в пространстве будем определять через абсолютные координаты его центра тяжести (точки G) и поворотом около центра тяжести. Переносное движение будет определено, если в каждый момент времени будут известны абсолютные координаты точки G :

$$\xi = \xi(t); \quad \eta = \eta(t); \quad \zeta_0 = \zeta + \xi_p = \zeta(t).$$

Чтобы определить относительное движение, необходимо в каждый момент времени знать положение осей $Gxyz$ относительно осей вспомогательной полусвязанной системы $G\xi_1\eta_1\zeta_1$ (рис. 1). Это будет достигнуто, если будут известны девять направляющих косинусов, то есть косинусы углов, составляемых осями Gx , Gy и Gz с каждой из осей $G\xi_1$, $G\eta_1$ и $G\zeta_1$, параллельных осям $G\xi$, $G\eta$ и $G\zeta$. Девять направляющих косинусов не независимы. Они связаны между собой шестью уравнениями, которые являются следствием перпендикулярности осей в каждой системе. Таким образом, остается только три независимых угла. Эйлер предложил специальным образом выбирать эти три направляющих независимых друг от друга угла. Эти углы называются эйлеровыми углами и очень удобны для использования в астрономии. Для исследования качки они неудобны, так как при малых наклонениях углы «астрономической» системы могут принимать большие значения. Поэтому А. Н. Крылов предложил взамен астрономической системы углов другую систему, которую он назвал «корабельной», свободную от этого недостатка. В системе, предложенной А. Н. Крыловым, угол $\varphi_{кр}$ равен углу рыскания, а углы $\theta_{кр}$ и $\psi_{кр}$ при малых наклонениях мало отличаются от углов крена и дифферента.

Корабельная система эйлеровых углов может быть выбрана различными способами. С. Н. Благовещенский [7] предложил еще более удобную корабельную систему углов, которая выбирается следующим образом (рис. 2). Линия GN , образованная пересечением координатных плоскостей $\xi_1 G \eta_1$ и $y G z$, является линией узлов. Положительное направление этой линии выбирается так, чтобы совмещение оси ξ_1 с осью x осуществлялось поворотом оси ξ_1 на наименьший угол против часовой стрелки, если смотреть со стороны этого направления. Плоскость $\xi_1 G x$, как видно на рис. 2, перпендикулярна линии узлов.

Угол $\varphi_B := \angle \eta_1 GN$ лежит в плоскости $\xi_1 G \eta_1$. Положительное направление отсчета — против часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси $G\xi_1$. Изменение угла φ_B соответствует рысканию корабля. Вектор угловой скорости $\dot{\varphi}_B$ совпадает с осью $G\xi_1$.

Угол $\psi_B + 90^\circ = \angle \xi_1 G x$ лежит в плоскости $\xi_1 G x$ и получается вращением подвижной системы осей около линии узлов GN . Положительное значение угла отсчитывается от оси $G\xi_1$ к оси Gx против часовой стрелки, если смотреть с положительного конца линии GN . Угол ψ_B приблизительно равен углу дифферента и при положительном значении соответствует дифференту на корму. При отсутствии крена угол ψ_B точно равен углу дифферента с обратным знаком. Вектор угловой скорости $\dot{\psi}_B$ совпадает с линией узлов GN .

Угол θ_B лежит в плоскости yGz . Положительное значение угла отсчитывается от линии узлов GN к оси Gy против часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси Gx . Угол θ_B в точности соответствует углу крена, и при положительном значении угла крен будет на правый борт. Вектор угловой скорости $\dot{\theta}_B$ совпадает с осью Gx .

На рис. 2 линия GP представляет положение оси Gx после поворота на угол φ_B . Линия GK представляет положение оси Gz после поворота на угол ψ_B .

В статике корабля угол крена θ представляет угол между следом ватерлинии на плоскости мидель-шпангоута и осью y , а угол дифферента ψ — угол между следом ватерлинии на диаметральной плоскости и осью x . Таким образом, углы θ_B и θ как в статике, так и в качке имеют одинаковый смысл. Угол ψ_B в качке является углом между осью x и поверхностью воды и имеет другой смысл, чем угол ψ в статике.

Не останавливаясь на подробном выводе, напомним здесь в аналитическом виде связь, существующую между этими углами:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \theta_B; \quad \operatorname{tg} \psi = - \frac{\operatorname{tg} \psi_B}{\cos \theta_B}.$$

Знак минус во второй формуле объясняется тем, что за положительное направление изменения угла ψ_B принято наклонение на корму, а положительный угол дифферента ψ считается на нос.

Выбранные указанным способом эйлеровы углы обладают следующими свойствами:

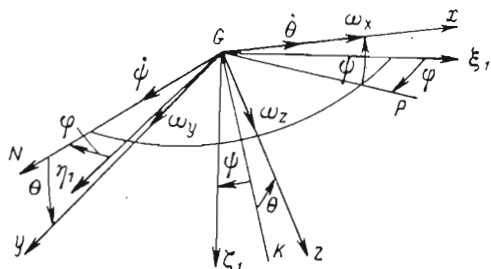


Рис. 2

- соответствующим изменением величины этих углов кораблю можно придать любое направление в пространстве;
- изменение одного угла не влияет на величину других углов;
- новое положение корабля в пространстве не зависит от порядка изменения эйлеровых углов.

Для лучшего уяснения установленных эйлеровых углов рассмотрим гироскоп в кардановом подвесе с горизонтальной осью маховика. На рис. 3 изображен такой гироскоп с горизонтальной осью вращения Gx . Ось Gx маховика 1 гироскопа вмонтирована

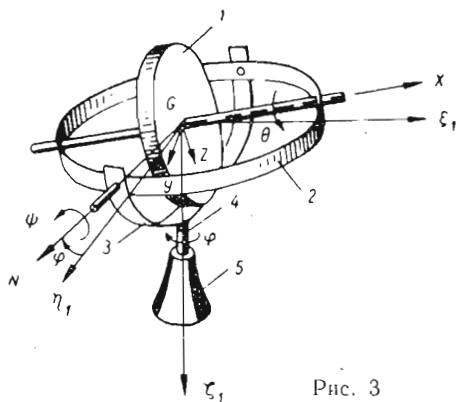


Рис. 3

во внутреннее кольцо 2, которое может вращаться около оси GN в цапфах, укрепленных во внешнем полукольце 3. Внешнее полукольцо 3 укреплено на вертикальной оси 4, которая может вращаться в цапфах неподвижной подставки 5. Вращение вокруг оси 4 соответствует изменению эйлерова угла φ_B , вращение вокруг оси GN — изменению угла ψ_B и вращение маховика вокруг своей оси — изменению

угла θ_B . При этом плоскость вращения маховика соответствует плоскости мидель-шпангоута корабля. Соответствующим изменением углов φ_B , ψ_B и θ_B можно придать маховику (мидель-шпангоуту) любое положение в пространстве. При этом изменение каждого угла может производиться независимо от остальных в любой последовательности, и малому отклонению гироскопа от начального положения соответствуют малые эйлеровы углы.

Поскольку начало координат связанной системы мы поместили в центр тяжести тела, а в качестве связанных координатных осей взяли главные оси инерции, уравнения движения, как показал Эйлер, приобретают простейший вид:

$$\frac{D}{g} \ddot{\xi} = X; \quad \frac{D}{g} \ddot{\eta} = Y; \quad \frac{D}{g} \ddot{\zeta} = Z; \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} J_x \dot{\omega}_x - (J_y - J_z) \omega_y \omega_z &= M_x; \\ J_y \dot{\omega}_y - (J_z - J_x) \omega_z \omega_x &= M_y; \\ J_z \dot{\omega}_z - (J_x - J_y) \omega_x \omega_y &= M_z. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Три первых уравнения (1) представляют движение центра тяжести в абсолютной системе координат, а три последних (2) — вращение тела около его центра тяжести.

В этих уравнениях ξ , η и ζ — абсолютные координаты центра тяжести; ω_x , ω_y и ω_z — проекции угловой скорости корабля на оси Gx , Gy и Gz ; J_x , J_y и J_z — главные центральные моменты инерции массы $\frac{D}{g}$ корабля относительно тех же осей; X , Y и Z — проекции главного вектора всех сил на оси абсолютных координат; M_x , M_y и M_z — проекции главного момента всех сил на связанные оси. Точками обозначено дифференцирование по времени.

Для малых колебаний, если отбросить члены высшего порядка малости, можно написать

$$\omega_x = \dot{\theta}; \quad \omega_y = \dot{\psi}; \quad \omega_z = \dot{\varphi}.$$

Кроме того, в уравнениях (2) можно отбросить вторые члены левых частей как малые, так как они содержат произведения малых угловых скоростей. Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} J_x \ddot{\theta} &= M_x; \\ J_y \ddot{\psi} &= M_y; \\ J_z \ddot{\varphi} &= M_z. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Рассматривая шесть уравнений (1) и (3), соответствующих шести степеням свободы, приходим к заключению, что уравнения

$$\frac{D}{g} \ddot{\xi} = Z; \quad (4)$$

$$J_x \ddot{\theta} = M_x; \quad (5)$$

$$J_y \ddot{\psi} = M_y \quad (6)$$

описывают основные виды качки: вертикальную (4), бортовую (5) и килевую (6). Остальные три уравнения:

$$\frac{D}{g} \ddot{\xi} = X; \quad (7)$$

$$\frac{D}{g} \ddot{\eta} = Y; \quad (8)$$

$$J_z \ddot{\varphi} = M_z \quad (9)$$

описывают дополнительные виды качки: продольно-горизонтальную (7), поперечно-горизонтальную (8) и рыскание (9).

Рассмотрим подробно уравнения основных видов качки (4)–(6). Для правых частей этих уравнений можно написать

$$Z = D - \gamma V(\xi) + P_{\xi} + R_{\xi} + Q_{\xi}(t), \quad (10)$$

где D — вес корабля;
 $\gamma V(\xi)$ — переменная сила плавучести, зависящая от перемещения корабля ξ ;
 P_{ξ} — инерционная гидродинамическая сила;
 R_{ξ} — сила сопротивления;
 $Q_{\xi}(t)$ — возмущающая сила, зависящая явно от времени;
 $M_x = M(\theta) + P_{\theta} + R_{\theta} + Q_{\theta}(t);$ (11)
 $M_y = M(\psi) + P_{\psi} + R_{\psi} + Q_{\psi}(t),$ (12)
 $M(\theta)$ и $M(\psi)$ — восстанавливающие моменты при поперечном и продольном наклонении;
 P_{θ} и P_{ψ} — моменты инерционных гидродинамических сил;
 R_{θ} и R_{ψ} — моменты сил сопротивления;
 $Q_{\theta}(t)$ и $Q_{\psi}(t)$ — возмущающие моменты, зависящие явно от времени.

В дальнейшем будет рассмотрена сначала линейная теория качки, которая соответствует случаю, когда качка корабля описывается линейными дифференциальными уравнениями. С позиций линейной теории рассматриваются три основных вида качки на тихой воде и на волнении. Нелинейная теория здесь рассматривается только применительно к бортовой качке и соответствует случаю, когда для ее описания можно использовать одно нелинейное дифференциальное уравнение. При этом нелинейным оказывается как восстанавливающий момент, так и момент сил сопротивления. Необходимость в описании бортовой качки корабля с помощью нелинейного уравнения появляется тогда, когда углы крена достигают таких значений, что их нельзя рассматривать как малые.

Линейная теория качки корабля на тихой воде

§ 5. Основные положения

Качкой на тихой воде называются колебания, совершаемые кораблем при плавании на спокойной поверхности воды. Эти колебания могут быть вызваны либо сообщенной кораблю начальной поступательной или угловой скоростью, либо отклонением его от положения равновесия. Практически качка корабля на тихой воде возникает очень редко. Тем не менее изучение ее имеет значение, так как некоторые характеристики качки корабля на тихой воде определяют свойства его качки на взволнованном море.

Прежде всего рассмотрим наиболее простые случаи качки на тихой воде, т. е. три основных вида качки, которые на тихой воде теоретически могут существовать независимо друг от друга:

— вертикальную качку [уравнение (4)], когда положение корабля в каждый момент времени определяется величиной отклонения ζ центра тяжести от положения равновесия. Аппликата ζ считается положительной при перемещении вниз;

— бортовую качку [уравнение (5)], когда положение корабля определяется углом θ , который считается положительным при крене на правый борт;

— килевую качку [уравнение (6)], когда положение корабля определяется углом ψ , который считается положительным при дифференте на нос.

Для этих случаев качки, поскольку здесь рассматривается линейная качка, используем упомянутое в § 4 допущение, которое изложим в виде двух пунктов:

— вертикальные отклонения корабля рассматриваются как малые, поэтому обводы корабля в зоне изменения осадки могут считаться прямыми;

— угловые наклоны корабля, измеряемые в радианах, считаются малыми по сравнению с единицей, поэтому восстанавливающие моменты, возникающие при наклоне, можно определять по метацентрическим формулам остойчивости.

Рассмотрим сначала подробнее инерционные гидродинамические силы, возникающие при качке, и демпфирующие силы и затем перейдем к составлению уравнений движения.

§ 6. Присоединенные массы воды

Как известно из курса гидромеханики, на тело, движущееся в идеальной жидкости с ускорением, действуют гидродинамические силы и моменты инерционной природы, величина которых зависит от присоединенных масс. При этом кинетическая энергия жидкости выражается формулой

$$T_{\text{ж}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \mu_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad (1.1)$$

где μ_{ij} — присоединенные массы, часть которых имеет размерность массы, другая часть — размерность статического момента массы и третья — момента инерции массы.

При этом $\mu_{ij} = \mu_{ji}$; $\dot{q}_i$ и $\dot{q}_j$ — проекции скоростей движения тела (корабля) в жидкости на оси координат. Кроме того $\dot{q}_1 = u_x$; $\dot{q}_2 = u_y$; $\dot{q}_3 = u_z$ — проекции линейной скорости, а $\dot{q}_4 = \omega_x$; $\dot{q}_5 = \omega_y$; $\dot{q}_6 = \omega_z$ — проекции угловой скорости.

В приведенных выше обозначениях первый индекс i указывает направление скорости движения тела, а второй j — ту проекцию силы, к которой данное обозначение относится.

Как известно из теоретической механики, чтобы получить проекции силы или момента на соответствующую ось, нужно дважды продифференцировать выражение кинетической энергии по скорости и по времени. Тогда для проекций инерционных гидродинамических сил и моментов получим

$$P_j = - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{\text{ж}}}{\partial \dot{q}_j} \right). \quad (1.2)$$

Количество независимых присоединенных масс равняется 21. Если движущееся тело имеет плоскости симметрии, то часть присоединенных масс равняется нулю. В гидромеханике за последнее время разработаны способы определения присоединенных масс для тел, движущихся в полупогруженном состоянии при наличии волнообразования на свободной поверхности жидкости. Этому вопросу посвящены работы Грима [96], Тасан [109] и другие. Использование этих результатов приводит к сложным окончательным зависимостям. Если для упрощения принять, что присоединенные массы воды для плавающего на ее поверхности корабля равны половине присоединенных масс, вычисленных для тела, погруженного в безграничную жидкую среду с дублированной формой подводной части, то такое предположение будет равносильно тому, что корабль является телом, имеющим горизонтальную плоскость симметрии, совпадающую с плоскостью $\xi O\eta$. Кроме того, корабль всегда имеет одну плоскость симметрии, совпадающую с его диаметральной плоскостью. Для упрощения

задачи делается еще предположение, что плоскость мидель-шпангоута является третьей плоскостью симметрии. В дальнейшем эти допущения, связанные с формой погруженной части корабля, приводят в некоторых случаях к необходимости сделать дополнительное допущение о расположении центра тяжести в плоскости мидель-шпангоута и на ватерлинии.

Если тело имеет три плоскости симметрии, то количество присоединенных масс уменьшается до 6. Тогда выражение для кинетической энергии (1.1) упрощается:

$$T_{ж} = \frac{1}{2} (\mu_{11}u_x^2 + \mu_{22}u_y^2 + \mu_{33}u_z^2 + \mu_{44}\omega_x^2 + \mu_{55}\omega_y^2 + \mu_{66}\omega_z^2).$$

Поскольку в этой главе мы рассматриваем только три вида качки: вертикальную, бортовую и килевую, то, очевидно, не равны нулю только три скорости из шести:

$$u_z \neq 0; \quad \omega_x \neq 0; \quad \omega_y \neq 0.$$

Тогда имеем

$$T_{ж} = \frac{1}{2} (\mu_{33}u_z^2 + \mu_{44}\omega_x^2 + \mu_{55}\omega_y^2). \quad (1.3)$$

Теперь можно получить выражение проекций инерционных гидродинамических сил и моментов для рассматриваемых независимо видов качки с помощью формулы (1.2):

для вертикальной качки

$$P_{\xi} = -\mu_{33}\dot{u}_z;$$

для бортовой качки

$$P_{\theta} = -\mu_{44}\dot{\omega}_x;$$

для килевой качки

$$P_{\psi} = -\mu_{55}\dot{\omega}_y.$$

Эти выражения показывают, что в рамках сделанных допущений инерционные гидродинамические силы линейно зависят от соответствующих ускорений. Выражения P_{ξ} , P_{θ} и P_{ψ} должны быть введены в правые части уравнений (10), (11) и (12). При этом в соответствии с обозначениями, принятыми при изучении качки, имеем:

$$\mu_{33} = \Delta M; \quad \mu_{44} = \Delta J_x; \quad \mu_{55} = \Delta J_y.$$

Кроме того,

$$u_z = \dot{\xi}; \quad \omega_x = \dot{\theta}; \quad \omega_y = \dot{\psi}.$$

Тогда в уравнения качки должны быть введены члены

$$P_{\xi} = -\Delta M \ddot{\xi}; \quad (1.4)$$

$$P_{\theta} = -\Delta J_x \ddot{\theta}; \quad (1.5)$$

$$P_{\psi} = -\Delta J_y \ddot{\psi}. \quad (1.6)$$

В более строгой постановке задачи с использованием упомянутых выше работ [38], [98] и [109] выражения для гидродинамических сил и моментов будут содержать члены, пропорциональные присоединенным статическим моментам. Эти члены будут учитывать взаимное влияние отдельных видов качки (см. главы III и IV).

§ 7. Сопротивление качке

Сопротивление качке, как и сопротивление движению корабля, является следствием двух свойств воды: вязкости и весомости. Отсюда имеем две основные составляющие сопротивления:

— вязкостное сопротивление, которое, в свою очередь, состоит из сопротивления трения, элементарные составляющие которого направлены по касательным к смоченной поверхности корабля, и из сопротивления формы, элементарные составляющие которого направлены по нормальям к смоченной поверхности;

— волновое сопротивление, элементарные составляющие которого направлены по нормали к смоченной поверхности.

Необходимо отметить, что здесь трение в общем балансе сил сопротивления составляет очень малую долю. Сопротивление формы зависит от размеров и расположения выступающих частей на погруженной части корпуса и может играть существенную роль. Эта часть сопротивления не может быть определена теоретически. Волновое сопротивление практически играет весьма существенную роль, особенно при килевой и вертикальной качке, и может быть определено теоретически в соответствии с гидродинамической теорией качки (см. главу III).

Состояние теоретического изучения сопротивления бортовой качке в настоящее время таково, что рациональнее учитывать сумму всех перечисленных выше составляющих на основании экспериментальных данных, чем вычислять каждую составляющую в отдельности. Таким образом, в уравнение бортовой качки вводят один общий член, учитывающий момент силы сопротивления полностью. Многочисленные экспериментальные данные, полученные главным образом на основе модельных испытаний и частично за счет натурных испытаний, говорят о том, что момент сил сопротивления не является линейной функцией скорости и лучше всего аппроксимируется зависимостью вида

$$R_i = -a\dot{q}_i - b\dot{q}_i^2 \operatorname{sgn} \dot{q}_i,$$

где sgn показывает, что знак второго члена должен изменяться одновременно с изменением знака скорости $\dot{q}_i$; a и b — эмпирические коэффициенты.

Аналогично, но значительно более условно можно выразить сопротивление при килевой и вертикальной качке. Введение подобного члена в уравнение качки делает его нелинейным и сильно усложняет его решение. Если сопротивление удастся выразить формулой

$$R_i = -a\dot{q}_i \text{ или } R_i = -b\dot{q}_i^2 \operatorname{sgn} \dot{q}_i,$$

то в первом случае уравнение оказывается линейным и решение его не представляет никаких затруднений, а во втором случае, хотя уравнение качки и оказывается нелинейным, приближенное решение его может быть получено достаточно просто (см. главу VI).

Здесь мы рассмотрим простейший случай, когда сопротивление является линейной функцией скорости. Будем вводить в уравнения качки члены, учитывающие сопротивление как линейную функцию скорости:

$$R_{\xi} = -2N_{\xi}\dot{\xi}; \quad (1.7)$$

$$R_{\theta} = -2N_{\theta}\dot{\theta}; \quad (1.8)$$

$$R_{\psi} = -2N_{\psi}\dot{\psi}, \quad (1.9)$$

где N_{ξ} , N_{θ} и N_{ψ} — коэффициенты сопротивления, полученные из экспериментальных данных.

В более строгой постановке задачи (см. главы III, IV), выражения (1.7)—(1.9) будут содержать дополнительные члены, учитывающие взаимное влияние различных видов качки.

§ 8. Уравнения различных видов качки и их решение. Периоды качки

Поскольку в этой главе мы рассматриваем качку на тихой воде, в правых частях уравнений качки (10)—(12) функции, выражающие возмущающие силы и их моменты, будут равны нулю:

$$Q_{\xi}(t) = 0; \quad Q_{\theta}(t) = 0; \quad Q_{\psi}(t) = 0.$$

Тогда

$$Z = D - \gamma V(\xi) + P_{\xi} + R_{\xi}; \quad (1.10)$$

$$M_x = M(\theta) + P_{\theta} + R_{\theta}; \quad (1.11)$$

$$M_y = M(\psi) + P_{\psi} + R_{\psi}. \quad (1.12)$$

В качестве допущений, упомянутых выше, мы приняли, что корабль является прямолинейным и что восстанавливающие

моменты могут быть выражены с помощью метацентрических формул остойчивости. Поэтому

$$\gamma V(\xi) = \gamma V_0 + \gamma S\xi; \quad (1.13)$$

$$M(\theta) = -Dh_0\theta; \quad (1.14)$$

$$M(\psi) = -DH_0\psi, \quad (1.15)$$

где V_0 — объем погруженной части корпуса корабля, плавающего в равновесном положении, при этом $D = \gamma V_0$;

h_0 и H_0 — поперечная и продольная метацентрические высоты.

Подставляя зависимости (1.13)—(1.15) и зависимости (1.4)—(1.9) в выражения для Z , M_x и M_y [(1.10)—(1.12)], получим

$$Z = -\gamma S\xi - \Delta M\ddot{\xi} - 2N_\xi\dot{\xi};$$

$$M_x = -Dh_0\theta - \Delta J_x\ddot{\theta} - 2N_\theta\dot{\theta};$$

$$M_y = -DH_0\psi - \Delta J_y\ddot{\psi} - 2N_\psi\dot{\psi}.$$

Теперь, используя основные уравнения качки (4)—(6) и подставляя полученные значения правых частей, напомним уравнения трех основных видов качки:

$$\left(\frac{D}{g} + \Delta M\right)\ddot{\xi} + 2N_\xi\dot{\xi} + \gamma S\xi = 0; \quad (1.16)$$

$$(J_x + \Delta J_x)\ddot{\theta} + 2N_\theta\dot{\theta} + Dh_0\theta = 0; \quad (1.17)$$

$$(J_y + \Delta J_y)\ddot{\psi} + 2N_\psi\dot{\psi} + DH_0\psi = 0. \quad (1.18)$$

Если не учитывать инерционные гидродинамические силы и сопротивление воды, то есть считать, что $\Delta M = \Delta J_x = \Delta J_y = 0$ и $N_\xi = N_\theta = N_\psi = 0$, то уравнения качки на тихой воде можно записать в простейшем виде:

$$\frac{D}{g}\ddot{\xi} + \gamma S\xi = 0; \quad (1.16')$$

$$J_x\ddot{\theta} + Dh_0\theta = 0; \quad (1.17')$$

$$J_y\ddot{\psi} + DH_0\psi = 0. \quad (1.18')$$

Освободившись в (1.16)—(1.18) от множителя при высшей производной, получим

$$\ddot{\xi} + 2v_\xi\dot{\xi} + n_\xi^2\xi = 0;$$

$$\ddot{\theta} + 2v_\theta\dot{\theta} + n_\theta^2\theta = 0; \quad (1.19)$$

$$\ddot{\psi} + 2v_\psi\dot{\psi} + n_\psi^2\psi = 0.$$

В этих выражениях коэффициенты затухания

$$2\nu_{\xi} = \frac{2N_{\xi}}{D/g + \Delta M}; \quad 2\nu_{\theta} = \frac{2N_{\theta}}{J_x + \Delta J_x}; \quad 2\nu_{\psi} = \frac{2N_{\psi}}{J_y + \Delta J_y}; \quad (1.20)$$

частоты собственных колебаний

$$n_{\xi} = \sqrt{\frac{\gamma S}{D/g + \Delta M}}; \quad n_{\theta} = \sqrt{\frac{Dh_0}{J_x + \Delta J_x}}; \quad n_{\psi} = \sqrt{\frac{DH_v}{J_y + \Delta J_y}}. \quad (1.21)$$

Размерность коэффициентов затухания ν и частот n одинаковая и составляет 1/сек.

Соответственно при отсутствии сопротивления, т. е. если $N_{\xi} = N_{\theta} = N_{\psi} = 0$, имеем

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + n_{\xi}^2 \xi &= 0; \\ \ddot{\theta} + n_{\theta}^2 \theta &= 0; \\ \ddot{\psi} + n_{\psi}^2 \psi &= 0. \end{aligned} \quad (1.19')$$

Уравнения (1.19) описывают три основных вида качки и являются однородными линейными дифференциальными уравнениями второго порядка, решение которых хорошо известно из математики. Вообще здесь возможны три случая: $\nu > n$, $\nu = n$ и $\nu < n$, которые приводят к различным решениям. В первых двух случаях получаются аperiodические решения, и описываемое движение не является колебательным. В третьем случае мы имеем периодическое решение, которое описывает качку. Практически частота качки n значительно больше коэффициента затухания ν , поэтому всегда имеет место колебательное движение. Поскольку три полученных уравнения (1.19) принадлежат к одному классу, в дальнейшем подробно рассмотрим решение уравнения бортовой качки. Решение для этого случая может быть написано в тригонометрической форме следующим образом:

$$\theta = e^{-\nu_{\theta} t} (A_{\theta} \cos \omega_{\theta} t + B_{\theta} \sin \omega_{\theta} t), \quad (1.22)$$

где A_{θ} и B_{θ} — постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий;

$\omega_{\theta} = \sqrt{n_{\theta}^2 - \nu_{\theta}^2}$ — частота качки с учетом влияния сопротивления.

Частоты n_{θ} и ω_{θ} являются круговыми частотами, которые, как известно из теории колебаний, связаны с периодами собственных колебаний зависимостью

$$T_{\theta} = \frac{2\pi}{n_{\theta}}; \quad T_{\theta 1} = \frac{2\pi}{\omega_{\theta}}.$$

Учитывая зависимость (1.21), имеем для бортовой качки на тихой воде

$$T_{\theta} = 2\pi \sqrt{\frac{J_x + \Delta J_x}{Dh_0}}. \quad (1.23)$$

Аналогично можно получить для вертикальной качки

$$T_{\xi} = 2\pi \sqrt{\frac{D/g + \Delta M}{\gamma S}} \quad (1.24)$$

и для килевой качки

$$T_{\psi} = 2\pi \sqrt{\frac{J_y + \Delta J_y}{DH_0}}. \quad (1.25)$$

Периоды T_{ξ} , T_{θ} и T_{ψ} являются периодами соответствующих собственных колебаний.

Период бортовой качки на тихой воде с учетом сопротивления

$$T_{\theta 1} = \frac{2\pi}{\sqrt{n_{\theta}^2 - v_{\theta}^2}}. \quad (1.26)$$

Из выражения для $T_{\theta 1}$ видно, что чем больше сопротивление, тем больше период собственных колебаний, т. е. увеличение сопротивления делает качку более плавной, хотя практически это влияние невелико.

Рассматривая выражения (1.23) и (1.25) для T_{θ} и T_{ψ} , видим, что увеличение остойчивости (т. е. h_0 и H_0) неблагоприятно сказывается на качке, уменьшая период и таким образом делая ее более резкой. Отсюда следует, что требования к остойчивости и требования к качке находятся в некотором противоречии между собой.

Используем начальные условия для определения постоянных интегрирования. При $t = 0$ имеем $\theta = \theta_0$ и $\dot{\theta} = \dot{\theta}_0$. Дифференцируя зависимость (1.22), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\theta} = & -e^{-v_{\theta}t} [v_{\theta}(A_0 \cos \omega_{\theta}t + B_0 \sin \omega_{\theta}t) + \\ & + \omega_{\theta}(A_0 \sin \omega_{\theta}t - B_0 \cos \omega_{\theta}t)]. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Подставляя начальные условия в уравнения (1.22) и (1.27), найдем

$$\theta_0 = A_0; \quad \dot{\theta}_0 = -A_0 v_{\theta} + B_0 \omega_{\theta}.$$

Решая полученную систему уравнений, имеем

$$A_{\theta} = \theta_0; \quad B_{\theta} = \frac{1}{\omega_{\theta}} (\dot{\theta}_0 + v_{\theta} \theta_0). \quad (1.28)$$

Подставив эти выражения в формулу (1.22), получим

$$\theta = e^{-v_{\theta}t} \left[\theta_0 \cos \omega_{\theta}t + \frac{1}{\omega_{\theta}} (\dot{\theta}_0 + v_{\theta} \theta_0) \sin \omega_{\theta}t \right]. \quad (1.29)$$

В случае отсутствия сопротивления $\nu_\theta = 0$ и тогда

$$\theta = \theta_0 \cos \omega_\theta t + \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_\theta} \sin \omega_\theta t. \quad (1.30)$$

Рассмотрим более простой случай, когда при $t = 0$ $\theta = \theta_0$, а $\dot{\theta} = 0$. Тогда

$$\theta = e^{-\nu_\theta t} \theta_0 \left[\cos \omega_\theta t + \frac{\nu_\theta}{\omega_\theta} \sin \omega_\theta t \right]. \quad (1.31)$$

В случае отсутствия сопротивления $\nu_\theta = 0$, $\omega_\theta = n_\theta$ и тогда

$$\theta = \theta_0 \cos n_\theta t. \quad (1.32)$$

Уравнение (1.32) является решением уравнения (1.19') при начальных условиях $t = 0$, $\theta = \theta_0$ и $\dot{\theta} = 0$.

Приведем формулу (1.31) к одночленному виду. Для этого перепишем выражение (1.31) в таком виде:

$$\theta = e^{-\nu_\theta t} \theta_0 \sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}}} \cos \omega_\theta t + \frac{\frac{\nu_\theta}{\omega_\theta}}{\sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}}} \sin \omega_\theta t \right]. \quad (1.33)$$

Множители при $\cos \omega_\theta t$ и $\sin \omega_\theta t$ в квадратных скобках обладают свойством синуса и косинуса, так как сумма их квадратов равняется единице. Поэтому можно написать

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}}} = \cos \beta_\theta; \quad \frac{\frac{\nu_\theta}{\omega_\theta}}{\sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}}} = \sin \beta_\theta. \quad (1.34)$$

Вводя новые обозначения и используя при этом формулу для ω_θ , получаем выражение для амплитуды

$$\theta_m = \theta_0 \sqrt{1 + \frac{\nu_\theta^2}{\omega_\theta^2}} = \frac{\theta_0}{\sqrt{1 - \frac{\nu_\theta^2}{n_\theta^2}}}. \quad (1.35)$$

Подставляя значения амплитуды и тригонометрических функций угла β_θ в уравнение (1.33), после преобразований имеем

$$\theta = \theta_m e^{-\nu_\theta t} \cos(\omega_\theta t - \beta_\theta). \quad (1.36)$$

Выражение (1.36) определяет затухающее колебание с постоянным периодом $T_{\theta 1} = \frac{2\pi}{\omega_\theta}$, с уменьшающейся амплитудой $\theta_m e^{-\nu_\theta t}$

и с фазой, выражение которой можно получить из формул (1.34):

$$\beta_{\theta} = \operatorname{arctg} \frac{v_{\theta}}{\omega_{\theta}}.$$

Выражение (1.36) в случае отсутствия сопротивления $v_{\theta} = 0$ обращается в выражение (1.32).

На рис. 1.1 изображен график бортовой качки в случае отсутствия сопротивления, т. е. в соответствии с формулой (1.32), а на рис. 1.2 — график затухающей бортовой качки в соответствии с формулой (1.36). Графики вертикальной и килевой качки выглядят аналогично, но при этом затухание качки будет более интенсивным.

Рассмотрим, как происходит затухание амплитуд качки. Для этого сначала установим моменты времени, при которых наклонения принимают экстремальные значения. Дифференцируя уравнение (1.36) по времени и принимая во внимание, что $v_{\theta}^2 + \omega_{\theta}^2 = n_{\theta}^2$, находим

$$\dot{\theta} = -\theta_0 e^{-v_{\theta} t} \frac{n_{\theta}^2}{\omega_{\theta}} \sin \omega_{\theta} t.$$

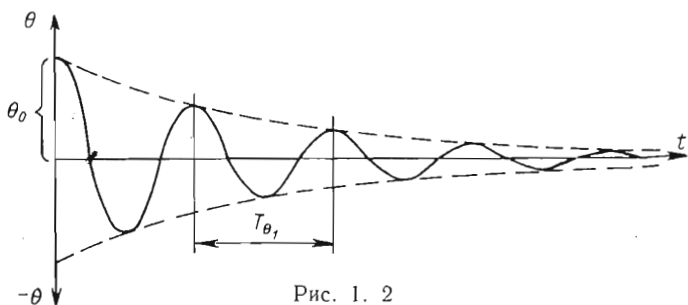


Рис. 1. 2

Полагая $\dot{\theta} = 0$, определяем моменты времени, когда отклонения имеют экстремальные значения. Из полученных зависимостей видно, что этому соответствует ряд значений: $\omega_{\theta} t = 0; \pi; 2\pi; 3\pi, \dots$, т. е.

$$t = 0, \frac{T_{\theta 1}}{2}, T_{\theta 1}, \frac{3}{2} T_{\theta 1}, \dots$$

Подставляя значения времени в выражения (1.36) и учитывая зависимости (1.34) и (1.35), получаем

$$\begin{aligned} t_0 &= 0; \quad \theta_0 = \theta_0; \\ t_1 &= \frac{1}{2} T_{\theta 1}; \quad \theta_1 = \theta_0 e^{-\frac{\nu_{\theta}}{2} T_{\theta 1}}; \\ t_2 &= T_{\theta 1}; \quad \theta_2 = \theta_0 e^{-\nu_{\theta} T_{\theta 1}}; \\ &\dots \dots \dots \\ t_k &= \frac{k}{2} T_{\theta 1}; \quad \theta_k = \theta_0 e^{-\frac{k}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}}; \\ t_{k+1} &= \frac{k+1}{2} T_{\theta 1}; \quad \theta_{k+1} = \theta_0 e^{-\frac{k+1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}}. \end{aligned}$$

Отсюда можно получить

$$\frac{\theta_k}{\theta_{k+1}} = e^{\frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}}. \quad (1.37)$$

Логарифмируя, находим

$$\ln \theta_k - \ln \theta_{k+1} = \frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}.$$

Величина $\frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}$ определяет убывание натуральных логарифмов двух последовательных амплитуд и поэтому называется *логарифмическим декрементом колебаний*. Иногда логарифмическим декрементом называется удвоенная величина.

Из формулы (1.37) следует, что при линейном законе сопротивления амплитуды качки убывают в геометрической прогрессии, знаменатель которой равен $e^{-\frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1}}$. Таким образом, чем

больше ν_{θ} , тем быстрее затухает качка. Практически для бортовой качки ν_{θ}^2 всегда значительно меньше n_{θ}^2 , для вертикальной и килевой качки эта разница меньше. Поэтому, исходя из формулы (1.26), можно принять, что $T_{\theta 1} \cong T_{\theta}$. Тогда

$$\frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta 1} \cong \frac{1}{2} \nu_{\theta} T_{\theta} = \frac{\pi}{n_{\theta}} \nu_{\theta} = \bar{\nu}_{\theta},$$

где

$$\bar{\nu}_{\theta} = \frac{\nu_{\theta}}{n_{\theta}}. \quad (1.38)$$

Иногда безразмерный коэффициент $\bar{\nu}_{\theta}$ называют безразмерным коэффициентом сопротивления качке. Правильнее его назвать без-

размерным коэффициентом гашения качки, так как он определяет интенсивность ее затухания.

Установим, от каких характеристик корабля зависит безразмерный коэффициент гашения бортовой качки. Используя формулы (1.38), (1.20) и (1.21) для v_θ и n_θ , можно получить

$$\bar{v}_\theta = \frac{v_\theta}{n_\theta} = \frac{N_\theta}{J_x + \Delta J_x} \sqrt{\frac{J_x + \Delta J_x}{D h_0}} = \frac{N_\theta}{\sqrt{(J_x + \Delta J_x) D h_0}}. \quad (1.39)$$

Из этой формулы следует, что коэффициент гашения $\bar{v}_\theta$ прямо пропорционален коэффициенту сопротивления качке N_θ и увеличивается с уменьшением суммарного момента инерции $J_x + \Delta J_x$ и метацентрической высоты h_0 .

Чем больше коэффициент гашения, тем быстрее затухает качка. Как было установлено выше, коэффициент гашения можно увеличить за счет уменьшения момента инерции и метацентрической высоты, но уменьшение момента инерции, как видно из формулы (1.23), уменьшает период качки, что ухудшает качку. Поэтому наиболее действенным средством улучшения качки является уменьшение остойчивости, что одновременно благоприятно действует как на затухание, так и на период качки. Все приведенные выше рассуждения справедливы при условии, что коэффициент сопротивления качке N_θ не зависит от периода T_θ . На самом деле такая зависимость имеет место и явление носит более сложный характер. Поэтому все высказанные соображения носят ориентировочный характер.

§ 9. Вычисление моментов инерции массы корабля. Приближенные формулы для определения периодов качки на тихой воде

Напишем общие выражения для моментов инерции массы корабля относительно центральных продольной и поперечной осей:

$$J_x = \int_M (y^2 + z^2) dM; \quad (1.40)$$

$$J_y = \int_M (x^2 + z^2) dM, \quad (1.41)$$

где x , y и z — координаты элемента массы корабля dM .

Практически вычисление момента инерции массы корабля относительно продольной центральной оси может быть выполнено по формуле

$$J_x = \frac{1}{g} \sum p_i [y_i^2 + (z_i - z_G)^2] + \sum j_i, \quad (1.42)$$

где g — ускорение силы тяжести;
 ρ_i — вес отдельных статей нагрузки;
 z_i и y_i — координаты центров тяжести весов ρ_i , отсчитываемые от основной и диаметральной плоскостей;
 z_G — возвышение центра тяжести корабля над основной плоскостью;
 J_i — собственные моменты инерции отдельных статей нагрузки.

Моменты инерции J_i вычисляются отдельно по различным формулам в зависимости от формы и характера статьи нагрузки. Вычисление по формуле (1.42) весьма трудоемко, поэтому обычно ограничиваются вычислением по приближенным формулам. Из опубликованных в технической литературе приближенных формул, дающих более точные результаты, можно рекомендовать следующие.

1. Формулу Ю. А. Шиманского

$$J_x = \frac{D}{g} \left(\frac{B^2 \alpha^2}{11,4\delta} + \frac{H^2}{12} \right), \quad (1.43)$$

где D — водоизмещение;
 B — ширина корабля;
 H — высота борта;
 α — коэффициент полноты площади ватерлинии;
 δ — коэффициент общей полноты.

Эта формула выведена в предположении, что корпус корабля представляет сплошной параболический цилиндр.

2. Формулу Дуайера

$$J_x = \frac{D}{12g} (B^2 + 4z_G^2). \quad (1.44)$$

Эта формула предполагает, что корпус корабля представляет сплошной прямоугольный параллелепипед шириной B и высотой $2z_G$.

3. Эмпирическую формулу

$$J_x + \Delta J_x = \frac{D}{g} \rho_x^2, \quad (1.45)$$

где ρ_x — приведенный радиус инерции корабля с учетом присоединенной массы воды:

$$\rho_x = c \frac{B}{2}, \quad (1.46)$$

c — эмпирический коэффициент, значения которого в зависимости от типа судна составляют от 0,71 до 0,87.

Ввиду того что корабль является телом, сильно вытянутым в продольном направлении, в формуле (1.41) z^2 мало по сравне-

нию с x^2 . Поэтому вычисление момента инерции J_y практически производится по формуле

$$J_y = 1,01 \int_M x^2 dM. \quad (1.47)$$

Если известна ступенчатая кривая веса корабля по отсекам, то масса элементарного отсека

$$\Delta m_i = \frac{\bar{Y} \Delta L}{g},$$

где $\bar{Y}$ — ордината кривой весов;

ΔL — длина отсеков, принятых при построении ступенчатой кривой весов.

Тогда момент инерции будет

$$J_y = \frac{1,01}{g} \Delta L \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 \bar{Y}, \quad (1.48)$$

где x_i — абсцисса центра тяжести отсеков кривой весов относительно центра тяжести корабля.

Момент инерции J_y может быть вычислен, исходя из строевой по шпангоутам, по формуле

$$J_y = \frac{\gamma}{g} \int_L x^2 \omega dx + \frac{1}{60} \frac{DL^2}{g}, \quad (1.49)$$

где ω — площади шпангоутов.

Первый член правой части представляет момент инерции массы корабля в предположении, что ординаты кривой нагрузки пропорциональны ординатам строевой по шпангоутам. Член $\frac{1}{60} \frac{DL^2}{g}$ соответствует наибольшей возможной ошибке при принятии указанного предположения.

Формула (1.49) дает удовлетворительный результат, если корабль несет грузы, разнесенные к оконечностям. Если же значительные грузы сосредоточены в средней части, то формула (1.49) может дать большую погрешность, преувеличив момент инерции J_y .

Для приближенного вычисления момента инерции J_y можно рекомендовать формулу

$$J_y = 0,07 \frac{\alpha}{g} DL^2, \quad (1.50)$$

где α — коэффициент полноты грузовой ватерлинии.

Присоединенные массы ΔM и моменты инерции присоединенных масс ΔJ_x и ΔJ_y можно выразить в долях от массы корабля $\frac{D}{g}$

и от моментов инерции его массы J_x и J_y через коэффициенты присоединенных масс:

$$k_\xi = \frac{\Delta M_G}{D}; \quad k_\psi = \frac{\Delta J_y}{J_y}; \quad k_\theta = \frac{\Delta J_x}{J_x}. \quad (1.51)$$

Величины k_ξ , k_ψ и k_θ безразмерные, и для них можно принять следующие приближенные значения: $k_\xi \cong 1,0$; $k_\psi \cong 1,0$; $k_\theta \cong 0,25 \div 0,35$.

Выведем приближенные формулы для периодов вертикальной, килевой и бортовой качки.

Выше была получена формула (1.24) периода вертикальной качки. Перепишем ее, принимая во внимание зависимости (1.51), следующим образом

$$T_\xi = 2\pi \sqrt{\frac{D(1+k_\xi)}{g\gamma S}}. \quad (1.52)$$

Принимая во внимание, что $D = \gamma\chi ST$ и $k_\xi = 1$, после подстановки и преобразований получим

$$T_\xi = 2\pi \sqrt{\frac{2\chi T}{g}}. \quad (1.53)$$

Примем для коэффициента вертикальной полноты среднее значение $\chi = 0,75$. Имея в виду, что численно $\pi \cong \sqrt{g}$, получим приближенную формулу

$$T_\xi \cong 2,5 \sqrt{T}. \quad (1.54)$$

При вычислении по этой формуле осадку T нужно подставлять в метрах, тогда период T_ξ получится в секундах.

Для периода килевой качки мы имели формулу (1.25). Представим ее, принимая во внимание зависимости (1.51), в виде

$$T_\psi = 2\pi \sqrt{\frac{J_y(1+k_\psi)}{DH_0}}. \quad (1.55)$$

Как известно, продольная метацентрическая высота H_0 мало отличается от продольного метацентрического радиуса R . Поэтому воспользуемся для ее вычисления известной из статики корабля приближенной формулой

$$H_0 \cong R \cong \frac{1}{14} \frac{\alpha}{\chi} \frac{L^2}{T}.$$

Для момента инерции J_y воспользуемся приближенной формулой (1.50). Подставив H_0 , после преобразований получим

$$T_\psi = 2\pi \sqrt{\frac{1,96\chi T}{g}}. \quad (1.56)$$

Имея в виду принятые выше зависимости $\chi \cong 0,75$ и $\pi \cong \sqrt{g}$, окончательно получим

$$T_{\phi} = 2,4 \sqrt{T}. \quad (1.57)$$

Чтобы получить T_{ϕ} в секундах, осадку T нужно брать в метрах. Сопоставление приближенных формул (1.54) и (1.57) показывает, что периоды килевой и вертикальной качки близки друг к другу. Это обстоятельство хорошо известно из морской практики.

Теперь воспользуемся формулой (1.23) для вывода приближенной формулы периода бортовой качки. При этом подставим в нее выражение суммарного момента инерции $J_x + \Delta J_x$ в соответствии с выражением (1.45). Тогда получим

$$T_{\theta} = 2\pi \frac{\rho_x}{\sqrt{gh_0}}. \quad (1.58)$$

Подставляя выражение (1.46) для ρ_x и принимая во внимание, что $\pi \cong \sqrt{g}$, имеем

$$T_{\theta} = c \frac{B}{\sqrt{h_0}}. \quad (1.59)$$

Чтобы получить T_{θ} в секундах, нужно B и h_0 подставлять в метрах. Коэффициент c берется в зависимости от типа корабля. Нужно иметь в виду, что коэффициент c колеблется в сравнительно узких пределах.

§ 10. Вычисление коэффициентов гашения и присоединенных масс для бортовой качки

В технической литературе можно найти много данных по коэффициентам гашения (демпфирования) бортовой качки. Эти данные, как правило, основываются на модельных и натурных экспериментах, плохо согласуются между собою и иногда даже противоречат друг другу, так как в большинстве случаев основываются на экспериментах, проведенных с небольшим количеством моделей или кораблей самых разнообразных типов. Большинство экспериментальных данных получено методом затухающих колебаний. С другой стороны, имеются данные, полученные методом вынужденных колебаний. Эти данные во многих случаях не совпадают. Теоретически доказать законность этих расхождений пока не удалось. На основе последних экспериментальных данных можно утверждать, что полученные расхождения не превышают общей точности обработки экспериментов бортовой качки. Поэтому метод затухающих колебаний, как более простой, кладется в основу современного эксперимента. Все сказанное выше о коэффициентах гашения в известной степени относится и к коэффициентам присоединенных масс.

В последнее время была выполнена большая экспериментальная работа по определению коэффициентов гашения и присоединенных масс. Работа выполнялась совместно Центральным научно-исследовательским институтом морского флота и Ленинградским кораблестроительным институтом. В бассейне ЛКИ методом затухающих колебаний было испытано около 30 моделей транспортных судов. В результате была разработана методика вычисления коэффициентов гашения и присоединенной массы, опубликованная в работах [38] и [40]. Приведем здесь метод вычисления коэффициентов $1 + k_\theta$ и $\bar{v}_\theta$, основанный на результатах этих работ.

Коэффициент k_θ , как было отмечено выше, значительно меньше коэффициентов k_ξ и k_ψ , поэтому его можно вычислять с меньшей точностью. Вообще он в сильной степени зависит от отношения $\frac{B}{T}$.

Приведем способ вычисления коэффициента $1 + k_\theta$, который можно рекомендовать для морских транспортных судов с обычными отношениями главных размерений. (Этот способ расчета не может быть распространен на речные суда, у которых это отношение может достигать 7—8, в то время как у морских судов оно редко превышает 3,5.)

В упомянутых опытах было установлено, что величину ΔJ_x лучше относить к моменту инерции объема полуэллипсоида J_{V_3} , схематически представляющего подводную часть корабля. Оси эллипсоида при этом соответственно равны длине L , ширине B и удвоенной осадке $2T$. Величина J_{V_3} , как известно, определяется зависимостью

$$J_{V_3} = \frac{B}{12g} [B^2 + 4T^2] \frac{\pi}{108}.$$

Экспериментальные данные показали, что отношение $\frac{\Delta J_x}{J_{V_3}}$ зависит от отношения $\frac{B}{T}$ и коэффициентов полноты δ и α . На основании полученных зависимостей была построена номограмма для определения относительного момента инерции присоединенной массы $\frac{\Delta J_x}{J_{V_3}}$ для морских транспортных судов (рис. 1.3) [40]. Аналогичная номограмма была построена для промысловых судов, но она здесь не приводится [38].

Номограмма может быть использована следующим образом. Исходя из заданных $\frac{B}{T}$ и δ , на номограмме находим точку O на вспомогательной оси (рис. 1.3). Затем, соединяя эту точку с точкой, взятой на оси α в соответствии с заданным его значением, находим

на оси $\frac{\Delta J_x}{J_{V_9}}$ искомое значение. После этого момент инерции при соединенной массе ΔJ_x может быть вычислен по формуле

$$\Delta J_x = \left(\frac{\Delta J_x}{J_{V_9}} \right) \frac{D}{12g} [B^2 + 4T^2] \frac{\pi}{10\delta}.$$

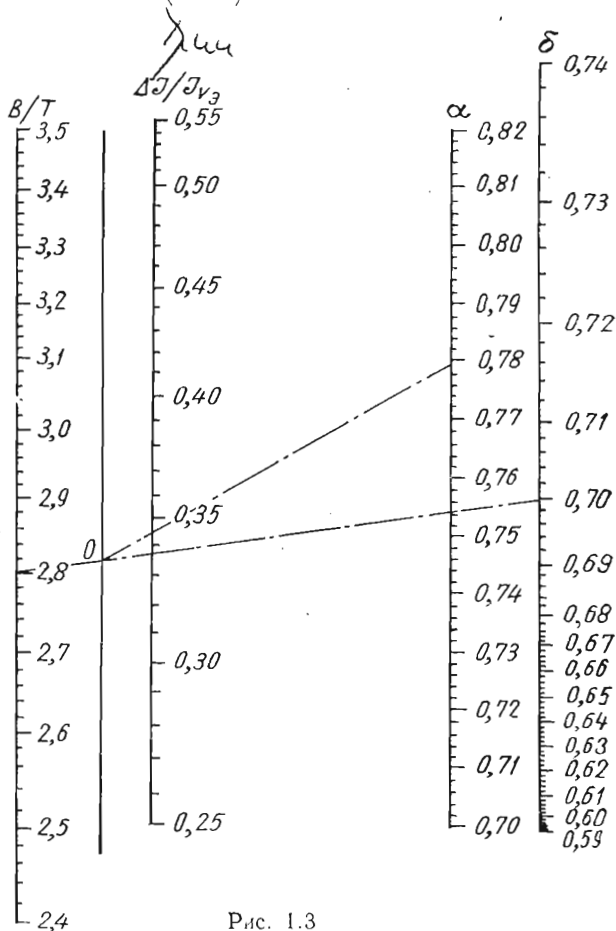


Рис. 1.3

Интересующий нас коэффициент определяется по приведенной выше формуле (1.51) исходя из значений ΔJ_x и J_x :

$$1 + k_\theta = 1 + \frac{\Delta J_x}{J_x}.$$

Перейдем к вычислению коэффициента гашения $\bar{v}_\theta$. Опыты показали, что сопротивление качке в сильной степени зависит от

состояния нагрузки корабля, которая может характеризоваться соотношением $\frac{h_0}{\rho_x}$ (где h_0 — поперечная метацентрическая высота, а $\rho_x = \sqrt{\frac{J_x + \Delta J_x}{D/g}}$ — радиус инерции, вычисленный с учетом присоединенной массы), от отношения $\frac{B}{T}$ и коэффициентов полноты δ и α . Зависимость от $\frac{L}{B}$ оказалась слабой. Зависимость от $\frac{h_0}{\rho_x}$ была обоснована теоретически с помощью теории моделирования.

Экспериментальные данные были обработаны в предположении квадратичного закона сопротивления бортовой качке в соответствии с зависимостью

$$R_0 = W \dot{\theta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\theta}.$$

Результаты обработки представлены в работах [39] и [40] в виде обобщенного безразмерного коэффициента квадратичного сопротивления

$$\bar{\omega} = \omega \sqrt[4]{\frac{h_0}{\rho_x}}, \quad (1.60)$$

где

$$\omega = \frac{W}{J_x + \Delta J_x}.$$

Коэффициент $\bar{\omega}$ для морских транспортных судов определяется с помощью номограммы, изображенной на рис. 1.4 [40]. Аналогичная номограмма была построена для промысловых судов, но она здесь не приводится [38].

Номограмма используется следующим образом. Исходя из заданных $\frac{B}{T}$ и δ , находим точку O на вспомогательной оси (рис. 1.4). Соединяя эту точку с точкой, взятой на оси α , в соответствии с заданным значением α , находим на оси $\bar{\omega}$ искомое значение. Теперь с помощью формулы (1.60), которую переписываем в виде

$$\omega = \bar{\omega} \sqrt[4]{\frac{\rho_x}{h_0}},$$

определяем безразмерный коэффициент квадратичного сопротивления.

В главе VI установлена зависимость (6.65) между коэффициентом квадратичного сопротивления ω и коэффициентом гашения $\bar{v}_0$. Используя эту зависимость, можно написать

$$2\bar{v}_0 = \sqrt{\frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\alpha_m}{1 + k_0}} \omega. \quad (1.61)$$

Если принять средние значения $\alpha_m \cong 0,12$ и $\frac{1}{1+k_\theta} \cong 0,8$, то получим приближенную формулу

$$2\bar{v}_\theta = 0,3 \sqrt{\bar{w}}. \quad (1.62)$$

Скорость хода судна влияет на коэффициент сопротивления. Этот вопрос в настоящее время еще мало изучен. Однако можно

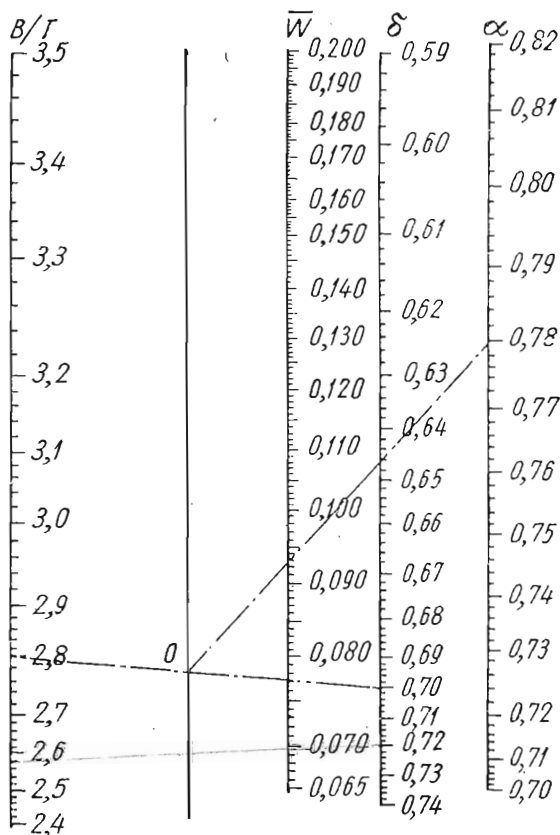


Рис. 1.4

утверждать, что коэффициент гашения бортовой качки с увеличением скорости хода судна возрастает [105]. Если рассматривать корпус судна как крыло малого удлинения, то можно объяснить увеличение момента сопротивления бортовой качке появлением боковой силы. Используя это положение, А. Н. Холодилин пред-

ложил следующую эмпирическую формулу для определения увеличения коэффициента гашения [82]:

$$\Delta 2\bar{v}_\theta = \frac{0,2}{\delta} \cdot \frac{T}{B} \cdot \frac{T}{h_0} \sqrt{\frac{L}{gT_\theta^2}} Fr, \quad (1.63)$$

где L, B, T — главные размерения судна;
 δ — коэффициент общей полноты;
 T_θ — период бортовой качки;
 h_0 — начальная метацентрическая высота;
 $Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}}$ — число Фруда;
 v — скорость судна.

Г. В. Соболев предложил следующую теоретическую формулу [63]:

$$\Delta 2\bar{v}_\theta = \frac{0,23 Fr}{\delta \left(\frac{B}{T} - 1 \right)} \sqrt{\frac{h_0}{B} \cdot \frac{L}{B}}. \quad (1.64)$$

В этой формуле обозначения те же, что и в формуле (1.63). Обе формулы являются приближенными.

Экспериментальная проверка приведенных зависимостей показывает, что при больших числах Фруда значения коэффициента гашения больше значений этих коэффициентов, определяемых по формулам (1.63) и (1.64). Однако до накопления достаточного экспериментального материала надежнее пользоваться приведенными формулами.

§ 11. Вычисление коэффициентов гашения и присоединенных масс для продольной качки корабля

Опубликованные данные по коэффициентам гашения и коэффициентам присоединенной массы для продольной качки (которых имеется значительно меньше, чем аналогичных данных для бортовой качки) еще хуже согласуются между собою, чем данные по бортовой качке. Поэтому здесь рационально использовать имеющиеся теоретические решения, полученные методом плоских сечений исходя из гидродинамической теории качки (см. главу III). Метод плоских сечений заключается в том, что, зная коэффициенты гашения и коэффициенты присоединенных масс для цилиндрических тел, поперечные сечения которых имеют очертания шпангоутов, можно определить коэффициент гашения и коэффициент присоединенной массы для корабля как сумму соответствующих коэффициентов для цилиндрических тел элементарной длины. Таким образом, суммарные коэффициенты гашения и присоеди-

ненные массы для корабля вычисляются как интегралы, взятые по его длине. Для определения коэффициентов гашения и присоединенной массы воспользуемся результатами А. З. Салькаева, полученными на основании теоретического определения гидродинамических сил, действующих на пересекающий свободную поверхность плоский контур произвольной формы. При решении подобной плоской задачи принимается известное допущение о том, что плавающий контур все время занимает положение, совпадающее с положением равновесия на тихой воде, но распределение скоростей и ускорений в каждый момент времени соответствует их значениям для колеблющегося контура. Если рассматривается качка на волнении, то частота колебаний контура принимается равной частоте набегающих на него волн.

Не будем здесь излагать метод А. З. Салькаева, поскольку им решена чисто гидромеханическая задача, а приведем лишь окончательные результаты расчетов коэффициентов гидродинамических сил, действующих на пересекающий свободную поверхность контур при вертикальных колебаниях, т. е. интересующие нас коэффициенты гашения и присоединенной массы.

А. З. Салькаев дал графики для безразмерного коэффициента волнового сопротивления вертикальным колебаниям, представленного в виде

$$\bar{v}(x) = \frac{v(x)}{\rho n \left(\frac{b}{2}\right)^2}, \quad (1.65)$$

где $v(x)$ — коэффициент линейного сопротивления, приходящегося на единицу длины корабля;

ρ — плотность воды;

n — частота собственных колебаний корабля; при качке на волнении $n = \sigma$, где σ — частота волны;

b — ширина данного поперечного сечения (шпангоута) по ватерлинии.

Графики построены для различных коэффициентов полноты шпангоутов β , и кривая $\bar{v}(x)$ изображена на них в зависимости от аргумента $k \frac{b}{2} = \frac{\pi b}{\lambda}$ и отношения $\frac{b}{2T}$. Также имеются графики для безразмерного коэффициента присоединенной массы воды при вертикальных колебаниях, представленного в виде

$$\bar{\mu}(x) = \frac{\mu(x)}{\rho \frac{\pi}{8} b^2}, \quad (1.66)$$

где $\mu(x)$ — присоединенная масса, приходящаяся на единицу длины корабля [(остальные обозначения те же, что и для коэффициента $\bar{v}(x)$].

Графики построены для различных коэффициентов полноты шпангоутов β , и кривая $\bar{\mu}(x)$ изображена на них в зависимости от аргумента $\pi b/\lambda$ и отношения $b/2T$.

Коэффициент сопротивления корабля вертикальной качке может быть вычислен как интеграл

$$v_z = \int_L v(x) dx, \quad (1.67)$$

где

$$v(x) = \bar{v}(x) \rho n \left(\frac{b}{2} \right)^2. \quad (1.68)$$

Присоединенная масса при вертикальной качке вычисляется как интеграл

$$\Delta M = \int_L \mu(x) dx, \quad (1.69)$$

где

$$\mu(x) = \bar{\mu}(x) \rho \frac{\pi}{8} b^2. \quad (1.70)$$

Аналогичным образом можно вычислить коэффициент сопротивления и момент инерции присоединенной массы для килевой качки.

Первый выразится через интеграл

$$v_\psi = \int_L x^2 v(x) dx, \quad (1.71)$$

второй через интеграл

$$\Delta J_y = \int_L x^2 \mu(x) dx. \quad (1.72)$$

В этих выражениях (кроме вышепринятых обозначений) x — отстояние данного поперечного сечения от миделя, для которого по графику берется $\bar{v}(x)$ и $\bar{\mu}(x)$.

Если плоскость миделя не может рассматриваться как плоскость симметрии, то потребуются вычислить еще две характерные величины — коэффициент сопротивления качке, учитывающий взаимное влияние вертикальной и килевой качки, и статический момент присоединенной массы. Первый выразится через интеграл

$$v_{z\psi} = \int_L x v(x) dx, \quad (1.73)$$

второй через интеграл

$$\Delta M l_1 = \int_L x \mu(x) dx. \quad (1.74)$$

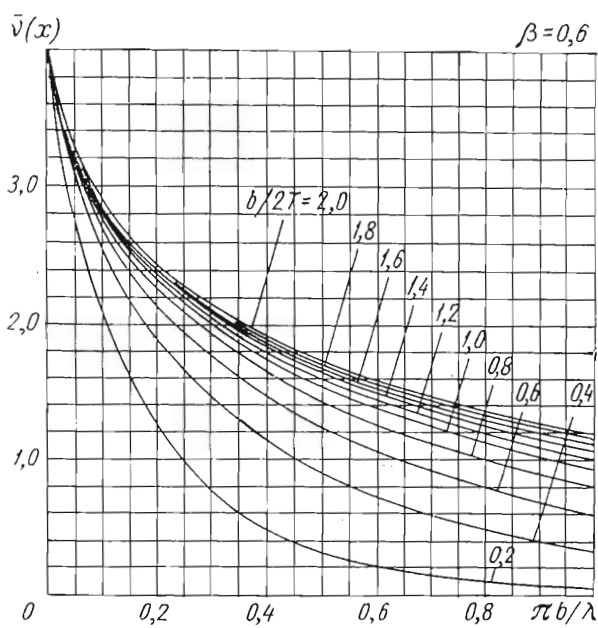


Рис. 1.5

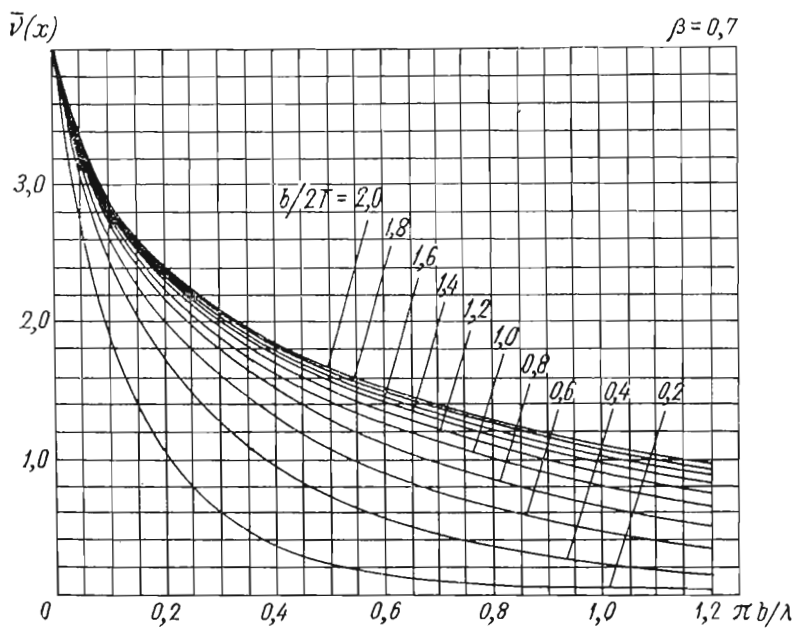


Рис. 1.6

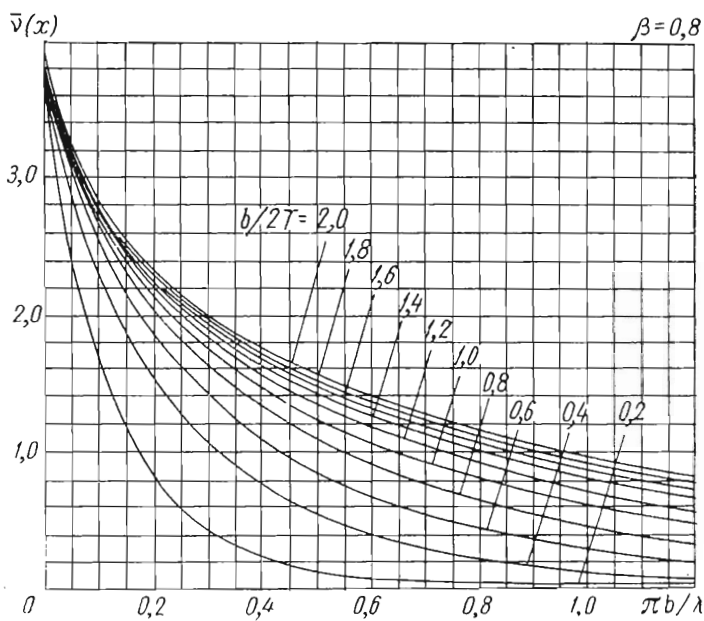


Рис. 1.7

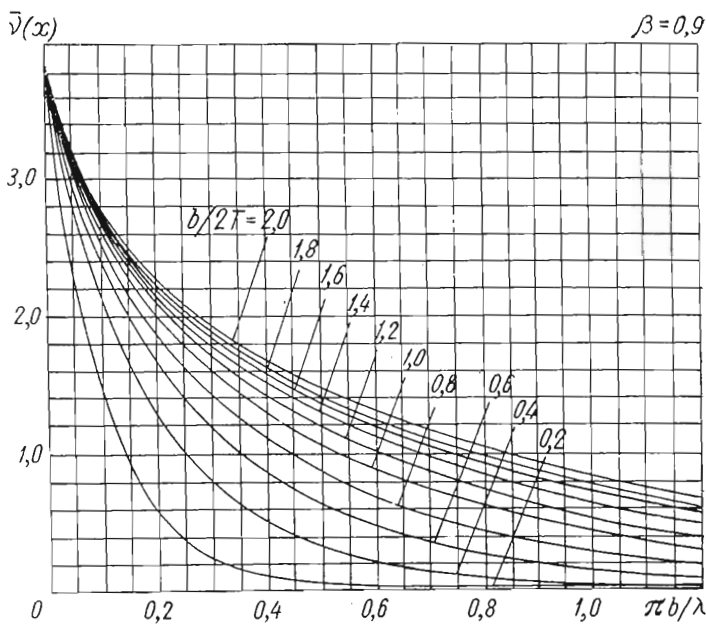
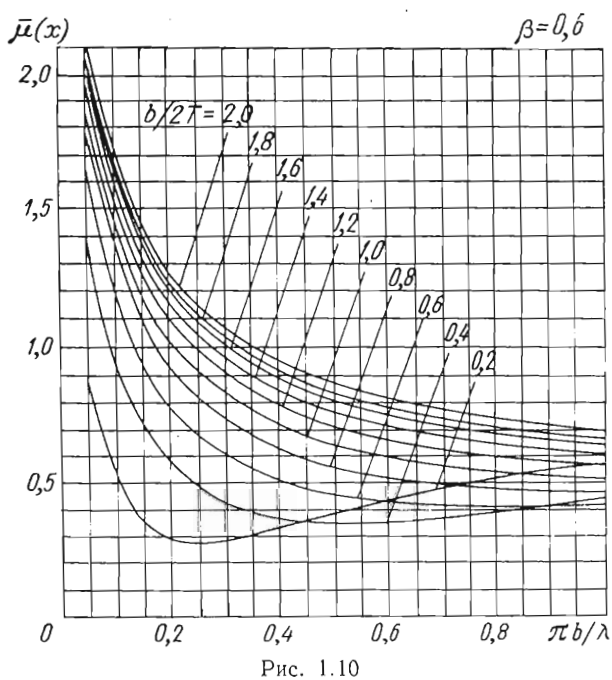
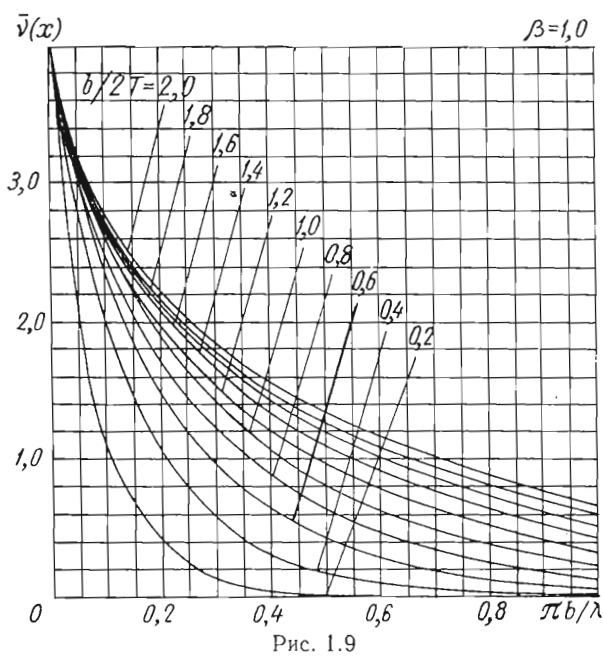


Рис. 1.8



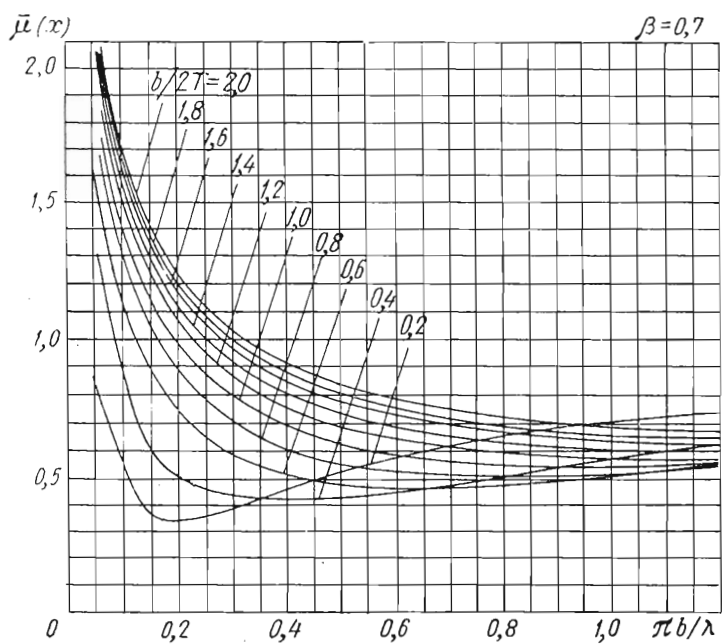


Рис. 1.11

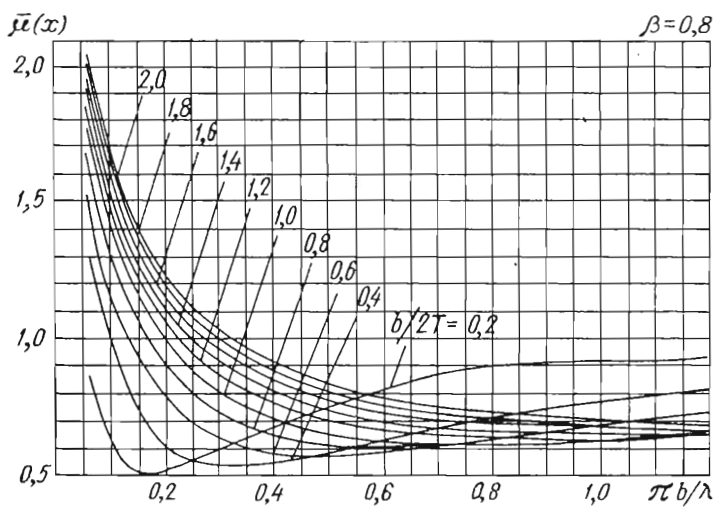


Рис. 1.12

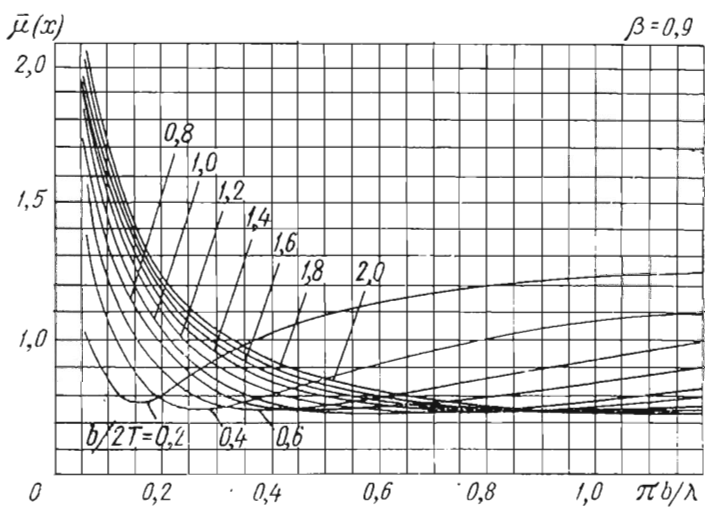


Рис. 1.13

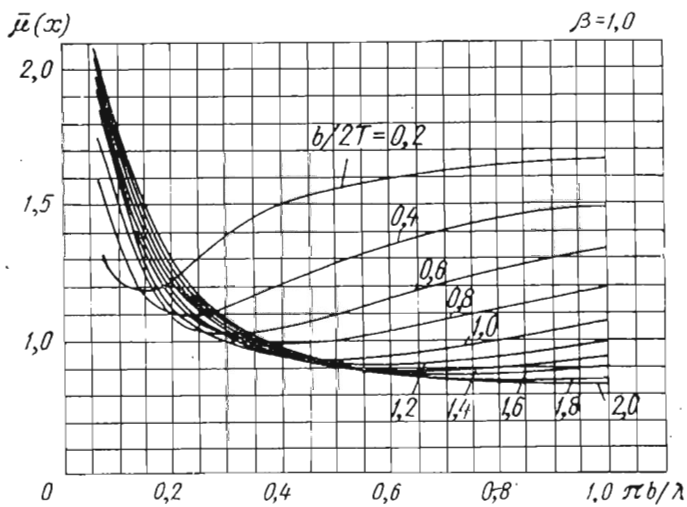


Рис. 1.14

Обозначения те же, что и в приведенных выше выражениях.

На рис. 1.5—1.9 изображены графики безразмерных коэффициентов волнового сопротивления воды вертикальным колебаниям $\bar{\nu}(x)$, а на рис. 1.10—1.14 — графики безразмерных коэффициентов присоединенной массы воды при вертикальных колебаниях $\bar{\mu}(x)$. Каждый рисунок соответствует определенному значению коэффициента полноты шпангоута β от 0,6 до 1,0 через 0,1.

В технической литературе опубликовано довольно много приближенных формул для определения коэффициента гашения при продольной качке, а также для присоединенной массы и ее момента инерции, однако эти данные практически не дают надежных результатов и в настоящее время их следует признать в значительной степени устаревшими.

Линейная теория поперечной качки корабля на регулярном волнении

§ 12. Основные характеристики морского волнения

Необходимо различать три основных наиболее часто встречающихся типа волнения.

Ветровое волнение представляет взволнованную поверхность моря во время продолжительного действия на него ветра, вызывающего это волнение. Направление бега волн может совпадать с направлением ветра, но может и отличаться от него. Подветренный склон ветровых волн значительно круче наветренного. Верхушки гребней заваливаются, образуя пену, а при сильном ветре даже срываются. При шторме и даже при ветре средней силы из-за периодических изменений направления ветра волны имеют трехмерный характер, т. е. представляют не движущиеся валы, а движущиеся холмы. Здесь следует заметить, что в сущности перемещаются не волны, а перемещается их профиль. Частицы воды при этом либо вовсе не перемещаются, либо перемещаются значительно медленнее перемещения профиля. Поверхность волн при ветре не является гладкой. Движущиеся валы или холмы покрыты большим количеством более мелких волн. Таким образом, ветровое волнение представляет сумму систем волн различных размеров. Характеристики ветрового волнения и ветра приведены в § 34 (табл. 5.2) и § 51 (табл. 9.1).

Зыбь представляет оставшееся после прекращения ветра или распространившееся за пределы района его действия волнение. По прекращении действия ветра сначала затухают короткие и мелкие волны. Крупные и длинные волны, обладая большим запасом кинетической энергии и большей скоростью распространения, затухают медленно и постепенно превращаются в правильные двухмерные волны, которые называют *мертвой зыбью*. Кроме того, крупные штормовые волны благодаря большой скорости движения быстро уходят за пределы штормовой зоны и превращаются там в зыбь.

Прибойные волны представляют ветровое волнение или волны зыби вблизи берегов, когда глубина становится меньше половины длины волн. При этом с уменьшением глубины волны становятся все более крутыми, а их разрушающая сила повышается.

При плавании в море в различных условиях погоды и при различной степени удаления от берегов корабль может встретиться со всеми тремя описанными выше типами волнения. Практически форма волн, с которыми встречается корабль в море, непрерывно изменяется, поэтому следующие друг за другом волны неодинаковы и строгой периодичности волнения не наблюдается. Такое волнение называется *нерегулярным*, и суда чаще всего попадают в условия нерегулярного волнения. Наиболее регулярный характер имеют волны зыби. Профиль волн зыби по своим очертаниям ближе



Рис. 2.1

всего к трохоиде. В этой главе и в следующих двух главах мы будем рассматривать качку корабля на регулярном волнении.

Под качкой на регулярном волнении будем подразумевать качку корабля на взволнованной поверхности моря, состоящей из плоских прогрессивных волн малой амплитуды.

Основными элементами, характеризующими плоские волны, являются: (рис. 2.1):

— *высота волны* $2r_0$ — расстояние от подошвы волны до гребня, представляющее удвоенное значение амплитуды волны r_0 ;

— *длина волны* λ — горизонтальное расстояние между двумя последовательно расположенными гребнями или подошвами;

— *период волны* τ промежуток времени прохождения через одну и ту же неподвижную точку спокойной поверхности моря двух последовательных гребней волн;

— *скорость бега* профиля волны $c = \frac{\lambda}{\tau}$ — расстояние, на которое перемещается в одну секунду гребень волны;

— *наибольший угол волнового склона* α_0 — наибольший угол, составляемый касательной плоскостью к поверхности волны с горизонтом;

— *крутизна волны* $\frac{2r_0}{\lambda}$, характеризующаяся отношением высоты волны к ее длине.

Степень ветрового волнения оценивается по девятибалльной шкале (см. табл. 5.2 § 34). Максимальные зафиксированные волны, встречающиеся очень редко, имели длину около 900 м и высоту

18—20 м. Наиболее часто встречающееся в океанах волнение состоит из волн длиной около 90—100 м, высотой 4—5 м с периодом 7—9 сек.

Теория прогрессивных волн малой амплитуды представляет раздел курса гидромеханики. Эта теория предполагает следующее движение частиц жидкости.

1. Частицы волнующейся жидкости на глубокой воде движутся равномерно по круговым орбитам, совершая полный оборот за время $\tau = \frac{2\pi}{\sigma}$, где τ — период волн, σ — угловая скорость вращения частиц по орбитам

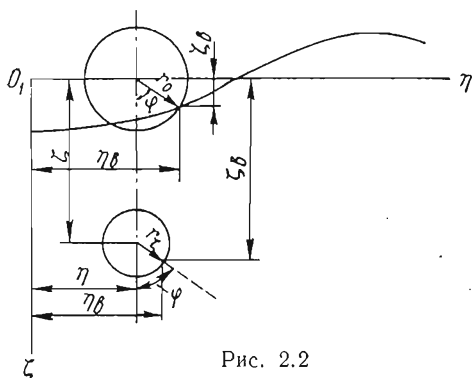


Рис. 2.2

и в то же время круговая частота волн.

2. Радиусы орбит, описываемых частицами, а следовательно, и высоты волн считаются малыми по сравнению с их длиной. Радиусы орбит уменьшаются с увеличением глубины положения частицы под поверхностью в соответствии с зависимостью

$$r_z = r_0 e^{-kz}, \quad (2.1)$$

где r_0 — радиусы орбит, описываемые частицами, принадлежащими к свободной поверхности волн;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — частота формы или волновое число;

z — глубина погружения центра орбиты под поверхность спокойной воды (рис. 2.2).

3. Частицы, центры орбит которых расположены на одной вертикали, находятся в одной фазе колебаний, т. е. радиус-векторы этих частиц, проведенные из центров орбит, составляют одинаковые углы φ с вертикалью (рис. 2.2).

4. Профиль волны описывается косинусоидой, перемещающейся со скоростью c бега волны по поверхности воды. Нужно отметить, что чем меньше крутизна волны, т. е. отношение $\frac{2r_0}{\lambda}$, тем меньше косинусоида отличается от трохойды.

5. Между кинематическими характеристиками движущихся частиц и перемещающегося профиля волны существует следующее соотношение

$$c^2 = \left(\frac{\sigma}{k} \right)^2 = \frac{g}{k} \operatorname{th} kH, \quad (2.2)$$

где H — глубина воды.

При $H > \frac{\lambda}{2}$ приближенно $\text{th } kH \cong 1$, и тогда вместо (2.2) имеем

$$k = \frac{\sigma^2}{g}. \quad (2.3)$$

Если же H мало, то $\text{th } kH \cong kH$, и тогда

$$c^2 = gH. \quad (2.4)$$

6. Направление силы поддержания каждой частицы волны определяется направлением нормали к поверхности равного давления, проходящей через данную точку.

7. Теория прогрессивных волн основана на предположении о малости высоты волны по сравнению с ее длиной. Поэтому она не дает никакой зависимости между длиной волны λ и ее высотой $2r_0$. Статистические данные о морском волнении позволили установить эмпирическую связь между длиной λ и высотой волны $2r_0$ для реального волнения в виде

$$2r_0 = 0,17\lambda^{3/4}. \quad (2.5)$$

Эта зависимость носит название формулы Циммермана и показывает, что по мере увеличения длины волны отношение $\frac{2r_0}{\lambda}$ уменьшается. Для наиболее распространенных длин волн обычно принимают

$$\frac{2r_0}{\lambda} \cong \frac{1}{20}.$$

Уравнение профиля волны можно получить из выражения для потенциала скоростей прогрессивных волн малой амплитуды. Для этого возьмем неподвижные в пространстве оси координат $O_1\xi\eta\zeta$, расположив их так, чтобы плоскость $O_1\xi\eta$ совпадала с поверхностью спокойной воды. Далее предположим, что волны перемещаются в положительном направлении оси $O_1\eta$ и в начальный момент времени $t = 0$ подошва волны находится на оси $O_1\zeta$. В этом случае, как известно из теории волн малой амплитуды, потенциал скоростей будет

$$\Phi^* = -\frac{gr_0}{\sigma} e^{-k\zeta} \sin(k\eta - \sigma t). \quad (2.6)$$

Та же теория дает выражения для профиля волн

$$\zeta_b = \frac{1}{g} \left| \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \right|_{\zeta=0} \quad (2.7)$$

и для гидродинамического давления

$$p = p_0 - \rho \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} + \gamma \zeta, \quad (2.8)$$

где p_0 — атмосферное давление, $\rho = \frac{\gamma}{g}$ — плотность воды.

Выполняя дифференцирование, получим для профиля

$$\zeta_b = r_0 \cos(k\eta - \sigma t) \quad (2.9)$$

и для давления

$$p = p_0 + \gamma \zeta - \gamma r_\zeta \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.10)$$

Здесь η и ζ — координаты точки, для которой определяется гидродинамическое давление; r_ζ определяется формулой (2.1).

Угол волнового склона может быть определен с помощью зависимости

$$\alpha \cong \operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial \zeta_b}{\partial \eta} = -kr_0 \sin(k\eta - \sigma t). \quad (2.11)$$

Отсюда видно, что наибольший угол волнового склона будет

$$\alpha_0 = kr_0 = \frac{2\pi r_0}{\lambda}. \quad (2.12)$$

Исходя из зависимости (2.3), можно установить, что

$$\sigma = \sqrt{gk}, \quad (2.13)$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\sqrt{gk}} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}} \cong 0,8\sqrt{\lambda}, \quad (2.14)$$

$$c = \frac{\lambda}{\tau} = \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \lambda \cong 1,25 \sqrt{\lambda}. \quad (2.15)$$

Из формулы (2.10) можно получить уравнение для поверхности равного давления $p = p_a$. Подставляя в (2.10) и решая относительно ζ , получаем

$$\zeta_a = \frac{p_a - p_0}{\gamma} + r_\zeta \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.16)$$

Для поверхности волны $p_a = p_0$, $r_\zeta = r_0$, и тогда приходим к формуле (2.9).

Из полученных уравнений следует, что поверхности равного давления представляют косинусоиды, амплитуды которых убывают с глубиной и при бесконечном погружении обращаются в нуль, т. е. косинусоида превращается в горизонтальную прямую.

Гидростатическое давление в точке А равняется

$$p_c = p_0 + \gamma \zeta_A. \quad (2.17)$$

Гидродинамическое давление в той же точке будет в соответствии с формулой (2.10)

$$p = p_0 + \gamma \zeta_A - \gamma r_{\zeta_A} \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.18)$$

Разница давлений

$$\Delta p = p - p_c = -\gamma r_{\zeta_A} \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.19)$$

Формула (2.19) определяет так называемую *волновую поправку* Δp , равную весу столба жидкости, высота которого равна ординате соответствующей косинусоиды равного давления.

Смещение частиц жидкости в волне, расположенных на расстоянии ζ от спокойной поверхности, определится зависимостью

$$\zeta_b = r_0 e^{-k\zeta} \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.20)$$

Соответствующий угол волнового склона будет

$$\alpha = -\alpha_0 e^{-k\zeta} \sin(k\eta - \sigma t). \quad (2.21)$$

§ 13. Упрощенные уравнения вертикальной и бортовой качки и их решение

В этом параграфе мы будем рассматривать только вертикальную и бортовую качку. Килевой качке будет посвящена глава IV. С физической точки зрения килевая качка ничем не отличается от вертикальной и бортовой, так как при этом характер движения судна и силы, действующие на него, по своей природе те же. Однако, составляя уравнения движения корабля при килевой качке, рационально исходить из несколько иных предпосылок.

Рассмотрим сначала простейшие случаи вертикальной и бортовой качки. Для этого предположим, что эти два вида качки протекают совершенно независимо и не влияют друг на друга. Далее предположим, что на корабль действуют одни гидростатические силы, т. е. не будем учитывать гидродинамические силы, зависящие от ускорения и скорости, и гидродинамические поправки к силам плавучести, обусловленные разницей в распределении давлений колеблющейся и покоящейся жидкости. Последнее допущение равносильно предположению о малости осадки по сравнению с размерами волн. Кроме того, будем считать ширину корабля малой по сравнению с длиной волны.

При вертикальной качке предположение о малости ширины корабля по сравнению с длиной волны приводит к замене действительного волнового движения жидкости воображаемым колебанием всей массы окружающей корабль воды вверх и вниз по гармоническому закону. При этом положение поверхности воды в каждый момент времени определяется зависимостью

$$\zeta_b = r_0 \cos \sigma t, \quad (2.22)$$

где r_0 — полувысота действующих волн, σ — их частота.

Обводы корабля в пределах изменения его осадки будем считать прямолинейными, а отклонения корабля от положения равновесия малыми. Центр тяжести корабля будем считать совпадающим с центром тяжести грузовой ватерлинии.

На рис. 2.3 неподвижная ось $O_1\eta$ совпадает с уровнем спокойной воды, ось Gy лежит в плоскости грузовой ватерлинии, а W_0L_0 представляет мгновенное положение уровня колеблющейся воды.

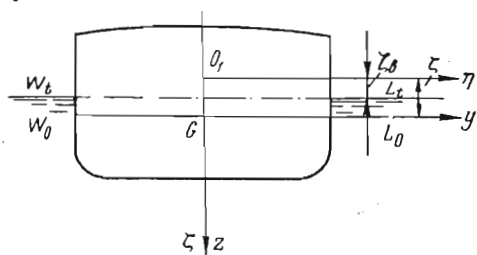


Рис. 2.3

Дифференциальное уравнение движения будет

$$\frac{D}{g} \ddot{\zeta} = D - \gamma V_t. \quad (2.23)$$

Полная величина V_t мгновенного погруженного объема судна состоит из двух слагаемых:

$$V_t = V_0 + v_t, \quad (2.24)$$

где V_0 — объем корабля по грузовой ватерлинию W_0L_0 ;

v_t — добавочный объем между ватерлинией равновесия W_0L_0 и мгновенной ватерлинией W_tL_t .

Объем V_0 связан с весом D равенством $D = \gamma V_0$.

При прямолинейных обводах и малом изменении осадки можем написать

$$v_t = S (\zeta - \zeta_b), \quad (2.25)$$

где S — площадь ватерлинии;

ζ_b — ордината переменного уровня воды, определяемая зависимостью (2.22).

Подставляя (2.22), (2.24) и (2.25) в (2.23), получим упрощенное уравнение вертикальной качки

$$\frac{D}{g} \ddot{\zeta} + \gamma S \zeta = \gamma S r_0 \cos \sigma t. \quad (2.26)$$

Левая часть полученного уравнения ничем не отличается от левой части уравнения вертикальной качки на тихой воде (1.16'). Правая часть представляет возмущающую силу, действующую на судно.

Установим, что представляет возмущающая сила при упрощенной постановке задачи. Для этого закрепим судно неподвижно в положении равновесия так, что оси $O_1\eta$ и Gy будут все время совпадать, т. е. судно не сможет отклониться от положения равновесия. Рассмотрим силу плавучести, действующую на судно, при положении уровня воды, изображенного на рис. 2.4:

$$\gamma V_t = \gamma V_0 + \gamma S \zeta_b.$$

Подставляя (2.22), можно получить выражение для изменения силы плавучести закрепленного судна

$$Q = \gamma V_t - \gamma V_0 = \gamma S r_0 \cos \sigma t. \quad (2.27)$$

Сопоставляя формулы (2.26) и (2.27), видим, что полученное выражение для изменения силы плавучести Q представляет возмущающую силу. Таким образом, при упрощенной постановке задачи *возмущающая сила*, возбуждающая вертикальную качку корабля, равна изменению силы плавучести закрепленного неподвижно корабля.

Сила Q изменяется по гармоническому закону и достигает экстремальных значений при прохождении мимо корабля вершины или подошвы волны. Максимальное по абсолютной величине значение возмущающей силы называется *амплитудой возмущающей силы* и может быть написано в виде

$$Q_0 = \gamma S r_0. \quad (2.28)$$

Составим упрощенное уравнение бортовой качки. Заменим действительное волновое движение жидкости воображаемым, предполагая, что уровень свободной поверхности и уровни поверхностей равного давления внутри жидкости, оставаясь плоскими, совершают угловые гармонические колебания в соответствии с выражением

$$\alpha = \alpha_0 \sin \sigma t, \quad (2.29)$$

где α_0 — наибольший угол действительного волнового склона.

Выше, в § 12, было указано, что сила поддержания движущихся в волне частиц жидкости направлена по нормали к поверхности равного давления. Это обстоятельство доказывается в теории волн малой амплитуды и физически является следствием весомости жидкости. Каждая частица жидкости, совершающая орбитальное движение, находится под действием двух сил: силы веса, направленной по вертикали вниз, и центробежной силы инерции, направленной по радиусу-вектору от центра орбиты. Равнодействующая этих двух сил называется кажущейся силой тяжести и в процессе качки непрерывно меняет свою величину и направление, так что оказывается все время направленной по нормали к поверхности равного давления. Вследствие малости центробежной силы инерции по сравнению с силой веса влияние орбитального движения на величину кажущейся силы тяжести оказывается малым. Поэтому в расчетах качки обычно изменение величины кажущейся

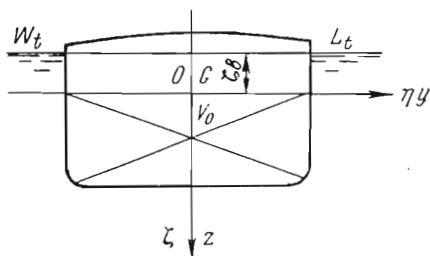


Рис. 2.4

силы тяжести не учитывается. Отклонение кажущейся силы тяжести от вертикали, изменяющееся в процессе качки в пределах изменения угла волнового склона, представляет тоже малую величину, но соизмеримую с углами качки, поэтому им пренебрегать нельзя. Давление жидкости на погруженное тело обусловлено ее весом, а сила поддержания является равнодействующей элементарных давлений. Поэтому все, что относится к весу частицы жидкости, справедливо и для силы поддержания.

Все, что было здесь сказано о кажущейся силе тяжести в связи с силой поддержания частиц жидкости, совершающих орбитальное движение, очевидно, должно быть распространено и на вес

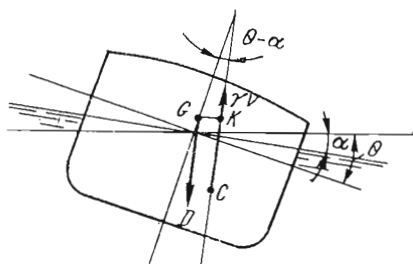


Рис. 2.5

корабля, так как корабль, увлекаемый движущимися частицами жидкости, в процессе качки тоже совершает орбитальное движение. Поэтому сила поддержания и вес корабля все время остаются параллельными друг другу и направленными нормально к поверхности равного давления. Поскольку мы рассматриваем бортовую качку отдельно от вертикальной, наклонения корабля будут ма-

лыми равнообъемными и тогда вес и сила плавучести, будучи параллельными, образуют пару, а момент этой пары может быть определен с помощью метацентрической формулы остойчивости.

Составим выражение для момента сил плавучести. В нашей упрощенной постановке все поверхности равного давления параллельны между собою, поэтому сила кажущегося веса и сила плавучести направлены по нормали к поверхности воды и момент сил плавучести будет равен нулю в том положении, когда диаметральной плоскости корабля будет нормальна к поверхности волны. Направление нормали к поверхности волны соответствует, таким образом, положению динамического равновесия. В произвольный момент времени t момент сил плавучести качающегося корабля должен быть пропорционален углу наклонения корабля по отношению к поверхности волны (рис. 2.5):

$$M = -Dh_0 (\theta - \alpha), \quad (2.30)$$

где h_0 — начальная метацентрическая высота.

В упрощенной постановке, как было отмечено в начале этого параграфа, остальные силы можно считать равными нулю. Тогда упрощенное уравнение бортовой качки может быть написано в виде

$$J_x \ddot{\theta} = -Dh_0 (\theta - \alpha).$$

Принимая во внимание зависимость (2.29), можно написать

$$J_x \ddot{\theta} + Dh_0 \theta = Dh_0 \alpha_0 \sin \sigma t. \quad (2.31)$$

Левая часть этого уравнения не отличается от левой части уравнения бортовой качки на тихой воде (1.17'), а правая часть представляет возмущающий момент, действующий на корабль. Выясним, что представляет возмущающий момент в упрощенной постановке задачи. Для этого положим, что корабль, участвуя в орбитальном движении окружающих его масс воды, в то же время внешней парой удерживается в прямом положении. Тогда кажущиеся силы веса и плавучести, направленные нормально к поверхности воды, образуют пару, момент которой является возмущающим моментом (рис. 2.6):

$$M = Dh_0 \alpha_0 \sin \sigma t. \quad (2.32)$$

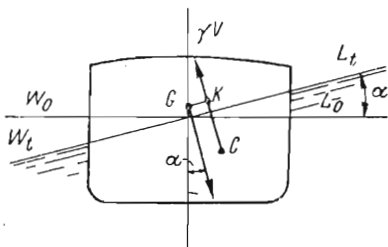


Рис. 2.6

Полученная зависимость показывает, что возмущающий момент тем больше, чем больше начальная метацентрическая высота h_0 , т. е. чем больше остойчивость, тем больше качка корабля. В связи с этим свойством Н. Е. Жуковский говорил, что «метацентрическая высота есть та ручка, за которую волны раскачивают судно».

Амплитуда возмущающего момента, исходя из зависимости (2.32), может быть написана в виде

$$M_0 = Dh_0 \alpha_0. \quad (2.33)$$

Полученные выражения для возмущающей силы (2.27) и возмущающего момента (2.32) являются результатом упрощенной постановки задачи и в дальнейшем подлежат уточнению. Тем не менее здесь можно сформулировать понятие о главной части возмущающей силы и возмущающего момента следующим образом.

Главными частями возмущающих силы и момента будем называть величины изменений силы и момента сил плавучести, обусловленных действием волн на соответствующим образом закрепленный корабль, по сравнению с силой и моментом сил плавучести, действующими на закрепленный корабль на тихой воде.

Выше были получены уравнения вертикальной (2.26) и бортовой (2.31) качки. Если из правой и левой частей уравнения (2.26) вычесть член $\frac{D}{g} \ddot{\xi}_B$, а из уравнения (2.31) вычесть член $J_x \ddot{\alpha}$, то можно получить

$$\frac{D}{g} (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_B) + \gamma S (\xi - r_0 \cos \sigma t) = -\frac{D}{g} \ddot{\xi}_B;$$

$$J_x (\ddot{\theta} - \ddot{\alpha}) + Dh_0 (\theta - \alpha_0 \sin \sigma t) = -J_x \ddot{\alpha}.$$

Принимая во внимание выражения (2.22) и (2.29), получаем

$$\frac{D}{g}(\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_B) + \gamma S(\xi - \xi_B) = -\frac{D}{g}\ddot{\xi}_B; \quad (2.34)$$

$$J_x(\ddot{\theta} - \ddot{\alpha}) + Dh_0(\theta - \alpha) = -J_x\ddot{\alpha}. \quad (2.35)$$

Дифференцируя выражения (2.22) и (2.29) дважды, имеем

$$\ddot{\xi}_B = -r_0\sigma^2 \cos \sigma t;$$

$$\ddot{\alpha} = -\alpha_0\sigma^2 \sin \sigma t.$$

Введем обозначения

$$z = \xi - \xi_B;$$

$$\vartheta = \theta - \alpha.$$

Отсюда следует, что

$$\ddot{z} = \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_B;$$

$$\ddot{\vartheta} = \ddot{\theta} - \ddot{\alpha}.$$

Подставив полученные выражения в уравнения (2.34) и (2.35), получим

$$\frac{D}{g}\ddot{z} + \gamma Sz = \frac{D}{g}r_0\sigma^2 \cos \sigma t; \quad (2.36)$$

$$J_x\ddot{\vartheta} + Dh_0\vartheta = J_x\alpha_0\sigma^2 \sin \sigma t. \quad (2.37)$$

Нужно отметить, что z определяет перемещение корабля при вертикальной качке относительно колеблющейся поверхности воды, а ϑ — наклонение плоскости грузовой ватерлинии по отношению к поверхности волны или наклонение диаметральной плоскости относительно нормали к поверхности волны. Поэтому z называется *относительным перемещением*, а ϑ — *относительным наклонением*. Уравнения (2.36) и (2.37) называются соответственно уравнениями вертикальной и бортовой качки в *относительных координатах*, а уравнения (2.26) и (2.31) — уравнениями в *абсолютных координатах*.

Возмущающие сила и момент определяются формулами (2.27) и (2.32). В правых частях уравнений (2.36) и (2.37) стоят выражения, аналогичные возмущающей силе и возмущающему моменту, хотя физически они таковыми не являются. Из этих уравнений видно, что амплитуда этой силы пропорциональна массе корабля $\frac{D}{g}$, а амплитуда этого момента пропорциональна моменту инерции массы корабля J_x . Таким образом, если корабль не обладает массой, то он не будет отклоняться от поверхности волны, а будет все время следовать за ней, т. е. в этом случае линейные и угловые отклонения z и ϑ будут все время равны нулю.

Оба вида уравнений (в относительных и абсолютных координатах) в уточненной форме используются при решении задач, связанных с качкой корабля. Первые — при исследовании безопасности плавания, связанной с заливанием палубы и возможностью опрокидывания. Вторые — при расчете инерционных нагрузок на конструкции, механизмы и приборы.

Поскольку все четыре уравнения (2.26), (2.31), (2.36) и (2.37) математически принадлежат к одному классу дифференциальных уравнений и, следовательно, имеют одинаковые решения, рассмотрим подробнее решение одного из них, а именно уравнения (2.31).

Разделив все члены уравнения (2.31) на множитель при второй производной, приведем уравнение к нормальному виду:

$$\ddot{\theta} + n_0^2 \theta = \alpha_0 n_0^2 \sin \sigma t, \quad (2.38)$$

где, как и в предыдущих случаях, $n_0^2 = \frac{Dh_0}{J_x}$ — квадрат частоты собственных колебаний.

Общее решение этого уравнения, как известно, может быть написано в виде

$$\theta = C_1 \cos n_0 t + C_2 \sin n_0 t + \theta_m \sin \sigma t. \quad (2.39)$$

Здесь первые два члена представляют общее решение однородного уравнения для случая, когда правая часть уравнения (2.38) равна нулю. Последний член представляет частное решение неоднородного уравнения, которое записывается в той же форме, что и член, стоящий в правой части уравнения (2.38).

Первые два члена решения содержат постоянные интегрирования C_1 и C_2 , определяемые из начальных условий, и описывают собственные колебания, происходящие с частотой n_0 . Последний член описывает вынужденные колебания, происходящие с частотой σ внешнего воздействия.

Подставляя частное решение в исходное уравнение (2.38) и приравнивая множители при $\sin \sigma t$, стоящие в правой и левой частях уравнения, получим выражение для амплитуды вынужденных колебаний

$$\theta_m = \alpha_0 \frac{n_0^2}{n_0^2 - \sigma^2}.$$

Примем начальные условия, считая, что в начальный момент корабль находился в покое, т. е. при $t = 0$, $\theta = 0$ и $\dot{\theta} = 0$. Тогда можно получить

$$\begin{aligned} C_1 &= 0; \\ C_2 &= -\alpha_0 \frac{n_0 \sigma}{n_0^2 - \sigma^2}. \end{aligned}$$

Подставляя полученные значения θ_m , C_1 и C_2 в уравнение (2.39), имеем

$$\theta = \alpha_0 \frac{n_\theta^2}{n_\theta^2 - \sigma^2} \left(\sin \sigma t - \frac{\sigma}{n_\theta} \sin n_\theta t \right).$$

Введем обозначение $x = \frac{\sigma}{n_\theta}$, которое представляет безразмерную частоту вынужденных колебаний. Теперь (2.40) можно написать в виде

$$\theta = \frac{\alpha_0}{1 - x^2} (\sin \sigma t - x \sin n_\theta t). \quad (2.40)$$

В общем случае, когда периоды собственных и вынужденных колебаний $T_\theta = \frac{2\pi}{n_\theta}$ и $\tau = \frac{2\pi}{\sigma}$ несоизмеримы, т. е. не имеют общего кратного, движение, описываемое уравнением (2.40), не является периодическим и носит беспорядочный характер с амплитудами то возрастающими, то убывающими. Теперь рассмотрим частные случаи, хорошо известные из теории колебаний.

1. Резонанс $x = \frac{\sigma}{n_\theta} = \frac{T_\theta}{\tau} = 1$. В этом случае выражение (2.40) обращается в неопределенность, но, раскрывая эту неопределенность, можно показать, что амплитуды качки от размаха к размаху будут непрерывно возрастать.

2. Биение $\sigma = n_\theta + \Delta n$, где Δn — величина, малая по сравнению с n_θ . В этом случае движение носит гармонический характер с медленно меняющейся амплитудой и начальной фазой. Минимальное значение амплитуды биения при этом $\frac{\alpha_0}{1+x}$, а максимальное $\frac{\alpha_0}{1-x}$. Величина периода биения

$$T_\sigma = \frac{2\pi}{\Delta n}.$$

Решение остальных уравнений качки (2.26), (2.36) и (2.37) приводит к таким же окончательным результатам.

§ 14. Влияние конечных размеров корабля, расположенного лагом к волнению, на главную часть возмущающих силы и момента при вертикальной и бортовой качке

При составлении упрощенных уравнений вертикальной и бортовой качки мы принимали, что поверхность воды, оставаясь плоской, совершает гармонические колебания — вертикальные в случае вертикальной качки и угловые в случае бортовой качки.

При этом мы не учитывали различия в распределении по высоте гидростатического и гидродинамического давления. Если поперечные размеры корабля не являются малыми по сравнению с длиной волн, то эти предположения ведут к преувеличению амплитуд обоих видов качки. Установим здесь, как можно учесть влияние конечных размеров корабля на главную часть возмущающих силы и момента при качке корабля, расположенного лагом к волне. Эту задачу можно решить разными путями. Рассмотрим здесь наиболее простой и приближенный способ, предложенный Г. Е. Павленко [43].

Учитывая форму и действительные условия волнения, мы должны будем внести изменения в те члены дифференциального

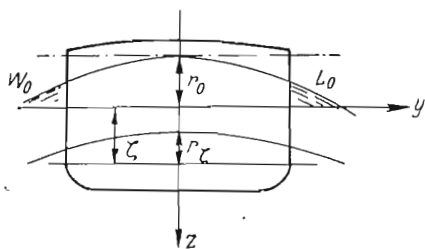


Рис. 2.7

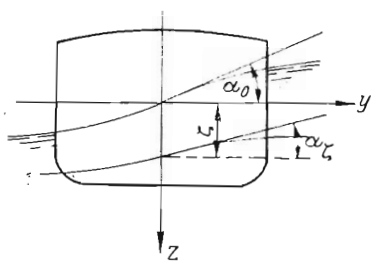


Рис. 2.8

уравнения качки, которые зависят от элементов волнения, т. е. в выражение для возмущающих силы и момента.

В предыдущем параграфе было установлено, что главные части возмущающих силы и момента равны: первая — изменению силы плавучести закрепленного корабля, вторая — возникающему при этом кренящему моменту. На рис. 2.7 изображен закрепленный корабль в момент прохождения мимо него гребня волны, когда возмущающая сила достигает максимального значения. На рис. 2.8 изображен закрепленный корабль в момент прохождения мимо него максимального склона волны, когда возмущающий момент достигает максимального значения. Если бы ширина корабля была весьма мала по сравнению с длиной волны, то поверхность воды на протяжении ширины корабля можно было бы считать плоской. При конечной ширине необходимо учитывать кривизну волновой поверхности, что, как видно из рис. 2.7 и 2.8, приводит к уменьшению дополнительного погруженного объема и кренящего момента и вызывает соответственное уменьшение расчетных амплитуд главных частей возмущающих силы и момента.

Если бы длина волны была бесконечно велика по сравнению с осадкой корабля, то силы поддержания и их момент, действующие на закрепленный корабль, можно было бы определять, не учитывая отличия в распределении гидродинамического давления волнующейся жидкости и гидростатического давления, т. е.

считая, что орбиты частиц жидкости не убывают с глубиной. Неучет уменьшения орбит приводит к преувеличению амплитуд возмущающих сил и момента. Это следует из выражения волновой поправки (2.19), если ее переписать в виде

$$\Delta p = -\gamma r_0 e^{-k\xi} \cos(k\eta - \sigma t). \quad (2.41)$$

Здесь ξ изменяется в пределах от нуля до $\xi = T$ (T — осадка корабля). Поскольку $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, отличие в распределении гидродинамического и гидростатического давлений тем больше, чем больше отношение $\frac{T}{\lambda}$, так как максимальное значение степени при e будет $k\xi = \frac{2\pi T}{\lambda}$ при $\xi = T$.

Таким образом, определяя возмущающие силу и момент соответственно при вертикальной и бортовой качке, надо учитывать влияние двух факторов: конечную ширину и конечную осадку корабля. Оба фактора действуют одновременно и могут влиять один на другой, поэтому в сущности их надо учитывать совместно, а это приводит к громоздким зависимостям. В предложенном Г. Е. Павленко методе учета влияние упомянутых выше двух факторов разделяется. Сначала он рассматривает влияние лишь одной ширины, полагая осадку корабля весьма малой по сравнению с длиной волны, и определяет поправочные коэффициенты $\kappa_{\xi B}$ и $\kappa_{\theta B}$, учитывающие кривизну волновой поверхности соответственно для вертикальной и бортовой качки; затем рассматривает влияние лишь одной осадки корабля, считая ширину его весьма малой по сравнению с длиной волны, и определяет поправочные коэффициенты $\kappa_{\xi T}$ и $\kappa_{\theta T}$, учитывающие распределение гидродинамического давления в волне соответственно для вертикальной и бортовой качки.

Суммарные поправочные коэффициенты для возмущающих силы и момента определяются как произведения частных коэффициентов:

для вертикальной качки

$$\kappa_{\xi} = \kappa_{\xi B} \kappa_{\xi T}; \quad (2.42)$$

для бортовой качки

$$\kappa_{\theta} = \kappa_{\theta B} \kappa_{\theta T}. \quad (2.43)$$

Амплитуда возмущающей силы Q_0 (2.28) должна быть умножена на поправочный коэффициент κ_{ξ} :

$$Q_0 = \gamma S \kappa_{\xi} r_0 = \gamma S r_m,$$

где r_m — эффективная амплитуда волны

$$r_m = \kappa_{\xi} r_0. \quad (2.44)$$

Амплитуда возмущающего момента $\mathfrak{M}_0$ (2.33) должна быть умножена на поправочный коэффициент κ_θ :

$$\mathfrak{M}_0 = Dh_0 \kappa_\theta \alpha_0 = Dh_0 \alpha_m, \quad (2.45)$$

где α_m — эффективный угол волнового склона:

$$\alpha_m = \kappa_\theta \alpha_0.$$

Более точные расчеты показывают, что этот прием, несмотря на условность, дает удовлетворительные результаты.

Определим поправочный коэффициент $\kappa_{\xi B}$. Предположим, что закрепленный корабль расположен так, что гребень волны находится на диаметральной плоскости, и учтем влияние кривизны волны на возмущающую силу. Уравнение поверхности волны на протяжении ширины закрепленного корабля имеет вид (рис. 2.9)

$$\begin{aligned} z_B &= r_0 \cos(ky - \pi) = \\ &= -r_0 \cos ky. \end{aligned}$$

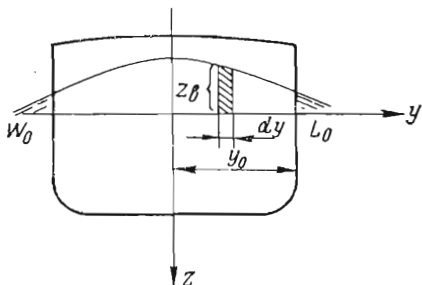


Рис. 2.9

Поскольку распределение гидродинамического давления в волне учитывается поправочным коэффициентом $\kappa_{\xi T}$, мы можем вычислить силу плавучести как гидростатическую силу. В таком случае возмущающая сила равна весу воды в объеме погруженной выше грузовой ватерлинии $W_0 L_0$ части корабля

$$Q = - \int_{S_0} \gamma z_B dS = \gamma r_0 \int_{S_0} \cos ky dS.$$

Заменяя интеграл по площади S_0 двойным интегралом, получим

$$Q = \gamma r_0 \int_L 2 \int_0^{y_0} \cos ky dy dx,$$

где y_0 — ордината ватерлинии.

Если выполнить интегрирование по y во внутреннем интеграле, то можно получить

$$Q = \frac{2\gamma r_0}{k} \int_L \sin ky_0 dx.$$

Эта сила может быть вычислена по теоретическому чертежу.

При замене истинного волнового движения воображаемым (см. § 13) мы получили формулу (2.28) для амплитуды возмущаю-

щей силы. Поправочный коэффициент $\kappa_{\zeta B}$, очевидно, может быть получен следующим образом:

$$\kappa_{\zeta B} = \frac{Q}{Q_0} = \frac{2}{kS_0} \int_L \sin ky_0 dx. \quad (2.46)$$

Найдем выражение для поправочного коэффициента $\kappa_{\theta B}$. Для этого предположим, что закрепленный корабль расположен так, что максимальный угол волнового склона соответствует его диаметральной плоскости. Тогда уравнение волнового профиля будет (рис. 2.10)

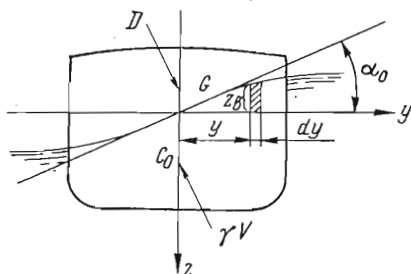


Рис. 2.10

$$\begin{aligned} z_B &= r_0 \cos \left(ky - \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= -r_0 \sin ky. \end{aligned}$$

Направление кажущейся силы тяжести примем по нормали к поверхности волны с учетом эффективного угла волнового склона α_m .

Момент плавучести вошедшего и вышедшего клиньев можно с точностью до малых величин первого порядка вычислить по формуле

$$M_\Phi = -\gamma \int_{S_0} y z_B dS = \gamma r_0 \int_{S_0} y \sin ky dS.$$

Интегрирование по площади ватерлинии S_0 заменим двойным интегрированием. Одновременно учтем, что $r_0 = \frac{\alpha_0}{k}$, и тогда получим

$$M_\Phi = 2 \frac{\gamma \alpha_0}{k} \int_L \int_0^{y_0} y \sin ky dy dx.$$

Выполняя интегрирование по переменной y , находим

$$M_\Phi = \frac{2\gamma\alpha_0}{k^3} \int_L (\sin ky_0 - ky_0 \cos ky_0) dx. \quad (2.47)$$

Мы получили выражение (2.47) для момента остойчивости формы от гидродинамических сил. Если имеется теоретический чертеж, то по этой формуле можно вычислить M_Φ с помощью одного из правил вычисления определенного интеграла.

Определим поправочный коэффициент $\kappa_{\theta B}$ как отношение момента M_Φ к моменту остойчивости формы от гидростатических

сил, который равняется $M_{\phi_0} = \gamma I_x \alpha_0$, где I_x — момент инерции площади ватерлинии S_0 ,

$$\kappa_{\theta B} = \frac{M_{\phi}}{M_{\phi_0}} = \frac{M_{\phi}}{\gamma I_x \alpha_0} = \frac{2}{k^3 I_x} \int_L (\sin ky_0 - ky_0 \cos ky_0) dx. \quad (2.48)$$

Из формулы (2.48) следует, что

$$M_{\phi} = \kappa_{\theta B} M_{\phi_0} = \gamma I_x \kappa_{\theta B} \alpha_0.$$

В этой формуле поправочный коэффициент $\kappa_{\theta B}$ можно отнести к углу α_0 , и тогда эффективный угол волнового склона будет

$$\alpha_m = \kappa_{\theta B} \alpha_0.$$

Нас интересует не поправочный коэффициент к моменту остойчивости формы, который мы определили по формуле (2.48), а поправочный коэффициент $\kappa_{\theta B}$ к восстанавливающему моменту, т. е. выражение

$$\kappa'_{\theta B} = \frac{M_B}{M_{B_0}}.$$

В этом выражении в числителе стоит восстанавливающий момент от гидродинамических сил

$$M_B = M_{\phi} - Da \alpha_m = \gamma I_x \kappa_{\theta B} \alpha_0 - Da \kappa_{\theta B} \alpha_0.$$

При этом учтено, что второй член выражения для M_B представляет момент остойчивости веса и получается за счет отклонения силы веса от вертикального направления на угол α_m .

В знаменателе стоит восстанавливающий момент от гидростатических сил

$$M_{B_0} = \gamma I_x \alpha_0 - Da \alpha_0 = (\gamma I_x - Da) \alpha_0.$$

Таким образом, после подстановок имеем

$$\kappa'_{\theta B} = \frac{\alpha_m}{\alpha_0} = \kappa_{\theta B},$$

т. е. коэффициенты $\kappa'_{\theta B}$ и $\kappa_{\theta B}$ можно считать равными.

Определим поправочный коэффициент $\kappa_{\zeta T}$. Как было условлено выше, будем считать, что ширина корабля весьма мала по сравнению с длиной волны. Предположим также, что в рассматриваемый момент времени корабль находится на гребне волны в закрепленном состоянии. При этом, очевидно, неподвижная $O\xi\eta\zeta$ и подвижная $Gxyz$ системы координат совпадают. Поэтому все интересующие нас величины будем определять в последней (рис. 2.11). Поверхность воды в момент нахождения корабля на вершине волны совпадает с плоскостью ватерлинии WL .

Выделим на погруженной поверхности площадку $d\Omega$ на глубине z . На эту площадку действует вследствие наличия волнения

некоторое избыточное давление, которое мы выше определили как волновую поправку и выразили с помощью формулы (2.41). Так как мы условились считать волну в пределах ширины корабля плоской, то нужно положить

$$ky = \frac{2\pi y}{\lambda} = 0.$$

В момент прохождения мимо корабля гребня волны $\sigma t = \pi$ и, следовательно, $\cos \sigma t = -1$. Тогда вместо (2.41) получим

$$\Delta p = \gamma r_0 e^{-kz}.$$

Сила давления на площадку $d\Omega$ определится по формуле

$$dP = \Delta p d\Omega = \gamma r_0 e^{-kz} d\Omega.$$

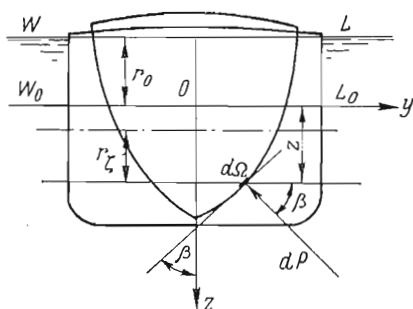


Рис. 2.11

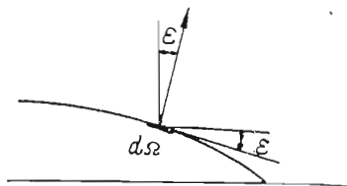


Рис. 2.12

Волновая составляющая силы давления определится как вертикальная проекция силы dP (рис. 2.11)

$$dQ = dP \sin \beta = \gamma r_0 e^{-kz} \sin \beta d\Omega.$$

Элементарная площадка $d\Omega$ может быть приближенно выражена через элементы диаметральной плоскости

$$d\Omega = \frac{dx dz}{\cos \beta \cos \varepsilon},$$

где ε — угол заострения ватерлинии (рис. 2.12) в районе площадки $d\Omega$. Считая этот угол малым, можно положить $\cos \varepsilon = 1$. Тогда получим

$$dQ = \gamma r_0 e^{-kz} \operatorname{tg} \beta dx dz.$$

Считая угол β , изображенный на рис. 2.11, положительным, можно написать

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{dy}{dz} = -y'.$$

Теперь можно написать окончательное выражение для вертикальной проекции элементарной силы давления в виде

$$dQ = -\gamma r_0 e^{-kz} y' dx dz.$$

Полная элементарная сила поддержания волновой природы может быть получена как интеграл от dQ , распространенный по всей погруженной части диаметральной плоскости

$$Q = -2 \int_{-r_0}^T \int_L \gamma r_0 e^{-kz} y' dx dz.$$

На участке от $z = 0$ до $z = -r_0$, т. е. в пределах изменения осадки, ввиду малости амплитуды волны r_0 мы предполагаем борта судна вертикальными, поэтому для этого участка $\beta = 0$ и $y' = 0$. Тогда нижний предел внешнего интеграла можно заменить нулем и написать

$$Q = -\gamma r_0 \int_0^T e^{-kz} 2 \int_L y' dx dz.$$

Внутренний интеграл можно преобразовать к виду

$$2 \int_L y' dx = \frac{d}{dz} 2 \int_L y dx = \frac{dS}{dz} = S'.$$

Таким образом, амплитуда возмущающей силы будет

$$Q = -\gamma r_0 \int_0^T e^{-kz} S' dz.$$

Выше, в § 13, при замене истинного волнового движения воображаемым мы получили выражение (2.28) для амплитуд возмущающей силы при вертикальной качке. Интересующий нас в данном случае поправочный коэффициент будет

$$\kappa_{\xi T} = \frac{Q}{Q_0} = -\frac{1}{S_0} \int_0^T e^{-kz} S' dz. \quad (2.49)$$

Перейдем к определению поправочного коэффициента $\kappa_{\theta T}$. Будем считать, как и выше, что кривизна волны на протяжении ширины корабля отсутствует, так как ширина мала по сравнению с длиной волны, т. е. поверхность волны, поворачиваясь, остается плоской. Корабль может совершать орбитальное движение, но вследствие закрепления не может крениться. При этом погруженный объем остается все время постоянным, и в рассматриваемый момент времени против диаметральной плоскости расположена точка перегиба волнового профиля. Угол наклона поверхности волны α_z постепенно уменьшается с глубиной z по закону (рис. 2.13)

$$\alpha_z = kr_z = kr_0 e^{-kz} = \alpha_0 e^{-kz}.$$

Выделим элементарную площадку $d\Omega$ на смоченной поверхности, погруженную на расстояние z под спокойной поверхностью воды. Тогда избыточное давление на площадке, которое мы называли волновой поправкой, может быть выражено через угол α_z следующим образом

$$\Delta p = \gamma \alpha_z y = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y,$$

где y — ордината судовой поверхности, соответствующая абсциссе z .

Сила давления на площадку определится по формуле

$$dP = \Delta p d\Omega = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y d\Omega.$$

Вертикальная и горизонтальная составляющие силы dP будут

$$dQ_z = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y \sin \beta d\Omega;$$

$$dQ_y = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y \cos \beta d\Omega.$$

Как и в случае вертикальной качки, положим

$$d\Omega = \frac{dx dz}{\cos \beta}.$$

Подставляя это выражение, находим

$$dQ_z = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y \operatorname{tg} \beta dx dz; \quad (2.50)$$

$$dQ_y = \gamma \alpha_0 e^{-kz} y dx dz. \quad (2.51)$$

Определим момент от вертикальных составляющих сил давления, который представляет момент остойчивости формы

$$\begin{aligned} M_\phi &= \sum y dQ_z = 2\gamma \alpha_0 \int_L^T \int_0^T y^2 e^{-kz} \operatorname{tg} \beta dz dx = \\ &= 2\gamma \alpha_0 \int_0^T e^{-kz} \int_L^T y^2 \operatorname{tg} \beta dx dz. \end{aligned}$$

Принимаем во внимание, что $\operatorname{tg} \beta = y'$ и что при фиксированном значении z

$$2 \int_L^T y^2 y' dx = \frac{d}{dz} \frac{2}{3} \int_L^T y^3 dx = \frac{dI_x}{dz} = I'_x,$$

где I_x — момент инерции площади ватерлинии, проведенной на глубине z , относительно линии пересечения ее с диаметральной плоскостью.

Теперь можно написать

$$M_\phi = -\gamma \alpha_0 \int_0^T e^{-kz} I'_x dz. \quad (2.52)$$

Определим момент от горизонтальных составляющих сил давления на элементарную площадку, которые определяются формулой (2.51). Это будет момент остойчивости веса:

$$\begin{aligned} M_G &= \sum (z - z_G) dQ_z = 2\gamma\alpha_0 \int_L \int_0^T yze^{-kz} dz dx - \\ &\quad - 2\gamma\alpha_0 z_G \int_L \int_0^T ye^{-kz} dz dx = \\ &= 2\gamma\alpha_0 \int_0^T e^{-kz} z \int_L y dx - 2\gamma\alpha_0 z_G \int_0^T e^{-kz} \int_L y dx. \end{aligned}$$

При фиксированном z

$$2 \int_L y dx = S,$$

где S — площадь ватерлинии, соответствующая ординате z .

Теперь можно написать

$$M_G = \gamma\alpha_0 \int_0^T e^{-kz} Sz dz - \gamma\alpha_0 \int_0^T e^{-kz} S z_G dz. \quad (2.53)$$

Как известно, восстанавливающий момент

$$M_B = M_\Phi - M_G. \quad (2.54)$$

Подставляя (2.52) и (2.53) в (2.54), получим восстанавливающий момент

$$M_B = -\gamma\alpha_0 \left[\int_0^T e^{-kz} I'_x dz + \int_0^T e^{-kz} Sz dz - z_G \int_0^T e^{-kz} S dz \right]. \quad (2.55)$$

В статике, когда мы рассматриваем наклонение корабля на угол α_0 на тихой воде, восстанавливающий момент выражается с помощью метацентрической формулы остойчивости следующим образом:

$$M_0 = Dh_0\alpha_0 = \gamma Vh_0\alpha_0.$$

Тогда поправочный коэффициент будет

$$\kappa_{\theta T} = \frac{M_n}{M_0} = -\frac{1}{Vh_0} \left[\int_0^T e^{-kz} I'_x dz + \int_0^T e^{-kz} Sz dz - z_G \int_0^T e^{-kz} S dz \right]. \quad (2.56)$$

Если имеется теоретический чертеж, т. е. имеются строевая по ватерлиниям $S(z)$ и кривая моментов инерции площади ватерлинии $I_x(z)$ в зависимости от осадки z , то интегралы правой части формул (2.49) и (2.56) могут быть вычислены и таким образом могут быть получены значения поправочных коэффициентов $\kappa_{\theta T}$ и $\kappa_{\theta T}$ для данного корабля при заданных условиях волнения.

**§ 15. Приближенные формулы для
поправочных коэффициентов $\kappa_{\zeta B}$, $\kappa_{\theta B}$,
 $\kappa_{\zeta T}$ и $\kappa_{\theta T}$**

Выведем здесь приближенные формулы для поправочных коэффициентов. Прежде всего рассмотрим коэффициент $\kappa_{\zeta B}$.

А. Н. Крылов для приближенных расчетов предложил принять в формуле (2.46) $y_0 = \frac{B}{2}$ и $S = LB$. Тогда $\sin ky_0 = \sin \frac{\pi B}{\lambda}$, и из формулы (2.46) после подстановок можно получить

$$\kappa_{\zeta B} = \frac{\sin \frac{\pi B}{\lambda}}{\frac{\pi B}{\lambda}}. \quad (2.57)$$

Очевидно, что всегда $\kappa_{\zeta B} \leq 1$ и при $\frac{B}{\lambda} \rightarrow 0$ $\kappa_{\zeta B} \rightarrow 1$.

Для более точных расчетов С. Н. Благовещенский [10] предложил разложить $\sin ky_0$ в ряд и ограничиться двумя членами разложения, т. е. положить

$$\sin ky_0 = ky_0 - \frac{(ky_0)^3}{6}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.46), получим

$$\kappa_{\zeta B} = \frac{2}{S_0} \int_L y_0 dx - \frac{k^2}{2S_0} \frac{2}{3} \int_L y_0^3 dx.$$

Первый член правой части представляет площадь грузовой ватерлинии

$$2 \int_L y_0 dx = S_0,$$

а второй член — момент инерции этой площади относительно продольной оси

$$\frac{2}{3} \int_L y_0^3 dx = I_x.$$

Подставляя значения интегралов, имеем

$$\kappa_{\zeta B} = 1 - \frac{k^2}{2} \frac{I_x}{S_0}.$$

Воспользуемся теперь приближенной формулой А. П. Фандер-Флита для момента инерции

$$I_x \cong \frac{\alpha^2}{11,4} LB^3,$$

где α — коэффициент полноты площади ватерлинии, а $S_0 = \alpha LB$.

Подставив I_x и S_0 в полученное для $\kappa_{\zeta B}$ выражение, после преобразований получим

$$\kappa_{\zeta B} = 1 - 1,73\alpha \left(\frac{B}{\lambda} \right)^2. \quad (2.58)$$

Поправочный коэффициент $\kappa_{\zeta B}$ зависит от формы корпуса, которая в данном случае характеризуется коэффициентом полноты ватерлинии α , и отношения $\frac{B}{\lambda}$, учитывающего конечную ширину судна. При $\frac{B}{\lambda} \rightarrow 0$ $\kappa_{\zeta B} \rightarrow 1$.

Формула (2.58) может быть использована при достаточно больших длинах волн по сравнению с шириной корабля, т. е. при $\frac{\lambda}{B} > 4 \div 5$.

Теперь выведем приближенную формулу для коэффициента $\kappa_{\theta B}$. Если, в соответствии с предложением А. Н. Крылова, положить в формуле (2.48) $y_0 = \frac{B}{2}$ и $I_x = \frac{LB^3}{12}$, то можно получить

$$\kappa_{\theta B} = \frac{3 \left[\sin \frac{\pi B}{\lambda} - \frac{\pi B}{\lambda} \cos \frac{\pi B}{\lambda} \right]}{\left(\frac{\pi B}{\lambda} \right)^3}. \quad (2.59)$$

Нетрудно убедиться в том, что при $\frac{B}{\lambda} \rightarrow 0$ $\kappa_{\theta B} \rightarrow 1$. Эта формула, так же как и формула (2.57), справедлива для прямоугольного понтона.

В соответствии с предложением С. Н. Благовещенского [10] получим более точную формулу. Для этого, учитывая, что $ky_0 \leq \frac{kB}{2}$, а $\frac{kB}{2}$ является малой величиной, разложим тригонометрические функции в степенные ряды, ограничиваясь малыми не выше пятого порядка:

$$\sin ky_0 = ky_0 - \frac{1}{6} (ky_0)^3 + \frac{1}{120} (ky_0)^5,$$

$$\cos ky_0 = 1 - \frac{1}{2} (ky_0)^2 + \frac{1}{24} (ky_0)^4.$$

Подставив результаты разложения в подынтегральную функцию формулы (2.48), получим после приведения подобных членов

$$\kappa_{\theta B} = \frac{1}{I_x} \left[\frac{2}{3} \int_L y_0^3 dx - \frac{k^2}{15} \int_L y_0^5 dx \right] = 1 - \frac{k^2}{15I_x} \int_L y_0^5 dx. \quad (2.60)$$

Для вычисления интеграла в полученном выражении воспользуемся параболической зависимостью для ватерлинии

$$y_0 = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^n \right], \quad (2.61)$$

где

$$n = \frac{\alpha}{1 - \alpha}.$$

Здесь α — коэффициент полноты ватерлинии, и абсцисса x отсчитывается в нос и корму от миделя шпангоута. Подставив (2.61) в (2.60) и изменив пределы интегрирования, имеем

$$\kappa_{\theta B} = 1 - \frac{k^2}{7,5I_x} \left(\frac{B}{2} \right)^5 \int_0^{L/2} \left[1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^n \right]^5 dx.$$

Выполнив интегрирование, получим

$$\kappa_{\theta B} = 1 - \frac{k^2}{7,5I_x} \frac{B^5}{32} \frac{L}{2} \frac{120\alpha^5}{(\alpha + 1)(2\alpha + 1)(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)}. \quad (2.62)$$

При замене ватерлинии параболой можно получить известное выражение для момента инерции I_x :

$$I_x = \frac{LB^3}{2} \frac{\alpha^3}{(\alpha + 1)(2\alpha + 1)}.$$

Второй член формулы (2.62) может быть преобразован следующим образом

$$\begin{aligned} & \frac{k^2}{7,5I_x} \cdot \frac{B^5}{32} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{120\alpha^5}{(\alpha + 1)(2\alpha + 1)(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)} = \\ & = \frac{LB^3}{2} \cdot \frac{\alpha^3}{(\alpha + 1)(2\alpha + 1)} \cdot \frac{k^2 B^2}{2I_x} \cdot \frac{\alpha^2}{(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)} = \\ & = \left(\frac{B}{\lambda} \right)^2 \frac{2\pi^2 \alpha^2}{(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)} = \left(\frac{B}{\lambda} \right)^2 f_1(\alpha), \end{aligned}$$

где

$$f_1(\alpha) = \frac{2\pi^2 \alpha^2}{(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)}.$$

Функция $f_1(\alpha)$ при α , изменяющемся в пределах $0,5 < \alpha < 1,0$, имеет порядок, близкий к единице. Так, при $\alpha = 0,5$ $f_1(0,5) = \frac{2\pi^2}{30} \cong 0,66$, а при $\alpha = 1,0$ $f_1(1,0) = \frac{2\pi^2}{20} \cong 1,0$, поэтому второй член формулы (2.62) имеет величину порядка $\left(\frac{B}{\lambda} \right)^2$,

т. е. он мал по сравнению с единицей, и его можно вычислять с меньшей точностью. Принимая это во внимание, помножим и поделим этот член на $\sqrt{\alpha}$ и обозначим

$$f(\alpha) = \frac{f_1(\alpha)}{\sqrt{\alpha}} = \frac{2\pi^2\alpha^2}{(3\alpha + 1)(4\alpha + 1)\sqrt{\alpha}}.$$

Функция $f(\alpha)$ изменяется в еще меньших пределах, чем $f_1(\alpha)$. При $\alpha = 0,5$ $f(0,5) = \frac{2\pi^2}{21,2}$, а при $\alpha = 1,0$ $f(1,0) = \frac{2\pi^2}{20}$. Учитывая это, можно принять в среднем

$$f(\alpha) \cong \text{const} = \frac{2\pi^2}{20,6} = 0,96 \cong 1,0.$$

В этом случае формула (2.62) принимает вид

$$\kappa_{\theta B} = 1 - \sqrt{\alpha} \left(\frac{B}{\lambda} \right)^2. \quad (2.63)$$

Формула (2.63) может быть использована при достаточно больших длинах волн по сравнению с шириной корабля, т. е. при $\frac{\lambda}{B} > 4 \div 5$. При малом значении $\frac{B}{\lambda} \rightarrow 0$ коэффициент $\kappa_{\theta B} \rightarrow 1,0$.

Перейдем к выводу приближенных формул для поправочных коэффициентов $\kappa_{\xi T}$ и $\kappa_{\theta T}$. Приведем здесь некоторый общий метод, с помощью которого могут быть получены приближенные формулы для этих коэффициентов. Формулы (2.49) и (2.56) перепишем в виде

$$\kappa_{\xi T} = - \frac{1}{S_0} \int_0^T e^{-kz} S' dz; \quad (2.64)$$

$$\kappa_{\theta T} = \frac{r}{h_0} \kappa'_{\theta T} - \frac{T}{h_0} \kappa''_{\theta T} + \frac{z_G}{h_0} \kappa'''_{\theta T}, \quad (2.65)$$

где, принимая во внимание, что $I_x = Vr$, обозначено:

$$\kappa'_{\theta T} = - \frac{1}{I_x} \int_0^T e^{-kz} I'_x dz; \quad (2.66)$$

$$\kappa''_{\theta T} = \frac{1}{VT} \int_0^T e^{-kz} S z dz; \quad (2.67)$$

$$\kappa'''_{\theta T} = \frac{1}{V} \int_0^T e^{-kz} S dz. \quad (2.68)$$

Интегралы, входящие в формулы (2.64) и (2.66), берем по частям:

$$\kappa_{\xi T} = 1 - \frac{k}{S_0} \int_0^T e^{-kz} S dz; \quad (2.69)$$

$$\kappa'_{\theta T} = 1 - \frac{k}{I_{x_0}} \int_0^T e^{-kz} I_x dz. \quad (2.70)$$

В формулы поправочных коэффициентов входят две зависимости $S(z)$ и $I_x(z)$, первая из которых представляет строевую по ватерлиниям, а вторая — кривую моментов инерции в зависимости от осадки. Представим зависимости $S(z)$ и $I_x(z)$ в виде параболических кривых

$$S = S_0 \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}}; \quad (2.71)$$

$$I_x = I_{x_0} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\psi}{\psi}}, \quad (2.72)$$

где χ — коэффициент вертикальной полноты судна;

ψ — коэффициент полноты площади, ограниченной кривой $I_x(z)$.

Коэффициент χ связан с коэффициентом ψ зависимостью

$$\psi = 1,4\chi - 0,4, \quad (2.73)$$

полученной на основании статистических данных.

В формулы (2.69), (2.70) и (2.68) для $\kappa_{\xi T}$, $\kappa'_{\theta T}$ и $\kappa''_{\theta T}$ входят интегралы одного и того же типа, поскольку $S(z)$ и $I_x(z)$ выражаются аналогичными параболическими зависимостями (2.71) и (2.72). Поэтому достаточно вычислить только один из этих интегралов, так как второй можно написать по аналогии.

Займемся интегралом, входящим в формулы (2.68) и (2.69). Используя для подстановки выражение (2.71), имеем

$$\int_0^T e^{-kz} S dz = S_0 \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}} dz. \quad (2.74)$$

Интеграл левой части выражения (2.74) путем последовательного интегрирования по частям может быть преобразован следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{-kz} S dz &= (e^{-kT} S_T^I - S_0^I) + k(e^{-kT} S_T^{II} - S_0^{II}) + \\ &+ k^2(e^{-kT} S_T^{III} - S_0^{III}) + k^3(e^{-kT} S_T^{IV} - S_0^{IV}) + \\ &+ \text{остаточный член.} \end{aligned} \quad (2.75)$$

В этом ряде S^i — моменты последовательно возрастающего порядка строевой по ватерлиниям, выражаемой формулой (2.71). Таким образом,

$$S^I = \int_0^z S dz; \quad \text{при } z = 0 \quad S_0^I = 0,$$

$$\text{при } z = T \quad S_T^I = S_0 T \chi;$$

$$S^{II} = \int_0^z S^I dz; \quad \text{при } z = 0 \quad S_0^{II} = 0,$$

$$\text{при } z = T \quad S_T^{II} = S_0 T^2 \frac{\chi}{1 + \chi};$$

$$S^{III} = \int_0^z S^{II} dz; \quad \text{при } z = 0 \quad S_0^{III} = 0,$$

$$\text{при } z = T \quad S_T^{III} = S_0 T^3 \frac{\chi}{2(1 + 2\chi)};$$

$$S^{IV} = \int_0^z S^{III} dz; \quad \text{при } z = 0 \quad S_0^{IV} = 0,$$

$$\text{при } z = T \quad S_T^{IV} = S_0 T^4 \frac{\chi}{6(1 + 3\chi)};$$

остаточный член равен $k^4 \int_0^T e^{-kz} S^{IV} dz$.

Отбросив остаточный член, как достаточно малый, и ограничившись четырьмя членами ряда, можно написать

$$\int_0^T e^{-kz} S dz = S_0 T \chi e^{-kT} \left[1 + \frac{kT}{1 + \chi} + \frac{k^2 T^2}{2(1 + 2\chi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1 + 3\chi)} \right]. \quad (2.76)$$

Полученный ряд, принимая во внимание, что χ изменяется в пределах 0,4—1,0, является довольно быстро убывающим за счет знаменателя дробей, представляющих последовательные члены. Кроме того, $kT = \frac{2\pi T}{\lambda}$, и, если отношение $\frac{T}{\lambda}$ мало, то за счет этого члены ряда тоже убывают. Поэтому пренебрежение остаточным членом является вполне закономерным.

Обозначим выражение, в формуле (2.76) заключенное в квадратную скобку и умноженное на e^{-kT} , через

$$\chi_\chi = e^{-kT} \left[1 + \frac{kT}{1 + \chi} + \frac{k^2 T^2}{2(1 + 2\chi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1 + 3\chi)} \right]. \quad (2.77)$$

Принимая во внимание, что интегралы в формулах (2.69) и (2.70) однотипные и имея в виду, что

$$S_0 T \chi = V_T,$$

можно написать формулы для трех поправочных коэффициентов

$$\kappa_{\xi T} = 1 - kT \chi \kappa_{\chi}; \quad (2.78)$$

$$\kappa'_{\theta T} = 1 - kT \psi \kappa_{\psi}; \quad (2.79)$$

$$\kappa''_{\theta T} = \kappa_{\chi}. \quad (2.80)$$

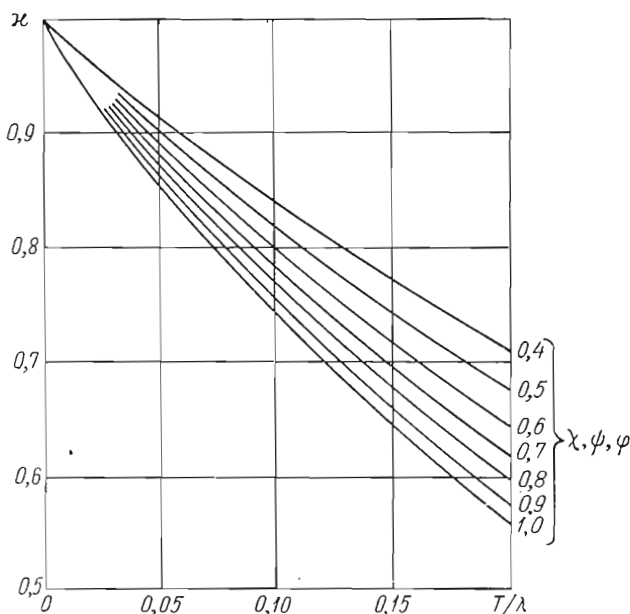


Рис. 2.14

При этом, однако, нужно иметь в виду, что при вычислении κ_{χ} по формуле (2.77) для коэффициента $\kappa'_{\theta T}$ (2.79) вместо χ нужно подставлять значения ψ , предварительно вычисленные по формуле (2.73). На это обстоятельство указывает индекс при χ . Таким образом, κ_{ψ} вычисляется не по формуле (2.77), а по совершенно аналогичной формуле

$$\kappa_{\psi} = e^{-kT} \left[1 + \frac{kT}{1 + \psi} + \frac{k^2 T^2}{2(1 + 2\psi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1 + 3\psi)} \right]. \quad (2.81)$$

Формула (2.78) для поправочного коэффициента $\kappa_{\xi T}$, учитывающего влияние конечной осадки на вертикальную качку, является окончательной. Коэффициент κ_{χ} определяется по графику (рис. 2.14). При $\frac{T}{\lambda} \rightarrow 0$ $\kappa_{\chi} \rightarrow 1$. Область применения

формулы (2.77) следует ограничить достаточно большими значениями $\frac{\lambda}{T} > 8 \div 10$.

Если в формуле (2.77) для κ_χ ограничиться двумя членами, то, принимая во внимание, что абсцисса центра величины

$$z_c = \frac{T}{1 + \chi},$$

можно получить более грубую приближенную формулу для $\kappa_{\zeta T}$ в виде

$$\kappa_{\zeta T} = 1 - e^{-kT} kT\chi(1 + kz_c). \quad (2.82)$$

Формулы (2.79) и (2.80) для $\kappa'_{\theta T}$ и $\kappa''_{\theta T}$ будут в дальнейшем использованы для получения окончательных зависимостей.

Теперь найдем выражение для последнего коэффициента $\kappa''_{\theta T}$. Для этого рассмотрим интеграл, входящий в формулу (2.67), и преобразуем его следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{-kz} S z \, dz &= S_0 T \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}} \frac{z}{T} \, dz = \\ &= S_0 T \left\{ \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}} \, dz - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi} + 1} \, dz \right\}. \end{aligned}$$

Первый интеграл правой части этого выражения уже был получен выше. Приведем второй интеграл к такому же виду путем замены

$$\frac{1-\chi}{\chi} + 1 = \frac{1}{\chi} = \frac{1-\varphi}{\varphi},$$

откуда имеем

$$\varphi = \frac{\chi}{1 + \chi}. \quad (2.83)$$

Теперь окончательно можем написать

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{-kz} S z \, dz &= S_0 T \left\{ \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}} \, dz - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^T e^{-kz} \left(1 - \frac{z}{T}\right)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} \, dz \right\}. \end{aligned}$$

Используя формулы (2.74), (2.76), (2.77) и (2.81), получаем

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{-kz} S z \, dz &= S_0 T^2 e^{-kT} \left\{ \chi \left[1 + \frac{kT}{1+\chi} + \frac{k^2 T^2}{2(1+2\chi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1+3\chi)} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \varphi \left[1 + \frac{kT}{1+\varphi} + \frac{k^2 T^2}{2(1+2\varphi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1+3\varphi)} \right] \right\} = \\ &= VT \left(\kappa_\chi - \frac{\kappa_\varphi}{1+\chi} \right). \end{aligned}$$

После подстановки полученного выражения в формулу (2.67), можно написать

$$\kappa''_{\theta T} = \kappa_\chi - \frac{\kappa_\varphi}{1+\chi}, \quad (2.84)$$

где

$$\kappa_\varphi = e^{-kT} \left[1 + \frac{kT}{1+\varphi} + \frac{k^2 T^2}{2(1+2\varphi)} + \frac{k^3 T^3}{6(1+3\varphi)} \right]. \quad (2.85)$$

Подставим выражения $\kappa'_{\theta T}$, $\kappa''_{\theta T}$ и $\kappa'''_{\theta T}$ [т. е. формулы (2.79), (2.84) и (2.80)] в выражение для коэффициента $\kappa_{\theta T}$ (2.65) и получим после преобразований окончательную формулу для этого поправочного коэффициента:

$$\kappa_{\theta T} = \frac{T}{h_0} \left[\frac{r}{T} (1 - kT\psi\kappa_\psi) + \frac{\kappa_\varphi}{1+\chi} - \frac{T-z_g}{T} \kappa_\chi \right]. \quad (2.86)$$

В этом выражении коэффициенты κ_χ , κ_ψ и κ_φ можно определить по графику, изображенному на рис. 2.14, исходя из значений $\frac{T}{\lambda}$, χ , ψ и φ . График построен в соответствии с формулой (2.77) для фиксированных значений χ и изображает κ_χ в зависимости от χ и $\frac{T}{\lambda}$. Для определения κ_ψ и κ_φ нужно вместо χ взять ψ или φ . При этом ψ и φ должны быть предварительно вычислены по формулам (2.73) или (2.83).

Анализируя формулу (2.86), видим, что при $\frac{T}{\lambda} \rightarrow 0$ $\kappa_{\theta T} \rightarrow 1$. Первый член этой формулы дает поправку к остойчивости формы, а второй и третий — к остойчивости веса. Применение формулы (2.86) следует ограничить значениями $\frac{\lambda}{T} > 8 \div 10$.

**§ 16. Полные уравнения вертикальной
и бортовой качки с учетом
гидродинамических сил в абсолютных
и относительных координатах.
Укороченное уравнение**

Теория качки А. Н. Крылова дает возможность вычислить в строгой постановке вопроса главные части возмущающей силы и возмущающего момента. Этот метод позволяет рассчитать силы и моменты, действующие при качке на любой корабль, по его теоретическому чертежу, т. е. с учетом его индивидуальных особенностей.

Выше были получены выражения для главных частей возмущающей силы и возмущающего момента менее строгим и более простым путем. Для этого были выведены приближенные формулы поправочных коэффициентов, учитывающие влияние конечной ширины и конечной осадки корабля. Полученные результаты позволяют написать выражения для главных частей возмущающих сил и момента в виде

$$Q_K = \gamma S r_m \cos \sigma t;$$

$$M_K = D h_0 \alpha_m \sin \sigma t.$$

Что касается гидродинамических частей возмущающей силы и возмущающего момента, то строгий метод их вычисления, аналогичный методу А. Н. Крылова для главных частей, до сих пор не разработан. Поэтому для вычисления этих сил и моментов приходится использовать прием так называемого относительного движения, основанный, вообще говоря, на недостаточно строгих допущениях.

Этот прием заключается в следующем. Предположим, что малый корабль качается на длинных волнах. В некоторый момент времени вертикальные составляющие скоростей и ускорений центра тяжести корабля равны $\dot{\xi}$ и $\ddot{\xi}$. Это, очевидно, будут одновременно также скорость и ускорение корабля относительно поверхности спокойной воды, от которых зависят силы сопротивления и инерции. При наличии волнения поверхность волны перемещается в пространстве, имея вертикальную скорость $\dot{\xi}_в$ и ускорение $\ddot{\xi}_в$. Поэтому можно считать движение корабля относительно поверхности волны происходящим со скоростью $\dot{\xi} - \dot{\xi}_в$ и с ускорением $\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_в$. Эти скорость и ускорение корабля относительно поверхности волны будут, очевидно, функциями времени. Таким образом, при определении гидродинамических частей возмущающих сил и моментов мы рассматриваем корабль в относительном движении.

Тогда, определяя инерционные силы и силы сопротивления при вертикальной качке, получим

$$\begin{aligned}-\Delta M (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_в) &= -\Delta M \ddot{\xi} + \Delta M \ddot{\xi}_в; \\ -2N_{\xi} (\dot{\xi} - \dot{\xi}_в) &= -2N_{\xi} \dot{\xi} + 2N_{\xi} \dot{\xi}_в.\end{aligned}$$

В этих зависимостях совокупность последних членов правых частей дает приближенное значение гидродинамической части возмущающих сил

$$Q_{\Gamma} = \Delta M \ddot{\xi}_в + 2N_{\xi} \dot{\xi}_в. \quad (2.87)$$

Аналогичным образом можно получить гидродинамическую часть возмущающего момента при бортовой качке, если рассматривать наклонение корабля относительно плоскости касательной к поверхности волны. В этом случае относительные скорость и ускорение будут $\dot{\theta} - \dot{\alpha}$ и $\ddot{\theta} - \ddot{\alpha}$.

Для инерционного момента и момента сопротивления можно написать

$$\begin{aligned}-\Delta J_x (\ddot{\theta} - \ddot{\alpha}) &= -\Delta J_x \ddot{\theta} + \Delta J_x \ddot{\alpha}; \\ -2N_{\theta} (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) &= -2N_{\theta} \dot{\theta} + 2N_{\theta} \dot{\alpha},\end{aligned}$$

и приближенное значение гидродинамической части возмущающего момента будет

$$M_{\Gamma} = \Delta J_x \ddot{\alpha} + 2N_{\theta} \dot{\alpha}. \quad (2.88)$$

В формулах (2.87) и (2.88) для гидродинамических частей возмущающих сил и момента первые члены представляют инерционный компонент, а вторые члены — демпфирующий. При этом гидродинамические части возмущающих силы и момента, очевидно, будут явными функциями времени. Скорость $\dot{\xi}_в$ может быть получена путем дифференцирования выражения потенциала скоростей (2.6) в соответствии с хорошо известной из гидромеханики зависимостью

$$\dot{\xi}_в = \frac{\partial \Phi^*}{\partial \xi}.$$

Однако в данном случае, поскольку выше уже была получена из (2.6) формула (2.9) для $\dot{\xi}_в$, а затем формула (2.11) для $\dot{\alpha}$, воспользуемся для получения $\dot{\xi}_в$, $\ddot{\xi}_в$, $\dot{\alpha}$ и $\ddot{\alpha}$ формулами (2.20) и (2.21), являющимися следствием предыдущих выводов.

Если продифференцировать эти выражения по времени, то получим вертикальные составляющие скорости $\dot{\xi}_в$ и угловые скорости $\dot{\alpha}$. Дифференцируя вторично, получим вертикальные составляющие ускорений и угловые ускорения. При этом в разных точках смоченной поверхности корабля скорости $\dot{\xi}_в$ и $\dot{\alpha}$ и

ускорения $\ddot{\xi}_в$ и $\ddot{\alpha}$ частиц воды будут разными. Чтобы вычислить гидродинамические части возмущающих силы и момента, нужно в формулах (2.87) и (2.88) подставить расчетные значения соответствующих скоростей и ускорений. Если бы размеры корабля (ширина и осадка) были весьма малы по сравнению с длиной волны, то за расчетные значения скоростей и ускорений можно было бы принять их значения, соответствующие равенству

$$\eta = \xi = 0.$$

Так как размеры корабля конечны, то в данном случае, так же как и для главных частей возмущающих силы и момента, нужно ввести поправочные коэффициенты, аналогичные полученным в § 14 и 15 и учитывающие влияние конечных размеров корабля. Состояние теории качки в настоящее время таково, что общих выражений таких поправочных коэффициентов пока получить не удалось. Поэтому, положив в уравнениях (2.20) и (2.21) $\eta = \xi = 0$, одновременно заменим амплитуду волны r_0 и максимальный угол волнового склона α_0 соответственно через $r_m = \kappa_\xi r_0$ и $\alpha_m = \kappa_\theta \alpha_0$. Это равносильно предположению о том, что поправочные коэффициенты для скоростей и ускорений равны поправочным коэффициентам для давлений, полученным выше. Таким образом, будем иметь

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_в &= -\kappa_\xi r_0 \sigma \sin \sigma t; \\ \ddot{\xi}_в &= -\kappa_\xi r_0 \sigma^2 \cos \sigma t; \\ \dot{\alpha} &= \kappa_\theta \alpha_0 \sigma \cos \sigma t; \\ \ddot{\alpha} &= -\kappa_\theta \alpha_0 \sigma^2 \sin \sigma t.\end{aligned}$$

Используя полученные выражения для скоростей и ускорений, можно написать окончательные выражения для гидродинамических частей восстанавливающих силы и момента

$$\begin{aligned}Q_\Gamma &= -r_m (\Delta M \sigma^2 \cos \sigma t + 2N_\xi \sigma \sin \sigma t); \\ M_\Gamma &= -\alpha_m (\Delta J_x \sigma^2 \sin \sigma t - 2N_\theta \sigma \cos \sigma t).\end{aligned}$$

Теперь можно написать полные уравнения вертикальной и бортовой качки в виде

$$\begin{aligned}\left(\frac{D}{g} + \Delta M\right) \ddot{\xi} + 2N_\xi \dot{\xi} + \gamma S \xi &= \\ = r_m [(\gamma S - \Delta M \sigma^2) \cos \sigma t - 2N_\xi \sigma \sin \sigma t];\end{aligned}\quad (2.89)$$

$$\begin{aligned}(J_x + \Delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + D h_0 \theta &= \\ = \alpha_m [(D h_0 - \Delta J_x \sigma^2) \sin \sigma t + 2N_\theta \sigma \cos \sigma t].\end{aligned}\quad (2.90)$$

Аналогичным образом можно получить уравнение поперечно-горизонтальной качки [см. главу III, уравнение (3.81)]. Это

уравнение не будет содержать восстанавливающей силы, так как по отношению к горизонтальным перемещениям система корабль—жидкость не является консервативной. Совместно с уравнением вертикальной качки это уравнение определяет циклическое движение корабля в положении лагом к волне.

Левые части полученных уравнений (2.89) и (2.90) содержат те же члены, что и уравнения качки на тихой воде (1.16) и (1.17). Правые части — это полные возмущающие сила и момент, включающие как главные, так и дифракционные части, и представляют явные функции времени.

Приведем полученные линейные дифференциальные уравнения к нормальному виду, поделив все члены на множитель при высшей производной:

$$\ddot{\xi} + 2\nu_{\xi}\dot{\xi} + n_{\xi}^2\xi = r_m \left[\left(n_{\xi}^2 - \frac{k_{\xi}\sigma^2}{1+k_{\xi}} \right) \cos \sigma t - 2\nu_{\xi}\sigma \sin \sigma t \right]; \quad (2.91)$$

$$\ddot{\theta} + 2\nu_{\theta}\dot{\theta} + n_{\theta}^2\theta = \alpha_m \left[\left(n_{\theta}^2 - \frac{k_{\theta}\sigma^2}{1+k_{\theta}} \right) \sin \sigma t + 2\nu_{\theta}\sigma \cos \sigma t \right]. \quad (2.92)$$

Уравнения (2.91) и (2.92) описывают вертикальную и бортовую качку в абсолютном движении, так как ξ и θ фиксируют положение корабля в неподвижной системе координат $O\xi\eta\zeta$, т. е. в данном случае по отношению к поверхности спокойной воды. Эти уравнения являются неоднородными дифференциальными уравнениями второго порядка, решение которых хорошо известно из математики.

Перепишем уравнения движения (2.89) и (2.90) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{D}{g} \ddot{\xi} + \Delta M (\ddot{\xi} + r_m \sigma^2 \cos \sigma t) + 2N_{\xi} (\dot{\xi} + r_m \sigma \sin \sigma t) + \\ + \gamma S (\xi - r_m \cos \sigma t) = 0; \\ J_x \ddot{\theta} + \Delta J_x (\ddot{\theta} + \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t) + 2N_{\theta} (\dot{\theta} - \alpha_m \sigma \cos \sigma t) + \\ + Dh_0 (\theta - \alpha_m \sin \sigma t) = 0. \end{aligned}$$

Прибавив к правой и левой частям первого уравнения $\frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t$ и к правой и левой частям второго уравнения $J_x \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t$, получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) (\ddot{\xi} + r_m \sigma^2 \cos \sigma t) + 2N_{\xi} (\dot{\xi} + r_m \sigma \sin \sigma t) + \\ + \gamma S (\xi - r_m \cos \sigma t) = \frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t; \\ (J_x + \Delta J_x) (\ddot{\theta} + \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t) + 2N_{\theta} (\dot{\theta} - \alpha_m \sigma \cos \sigma t) + \\ + Dh_0 (\theta - \alpha_m \sin \sigma t) = J_x \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t. \end{aligned}$$

Введем новую переменную z в первое уравнение

$$\left. \begin{aligned} z &= \zeta - r_m \cos \sigma t = \zeta - \kappa_\zeta \zeta_B; \\ \dot{z} &= \dot{\zeta} + r_m \sigma \sin \sigma t = \dot{\zeta} - \kappa_\zeta \dot{\zeta}_B; \\ \ddot{z} &= \ddot{\zeta} + r_m \sigma^2 \cos \sigma t = \ddot{\zeta} - \kappa_\zeta \ddot{\zeta}_B \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

и переменную ϑ во второе уравнение

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \theta - \alpha_m \sin \sigma t = \theta - \kappa_\theta \alpha; \\ \dot{\vartheta} &= \dot{\theta} - \alpha_m \sigma \cos \sigma t = \dot{\theta} - \kappa_\theta \dot{\alpha}; \\ \ddot{\vartheta} &= \ddot{\theta} + \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t = \ddot{\theta} - \kappa_\theta \ddot{\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

Теперь уравнения вертикальной и бортовой качки можно переписать в виде

$$\left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \ddot{z} + 2N_\zeta \dot{z} + \gamma S z = \frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t; \quad (2.95)$$

$$(J_x + \Delta J_x) \ddot{\vartheta} + 2N_\theta \dot{\vartheta} + D h_0 \vartheta = J_x \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t. \quad (2.96)$$

После приведения к нормальному виду имеем

$$\ddot{z} + 2\nu_\zeta \dot{z} + n_\zeta^2 z = \frac{1}{1 + k_\zeta} r_m \sigma^2 \cos \sigma t; \quad (2.97)$$

$$\ddot{\vartheta} + 2\nu_\theta \dot{\vartheta} + n_\theta^2 \vartheta = \frac{1}{1 + k_\theta} \alpha_m \sigma^2 \sin \sigma t. \quad (2.98)$$

Уравнения (2.97) и (2.98) в отличие от уравнений (2.91) и (2.92) описывают вертикальную и бортовую качку корабля в относительном движении. В данном случае z и ϑ фиксируют положение корабля относительно поверхности волны, имеющей амплитуду r_m и максимальный угол волнового склона α_m , равные соответственно эффективной амплитуде и эффективному углу склона волны.

Полученные выше полные дифференциальные уравнения вертикальной и бортовой качки в абсолютных координатах имеют довольно громоздкий вид; их решения, как мы увидим ниже, получаются в довольно сложном виде. Для морских судов с обычными обводами демпфирующий и инерционный компоненты при бортовой качке невелики, и их влияние в области дорезонансных и резонансных частот мало и становится заметным только при высоких частотах, т. е. при действии на корабль коротких волн. Поэтому при решении многих задач бортовой качки пользуются укороченным уравнением бортовой качки в абсолютных координатах, т. е. пренебрегают гидродинамической частью возмущающего момента. Если отбросить в правой части уравнения послед-

ние два члена, то мы получим укороченное уравнение бортовой качки

$$(J_x + \Delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh_\theta \theta = Dh_\theta \alpha_m \sin \sigma t, \quad (2.99)$$

или в нормальном виде

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = n_\theta^2 \alpha_m \sin \sigma t. \quad (2.100)$$

Укороченное уравнение вертикальной качки может быть получено тем же путем, однако оно не используется, так как гидродинамические части возмущающей силы относительно велики и поэтому не могут быть отброшены без ущерба для точности окончательного результата.

§ 17. Решение уравнений вертикальной и бортовой качки

Уравнения вертикальной и бортовой качки по своей структуре совершенно одинаковы и являются неоднородными линейными уравнениями второго порядка. Решения этих уравнений тоже одинаковые, поэтому приведем здесь только решения уравнений бортовой качки в абсолютных (2.92) и в относительных координатах (2.98), а также решение укороченного уравнения (2.100). Решения соответствующих уравнений вертикальной качки могут быть написаны по аналогии. Ниже приводятся уравнения, решения которых необходимо получить:

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = \alpha_m \left[\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta} \right) \sin \sigma t + 2\nu_\theta \sigma \cos \sigma t \right]; \quad (2.92)$$

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = \frac{\alpha_m}{1 + k_\theta} \sigma^2 \sin \sigma t; \quad (2.98)$$

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = \alpha_m n_\theta^2 \sin \sigma t. \quad (2.100)$$

Преобразуем первое из этих уравнений (2.92) следующим образом. Разделим и умножим правую часть уравнения (2.92) на величину

$$\sqrt{\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta} \right)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}.$$

Введем фазовый угол γ_θ , для которого имеем

$$\cos \gamma_\theta = \frac{n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta}}{\sqrt{\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta} \right)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}};$$

$$\sin \gamma_\theta = \frac{2\nu_\theta \sigma}{\sqrt{\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta}\right)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}};$$

$$\operatorname{tg} \gamma_\theta = \frac{2\nu_\theta \sigma}{n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta}}. \quad (2.101)$$

Тогда уравнение (2.92) можно переписать так:

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = \alpha_m \sqrt{\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta}\right)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2} \sin(\sigma t + \gamma_\theta). \quad (2.92')$$

Три уравнения — (2.92'), (2.98) и (2.100) — совершенно однотипны и их в общем виде можно записать следующим образом:

$$\ddot{y} + 2\nu_\theta \dot{y} + n_\theta^2 y = A \sin(\sigma t + \gamma). \quad (2.102)$$

Здесь A играет роль амплитуды возмущающего момента. При этом для уравнения (2.92')

$$y = \theta; \quad A = \alpha_m \sqrt{\left(n_\theta^2 - \frac{k_\theta \sigma^2}{1 + k_\theta}\right)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}; \quad \gamma = \gamma_\theta; \quad (2.103)$$

для уравнения (2.98)

$$y = \vartheta; \quad A = \frac{\alpha_m}{1 + k_\theta} \sigma^2; \quad \gamma = 0 \quad (2.104)$$

и для уравнения (2.100)

$$y = \theta; \quad A = \alpha_m n_\theta^2 \quad \text{и} \quad \gamma = 0. \quad (2.105)$$

Общий интеграл уравнения (2.102) можно написать как сумму общего решения дифференциального уравнения без правой части и частного решения

$$y = e^{-\nu_\theta t} [C_1 \cos \omega_\theta t + C_2 \sin \omega_\theta t] + \bar{y},$$

где $\omega_\theta = \sqrt{n_\theta^2 - \nu_\theta^2};$

$\bar{y}$ — частное решение;

C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями.

Первый член правой части описывает собственные колебания, которые происходят с частотой ω_θ качки на тихой воде и вследствие наличия сопротивления ($\nu_\theta \neq 0$) со временем затухают. Остаются только вынужденные колебания, происходящие с частотой σ возмущающего момента и описываемые вторым членом, т. е. частным решением, которое ищем в виде

$$\begin{aligned} \bar{y} &= y_m \sin(\sigma t + \gamma_\theta - \delta_\theta) = y_m \sin(\sigma t + \gamma_\theta) \cos \delta_\theta - \\ &\quad - y_m \cos(\sigma t + \gamma_\theta) \sin \delta_\theta. \end{aligned}$$

Дифференцируя частное решение дважды и подставляя его в исходное уравнение (2.102), получим тождество относительно t . Для того чтобы это тождество выполнялось, нужно сделать равными коэффициенты при $\sin(\sigma t + \gamma_\theta)$ и $\cos(\sigma t + \gamma_\theta)$ в правой и левой частях полученной зависимости. Отсюда имеем следующую систему двух линейных уравнений для определения амплитуды y_m и фазы δ_θ :

$$\begin{aligned} y_m (n_\theta^2 - \sigma^2) \cos \delta_\theta + 2\nu_\theta \sigma y_m \sin \delta_\theta &= A; \\ -y_m (n_\theta^2 - \sigma^2) \sin \delta_\theta + 2\nu_\theta \sigma y_m \cos \delta_\theta &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему относительно y_m и δ_θ , получим выражения для амплитуды

$$y_m = \frac{A}{\sqrt{(n_\theta^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}} \quad (2.106)$$

и для фазового угла

$$\operatorname{tg} \delta_\theta = \frac{2\nu_\theta \sigma}{n_\theta^2 - \sigma^2}. \quad (2.107)$$

Исходя из (2.107), найдем выражения для $\sin \delta_\theta$ и $\cos \delta_\theta$:

$$\sin \delta_\theta = \frac{2\nu_\theta \sigma}{\sqrt{(n_\theta^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}}; \quad (2.108)$$

$$\cos \delta_\theta = \frac{n_\theta^2 - \sigma^2}{\sqrt{(n_\theta^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}}. \quad (2.109)$$

Введем обозначения $\bar{A} = \frac{A}{n_\theta^2}$ и $x_\theta = \frac{\sigma}{n_\theta}$. Подставляя их в (2.106) и используя выражение (1.38) для безразмерного коэффициента гашения $\bar{\nu}_\theta = \frac{\nu_\theta}{n_\theta}$, можно (2.106), (2.107) и (2.101) представить в виде

$$\frac{y_m}{\bar{A}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - x_\theta^2)^2 + 4\bar{\nu}_\theta^2 x_\theta^2}}; \quad (2.110)$$

$$\operatorname{tg} \delta_\theta = \frac{2\bar{\nu}_\theta x_\theta}{1 - x_\theta^2}; \quad (2.111)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_\theta = \frac{2\bar{\nu}_\theta x_\theta}{1 - \frac{k_\theta x_\theta^2}{1 + k_\theta}}. \quad (2.112)$$

Правая часть выражения (2.110) представляет так называемую «передаточную функцию». Она связывает безразмерную

амплитуду качки y_m с безразмерной характеристикой $\bar{A}$ возмущающего момента, которая входит в выражение амплитуды возмущающего момента в качестве множителя.

Таким образом, мы имеем решение дифференциального уравнения боковой качки в виде

$$y = y_m \sin(\sigma t + \gamma_\theta - \delta_\theta).$$

В этой формуле амплитуда y_m определяется с помощью формулы (2.110) и одной из зависимостей (2.103), (2.104) и (2.105), а фазовые углы — с помощью зависимостей (2.111) и (2.112).

Рассмотрим подробно разные виды бортовой качки.

1. Качка описывается уравнением в абсолютных координатах (2.92'). В этом случае из формулы (2.110) с помощью зависимостей (2.103) получаем для амплитуды θ_m выражение

$$\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k_\theta}{1+k_\theta} x_\theta^2\right)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}{(1-x_\theta^2)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}}. \quad (2.113)$$

Для суммарного фазового угла $\beta_\theta = \delta_\theta - \gamma_\theta$, используя зависимости (2.111) и (2.112), имеем

$$\operatorname{tg} \beta_\theta = \frac{2\bar{v}_\theta x_\theta^3}{(1+k_\theta) \left[(1-x_\theta^2) \left(1 - \frac{k_\theta}{1+k_\theta} x_\theta^2\right) + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2 \right]}. \quad (2.114)$$

2. Качка описывается уравнением в относительных координатах (2.98). В этом случае из формулы (2.110) с помощью зависимостей (2.104) получаем для амплитуды ϑ_m выражение

$$\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{x_\theta^2}{(1+k_\theta) \sqrt{(1-x_\theta^2)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}}. \quad (2.115)$$

Для фазового угла δ_θ имеем готовую формулу (2.111).

3. Качка описывается укороченным уравнением (2.100). В этом случае из формулы (2.110) с помощью зависимостей (2.105) получаем для амплитуды θ_m выражение

$$\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{\sqrt{(1-x_\theta^2)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}}. \quad (2.116)$$

Для фазового угла δ_θ тоже можно использовать выражение (2.111).

Отношения $\frac{\theta_m}{\alpha_m}$ и $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m}$ называются коэффициентами динамичности. На рис. 2.15 изображена зависимость $\frac{\theta_m}{\alpha_m}(x_\theta)$ для качки в абсолютных координатах, на рис. 2.16 — зависимость $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m}(x_\theta)$

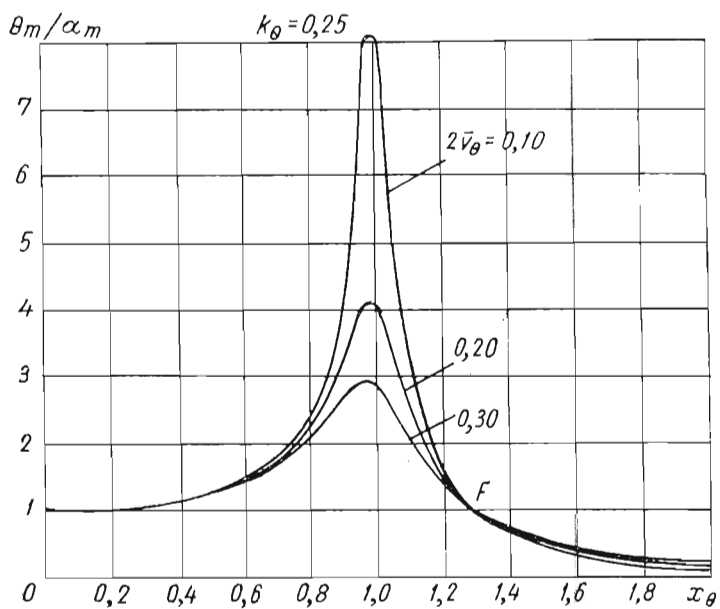


Рис. 2.15

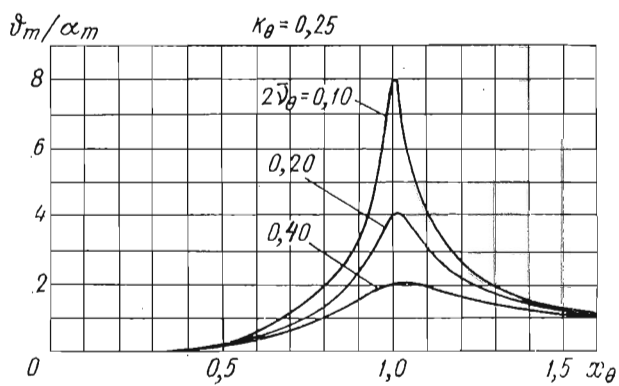


Рис. 2.16

для качки в относительных координатах и на рис. 2.17 — зависимость $\frac{\theta_m}{\alpha_m}(x_\theta)$ для укороченного уравнения качки. Зависимости, изображенные на рис. 2.15—2.17, называются амплитудными графиками и приведены для $k_\theta = 0,25$ и различных значений коэффициента гашения $2\bar{\nu}_\theta$. На рис. 2.18 и 2.19 изображены графики фазовых углов в соответствии с формулами (2.114) и (2.111) тоже для различных значений коэффициентов $2\bar{\nu}_\theta$ и $k_\theta = 0,25$.

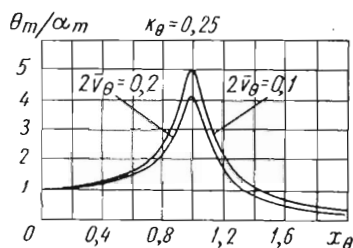


Рис. 2.17

Рассмотрим амплитудный график качки в абсолютных координатах (рис. 2.15) и формулу (2.113). При $x_\theta = 0$, когда остойчивость корабля очень велика или когда возмущающий момент имеет очень большой период, т. е. при действии очень длинных волн, $\frac{\theta_m}{\alpha_m} = 1$, что соответствует статическому действию возмущаю-

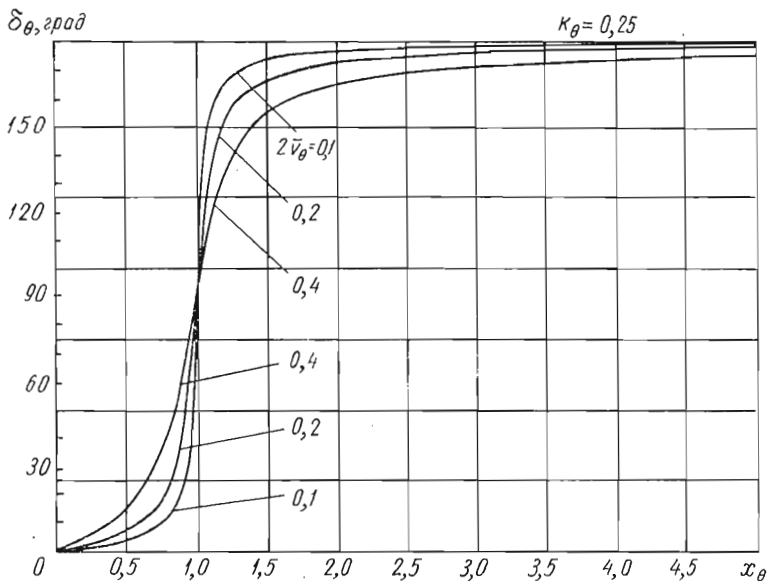


Рис. 2.18

щего момента. При $x_\theta = \infty$, т. е. при очень малой остойчивости корабля или при очень малом периоде волн, имеем $\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \frac{\infty}{\infty}$. Раскрывая эту неопределенность путем деления числителя и зна-

менателя подкоренного выражения на x_θ^4 после перехода к пределу, получим $\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \frac{k_\theta}{1+k_\theta}$, т. е. при малом значении k_θ амплитуда качки мала. При $x_\theta = 1$, т. е. при резонансе, она равна

$$\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{1+k_\theta}\right)^2 + 4\bar{v}_\theta^2}}{2\bar{v}_\theta}. \quad (2.117)$$

На рис. 2.15 видно, что точка, соответствующая максимуму, не вполне соответствует резонансу и смещена несколько влево,

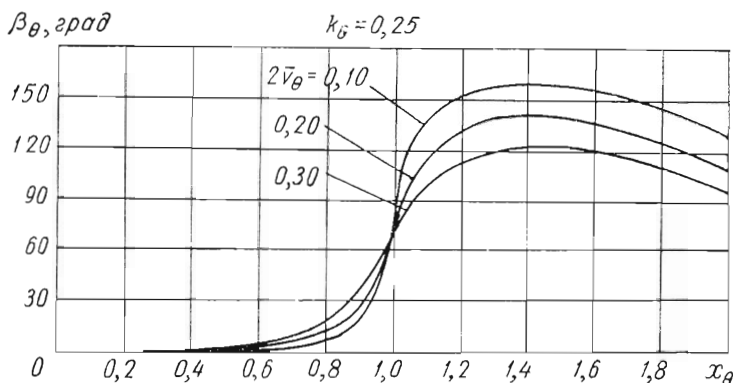


Рис. 2.19

при этом чем больше $\bar{v}_\theta$, тем это смещение больше и кривая идет ниже. Взяв производную по x_θ от выражения (2.113) и приравняв ее нулю, получим

$$x_\theta \left[(1 - x_\theta^2) \left(1 - \frac{k_\theta}{1+k_\theta} x_\theta^2 \right) - 2\bar{v}_\theta^2 x_\theta^4 \frac{1+2k_\theta}{1+k_\theta} \right] = 0.$$

Так как может быть только $x_\theta \geq 0$, нетрудно получить три значения x_θ , соответствующие экстремальным значениям $\frac{\theta_m}{\alpha_m}$: минимум

$$x_1 = 0;$$

максимум

$$x_2^2 = \frac{1+2k_\theta - \sqrt{1+8\bar{v}_\theta^2(1+2k_\theta)(1+k_\theta)}}{2[k_\theta - 2\bar{v}_\theta^2(1+2k_\theta)]}; \quad |x_2|_{\bar{v}_\theta \rightarrow 0} \rightarrow 1;$$

минимум

$$x_3^2 = \frac{1 + 2k_\theta + \sqrt{1 + 8\bar{v}_\theta^2(1 + 2k_\theta)(1 + k_\theta)}}{2[k_\theta - 2\bar{v}_\theta^2(1 + 2k_\theta)]}; \quad |x_3|_{\bar{v}_\theta \rightarrow 0} \rightarrow \sqrt{\frac{1 + k_\theta}{k_\theta}}.$$

При этом, если $\bar{v}_\theta \rightarrow 0$ и $k_\theta \rightarrow 0$, то $x_3 \rightarrow \infty$.

Характерной особенностью выражения (2.113) является наличие общей точки F (см. рис. 2.15), в которой пересекаются все амплитудные кривые независимо от значения $2\bar{v}_\theta$. Этой точке соответствует ордината $\frac{\theta_m}{\alpha_m} = 1$. Поэтому абсциссу можно получить, приравняв правую часть выражения (2.113) единице. В результате имеем

$$\left(1 - \frac{k_\theta}{1 + k_\theta} x_\theta^2\right)^2 = (1 - x_\theta^2)^2.$$

В полученную зависимость не входит коэффициент гашения. Из этого равенства получим

$$1 - \frac{k_\theta}{1 + k_\theta} x_\theta^2 = \pm (1 - x_\theta^2).$$

При положительном знаке перед правой частью

$$x_\theta^2 \left(1 - \frac{k_\theta}{1 + k_\theta}\right) = 0; \quad x_\theta = 0; \quad \frac{\theta_m}{\alpha_m} = 1;$$

при отрицательном знаке

$$1 - \frac{k_\theta}{1 + k_\theta} x_\theta^2 = -1 + x_\theta^2,$$

откуда находим

$$x_\theta = \sqrt{\frac{2(1 + k_\theta)}{1 + 2k_\theta}}; \quad \frac{\theta_m}{\alpha_m} = 1.$$

На графике (рис. 2.15) в зоне, расположенной левее точки F , видно, что чем больше $\bar{v}_\theta$, тем меньше амплитуда. Правее точки F наоборот — чем больше $\bar{v}_\theta$, тем больше амплитуда. Это заключение на первый взгляд кажется парадоксальным, так как увеличение сопротивления приводит к увеличению амплитуды колебания. Однако это объясняется следующим образом. Поскольку правее точки F $\frac{\theta_m}{\alpha_m} < 1$, т. е. $\alpha_m > \theta_m$, то при таком режиме волна как бы увлекает за собою (за счет сопротивления) корабль, который отстает от движения жидкости.

Рассматривая амплитудный график на рис. 2.16 и формулу (2.115) для качки в относительных координатах, видим, что

при $x_\theta = 0$ (т. е. при очень больших периодах и, следовательно, при больших длинах волн), а также при большой остойчивости $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = 0$, т. е. корабль следует за волной так, что его диаметральной плоскость совпадает с нормалью к поверхности волны. При $x_\theta = 1$ имеет место резонанс и $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{(1+k_\theta)2\bar{v}_\theta}$. При $x_\theta = \infty$, когда период волн мал (и, следовательно, они короткие) или остойчивость очень мала, $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{\infty}{\infty}$. Раскрывая неопределенность путем деления числителя и знаменателя на x_m^2 , получаем $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{1+k_\theta}$. При $k_\theta \rightarrow 0$ получаем $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} \rightarrow 1$. Точка максимума амплитудной кривой не вполне соответствует резонансу и сдвинута несколько вправо. При этом чем больше коэффициент $\bar{v}_\theta$, тем этот сдвиг больше и кривая идет ниже. Взяв производную по x_θ от выражения (2.115) и приравняв ее нулю, получим

$$x_\theta [(1-x_\theta^2)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2 + (1-x_\theta^2)x_\theta^2 - 2\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2] = 0.$$

Поскольку может быть только $x_\theta \geq 0$, можно получить два значения x_θ , соответствующие экстремальным значениям $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m}$: при $x_1 = 0$ минимум

$$\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = 0;$$

при $x_2 = \frac{1}{\sqrt{1-2\bar{v}_\theta^2}}$ максимум

$$\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{(1+k_\theta)2\bar{v}_\theta\sqrt{1-\bar{v}_\theta^2}}.$$

При этом из полученного для максимума значения видно, что максимум сдвинут несколько вправо и максимальное значение $\frac{\vartheta_m}{\alpha_m}$ несколько больше значения, соответствующего резонансу.

Выше мы установили, что резонансу соответствует коэффициент динамичности

$$\frac{\vartheta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{(1+k_\theta)2\bar{v}_\theta}. \quad (2.118)$$

Установим, от каких характеристик корабля зависит это значение коэффициента динамичности. Имеем равенство

$$\frac{1}{1+k_\theta} = \frac{J_x}{J_x + \Delta J_x}$$

и формулу (1.39). Тогда

$$2\bar{v}_\theta = \frac{2v_\theta}{n_\theta} = \frac{2N_\theta}{J_x + \Delta J_x} \sqrt{\frac{J_x + \Delta J_x}{Dh_0}} = \frac{2N_\theta}{\sqrt{(J_x + \Delta J_x) Dh_0}},$$

и, подставляя $2\bar{v}_\theta$ в формулу (2.118), получаем

$$\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = \frac{J_x}{2N_\theta} \sqrt{\frac{Dh_0}{J_x + \Delta J_x}}.$$

Таким образом, чем больше начальная остойчивость и момент инерции массы относительно продольной оси, тем больше амплитуда бортовой качки; чем больше коэффициент сопротивления и момент инерции присоединенной массы, тем меньше амплитуда бортовой качки.

Рассматривая амплитудный график укороченного уравнения на рис. 2.17 и формулу (2.116), видим, что при $x_0 \approx 0$, т. е. при длинных волнах и при большой остойчивости, $\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = 1$. Это соответствует статическому действию возмущающего момента. При $x_0 = \infty$, т. е. при коротких волнах и малой остойчивости, $\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = 1$. При $x_0 = 1$, т. е. при резонансе,

$$\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = \frac{1}{2\bar{v}_\theta}.$$

Положение максимума определяем, взяв производную и приравняв ее нулю. При этом получаем

$$x_\theta [(1 - x_\theta^2) - 2\bar{v}_\theta^2] = 0.$$

Далее имеем при $x_\theta = 0$ минимум

$$\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = 1$$

и при $x_\theta = \sqrt{1 - 2\bar{v}_\theta^2}$ максимум

$$\frac{\bar{\theta}_m}{\alpha_m} = \frac{1}{2\bar{v}_\theta \sqrt{1 - \bar{v}_\theta^2}}.$$

В данном случае максимум тоже сдвинут влево от резонанса. Так как $\bar{v}_\theta^2$ мало по сравнению с единицей, то положение и величина максимального значения мало отличаются от тех же величин, соответствующих резонансу.

При резонансе $x_\theta = 1$ (рис. 2.18) в соответствии с формулой (2.111) $\operatorname{tg} \delta_\theta = \infty$ и $\delta_\theta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta_\theta = \frac{3\pi}{2}$. Формулы (2.108) и (2.109) показывают, что всегда $\sin \delta_\theta > 0$ и $\cos \delta_\theta > 0$, если $n_\theta > \sigma$, а $\cos \delta_\theta < 0$, если $n_\theta < \sigma$. Таким образом, угол δ_θ может быть только в пределах $0 < \delta_\theta < \pi$, тогда при резонансе $\delta_\theta = \frac{\pi}{2}$, т. е. колебания корабля отстают от колебаний возмущающего момента на 90° . Угол γ_θ между колебанием поверхности

воды и колебаниями величины возмущающего момента (2.112) при резонансе будет иметь малое значение:

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = (1 + k_0) 2\bar{v}_0.$$

Следовательно, суммарный фазовый угол $\beta_0 = \delta_0 - \gamma_0$ будет при резонансе немного менее 90° (рис. 2.19).

По аналогии напомним выражения коэффициентов динамичности для вертикальной качки. Вместо формулы (2.113) для качки в абсолютных координатах будем иметь

$$\frac{\xi_m}{r_m} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k_\xi}{1 + k_\xi} x_\xi^2\right)^2 + 4\bar{v}_\xi^2 x_\xi^2}{(1 - x_\xi^2)^2 + 4\bar{v}_\xi^2 x_\xi^2}}. \quad (2.119)$$

Вместо формулы (2.115) для качки в относительных координатах имеем

$$\frac{z_m}{r_m} = \frac{x_\xi^2}{(1 + k_\xi) \sqrt{(1 - x_\xi^2)^2 + 4\bar{v}_\xi^2 x_\xi^2}}. \quad (2.120)$$

Укороченное уравнение для вертикальной качки не используется, как указано в предыдущем параграфе. Поэтому коэффициент динамичности для этого случая мы не приводим.

Для фазовых углов имеем выражения, аналогичные формулам (2.114) и (2.111):

$$\operatorname{tg} \beta_\xi = \frac{2\bar{v}_\xi x_\xi^3}{(1 + k_\xi) \left[(1 - x_\xi^2) \left(1 - \frac{k_\xi}{1 + k_\xi} x_\xi^2 \right) + 4\bar{v}_\xi^2 x_\xi^2 \right]}; \quad (2.121)$$

$$\operatorname{tg} \delta_\xi = \frac{2\bar{v}_\xi x_\xi}{1 - x_\xi^2}. \quad (2.122)$$

§ 18. Параметрический резонанс

Параметрический резонанс, или параметрическое возбуждение, — хорошо известное в технике явление возникновения колебаний в колебательной системе при периодическом изменении ее параметра. Параметрический резонанс может возникнуть в системе, движение которой описывается дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами, представляющими периодические функции времени. Эти коэффициенты и являются теми параметрами, при определенных частоте и величине изменения которых в системе могут возникнуть сильные колебания. Явление параметрического резонанса встречается также и при качке.

При положении лагом к волне корабль будет одновременно испытывать два основных вида качки — вертикальную и бортовую. В процессе вертикальной качки сумма всех сил, действующих на корабль (включая инерционные силы и силы сопротивления), согласно принципу Даламбера, все время равняется нулю. При этом отдельные составляющие этой суммы периодически изменяются. Вследствие этого периодически изменяется коэффициент остойчивости судна Dh_0 , который входит в выражение для частоты свободных бортовых колебаний n_0 . В данном случае эта частота и будет тем периодически меняющимся параметром, который может породить явление параметрического резонанса.

Кроме того, как было указано выше (см. § 12), частицы воды и корабль при качке на волнении совершают орбитальное движение, следствием которого является кажущаяся сила тяжести, представляющая равнодействующую истинной силы тяжести и центробежной силы инерции, возникающей при орбитальном движении.

В самом деле (см. рис. 2.20) на частицу массы m , расположенную в точке A , действует сила тяжести mg и центробежная сила $m\sigma^2 r_\zeta$. Равнодействующая этих сил P будет кажущейся силой тяжести. Величина ее определится из треугольника ABC . Исходя из рис. 2.20, можем написать следующее соотношение для сторон этого треугольника:

$$\frac{AC}{\sin(\sigma t - \alpha)} = \frac{AB}{\sin(\pi - \sigma t)}.$$

Заменив стороны треугольника силами, получим

$$P = mg \frac{\sin(\pi - \sigma t)}{\sin(\sigma t - \alpha)}.$$

Для волн малой амплитуды принимаем $\sin \alpha \cong \alpha = \alpha_m \sin \sigma t$, $\cos \alpha = 1$. Тогда имеем

$$P = \frac{mg}{1 - \alpha_m \cos \sigma t} \cong mg(1 + \alpha_m \cos \sigma t). \quad (2.123)$$

Формула (2.123) получена для силы тяжести. Аналогичный результат можно получить для силы плавучести, так как сила

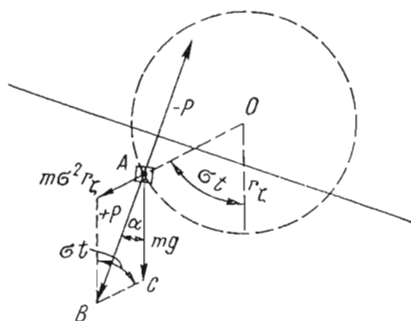


Рис. 2.20

плавучести обусловлена весомостью жидкости. Только сила плавучести будет $-P$, т. е. будет иметь обратное направление.

Выше (см. § 12) было указано, что при составлении уравнений качки на волнении мы пренебрегаем, как малым, изменением сил тяжести и плавучести, возникающим вследствие орбитального движения. Это значит, что в формуле (2.123) мы отбрасываем второй член в скобках, как малый по сравнению с единицей. При этом изменение направления сил тяжести и плавучести мы учитывали, так как эти изменения равны углу волнового склона. Рассматривая параметрический резонанс, мы будем учитывать также изменение веса и плавучести.

Напишем уравнение вертикальной качки с учетом указанного обстоятельства:

$$\begin{aligned} \frac{D}{g} \ddot{\zeta} + \Delta M \ddot{z} + 2N_{\zeta} \dot{z} + \gamma V (1 + \alpha_m \cos \sigma t) - \\ - D (1 + \alpha_m \cos \sigma t) = 0. \end{aligned} \quad (2.124)$$

В этом выражении, как и выше (см. § 16), ζ — абсолютное перемещение корабля, а z — относительное, и они связаны между собою зависимостью

$$\zeta = z + r_m \cos \sigma t,$$

откуда следует

$$\ddot{\zeta} = \ddot{z} - r_m \sigma^2 \cos \sigma t. \quad (2.125)$$

Подставляя (2.125) в (2.124) и имея в виду, что

$$V = V_0 + Sz,$$

получим

$$\begin{aligned} (1 + k_{\zeta}) \frac{D}{g} \ddot{z} + 2N_{\zeta} \dot{z} + \gamma Sz (1 + \alpha_m \cos \sigma t) + \gamma V_0 (1 + \alpha_m \cos \sigma t) - \\ - D (1 + \alpha_m \cos \sigma t) = \frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t. \end{aligned} \quad (2.126)$$

В уравнении (2.126) можно сократить равные члены:

$$D (1 + \alpha_m \cos \sigma t) = \gamma V_0 (1 + \alpha_m \cos \sigma t).$$

Тогда получим уравнение вертикальной качки с учетом кажущихся сил тяжести и плавучести. Пока эти члены сокращать не будем, так как они нам понадобятся в дальнейшем. Если в уравнении (2.126) пренебречь величиной $\alpha_m \cos \sigma t$, как малой по сравнению с единицей, то получим обычное уравнение вертикальной качки (2.95), выведенное выше.

Будем рассматривать бортовую качку корабля как колебание маятника с точкой подвеса в метacentре. Тогда момент устойчиво-

сти Dh такой системы можно получить как сумму моментов вертикальных сил относительно точки подвеса (метацентр M). Все силы, действующие на корабль при вертикальной качке, содержатся в соответствии с принципом Даламбера в уравнении (2.126).

Установим точки приложения этих сил. Сила $(1 + k_{\zeta}) \frac{D}{g} \ddot{z}$, включающая силу инерции самого корабля и гидродинамическую инерционную силу, и возмущающая сила $\frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t$ (поскольку она зависит от массы корабля) приложены в центре масс, за который принимаем центр тяжести корабля — точку G . В этой же точке приложена и сила кажущегося веса $D(1 + \alpha_m \cos \sigma t)$. Плечо этих сил в соответствии с рис. 2.21 относительно точки подвеса будет

$$h_0 = z_M - z_G,$$

где z_M — возвышение метацентра над килем, а z_G — возвышение центра тяжести над килем.

Сила сопротивления $2N_{\zeta} \dot{z}$ и добавочная сила плавучести

$\gamma S z (1 + \alpha_m \cos \sigma t)$ приложены в центре тяжести (точка F) площади ватерлинии. Плечо этих сил (рис. 2.21) будет $z_M - T$, где T — осадка. Кажущаяся сила плавучести $\gamma V_0 (1 + \alpha_m \cos \sigma t)$, поскольку все силы нужно привести к одной вертикали, приложена в метацентре M , и ее плечо (рис. 2.21) будет равно нулю.

Напишем теперь выражение для момента устойчивости

$$Dh = \left[D(1 + \alpha_m \cos \sigma t) - (1 + k_{\zeta}) \frac{D}{g} \ddot{z} + \frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t \right] h_0 - \\ - [2N_{\zeta} \dot{z} + \gamma S z (1 + \alpha_m \cos \sigma t)] (z_M - T).$$

Принимая во внимание известные соотношения теории волн малой амплитуды $\frac{\sigma^2}{g} = k$ и $r_m k = \alpha_m$; имеем

$$\frac{D}{g} r_m \sigma^2 = D \alpha_m. \quad (2.127)$$

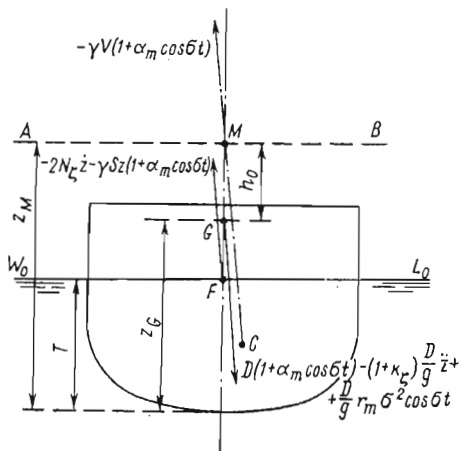


Рис. 2.21

Теперь можно объединить два члена в полученном выражении для Dh . Кроме того, из уравнения (2.126) после сокращения равных членов имеем

$$2N_{\epsilon} \dot{z} + \gamma S z (1 + \alpha_m \cos \sigma t) = - (1 + k_{\epsilon}) \frac{D}{g} \ddot{z} + \frac{D}{g} r_m \sigma^2 \cos \sigma t.$$

Подставляя это равенство в выражение для Dh , после преобразований можно получить

$$\begin{aligned} \delta(Dh) = Dh - Dh_0 = D\alpha_m [2h_0 - (z_M - T)] \cos \sigma t - \\ - (1 + k_{\epsilon}) D [h_0 - (z_M - T)] \frac{\ddot{z}}{g}. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что

$$z_M = z_G + h_0,$$

и приближенно

$$\ddot{z} = -z_m \sigma^2 \cos(\sigma t - \delta_{\epsilon}),$$

и используя зависимость (2.127), после преобразований имеем

$$\begin{aligned} \delta(Dh) = D\alpha_m \left\{ [h_0 - (z_G - T)] \cos \sigma t - (1 + k_{\epsilon}) \frac{z_m}{r_m} \times \right. \\ \left. \times (z_G - T) \cos(\sigma t - \delta_{\epsilon}) \right\}. \end{aligned} \quad (2.128)$$

Рассмотрим случай, когда вертикальная качка происходит в режиме резонанса, т. е. коэффициент динамичности $\frac{z_m}{r_m}$ имеет приблизительно максимальное значение. Исходя из формул (2.120) и (2.122) при $x_{\epsilon} = \frac{\sigma}{n_{\epsilon}} = 1$, имеем

$$\left(\frac{z_m}{r_m} \right)_{\text{рез}} = \frac{1}{(1 + k_{\epsilon}) 2\nu_{\epsilon}}; \quad \delta_{\epsilon} = \frac{\pi}{2}.$$

Подставляя эти значения в формулу (2.128), получаем

$$\delta(Dh) = D\alpha_m \left\{ [h_0 - (z_G - T)] \cos \sigma t - \frac{z_G - T}{2\nu_{\epsilon}} \sin \sigma t \right\}. \quad (2.129)$$

Приведем выражение в фигурных скобках к одночленной форме. Для этого обозначим амплитуду

$$A = \sqrt{[h_0 - (z_G - T)]^2 + \frac{(z_G - T)^2}{4\nu_{\epsilon}^2}}. \quad (2.130)$$

Умножив и разделив выражение в фигурных скобках на A , получим

$$\delta(Dh) = D\alpha_m A \cos(\sigma t + \varepsilon), \quad (2.131)$$

где

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{z_G - T}{2v_\xi [h_0 - (z_G - T)]}. \quad (2.132)$$

Теперь можно написать уравнение бортовой качки:

$$\begin{aligned} (1 + k_\theta) J_x \ddot{\vartheta} + 2N_\theta \dot{\vartheta} + Dh_0 \left[1 + \alpha_m \frac{A}{h_0} \cos(\sigma t + \varepsilon) \right] \vartheta = \\ = J_x \alpha_m \sigma^2 \cos \sigma t. \end{aligned} \quad (2.133)$$

Приведем уравнение к нормальному виду, поделив все члены на множитель при высшей производной:

$$\ddot{\vartheta} + 2v_\theta \dot{\vartheta} + n_\theta^2 \left[1 + \alpha_m \frac{A}{h_0} \cos(\sigma t + \varepsilon) \right] \vartheta = \frac{\alpha_m \sigma^2}{1 + k_\theta} \cos \sigma t. \quad (2.134)$$

Зависимости (2.133) и (2.134) описывают бортовую качку на волнении с учетом периодического изменения начальной остойчивости с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения с переменным коэффициентом. Это уравнение системы, в которой может возникнуть параметрическое возбуждение.

Решение линейного уравнения (2.134) с периодическим коэффициентом складывается из общего решения однородного уравнения

$$\ddot{\vartheta} + 2v_\theta \dot{\vartheta} + n_\theta^2 \left[1 + \alpha_m \frac{A}{h_0} \cos(\sigma t + \varepsilon) \right] \vartheta = 0 \quad (2.135)$$

и из частного решения уравнения (2.134).

Параметрическое возбуждение представляет опасность для корабля, испытывающего качку, так как при этом размахи качки будут непрерывно расти и корабль опрокинется. Рост размахов качки может получиться за счет члена, представляющего общее решение однородного уравнения (2.135). Поэтому остановимся подробнее на решении этого уравнения.

С помощью подстановки

$$\vartheta = \varphi e^{-v_\theta t} \quad (2.136)$$

исключим из уравнения (2.135) член, содержащий первую производную. Дифференцируя (2.136) и подставляя в (2.135), после преобразований получим

$$\ddot{\varphi} + n_\theta^2 \left[1 - v_\theta^2 + \alpha_m \frac{A}{h_0} \cos(\sigma t + \varepsilon) \right] \varphi = 0. \quad (2.137)$$

Приведем уравнение к безразмерному виду путем введения безразмерного времени $\tau = \sigma t$. Тогда имеем

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + [p + q \cos(\tau + \varepsilon)] \varphi = 0, \quad (2.138)$$

где

$$p = \frac{1 - \bar{v}_0^2}{x_0^2}; \quad (2.139)$$

$$q = \frac{\alpha_m}{x_0^2} C. \quad (2.140)$$

При этом $x_0 = \frac{\sigma}{n_0}$, а $C = \frac{A}{h_0}$ можно определить, исходя из зависимости (2.130) по формуле

$$C = \frac{A}{h_0} = \sqrt{\left(1 - \frac{z_G - T}{h_0}\right)^2 + \frac{1}{4\bar{v}_c^2} \left(\frac{z_G - T}{h_0}\right)^2}. \quad (2.141)$$

Уравнение (2.138) есть уравнение Матье, теория которого очень подробно разработана. Решения уравнения Матье носят колебательный характер, и их основные свойства зависят от конкретных значений параметров p и q . Одной комбинации значений p и q соответствуют колебания, ограниченные по амплитуде, а другой комбинации — колебания с возрастающими амплитудами. В сущности дальнейшие подробности колебаний малосущественны, так как важна именно тенденция колебательного процесса: если амплитуды остаются ограниченными, то система устойчива. В противном случае имеет место параметрический резонанс, и система будет неустойчивой.

На рис. 2.22 для примера изображены два решения уравнения Матье — неустойчивое (рис. 2.22, а) и устойчивое (рис. 2.22, б), полученные на аналоговой машине для различных комбинаций параметров p и q . В первом случае колебания нарастают, а во втором случае они остаются ограниченными.

Для практических целей наибольшее значение имеют границы между областями устойчивых и неустойчивых решений. Этот вопрос хорошо изучен, и результаты представляются в виде диаграммы, построенной на плоскости параметров p и q . На рис. 2.23 изображена такая диаграмма. Она носит название диаграммы Айнса—Стретта [46]. Каждой данной системе, характеризуемой параметрами p и q , соответствует на диаграмме точка с координатами p и q . Если эта точка находится в пределах заштрихованных полей диаграммы, то система устойчива; неустойчивым системам, когда возникает параметрическое возбуждение, соответствуют точки, расположенные на белых полях. Диаграмма Айнса—Стретта полностью освобождает от необходимости решать урав-

нение Матве. Достаточно вычислить значения параметров p и q по формулам (2.139), (2.140) и (2.141), и диаграмма даст ответ на вопрос о возможности параметрического резонанса.

В заключение нужно отметить, что при рассмотрении вынужденных колебаний корабля, качка которого описывается нелинейным дифференциальным уравнением, точное приведение уравнения движения к виду (2.138) невозможно. В этом случае приходится пользоваться приближенными зависимостями, на выводе которых здесь останавливаться не будем. Кроме того, если при обычной качке, которая описывается дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, всякое демпфирование делает колебания ограниченными, то при параметрическом резонансе линейное демпфирование уменьшает колебания только при определенном соотношении параметров дифференциального урав-

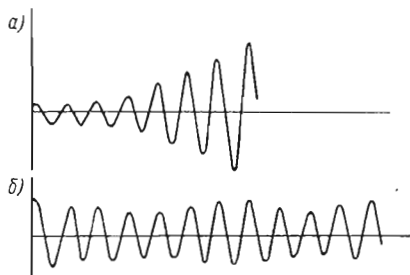


Рис. 2.22

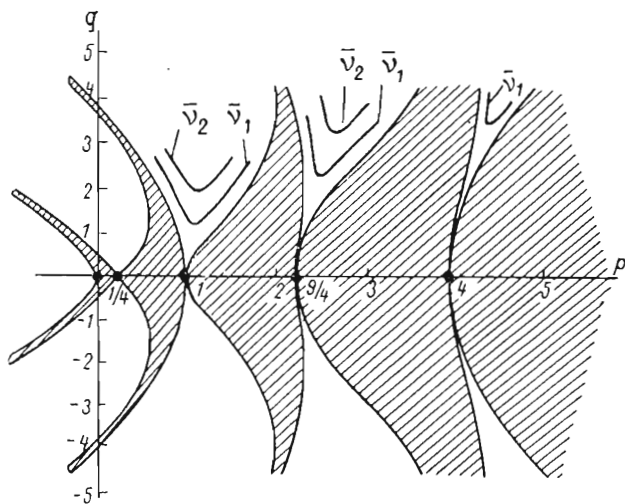


Рис. 2.23

нения, описывающего качку. Можно показать, что при нелинейном уравнении колебания становятся ограниченными. Это обстоятельство подтверждается экспериментально.

Из рассмотрения диаграммы (см. рис. 2.23) и входящих в нее параметров p и q , выражаемых формулами (2.139) и (2.140), сле-

дует, что только при определенных соотношениях величин α_m , σ , ν_θ , ν_ξ , $(z_G - T)$ и h_0 , характерных для действующего волнения и качающегося корабля, может возникнуть параметрический резонанс. При этом увеличение угла волнового склона α_m и абсолютной величины $|z_G - T|$ и уменьшение поперечной остойчиво-

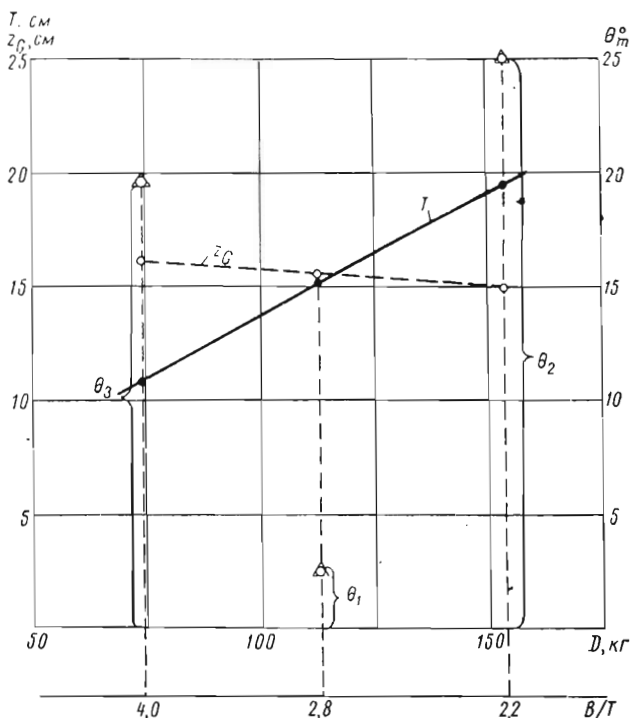


Рис. 2.24

сти h_0 расширяет зону неустойчивости, так как увеличивает параметр q . Увеличение σ , т. е. уменьшение длины волн, вообще уменьшает оба параметра p и q , но за счет уменьшения p сильно возрастает зона неустойчивости, поэтому параметрический резонанс преимущественно возникает в зоне коротких волн. Увеличение коэффициентов демпфирования ν_θ и ν_ξ расширяет зону устойчивости, что видно на диаграмме (рис. 2.23), где кривые ν_1 , ν_2 и т. д. построены для возрастающих значений ν и ограничивают сверху зону устойчивости. На параметр p коэффициент ν_θ влияет мало, так как ν_θ^2 вообще мало по сравнению с единицей.

Диаграмма, изображенная на рис. 2.24, иллюстрирует установленное экспериментальным путем влияние величины $(z_G - T)$

на амплитуду параметрических колебаний [66]. Модель корабля испытывалась при различной осадке, т. е. при различных отношениях B/T , и при почти постоянном значении z_G . На рис. 2.24 видно, что при $B/T = 2,8$, т. е. когда $z_G - T \cong 0$, амплитуда колебаний θ_1 была незначительной; при $B/T = 2,2$ и $B/T = 4,0$, когда z_G и T различались, амплитуды колебаний θ_2 и θ_3 были в 8—10 раз больше.

§ 19. Влияние скорости хода и курса корабля на качку. Диаграммы В. Г. Власова

В настоящей главе рассматривалась качка корабля, расположенного лагом к волне и не имеющего хода. Влияние скорости хода на килевую качку корабля — достаточно сложное явление и будет рассмотрено в следующей главе. Влияние же скорости хода на бортовую качку сказывается главным образом на демпфировании качки, о чем было сказано выше (§ 10).

Практический интерес представляет изучение качки корабля, идущего косым курсом относительно волн, когда диаметральной плоскость составляет с гребнями волн острый или тупой угол. В этом случае корабль одновременно будет испытывать все три вида качки — вертикальную, бортовую и килевую. Полное исследование такого случая качки дал А. Н. Крылов в созданной им общей теории качки на волнении. За недостатком места здесь невозможно изложить эту теорию. Ограничимся поэтому рассмотрением элементарной теории, характеризующей влияние скорости хода и курса корабля на его качку главным образом с качественной стороны.

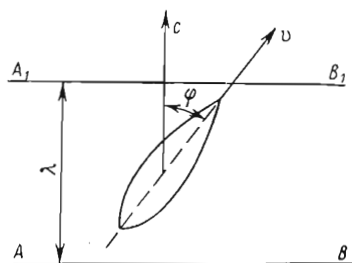


Рис. 2.25

Предположим, что на рис. 2.25 линии AB изображают гребни волн, перемещающиеся со скоростью c , а φ — курсовой угол, составляемый вектором скорости v хода корабля и вектором скорости c бега волн. Скорость перемещения гребня AB относительно какой-либо фиксированной точки корабля выразится следующим образом:

$$c_0 = c - v \cos \varphi. \quad (2.142)$$

Наблюдателю, помещенному на корабле, будет казаться, что периоды волн, действующих на корабль, т. е. проме-

жутки времени между прохождением мимо него двух последовательных гребней, определяются зависимостью

$$\tau_k = \frac{\lambda}{c_0} = \frac{\lambda}{c - v \cos \varphi}. \quad (2.143)$$

Этот период носит название «кажущегося» в отличие от «истинного» периода, равного промежутку времени между прохождением через неподвижную фиксированную точку морской поверхности двух последовательных гребней. Этот истинный период выражается формулой

$$\tau_n = \frac{\lambda}{c}.$$

Поделив числитель и знаменатель (2.143) на скорость волны c , можно привести эту формулу к виду

$$\tau_k = \frac{\tau_n}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}. \quad (2.144)$$

Период возмущающей силы, обусловленной воздействием волн, равен кажущемуся периоду, а частота ее равна кажущейся частоте

$$\sigma_k = \frac{2\pi}{\tau_k}.$$

Из полученной выше формулы (2.144) следует, что, изменяя скорость хода или курс корабля, можно влиять на величину периода и частоту возмущающей силы. Пределы возможного изменения периода определяются неравенством

$$\frac{\lambda}{c + v} < \tau_k < \frac{\lambda}{c - v}.$$

При $v \cos \varphi = c$ кажущийся период обращается в бесконечность. Это значит, что корабль не меняет своего положения относительно гребня волны, т. е. перемещается вместе с гребнем. Если при этом курсовой угол φ равен нулю, то корабль может оказаться в состоянии статической постановки на вершину или подошву волн.

При $v \cos \varphi > c$ кажущийся период становится отрицательным. Это значит, что скорость перемещения гребней волн относительно корабля изменила свое направление. Условимся считать, что при $\tau > 0$ гребни волн перемещаются с кормы в нос относительно корабля. При $\tau < 0$ они перемещаются от носа к корме.

Наибольшие амплитуды качки возникают в условиях резонанса, когда период возмущающей силы равен периоду бортовой или килевой качки корабля на тихой воде. Вследствие близости

значений периодов килевой и вертикальной качки у морских судов резонанс с килевой качкой сопровождается обычно резонансом с вертикальной качкой.

Наибольшие амплитуды качки получаются при

$$\frac{\lambda}{c - v \cos \varphi} = T_{\theta}$$

и при

$$\frac{\lambda}{c - v \cos \varphi} = T_{\psi}.$$

В первом случае это произойдет, если курсовые углы не слишком близки к 0 или 180° , так как при таком курсовом угле бортовая качка практически не возникает; во втором случае — если курсовые углы не слишком близки к 90° , так как при таком курсовом угле килевая качка практически не возникает.

Определим теперь приближенно, как курсовой угол влияет на главные части возмущающих силы и момента при вертикальной, бортовой и килевой качке.

Влияние курсового угла на амплитуды возмущающих сил и момента при вертикальной и килевой качке учитывается следующим образом. Если корабль неподвижно закрепить под косым углом к направлению бега волн, то распределение элементарных сил и моментов по его длине нужно будет учитывать, исходя из очертания волны, получающегося на диаметральной плоскости. Это очертание будет представлять косинусоиду с высотой $2r_0$ и длиной (рис. 2.26)

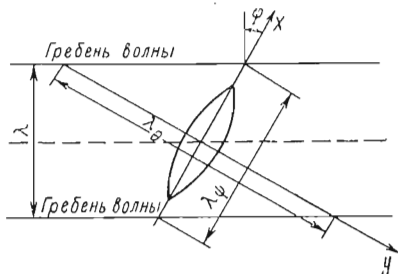


Рис. 2.26

$$\lambda_{\psi} = \frac{\lambda}{\cos \varphi}.$$

При этом максимальный угол волнового склона будет

$$\alpha_{\psi} = \frac{2\pi r_0}{\lambda_{\psi}} = \alpha_0 \cos \varphi,$$

где λ — действительная длина волны.

Таким образом, при расчете вертикальной и килевой качки для приближенного учета влияния курсового угла нужно изменить длину волны, приняв ее равной λ_{ψ} . Однако при вычислении приведенной высоты волны и приведенного угла волнового склона поправочные коэффициенты, зависящие от $\frac{T}{\lambda}$, нужно опреде-

лять, исходя из действительной длины волны, так как интенсивность убывания с глубиной радиусов орбитального движения не зависит от курсового угла. При курсовых углах $\varphi > 70^\circ$ расчетная длина волны более чем в три раза превышает действительную, соответственно уменьшается и угол волнового склона. Поэтому килевая качка становится пренебрежимо малой, если только не возникает резонанса. Вертикальная качка при этом может рассчитываться как для случая положения судна лагом к волне.

При расчете бортовой качки для приближенного учета влияния курсового угла нужно ввести в расчет измененный профиль волны,

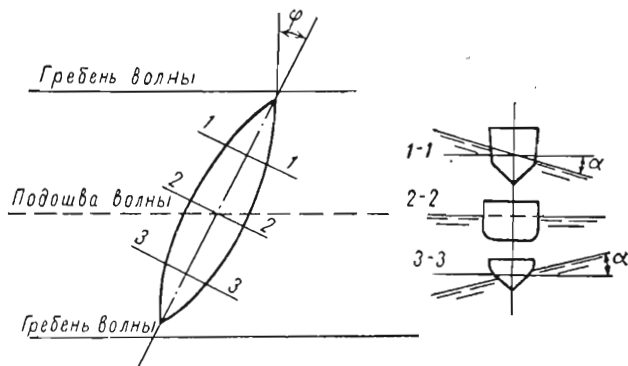


Рис. 2.27

получающийся на плоскости мидель-шпангоута, т. е., не изменяя высоты волны $2r_0$, изменить ее длину в соответствии с выражением (рис. 2.26)

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\sin \varphi}.$$

Тогда угол волнового склона будет

$$\alpha_0 = \frac{2\pi r_0}{\lambda_0} = \alpha_0 \sin \varphi. \quad (2.145)$$

В этом случае поправочные коэффициенты, зависящие от осадки, определяются исходя из отношения $\frac{T}{\lambda}$, а поправочные коэффициенты, зависящие от ширины, — из отношения $\frac{B}{\lambda_0}$.

Необходимо отметить, что этим вопрос в данном случае не исчерпывается. Если представить себе мгновенное положение корабля на волнении при косом курсе, то нетрудно убедиться в том, что в различных сечениях по его длине углы волнового склона, измеренные в плоскости шпангоута, будут отличаться не только по величине, но и по знаку (рис. 2.27). Возмущающий момент,

действующий при бортовой качке, можно рассматривать как сумму элементарных моментов, действующих в различных поперечных сечениях корабля. Поскольку эти элементарные моменты за счет различия в знаках углов волнового склона будут тоже иметь различные знаки, суммарный возмущающий момент на косом курсе будет всегда меньше, чем при движении корабля лагом к волне. Поэтому выражение (2.145) не полно учитывает влияние косого курса на бортовую качку. Следовало бы написать

$$\alpha_{\theta} = \kappa_{\varphi} \alpha_0 \sin \varphi,$$

где κ_{φ} — поправочный коэффициент, учитывающий косой курс.

Общая теория качки корабля А. Н. Крылова дает возможность определить этот коэффициент, однако его вычисление требует громоздких расчетов. Принимая во внимание, что коэффициент в большинстве расчетных случаев будет меньше единицы, его можно не учитывать, т. е. считать равным единице, преувеличивая несколько возмущающий момент при бортовой качке (что идет в запас).

Из формулы (2.143) следует, что, меняя курс и скорость хода корабля, можно влиять на величину кажущегося периода волн τ_k , а следовательно, и на условия качки. Решая уравнение (2.143) относительно $v \cos \varphi$, получим

$$v \cos \varphi = c - \frac{\lambda}{\tau_k}. \quad (2.146)$$

Задаваясь значениями $\tau_k = T_{\theta}$ или $\tau_k = T_{\varphi}$, можно получить те наименее благоприятные значения v и $\cos \varphi$, при которых возможна усиленная качка вследствие резонанса при данной длине волн λ .

С помощью диаграмм В. Г. Власова [16] можно установить наименее благоприятное сочетание значений v и $\cos \varphi$. Одна из диаграмм приведена на рис. 2.28. Направление бега волн на диаграмме — справа налево. Следовательно, гребни волн можно себе представить в виде вертикальных линий. Исходящие из центра лучи представляют направления скорости хода корабля, а радиусы концентрических окружностей — величины скорости хода в узлах. Курсовые углы показаны через 30° . Диаграммы симметричны относительно прямой $0-180^\circ$, и поэтому вычерчена только половина диаграммы. Каждая диаграмма строится для определенной длины волны и для определенного периода бортовой качки T_{θ} . Поскольку периоды килевой качки в процессе эксплуатации меняются мало, принимается некоторое среднее значение периода T_{φ} . Каждой паре значений скорости хода v и курсового угла φ на диаграмме соответствует некоторая точка. Если изменяется только скорость, то точка перемещается по лучу, а если изменяется только курсовой угол, то точка перемещается по окружности. Если остается неизменным произведение $v \cos \varphi$,

то точка перемещается по вертикальной линии. Задаваясь значениями $\tau_k = 0,7T_\theta$ и $\tau_k = 1,3T_\theta$, по формуле (2.146) можно вычислить соответствующие значения $v \cos \varphi$. Отложив их затем по линии $0-180^\circ$ от полюса, можно провести на диаграмме две вертикали, между которыми будет заключаться опасная зона с точки зрения бортовой качки. На рис. 2.28 показаны две такие зоны, заштрихованные косой штриховкой и расположенные левее полюса. Внутри этих зон проведены вертикальные пунктирные прямые, соответствующие равенству $\tau_k = T_\theta$, т. е. резонансу.

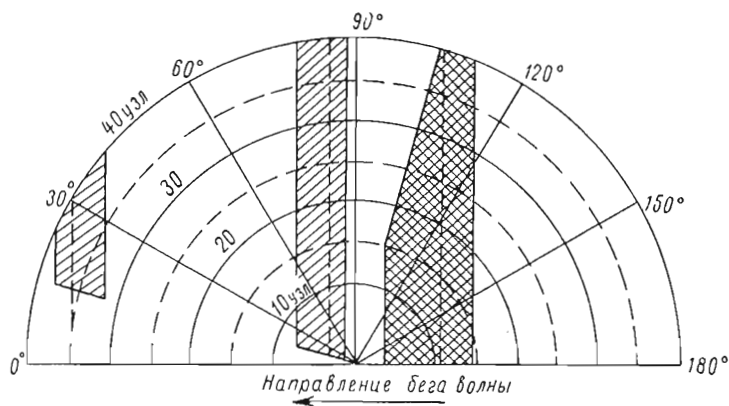


Рис. 2.28

Справа от полюса на диаграмму нанесена опасная зона с точки зрения килевой качки. Она ограничена вертикалями, которым соответствуют значения $\tau_k = 0,7T_\psi$ и $\tau_k = 1,3T_\psi$, и заштрихована в клетку.

Выше было показано, что кажущийся период может быть положительным и отрицательным. Отрицательным значениям кажущегося периода будут соответствовать вторые опасные зоны бортовой и килевой качки. Такая зона бортовой качки частично показана в левой части рис. 2.28. Для килевой качки опасная зона располагается вне диаграммы, так как соответствует большим скоростям хода. Опасные зоны бортовой качки ограничены снизу лучом, соответствующим курсовому углу $\varphi = 15^\circ$, так как при $\varphi < 15^\circ$ кажущийся угол волнового склона α_0 для бортовой качки оказывается настолько мал, что бортовая качка практически не возникает. Опасная зона килевой качки ограничена сверху лучом, соответствующим курсовому углу $\varphi = 105^\circ$, так как при $105^\circ > \varphi > 90^\circ$ килевая качка практически не возникает.

Диаграмма В. Г. Власова дает возможность капитану корабля выбрать такие соотношения скорости хода v и курсового угла φ ,

при которых корабль не попадет в опасные резонансные зоны. Для этого нужно визуально установить длину волны, сравнив ее с длиной корабля, и из имеющегося набора диаграмм выбрать ту, которая соответствует данной длине волны и периоду бортовой качки на тихой воде. Затем по этой диаграмме капитан должен установить наиболее подходящие значения курсового угла и скорости хода, не совпадающие ни с одной из заштрихованных зон.

Нужно отметить, что диаграмма строится в предположении, что волнение регулярное. Чем неправильнее волнение, тем менее точны даваемые диаграммой результаты.

Элементы гидродинамической теории качки

§ 20. Введение и основные допущения

В § 2 было указано, что теория А. Н. Крылова, не учитывающая влияния присутствия и движения корабля на распределение гидродинамического давления в волнующейся жидкости, не дает полного описания процесса качки и позволяет учесть лишь гидростатические силы и главную часть возмущающих сил. Гидродинамические инерционные и демпфирующие силы и дифракционные составляющие возмущающей силы остаются не учтенными. Между тем движение корабля зависит от воздействия сил давления на его смоченную поверхность, а эти силы, в свою очередь, зависят от присутствия и движения корабля. Следовательно, задача о движении качающегося корабля решается комплексно с учетом взаимного влияния корабля и жидкой среды как единой взаимодействующей системы.

Однако в такой постановке решение задачи о качке корабля сталкивается со значительными трудностями математического характера, поэтому достаточно полного решения пока не получено. Значительный успех в этом направлении достигнут благодаря трудам М. Д. Хаскинды [75]—[78], который воспользовался методами, разработанными Н. Е. Кочиным [28] и исследовал с их помощью качку на регулярном волнении относительно малой амплитуды в общем случае малых гармонических колебаний корабля как твердого тела с шестью степенями свободы.

В результате указанных и более поздних исследований оказалось возможным строго обосновать приведенное в § 3 разделение сил, действующих на качающийся с малой амплитудой корабль на волнении. Оказалось возможным также установить некоторые свойства отдельных категорий сил, например зависимость инерционных сил от частоты качки и др.

Гидродинамическая теория качки не разработана еще в такой степени, чтобы на основании ее можно было составить конкретную рабочую схему для расчета любого случая качки корабля. Такие расчетные схемы могут быть пока составлены лишь для отдельных частных видов качки.

При установлении основных зависимостей гидродинамической теории качки принимаем следующие допущения:

— окружающую корабль воду будем рассматривать как тяжелую идеальную жидкость;

— набегающие на корабль волны будем считать прогрессивными регулярными цилиндрическими с синусоидальным профилем и с малой амплитудой, т. е. высоту волн будем считать малой по сравнению с их длиной;

— движение окружающей корабль воды будем считать безвихревым, т. е. скорости движения частиц жидкости имеют потенциал;

— возникающие колебания корабля будем считать малыми, а образующиеся вследствие этих колебаний на свободной поверхности воды возмущенные волны малыми и расходящимися во все стороны;

— скорости возмущенного движения частиц во всей области, занятой жидкостью, будем считать ограниченными и на бесконечном удалении от корабля стремящимися к нулю.

Ограничимся для простоты рассмотрением качки корабля, не имеющего хода.

Гидродинамическая теория качки позволяет в принципе значительно полнее учесть гидродинамические силы и тем самым компенсировать неточность теории А. Н. Крылова, однако и она, даже для малых колебаний, не обеспечивает полного учета всех видов гидродинамических сил, так как основывается на гипотезе идеальной жидкости и, следовательно, не учитывает гидродинамических сил, обусловленных вязкостью. Впрочем, можно показать, что для некоторых видов качки влияние сил вязкости пренебрежимо мало, для других же видов качки оно может быть учтено путем эксперимента.

§ 21. Исходные положения гидродинамической теории качки

При определении возмущенного присутствием и качкой корабля волнового движения жидкой среды примем следующие, обычные в подобных волновых задачах упрощения.

1. Граничные условия на свободной поверхности воды переносим по вертикали на горизонтальную плоскость, совпадающую с уровнем спокойной воды, что вытекает из предположения о малости набегающих и возмущенных волн.

2. При составлении граничных условий на погруженной поверхности Ω корабля учитываем скорости движения точек этой поверхности, но смещение ее от положения покоя предполагаем пренебрежимо малым. Таким образом, граничные условия будут относиться к поверхности Ω , движущейся в пространстве,

но ее мгновенное положение при составлении граничных условий совпадает с положением покоя.

3. При составлении граничных условий сохраняем только величины первого порядка малости. Величины второго и более высокого порядка малости считаем пренебрежимо малыми и не учитываем.

В данном случае принимается другая, отличная от принятой во введении система координат, которая удобнее для решения поставленной задачи.

В качестве неподвижной системы координат принимаем систему $O\xi\eta\zeta$. Плоскость $O\xi\eta$ принимаем совпадающей с поверхностью спокойной воды, т. е. с плоскостью действующей ватерлинии плавающего на тихой воде корабля. Ось $O\zeta$ направляем вниз. Центр тяжести корабля в положении его равновесия на спокойной воде предполагаем находящимся на оси $O\zeta$, ось $O\xi$ считаем направленной в нос, ось $O\eta$ направленной на правый борт. Таким образом, мы принимаем правую систему координат.

Подвижные оси $Oxyz$, связанные с кораблем, выбираем так, чтобы в положении покоя они совпадали с соответствующими неподвижными осями. Кроме того, предполагаем, что они параллельны главным осям инерции массы корабля или совпадают с ними и, следовательно, продольную ось инерции предполагаем в положении покоя горизонтальной. Вследствие того, что мы условились относить граничные условия на поверхности Ω корабля к его прямому положению, оси $Oxyz$, очевидно, совпадут с неподвижными осями, а потому в ряде вопросов нет надобности проводить различие между подвижными и неподвижными координатными осями. Учитывая это, гидромеханические зависимости, представляемые в неподвижных осях, будем выражать в некоторых случаях в координатной системе $Oxyz$.

Согласно принятым допущениям, движение жидкости обладает потенциалом скоростей. Это значит, что проекции на оси координат скорости жидкой частицы, взятой в любой точке пространства, занятого жидкостью, могут быть выражены как частные производные некоторой функции координат точек и времени $\Phi^0(x, y, z, t)$ по соответствующей координате:

$$v_x = \frac{\partial \Phi^0}{\partial x}; \quad v_y = \frac{\partial \Phi^0}{\partial y}; \quad v_z = \frac{\partial \Phi^0}{\partial z}. \quad (3.1)$$

Условие неразрывности для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (3.2)$$

На основании зависимостей (3.1) уравнение неразрывности может быть написано в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial z^2} = 0. \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) называется уравнением Лапласа. Оно может быть написано в сокращенном виде:

$$\Delta \Phi^0 = 0,$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Уравнение Лапласа допускает многозначные решения; функции, удовлетворяющие этому уравнению, составляют особый класс и именуются гармоническими функциями.

Для того чтобы из всего многообразия гармонических функций выбрать ту, которая соответствует условиям данной конкретной задачи, необходимо, чтобы функция удовлетворяла граничным условиям на поверхности, ограничивающей жидкий объем. В теории гармонических функций доказывается, что подчинение заданным граничным условиям полностью и единственным образом определяет гармоническую функцию в любой точке внутри рассматриваемого объема.

Составим граничные условия для определения потенциала скоростей $\Phi^0(x, y, z, t)$, начав с граничных условий на свободной поверхности волнующейся жидкости. Из курса гидромеханики известно, что в случае потенциального движения тяжелой идеальной жидкости давление p в любой точке объема, занятого жидкостью, определяется интегралом Лагранжа

$$p - p_0 = -\rho \frac{\partial \Phi^0}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g \zeta, \quad (3.4)$$

где p_0 — атмосферное давление;

ρ — плотность жидкости;

v — скорость движения частицы жидкости;

ζ — координата частицы жидкости;

g — ускорение силы тяжести.

На свободной поверхности давление постоянно и равно атмосферному $p = p_0$, а координата ζ частицы равна ординате взволнованной свободной поверхности $\zeta(x, y, t)$, где x и y — мгновенные горизонтальные координаты движущейся частицы. Можно показать, что частицы, лежащие на свободной поверхности, при рассматриваемом виде движения не могут уйти со свободной поверхности в глубь жидкости, а должны все время оставаться на ней. Полагая скорости движения v малыми первого порядка, можем пренебречь квадратом скорости. Тогда уравнение (3.4) для свободной поверхности примет вид

$$0 = -\rho \frac{\partial \Phi^0}{\partial t} + \rho g \zeta. \quad (3.5)$$

Продифференцируем (3.5) по времени и сократим на ρ :

$$\frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial t^2} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (3.6)$$

Но производная $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ приблизительно равна проекции скорости v на ось z . Действительно

$$v_z = \frac{d\zeta}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_x \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_y \frac{\partial \zeta}{\partial y}.$$

Два последних члена представляют величины второго порядка малости и могут быть отброшены. С другой стороны,

$$v_z = \frac{\partial \Phi^0}{\partial z}.$$

Имея это в виду, из равенства (3.6) получаем

$$\frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial t^2} - g \frac{\partial \Phi^0}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0. \quad (3.7)$$

Второе граничное условие составляем для поверхности Ω плавающего корабля. Согласно принятым допущениям имеем на поверхности Ω условие обтекания

$$\frac{\partial \Phi^0}{\partial n} = v_n(M, t), \quad (3.8)$$

где M — переменная точка поверхности Ω ; v_n — нормальная к поверхности составляющая скорости точки M . Нормаль n к поверхности Ω считаем направленной внутрь жидкости. Левая часть равенства (3.8) представляет скорость в направлении n частицы жидкости, прилегающей к точке M .

Физический смысл условия (3.8) заключается в равенстве нормальных составляющих скоростей точек поверхности тела и прилегающих частиц жидкости. Если бы это равенство не имело места, например, частица жидкости двигалась бы быстрее, то она должна была бы проникнуть сквозь поверхность, что невозможно; если же она двигалась бы медленнее, то она отставала бы от тела, что противоречило бы условию безотрывности обтекания.

Рассматривая корабль как абсолютно твердое тело, воспользуемся известной из кинематики зависимостью для нормальной составляющей скорости v_n . Она равна сумме проекций на направление нормали: скорости поступательного движения начала координат и скорости вращательного движения относительно начала координат как неподвижной точки. В векторных обозначениях это соотношение может быть написано в виде

$$v_n(M, t) = \bar{v} \cdot \bar{n} + (\bar{\omega} \times \bar{r}) \cdot \bar{n},$$

или (так как второй член — векторно-скалярное произведение — допускает циклическую перестановку букв)

$$v_n(M, t) = \bar{v} \cdot \bar{n} + (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot \bar{\omega}. \quad (3.9)$$

Здесь $\bar{r}$ — радиус-вектор точки M ;

$\bar{v}$ — вектор поступательной скорости начала связанной с судном системы координат;

$\bar{\omega}$ — вектор мгновенной угловой скорости корабля;

$\bar{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности Ω .

Обозначая через $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ единичные векторы или орты связанных с кораблем координатных осей Ox, Oy, Oz и принимая во внимание, что мы условились считать эти оси совпадающими с осями неподвижной системы, можем написать

$$\bar{v} = v_1 \bar{i} + v_2 \bar{j} + v_3 \bar{k},$$

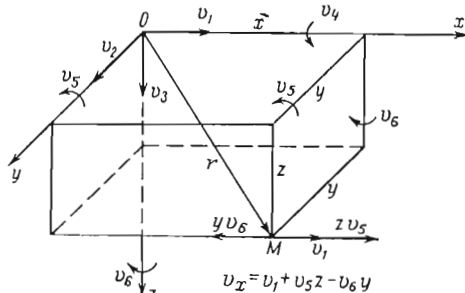


Рис. 3.1

где v_1, v_2, v_3 — проекции вектора поступательной скорости $\bar{v}$ на оси координат, и

$$\bar{\omega} = v_4 \bar{i} + v_5 \bar{j} + v_6 \bar{k},$$

где v_4, v_5, v_6 — проекции угловой скорости $\bar{\omega}$ на оси координат.

Проекции скорости точки M на оси координат могут быть, согласно формулам кинематики, написаны в виде (рис. 3.1)

$$v_x = v_1 + v_5 z - v_6 y;$$

$$v_y = v_2 + v_6 x - v_4 z;$$

$$v_z = v_3 + v_4 y - v_5 x.$$

Тогда для нормальной составляющей v_n скорости точки M на поверхности Ω получим

$$v_n = v_x \cos(n, x) + v_y \cos(n, y) + v_z \cos(n, z).$$

Для сокращения формул введем следующие обозначения для косинусов углов, образованных нормалью n к поверхности Ω с координатными осями, связанными с телом

$$\cos(n, x) = \alpha; \quad \cos(n, y) = \beta; \quad \cos(n, z) = \gamma.$$

Очевидно, что эти косинусы зависят от положения точки M на поверхности Ω , но не зависят от времени. В результате получим

$$v_n = v_x \alpha + v_y \beta + v_z \gamma = v_1 \alpha + v_2 \beta + v_3 \gamma + \\ + v_4 (y\gamma - z\beta) + v_5 (z\alpha - x\gamma) + v_6 (x\beta - y\alpha)$$

и окончательно находим

$$\frac{\partial \Phi^0}{\partial n} = v_1 \alpha + v_2 \beta + v_3 \gamma + v_4 (y\gamma - z\beta) + \\ + v_5 (z\alpha - x\gamma) + v_6 (x\beta - y\alpha). \quad (3.10)$$

Составим теперь граничные условия на какой-либо поверхности, бесконечно удаленной от качающегося корабля. Для этого опишем вокруг корабля воображаемую полусферу радиусом R в области объема, занятого жидкостью, и устремим R к бесконечности. Так как с удалением от корабля скорости возмущенного движения должны стремиться к нулю, можем написать третье граничное условие: при $R \rightarrow \infty$

$$v_i = 0; \quad (3.11)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Дифференциальное уравнение неразрывности и в нашей постановке задачи граничные условия (3.7), (3.10) и (3.11) являются линейными. Поэтому при решении задачи имеется возможность воспользоваться принципом суперпозиции или наложения. Имея это в виду, можем представить потенциал скоростей в общем случае неустановившегося движения в виде суммы

$$\Phi^0(x, y, z, t) = \Phi^*(x, y, z, t) + \Phi(x, y, z, t), \quad (3.12)$$

где Φ^* — потенциал скоростей набегающих волн, предполагающийся известным;

Φ — искомый потенциал возмущенного волнового движения жидкости, образующегося вследствие качки корабля и вследствие того что корабль, будучи даже неподвижным, является препятствием распространению волн.

Граничному условию на свободной поверхности функции $\Phi^*(x, y, z, t)$ и $\Phi(x, y, z, t)$ должны удовлетворять каждая в отдельности, граничному же условию на поверхности Ω они должны удовлетворять совместно, т. е.

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} + \frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_n(M, t)$$

или

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_1 \alpha + v_2 \beta + v_3 \gamma + v_4 (y\gamma - z\beta) + v_5 (z\alpha - x\gamma) + \\ + v_6 (x\beta - y\alpha) - \frac{\partial \Phi^*}{\partial n}. \quad (3.13)$$

Величины v_m являются компонентами скорости твердого тела, они зависят от времени и от выбора начала координат, но не зависят от положения точки M . Множители при них, напротив, зависят от координат точки M , но не зависят от времени. Поэтому функция Φ может быть представлена в виде

$$\Phi = \sum_{m=1}^{m=6} \varphi_m v_m + \Phi_0. \quad (3.14)$$

Здесь члены $\sum_{m=1}^{m=6} \varphi_m v_m$, содержащие компоненты скорости корабля, учитывают влияние качки, член Φ_0 учитывает влияние неподвижного, мысленно закрепленного корабля как препятствия распространению волн.

Каждая в отдельности функция φ_m , $m=1, 2, 3, 4, 5, 6$ должна удовлетворять уравнению Лапласа (3.3), т. е. быть гармонической и удовлетворять: условию на свободной поверхности при $z = 0$

$$\varphi_m \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} - g \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} v_m = 0; \quad (3.15)$$

условиям на поверхности

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} &= \alpha; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \beta; \quad \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} = \gamma; \quad \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} = y\gamma - z\beta; \\ \frac{\partial \varphi_5}{\partial n} &= z\alpha - x\gamma; \quad \frac{\partial \varphi_6}{\partial n} = x\beta - y\alpha \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

и условиям на бесконечности при $R \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial x}; \quad \frac{\partial \varphi_m}{\partial y}; \quad \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} \rightarrow 0. \quad (3.17)$$

Функция Φ_0 также должна удовлетворять уравнению Лапласа: граничному условию на свободной поверхности при $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial t^2} - g \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} = 0; \quad (3.18)$$

на поверхности судна Ω

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} \quad (3.19)$$

и на бесконечности при $R \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \rightarrow 0. \quad (3.20)$$

Условия (3.16) не зависят от времени и от проекций скорости v_m , т. е. от скорости поступательного и вращательного движения корабля. Поэтому все шесть потенциалов функций φ_m

определяются формой погруженной поверхности корабля и выбором системы координат $Oxuz$. Кроме того, они зависят от частоты колебаний.

Для лучшего уяснения смысла функций φ_m предположим, что корабль движется поступательно параллельно оси Ox со скоростью v_1 . Прочие компоненты скоростей $v_m = 0$ ($m = 2, 3, 4, 5, 6$). Набегающие волны предполагаем отсутствующими, так что $\Phi^*(x, y, z, t) = 0$. В таком случае будет иметь место равенство $\Phi^0 = v_1 \varphi_1$. Если положить $v_1 = 1$, то $\Phi^0 = \varphi_1$. Следовательно, функция φ_1 соответствует потенциалу возмущенного волнового движения воды при поступательном движении корабля вдоль оси Ox со скоростью, равной единице. Функция φ_1 должна при этом удовлетворять уравнению Лапласа, условию на свободной поверхности и на бесконечности, а на смоченной поверхности корабля удовлетворять соотношению

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \alpha.$$

Аналогично можно убедиться, что функции φ_2 и φ_3 соответствуют поступательному движению корабля параллельно осям Oy и Oz с единичной скоростью, а функции φ_4 , φ_5 и φ_6 — вращательному движению корабля вокруг осей Ox , Oy и Oz с единичной угловой скоростью. Функции φ_m иногда называют функциями излучения.

Вписанных граничных условий и уравнения Лапласа все еще недостаточно для определения возмущенного кораблем волнового движения, так как всем этим соотношениям могут удовлетворять также свободные волны, т. е. волны, образующиеся на поверхности воды вследствие каких-либо посторонних причин. Подобно тому как колебания корабля на регулярном волнении состояются из вынужденных и свободных колебаний, так и волны, образующиеся в жидкости в результате воздействия на нее корабля, могут состоять из свободных и вынужденных волн. Для нас представляет интерес только вынужденное волновое движение. Для того чтобы исключить влияние свободных волн, необходимо составить дополнительное условие — условие излучения. Смысл этого условия сводится к тому, что возмущенные кораблем волны должны распространяться во все стороны от корабля. Данная Н. Е. Кочиным математическая формулировка условия излучения, называемого также «условием уходящей фазы», здесь не приводится, но при удовлетворении ему и всем приведенным выше соотношениям потенциал Φ будет соответствовать искомому вынужденному волновому движению.

Определение потенциала скоростей Φ возмущенного движения представляет весьма сложную задачу и выполнено только для некоторых простых видов движения и геометрических форм плавающего тела.

**§ 22. Общие выражения
для гидродинамических сил
и моментов, действующих на корабль**

Составим выражения для определения гидродинамических сил и моментов, действующих на качающийся корабль. Обозначим через $\bar{F}$ главный вектор гидродинамических сил, действующих на смоченную поверхность Ω корабля, и через $\bar{M}$ — главный момент этих сил относительно начала координат. Величины $\bar{F}$ и $\bar{M}$ определяются известными формулами

$$\bar{F} = - \int_{\Omega} \int (p - p_0) \bar{n} d\Omega; \quad (3.21)$$

$$\bar{M} = - \int_{\Omega} \int (p - p_0) (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \quad (3.22)$$

Знак минус перед выражениями $\bar{F}$ и $\bar{M}$ поставлен потому, что силы давления действуют по отрицательному направлению нормали.

Ограничиваясь рассмотрением малых колебаний и пренебрегая квадратами скоростей, имеем на основании интеграла Лагранжа (3.4)

$$p - p_0 = -\rho \frac{\partial \Phi^0}{\partial t} + \rho g z. \quad (3.23)$$

Подставляя сюда выражения (3.12) и (3.14), находим

$$p - p_0 = -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m + \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \right) + \rho g z. \quad (3.24)$$

Подставим выражение (3.24) в формулы (3.21) и (3.22):

$$\begin{aligned} \bar{F} = & \rho \int_{\Omega} \int \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) \cdot \bar{n} d\Omega + \\ & + \rho \int_{\Omega} \int \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \right) \cdot \bar{n} d\Omega - \rho g \int_{\Omega} \int z \cdot \bar{n} d\Omega; \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \bar{M} = & \rho \int_{\Omega} \int \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega + \\ & + \rho \int_{\Omega} \int \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \right) (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega - \rho g \int_{\Omega} \int z (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \end{aligned} \quad (3.26)$$

В соответствии с формулами (3.25) и (3.26) можем принять

$$\bar{F} = \bar{F}_d + \bar{F}_f + \bar{F}_s; \quad (3.27)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_d + \bar{M}_f + \bar{M}_s. \quad (3.28)$$

Здесь $\bar{F}_d$ и $\bar{M}_d$ представляют гидродинамические силы и моменты, учитывающие движение корабля. Они возникают при качке его на тихой воде с данными значениями компонентов скоростей v_m и определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_d &= \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) \cdot \bar{n} d\Omega; \\ \bar{M}_d &= \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Величины $\bar{F}_f$ и $\bar{M}_f$ представляют возмущающие силы и моменты, учитывающие влияние действия волн, причем корабль предполагается закрепленным:

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_f &= \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \right) \cdot \bar{n} d\Omega; \\ \bar{M}_f &= \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \right) (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

Гидростатические силы

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_s &= -\rho g \int \int_{\Omega} \bar{z} \cdot \bar{n} d\Omega; \\ \bar{M}_s &= -\rho g \int \int_{\Omega} z (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

Рассмотрим несколько подробнее категории сил. Составим выражения для проекций гидродинамических сил на какую-нибудь ось, например, на ось Ox :

$$X_{d1} = \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) \cos(n, x) d\Omega.$$

Согласно принятым обозначениям и зависимостям (3.16)

$$\cos(n, x) = \alpha = \frac{\partial \varphi_1}{\partial n};$$

кроме того, величина v_m , заключающая в себе время t , не зависит от координат точки M . Поэтому можно написать

$$X_{d1} = \sum_{m=1}^{m=6} \frac{dv_m}{dt} \rho \int \int_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} d\Omega.$$

Введя обозначение

$$C_{m1} = -\rho \int \int_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} d\Omega,$$

получим окончательное искомое выражение для проекции главного вектора гидродинамических сил на ось Ox :

$$X_{d1} = -\sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m1} v_m).$$

Аналогично получим выражения для других проекций главного вектора

$$X_{d2} = -\sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m2} v_m);$$

$$X_{d3} = -\sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m3} v_m)$$

или вообще

$$X_{dj} = -\sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{mj} v_m),$$

($j=1, 2, 3$)

Подобным же образом для проекции главного момента на ось Ox можем написать

$$M_{d4} = \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{d}{dt} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) (y\gamma - z\beta) d\Omega.$$

Принимая во внимание равенство (3.16), получаем

$$M_{d4} = \rho \int \int_{\Omega} \left(\frac{d}{dt} \sum_{m=1}^{m=6} v_m \varphi_m \right) \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} d\Omega = -\sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m4} v_m),$$

где

$$C_{m4} = -\rho \int \int_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} d\Omega.$$

Аналогично для прочих проекций главного момента гидродинамических сил получим

$$\begin{aligned} M_{d5} &= - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m5} v_m); \\ M_{d6} &= - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{m6} v_m). \end{aligned}$$

Приняв для проекций гидродинамического момента то же обозначение, что и для проекций главного вектора, но с индексами $j = 4, 5, 6$, получаем общую формулу для проекций главного вектора и главного момента гидродинамических сил

$$X_{dj} = - \sum_{(j=1, 2, 3, 4, 5, 6)}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{mj} v_m), \quad (3.32)$$

где

$$C_{mj} = - \rho \iint_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega. \quad (3.33)$$

Можно показать справедливость равенства

$$C_{mj} = C_{jm}, \quad (3.34)$$

т. е.

$$- \rho \iint_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega = - \rho \iint_{\Omega} \varphi_j \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} d\Omega.$$

На этом закончим пока рассмотрение гидродинамических сил и моментов, вызываемых качаниями корабля, и перейдем к рассмотрению возмущающих сил и моментов, вызываемых волнением. Обращаясь к выражениям (3.30), видим, что возмущающие силы состоят из двух компонентов:

$$\bar{F}_f = \bar{F}_f^* + \bar{F}_{f0}; \quad (3.35)$$

$$\bar{M}_f = \bar{M}_f^* + \bar{M}_{f0}, \quad (3.36)$$

где $\bar{F}_f^*$ и $\bar{M}_f^*$ представляют главные вектор и момент гидродинамических возмущающих сил, определяемых по теории А. Н. Крылова на основании гипотезы о независимости поля давления от присутствия корабля, т. е. представляют гидродинамические члены, входящие в главную часть возмущающих сил и моментов:

$$\bar{F}_f^* = \rho \iint_{\Omega} \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \cdot \bar{n} d\Omega; \quad (3.37)$$

$$\bar{M}_f^* = \rho \iint_{\Omega} \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \quad (3.38)$$

Величины F_{f_0} и M_{f_0} представляют дифракционные компоненты возмущающих сил и моментов, обусловленные дифракцией волн вокруг мысленно закрепленного корабля

$$\bar{F}_{f_0} = \rho \int_{\Omega} \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \cdot \bar{n} d\Omega; \quad (3.39)$$

$$\bar{M}_{f_0} = \rho \int_{\Omega} \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} (\bar{r} \times \bar{n}) d\Omega. \quad (3.40)$$

Составим выражения для проекций дифракционных компонентов возмущающих сил. Для определенности составим сначала выражение для проекции главного вектора на ось Ox и распространим его на любую проекцию силы или момента, подобно выражению (3.32):

$$X_{01} = \rho \int_{\Omega} \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} \rho \int_{\Omega} \Phi_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} d\Omega.$$

Введем обозначение

$$C_{01} = \rho \int_{\Omega} \Phi_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} d\Omega.$$

На основании теории гармонических функций можно показать, что $C_{01} = C_{10}$ и вообще

$$C_{0j} = C_{j0}. \quad (3.41)$$

Имея это в виду, получим

$$X_{01} = \frac{\partial}{\partial t} \rho \int_{\Omega} \Phi_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial n} d\Omega.$$

Согласно формуле (3.19) в точках поверхности Ω имеет место соотношение

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi^*}{\partial n}.$$

Принимая это во внимание, находим окончательно

$$X_{01} = - \frac{\partial}{\partial t} \rho \int_{\Omega} \Phi_1 \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Omega.$$

Аналогично можем написать для любой проекции главного вектора или главного момента дифракционной части возмущающих сил

$$X_{0j} = - \frac{\partial}{\partial t} \rho \int_{\Omega} \Phi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Omega, \quad (3.42)$$

или

$$X_{0j} = -\frac{\partial}{\partial t} (C_{0j})_{j=1, 2, 3, 4, 5, 6}, \quad (3.43)$$

где

$$C_{0j} = -\rho \iint_{\Omega} \varphi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Omega. \quad (3.44)$$

Таким образом, для вычисления дифракционной части возмущающих сил нет надобности определять функцию $\Phi_0(x, y, z, t)$, а достаточно знать потенциал возмущенных колебаний жидкости $\varphi_j(x, y, z)$.

Гидростатические силы и моменты, представляющие результат суммирования гидростатической части давления, определяются выражением (3.31). Путем аналогичных преобразований они могут быть приведены к виду

$$X_{sj} = -\rho g \iint_{\Omega} z \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega. \quad (3.45)$$

Однако этим выражением они определяются неполностью, поскольку при вычислении их нельзя предполагать корабль находящимся в положении равновесия, как это принималось при вычислении гидродинамических сил. Дело в том, что изменения гидростатических сил и моментов, связанные с отклонениями корабля от положения равновесия, ведут к образованию восстанавливающих сил и моментов, играющих фундаментальную роль в механизме качки. Поэтому формула (3.45) может служить лишь для вычисления некоторых компонентов гидростатических сил. Практически гидростатические силы и моменты могут быть вычислены путем элементарных соображений на основании закона Архимеда. Они определяются также с исчерпывающей полнотой методами теории А. Н. Крылова.

§ 23. Качка корабля на регулярном волнении

Приведенные выше формулы получены в предположении произвольного характера волнения и ограничиваются лишь допущением малой высоты волн по сравнению с их длиной. Перейдем к рассмотрению более частного случая плоского и регулярного волнения.

Пусть линии AB — гребни волн (рис. 3.2), λ — их длина, c — вектор фазовой скорости, т. е. скорости распространения волн, и ε — угол, составляемый осью Ox с направлением скорости c , т. е. курсовой угол по отношению к волнению. Скорость

и комплексная амплитуда $r = r_1 + ir_2$, находим

$$\begin{aligned}\zeta &= (r_1 + ir_2) [\cos(k\xi_0 - \sigma t) + i \sin(k\xi_0 - \sigma t)] = \\ &= r_1 \cos(k\xi_0 - \sigma t) - r_2 \sin(k\xi_0 - \sigma t) + \\ &+ i [r_2 \cos(k\xi_0 - \sigma t) + r_1 \sin(k\xi_0 - \sigma t)].\end{aligned}$$

Вещественная часть

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} \zeta &= r_1 \cos(k\xi_0 - \sigma t) - r_2 \sin(k\xi_0 - \sigma t) = \\ &= \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \cos(k\xi_0 - \sigma t + \delta),\end{aligned}$$

где

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r_2}{r_1}.$$

Но $\sqrt{r_1^2 + r_2^2} = r_0$ — амплитуда волны, или половина ее высоты. Полагая $t = t_1 + t_0$ и выбирая t_0 так, чтобы $\sigma t_0 + \delta = 0$, получим

$$\operatorname{Re} \zeta = \zeta_s = r_0 \cos(k\xi_0 - \sigma t).$$

Это и есть выражение профиля косинусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси $O\xi_0$, имеющей длину λ и скорость бега $c = \frac{\lambda}{\tau}$. Следовательно, выражение (3.47) соответствует рассматриваемому случаю волнения. Подставляя в него (см. рис. 3.2)

$$\xi_0 = x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon,$$

получаем исходное значение потенциала (3.46). Комплексная форма этого выражения принята лишь для сокращения и удобства записи.

Ограничимся рассмотрением вынужденных колебаний, остающихся после затухания свободных колебаний. В этом случае можно принять

$$\left. \begin{aligned}\bar{v} &= \bar{v}_0 e^{-i\sigma t}; \\ \bar{\omega} &= \bar{\omega}_0 e^{-i\sigma t},\end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

где $\bar{v}$ — вектор скорости начала координат;

$\bar{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения относительно начала координат;

$\bar{v}_0$ и $\bar{\omega}_0$ — комплексные амплитуды этих векторов, не зависящие от времени.

Возвращаясь к обозначениям v_m , вместо (3.48) можем написать

$$v_m = u_m e^{-i\sigma t}. \quad (3.49)$$

$m=1, 2, 3, 4, 5, 6$

Соответствующая потенциальная функция определится выражением

$$\Phi_m = v_m \varphi_m = \varphi_m u_m e^{-i\sigma t},$$

где φ_m и u_m от времени не зависят.

В таком случае граничное условие (3.16) на свободной поверхности воды для функции φ_m при $z = 0$ приводится к виду

$$\varphi_m \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} - g \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} v_m = -\sigma^2 \varphi_m u_m e^{-i\sigma t} - g \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} u_m e^{-i\sigma t} = 0.$$

Сокращая на $-u_m e^{-i\sigma t}$ и замечая, что $\frac{\sigma^2}{g} = k$, получим при $z = 0$

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial z} + k \varphi_m = 0. \quad (3.50)$$

Для граничных условий на поверхности Ω корабля остаются без изменения выражения (3.16).

Рассмотрим последовательно выражения для действующих сил, начиная с гидродинамических сил и моментов, обусловливаемых качаниями корабля, т. е. силами, которые действуют на него в случае качки на тихой воде. Согласно выражениям (3.32) и (3.33)

$$X_{dj} = - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (C_{mj} v_m);$$

$$C_{mj} = - \rho \iiint_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega.$$

В тех случаях, когда колебания корабля совершаются у поверхности воды и сопровождаются появлением возмущенных волн, коэффициенты C_{mj} являются комплексными величинами. Принимая это во внимание, выразим их через комплексные коэффициенты

$$C_{mj} = \mu_{mj} + \frac{i}{\sigma} v_{mj} \quad (3.51)$$

и преобразуем выражения для гидродинамических сил и моментов:

$$\begin{aligned} X_{dj} &= - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} \left(\mu_{mj} + \frac{i}{\sigma} v_{mj} \right) u_m e^{-i\sigma t} = \\ &= - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{d}{dt} (\mu_{mj} v_m) - \sum_{m=1}^{m=6} \frac{i}{\sigma} v_{mj} (-i\sigma) u_m e^{-i\sigma t} = \\ &= - \sum_{m=1}^{m=6} \mu_{mj} \dot{v}_m - \sum_{m=1}^{m=6} v_{mj} u_m e^{-i\sigma t}, \end{aligned}$$

или

$$X_{dj} = - \sum_{m=1}^{m=6} \mu_{mj} \dot{v}_m - \sum_{m=1}^{m=6} v_{mj} \dot{v}_m. \quad (3.52)$$

Из формулы (3.52) следует, что гидродинамические силы и моменты состоят из двух отличающихся по физической природе сил (моментов): инерционных, пропорциональных ускорениям корабля

$$X_{dj}^{ин} = - \sum_{m=1}^{m=6} \mu_{mj} \ddot{v}_m, \quad j=1, 2, \dots, 6 \quad (3.53)$$

и сил сопротивления, или демпфирующих, пропорциональных скорости колебаний корабля

$$X_{dj}^{сопр} = - \sum_{m=1}^{m=6} v_{mj} \dot{v}_m. \quad (3.54)$$

Величины μ_{mj} представляют собой присоединенные массы. Их общее количество, соответствующее шести возможным значениям индексов m и j , составляет 36. Но так как, согласно отмеченному ранее соотношению, $C_{mj} = C_{jm}$, для присоединенных масс μ_{mj} (а также для v_{mj}) справедливо аналогичное соотношение

$$\mu_{mj} = \mu_{jm},$$

количество независимых присоединенных масс μ_{mj} сокращается до 21.

Присоединенные массы μ_{mj} образуют матрицу (см. табл. 3.1), где индекс m соответствует виду скорости или точнее ускорения, к которому относится данное μ и определяет номер строки матрицы; индекс j определяет номер столбца матрицы и соответствует роду силы или момента.

Размерность присоединенных масс μ_{mj} при $m = 1, 2, 3$ и $j = 1, 2, 3$ та же, что размерность масс; при $m = 1, 2, 3$ и $j = 4, 5, 6$, или наоборот, та же, что размерность — статических моментов масс и при $m = 4, 5, 6$ и $j = 4, 5, 6$ — моментов инерции масс.

Величины v_{mj} представляют соответственно коэффициенты пропорциональности при различных компонентах поступательных или угловых скоростей корабля в выражениях сил или моментов сопротивления. Физической причиной возникновения сил сопротивления колебаниям тела, плавающего на поверхности идеальной тяжелой жидкости, является возникновение волн. Создаваемые колебаниями плавающего корабля волны распространяются во все стороны и уносят энергию. Если бы не было свободной поверхности, а корабль рассматривался как тело, погруженное в безгра-

Таблица 3.1

Индекс m рода ускорения	Индекс j рода силы или момента					
	1	2	3	4	5	6
1	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}	μ_{14}	μ_{15}	μ_{16}
2	μ_{21}	μ_{22}	μ_{23}	μ_{24}	μ_{25}	μ_{26}
3	μ_{31}	μ_{32}	μ_{33}	μ_{34}	μ_{35}	μ_{36}
4	μ_{41}	μ_{42}	μ_{43}	μ_{44}	μ_{45}	μ_{46}
5	μ_{51}	μ_{52}	μ_{53}	μ_{54}	μ_{55}	μ_{56}
6	μ_{61}	μ_{62}	μ_{63}	μ_{64}	μ_{65}	μ_{66}

ничную идеальную жидкую среду, волны не могли бы образоваться и колебания тела происходили бы без сопротивления. Коэффициенты ν_{mj} равнялись бы нулю и имело бы место равенство

$$C_{mj} = \mu_{mj}.$$

Для коэффициентов ν_{mj} может быть составлена матрица, аналогичная матрице присоединенных масс.

Ограничимся пока этими сведениями и перейдем к рассмотрению дифракционных составляющих возмущающих сил и моментов

$$X_{0j} = \frac{\partial}{\partial t} (C_{0j})_{j=1, 2, 3, 4, 5, 6}; \quad (3.43)$$

$$C_{0j} = -\rho \iint_{\Omega} \varphi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Omega. \quad (3.44)$$

Согласно выражению (3.46) на поверхности Ω

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} &= \frac{irg}{\sigma} e^{-i\sigma t} \frac{\partial}{\partial n} e^{-kz+ik(x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon)} = \\ &= \frac{irg}{\sigma} e^{-i\sigma t} k \left[-\frac{\partial z}{\partial n} + i \left(\frac{\partial x}{\partial n} \cos \varepsilon - \frac{\partial y}{\partial n} \sin \varepsilon \right) \right] \times \\ &\quad \times e^{-kz+ik(x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon)}. \end{aligned}$$

Введем обозначение

$$\varphi^* = e^{-kz + ik(x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon)} \quad (3.55)$$

и заметим, что

$$\frac{\partial x}{\partial n} = \cos(n, x) = \alpha = \frac{\partial \varphi_1}{\partial n};$$

$$\frac{\partial y}{\partial n} = \cos(n, y) = \beta = \frac{\partial \varphi_2}{\partial n};$$

$$\frac{\partial z}{\partial n} = \cos(n, z) = \gamma = \frac{\partial \varphi_3}{\partial n}.$$

Подставляя это в выражение $\frac{\partial \Phi^*}{\partial n}$, получаем на поверхности Ω

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} = \frac{irg}{\sigma} e^{-i\sigma t} k \left[-\frac{\partial \varphi_3}{\partial n} + i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \cos \varepsilon - \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \sin \varepsilon \right) \right] \varphi^*$$

и согласно (3.44) и (3.43)

$$C_{0j} = -\rho \frac{irg}{\sigma} k e^{-i\sigma t} \iint_{\Omega} \varphi_j \varphi^* \left[-\frac{\partial \varphi_3}{\partial n} + i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \cos \varepsilon - \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \sin \varepsilon \right) \right] d\Omega, \quad (3.56)$$

$$X_{0j} = -\rho g k r e^{-i\sigma t} \iint_{\Omega} \varphi_j \varphi^* \left[\left(i \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \cos \varepsilon - \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \sin \varepsilon \right) - \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} \right] d\Omega. \quad (3.57)$$

Из этих формул следует, что для вычисления дифракционных составляющих возмущающих сил и моментов необходимо располагать значениями функций φ_j на поверхности Ω корабля.

Составим теперь общие выражения для компонентов главной части возмущающих сил и моментов, определяемых на основании теории А. Н. Крылова. Обращаясь к формулам (3.37) и (3.38) и рассуждая так же, как и при выводе общих выражений (3.32) для проекций гидродинамических сил, возбуждаемых качкой корабля, напишем выражения для проекций главной части возмущающих сил

$$X_j^* = \rho \iint_{\Omega} \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega. \quad (3.58)$$

В случае регулярного волнения на основании формул (3.46) и (3.55) находим

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} = r g e^{-i\sigma t} e^{-kz + ik(x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon)} = ir g \varphi^* e^{-i\sigma t}.$$

Подставляя это в (3.58), получаем

$$X_j^* = \rho r g e^{-i\sigma t} \iint_{\Omega} \varphi^* \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega. \quad (3.59)$$

Выражения (3.52), (3.57) и (3.59) в совокупности с формулами для гидростатических сил позволяют составить представление о структуре дифференциальных уравнений движения в различных частных случаях качки корабля на регулярном волнении. В следующем параграфе будут приведены примеры определения структуры некоторых видов гидродинамических сил применительно к конкретным случаям качки.

§ 24. О применении гидродинамической теории качки

Чтобы вычислить все категории гидродинамических сил, за исключением гидродинамических компонентов главной части возмущающих сил, необходимо располагать выражениями потенциалов, или функций излучения φ_m . Определение этих функций — сложная математическая задача, рассмотрение которой выходит за рамки настоящего курса. Поэтому далее будут отмечены лишь некоторые свойства функций излучения и особенности геометрической формы корпуса, позволяющие сделать дополнительные упрощения, и приведены примеры определения структуры некоторых видов гидродинамических сил применительно к конкретному случаю качки.

Отметим прежде всего те упрощения расчета, которые достигаются благодаря симметричности обводов корпуса относительно диаметральной плоскости.

Можно показать, что для тела, симметричного относительно координатной плоскости xOz , функции φ_2 и $\frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \beta = \cos(n, y)$ являются нечетными относительно координаты y ; функции же φ_3 и $\frac{\partial \varphi_3}{\partial n} = \gamma = \cos(n, z)$ являются четными.

В отношении производных $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ это видно непосредственно из рассмотрения косинусов, составляемых нормалью n с положительным направлением осей Oy и Oz в симметричных точках M и M' (рис. 3.3). Вообще можно показать, что φ_m и $\frac{\partial \varphi_m}{\partial n}$ при $m = 1, 3, 5$ — четные функции, а при $m = 2, 4, 6$ — нечетные функции от y . Поэтому интегралы вида $C_{mj} = -\rho \iint_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega$,

где m — четное, а j — нечетное, или наоборот, обращаются в нуль. Это позволяет упростить матрицу присоединенных масс и коэффи-

циентов демпфирования, так как все величины, содержащие по одному четному индексу, обращаются в нуль. В результате этого матрица приобретает вид (см. табл. 3.2), и количество независимых присоединенных масс сокращается до 12.

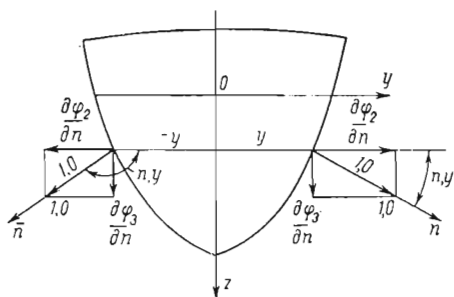


Рис. 3.3

Несимметричность корпуса корабля относительно плоскости (мидель-шпангоута) часто бывает незначительной, поэтому во многих инженерных задачах при вычислении гидродинамических сил можно полагать форму корпуса симметричной также и относительно мидель-шпангоута. Тогда функции φ_1 , $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$, φ_5 и $\frac{\partial \varphi_5}{\partial n}$ также будут

нечетными функциями относительно координаты x . Благодаря этому величины μ_{mj} , у которых эти функции являются множителями под знаком интеграла, так что подынтегральные функции оказываются нечетными от x , обращаются в нуль и матрица присоединенных масс приобретает еще более простой вид.

Таблица 3.2

Индексы m рода ускорения	Индексы j рода силы или момента					
	1	2	3	4	5	6
1	μ_{11}	0	μ_{13}	0	μ_{15}	0
2	0	μ_{22}	0	μ_{24}	0	μ_{26}
3	μ_{31}	0	μ_{33}	0	μ_{35}	0
4	0	μ_{42}	0	μ_{44}	0	μ_{46}
5	μ_{51}	0	μ_{53}	0	μ_{55}	0
6	0	μ_{62}	0	μ_{64}	0	μ_{66}

Все сказанное относительно присоединенных масс полностью относится и к коэффициентам демпфирования.

Обычно форма корпуса корабля характеризуется значительной удлиненностью, т. е. значительным превышением длины корпуса над его поперечным размером. Эта особенность формы судового корпуса во многих случаях позволяет применять гипотезу пло-

ского обтекания, согласно которой траектории жидких частиц, обтекающих корпус в поперечном направлении, представляют собой плоские кривые, совпадающие с плоскостью шпангоута. В соответствии с этим интенсивность гидродинамических сил, приходящихся на единицу длины корпуса в данном сечении, может быть определена как для бесконечно длинного цилиндра, имеющего ту же форму поперечного сечения, что и у соответствующего шпангоута и совершающего те же поперечные колебания, что и данный шпангоут.

Кроме того, вследствие удлиненности формы корпуса и хорошей обтекаемости его в продольном направлении присоединенные массы μ_{11} и μ_{15} и соответствующие коэффициенты демпфирования ν_{11} и ν_{15} весьма малы по сравнению с прочими, отличными от нуля коэффициентами. Это позволяет считать их пренебрежимо малыми при выполнении многих инженерных расчетов качки.

Одним из важных выводов, полученных на основе гидродинамической теории качки, является обнаружение и установление зависимости присоединенных масс μ_{mj} и коэффициентов демпфирования ν_{mj} от частоты совершаемой качки. Эта зависимость настолько существенна, что ею не следует пренебрегать в инженерных расчетах качки. Примерный характер зависимости присоединенных масс μ_{33} и μ_{35} и коэффициентов демпфирования ν_{33} и ν_{35} от частоты качки приведен на рис. 3.4 и 3.5.

В заключение приведем в сокращенном виде пример составления дифференциальных уравнений качки корабля в положении лагом к регулярному волнению.

Предположим, что корабль симметричен относительно мидель-шпангоута как по форме, так и по распределению нагрузки и расположен лагом к плоскому набегающему волнению. Движение корабля в этом случае будет происходить в плоскости, параллельной мидель-шпангоуту. В соответствии с этим можно принять $v_1 = v_5 = v_6 = 0$; $X_1 = X_5 = X_6 = 0$.

Составим выражения для скоростей v_2 и v_3 . Обозначим через η_G и ξ_G горизонтальную и вертикальную проекции перемещения центра тяжести корабля. Тогда можно написать (рис. 3.6)

$$\eta_G = \eta_0 - z_p \sin \theta;$$

$$\xi_G = \xi_0 + z_p \cos \theta,$$

отсюда

$$\dot{\eta}_0 = \dot{\eta}_G + z_p \dot{\theta} \cos \theta;$$

$$\dot{\xi}_0 = \dot{\xi}_G + z_p \dot{\theta} \sin \theta.$$

Проекции скорости перемещения начала координат на оси Oy и Oz

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \dot{\eta}_0 \cos \theta + \dot{\xi}_0 \sin \theta; \\ v_3 &= \dot{\xi}_0 \cos \theta - \dot{\eta}_0 \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

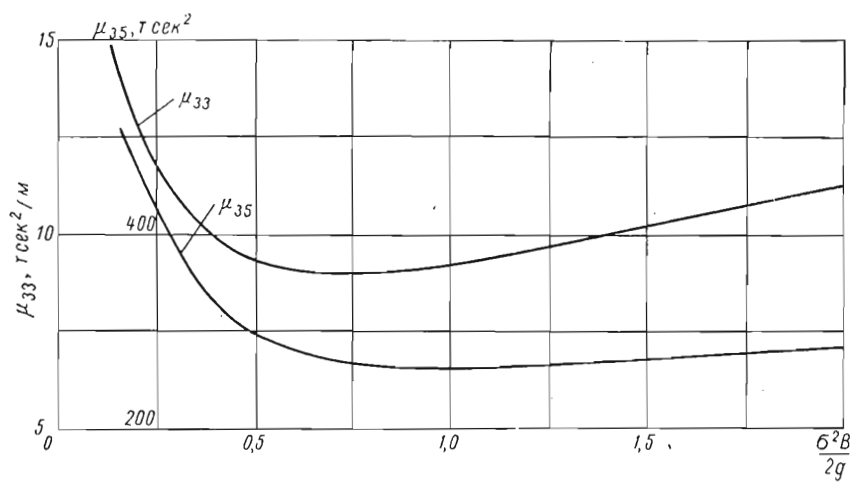


Рис. 3.4

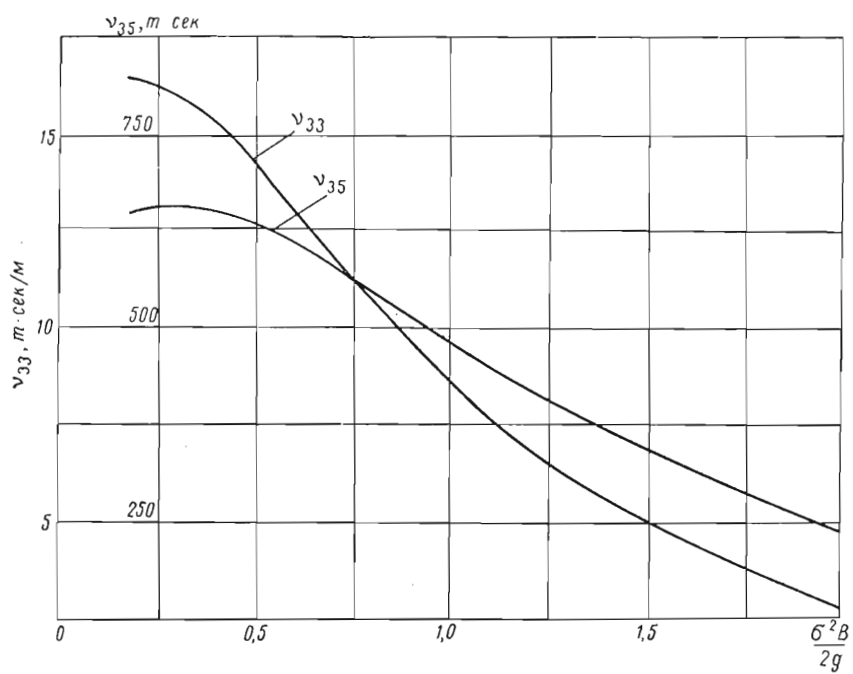


Рис. 3.5

Подставляя в равенства (3.60) значения $\dot{\eta}_0$ и $\dot{\xi}_0$, находим

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \dot{\eta}_G \cos \theta + z_p \dot{\theta} + \dot{\xi}_G \sin \theta; \\ v_3 &= \dot{\xi}_G \cos \theta - \dot{\eta}_G \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

Ввиду малости θ можно принять

$$\cos \theta \simeq 1; \quad \sin \theta \simeq \theta.$$

Отбрасывая величины второго порядка малости, получаем окончательно

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \dot{\eta}_G + z_p \dot{\theta}; \\ v_3 &= \dot{\xi}_G; \\ v_4 &= \dot{\theta}. \end{aligned} \right\} \quad (3.62)$$

Составим теперь выражения для инерционных и демпфирующих сил, создаваемых качкой судна. Матрица присоединенных масс для тел с двумя плоскостями симметрии в соответствии с приведенными ранее указаниями имеет вид (см. табл. 3.3):

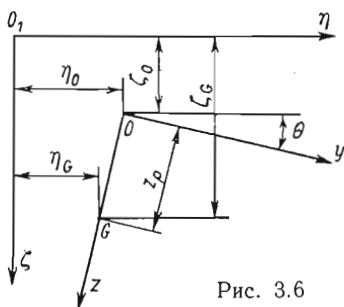


Рис. 3.6

Таблица 3.3

Индекс m рода ускорения	Индекс j рода силы или момента					
	1	2	3	4	5	6
1	μ'_{11}				μ'_{15}	
2		μ'_{22}		μ'_{24}		
3			μ'_{33}			
4		μ'_{42}		μ'_{44}		
5	μ'_{51}				μ'_{55}	
6						μ'_{66}

Значения μ'_{mj} в матрице пишутся со штрихом, чтобы отметить, что они относятся к системе координат, начало которой лежит в плоскости накрашенной ватерлинии и не совпадает с центром

тяжести корабля. Совершенно аналогичный вид имеет матрица коэффициентов демпфирования ν'_{mj} .

Наличие матрицы упрощает составление развернутых выражений для гидродинамических сил в соответствии с формулой (3.53). Для этого из столбца матрицы, индекс которого отвечает индексу силы или момента, выписываются со знаком минус присоединенные массы, умножаемые на ускорения, индекс которых соответствует индексу строки. В результате находим

$$\left. \begin{aligned} X_{d2 \text{ ин}} &= -\mu'_{22}\ddot{v}_2 - \mu'_{42}\ddot{v}_4 = -\mu'_{22}\ddot{\eta}_G - \mu'_{22}z_p\ddot{\theta} - \mu'_{42}\ddot{\theta}; \\ X_{d3 \text{ ин}} &= -\mu'_{33}\ddot{v}_3 = -\mu'_{33}\ddot{\xi}_G; \\ X_{d4 \text{ ин}} &= -\mu'_{24}\ddot{v}_2 - \mu'_{44}\ddot{v}_4 = -\mu'_{24}\ddot{\eta}_G - \mu'_{24}z_p\ddot{\theta} - \mu'_{44}\ddot{\theta}. \end{aligned} \right\} \quad (3.63)$$

Величина $X_{d4 \text{ ин}}$ определяет момент инерционных гидродинамических сил относительно оси Ox , не проходящей через центр тяжести корабля. Необходимый для составления дифференциальных уравнений движения момент гидродинамических сил относительно центральной оси Gx определяется выражением (рис. 3.7)

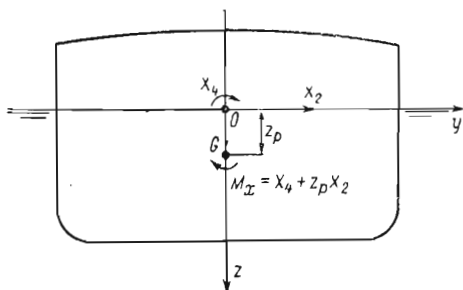


Рис. 3.7

$$M_{x \text{ ин}} = X_{d4 \text{ ин}} + z_p X_{d2 \text{ ин}}.$$

Подставив сюда значения (3.63), получим

$$M_{x \text{ ин}} = -\mu'_{44}\ddot{\theta} - \mu'_{24}\ddot{\eta}_G - \mu'_{24}z_p\ddot{\theta} - z_p(\mu'_{22}\ddot{\eta}_G + \mu'_{22}z_p\ddot{\theta} + \mu'_{42}\ddot{\theta}),$$

или

$$M_{x \text{ ин}} = -(\mu'_{44} + 2z_p\mu'_{24} + z_p^2\mu'_{22})\ddot{\theta} - (\mu'_{24} + z_p\mu'_{22})\ddot{\eta}_G.$$

Окончательно находим

$$\left. \begin{aligned} X_{d2 \text{ ин}} &= -\mu'_{22}\ddot{\eta}_G - \mu'_{24}\ddot{\theta}; \\ X_{d3 \text{ ин}} &= -\mu'_{33}\ddot{\xi}_G; \\ X_{d4 \text{ ин}} &= -(\mu'_{44} + z_p\mu'_{24})\ddot{\theta} - \mu'_{24}\ddot{\eta}_G; \\ M_{x \text{ ин}} &= -\mu'_{44}\ddot{\theta} - \mu'_{24}\ddot{\eta}_G, \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mu_{44} &= \mu'_{44} + 2z_p\mu'_{24} + z_p^2\mu'_{22}; \\ \mu_{24} &= \mu'_{24} + z_p\mu'_{22}; \\ \mu_{22} &= \mu'_{22}; \\ \mu_{33} &= \mu'_{33}. \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

Величины μ_{44} и μ_{24} определяют значения момента инерции и статического момента присоединенной массы относительно центральной продольной оси Gx .

Аналогичным путем могут быть получены формулы для демпфирующих гидродинамических сил:

$$\left. \begin{aligned} X_{d2 \text{ сопр}} &= -\dot{v}'_{22} v_2 - v'_{24} \dot{v}_4; \\ X_{d3 \text{ сопр}} &= -\dot{v}'_{33} v_3; \\ X_{d4 \text{ сопр}} &= -\dot{v}'_{44} v_4 - v'_{24} \dot{v}_2; \\ M_{x \text{ сопр}} &= X_{d4 \text{ сопр}} + z_p X_{d2 \text{ сопр}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

После подстановки значений v_m получаем

$$\begin{aligned} X_{d2 \text{ сопр}} &= -v'_{22} \dot{\eta}_G - (v'_{24} + z_p v'_{22}) \dot{\theta}; \\ X_{d3 \text{ сопр}} &= -v'_{33} \dot{\zeta}_G; \\ M_{x \text{ сопр}} &= -(\dot{v}'_{44} + 2z_p \dot{v}'_{24} + z_p^2 \dot{v}'_{22}) \dot{\theta} - (v'_{24} + z_p v'_{22}) \dot{\eta}_G; \end{aligned}$$

или

$$\left. \begin{aligned} X_{d2 \text{ сопр}} &= -v_{22} \dot{\eta}_G - v_{24} \dot{\theta}; \\ X_{d3 \text{ сопр}} &= -v_{33} \dot{\zeta}_G; \\ M_{x \text{ сопр}} &= -v_{44} \dot{\theta} - v_{24} \dot{\eta}_G. \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

Методы гидродинамической теории качки позволяют составить более полное представление о структуре гидродинамических сил сопротивления и инерционных силах, нежели это было возможно путем интуитивных соображений.

Полученные выражения для гидродинамических сил дают возможность составить дифференциальные уравнения поперечной качки корабля на тихой воде. На основании начала Даламбера имеем уравнение движения

$$\begin{aligned} \frac{D}{g} \ddot{\eta}_G &= X_{s2} + X_{d2 \text{ ин}} + X_{d2 \text{ сопр}}; \\ \frac{D}{g} \ddot{\zeta}_G &= X_{s3} + X_{d3 \text{ ин}} + X_{d3 \text{ сопр}} + D; \end{aligned}$$

$$J_x \ddot{\theta} = M_{xs} + M_{x \text{ ин}} + M_{x \text{ сопр}},$$

где X_{sj} , M_{xs} обозначают гидростатические силы:

$$\begin{aligned} X_{s2} &= 0; \\ X_{s3} &= -\gamma V_0 - \gamma S \zeta_G; \\ M_{xs} &= -D h_0 \dot{\theta}. \end{aligned}$$

Подставив в уравнения движения значения гидростатических и гидродинамических сил, находим

$$\frac{D}{g} \ddot{\eta}_G = -\mu_{22} \ddot{\eta}_G - \mu_{24} \ddot{\theta} - \nu_{22} \dot{\eta}_G - \nu_{24} \dot{\theta};$$

$$\frac{D}{g} \ddot{\xi}_G = D - \gamma V_0 - \gamma S \xi_G - \mu_{33} \ddot{\xi}_G - \gamma_{33} \dot{\xi}_G;$$

$$J_x \ddot{\theta} = -D h_0 \theta - \mu_{44} \ddot{\theta} - \mu_{24} \ddot{\eta}_G - \nu_{44} \dot{\theta} - \nu_{24} \dot{\eta}_G.$$

Перенеся все члены в левую сторону и произведя перегруппировку и сокращения, получим окончательно

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \mu_{22} \right) \ddot{\eta}_G + \nu_{22} \dot{\eta}_G + \mu_{24} \ddot{\theta} + \nu_{24} \dot{\theta} &= 0; \\ (J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + \nu_{44} \dot{\theta} + D h_0 \theta + \mu_{24} \ddot{\eta}_G + \nu_{24} \dot{\eta}_G &= 0; \\ \left(\frac{D}{g} + \mu_{33} \right) \ddot{\xi}_G + \nu_{33} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

Приведенные выше уравнения являются уравнениями первого приближения поперечной качки на тихой воде. Из рассмотрения их следует, что вертикальная качка корабля с двумя плоскостями симметрии совершается независимо от прочих видов качки. Уравнения поперечных горизонтальных колебаний и бортовой качки связаны между собой и образуют систему. Следовательно, бортовая качка всегда должна сопровождаться горизонтальными колебаниями центра тяжести корабля.

Перейдем к рассмотрению главной части возмущающих сил и моментов, для чего обратимся к выражению

$$X_j^* = \rho g e^{-i\sigma t} \iint_{\Omega} \varphi^* \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega. \quad (3.59)$$

Выражение это не содержит гидростатических компонентов, потому оно позволяет определить только гидродинамические составляющие. Гидростатические составляющие, связанные с изменением величины и формы погруженного объема мысленно закрепленного корабля, вследствие набегающих волн должны быть определены на основании дополнительных соображений.

При положении корабля лагом к волнению, распространяющемуся вдоль положительной оси Oy , курсовой угол равен $\varepsilon = -\frac{\pi}{2}$ (рис. 3.2), поэтому функция φ^* принимает вид

$$\varphi^* = e^{-kz + ik(x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon)} = e^{\kappa(iy - z)}$$

и тогда

$$X_j^* = \rho g e^{-i\sigma t} \iint_{\Omega} e^{-kz} e^{iky} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} d\Omega.$$

Преобразуем это выражение в тригонометрическую форму. Для этого введем множитель $e^{-i\sigma t}$ под знак интеграла и заменим

$$e^{i(ky - \sigma t)} = \cos(ky - \sigma t) + i \sin(ky - \sigma t).$$

Заметим также, что комплексная амплитуда

$$r = r_1 + ir_2.$$

После преобразований, аналогичных произведенным при рассмотрении потенциальной функции (3.47), и соответствующего изменения начала отсчета времени получаем

$$\begin{aligned} X_j^* &= \rho g r_0 \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} \cos(ky - \sigma t) d\Omega + \\ &+ i \rho g r_0 \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} \sin(ky - \sigma t) d\Omega. \end{aligned}$$

Оставляя в этом комплексном выражении только интересующую нас вещественную часть, имеем

$$X_j^* = \rho g r_0 \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} \cos(ky - \sigma t) d\Omega. \quad (3.69)$$

Для интересующих нас компонентов сил получаем

$$\begin{aligned} X_2^* &= \rho g r_0 \left[\cos \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \cos ky d\Omega + \right. \\ &\quad \left. + \sin \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \sin ky d\Omega \right]; \\ X_3^* &= \rho g r_0 \left[\cos \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} \cos ky d\Omega + \right. \\ &\quad \left. + \sin \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} \sin ky d\Omega \right]; \\ X_4^* &= \rho g r_0 \left[\cos \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} \cos ky d\Omega + \right. \\ &\quad \left. + \sin \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} \sin ky d\Omega \right]. \end{aligned}$$

Рассматривая выражение для X_2^* , напомним, что производная $\frac{\partial \varphi_2}{\partial n}$ является нечетной функцией по отношению к y ; функция $\cos ky$ — четная, поэтому подынтегральная функция в первом члене внутри квадратных скобок нечетная и значение интеграла от этой функции равно нулю. Это же относится к функции $\frac{\partial \varphi_4}{\partial n}$

и соответственно к первому слагаемому внутри квадратных скобок выражения X_4^* . Величина же $\frac{\partial \varphi_3}{\partial n}$ является четной функцией, поэтому в выражении для X_3^* второй член внутри квадратных скобок равен нулю. В результате находим:

$$X_2^* = \rho g r_0 \sin \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \sin ky \cos(n, y) d\Omega;$$

$$X_3^* = \rho g r_0 \cos \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} \cos ky \cos(n, z) d\Omega;$$

$$X_4^* = \rho g r_0 \sin \sigma t \int_{\Omega} \int e^{-kz} [y \cos(n, z) - z \cos(n, y)] \sin ky d\Omega.$$

Применяя преобразование Остроградского, получаем

$$X_2^* = \rho g r_0 \sin \sigma t \int \int \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial y} (e^{-kz} \sin ky) dV;$$

$$X_3^* = \rho g r_0 \cos \sigma t \int \int \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial z} (e^{-kz} \cos ky) dV;$$

$$X_4^* = \rho g r_0 \sin \sigma t \left[\int \int \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial z} (y e^{-kz} \sin ky) dV - \right. \\ \left. - \int \int \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial y} (e^{-kz} z \sin ky) dV \right].$$

Выполнив дифференцирование и заменив в формулах для гидродинамических сил $k = \frac{\sigma^2}{g}$, получим окончательно

$$\left. \begin{aligned} X_2^* &= \rho \sigma^2 r_0 A_2 \sin \sigma t; \\ X_3^* &= -\rho \sigma^2 r_0 A_2 \cos \sigma t; \\ X_4^* &= -\gamma \alpha_0 (B_2 + C_2) \sin \sigma t, \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \int \int \int_{V_0} e^{-kz} \cos ky dV; \\ B_2 &= \int \int \int_{V_0} e^{-kz} y \sin ky dV; \\ C_2 &= \int \int \int_{V_0} e^{-kz} z \cos ky dV; \end{aligned} \right\} \quad (3.71)$$

α_0 — наибольший угол волнового склона;
 γ — удельный вес воды.

Напомним, что X_4^* определяет момент гидродинамических сил относительно оси Ox , не являющейся центральной осью. Момент относительно центральной оси (рис. 3.7)

$$M_x^* = X_4^* + z_p X_2^*.$$

Подставляя сюда значения X_4^* и X_2^* и выполняя простые преобразования, находим

$$M_x^* = -\gamma \alpha_0 (B_2 + C_2 - z_p A_2) \sin \sigma t. \quad (3.72)$$

Приведем теперь выражения для гидростатических компонентов главной части возмущающей силы. Ранее было указано, что формулы (3.45) для этой цели недостаточны, поэтому приведем здесь без вывода выражения, полученные на основе теории А. Н. Крылова [7]:

$$\left. \begin{aligned} X_{s2}^* &= 0; \\ X_{s3}^* &= \gamma \int_S \zeta_n dS = \gamma r_0 a_2 \cos \sigma t; \\ X_{s4}^* &= \gamma \int_S y \zeta_n dS = \gamma \alpha_0 \frac{b_2}{k} \sin \sigma t, \end{aligned} \right\} \quad (3.73)$$

где S — площадь ватерлинии равновесия, а a_2 и $\frac{b_2}{k}$ обозначают интегралы

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= \int_S \int \cos ky dS; \\ b_2 &= \int_S \int y \sin ky dS. \end{aligned} \right\} \quad (3.74)$$

Отбрав все члены главной части из выражений (3.70), (3.72) и (3.74), получим суммарные окончательные формулы

$$\left. \begin{aligned} X_2^* &= \rho \sigma^2 r_0 A_2 \sin \sigma t; \\ X_3^* &= \gamma r_0 (a_2 - k A_2) \cos \sigma t; \\ M_x^* &= \gamma \alpha_0 \left(\frac{b_2}{k} - B_2 - C_2 + z_p A_2 \right) \sin \sigma t. \end{aligned} \right\} \quad (3.75)$$

Эти формулы точно совпадают с формулами, полученными на основе общей теории качки А. Н. Крылова для рассматриваемого случая.

Для практических расчетов эти формулы обычно приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} X_2^* &= \gamma k \kappa_\eta r_0 V_0 \sin \sigma t; \\ X_3^* &= \gamma \kappa_\zeta r_0 S \cos \sigma t; \\ M_x^* &= D h_0 \kappa_\theta \alpha_0 \sin \sigma t, \end{aligned} \right\} \quad (3.76)$$

где κ_η , κ_ζ и κ_θ — поправочные коэффициенты;

$$\left. \begin{aligned} \kappa_\eta &= \frac{A_2}{V_0}; \\ \kappa_\zeta &= \frac{a_2 - k A_2}{S}; \\ \kappa_\theta &= \frac{1}{V_0 h_0} \left(\frac{b_2}{k} - B_2 - C_2 + z_p A_2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.77)$$

Формулы (3.77) для определения поправочных коэффициентов к главной части являются наиболее точными, но требуют довольно трудоемких вычислений. Обычно поправочные коэффициенты вычисляются по различным приближенным схемам и графикам (соответствующие данные приведены в § 15).

Перейдем к рассмотрению выражений для дифракционной части возмущающих сил. Полагая в формуле (3.57) $\varepsilon = -\frac{\pi}{2}$, получаем

$$X_{0j} = -\rho g k r_0 e^{-i\sigma t} \int_{\Omega} \varphi^* \varphi_j \left(i \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} \right) d\Omega, \quad (3.78)$$

или

$$X_{0j} = \rho g k r_0 e^{-i\sigma t} \int_{\Omega} \varphi_j \left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial n} - i \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \right) e^{k(iy-z)} d\Omega. \quad (3.79)$$

Не приводя громоздких выкладок, напомним здесь окончательные выражения, которыми могут быть представлены дифракционные компоненты в рассматриваемом случае качки:

$$\left. \begin{aligned} X_{02} &= \mu_{22}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{22}^0 \dot{\eta}_B + \mu_{24}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{24}^0 \dot{\alpha}; \\ X_{03} &= \mu_{33}^0 \ddot{\zeta}_B + \nu_{33}^0 \dot{\zeta}_B; \\ M_x^0 &= \mu_{44}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{44}^0 \dot{\alpha} + \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{24}^0 \dot{\eta}_B, \end{aligned} \right\} \quad (3.80)$$

где μ_{mj}^0 и ν_{mj}^0 — дифракционные присоединенные массы и коэффициенты демпфирования, имеющие ту же размерность;

η_B и ζ_B — координаты частицы волны в ее орбитальном движении;

α — мгновенный угол волнового склона.

Дифракционные присоединенные массы и коэффициенты демпфирования могут быть выражены через обычные с применением безразмерных поправочных коэффициентов:

$$\mu_{mj}^0 = \kappa_{mj}'' \mu_{mj};$$

$$\nu_{mj}^0 = \kappa_{mj}' \nu_{mj}.$$

При действии на судно относительно длинных волн значения поправочных коэффициентов близки к единице.

Напишем теперь дифференциальные уравнения качки корабля в положении лагом к волне. Для этого уравнения (3.68) качки на тихой воде нужно дополнить в правой части членами, выражающими главную (3.76) и дифракционную (3.80) части возмущающей силы.

Выполняя это, находим

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{D}{g} + \mu_{22} \right) \ddot{\eta}_G + \nu_{22} \dot{\eta}_G + \mu_{24} \ddot{\theta} + \nu_{24} \dot{\theta} = \\ & = k \kappa_{\eta} r_0 \gamma V_0 \sin \sigma t + \mu_{22}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{22}^0 \dot{\eta}_B + \mu_{24}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{24}^0 \dot{\alpha}; \\ & (J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + \nu_{44} \dot{\theta} + D h_0 \theta + \mu_{24} \ddot{\eta}_G + \nu_{24} \dot{\eta}_G = \\ & = D h_0 \kappa_{\theta} \alpha_0 \sin \sigma t + \mu_{44}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{44}^0 \dot{\alpha} + \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{24}^0 \dot{\eta}_B; \\ & \left(\frac{D}{g} + \mu_{33} \right) \ddot{\zeta}_G + \nu_{33} \dot{\zeta}_G + \gamma S \zeta_G = \\ & = \kappa_{\zeta} r_0 \gamma S \cos \sigma t + \mu_{33}^0 \ddot{\zeta}_B + \nu_{33}^0 \dot{\zeta}_B. \end{aligned} \right\} \quad (3.81)$$

В инженерных расчетах наибольший интерес представляет обычно уравнение бортовой качки. Замечая, что $\alpha = \alpha_0 \sin \sigma t$, $\dot{\alpha} = \alpha_0 \sigma \cos \sigma t$ и $\ddot{\alpha} = -\alpha_0 \sigma^2 \sin \sigma t$, перепишем его в виде

$$\begin{aligned} (J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + \nu_{44} \dot{\theta} + D h_0 \theta &= (D h_0 \kappa_{\theta} - \mu_{44}^0 \sigma^2) \alpha_0 \sin \sigma t + \\ &+ \nu_{44}^0 \alpha_0 \sigma \cos \sigma t + \{ \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B - \mu_{24} \ddot{\eta}_G \} + \{ \nu_{24}^0 \dot{\eta}_B - \nu_{24} \dot{\eta}_G \}. \end{aligned}$$

В случае качки на регулярном волнении корабль вовлекается в орбитальное движение, поэтому $\eta_G \cong \eta_B$. При этом члены внутри фигурных скобок в правой части имеют противоположные знаки и практически взаимно компенсируют друг друга, вследствие чего ими можно пренебречь. В этом случае уравнение бортовой качки принимает вид

$$\begin{aligned} (J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + \nu_{44} \dot{\theta} + D h_0 \theta &= (D h_0 \kappa_{\theta} - \mu_{44}^0 \sigma^2) \alpha_0 \sin \sigma t + \\ &+ \nu_{44}^0 \alpha_0 \sigma \cos \sigma t. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Если качка совершается на нерегулярном волнении, то корабль практически не вовлекается в орбитальное движение, поэтому можно положить $\eta_G = \dot{\eta}_G = \ddot{\eta}_G = 0$. Тогда дифференциальное уравнение для определения передаточной функции бортовой качки следует применять в виде

$$(J_x + \mu_{44})\ddot{\theta} + v_{44}\dot{\theta} + Dh_0\theta = (\kappa_0 Dh_0 - \mu_{44}^0 \sigma^2) \alpha_0 \sin \sigma t + \\ + v_{44}^0 \alpha_0 \sigma \cos \sigma t + \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B + v_{24}^0 \dot{\eta}_B. \quad (3.83)$$

Если в уравнении (3.82) положить $\mu_{44} \cong \mu_{44}^0 = \Delta J_x$, $v_{44} = v_{44}^0 = 2N$ и $\kappa_0 = 1$ (т. е. считать, что мы рассматриваем бортовую качку малого по сравнению с длиной волн корабля), то, исходя из не вполне строгих допущений, это уравнение можно превратить в выведенное выше уравнение (2.90) при условии, что $\alpha_m = \alpha_0$. Это уравнение подробно рассматривается в главе II.

Линейная теория продольной качки корабля

§ 25. Постановка задачи

Условия продольной качки корабля на волнении существенно отличаются от условий его бортовой качки. Главное различие состоит в невозможности применения при продольной качке допущения о малости размеров корабля по сравнению с размерами волн. При положении корабля во время продольной качки в разрез гребням волн длина его представляет величину того же порядка, что и длина волны. Поэтому пренебрежение кривизной волны на протяжении объема подводной части корабля в случае продольной качки совершенно недопустимо. Кроме того, продольная качка в большей мере зависит от скорости хода корабля, нежели его бортовая качка при положении лагом к волне.

Автором первой теории продольной качки корабля на волнении является А. Н. Крылов [31, 32]. Его теория была признана классической и послужила отправным пунктом для всех последующих исследований в области продольной качки. В основе теории А. Н. Крылова лежит гипотеза о независимости поля гидродинамического давления в волне от качающегося корабля. Эта гипотеза позволила А. Н. Крылову учесть влияние размеров и формы корпуса корабля на элементы его продольной качки, но исключила из рассмотрения влияние гидродинамических сил — демпфирующих и инерционных. Для учета действия гидродинамических сил уравнения качки, составленные на основе теории А. Н. Крылова, должны быть дополнены соответствующими членами.

При составлении дифференциальных уравнений продольной качки будем руководствоваться теорией А. Н. Крылова и, кроме того, будем полагать справедливым принцип наложения и гипотезу плоского обтекания. Согласно принципу наложения, или суперпозиции, отдельные категории действующих на корабль гидродинамических сил могут рассматриваться как независимые друг от друга. Справедливость принципа наложения обосновывается гидродинамической теорией качки при условии достаточной малости отклонений, скоростей и ускорений корабля и малости набегающих волн, а также материалами модельных экспериментов.

Результирующие гидродинамических сил, действующих на различные участки длины корабля, неодинаковы. Для приближенного их суммирования можно принять гипотезу плоского обтекания, т. е. предположить, что плоскости действия всех видов гидродинамических сил, определяющих процесс качки, параллельны плоскости мидель-шпангоута. При таком предположении величины главного вектора и главного момента действующих сил могут быть получены путем суммирования их сил и их моментов, вычисленных для отдельных элементарных отсеков корабля.

При составлении дифференциальных уравнений продольной качки будем предполагать:

— отклонения корабля от положения равновесия, а также скорости и ускорения колебаний малыми, так что можно пренебречь их произведениями и степенями выше первого порядка;

— обводы корабля в пределах изменения ватерлинии прямыми.

В соответствии с принятым методом исследования мысленно выделим двумя близкими поперечными сечениями элементарный отсек качающегося корабля и будем последовательно рассматривать действующие на него силы. Первоначально положим, что в самом простом случае качка совершается на тихой воде и корабль не имеет хода. Затем перейдем к значительно более сложному случаю качки на тихой воде при наличии хода и установим структуру действующих сил. Далее перейдем к рассмотрению возмущающих сил, создаваемых действием волнения и, наконец, к составлению и решению уравнений продольной качки.

§ 26. Силы воздействия воды на элементарный отсек при качке корабля на тихой воде без хода. Уравнения продольной качки

Предположим для простоты центр тяжести G корабля лежащим в плоскости накрашенной ватерлинии и примем его за начало связанной с кораблем системы координат $Gxyz$. Оси x , y , z считаем совпадающими с главными осями инерции корабля, причем ось Gx считаем направленной в нос и совпадающей с плоскостью ватерлинии. Ось Gy , как обычно, направлена на правый борт, ось Gz — вниз. Оси неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$ примем совпадающими с осями подвижной системы в положении покоя.

Предположим, что в рассматриваемый момент времени корабль принял положение, изображенное на рис. 4.1. Центр тяжести G получил малое поступательное перемещение ζ_G и корабль повернулся вокруг оси Gy на малый угол ψ , положительный при дифференте на нос. Вследствие малости угла наклона ψ в дальнейшем всюду принимаем $\cos \psi \cong 1$ и $\sin \psi \cong \psi$.

Выделим элементарный отсек корпуса на расстоянии x от начала координат и рассмотрим действующие на него силы давления воды.

Равнодействующая сила гидростатического давления, или сила поддержания отсека, равна весу воды в объеме погруженной части отсека. Обозначим объем отсека по накрашенную ватерлинию $dV_0 = \omega dx$, где ω — площадь погруженной части шпангоута по накрашенную ватерлинию. В рассматриваемый момент времени отсек получил добавочное погружение

$$\zeta = \zeta_G + x\psi. \quad (4.1)$$

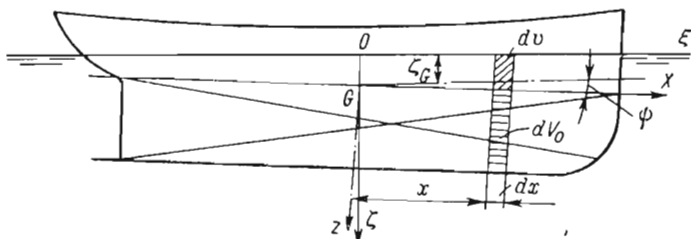


Рис. 4.1

В соответствии с этим его погруженный объем получил приращение

$$dv = 2y (\zeta_G + x\psi).$$

Полная величина силы поддержания элементарного отсека

$$dQ_{\text{под}} = -\gamma (dV_0 + dv) = -\gamma\omega dx - \gamma 2y (\zeta_G + x\psi) dx. \quad (4.2)$$

Гидродинамические силы, действующие на элементарный отсек, согласно выводам гидродинамической теории качки, определяются выражением

$$dQ_r = - [\nu_{33}(x) \dot{\zeta} + \mu_{33}(x) \ddot{\zeta}] dx, \quad (4.3)$$

где $\nu_{33}(x)$ — коэффициент демпфирования, а $\mu_{33}(x)$ — присоединенная масса, приходящиеся на единицу длины горизонтального бесконечно длинного цилиндра, плавающего на поверхности воды, имеющего ту же форму поперечного сечения, что и рассматриваемый элементарный отсек, и совершающего вертикальные колебания. Оба множителя $\nu_{33}(x)$ и $\mu_{33}(x)$ зависят от размеров и формы элементарного отсека и от частоты совершаемых колебаний.

Помимо поступательного вертикального перемещения ζ , элементарный отсек поворачивается на угол ψ так, что плоскость шпангоута составляет угол ψ с вертикальной плоскостью. Однако влияние этого углового перемещения на гидродинамические силы весьма мало и им можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем воз-

действие килевой качки ψ будет учитываться лишь в той мере, в какой оно влияет на величину вертикальных перемещений, скоростей и ускорений элементарного отсека.

Дифференцируя выражение (4.1) по времени, подставляя в формулу (4.3) и опуская для краткости индексы при $v_{33}(x)$ и $\mu_{33}(x)$, получаем

$$dQ_r = -v(x)(\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi})dx - \mu(x)(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi})dx. \quad (4.4)$$

Обозначая через $P(x)dx$ вес рассматриваемого отсека и замечая, что сила инерции его массы

$$dQ_{ин} = -\frac{P(x)}{g}(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi})dx, \quad (4.5)$$

напишем сумму всех сил, действующих на элементарный отсек при качке корабля на тихой воде без хода:

$$\begin{aligned} \sum dQ = & \left[P(x) - \gamma\omega - \gamma 2y(\zeta_G + x\psi) - v(x)(\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi}) - \right. \\ & \left. - \mu(x)(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) - \frac{P(x)}{g}(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) \right] dx. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Выражение в квадратных скобках определяет интенсивность поперечной нагрузки, действующей на единицу длины корабля. Некоторые компоненты поперечной нагрузки, например силы веса или гидростатические силы поддержания, действуют параллельно оси $O\zeta$; другие же, например силы сопротивления, или инерционные, направлены параллельно оси Gz . Однако вследствие малости угла ψ и равенства $\cos \psi \cong 1$ эти силы можно приближенно считать параллельными между собой.

Статический момент всех сил, действующих на элементарный отсек,

$$\begin{aligned} \sum d\mathfrak{M} = x \sum dQ = x \left[P(x) - \gamma\omega - \gamma 2y(\zeta_G + x\psi) - \right. \\ \left. - v(x)(\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi}) - \mu(x)(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) - \frac{P(x)}{g}(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) \right] dx. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Помимо приведенных в выражениях (4.6) и (4.7) сил и моментов, на рассматриваемый элементарный отсек действуют еще внутренние силы, создаваемые воздействием на него смежных элементарных отсеков. Однако при интегрировании для корабля в целом эти внутренние силы взаимно сокращаются, не оказывая влияния на процесс качки, и потому не учитываются.

Выражения (4.6) и (4.7) содержат все виды действующих сил, включая силы веса отсека и инерции его массы, поэтому для

корабля в целом они должны взаимно уравновешиваться, т. е. интегралы по длине корабля от выражений (4.6) и (4.7) должны равняться нулю:

$$\int_{L_n}^{-L_k} \left[P(x) - \gamma\omega - \gamma 2y (\zeta_G + x\psi) - v(x) (\dot{\zeta}_G + \dot{x}\dot{\psi}) - \right. \\ \left. - \mu(x) (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) - \frac{P(x)}{g} (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) \right] dx = 0; \quad (4.8)$$

$$\int_{L_n}^{-L_k} x \left[P(x) - \gamma\omega - \gamma 2y (\zeta_G + x\psi) - v(x) (\dot{\zeta}_G + \dot{x}\dot{\psi}) - \right. \\ \left. - \mu(x) (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) - \frac{P(x)}{g} (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi}) \right] dx = 0. \quad (4.9)$$

где L_n — длина носовой, а L_k — длина кормовой оконечности корабля, считая от центра его тяжести*.

Рассматривая почленно интегралы, замечаем, что они имеют следующий смысл для корабля в целом:

$$\int_{L_n}^{-L_k} P(x) dx = D \text{ — весовое водоизмещение;}$$

$$\int_{L_n}^{-L_k} xP(x) dx = 0 \text{ — статический момент веса корабля относительно центра тяжести;}$$

$$\int_{L_n}^{-L_k} \gamma\omega dx = \gamma V_0 \text{ — сила поддержания в положении равновесия;}$$

$$\int_{L_n}^{-L_k} \gamma 2y \zeta_G dx = \gamma \zeta_G S, \text{ где } S \text{ — площадь ватерлинии;}$$

$$\int_{L_n}^{-L_k} \gamma 2yx\psi dx = \gamma S l \psi, \text{ где } S l \text{ — статический момент площади}$$

ватерлинии относительно сечения, проходящего через центр тяжести;

l — расстояние центра тяжести площади ватерлинии от центра тяжести;

* Так как нумерация шпангоутов ведется обычно от носа к корме, за нижний предел интегрирования принята абсцисса L_n носового перпендикуляра, а за верхний — абсцисса L_k кормового.

$$\int_{L_H}^{-L_K} v(x) \dot{\xi}_G dx = v_{\xi} \dot{\xi}_G, \text{ где } \int_{L_H}^{-L_K} v(x) dx = v_{\xi} — \text{коэффициент}$$

сопротивления вертикальной качке;

$$\int_{L_H}^{-L_K} x v(x) \dot{\psi} dx = \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x v(x) dx = \dot{\psi} v_{\xi\psi}, \text{ где } v_{\xi\psi} — \text{коэффициент}$$

сопротивления качке, учитывающий взаимное влияние вертикальной и килевой качки;

$$\int_{L_H}^{-L_K} \mu(x) \ddot{\xi}_G dx = \ddot{\xi}_G \int_{L_H}^{-L_K} \mu(x) dx = \ddot{\xi}_G \mu_{\xi}, \text{ где } \mu_{\xi} = \Delta M — \text{при-}$$

соединенная масса воды при вертикальной качке;

$$\int_{L_H}^{-L_K} x \mu(x) \ddot{\psi} dx = \ddot{\psi} \mu_{\xi\psi}, \text{ где } \mu_{\xi\psi} = \Delta M x_1 — \text{статический момент}$$

присоединенной массы относительно плоскости yGz ;

$$\int_{L_H}^{-L_K} \frac{P(x)}{g} \ddot{\xi}_G dx = \ddot{\xi}_G \frac{D}{g}, \text{ где } \frac{D}{g} — \text{масса корабля};$$

$$\int_{L_H}^{-L_K} x \frac{P(x)}{g} \ddot{\psi} dx = \frac{1}{g} \ddot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x P(x) dx = 0$$

$$\int_{L_H}^{-L_K} \gamma x \omega dx = \gamma \int_{L_H}^{-L_K} x \omega dx = 0 \text{ (в положении равновесия ЦТ}$$

и ЦВ лежат на одной вертикали);

$$\int_{L_H}^{-L_K} \gamma 2yx^2 \psi dx = \gamma \psi I_{Gy}, \text{ где } 2 \int_{L_H}^{-L_K} x^2 y dx = I_{Gy} — \text{момент инер-}$$

ции площади ватерлинии относительно оси Gy ;

$$\int_{L_H}^{-L_K} v(x) x^2 \dot{\psi} dx = \dot{\psi} v_{\psi}, \text{ где } \int_{L_H}^{-L_K} x^2 v(x) dx = v_{\psi} — \text{коэффициент}$$

сопротивления (демпфирования) килевой качки;

$$\int_{L_H}^{-L_K} \mu(x) x^2 \ddot{\psi} dx = \ddot{\psi} \Delta J_y, \text{ где } \int_{L_H}^{-L_K} x^2 \mu(x) dx = \mu_{\psi} = \Delta J_y — \text{при-}$$

соединенный момент инерции массы воды;

$\int_{L_H}^{-L_K} \frac{P(x)}{g} x^2 \ddot{\psi} dx = J_y \ddot{\psi}$, где $\frac{1}{g} \int_{L_H}^{-L_K} x^2 P(x) dx = J_y$ — момент инерции массы корабля.

Подставив приведенные обозначения в выражения (4.8) и (4.9), получим дифференциальные уравнения качки

$$\begin{aligned} D - \gamma V_0 - \gamma S \zeta_G - \gamma S l \psi - \\ - v_{\xi} \dot{\xi}_G - v_{\xi \psi} \dot{\psi} - \Delta M \dot{\xi}_G - \Delta M x_1 \ddot{\psi} - \frac{D}{g} \ddot{\xi}_G = 0; \\ - \gamma S l \dot{\xi}_G - \gamma I_{Gy} \ddot{\psi} - v_{\xi \psi} \dot{\xi}_G - v_{\psi} \dot{\psi} - \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G - \Delta J_y \ddot{\psi} - \\ - J_y \ddot{\psi} = 0. \end{aligned} \quad (4.10)$$

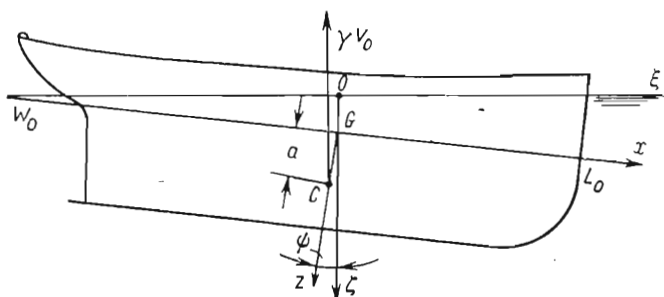


Рис. 4.2

Но в положении равновесия $\gamma V_0 = D$, поэтому первые два члена в первом уравнении (4.10) взаимно сокращаются. Второе уравнение (4.10) можно дополнить членом, представляющим статический момент основной части силы поддержания γV_0 относительно центра тяжести (рис. 4.2). Величина этого момента равна $\gamma V_0 a \psi$, где a — возвышение центра тяжести корабля над его центром величины. Вводя этот член и группируя его с $\gamma I_{Gy} \ddot{\psi}$, получаем

$$\begin{aligned} - \gamma I_{Gy} \ddot{\psi} + \gamma V_0 a \psi &= - \gamma V_0 \left(\frac{I_{Gy}}{V_0} - a \right) \ddot{\psi} = \\ &= D (R_G - a) \ddot{\psi} = - D H \ddot{\psi}, \end{aligned}$$

где R_G — продольный метацентрический радиус;

H — продольная метацентрическая высота.

Производя указанные преобразования и меняя у всех членов знаки на обратные, получаем после перегруппировки членов окончательный вид дифференциальных уравнений продольной качки корабля на тихой воде без хода:

уравнение вертикальной качки

$$\left(\frac{D}{g} + \Delta M\right) \ddot{\xi}_G + v_{\xi} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G + \Delta M x_1 \ddot{\psi} + v_{\xi\psi} \dot{\psi} + \gamma S l \psi = 0; \quad (4.11)$$

уравнение килевой качки

$$(J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + v_{\psi} \dot{\psi} + DH\psi + \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G + v_{\xi\psi} \dot{\xi}_G + \gamma S l \xi_G = 0. \quad (4.12)$$

Учет дополнительного момента $Da\psi$ практически не влияет на точность расчета вследствие малости продольной остойчивости веса по сравнению с продольной остойчивостью формы. Поэтому уравнение килевой качки можно применять в виде

$$(J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + v_{\psi} \dot{\psi} + DR_G\psi + \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G + v_{\xi\psi} \dot{\xi}_G + \gamma S l \xi_G = 0. \quad (4.13)$$

Для корабля с симметричными обводами корпуса и с симметричным распределением нагрузки относительно мидель-шпангоута его центр тяжести и, следовательно, координатная плоскость yGz располагаются в плоскости мидель-шпангоута. В этом случае $l = x_1 = v_{\xi\psi} = 0$, и уравнения качки разделяются на уравнение вертикальной качки

$$\left(\frac{D}{g} + \Delta M\right) \ddot{\xi}_G + v_{\xi} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G = 0 \quad (4.14)$$

и уравнение килевой качки

$$(J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + v_{\psi} \dot{\psi} + DH\psi = 0. \quad (4.15)$$

Перейдем теперь к составлению уравнений продольной качки корабля на тихой воде при наличии скорости хода.

§ 27. Продольная качка корабля на тихой воде при наличии хода

Рассмотрим силы, действующие на корабль, и структуру дифференциальных уравнений продольной качки на тихой воде при наличии хода с постоянной горизонтальной скоростью v_0 . Заметим прежде всего, что наличие постоянной скорости хода не может повлиять на некоторые категории сил — такие, как силы веса, инерции массы самого корабля и гидростатические силы поддержания. Поэтому в настоящем параграфе достаточно ограничиться рассмотрением гидродинамических сил. Заметим также, что наличие умеренной скорости хода не препятствует применению гипотезы плоского обтекания, хотя траектории жидких частиц, обтекающих корпус, очевидно, не могут при ходе

корабля быть параллельными плоскости мидель-шпангоута. Тем не менее эксперимент показывает, что влияние хода на основные гидродинамические характеристики — такие, как присоединенные массы, коэффициенты демпфирования, а также амплитуды качки, — пренебрежимо мало, если только вследствие хода не меняется частота колебаний корабля. Это позволяет условно считать, что, как и в случае отсутствия хода, скорости жидких частиц параллельны плоскостям шпангоутов и что уравнение Лапласа, выражающее условие неразрывности жидкости, имеет вид

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} = 0.$$

Вообразим себе (рис. 4.3, а) погруженное в жидкую среду длинное цилиндрическое тело, имеющее поступательную скорость v_0 и совершающее малую вертикальную и килевую качку вокруг некоторого связанного с телом полюса O . Выделим в жидкой среде двумя близкими поперечными плоскостями неподвижную в пространстве область жидкости на мгновенном расстоянии $\sim x$ от полюса O и рассмотрим жидкую частицу M внутри этой области.

Согласно сделанным предположениям, скорость частицы должна быть параллельна ограничивающим ее плоскостям. Очевидно, что скорость возмущенного движения частицы M , а следовательно, и давление в соответствующей точке жидкости должны зависеть от скорости вертикальной и килевой качки, а также от того обстоятельства, что вследствие наличия поступательной скорости полюса O расстояние x является переменной величиной и в случае, изображенном на рис. 4.3, а, непрерывно убывает.

Вообразим теперь, что вместо цилиндрического тела то же самое движение и при точно таком же расположении полюса, осей и точки M совершает удлиненное, но не цилиндрическое тело (рис. 4.3, б) с меняющимся по длине поперечным сечением. Очевидно, что на скорость частицы M и на гидродинамическое давление в соответствующей точке, помимо перечисленных факторов, должно оказывать влияние непрерывное изменение поперечного сечения качающегося тела, проходящего со скоростью v_0 через выделенную область.

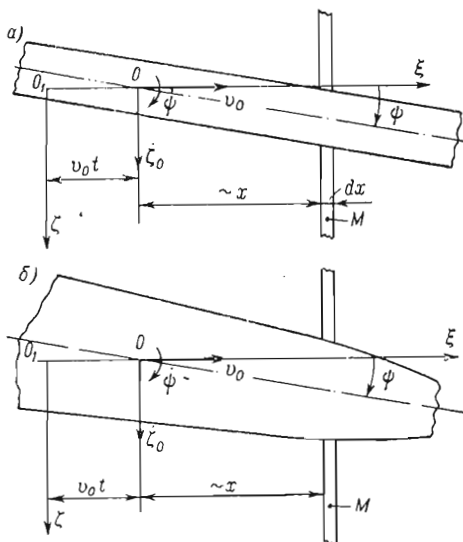


Рис. 4.3

Все эти факторы должны быть учтены при определении гидродинамических сил, действующих на качающийся корабль, и при составлении дифференциальных уравнений продольной качки. Для последующего достаточно рассмотреть лишь один компонент гидродинамического давления, определяемый формулой

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t}, \quad (4.16)$$

где Φ — потенциал скорости возмущенного движения воды, создаваемого продольной качкой;

ρ — массовая плотность воды.

При определении гидродинамических сил потенциал скоростей более удобно выражать в подвижной системе координат $Gxyz$, перемещающейся вдоль оси $O\xi$ вместе с судном с постоянной поступательной скоростью v_0 .

Формулы преобразования координат от неподвижной системы $O\xi\eta\zeta$ к подвижной $Gxyz$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi - v_0 t; \\ y &= \eta; \\ z &= \zeta. \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

Поэтому, если потенциал скоростей выражен функцией $\Phi(x, y, z, t)$, то частную производную по времени следует брать с учетом того, что координата x сама является функцией времени. Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \\ &= \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} - v_0 \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x}, \end{aligned}$$

и гидродинамическое давление должно вычисляться по формуле

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} - v_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right). \quad (4.18)$$

Соответственно изменится и выражение вертикальной составляющей $\dot{\xi} \cong v_z$ скорости элементарного отсека. Действительно, дифференцируя выражение (4.1) по времени, получаем

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_G + \dot{x}\psi - v_0\psi = v_z. \quad (4.19)$$

Выражение (4.19) учитывает непрерывное изменение величины x и представляет собой скорость перемещения элементарного отсека в направлении оси Gz относительно спокойной жидкости,

Поэтому потенциал скоростей вызванного движения жидкости может быть записан следующим образом (см. § 21):

$$\Phi(x, y, z, t) = v_z \varphi_3(x, y, z) = (\xi_G + x\dot{\psi} - v_0\psi) \varphi_3 \times \\ \times (x, y, z), \quad (4.20)$$

где $\varphi_3(x, y, z)$ — гармоническая функция, соответствующая установившимся малым гармоническим колебаниям в направлении оси Gz с единичной амплитудой скорости воображаемого бесконечно длинного горизонтального цилиндра с поперечным сечением, имеющим форму шпангоута. В связи с тем, что все сечения такого воображаемого цилиндра, перпендикулярные оси Gx , одинаковые, второй член в формуле (4.18) для гидродинамического давления должен вычисляться с учетом равенства нулю частной производной $\frac{\partial \psi_3}{\partial x}$. Поэтому при строго последовательном применении гипотезы плоского обтекания, предполагающей независимый характер обтекания каждого отсека, компонент гидродинамического давления, связанный с этой частной производной, не должен учитываться. Вид функции φ_3 предполагается известным из решения методами теоретической гидродинамики соответствующей плоской задачи.

При отнесении полученной на основании указанных соображений функции φ_3 к кораблю ее все же нельзя считать не зависящей от x , так как она меняется с изменением размеров и формы шпангоутного сечения и, следовательно, зависит от положения элементарного отсека по длине корабля. В связи с этим в настоящее время гипотезу плоского обтекания дополняют путем удержания членов гидродинамического давления, связанных с указанной частной производной [42; 52; 53; 98]. Такой прием для учета пространственного характера обтекания является приближенным.

Интенсивность вызванной качкой гидродинамической поперечной нагрузки на корпус корабля определяется формулой

$$Q(x) = - \int_s p \cos(n, z) ds,$$

где s — контур шпангоута, имеющего абсциссу x .

Подставляя значение p по формуле (4.18), получаем

$$Q(x) = \rho \int_s \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} - v_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \cos(n, z) ds,$$

или, принимая во внимание выражение (4.20) и что $\frac{dx}{dt} = -v_0$, получим

$$Q(x) = \rho (\ddot{\xi}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) \int_s \varphi_3 \cos(n, z) ds - \\ - \rho v_0 (\dot{\xi}_G + x\dot{\psi} - v_0\psi) \int_s \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} \cos(n, z) ds. \quad (4.21)$$

На основании гидродинамической теории качки первый интеграл выражения (4.21) может быть представлен в виде [см. выражение (3.51)]

$$\begin{aligned} \rho \int_s \varphi_3 \cos(n, z) ds &= \rho \int_s \varphi_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} ds = \\ &= -C_{33} = - \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right], \end{aligned} \quad (4.22)$$

где i — мнимая единица;
 σ — частота качки (см. § 23);
 $\mu_{33}(x)$ — присоединенная масса;
 $v_{33}(x)$ — коэффициент сопротивления, приходящегося на единицу длины корабля.

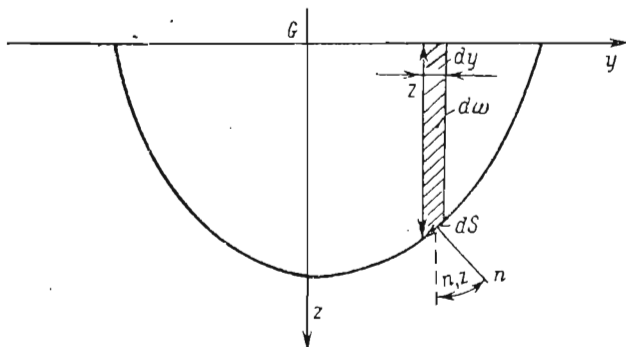


Рис. 4.4

Для приближенного вычисления другого интеграла будем предполагать, что на контуре шпангоута имеет место равенство

$$\varphi_3(x, y, z) = \frac{z}{\rho \omega} \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right], \quad (4.23)$$

где z — аппликата контура шпангоута (рис. 4.4).

Это равенство не является строгим, но оно соответствует формуле (4.22). Действительно, подставив выражение (4.23) в формулу (4.22), получим

$$\begin{aligned} \rho \int_s \varphi_3 \cos(n, z) ds &= \int_s \frac{z}{\omega} \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right) \cos(n, z) ds = \\ &= \frac{1}{\omega} \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right) \int_s z \cos(n, z) ds. \end{aligned}$$

Но согласно рис. 4.4

$$ds \cos(n, z) = -dy; \quad z dy = d\omega;$$

$$\int_s z \cos(n, z) ds = - \int_s z dy = -\omega,$$

следовательно

$$\int_s \frac{z}{\omega} \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right) \cos(n, z) ds = - \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right).$$

Для определения другого интеграла выражения (4.21) необходимо сначала вычислить значения на контуре шпангоута частной производной $\frac{\partial \varphi_3}{\partial x}$. Для этого следует продифференцировать по x получаемое методами теоретической гидродинамики выражение функции $\varphi_3(x, y, z)$ для жидкой среды, считая координаты y и z постоянными, и затем подставить в него значения этих координат, отвечающие точкам контура. В результате выражение для частной производной на контуре может быть приведено к виду

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial x_{\text{на } s}} = \frac{z}{\rho \omega} \frac{d}{dx} \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right]. \quad (4.24)$$

Тогда другой интеграл выражения (4.21) будет

$$\begin{aligned} I &= \int_s \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} \cos(n, z) ds = \\ &= \frac{1}{\rho} \int_s \frac{z}{\omega} \frac{d}{dx} \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right] \cos(n, z) ds. \end{aligned}$$

При его вычислении величине z придается смысл координаты точки контура, значения же ω , $\mu_{33}(x)$, $v_{33}(x)$ и их производные по x являются для всех точек данного контура постоянными. Поэтому можно написать

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\rho \omega} \frac{d}{dx} \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right] \int_s z \cos(n, z) ds = \\ &= - \frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} \left[\mu_{33}(x) - \frac{i}{\sigma} v_{33}(x) \right]. \end{aligned} \quad (4.25)$$

На основании изложенного гидродинамическая нагрузка, обусловленная продольной качкой корабля при ходе на тихой воде, определяется выражением

$$\begin{aligned} Q(x) &= -(\ddot{\xi}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right) + \\ &+ v_0(\dot{\xi}_G + x\dot{\psi} - v_0\psi) \frac{d}{dx} \left(\mu_{33} - \frac{i}{\sigma} v_{33} \right). \end{aligned} \quad (4.26)$$

При представлении величин ζ_G и ψ в комплексных функциях имеют место соотношения

$$\dot{\zeta}_G = \zeta_0 e^{i\sigma t}; \quad \ddot{\zeta}_G = i\sigma \zeta_0 e^{i\sigma t} = i\sigma \zeta_G; \quad \ddot{\zeta}_G = i\sigma \dot{\zeta}_G;$$

$$\dot{\psi} = i\sigma \psi; \quad \ddot{\psi} = i\sigma \dot{\psi},$$

в которых следует учитывать только вещественную часть.

Принимая их во внимание, преобразуем далее формулу (4.26) и составим выражение для поперечной гидродинамической нагрузки, приходящейся на элементарный отсек

$$\begin{aligned} Q(x) dx = & \left[-(\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) \mu_{33} + \right. \\ & + \frac{i}{\sigma} v_{33} (i\sigma \dot{\zeta}_G + x i\sigma \dot{\psi} - 2v_0 i\sigma \psi) + \\ & + v_0 (\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} - v_0 \psi) \frac{d\mu_{33}}{dx} - \\ & \left. - v_0 \frac{i}{\sigma} \frac{dv_{33}}{dx} \left(i\sigma \dot{\zeta}_G + x i\sigma \dot{\psi} - v_0 \frac{\dot{\psi}}{i\sigma} \right) \right] dx = \\ = & \left[-\mu_{33} (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) - v_{33} (\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} - 2v_0\psi) + \right. \\ & + v_0 \frac{d\mu_{33}}{dx} (\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} - v_0\psi) + \\ & \left. + v_0 \frac{dv_{33}}{dx} \left(\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} + \frac{v_0}{\sigma^2} \dot{\psi} \right) \right] dx. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Статический момент гидродинамической нагрузки на элементарный отсек

$$\begin{aligned} d\mathfrak{M}(x) = xQ(x) dx = & x \left[-\mu_{33} (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) - \right. \\ & - v_{33} (\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} - 2v_0\psi) + v_0 \frac{d\mu_{33}}{dx} (\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} - v_0\psi) + \\ & \left. + v_0 \frac{dv_{33}}{dx} \left(\dot{\zeta}_G + x\dot{\psi} + \frac{v_0}{\sigma^2} \dot{\psi} \right) \right] dx. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Величины полной гидродинамической нагрузки и ее момента для всего корабля определяются интегрированием выражений (4.27) и (4.28) по всей длине корабля

$$Q = - \int_{L_H}^{-L_K} \mu_{33} (\ddot{\zeta}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) dx -$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{L_H}^{-L_K} v_{33} (\ddot{\xi}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) dx + \\
& + v_0 \int_{L_H}^{-L_K} (\dot{\xi}_G + x\dot{\psi} - v_0\dot{\psi}) \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + \\
& + v_0 \int_{L_H}^{-L_K} \left(\xi_G + x\psi - \frac{v_0}{\sigma^2} \dot{\psi} \right) \frac{dv_{33}}{dx} dx; \quad (4.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M} = & - \int_{L_H}^{-L_K} x\mu_{33} (\ddot{\xi}_G + x\ddot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) dx - \\
& - \int_{L_H}^{-L_K} x v_{33} (\dot{\xi}_G + x\dot{\psi} - 2v_0\dot{\psi}) dx + \\
& + v_0 \int_{L_H}^{-L_K} x (\dot{\xi}_G + x\dot{\psi} - v_0\dot{\psi}) \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + \\
& + v_0 \int_{L_H}^{-L_K} x \left(\xi_G + x\psi + \frac{v_0}{\sigma^2} \dot{\psi} \right) \frac{dv_{33}}{dx} dx. \quad (4.30)
\end{aligned}$$

Часть интегралов, входящих в выражения (4.29) и (4.30), уже была вычислена в § 26. Используя приведенные там обозначения, напомним

$$\begin{aligned}
Q = & -\Delta M \ddot{\xi}_G - \Delta M x_1 \ddot{\psi} + 2v_0 \Delta M \dot{\psi} - \\
& - v_{\xi} \dot{\xi}_G - v_{\xi} \dot{\psi} + 2v_0 v_{\xi} \dot{\psi} + \\
& + v_0 \xi_G \int_{L_H}^{-L_K} \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + v_0 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{d\mu_{33}}{dx} dx - \\
& - v_0^2 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + v_0 \xi_G \int_{L_H}^{-L_K} \frac{dv_{33}}{dx} dx + \\
& + v_0 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{dv_{33}}{dx} dx + \frac{v_0^2}{\sigma^2} \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} \frac{dv_{33}}{dx} dx;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M} = & -\Delta M x_1 \ddot{\xi}_G - \Delta J \ddot{\psi} + 2v_0 \Delta M x_1 \dot{\psi} - \\
& - v_{\xi} \dot{\psi} \ddot{\xi}_G - v_{\psi} \dot{\psi} + 2v_0 v_{\xi} \dot{\psi} \dot{\psi} + \\
& + v_0 \ddot{\xi}_G \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + v_0 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x^2 \frac{d\mu_{33}}{dx} dx - \\
& - v_0^2 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{d\mu_{33}}{dx} dx + v_0 \ddot{\xi}_G \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{dv_{33}}{dx} dx + \\
& + v_0 \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x^2 \frac{dv_{33}}{dx} dx + \frac{v_0^2}{\sigma^2} \dot{\psi} \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{dv_{33}}{dx} dx.
\end{aligned}$$

Для вычисления интегралов, содержащих производные от значений $\mu_{33}(x)$ и $v_{33}(x)$, предположим, что корабль имеет заостренные обводы, поэтому в концевых сечениях при $x = L_H$ и $x = -L_K$ значения $\mu_{33}(x)$ и $v_{33}(x)$ равны нулю. В таком случае получаем

$$\int_{L_H}^{-L_K} \frac{d\mu_{33}}{dx} dx = 0.$$

Интеграл $\int_{L_H}^{-L_K} x \frac{d\mu_{33}}{dx} dx$ берется по частям. Положим

$$x = u; \quad du = dx; \quad \frac{d\mu_{33}}{dx} dx = dv; \quad v = \mu_{33}(x);$$

$$\int_{L_H}^{-L_K} x \frac{d\mu_{33}}{dx} dx = x\mu_{33} \Big|_{L_H}^{-L_K} - \int_{L_H}^{-L_K} \mu_{33}(x) dx = -\Delta M.$$

Подобным же образом вычисляется интеграл $\int_{L_H}^{-L_K} x^2 \frac{d\mu_{33}}{dx} dx$;

полагая $x^2 = u$; $du = 2x dx$; $dv = \frac{d\mu_{33}}{dx} dx$; $v = \mu_{33}$, находим

$$\int_{L_H}^{-L_K} x^2 \frac{d\mu_{33}}{dx} dx = x\mu_{33}(x) \Big|_{L_H}^{-L_K} - 2 \int_{L_H}^{-L_K} x\mu_{33}(x) dx = -2\Delta M x_1.$$

Аналогично находим

$$\begin{aligned} \int_{L_H}^{-L_K} \frac{dv_{33}}{dx} dx &= 0; \\ \int_{L_H}^{-L_K} x \frac{dv_{33}}{dx} dx &= -v_\xi; \\ \int_{L_H}^{-L_K} x^2 \frac{dv_{33}}{dx} dx &= -2v_\xi\psi. \end{aligned}$$

Принимая это во внимание, преобразуем далее формулы для гидродинамической нагрузки

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta M \ddot{\xi}_G - \Delta M x_1 \ddot{\psi} + 2v_0 \Delta M \dot{\psi} - v_\xi \dot{\xi}_G - v_\xi \dot{\psi} + \\ &+ 2v_0 v_\xi \psi - \Delta M v_0 \dot{\psi} - v_\xi v_0 \psi = -\Delta M \ddot{\xi}_G - v_\xi \dot{\xi}_G - \\ &- \Delta M x_1 \ddot{\psi} - (v_\xi \psi - \Delta M v_0) \dot{\psi} + v_\xi v_0 \psi; \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= -\Delta M x_1 \ddot{\xi}_G - (v_\xi \psi + v_0 \Delta M) \dot{\xi}_G - v_0 v_\xi \dot{\xi}_G - \Delta J_y \ddot{\psi} - \\ &- \left(v_\psi + \frac{v_0}{\sigma^2} v_\xi \right) \dot{\psi} + v_0^2 \Delta M \psi. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Члены полученных выражений, не содержащие множителя v_0 , не отличаются от тех, которые были выведены ранее в § 26 при составлении дифференциальных уравнений качки корабля на тихой воде без хода. Члены, имеющие множитель v_0 , определяют дополнительные гидродинамические силы, учитывающие влияние поступательной скорости хода. Очевидно, что искомые дифференциальные уравнения продольной качки корабля на тихой воде при наличии скорости хода v_0 могут быть получены путем дополнения уравнений (4.11) и (4.12) членами, учитывающими влияние скорости хода. Выполнив это, находим:

уравнение вертикальной качки

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \ddot{\xi}_G + v_\xi \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G + \Delta M x_1 \ddot{\psi} + (v_\xi \psi - \Delta M v_0) \dot{\psi} + \\ + (\gamma S l - v_0 v_\xi) \psi = 0; \end{aligned} \quad (4.33)$$

уравнение килевой качки

$$\begin{aligned} (J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + \left(v_\psi + \frac{v_0^2}{\sigma^2} v_\xi \right) \dot{\psi} + (D H - \Delta M v_0^2) \psi + \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G + \\ + (v_\xi \psi + v_0 \Delta M) \dot{\xi}_G + (\gamma S l + v_0 v_\xi) \xi_G = 0. \end{aligned} \quad (4.34)$$

В случае симметричного относительно мидель-шпангоута корабля имеем уравнение вертикальной качки

$$\left(\frac{D}{g} + \Delta M\right) \ddot{\xi}_G + v_\xi \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G - \Delta M v_0 \dot{\psi} - v_0 v_\xi \psi = 0; \quad (4.35)$$

уравнение килевой качки

$$(J_{yy} + \Delta J_{yy}) \ddot{\psi} + \left(v_\psi + \frac{v_0^2}{\sigma^2} v_\xi\right) \dot{\psi} + (DH - \Delta M v_0^2) \psi + v_0 \Delta M \dot{\xi}_G + v_0 v_\xi \xi_G = 0. \quad (4.36)$$

При наличии хода уравнения качки не разделяются даже в случае симметричного относительно мидель-шпангоута корабля и оба вида качки следует рассматривать совместно. Впервые на это обстоятельство было указано М. Д. Хаскиндом [75].

§ 28. Определение возмущающих сил и моментов

Для определения возмущающей силы, обусловленной действием волн, вообразим корабль мысленно закрепленным относительно горизонта воды так, что он не сможет совершать ни вертикальной, ни килевой качки, и будем рассматривать гидродинамическую нагрузку, действующую на смоченную поверхность произвольно выделенного элементарного отсека при прохождении вдоль корабля прогрессивных волн. Изменение величины результирующей сил давления воды на волнении по сравнению со значением ее при плавании на тихой воде определит собой величину элементарной возмущающей силы.

Согласно изложенному ранее возмущающая сила может быть представлена как сумма главной части, определяющей силу гидродинамического поддержания, и дифракционной части, имеющей чисто гидродинамическую природу. Определим сначала главную часть возмущающей силы при отсутствии хода корабля. Воспользуемся опять гипотезой плоского обтекания и выделим элементарный отсек. Предполагая, что поле гидродинамического давления не искажается присутствием корабля, рассмотрим изменение силы гидродинамического давления при прохождении мимо отсека волны (рис. 4.5). Гидродинамическое давление на элементарную площадку длиной ds вдоль контура s , расположенную на глубине z под уровнем спокойной воды, определится выражением

$$p_d = p_0 + \gamma z - \gamma \zeta_b e^{-kz}.$$

Здесь ζ_b — ордината волнового профиля. Полагая, что волны распространяются от носа к корме, имеем

$$\zeta_b = r_0 \cos(kx + \sigma t).$$

При отсутствии волнения давление на ту же площадку определялось бы формулой

$$p_s = p_0 + \gamma z.$$

Изменение гидродинамического давления

$$\Delta p = p_d - p_s = -\gamma \zeta_{\text{в}} e^{-kz}.$$

Вертикальная составляющая изменения силы давления на смоченную поверхность

$$dQ_{\text{в}} = \Delta p \, dx \, ds \cos(n, z),$$

но $ds \cos(n, z) = -dy$, поэтому

$$dQ_{\text{в}} = -\Delta p \, dx \, dy = \gamma \zeta_{\text{в}} e^{-kz} \, dx \, dy.$$

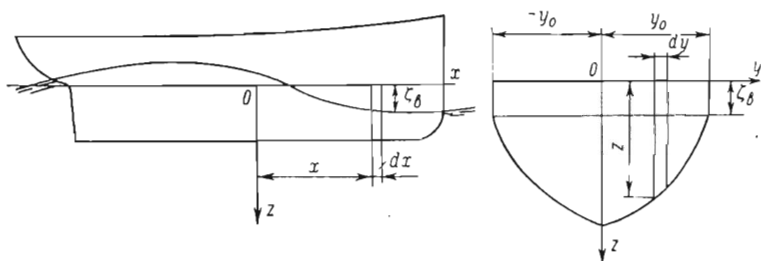


Рис. 4.5

Суммируя $dQ_{\text{в}}$ по всей ширине $2y_0$ отсека, получаем возмущающую силу, приходящуюся на элементарный отсек

$$Q_{\text{в}} \, dx = \gamma \zeta_{\text{в}} \int_{-y_0}^{y_0} e^{-kz} \, dy \, dx. \quad (4.37)$$

Разложим в ряд функцию e^{-kz} , ограничившись двумя членами разложения

$$e^{-kz} \cong 1 - kz + \dots$$

После подстановки результатов разложения в формулу (4.37) и деления на dx получаем выражение для интенсивности распределения поперечной нагрузки от главной части возмущающей силы на единицу длины судна

$$Q_{\text{в}}(x) = \gamma \zeta_{\text{в}} \int_{-y_0}^{y_0} (1 - kz) \, dy = \gamma \zeta_{\text{в}} \left(2y_0 - k \int_{-y_0}^{y_0} z \, dy \right).$$

Но $\int_{-y_0}^{y_0} z \, dy = \omega$, т. е. погруженной площади шпангоута.

Тогда окончательно находим

$$\begin{aligned} Q_{\text{в}}(x) &= \gamma \xi_{\text{в}}^2 \left(y_0 - \frac{k\omega}{2} \right) = \gamma \xi_{\text{в}}^2 y_1 = \\ &= 2\gamma y_1 r_0 \cos(kx + \sigma t), \end{aligned} \quad (4.38)$$

где $y_1 = y_0 - \frac{k\omega}{2}$ — приведенная ордината ватерлинии.

Таким образом, вводится так называемая поправка Смита, учитывающая различие между гидродинамическим и гидростатическим законами распределения давления при волновом движении воды.

Элементарный момент главной части возмущающей силы

$$d\mathfrak{M}_{\text{в}}(x) = x Q_{\text{в}}(x) dx = 2xy_1 r_0 \cos(kx + \sigma t) dx. \quad (4.39)$$

Рассмотрим теперь нагрузку на элементарный отсек от гидродинамической части возмущающей силы. Считается, что она состоит из двух компонентов, один из которых пропорционален вертикальной составляющей скорости орбитального движения волновых частиц, а другой — вертикальной составляющей ускорения:

$$Q_{\text{г}}(x) dx = (k_1 \dot{\xi}_{\text{в}} + k_2 \ddot{\xi}_{\text{в}}) dx.$$

Для однородного вертикального потока, набегающего на элементарный отсек со скоростью $\dot{\xi}_{\text{в}}$ и ускорением $\ddot{\xi}_{\text{в}}$, коэффициенты пропорциональности k_1 и k_2 должны равняться соответственно коэффициенту сопротивления $\nu_{33}(x)$ и присоединенной массе $\mu_{33}(x)$ при вертикальных колебаниях бесконечно длинного горизонтального цилиндра, плавающего на поверхности спокойной воды при частоте колебаний, равной частоте σ_0 набегающих волн. Фактически набегающий на отсек вертикальный поток не является однородным вследствие затухания с глубиной орбитального движения волновых частиц. Поэтому коэффициенты сопротивления и присоединенные массы должны входить в выражения гидродинамических составляющих возмущающих сил с некоторыми поправочными коэффициентами. Однако при тех длинах волн, которые представляют практический интерес при расчетах продольной качки, осадка корабля мала по сравнению с длиной волны и неоднородностью потока можно пренебречь. В таком случае гидродинамическая часть возмущающей силы может быть написана в виде

$$\begin{aligned} Q_{\text{г}}(x) &= [\nu_{33}(x) \dot{\xi}_{\text{в}} + \mu_{33}(x) \ddot{\xi}_{\text{в}}] dx = -r_0 [\nu_{33}(x) \sigma \sin(kx + \sigma t) + \\ &+ \mu_{33}(x) \sigma^2 \cos(kx + \sigma t)] dx. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Момент этой нагрузки

$$d\mathfrak{M}_{\text{г}} = x Q_{\text{г}}(x) dx. \quad (4.41)$$

Полная нагрузка на элементарный отсек от прохождения волн

$$(Q_b + Q_r) dx = r_0 \{ [\gamma 2y_1 - \sigma^2 \mu_{33}(x)] \cos kx - \\ - v_{33}(x) \sigma \sin kx \} dx \cos \sigma t - r_0 \{ [\gamma 2y_1 - \sigma^2 \mu_{33}(x)] \sin kx + \\ + v_{33}(x) \sigma \cos kx \} dx \sin \sigma t;$$

момент нагрузки

$$(\mathfrak{M}_b + \mathfrak{M}_r) dx = x (Q_b + Q_r) dx.$$

Интегрируя по всей длине корабля, получаем возмущающую силу

$$Q_{\text{вoз}} = r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a_0'' - \sigma b_0') \cos \sigma t - \\ - r_0 (\gamma b_0 - \sigma^2 b_0'' + \sigma a_0') \sin \sigma t \quad (4.42)$$

и возмущающий момент

$$\mathfrak{M}_{\text{вoз}} = r_0 (\gamma a_1 - \sigma^2 a_1'' - \sigma b_1') \cos \sigma t - \\ - r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b_1'' + \sigma a_1') \sin \sigma t, \quad (4.43)$$

где

$$a_0 = 2 \int_{L_H}^{-L_K} y_1 \cos kx dx; \quad b_0 = 2 \int_{L_H}^{-L_K} y_1 \sin kx dx; \\ a_0' = \int_{L_H}^{-L_K} v_{33}(x) \cos kx dx; \quad b_0' = \int_{L_H}^{-L_K} v_{33}(x) \sin kx dx; \\ a_0'' = \int_{L_H}^{-L_K} \mu_{33}(x) \cos kx dx; \quad b_0'' = \int_{L_H}^{-L_K} \mu_{33}(x) \sin kx dx; \quad (4.44) \\ a_1 = 2 \int_{L_H}^{-L_K} xy_1 \cos kx dx; \quad b_1 = 2 \int_{L_H}^{-L_K} xy_1 \sin kx dx; \\ a_1' = \int_{L_H}^{-L_K} x v_{33}(x) \cos kx dx; \quad b_1' = \int_{L_H}^{-L_K} x v_{33}(x) \sin kx dx; \\ a_1'' = \int_{L_H}^{-L_K} x \mu_{33}(x) \cos kx dx; \quad b_1'' = \int_{L_H}^{-L_K} x \mu_{33}(x) \sin kx dx.$$

В случае хода корабля меняется период возмущающей силы. Если корабль идет с постоянной горизонтальной скоростью v_0 на-

встречу волнению (что представляет наибольший практический интерес), то кажущийся период волн определяется формулой

$$\tau_k = \frac{\lambda}{c + v_0} = \frac{\lambda}{c} \frac{1}{1 + \frac{v_0}{c}} = \tau \frac{1}{1 + \frac{v_0}{c}}, \quad (4.45)$$

где $\tau = \frac{\lambda}{c}$ — истинный период волн.

Кажущаяся частота волн

$$\sigma_k = \frac{2\pi}{\tau_k} = \sigma \left(1 + \frac{v_0}{c} \right). \quad (4.46)$$

Поэтому в формулах (4.42) и (4.43) значения истинной частоты в функциях $\cos \sigma t$ и $\sin \sigma t$ должны быть заменены значениями кажущейся частоты. Что касается амплитудных значений возмущающих сил и моментов, являющихся множителями при $\cos \sigma_k t$ и $\sin \sigma_k t$ в этих формулах, то их значения при ходе корабля не меняются. Действительно, главные части возмущающих силы и момента зависят от распределения давлений в волне, на которое, согласно гипотезе А. Н. Крылова, не влияет присутствие корабля. Гидродинамические компоненты возмущающих силы и момента, согласно принятому предположению, пропорциональны вертикальным проекциям скорости и ускорения орбитального движения частиц волнующейся жидкости, которые также не зависят от скорости хода. Поэтому при ходе корабля выражения для возмущающей силы и возмущающего момента должны быть написаны в виде

$$Q_{\text{воз}} = r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a_0'' - b_0') \cos \sigma_k t - r_0 (\gamma b_0 - \sigma^2 b_0'' + \sigma a_0') \sin \sigma_k t; \quad (4.47)$$

$$\mathfrak{M}_{\text{воз}} = r_0 (\gamma a_1 - \sigma^2 a_1'' - \sigma b_1') \cos \sigma_k t - r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b_1'' + \sigma a_1') \sin \sigma_k t. \quad (4.48)$$

Таким образом, значение кажущейся частоты входит лишь под знаки косинуса и синуса. В членах, являющихся множителями перед $\cos \sigma_k t$ и $\sin \sigma_k t$, следует оставлять значения истинной частоты *.

* В учении о качке корабля была допущена ошибка при определении гидродинамической — дифракционной части возмущающей силы. При наличии хода корабля уравнение профиля волны в системе координат, движущейся с кораблем, пишется в виде

$$\zeta_B = r_0 \cos(kx + \sigma_k t),$$

где σ_k — кажущаяся частота.

Скорость и ускорение вертикального движения профиля волны у борта элементарного отсека идущего корабля определяются как производные этого выражения

$$\dot{\zeta}_B = -r_0 \sigma_k \sin(kx + \sigma_k t); \quad \ddot{\zeta}_B = -r_0 \sigma_k^2 \cos(kx + \sigma_k t).$$

Эти величины скорости и ускорения профиля волны ошибочно принимались за скорость и ускорение вертикальных потоков воды, создаваемых орбитальным движением волн, набегающих на элементарный отсек корабля. На эту ошибку впервые обратил внимание П. Ф. Папкович [47].

При более детальном рассмотрении дифракционных компонентов возмущающих сил следует учитывать дополнительные члены, связанные с изменением поперечного сечения корабля при прохождении им со скоростью v_0 через волновые вертикальные потоки воды. Члены эти аналогичны рассмотренным в § 27 и учитывающим влияние скорости хода на гидродинамические силы, действующие на корабль на тихой воде. Однако количественное влияние их на дифракционную часть при умеренной скорости хода весьма невелико, потому этими членами для простоты можно пренебречь.

§ 29. Дифференциальные уравнения продольной качки на волнении и их решение

Дифференциальные уравнения движения корабля при продольной качке на волнении могут быть получены, если выведенные ранее уравнения движения корабля на тихой воде дополнить в правой части членами, определяющими возмущающие силу и момент. В случае качки корабля без хода получаем уравнение вертикальной качки

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \ddot{\xi}_G + v_{\xi} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G + \Delta M x_1 \ddot{\psi} + v_{\xi \psi} \dot{\psi} + \gamma S l \psi = \\ = r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a_0'' - \sigma b_0') \cos \sigma t - r_0 (\gamma b_0 - \sigma^2 b_0'' + \\ + \sigma a_0') \sin \sigma t \end{aligned} \quad (4.49)$$

и уравнение килевой качки

$$\begin{aligned} (J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + v_{\psi} \dot{\psi} + D H \psi + \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G + \\ + v_{\xi \psi} \dot{\xi}_G + \gamma S l \xi_G = r_0 (\gamma a_1 - \sigma^2 a_1'' - \sigma b_1') \cos \sigma t - \\ - r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b_1'' + \sigma a_1') \sin \sigma t. \end{aligned} \quad (4.50)$$

В случае качки корабля, идущего со скоростью v_0 , получаем уравнение вертикальной качки

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \ddot{\xi}_G + v_{\xi} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G + \Delta M x_1 \ddot{\psi} + \\ + (v_{\xi \psi} - v_0 \Delta M) \dot{\psi} + (\gamma S l - v_0 v_{\xi}) \psi = \\ = r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a_0'' - \sigma b_0') \cos \sigma_{\kappa} t - \\ - r_0 (\gamma b_0 - \sigma^2 b_0'' + \sigma a_0') \sin \sigma_{\kappa} t \end{aligned} \quad (4.51)$$

и уравнение килевой качки

$$\begin{aligned}
 (J_{\psi} + \Delta J_{\psi}) \ddot{\psi} + \left(v_{\psi} + \frac{v_0^2}{\sigma^2} v_{\xi} \right) \dot{\psi} + (DH - v_0^2 \Delta M) \psi + \Delta M x_1 \ddot{\xi}_G + \\
 + (v_{\xi} \psi + v_0 \Delta M) \dot{\xi}_G + (\gamma S l + v_0 v_{\xi}) \xi_G = \\
 = r_0 (\gamma a_1 - \sigma^2 a_1'' - \sigma b_1') \cos \sigma_{\kappa} t - \\
 - r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b_1'' + \sigma a_1') \sin \sigma_{\kappa} t.
 \end{aligned} \quad (4.52)$$

Уравнения (4.51) и (4.52) могут уверенно применяться в случае сравнительно небольшой скорости хода, т. е. при числах Фруда $Fr = \frac{v_0}{\sqrt{gL}} \leq 0,25$ и при обводах корпуса, близких к прямо-стенным. Обычно оба этих условия приближенно выполняются для многих типов судов, в том числе для морских транспортных судов. В случае более высокой скорости хода, а также при наличии большого развала или завала бортов не будут выполняться допущения, заложенные в основу вывода уравнений движения, поэтому применение их не может гарантировать необходимой точности. Вопрос о методе расчета продольной качки быстроходных судов нуждается в дальнейшей научной разработке.

Уравнения движения, учитывающие влияние скорости хода корабля, являются наиболее общими и представляют значительный интерес. Поэтому в последующем изложении рассматривается продольная качка при наличии хода. Случай качки без хода может быть определен как частный, если в уравнениях движения положить $v_0 = 0$.

Полученные уравнения движения являются совокупными линейными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами и имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned}
 a \ddot{\xi}_G + b \dot{\xi}_G + c \xi_G + e \ddot{\psi} + g \dot{\psi} + h \psi = F_1 \cos \sigma_{\kappa} t + \\
 + F_2 \sin \sigma_{\kappa} t;
 \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned}
 A \ddot{\psi} + B \dot{\psi} + C \psi + E \ddot{\xi}_G + G \dot{\xi}_G + H \xi_G = \mathfrak{M}_1 \cos \sigma_{\kappa} t + \\
 + \mathfrak{M}_2 \sin \sigma_{\kappa} t.
 \end{aligned} \quad (4.54)$$

Описываемое этими уравнениями колебательное движение состоит из собственных и вынужденных колебаний. При продольной качке на регулярном волнении собственные колебания вследствие большого демпфирования быстро затухают и в большинстве случаев не представляют практического интереса. Поэтому в данной задаче достаточно ограничиться определением только вынужденных колебаний, которые имеют вид

$$\xi_G = \xi_1 \cos \sigma_{\kappa} t + \xi_2 \sin \sigma_{\kappa} t; \quad (4.55)$$

$$\psi = \psi_1 \cos \sigma_{\kappa} t + \psi_2 \sin \sigma_{\kappa} t \quad (4.56)$$

или в одночленной форме

$$\zeta_G = \zeta_m \cos (\sigma_k t + \varepsilon_1); \quad (4.57)$$

$$\psi = \psi_m \cos (\sigma_k t + \varepsilon_2), \quad (4.58)$$

где

$$\zeta_m = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}; \quad \psi_m = \sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2};$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{\zeta_2}{\zeta_1}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{\psi_2}{\psi_1}.$$

Здесь ζ_1 , ζ_2 , ψ_1 и ψ_2 — постоянные величины, представляющие амплитудные значения вертикальной и килевой качки. Для вычисления этих постоянных следует дважды продифференцировать по времени функции (4.55) и (4.56), а затем подставить их, а также их производные в уравнения (4.51) и (4.52), которые при этом превратятся в тождества. Приравнявая в этих тождествах множители при $\cos \sigma_k t$ и $\sin \sigma_k t$ в левой и правой частях, можно получить систему четырех алгебраических уравнений для определения четырех постоянных ζ_1 , ζ_2 , ψ_1 и ψ_2 .

Таким образом, расчет продольной качки корабля на регулярном волнении сводится к составлению системы четырех алгебраических линейных уравнений, вычислению их коэффициентов и решению их относительно амплитудных значений ζ_1 , ζ_2 , ψ_1 и ψ_2 , после чего могут быть рассчитаны и построены положения корабля на волнении для любого момента времени.

Вычисление коэффициентов системы уравнений производится путем приближенного интегрирования по длине корабля по правилам трапеций или Чебышева (или другим правилам) величин, определяемых для отдельных шпангоутных сечений. Коэффициенты сопротивления $\nu_{33}(x)$ и присоединенные массы $\mu_{33}(x)$ для отдельных шпангоутных сечений могут быть определены в зависимости от размеров и формы шпангоута и частоты колебаний по графикам А. З. Салькаева (см. § 11). При определении величин, входящих в левые части уравнений движения (коэффициенты сопротивления и присоединенные массы), значение частоты следует принимать равным частоте качки, т. е. кажущейся частоте волнения. При определении величин, входящих в правые части уравнений движения, т. е. дифракционных компонентов возмущающих сил и моментов, значение частоты принимается равным истинной частоте волн. Интегрирование по длине корабля производится в табличной форме по правилам приближенного интегрирования. Соответствующие расчетные схемы приведены в Приложении 3.

§ 30. Практический метод расчета продольной качки транспортных судов

Описанный в предыдущем параграфе способ расчета продольной качки, основанный на решении полной системы уравнений (4.51) и (4.52), весьма трудоемок и для инженерных целей может быть рекомендован упрощенный метод расчета, разработанный В. А. Мореншильдт, Ю. А. Невцветаевым и А. В. Герасимовым. Способ этот применим для судов с умеренной скоростью хода (число Фруда $\frac{v_0}{\sqrt{gL}} \leq 0,25$), вертикальными бортами и небольшой несимметрией обводов относительно мидель-шпангоута. Обычно этим всем условиям удовлетворяют морские транспортные суда.

Основанные на решении дифференциальных уравнений (4.51) и (4.52) расчеты показывают, что влияние вертикальной качки на килевую очень мало, тогда как обратное влияние килевой качки на вертикальную существенно. Поэтому в качестве первого упрощения предлагается пренебречь в уравнении килевой качки членами, зависящими от вертикальной качки, и рассматривать уравнение килевой качки как независимое.

В качестве второго упрощения предлагается пренебречь влиянием несимметричности обводов и нагрузки корабля относительно мидель-шпангоута, влияние которой на элементы продольной качки для транспортных судов обычно невелико. Это позволяет приравнять нулю величины $v_{\xi\psi}$, $\gamma S l$, b_0 , b'_0 , b''_0 , a_1 , a'_1 , $a''_1 \Delta M x_1$.

В результате указанных двух упрощений уравнения движения при продольной качке принимают вид:

уравнение вертикальной качки

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \ddot{\xi}_G + v_{\xi} \dot{\xi}_G + \gamma S \xi_G - v_0 \Delta M \dot{\psi} - v_0 v_{\xi} \psi = \\ = r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a''_0) \cos \sigma_{\kappa} t - r_0 \sigma a'_0 \sin \sigma_{\kappa} t; \end{aligned} \quad (4.59)$$

уравнение килевой качки

$$\begin{aligned} (J_y + \Delta J_y) \ddot{\psi} + \left(v_{\psi} + \frac{v_0^2}{\sigma^2} v_{\xi} \right) \dot{\psi} + (DH - v_0^2 \Delta M) \psi = \\ = -r_0 \sigma b'_1 \cos \sigma_{\kappa} t - r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b''_1) \sin \sigma_{\kappa} t. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Система линейных алгебраических уравнений для определения амплитудных значений качки, получающаяся в результате подстановки в уравнения (4.59) и (4.60) функций (4.55) и (4.56) и их производных, приводится к виду:

для расчета килевой качки

$$\begin{aligned} [(DH - v_0^2 \Delta M) - \sigma_k^2 (J_y + \Delta J_y)] \psi_1 + \left(v_\psi + \frac{v_0^2}{\sigma_k^2} v_\xi \right) \sigma_k \psi_2 = \\ = -r_0 \sigma b_1'; \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\begin{aligned} \left(v_\psi + \frac{v_0^2}{\sigma_k^2} v_\xi \right) \sigma_k \psi_1 + [(DH - v_0^2 \Delta M) - \\ - \sigma_k^2 (J_y + \Delta J_y)] \psi_2 = -r_0 (\gamma b_1 - \sigma^2 b_1''); \end{aligned}$$

для расчета вертикальной качки

$$\begin{aligned} \left[\gamma S - \sigma_k^2 \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \right] \xi_1 + v_\xi \sigma_k \xi_2 = \\ = v_0 \Delta M \sigma_k \psi_2 + v_0 v_\xi \psi_1 + r_0 (\gamma a_0 - \sigma^2 a_0''); \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned} -v_\xi \sigma_k \xi_1 + \left[\gamma S - \sigma_k^2 \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \right] \xi_2 = \\ = -v_0 \Delta M \sigma_k \psi_1 + v_0 v_\xi \psi_2 - r_0 \sigma a_0'. \end{aligned}$$

Сначала вычисляют ψ_1 и ψ_2 путем решения системы (4.61), затем полученные значения подставляют в правую часть уравнений (4.62), после чего вычисляют ξ_1 и ξ_2 .

Третье упрощение заключается в применении приближенных формул для вычисления амплитудных значений возмущающих сил вместо более трудоемких расчетов по формулам (4.44), требующих приближенного интегрирования. Приближенные формулы выведены А. В. Герасимовым на основе разработанных В. Г. Власовым методов интегрального интерполирования [17] и приводятся здесь без вывода. Они применимы при несимметричных обводах корпуса относительно мидель-шпангоута.

Коэффициенты главной части возмущающих сил

$$a_0 = \kappa \left[S \theta_s(u) + \frac{4}{L^2} I_y \theta_i(u) \right]; \quad (4.63)$$

$$b_0 = \kappa \frac{2}{L} S x_f \varphi_m(u); \quad (4.64)$$

$$a_1 = \kappa S x_f \rho_m(u); \quad (4.65)$$

$$b_1 = \kappa \left[\frac{L}{2} S \varphi_s(u) + \frac{2}{L} I_y \varphi_i(u) \right], \quad (4.66)$$

где

I_y — момент инерции площади ватерлинии относительно оси Oy ;

$\kappa = 1 - \frac{2\pi T}{\lambda}$ χ — поправочный коэффициент;

$u = \frac{kL}{2\pi} = \frac{L}{\lambda}$ — безразмерный аргумент;

χ — коэффициент вертикальной полноты корабля;

x_f — абсцисса центра тяжести площади ватерлинии относительно миделя.

Вспомогательные функции $\theta_s(u)$, $\theta_i(u)$, $\varphi_m(u)$, $\rho_m(u)$, $\varphi_s(u)$ и $\varphi_i(u)$ приведены на графиках (рис. 4.6; 4.7; 4.8) в пределах

аргумента $\frac{L}{\lambda} = 0,5 \div 2,0$.

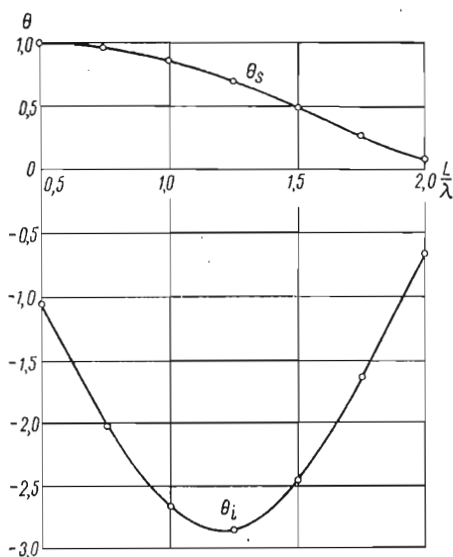


Рис. 4.6

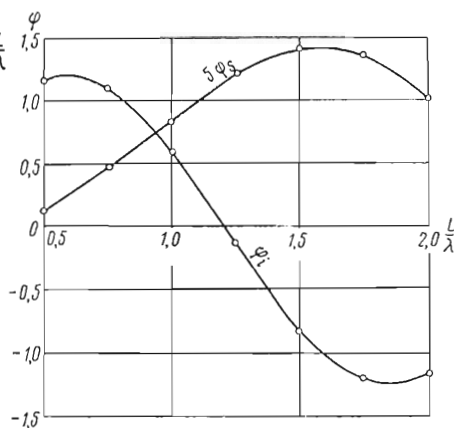


Рис. 4.7

Расчет дифракционных компонентов возмущающих сил инерционной природы можно производить по формулам А. В. Герасимова

$$a_0'' = 0,082k_\zeta \left[\left(5,96 \frac{I_x}{B} + 0,035B^2L \right) \theta_s(u) + \right. \\ \left. + \left(2,56 \frac{I_x}{B} - 0,060B^2L \right) \theta_i(u) \right]; \quad (4.67)$$

$$b_0'' = 0,0885k_\zeta \frac{B}{L} S x_f \varphi_m(u); \quad (4.68)$$

$$a_1'' = 0,0442k_\zeta B S x_f \rho_m(u) - x_G a_0''; \quad (4.69)$$

$$b_1'' = 0,082k_{\zeta} \left[\left(5,96 \frac{I_x}{B} + 0,035B^2L \right) \frac{L}{2} \varphi_s(u) + \right. \\ \left. + \left(2,56 \frac{I_x}{B} - 0,060B^2L \right) \frac{L}{2} \varphi_i(u) \right] - x_G b_0. \quad (4.70)$$

Здесь I_x — момент инерции площади ватерлинии относительно оси Ox ;

x_G — абсцисса центра тяжести корабля относительно мидель-шпангоута;

k_{ζ} — осредненный по длине безразмерный коэффициент присоединенных масс, определяемый по графикам А. З. Салькаева (рис. 1.10—1.14) и функции от величин β^* , $\frac{B^*}{T}$ и

$$\frac{kB^*}{2} = \frac{\sigma_0^2 B^*}{2g};$$

β^* — средний коэффициент полноты шпангоутов;

B^* — средняя ширина корабля;

$$\beta^* = \frac{1}{3} \left(\beta_{-\frac{1}{4}} + \beta_x + \beta_{\frac{1}{4}} \right);$$

$$B^* =$$

$$= \frac{1}{3} \left(B_{-\frac{1}{4}} + B_x + B_{\frac{1}{4}} \right).$$

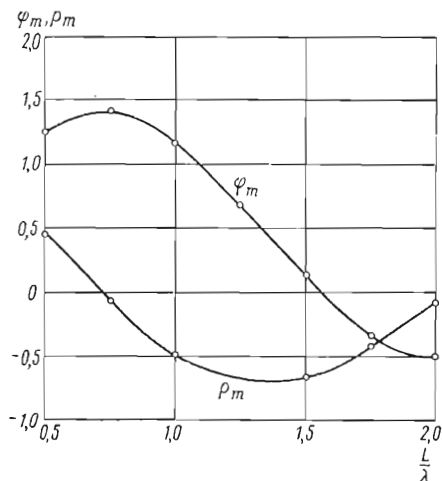


Рис. 4.8

Индексами отмечены шпангоуты с отсчитываемыми от мидель-шпангоута абсциссами — $\frac{L}{4}$, 0 и $+\frac{L}{4}$.

Для вычисления демпфирующих дифракционных компонентов возмущающих сил могут служить формулы, предложенные А. В. Герасимовым:

$$a_0' = \frac{f_{\zeta}}{\kappa} a_0; \quad (4.71)$$

$$b_0' = \frac{f_{\zeta}}{\kappa} b_0; \quad (4.72)$$

$$a_1' = \frac{f_{\psi}}{\kappa} (a_1 - x_G a_0); \quad (4.73)$$

$$b_1' = \frac{f_{\psi}}{\kappa} (b_1 - x_G b_0), \quad (4.74)$$

где f_{ξ} и f_{ψ} — осредненные коэффициенты сопротивления:

$$f_{\xi} = -\frac{v_{\xi}}{S};$$

$$f_{\psi} = \frac{v_{\psi}}{I_y}.$$

При симметричных обводах и нагрузке корабля в этих формулах следует положить $x_f = x_G = 0$.

§ 31. Об амплитудах продольной качки корабля. О результатах расчета и о кривых заливаемости

При продольной качке, так же как и при боковой, возникает явление резонанса. Исследование условий его возникновения с помощью общих уравнений (4.49) и (4.50) связано с громоздкими выкладками, поэтому ограничимся рассмотрением килевой качки симметричного судна. Возьмем уравнение (4.50) килевой качки и напомним его в виде

$$\begin{aligned} J_{y1}\ddot{\psi} + 2N_1\dot{\psi} + DH_1\psi = \\ = -r_0 [\gamma b_1 - \sigma^2 b_1''] \sin \sigma_{\kappa} t + \sigma b_1' \cos \sigma_{\kappa} t, \end{aligned} \quad (4.75)$$

где

$$J_{y1} = J_y + \Delta J_y; \quad 2N_1 = v_{\psi} + \frac{v_0^2}{\sigma_{\kappa}^2} v_{\xi}; \quad DH_1 = DH - v_0^2 \Delta M.$$

Разделим коэффициенты уравнения на J_1 :

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} + 2v_1\dot{\psi} + n_1^2\psi = \\ = -r_0 [(p^2 - q\sigma^2) \sin \sigma_{\kappa} t + 2h\sigma \cos \sigma_{\kappa} t], \end{aligned} \quad (4.76)$$

где

$$\begin{aligned} 2v_1 = \frac{2N_1}{J_1}; \quad n_1^2 = \frac{DH_1}{J_1}; \quad p^2 = \frac{\gamma b_1}{J_1}; \\ q = \frac{b_1''}{J_1}; \quad 2h = \frac{b_1'}{J_1}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

После приведения правой части уравнения (4.76) к одночленному виду получаем

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} + 2v_1\dot{\psi} + n_1^2\psi = \\ = -r_0 \sqrt{(p^2 - q\sigma^2)^2 + 4h^2\sigma^2} \sin(\sigma_{\kappa} t + \varepsilon_1), \end{aligned} \quad (4.78)$$

где

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{2h\sigma}{p^2 - q\sigma^2}. \quad (4.79)$$

Уравнение (4.78) аналогично уравнению (2.92) бортовой качки корабля в положении лагом к волне. Воспользовавшись этой аналогией, напомним, не производя выкладок, частное решение уравнения (4.78), определяющее килевую качку:

$$\psi = \psi_m \sin (\sigma_k t + \varepsilon_1 - \delta), \quad (4.80)$$

где

$$\psi_m = r_0 \sqrt{\frac{(p^2 - q\sigma^2)^2 + 4h^2\sigma^2}{(n_1^2 - \sigma_k^2)^2 + 4v_1^2\sigma_k^2}}; \quad (4.81)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2v_1\sigma_k}{n_1^2 - \sigma_k^2}. \quad (4.82)$$

Условия резонанса наступают при $\sigma_k = n_1$. Несмотря на большое сходство между выражением (4.81) и соответствующей ему формулой (2.113) для амплитуд бортовой качки, общее исследование амплитуд продольной качки, даже в простейшем случае килевой качки симметричного корабля, представляет большие трудности и значительно сложнее исследования амплитуд бортовой качки. Основные причины этого состоят в следующем.

1. При бортовой качке лагом к волне частота качки однозначно определяется длиной набегающих волн, в случае продольной качки частота σ_k может изменяться как вследствие изменения длины набегающих волн, так и изменения скорости хода корабля, а также при изменении того и другого.

2. Величины гидродинамических параметров при продольной качке значительно больше, чем при бортовой в положении лагом к волне. Поэтому амплитуды продольной качки гораздо чувствительнее к влиянию менее изученных гидродинамических факторов, чем в случае бортовой качки.

3. Коэффициенты дифференциального уравнения килевой качки имеют более сложную структуру, чем коэффициенты уравнения бортовой качки и зависят как от частоты качки, так и от скорости хода корабля.

4. При малых частотах σ_k присоединенный момент инерции ΔJ_y является функцией частоты, поэтому величину n_1 в выражении (4.81) при малых σ_k также следует рассматривать как функцию частоты.

5. Уравнение вертикальной качки симметричного корабля при наличии хода не может рассматриваться независимо от килевой качки, поэтому соотношения при вертикальной качке являются еще более сложными.

Реальные суда не обладают симметричностью, и, следовательно, зависимости для них будут еще сложнее. Поэтому для суждения о продольной качке конкретных судов в разных условиях хода и волнения приходится выполнять специальные расчеты, задаваясь соответствующими параметрами волн и значениями скорости хода.

Весьма полезно также в подобных случаях проведение испытаний буксируемых или самоходных моделей на искусственном волнении.

Определение амплитудных значений ξ_1 , ξ_2 , ψ_1 и ψ_2 позволяет рассчитать и построить положения корабля на волнении для любых моментов времени. Обычно чертеж положений корабля на волнении строится для восьми положений через $1/8$ периода. Пример расчета и построения положений судна приводится в Приложении 3. Чертеж положений корабля дает наглядное представление о его поведении в рассматриваемых условиях волнения и при данной скорости хода.

Для оценки мореходности корабля при ходе его на волнении важно определить подверженность палубы и надстроек заливанию при продольной качке на волнении. Периодическое обнажение кормовой части влияет на работу гребных винтов. Обнажение носовой части может привести к хлопанию ее об воду и к ударам волн в носовую часть, т. е. к слеммингу. Все эти явления зависят от изменения уровня воды относительно корпуса корабля на разных участках его длины. Значения максимальных изменений уровня воды относительно корпуса можно определить с помощью кривых заливаемости, предложенных И. Г. Хановичем.

Изменение уровня воды относительно корабля определяется очевидным равенством

$$z_b = \xi_G + x\psi - \xi_a. \quad (4.83)$$

На основании расчета качки можем принять

$$\xi_G = \xi_1 \cos \sigma_k t + \xi_2 \sin \sigma_k t; \quad (4.84)$$

$$\psi = \psi_1 \cos \sigma_k t + \psi_2 \sin \sigma_k t. \quad (4.85)$$

Для ординат волнового профиля

$$\xi_a = r_0 \cos (kx + \sigma_k t). \quad (4.86)$$

Подставив выражения (4.84), (4.85) и (4.86) в формулу (4.83), находим

$$z_b = \xi_1 \cos \sigma_k t + \xi_2 \sin \sigma_k t + x (\psi_1 \cos \sigma_k t + \psi_2 \sin \sigma_k t) - \\ - r_0 \cos kx \cos \sigma_k t + r_0 \sin kx \sin \sigma_k t.$$

Группируя члены, получаем

$$z_b = (\xi_1 + x\psi_1 - r_0 \cos kx) \cos \sigma_k t + (\xi_2 + x\psi_2 + \\ + r_0 \sin kx) \sin \sigma_k t = F_1(x) \cos \sigma_k t + F_2(x) \sin \sigma_k t, \quad (4.87)$$

где

$$F_1(x) = \xi_1 + x\psi_1 - r_0 \cos kx; \quad (4.88)$$

$$F_2(x) = \xi_2 + x\psi_2 + r_0 \sin kx. \quad (4.89)$$

Приведя выражение (4.87) к одночленному виду, находим

$$z_n = z_m(x) \cos(\sigma_k t - \varepsilon),$$

где $z_m(x)$ — амплитуда колебаний уровня воды относительно корпуса корабля:

$$z_m(x) = \mp \sqrt{F_1(x)^2 + F_2(x)^2}. \quad (4.90)$$

Величины $z_m(x)$ и представляют собой ординаты кривых заливаемости.

Откладывая на чертеже бокового вида корабля вверх и вниз от ватерлинии равновесия величины $z_m(x)$ в масштабе, соответствующем масштабу осадок корабля, получим кривые заливаемости.

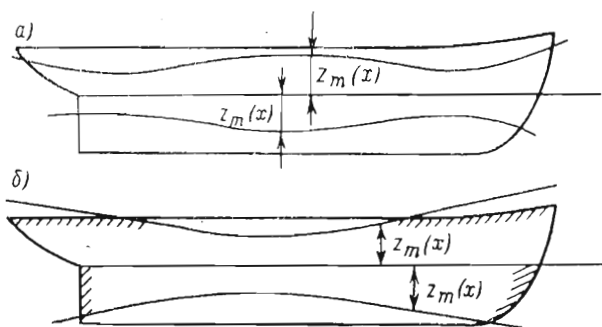


Рис. 4.9

мости (рис. 4.9). Для прямостенного корабля кривые заливаемости располагаются симметрично относительно ватерлинии равновесия корабля, соответствующей плаванию его на спокойной воде. На рис. 4.9, а уровень воды не поднимается выше палубы корабля, и соответствующий ему режим качки является благоприятным в отношении заливания. На рис. 4.9, б уровень воды на протяжении отмеченных штриховкой участков поднимается выше палубы, и некоторые участки корпуса полностью выходят из воды. Поэтому изображенный здесь режим качки весьма неблагоприятен.

Описанный способ построения кривых заливаемости применим при небольших скоростях хода, когда ватерлиния корабля на тихой воде не изменяется. Материалы проведенных А. Н. Владимировым экспериментов [15] показывают, что в тех случаях, когда имеется заметный подъем воды у форштевня, вызываемый движением корабля на спокойной воде, кривые заливаемости следует строить от положения границ обтекающих корабль струй. Однако при значительной скорости хода расчет качки становится мало надежным.

Для уменьшения заливаемости носовой части палубы корабля и улучшения всхожести на волну носовым шпангоутам в надводной

части часто придают развалистую форму. При этом обычно предполагается, что развал увеличивает плавучесть носовой оконечности при прохождении мимо нее гребня волны, т. е. способствует лучшему всплыванию ее на волну. Попытаемся качественно оценить эффективность этого мероприятия.

Благодаря развалу шпангоутов продольная остойчивость корабля приобретает нелинейность, и момент продольной остойчивости до входа палубы в воду возрастает с увеличением ψ_m быстрее, чем по линейному закону. Возрастание момента продольной остойчивости влечет за собой уменьшение периода килевой качки на тихой воде при конечных ее амплитудах и, следовательно, должно оказывать такое же действие, как и уменьшение момента инерции массы корабля относительно поперечной оси.

Предположим, что корабль подвержен действию волн, кажущаяся частота σ_k которых меньше частоты n_1 килевой качки на тихой воде. Возрастание частоты n_1 приводит к некоторому уменьшению сдвига фаз δ между качаниями корабля и волной, который для симметричного относительно мидель-шпангоута корабля определяется формулой (4.82):

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2v_1\sigma_k}{n_1^2 - \sigma_k^2}.$$

Кроме того, возрастание частоты n_1 удаляет качку от условий резонанса, что, в свою очередь, влечет уменьшение амплитуд качки. Уменьшение фазы δ при одновременном снижении амплитуд качки должно привести к уменьшению заливаемости палубы.

Если кажущаяся частота σ_k больше частоты n_1 килевой качки на тихой воде, то возрастание n_1 может приблизить качку к условиям резонанса, что может ухудшить условия заливаемости. Для тихоходных судов кажущаяся частота σ_k волн при длинах их, близких к длине корабля, может быть меньше частоты качки корабля на тихой воде, и в таком случае развал носовых шпангоутов для них будет в какой-то мере препятствовать заливанию палубы.

Для быстроходных судов развал носовых шпангоутов будет благоприятно влиять на заливаемость лишь при движении, попутном волне. При ходе корабля навстречу волне кажущаяся частота σ волн будет больше частоты n_1 килевой качки на тихой воде, поэтому развал шпангоутов в надводной части будет приближать условия качки к режиму резонанса; кроме того, увеличение угла носового заострения надводных ватерлиний должно способствовать подъему струй при погружении этих ватерлиний в воду во время килевой качки, а следовательно, заливанию палубы. Поэтому можно полагать, что для быстроходных судов развал носовых шпангоутов при ходе на встречных курсах не будет приводить к уменьшению заливания носовой части палубы.

Основы теории и расчета линейной качки корабля на нерегулярном волнении

§ 32. О влиянии нерегулярности волнения на качку корабля

Даже непосредственные визуальные наблюдения за ветровым волнением показывают, как это было указано выше (§ 12), что волны значительно отличаются от того регулярного синусоидального волнения, характеристики которого легли в основу выводов предыдущих глав, касающихся качки корабля на волнении. Те же визуальные наблюдения показывают, что качка на реальном волнении не имеет правильного характера (что также вытекает из выведенных выше формул).

Из сопоставления этих двух обстоятельств можно сделать вывод, что основной причиной неправильности качки является нерегулярность волнения.

Выше (§ 17) при исследовании бортовой качки мы получили следующее выражение для угла наклона:

$$\theta = e^{-\nu_{\theta} t} (C_1 \cos \omega_{\theta} t + C_2 \sin \omega_{\theta} t) + \theta_m \sin (\sigma t - \delta_{\theta}), \quad (5.1)$$

где θ_m , δ_{θ} и σ — соответственно амплитуда, фаза и частота вынужденных колебаний;

ω_{θ} — частота собственных колебаний;

ν_{θ} — коэффициент сопротивления качке;

C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий движения и определяющие амплитуду и фазу собственных колебаний.

Благодаря множителю $e^{-\nu_{\theta} t}$ собственные колебания с течением времени затухают и остаются только вынужденные, которые имеют правильный характер (и были подробно рассмотрены выше). Таким образом, пока сохраняются свободные колебания, качка корабля может иметь неправильный характер, обусловленный наложением двух видов колебаний.

Если в уравнении (5.1) время от времени изменять начальные условия, то в зависимости от них в той или иной степени будут

возбуждаться свободные колебания и суммарные колебания будут носить неправильный характер. Нечто подобное имеет место при действии на корабль нерегулярного волнения, так как волны, следующие одна за другой, различаются по своим характеристикам (периоду, высоте и углу волнового склона), поэтому каждая предыдущая волна создает новые начальные условия для последующей.

А. Н. Крылов исследовал этот вопрос для бортовой качки следующим образом [35]. Он рассчитал бортовую качку в предположении, что корабль, имеющий период собственных колебаний $T_0 = 12$ сек, качается на нерегулярном волнении, образованном

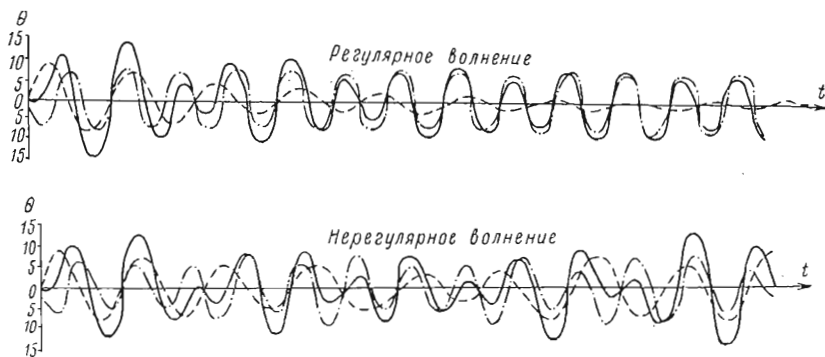


Рис. 5.1

синусоидальными волнами разного периода, но с одинаковым эффективным углом волнового склона $\alpha_m = 9^\circ$. При этом средний период тринадцати следующих одна за другой волн равнялся $\tau = 8$ сек, а отклонения от среднего значения не превышали $\Delta\tau = \pm 0,5$ сек, т. е. были настолько незначительны, что наблюдатель, следящий за волнами, не мог бы заметить эту разницу и считал бы волнение регулярным. При выполнении расчета А. Н. Крылов задался таблицей последовательных значений периода всех тринадцати волн, начальными условиями θ_0 и $\dot{\theta}_0$ для первой волны и рассчитал по формуле (5.1) к концу первой и началу действия второй волны угол наклона θ_1 и угловую скорость $\dot{\theta}_1$, которые принял за начальные условия для второй волны и т. д. Для сравнения А. Н. Крылов этим же приемом рассчитал качку корабля для случая правильной синусоидальной волны с периодом $\tau = 8$ сек. Результаты этих расчетов он изобразил графически (рис. 5.1).

На рис. 5.1 пунктиром изображены собственные, штрих-пунктиром — вынужденные, а сплошной линией — суммарные колебания для регулярного и нерегулярного волнения. Из сопоставления двух графиков видно, что по прошествии некоторого времени, т. е.

после тринадцатой волны, суммарная амплитуда качки на нерегулярном волнении оказывается примерно в два раза больше суммарной амплитуды на регулярном волнении. Численный пример, выполненный А. Н. Крыловым, относится к условиям качки, удаленным от области резонанса.

С. Н. Благовещенский, воспользовавшись приемом А. Н. Крылова, рассмотрел на другом численном примере, как влияет нерегулярность волнения на амплитуды качки, если она происходит в условиях, весьма близких к резонансу. Была рассчитана бортовая качка в предположении, что корабль, имеющий период собственных колебаний $T_0 = 12,5$ сек, качается на нерегулярном

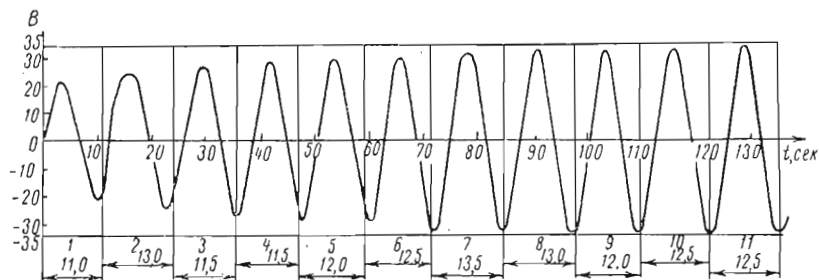


Рис. 5.2

волнении, образованном синусоидальными волнами, периоды которых беспорядочно меняются в пределах $11 < \tau < 13$ сек, а наибольшие углы волнового склона α_m равны 7° и одинаковы для выбранных одиннадцати последовательных волн. Резонансная амплитуда получилась $\theta_m = 35^\circ$. На рис. 5.2 показан график суммарных колебаний. Из графика вытекает, что амплитуды собственных и вынужденных колебаний и фазы сочетаются так, что суммарная амплитуда не превышает амплитуды качки при резонансе $\theta_m = 35^\circ$ [7].

На основании двух выполненных расчетов можно сделать следующие заключения. При частоте возмущающего момента, далекой от резонанса, нерегулярность волнения по периоду может приводить к большим суммарным амплитудам по сравнению с рассчитанными в соответствии с теорией качки на регулярном волнении, а при частоте возмущающего момента, близкой к резонансу, нерегулярность волнения по периоду может привести к снижению суммарных амплитуд по сравнению с рассчитанными для регулярного волнения. Степень увеличения или уменьшения амплитуд не может быть предсказана расчетом ввиду произвольного характера нерегулярности волнения.

Отнеся оба вывода к кривой коэффициента динамичности [7] $\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \bar{f}(x_\theta)$, где $x_\theta = \frac{\sigma}{n_\theta}$, можно считать, что нерегулярность

волнения как бы срезает сверху и расширяет в стороны резонансный пик. На рис. 5.3 сплошная кривая изображает зависимость коэффициента динамичности от относительной частоты на регулярном волнении. Пунктирная кривая изображает предположительный график изменения амплитуд при нерегулярном волнении.

Таким образом, единственный практический вывод, который можно сделать на основании приведенных исследований, заключается в том, что, по-видимому, максимально возможное для данного корабля значение амплитуды соответствует случаю резонанса. Поэтому, если корабль способен выдержать резонансную качку, никаких дополнительных исследований о влиянии нерегулярности волнения можно не производить.

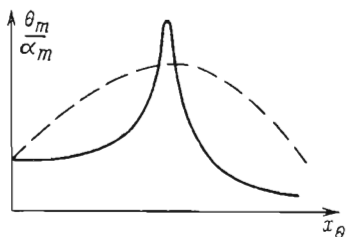


Рис. 5.3

Однако очень многие суда в реальных условиях плавания не встречаются таких волн, которые могут создать условия резонанса, и практически плавают в условиях, далеких от резонанса. Такие суда нет смысла проектировать с учетом возможности попадания в резонанс. В этих случаях необходимо произвести расчет качки с учетом влияния нерегулярности волнения. Этот вопрос может быть решен только с помощью статистических методов, основанных на данных теории вероятностей. За последние двадцать лет эти методы расчета, основанные на исследованиях отечественных и иностранных ученых, вошли в практику судостроения.

Приведенный ниже метод расчета бортовой качки корабля на нерегулярном волнении основан на следующих положениях:

- волнение является стационарным случайным процессом;
- нерегулярное волнение двумерно;
- динамические свойства корабля как колебательной системы описываются линейным дифференциальным уравнением;
- качка бортовая, килевая и вертикальная представляют независимые случайные процессы;
- корабль рассматривается как колебательная система, для которой волнение является «входным» случайным процессом, порождающим «выходной» процесс — качку.

Прежде чем перейти к изложению способа расчета качки на нерегулярном волнении, основанного на статистическом методе, остановимся на некоторых понятиях теории вероятностей и на статистических характеристиках морского волнения.

§ 33. Некоторые понятия теории вероятностей и теории случайных функций

Рассмотрим основные статистические характеристики случайного процесса.

В процессе серии опытов наблюдаемые величины могут менять свое значение при неизменных условиях опытов. Такие величины называются *случайными* и носят *дискретный* характер. При изучении качки мы имеем дело с *непрерывными* случайными величинами, которые непрерывно заполняют некоторый интервал.

Под вероятностью W данного явления (появления определенного значения изучаемой величины) понимается устойчивая частота числа случаев n_i этого явления по отношению к общему числу возможных случаев N :

$$W = \frac{n_i}{N}. \quad (5.2)$$

Условию $W = 0$ соответствует абсолютная невозможность данного явления, а условию $W = 1$ — его абсолютная достоверность.

Вероятность появления фиксированного значения непрерывной случайной величины, очевидно, равна нулю. Поэтому обычно рассматриваются значения, которые находятся внутри какого-то заданного интервала

$$x_i \leq x \leq x_i + \Delta x_i.$$

Тогда график распределения вероятностей будет иметь вид, изображенный на рис. 5.4.

Вероятность нахождения случайной величины внутри заданного интервала зависит также от величины последнего. Поэтому в качестве характеристики распределения вероятностей вводится понятие о *плотности вероятностей* w , которая выражается следующим образом:

$$w = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta x_i \rightarrow 0}} \left(\frac{n_i}{N \Delta x_i} \right).$$

Из графика $w(x)$ (рис. 5.4) следует, что вероятность появления значения x между фиксированными значениями x_1 и x_2 выра-

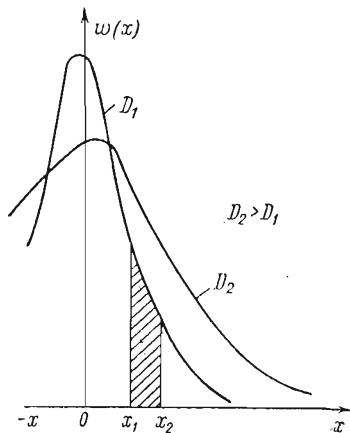


Рис. 5.4

жается площадью заштрихованного участка. Поскольку появление x в интервале от $-\infty$ до $+\infty$ достоверно, имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(x) dx = 1, \quad (5.3)$$

т. е. полная площадь между кривой $w(x)$ и осью абсцисс равна единице.

Практически важно бывает знать вероятность того, что случайная величина x превысит некоторое фиксированное значение x_1 .

Такая вероятность называется *обеспеченностью* $F(x)$ появления $x \geq x_1$ и выражается формулой

$$F(x_1) = \int_{x_1}^{\infty} w(x) dx. \quad (5.3')$$

На рис. 5.4 она определяется площадью между кривой $w(x)$ и осью абсцисс, лежащей вправо от ординаты $x = x_1$. Кривая обеспеченности $F(x_1)$ изображена на рис. 5.5. Ординаты этой кривой при фиксированном значении

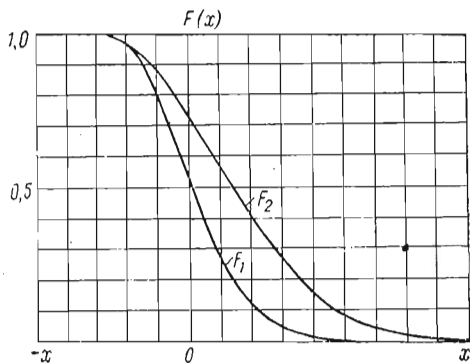


Рис. 5.5

$x = x_1$ дают вероятность превышения этой величины.

Знание распределения вероятностей и плотности вероятностей даст исчерпывающую характеристику случайной величины. Однако практическое использование этих зависимостей очень громоздко, поэтому для количественного сопоставления различных распределений удобнее пользоваться *математическим ожиданием* и *дисперсией* случайной величины.

Математическим ожиданием m_x непрерывной случайной величины называется статический момент площади, ограниченной осью абсцисс и кривой плотности вероятностей

$$m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xw(x) dx.$$

Отношение

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} xw(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} w(x) dx} = \bar{x}$$

представляет, очевидно, абсциссу центра тяжести площади под кривой плотности вероятности, и, так как эта площадь равна единице (5.3), абсцисса $\bar{x}$ численно равна математическому ожиданию m_x .

Дисперсией D_x непрерывной случайной величины называется момент инерции площади под кривой плотности вероятностей относительно центральной оси

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 w(x) dx.$$

Дисперсия характеризует разброс значений случайной величины около среднего ее значения $\bar{x}$. Чем меньше дисперсия, тем плотнее группируются отдельные значения случайной величины около ее среднего значения $\bar{x}$. Если выбрать начало координат так, чтобы математическое ожидание равнялось нулю, т. е. чтобы $m_x = \bar{x} = 0$, то дисперсия определится формулой

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 w(x) dx,$$

а случайная величина x будет называться *центрированной случайной величиной*.

Величина

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

называется *средним квадратичным отклонением* или *стандартом*.

Если написать выражение

$$\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 w(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} w(x) dx}},$$

то нетрудно понять, что этот радикал аналогичен радиусу инерции площади под кривой плотности вероятности, но так как эта площадь равна единице, то стандарт σ_x численно равен радиусу инерции этой площади.

Выше мы определили понятие о математическом ожидании m_x как о статическом моменте и о дисперсии D_x как моменте инерции. Установим теперь понятие о *корреляционном моменте*.

Если мы имеем систему двух случайных величин x и y , то центральный момент

$$k_{xy} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})(y - \bar{y}) w(x, y) dx dy \quad (5.4)$$

будет являться характеристикой системы, описывающей, кроме их рассеивания, еще и статистическую связь между ними. При этом корреляционный момент k_{xy} для независимых случайных величин равен нулю. С другой стороны, корреляционный момент можно рассматривать как математическое ожидание произведения центрированных величин.

Коэффициентом взаимной корреляции называется безразмерная величина

$$\rho = \frac{k_{xy}}{\sqrt{D_x D_y}} = \frac{k_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если отклонения случайной величины от ее среднего значения не подвержены какому-либо систематическому влиянию и ничем не ограничены, то кривая плотности вероятностей описывается нормальным законом распределения (законом Гаусса) и может быть выражена в виде

$$\omega(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_x}} e^{-\frac{x_0^2}{2D_x}}, \quad (5.5)$$

где $x_0 = (x - \bar{x})$ — отклонение случайной величины от ее математического ожидания (среднего значения).

При нормальном законе распределения, как видно из формулы (5.5), математическое ожидание и дисперсия полностью определяют плотность вероятностей.

Зафиксируем непрерывное изменение угла крена при качке корабля, характеризующее процесс качки на нерегулярном волнении. Такой график называется *реализацией* случайной функции, характеризующей изучаемый процесс. Повторив такую фиксацию большое число раз, получим совокупность реализации, которая даст *вероятностную характеристику* рассматриваемого случайного процесса.

На практике встречаются случайные процессы, которые протекают во времени приблизительно однородно в виде случайных непрерывных колебаний около среднего значения, при этом средняя амплитуда и характер колебаний не изменяются с течением времени. Такие случайные процессы называются *стационарными*. Обычно при описании стационарных процессов за нулевое значение принимается их математическое ожидание. Такие процессы (или случайные функции) называются *центрированными*. Совокупность частных значений изучаемой величины во всех возможных реализациях, отнесенная к некоторому моменту времени, будет случайной величиной. Вероятностное описание этой величины даст статистические характеристики изучаемого случайного процесса. Характеристики стационарного случайного

процесса не зависят от выбора момента времени, и, следовательно, функция, описывающая этот процесс в статистическом отношении, характеризуется теми же величинами, что и случайные величины, рассмотренные выше.

Распределение мгновенных значений ординат волновой поверхности и углов качки принимается по нормальному закону. Будем считать, что корабль качается около прямого положения равновесия. Поэтому математическое ожидание обеих этих величин равно нулю, т. е. оба процесса являются центрированными. Тогда для вероятностной характеристики случайных функций, описывающих эти процессы, единственной величиной, подлежащей определению, будет их дисперсия.

Для упрощения расчетов считают, что каждая реализация процесса обладает одними и теми же характерными признаками: средним значением, около которого происходят колебания, и средним значением этих колебаний. Такие процессы называются *эргодическими*. Поэтому для вычисления характеристик стационарного эргодического случайного процесса можно воспользоваться одной реализацией, но достаточно продолжительной по времени.

Характеристики эргодической стационарной случайной функции будем определять не как средние по множеству наблюдений, а как средние по времени t . При достаточно большом T математическое ожидание может быть приближенно вычислено по формуле

$$m_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt.$$

Приближенно может быть определена и корреляционная функция как математическое ожидание случайной функции $x(t)x(t+\tau)$ по формуле (5.10).

Предположим, что распределение мгновенных значений случайной величины x подчиняется нормальному закону и что распределение амплитудных значений этой величины x_m подчиняется закону Рэлея и выражается формулой

$$\omega(x_m) = \frac{x_m}{D_x} e^{-\frac{x_m^2}{2D_x}}. \quad (5.6)$$

Найдем выражение кривой обеспеченности процесса, используя для этого формулу (5.3')

$$F(x_m) = \int_{x_m}^{\infty} \frac{x_m}{D_x} e^{-\frac{x_m^2}{2D_x}} dx_m = \left| -e^{-\frac{x_m^2}{2D_x}} \right|_{x_m}^{\infty} = e^{-\frac{x_m^2}{2D_x}}. \quad (5.7)$$

Исходя из полученного выражения, можно установить зависимость между амплитудой x_m и дисперсией:

$$x_m = \sqrt{2D_x \ln \frac{1}{F(x_m)}} = k \sqrt{D_x}, \quad (5.8)$$

где

$$k = \sqrt{2 \ln \frac{1}{F(x_m)}}.$$

Значения k приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$F(x_m) \%$,	0,1	1	3	10	30	46,5	60	80	100
k	3,70	3,04	2,64	2,15	1,56	1,25	1,01	0,67	0

При распределении по закону Рэлея обеспеченности, равной 46,5%, соответствует среднее значение амплитуды случайного процесса.

Обеспеченность $F(x_m)$ обычно принимают равной 3% и тогда

$$x_{m \ 3\%} = 2,64 \sqrt{D_x}. \quad (5.9)$$

Случайные процессы волнения и качки можно представить в виде суммы элементарных гармонических процессов, складывающихся со случайным сочетанием фаз:

$$x(t) = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{i=1} \delta A_i \sin(\sigma_i t + \varphi_i),$$

где σ_i — частота;

φ_i — фазовый угол;

δA_i — амплитуда элементарного процесса.

Совокупность пар чисел $(\sigma_1, \delta A_1^2), (\sigma_2, \delta A_2^2), \dots, (\sigma_n, \delta A_n^2)$ называется *энергетическим спектром функции $x(t)$* . Откладывая по оси абсцисс в некотором масштабе значения σ , восстанавливая из полученных точек перпендикуляры и откладывая на них отрезки, длины которых пропорциональны δA_i^2 (интенсивность колебательного процесса), получаем график, называемый *спектрограммой*. Отношение

$$S_x(\sigma_i) = \frac{\delta A_i^2}{\delta \sigma_i}$$

называется *спектральной плотностью*.

Если случайная стационарная функция $x(t)$ обладает эргодическим свойством и реализация ее зафиксирована за достаточно большой промежуток разложения T , то квадраты амплитуд δA_i^2 элементарных гармонических процессов приобретают смысл дисперсий D_i случайных амплитуд δA_i , которые могли бы быть определены по множеству отдельных реализаций данного процесса. В этом случае выражение

$$S_x(\sigma_i) = \frac{D_i}{\delta \sigma_i}$$

будет *спектральной плотностью дисперсий*, или просто спектральной плотностью данного случайного процесса. При этом дисперсия всего процесса в целом выразится интегральным соотношением

$$D_x = \int_0^{\infty} S_x(\sigma) d\sigma.$$

Практически определение дисперсии производится путем планиметрирования площади, ограниченной кривой спектральной плотности дисперсий $S_x(\sigma)$ и осью σ .

Возьмем значения функции $x(t)$ в два различных момента времени t и $t + \tau$. Тогда среднее по времени от произведения $x(t) \cdot x(t + \tau)$ будет корреляционной функцией и может быть записано в виде

$$k_x(\tau)_{T=\infty} = \lim \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt.$$

Эта зависимость называется *автокорреляционной функцией* случайного процесса $x(t)$. Для стационарного случайного процесса функция $k_x(\tau)$ должна зависеть не от времени t , а только от выбранного промежутка τ . Теория случайных процессов дает следующую связь между автокорреляционной функцией $k_x(\tau)$ и спектральной плотностью $S_x(\sigma)$:

$$k_x(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\sigma) \cos \sigma \tau d\sigma; \quad (5.10)$$

$$S_x(\sigma) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} k_x(\tau) \cos \sigma \tau d\tau. \quad (5.11)$$

§ 34. Характеристики морского ветрового волнения

Изучение морского волнения в настоящее время ведется по следующим трем направлениям: энергетическому, статистическому и спектральному. Для изучения качки на нерегулярном волнении

наибольший интерес представляет последнее направление, поэтому остановимся на нем подробнее.

Спектральное направление рассматривает морское волнение как сложный волновой процесс, представляющий собой взаимодействие большого числа простых волн. В основе расчета волнения и качки лежат фундаментальные работы советского математика А. Я. Хинчина.

Взволнованная ветром поверхность воды обычно имеет весьма сложный трехмерный рельеф. Максимальная высота замеренной

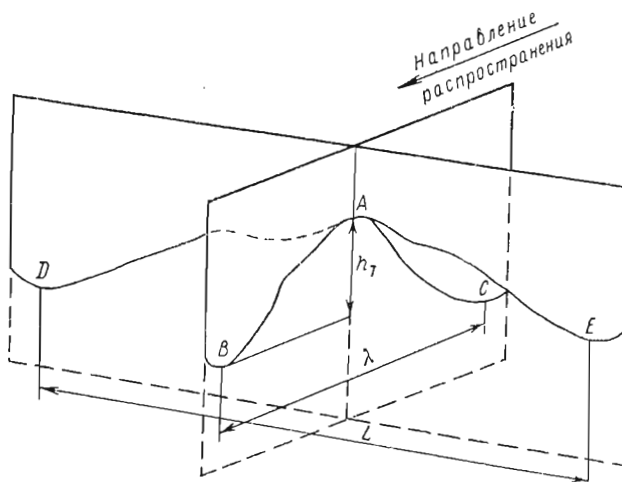


Рис. 5.6

волны составила 25 м в районе «ревущих» сороковых широт Индийского океана.

Понятия высоты и длины трехмерной волны являются условными и требуют оговорки «в заданном направлении». На рис. 5.6 представлена схема трехмерной волны с высотой h_T , длиной λ и длиной гребня L в заданных направлениях.

В спектральной теории все элементы взволнованной поверхности рассматриваются относительно средней горизонтальной плоскости (в трехмерном случае) или средней горизонтальной прямой (в двухмерном плоском случае). Средняя горизонтальная плоскость определяется тем условием, что объем, ограниченный этой плоскостью и вышележащей частью взволнованной поверхности, равен объему, ограниченному той же плоскостью и нижележащей частью поверхности. Аналогично определяется средняя горизонтальная прямая, если рассматривается двухмерное волнение в виде волнового профиля. Высоту и длину волн определяют

относительно нулевых точек, т. е. точек пересечения волнового профиля со средней горизонтальной плоскостью или прямой.

В большинстве инженерных задач качки рассматривают плоское волнение, что позволяет значительно упростить расчеты качки корабля на нерегулярном волнении.

Балльность волнения определяется по высоте волны 3%-ной обеспеченности. При обработке волнограмм следует снимать высоты $h_1, h_2, h_3, h_4, \dots$ на волнах 1, 2, 3, 4, $\dots$ и не снимать $h_1^*, h_2^*, h_3^*, \dots$ (рис. 5.7). Длины волн берутся как удвоенные значения соответствующих полудлин волн. Полученную запись подвергают корреляционной обработке, а затем строят двухмер-

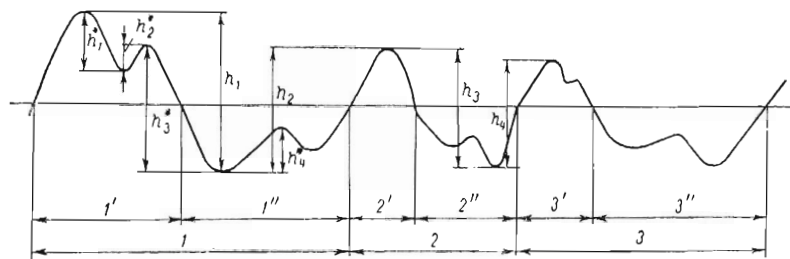


Рис. 5.7

ный (для трехмерного волнения) или одномерный (для двухмерного волнения) энергетический спектр.

Многочисленные замеры волнения позволили многим авторам выступить с различными по математической форме одномерными спектрами. Сравнение полученных спектров порой затруднительно, поэтому была сделана попытка получить единую форму спектров в так называемом нормированном виде. Здесь были использованы и замеры, проведенные во время экспедиционного плавания дизель-электрохода *Куйбышевгэс* в апреле—июне 1961 г. в Северной Атлантике. Экспериментальные данные, полученные в этом плавании, позволили А. И. Вознесенскому и Ю. А. Нецветаеву проверить выведенный ими аналитически нормированный спектр морского волнения [19], который получается следующим образом.

Имеется спектральная плотность $S_x(\sigma)$ в интервале частот $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$ (рис. 5.8). Тогда средняя частота будет

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

Дисперсия является площадью, ограниченной кривой $S_x(\sigma)$, т. е.

$$D_x = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} S_x(\sigma) d\sigma.$$

Разделим дисперсию D_x на $2\bar{\sigma}$ и получим среднюю спектральную плотность (рис. 5.8)

$$S_{cp} = \frac{D_x}{2\bar{\sigma}}.$$

Отношение

$$\frac{S_x(\sigma)}{2S_{cp}} = \frac{S_x(\sigma) \cdot \bar{\sigma}}{D_x}$$

и является *нормированным спектром*.

Нормированный спектр позволяет аппроксимировать единой кривой спектры, имеющие, на первый взгляд, существенно различную форму. С другой стороны, как показывает сравнение нормированного спектра с экспериментальными данными, он может быть использован для описания различных видов морского волнения. При аппрокси-

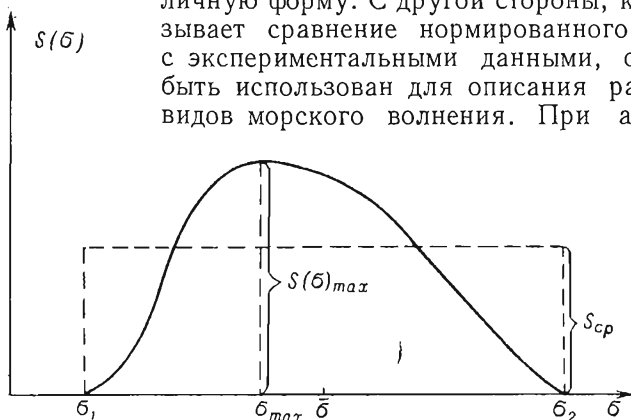


Рис. 5.8

мации нормированного одномерного энергетического спектра волнения было использовано выражение

$$S_x(\sigma) = A\sigma^{-k} \exp[-B\sigma^{-n}],$$

где A , B , k и n — параметры, зависящие от условий волнообразования.

Показатели k и n позволяют изменять параметр и относительную величину максимальной ординаты $\left| \frac{S_x(\sigma) \cdot \bar{\sigma}}{D_x} \right|_{\max}$ независимо от других параметров спектра D_x и σ , где $\sigma_{\max}$ — частота, при которой спектральная плотность $S_x(\sigma)$ достигает максимума. На рис. 5.9 приведены различные спектры в нормированной форме: I — спектр Н. Н. Рахманина и Г. А. Фирсова; II — спектр Неймана ($k=6$; $n=2$); III — спектр Дербишайра ($\sigma_{\max} = 0,528$); IV — нормированный спектр ($k=6$; $n=7$).

Нормированная безразмерная функция

$$\frac{S_x(\sigma) \cdot \bar{\sigma}}{D_x} = F(u, k, n),$$

где $u = \frac{\sigma}{\sigma_{\max}}$, может быть использована для описания энергетического спектра морского волнения различных типов на различных стадиях развития, и ее универсальность представляет большое преимущество по сравнению с ранее предложенными спектрами.

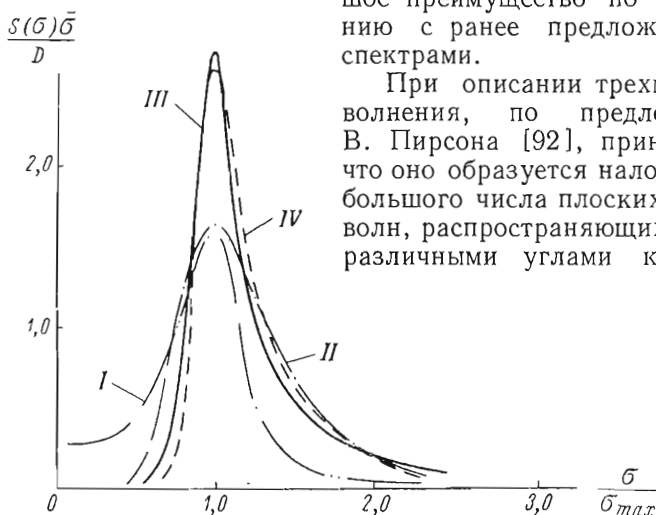


Рис. 5.9

ному направлению бега волн (рис. 5.10). Этому допущению соответствует следующее представление ординаты волной поверхности [14]

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} r_{ij} \cos(k_i x \cos \psi_j + k_i y \sin \psi_j - \sigma_i t + \varphi_{ij}),$$

где r_{ij} — амплитуды волн, предполагаемые случайными величинами;

φ_{ij} — фазы отдельных гармоник, также предполагаемые случайными величинами в интервале от нуля до 2π ;

ψ_j — угол направления бега волн, считая от направления ветра.

Спектральная плотность трехмерного волнения является функцией и частоты и направления, поэтому ее называют двухмерным спектром. Графически двухмерный спектр изображается поверхностью (рис. 5.11). Для установления связи между одномерным $S(\sigma)$ и двухмерным $S(\sigma, \psi)$ спектрами будем считать [12], что двух-

мерное волнение включает в себе всю энергию волнового движения, которая при наличии трехмерных волн распространяется в различных направлениях. Поскольку мы предположили независимость отдельных гармоник в выражениях для высот волн при плоском и трехмерном характере, то их коэффициенты корреляции равны нулю, а дисперсия ординат волнения, измеренная в фиксированной точке поверхности моря, равна сумме дис-

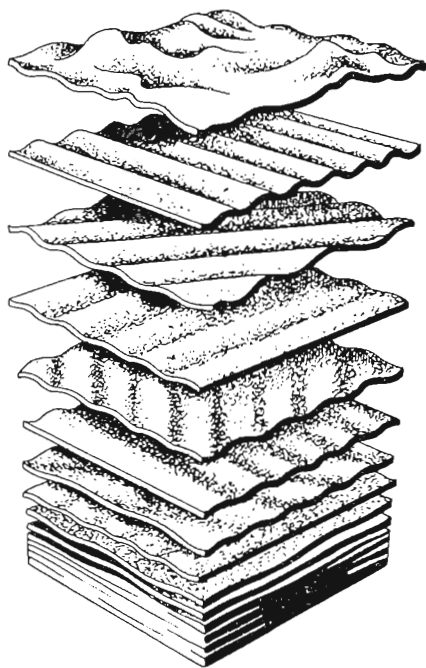


Рис. 5.10

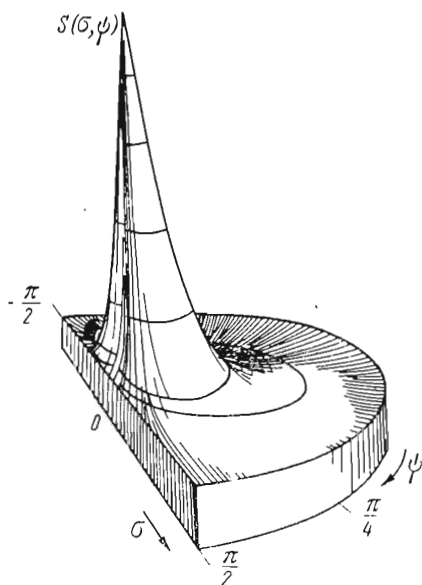


Рис. 5.11.

персий элементарных волновых систем. Поэтому энергетические спектры двухмерного и трехмерного волнения связаны соотношением

$$\int_0^{\infty} S(\sigma) d\sigma = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} S(\sigma, \psi) d\psi d\sigma.$$

Для приближенного описания энергетического спектра трехмерного волнения можно принять, например, зависимость, рекомендованную Артуром

$$S(\sigma, \psi) = \frac{2}{\pi} S(\sigma) \cos^2 \psi,$$

где

$$-\frac{\pi}{2} < \psi < +\frac{\pi}{2}.$$

Эта формула находит наиболее широкое применение в настоящее время. Наблюдения показывают, что спектральные составляющие имеют наибольшую энергию в пределах под углом $\pm 30^\circ$ от направления ветра. Спектр в этих пределах является высоким (рис. 5.11). Однако бывают случаи, когда волны приходят даже под углом 45° к направлению ветра, а иногда и более. Артур показал, что высота волн изменяется пропорционально косинусу угла между направлением ветра и направлением движения зыби. Следовательно, если высота волны равна единице прямо перед областью шторма, то она будет равна 0,866 в точке под углом 30° и 0,707 — в точке под углом 45° .

Кроме предложенной Артуром зависимости $\frac{2}{\pi} \cos^2 \psi$, иногда пользуются и другими зависимостями, например $0,5 \cos \psi$ и $\frac{4}{3\pi} \cos^4 \frac{\psi}{2}$.

Приведенные зависимости позволяют легко свести расчет качки корабля на трехмерном волнении к расчету его качки на двумерном волнении, применяя при этом одномерный спектр.

Несколько видов такого спектра было приведено выше. В заключение приведем спектр волнения, рекомендованный II Международным конгрессом по прочности судов для практического использования [26]:

$$S(\bar{\sigma}) = 0,01 \bar{\sigma}^{-5} \exp(-0,44 \bar{\sigma}^{-4}),$$

где $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{ср}}}$ — относительное значение частоты волны;

$\sigma_{\text{ср}}$ — средняя частота волнения.

Остановимся подробнее на спектре Г. А. Фирсова — Н. Н. Рахманина, который может быть рекомендован для практического использования.

Корреляционная функция неправильного волнения аппроксимируется зависимостью

$$k(\tau) = D_{\text{в}} e^{-\alpha \tau} \cos \beta \tau, \quad (5.12)$$

где $D_{\text{в}}$ — дисперсия волновых ординат;

α и β — эмпирические параметры спектральной плотности, имеющие физический смысл.

При $\alpha = 0$ зависимость (5.12) описывает правильное волнение, поэтому α характеризует степень нерегулярности. Параметр β является частотой, которая с точностью до малых высшего порядка равняется частоте, соответствующей максимуму спектра $S_{\text{в}}(\sigma)$. На рис. 5.12 изображен график зависимости параметра β от высоты волны 3%-ной обеспеченности. Этот график построен Н. Н. Рахманиным [86] по результатам обработки большого числа записей натурного волнения. На этом графике сплошная линия

соответствует среднему значению β , пунктирные линии отмечают возможные пределы отклонения. Кроме того, установлено, что

$$\alpha = 0,21\beta. \quad (5.13)$$

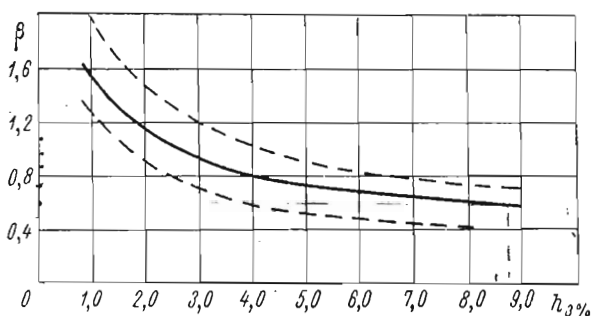


Рис. 5.12

Из формулы (5.9), принимая во внимание, что амплитуда волны x_m равна половине ее высоты h , т. е. $x_{m3\%} = \frac{h_{3\%}}{2}$, можно получить выражение для вычисления дисперсии волновых ординат

Таблица 5.2

$$D_b = 0,143 \left(\frac{h_{3\%}}{2} \right)^2. \quad (5.14)$$

Волнение, баллы	$h_{3\%}, \text{ м}$
I	0—0,25
II	0,25—0,75
III	0,75—1,25
IV	1,25—2,00
V	2,0—3,5
VI	3,5—6,0
VII	6,0—8,5
VIII	8,5—11,0
IX	Более 11

Высота волны $h_{3\%}$ в зависимости от интенсивности волнения может быть взята из табл. 5.2.

Подставив (5.12) в (5.11), после интегрирования можно получить выражение для спектральной плотности волновых ординат

$$S_b(\sigma) = \frac{2D_b\alpha}{\pi} \frac{\sigma^2 + \alpha^2 + \beta^2}{(\sigma^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\sigma^2}. \quad (5.15)$$

При заданном в зависимости от интенсивности волнения $h_{3\%}$ вычисляем D_b по формуле (5.14). Затем определяем β по графику (рис. 5.12) и вычисляем α по формуле (5.13). После этого можно построить $S_b(\sigma)$ в виде кривой.

§ 35. Расчет бортовой качки на нерегулярном волнении

Остановимся здесь подробно на расчете бортовой качки корабля. Связь между характеристиками качки и заданными статистическими характеристиками волнения может быть установ-

лена с помощью зависимости, известной из теории стационарных случайных процессов под названием теоремы А. Я. Хинчина:

$$S_{\text{вых}}(\sigma) = |\Phi|^2 S_{\text{вх}}(\sigma),$$

где $S_{\text{вх}} = S_{\text{в}}$ — спектральная плотность входного процесса (волнения);

$S_{\text{вых}} = S_0$ — спектральная плотность выходного процесса (качки);

$|\Phi|$ — передаточная функция линейной колебательной системы.

Функция $|\Phi|$ определяет выходной процесс, когда выходным процессом является простое гармоническое возмущение с единичной амплитудой (см. § 17).

Для корабля, расположенного лагом к волне, в качестве входного процесса нужно рассматривать изменение волновых ординат $\zeta_{\text{в}}$, а в качестве выходного процесса изменение угла бортовой качки θ . Тогда передаточная функция будет представлять произведение из коэффициента динамичности бортовой качки на редуционный коэффициент к углу волнового склона и на волновое число $k = \frac{\sigma^2}{g}$. Коэффициент динамичности можно взять по формуле (2.113) или по формуле (2.116) в зависимости от того, какое уравнение качки мы решаем. Возьмем коэффициент динамичности в наиболее простом виде по формуле (2.116) для случая бортовой качки при абсолютном движении, которая описывается укороченным уравнением. Тогда

$$|\Phi|^2 = \frac{\kappa_0^2 \sigma^4 n_0^4}{g^2 [(n_0^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_0^2 \sigma^2]}. \quad (5.16)$$

Теперь имеем

$$S_0(\sigma) = \frac{\kappa_0^2 \sigma^4 n_0^4}{g^2 [(n_0^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_0^2 \sigma^2]} S_{\text{в}}(\sigma). \quad (5.17)$$

В этой формуле редуционный коэффициент κ_0 нужно рассматривать как функцию σ , поскольку он является функцией соотношений $\frac{B}{\lambda}$ и $\frac{T}{\lambda}$, которые могут быть написаны следующим образом:

$$\frac{B}{\lambda} = \frac{B\sigma^2}{2\pi g}, \quad \frac{T}{\lambda} = \frac{T\sigma^2}{2\pi g}. \quad (5.18)$$

Формула (5.17) является основной для расчета бортовой качки на реальном волнении, когда она описывается укороченным уравнением.

Расчет производится в следующем порядке.

1. По формуле (5.15) для принятой интенсивности волнения и для ряда значений частот вычисляются значения спектральной плотности волнения.

2. Для тех же значений частот вычисляется редуцированный коэффициент κ_0 по формуле (2.43), (2.63) и (2.86), исходя из значений $\frac{B}{\lambda}$ и $\frac{T}{\lambda}$ и коэффициентов полноты корабля.

3. Для тех же частот по формуле (5.16) вычисляется квадрат передаточной функции $|\Phi|^2$.

4. По формуле (5.17) вычисляются значения и строится кривая спектральной плотности углов качки.

5. Определяется дисперсия качки D_θ путем вычисления площади, ограниченной кривой $S_\theta(\sigma)$ и осью σ .

6. С помощью формулы (5.8) вычисляются значения амплитуды качки θ_m , соответствующие различной обеспеченности $F(\theta_m)$. Средняя амплитуда качки соответствует обеспеченности 46,5% и вычисляется по формуле

$$\theta_{cp} = 1,25 \sqrt{D_\theta}.$$

Аналогично может быть произведен расчет килевой и вертикальной качки.

Расчет качки судна, идущего под некоторым курсовым углом к нерегулярному волнению, содержит ряд дополнительных условий, так как представляется необходимым строить так называемый «псевдоспектр» качки, предложенный А. И. Вознесенским. Практически представляет интерес получение так называемого резонансного курсового угла, под которым в данном случае понимается курсовой угол, дающий максимальный угол качки, т. е. такой, при котором дисперсия качки получается максимальной.

Основы нелинейной теории бортовой качки

§ 36. Виды нелинейности. Бортовая качка на тихой воде корабля с заданной диаграммой остойчивости. Вычисление периода бортовой качки

Выше, в главах I, II и IV, мы рассматривали все три основных вида качки в линейной постановке задачи, т. е. когда колебательное движение корабля описывается линейным дифференциальным уравнением.

В этой главе мы рассмотрим задачу о нелинейной бортовой качке, т. е. случай, когда бортовая качка описывается нелинейным дифференциальным уравнением.

Дифференциальное уравнение бортовой качки может оказаться нелинейным, так как все или некоторые составляющие гидромеханического момента могут быть нелинейными. Момент сил инерционной природы может оказаться нелинейным, если момент инерции присоединенной массы будет зависеть от угла крена. Момент сил сопротивления может оказаться нелинейным, если он не пропорционален первой степени угловой скорости, а зависит от квадрата скорости или может быть представлен в виде полинома от скорости, как было указано в § 3, а также если коэффициент сопротивления зависит от угла крена. Восстанавливающий момент может оказаться нелинейным, если из-за больших амплитуд качки для его определения придется воспользоваться диаграммой статической остойчивости вместо метацентрической формулы. Все сказанное показывает, что возможные виды нелинейности бортовой качки чрезвычайно многообразны. Однако некоторые из них в частных случаях практически несущественны, а другие в настоящее время не могут быть учтены достаточно точно из-за отсутствия теоретических и экспериментальных данных. В настоящее время нет данных для установления зависимостей момента инерции присоединенной массы и коэффициента сопротивления от угла крена. Поэтому в дальнейшем эти нелинейности рассматривать не будем.

Таким образом, представляет наибольший практический интерес рассмотреть два вида нелинейности — нелинейность момента сил сопротивления и нелинейности восстанавливающего момента, а также комбинацию этих двух нелинейностей.

Решение нелинейного дифференциального уравнения бортовой качки на волнении представляет значительные трудности главным образом потому, что при его решении принцип суперпозиции неприменим. Поэтому в данном случае, строго говоря, нельзя рассматривать отдельно собственные и вынужденные колебания. Однако существует некоторая аналогия с линейной качкой, которая заключается в том, что, если процесс сбалансирован энергетически, т. е. колебания установились, их можно рассматривать как вынужденные колебания и использовать соответствующие решения. В дальнейшем мы будем рассматривать только установившуюся нелинейную бортовую качку.

Для начала рассмотрим бортовую качку на тихой воде корабля с заданной диаграммой статической остойчивости, но без учета сопротивления. Напишем дифференциальное уравнение, описывающее это колебательное движение

$$J_1 \ddot{\theta} + M'(\theta) = 0, \quad (6.1)$$

где $J_1 = J_x + \Delta J_x$.

Угловое ускорение $\ddot{\theta}$ может быть выражено следующим образом:

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}.$$

Восстанавливающий момент будет

$$M(\theta) = D l(\theta).$$

Подставив эти выражения в уравнение (6.1), после преобразований получим

$$\dot{\theta} d\dot{\theta} = - \frac{D}{J_1} l(\theta) d\theta.$$

Интегрируя и задаваясь начальными условиями $t = 0$, $\theta = \theta_0$ и $\dot{\theta} = 0$, имеем

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} = - \frac{D}{J_1} \int_{\theta_0}^{\theta} l(\theta) d\theta.$$

Меняя пределы интегрирования, можно написать

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2D}{J_1} \int_{\theta}^{\theta_0} l(\theta) d\theta = \frac{2D}{J_1} \left[\int_0^{\theta_0} l(\theta) d\theta - \int_0^{\theta} l(\theta) d\theta \right].$$

Разности интегралов в квадратных скобках на рис. 6.1 соответствует заштрихованная площадь. Как известно, ее можно выразить через разность плеч динамической остойчивости. Тогда получим

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2D}{J_1} (d_0 - d). \quad (6.2)$$

Выражение (6.2) является первым интегралом дифференциального уравнения (6.1). Если умножить обе части уравнения (6.2) на $\frac{J_1}{2}$, то можно получить

$$\frac{J_1 \dot{\theta}^2}{2} = Dd_0 - Dd.$$

Это равенство выражает закон сохранения энергии. Действительно, левая часть равенства представляет кинетическую энергию корабля, а правая — изменение потенциальной энергии при наклонении от угла θ_0 до θ .

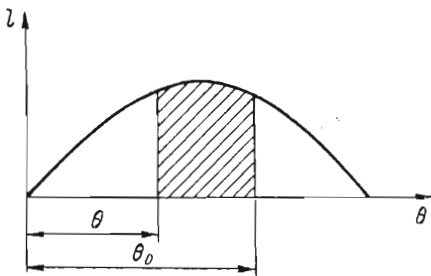


Рис. 6.1

Найдем теперь второй интеграл уравнения (6.1). Из (6.2) можно получить

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = - \sqrt{\frac{2D}{J_1}} \sqrt{d_0 - d}.$$

Знак минус перед радикалом в данном случае написан потому, что корабль, наклоненный на угол $+\theta_0$ и предоставленный самому себе, будет выпрямляться и угловая скорость движения $\dot{\theta}$ при этом будет отрицательная. Отделяя переменные, получим

$$dt = \frac{d\theta}{\dot{\theta}} = - \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \frac{d\theta}{\sqrt{d_0 - d}}.$$

Интегрируя и принимая во внимание начальные условия $t = 0$ и $\theta = \theta_0$, имеем

$$t = - \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{d_0 - d}}.$$

Продолжительность наклонения от $\theta = \theta_0$ до $\theta = 0$ равна четверти полного периода качки. Принимая во внимание это обстоятельство и изменяя пределы интегрирования, получим формулу для периода нелинейной бортовой качки на тихой воде:

$$T_{\theta} = 4 \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{d_0 - d}}. \quad (6.3)$$

В правой части полученного выражения стоит «несобственный интеграл», так как подынтегральная функция при θ , равном θ_0 , т. е. верхнему пределу интегрирования, обращается в бесконечность. Поэтому при заданной диаграмме остоячивости непосредственное использование формулы (6.3) для вычисления T_θ практически невозможно, так как при этом невозможно использовать правила приближенного вычисления определенных интегралов.

Таким образом, для вычисления интеграла нужно предварительно путем замены переменной интегрирования освободиться от «несобственности интеграла». В судостроительной литературе известны два способа, предлагающие такую замену. Это способ Г. Е. Павленко [44] и способ В. Г. Сизова [62]. А. Н. Крылов предложил три способа вычисления интеграла [30], основанных на разбиении промежутка интегрирования на два участка и позволяющих получить окончательный результат с желаемой степенью точности. На этом же принципе основан и предложенный А. Б. Карповым приближенный способ [25], отличающийся сравнительной простотой.

Приведем способ В. Г. Сизова, как сравнительно простой и достаточно точный. Будем исходить из формулы (6.3), которую напомним в виде

$$T_\theta = 4 \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{F(\theta_0) - F(\theta)}}, \quad (6.4)$$

где

$$F(\theta_0) = d_0; \quad F(0) = d.$$

Произведем следующую замену переменной

$$\theta = \theta_0 \cos \varphi \text{ и } d\theta = -\theta_0 \sin \varphi d\varphi.$$

Тогда

$$T_\theta = 4 \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \theta_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{F(\theta_0) - F(\theta_0 \cos \varphi)}}. \quad (6.5)$$

Здесь произведена замена пределов интегрирования исходя из соотношений

$$\theta = 0; \quad \cos \varphi = 0; \quad \varphi = \frac{\pi}{2};$$

$$\theta = \theta_0; \quad \cos \varphi = 1; \quad \varphi = 0.$$

Перепишем теперь выражение (6.5) в виде

$$T_{\theta} = 4 \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \theta_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\varphi) d\varphi,$$

где

$$f(\varphi) = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{F(\theta_0) - F(\theta_0 \cos \varphi)}}.$$

Очевидно, подынтегральная функция $f(\varphi)$ при $\varphi = 0$, т. е. при $\theta = \theta_0$, обращается в неопределенность вида

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} f(\varphi) = \frac{0}{0}.$$

Раскроем эту неопределенность по правилу Лапиталя:

$$\frac{d}{d\varphi} (\sin \varphi) = \cos \varphi;$$

$$\frac{d}{d\varphi} [\sqrt{F(\theta_0) - F(\theta_0 \cos \varphi)}] = - \frac{\frac{dF}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{d\varphi}}{2 \sqrt{F(\theta_0) - F(\theta_0 \cos \varphi)}}.$$

Здесь $\frac{dF}{d\theta} = l(\theta)$ — плечо статической остойчивости;

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = -\theta_0 \sin \varphi.$$

Тогда

$$\frac{d}{d\varphi} [\sqrt{F(\theta_0) - F(\theta_0 \cos \varphi)}] = \frac{\theta_0}{2} l(\theta) f(\varphi).$$

Теперь получаем

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} |f(\varphi)| = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left| \frac{2 \cos \varphi}{\theta_0 l(\theta_0 \cos \varphi) f(\varphi)} \right|_{\varphi \rightarrow 0} = \frac{2}{\theta_0 l(\theta_0)} \frac{1}{\lim_{\varphi \rightarrow 0} |f(\varphi)|},$$

откуда

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} |f^2(\varphi)| = \frac{2}{\theta_0 l(\theta_0)}$$

или

$$f(\varphi)_{\varphi=0} = \sqrt{\frac{2}{\theta_0 l(\theta_0)}}. \quad (6.6)$$

Период T_{θ} может быть вычислен по формуле

$$T_{\theta} = 4 \sqrt{\frac{J_1}{2D}} \theta_0 \Delta \varphi \sum_{\text{испр}} f(\varphi). \quad (6.7)$$

В этой формуле $\sum_{\text{испр}}$ обозначает сумму значений $f(\varphi)$, взятых через равные промежутки $\Delta\varphi$ за вычетом полусуммы крайних, т. е. в соответствии с правилом трапеций.

На рис. 6.2 изображены диаграммы статической и динамической устойчивости и показан графический прием вычисления T_θ с помощью формулы (6.7) при начальном наклонении на угол $\theta_0 = 60^\circ = 1,046$ и промежутке интегрирования $\Delta\varphi = 22,5^\circ$. Значения функции $f(\varphi)$, которые нужно в качестве слагаемых ввести

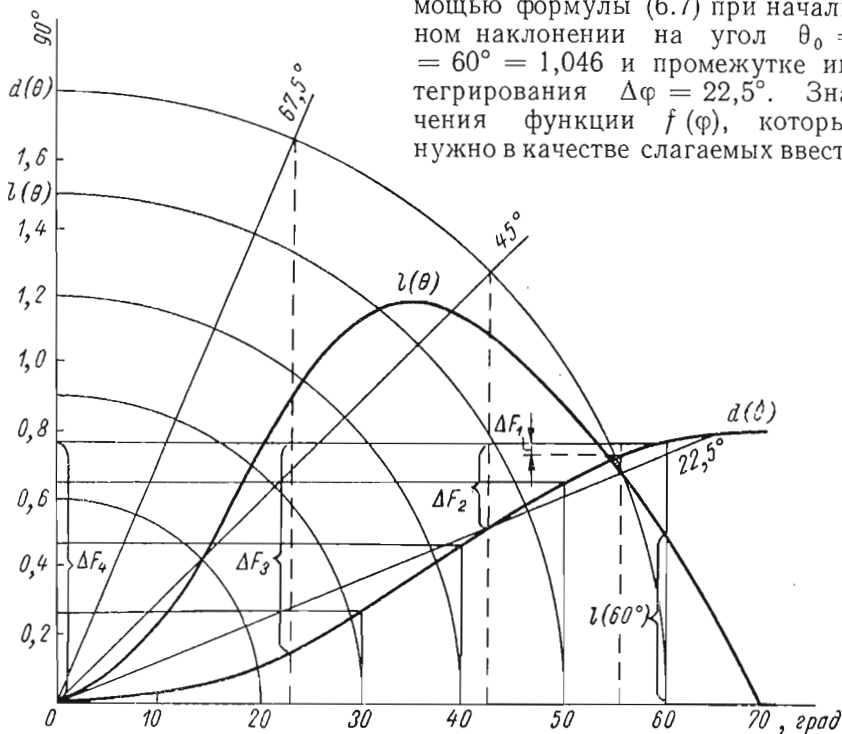


Рис. 6.2

в сумму $\sum_{\text{испр}} f(\varphi)$ формулы (6.7), выражаются следующим образом и могут быть сняты с рис. 6.2:

$$\varphi = 0^\circ; \quad f(0^\circ) = \sqrt{\frac{2}{1,046l(60^\circ)}};$$

$$\varphi = 22,5^\circ; \quad f(22,5^\circ) = \frac{\sin 22,5^\circ}{\sqrt{\Delta F_1}}; \quad \Delta F_1 = F_0(60^\circ) - F(60^\circ \cos 22,5^\circ);$$

$$\varphi = 45^\circ; \quad f(45^\circ) = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{\Delta F_2}}; \quad \Delta F_2 = F_0(60^\circ) - F(60^\circ \cos 45^\circ);$$

$$\varphi = 67,5^\circ; \quad f(67,5^\circ) = \frac{\sin 67,5^\circ}{\sqrt{\Delta F_3}}; \quad \Delta F_3 = F_0(60^\circ) - F(60^\circ \cos 67,5^\circ);$$

$$\varphi = 90^\circ; \quad f(90^\circ) = \frac{\sin 90^\circ}{\sqrt{\Delta F_4}}; \quad \Delta F_4 = F_0(60^\circ) - F(60^\circ \cos 90^\circ).$$

Отрезки ΔF_1 , ΔF_2 , ΔF_3 и ΔF_4 изображены на рис. 6.2.

Таким же образом могут быть вычислены периоды T_θ и для других начальных отклонений θ_0 . После того как вычислены периоды T_θ для различных θ_0 , можно определить частоты по формуле

$$n_\theta = \frac{2\pi}{T_\theta}. \quad (6.8)$$

Все вычисления желательно свести в табличную форму.

На рис. 6.3 изображены результаты расчетов в виде частотного графика. Кривая при $\theta_0 = 0$ дает значение частоты n_θ , соответствующее линейной бортовой качке, а при $n_\theta = 0$ пересекает ось ординат при значении θ_0 , соответствующем закату диаграммы статической остойчивости,

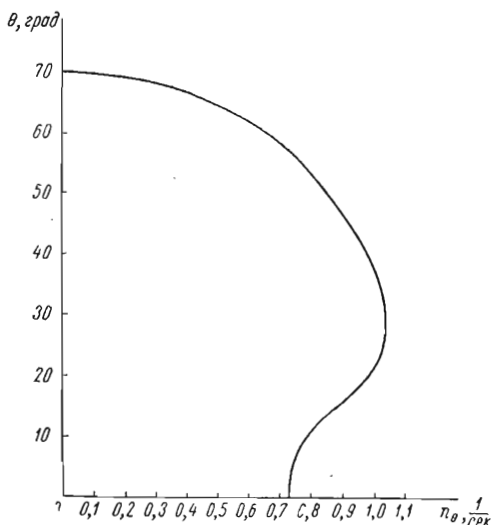


Рис. 6.3

т. е. при начальном отклонении, равном углу заката, $T_\theta = \infty$. Это обстоятельство может быть объяснено следующим образом. При угле крена, равном углу заката, корабль находится в неустойчивом положении равновесия, в котором он может теоретически пребывать неопределенно долго, т. е. он теоретически не вернется в прямое положение, пока на него не воздействует внешняя сила. Таким образом, будет $T_\theta = \infty$ и $n_\theta = 0$.

§ 37. Бортовая качка на тихой воде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости

Уравнение бортовой качки корабля на тихой воде в общем виде может быть написано следующим образом:

$$J_1 \ddot{\theta} + W(\dot{\theta}) + M(\theta) = 0. \quad (6.9)$$

Как было указано выше (см. § 7), сопротивление качке лучше всего выражается эмпирической двучленной зависимостью, в ко-

торой первый член пропорционален первой степени скорости, а второй член — скорости в квадрате. Из гидродинамической теории качки следует (см. главу III), что волновое сопротивление пропорционально первой степени скорости, в то время как сопротивление формы можно считать пропорциональным квадрату скорости. У кораблей с полными образованиями и сильно развитыми выступающими частями существенную роль играет сопротивление формы. К таким судам относятся транспортные суда и во всяком случае все суда, имеющие простейший успокоитель качки — скуловые кили.

В данном случае мы рассмотрим случай сопротивления, пропорционального квадрату скорости, т. е. случай, когда

$$W(\dot{\theta}) = W\dot{\theta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\theta},$$

где знак $\operatorname{sgn} \dot{\theta}$ говорит о том, что знак момента сил сопротивления $W(\dot{\theta})$ изменяется с изменением знака скорости $\dot{\theta}$.

Подставляя это выражение в уравнение (6.9), получим

$$J_1 \ddot{\theta} + W\dot{\theta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\theta} + M(\theta) = 0. \quad (6.10)$$

Разделим все члены уравнения (6.10) на множитель при высшей производной

$$\ddot{\theta} + w\dot{\theta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\theta} + m(\theta) = 0, \quad (6.11)$$

где

$$w = \frac{W}{J_1} \text{ и } m(\theta) = \frac{M(\theta)}{J_1}. \quad (6.12)$$

Уравнение (6.11) может быть решено в квадратурах для самого общего случая, когда W и J_1 являются функциями угла θ , что теоретически может быть обосновано. Однако такие зависимости ни теоретически, ни экспериментально не получены. Поэтому будем считать, что $W = \text{const}$ и $J_1 = J_x + \Delta J_x = \text{const}$.

Рассмотрим здесь более простой случай, когда нелинейность получается только за счет сопротивления, т. е. когда восстанавливающий момент может быть выражен с помощью метacentрической формулы

$$M(\theta) = Dh_0\theta.$$

Тогда, принимая во внимание зависимость (1.21), вместо уравнения (6.11) будем иметь

$$\ddot{\theta} + w\dot{\theta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\theta} + n_0^2\theta = 0. \quad (6.13)$$

Решим уравнение (6.13) в предположении начальных условий $t = 0$, $\theta = \theta_0 > 0$ и $\dot{\theta} = 0$, т. е. когда корабль отклонен от положения равновесия на правый борт на угол θ_0 и затем предоставлен самому себе. Наша задача будет заключаться в том, чтобы

определить закон убывания последовательных отклонений $|\theta_0|$, $|\theta_1|$, $|\theta_2|$, ..., $|\theta_i|$ [59]. Первый размах будет происходить с правого борта на левый от угла крена $\theta = \theta_0 > 0$ до угла $\theta = -\theta_1 < 0$. При этом $\dot{\theta} < 0$ и для первого размаха нужно написать

$$\ddot{\theta} - \omega\dot{\theta}^2 + n_\theta^2\theta = 0. \quad (6.14)$$

Второй размах будет происходить от угла крена $\theta = \theta_1 < 0$ до угла $\theta = \theta_2 > 0$. При этом $\dot{\theta} > 0$ и для второго размаха будет

$$\ddot{\theta} + \omega\dot{\theta}^2 + n_\theta^2\theta = 0. \quad (6.15)$$

Ускорение можно представить в виде

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{2} \frac{d\dot{\theta}^2}{d\theta}.$$

Подставляя это выражение в уравнения (6.14) и (6.15), после некоторых преобразований получим

$$d\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}^2 2\omega d\theta + 2n_\theta^2 d\theta = 0; \quad (6.16)$$

$$d\dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 2\omega d\theta + 2n_\theta^2 d\theta = 0. \quad (6.17)$$

Введем интегрирующий множитель $e^{-2\omega\theta}$ для уравнения (6.16) и $e^{2\omega\theta}$ для уравнения (6.17):

$$e^{-2\omega\theta} d\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}^2 e^{-2\omega\theta} 2\omega d\theta + 2n_\theta^2 e^{-2\omega\theta} d\theta = 0;$$

$$e^{2\omega\theta} d\dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 e^{2\omega\theta} 2\omega d\theta + 2n_\theta^2 e^{2\omega\theta} d\theta = 0.$$

Интегрируя получаем

$$\left| e^{-2\omega\theta} \dot{\theta}^2 \right|_{\theta_0}^{\theta} + 2n_\theta^2 \int_{\theta_0}^{\theta} e^{-2\omega\theta} \theta d\theta + C = 0;$$

$$\left| e^{2\omega\theta} \dot{\theta}^2 \right|_{\theta_1}^{\theta} + 2n_\theta^2 \int_{\theta_1}^{\theta} e^{2\omega\theta} \theta d\theta + C = 0.$$

Используем начальные условия для определения постоянной интегрирования. При $\theta = \theta_0$ и $\theta = \theta_1$ $\dot{\theta} = 0$, тогда $C = 0$ и мы имеем

$$\dot{\theta}^2 = 2n_\theta^2 e^{2\omega\theta} \int_{\theta}^{\theta_0} e^{-2\omega\theta} \theta d\theta; \quad (6.18)$$

$$\dot{\theta}^2 = 2n_\theta^2 e^{-2\omega\theta} \int_{\theta}^{\theta_1} e^{2\omega\theta} \theta d\theta. \quad (6.19)$$

Умножая правую и левую части уравнений (6.18) и (6.19) на $\frac{J_1}{2}$, получим

$$\frac{J_1 \dot{\theta}^2}{2} = D h_0 e^{2\omega\theta} \int_{\theta}^{\theta_0} e^{-2\omega\theta} \theta d\theta; \quad (6.20)$$

$$\frac{J_1 \dot{\theta}^2}{2} = D h_0 e^{-2\omega\theta} \int_{\theta}^{\theta_1} e^{2\omega\theta} \theta d\theta. \quad (6.21)$$

Полученные равенства (6.20) и (6.21) представляют закон сохранения энергии на первом и втором размахе. В левой части этих равенств содержится кинетическая энергия корабля, а в правой — потенциальная энергия с учетом рассеивания энергии за счет диссипативных сил сопротивления качке. Рассеивание энергии учитывается с помощью множителей $e^{-2\omega\theta}$ и $e^{2\omega\theta}$.

Интегралы, стоящие в правых частях уравнений (6.18) и (6.19), могут быть вычислены, и тогда получим

$$\dot{\theta}^2 = \frac{n_{\theta}^2}{2\omega^2} [(1 + 2\omega\theta) - (1 + 2\omega\theta_0) e^{2\omega(\theta - \theta_0)}]; \quad (6.22)$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{n_{\theta}^2}{2\omega^2} [(1 - 2\omega\theta) - (1 - 2\omega\theta_1) e^{2\omega(\theta_1 - \theta)}]. \quad (6.23)$$

Первый размах закончится, когда $\theta = \theta_1 < 0$ и $\dot{\theta} = 0$. Тогда равенство (6.22) превратится в

$$(1 + 2\omega\theta_1) e^{-2\omega\theta_1} = (1 + 2\omega\theta_0) e^{-2\omega\theta_0}. \quad (6.24)$$

Второй размах закончится, когда $\theta = \theta_2 > 0$ и $\dot{\theta} = 0$. Тогда равенство (6.23) превратится в

$$(1 - 2\omega\theta_2) e^{2\omega\theta_2} = (1 - 2\omega\theta_1) e^{2\omega\theta_1}. \quad (6.25)$$

Этот ряд равенств можно продолжить для $\theta_3, \theta_4, \dots$ и т. д. Из первого равенства (6.24) по заданному θ_0 можно найти θ_1 ; из равенства (6.25) по заданному θ_1 — величину θ_2 и т. д. Получился ряд трансцендентных уравнений, которые могут быть решены только графически. Предварительно введем обозначение

$$\beta_i = 2\omega\theta_i \quad (6.26)$$

и прологарифмируем выражения (6.24) и (6.25):

$$\ln(1 + \beta_1) - \beta_1 = \ln(1 + \beta_0) - \beta_0;$$

$$\ln(1 - \beta_2) + \beta_2 = \ln(1 - \beta_1) + \beta_1.$$

Поскольку $\theta_0 > 0$, $\theta_1 < 0$ и $\theta_2 > 0$, то $\beta_0 > \beta_1 < 0$ и $\beta_2 > 0$. Таким образом, можно ввести функцию [37]

$$f(\beta) = \ln(1 + \beta) - \beta$$

и построить раз и навсегда кривую, задаваясь положительными и отрицательными значениями β [37]. На рис. 6.4 изображена эта кривая. Правая ее ветвь соответствует положительным значениям β , а левая — отрицательным. С помощью этой кривой, задавшись положительным значением θ_0 и вычислив по формуле (6.26) соответствующее значение β_0 , отложим его направо по оси абсцисс (рис. 6.4). Затем проведем вертикаль до пересечения с правой ветвью кривой. Из точки пересечения проведем горизонтальную линию до пересечения с левой ветвью и, опуская перпендикуляр из полученной точки на горизонтальную ось, определим отрезок β_1 (рис. 6.4). Используя зависимость (6.26), определим θ_1 по формуле

$$\theta_1 = \frac{\beta_1}{2w}. \quad (6.27)$$

Таким образом можно получить последовательные значения убывающих амплитуд $|\theta_0|$, $|\theta_1|$, $|\theta_2|$, ... Нужно отметить, что значения последовательных амплитуд совершенно не зависят от остойчивости корабля, так как метacentрическая высота h_0 не входит в формулу (6.27). Значения амплитуд зависят от коэффициента квадратичного сопротивления W и момента инерции $J_1 = J_x + \Delta J_x$. При этом чем больше W , тем быстрее убывают амплитуды и чем больше J_1 , тем медленнее они убывают.

Полученные зависимости дают возможность написать общее выражение для периода качки T_θ при квадратичном сопротивлении. Для этого перепишем выражение (6.22) следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{n_\theta}{\sqrt{2w}} \sqrt{(1 + 2w\theta) - (1 + 2w\theta_0)e^{2w(\theta - \theta_0)}}. \quad (6.28)$$

Разделяя переменные, получим

$$dt = \sqrt{2} \frac{w}{n_\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 + 2w\theta) - (1 + 2w\theta_0)e^{2w(\theta - \theta_0)}}}.$$

Интегрируя в пределах от нуля до θ_0 , получим выражение для четверти периода T_θ :

$$\frac{T_\theta}{4} = \sqrt{2} \frac{w}{n_\theta} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 + 2w\theta) - (1 + 2w\theta_0)e^{2w(\theta - \theta_0)}}}. \quad (6.29)$$

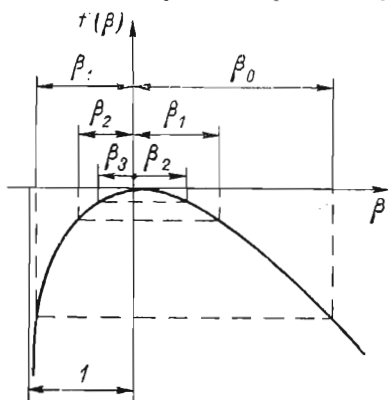


Рис. 6.4

Полученное выражение (6.29), так же как и выражение (6.3), содержит несобственный интеграл. Поэтому период T_θ в данном случае может быть вычислен теми же методами, что и для случая, рассмотренного в § 36, когда сопротивление отсутствует.

§ 38. Некоторые энергетические зависимости вынужденной качки

Рассмотрим некоторые энергетические соотношения, которые имеют место при установившемся колебательном процессе. Эти соотношения имеют общий характер и справедливы как для линейных, так и для нелинейных колебаний. Используя эти соотношения, можно дать достаточно общее и в то же время достаточно строгое приближенное решение дифференциального уравнения, описывающего нелинейный установившийся процесс. Метод, с помощью которого получается это решение, называется *методом энергетического баланса*. Ограничимся здесь, как и выше, рассмотрением только бортовой качки.

Напишем уравнение бортовой качки на регулярном волнении в относительных координатах в виде

$$J_1 (\ddot{\vartheta}) + W(\dot{\vartheta}) + M\dot{\vartheta} = J_x \alpha_m \sigma^2 \sin(\sigma t + \delta). \quad (6.30)$$

В уравнении (6.30) момент начала отсчета времени выбран так, чтобы сделать равной нулю начальную фазу вынужденных колебаний.

Умножим все члены уравнения (6.30) на $d\vartheta = \dot{\vartheta} dt$ и проинтегрируем все члены уравнения

$$\frac{J_1}{2} \dot{\vartheta}^2 + \int_0^t W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt + \int_0^{\vartheta} M(\vartheta) d\vartheta = J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^t \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt + C.$$

Уравнение (6.30) описывает установившийся процесс бортовой качки на волнении, поэтому в начальный момент времени $t = 0$, $\vartheta = 0$ и $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_m$ и тогда $C = \frac{J_1}{2} \dot{\vartheta}_m^2$. Итак, имеем

$$\begin{aligned} \frac{J_1}{2} (\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_m^2) + \int_0^t W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt + \int_0^{\vartheta} M(\vartheta) d\vartheta = \\ = J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^t \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Полученная зависимость представляет *уравнение баланса энергии*. Каждый член этого уравнения имеет определенный физиче-

ский смысл. Первый член представляет приращение кинетической энергии, второй — работу сил сопротивления, третий — работу восстанавливающих сил (потенциальную энергию), четвертый — работу возмущающих сил.

Для установившейся бортовой качки, происходящей с периодом $T_\theta = \frac{2\pi}{\sigma}$, можно записать две зависимости:

1. При $t = \frac{T_\theta}{4}$ $\dot{\vartheta} = 0$ и $\vartheta = \vartheta_m$. Тогда из уравнения баланса энергии (6.31) следует

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^{T_\theta/4} \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt - \int_0^{T_\theta/4} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt = \\ = \int_0^{\vartheta_m} M(\vartheta) d\vartheta - \frac{J_1}{2} \dot{\vartheta}_m^2, \quad (6.32)$$

т. е. при максимальном наклонении ϑ_m из положения равновесия разность работ возмущающих сил и сил сопротивления равна разности максимальных значений потенциальной и кинетической энергии [7].

2. При $t = \frac{T_\theta}{2}$ $\dot{\vartheta} = -\dot{\vartheta}_m$ и $\vartheta = 0$. Тогда из уравнения баланса энергии (6.31) следует

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^{T_\theta/2} \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt - \int_0^{T_\theta/2} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt = 0, \quad (6.33)$$

т. е. энергия, сообщаемая кораблю возмущающими силами за один размах, равна работе сил сопротивления за тот же размах [7].

Рассмотрим интегралы, входящие в выражения [6.32] и [6.33]:

$$\int_0^{T_\theta/4} \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt = \cos \delta \int_0^{T_\theta/4} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt + \sin \delta \int_0^{T_\theta/4} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt;$$

$$\int_0^{T_\theta/2} \sin(\sigma t + \delta) \dot{\vartheta} dt = \cos \delta \int_0^{T_\theta/2} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt + \sin \delta \int_0^{T_\theta/2} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt.$$

На рис. 6.5 изображены $\sin \sigma t$ и $\dot{\vartheta}$, а на рис. 6.6 — $\cos \sigma t$ и $\dot{\vartheta}$ в зависимости от времени t . Можно предполагать, что при уста-

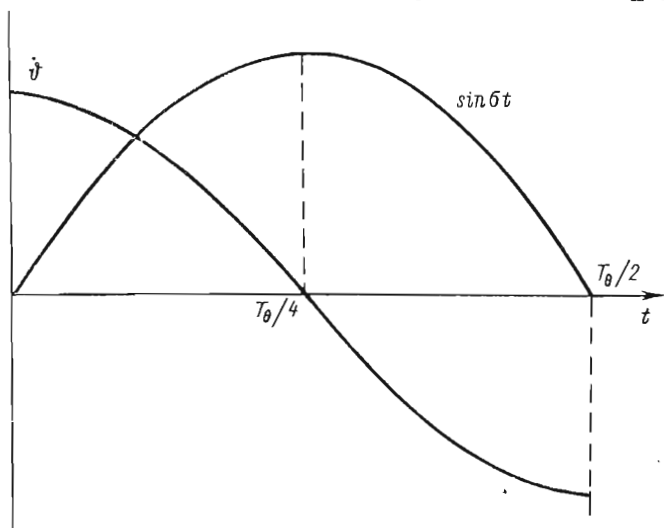


Рис. 6.5

новившейся качке график скорости $\dot{\vartheta}$ первой и второй четвертей периода в соответственные моменты времени будет различаться

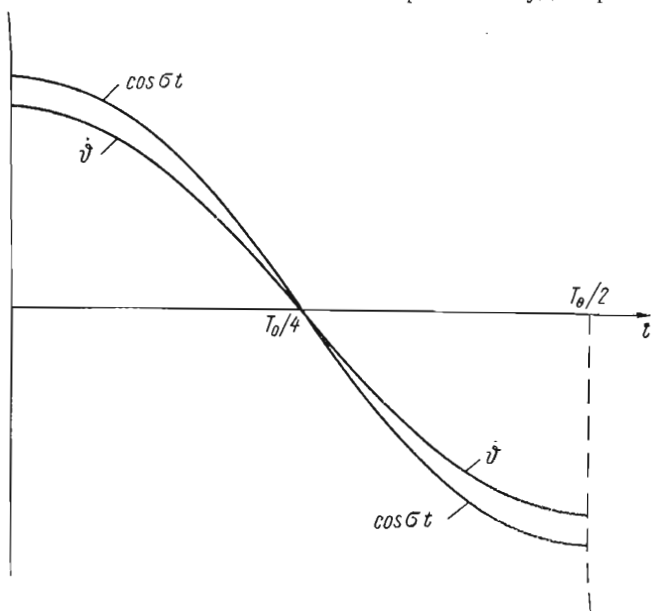


Рис. 6.6

только по знаку, но не по абсолютной величине. Тогда из рис. 6.5 и 6.6 следует, что

$$\int_0^{T_0/2} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt = 0; \quad \int_0^{T_0/4} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt \neq 0;$$

$$\int_0^{T_0/2} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt = 2 \int_0^{T_0/4} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt.$$

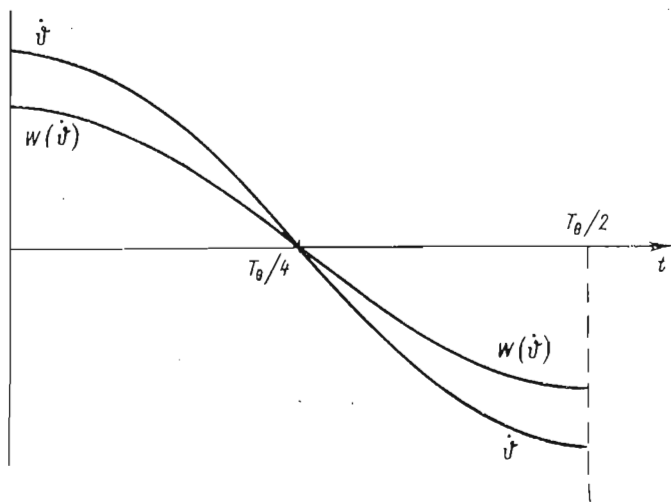


Рис. 6.7

Функция $W(\dot{\vartheta})$ обладает тем свойством, что абсолютное ее значение целиком определяется величиной скорости $\dot{\vartheta}$, а знак функции $W(\dot{\vartheta})$ всегда соответствует знаку $\dot{\vartheta}$, т. е. всегда

$$\dot{\vartheta} W(\dot{\vartheta}) > 0 \text{ при } \dot{\vartheta} \neq 0;$$

$$W(\dot{\vartheta}) = 0 \text{ при } \dot{\vartheta} = 0.$$

Принимая во внимание эти свойства функции $W(\dot{\vartheta})$, зафиксированные на рис. 6.7, приходим к заключению, что

$$\int_0^{T_0/2} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt = 2 \int_0^{T_0/4} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt.$$

Используя полученные значения интегралов для подстановки в уравнения (6.32) и (6.33), получим вместо них две зависимости:

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \left[\cos \delta \int_0^{T_{\theta}/4} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt + \sin \delta \int_0^{T_{\theta}/4} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt \right] - \int_0^{T_{\theta}/4} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt = \\ = \int_0^{\dot{\vartheta}_m} M(\dot{\vartheta}) d\dot{\vartheta} - \frac{J_1}{2} \dot{\vartheta}_m^2;$$

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \sin \delta 2 \int_0^{T_{\theta}/4} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt - 2 \int_0^{T_{\theta}/4} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt = 0.$$

Поделив на два оба члена второй зависимости и используя ее для подстановки в первую, окончательно получим [61]

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \cos \delta \int_0^{T_{\theta}/4} \sin \sigma t \dot{\vartheta} dt = \int_0^{\dot{\vartheta}_m} M(\dot{\vartheta}) d\dot{\vartheta} - \frac{J_1}{2} \dot{\vartheta}_m^2; \quad (6.34)$$

$$J_x \alpha_m \sigma^2 \sin \delta \int_0^{T_{\theta}/4} \cos \sigma t \dot{\vartheta} dt = \int_0^{T_{\theta}/4} W(\dot{\vartheta}) \dot{\vartheta} dt. \quad (6.35)$$

Рассмотрим теперь линейную качку. В этом случае

$$M(\dot{\vartheta}) = Dh_0 \dot{\vartheta} \text{ и } W(\dot{\vartheta}) = 2N_0 \dot{\vartheta},$$

и частное решение исходного уравнения (2.98) (см. гл. II, § 17) будет

$$\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_m \sin \sigma t.$$

Тогда

$$\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_m \sigma \cos \sigma t; \quad \ddot{\vartheta} = -\dot{\vartheta}_m \sigma.$$

Делая подстановки в уравнение баланса энергии (6.31) и производя интегрирование, получим

$$\frac{J_1}{2} (\cos^2 \sigma t - 1) \dot{\vartheta}_m^2 \sigma^2 + \int_0^{\dot{\vartheta}} 2N_0 \dot{\vartheta} d\dot{\vartheta} + \frac{Dh_0}{2} \dot{\vartheta}_m^2 \sin^2 \sigma t = \\ = J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^{\dot{\vartheta}} \sin(\sigma t + \delta) d\dot{\vartheta}.$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{Dh_0}{2} = n_0^2 \frac{J_1}{2}$$

имеем

$$\frac{J_1 \dot{\vartheta}_m^2}{2} (n_0^2 - \sigma^2) \sin^2 \sigma t + \int_0^{\vartheta} 2N_{\theta} \dot{\vartheta} d\vartheta = J_x \alpha_m \sigma^2 \int_0^{\vartheta} \sin(\sigma t + \delta) d\vartheta.$$

При резонансе $n_0 = \sigma$ и тогда

$$\int_0^{\vartheta} 2N_{\theta} \dot{\vartheta} d\vartheta = \int_0^{\vartheta} J_x \alpha_m \sigma^2 \sin(\sigma t + \delta) d\vartheta. \quad (6.36)$$

Из полученной зависимости следует, что при резонансе работа возмущающих сил, затраченная на наклонение корабля из прямого положения на некоторый угол, равна работе сил сопротивления на том же наклонении. Равенство (6.36) является тождеством относительно угла крена ϑ . Это тождество возможно только тогда, когда подынтегральные функции обоих интегралов равны, т. е. когда

$$2N_{\theta} \dot{\vartheta} = J_x \alpha_m \sigma^2 \sin(\sigma t + \delta). \quad (6.37)$$

Таким образом, момент сил сопротивления в любом положении судна равен моменту возмущающих сил. Отсюда вытекает другое определение резонансного режима при линейной качке, которое может быть сформулировано следующим образом. Р е з о н а н с — это такой режим бортовой линейной качки, когда во все время колебательного движения момент сил сопротивления равен моменту возмущающих сил [60]. Очевидно, это определение может быть также распространено на вертикальную и килевую качку. Резонанс наступает, если справедливо уравнение (6.37), но тогда из общего уравнения линейной бортовой качки следует, что справедливо также уравнение

$$J_1 \ddot{\vartheta} + Dh_0 \vartheta = 0. \quad (6.38)$$

Таким образом, в случае резонанса дифференциальное уравнение линейной качки (2.96) может быть заменено системой двух дифференциальных уравнений (6.37) и (6.38), решение которой приводит к условиям $n_0 = \sigma$ и $\delta = -\frac{\pi}{2}$.

Приведенное выше определение резонанса является вполне строгим для линейной качки. Доказать справедливость его для нелинейной качки не представляется возможным. Однако если его в качестве допущения распространить на нелинейную качку, то

нелинейное уравнение качки тоже распадается на два уравнения и их можно решить, но это решение будет приближенное и будет относиться только к случаю резонанса в соответствии с изложенным выше определением этого режима [60].

**§ 39. Бортовая качка на волнении корабля
с заданной диаграммой остойчивости и с различным
законом сопротивления. Амплитудные кривые
и их свойства. Переход от нелинейного сопротивления
к линейному и обратно**

В этом параграфе мы приведем приближенное решение дифференциального уравнения нелинейной бортовой качки методом *энергетического баланса*. Из технической литературы хорошо известно решение подобных уравнений, описывающих нелинейный колебательный процесс, методом *гармонического баланса*. Оба эти метода основаны на гармонической аппроксимации получаемого решения. Тем не менее они дают несколько отличающиеся результаты. Здесь отдано предпочтение первому методу, так как он дает в некотором смысле более общее решение, позволяющее рассмотреть при нелинейной зависимости для восстанавливающего момента случаи линейного и квадратичного сопротивления, исходя из полученного в общем виде решения.

Хорошо известно более строгое решение нелинейной задачи о совместной бортовой, вертикальной и поперечной качке, предложенное В. В. Луговским [38] и основанное на методе разложения по малому параметру. Этот метод требует довольно громоздких выкладок, связанных с необходимостью выполнить расчет способом последовательных приближений. Поэтому ограничимся здесь приведением более простого, хотя и менее строгого решения [61].

Прежде всего получим решение нелинейного уравнения бортовой качки (6.30)

$$J_1 \ddot{\vartheta} + W(\dot{\vartheta}) + M(\vartheta) = J_x \alpha_m \sigma^2 \sin(\sigma t + \delta). \quad (6.30)$$

Разделив все члены уравнения (6.30) на J_1 получим

$$\ddot{\vartheta} + w(\dot{\vartheta}) + m(\vartheta) = \frac{\alpha_m}{1+k_0} \sigma^2 \sin(\sigma t + \delta),$$

где

$$\frac{1}{1+k_0} = \frac{J_x}{J_1}; \quad w(\dot{\vartheta}) = \frac{W(\dot{\vartheta})}{J_1}; \quad m(\vartheta) = \frac{M(\vartheta)}{J_1}.$$

Приближенно частное решение уравнения (6.30) может быть написано в виде ряда

$$\vartheta = \vartheta_1 \sin \sigma t + \vartheta_3 \sin (3\sigma t + \delta_3) + \vartheta_5 \sin (5\sigma t + \delta_5) + \dots$$

Таким образом, решение представляется в виде суммы гармоник разных порядков. При этом можно установить практически, что амплитуды гармоник высших порядков оказываются малы по сравнению с амплитудой первого члена, имеющего частоту, равную частоте возмущающей силы. Поэтому для инженерных расчетов достаточно ограничиться первым членом разложения, т. е. принять гармоническую аппроксимацию закона изменения наклона судна с течением времени

$$\vartheta = \vartheta_m \sin \sigma t.$$

Тогда угловая скорость будет

$$\dot{\vartheta} = \vartheta_m \sigma \cos \sigma t;$$

$$\dot{\vartheta}_m = \vartheta_m \sigma.$$

Теперь используем энергетические зависимости (6.34) и (6.35), полученные выше. Подставляя в них написанные выражения, получим

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_m}{1+k_\theta} \sigma^2 \vartheta_m \cos \delta \int_0^{\pi/2} \sin \sigma t \cos \sigma t d\sigma t = \\ = \int_0^{\vartheta_m} m(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{2} \vartheta_m^2 \sigma^2; \end{aligned} \quad (6.39)$$

$$\frac{[\alpha_m]}{1+k_\theta} \sigma^2 \vartheta_m \sin \delta \int_0^{\pi/2} \cos^2 \sigma t d\sigma t = \int_0^{\vartheta_m} w(\dot{\vartheta}) d\dot{\vartheta}. \quad (6.40)$$

Определенные интегралы левых частей могут быть вычислены:

$$\int_0^{\pi/2} \sin \sigma t \cos \sigma t d\sigma t = \frac{1}{2}; \quad \int_0^{\pi/2} \cos^2 \sigma t d\sigma t = \frac{\pi}{4}.$$

После подстановки интегралов получим

$$\frac{\alpha_m}{1+k_\theta} \sigma^2 \cos \delta = \vartheta_m \left[\frac{2}{\vartheta_m^2} \int_0^{\vartheta_m} m(\vartheta) d\vartheta - \sigma^2 \right]; \quad (6.41)$$

$$\frac{\alpha_m}{1+k_\theta} \sigma^2 \sin \delta = \vartheta_m \frac{4}{\pi \vartheta_m^2} \int_0^{\vartheta_m} w(\dot{\vartheta}) d\dot{\vartheta}. \quad (6.42)$$

Введем новые обозначения: зависимость

$$n^2(\vartheta_m) = \frac{2}{\vartheta_m^2} \int_0^{\vartheta_m} m(\vartheta_m) d\vartheta \quad (6.43)$$

назовем *средней частотой* на наклонении от 0 до ϑ_m , а зависимость

$$2\nu(\vartheta_m, \sigma) \sigma = \frac{4}{\pi \vartheta_m^2} \int_0^{\vartheta_m} \omega(\dot{\vartheta}) d\vartheta \quad (6.44)$$

средним сопротивлением на наклонении от 0 до ϑ_m .

Нужно отметить, что $n(\vartheta_m)$, имея размерность частоты, не является частотой свободных колебаний и не связана зависимостью $n(\vartheta_m) = \frac{2\pi}{T_\theta}$ с периодом качки на тихой воде.

Теперь вместо (6.41) и (6.42) можно написать

$$\frac{\alpha_m}{1+k_\theta} \sigma^2 \cos \delta = \vartheta_m [n^2(\vartheta_m) - \sigma^2]; \quad (6.45)$$

$$\frac{\alpha_m}{1+k_\theta} \sigma^2 \sin \delta = 2\nu(\vartheta_m, \sigma) \sigma \vartheta_m. \quad (6.46)$$

Возведя в квадрат (6.45) и (6.46) и сложив, получим общее выражение для амплитуды

$$\vartheta_m = \frac{\alpha_m \sigma^2}{(1+k_\theta) \sqrt{[n^2(\vartheta_m) - \sigma^2]^2 + 4\nu^2(\vartheta_m, \sigma) \sigma^2}}. \quad (6.47)$$

Разделив (6.46) на (6.45), получаем общее выражение для фазового угла

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\nu(\vartheta_m, \sigma) \sigma}{n^2(\vartheta_m) - \sigma^2}. \quad (6.48)$$

Если восстанавливающий момент выражается метacentрической формулой $M(\vartheta) = Dh_0\vartheta$, то средняя частота (6.43) будет

$$n^2(\vartheta_m) = \frac{2}{J_1 \vartheta_m^2} \int_0^{\vartheta_m} Dh_0 \vartheta d\vartheta = \frac{Dh_0}{J_1} = n_\theta^2, \quad (6.49)$$

т. е. оказывается равной частоте собственных колебаний при линейной качке.

Если сопротивление линейно $\omega(\dot{\vartheta}) = \frac{2N_\theta}{J_1} \dot{\vartheta}$, то среднее сопротивление (6.44) будет

$$\begin{aligned} 2\nu(\vartheta_m, \sigma) \sigma &= \frac{4}{\pi \vartheta_m^2} \frac{2N_\theta}{J_1} \int_0^{\vartheta_m} \dot{\vartheta} d\vartheta = \frac{4}{\pi \vartheta_m^2} \frac{2N_\theta}{J_1} \int_0^{T_\theta/4} \dot{\vartheta}^2 dt = \\ &= \frac{4}{\pi} 2\nu_\theta \sigma \int_0^{\pi/2} \cos^2 \sigma t d\sigma t = 2\nu_\theta \sigma. \end{aligned} \quad (6.50)$$

Подставив (6.49) и (6.50) в выражения амплитуды и фазы (6.47) и (6.48), можно получить выведенные выше выражения для амплитуды и фазы бортовой линейной качки (2.115) и (2.111).

Формула (6.47) для амплитуды выражает зависимость амплитуды от частоты в неявном виде, так как в правую часть входят $n^2(\vartheta_m)$ и $\nu(\vartheta_m, \sigma)$, которые сами являются функциями амплитуды ϑ_m . Поэтому по формуле (6.47) вычислить амплитуду невозможно, как и невозможно построить с помощью этой формулы амплитудный график.

Рассмотрим два частных случая, когда сопротивление линейное и квадратичное, а восстанавливающий момент в обоих случаях задан диаграммой статической остойчивости в виде графика или таблицы.

1. Сопротивление линейное: $\omega(\dot{\vartheta}) = \frac{2N_{\theta}}{J_1} \dot{\vartheta}$.

Выше мы получили для этого случая зависимость (6.50). Подставив это выражение в формулы для амплитуды (6.47) и фазы (6.48) и оставив $n^2(\vartheta_m)$ без изменения, получим

$$\vartheta_m = \frac{\alpha_m \sigma^2}{(1 + k_{\theta}) \sqrt{[n^2(\vartheta_m) - \sigma^2]^2 + 4\nu_{\theta}^2 \sigma^2}}; \quad (6.51)$$

$$\text{tg } \delta = \frac{2\nu_{\theta} \sigma}{n^2(\vartheta_m) - \sigma^2}. \quad (6.52)$$

Формула (6.51) выражает зависимость между ϑ_m и σ в неявном виде, поэтому решим это уравнение относительно σ . Для этого возведем в квадрат обе части уравнения и после преобразований получим биквадратное уравнение относительно σ в виде

$$\left\{1 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_{\theta}) \vartheta_m}\right]^2\right\} \sigma^4 - 2[n^2(\vartheta_m) - 2\nu_{\theta}^2] \sigma^2 + n^4(\vartheta_m) = 0.$$

Решая это уравнение относительно σ^2 , получим

$$\sigma^2 = \frac{n^2(\vartheta_m) - 2\nu_{\theta}^2 \pm \sqrt{[n^2(\vartheta_m) - 2\nu_{\theta}^2]^2 - n^4(\vartheta_m) \left\{1 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_{\theta}) \vartheta_m}\right]^2\right\}}}{1 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_{\theta}) \vartheta_m}\right]^2}. \quad (6.53)$$

Задаваясь различными значениями ϑ_m , вычисляем $n^2(\vartheta_m)$ по формуле (6.43), исходя из заданной диаграммы остойчивости. Затем подставляем все необходимые значения в формулу (6.53), производим вычисления и таким образом получаем возможность построить амплитудную кривую, т. е. зависимость $\sigma(\vartheta_m)$ или $\sigma^2(\vartheta_m)$ (рис. 6.8). Благодаря двойному знаку перед радикалом получаем два значения частоты σ_1 и σ_2 при данном значении амплитуды ϑ_m . Нетрудно сообразить, что кривая $\vartheta_m(\sigma^2)$ имеет ма-

ксимум при равенстве нулю величины, стоящей под знаком радикала. Полагая радикал в формуле (6.53) равным нулю, получаем

$$\sigma_0^2 = \frac{n^2(\vartheta_m) - 2v_0^2}{1 - \left[\frac{\alpha_m}{(1+k_\theta)\vartheta_m} \right]^2}. \quad (6.54)$$

Выражение (6.54) представляет уравнение *средней*, или так называемой *скелетной* линии по отношению к зависимости $\sigma^2(\vartheta_m)$.

Равенство нулю радикала дает зависимость

$$[n^2(\vartheta_m) - 2v_0^2]^2 = n^4(\vartheta_m) \left\{ 1 - \left[\frac{\alpha_m}{(1+k_\theta)\vartheta_m} \right]^2 \right\}. \quad (6.55)$$

Совместное решение системы уравнений (6.54) и (6.55) при определенных значениях v_θ и $\frac{\alpha_m}{1+k_\theta}$ дает точку, соответствующую

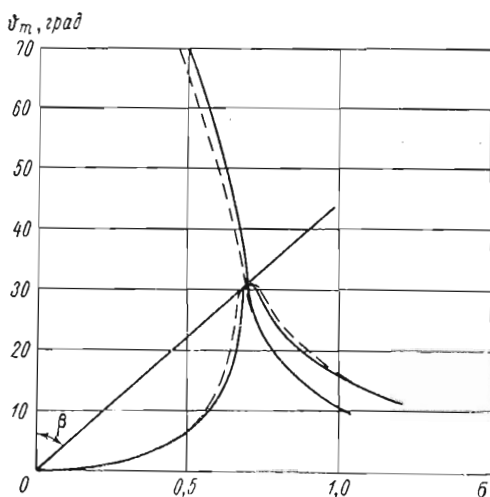


Рис. 6.8

максимуму кривой $\vartheta_m(\sigma^2)$. Таким образом, при определенном значении $\frac{\alpha_m}{1+k_\theta}$ для разных значений v_θ можно построить кривую, на которой будут лежать все максимумы.

Используем формулу (6.55) для подстановки в (6.54). Тогда получим

$$\sigma_0^2 = \frac{n^2(\vartheta_m)}{1 - 2 \frac{v_0^2}{n^2(\vartheta_m)}}.$$

При изучении линейной теории качки (см. § 17) мы установили, что квадрат безразмерного коэф-

фициента сопротивления $\bar{v}_\theta^2 = \frac{v_\theta^2}{n_\theta^2}$ мал по сравнению с единицей.

Если ϑ_m существенно меньше угла заката диаграммы остойчивости, то можно распространить это положение на нелинейную качку. Тогда получим

$$\sigma_0^2 \cong n^2(\vartheta_m). \quad (6.56)$$

Это будет так называемый *нелинейный резонанс*, который мало отличается от режима, соответствующего максимальной амплитуде колебаний

Из зависимости (6.55) можно получить выражение для максимальной амплитуды, решая его относительно ϑ_m :

$$\vartheta_m = \frac{\alpha_m}{\frac{2v_0(1+k_0)}{n(\vartheta_m)} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{n^2(\vartheta_m)}}} \quad (6.57)$$

Пренебрегая вторым слагаемым под знаком радикала, как малой по сравнению с единицей величиной, при том же условии, что и выше, получаем

$$\vartheta_m = \frac{\alpha_m}{\frac{2v_0(1+k_0)}{n(\vartheta_m)}} \quad (6.58)$$

Эта формула совершенно аналогична соответствующей формуле (2.118) для линейной качки. Непосредственно по формуле (6.57) вычислить максимальное значение ϑ_m невозможно, так как ϑ_m входит и в правую часть в неявном виде. Вопрос может быть решен либо графически, либо способом последовательных приближений.

В качестве приближенного графического приема можно предложить следующий. Формулу (6.58) можно переписать так:

$$n(\vartheta_m) = \frac{2v_0(1+k_0)}{\alpha_m} \vartheta_m.$$

Принимая во внимание, что мы имеем дело с нелинейным резонансом (6.56), получим

$$\sigma_0 = \frac{2v_0(1+k_0)}{\alpha_m} \vartheta_m. \quad (6.59)$$

Таким образом, σ_0 является линейной функцией ϑ_m при угловом коэффициенте

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2v_0(1+k_0)}{\alpha_m}.$$

Зависимость (6.59) на амплитудном графике изобразится наклонной прямой, проходящей через начало координат под углом β к вертикальной оси (рис. 6.8). Следовательно, точка максимума амплитудной кривой, с одной стороны, лежит на скелетной линии и, с другой — на прямой, выражаемой уравнением (6.59), т. е. она представляет точку пересечения кривой и прямой (рис. 6.8). Предлагаемое графическое решение является приближенным, так как в исходных зависимостях, которыми мы пользовались [(6.56) и (6.58)], были предварительно отброшены члены высшего порядка малости. Тем не менее практически это решение дает достаточно точные результаты.

Сопоставляя формулы (6.53) и (6.54), нетрудно убедиться в справедливости зависимости

$$\sigma_2^2 - \sigma_0^2 = \sigma_0^2 - \sigma_1^2.$$

Эта зависимость показывает, что уравнение (6.54) описывает среднюю, или, как ее называют, скелетную линию данной амплитудной кривой $\sigma^2(\vartheta_m)$, поскольку ветви амплитудной кривой располагаются на равных расстояниях от скелетной линии.

2. Сопротивление квадратичное: $w(\dot{\vartheta}) = \frac{W}{J_1} \dot{\vartheta}^2 \operatorname{sgn} \dot{\vartheta}$. Подставив эту зависимость в выражение среднего сопротивления (6.44), получим

$$2\nu(\vartheta_m, \sigma) \sigma = -\frac{4}{\pi} \frac{1}{\vartheta_m^2} \frac{W}{J_1} \vartheta_m^3 \sigma^2 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \sigma t d\sigma t = \frac{8}{3\pi} \frac{W}{J_1} \vartheta_m \sigma^2.$$

Обозначив $w = \frac{W}{J_1}$, подставим полученное выражение в формулы для амплитуды (6.47) и фазы (6.48):

$$\vartheta_m = \frac{\alpha_m \sigma^2}{(1 + k_\theta) \sqrt{[n^2(\vartheta_m) - \sigma^2]^2 + \frac{64}{9\pi^2} w^2 \vartheta_m^2 \sigma^4}}, \quad (6.60)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\frac{8}{3\pi} w \vartheta_m \sigma}{n^2(\vartheta_m) - \sigma^2}.$$

В формуле (6.60), как и в формуле (6.51), ϑ_m не выражается явно через σ , так как $n^2(\vartheta_m)$ зависит от ϑ_m . Возведем в квадрат обе части уравнения (6.60) и после преобразований получим биквадратное уравнение

$$\left\{ 1 + \frac{64}{9\pi^2} w^2 \vartheta_m^2 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_\theta) \vartheta_m} \right]^2 \right\} \sigma^4 - 2n^2(\vartheta_m) \sigma^2 + n^4(\vartheta_m) = 0.$$

Решаем это уравнение относительно σ^2 :

$$\sigma^2 = n^2(\vartheta_m) \frac{1 \pm \sqrt{\left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_\theta) \vartheta_m} \right]^2 - \frac{64}{9\pi^2} w^2 \vartheta_m^2}}{1 + \frac{64}{9\pi^2} w^2 \vartheta_m^2 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_\theta) \vartheta_m} \right]^2}. \quad (6.61)$$

С помощью полученной зависимости также можно построить амплитудную кривую $\sigma^2(\vartheta_m)$, задаваясь значениями ϑ_m и вычисляя предварительно $n^2(\vartheta_m)$ по формуле (6.43). За счет двойного знака перед радикалом здесь мы тоже будем иметь два значения частоты σ_1 и σ_2 .

Полагая стоящую под знаком радикала функцию равной нулю, имеем

$$\sigma_0^2 = \frac{n^2 (\vartheta_m)}{1 + \frac{64}{9\pi^2} \omega^2 \vartheta_m^2 - \left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_\theta) \vartheta_m} \right]^2} \quad (6.62)$$

и

$$\left[\frac{\alpha_m}{(1 + k_\theta) \vartheta_m} \right]^2 = \frac{64}{9\pi^2} \omega^2 \vartheta_m^2.$$

Решая эту систему для определения σ_0^2 и ϑ_m , получаем

$$\sigma_0^2 = n^2 (\vartheta_m), \quad (6.63)$$

$$\vartheta_m = \sqrt{\frac{3\pi\alpha_m}{8\omega(1 + k_\theta)}}. \quad (6.64)$$

Эти зависимости определяют при данном значении $\frac{\alpha_m}{1 + k_\theta}$ все точки кривой, на которой лежат максимумы амплитудных кривых, соответствующих различным значениям коэффициента сопротивления ω .

При данных значениях $\frac{\alpha_m}{1 + k_\theta}$ и ω уравнение (6.63) является уравнением скелетной линии амплитудной кривой, соответствующей определенному значению ω .

Предположим, что построена амплитудная кривая по формуле (6.53), т. е. при линейном сопротивлении, которое определяется коэффициентом ν_θ . Эта кривая изображена на рис. 6.8 сплошной линией. Максимальное значение ϑ_m при этом определяется формулой (6.58). Теперь построим амплитудную кривую по формуле (6.61), т. е. при квадратичном сопротивлении, но так, чтобы максимальное значение ϑ_m , соответствующее этой формуле и определяемое по (6.64), равнялось ϑ_m , соответствующему амплитудной кривой при линейном сопротивлении. Для этого, очевидно, нужно соответствующим образом подобрать коэффициент ω . Приравнивая правые части формул (6.58) и (6.64), имеем

$$\frac{\alpha_m}{2 \frac{\nu_\theta (1 + k_\theta)}{n (\vartheta_m)}} = \sqrt{\frac{3\pi\alpha_m}{8\omega(1 + k_\theta)}},$$

откуда, решая полученное равенство относительно ω , найдем

$$\omega = \frac{3\pi}{8} \frac{\nu_\theta^2}{n^2 (\vartheta_m)} \frac{1 + k_\theta}{\alpha_m}. \quad (6.65)$$

На рис. 6.8 пунктиром изображена амплитудная кривая при нелинейном сопротивлении с коэффициентом ω , вычисленным

по формуле (6.65), исходя из коэффициента ν_θ , принятого для сплошной амплитудной кривой. Как видно из рисунка, кривые — сплошная и пунктирная — близко совпадают, если совмещены максимумы с помощью формулы (6.65).

Исследуем теперь, во что обращается амплитудная кривая при отсутствии сопротивления, т. е. когда $\nu_\theta = \omega = 0$. Подставляя эти значения коэффициентов сопротивления в выражения (6.53) и (6.61), получаем после преобразований из общих формул выражение

$$\sigma^2 = \frac{n^2 (\vartheta_m)}{1 \mp \frac{\alpha_m}{(1+k_\theta) \vartheta_m}}.$$

Зафиксируем теперь некоторые свойства установившихся нелинейных колебаний [7]. Характерной особенностью этих коле-

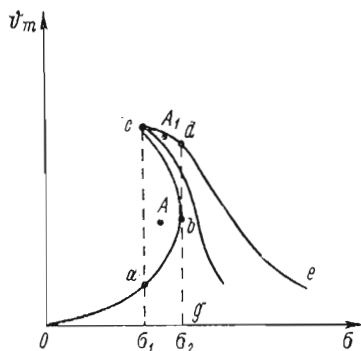


Рис. 6.9

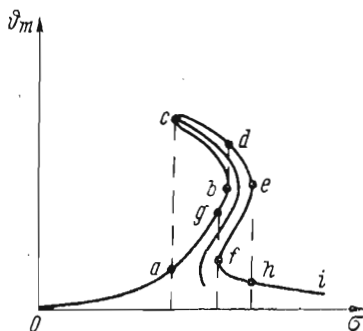


Рис. 6.10

баний является возможность существования различных установившихся режимов колебаний при одной и той же частоте и амплитуде регулярной возмущающей силы. На рис. 6.8 и 6.9 изображена амплитудная кривая, соответствующая обычной выпуклой форме диаграммы статической устойчивости, а на рис. 6.10 — амплитудная кривая, соответствующая S-образной форме диаграммы статической устойчивости. Из рис. 6.9 следует, что в диапазоне частот $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$ возможны три режима колебаний. Первый режим соответствует участку ab кривой, второй режим — участку bc и третий режим — участку cd . Можно показать, что второй режим является неустойчивым и поэтому на практике никогда не наблюдается. Первый и третий режимы являются устойчивыми, и возможность их существования подтверждается экспериментом. Из рис. 6.10 следует, что при S-образной форме диаграммы устойчивости в некоторых случаях возможны не три, а пять установившихся режимов, из которых два являются неустой-

чивыми. Устойчивые режимы установившихся колебаний соответствуют участкам кривых Oab , cde и fhi , а неустойчивые — участкам bc и ef .

Таким образом при диаграмме остойчивости обычного типа (рис. 6.9) в диапазоне частот $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$ реально возможны два режима установившихся колебаний — первый и третий. Предположим, что колебания судна происходят по первому режиму на участке кривой ab и судно сообщено дополнительное возмущение, в результате которого амплитуде качки соответствует точка A (рис. 6.9). Тогда после прекращения действия дополнительного возмущения, поскольку точка A лежит ниже участка кривой bc , соответствующего неустойчивому режиму, через некоторое время вновь установится стабильный режим колебаний, соответствующий кривой ab . Если же точка A_1 окажется выше кривой bc , то судно уже не вернется к режиму, соответствующему кривой ab , и будет совершать дальнейшие стабильные колебания в режиме, соответствующем участку cd .

В случае колебаний в третьем режиме, если дополнительное возмущение сопровождается уменьшением амплитуды, при котором она будет превышать соответствующий участок bc (точка A_1), корабль вернется после прекращения возмущения к режиму, соответствующему кривой cd . Если же возмущение сопровождается таким уменьшением амплитуды, при котором она окажется ниже кривой bc (точка A), то корабль спустя некоторое время перейдет к режиму колебаний, соответствующему кривой ab . Вопрос о возмущениях, сопровождающихся увеличением амплитуд, которое может привести либо к опрокидыванию корабля, либо к возвращению его к режиму колебаний cd , не может быть решен с помощью элементарных рассуждений, а должен быть исследован общими методами исследования устойчивости движения.

Аналогичные рассуждения будут справедливы и для случая установившейся нелинейной качки корабля, имеющего S-образную диаграмму остойчивости.

Проследим за изменением амплитуды установившихся колебаний, предполагая, что частота возмущающей силы возрастает от 0 до ∞ и характер изменения амплитуды соответствует изображенному на рис. 6.9. При $\sigma = 0$ $\vartheta_m = 0$. При возрастании частоты до значения σ_1 амплитуда изменяется соответственно по кривой Oa . При дальнейшем возрастании частоты возможны два установившихся режима качки (первый и третий). При отсутствии сильных возмущений амплитуда качки будет изменяться согласно кривой ab . При наличии мощного возмущения амплитуда может возрасти до кривой cd , т. е. будет наблюдаться третий режим, однако это маловероятно. В точке b , соответствующей частоте σ_2 , происходит резкое увеличение амплитуды от значения gb до значения gd . При дальнейшем возрастании частоты амплитуда медленно

убывает, изменяясь по кривой *de*. В случае уменьшения частоты σ амплитуда сначала возрастает по кривой *ed*. При дальнейшем убывании частоты и отсутствии возмущений амплитуда изменяется по кривой *dc*. При значении $\sigma = \sigma_1$ амплитуда скачкообразно убывает до величины, соответствующей точке *a* и с дальнейшим убыванием частоты амплитуда плавно уменьшается до нуля. Практически качка корабля на волнении сопровождается обычно дополнительными возмущениями, поэтому наиболее вероятным является изменение амплитуды по кривой *edbaO*.

В случае S-образной диаграммы остойчивости с помощью аналогичных рассуждений можно прийти к заключению, что наиболее вероятным является изменение амплитуды при изменении частоты по кривой *Oagfhi* (рис. 6.10).

Некоторые вопросы теории динамической остойчивости корабля

§ 40. О действии на корабль поперечной силы.

В учении о качке корабля обычно ограничиваются рассмотрением лишь двух категорий внешних сил, действующих на плавающий на поверхности воды корабль: сил веса и гидростатических и гидродинамических сил давления, или вязкости окружающей корабль волнующейся жидкой среды. Фактически на корабль в море могут действовать и другие категории внешних сил, из которых здесь будет рассмотрена сила давления ветра, действующего на боковую поверхность надводной части корабля. Сила давления ветра, или ветровая нагрузка, воздействует на все типы морских и речных судов, если их курс перпендикулярен направлению скорости ветра. В данном случае речь идет о действии на качающееся или покоящееся судно поперечной динамически приложенной горизонтальной силы $P(t)$.

Составим дифференциальные уравнения движения корабля при совместном действии волн и горизонтальной силы $P(t)$. Предположим, что корабль испытывает бортовую качку на регулярном волнении в положении лагом к волне и что в произвольный момент времени на него начнет действовать переменная поперечная горизонтальная сила $P(t)$. Килевую качку и рыскание будем считать пренебрежимо малыми, вертикальной качкой также интересоваться не будем и ограничимся рассмотрением малых поперечных поступательных колебаний и бортовой качки малой амплитуды.

Дифференциальные уравнения (3.81) для такого случая качки были приведены в главе III. Дополняя уравнения членами, учитывающими влияние поперечной горизонтальной силы, получаем систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{D}{g} \ddot{\eta}_G &= P(t) + \frac{\gamma}{g} A_2 \ddot{\eta}_B + \mu_{22}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{22}^0 \dot{\eta}_B - \\ &- \mu_{22} \ddot{\eta}_G - \nu_{22} \dot{\eta}_G + \mu_{24}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{24}^0 \dot{\alpha} - \mu_{24} \ddot{\theta} - \nu_{24} \dot{\theta}; \\ J_x \ddot{\theta} &= M(t) + D h_0 \kappa_0 \alpha + \mu_{44}^0 \ddot{\alpha} + \nu_{44}^0 \dot{\alpha} - D h_0 \theta - \mu_{44} \ddot{\theta} - \nu_{44} \dot{\theta} + \\ &+ \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B + \nu_{24}^0 \dot{\eta}_B - \mu_{24} \ddot{\eta}_G - \nu_{24} \dot{\eta}_G. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Здесь $M(t)$ — момент силы $P(t)$ относительно оси, проходящей через центр тяжести корабля:

$$M(t) = P(t)(z_n - z_G), \quad (7.2)$$

где z_n — аппликата точки приложения силы $P(t)$ при положении начала координат в основной плоскости;

z_G — аппликата центра тяжести корабля.

Обозначения прочих величин, входящих в систему уравнений (7.1), приведены в главе III.

Численные расчеты показывают, что влияние угловых качаний на поступательные колебания очень невелико, тогда как влияние поступательных колебаний на угловые качания значительно. Поэтому в первом уравнении системы (7.1) без заметного ущерба для точности можно пренебречь членами, содержащими α и θ и их производные. Уравнение поступательных колебаний при этом сильно упрощается и принимает вид

$$\frac{D}{g} \ddot{\eta}_G = P(t) + \frac{\gamma}{g} A_2 \ddot{\eta}_B + \mu_{22}^0 \ddot{\eta}_B + v_{22}^0 \dot{\eta}_B - \mu_{22} \ddot{\eta}_G - v_{22} \dot{\eta}_G, \quad (7.3)$$

или

$$\left(\frac{D}{g} + \mu_{22} \right) \ddot{\eta}_G + v_{22} \dot{\eta}_G = P(t) + \left(\frac{\gamma}{g} A_2 + \mu_{22}^0 \right) \ddot{\eta}_B + v_{22}^0 \dot{\eta}_B.$$

Положив в этом уравнении $\eta_B = 0$, получим уравнение дрейфа судна на тихой воде при действии поперечной силы $P(t)$:

$$\left(\frac{D}{g} + \mu_{22} \right) \ddot{\eta}_G + v_{22} \dot{\eta}_G = P(t). \quad (7.4)$$

Выразим волновые члены правой части уравнения (7.3) через поправочные коэффициенты, положив

$$A_2 = \kappa_\eta V_0;$$

$$v_{22}^0 = \kappa'_\eta v_{22};$$

$$\mu_{22}^0 = \kappa'_\eta \mu_{22}.$$

Тогда правая часть уравнения (7.3) примет вид

$$F(t) = P(t) + \frac{D}{g} \kappa_\eta \ddot{\eta}_B + v_{22} \kappa'_\eta \dot{\eta}_B + \mu_{22} \kappa''_\eta \ddot{\eta}_B.$$

Предположим, как это часто делается в теории качки, что поправочные коэффициенты при главной части возмущающей силы и при дифракционных компонентах ее равны: $\kappa''_\eta \simeq \kappa'_\eta \simeq \kappa_\eta$.

В этом случае поправочный коэффициент κ_η можно отнести к радиусу орбитального движения волновых частиц и считать, что $r_m = \kappa_\eta r_0$.

Уравнение (7.3) принимает вид

$$\left(\frac{D}{g} + \mu_{22}\right) \ddot{\eta}_G + v_{22} \eta_G = P(t) + \left(\frac{D}{g} + \mu_{22}\right) \kappa_{\eta} \ddot{\eta}_B + v_{22} \kappa_{\eta} \dot{\eta}_B.$$

Перенесем волновые члены в левую часть и введем относительную координату $y = \eta_G - \kappa_{\eta} \eta_B$. Тогда

$$\left(\frac{D}{g} + \mu_{22}\right) \ddot{y} + v_{22} \dot{y} = P(t). \quad (7.5)$$

Сопоставляя уравнения (7.5) и (7.4), видим, что при сделанных дополнительных допущениях уравнение поперечных горизонтальных колебаний в относительных координатах приводится к виду уравнения движения на тихой воде при действии поперечной горизонтальной силы.

Разделим все члены этого уравнения на коэффициент при второй производной и введем обозначения

$$k = \frac{v_{22}}{\frac{D}{g} + \mu_{22}};$$

$$p(t) = \frac{P(t)}{\frac{D}{g} + \mu_{22}};$$

$$\ddot{y} + ky = p(t).$$

Это линейное уравнение первого порядка относительно y с постоянными коэффициентами решается путем введения интегрирующего множителя. Решение его имеет вид

$$\dot{y} = e^{-kt} \int_0^t p(t) e^{kt} dt + C.$$

Полагая, что до начала действия поперечной силы корабль совершал установившееся орбитальное движение в согласии с волновыми частицами, можем принять при $t = 0$ $\eta_G = \kappa_{\eta} \eta_B$, $\dot{\eta}_G = \kappa_{\eta} \dot{\eta}_B$ и $y = 0$.

Отсюда имеем $C = 0$ и окончательно находим

$$\dot{y} = e^{-kt} \int_0^t p(t) e^{kt} dt. \quad (7.6)$$

Скорость поступательного горизонтального движения

$$\dot{\eta}_G = \kappa_{\eta} \dot{\eta}_B + e^{-kt} \int_0^t p(t) e^{kt} dt. \quad (7.7)$$

При отсутствии волнения, т. е. на тихой воде, эта скорость, очевидно, равна

$$\dot{\eta}_G = \dot{y} = e^{-kt} \int_0^t p(t) e^{kt} dt. \quad (7.8)$$

Выражения (7.6) и (7.7) позволяют вычислить скорость поступательного движения, если задан закон изменения во времени поперечной силы $P(t)$.

Перейдем теперь к рассмотрению второго уравнения системы (7.1), т. е. к уравнению бортовой качки или динамического крена. Перенесем члены, содержащие угол крена θ в левую часть:

$$(J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + v_{44} \dot{\theta} + Dh_0 \theta = M(t) + \mu_{24}^0 \ddot{\eta}_B + v_{24}^0 \dot{\eta}_B - \mu_{24} \ddot{\eta}_G - v_{24} \dot{\eta}_G + Dh_0 \kappa_0 \alpha + \mu_{44}^0 \ddot{\alpha} + v_{44}^0 \dot{\alpha}. \quad (7.9)$$

При отсутствии волнения, т. е. при действии поперечной силы на тихой воде, было бы

$$(J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + v_{44} \dot{\theta} + Dh_0 \theta = M(t) - \mu_{24} \ddot{\eta}_G - v_{24} \dot{\eta}_G. \quad (7.10)$$

Левая часть уравнения (7.10) учитывает моменты сил, возникающие при обычной бортовой качке на тихой воде, правую часть можно рассматривать как кренящий момент, создаваемый действием внешней кренящей пары $M(t)$ и гидродинамических сил, возникающих благодаря воздействию силы $P(t)$:

$$\mathfrak{M}(t) = M(t) - \mu_{24} \ddot{\eta}_G - v_{24} \dot{\eta}_G. \quad (7.11)$$

Гидродинамические коэффициенты v_{24} и μ_{24} могут быть представлены выражениями

$$v_{24} = v_{22} (z_v - z_G); \quad (7.12)$$

$$\mu_{24} = \mu_{22} (z_\mu - z_G),$$

где z_μ и z_v можно условно рассматривать как аппликаты точек приложения инерционной и демпфирующей гидродинамических сил.

Принимая это во внимание, с учетом равенства (7.2) можем написать

$$\mathfrak{M}(t) = P(t) (z_\pi - z_G) - v_{22} (z_v - z_G) \dot{\eta}_G - \mu_{22} (z_\mu - z_G) \ddot{\eta}_G.$$

Но согласно (7.4)

$$\ddot{\eta}_G = \frac{P(t)}{\frac{D}{g} + \mu_{22}} - \frac{v_{22}}{\frac{D}{g} + \mu_{22}} \dot{\eta}_G.$$

Подставляя значение $\ddot{\eta}_G$ в выражение $\mathfrak{M}(t)$, можно после несложных преобразований привести его к виду

$$\mathfrak{M}(t) = P(t)(z_{\pi} - z_{G_1}) - v_{22}(z_v - z_{G_1})\dot{\eta}_G, \quad (7.13)$$

где величина z_{G_1} равна аппликате общего центра инерции массы судна $\frac{D}{g}$ и присоединенной массы μ_{22} при дрейфе корабля:

$$z_{G_1} = \frac{\frac{D}{g} z_G + \mu_{22} z_{\mu}}{\frac{D}{g} + \mu_{22}}. \quad (7.14)$$

Формула (7.13) определяет величину кренящего момента, обусловленного действием горизонтальной поперечной силы $P(t)$ на корабль, плавающий на тихой воде.

Возвратимся к рассмотрению общего случая и примем опять дополнительные допущения, касающиеся дифракционных присоединенных масс:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{24}^0 &= \kappa_{\eta} \mu_{24} = \kappa_{\eta} \mu_{22} (z_{\mu} - z_G); \\ v_{24}^0 &= \kappa_{\eta} v_{22} = \kappa_{\eta} v_{22} (z_v - z_G); \\ \mu_{44}^0 &= \kappa_{\theta} \mu_{44}; \\ v_{44}^0 &= \kappa_{\theta} v_{44}. \end{aligned} \right\} \quad (7.15)$$

Уравнение крена принимает при этом вид

$$\begin{aligned} (J_x + \mu_{44}) \ddot{\theta} + v_{44} \dot{\theta} + D h_0 \theta &= M(t) - \\ - \mu_{24} (\ddot{\eta}_G - \kappa_{\eta} \ddot{\eta}_B) - v_{24} (\dot{\eta}_G - \kappa_{\eta} \dot{\eta}_B) + D h_0 \kappa_{\theta} \alpha + \\ + v_{44} \kappa_{\theta} \dot{\alpha} + \mu_{44} \kappa_{\theta} \ddot{\alpha}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Вычитая из обеих частей уравнения член $J_x \kappa_{\theta} \ddot{\alpha}$, можем привести его к виду

$$\begin{aligned} (J_x + \mu_{44}) (\ddot{\theta} - \kappa_{\theta} \ddot{\alpha}) + v_{44} (\dot{\theta} - \kappa_{\theta} \dot{\alpha}) + D h_0 (\theta - \kappa_{\theta} \alpha) = \\ = M(t) - \mu_{24} \ddot{y} - v_{24} \dot{y} - J_x \kappa_{\theta} \ddot{\alpha}. \end{aligned}$$

Введем относительную координату $\vartheta = \theta - \kappa_{\theta} \alpha$ и для сокращения записи опустим перед α множитель κ_{θ} , понимая под величиной α уже приведенную величину угла волнового склона:

$$\alpha = \alpha_m \sin(\sigma t + \varepsilon).$$

Заменим обозначение v_{44} через $2N$ и заметим, что первые три члена правой части выражаются точно так же, как определенное выше выражение $\mathfrak{M}(t)$ суммарного кренящего момента от действия поперечной силы на тихой воде, с той лишь разницей, что вместо абсолютной горизонтальной скорости $\dot{\eta}_G$ принимается относительная скорость y .

Учитывая все это, напомним уравнение вращательного движения

$$J_{x_1}\ddot{\vartheta} + 2N\dot{\vartheta} + Dh_0\vartheta = \mathfrak{M}(t) - J_x\ddot{\alpha}. \quad (7.17)$$

Уравнение (7.17) позволяет утверждать, что угол относительного наклона корабля при действии поперечной горизонтальной силы и регулярного волнения может быть при малых наклонениях определен как результат суммирования динамического крена от действия поперечной силы на тихой воде и бортовой качки на регулярном волнении, определяемой в относительных координатах.

Поперечная сила $P(t)$ может начать действовать на корабль в любой совершенно произвольный момент времени. Это значит, что в момент начала действия поперечной силы корабль может иметь любую случайную фазу бортовой качки. Для того чтобы учесть это обстоятельство, примем за начало отсчета времени момент начала действия поперечной силы. Соответствующую фазу бортовой качки примем равной ε , считая, что она может принимать любые значения в пределах $0 < \varepsilon < 2\pi$.

Для того чтобы в результате интегрирования уравнения бортовой качки фаза ее в начальный момент времени была $\vartheta = \vartheta_m \sin \varepsilon$, выражение для приведенного угла волнового склона следует принять равным

$$\alpha = \alpha_m \sin(\sigma t + \delta + \varepsilon), \quad (7.18)$$

где δ — отставание по фазе угла наклона при бортовой качке на регулярном волнении от фазы угла волнового склона.

Итак, окончательно уравнение вращательного движения корабля на регулярном волнении при действии в произвольный момент времени поперечной горизонтальной силы имеет вид

$$J_{x_1}\ddot{\vartheta} + 2N\dot{\vartheta} + Dh_0\vartheta = \mathfrak{M}(t) + J_x\alpha_m\sigma^2 \sin(\sigma t + \delta + \varepsilon), \quad (7.19)$$

где $\mathfrak{M}(t)$ определяется равенством (7.13).

Уравнение (7.19) — линейное с постоянными коэффициентами, поэтому для решения его можно воспользоваться принципом суперпозиции и отдельно рассматривать уравнение вращательного движения на тихой воде под действием кренящего момента $\mathfrak{M}(t)$ при нулевых начальных условиях и отдельно уравнение бортовой качки, детально рассмотренное в § 17, и затем просуммировать полученные решения.

§ 41. Действие шквала на корабль на тихой воде и на волнении

Предположим, что поперечная сила, вызывающая динамический крен корабля, создается действием шквала или мощного порыва ветра, налетающего на корабль после некоторого периода затишья. Предполагаем, что корабль в момент шквала не испыты-

вал качки, т. е. что начальное отклонение и угловая скорость качки были равны нулю: при $t = 0$ $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0$.

Сила давления ветра не возникает мгновенно. Физически явление шквала можно представлять как результат набегания на корабль мощного вихря, ось которого может иметь произвольное направление, например быть горизонтальной или наклонной [8; 6]. По мере попадания всей парусности корабля в область вихря сила давления ветра растет и, достигнув максимума, может сохранять приблизительно постоянное значение до тех пор, пока корабль не начнет выходить из области движущегося вихря. Мы будем предполагать, что продолжительность действия максимальной силы давления ветрового порыва является достаточно продолжительной для того, чтобы корабль успел получить максимальный крен на подветренный борт, и что характер изменения силы давления ветра подобен изображенному на рис. 7.1 и может быть аппроксимирован выражением

$$P(t) = P_0 (1 - e^{-\gamma t}). \quad (7.20)$$

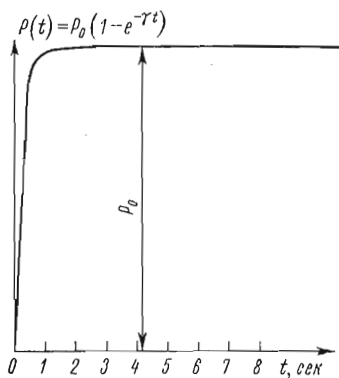


Рис. 7.1

Продолжительность нарастания силы давления ветра может иметь разные значения в зависимости от размеров парусности корабля, скорости его хода, ориентировки оси вихря и скорости перемещения его в пространстве. Обозначим через t_1 время, необходимое для того, чтобы сила давления ветра возросла до $0,99P_0$, и определим из этого условия множитель

$$\gamma = \frac{2}{t_1 \lg e} = \frac{4,60}{t_1}. \quad (7.21)$$

По формуле (7.8) вычисляем скорость дрейфа

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_G &= e^{-kt} \int_0^t \frac{P_0}{\frac{D}{g} + \mu_{22}} (1 - e^{-\gamma t}) e^{kt} dt = \\ &= \frac{P_0}{\frac{D}{g} + \mu_{22}} \left[\frac{1}{k} (1 - e^{-kt}) - \frac{1}{k - \gamma} (e^{-\gamma t} - e^{-kt}) \right]. \end{aligned} \quad (7.22)$$

Подставляя значение $\dot{\eta}_G$ в формулу (7.13), получаем выражение для кренящего момента

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}(t) &= P_0 \left[(z_{\Pi} - z_{\nu}) - \frac{k(z_{\Pi} - z_{\nu}) - \gamma(z_{\Pi} - z_{G1})}{k - \gamma} e^{-\gamma t} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\gamma}{k - \gamma} (z_{\nu} - z_{G1}) e^{-kt} \right], \end{aligned} \quad (7.23)$$

или

$$\mathfrak{M}(t) = \mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 e^{-\gamma t} + \mathfrak{M}_2 e^{-kt}, \quad (7.24)$$

где

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_0 &= P(z_n - z_v); \\ \mathfrak{M}_1 &= -P_0 \frac{k(z_n - z_v) - \gamma(z_n - z_{G1})}{k - \gamma}; \\ \mathfrak{M}_2 &= -P_0 \frac{\gamma}{k - \gamma} (z_v - z_{G1}). \end{aligned} \quad (7.25)$$

Для контроля правильности вычислений полезно заметить, что

$$\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = -\mathfrak{M}_0.$$

С течением времени кренящий момент стремится к величине $\mathfrak{M}_0$, представляющей статически действующий кренящий момент при принятом в расчете (7.20) законе изменения силы давления ветра от времени и отвечающий максимальной постоянной силе давления ветра P_0 .

Дифференциальное уравнение движения корабля при действии шквала на тихой воде принимает вид

$$J_{x1} \ddot{\theta} + 2N\dot{\theta} + Dh_0\theta = \mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 e^{-\gamma t} + \mathfrak{M}_2 e^{-kt}. \quad (7.26)$$

Разделим все члены уравнения на коэффициент при второй производной:

$$\ddot{\theta} + 2v\dot{\theta} + n^2\theta = m_0 + m_1 e^{-\gamma t} + m_2 e^{-kt}, \quad (7.27)$$

где

$$m_0 = \frac{\mathfrak{M}_0}{J_{x1}}, \quad m_1 = \frac{\mathfrak{M}_1}{J_{x1}} \quad \text{и} \quad m_2 = \frac{\mathfrak{M}_2}{J_{x1}}.$$

Частное решение уравнения (7.27) ищем в виде

$$\bar{\theta} = \theta_0 + \theta_1 e^{-\gamma t} + \theta_2 e^{-kt}. \quad (7.28)$$

Для определения постоянных θ_0 , θ_1 и θ_2 дифференцируем дважды выражение (7.28) и подставляем $\bar{\theta}$ и ее производные в уравнение (7.27):

$$\begin{aligned} &\gamma^2 \theta_1 e^{-\gamma t} + k^2 \theta_2 e^{-kt} + 2v(-\theta_1 \gamma e^{-\gamma t} - \theta_2 k e^{-kt}) + \\ &+ n^2(\theta_0 + \theta_1 e^{-\gamma t} + \theta_2 e^{-kt}) = m_0 + m_1 e^{-\gamma t} + m_2 e^{-kt}. \end{aligned}$$

Приравнявая члены при одинаковых функциях времени в левой и правой частях, получаем уравнения для определения постоянных

$$\begin{aligned} n^2 \theta_0 &= m_0; \\ (\gamma^2 - 2v\gamma + n^2) \theta_1 &= m_1; \\ (k^2 - 2vk + n^2) \theta_2 &= m_2, \end{aligned}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \theta_0 &= \frac{m_0}{n^2}; \\ \theta_1 &= \frac{m_1}{\gamma^2 - 2v\gamma + n^2}; \\ \theta_2 &= \frac{m_2}{k^2 - 2vk + n^2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

Общий интеграл уравнения (7.27) имеет вид

$$\theta = e^{-vt} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) + \theta_0 + \theta_1 e^{-vt} + \theta_2 e^{-kt}. \quad (7.30)$$

Дифференцируем его по времени:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -ve^{-vt} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) + \\ &+ \omega e^{-vt} (-C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t) - \gamma e^{-vt} \theta_1 - k e^{-kt} \theta_2. \end{aligned}$$

Принимая $t = 0$ и полагая при этом $\theta = 0$ и $\dot{\theta} = 0$, получаем уравнения для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 . Решая их, находим:

$$\begin{aligned} C_1 &= -(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2); \\ C_2 &= \frac{1}{\omega} [-v\theta_0 + (\gamma - v)\theta_1 + (k - v)\theta_2]. \end{aligned}$$

Подставляем в (7.30) значения постоянных

$$\begin{aligned} \theta &= e^{-vt} \left\{ -(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) \cos \omega t + \right. \\ &+ \frac{1}{\omega} [-v\theta_0 + (\gamma - v)\theta_1 + (k - v)\theta_2] \sin \omega t \left. \right\} + \\ &+ \theta_0 + \theta_1 e^{-vt} + \theta_2 e^{-kt}. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Выражения (7.25), (7.29) и (7.31) могут служить для расчета динамического угла крена от действия шквала на тихой воде, если наклонения допускают применение метацентрической формулы остойчивости. По виду выражения (7.31) можно заключить, что движение корабля при действии шквала можно представить как результат суммирования четырех компонентов: постоянного угла наклонения θ_0 , двух убывающих с течением времени компонентов $\theta_1 e^{-vt}$ и $\theta_2 e^{-kt}$ и затухающих гармонических колебаний. С течением времени все функции, зависящие от времени, стремятся к нулю и угол наклонения стремится к постоянной величине θ_0 , представляющей статический крен от действия постоянного момента $\mathfrak{M}_0$:

$$\theta_0 = \frac{m_0}{n^2} = \frac{P_0 (z_n - z_v)}{J_{x1} \frac{Dh_0}{J_{x1}}} = \frac{P_0 (z_n - z_v)}{Dh_0}. \quad (7.32)$$

Можно утверждать также, что при конечных θ_0 , θ_1 и θ_2 угол крена также конечен. В какой-то момент времени он достигает первого максимального значения, образуя динамический крен, а потом после нескольких колебаний приближается к θ_0 . Не исключена возможность, что последующие максимальные наклонения превысят первое, т. е. динамический крен. Однако трудно ожидать, что продолжительность действия максимальной силы давления ветра при порыве окажется столь большой, что крен успеет достигнуть второго своего максимума. Поэтому практический интерес с точки зрения остойчивости корабля представляет только первое максимальное наклонение θ .

Общее исследование выражения для угла θ затруднительно ввиду громоздкости выражения (7.31) и многих параметров, от которых он зависит. Однако достаточно полное суждение о характере движения корабля можно составить на основе численных расчетов. Предварительно следует уточнить вычисление некоторых видов коэффициентов демпфирования, которые не рассматривались в предшествовавших разделах курса.

Сила сопротивления дрейфу корабля, идущего со скоростью v м/сек может быть определена по эмпирической формуле [9]

$$R = \frac{\bar{k}\rho}{2} V^{2/3} v \eta_G. \quad (7.33)$$

Следовательно, коэффициент демпфирования v_{22} равен

$$v_{22} = \frac{\bar{k}\rho}{2} V^{2/3} v, \quad (7.34)$$

где ρ — массовая плотность воды $m/m^3 \cdot \text{сек}^2$;

V — объемное водоизмещение судна, m^3 ;

v — скорость хода, $m/\text{сек}$;

$\bar{k}$ — безразмерный коэффициент, определяемый по модельным испытаниям.

Можно принять, что точка приложения равнодействующей силы сопротивления дрейфу для корабля, имеющего ход, и для судов, снабженных скуловыми киями, расположена примерно на уровне середины осадки

$$z_v \cong \frac{T}{2}.$$

В качестве объекта расчетов принят морской пассажирский теплоход, основные данные которого приведены в табл. 7.1. В результате выполнения последовательных расчетов по формулам настоящего параграфа получаем следующие выражения для

Таблица 7.1

Параметры	Обозначение	Величина
Водоизмещение, <i>т</i>	<i>D</i>	5803
Длина, <i>м</i>	<i>L</i>	112
Ширина, <i>м</i>	<i>B</i>	15,5
Осадка, <i>м</i>	<i>T</i>	5,96
Метацентрическая высота, <i>м</i>	<i>h</i> ₀	0,45
Аппликата ЦТ, <i>м</i>	<i>z</i> _G	6,33
Период качки, <i>сек</i>	<i>T</i> ₀	19,1
Площадь парусности, <i>м</i> ²	<i>A</i> _v	1097
Возвышение центра парусности, <i>м</i>	<i>z</i> _п	12,6
Скорость хода, узлы	<i>v</i>	15
Момент инерции массы корабля и присоединенной массы воды, <i>тл·сек</i> ²	<i>J</i> _{x1}	24 400
Присоединенная масса при дрейфе, <i>т/м·сек</i> ²	<i>μ</i> ₂₂	609
Статический момент присоединенной массы, <i>т·сек</i> ²	<i>μ</i> ₂₄	835
Безразмерный коэффициент сопротивления дрейфу	<i>k̄</i>	1,15
Коэффициент сопротивления бортовой качке, <i>сек</i> ⁻¹	<i>ν</i>	0,033
Расчетное давление ветра, <i>кг/м</i> ²	<i>p</i> ₀	145
Принятая продолжительность нарастания силы давления ветра, <i>сек</i>	<i>t</i> ₁	1,15
Расчетная относительная амплитуда резонансной качки на регулярном волнении, <i>град</i>	<i>θ</i> _m	17

определения кренящего момента и угла крена корабля на тихой воде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathfrak{M}(t)}{\mathfrak{M}_0} &= 1 - \frac{k - \gamma \frac{z_{\text{п}} - z_{G_1}}{z_{\text{п}} - z_{\text{в}}}}{k - \gamma} e^{-\gamma t} - \frac{\gamma}{k - \gamma} \frac{z_{\text{в}} - z_{G_1}}{z_{\text{п}} - z_{\text{в}}} e^{-kt} = \\
 &= 1 - \frac{0,122 - 4 \frac{12,6 - 7,03}{12,6 - 2,98}}{0,122 - 4,00} e^{-4t} - \\
 &\quad - \frac{4}{0,122 - 4} \frac{2,98 - 7,03}{12,6 - 2,98} e^{-0,122t} = \\
 &= 1 - 0,565e^{-4t} - 0,435e^{-0,122t}.
 \end{aligned}$$

Здесь $\mathfrak{M}_0$ — статически действующий кренящий момент от силы давления ветра, соответствующей принятому в расчете максимальному давлению $p_0 = 145 \text{ кг/м}^2$:

$$\mathfrak{M}_0 = p_0 A_v (z_n - z_v) = 159 \cdot (12,6 - 2,98) = 1530 \text{ тм}$$

и

$$\frac{\theta(t)}{\theta_0} = 1 - 0,004e^{-4t} - 0,409e^{-0,122t} - \\ - e^{-0,033t} (0,587 \cos 0,327t + 0,258 \sin 0,327t),$$

где θ_0 — статический крен от действия постоянного момента $\mathfrak{M}_0$:

$$\theta_0 = \frac{\mathfrak{M}_0}{Dh_0} = \frac{1530}{5803 \cdot 0,45} = 0,592 = 33,4^\circ.$$

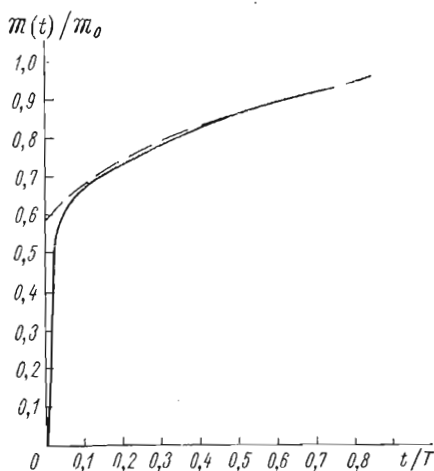


Рис. 7.2

На рис. 7.2 и 7.3 приведены графики изменения во времени величин $\frac{\mathfrak{M}(t)}{\mathfrak{M}_0}$ и

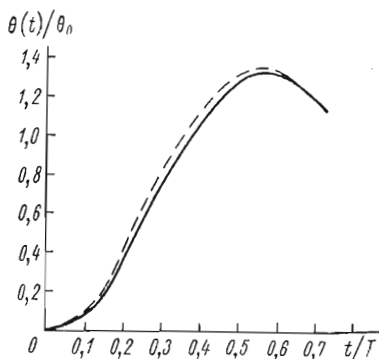


Рис. 7.3

$\frac{\theta(t)}{\theta_0}$. По оси абсцисс графиков отложено безразмерное время $\frac{t}{T_0}$, отнесенное к периоду бортовой качки на тихой воде.

Из рассмотрения рис. 7.3 следует, что продолжительность наклонения от начального прямого положения и до наибольшего крена составляет около 0,6 периода качки, что для данного корабля составляет около 11 сек. Подобные же относительные результаты были получены по расчетам для ряда других судов [8]. Это позволяет сделать общее заключение, что время, необходимое для получения кораблем динамического крена, составляет около 0,5—0,6 периода качки на тихой воде.

При установившемся процессе резонансной качки для наибольшего наклонения от прямого положения требуется около

четверти периода. Такая разница во времени вполне объяснима, так как при динамическом крене корабль начинает двигаться от начального прямого положения с нулевой начальной скоростью, тогда как в случае качки корабль проходит через прямое положение, имея максимальную угловую скорость.

На рис. 7.4 приведен график наиболее опасной резонансной качки (кривая I), амплитуда которой при периоде волн $\tau =$

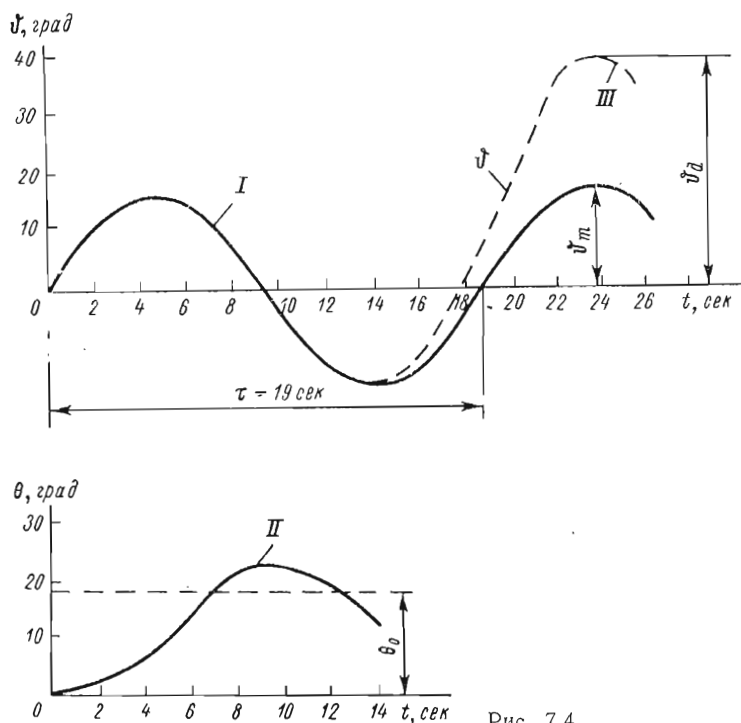


Рис. 7.4

$= 19$ сек и высоте $2r_0 = 15$ м составляет около 17° . Там же приведен график динамического крена от шквала на тихой воде (кривая II). Суммарное относительное наклонение корабля от совместного действия шквала и волн определится как алгебраическая сумма наклонений, создаваемых шквалом на тихой воде и качкой на волнении (кривая III). Величина суммарного наклонения в большой степени зависит от выбора фазы действия шквала. Очевидно, что наибольший крен будет достигнут в том случае, если наибольшее наклонение θ_d от действия шквала совпадет по времени с наибольшим наклонением от качки, т. е. ее амплитудой на тот же борт.

Для того чтобы максимальные наклонения от шквала и от резонансной бортовой качки совпали по знаку и во времени, необ-

ходимо, чтобы действие шквала начиналось на $0,5-0,6T$ раньше момента достижения кораблем наибольшего наклона. Практически можно считать, что для получения наибольшего суммарного наклона необходимо, чтобы действие шквала начиналось в момент наибольшего крена корабля на наветренный борт. Таким образом, наиболее опасное для корабля действие ветровой нагрузки от шквала или мощного порыва ветра будет в том случае, если в момент начала действия кренящей ветровой нагрузки корабль имеет наибольший крен на наветренный борт.

Предположим теперь, что продолжительность нарастания силы давления ветра равна нулю и что она растет мгновенно. В этом случае можно положить $t_1 = 0$; $\gamma = \infty$ и $P(t) \approx P_0 = \text{const}$.

Расчетные формулы для $\mathfrak{M}(t)$ и $\theta(t)$ принимают вид

$$\mathfrak{M}(t) = P_0 [z_n - z_v - (z_{G_1} - z_v) e^{-kt}]; \quad (7.35)$$

$$\begin{aligned} \theta(t) = \theta_0 e^{-\nu t} \left\{ - \left(1 + \frac{\theta_2}{\theta_0} \right) \cos \omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega} \left[-\nu + (k - \nu) \frac{\theta_2}{\theta_0} \right] \sin \omega t \right\} + \theta_0 + \theta_2 e^{-kt}. \end{aligned} \quad (7.36)$$

После подстановки и определения численных значений получаются следующие расчетные зависимости:

$$\frac{\mathfrak{M}(t)}{\mathfrak{M}_0} = 1 - 0,421 e^{-0,122t};$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta(t)}{\theta_0} = e^{-0,033t} (-0,601 \cos 0,327t - 0,208 \sin 0,327t) + \\ + 1 - 0,399 e^{-0,122t}, \end{aligned}$$

где $\mathfrak{M}_0$ и θ_0 имеют прежние значения.

На рис. 7.2 и 7.3 пунктиром приведены графики значений $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_0}$ и $\frac{\theta}{\theta_0}$, вычисленные по приведенным формулам. Из рис. 7.2 следует, что даже в случае постоянной силы давления ветра кренящий момент является переменной величиной, меняющейся с течением времени. Сопоставление пунктирной и сплошной кривых на рис. 7.3 приводит к выводу, что допущение о мгновенном возрастании силы давления ветра почти не влияет на величину наибольшего динамического крена корабля. К такому же результату приводят расчеты, сделанные для других судов. Это позволяет заключить вообще, что, если принятая продолжительность возрастания силы давления ветра невелика по сравнению с периодом качки корабля на тихой воде, вопрос о действительном законе ее роста не имеет практического значения.

§ 42. Нелинейная задача о динамическом крене корабля при совместном действии шквала и волн

Полученные в § 41 зависимости позволяют сделать некоторые качественные выводы относительно поведения корабля при совместном действии динамической ветровой нагрузки и бортовой качки, но вследствие заложенных в них допущений о малости углов наклона корабля они не могут служить для количественных выводов.

Действительно, для практики представляют интерес такие углы динамического крена, при которых пользование метacentрической формулой остойчивости для определения восстанавливающих моментов становится недопустимым. Принимая это во внимание, напишем в общем виде в относительных координатах уравнение вращательного движения судна при шквале (7.9):

$$J_{x1} \ddot{\theta} = \mathfrak{M}(t, \theta) + M_v(t) - M(\dot{\theta}, \dot{\theta}) - M(\theta), \quad (7.37)$$

где $\mathfrak{M}(t, \theta)$ — кренящий момент, создаваемый ветровой нагрузкой;

$M_v(t)$ — возмущающий момент, создаваемый волнением;

$M(\dot{\theta}, \dot{\theta})$ — демпфирующий момент;

$M(\theta)$ — восстанавливающий момент:

$$M(\theta) = D l(\theta), \quad (7.38)$$

$l(\theta)$ — плечо статической остойчивости.

Все моменты, входящие в правую часть уравнения (7.37), могут в той или иной мере зависеть от угла крена корабля.

Рассмотрим выражение для кренящего момента от действия ветра, который может быть подразделен на аэродинамическую и гидродинамическую части. По материалам продувки моделей надводной части судов в аэродинамической трубе кренящий момент при установившейся скорости воздушного потока может быть выражен формулой, предложенной К. К. Федяевским [71]:

$$\mathfrak{M}_1 = P[z_n - z_G - 0,31(z_n - T)\theta], \quad (7.39)$$

где θ — угол крена в направлении кренящего момента, а прочие обозначения имеют тот же смысл, что и в § 41.

Эта формула предполагает условия установившегося дрейфа, когда ускорения и отвечающие им инерционные силы обращаются в нуль. При крене модели навстречу действию ветра, т. е. в наветренную сторону, формула (7.39) не применима.

Гидродинамическая часть кренящего момента определяется эмпирической формулой, полученной в результате обработки опытов с буксировкой моделей лагом в опытовых бассейнах:

$$\mathfrak{M}_{II} = Y_r (z_G + cT\theta - z_v), \quad (7.40)$$

где Y_r — гидродинамическая сила сопротивления дрейфу;
 c — коэффициент, зависящий от отношения ширины к осадке, наличия скуловых килей и скорости хода.

При наличии скуловых килей и скорости хода можно принять $c = 0$ и $z_v = T/2$.

Замечая, что при установившемся дрейфе гидродинамическая сила Y_r равна аэродинамической силе P и что они противоположны по направлению, можем написать

$$\mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_I + \mathfrak{M}_{II} = P [z_n - z_v - 0,31 (z_n - T) \theta].$$

Величина $0,31 (z_n - T) \theta$ представляет собой поправку, учитывающую уменьшение кренящего момента при крене корабля в сторону ветра. При углах крена $\theta = 30 \div 40^\circ$ эта поправка составляет 8—10% полной величины кренящего момента, а при наклонениях навстречу ветру она существенно меняется и может даже изменить свой знак. Учитывая, что при вычислении работы кренящего момента доля этой поправки еще уменьшается, можно ею пренебречь и считать как при малых наклонениях

$$\mathfrak{M}_0 = P (z_n - z_v) \cong P \left(z_n - \frac{T}{2} \right). \quad (7.41)$$

При действии шквала возникают ускорения и соответствующие им инерционные силы. Поэтому окончательное выражение для кренящего момента может быть с учетом сделанных оговорок принято таким же, как и при рассмотрении линейной задачи

$$\mathfrak{M}(t) = \mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 e^{-\gamma t} + \mathfrak{M}_2 e^{-\kappa t},$$

где $\mathfrak{M}_0$, $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ определяются по формулам (7.25).

Возмущающий момент от действия волн при рассмотрении процесса качки в относительных координатах можно принимать не зависящим от угла крена и считать (см. § 16)

$$M_B(t) = -J_x \ddot{\alpha}. \quad (7.42)$$

Демпфирующий момент в тех случаях, когда наклонения корабля не превышают угла крена, при котором кромка верхней палубы погружается в воду, можно принимать действующим как по линейному, так и по квадратичному закону. Соответствующие коэффициенты пропорциональности могут считаться постоянными на протяжении данного размаха, но зависящими от ампли-

туды качки. Если наклонения превышают угол крена, соответствующий входу палубы в воду, то гидродинамические условия качки при этом крене резко изменяются и это должно учитываться при установлении коэффициентов пропорциональности. Мы ограничимся для простоты случаем, когда палуба не погружается в воду, и примем

$$M(\dot{\vartheta}) = 2N_0 \dot{\vartheta}, \quad (7.43)$$

где $2N_0$ — коэффициент пропорциональности, считающийся постоянным, но зависящим от амплитуды колебаний.

Наиболее неблагоприятные условия для остойчивости корабля возникают при резонансной качке, поэтому мы в дальнейшем будем предполагать условия нелинейного резонанса.

Замечая, что $\ddot{\vartheta} = \frac{d\dot{\vartheta}}{dt} \frac{d\vartheta}{d\dot{\vartheta}} = \dot{\vartheta} \frac{d\dot{\vartheta}}{d\vartheta}$, преобразуем уравнение (7.37) в формулу уравнения работ

$$J_{x1} \dot{\vartheta} d\dot{\vartheta} = \mathfrak{M}(t) d\vartheta + M_B d\vartheta - M(\dot{\vartheta}) d\vartheta - D I(\vartheta) d\vartheta. \quad (7.44)$$

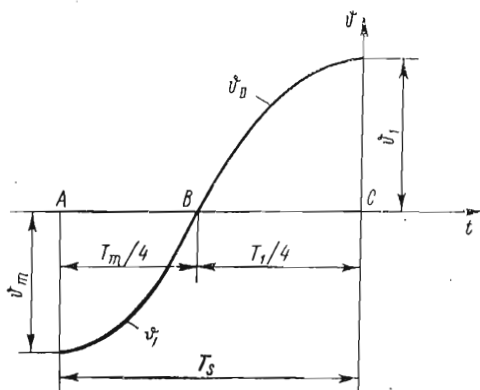


Рис. 7.5

В § 41 было показано, что наиболее неблагоприятный для корабля начальный момент действия порыва ветра будет при наибольшем крене от резонансной качки в наветренную сторону. Предположим, что подобные соотношения имеют место и в рассматриваемой нелинейной задаче. Предположим, что в начальный момент движения корабль имел крен $-\vartheta_m$ на левый борт, равный амплитуде резонансной качки, и кренящий момент от действия шквала равен нулю. Угловая скорость качки $\dot{\vartheta}$ также равна нулю. Одновременно с началом движения в направлении правого борта на корабль начинает действовать кренящий момент от ветровой нагрузки, в результате чего корабль наклоняется на правый борт и получает динамический крен ϑ_1 , превышающий амплитуду качки. Задачей расчета является определение динамического крена ϑ_1 в предположении, что корабль не опрокидывается. В соответствии с принятыми предположениями график рассматриваемого движения корабля имеет вид, изображенный на рис. 7.5.

Проинтегрируем уравнение (7.44) на участке движения от $-\vartheta_m$ до $+\vartheta_1$:

$$J_{x1} \left(\frac{\dot{\vartheta}_1^2}{2} - \frac{\dot{\vartheta}_m^2}{2} \right) = \int_{-\vartheta_m}^{\vartheta_1} \mathfrak{M}(t) d\vartheta + \int_{-\vartheta_m}^{\vartheta_1} M_{\kappa} d\vartheta - \\ - \int_{-\vartheta_m}^{\vartheta_1} M(\vartheta) d\vartheta - D \int_{-\vartheta_m}^{\vartheta_1} l(\vartheta) d\vartheta.$$

Но и в начальный и в конечный моменты движения угловые скорости равны нулю. Заметим также, что последний интеграл имеет смысл приращения динамической остойчивости корабля при наклонении от $-\vartheta_m$ до ϑ_1 :

$$D \int_{-\vartheta_m}^{\vartheta_1} l(\vartheta) d\vartheta = D \left(\int_0^{\vartheta_1} l(\vartheta) d\vartheta - \int_0^{-\vartheta_m} l(\vartheta) d\vartheta \right) = D(l_{d1} - l_{dm}),$$

где l_d — плечо динамической остойчивости.

Принимая это во внимание, можем написать

$$Dl_{d1} = Dl_{dm} + R_1 + R_2 + R_3, \quad (7.45)$$

где R_1 , R_2 и R_3 — работа кренящего, возмущающего и демпфирующего моментов на рассматриваемом размахе.

Для приближенного вычисления работ следует задаваться видом функции $\vartheta(t)$, приняв ее таким образом, чтобы она отвечала общему характеру движения, изображенному на рис. 7.5. В соответствии с видом графика он может быть разбит на два участка: AB , где $-\vartheta_m < \vartheta < 0$, и участок BC , где $0 < \vartheta < \vartheta_1$. Если предположить, что на обоих участках движение совершается по гармоничному закону, но с разными амплитудами и частотами, то зависимость $\vartheta(t)$ может быть аппроксимирована следующими формулами:

на участке AB при $0 < t < \frac{\pi}{2n_m}$

$$\vartheta_I = -\vartheta_m \cos n_m t,$$

где n_m — частота бортовой качки на тихой воде, отвечающая амплитуде ϑ_m ;

на участке BC при $\frac{\pi}{2n_m} < t < T_s$

$$\vartheta_{II} = \vartheta_1 \sin n_1 t_1,$$

где

$$t_1 = t - \frac{\pi}{2n_m};$$

- T_1 и n_1 — период и частота бортовой качки на тихой воде, соответствующие амплитуде ϑ_1 ;
 T_s — общая продолжительность размаха:

$$T_s = \frac{1}{4} (T_m + T_1).$$

В этом случае выражение работы R каждого кренящего момента в уравнении (7.45) может быть разбито на два слагаемых

$$R_i = R'_i + R''_i,$$

где

$$R'_i = \int_{-\vartheta_m}^0 M_i d\vartheta \quad \text{и} \quad R''_i = \int_0^{\vartheta_1} M_i d\vartheta.$$

Вычислим работу, производимую каждым моментом в отдельности, начав с вычисления работы кренящего момента от ветровой нагрузки. Если бы кренящий момент от шквала был постоянным и равным $\mathfrak{M}_0$, то величина работы определялась бы простым и очевидным выражением

$$R_1 = \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1).$$

При переменной эпюре кренящего момента для первого участка движения имеем

$$R'_1 = \int_{-\vartheta_m}^0 (\mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 e^{-\gamma t} + \mathfrak{M}_2 e^{-kt}) d\vartheta_1.$$

Но

$$\vartheta_1 = -\vartheta_m \cos n_m t \quad \text{и} \quad d\vartheta_1 = \vartheta_m \sin n_m t d(n_m t);$$

при $\vartheta_1 = -\vartheta_m$ $n_m t = 0$ и при $\vartheta_1 = 0$ $n_m t = \frac{\pi}{2}$.

Введем переменную интегрирования $n_m t = \varphi$ и преобразуем

$$e^{-\gamma t} = e^{-\frac{\gamma}{n_m} n_m t} = e^{-b\varphi} \quad \text{и} \quad e^{-kt} = e^{-\frac{k}{n_m} n_m t} = e^{-c\varphi},$$

где

$$b = \frac{\gamma}{n_m}; \quad c = \frac{k}{n_m}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} R'_1 &= \mathfrak{M}_0 \vartheta_m + \mathfrak{M}_1 \vartheta_m \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-b\varphi} \sin \varphi d\varphi + \mathfrak{M}_2 \vartheta_m \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-c\varphi} \sin \varphi d\varphi = \\ &= \mathfrak{M}_0 \vartheta_m + \frac{\mathfrak{M}_1 \vartheta_m}{1+b^2} \left(1 - be^{-\frac{b\pi}{2}}\right) + \frac{\mathfrak{M}_2 \vartheta_m}{1+c^2} \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}}\right). \end{aligned}$$

Второе слагаемое R_i'' определяется аналогичной формулой

$$R_1'' = \int_0^{\vartheta_1} (\mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 e^{-\gamma t} + \mathfrak{M}_2 e^{-kt}) d\vartheta_{11},$$

где

$$\vartheta_{11} = \vartheta_1 \sin n_1 t; \quad d\vartheta_{11} = \vartheta_1 \cos n_1 t d(n_1 t) = \vartheta_1 \cos \varphi d\varphi.$$

Заменяем в показательных функциях $t = t_1 + \frac{\pi}{2n_m}$:

$$e^{-\gamma t} = e^{-\frac{\gamma}{n_m} \frac{\pi}{2}}, \quad e^{-\frac{\gamma}{n_1} n_1 t} = e^{-\frac{b\pi}{2}} e^{-b_1 \varphi_1},$$

где

$$b_1 = \frac{\gamma}{n_1} \text{ и } \varphi_1 = n_1 t_1.$$

Аналогично

$$e^{-kt} = e^{-\frac{c\pi}{2}} e^{-c_1 \varphi_1}, \quad \text{где } c_1 = \frac{k}{n_1}.$$

Выражение работы преобразуется к виду

$$\begin{aligned} R_1'' &= \mathfrak{M}_0 \vartheta_1 + \mathfrak{M}_1 \vartheta_1 e^{-\frac{b\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-b_1 \varphi_1} \cos \varphi_1 d\varphi_1 + \\ &+ \mathfrak{M}_2 \vartheta_1 e^{-\frac{c\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-c_1 \varphi_1} \cos \varphi_1 d\varphi_1 = \\ &= \mathfrak{M}_0 \vartheta_1 + \frac{\mathfrak{M}_1 \vartheta_1}{1 + b_1^2} e^{-\frac{b\pi}{2}} \left(b_1 + e^{-\frac{b_1 \pi}{2}} \right) + \\ &+ \frac{\mathfrak{M}_2 \vartheta_1}{1 + c_1^2} e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c_1 + e^{-\frac{c_1 \pi}{2}} \right). \end{aligned}$$

Полная величина работы

$$\begin{aligned} R_1 &= R_1' + R_1'' = \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1) + \mathfrak{M}_1 \left[\frac{\vartheta_m}{1 + b^2} \left(1 - be^{-\frac{b\pi}{2}} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\vartheta_1}{1 + b_1^2} e^{-\frac{b\pi}{2}} \left(b_1 + e^{-\frac{b_1 \pi}{2}} \right) \right] + \mathfrak{M}_2 \left[\frac{\vartheta_m}{1 + c^2} \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\vartheta_1}{1 + c_1^2} e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c_1 + e^{-\frac{c_1 \pi}{2}} \right) \right]. \end{aligned}$$

В этом выражении член, содержащий множитель $\mathfrak{M}_1$, имеющий аэродинамическую природу и связанный с продолжительностью возрастания силы давления ветра, численно мал по сравнению с прочими компонентами и им можно пренебречь. Тогда выражение работы несколько упростится:

$$R_1 = \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1) + \mathfrak{M}_2 \left[\frac{\vartheta_m}{1 + c^2} \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\vartheta_1}{1 + c_1^2} e^{-\frac{c_1\pi}{2}} \left(c_1 + e^{-\frac{c_1\pi}{2}} \right) \right]. \quad (7.46)$$

Перейдем к вычислению работы возмущающего момента. Принимая за начало отсчета времени момент наибольшего наклонения корабля на угол $-\vartheta_m$, мы должны принять соответствующее выражение для угла наклона

$$\vartheta = -\vartheta_m \cos \sigma t$$

и для приведенного угла волнового склона

$$\alpha = -\alpha_m \cos (\sigma t + \delta).$$

Здесь δ — отставание по фазе угла наклонения от угла волнового склона. В условиях резонанса $\sigma = n_m$ и $\delta = \pi/2$.

Имея это в виду, получим

$$\alpha = \alpha_m \sin n_m t$$

и определим возмущающий момент:

$$M_{\text{в}} = -J_x \ddot{\alpha} = J_x \alpha_m n_m^2 \sin n_m t.$$

Работа возмущающего момента на первом участке движения

$$R'_2 = \int_{-\vartheta_m}^0 J_x \alpha_m n_m^2 \sin n_m t d\vartheta_1 = \\ = J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_m \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi = J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_m \frac{\pi}{4}.$$

Для второго участка движения следует принять

$$\vartheta_{\text{II}} = \vartheta_1 \sin n_1 t_1;$$

$$\alpha = \alpha_m \sin n_m \left(t_1 + \frac{\pi}{2n_m} \right) = \alpha_m \cos n_m t_1.$$

Величина работы

$$R_2'' = -J_x \int_0^{\vartheta_1} \ddot{\alpha} d\vartheta_{II} = J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos n_m t \cos n_1 t dn_1 t_1 =$$

$$= J_x \alpha_m n_m^2 \frac{\vartheta_1}{2} \left(\frac{\sin(a-1) \frac{\pi}{2}}{a-1} + \frac{\sin(a+1) \frac{\pi}{2}}{a+1} \right),$$

где

$$a = \frac{n_m}{n_1}.$$

Полная величина работы возмущающего момента

$$R_2 = J_x \alpha_m n_m^2 \left\{ \vartheta_m \frac{\pi}{4} + \frac{\vartheta_1}{2} \left[\frac{\sin(a-1) \frac{\pi}{2}}{a-1} + \frac{\sin(a+1) \frac{\pi}{2}}{a+1} \right] \right\}. \quad (7.47)$$

Выражения (7.46) и (7.47) весьма неудобны для пользования вследствие их сложности. Учитывая приближенный характер исследования, целесообразно их упростить таким образом, чтобы упрощенное выражение давало по возможности малую ошибку в худшую сторону, т. е. в сторону завышения работы. Если принять при вычислении работы R_1 и R_2 , что $n_1 = n_m$, т. е. если отказать от учета изменения собственного периода качки с ростом амплитуды, то в выражении для R_1 следует принять $c_1 = c$ и оно примет вид

$$R_1 = \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1) + \frac{\mathfrak{M}_2}{1+c^2} \left[\vartheta_m \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right.$$

$$\left. + \vartheta_1 e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c + e^{-\frac{c\pi}{2}} \right) \right]. \quad (7.48)$$

Формула для R_2 также существенно упростится:

$$R_2 = J_x \alpha_m n_m^2 \frac{\pi}{4} (\vartheta_m + \vartheta_1). \quad (7.49)$$

Выражение (7.49) дает незначительную погрешность в сторону завышения, если только $n_1 < n_m$, что практически всегда имеет место.

Рассмотрим теперь работу, совершаемую моментом сил сопротивления качке:

$$R_3 = R_3' + R_3'' = \int_{-\vartheta_m}^0 2N_{\vartheta I} d\vartheta_I + \int_0^{\vartheta_1} 2N_{\vartheta II} d\vartheta_{II}.$$

Подставляя приближенные зависимости для производной и дифференциала, получаем выражения

$$R'_3 = 2N_\theta \vartheta_m^2 n_m \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi \, d\varphi = 2N_\theta \vartheta_m^2 n_m \frac{\pi}{4};$$

$$R''_3 = 2N_\theta \vartheta_1^2 n_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi_1 \, d\varphi_1 = 2N_\theta \vartheta_1^2 n_1 \frac{\pi}{4}.$$

Полная величина работы демпфирующего момента

$$R_3 = 2N_\theta \frac{\pi}{4} (\vartheta_m^2 n_m + \vartheta_1^2 n_1). \quad (7.50)$$

Подставляя вычисленные значения работ в уравнение (7.45), получаем

$$Dl_{d1} = Dl_{dm} + \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1) + \frac{\mathfrak{M}_2}{1+c^2} \left[\vartheta_m \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right. \\ \left. + \vartheta_1 e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c + e^{-\frac{c\pi}{2}} \right) \right] + J_x \alpha_m n_m^2 \frac{\pi}{4} (\vartheta_m + \vartheta_1) - \\ - 2N_\theta \frac{\pi}{4} (\vartheta_m^2 n_m + \vartheta_1^2 n_1). \quad (7.51)$$

Написанное уравнение можно несколько упростить. Предположим, что момент от шквала отсутствует и что качка совершается с постоянной амплитудой на регулярном резонансном волнении. В этом случае $\vartheta_1 = \vartheta_m$; $n_1 = n_m$, $l_{d1} = l_{dm}$ и $\mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_2 = 0$.

Уравнение работ при этом принимает вид

$$J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_m \frac{\pi}{2} - 2N_\theta n_m \vartheta_m^2 \frac{\pi}{2} = 0.$$

При установившемся режиме регулярной качки работа возмущающего момента на протяжении размаха в точности равна работе демпфирующего момента. Полученное соотношение позволяет исключить из уравнения работ коэффициент демпфирования

$$2N_\theta = J_x \alpha_m \frac{n_m}{\vartheta_m}. \quad (7.52)$$

Подставляя (7.52) в уравнение (7.51), можно преобразовать последние два члена

$$J_x \alpha_m n_m^2 \frac{\pi}{4} (\vartheta_m + \vartheta_1) - J_x \alpha_m \frac{n_m}{\vartheta_m} \frac{\pi}{4} (\vartheta_m^2 n_m + \vartheta_1^2 n_1) = \\ = J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_1 \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\vartheta_1 n_1}{\vartheta_m n_m} \right). \quad (7.53)$$

Полученное выражение представляет разность между работами возмущающего и демпфирующего моментов. Подставив найденные зависимости в уравнение (7.51), приводим его к виду

$$Dl_{d1} = Dl_{dm} + \mathfrak{M}_0(\vartheta_m + \vartheta_1) + \frac{\mathfrak{M}_2}{1+c^2} \left[\vartheta_m \left(1 - ce^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right. \\ \left. + \vartheta_1 e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c + e^{-\frac{c\pi}{2}} \right) \right] + J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_1 \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\vartheta_1 n_1}{\vartheta_m n_m} \right). \quad (7.54)$$

Для расчета угла динамического крена с помощью уравнения работ следует предварительно построить график частотной характеристики нелинейной качки. Расчет крена следует производить методом последовательных приближений при заданных величинах $\mathfrak{M}_0$, $\mathfrak{M}_2$, α_m и ϑ_m . Для этого необходимо сперва задаться величиной ϑ_1 и, вычислив правую часть уравнения (7.54), определить величину Dl_{d1} и по ней искомую величину ϑ_1 в первом приближении. После этого следует выполнить таким же образом поверочный расчет во втором приближении, который обычно дает весьма небольшие поправки к первому приближению. Численный пример расчета динамического крена приводится в Приложении 6.

§ 43. Практический метод определения совместного действия на корабль шквала и волн

Изложенный в § 42 метод расчета динамического крена корабля при совместном действии на него шквала и волн может служить для исследовательских расчетов, но он слишком громоздок для повседневного применения. Поэтому для практических инженерных расчетов применяется значительно более простой, но и более условный метод.

Относительно кренящего момента обычно предполагается, что он прикладывается мгновенно и остается постоянным во все время наклонения корабля. Суммарная сила давления ветра определяется как произведение удельного давления ветра на площадь парусности. Первое допущение ужесточает условия расчета. Степень жесткости второго допущения зависит от численной величины удельного давления ветра. Если давление ветра будет принято как максимальное на основании замеров метеорологическими приборами во время сильных штормов или ураганов, то это также приведет к большой переоценке кренящего момента, так как есть все основания полагать, что область максимальных давлений может одновременно распространяться только на какую-то часть площади парусности.

Плечо динамического кренящего момента принимается равным возвышению центра парусности над действующей ватерлинией, а не над серединой осадки, как при статическом действии. Это в какой-то мере компенсирует жесткость допущения о постоянстве расчетного момента за весь период наклонения.

За площадь парусности принимается площадь силуэта надводной части корабля, но с учетом различных возможных коэффициентов обтекания. Детальные указания по расчету площади парусности приводятся в Правилах Регистра СССР [51].

Давление ветра также задается Правилами Регистра в зависимости от района плавания судна и возвышения центра парусности над действующей ватерлинией. Наибольшее давление ветра устанавливается для судов с неограниченным районом плавания. Наименьшее расчетное давление ветра задается для судов прибрежного района плавания, не превышающего в зимние месяцы 20 миль от защищенного порта. Для судов, плавающих во внутренних морях СССР, либо удаляющихся от защищенного порта не более чем на 200 миль, устанавливается промежуточное расчетное давление ветра. Такой метод назначения расчетного давления ветра в зависимости от района плавания судна делает расчет весьма условным. Если для судов прибрежного плавания можно предполагать, что, получив заблаговременно штормовое предупреждение, они успевают укрыться от непогоды в защищенном порту, то для судов, плавающих во внутренних морях, этого предполагать нельзя. Установление различного давления ветра в зависимости от района плавания по существу имеет смысл обеспечения различного запаса остойчивости для судов разных категорий. Наиболее высокий запас остойчивости должны иметь суда с неограниченным районом плавания, которые могут попадать в наиболее тяжелые условия моря и погоды. Суда, плавающие во внутренних морях, эксплуатируются в более благоприятных условиях и могут иметь меньший запас остойчивости. Наиболее легкие гидрометеорологические условия выбираются для судов прибрежного плавания. Поэтому для них устанавливаются наименьшие нормы запаса остойчивости и соответственно ветрового давления.

При динамическом накренивании судна на волнении два момента — возмущающий и демпфирующий — действуют противоположно и частично компенсируют друг друга. При установившемся режиме регулярной качки и отсутствии внешнего ветрового давления эта взаимная компенсация бывает полной. При действии внешнего кренящего момента полная компенсация нарушается, и обычно при наклонении, соответствующем динамическому крену, работа демпфирующего момента несколько превышает работу возмущающего момента, что способствует уменьшению угла крена. Допуская небольшую ошибку в безопасную сторону, в инженерных расчетах предполагают, что и при действии шквала

эти два момента в точности компенсируют друг друга, что позволяет в последующем не учитывать их.

За начало действия шквала принимается положение корабля с наибольшим креном на наветренный борт, равным расчетной амплитуде бортовой качки $-\vartheta_m$. Наклонение заканчивается, когда корабль получает динамический крен ϑ_1 . И в начале и в конце наклонения угловая скорость качки корабля и, следовательно, его кинетическая энергия равны нулю. Поэтому механическая энергия корабля в начале и в конце наклонения определяется его потенциальной энергией, т. е. его динамической остойчивостью.

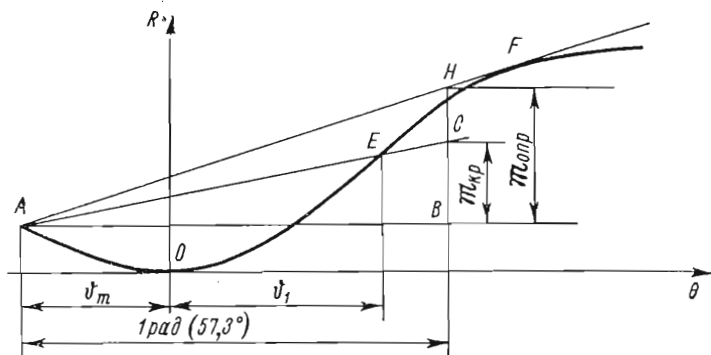


Рис. 7.6

Изменение динамической остойчивости в процессе рассматриваемого наклонения происходит за счет работы кренящего момента от ветровой нагрузки. Поскольку ветровой кренящий момент $\mathfrak{M}_{кр}$ предполагается постоянным, величина работы его при наклонении от $-\vartheta_m$ до $+\vartheta_1$ определяется формулой

$$R_1 = \mathfrak{M}_{кр} (\vartheta_m + \vartheta_1). \quad (7.55)$$

Величина динамического крена корабля определяется известным из курса статики корабля построением по диаграмме динамической остойчивости.

Диаграмма динамической остойчивости, построенная в масштабе работ, продолжается в область отрицательных абсцисс (рис. 7.6). Влево от начала координат откладывается амплитуда качки ϑ_m и на диаграмме фиксируется точка A, именуемая исходной. Далее от точки A параллельно оси абсцисс откладывается отрезок AB, равный одному радиану. От точки B откладывается вверх отрезок BC, равный кренящему моменту от ветровой нагрузки. Точка C соединяется с точкой A наклонной прямой. Ординаты прямой AC, отсчитываемые от прямой AB, определяют работу кренящего момента. Абсцисса точки E пересечения прямой AC

с диаграммой динамической остойчивости определяет угол динамического крена.

В инженерных расчетах часто интересуются не динамическим креном, а величиной минимального опрокидывающего момента, который при внезапном приложении способен опрокинуть корабль. Для определения этого момента из исходной точки A диаграммы динамической остойчивости следует провести касательную AF к правой ветви диаграммы. Отрезок BH определяет величину минимального опрокидывающего момента $\mathfrak{M}_{\text{опр}}$.

Нормами Регистра СССР требуется, чтобы величина минимального опрокидывающего момента превышала величину кренящего момента от действия ветра или чтобы было соблюдено неравенство

$$K = \frac{\mathfrak{M}_{\text{опр}}}{\mathfrak{M}_{\text{кр}}} \geq 1,00. \quad (7.56)$$

Величина кренящего момента определяется формулой

$$\mathfrak{M}_{\text{кр}} = 0,001 p_0 A_v z, \quad (7.57)$$

где p_0 — расчетное давление ветра, задаваемое Нормами, кг/м^2 ;

A_v — площадь парусности судна;

z — возвышение центра парусности над ватерлинией.

Все необходимые данные и указания для определения кренящего момента и расчетной амплитуды ϑ_m бортовой качки приводятся в Правилах Регистра СССР [51].

Успокоители качки

§ 44. Состояние вопроса. Классификация успокоителей качки

Успокоение качки корабля является предметом научных исследований в течение последних ста лет. За эти годы было предложено более 400 различных систем. За границей запатентовано более 300 изобретений успокоителей качки. Около 20 различных систем были выполнены в натуре, а некоторые из них: бортовые кили, бортовые управляемые рули и пассивные успокоительные цистерны — нашли практическое применение. Сильно повысился интерес к вопросу успокоения качки во время и после второй мировой войны. Это было вызвано новаторской работой фирмы Денни Браун в области бортовых управляемых рулей. В период второй мировой войны Англия установила 114 комплектов стабилизатора этого типа на свои военные и транспортные суда. В настоящее время трудно найти крупное пассажирское судно, не снабженное успокоителем качки. Накопленные знания по теории успокоения качки, достижения смежных областей наук: океанографии, автоматического управления и гидромеханики — обеспечивают достаточную базу для систематического и рационального использования в целях успокоения качки бортовых управляемых рулей и некоторых других средств. В настоящее время техническая возможность успокоения качки является установленным фактом.

Вредные последствия качки, которую испытывают на волнении все суда без исключения, могут быть в значительной степени ослаблены средствами умерения качки. Воздействовать на качку, уменьшить ее можно следующими способами:

- рациональным выбором обводов корпуса корабля и размещением нагрузки. Метацентрическую высоту с точки зрения качки желательно уменьшить до минимально возможных пределов, что обеспечит повышение плавности качки и уменьшение размахов;

- применением средств общей стабилизации корабля и местной стабилизации кают, постов, механизмов и т. п.;

- рациональным маневрированием корабля за счет изменения скорости хода, курсового угла по отношению к волне (см. главу II, § 19).

Вопросы рационального проектирования корпуса корабля подробно рассматриваются в курсе проектирования судов. Форма подводной части корпуса определяется в сильной степени спецификой его назначения. Так, Нансен построил свой знаменитый *Фрам* без киля с яйцеобразной формой подводной части. Такая форма обеспечила судну выдавливание из льда при сжатии. Успешное плавание *Фрама* привело к массовому применению аналогичной формы днища на ледоколах. Однако такая форма неблагоприятна с точки зрения качки. Этим объясняется очень тяжелая качка, которой подвержены ледоколы. Плавная форма обводов китобойных судов также объясняется спецификой их работы. Поэтому китобойные суда испытывают жестокую качку. С точки зрения качки наиболее целесообразной формой шпангоута являются острые, а не плавные скулы. Однако выбор формы обводов часто диктуется эксплуатационными требованиями.

Первая попытка местной стабилизации относится к 1875 году, когда Бессемер установил на пароходе *Бессемер* стабилизированный салон. Однако ввиду неудачной схемы управления ручным приводом он был признан неудовлетворительным и снят с судна. Местная стабилизация в настоящее время разрешается, как правило, гироскопическими методами.

В дальнейшем мы будем рассматривать только средства общей стабилизации.

Корабль испытывает в общем случае бортовую, килевую и вертикальную качку. В настоящее время нашли применение только успокоители бортовой качки. Устройства для уменьшения вертикальной и килевой качки осуществить пока не удалось, хотя экспериментальные и теоретические исследования в этом направлении ведутся.

Степень необходимости в общей стабилизации различна для кораблей разных размерений, водоизмещения и назначения. Одним из решающих факторов оценки необходимости установки стабилизатора является степень вероятности плавания корабля в зоне резонансных частот. Принято считать, что для корабля представляют наибольшую опасность волны с периодом

$$0,77T_0 \leq \tau \leq 1,43T_0. \quad (8.1)$$

Степень вероятности попадания в опасную зону и определяет целесообразность успокоения качки. Вторым фактором является ускорение, которое не должно превышать $0,1g$. Исходя из этого предельно допустимый угол качки определяется условием

$$\varphi' \leq 5,73g \left(\frac{\tau}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{l}, \quad (8.2)$$

где τ — период качки;

g — ускорение силы тяжести;

l — плечо, считая от оси качания, проходящей через центр тяжести корабля, до наиболее удаленной от этой оси точки.

Особый интерес представляет плавность качки. Резкая, порывистая качка часто вызывает морскую болезнь. Имеются различные теории, объясняющие ее возникновение, но большинство ученых-медиков склоняется к мысли, что морская болезнь вызывается нарушением работы вестибулярного аппарата вследствие воздействия ускорений. Морская болезнь, сопровождается головной болью, бледностью, холодным потом, чрезмерным слюноотделением, тошнотой и рвотой. Морская болезнь является прежде всего следствием воздействия вертикальных ускорений, которые вызываются в большей степени вертикальной и килевой качкой.

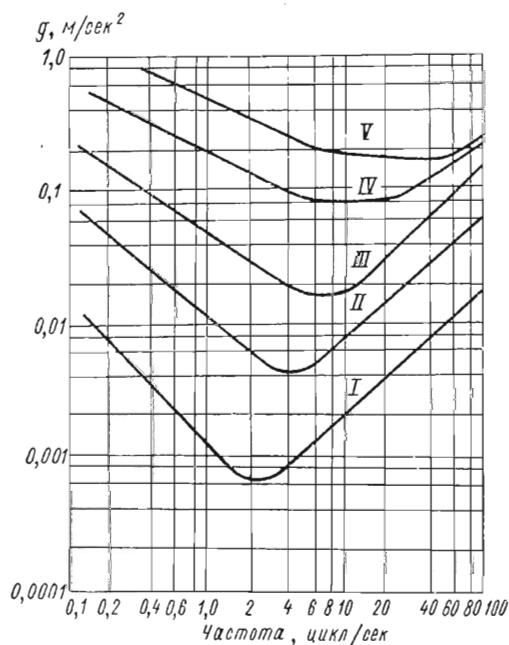


Рис. 8.1

получена Ньюенхьюзоном [102]. Для судов наиболее характерные частоты лежат в пределах 0,05—0,5 циклов в секунду (периоды качки от 20 до 2 сек). Установлено, что чувствительность к морской качке зависит от индивидуальных свойств человека, а также от возраста. Морской болезни не подвержены маленькие дети. Люди 50-летнего возраста более чувствительны к качке, чем люди 60-летней возрастной группы. Применение лекарств хотя и не может полностью гарантировать защиту от морской болезни, но в большинстве случаев помогает, если лекарство принято до начала качки. Прием лекарства при начавшейся болезни усиливает ее симптомы.

На рис. 8.2 приведена диаграмма заболевания пассажиров морской болезнью. По оси абсцисс отложено время нахождения в пути, а по оси ординат — ускорение и процент заболевших пасса-

жиров. Приведенная диаграмма

О характере восприятия вибраций человеческим организмом можно судить по графику, приведенному на рис. 8.1. Здесь кривая I обозначает границу начального восприятия, кривая II — границу ощутимого восприятия, кривая III — сильное восприятие, т. е. начало морской болезни, и дискомфорт, кривая IV — явный дискомфорт и кривая V — невыносимую вибрацию.

жиров. Как видно из графика, при возрастании ускорения от 0,1 до 0,4g процент заболевших пассажиров резко увеличился: с 20 до 85%. После того как ускорения уменьшились, прошло некоторое

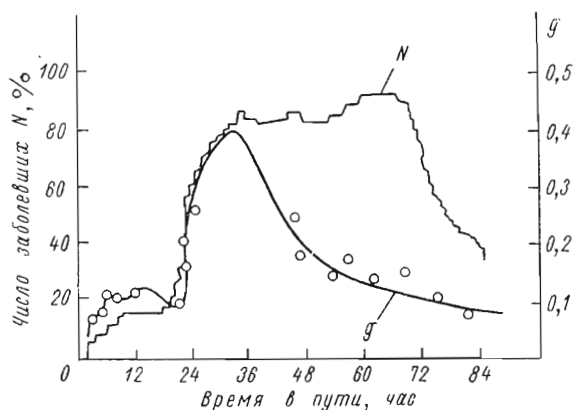


Рис. 8.2

время, прежде чем процент заболевших начал резко уменьшаться. Конечно, адаптация к болезни у профессиональных моряков имеет место, однако она не так уж значительна, как это видно из графика,

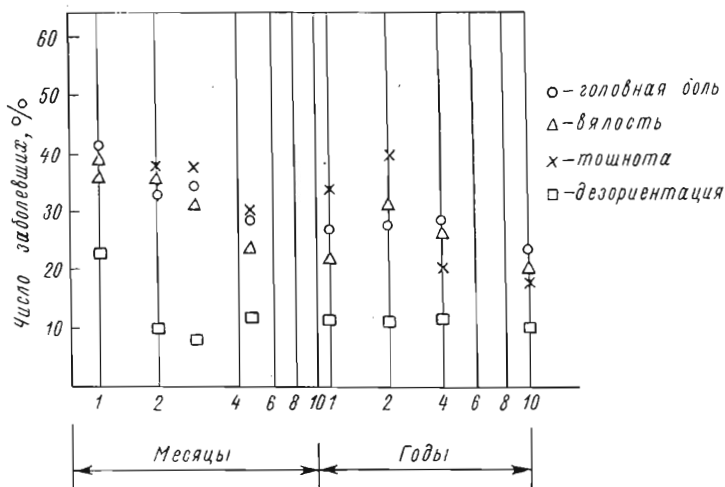


Рис. 8.3

приведенного на рис. 8.3, где по оси абсцисс отложен стаж работы на море, а по оси ординат процент заболевших с учетом симптомов [102]. Из приведенных данных видно, что уменьшение качки важно не только для пассажирских судов.

Известно, что период килевых колебаний судна примерно в два раза меньше периода бортовых колебаний, а отношение плеч l примерно равно $L/2 : B/2$. Примем среднее значение этого отношения за 8, тогда амплитуда колебания $\varphi_{\text{борт. доп}} \approx 32 \varphi_{\text{килевое доп}}$, т. е. успокоение килевой качки более необходимо, чем бортовой. Однако до сих пор не удалось создать жизнеспособной установки для успокоения продольной качки. Это объясняется сложностью проблемы и необходимостью получить для продольной качки значительно большие стабилизирующие моменты и силы, чем для бортовой качки.

Успокоители качки бывают пассивные и активные. Стабилизирующий момент последних изменяется посредством системы автоматического управления. Активные успокоители, как правило, более эффективны, но на их работу нужно затратить дополнительную мощность. Их можно использовать для раскачки корабля. По характеру действующих сил успокоители делятся на три группы: гравитационные (твердые грузы, цистерны с жидкими грузами); гидродинамические (рули, плавники, кили, крылья, движители, насосы разных конструкций) и гироскопические (гироскопы). В табл. 8.1 приведены некоторые данные по различным типам успокоителей качки. Наибольшее распространение получили бортовые кили — пассивные успокоители качки — вследствие их простоты и достаточной эффективности, особенно в зоне резонанса. Второе место занимают активные бортовые рули, на третьем месте пассивные успокоительные цистерны 1-го рода. Цистернами 1-го рода называются цистерны, не сообщающиеся с забортной водой, цистернами 2-го рода называются цистерны, сообщающиеся с забортной водой.

По американским данным [111], стоимость установки цистерн в пять раз меньше стоимости установки бортовых рулей, но зато вес цистерн в 2,5—3 раза больше веса рулей, что приводит к большей потере полезной грузоподъемности.

Пассивные гироскопические успокоители качки были предложены О. Шликом (Германия) в 1908 г., но оказались неэффективными в условиях реального нерегулярного волнения. Активные гироскопические успокоители качки были разработаны Э. Сперри в 1911 г. (США). Они были установлены на 40 судах различного водоизмещения, включая лайнер *Конте ди Савойя* (водоизмещение 25 000 т), эксплуатировались около 20 лет, но затем вышли из употребления. Гироскопические успокоители качки не получили широкого применения вследствие высокой стоимости, сложности устройства и обслуживания, потенциальной опасности при авариях. Однако в последние годы гироскопические успокоители были установлены на американских атомных подводных лодках, однако каких-либо сведений о их эксплуатации нет. В шестидесятых годах началась новая волна патентования различных конструкций успокоителей качки. В настоящее время трудно найти

Таблица 8.1

Наименование успокоителя	Изобретатель	Год	Расход энергии	Место установки	Примечание
Бортовые кили	И. Розинг	1938	Нет	На скуле	
Разрезные кили	Г. Е. Павленко	1936	»	» »	
Плавники	В. Т. Коврижных,	1951	»	» »	Патент СССР № 115212
Самоповорачивающийся руль	Н. Н. Руднев				
Бортовые управляемые рули	С. Мотора	1931	Большой	Над двойным дном, на скуле	
Подвижные рули	А. И. Богачев	1943	»	На скуле	Патенты СССР № 67186, 68045
Горизонтальные крылья	Р. Таунсин	1955	»	Над двойным дном	
Плоская цистерна	П. Уотс	1881	Нет	Двойное дно	
Пассивная успокоительная цистерна 1-го рода	Г. Фрам	1910	»	В средней части судна	
Пассивные цистерны	Г. А. Фирсов, Г. М. Хорошанский	1950	»	В днище	Патент СССР № 176503
Пассивная успокоительная цистерна 2-го рода	С. О. Макаров	1895	»	Над броневым поясом	
Успокоительные цистерны типа «Флюм»	Р. Глей и др.	1961—1962	»	В средней части судна	Патенты США № 3083674, 3094094, 3160136, 3155066 и др.

Наименование успокоителя	Изобретатель	Год	Расход энергии	Место установки	Примечание
Твердые грузы (пассивные и активные)					Не нашли применения
Активные цистерны	Г. Хорт	1933	Большой	В средней части судна	
Крыльчатый движитель	С. Штейнен	1947	»	То же	
Реактивное действие потока воды, создаваемое насосом	Р. Базе		»	На скуле	Патент Франции № 764237
Два соосных маховика, вращающихся в противоположных направлениях	Гретш		Небольшой	В двойном дне	Патент США № 1571264
Реактивное действие воды, сочетающееся с водяными цистернами	С. Штейнен		Средний	» » »	Патент США № 2338147
Пассивный гиросtabilизатор	О. Шлик	1908	»	В средней части судна	Неудовлетворительно действует на нерегулярном волнении
Активный гиросtabilизатор					
Выдвижные плавники	Э. Сперри	1911	Большой	» » »	Патент ФРГ № 1155994
Пластинки		1960	Нет	На скуле	Патент Англии № 954647
		1961	»	» »	
Бортовые килли		1962	»	» »	Патент ГДР № 30642
Бортовые килли для малых рыболовных судов		1964	»	» »	Патент ПНР № 49086

страну с развитым судостроением, в которой инженеры не были бы заняты поисками новых путей стабилизации корабля и усовершенствования уже существующих конструкций.

§ 45. Общие принципы стабилизации корабля

В главе II (§ 17) было показано, что предельными случаями бортовой качки являются качка корабля с очень малой остойчивостью, когда абсолютный угол крена стремится к нулю, и качка корабля с очень большой остойчивостью, когда угол крена всегда равен углу волнового склона, т. е. когда корабль следует все время за волновым склоном. Эти два предельных случая соответствуют двум предельным случаям управления успокоителем качки:

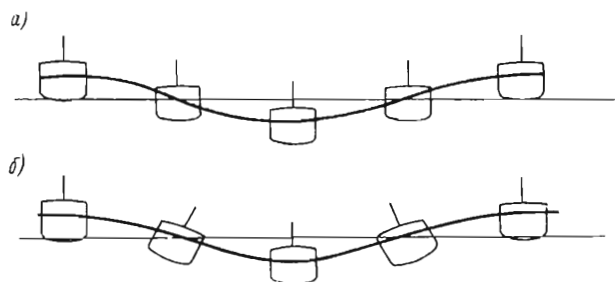


Рис. 8.4

горизонтализации (рис. 8.4, а) — стремлению получить нулевые углы крена (палуба корабля должна быть параллельна истинному горизонту) и стабилизации корабля относительно динамической вертикали (рис. 8.4, б) — палуба корабля должна быть параллельна действующему волновому профилю, мачта направлена по динамической вертикали. Первый способ применяется преимущественно в военном кораблестроении, второй — на пассажирских и транспортных судах. Управление относительно динамической вертикали является более экономичным и обеспечивает большее удобство пассажирам, так как кажущаяся сила тяжести всегда направлена параллельно динамической вертикали, а следовательно, перпендикулярно палубе: пассажиры не падают с коек, вещи и грузы не перемещаются относительно палубы и т. п. Предложение о стабилизации корабля относительно динамической вертикали внесено С. Штейненом. В системе «Гирофин» Э. Сперри использовал этот метод управления для низкочастотного волнения, а при волнении средней и высокой частоты использовал метод управления относительно истинной вертикали.

Общая стабилизация корабля достигается приданием его динамической системе новых свойств за счет присоединения

к ней новых динамических элементов. Возможны следующие способы стабилизации:

- параметрическая (изменение параметров системы);
- компенсационная (измерение величины сил, воздействующих на систему).

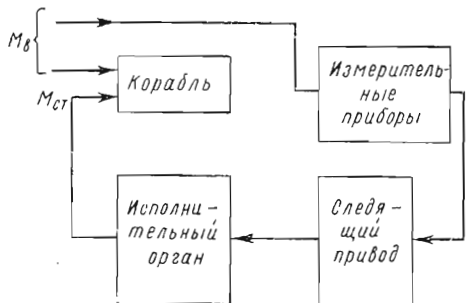


Рис. 8.5

Блок-схема системы автоматического управления САУ при компенсационной стабилизации приведена на рис. 8.5. Управление с помощью сигналов внешнего возмущения, или, как их называют, «прямых» сигналов, являющихся результатом измерения внешних возмущающих воздействий, привело бы к тому, что

успокоитель подавлял бы любое возмущение, действующее на корабль, в то время как нужно подавлять только те возмущения, на которые он сильно реагирует. Кроме того, трудность замера возмущающего момента, т. е. непосредственного замера с корабля параметров волн, не позволяет обеспечить надежную работу САУ. На рис. 8.6

приведена схема управления при параметрической стабилизации с помощью сигналов, обусловленных движением корабля под действием внешнего возмущения, или, как их называют, «обратных» сигналов θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$. Такая система широко применяется, так как «обратные» сигналы — это по существу реакции корабля на возмущение.

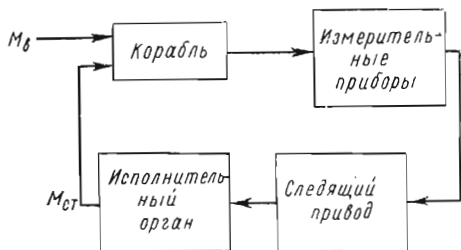


Рис. 8.6

Обратимся к укороченному уравнению бортовой качки (2.99) стабилизированного корабля

$$J_1 \ddot{\theta} + 2N_0 \dot{\theta} + Dh_0 \theta = M_{\delta} - M_{ст}, \quad (8.3)$$

где M_{δ} — возмущающий момент (2.32);

$M_{ст}$ — стабилизирующий момент.

Рассмотрим простейший случай — параметрическую систему стабилизации относительно истинного горизонта, которая исполь-

зается в большинстве успокоителей качки. Тогда стабилизирующий момент в общем виде будет

$$M_{\text{ст}} = A\theta + B\dot{\theta} + C\ddot{\theta}, \quad (8.4)$$

где A , B , C — коэффициенты стабилизации;

θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ — угол крена и его производные (параметры системы).

Очевидно, что при стабилизации относительно динамической вертикали следует принимать вместо угла крена угол $\theta = \alpha_m \times \sin \sigma t$. Управление на более высоких производных в практике не используется. Подставив в уравнение (8.3) значения $M_{\text{в}}$ и $M_{\text{ст}}$ и разделив уравнение на коэффициент при второй производной, получим

$$\ddot{\theta} + 2v_3\dot{\theta} + n_3^2\theta = n_2^2\alpha_m \sin \sigma t, \quad (8.5)$$

где

$$2v_3 = \frac{2N_{\theta} + B}{J_1 + C}; \quad n_3^2 = \frac{Dh_0 + A}{J_1 + C}; \quad n_2^2 = \frac{Dh_0}{J_1 + C}.$$

Как было показано в главе II (§ 17), свободные колебания быстро затухают, а вынужденные колебания определяются частным решением дифференциального уравнения (8.5)

$$\theta = \theta_{m \text{ ст}} \sin (\sigma t - \delta_{\text{ст}}),$$

где

$$\theta_{m \text{ ст}} = \frac{n_2^2 \alpha_m}{\sqrt{(n_3^2 - \sigma^2)^2 + 4v_3^2 \sigma^2}}; \quad (8.6)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{\text{ст}} = \frac{2v_3 \sigma}{n_3^2 - \sigma^2}. \quad (8.7)$$

Полезно сравнить полученные выражения с формулами (2.111) и (2.116). Нетрудно заметить, что стабилизация корабля только по углу крена θ равносильна изменению момента остойчивости, по скорости $\dot{\theta}$ — изменению момента сопротивления качке, а по ускорению $\ddot{\theta}$ — изменению момента инерционных сил. В практике наиболее часто встречается управление успокоителем по скорости $\dot{\theta}$. Тогда амплитуда угла крена стабилизированного корабля будет

$$\theta_{m \text{ ст } \dot{\theta}} = \frac{n_{\dot{\theta}}^2 \alpha_m}{\sqrt{(n_{\dot{\theta}}^2 - \sigma^2)^2 + 4v_1^2 \sigma^2}}; \quad (8.8)$$

$$2v_1 = \frac{2N_{\dot{\theta}} + B}{J_1} = 2v_{\theta} + \frac{Bn_{\dot{\theta}}^2}{Dh_0}; \quad n_{\dot{\theta}}^2 = \frac{Dh_0}{J_1}.$$

Резонансное значение амплитуды угла крена

$$\theta_{m \text{ ст рез}} = \frac{\alpha_m}{2\bar{v}_\theta + \frac{Bn_\theta}{Dh_0}}. \quad (8.9)$$

Для оценки эффективности успокоителя качки введем понятие кратности умерения качки

$$\frac{\theta_m}{\theta_{m \text{ ст}}} = K = 1 + \frac{Bn_\theta}{2\bar{v}_\theta Dh_0}.$$

Очевидно, что должно быть $B > 0$ (в противном случае успокоитель будет раскачивать корабль). Задавшись кратностью умерения качки, можно определить коэффициент

$$B = \frac{(K-1) 2\bar{v}_\theta Dh_0}{n_\theta}.$$

Отношение амплитуды момента, развиваемого успокоителем качки на волнении, к поперечному коэффициенту остойчивости корабля носит название *используемой статической характеристики* успокоителя

$$\varphi_{\text{ст}} = \frac{M_{\text{ст}m}}{Dh_0}. \quad (8.10)$$

Угол крена, который получит корабль на тихой воде при статическом приложении к нему максимального момента, развиваемого успокоителем, называют *номинальной статической характеристикой* $\varphi_{\text{ст}}$. Очевидно, что

$$\varphi_{\text{ст}} \leq \varphi_{\text{ст}}. \quad (8.11)$$

Для стабилизирующего момента, пропорционального угловой скорости качки, это условие запишется в виде

$$\frac{B\dot{\theta}_m}{Dh_0} = \frac{B\theta_m\sigma}{Dh_0} \leq \varphi_{\text{ст}}. \quad (8.12)$$

В случае полного использования успокоителя $\varphi_{\text{ст}} = \varphi_{\text{ст}}$ для резонанса получим зависимости

$$K = \frac{\alpha_m}{\alpha_m - \varphi_{\text{ст}}}; \quad B = \frac{2\bar{v}_\theta Dh_0}{n_\theta} \frac{\varphi_{\text{ст}}}{\alpha_m - \varphi_{\text{ст}}}. \quad (8.13)$$

Таким образом, эффективность успокоителя определяется соотношением номинальной статической характеристики и эффективного угла волнового склона. При $\varphi_{\text{ст}} = 1/2 \alpha_m$ успокоитель обеспечивает двукратное умерение резонансной качки, при $\varphi_{\text{ст}} = 2/3 \alpha_m$ — трехкратное и т. д. Нет смысла иметь $\varphi_{\text{ст}} > \alpha_m$, так как B в этом случае меняет знак и успокоитель раскачивает ко-

рабль. При $\varphi_{ст} = \alpha_m$ успокоитель полностью стабилизирует корабль. Однако практически это невозможно, если учитывать нерегулярный характер волнения. В районах, отличных от резонанса, характеристика успокоителя используется не полностью. На рис. 8.7 приведен амплитудный график качки корабля с успокоителем и без него, взятый из [86]. Здесь по оси абсцисс отложена

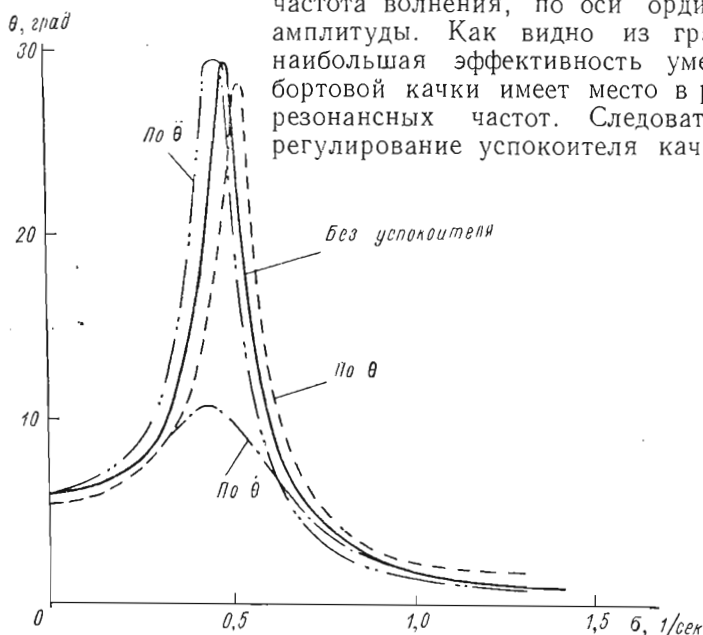


Рис. 8.7

угловой скорости дает наибольший эффект в районе резонанса.

Анализ работы САУ по углу крена θ показывает, что качка корабля будет увеличиваться при включении успокоителя на больших частотах и будет уменьшаться на малых частотах. Напомним, что малые частоты соответствуют волнам большой длины, а большие частоты — коротким волнам. Регулирование по ускорению $\ddot{\theta}$ выгодно при больших частотах возмущающих сил, при малых частотах оно приводит к увеличению амплитуд качки. Поэтому на практике никогда не управляют успокоителем качки только по θ или $\ddot{\theta}$, а принимают смешанный закон управления

$$M_{ст} = A\theta + B\ddot{\theta}$$

или

$$M_{ст} = B\ddot{\theta} + C\dot{\theta},$$

или

$$M_{ст} = A\theta + B\dot{\theta} + C\ddot{\theta}.$$

Во всех случаях управления успокоителем качки увеличение коэффициентов A, B, C приводит к более полному использованию статической характеристики. При этом эффективность успокоителя увеличивается. В первом приближении качка стабилизированного корабля рассчитывается в предположении, что статическая характеристика полностью используется лишь при наиболее неблагоприятном режиме. Обычно за такой режим принимается резонансный.

При расчетах качки на нерегулярном волнении под кратностью умерения качки понимают отношение средних амплитуд качки нестабилизированного и стабилизированного корабля

$$K = \frac{\bar{\theta}_{m \text{ нестаб}}}{\bar{\theta}_{m \text{ стаб}}} = \sqrt{\frac{D_{\theta \text{ нестаб}}}{D_{\theta \text{ стаб}}}}. \quad (8.14)$$

Расчет качки ведется с помощью спектрального метода. Дисперсия стабилизирующего момента определяется общей зависимостью

$$D_{m \text{ ст}} = A^2 D_{\theta} + B^2 D_{\dot{\theta}} + C^2 D_{\ddot{\theta}} + 2AB \rho_{\theta \dot{\theta}} + 2AC \rho_{\theta \ddot{\theta}} + 2BC \rho_{\dot{\theta} \ddot{\theta}}, \quad (8.15)$$

где $\rho_{\theta \dot{\theta}}, \rho_{\dot{\theta} \ddot{\theta}}, \rho_{\theta \ddot{\theta}}$ — корреляционные моменты.

Согласно теории случайных стационарных процессов, две последовательные производные одного и того же процесса образуют независимые случайные процессы, т. е. $\rho_{\theta \ddot{\theta}} = \rho_{\dot{\theta} \ddot{\theta}} = 0$, а $\rho_{\theta \dot{\theta}} = -D_{\dot{\theta}}$. Тогда

$$D_{m \text{ ст}} = A^2 D_{\theta} + (B^2 - 2AC) D_{\dot{\theta}} + C^2 D_{\ddot{\theta}}.$$

Амплитуда стабилизирующего момента характеризуется по закону Рэлея зависимостью

$$M_{\text{ст}} = p \sqrt{D_{m \text{ ст}}},$$

где p — коэффициент, зависящий от обеспеченности. При обеспеченности 0,5% $p = 3,25$, при обеспеченности 3,0% $p = 2,64$, при обеспеченности 50% $p = 1,18$ и при обеспеченности 100% $p = 0$.

В случае использования статической характеристики при 0,5%-ной обеспеченности (практически это соответствует максимальным амплитудам) получим

$$3,25 \sqrt{A^2 D_{\theta} + (B^2 - 2AC) D_{\dot{\theta}} + C^2 D_{\ddot{\theta}}} \leq \varphi_{\text{ст}} D h_0. \quad (8.16)$$

Эта формула применима при любом законе управления успокоителем качки. Поскольку величины дисперсии и коэффициенты стабилизации взаимно связаны, расчет следует вести методом последовательных приближений [86].

Под идеальным успокоителем качки будем понимать такой успокоитель, в котором фактическое положение исполнительного

органа всегда соответствует текущему значению сигнала управления, поступающего на вход системы. В действительности же, всегда будет иметь место некоторое рассогласование системы, величина которого, выраженная в процентах от максимального перемещения исполнительного органа, носит название *динамической ошибки*.

Полную стабилизацию корабля в условиях реального нерегулярного волнения практически создать невозможно, и к этому нет смысла стремиться. Поэтому измерительные приборы не должны иметь очень большую чувствительность. Считается, что динамические ошибки САУ в пределах 10—15% при средней кратности умерения 3—5 не оказывают заметного отрицательного влияния на эффективность умерения качки. Динамические ошибки приводят к сдвигу по фазе между $M_{ст}$ и сигналом управления. Остаточный момент определяется выражением

$$|M_{ост}| = |M_B| - |M_{ст}|. \quad (8.17)$$

Кратность умерения идеального (при отсутствии фазового сдвига) и реального успокоителя определится выражениями

$$K_{ид} = \frac{|M_B|}{|M_B| - |M_{ст}|} = \frac{1}{1 - S}; \quad (8.18)$$

$$K_p = \frac{|M_B|}{|M_B - M_{ст}|} = \frac{1}{\sqrt{1 - S^2 - 2S \cos \varepsilon}}, \quad (8.19)$$

где $S = M_{ст}/M_B$.

На рис. 8.8 построены векторные диаграммы сложения моментов для реального (рис. 8.8, а) и идеального (рис. 8.8, б) успокоителей. Из графика видно, что для идеального успокоителя остаточный момент определяется разностью модулей $|M_B|$ и $|M_{ст}|$, а для реального успокоителя — геометрической разностью векторов M_B и $M_{ст}$.

Будем полагать, что динамическая ошибка системы автоматического управления приводит к сдвигу по фазе ε (запаздывание между реальным $M_{ст}$, определяемым положением исполнительного органа, и сигналом управления). В силу малости фазового угла можно принять, что динамическая ошибка САУ приводит к сдвигу по фазе, но не изменяет величины стабилизирующего момента. Тогда

$$|M_{ост}| = \sqrt{|M_B|^2 + |M_{ст}|^2 - 2|M_B||M_{ст}| \cos \varepsilon}. \quad (8.20)$$

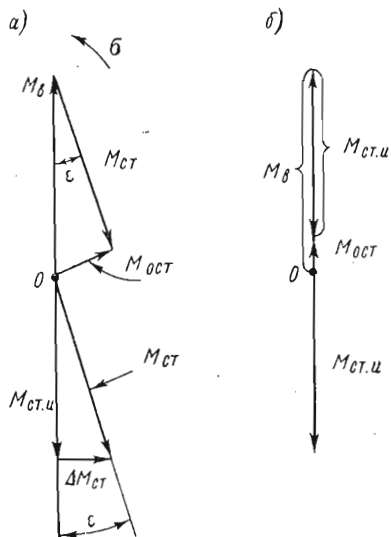


Рис. 8.8

Отношение кратностей умерения качки идеального и реального успокоителя определяется формулой

$$\frac{K_{ид}}{K_p} = \frac{\sqrt{1 + S^2 - 2S \cos \varepsilon}}{1 - S}. \quad (8.21)$$

Величина фазового угла определяется отношением динамической ошибки и стабилизирующего момента:

$$\frac{\Delta M_{ст}}{M_{ст}} = \sin \varepsilon \quad (8.22)$$

(при малых ε синус можно заменить самим углом).

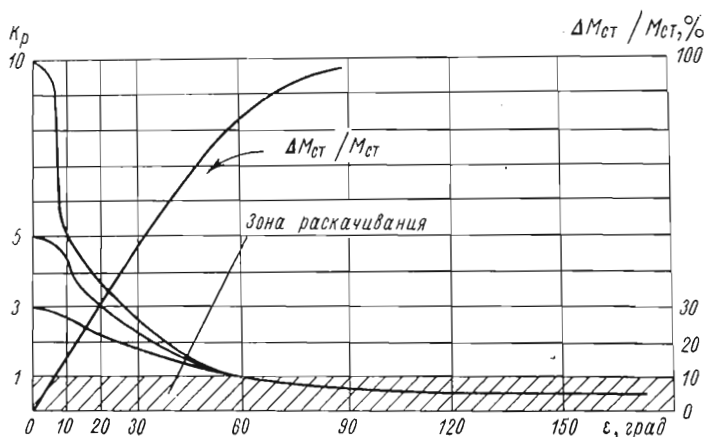


Рис. 8.9

На рис. 8.9 приведен график, заимствованный из [86], с кривыми $K_p = f(\varepsilon)$ при $S = \text{const}$. Как видно на рисунке, при фазовом сдвиге $\varepsilon = 6 \div 10^\circ$, что соответствует динамической ошибке в 10—15%, при трехкратном умерении степень умерения практически не изменяется. При 10-кратном умерении фазовый угол в 10° снижает кратность умерения вдвое. Таким образом, чем выше требование к кратности умерения, тем жестче требования к динамической точности САУ. Очевидно также, что чем выше требования к точности САУ, тем сложнее и дороже она будет, поэтому кратность умерения, а следовательно, и точность системы, должна всегда выбираться в разумных пределах.

§ 46. Пассивные гидродинамические успокоители качки

Простейшими и наиболее распространенными пассивными успокоителями качки являются кили. Конструктивно они выполняются в виде пластин, расположенных вдоль корабля в районе скулы

по линиям тока для уменьшения дополнительного сопротивления движению корабля. Однако даже при оптимальном расположении килей они уменьшают скорость хода на 2—3%. Суммарная площадь килей на обоих бортах составляет от 3 до 6% площади конструктивной ватерлинии корабля. Кили увеличивают демпфирование корпуса прежде всего за счет волно- и вихреобразования, а также благодаря подъемной силе, возникающей на килях, как на крыльях малого удлинения. Обычно удлинение килей лежит в пределах $1/40$ — $1/100$. Напомним, что относительное удлинение

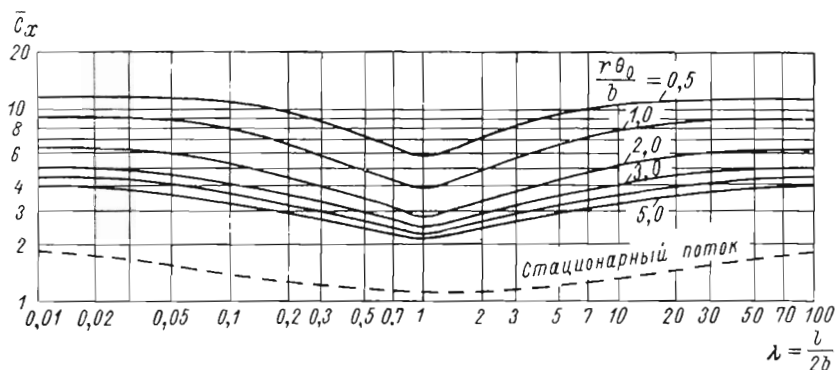


Рис. 8.10

для прямоугольного в плане крыла $\lambda = l/b$, где l — размах; b — хорда крыла.

Интересные результаты получены М. Риджановиком [104] при экспериментальном изучении сопротивления колеблющихся пластин. Как видно из рис. 8.10, безразмерный коэффициент сопротивления $\bar{C}_x$ изменяется в широких пределах в зависимости от условий колебания и относительного удлинения пластинки. Коэффициент $\bar{C}_x$ может быть в 3—5 раз больше для нестационарного потока по сравнению со стационарным:

$$\bar{C}_x = \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} |C_x \dot{\theta}^2 d\theta|}{\int_{\theta_0}^{\theta} |\dot{\theta}^2 d\theta|}, \quad (8.23)$$

где θ_0 — амплитуда колебания;

$\dot{\theta}$ — угловая скорость.

Можно также воспользоваться графиками, полученными В. А. Мореншилльдт на основании испытаний серии моделей [86]. В качестве примера на рис. 8.11 приведены кривые для различных

значений амплитуд качки и безразмерного периода качки $\bar{T}_\theta = T_\theta \sqrt{\frac{g}{B}}$, полученные на модели, общая площадь килей которой равна 3% площади ГВЛ. Результаты этих испытаний показали, что отношение L/B , а также коэффициенты α и δ слабо влияют на эффективность бортовых килей, поэтому графиком можно пользоваться при любых значениях указанных параметров в пределах значений $L/B = 7,5 \div 11,5$; $B/T = 2 \div 5$; $\alpha = 0,7 \div 0,8$; $\delta = 0,45 \div 0,55$; $h_0/B = 0,02 \div 0,15$. График получен при отсутствии хода.

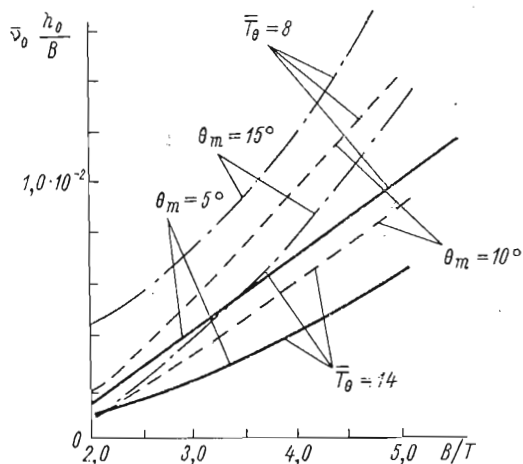


Рис. 8.11

Испытания в опытовом бассейне ЛКИ моделей судов с киллями [57] позволили разработать приближенный метод для расчета сопротивления килей, основанный на обработке модельных и натурных экспериментов методами теории подобия.

Безразмерный квадратичный коэффициент демпфирования килей

$$k_k = \frac{\bar{C}_k \frac{\rho}{2} d^3 S_k \sqrt{\frac{\rho_m}{h_0}}}{J_1}, \quad (8.24)$$

где $\bar{C}_k = f(\lg \text{Re}_k)$ (значения C_k снимаются с графика рис. 8.12);

$\text{Re}_k = \frac{2\pi b_k^2}{T_\theta 2\nu}$ — число Рейнольдса;

b_k — ширина килля, м;

T_θ — период колебаний, сек;

ν — коэффициент кинематической вязкости воды (для бассейна $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$);

ρ — массовая плотность ($\rho = 104,5 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4$);

d — расстояние от середины килля до оси вращения, измеряемое на миделе судна, м;

S_k — суммарная площадь килей, м^2 ;

J_1 — момент инерции массы судна вместе с присоединенным моментом инерции жидкости, $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$;

ρ_m — радиус инерции относительно оси качаний, м;

h_0 — начальная метацентрическая высота, м.

Формулой (8.24) можно пользоваться при расчетах качки морских и промысловых судов, оборудованных киллями.

Кили располагают так, чтобы они не выступали за наибольшие габариты судна, но возможно дальше от оси вращения для получения максимального плеча момента d .

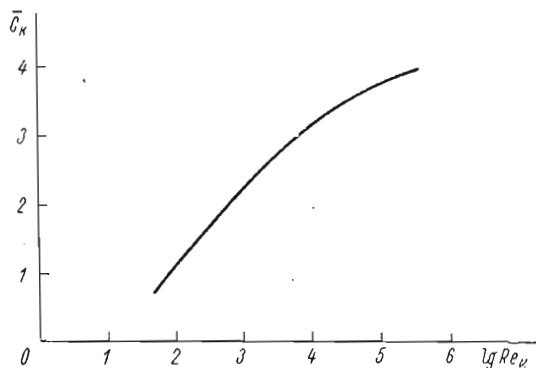


Рис. 8.12

Эффективность килей увеличивается с ростом их ширины. Очевидно, она будет расти и при увеличении протяженности килей вдоль корпуса, но будет неодинакова на всем протяжении. Как показали японские исследования, эффективность зависит от

протяженности и от коэффициента общей полноты судна δ . На рис. 8.13 показаны результаты японских замеров. Сплошная и пунктирная кривые соответствуют положению килля, когда его погонная эффективность на единицу длины составляет соответственно 70 и 50 % погонной эффективности в районе мидель-шпангоута. Как видно из приведенных данных, у корабля с полными обводами следует

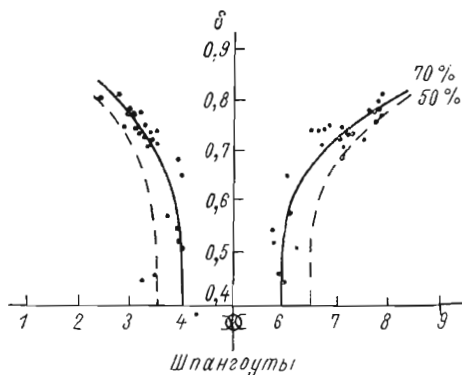


Рис. 8.13

уменьшить ширину килей и увеличить их протяженность; для судов с острыми обводами более эффективны короткие, но широкие, насколько это возможно, кили. У судов с низким центром тяжести (например, танкеры) эффект скуловых килей уменьшается, поэтому на этих судах желательно применять широкие кили независимо от характера обводов. Относительное удлинение практически слабо влияет на эффективность килей. Как показали опыты Н. Танака, кили следует несколько смещать

в корму. На рис. 8.14 показана амплитуда затухания $\Delta\theta$ качки в зависимости от амплитуды качки и положения килей на модели длиной 2,0 м с бортовыми килем размером $60 \times 1,7$ см.

В резонансных режимах с помощью бортовых килей можно добиться 1,5—2-кратного умерения качки. В условиях нерегуляр-

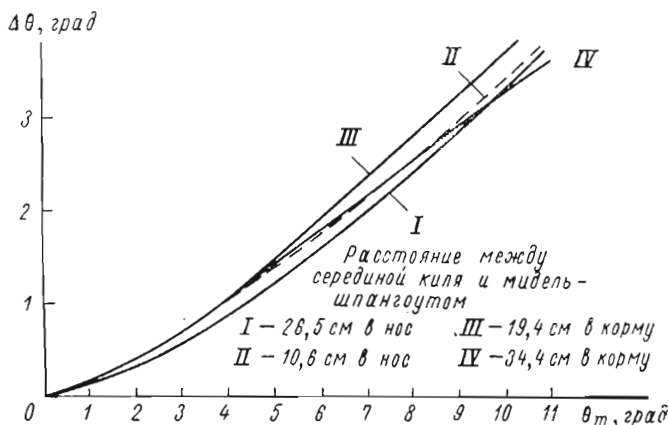


Рис. 8.14

ного волнения бортовые кили уменьшают амплитуды бортовой качки в среднем на 20—25%.

Ряд других пассивных гидродинамических успокоителей качки: разрезные кили Розинга, крылья Р. Таунсина, плавники Г. Е. Павленко, плавники В. Т. Коврижных и Н. Н. Руднева и другие, не нашли практического применения вследствие сложности конструкции по сравнению со скуловыми килем при незначительном повышении их эффективности.

§ 47. Активные гидродинамические успокоители качки

Наиболее распространенными активными гидродинамическими успокоителями качки являются бортовые управляемые рули. Почти все крупные океанские пассажирские лайнеры оборудованы в настоящее время такими успокоителями.

Стабилизирующий момент рулей

$$M_{\text{ст}} = \sum_{i=1}^n d_i Y_i, \quad (8.25)$$

где Y_i — подъемная сила руля;

d_i — плечо силы Y_i относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести корабля, замеренное в плоскости шпангоута;

n — число рулей.

Для крыла произвольной формы под средним значением удлинения понимают $\lambda = l^2/S$, где S — площадь крыла. Напомним, что подъемная сила крыла и профильное сопротивление определяются зависимостями

$$Y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S; \quad (8.26)$$

$$X = C_x \frac{\rho v^2}{2} S, \quad (8.27)$$

где ρ — массовая плотность (для пресной воды $\rho = 102 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 \text{м}^{-4}$);

C_y — позиционный коэффициент подъемной силы;

C_x — позиционный коэффициент профильного сопротивления (как известно, для крыла конечного размаха следует также учитывать индуктивное сопротивление, так что $C_x' = C_x + C_{x \text{ инд}}$).

На рис. 8.15 приведены графики коэффициента подъемной силы для крыльев разного удлинения. Как видно из рисунка, для крыльев малого удлинения ($\lambda \leq 3$) коэффициент C_y уменьшается с уменьшением λ при тех же углах атаки. Критические углы атаки, при которых происходит резкое падение C_y , у крыльев малого удлинения может достигать 40° , в то время как у крыла бесконечного размаха (практически $\lambda \geq 5$) они не превосходят $10-12^\circ$.

При расчетах гидродинамических успокоителей качки широко пользуются теорией тонкого крыла малого удлинения в нестационарном потоке. Дадим определения некоторых допущений и укажем особенности расчета.

Тонким крылом называется такое крыло, у которого угол между касательной к любой точке профиля и направлением вектора набегающей скорости настолько мал, что можно пренебречь его квадратом по сравнению с единицей. Необходимо отметить два положения. Первое — тонкость крыла определяется не только формой крыла, но и системой выбранных координат и углом атаки. Второе — при закругленной передней кромке угол атаки на носике профиля нельзя считать малым, однако обычно нарушением тонкости в районе закругленной передней кромки пренебрегают, считая ее роль на небольшом участке контура незначительной.

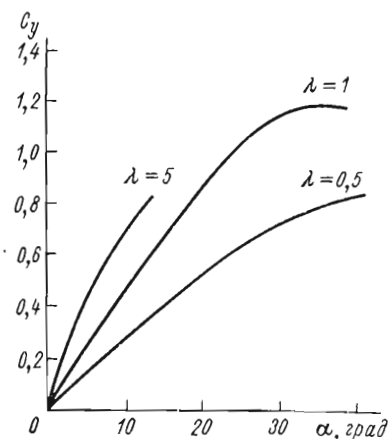


Рис. 8.15

Идеальным примером тонкого крыла является пластинка, расположенная вдоль потока.

Задача об обтекании тонкого профиля может быть разбита на две: об обтекании бестелесного профиля и некоторого симметричного профиля, находящегося под нулевым углом атаки. Л. И. Седов решил первую задачу, вторая часть решена С. В. Валандером. Однако следует иметь в виду, что теория тонкого крыла в чистом виде не учитывает кривизну профиля и поэтому мало пригодна при решении задач теории нестационарных движений с переменной циркуляцией.

В настоящее время основными методами теории крыла являются метод конформных отображений и вихревой метод. В первом из них стремятся конформно отобразить профиль в пластинку или круг. Классическим примером такого отображения является известная формула Н. Е. Жуковского.

В вихревом методе тонкая дуга покрыта вихрями заданной плотности. Пользуясь вихревым методом, Н. Н. Поляхов развил нестационарную теорию несущей поверхности [48]. Идеи Н. Н. Поляхова были развиты А. И. Пастуховым [49] для крыла малого удлинения применительно к судовым рулям, а применительно к судовым успокоителям качки — А. Н. Холодилиным [81]. При расчетах коэффициента подъемной силы широко применяется формула Г. Ф. Бурого с поправкой К. К. Федяевского [86]. Циркуляционно-отрывная теория крыла малого удлинения, предложенная К. К. Федяевским, в комбинации со схемой, предложенной Е. Б. Юдиным, легла в основу применяемого в настоящее время метода расчета сил и моментов, возникающих на рабочих органах гидродинамических успокоителей качки.

Выражения для коэффициентов подъемной силы и гидродинамического момента, возникающих на крыле в нестационарном режиме движения, которые мы приведем здесь без вывода, авторы представили в виде [86]

$$C_y = C_y(\alpha_0)_{\text{поз}} + \frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0} \frac{b \bar{x}_0}{v} \omega + \frac{\mu \pi}{2} \frac{b}{v} \left(\omega - \frac{d\bar{u}}{dt} \right) \cos \alpha + \\ + \frac{\mu \pi}{2} \frac{b}{v} \bar{u} \omega \sin \alpha + \frac{\mu \pi}{2} \frac{b^2}{v^2} (0,5 - \bar{x}_\delta) \frac{d\omega}{dt}; \quad (8.28)$$

$$C_{m\delta} = (\bar{C}_d - \bar{x}_\delta) C_y(\alpha_0)_{\text{поз}} + \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0} \right) \frac{b \bar{x}_0^2}{v} \omega - \\ - \frac{\mu \pi}{2} (0,5 - \bar{x}_\delta) \frac{b}{v} \frac{d\bar{u}}{dt} \cos \alpha + \frac{\pi}{2} \left[\mu (0,5 - \bar{x}_\delta)^2 \frac{\xi}{12} \lambda \right] \frac{b^2}{v^2} \frac{d\omega}{dt}, \quad (8.29)$$

где $C_y(\alpha_0)_{\text{поз}}$ — позиционный коэффициент подъемной силы;
 $\bar{b}$ — среднее значение хорды;
 v — скорость хода судна;
 u — скорость вертикального перемещения крыла;
 $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ — угловая скорость вращения крыла;
 μ — поправка Пабста;
 ξ — поправочный коэффициент, (см. рис. 8.16);
 $\text{arctg } \bar{u} = \frac{u}{v}$ — угол скоса потока;

$$\alpha_0 = \alpha \pm \frac{u}{v};$$

α_0 — суммарный угол атаки;
 $\bar{x}_\delta = \frac{x_\delta}{b}$ — коэффициент компенсации (отношение части площади крыла, расположенной перед осью баллера, ко всей площади);
 $\bar{C}_d$ — коэффициент центра давления (отношение отстояния центра давления от передней кромки крыла к его хорде);
 x_0 — расстояние между центром вращения и точкой приложения присоединенного вихря: $\bar{x}_0 = \frac{x_0}{b}$.

Многочисленные расчеты показали, что для бортовых управляемых рулей подъемную силу можно определять на основе гипотезы стационарности. В этом случае все члены оказываются малыми по сравнению с $C_y(\alpha_0)_{\text{поз}}$, так как $u \ll v$, а $\bar{x}_0$ является малой величиной.

В качестве упрощенной формулы используется формула Г. Ф. Бурого с поправкой К. К. Федяевского:

$$C_y^\alpha = \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0} \right)_{\alpha_0=0} = 5,15K \frac{2,75\lambda}{2,75\lambda + 5,6}, \quad (8.30)$$

где K — отношение подъемных сил разрезного (с закрылком) и неразрезного крыльев (для неразрезного крыла $K=1$);
 λ — относительное удлинение крыла, равное отношению его размаха к хорде.

При расчете подъемной силы тонкого крыла для квазистационарного движения можно также воспользоваться формулой, предложенной А. Н. Холодилиным [81], которая для малых углов атаки в предположении, что $\sin \alpha \cong \alpha$ и $\cos \alpha \cong 1$, примет вид

$$\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0} \right)_{\alpha_0=0} = 2\pi f(\lambda), \quad (8.31)$$

где $f(\lambda)$ — функция, определяемая по графику (рис. 8.17).

В табл. 8.2 приведены результаты расчетов по формулам (8.30) и (8.31); аналогичные результаты получены в работе [49].

Позиционные гидродинамические коэффициенты зависят от относительного удлинения крыла и относительной толщины профиля; кроме того, они испытывают влияние стенки, свободной поверхности и шайб.

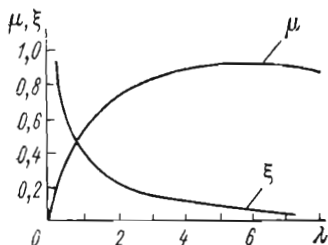


Рис. 8.16

Оптимальной формой крыла в плане является эллиптическая, однако на практике чаще всего применяют более простые формы крыла: прямоугольную или трапецевидную, так как их гидродинамические характеристики незначительно отличаются от эллиптических, в то время как технология изготовления таких крыльев

значительно проще. Многочисленные эксперименты показали, что увеличение относительной толщины профиля приводит к снижению коэффициента подъемной силы и ускоряет наступление кавитации, поэтому стремятся (насколько это возможно с точки зре-

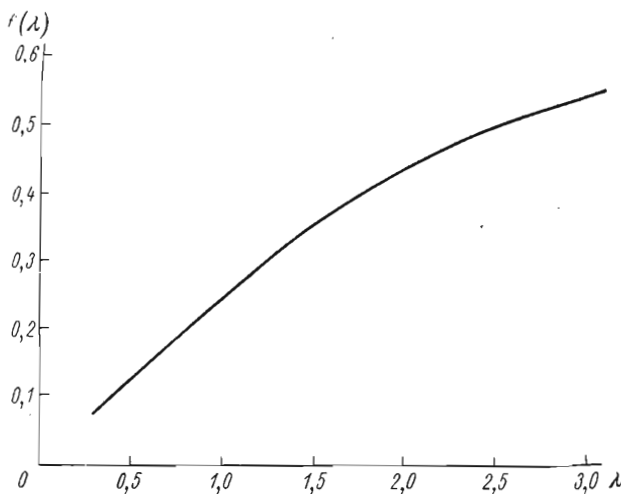


Рис. 8.17

ния прочности и условий размещения баллера руля) уменьшить относительную толщину профиля.

Концевые свободные вихри крыла конечного размаха зарождаются в результате перетекания жидкости из области повышенного давления в область пониженного. В качестве конструктивной меры, препятствующей перетеканию жидкости, исполь-

Таблица 8.2

Номер формулы	Значения $\partial C_y / \partial \alpha$ при λ , равной				
	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0
(8.30)	1,012	1,695	2,170	2,545	3,070
(8.31)	0,780	1,545	2,160	2,580	3,330

зуют так называемые концевые шайбы. Действие концевых шайб приводит к увеличению эффективного размаха. В первом приближении можно принять

$$l_{\text{эф}} = l + \frac{4}{5} h,$$

где $l_{\text{эф}}$ — эффективный размах крыла;
 l — геометрический размах;
 h — высота шайбы.

Для стенки эффективное удлинение равно удвоенному геометрическому.

В табл. 8.3 приведены результаты испытания крыльев с концевыми шайбами в аэродинамической трубе диаметром 2,25 м. Удлинение крыла $\lambda = 1$, относительная толщина $\bar{\delta} = 12\%$. Испытания проводились Г. Ф. Бурого. Как видно из табл. 8.3, применение концевых шайб дает ощутимое увеличение C_y , поэтому на первых бортовых рулях, установленных на судах зарубежных стран, были, как правило, шайбы. В дальнейшем от их применения отказались из-за сильной вибрации на рулях при большой скорости хода. Как уже отмечалось выше, корпус корабля увеличивает также эффективное удлинение крыла; особенно сильное влия-

Таблица 8.3

Испытываемые крылья	Значения C_y при α , град		
	20	25	30
Крыло без шайбы	0,72	0,95	1,18
Крыло с шайбой высотой $h = 1/4 l$	0,85	1,05	1,20
То же высотой $h = 1/2 l$	0,95	1,20	1,42

ние корпуса имеет место при зазоре менее $1/4$ размаха крыла. На рис. 8.18 в качестве примера приведен график градиента подъемной силы крыла в зависимости от относительной ширины щели для крыла с относительным удлинением $\lambda = 1$.

При большой скорости хода на бортовых рулях может наблюдаться кавитация, вследствие чего снижается подъемная сила и перемещается центр давления. Потеря подъемной силы, вызванная кавитацией, приводит к выравниванию стабилизирующего момента на различных скоростях и, следовательно, является благоприятной с точки зрения работы управляющего механизма. К вредным последствиям кавитации относится перемещение центра давления на пере руля, что приводит к увеличению необходимого момента вращения. Это особенно существенно для быстроходных судов, так как в этом случае приходится выбирать компромиссное

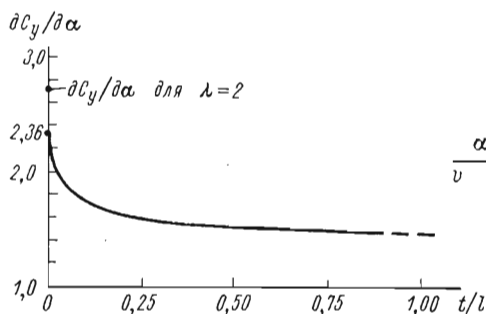


Рис. 8.18

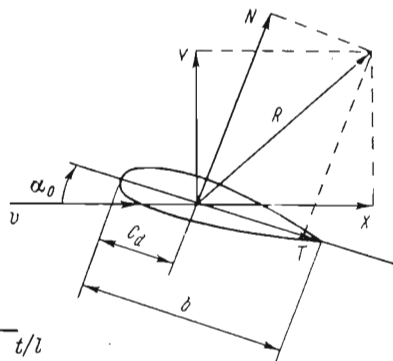


Рис. 8.19

уравновешенное положение для оси баллера руля, т. е. увеличить средний вращающий момент, необходимый для работы.

Напомним, что результирующая сила на крыле (см. рис. 8.19)

$$R = \sqrt{Y^2 + X^2} = \sqrt{N^2 + T^2},$$

а точка ее приложения — центр давления. Отношение отстояния центра давления от передней кромки крыла C_d к его хорде называется коэффициентом центра давления $\bar{C}_d = C_d/b$. В первом приближении можно принять $C_d \cong 1/4 b$. Очевидно, что сила T , направленная по хорде крыла, является касательной силой, а перпендикулярная ей сила N — нормальной. Гидродинамический момент относительно передней кромки крыла будет

$$M = NC_d = C_m \frac{\rho v^2}{2} bS;$$

$$C_m = (C_y \cos \alpha_0 + C_x \sin \alpha_0) \bar{C}_d, \quad (8.32)$$

где C_m — безразмерный коэффициент момента.

Оптимальное расположение баллера с точки зрения минимального потребного вращающего момента, а следовательно, и мощ-

ности поворотного механизма будет в центре давления. Такое положение баллера называется уравновешенным, так как в этом случае при повороте руля нужно затратить мощность, необходимую только для преодоления сил трения системы.

Подъемная сила крыла может вычисляться в соответствии с гипотезой стационарности с учетом всех упомянутых факторов.

Вызванная скорость на руле вследствие качки корабля определяется зависимостью

$$u = d\dot{\theta}_1 + (l\dot{\psi}_1 \cos \psi + z_1 \dot{z}_1) \cos \gamma, \quad (8.33)$$

где $\dot{\theta}_1$, $\dot{\psi}_1$ и $\dot{z}_1$ — скорость бортовой, килевой и вертикальной качки корабля относительно волны, т. е. $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta} - \dot{\alpha}$;

γ — угол наклона баллера руля к горизонту;

l — расстояние от середины пера руля до поперечной оси, проходящей через центр тяжести, замеренное в диаметральной плоскости.

Для успокоителей бортовой качки плечо l мало, а вертикальная качка вызывает скос потока на рулях правого и левого бортов одинакового знака. Поскольку подъемная сила на рулях правого и левого бортов противоположна по знаку, то скос потока увеличивает подъемную силу на рулях одного борта и уменьшает на рулях другого, вследствие чего можно считать среднюю силу неизменной и пренебречь учетом скоса потока от вертикальной и килевой качки при расчете подъемной силы рулей. Таким образом, будем учитывать только скос потока вследствие бортовой качки; ввиду малости

$$\alpha_{\text{скоса}} = \frac{u}{v} \cong \frac{d\dot{\theta}_1}{v}.$$

Подъемная сила сплошного руля может быть определена по формуле (8.30), если положить $K = 1$, или по формуле (8.31). Тогда уравнение качки стабилизированного корабля при управлении по общему закону $\alpha = A_1\theta + B_1\dot{\theta} + C_1\ddot{\theta}$ будет иметь вид

$$J_1\ddot{\theta} + 2N\dot{\theta} + Dh_0\theta = Dh_0\alpha_m \sin \sigma t - M_{\text{ст}},$$

где

$$M_{\text{ст}} = \sum d_i \frac{\rho v^2}{2} S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \times \\ \times \left[A_1\theta + B_1\dot{\theta} + C_1\ddot{\theta} + \frac{d_i}{v} (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \right]. \quad (8.34)$$

Перенесем члены, содержащие θ и его производные, в правую часть уравнения и произведем несложные преобразования:

$$\begin{aligned} & \left[J_1 + \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) C_1 \right] \ddot{\theta} + \left[2N + \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \times \right. \\ & \quad \left. \times \left(B_1 + \frac{d_i}{v} \right) \right] \dot{\theta} + \left[Dh_0 + \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) A_1 \right] \theta = \\ & = Dh_0 \alpha_m \sin \sigma t + \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \alpha_m \sigma \cos \sigma t. \end{aligned}$$

Величина $\sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \sigma$ обычно оказывается малой по сравнению с моментом остойчивости судна Dh_0 , поэтому ее можно не учитывать. Тогда амплитуда и фазовый угол качки определяется зависимостями (8.6) и (8.7):

$$\theta_m = \frac{n_2^2 \alpha_m}{\sqrt{(n_3^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_3^2 \sigma^2}};$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\nu_3 \sigma^2}{n_3^2 - \sigma^2};$$

$$n_3 = \sqrt{\frac{Dh_0 + A}{J_1 + C}}; \quad n_2 = \sqrt{\frac{Dh_0}{J_1 + C}}; \quad 2\nu_3 = \frac{2N + B}{J_1 + C},$$

где

$$A = \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) A_1;$$

$$B = \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \left(B_1 + \frac{d_i}{v} \right);$$

$$C = \sum \frac{\rho v^2}{2} d_i S_i \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) C_1.$$

Если управлять рулями по одному или двум параметрам, то уравнения значительно упростятся.

Максимальный стабилизирующий момент связан со статической характеристикой соотношением

$$M_{\text{ст max}} = \varphi_{\text{ст}} Dh_0. \quad (8.35)$$

Исходя из (8.35), можно найти формулу для определения площади и расположения рулей

$$\sum d_i S_i = \frac{\varphi_{\text{ст}} Dh_0}{\frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \alpha_{\text{max}}}. \quad (8.36)$$

Выбор необходимой площади рулей должен производиться исходя из минимальной скорости хода, при которой предполагается использовать успокоитель качки. Вряд ли целесообразно площадь одного руля принимать более 10 м^2 . Размах руля определяется как с точки зрения эффективности, так и с точки зрения размещения руля внутри корпуса. Обычно принимают $\lambda = 1,5 \div 2,0$. Убирать руль можно или втягиванием его в корпус корабля (рис. 8.20) или заваливанием (рис. 8.21).

При наличии нескольких пар рулей необходимо учитывать их взаимное влияние. Интерференционные потери могут быть

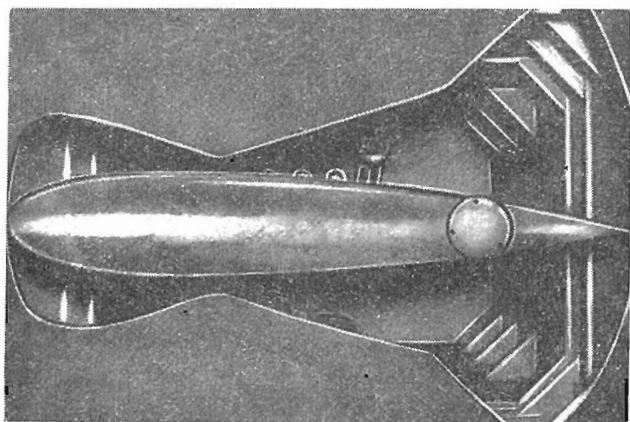


Рис. 8.20

значительными. Взаимное влияние рулей, установленных последовательно, исследовано Алланом и А. Н. Холодилиным [79]. На рис. 8.22 приведен график зависимости уменьшения подъемной силы второго руля ΔC_y в зависимости от расстояния a между рулями (b — хорда руля). Взаимное влияние рулей, установленных один над другим, может быть учтено с помощью графика, полученного А. Н. Холодилиным (рис. 8.23) [83], где h — расстояние между рулями по высоте; b — хорда руля.

Отношение

$$\frac{C_y}{C_{y0}} = \frac{1}{1+k}, \quad (8.37)$$

где C_y — коэффициент подъемной силы руля с учетом взаимного влияния;

C_{y0} — коэффициент подъемной силы изолированного руля.

Коэффициент k был вычислен путем наложения на гидродинамические характеристики взаимного влияния одного крыла на другое. Данные эксперимента показали хорошее совпадение с расчетом.

Как видно из рис. 8.22 и 8.23, при последовательной установке рулей расстояние между ними желательно принимать равным

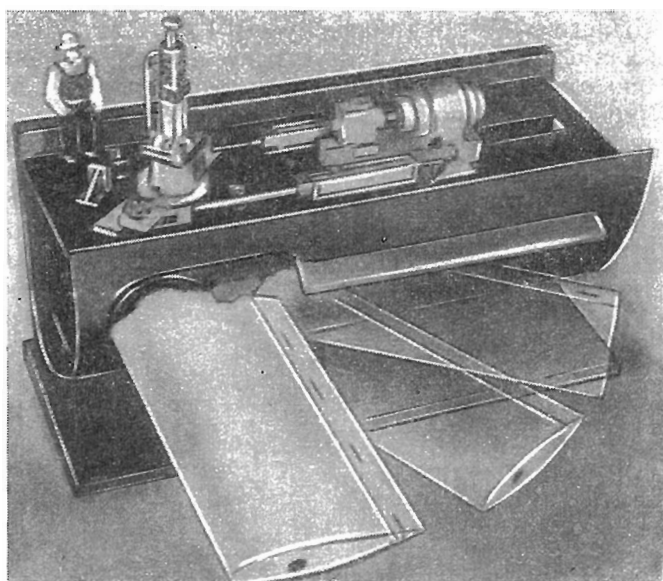


Рис. 8.21

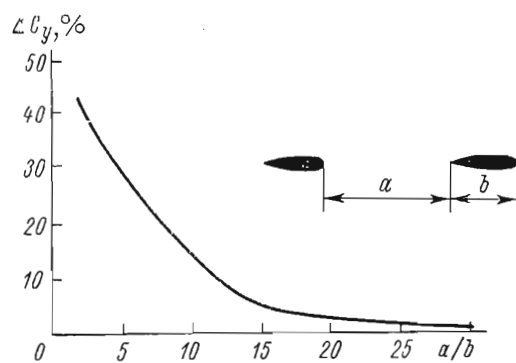


Рис. 8.22

не менее чем 10 хордам, а при установке одного руля над другим — не менее чем тремя хордами.

Бортовые управляемые рули могут представлять собой неразрезные крылья или состоять из двух частей; в последнем случае руль называется разрезным, а его задняя часть — закрылком. В настоящее время наибольшее распространение получили разрезные рули, у которых основной руль и закрылок поворачиваются принудительно в одну сторону, причем закрылок поворачи-

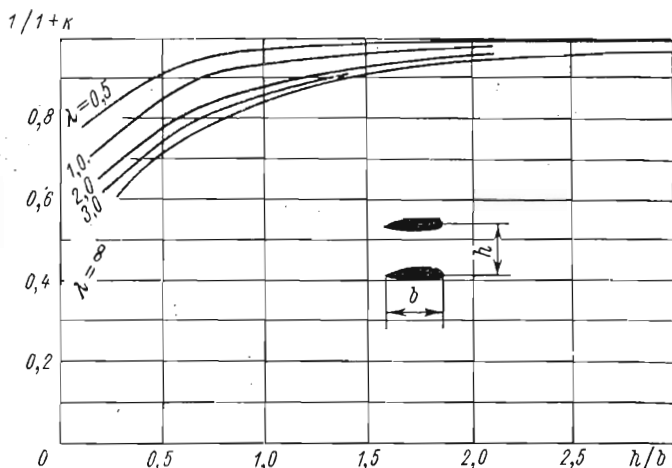


Рис. 8.23

чивается на больший угол, нежели основной руль (рис. 8.24). Площадь закрылка не должна превышать 25% площади всего руля.

Подъемная сила разрезного руля может быть представлена в виде суммы двух составляющих, одна из которых пропорциональна углу перекадки и определяет активный эффект успокоителя, а вторая пропорциональна углу скоса потока и определяет пассивный эффект рулей, т. е. то влияние, которое оказывают на качку судна выдвинутые, но неработающие рули:

$$Y_i = \frac{\rho v^2}{2} S_i \left[\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right)_1 \alpha + \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right)_2 \frac{d_i \dot{\theta}_1}{v} \right], \quad (8.38)$$

где $\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right)_1$ — производная подъемной силы по углу атаки руля при заданном законе перекадки закрылка, т. е. при $\delta = q\alpha$ (обычно принимается $q = 1,5$);

$\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right)_2$ — производная подъемной силы по углу атаки руля при неизменном положении закрылка ($\delta = \text{const}$).

На рис. 8.24 приведена фотография разрезного (с закрылом) руля в сборе. Принципиальная схема расположения рулей и аппаратуры успокоителя качки приведена на рис. 8.25. На мостике судна расположен пост управления, включающий измерительную аппаратуру, усилители и корректирующие

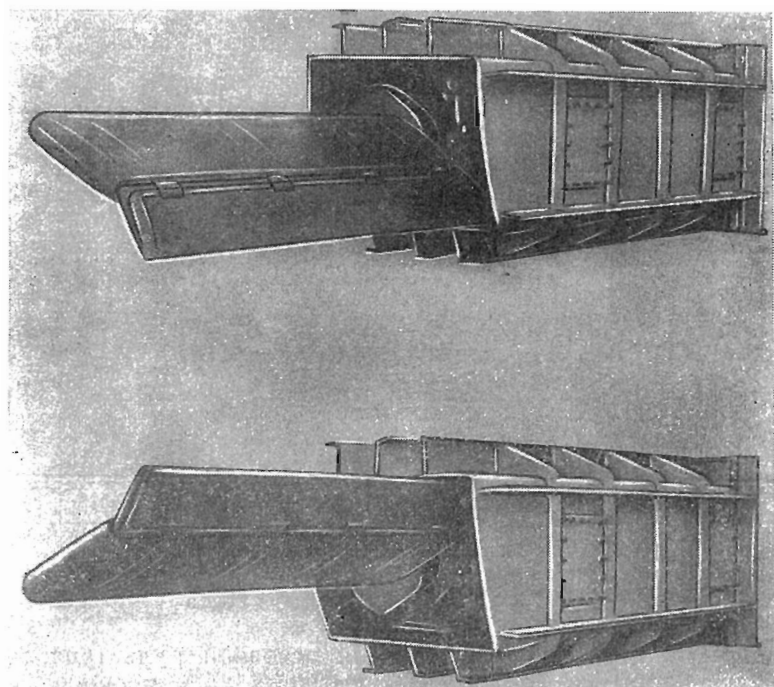


Рис. 8.24

блоки. Силовые блоки исполнительных механизмов находятся в непосредственной близости от стабилизирующих рулей в машинном отделении. Принципиальная схема управления приведена на рис. 8.26. Здесь 1 — возмущающий момент, создаваемый волнением; 2 — чувствительная измерительная аппаратура, замеряющая параметры качки; 3 — магнитный усилитель и электронно-вычислительное устройство, куда вводятся поправки на статический крен, скорость и состояние моря (здесь суммируются вводные данные, вычисляется подъемная сила и подается команда на гидравлический исполнительный орган, обеспечивающий необходимую подъемную силу на рулях); 4 — гидравлический сервомотор, обеспечивающий перекладку рулей; 5 — датчики, измеряющие истинное значение

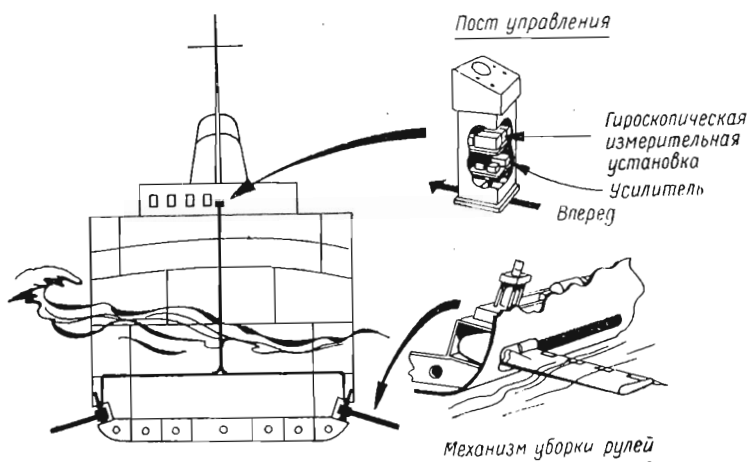


Рис. 8.25

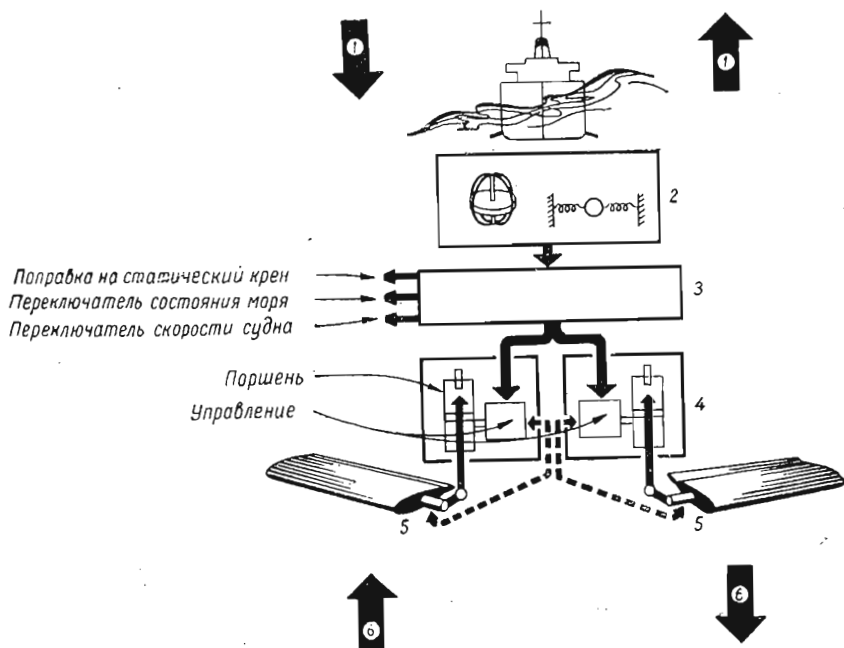


Рис. 8.26

подъемной силы на руле, и обратная связь, обеспечивающая корректировку угла перекладки рулей (показана пунктирной линией); b — развиваемый успокоителем стабилизирующий момент.

Схема расчета успокоителя приведена в Приложении 5.

§ 48. Успокоительные цистерны

Пассивные и активные успокоительные цистерны 1-го и 2-го рода принципиально разделяют на плоские цистерны, которые воздействуют на остойчивость судна, и на цистерны, создающие стабилизирующий момент главным образом за счет сил веса перетекающей жидкости. В последние годы в США выдано несколько патентов на ряд разновидностей успокоительных цистерн типа «Флюм». Эти цистерны имеют свободную поверхность в соединительном канале и в какой-то степени объединяют свойства указанных выше двух типов цистерн [41].

Плоские цистерны придают диаграмме статической остойчивости S-образную форму и несколько уменьшают поперечную остойчивость корабля, что снижает его энергетическую восприимчивость к волнению и благоприятно сказывается на бортовой качке. Как показал А. Н. Шмырев [85], такая стабилизация проще всего может быть достигнута с помощью плоских цистерн 2-го рода, т. е. цистерн, сообщающихся с забортной водой.

И. Г. Бубнов показал, что размеры цистерн должны удовлетворять условию

$$\frac{T_{\theta}}{2} = \frac{B}{Vgh}, \quad (8.39)$$

где T_{θ} — период свободной качки корабля;

B — ширина камеры цистерны;

h — глубина жидкости в камере.

Г. М. Хорошанский провел анализ плоских цистерн [84] и установил, что закрытые плоские цистерны при весе находящейся в них воды, равном 1,5—3,5% водоизмещения, обеспечивают уменьшение среднего значения амплитуды бортовой качки на волнении в среднем на 50%. Таким образом, идея применения плоских цистерн сводится к уменьшению начальной остойчивости, а следовательно, к увеличению начального периода собственных колебаний, что перемещает зоны линейного резонанса в область длинных волн. Одной из разновидностей плоских цистерн являются плавные углубления в бортах по всей длине корабля в районе ватерлинии. В данном случае происходит уменьшение плеч остойчивости формы на начальном участке диаграммы отстойчивости.

Пассивные успокоительные цистерны, использующие силу веса перетекающей жидкости, представляют собой жидкостный маятник — динамический поглотитель колебаний. Перемещение массы

воды создает стабилизирующий момент, обусловленный главным образом действием силы тяжести. Цистерны 1-го рода имеют соединительный водяной канал. Для избежания воздушных подушек в верхних частях цистерн устраивают воздушные соединительные каналы. Наибольшая эффективность цистерн 1-го рода имеет место при так называемом двойном резонансе, когда период колебаний жидкости внутри цистерн равен периоду качки корабля на тихой воде. При этом колебания корабля отстают от колебаний волны на фазовый угол $\pi/2$, а колебания воды в цистерне отстают на угол $\pi/2$ от колебаний корабля. Таким образом, цистерны работают в противофазе с волной (рис. 8.27). Схема расчета цистерны

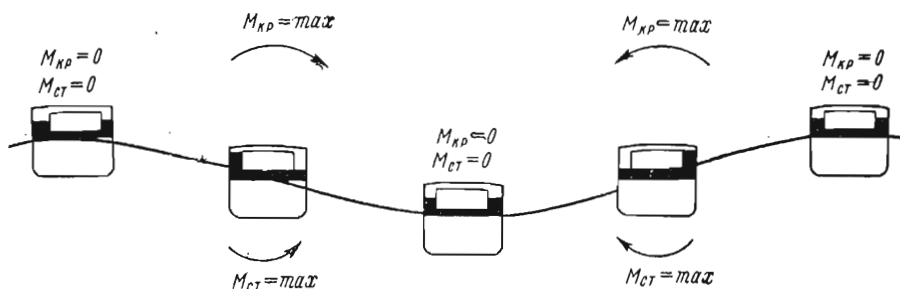


Рис. 8.27

разработана С. Н. Благовещенским [11] и дополнена А. Н. Шмыревым [86].

Г. А. Фирсов разработал теорию и схему расчета пассивных цистерн 1-го рода для успокоения бортовой качки корабля с учетом его орбитального движения.

Рассмотрим разработанную С. Н. Благовещенским схему расчета [11] успокоительных пассивных цистерн 1-го рода. При составлении дифференциальных уравнений бортовой качки корабля на регулярном волнении будем пренебрегать орбитальным движением его центра тяжести на волнении и рассматривать только малые колебания. Ось качаний будем считать неподвижной, проходящей через центр тяжести корабля. В выражении возмущающего момента будем учитывать только главную часть.

Рассмотрим уравнения Лагранжа, приняв за обобщенные координаты системы угол накренения θ корабля и относительное перемещение z уровня жидкости в цистерне. Положительное значение θ примем на правый борт, а положительное значение z — вверх в правой цистерне (рис. 8.28).

Уравнения Лагранжа в данном случае примут вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_{\theta}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial T}{\partial z} = Q_z, \quad (8.40)$$

где обобщенные силы Q_θ и Q_z находятся как коэффициенты при обобщенных перемещениях в выражении элементарной работы du .

Полная кинетическая энергия качки корабля складывается из кинетической энергии самого корабля T_1 и кинетической энергии жидкости в цистерне T_2 . Очевидно, что

$$T_1 = \frac{1}{2} J'_1 \dot{\theta}^2, \quad (8.41)$$

где J'_1 — момент инерции массы корабля и присоединенной массы воды.

Выделим элементарный объем жидкости в цистерне Fdl , где F — площадь сечения, перпендикулярного оси цистерны выделенного объема жидкости. Абсолютная скорость v движения элементарного объема равна геометрической сумме переносной скорости ω , создаваемой вращением судна, и относительной скорости u :

$$v^2 = u^2 + \omega^2 + 2u\omega \cos(\widehat{u, \omega}), \quad (8.42)$$

где

$$u = \frac{F_0}{F} \dot{z}; \quad \omega = \rho \dot{\theta};$$

$$\cos(\widehat{u, \omega}) = -\sin(\rho, \widehat{dl});$$

F_0 — площадь свободного уровня воды в цистерне одного борта (рис. 8.29).

Масса элементарного объема жидкости равна $dm = \frac{\gamma}{g} F dl$, где γ — удельный объемный вес жидкости в цистерне.

Кинетическая энергия элементарного объема

$$\begin{aligned} dT_2 &= \frac{1}{2} v^2 dm = \frac{\gamma F dl}{2g} \left(\frac{F_0}{F} \right)^2 \dot{z}^2 + \\ &+ \frac{\gamma F dl}{2g} \rho^2 \dot{\theta}^2 - \frac{\gamma F dl}{g} \left(\frac{F_0}{F} \dot{z} \right) \rho \dot{\theta} \sin(\rho, \widehat{dl}). \end{aligned} \quad (8.43)$$

Полная кинетическая энергия системы корабль—жидкость в цистернах

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} J'_1 \dot{\theta}^2 + \frac{F_0 \gamma}{g} \lambda \dot{z}^2 - \frac{\gamma F_0 b^2}{g} \dot{z} \dot{\theta} + j \frac{\dot{\theta}^2}{2}, \quad (8.44)$$

где $j = \frac{\gamma}{g} \int_l \rho^2 F dl$ — момент инерции массы столба жидко-

сти в цистернах (хотя j — величина переменная и зависит от координаты z , ее можно считать постоянной ввиду ее малости по сравнению с моментом инерции корабля, положив $J'_1 + j = J_1$);

$2\lambda = \int_l \frac{F_0}{F} dl$ — выражение, имеющее размерность

длины и при неизменной площади сечения цистерн равно длине осевой линии цистерн, вследствие чего величина 2λ получила название приведенной длины цистерн;

$b^2 = \int_l \rho \sin(\rho, \widehat{dl}) dl$ — статический момент осевой линии ци-

стерн относительно оси качаний, имеющий размерность площади.

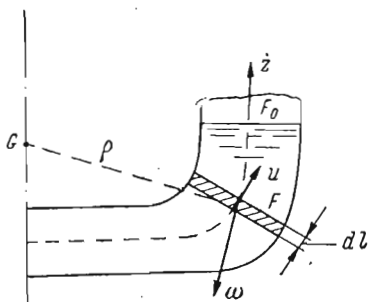


Рис. 8.29

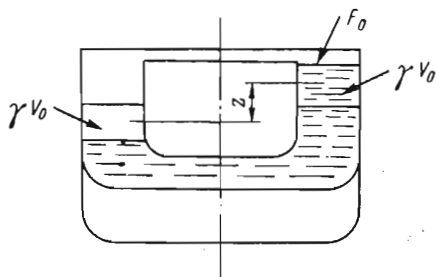


Рис. 8.30

Составим выражения для элементарной работы заданных сил на возможном перемещении системы. Прежде всего определим работу сил тяжести водяного балласта в цистернах. Если бы корабль не имел крена, то перемещение водяного балласта из среднего положения на высоту z соответствовало бы работе подъема объема $V_0 = F_0 z$ балласта из левой цистерны в правую (рис. 8.30), т. е. $U_0 = -\gamma F_0 z^2$. Вследствие наклонения корабля высота подъема балласта в действительности равна $h = z \cos \theta - 2c \sin \theta$ (рис. 8.31), и работа сил тяжести будет (в предположении, что сечение цистерн в пределах перемещения уровня жидкости постоянно и равно F_0):

$$U_1 = -\gamma F_0 z (z \cos \theta - 2c \sin \theta), \quad (8.45)$$

Так как элементарная работа силы тяжести является полным дифференциалом, то

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial z} dz + \frac{\partial U_1}{\partial \theta} d\theta = (-2\gamma F_0 z \cos \theta + 2\gamma F_0 c \sin \theta) dz + \\ + (\gamma F_0 z^2 \sin \theta + 2\gamma F_0 c z \cos \theta) d\theta.$$

При малом θ можно считать $\cos \theta = 1$, $\sin \theta = \theta$.

Пренебрегая малой величиной $z\theta$ по сравнению с размером $2c$, получим окончательно

$$dU_1 = -2\gamma F_0 (z - c\theta) dz + 2\gamma F_0 c z d\theta. \quad (8.46)$$

Очевидно, что работа восстанавливающего момента

$$dU_2 = -Dh_0 \theta d\theta; \quad (8.47)$$

работа главной части возмущающего момента

$$dU_3 = Dh_0 \alpha_m \sin \sigma t d\theta; \quad (8.48)$$

работа момента сил сопротивления

$$dU_4 = -2N\dot{\theta} d\theta; \quad (8.49)$$

работа сил сопротивления относительно перетеканию жидкости в цистернах

$$dU_5 = -2N_{\kappa} \dot{z} dz. \quad (8.50)$$

Силы относительного сопротивления перемещению жидкости образуют также момент, действующий на корабль. Однако величина этого момента мала по сравнению с кренящими и стабилизирующими моментами, поэтому этот момент в дальнейшем не учитывается. Таким образом, полная работа

$$dU = \sum dU_i = d\theta [2F_0 \gamma c z - Dh_0 \theta + Dh_0 \alpha_m \sin \sigma t - 2N\dot{\theta}] + \\ + dz [2\gamma F_0 c \theta - 2\gamma F_0 z - 2N_{\kappa} \dot{z}]. \quad (8.51)$$

Здесь коэффициенты при $d\theta$ и dz представляют собой обобщенные силы Q_θ и Q_z соответственно. Подставляя их значения в уравнения Лагранжа (8.40) и выполняя дифференцирование кинетической энергии, получим дифференциальное уравнение качки корабля с цистернами

$$J_1 \ddot{\theta} + 2N\dot{\theta} + Dh_0 \theta - \frac{\gamma F_0 b^3}{g} \ddot{z} - 2\gamma F_0 c z = Dh_0 \alpha_m \sin \sigma t \quad (8.52)$$

и дифференциальное уравнение колебаний жидкости в цистернах

$$\frac{2\gamma F_0 \lambda}{g} \ddot{z} + 2N_{\text{ц}} \dot{z} + 2\gamma F_0 z - \frac{\gamma F_0 b^2}{g} \ddot{\theta} - 2\gamma F_0 c \theta = 0. \quad (8.53)$$

Для упрощения записи примем следующие сокращения:

$$\frac{2\gamma F_0 c}{J_1} = a; \quad (8.54)$$

$$\frac{\gamma F_0 b^2}{J_1 g} = \beta; \quad (8.55)$$

$$\frac{2N_{\text{ц}} g}{2F_0 \gamma \lambda} = 2\nu_{\text{ц}}; \quad (8.56)$$

$$\frac{g}{\lambda} = n_{\text{ц}}^2; \quad (8.57)$$

$$\frac{b^2}{2\lambda} = b_1. \quad (8.58)$$

Тогда дифференциальные уравнения движения примут вид

$$\ddot{\theta} + 2\nu\dot{\theta} + n^2\theta - \beta\ddot{z} - az = n^2\alpha_m \sin \sigma t; \quad (8.59)$$

$$\ddot{z} + 2\nu_{\text{ц}}\dot{z} + n_{\text{ц}}^2 z - b_1\ddot{\theta} - cn_{\text{ц}}^2\theta = 0. \quad (8.60)$$

Для определения основных элементов успокоительных цистерн достаточно рассмотреть наиболее тяжелый случай качки — условия резонанса. При этом, как было указано выше, имеет место явление двойного резонанса, и цистерны создают стабилизирующий момент, действующий в противофазе с кренящим моментом (см. рис. 8.27). Поэтому в рассматриваемом случае $\sigma = n = n_{\text{ц}}$ и тогда

$$z = z_0 \sin(\sigma t - \pi) = -z_0 \sin \sigma t = -z_0 \sin n t. \quad (8.61)$$

Подставляя z в уравнение (8.59), получим после несложных преобразований

$$\ddot{\theta} + 2\nu\dot{\theta} + n^2\theta = n^2 \left[\alpha_m - \left(\frac{az_0}{n^2} - \beta z_0 \right) \right] \sin \sigma t. \quad (8.62)$$

В этом выражении члены, заключенные в круглые скобки, представляют действие цистерн. Нетрудно заметить, что характеристика цистерн складывается из статической характеристики $\varphi_{\text{ст}}$ и динамической добавки. Последняя, будучи умноженной на коэффициент остойчивости, определяет амплитуду момента, создаваемого инерционным воздействием на корабль переливающейся внутри цистерн воды.

Суммарная характеристика

$$\varphi_d = \varphi_{ст} + \Delta\varphi, \quad (8.63)$$

где

$$\varphi_{ст} = \frac{2\gamma F_0 z_0 c}{Dh_0}, \quad (8.64)$$

$$\Delta\varphi = \frac{-\gamma F_0 z_0 b^2}{gJ_1}. \quad (8.65)$$

Знак и величина динамической поправки зависят от интеграла b^2 , т. е. от расположения цистерн на корабле по отношению к его центру тяжести. При расположении цистерн в нижней части корабля, когда водяной соединительный канал находится ниже центра тяжести корабля, поправка получается отрицательной и равной

$$\Delta\varphi = (0,15 \div 0,20) \varphi_{ст}.$$

В этом случае динамическая поправка ухудшает характеристику цистерн. При размещении цистерн в верхней части корабля, когда водяной соединительный канал располагается выше центра тяжести корабля, динамическая поправка уменьшается и может даже изменить свой знак на обратный, т. е. характеристика цистерн будет улучшаться. Этим объясняется стремление проектировщиков расположить цистерны выше центра тяжести корабля.

Частное решение уравнения (8.62), определяющее вынужденные колебания корабля, очевидно, будет $\theta = \theta_{ст} \sin\left(nt - \frac{\pi}{2}\right)$, где амплитуда качки для заданных резонансных условий определяется зависимостью

$$\theta_{ст m} = \frac{\alpha_m - \varphi_d}{2\bar{\nu}}. \quad (8.66)$$

При выключенных цистернах амплитуда качки

$$\theta_m = \frac{\alpha_m}{2\bar{\nu}}. \quad (8.67)$$

Таким образом, эффективность успокоения качки определяется выражением

$$\eta = \frac{\theta_{ст m}}{\theta_m} = \frac{\alpha_m - \varphi_d}{\alpha_m}. \quad (8.68)$$

В общем случае решение системы дифференциальных уравнений (8.59) и (8.60) можно искать в виде

$$\left. \begin{aligned} \theta &= A \cos \sigma t + B \sin \sigma t; \\ z &= C \cos \sigma t + D \sin \sigma t. \end{aligned} \right\} \quad (8.69)$$

Решение такой системы принципиально не отличается от решения системы уравнений качки нестабилизированного корабля, поэтому мы не будем воспроизводить его полностью. Укажем только, что после подстановки θ и z и их производных в уравнения (8.59) и (8.60) и приравнивания коэффициентов при $\cos \sigma t$ и $\sin \sigma t$, получим систему четырех уравнений для определения неизвестных A , B , C и D . Выражения θ и z могут быть приведены к одночленному виду обычным способом:

$$\theta = \theta_{\text{ст}m} \sin (\sigma t - \delta); \quad (8.70)$$

$$z = z_m \sin (\sigma t - \delta_u), \quad (8.71)$$

где

$$\theta_{\text{ст}m} = \sqrt{A^2 + B^2},$$

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{A}{B};$$

$$z_m = \sqrt{C^2 + D^2},$$

$$\operatorname{tg} \delta_u = -\frac{C}{D}.$$

После выполнения всех преобразований получаем следующие расчетные формулы для вынужденных колебаний корабля, снабженного пассивными успокоительными цистернами 1-го рода, при разных условиях нагрузки и различных режимах волнения:

$$\theta_{\text{ст}} = \alpha_m \sqrt{\frac{(k^2 - x^2)^2 + 4k^2 \bar{v}_u^2 x^2}{[(ck^2 - b_1 x^2)(q - \beta x^2) + 4\bar{v} \bar{v}_u x^2 - (1 - x^2)(k^2 - x^2)]^2 + [2\bar{v}_u kx(1 - x^2) + 2\bar{v} x(k^2 - x^2)]^2}}; \quad (8.72)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\bar{v} x [(k^2 - x^2)^2 + 4\bar{v}_u^2 k^2 x^2] + 2k \bar{v}_u x (ck^2 - b_1 x^2)(q - \beta x^2)}{(1 - x^2) [(k^2 - x^2)^2 + 4\bar{v}_u^2 k^2 x^2] - (k^2 - x^2)(ck^2 - b_1 x^2)(q - \beta x^2)}; \quad (8.73)$$

$$z_m = \frac{\alpha_m (ck^2 - b_1 x^2)}{\sqrt{[(ck^2 - b_1 x^2)(q - \beta x^2) + 4\bar{v} \bar{v}_u x^2 - (1 - x^2)(k^2 - x^2)]^2 + [2\bar{v}_u kx(1 - x^2) + 2\bar{v} x(k^2 - x^2)]^2}}; \quad (8.74)$$

$$\operatorname{tg} \delta_u = \frac{2\bar{v} x (k^2 - x^2) + 2k \bar{v}_u x (1 - x^2)}{(1 - x^2)(k^2 - x^2) - (ck^2 - b_1 x^2)(q - \beta x^2) - 4\bar{v} \bar{v}_u x^2}. \quad (8.75)$$

Здесь обозначено

$$\frac{v_u}{n_u} = \bar{v}_u; \quad \frac{n_u}{n} = k; \quad \frac{a}{n^2} = q; \quad \frac{\sigma}{n} = x.$$

Расчеты показывают, что при малых значениях коэффициента сопротивления $\bar{v}_u$ имеет место раздвоение резонанса (рис. 8.32),

а это увеличивает, а не уменьшает амплитуды качки на некоторых режимах [7].

В расчете цистерн по схеме С. Н. Благовещенского не учтено орбитальное движение корабля, которое вносит существенные коррективы в полученные результаты. Как показал Г. А. Фирсов, учет орбитального движения корабля может существенно изменить характер амплитудного графика. На рис. 8.33 приведены кривые относительных амплитуд бортовой качки парохода *Метеор* на регулярном волнении, полученные Г. А. Фирсовым путем испы-

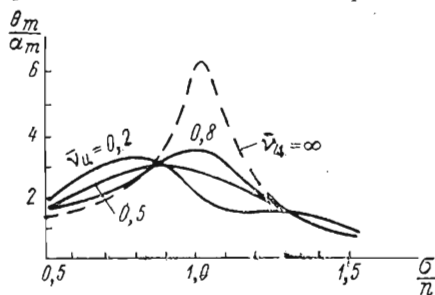


Рис. 8.32

тания модели и расчетом при условии, что цистерны не ограничены по высоте. Здесь сплошной линией дан расчет с учетом циклического движения, штрих-пунктирной — без учета орбитального движения. Как видно из рисунка, результаты опыта близки к результатам расчета во всем диапазоне частот. Интересно отметить, что влияние поперечной составляющей циклического движения судна на колебания стабилизирующей жидкости приводит к некоторому росту амплитуды качки в области резонанса на низких частотах и к исчезновению резонанса на высоких. Г. А. Фирсов объясняет причину этого явления тем, что горизонтальная компонента циклического движения корабля имеет всегда ту же фазу, что и волновой профиль, в то время как фазовый сдвиг бортовой качки зависит от относительной частоты. При переходе через зону нерасщепленного резонанса эта зависимость проявляется особенно интенсивно, а фазовый сдвиг значительно увеличивается. Поэтому, если в дорезонансной зоне воздействие бортовой качки на стабилизирующую жидкость имеет тот же знак, что и воздействие циклического движения, в зоне после резонанса воздействие указанных факторов оказывается противоположным.

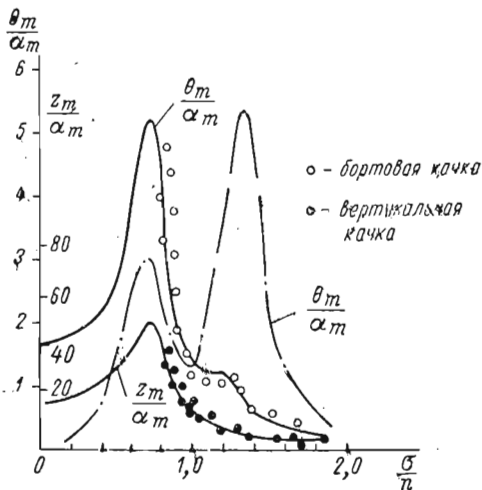


Рис. 8.33

При переходе через зону нерасщепленного резонанса эта зависимость проявляется особенно интенсивно, а фазовый сдвиг значительно увеличивается. Поэтому, если в дорезонансной зоне воздействие бортовой качки на стабилизирующую жидкость имеет тот же знак, что и воздействие циклического движения, в зоне после резонанса воздействие указанных факторов оказывается противоположным.

Таким образом, в одном случае циклическое движение усиливает эффект бортовой качки, в другом ослабляет его. Соответственно изменяется и раскачивающее действие стабилизирующей жидкости. Следовательно, можно считать, что учет орбитального движения корабля в значительной степени уменьшит нежелательное явление — расщепление резонанса. Полученные экспериментальные данные подтверждают расчет. Массовое использование в последние годы цистерн типа «Флюм» на американских судах также показывают, что пассивные цистерны 1-го рода могут успешно применяться на морских судах для умерения бортовой качки.

Особенностью цистерн типа «Флюм» является наличие свободной поверхности жидкости в соединительном канале. Такие цистерны впервые были установлены в 1958 г. в США, в настоящее время ими оборудовано уже несколько десятков судов.

Успокоительные цистерны типа «Флюм» располагаются поперек корабля и состоят из бортовых цистерн, соединенных каналом, высота которого равна высоте цистерн. Конструктивное исполнение может быть различным, иногда в состав канала включается средняя цистерна. Цистерны и канал заполняются жидкостью примерно до половины высоты, благодаря чему в них всегда имеется свободная поверхность. Частота свободных колебаний жидкости в цистернах должна быть близка к собственной частоте бортовой качки корабля. В пассивных цистернах Фрама 1-го рода бортовые цистерны соединяются в нижней части каналом, который всегда заполнен жидкостью [41]. Преимуществом цистерн типа «Флюм» является возможность существенного изменения периода колебаний жидкости в случае установки их на корабль, собственный период бортовой качки которого меняется в широких пределах. Это позволяет легко «настраивать» цистерны на резонанс с кораблем, изменяя уровень налива жидкости в цистернах, в то время как собственный период колебаний жидкости в цистернах Фрама практически не зависит от уровня ее налива.

На рис. 8.34 дана схема цистерн типа «Флюм», установленных на переоборудованном из грузового в научно-исследовательское судно *Елтанин* водоизмещением 3330 *т*. Натурные испытания эффективности цистерн на этом судне были проведены в декабре 1961 г. [94]. Объем цистерн составляет 75 *т*. Дно цистерны возвышается над центром тяжести судна на 5,6 *м*. Испытания проводились при уровне заполнения цистерн 1,98 *м*. Результаты испытания приведены на рис. 8.35, где по оси абсцисс отложен курсовой угол судна по отношению к волнению φ (по принятой в США практике курсовой угол 0° соответствует встречному волнению), а по оси ординат — размах (двойная амплитуда) $2\theta_m$ из значительных амплитуд. За значительные амплитуды принимаются средние значения из $1/3$ наибольших амплитуд. Сначала были проведены испытания с наполненными цистернами, затем цистерны были осушены. В процессе испытания высота значи-

тельных волн изменилась от 1,34 м до 2,07 м (см. также работу [99]).

Многочисленные испытания цистерн типа «Флюм» показали, что их эффективность зависит от глубины налива воды и характера насадок в районе входа жидкости в соединительный канал. Не касаясь второго вопроса, который имеет конструктивное значение и разрешается при проектировании цистерн, отметим, что имеется оптимальный уровень налива жидкости (в качестве

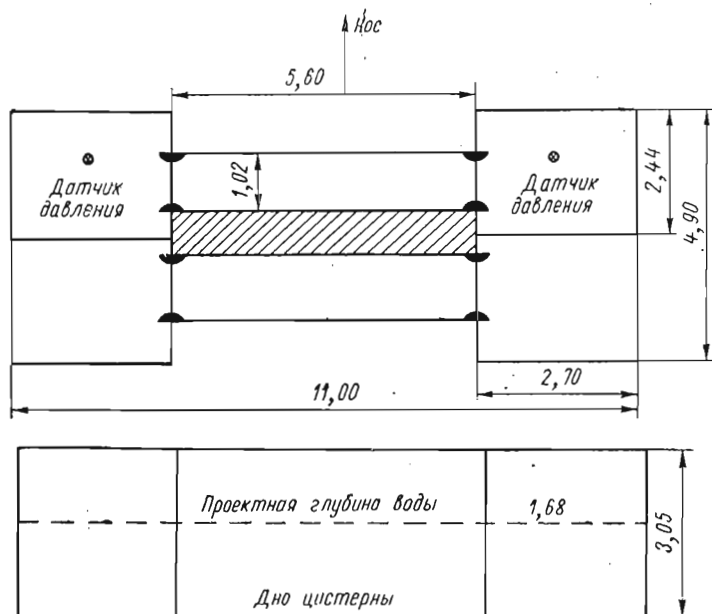


Рис. 8.34

рабочей жидкости может использоваться как вода, так и жидкое топливо или груз у танкеров). Так, на рис. 8.36 приведен график испытания цистерн на океанографическом судне *Джиллис* водоизмещением 1200 т. Испытания проводились при скорости хода 2 узла, судно было расположено лагом к волне. Оптимальная глубина воды составила $H = 3,5$ фута (1,05 м). Аналогичные результаты были получены и на других курсовых углах. Экспериментально замеренные величины значительных размахов нанесены на графике.

Проведенные расчеты и замеры показывают, что низкий уровень воды имеет преимущество при низких частотах качки (примерно до частот 0,05 1/сек), более высокий уровень — при средних частотах и практически не поддается оценке дальнейший рост глубины воды в цистерне при больших частотах (свыше 0,12 1/сек).

По-видимому, можно ожидать, что бортовые кили будут иметь малую эффективность в дальнейшем умерении качки корабля, уже стабилизированного с помощью пассивных цистерн, так как эффективность килей прямо пропорциональна амплитудам качки. Чем больше амплитуды качки, тем эффективнее кили.

Расчеты показывают, что цистерны целесообразно применять для судов, обладающих сравнительно большим периодом качки.

При некоторых условиях имеет место появление двух пиков (раздвоение резонанса), что приводит к увеличению амплитуд качки стабилизированного корабля на некоторых режимах. Успо-

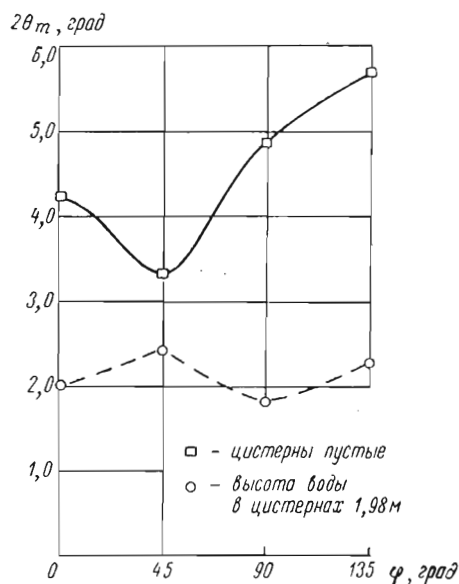


Рис. 8.35

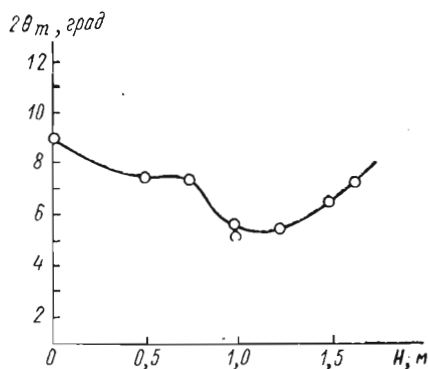


Рис. 8.36

коительные цистерны уменьшают плечи диаграммы статической остойчивости. Все это ограничивает сферу применения пассивных цистерн. Кроме этого, объем цистерн 2-го рода не может быть использован для перевозки полезных грузов.

С. Н. Благовещенский рекомендует оценивать влияние пассивных цистерн 1-го рода на остойчивость по формулам:

$$\Delta h = h_0 \frac{\varphi_{\text{ст}}}{\theta_2};$$

при $\theta > \theta_2$

$$l = l_0 - h_0 \varphi_{\text{ст}} \cos \theta;$$

при $\theta < \theta_2$

$$l = h_0 \left(1 - \frac{\varphi_{\text{ст}}}{\theta_2} \right) \theta,$$

где θ_2 — угол статического крена, при котором вода в цистернах достигнет крайнего положения на один борт; $\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{z_0}{c}$ (см. рис. 8.28);

z_0 — высота от среднего уровня до крышки бортовых цистерн;

l_0 — плечо остойчивости;

h_0 — начальная метацентрическая высота (в предположении, что вода в цистернах является неподвижным грузом на судне);

$\varphi_{\text{ст}}$ — статическая характеристика цистерн [см. формулу (8.64)].

Существуют также мнения относительно неэффективной работы цистерн на нерегулярном волнении, однако, как показал Г. А. Фирсов, при правильном выборе конструкции и размеров цистерны они позволяют уменьшить интенсивность качки в условиях нерегулярного волнения не менее чем на 40—50 %.

Успокоительные цистерны можно устанавливать: на базы рыбодобывающей флотилии; экспедиционные суда; ледоколы, плавучие маяки; суда, предназначенные для проведения судоподъемных работ, т. е. на те суда, где не могут быть установлены гидродинамические успокоители качки или же их эффективность будет незначительна вследствие малости или полного отсутствия хода.

Основными недостатками активных цистерн являются сложность, высокая стоимость, необходимость затраты мощности на их работу и применения весьма сложных регулирующих приборов управления. Применение активных цистерн 2-го рода вряд ли целесообразно для быстроходных судов вследствие больших потерь скорости хода, происходящих во время забора и выброса заборной воды при работающих активных успокоителях качки. Автоматическое управление жидкостными цистернами сводится к управлению их активизатором. Управление воздушораспределительным клапаном цистерны всегда проще, чем насосом переменной производительности. Трудность управления состоит и в инертности жидкости, а прерывистая система управления по принципу «включено—выключено» оказывается малоэффективной. Все это ограничивает сферу применения активных цистерн как успокоителей качки.

Новая идея, позволившая отказаться от необходимости реверсирования двигателя, осуществлена фирмой Браун (Эдинбург, Шотландия) в активном успокоителе качки Мюрхед—Браун [90]. Установка состоит из цистерн правого и левого бортов и соответствующим образом спроектированных соединительных каналов. Схема успокоителя приведена на рис. 8.37, где 1 — двигатель; 2 — автоматическая следящая система, осуществляющая перекладку верхних и нижних клапанов 3; 4 — гребной винт насоса,

который, вращаясь в одном направлении, осуществляет перекачку воды снизу вверх; 5 — цистерна правого борта, 6 — цистерна левого борта. Двигатель работает непрерывно. Если необходимо перекачать воду из цистерны правого борта в цистерну левого борта, то открывают нижние правые и верхние левые клапаны, как это показано на рис. 8.37, что обеспечивает перекачку воды в заданном направлении (направление движения воды показано на рисунке стрелками). При обратной перекачке вышеуказанные клапаны закрываются, а открываются нижние левые и верхние правые клапаны. На рис. 8.37 показан максимальный кренящий момент по направлению часовой стрелки; в это же время стабилизирующий момент достигает амплитудного значения, но действует в противоположном направлении. При этом цистерна правого борта почти осушена, а цистерна левого борта близка к заполнению.

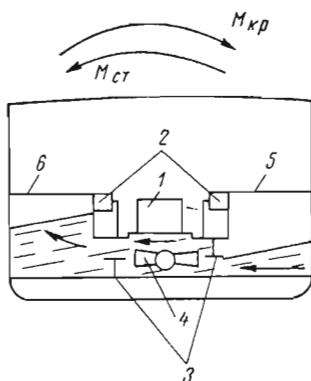


Рис. 8.37

§ 49. Успокоители продольной качки

Возмущающий момент при килевой качке значительно превосходит возмущающий момент при бортовой качке. Увеличение стабилизирующего момента может быть частично получено за счет удаления рабочих органов успокоителя качки от оси вращения, расположенной вблизи мидель-шпангоута. Однако этого недостаточно, и требуется значительное увеличение сил, действующих на рабочее тело успокоителя качки. Расчеты показывают, что использование цистерн для умерения продольной качки нецелесообразно, так как цистерны 1-го рода не могут быть эффективными вследствие большой инертности жидкости и малого периода собственных килевых колебаний корабля. (Напомним, что период собственных килевых колебаний примерно в два раза меньше периода бортовых колебаний.) Использование цистерн 2-го рода нерентабельно из-за больших потерь в скорости хода. По-видимому, наиболее перспективным способом умерения килевой качки следует считать носовые пассивные крылья, кили и кормовые управляемые крылья [87, 106]. Носовое крыло неподвижно и имеет относительное удлинение $\lambda \geq 1$, у носовых килей $\lambda \ll 1$, а носовые рули — активизированные крылья с принудительно изменяемым углом перекладки (с помощью автоматического управления).

В конце пятидесятих годов в США были проведены испытания носовых крыльев в опытовом бассейне, которые дали обнадеживающие результаты. Однако первый натурный опыт оказался неудачным, так как крылья, установленные на натурных судах, порождали сильную вибрацию носовой оконечности и вследствие этого были демонтированы. Однако дальнейшее исследование проблемы успокоения продольной качки судна продолжается и можно надеяться на положительное решение вопроса.

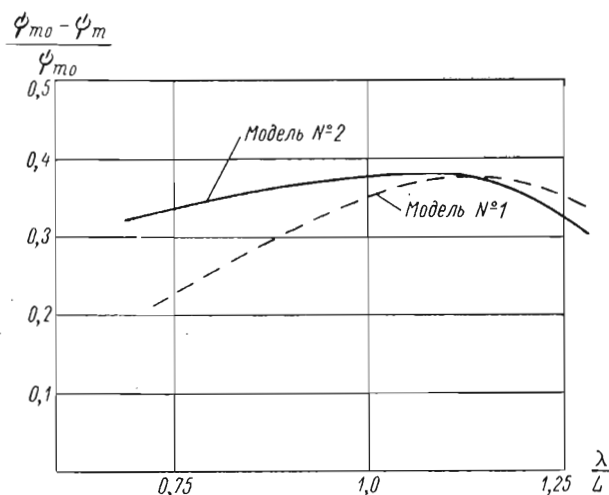


Рис. 8.38

Интересные результаты были получены в опытовом бассейне ЛКИ при испытании двух моделей судов с носовым крылом — успокоителем продольной качки (см. табл. 8.4). Полученные данные об уменьшении амплитуд килевой качки практически совпали с результатами американских испытаний. На рис. 8.38 приведены данные испытаний модели № 1 и 2, которые проводились при одинаковой крутизне волны, равной $1/30$. Буксировочное сопротивление соответствовало скорости на тихой воде модели № 1 при $F_r = 0,53$ и модели № 2 при $F_r = 0,47$. По оси абсцисс отложено отношение длины волны к длине модели, по оси ординат — отношение $\frac{\psi_{m0} - \psi_m}{\psi_{m0}}$, где ψ_{m0} — амплитуда килевой качки модели без крыла, ψ_m — то же для модели с крылом при тех же условиях испытания.

Для оценки работы успокоителя качки на нерегулярном волнении были определены передаточные функции путем испытания модели № 3 на кратковременном неустойчивом волнении по методу, предложенному А. Ш. Афремовым, И. К. Бородаев

и А. И. Вознесенским [3]. Результаты испытания приведены на рис. 8. 39. Здесь по оси ординат отложена передаточная функция, по оси абсцисс — кажущаяся частота. Кривая *I* соответствует расчету передаточной функции модели без крыла при ходе модели ($Fg = 0,25$); кривая *II* — передаточной функции для модели без носового крыла при отсутствии хода; кривая *III* — соответ-

ствует расчету передаточной функции модели с носовым крылом при $Fg = 0,25$. В данном опыте подбирались равная скорость для первого и третьего случаев*.

Проведенные испытания показывают, что носовые крылья как

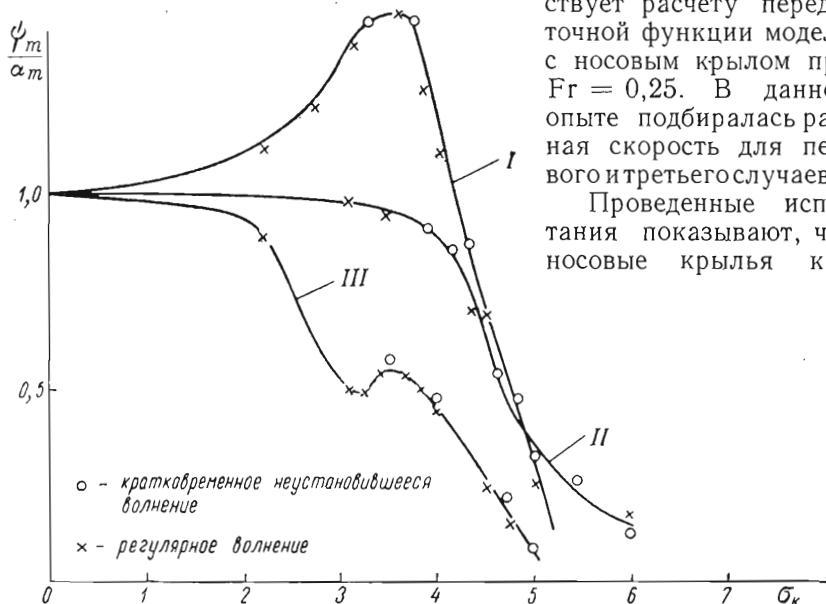


Рис. 8.39

успокоители продольной качки достаточно эффективны в отношении умерения амплитуд килевой качки; они также уменьшают потери скорости хода на волнении в близких к резонансу районах, а также уменьшают явления слемминга и заливание носовой оконечности. По-видимому, носовые крылья будут достаточно эффективны и в условиях нерегулярного волнения. Однако сильная вибрация носовой оконечности корабля при установленных носовых крыльях препятствует практическому использованию успокоителей продольной качки.

В настоящее время ведутся экспериментальные работы по изысканию путей уменьшения вибрации. Было предложено делать отверстия в крыльях или носовой оконечности для выравнивания давления. Однако этот путь является неэффективным, так как

* Испытания модели № 3 и все вычисления проведены дипломантом ЛКИ В. И. Вашковым.

приводит к снижению стабилизирующего эффекта крыльев. По-видимому, следует искать иной путь разрешения проблемы вибрации.

Расчеты качки показывают, что не приходится в большинстве практических случаев рассчитывать на повышение эффективности носовых крыльев за счет их активизации, так как углы скоса достигают критических значений. Активизация имеет смысл только для кормовых крыльев. Вместе с тем следует иметь в виду, что влияние корпуса корабля на гидродинамические характери-

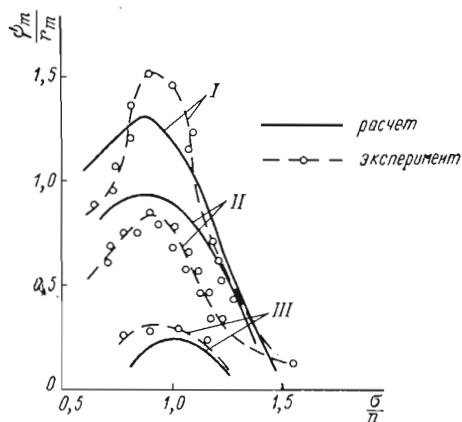


Рис. 8.40

стики крыльев сказывается как за счет влияния стенки, так и за счет пограничного слоя. Толщина пограничного слоя в кормовой оконечности корабля достигает значительной величины, что приводит к снижению эффективности кормовых крыльев того же размера по сравнению с носовыми, где толщина пограничного слоя мала и не учитывается при расчете носовых крыльев. Кроме того, кормовые крылья находятся в зоне действия гребных винтов, поэтому следует учиты-

вать их взаимное влияние. Все это в значительной степени усложняет применение кормовых крыльев. Бортовые кили имеют малое удлинение, а следовательно, малую гидродинамическую эффективность, поэтому не приходится рассчитывать на эффективное успокоение продольной качки с их помощью. Идея возможности применения активных успокоителей качки типа бортовых рулей впервые была экспериментально проверена в опытовом бассейне ЛКИ в 1957 г. и дала положительный результат. В последние годы возможность использования управляемых крыльев для целей успокоения продольной качки тщательно изучается в Японии [108]. На рис. 8.40 приведен один из полученных амплитудных графиков для килевой качки на регулярном волнении. Здесь I — качка судна без крыльев; II — качка при наличии пассивных крыльев; III — качка при наличии управляемых крыльев; ψ_m — амплитуда угла дифферента, рад; r_m — полувысота волны, м; σ/n — отношение частот волны и модели судна.

Судя по японским данным, активизация носовых крыльев дает ощутимый выигрыш в эффективности успокоения продольной качки. Однако все это справедливо лишь при условии, что углы атаки с учетом скоса потока в районе носа корабля не превысят критических значений. Напомним, что критическим углом атаки

называется угол, при котором происходит резкое уменьшение подъемной силы крыла. Для крыла малого удлинения он лежит в пределах $35\text{--}40^\circ$. Подсчеты показывают, что истинный угол атаки носового крыла (с учетом углов скоса) достигает этих значений. Очевидно, что угол атаки в любом случае не должен превышать критического значения $\alpha_{\max}$. Для управляемого крыла необходимо увеличивать α , если $\alpha < \alpha_{\max}$, и уменьшать α при $\alpha > \alpha_{\max}$. Тогда угол отклонения крыла δ будет

$$\delta = \alpha_{\max} - \alpha.$$

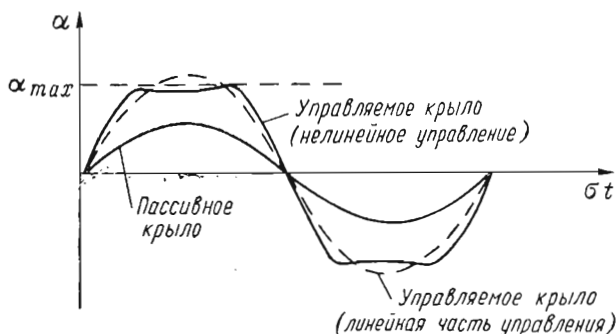


Рис. 8.41

Принципиальная схема управления крыла показана на рис. 8.41. Анализ системы управления показывает, что наиболее рациональным будет управление по угловой скорости килевой качки согласно нелинейной зависимости вида

$$\delta = K_1 \frac{\dot{\psi}}{\sigma_\psi} + K_2 \left(\frac{\dot{\psi}}{\sigma_\psi} \right)^3, \quad (8.76)$$

где σ_ψ — частота килевой качки;
 K_1 и K_2 — коэффициенты управления.

Проведенные Вукстом экспериментальные исследования [114] показали, что преимущество активизации не столь очевидно (см. рис. 8.42 для модели № 5 из табл. 8.4). Носовые крылья встречаются с большими углами атаки, которые не могут быть значительно увеличены. Управление носовым крылом приводит к увеличению силы сопротивления качки примерно на 10%, за что нужно платить установкой системы автоматического управления и размещать в узкой носовой части корабля достаточно сложную и громоздкую систему поворота носового крыла.

Интересные результаты были получены Вукстом по вопросу допустимости линеаризации расчета (табл. 8.5). Как видно из приведенных данных, линеаризация допустима. Однако даже при линеаризации расчета качки стабилизированного корабля решение

представляется достаточно громоздким, так как обычная система дифференциальных уравнений продольной качки (см. главу IV) усложнится за счет добавления членов, учитывающих силы, возникающие на крыле при его нестационарном движении.

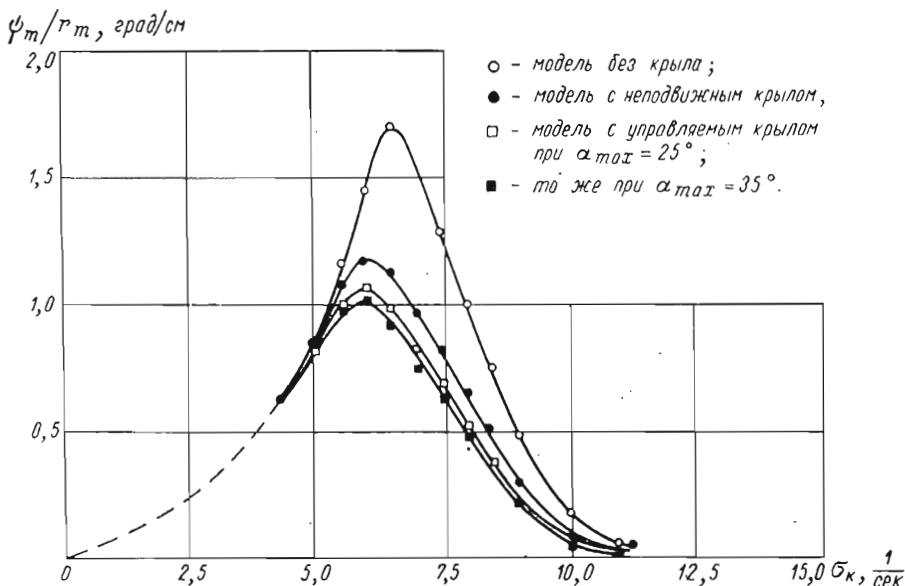


Рис. 8.42

В настоящем учебнике не представляется возможным осветить все аспекты расчета успокоителей продольной качки и мы ограничимся только приведением примера расчета, выполненного на ЭВМ

Таблица 8.4

№ модели	Место проведения испытаний	Длина модели, м	Относительное удлинение крыла	Площадь крыла $S_{\omega L}, \%$	Профиль крыла
1	Массачузетский технологический институт (США) Ленинградский кораблестроительный институт:	1,68	1,5	7,2	
2	судно с острыми обводами	3,5	2,0	4,0	NACA-0012
3	судно 60-й серии	3,5	2,0	4,5	NACA-0012
4	Хитачи Цозен (Осака, Япония)	2,4	2,0	3,5	NACA-0015
5	Дельфт (Голландия)	2,3	1,96	2,4	NACA-0015

Таблица 8.5

Угол атаки, град	Подъемная сила, %		Вертикальная составляющая подъемной силы, %	
	линейная	нелинейная	линейная	нелинейная
10	100	102	100	100,5
20	100	109	100	102,5
30	100	121	100	104,8
40	100	142	100	108,7

«Минск» Д. В. Кондриковым [27]. Расчет произведен для судна, идущего вразрез волне (рис. 8.43). Данные модели судна, выполненной в масштабе $1/36$, приведены в табл. 8.4 (модель № 2). О характере размещения носовых крыльев можно судить по рис. 8.44.

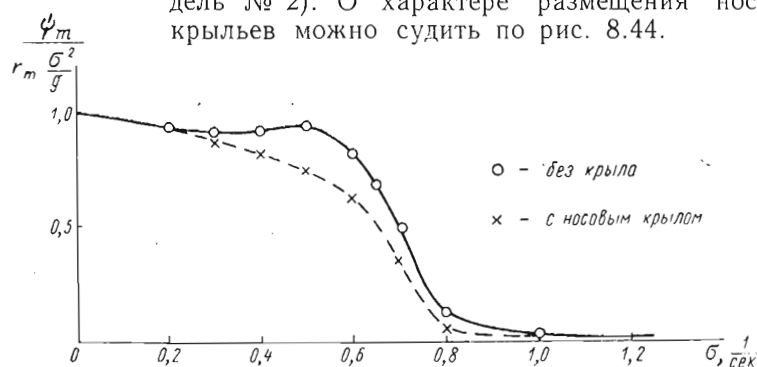


Рис. 8.43

Для приближенной оценки сил, действующих на пассивное крыло, можно воспользоваться формулой

$$N = \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \right) \frac{\rho v^2}{2} S \left(\psi - \frac{L_0 \dot{\psi}}{v} + \frac{\dot{\xi}_G}{v} + \frac{\dot{\xi}_B}{v} \right), \quad (8.77)$$

где S — суммарная площадь крыла на оба борта;
 v — скорость хода судна;
 $\psi, \dot{\psi}$ — угол дифферента и угловая скорость килевой качки;
 $\dot{\xi}_G$ — скорость вертикального перемещения центра тяжести корабля;
 $\dot{\xi}_B$ — вертикальная проекция скорости волнового профиля;
 L_0 — расстояние от оси качания до центра давления крыла.

Значение $\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\right)$ должно приниматься с учетом нестационарности процесса. Чтобы выполнить это требование, при расчете сил на носовом крыле Льюис и Джакобс [114] предложили ввести осредненный коэффициент, равный 0,85 для всего диапазона частот. Этот результат согласуется с теоретическими данными, полученными А. Н. Холодилиным [81].

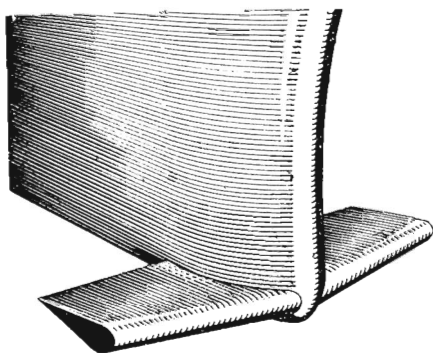


Рис. 8.44

Стабилизирующий момент будет равен силе, определенной по формуле (8.77), умноженной на плечо, представляющее расстояние от оси колебания до центра давления крыла, т. е. на L_0 .

Эффективность носового крыла должна оцениваться как с точки зрения интенсивности умерения качки, так и с точки зрения уменьшения интенсивности вибрации носовой оконечности. Таб-

лица 8.6, полученная Очй для судна, идущего со скоростью 15 узл., позволяет оценить оптимальное расположение крыла по длине корабля. Как видно из приведенных данных, крыло не должно располагаться более чем на $0,1L$, считая от носового перпендикуляра. Под сопротивлением здесь понимается сопротивление на тихой воде.

Таблица 8.6

Характеристика мореходности	Место расположения носового крыла				
	носовой перпендикуляр	0,05L	0,10L	0,15L	0,20L
Увеличение сопротивления, %	0	1,9	9,2	16,0	
Уменьшение килевой качки, %	22,8	21,9	18,5	12,4	
Уменьшение вертикальной качки, %	31,5	20,7	12,9	8,0	
Уменьшение ускорения носовой оконечности судна, %	24,5	19,0	15,5	11,8	
Уменьшение слемминга, %	85,0	85,0	81,8	67,7	
Вибрация, усл. ед.	1	0,66	0,35	0,10	0,02

Таблица 8.7

Размах (двойная амплитуда)	Дифферент, град			
	Без успокоителя качки	Управляемые кормовые крылья ($\pm 25^\circ$)	Фиксированное носовое крыло	Носовое крыло и управляемые кормовые крылья
Значительные размахи	6,2	4,9	4,9	3,9
Средние размахи	3,9	3,2	3,1	2,4

Оптимальной формой монопланного крыла является стреловидная форма, которая обеспечивает как достаточно эффективное умерение качки, так и уменьшение интенсивности вибрации.

Изолированные пассивные носовые крылья имеют примерно такую же эффективность, как и управляемые кормовые. В табл. 8.7 приведены сравнительные данные успокоителей, имеющих профиль NASA-0012, размах 6,7 м, хорду 4,5 м. (Такие успокоители были установлены на судне *Компас Айленд*, а затем демонтированы вследствие сильной вибрации носовой оконечности судна.) Расчет произведен для полностью развитого нерегулярного волнения по спектру Неймана при скорости ветра 13,4 м/сек. Угол перекладки кормовых крыльев составляет $\pm 25^\circ$ [107]. Значительные амплитуды взяты как средние значения из $1/3$ наибольших.

Отметим, что эффективность носовых крыльев увеличивается с ростом высоты волны за счет увеличения эффективного угла атаки по крайней мере до критического угла атаки (когда дальнейший рост подъемной силы прекращается). Для кормовых крыльев — успокоителей качки — эффективность практически не зависит от высоты волн.

Экспериментальные методы изучения качки

§ 50. Задачи экспериментального изучения качки

Экспериментальные исследования могут производиться как на реальном корабле, так и на его модели. Наблюдения за качкой реального корабля позволяют установить фактическую картину его качки и определить его мореходные качества. Однако проведение таких испытаний сопряжено с большими трудностями, связанными с малой вероятностью попадания за ограниченный период плавания в нужные условия погоды и волнения, с большими материальными затратами, а также с невозможностью постановки «рискованных» испытаний в наиболее тяжелых условиях плавания. Проведение модельных испытаний позволяет в течение короткого периода времени при сравнительно небольших затратах многократно испытывать модель корабля в различных условиях, включая те, которые могут вызвать опрокидывание модели.

Экспериментальное изучение качки может преследовать ряд задач:

- определение характеристик качки корабля (периода качки, коэффициентов демпфирования, моментов инерции присоединенных масс и т. п.);

- получение данных о поведении корабля в различных условиях волнения (подверженность качке, амплитуды и периоды ее, заливаемость палубы и потеря скорости на волнении, построение передаточных функций — амплитудных графиков);

- исследование действия различных устройств для успокоения качки;

- серийные испытания моделей для исследования влияния главных размерений и обводов корабля на его мореходность и характеристики качки;

- определение предельно допустимых режимов плавания в условиях волнения для целей нормирования остойчивости (эти испытания проводятся только на моделях).

В процессе эксперимента необходимо производить непрерывную регистрацию колебательных движений корабля и волнения с помощью специальной измерительной аппаратуры.

Испытания могут проводиться либо на тихой воде, либо на волнении, при движении корабля или при отсутствии хода. Период собственных колебаний, коэффициенты демпфирования и моменты инерции присоединенных масс проще всего определить методом свободных колебаний на тихой воде при отсутствии хода. Иногда проводят испытания на тихой воде методом вынужденных колебаний. Испытания на волнении проводятся с целью оценки мореходных качеств корабля, которые характеризуются:

- бортовой, килевой и вертикальной качкой;
- потерей скорости хода на волнении;
- рысканием;
- оголением носа и кормы и ударами о воду (слемминг);
- заливаемостью палуб и надстроек;
- прочностью корпуса и отдельных его конструкций.

Как известно, мореходность корабля в значительной степени определяется его качкой. В настоящее время теория не может предсказать мореходные качества корабля полностью, поэтому экспериментальное изучение качки играет большую роль при создании новых типов кораблей с хорошей мореходностью и, в свою очередь, служит стимулом для дальнейшего развития и совершенствования теории.

§ 51. Мореходные испытания

Мореходные испытания — это комплексная операция, в которой участвуют большие коллективы людей, морские суда, а в качестве обеспечивающих средств могут быть использованы самолеты и береговые радиостанции. Во избежание непроизводительных материальных затрат и времени мореходные испытания должны быть тщательно спланированы, хорошо подготовлены и оперативно проведены [20]. Обычно такие испытания проводятся в зимнее время, когда имеется большая вероятность встретить интенсивное волнение.

В СССР мореходные испытания судов проводятся в соответствии с официально утвержденной единой 9-балльной шкалой оценки интенсивности волнения. В этой шкале в качестве параметра принята высота волны с 3%-ной обеспеченностью (см. табл. 5.2). Это означает, что только у трех из ста следующих подряд волн высота равна высоте или больше высоты, соответствующей определенному баллу шкалы. Для установления связи между средней высотой волны и длиной волны λ может служить приближенная формула (2.5).

Основной причиной возникновения волнения является ветер, который оценивается по 12-балльной шкале Бофорта (принятой Международной метеорологической комиссией в 1926 г.) в зависимости от скорости ветра, замеренной на стандартной высоте 6 м над уровнем моря. Шкала Бофорта приведена в табл. 9.1. С изме-

Таблица 9 1

Баллы	Характеристика ветра	Скорость ветра на высоте 6 м над уровнем моря, м/сек	
		средняя	при шквале
0	Штиль	0—0,5	1,0
1	Тихий	0,6—1,7	3,2
2	Легкий	1,8—3,3	6,2
3	Слабый	3,4—5,2	9,6
4	Умеренный	5,3—7,4	13,6
5	Свежий	7,5—9,8	17,8
6	Сильный	9,9—12,4	22,2
7	Крепкий	12,5—15,2	26,8
8	Очень крепкий	15,3—18,2	31,6
9	Шторм	18,3—21,5	36,7
10	Сильный шторм	21,6—25,1	42,0
11	Жестокий шторм	25,2—29,0	47,5
12	Ураган	Более 29,0	53,0

нением высоты скорость ветра меняется. Как было указано выше (§ 12 и 34), вызванные ветром волны всегда являются нерегулярными. Различают следующие три разновидности морского волнения: ветровое волнение, зыбь и прибойное волнение. Может быть также смешанное волнение, которое возникает вследствие интерференции ветровых волн и зыби. Одиночные волны (цунами, приливные и т. п.) не вызывают качки корабля и здесь не рассматриваются.

Динамичность взволнованной поверхности моря не позволяет определять высоту волн с помощью обычной методики выполнения аэрофотосъемочных работ. Поэтому в СССР и за рубежом была разработана специальная методика воздушной стереофотосъемки морской поверхности. При выполнении стереофотосъемки волн для последующего создания стереомодели необходимо обеспечить одновременное фотографирование поверхности моря с двух точек, определяющих некоторый базис. Как показывают расчеты, для необходимой точности стереофотограмметрических определений нужно синхронизировать работу аэрофотоаппаратов с точностью 0,005—0,010 сек.

Возможно проведение съемки с одного и двух самолетов. В последнем случае значительно повышается точность результатов и появляется возможность проведения исследования ветрового волнения на больших площадях.

Впервые воздушная стереофотосъемка морского волнения была произведена во Франции в 1953 году. Съемка производилась с двух самолетов. Аналогичная стереофотосъемка морского волнения была произведена в США в 1955 году.

В СССР воздушная стереофотосъемка волн впервые была осуществлена с одного самолета. Аэрофотоаппараты устанавливались в крыльях самолета на возможно большем расстоянии друг от друга. Работы по изучению морского волнения методом стереофотосъемки с двух самолетов были начаты в СССР в 1956 году. Описание аппаратуры и методов обработки полученных снимков можно найти в специальной литературе [50].

Характер погрешности при замерах волн зависит от высоты полета. При этом следует помнить, что в случае стереофотосъемки волн высотой 4 м с двух самолетов эта ошибка будет незначительной, в то время как при стереофотосъемке с одного самолета при увеличении высоты в три раза погрешность замера вырастет в девять раз и достигнет величины порядка 50% от самой высоты волны.

Стереофотосъемка отличается большой сложностью и малой оперативностью, так как результаты стереофотосъемки волнения можно получить лишь после кропотливой камеральной обработки в береговых условиях. Поэтому в настоящее время чаще применяются поплавковые волнографы и волномерные вехи. Для уменьшения ошибок прибора, связанного с кораблем, необходимо, чтобы буй волнографа находился на значительном расстоянии от корабля в зоне не искаженных корпусом волн с наветренной стороны, а ливень не был натянут.

В последнее время в Англии был создан судовой волнограф системы М. Такера, позволяющий замерять волнение непосредственно с корабля [110]. Чтобы исключить влияние крена на корабль, симметрично диаметральной плоскости устанавливают два измерительных блока, а сигналы их осредняют. Для уменьшения искажения набегающих волн, вызванного корпусом корабля, измерительные приборы располагают в носовой оконечности, а запись волнения производят на самом малом ходу корабля, удерживаемого носом против волны. Прибор широко используется в Англии и США при мореходных испытаниях судов.

Основным недостатком прибора Такера является то, что он не фиксирует волны с периодом менее 5 сек, которые имеют существенное значение в общем энергетическом балансе. Кроме того, прибор регистрирует волны, заметно искаженные кораблем. Точность работы волнографа Такера оценивается в 15—20%.

Отечественный волнограф ГМ-16 имеет большую точность работы. Его недостатком является наличие связующего кабеля между кораблем и прибором.

Принцип действия прибора заключается в следующем. На глубине, превышающей половину длины волны, давление определяется только высотой столба воды от уровня спокойного моря

вследствие процесса затухания гравитационных волн с ростом глубины. Поэтому, если к свободно плавающему на взволнованной поверхности поплавку подвесить измеритель давления и опустить его на глубину, то за счет вертикальных перемещений поплавок на волне будет изменяться глубина погружения измерителя давления относительно уровня спокойного моря. Тогда пропорционально высоте волны изменится и величина измеряемого прибором гидростатического давления. Изменение давления воспринимается мембраной, прогибы которой превращаются в электрические сигналы с помощью тензометрического преобразователя. В качестве тензометров используются проволоочные датчики, предназначенные для прецизионных динамометрических измерений. В связи с тем что приемник погружается на значительную глубину, возникает необходимость исключить большую часть давления столба воды над приемником для того, чтобы прибор фиксировал только изменение гидростатического давления, происходящее за счет вертикальных перемещений прибора во время волнения; в противном случае прибор оказался бы малочувствительным. Это достигается с помощью компенсационного устройства. Срабатывание его происходит автоматически. Регистрирующая часть прибора выполнена в виде отдельных блоков. Самописец — серийный прибор высокого класса точности. Волнограф ГМ-16 имеет строго линейную характеристику и успешно применяется для записи морских и океанских волн.

При регистрации волн в море корабль становится на якорь или находится в медленном дрейфе. Скорость дрейфа корабля не должна превышать скорости дрейфа поплавка, в противном случае нужно удерживать судно носом к волне.

В Советском Союзе выпускается также дистанционный измеритель волн прибрежной зоны ГОИН и радиоволнограф ГМ-32. Описание этих приборов дается в специальной литературе [22].

Возможна также визуальная оценка волнения, когда периоды волн замеряют с помощью секундомера, а длину волны сравнивают с длиной корабля, однако такая оценка не может претендовать на точность.

Для записи бортовой и килевой качки применяются гироскопические приборы, принцип действия которых основан на свойстве гироскопа сохранять неизменным направление оси вращения ротора. Для записи угловых скоростей и ускорений применяются гиротаксометры и тахоакселерометры. Регистрация рыскания производится курсографом. Сложнее обстоит дело с замером вертикальной качки корабля. Единственную реальную возможность для измерения вертикальной качки дает метод, основанный на двукратном интегрировании ускорений, которые возникают при вертикальных колебаниях корабля на волнении. Прибор состоит из датчика вертикального ускорения с усилителем и двойным электронным интегратором. Чтобы исключить влияние бортовой

и килевой качки, датчик ускорений (акселерометр) размещают в диаметральной плоскости корабля на одной вертикали с его центром тяжести на специальной стабилизированной площадке. Если акселерометр закреплять непосредственно на корпусе, то он будет измерять ускорение в системе координат, связанных с кораблем. Здесь не представляется возможным дать подробное описание перечисленных выше приборов; сведения о них можно найти в работе [20].

X Международная конференция директоров опытовых бассейнов, собравшаяся в сентябре 1963 года в Тэддингтоне, при формулировке основных проблем, связанных с мореходными качествами судов, указала на необходимость сбора сведений о поведении корабля и о состоянии моря при натурных испытаниях, что должно обеспечить возможность правильного анализа результатов эксперимента и использования этих результатов при сравнении данных испытаний моделей и натуре. Конференция указала также на необходимость систематических наблюдений за состоянием моря и исследования причин, вызывающих изменение скорости хода и курса судна в плохую погоду.

Поскольку эти проблемы являются наиболее актуальными, интересно познакомиться с результатами некоторых исследований в этом направлении.

На экспедиционном судне *Михаил Ломоносов* в Северной Атлантике в феврале—июне 1958 года были подвергнуты экспериментальной проверке законы распределения волновых ординат, углов качки и т. п. [64].

Стационарность процесса волнения проверялась путем наблюдения за изменением с течением времени статистической дисперсии волновых ординат. Полученные экспериментальные данные подтвердили возможность рассматривать волнение как стационарный случайный процесс.

Рассмотрим некоторые количественные данные по результатам натурных испытаний. В табл. 9.2 приведены результаты наблюдений Дж. Кента за бортовой качкой различных типов крупных судов при плавании в Атлантическом океане в зимний период. Как видно из приведенных данных, амплитуды бортовой качки могут достигать значительных размеров [97].

Плавность качки определяется периодом колебания. Периоды вертикальной и килевой качки судна бывают близки друг другу, а период бортовой качки примерно в два раза больше. Как показали испытания моделей, качка на регулярном волнении происходит с периодом, равным периоду волны. Для нерегулярного волнения период качки, как показал теоретический анализ, должен быть близок к периоду собственных колебаний. Натурные испытания подтвердили этот вывод. На рис. 9.1 приведены результаты наблюдений на танкере (данные Дж. Кента), среднем рыболовном траулере (данные Н. Б. Севастьянова) и результаты

Таблица 9.2

Тип и название судна	Период собственных колебаний, сек	Период бортовой качки на волнении, сек	Максималь- ный угол крена, град
Четырехвинтовой лайнер <i>Беренга- рия</i>	23,1	20,0—30,6	8,2
То же <i>Мавритания</i>	17,4	17,0—33,0	12,9
Двухвинтовое грузо-пассажирское судно <i>Монткальм</i>	18,7	16,0—19,0	17,4
То же <i>Оройя</i>	17,6	9,0—18,3	13,8
» » <i>Оропеза</i>	13,8	11,8—14,0	27,8
Быстроходное грузовое судно <i>Лон- дон Маринер</i>	14,7	13,8—20,2	10,1
Танкер <i>Сан-Тирзо</i>	10,1	4,6—10,4	18,4
» <i>Сан-Герардо</i>	10,2	9,5—11,2	24,0
» <i>Сан-Альберто</i>	8,6	9,0—12,0	28,0

расчета на математической модели корабля АК-2 (ЛКИ). В последнем случае в прибор была введена реальная запись морского волнения, полученная в Баренцовом море. Средний период волны

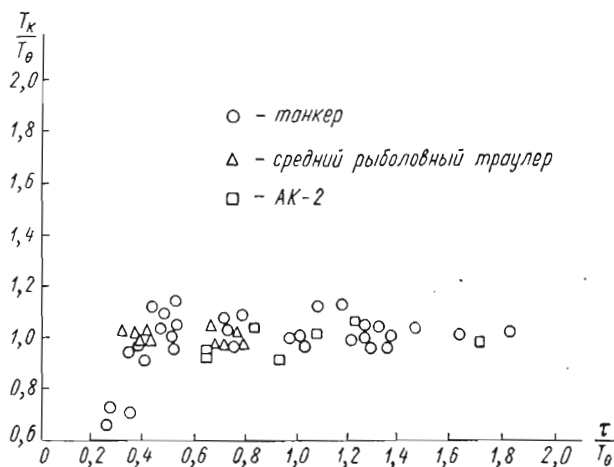


Рис. 9.1

8 сек, волны для других периодов получены трансформацией имеющейся реализации. Н. Б. Севастьянов проанализировал данные натурных испытаний среднего рыболовного траулера

Иван Хабалов. Результаты анализа показали устойчивость среднего периода

$$\frac{T_k}{T_\theta} = 0,951 (1 \pm 0,009), \quad (9.1)$$

где T_k — период качки корабля на волнении, сек;

T_θ — период качки корабля на тихой воде, сек.

Средняя частота качки тем ближе к собственной, чем меньше демпфирование качки. В пределе при бесконечно малом сопротивлении имеет место строгое равенство при любом спектре волнения. Существенное отличие средней частоты от собственной возможно в тех случаях, когда резонансная для данного корабля составляющая волнения обладает малой энергией. Наоборот, если резонансная составляющая обладает достаточной энергией, то средняя частота будет близка к собственной [55].

Аналогичные заключения можно сделать и для килевой качки, что нашло экспериментальное подтверждение во время натурных испытаний судов при плавании в Атлантическом океане в зимний период. Результаты замеров приведены в табл. 9.3, из которой видно, что, как и в случае бортовой качки, на нерегулярном волнении корабль качается с периодом, близким к периоду собственной килевой качки на тихой воде. Во время мореходных испытаний теплохода *Красноград* были получены также интересные данные по бортовой качке. Было, в частности, установлено, что средний размах бортовой качки в положении лагом к волне составляет $3,67^\circ$, а на попутном волнении он равен $6,78^\circ$ (испытания проводились при 6-балльном волнении). Это явление может быть объяс-

Таблица 9.3

Характеристики	Волнение, баллы			
	5—6	7	5—6	7
	Теплоход <i>Красноград</i>		Дизель-электроход <i>Куйбышевск</i>	
Водоизмещение, т	16 925	16 875	9470	9800
Скорость в разрез к волнению, узлы	13,4		14,0	
Период килевой качки: сек:				
на тихой воде	6,75		7,1	
на волнении	6,42—7,8		7,0	
Размах килевой качки, град:				
максимальный	6,4	12,9	12,0	15,8
средний	3,55	5,02	4,32	6,0

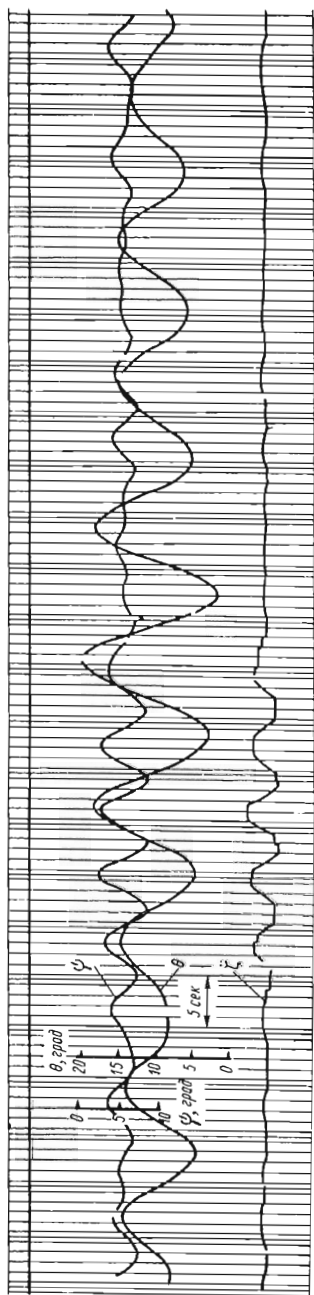


Рис. 9.2

нено как трехмерностью волнения, так и явлением параметрического резонанса (см. § 18).

Условия, необходимые для возникновения параметрического резонанса, определяются равенствами

$$T_0 = 2T_\xi; \quad T_\xi = \tau_k,$$

где T_ξ — период собственных колебаний при вертикальной качке;

τ_k — кажущийся период волн;

T_0 — период собственных колебаний при бортовой качке.

На рис. 9.2 приведена редкая запись параметрического резонанса, полученная во время указанных выше испытаний. Как видно из записи, при резком возрастании амплитуд вертикальной качки (на ленте осциллографа записаны вертикальные ускорения) произошло одновременное резкое возрастание амплитуд килевой и бортовой качки. Отметки времени даются через 1 сек, а через каждые 5 сек дается дополнительная отметка через полсекунды.

Из этой записи получаем следующие интересующие нас параметры:

$$T_0 = 13,5 \text{ сек}; \quad T_\xi = 6,75 \text{ сек};$$

$$T_\psi = 6,45 \text{ сек}.$$

Масштабы углов крена (θ) и дифферента (ψ) даны на копии осциллограммы. Явление параметрического резонанса, как это видно из записи, проходит с некоторой фазой запаздывания по отношению к вер-

тикальной качке, как это и должно быть по законам теории колебаний [73].

Мореходные качества корабля в значительной степени зависят от его заливаемости и оголения оконечностей. Заливаемость зависит от подъема воды при движении корабля на спокойной воде и на волнении и от формы носовой части. Более острые носовые образования приводят, как правило, к увеличению заливаемости при ходе на волне, так как увеличивается амплитуда качки. При оголении оконечности может произойти удар о воду — слемминг. С точки зрения повреждения днища наиболее опасной является носовая часть в пределах 10—25% L от форштевня. Слемминг определяется двумя основными факторами: геометрическим (характер обвода носа) и кинематическим (скорость и фаза отставания колебаний корабля от волны). Суда с острыми обводами имеют, как правило, большую килевую качку, и опасность увеличения слемминга возрастает. Суда с бульбообразными носами имеют тенденцию уменьшать качку за счет увеличения демпфирования. Если же бульб выходит из воды, то слемминг будет очень тяжелым. Натурные испытания заливаемости и слемминг относятся к числу рискованных экспериментов, поэтому такие испытания, как правило, производятся на моделях в опытовых бассейнах.

§ 52. Критерий подобия

Чтобы обеспечить возможность пересчета полученных данных с модели на натуру, необходимо выполнить три вида подобия: геометрическое, кинематическое и динамическое.

Геометрическое подобие определяет сходственность линейных размеров модели и натуре, т. е. модель должна быть выполнена строго в определенном масштабе по отношению к натуре (конечно, имеется в виду внешняя часть корпуса).

Масштаб модели

$$l_0 = \frac{l_M}{l_n}, \quad (9.2)$$

где l_n — любой характерный линейный размер натуре;

l_M — соответствующий линейный размер модели.

Очевидно, что отношение сходственных площадей и объемов будет соответственно пропорционально l_0^2 и l_0^3 .

Кинематическое подобие характеризуется пропорциональностью значений скорости в сходственных точках потока, т. е.

$$v_0 = \frac{v_M}{v_n} = \frac{l_0}{t_0}, \quad (9.3)$$

где $t_0 = \frac{t_M}{t_n}$ — модуль времени.

Оценим характер действующих сил, рассматривая уравнения движения жидкости в форме Навье—Стокса в общем виде. Для несжимаемой жидкости имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = \\ = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = \\ = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \\ = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (9.6)$$

Добавим уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (9.7)$$

или $\operatorname{div} \vec{v} = 0$.

Приведенное уравнение Навье—Стокса записано в ускорениях. Нетрудно заметить, что такой вид записи аналогичен записи дифференциальных уравнений качки корабля в приведенном виде, т. е. после деления уравнения на коэффициент при второй производной. В уравнение Навье—Стокса входят различные по физической природе силы, но для соблюдения условий подобия необходимо, чтобы они находились в связанных отношениях. Умножив уравнения (9.4)—(9.6) на ρV , получим уравнения сил. Система (9.4)—(9.7) является системой четырех уравнений с неизвестными v_x ; v_y ; v_z ; p .

Здесь v_x , v_y , v_z — проекции вектора скорости на соответствующие оси координат;

X , Y , Z — проекции вектора напряжения массовых сил на оси координат;

ν — кинематический коэффициент вязкости;

ρ — массовая плотность;

p — давление.

Поскольку нас интересуют проблемы моделирования, рассмотрим только одно уравнение системы (9.6). Для остальных уравнений системы можно проделать аналогичные выкладки.

Введем в качестве эталонов сравнения l_0 — элемент длины, t_0 — элемент времени, v_0 — элемент скорости, p_0 — элемент давления.

Тогда

$$l = l_0 l_1; \quad x = l_0 x_1; \quad y = l_0 y_1; \quad z = l_0 z_1; \quad t = t_0 t_1;$$

$$v = v_0 v_1; \quad v_x = v_0 v_{x1}; \quad v_y = v_0 v_{y1}; \quad v_z = v_0 v_{z1},$$

где

$l_1; x_1; y_1; z_1; v_{x1}; v_{y1}; v_{z1}; t_1$ — отвлеченные числа.

За массовые силы примем силы тяжести. Тогда

$$X = Y = 0; \quad Z = g.$$

Введя в уравнение (9.6) безразмерные величины и разделив уравнение на v_0^2/l_0 , получим

$$\begin{aligned} & \frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial v_{z1}}{\partial t_1} + \left[v_{x1} \frac{\partial v_{z1}}{\partial x_1} + v_{y1} \frac{\partial v_{z1}}{\partial y_1} + v_{z1} \frac{\partial v_{z1}}{\partial z_1} \right] = \\ & = \frac{g l_0}{v_0^2} - \frac{p_0}{v_0^2 \rho} \frac{\partial p_1}{\partial z_1} + \frac{v}{v_0 l_0} \left[\frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial z_1^2} \right]. \end{aligned} \quad (9.8)$$

Нетрудно установить физический смысл полученных зависимостей. Первый член уравнения (9.8) определяет нестационарность движения, критерием подобия в этом случае является число Струхаля $Sh = \frac{v_0 t_0}{l_0}$. Первый член правой части определяет массовые силы с коэффициентом подобия Фруда $Fr = \frac{v_0}{\sqrt{g l_0}}$. Второй член правой части определяет силы давления; критерий подобия в этом случае может быть выбран в форме числа Вебера:

$$\frac{p_0}{v_0^2 \rho} = \frac{p_0 l_0}{v_0^2 \rho l_0} = \frac{\sigma_{пн}}{v_0^2 \rho l_0} = We,$$

где $\sigma_{пн} = p_0 l_0$, имеющее размерность $\kappa \Gamma / \text{м}$, определяет коэффициент поверхностного натяжения.

Последний член выражения (9.8) определяет силы вязкости с критерием подобия Рейнольдса $Re = \frac{v_0 l_0}{\nu}$.

Попытка учесть большинство критериев подобия в общей форме сделана в работе В. В. Семенова-Тян-Шанского [58]. В этой работе для решения вопроса о масштабном эффекте при моделировании качки предложено учитывать критерии подобия Fr , Re и We , а в частном случае Fr и Re .

Для этого случая получена формула свободных бортовых колебаний на тихой воде

$$\frac{2\nu_{\theta}}{n_{\theta}} = c \theta_0^q \left[\left(\frac{h}{r} \right)^{1/2} \left(\frac{Fr}{Re} \right)^{1/3} \right]^x, \quad (9.9)$$

где $2\nu_\theta$ — коэффициент сопротивления бортовой качке, сек^{-1} ;
 n_θ — частота колебаний, $1/\text{сек}$;
 c — безразмерный коэффициент сопротивления;
 h — поперечная метацентрическая высота, м ;
 r — радиус инерции, м :

$$r = \sqrt{\frac{J_x g}{D}}.$$

Численные значения c , q и x можно определить на основании анализа проведенных экспериментов с моделями.

Обозначим для сокращения $d = \left[\left(\frac{h}{r} \right)^{1/2} \left(\frac{\text{Fr}}{\text{Re}} \right)^{1/3} \right]$ и прологарифмируем выражение (9.9):

$$\lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right) = \lg c + q \lg \theta_0 + x \lg d.$$

Величины $2\nu_\theta/n_\theta$; θ_0 и d могут быть определены из опыта; c , q и x — параметры, которые должны быть установлены с помощью метода наименьших квадратов. Для i -го опыта имеем

$$\lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right)_i = \lg c + q \lg \theta_{0i} + x \lg d_i.$$

Подчиняем значение искомым параметров условию, что сумма

$$S = \sum_{i=1}^m \left[\lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right)_i - \lg c - q \lg \theta_{0i} - x \lg d_i \right]^2$$

должна иметь минимальное значение. Для этого необходимо, чтобы

$$\frac{\partial S}{\partial (\lg c)} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial q} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial x} = 0.$$

Это дает систему трех уравнений для определения $\lg c$, q и x

$$\begin{aligned} \lg c + q \sum \lg \theta_{0i} + x \sum \lg d_i &= \sum \lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right)_i; \\ \lg c \sum \lg \theta_{0i} + q \sum (\lg \theta_{0i})^2 + x \sum \lg \theta_{0i} \lg d_i &= \\ &= \sum \lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right)_i \lg \theta_{0i}; \\ \lg c \sum \lg d_i + q \sum \lg \theta_{0i} \lg d_i + x \sum (\lg d_i)^2 &= \\ &= \sum \lg \left(\frac{2\nu_\theta}{n_\theta} \right)_i \lg d_i. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Система уравнений (9.10) определяет полное динамическое подобие.

Как видно из уравнения (9.9), по способу, предложенному В. В. Семеновым-Тян-Шанским, можно моделировать качку с учетом и гравитационных сил (подобие Фруда) и сил вязкости (подобие Рейнольдса), в то время как при моделировании качки обычно пользуются только частичным подобием по гравитационным силам. Таким образом, изложенный способ [58] является наиболее общим и может быть рекомендован для дальнейшего изучения, которое, в частности, поможет определить величины $\frac{2\nu\theta_0}{n\theta}$, θ_0 и d .

Решение системы (9.10) возможно с помощью счетных машин после накопления достаточного экспериментального материала. В то же время, как это видно из приведенного примера, учет в общем виде многих факторов, влияющих на моделирование качки, сложен и громоздок, поэтому в практике опытовых бассейнов в настоящее время соблюдается только частичное динамическое подобие при моделировании. Поскольку главными силами, вызывающими качку, являются массовые, инерционные силы при нестационарном движении, то за критерии подобия необходимо принять числа Фруда и Струхала. Таким образом, при моделировании качки должны соблюдаться следующие равенства:

$$Fr_M = Fr_H = \frac{v_M}{\sqrt{gL_M}} = \frac{v_H}{\sqrt{gL_H}}; \quad (9.11)$$

$$Sh_M = Sh_H = \frac{v_M T_M}{L_M} = \frac{v_H T_H}{L_H}. \quad (9.12)$$

За характерный период времени обычно принимают период собственных колебаний на тихой воде. Пользуясь выражениями (9.11) и (9.12), нетрудно получить зависимости

$$\frac{v_M}{v_H} = \sqrt{\frac{L_M}{L_H}} = l_0^{1/2}, \quad \frac{T_M}{T_H} = \sqrt{\frac{L_M}{L_H}} = l_0^{1/2}, \quad (9.13)$$

$$\frac{M_M}{M_H} = \frac{\rho_M V_M}{\rho_H V_H} = l_0^3,$$

где M_M ; M_H — масса модели и натуре соответственно.

Предполагается, что модель и натура испытываются в той же жидкости. Несложно получить и другие зависимости. Общая сводка отношений сходственных величин при моделировании качки судов приведена в табл. 9.4.

Таким образом, при моделировании качки необходимо выдерживать подобие не только по водоизмещению, но и по положению центра тяжести и моментам инерции. Для этого модель подвергается статической и динамической тарировке (см. § 53).

Таблица 9.4

Величины	Отношение
Линейные размеры, давление	l_0
Углы, линейные ускорения	1
Линейные скорости, периоды колебаний	$l_0^{1/2}$
Угловые скорости	$l_0^{-1/2}$
» ускорения	l_0^{-1}
Площади	l_0^2
Объемы, массы, силы	l_0^3
Статические моменты объемов, масс, сил; работа; энергия	l_0^4
Моменты инерции, объемов, масс	l_0^5
Количество движения; импульс силы; мощность	$l_0^{3,5}$
Момент количества движения	$l_0^{4,5}$

При обработке результатов испытаний и, в частности, при построении амплитудных графиков — передаточных функций, которые широко используются при расчетах нерегулярной качки, удобно применять обобщенный критерий подобия, в который не входит скорость v . Как показали опыты, в качестве обобщенного критерия подобия удобнее всего применять частное от деления чисел Фруда и Струхала

$$\frac{Fr}{Sh} = \frac{\sigma L}{v} \frac{v}{\sqrt{gL}} = \sigma \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (9.14)$$

где σ — частота возмущающего момента, $сек^{-1}$.

Такой критерий удобен и для расчета качки на нерегулярном волнении, так как в этом случае мы получаем коэффициент динамичности (передаточную функцию) как явную функцию частоты, что и требуется для расчета. Такое представление согласуется с рекомендациями IX Международной конференции руководителей опытовых бассейнов (Париж, 1960 г.) не использовать отношение периодов для графического представления экспериментального материала ввиду трудности точного определения периода собственных колебаний корабля на волнении [115].

На рис. 9.3 представлен амплитудный график для двух подобных моделей корабля, выполненных в двух масштабах: $L = 2,5$ м

и $L = 4,0$ м. Обобщенный критерий подобия, равный частному от деления чисел Фруда и Струхала, дает удобную универсальную амплитудную кривую. Некоторое расхождение в районе резонанса, по-видимому, объясняется масштабным эффектом.

Рассмотрим влияние масштабного эффекта при моделировании бортовой качки. Как было показано выше, при производстве пересчета модельных испытаний пренебрегают учетом критериев подобия Рейнольдса и Вебера, т. е. не учитывают влияния поверхностного натяжения и вязкости (последнее определяет моделирование сил трения). Между тем, как показывают расчет и эксперименты, поверхностное натяжение и сопротивление трения в значительной

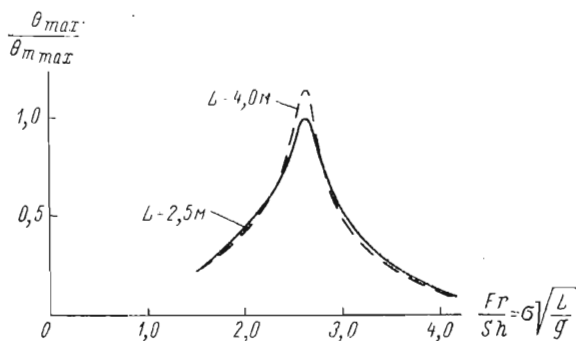


Рис. 9.3

степени зависят от масштаба модели. В качестве примера приведем результаты испытаний модели *Виктори*, проведенные Воссерсом (табл. 9.5) [112; 113]. Здесь указаны значения безразмерного коэффициента сопротивления, равного отношению $\frac{2N_0 \sqrt{gB}}{B^3 D}$. Поверхностное натяжение вычислялось по методу Уено (Япония). Наличие у модели дополнительной составляющей сопротивления из-за поверхностного натяжения может привести к завышению коэффициента сопротивления качке тем большему, чем меньше масштаб модели.

В табл. 9.5 приведены результаты расчета и опыта для модели без скуловых килей. Масштабный эффект для килей сказывается гораздо резче. Как видно из приведенных данных, с ростом размеров общее сопротивление уменьшается, а последнее, как это было показано ранее, приводит к увеличению амплитуд качки в районе резонанса, где влияние сопротивления качке сказывается в большей степени. Масштабный эффект сказывается и при моделировании продольной качки.

Для решения вопросов моделирования в опытовых бассейнах систематически собираются международные конференции руково-

Таблица 9.5

Амплитуда колебаний, град	5				10			
	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %
Длина, м	1,85		3,72		133		3,72	
Ширина, м	0,262		0,525		18,9		0,525	
Значения составляющих коэффициента сопротивления бортовой качке								
	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %	абсолют- ные	в %
Поверхностное натяжение	0,00260	57	0,00066	27	0,00000	0	0,00033	16
Сопротивление трения	0,00051	11	0,00030	12	0,00004	3	0,00030	14
Волнообразование	0,00147	32	0,00147	61	0,00147	97	0,00147	70
Общее сопротивление	0,00458	100	0,00243	100	0,00151	100	0,00210	100
Опытные данные			0,00162				0,00285	

дителей бассейнов. Обычно они проводятся раз в три года. На VIII Международной конференции в Мадриде (1957 г.) было рекомендовано проводить сравнительные мореходные испытания моделей на регулярных волнах и уделять особое внимание созданию одинаковых условий испытаний во всех бассейнах в отношении точности образования и измерения волн, точности измерения скорости, сопротивления и колебательного движения модели для обеспечения установившегося движения. Конференция указала на необходимость непрерывной записи вертикальной и килевой качки, а также фазового угла между волной и моделью. На участке измерения необходимо получать не менее двух полных циклов колебаний модели. Конференция рекомендовала применять средние высоты волн, наиболее характерные в условиях эксплуатации судов на море.

Один из докладов конференции был посвящен сравнительным испытаниям модели длиной 1,5 м, изготовленной и отбалластированной в Стивенсовском технологическом институте (США). После испытания в бассейне института модель была испытана в бассейне имени Тейлора в Массачусетском технологическом институте. Были замерены радиусы инерции $0,254L$; $0,254L$ и $0,247L$ (при заданном $0,25L$), т. е. погрешность составляла $\pm 2,3\%$. Расхождение в результатах измерений размахов килевой и вертикальной качки составляли $\psi = \pm 0,5^\circ$ и $\xi = \pm 2,5$ мм соответственно, т. е. находились в пределах нормы. При этом под размахом понималась двойная амплитуда. Измерения производились при $\lambda/L = 0,75; 1,0; 1,25; 1,50$. Приведенные данные показывают, что применяемые в настоящее время измерительные приборы и методика эксперимента позволяют получать достаточно надежные данные.

В 1963 году на X Международной конференции опытовых бассейнов Сван представил доклад о результатах испытания масштабной серии моделей длиной 1,64, 3,28 и 6,55 м. Данные этих исследований показывают незначительное влияние масштабного эффекта на величины максимальных амплитуд качки. Однако конференция указала на необходимость продолжить работу по сбору сведений о поведении судна и состоянии моря при натурных испытаниях, что должно обеспечить возможность правильного анализа результатов эксперимента и использования этих результатов при сравнении данных испытаний моделей и натурных судов.

Таким образом, в настоящее время проблема уточнения методики оценки масштабного эффекта является одной из наиболее актуальных в моделировании мореходных качеств судна, тем более что характер проводимых экспериментальных исследований непрерывно усложняется. Однако в большинстве случаев моделирование только по числам Фруда и Струхала дает достаточную для практики точность. Известно, что подобие по Рейнольдсу и Веберу в опытовых бассейнах обеспечить невозможно, поэтому в практике

опытовых бассейнов применяется моделирование только по числам Фруда и Струхала, что позволяет пересчитывать полученные результаты на натуру с достаточной для практики точностью.

§ 53. Исследования качки моделей

Исследование качки моделей может производиться как в открытых водоемах, так и в опытовых бассейнах. Возможность проведения испытаний в открытых водоемах в значительной степени зависит от условий погоды. В обычных бассейнах, приспособленных для проведения ходовых испытаний (узкие прямоугольные бассейны), можно проводить испытания на тихой воде или на искусственном волнении при курсовых углах 0 или 180° на ходу, а в остальных случаях только при отсутствии хода. Только специальные бассейны для мореходных испытаний позволяют испытывать модели при любом курсовом угле. Такие бассейны создаются при всех крупных гидродинамических лабораториях. В табл. 9.6 приведены данные по некоторым бассейнам для мореходных испытаний.

Таблица 9.6

Наименование бассейна	Размеры, м	Тип волнопродуктора	Максимальные параметры волн, м	
			Длина	Высота
Фелтен (Англия)	30,5×30,5×2,45	Плунжерный	4,58	0,23
Вагенинген (Голландия)	100×24,5×2,5	Пластинчатый	4,5	0,20
Хаслар (Англия)	120×60×5,5	Плунжерный	6,0	0,30
Им. Д. Тейлора (США)	106,5×76,3×6,1	Пневматический	12,0	0,61
Митака (Япония)	80×80×4,15	Пластинчатый	8,0	0,40

Для создания волн в бассейне в настоящее время применяются три типа волнопродукторов: плунжерный; пластинчатый и пневматический. Наибольшее распространение получил волнопродуктор плунжерного типа, у которого частично погруженное тело, совершая возвратно-поступательные вертикальные перемещения, вызывает волнообразование в бассейне. Регулируя амплитуды и частоту колебаний плунжера, можно получить систему волн различной длины, высоты и частоты. Волнопродукторы создают стабильную систему регулярных волн. Устанавливая секционные

волнопродукторы по двум смежным сторонам бассейна, можно получить системы двухмерных движущихся под любым курсовым углом или нерегулярных волн при синхронной работе волнопродукторов. Такая система установлена, например, в Хасларе. Каждый волнопродуктор состоит из пяти секций.

Типичным пластинчатым волнопродуктором является волнопродуктор «змейного типа» Вагенингенского бассейна, установленный по двум смежным сторонам бассейна. Каждый его элемент создает волну, а сумма элементарных волн образует волну с прямолинейным гребнем, составляющим определенный угол с фронтом образователя. Пластины шириной 0,6 м позволяют путем фазовых изменений менять направление волн от нуля до 90°. Кроме того, в бассейне возможна имитация ветра под любым направлением по отношению к модели. Пластинчатые волнопродукторы не обеспечивают достаточно правильный профиль волны вблизи пластин.

Стоимость пневматического волнопродуктора выше стоимости предыдущих, кроме того, при его использовании появляются трудности в создании относительно крутых волн с отношением $2r_0/\lambda \geq 1/15$. В бассейне Д. Тейлора пневматические волнопродукторы расположены вдоль двух смежных сторон бассейна под прямым углом один к другому. На одной стороне имеется 13 воздуховодов, на другой — 8. Приводы к воздуховодам общей мощностью 2500 л. с. обеспечивают создание волн высотой до 0,6 м и длиной от 0,9 до 12 м. Специальный клапанный механизм позволяет регулировать интенсивность волнообразования. Волнопродуктор может создавать плоские, косые, пространственные регулярные волны. Как показал Е. Ф. Сахно [54], пневматические волнопродукторы по сравнению с волнопродукторами механического типа имеют следующие преимущества:

- высокую точность и регулярность воспроизводимых волн;
- простоту и безынерционность изменения параметров волнения, что обеспечивает возможность получения волн заданной нерегулярности;

- отсутствие «разгона» при введении волнопродуктора в режим волнообразования и при выходе его в режим холостого хода;

- отсутствие движущихся деталей, работающих в воде.

Большое внимание в опытовых бассейнах уделяется поискам эффективных систем волногашения. Отраженные волны могут сильно исказить систему волн в бассейне. В качестве волногасителей используются сетки и пластины, установленные на противоположных к волнопродукторам сторонах бассейна.

Для удовлетворения требованиям динамического подобия модель подвергают статической и динамической тарировке. Статическая тарировка модели состоит в установлении веса и положения центра ее тяжести в соответствии с условиями. Вес модели определяется взвешиванием. Положение центра тяжести может быть определено на плаву с помощью метацентрических формул

стойчивости или же в процессе ее динамической тарировки. Динамическая тарировка модели состоит в установлении момента инерции массы в соответствии с заданными условиями.

Рассмотрим способ определения момента инерции массы модели относительно продольной оси и положения центра тяжести по высоте. Излагаемый способ предложен С. Н. Благовещенским и получил широкое распространение. Модель подвешивают на ножках (см. рис. 9.4) и раскачивают. Используя известное положение о том, что период колебания маятника практически не зависит от амплитуды, измеряют период колебания модели по секундомеру (поправка на период при амплитуде колебания 5° составляет всего около 0,05%). Применяя формулу для периода колебания физического маятника, можно написать

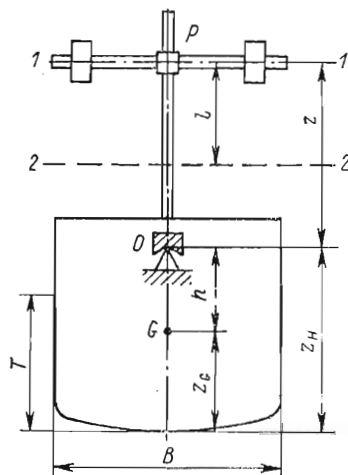


Рис. 9.4

$$\tau_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{Dh_1}}, \quad (9.15)$$

где J_0 — момент инерции массы модели относительно оси качения;

h_1 — расстояние центра тяжести модели от оси качения.

Отсюда находим величину момента инерции

$$J_0 = Dh_1 \left(\frac{\tau_1}{2\pi} \right)^2. \quad (9.16)$$

Момент инерции массы модели относительно оси, проходящей через центр ее тяжести,

$$J_1 = J_0 - \frac{D}{g} h_1^2 = Dh_1 \left[\left(\frac{\tau_1}{2\pi} \right)^2 - \frac{h_1}{g} \right]. \quad (9.17)$$

Переместим груз весом p на расстояние l и замерим новый период колебания модели на ножках τ_2 . Очевидно, для нового момента инерции и положения центра тяжести будет справедливо соотношение

$$J_2 = Dh_2 \left[\left(\frac{\tau_2}{2\pi} \right)^2 - \frac{h_2}{g} \right]. \quad (9.18)$$

При перемещении груза центр тяжести переместится на расстояние $\Delta h = lp/D$, следовательно,

$$h_2 = h_1 + \frac{pl}{D}. \quad (9.19)$$

Момент инерции J_2 может быть представлен выражением

$$J_2 = J_1 - \left[\frac{p}{g} (z + h_1)^2 + i \right] + \\ + \left[\frac{p}{g} (z + h_1 - l)^2 + i \right] - \frac{D}{g} (h_2 - h_1)^2,$$

где i — собственный момент инерции груза p .

После преобразований можно получить

$$J_2 = J_1 - \frac{pl}{g} \left[2(z + h) - l \left(1 - \frac{p}{D} \right) \right]. \quad (9.20)$$

Система (9.17)—(9.20) четырех уравнений содержит четыре неизвестных J_1 ; J_2 ; h_1 и h_2 . Совместное решение дает

$$h_1 = \frac{pl}{D} \frac{(2z - l) \left(\frac{2\pi}{\tau_2} \right)^2 \frac{1}{g} + 1}{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 - 1}. \quad (9.21)$$

Далее можно определить все остальные величины. Зная момент инерции массы модели и положение ее центра тяжести по высоте, несложно подобрать и необходимые значения по условию. Динамическая тарировка модели должна выполняться с большой тщательностью, так как все неточности, допущенные при тарировке, явятся источниками систематической погрешности при дальнейших экспериментах с моделью.

Большое внимание следует уделять тарировке записывающей аппаратуры: проверить в случае необходимости тарировочный график волнопродуктора, установить предельные режимы раскачивающих устройств, проверить все оборудование, необходимое при проведении данного эксперимента. В качестве примера на рис. 9.5 приведен тарировочный график бассейна ЛКИ для волнопродуктора плунжерного типа. С помощью графика экспериментатор, варьируя эксцентриситетом и числом оборотов мотора волнопродуктора, может получить необходимые параметры волнения (высоту и частоту волн соответственно). Регистрация волнения осуществляется волнографом.

Свободная затухающая качка на тихой воде. Наиболее простым и в то же время важным экспериментом является испытание модели на тихой воде без хода. Обработка записи затухающих колебаний модели позволяет определить период собственных колебаний, коэффициент демпфирования качки и момент инерции присоединенной массы воды. С. Н. Благовещенский разработал метод обработки кривых затухающих колебаний с помощью уравнения работ. В дальнейшем метод был развит в работах В. К. Глотова [21] и Ю. И. Фаддеева [69].

Рассмотрим случай бортовой качки. На рис. 9.6 приведена полученная экспериментальным путем кривая затухающих колебаний.

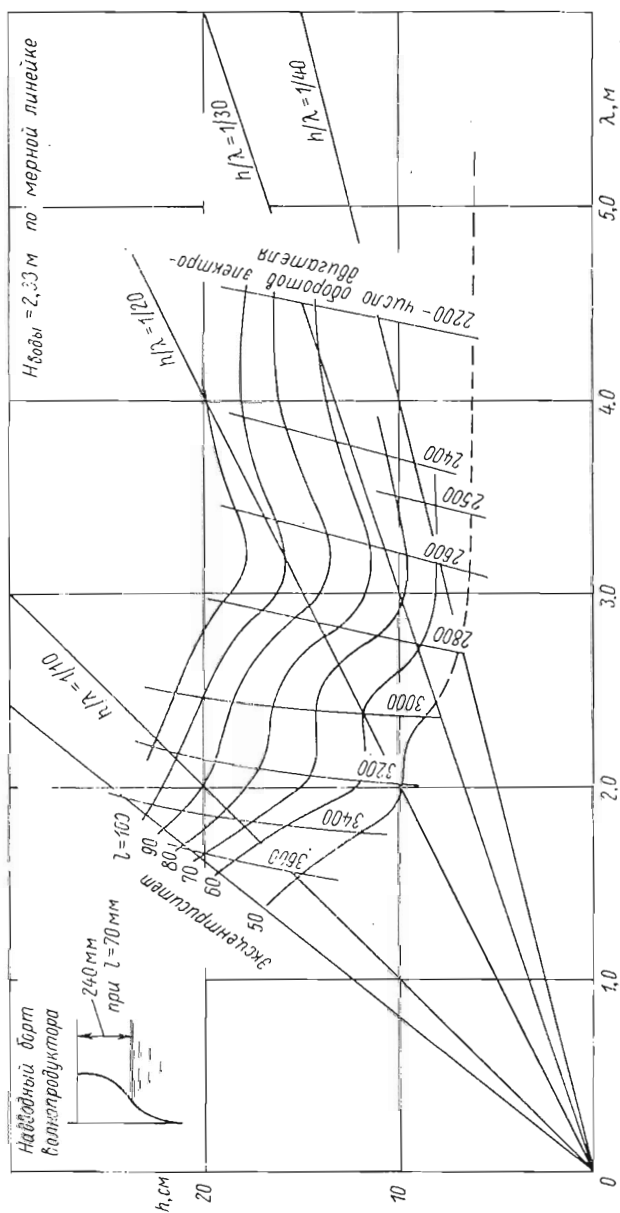


Рис. 9.5

По оси абсцисс отложено время, по оси ординат — угол крена. Период собственных колебаний судна T_θ может быть непосредственно снят с графика. Рассмотрим участок кривой затухающей качки на протяжении одного размаха, амплитуда которого в начальный момент равна θ_i (точка A), а в конце размаха θ_{i+1} (точка C). Ввиду малости сопротивления считаем, что обе амплитуды не сильно отличаются друг от друга. Будем предполагать, что амплитуды малые. Дифференциальное уравнение линейной затухающей качки при сделанных допущениях имеет вид

$$J_1 \ddot{\theta} + 2N \dot{\theta} + Dh_0 \theta = 0. \quad (9.22)$$

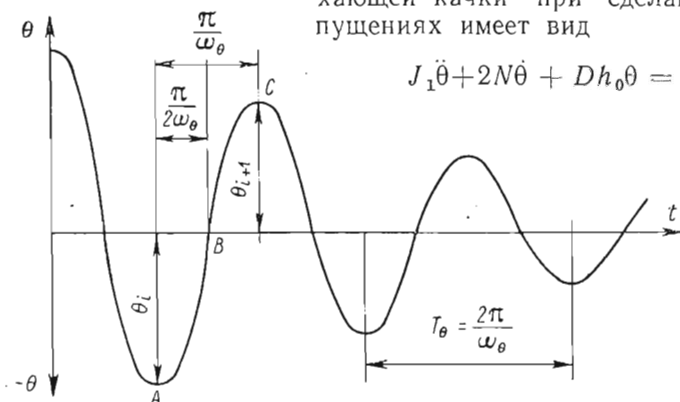


Рис. 9.6

Величина $\ddot{\theta}$ может быть преобразована к виду

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}.$$

Подставим полученное выражение в первый член уравнения (9.22) и составим выражение для работ всех сил, действующих на модель на протяжении рассматриваемого размаха

$$\frac{1}{2} J_1 (\dot{\theta}_{i+1}^2 - \dot{\theta}_i^2) - 2N \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta - Dh_0 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \theta d\theta = 0. \quad (9.23)$$

Так как в начале и в конце размаха угловые скорости равны нулю, то первый член уравнения превратится в нуль. Вычисление последнего интеграла не представляет трудности:

$$Dh_0 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \theta d\theta = \frac{1}{2} Dh_0 (\theta_{i+1}^2 - \theta_i^2). \quad (9.24)$$

Учитывая, что

$$\theta_{cp} = \frac{\theta_i + \theta_{i+1}}{2} \text{ и } \theta_i - \theta_{i+1} = \Delta\theta,$$

получаем

$$(\theta_{i+1}^2 - \theta_i^2) = (\theta_{i+1} + \theta_i)(\theta_{i+1} - \theta_i) = -2\theta_{cp}\Delta\theta$$

и окончательно

$$Dh_0 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta = -Dh_0\theta_{cp}\Delta\theta. \quad (9.25)$$

Для вычисления интеграла $\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta$ примем приближенное выражение для θ . Известно, что функциональная зависимость θ от времени хорошо аппроксимируется гармонической зависимостью вида

$$\theta = \theta_0 \cos nt. \quad (9.26)$$

Поэтому примем следующие приближенные выражения для θ на участке AB , где $0 \leq t \leq \pi/2n$ (здесь принято $n = \omega_\theta$):

$$\theta_I = -\theta_i \cos nt;$$

на участке BC , где $\pi/2n \leq t \leq \pi/n$, причем отсчет времени ведется от точки B :

$$\theta_{II} = \theta_{i+1} \sin nt.$$

В соответствии с принятыми приближенными выражениями вычисляемый интеграл может быть разбит на два интеграла:

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta = \int_{\theta_i}^0 \dot{\theta} d\theta + \int_0^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta. \quad (9.27)$$

Произведем подстановку, заменим пределы интегрирования и получим

$$\begin{aligned} \int_{\theta_i}^0 \dot{\theta} d\theta &= \int_0^{\pi/2n} \theta_i^2 n \sin^2 nt \, dt = \\ &= \theta_i^2 n \left[\frac{nt}{2} - \frac{\sin 2nt}{4} \right]_0^{\pi/2n} = \theta_i^2 n \left(\frac{\pi}{4} \right); \\ \int_0^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta &= \int_{\pi/2n}^{\pi/n} \theta_{i+1}^2 n \cos^2 nt \, dt = \\ &= \theta_{i+1}^2 n \left[\frac{nt}{2} + \frac{\sin 2nt}{4} \right]_{\pi/2n}^{\pi/n} = \theta_{i+1}^2 n \left(\frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

Окончательно получаем

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dot{\theta} d\theta = \frac{\pi}{4} n (\theta_i^2 + \theta_{i+1}^2). \quad (9.28)$$

Коэффициент пропорциональности момента сопротивления равен

$$2N = \frac{4 D_{\theta_0}^2 \theta_{\text{ср}} \Delta \theta}{\pi n (\theta_i^2 + \theta_{i+1}^2)}; \quad (9.29)$$

коэффициент гашения бортовой качки

$$2\bar{v}_0 = \frac{2N}{J_{1n}} = \frac{4}{\pi} \frac{\theta_{\text{ср}} \Delta \theta}{(\theta_i^2 + \theta_{i+1}^2)}. \quad (9.30)$$

Иногда пользуются более простой формулой

$$2\bar{v}_0 = \frac{2}{\pi} \frac{\Delta \theta}{\theta_{\text{ср}}}, \quad (9.31)$$

которая получается после замены $\theta_i^2 + \theta_{i+1}^2 \cong 2\theta_{\text{ср}}^2$.

Точность вычисления по формулам (9.29)–(9.31) определяется в основном величиной $\Delta \theta$, представляющей собой малую разность. Поэтому за расчетные значения $\Delta \theta$ следует принимать разности $\Delta \theta =$

$= \theta_i - \theta_{i+1}$, исправленные графическим путем (рис. 9.7).

В. К. Глотов [21] предложил упростить расчет, преобразовав формулу (9.30) к виду

$$2\bar{v}_0 = \frac{4}{\pi} \frac{\left(\theta_i - \frac{\Delta \theta}{2}\right) \Delta \theta}{\theta_i^2 + (\theta_i - \Delta \theta)^2}. \quad (9.32)$$

Для этой формулы им составлен график (см. рис. 9.8). Если затухание мало и амплитуды θ_i и θ_{i+1} снимаются через период, то рис. 9.8 следует пользоваться полагая $\Delta \theta = 1/2 (\theta_i - \theta_{i+1})$. Расчетная таблица при использовании формулы (9.32) будет иметь очень простой вид (табл. 9.7).

Таблица 9.7

θ_i	$\Delta \theta$	$(\Delta \theta)_{\text{испр}}$	$2\bar{v}$ (по графику рис. 9.8)	$\theta_{\text{ср}}$
15	4	4,2	0,190	13
11		2,8	0,183	9,5
8				

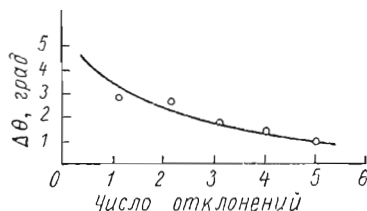


Рис. 9.7

В случае больших колебаний момент сил сопротивления является квадратичной функцией от угла крена. Для безразмерного коэффициента квадратичного сопротивления Ю. И. Фаддеев предложил следующую формулу [69]:

$$k = \frac{3 \Delta\theta [1 + G(p)]}{4\theta_c^2 \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_c} \right)^2 \right]}, \quad (9.33)$$

где θ_c — средняя амплитуда затухающих колебаний на полупериоде;

$G(p)$ — функция, определяемая по графику (рис. 9.9).

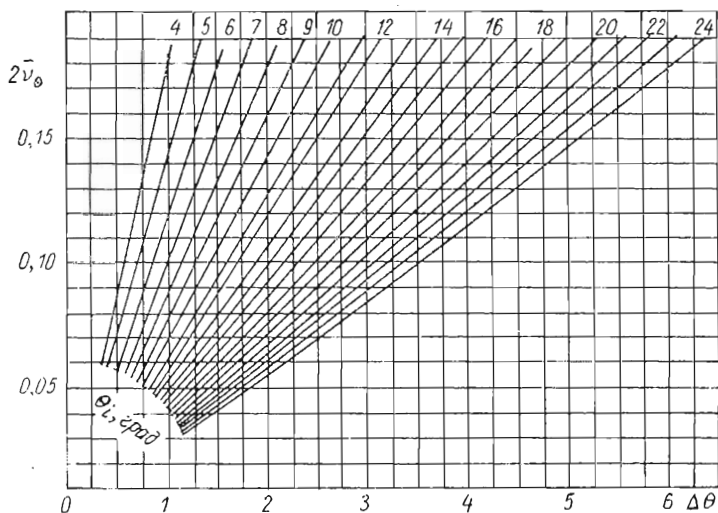


Рис. 9.8

При малых относительных затуханиях $\left(\frac{\Delta\theta}{\theta_c} \right)^2 \ll 1$ функцией $G(p)$ и членом $\frac{3}{4} \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_c} \right)^2$ можно пренебречь, получив упрощенную формулу

$$k = \frac{3}{4} \frac{\Delta\theta}{\theta_c^2}.$$

Переход от коэффициента k к безразмерному коэффициенту линейного сопротивления $2\bar{\nu}_0$ может быть произведен с помощью приближенной зависимости, выведенной на основе применения энергетического метода

$$2\bar{\nu}_0 = \frac{8}{3\pi} \theta_c k. \quad (9.34)$$

При испытаниях моделей с большой относительной площадью килей закон изменения момента сил сопротивления близок к чисто квадратичному. В этом случае момент сил сопротивления

$$M(\dot{\theta}) = k(J + \Delta J) \dot{\theta} |\dot{\theta}|, \quad (9.35)$$

где k определяется по формуле (9.33) (значение $|\dot{\theta}|$ берется, чтобы сохранить знак момента, соответствующий $\dot{\theta}$).

Для определения момента инерции присоединенной массы воды при малых амплитудах качки достаточно знать метацентрическую высоту протарированной модели и период колебаний на тихой воде

$$T_{\theta} = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{Dh_0}},$$

отсюда

$$J_1 = \left(\frac{T_{\theta}}{2\pi}\right)^2 Dh_0$$

и момент инерции присоединенной массы воды

$$\Delta J = J_1 - J,$$

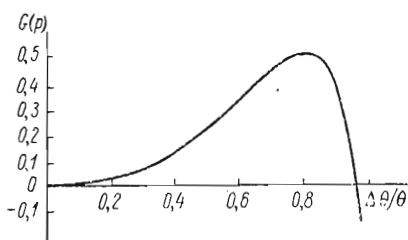


Рис. 9.9

где величина J определяется по данным динамической тарировки. Приведенная методика не учитывает влияния сопротивления на период собственных колебаний, поскольку влияние сопротивления на период качки практически ничтожно. Расхождение составляет около 0,5%, в то время как современная техника эксперимента позволяет определять присоединенный момент инерции с точностью 10—15%.

Вынужденная качка на тихой воде. Метод вынужденной качки является единственно возможным для килевой и вертикальной качки при определении коэффициента сопротивления качки на тихой воде вследствие сильного гашения этих видов качки при свободных колебаниях. Широкой известностью пользуются опыты, проведенные М. Д. Хаскиндом и И. С. Риманом [78] в 1946 году, по исследованию килевой и вертикальной качки моделей методом вынужденных колебаний на тихой воде. Метод вынужденных бортовых колебаний на тихой воде для определения коэффициента сопротивления бортовой качке был применен А. Н. Холодилиным в 1954 году [80] и получил достаточно широкое распространение, хотя, несомненно, метод свободных колебаний проще.

Запишем дифференциальное уравнение вынужденной бортовой качки модели на тихой воде в виде

$$J_1 \ddot{\theta} + 2N\dot{\theta} + Dh_0 \theta = M_m \sin \sigma t, \quad (9.36)$$

где M_m — амплитуда кренящего момента, создаваемого раскачивающим устройством, $\text{кг} \cdot \text{см}$;

σ — частота возмущающего момента, $1/\text{сек}$.

Общее решение дифференциального уравнения определяет свободные колебания модели и имеет вид

$$\theta_{\text{общ}} = e^{-\nu t} (C_1 \cos nt + C_2 \sin nt),$$

где C_1 и C_2 могут быть определены из начальных условий.

Свободные колебания быстро погашаются, и модель испытывает вынужденные колебания, которые определяются частным решением уравнения (9.36) вида

$$\theta = \theta_m \sin(\sigma t - \varepsilon) = \theta_m \sin \sigma t \cos \varepsilon - \theta_m \cos \sigma t \sin \varepsilon. \quad (9.37)$$

Разделив все члены уравнения (9.36) на J_1 , получим

$$\ddot{\theta} + 2\nu_0 \dot{\theta} + n^2 \theta = \frac{M_m}{J_1} \sin \sigma t. \quad (9.38)$$

Взяв первую и вторую производные выражения (9.37), подставим их в уравнение (9.38). Приравняв в полученном уравнении порознь коэффициенты при $\sin \sigma t$ и $\cos \sigma t$, получим систему двух уравнений

$$\theta_m (-\sigma^2 \cos \varepsilon + 2\nu_0 \sigma \sin \varepsilon + n^2 \cos \varepsilon) = \frac{M_m}{J_1}; \quad (9.39)$$

$$\theta_m (\sigma^2 \sin \varepsilon + 2\nu_0 \sigma \cos \varepsilon - n^2 \sin \varepsilon) = 0.$$

Решив систему (9.39) относительно $2\nu_0$ и J_1 , получим

$$2\nu_0 = \frac{M_m \sigma \sin \varepsilon}{\left(Dh_0 - \frac{M_m}{\theta_m} \cos \varepsilon \right) \theta_m}; \quad (9.40)$$

$$J_1 = \frac{Dh_0 - \frac{M_m}{\theta_m} \cos \varepsilon}{\sigma^2}, \quad (9.41)$$

где θ_m — амплитуда колебания; ε — фаза запаздывания крена модели относительно действующего кренящего момента; θ_m и ε определяются в процессе эксперимента.

Формулы (9.40) и (9.41) значительно упрощаются для случая резонанса, когда $\sigma = n$ и $\varepsilon = 90^\circ$. В этом случае формулы для момента инерции при свободных и вынужденных колебаниях совпадают:

$$J_1 = \frac{Dh_0}{n^2}, \quad (9.42)$$

а формула для безразмерного коэффициента $2\bar{\nu}_0 = \frac{2\nu_0}{\sigma}$ приобретает простой вид

$$2\bar{\nu}_0 = \frac{M_m}{Dh_0 \theta_m}. \quad (9.43)$$

Полученная формула совпадает с формулой, выведенной из укороченного уравнения бортовой качки на волнении. Амплитуда возмущающего момента равна $M_m = \alpha_m D h_0$. Подставив это значение в выражение (9.43), получим

$$\frac{\theta_m}{\alpha_m} = \frac{1}{2\bar{\nu}_0},$$

что соответствует случаю резонанса на регулярном волнении.

Таким образом, пользуясь методом вынужденных колебаний, можно определить присоединенный момент инерции и коэффициент сопротивления при бортовой качке корабля.

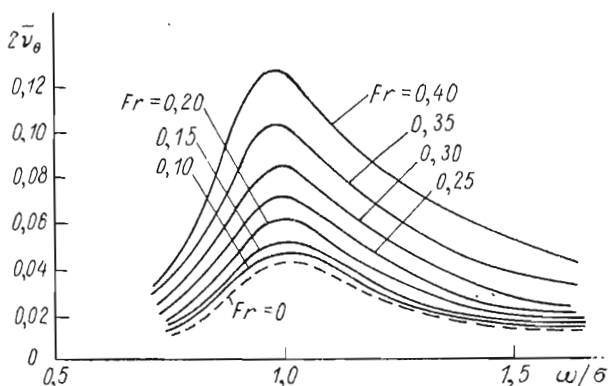


Рис. 9.10

Проведенные в 1954 году в опытовом бассейне ЛКИ серийные испытания [80] показали, что может иметь место расхождение в значениях коэффициента сопротивления качки, определенного методом свободных и вынужденных колебаний. Это объясняется разной системой вихреобразования при свободных и вынужденных колебаниях. В гидродинамической лаборатории МГУ были проведены испытания вынужденного колебания крыла в водяном потоке. Наблюдения показали, что за крылом образуется цепочка дискретных вихрей, похожая на кармановскую дорожку, но с обратным направлением вращения. Опыты, проведенные со свободными колебаниями, дают дискретные вихри с тем же направлением вращения, что и в дорожке Кармана. В настоящее время считается, что разность в коэффициентах незначительна.

Известно, что коэффициенты гашения качки нельзя считать величиной постоянной; их следует рассматривать как функцию частоты и амплитуды качки.

На рис. 9.10 приведены данные испытания одной из моделей судна в ЛКИ; как видно из рисунка, коэффициент $2\bar{\nu}_0$ зависит от

частоты качки и относительной скорости хода модели (Fg). Однако расчет качки с постоянным коэффициентом сопротивления дает достаточную для инженерных расчетов точность, поэтому зависимость $2\bar{v}_0$ от частоты и амплитуды, как правило, не учитывается, а влияние скорости учитывается постоянной добавкой.

В настоящее время применяются следующие типы раскачивающих устройств: гироскопический, вращающийся твердый груз, бортовые рули. У гирокренографа прецессионное вращение приводит к возникновению гироскопического момента. Возмущающий момент, равный гироскопическому кренящему моменту, определяется приближенной зависимостью

$$M = Jn\sigma \sin \beta \sin \sigma t, \quad (9.44)$$

где J — аксиальный момент инерции ротора, $г \cdot см \cdot сек^2$;

β — установочный угол ($\sin \beta$ может принимать значения 1,0; 0,9; 0,8; 0,7, соответственно чему меняется амплитуда возмущающего момента).

Бортовая качка модели на тихой воде сопровождается килевой качкой и рысканием. И то, и другое оказывает влияние на гироскопический возмущающий момент, возбуждающий бортовую качку модели. Поэтому действительный закон возмущающего момента несколько отличается от синусоидального. Однако эти дополнительные виды движения, как и возбуждаемые кренящие моменты, малы и большей частью их практически можно не учитывать. Поэтому дифференциальное уравнение бортовой качки модели на тихой воде может быть записано в виде

$$J_1 \ddot{\theta} + 2N\dot{\theta} + Dh_0\theta = Jn\sigma \sin \beta \sin \sigma t. \quad (9.45)$$

Гирораскачиватель требует стабилизации напряжения, так как даже незначительные колебания напряжения подаваемого тока приводят к заметным изменениям амплитуды кренящего момента.

Механическая качалка с одним вращающимся грузом вызывает изменения момента инерции массы модели, а на режимах больших (зарезонансных) частот работает неустойчиво, давая диаграммы биения, вызванные самыми незначительными и не поддающимися точному учету причинами. Сложность получаемого уравнения исключает возможность четкого анализа полученных в простом виде данных. Кроме того, влияние качалки с одним грузом на момент инерции модели и ее устойчивость ограничивают сферу применения этого способа раскачивания.

Как пример использования механической качалки с двумя грузами рассмотрим единственные в своем роде испытания модели с вынужденными продольными колебаниями [36]. Авторы эксперимента провели модельные испытания при килевой и продольно-горизонтальной качке на тихой воде способом вынужденных колебаний, когда раскачиватель расположен на самой модели. Раскачиватель механического типа с двумя грузами (рис. 9.11).

Электродвигатель вращает в противоположных направлениях две горизонтальные штанги, закрепленные на вертикальных соосных контрвращающихся валах. На штангах с помощью хомутиков закреплены свинцовые грузы. Веса грузов раскачивателя p_1 и p_2 и их плечи l_1 и l_2 подбирают так, чтобы не возникла бортовая качка ($p_1 l_1 = p_2 l_2$); оси горизонтальных штанг при их вращении одновременно проходят ДП. Примем за начало координат центр тяжести модели; ось O_ξ направлена горизонтально в направлении движения судна, ось O_ζ — вертикально вниз, а ось O_η перпендикулярна им и направлена в сторону правого борта. Система координат

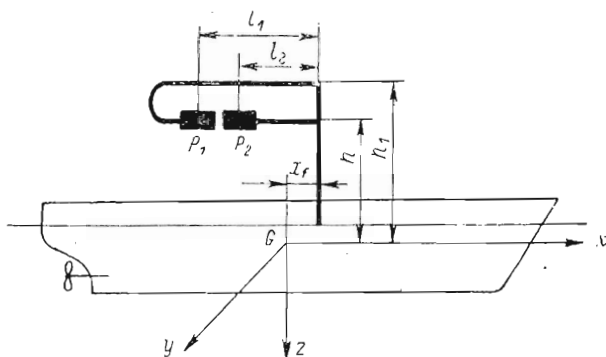


Рис. 9.11

нат $Gxyz$ связана с моделью и в начальный момент совпадает с указанной выше системой. Запишем выражения для сил и моментов, действующих со стороны раскачивателя на модель, пренебрегая гироскопическим эффектом и полагая синусы малых углов равными их значениям, а косинусы — равными единице:

$$M_\xi = M_\zeta = R_\eta = 0;$$

$$R_\xi = -2pl \frac{\sigma^2}{g} \cos \sigma t;$$

$$R_\zeta = 2pl \frac{\sigma^2}{g} \psi \cos \sigma t;$$

$$\begin{aligned} M_\eta = M_y = 2pl \left[1 + \frac{\sigma^2 h}{g} \left(1 + \frac{\Delta h}{2h} \right) \right] \cos \sigma t + \\ + p_2 h \left[1 + \frac{p_1}{p_2} \left(1 + \frac{\Delta h}{h} \right) \right] \psi - (p_1 + p_2) x_f. \end{aligned} \quad (9.46)$$

где

$$\Delta h = \frac{p_{1ш} l_{1ш} (h_1 - h)}{p l};$$

$p_{1ш}, l_{1ш}$ — вес верхней штанги и ее длина;

σ — круговая частота, 1/сек;

$p l = p_1 l_1 = p_2 l_2$ — статический момент раскачивателя;

$x f$ — расстояние оси вращения штанг от ЦТ модели;

ψ — угол дифферента.

При работе раскачивателя меняется момент инерции массы модели относительно $O_y (J_y)$. Однако у описанного выше раскачивателя конструктивные характеристики подобраны с таким расчетом, что периодическая часть момента инерции составляет менее 4% от постоянного, что дает возможность не учитывать ее и ограничиться введением постоянных коэффициентов в уравнения качки. Полученные выражения могут быть использованы при составлении уравнений вынужденной качки модели.

В качестве раскачивающего устройства во многих бассейнах применяют бортовые рули. Бортовые рули дают возможность получить устойчивые характеристики качки на широком диапазоне частот, включая резонанс. При установке на модели двух пар рулей их можно использовать для создания вынужденной бортовой или килевой качки.

Экспериментальная установка, созданная в бассейне ЛКИ в 1952 году, состоит из электродвигателя, располагаемого в средней части модели, двух шлицевых валиков с подшипниками, передающими вращательное движение двигателя на два механических преобразователя вращательного движения валика во вращательно-колебательные движения баллеров рулей. Установка позволяет независимо изменять угол перекладки каждой пары рулей от нуля до $\pm 25^\circ$.

Кормовая пара рулей может быть установлена на любой фазовый угол, который замеряется по шкале, нанесенной на муфте у электродвигателя (при работе в противофазе рули вызывают килевую качку модели). При монтаже устройства на модели возможно любое независимое расположение каждой пары рулей относительно миделя; угол наклона баллера руля относительно ДП устанавливается по желанию экспериментатора от нуля до 90° . Частота колебания рулей регулируется величиной силы тока, кроме того, устройство предусматривает возможность переключения вращения валиков на различные шестерни редуктора двигателя (разница в передаточном отношении составляет 2,7). Период перекладки рулей может изменяться от 0,3 до 3,5 сек. На рис. 9.12 показана фотография модели, оборудованной бортовыми рулями, а на рис. 9.13 — фотография самих рулей. Профиль руля был выполнен по профилю бортового руля лайнера *Хусан*. Относитель-

ное удлинение равно единице. Расчет раскачивающего момента рулей производится аналогично расчету бортовых стабилизирующих рулей (см. главу VIII, § 47).

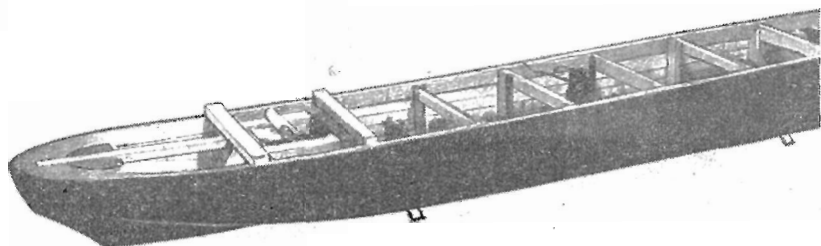


Рис. 9.12

К недостаткам рулей как раскачивающего устройства следует отнести, во-первых, зависимость эффективности рулей от скорости хода модели, во-вторых, дополнительный эффект демпфирования самих рулей.

Качка на волнении. Экспериментальное изучение качки моделей на волнении может преследовать ряд задач:

- построение амплитудного графика качки, который используется, в частности, как передаточная функция при расчете качки на нерегулярном волнении;

- определение потери скорости хода на волнении;

- оценка характера заливаемости палубы;

- установление опасных условий плавания с точки зрения возможности потери устойчивости на волнении;

- анализ влияния главных размерений и характера обводов корпуса на характеристики качки и мореходности;

- оценка влияния скуловых килей, бортовых рулей и т. д. на качку модели;

- определение общего изгибающего момента и местных напряжений при качке.

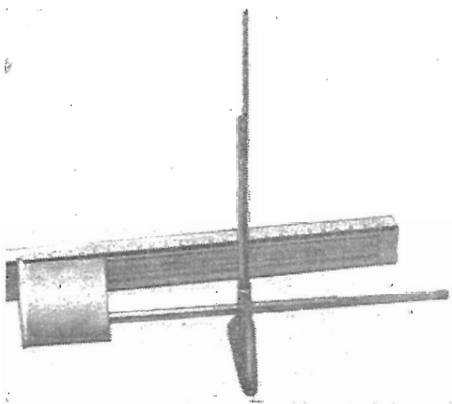


Рис. 9.13

Построение амплитудного графика является сравнительно простым, но трудоемким экспериментом. Тщательно оттарированная модель многократно испытывается при различных параметрах волнения. Частоты волнения следует изменять с таким



Рис. 9.14

расчетом, чтобы охватить во время испытания зону резонансной качки модели. На рис. 9.14 приведен образец амплитудного графика по данным испытания модели океанографического судна *Агор* [91]. Судно имеет водоизмещение 1290 т, $L = 63,5$ м, $B = 11,3$ м, $T = 4,3$ м, $h = 0,67$ м; период собственных бортовых колебаний 10,2 сек. Испытания бортовой качки на регулярном волнении проводились для голого корпуса, для корпуса с боковыми килями и корпуса с боковыми килями и пассивными успокоительными цистернами.

Модель выполнена в масштабе 1/25. На рис. 9.14 по оси ординат отложен коэффициент динамичности (отношение амплитуд угла крена и угла волнового склона), по оси абсцисс — частота колебания модели и судна. Судно расположено лагом к волне и испытывает чисто бортовую качку. В данной работе принята обычная методика построения амплитудного графика, когда экспериментатор проводит се-

рию испытаний модели на регулярном волнении. Испытания проводятся на различных параметрах волнения. Поскольку каждый отдельный опыт обычно дублируется, то для построения одной кривой амплитудного графика приходится проводить от 30 до 50 опытов. Только в этом случае мы сможем получить достаточно надежную кривую амплитудного графика, который в дальнейшем может быть использован в качестве переда-

точной функции при расчетах качки на нерегулярном волнении.

В настоящее время общепризнано, что наиболее достоверным способом определения передаточной функции являются эксперименты с моделями. Однако, как было показано выше, эти эксперименты, состоящие в последовательных испытаниях модели на регулярных волнах различной длины, требуют много времени и являются весьма трудоемкими. А. Ш. Афремов, И. К. Бородай и А. И. Вознесенский [3] предложили оригинальный метод определения передаточных функций качки судов путем испытаний моделей на кратковременном неустановившемся волнении, что позволяет значительно сократить объем экспериментальной работы. Экспериментальное получение передаточной функции качки судна осуществляется путем однократного испытания модели на двухмерном волнении, возбуждаемом работой волнопродуктора в течение ограниченного промежутка времени.

Записи процессов волнения $\eta(t)$ и качки $\xi(t)$ являются исходными данными для определения передаточной функции качки модели $\Phi_\xi(\sigma)$

$$|\Phi_\xi(\sigma)| = \frac{\int_0^\infty \xi(t) e^{-i\sigma t} dt}{\int_0^\infty \eta(t) e^{-i\sigma_k t} dt} e^{ikx_0}, \quad (9.47)$$

где $\eta(t)$ — ординаты высот установившихся волн на достаточном удалении от волнопродуктора;

σ — частота волны (1/сек);

$k = \sigma^2/g$ — частота формы волны;

x_0 — абсцисса, характеризующая положение волнографа относительно модели;

$\sigma_k = |\sigma - vk \cos \varphi|$ — кажущаяся частота (для качки модели без хода $\sigma_k = \sigma$);

v — скорость модели;

φ — курсовой угол судна по отношению к направлению распространения волн.

Формула (9.47) получена из известного соотношения Хинчина. Здесь спектры процессов волнения и качки соответственно равны

$$S_\eta(\sigma_k) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \eta(t) e^{-i\sigma_k t} dt;$$

$$S_\xi(\sigma) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \xi(t) e^{-i\sigma t} dt.$$

Ординаты установившихся волн на достаточном удалении x от волнопродуктора описываются соотношением

$$\eta(t, x) = \eta_0 \sin(\sigma t - kx),$$

где η_0 — амплитуда (полувысота) волны.

Выражение e^{ikx_0} учитывает положение волнографа относительно расчетной точки модели при качке.

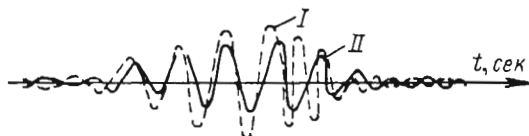


Рис. 9.15

Несколько осложняется вычисление $\Phi_{\xi}(\sigma)$ на попутном волнении. В этом случае испытания повторяются трижды при несколько отличающихся один от другого законах работы волнопродуктора. Троекратное повторение испытаний и замеры волнения в трех точках позволяют составить систему линейных

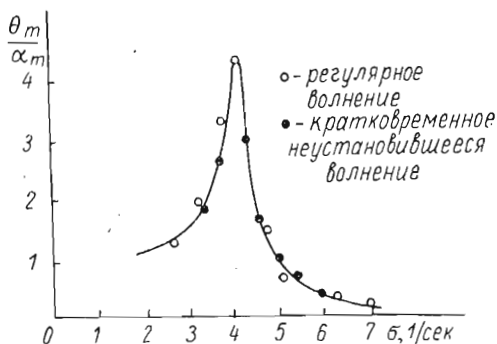


Рис. 9.16

уравнений, решение которой дает формулы для расчета передаточных функций. На рис. 9.15 приведена осциллограмма с записями бортовой качки (кривая II) и профиля волны (кривая I) при испытании модели, расположенной лагом к волне без хода. Сравнение результатов испытаний модели на регулярном волнении и кратковременном неустойчивом волнении дано на рис. 9.16.

Рассмотренный метод применим при произвольном характере работы волнопродуктора, однако необходимая точность вычисления передаточной функции может быть обеспечена лишь в случае достаточно интенсивного волнения. Кроме того, к форме спектра волновых ординат предъявляются следующие требования: максимум спектра должен приходиться на середину исследуемого диапазона частот; в исследуемом диапазоне ординаты спектра должны быть величинами одного порядка (спектр волнения должен быть шире исследуемого диапазона частот). Первое требование удовлетворяется, если частота работающего по периодическому закону волнопродуктора близка к частоте,

находящейся в середине исследуемого диапазона. Достаточная ширина спектра обеспечивается кратковременностью работы волнопродуктора. Ширина спектра будет максимальной, если время работы волнопродуктора бесконечно мало.

Изложенный способ может быть применен для получения передаточных функций качки. Особенно целесообразно его использование в тех случаях, когда определение передаточных функций производится для серии из большого числа моделей. Необходимое для испытаний моделей неустановившееся волнение может быть получено в бассейне при кратковременной работе волнопродуктора обычного типа, предназначенного для генерирования правильных волн. Аналогичные предложения по рас-

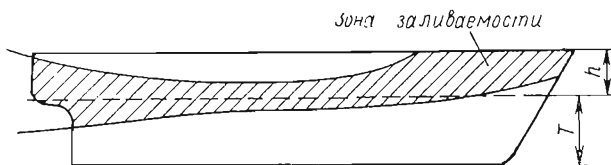


Рис. 9.17

чету качки на неустановившемся волнении сделаны и американскими учеными [91].

Рассмотрим экспериментальные работы по заливаемости. Оценку заливаемости обычно производят при ходе модели вразрез волне. Фотометодом или визуальным наблюдением фиксируют верхнюю и нижнюю границы заливаемости и оголения носовой оконечности. Полученные результаты наносят на график или на чертеж проекции на ДП (рис. 9.17).

При испытании модели на нерегулярном волнении в мореходном бассейне расчет вероятностных характеристик проводится по следующей схеме. Предположим для простоты, что спектры вертикальной и килевой качки независимы и определяются выражениями

$$S_{\xi}(\sigma) = |\Phi_1(\sigma_k)|^2 S(\sigma); \quad (9.48)$$

$$S_{\psi}(\sigma) = |\Phi_2(\sigma_k)|^2 S(\sigma), \quad (9.49)$$

где Φ_1 и Φ_2 — передаточные функции вертикальной и килевой качки соответственно;

$S(\sigma)$ — спектр волнения.

Введем выражение $\rho(t)$ (рис. 9.18):

$$\rho(t) = \zeta_b(l, t) - z_G(t) - h\psi(t). \quad (9.50)$$

Очевидно, что заливаемость палубы у форштевня будет иметь место, если

$$|-\rho(t)| > | -h |, \quad (9.51)$$

а оголение днища носовой оконечности, если

$$\rho(t) > T. \quad (9.52)$$

Поскольку $\rho(t)$ является линейной комбинацией ординат волны и положения точки A в носовой оконечности модели судна, то корреляционная функция может быть записана в виде

$$K[\rho(t)\rho(t+\tau)] = \int_0^\infty \cos \sigma_k \tau |\Phi|^2 S(\sigma) d\sigma. \quad (9.53)$$

По теореме Хинчина спектр процесса $\rho(t)$ запишется в виде

$$S_\rho(\sigma) = |\Phi|^2 S(\sigma), \quad (9.54)$$

где $|\Phi|^2 = \left| e^{i\sigma^2 \frac{l}{g}} - \Phi_1(\sigma_k) - l\Phi_2(\sigma_k) \right|^2$ — передаточная функция — оператор заливаемости носовой оконечности.

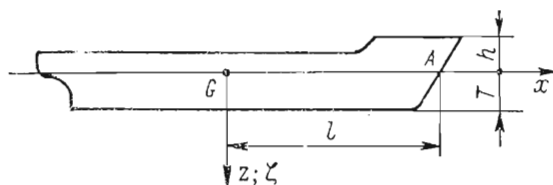


Рис. 9.18

Согласно эргодической теореме промежуток времени, когда $|\rho(t)| > |h|$ (для любой реализации), равен вероятности $|\rho(t)| > |h|$ для любого фиксированного времени. Эта вероятность выражается через интеграл вероятности зависимости

$$P\{\rho(t) > h\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{h/\sigma_\rho}^\infty e^{-\frac{1}{2}m^2} dm, \quad (9.55)$$

где $\sigma_\rho^2 = \int_0^\infty |\Phi|^2 S(\sigma) d\sigma$ представляет собой дисперсию исходного процесса.

Приведем в качестве примера данные натурных испытаний судна типа *Маринер* ($\delta = 0,624$, $L = 161,5$ м; $B = 23,2$ м, $T = 9,1$ м). Испытания проводились при 7-балльном волнении и значительной высоте волн, равной 9,5 м. Судно шло вразрез волне со скоростью хода 10 узл. Замерялось число наступлений событий в течение 30 минут. В табл. 9.8 приведены данные замеров и расчета для трех условий загрузки (см. табл. 9.8) [103].

Проектировщиков интересует влияние судового корпуса и особенно формы носовой оконечности на поведение судна на

Характеристики	Загрузка		
	порожнем	средняя	полная
Осадка, м	5,2	7,2	9,1
Слемминг:			
расчет	60	30	12
наблюдения	66	40	16
Заливаемость носа:			
расчет	8	17	29
наблюдения	4	12	34
Высота надводного борта на носовом перпендикуляре, м	15,1	13,1	11,2

взволнованной поверхности моря. В связи с этим многие исследователи проводили систематические исследования в опытовых бассейнах. Рассмотрим результаты экспериментальных исследований моделей 60 серий с U-образными (рис. 9.19, а) и V-образными (рис. 9.19, б) шпангоутами [113].

Результаты испытаний показывают (рис. 9.20), что модель с U-образными шпангоутами (кривая I) имеет сильную вертикальную и килевую качку и, следовательно, большие вертикальные перемещения носовой оконечности. Относительное движение носовой оконечности влияет на возможность возникновения слемминга и заливаемости палубы.

Для случая движения судна по волнам короче длины судна предпочтительнее иметь U-образные обводы. Изменение амплитуд качки невелико, а относительное движение носовой оконечности, упор и изгибающий момент существенно уменьшаются в случае U-образных обводов. Для больших грузовых судов и пассажирских лайнеров U-образная форма предпочтительнее. Для судов, плавающих при длинах волн, превышающих длину судна (т. е. для коротких судов), V-образная форма предпочтительнее (кривая II). Выигрыш в упоре будет незначительный в этой зоне, а изгибающий момент не играет большого значения для коротких судов, в то же время относительное движение и амплитуды колебаний уменьшаются.

Трудность оценки масштабного эффекта и отсутствие общепринятых критериев, оценивающих заливаемость, в какой-то степени усложняет сопоставление результатов, полученных в раз-

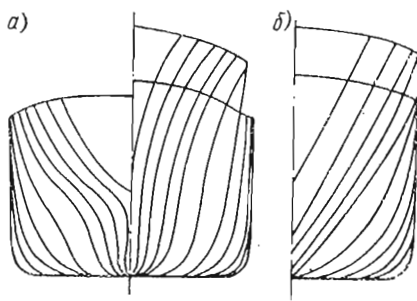


Рис. 9.19

личных опытовых бассейнах. Впервые обобщенные параметры для оценки заливаемости предложил Р. Ньютон [101]. Опыты, проведенные в ЛКИ [2], показали целесообразность введения других параметров, более полно учитывающих особенности формы корпуса, а именно

$$F_1 = \frac{2r_0}{h_{\text{эКВ}}} \frac{L}{\lambda} \frac{\psi_m}{\alpha_0}; \quad (9.56)$$

$$T_1 = \frac{\lambda}{v + c} \frac{1}{T_{\text{соб}}}, \quad (9.57)$$

где $h_{\text{эКВ}}$ — эквивалентная высота надводного борта, вычисляемая как высота надводного борта на четвертом теоретическом шпангоуте;

α_0 — угол волнового склона;

λ — длина волны;

$2r_0$ — высота волны;

ψ_m — амплитуда килевой качки;

L — длина модели;

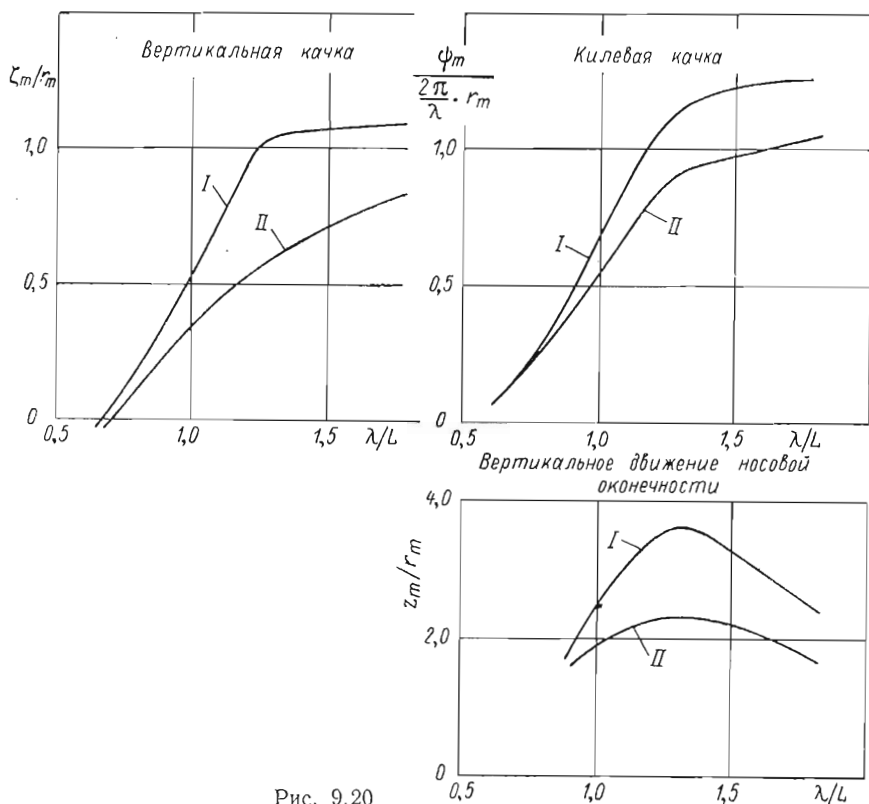


Рис. 9.20

$T_{\text{соб}}$ — экспериментально замеренный период собственных продольных колебаний на тихой воде;

v — средняя скорость модели;

c — скорость перемещения профиля волны.

На рис. 9.21 приведены результаты испытаний трех моделей судов в опытовом бассейне ЛКИ (кривая I — модель судна типа

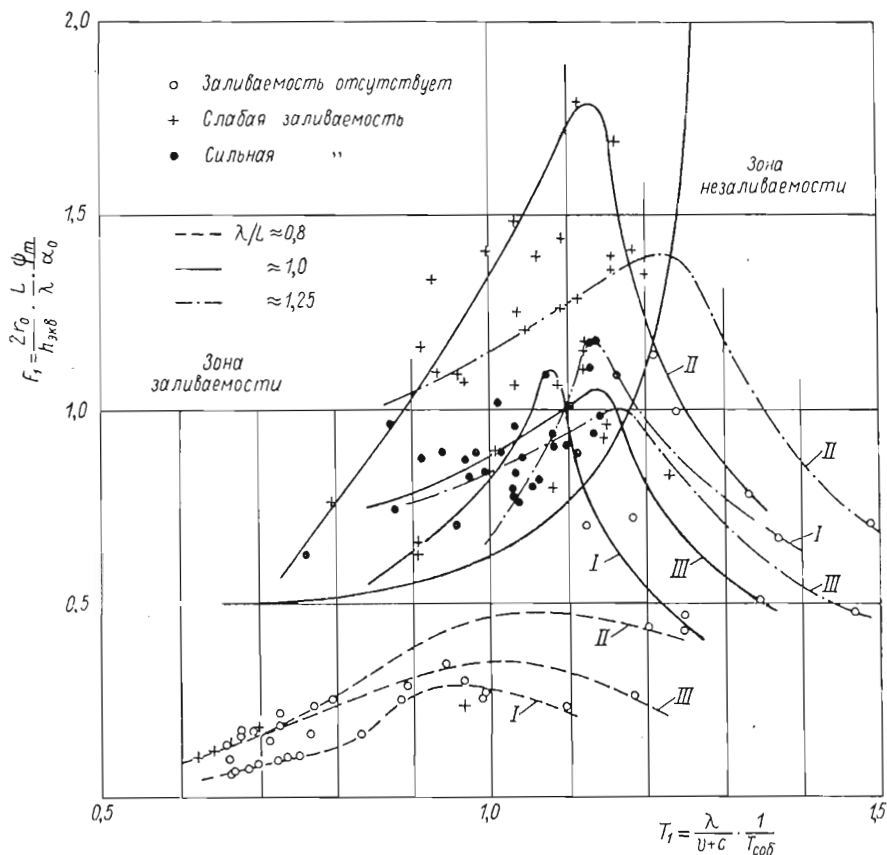


Рис. 9.21

Балтийск; кривая II — модель судна типа *Виктори*, кривая III — модель судна типа *Либерти*). Выбранные зоны заливаемости являются достаточно стабильными для судов одного типа и несколько разнятся для различных типов судов. В качестве примера на рис. 9.22 даны зоны заливаемости для промысловых, морских сухогрузных и нефтеналивных судов в функции предпочтительных критериев (9.56) и (9.57). Графики являются уни-

версальными и могут быть использованы для оценки заливаемости судна при различных условиях плавания.

Приведенные примеры иллюстрируют только отдельные возможности экспериментальных исследований в опытовых мореходных бассейнах. Современная измерительная техника позво-

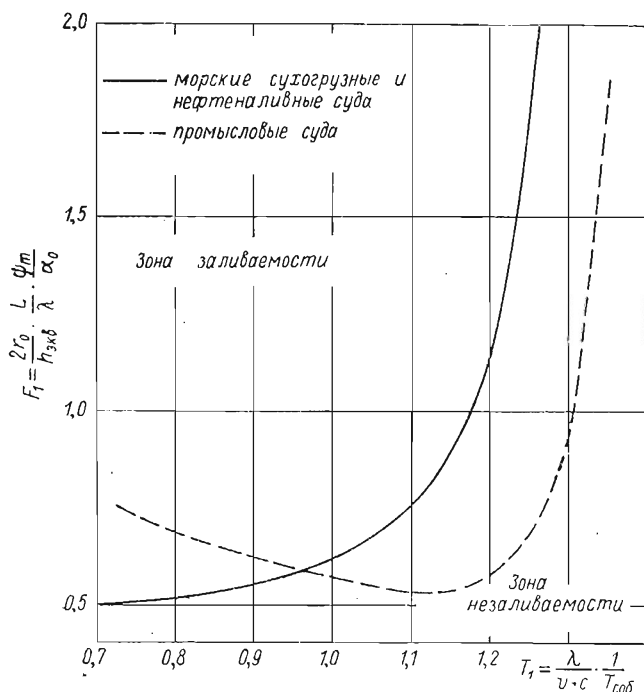


Рис. 9.22

ляет проводить разнообразные гидродинамические исследования с одновременной записью многих величин. Высокая точность записей обеспечивает надежные результаты. В опытовых бассейнах проверяются новые теоретические предпосылки, находятся оптимальные обводы вновь проектируемых судов, проводятся серийные испытания моделей.

§ 54. Математическое моделирование качки

Современные методы расчета качки корабля на реальном нерегулярном волнении требуют сложных и громоздких вычислений. Стандартные счетные машины, способные интегрировать линейные и нелинейные дифференциальные уравнения или систему этих уравнений, могут быть использованы для вычислений.

Однако в силу специфики возмущающего момента, носящего явно выраженный нерегулярный характер, значительно эффективнее для расчетов качки применять специализированную счетную машину, приспособленную для решений дифференциальных уравнений качки с любой наперед заданной нерегулярностью правой части. Специализированные машины позволят значительно облегчить и ускорить процесс вычисления.

В СССР, США и Англии были спроектированы и изготовлены специальные счетные машины, приспособленные к расчетам качки корабля путем интегрирования дифференциальных уравнений. Такие машины получили название математической модели корабля. Опыты, проведенные, в частности, в США, показали, что результаты расчетов, выполненных на математической модели корабля, хорошо согласуются с данными натурных испытаний.

На кафедре теории корабля ЛКИ была спроектирована и изготовлена электромеханическая математическая модель корабля с питанием от обычной городской сети с частотой 50 гц и напряжением переменного тока 127 в, что позволяет использовать прибор в обычном помещении [23]. Прибор дает возможность решать широкий круг вопросов, связанных с исследованием качки как на регулярном, так и на любом нерегулярном волнении, заданном графически в виде какой-либо реализации. Прибор позволяет испытывать реальную судовую аппаратуру и успокоители качки на качающемся стенде, управление колебаниями которого осуществляется математической моделью.

Прибор получивший название АК-2 (аналог корабля, вторая модель), построен по принципу электромеханического решения линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и позволяет исследовать бортовую и килевую качку.

Основным уравнением, решаемым прибором, является укороченное линейное уравнение бортовой качки корабля в абсолютных координатах:

$$\ddot{\theta} + 2\nu_0\dot{\theta} + n_1^2\theta = n_2^2\alpha, \quad (9.58)$$

где n_1 — частота собственных колебаний (1/сек); введение величины n_2 обусловлено тем, что в случае качки на нерегулярном волнении n_1 и n_2 различны.

Уравнение (9.58) является исходным для построения принципиальной схемы прибора [23]. Прибор АК-2 позволяет также решать задачи с нелинейным восстанавливающим моментом (в него введены три узла нелинейности), с начальным углом крена и при воздействии стабилизирующего момента успокоителя качки.

Полученные прибором параметры качки θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ в виде напряжения выведены на внешний разъем прибора и предназначены для использования в аналоге успокоителя качки. Запись этих параметров производится с помощью осциллографа. В качестве датчиков волнового склона α можно использовать либо датчик регу-

лярного волнения ДРВ, вмонтированный в прибор и вырабатывающий в виде напряжения волновой склон, изменяющийся по синусоидальному закону $\alpha = \alpha_0 \sin \sigma t$, либо датчик нерегулярного волнения ДНВ, вырабатывающий в виде напряжения волновой склон по любому наперед заданному закону. Датчик ДНВ выполнен в виде отдельного прибора и связан с АК-2 электрически.



Рис. 9.23

На рис. 9.23 приведена фотография прибора. Стрелка шкалы выполнена в виде макета корабля. Последнее сделано в учебных целях, поскольку прибор используется также как методическое пособие для демонстрации студентам. Можно визуальнo наблюдать за изменением качки корабля при изменении момента инерции, периода собственных колебаний, коэффициента сопротивления и характера волнения. В случае опрокидывания корабля его макет также опрокидывается. После этого прибор должен быть остановлен и отключен от электропитания, а стрелка-макет угла крена возвращена с помощью специальной ручки в нулевое положение. В противном случае произойдет рассогласование прибора.

При наличии реализации реального нерегулярного волнения необходимо определить корреляционную функцию. Выбор аппрокси-

мирующего выражения для корреляционной функции производится с учетом ее свойств: корреляционная функция всегда четная, положительная, при нулевом значении параметра имеет максимальное значение, убывает на бесконечности и имеет колебательный характер. Как известно из теории вероятности, при указанных выше свойствах корреляционная функция лучше всего аппроксимируется с помощью выражения $K(\tau) = Ae^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau$, где A — комплексный множитель. После чего нужно подобрать численные значения параметров.

Для выражения спектральной плотности можно с помощью обратного преобразования Фурье получить выражение

$$S^*(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\sigma\tau} K(\tau) d\tau, \quad (9.59)$$

где $S^*(\sigma)$ — спектральная плотность;

$K(\tau)$ — корреляционная функция;

σ — частота волнения;

τ — промежуток интегрирования по времени.

Пользуясь известными формулами Эйлера, можно получить выражение для корреляционной функции

$$K(\tau) = Ae^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau = \frac{A}{2} [e^{-\alpha|\tau| + i\beta\tau} + e^{-\alpha|\tau| - i\beta\tau}]. \quad (9.60)$$

Подставляя выражение (9.60) в (9.59) и произведя несложные преобразования, получим спектральную плотность

$$S^*(\sigma) = \frac{A}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{(i\sigma - \alpha + i\beta)\tau} + e^{(i\sigma - \alpha - i\beta)\tau}] d\tau. \quad (9.61)$$

Разобьем интеграл на четыре интеграла с пределами интегрирования от $-\infty$ до 0 и от 0 до $+\infty$. После взятия интегралов и несложных преобразований получим

$$S^*(\sigma) = \frac{A}{4\pi} \left[\frac{2\alpha}{\alpha^2 + (\sigma + \beta)^2} + \frac{2\alpha}{\alpha^2 + (\sigma - \beta)^2} \right]. \quad (9.62)$$

При вычислении было учтено, что коэффициент α меняет знак при интегрировании в промежутке от 0 до $-\infty$.

Выражение (9.62) нетрудно привести к виду

$$S^*(\sigma) = \frac{A\alpha}{\pi} \frac{(\alpha^2 + \beta^2 + \sigma^2)}{[(\sigma^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\beta^2\sigma^2]}, \quad (9.63)$$

аналогичному спектральной плотности, принятой А. И. Вознесенским и Ю. А. Нецветаевым [19],

$$S(\sigma) = \frac{2D_0\alpha}{\pi} \frac{(\sigma^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{[(\sigma^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\sigma^2]}. \quad (9.64)$$

Выражение (9.63) представляет собой спектральную плотность в комплексном виде, которая, как известно, связана со спектральной плотностью в действительной форме зависимостью

$$S(\sigma) = 2S^*(\sigma).$$

Выражение A есть дисперсия, как и D_{ξ} в формуле (9.64).

Корреляционная функция и спектральная плотность могут быть получены на основании обработки записи угла волнового склона, которая получена для ДНВ. Связь угла волнового склона с полувысотой волн определяется с помощью известной формулы теории волн малой амплитуды

$$\alpha_0 = k r_0 = \frac{\sigma^2}{g} r_0,$$

где σ — частота волны (1/сек);

r_0 — амплитуда полувысоты волны, м;

g — ускорение силы тяжести, м/сек².

Обычным образом можно вычислить редуцированный коэффициент влияния конечности размерений судна и передаточную функцию качки по высоте волн. Передаточная функция качки по углу волнового склона будет отличаться множителем σ^2/g . Тогда, как известно, спектральная плотность по углу крена будет

$$S_{\theta}(\sigma) = \kappa_{\theta}^2 |\Phi(\sigma)|^2 S_{\xi}(\sigma).$$

Средний угол крена равен

$$\bar{\theta} = 1,25 \sqrt{D_{\theta}},$$

а дисперсия определяется выражением

$$D_{\theta} = \int_0^{\infty} S_{\theta}(\sigma) d\sigma.$$

Расчет по приведенным формулам выполнен в примере 2 Приложения 7.

В том случае, когда приходится проводить расчеты громоздких уравнений с учетом нелинейности, применение сложных вычислительных машин — математических моделей кораблей не оправдано. В этом случае используют обычные ЭЦВМ различных марок.

Рассмотрим в качестве примера расчет частотной характеристики нелинейной бортовой качки корабля на тихой воде. Для расчета использованы формулы, вытекающие из метода гармонического баланса при заданной диаграмме статической остойчивости. Расчет ведется по формуле

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{4}{\pi h_0 \theta_m} \int_0^{\pi/2} l_{(\theta_m \sin \psi)} \sin \psi d\psi}, \quad (9.65)$$

где l_{θ} — плечо статической остойчивости из диаграммы;

ψ — переменная, определяемая выражением

$$\psi_i = \arcsin \frac{\theta_i}{\theta_m}.$$

Для вычислений применяется по существу метод трапеций, а все выкладки проводятся ЭЦВМ «Проминь». Программа вычисления приведена в табл. 9.9. К сожалению, из-за ограниченного объема учебника не представляется возможным привести подробные выкладки по составлению программы вычислений для ЭЦВМ «Проминь» [65].

Пример расчета продольной качки корабля на ЭЦВМ «Минск-1» можно найти в литературе [27]. Этот расчет представляет особый интерес ввиду громоздкости и трудоемкости расчета продольной качки.

Таблица 9.9

Программа вычисления частотной характеристики бортовой качки на тихой воде для ЭЦВМ «Проминь»

01 ($r - a$)	09 «009»	29 «029»
02 (z_G)	10 l_0	30 $l_{\phi 0}$
03 (z_c)	11 l_1	31 $l_{\phi 1}$
04 (r)		
05 ($\Delta\theta^0$)	. . .	. . .
06 (k)		
07	27 l_{17}	47 $l_{\phi 17}$
08	28 l_{18}	48 $l_{\phi 18}$
00 Чт 05	33 Зп 55	66 Зп 01
01 Умн 97	34 $a \sin$	67 Чт 09
02 Зп 07	35 Зп 56	68 Зп 60
03 Чт 01	36 Выч 2 54	69 Чт 29
04 УП II 62	37 Зп 57	70 Зп 61
05 Чт 00	38 Чт II 50	71 Чт 00
06 Зп 49	39 Умн 55	72 Выч 1 86
07 Чт 49	40 Зп 58	73 Зп 62
08 Сл 86	41 Чт II 51	74 Чт 62
09 Зп 49	42 Умн 53	75 Сл 86
10 Выч 2 06	43 Сл 58	76 Зп 62
11 УП I 60	44 Зп 58	77 Выч 2 06
12 Чт 09	45 Умн 57	78 УП I 05
13 СлФ 90	46 Сл 59	79 Чт 61
14 Зп 50	47 Зп 59	80 СлФ 90
15 СлФ 90	48 Чт 51	81 Зп 61
16 Зп 51	49 Зп 50	82 Чт II 61
17 Чт 00	50 СлФ 90	83 Зп 63
18 Зп 52	51 Зп 51	84 Чт 60
19 Зп 59	52 БП 20	85 СлФ 90
20 Чт 52	53 Чт 87	86 Зп 60
21 Сл 86	54 Дел 81	87 Чт 07
22 Зп 52	55 Дел 49	88 Умн 62
23 Выч 2 49	56 Дел 01	89 $\sin$
24 УП I 53	57 Дел 07	90 Умн 08
25 Чт 52	58 Умн 59	91 Выч 2 63
26 Дел 49	59 $\sqrt{\quad}$	92 Зп II 60
27 Зп 53	60 Ост	93 БП 74
28 $a \sin$	61 БП 07	94
29 Зп 54	62 Чт 02	95
30 Чт 52	63 Выч 1 03	96
31 Выч 1 86	64 Зп 08	97
32 Дел 49	65 Выч 2 04	98
		99

Приложения

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ВЫЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОРАБЛЯ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА КАЧКИ

Проведем расчеты качки грузо-пассажирского теплохода, имеющего следующие главные размерения и характеристики: $L = 110$ м, $B = 15,5$ м, $T = 5,64$ м, $H = 8,41$ м; $\delta = 0,528$, $\alpha = 0,739$, $\beta = 0,840$, $\chi = 0,715$, площадь ГВЛ $S_{ГВЛ} = 1260$ м², $x_f = -4,52$ м, $I_x = 18\,400$ м⁴, $I_f = 849\,200$ м⁴, $r = 3,62$ м, $R = 172$ м, $z_c = 3,35$ м, $x_G = -1,91$ м, объемное водоизмещение $V = 5090$ м³, $\gamma = 1,025$ т/м³, весовое водоизмещение $D = 5200$ т, $x_G = -4,52$ м; $z_G = 5,35$ м, поперечная метацентрическая высота $h_0 = r - (z_G - z_c) = 1,62$ м, площадь мидель-шпангоута по ГВЛ $\omega_{\chi} = 73,5$ м².

Определим момент инерции массы относительно продольной оси по формуле (1.44) и относительно поперечной оси по формуле (1.50):

$$J_x = \frac{D}{12g} (B^2 + 4z_G^2) = \frac{5200}{12 \cdot 9,81} (15,5^2 + 4 \cdot 5,35^2) = 15\,650 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2;$$

$$J_y = 0,07 \frac{\alpha}{g} DL^2 = 0,07 \frac{0,739}{9,81} \cdot 5200 \cdot 110^2 = 331\,000 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2.$$

Примем для упрощения расчетов $k_{\xi} = 1,0$; $k_{\psi} = 1,0$; $k_{\theta} = 0,3$. В результате имеем: $\Delta J_x = 4695$ т·м·сек², $\Delta J_y = 331\,000$ т·м·сек², $\Delta M = 530$ т·сек²/м.

Периоды бортовой, килевой и вертикальной качки примем по приближенным формулам (1.59), (1.57), (1.54) соответственно:

$$T_{\theta} = C \frac{B}{\sqrt{h_0}} = 0,8 \cdot \frac{16,5}{\sqrt{1,62}} = 9,70 \text{ сек};$$

$$T_{\psi} = 2,4, \sqrt{T} = 2,4, \sqrt{5,64} = 5,70 \text{ сек};$$

$$T_{\xi} = 2,5, \sqrt{T} = 2,5, \sqrt{5,64} = 5,95 \text{ сек}.$$

Коэффициент гашения при бортовой качке определяем по формуле (1.62)

$$2\bar{\nu}_{\theta} = 0,3 \sqrt{\bar{\omega}}.$$

По формуле (1.60)

$$\bar{\omega} = \bar{\omega} \sqrt[4]{\frac{\rho_x}{h_0}},$$

где $\bar{\omega}$ определяется по номограмме (рис. 1.4) как функция $\frac{B}{T} = 2,75$, $\delta = 0,528$, $\alpha = 0,739$.

Определяем радиус инерции

$$\rho_x = \sqrt{\frac{J_x + \Delta J_x}{D/g}} = \sqrt{\frac{20345}{530}} = 6,20 \text{ м}.$$

Экстраполируя график по δ до 0,528, получим $\bar{\omega} = 0,145$ и далее

$$\omega = \bar{\omega} \sqrt[4]{\frac{6,20}{1,62}} = 1,4\bar{\omega} = 1,4 \cdot 0,145 = 0,203$$

В результате имеем

$$2\bar{v}_0 = 0,3 \sqrt{0,203} = 0,135.$$

Коэффициенты сопротивления вертикальной и килевой качки можно определить с помощью графиков А. З. Салькаева (см. главу 1, § 11).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РАСЧЕТ БОРТОВОЙ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ КАЧКИ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Примем в качестве исходного регулярное установившееся волнение синусоидального профиля с крутизной волнения, равной $2r_0/\lambda = 1/20$; длину волны примем равной длине корабля $\lambda = L$. Тогда период волны (2.14) $\tau = 0,8 \sqrt{\lambda} = 8,4$ сек, высота волны $2r_0 = 5,5$ м, амплитуда угла волнового склона $\alpha_0 = kr_0 = 0,157$, т. е. $\alpha_0 = 9^\circ$, частота волны $\sigma = \frac{2\pi}{\tau} = 0,746$ сек⁻¹.

Вычислим поправочные коэффициенты на конечность размеров корабля по сравнению с размерами волны $\kappa_{\xi B}$, $\kappa_{\eta B}$, $\kappa_{\xi T}$ и $\kappa_{\eta T}$ по формулам (2.58), (2.63), (2.82) и (2.86):

$$\begin{aligned}\kappa_{\xi B} &= 1 - 1,73\alpha \left(\frac{B}{\lambda}\right)^2 = 1 - 1,73 \cdot 0,739 \left(\frac{15,5}{110}\right)^2 = \\ &= 1 - 0,025 = 0,975;\end{aligned}$$

$$\kappa_{\eta B} = 1 - \sqrt{\alpha} \left(\frac{B}{\lambda}\right)^2 = 1 - \sqrt{0,739} \left(\frac{15,5}{110}\right)^2 = 0,990$$

$$\text{и } \frac{T}{\lambda} = 0,0513; \quad kT = 0,322;$$

$$\begin{aligned}\kappa_{\xi T} &= 1 - e^{-kT} kT \chi (1 + kz_c) = 1 - 0,7326 \cdot 0,322 \cdot 0,715 \times \\ &\times \left(1 + \frac{6,28 \cdot 3,35}{110}\right) = 1 - 0,200 = 0,800;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\kappa_{\eta T} &= \frac{T}{h_0} \left[\frac{r}{T} (1 - kT\psi\kappa_\psi) + \frac{\kappa_\varphi}{1 + \chi} - \frac{T - z_G}{T} \kappa_\chi \right] = \\ &= 3,48 \left[0,642 (1 - 0,322 \cdot 0,6 \cdot 0,898) + \frac{0,920}{1,715} - \frac{5,64 - 0,29}{5,64} 0,878 \right] = 0,811,\end{aligned}$$

где $\chi = 0,715$; $\psi = 1,4 \cdot 0,715 - 0,4 = 0,60$ (отсчет положений z_G здесь производится от ватерлинии)

$$\varphi = \frac{\chi}{1 + \chi} = \frac{0,715}{1,715} = 0,417.$$

По соответствующим формулам (2.77), (2.81) и, (2.85) или по графику (рис. 2.14) найдем $\kappa_x = 0,878$; $\kappa_\psi = 0,898$; $\kappa_\varphi = 0,920$.

Расчетные значения амплитуд волнового склона и радиуса волны

$$\alpha_m = \kappa_\theta \alpha_0 = \kappa_{\theta B} \kappa_{\theta T} \alpha_0 = 0,990 \cdot 0,811 \cdot 9 = 7,2^\circ;$$

$$r_m = \kappa_\zeta r_0 = \kappa_{\zeta T} \kappa_{\zeta B} r_0 = 0,800 \cdot 0,975 \cdot 2,75 = 2,15 \text{ м.}$$

Амплитуды угла крена при бортовой качке и вертикального перемещения при вертикальной качке могут быть определены по формулам (2.113) и (2.119) соответственно, принимая во внимание, что в рассматриваемом случае

$$x_\theta = \frac{\sigma}{n_\theta} = \frac{0,746}{0,646} = 1,155,$$

где

$$n_\theta = \frac{2\pi}{T_\theta};$$

$$x_\zeta = \frac{\sigma}{n_\zeta} = \frac{0,746}{1,050} = 0,710;$$

$$k_\theta = 0,3; k_\zeta = 1; 2\bar{v}_\theta = 0,135; 2\bar{v}_\zeta = 0,514;$$

$$\begin{aligned} \theta_m &= \alpha_m \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k_\theta}{1+k_\theta} x_\theta^2\right)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}{(1-x_\theta^2)^2 + 4\bar{v}_\theta^2 x_\theta^2}} = \\ &= 7,2 \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{0,3}{1,3} \cdot 1,155^2\right)^2 + 0,135^2 \cdot 1,155^2}{(1-1,155^2)^2 + 0,135^2 \cdot 1,155^2}} = 7,2^\circ \cdot 1,95 = 14^\circ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_m &= r_m \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k_\zeta}{1+k_\zeta} x_\zeta^2\right)^2 + 4\bar{v}_\zeta^2 x_\zeta^2}{(1-x_\zeta^2)^2 + 4\bar{v}_\zeta^2 x_\zeta^2}} = \\ &= 2,15 \sqrt{\frac{(1-0,5 \cdot 0,503)^2 + 0,514^2 \cdot 0,503}{0,497^2 + 0,514^2 \cdot 0,503}} = 2,15 \cdot 1,335 = 2,87 \text{ м.} \end{aligned}$$

Построим амплитудный график и фазовую кривую для укороченного уравнения бортовой качки корабля [см. формулы (2.116) и (2.111)], принимая во внимание, что $2\bar{v}_\theta = 0,135$; $(2\bar{v}_\theta)^2 = 0,0182$:

$$\begin{aligned} \theta_m &= \frac{\alpha_m}{\sqrt{(1-x_\theta^2)^2 + 0,0182x_\theta^2}}; \\ \operatorname{tg} \delta_\theta &= \frac{0,135x_\theta}{1-x_\theta^2}. \end{aligned}$$

Для установления связи между средней относительной высотой и длиной волны может служить кривая II (рис. П.1), построенная по приближенной формуле

$$2r_0 = 0,22\lambda^{0,715}.$$

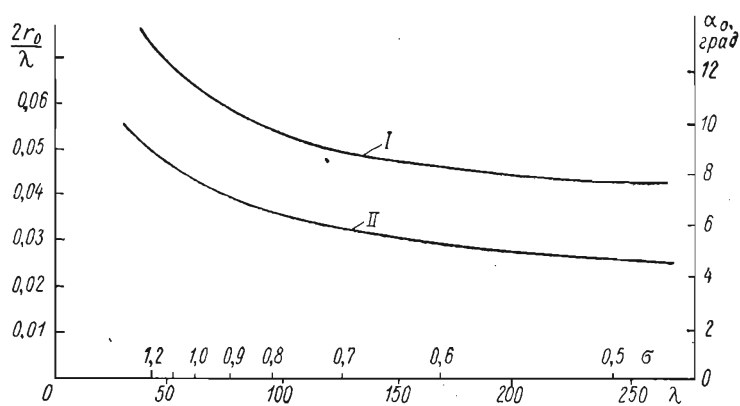


Рис. П.1

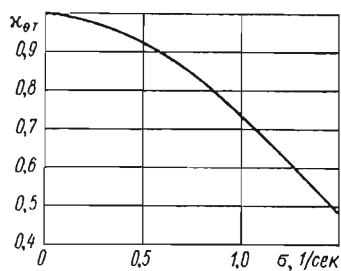


Рис. П.2

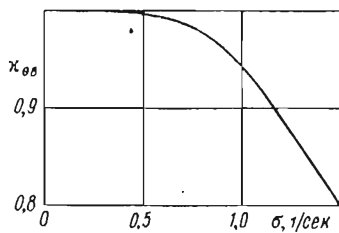


Рис. П.3

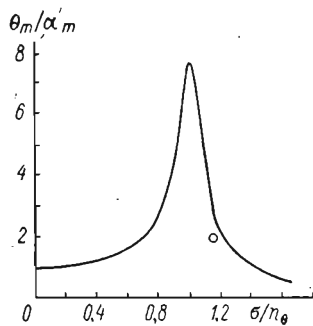


Рис. П.4

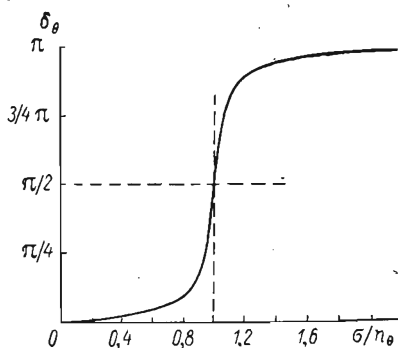


Рис. П.5

Расчет α_m

x_θ	$\sigma = n_\theta x_\theta$	$\kappa_{\theta T}$ (по рис. П.2)	$\kappa_{\theta B}$ (по рис. П.3)	(3) · (4)	α_m° (по рис. П.1)	$\alpha_m^\circ =$ = (5) · (6)
1	2	3	4	5	6	7
0	0	1,000	1,000	1,000	4,0	4,0
0,2	0,129	0,990	0,999	0,989	4,1	4,1
0,4	0,258	0,970	0,998	0,968	4,3	4,2
0,6	0,387	0,945	0,997	0,943	4,5	4,3
0,8	0,516	0,915	0,996	0,910	4,8	4,4
1,0	0,646	0,880	0,989	0,870	5,3	4,6
1,2	0,787	0,840	0,978	0,825	6,1	5,0
1,4	0,907	0,780	0,956	0,745	7,0	5,2
1,6	1,037	0,710	0,931	0,660	8,0	5,3

Таблица П.2

Вычисление θ_m для укороченного уравнения бортовой качки

x_θ	x_θ^2	$1 - x_\theta^2$	(3) ²	$4\sqrt{1-x_\theta^2} \cdot (2)$	(4) + (5)	$\sqrt{(6)}$	$\theta_m^\circ = \frac{\alpha_m^\circ}{(7)}$	θ_m/α_m
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	1	0	1	1	4,0	1,00
0,2	0,04	0,96	1,92	0,0007	0,920	0,96	4,3	1,04
0,4	0,16	0,84	0,70	0,0029	0,703	0,84	5,1	1,19
0,6	0,36	0,64	0,41	0,0066	0,417	0,65	6,9	1,54
0,8	0,64	0,36	0,13	0,0117	0,142	0,38	12,6	2,63
1,0	1,00	0	0	0,0182	0,018	0,13	41,0	7,66
1,2	1,44	-0,44	0,19	0,0262	0,216	0,47	13,0	2,12
1,4	1,96	-0,96	0,93	0,0356	0,966	0,98	7,1	1,02
1,6	2,56	-1,56	2,43	0,0466	2,477	1,57	5,1	0,64

Кривая 1 представляет собой значения относительной высоты волны, подсчитанные по известной эмпирической формуле Циммермана $2r_0 = 0,17\lambda^{3/4}$, хотя, по-видимому, она завышает крутизну реального морского волнения. Вычислим для заданного судна поправочные коэффициенты $\kappa_{\theta B}$ и $\kappa_{\theta T}$ по приведенным в Приложении 2 формулам в функции от частоты волнения $\sigma = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{0,8\sqrt{\lambda}} = \frac{7,84}{\sqrt{\lambda}}$ и построим кривые коэффициентов (рис. П.2 и П.3).

Рассчитаем α_m с учетом изменения крутизны волны и поправочных коэффициентов (табл. П.1). Вычисления θ_m и $\operatorname{tg} \delta_\theta$ сведены в табл. П.2 и П.3. По данным расчета табл. П.2 построен график коэффициента динамичности (рис. П.4), а на рис. П.5 приведена фазовая кривая по данным расчета табл. П.3. На рис. П.4 показано значение коэффициента динамичности для полного дифференциального уравнения при $x_\theta = 1,155$ (точка обведена кружком).

Таблица П.3

Вычисление δ_θ для укороченного уравнения бортовой качки

x_θ	x_θ^2	$1 - x_\theta^2$	$0,135x_\theta$	$\frac{(4)}{(3)}$	δ_θ°	$\delta_\theta \text{ рад}$
1	2	3	4	5	6	7
0	0	1,00	0	0	0	0
0,2	0,04	0,96	0,027	0,028	1°31'	0,028
0,4	0,16	0,84	0,054	0,065	3°43'	0,065
0,6	0,36	0,64	0,081	0,150	8°32'	0,150
0,8	0,64	0,36	0,108	0,299	16°39'	0,292
1,0	1,00	0	0,135	∞	90°	1,570
1,2	1,44	-0,44	0,162	-0,368	159°48'	2,790
1,4	1,96	-0,96	0,189	-0,197	168°52'	2,950
1,6	2,56	-1,56	0,217	-0,140	172°02'	3,010
1,8	3,24	-2,24	0,243	-0,108	173°50'	3,035
2,0	4,00	-3,00	0,270	-0,090	174°51'	3,050

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ НА ВОЛНЕНИИ

Проведем расчет продольной (килевой и вертикальной) качки судна на волнении для хода корабля в разрез волны со скоростью $v_0 = 10$ узл. (5,14 м/сек).

Как известно, инженерный расчет продольной качки сводится к решению системы уравнений для вертикальной и килевой качки [см. § 30, формулы (4, 59) и (4.60)]. Уравнение килевой качки может быть сведено к решению системы (4.61). Ее решение дает выражение $\psi = \psi_1 \cos \sigma_k t + \psi_2 \sin \sigma_k t$, где ψ_1 и ψ_2 находятся из решения системы.

Проведем вычисление вспомогательных величин. Кажущийся период качки определяется известной зависимостью

$$\tau_k = \frac{\lambda}{c - v \cos \varphi} = \frac{110}{1,25 \sqrt{110} + 5,14 \cdot 1} = 6,02 \text{ сек},$$

где c — скорость перемещения профиля волны;

$$\sigma_k = \frac{2\pi}{\tau_k} = 1,04 \text{ 1/сек},$$

При ходе судна вразрез волне ($\lambda = L$) при $v_0 = 5,14$ м/сек $\sigma_k = 1,04$ 1/сек. Проведенные расчеты показали, что при определении присоединенной массы следует брать не менее 10 расчетных шпангоутов. В табл. П.4 приведены сравнительные результаты вычислений по приближенным формулам и графикам Салькаева для 3; 10 и 20 шпаций. Поскольку применение графиков Салькаева базируется на гипотезе плоских сечений, то логично при 10 шпациях брать за расчетные нечетные шпации, а при 20 шпациях — средние значения между соответствующими шпациями 0—1; 1—2 и т. п. При суммировании полученных значений следует брать их суммы без поправок.

Таблица П.4

Сравнительные результаты вычислений

Величина	Скорость, узлы	По приближенным формулам	По 3 шпациям	По 10 шпациям	По 20 шпациям
$\Delta M, \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$	0	530 ($\Delta M = M$)	780	611	612
	10		605	500	483
$\Delta J, \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$	0	331 000 $\Delta J = J$	780 000	359 100	353 085
	10		605 000	272 320	259 270

По графикам Салькаева следует снять значения погонной присоединенной массы и погонного сопротивления $\bar{\mu}(x)$ и $\bar{\nu}(x)$ соответственно для каждого из расчетных значений коэффициента полноты шпангоута β . Если отсутствует график с необходимым значением β , то следует интерполировать значения по соседним графикам. Каждый график построен в функциях $\frac{\pi b}{\lambda} = k \frac{b}{2}$ и $\frac{b}{2T}$, где b — ширина ватерлинии соответствующего шпангоута, T — осадка для данного шпангоута, k — частота формы волны.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\sigma^2}{g}.$$

При отсутствии точных значений расчетных коэффициентов их следует интерполировать.

Значения присоединенных масс и коэффициентов сопротивления на расчетный участок шпации 0—1; 1—2 и т. д. при 20 шпациях и 0—2; 2—4 и т. д. при 10 шпациях будут

$$\Delta M = \int_{x_1}^{x_2} \bar{\mu}(x) dx = \bar{\mu}(x) x \Big|_{x_1}^{x_2};$$

$$\Delta J_y = \int_{x_1}^{x_2} \bar{\mu}(x) x^2 dx = \bar{\mu}(x) \frac{x^3}{3} \Big|_{x_1}^{x_2};$$

$$v_{\zeta} = \int_{x_1}^{x_2} v(x) dx = v(x) x \Big|_{x_1}^{x_2};$$

$$v_{\psi} = \int_{x_1}^{x_2} v(x) x^2 dx = v(x) \frac{x^3}{3} \Big|_{x_1}^{x_2},$$

где x_1 и x_2 — границы промежутка интегрирования [$L/2$ и $0,9 \cdot L/2$ при 20 шпациях участка 0—1]

$$\bar{\mu}(x) = \bar{\mu}(x) \frac{\rho \pi b^2}{8}; \quad v(x) = \bar{v}(x) \rho \sigma \left(\frac{b}{2} \right)^2.$$

При наличии хода вместо σ следует принимать σ_K , где σ_K — кажущаяся частота волнения. После внесения исходных данных в табл. П.5 (I—VIII строки) определяем по графикам Салькаева безразмерный коэффициент присоединенной массы.

Рассмотрим в качестве примера нахождение коэффициентов для 11-го шпангоута (шпация 10—12). Из строк VII и VIII находим

$$\frac{\sigma^2}{g} \frac{b}{2} = 0,425; \quad \frac{b}{2T} = 1,38; \quad \beta = 0,860.$$

Используем графики Салькаева для $\beta = 0,8$ и $\beta = 0,9$. Тогда при $\beta = 0,8$ имеем

$$\bar{\mu}(x) = 0,75 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,2 \right);$$

$$\bar{\mu}(x) = 0,78 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,4 \right).$$

$$\text{Отсюда } \bar{\mu}(x) = 0,777 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,38 \right).$$

Аналогично для $\beta = 0,9$ имеем

$$\bar{\mu}(x) = 0,80 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,2 \right);$$

$$\bar{\mu}(x) = 0,83 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,4 \right),$$

отсюда $\bar{\mu}(x) = 0,827 \left(\text{при } \frac{b}{2T} = 1,38 \right)$, а при $\beta = 0,860$ имеем $\bar{\mu}(x) = 0,807$. Это значение занесено в строку IX, столбец 11.

Находим размерное значение погонной присоединенной массы

$$\mu(x) = \bar{\mu}(x) \frac{\rho \pi b^2}{8} = 7,91 \text{ м} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}^{-2};$$

Вычисление присоединенных масс и сопротивлений

Расчетный шлангоут	I	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Сумма
Шлангия	II	0—2	2—4	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14	14—16	16—18	18—20	
B, м	III	5,4	11,5	14,8	15,5	15,5	15,5	15,5	14,8	10,1	4,1	
T, м	IV	4,00	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	4,44	
ω , м ²	V	8,0	27,0	47,0	63,0	71,0	75,0	72,5	58,0	34,0	9,0	
$\beta = \frac{V}{III \cdot IV}$	VI	0,302	0,416	0,563	0,720	0,813	0,860	0,830	0,695	0,600	0,500	
$\frac{\sigma^2}{g} \frac{b}{2}$	VII	0,148	0,315	0,405	0,425	0,425	0,425	0,425	0,406	0,276	0,111	
$\frac{b}{2T}$	VIII	0,55	1,02	1,32	1,38	1,38	1,38	1,38	1,31	0,89	0,46	
$\bar{\mu}(x)$	IX	0,921	0,886	0,830	0,791	0,783	0,807	0,792	0,800	0,830	1,080	
$\mu(x)$	X	1,06	4,75	7,45	7,72	7,65	7,91	7,76	7,14	3,44	0,73	
$\bar{v}(x)$	XI	2,229	2,055	1,800	1,670	1,581	1,529	1,562	1,727	1,956	2,614	
$v(x)$	XII	1,26	5,24	7,64	7,75	7,28	7,07	7,24	7,30	3,84	0,83	

Расчетный шпангоут	I	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Сумма
ΔM	XIII	11,6	52,3	82,0	85,0	84,2	87,0	85,0	78,6	37,8	8,0	611,5 $T \cdot сек^2/м$
ΔJ_y	XIV	28 600	78 100	63 000	21 800	3400	3500	24 000	60 660	56 500	19 600	359 100 $T \cdot м \cdot сек^2$
v_{ξ}	XV	13,9	57,6	84,2	85,2	80,0	77,7	79,7	80,6	42,3	9,1	610,3 $T \cdot сек/м$
v_{ϕ}	XVI	34 000	84 000	64 900	24 000	3200	3100	22 600	62 000	63 000	22 400	383 200 $T \cdot м \cdot сек$
$\sigma_K^2 \frac{b}{g} \frac{2}{2}$	XVII	0,297	0,634	0,815	0,855	0,855	0,855	0,855	0,815	0,557	0,223	
$\bar{\mu}(x)$	XVIII	0,635	0,635	0,700	0,629	0,686	0,721	0,699	0,615	0,562	0,636	
$\mu(x)$	XIX	0,75	3,40	6,29	6,14	6,70	7,10	6,84	5,50	2,33	0,43	
ΔM	XX	8,2	37,4	60,0	67,5	73,8	78,0	75,3	60,5	25,6	4,7	500,0 $T \cdot сек^2/м$
ΔJ_y	XXI	22 100	56 000	53 100	17 300	2980	3140	21 200	46 700	38 300	4500	272 320 $T \cdot м \cdot сек^2$
$\bar{v}(x)$	XXII	1,787	1,421	1,261	1,062	0,959	0,862	0,924	1,100	1,340	1,956	
$v(x)$	XXIII	1,40	5,07	7,50	6,86	6,20	5,60	6,00	6,54	3,68	0,86	
v_{ξ}	XXIV	15,4	55,6	82,5	75,3	68,1	61,5	66,0	71,9	40,5	9,5	546,3 $T \cdot сек/м$
v_{ϕ}	XXV	37 800	81 400	63 600	21 200	2720	2460	18 750	55 600	60 500	23 400	367 430 $T \cdot м \cdot сек$

полученное значение занесено в строку X;

$$\Delta M = \int_0^{-0,2 \frac{L}{2}} \mu(x) dx = 7,91 \cdot (-11,0) = 87,0 \text{ м} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}^{-1};$$

полученное значение заносится в строку XIII, столбец 11.

Пользуясь графиками Салькаева для $\beta = 0,8$ и $\beta = 0,9$, находим безразмерный коэффициент сопротивления указанным выше приемом (см. табл. П.6). Полученное значение $\bar{v}(x)$ заносим в строку XI, столбец 11 (табл. П.5). Размерное значение

$$v(x) = \rho \sigma_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \bar{v}(x) = 1,529 \cdot 0,104 \cdot 0,743 \cdot 60,1 = 7,07 \text{ м} \cdot \text{сек} \cdot \text{м}^{-2};$$

полученное значение заносим в строку XII.

Таблица П.6

Значения $\bar{v}(x)$

β	$b/2T$		
	1,2	1,4	1,38
0,8	1,55	1,60	1,595
0,9	1,35	1,50	1,485
0,860	—	—	1,529

Значение коэффициента сопротивления на шпацию находим как $v_{\zeta} = \int_0^{-0,2L/2} v(x) dx = 7,07 \cdot (-11,0) = 77,7 \text{ м} \cdot \text{сек} \cdot \text{м}^{-1}$; это значение заносим в строку XV, столбец 11. Принимаются абсолютные значения этих величин. При $\beta < 0,5$ принимается $\beta = 0,5$.

Значения присоединенного момента инерции и коэффициента сопротивления

$$\Delta J_y = \int_0^{-0,2L/2} \mu(x) x^2 dx = 7,91 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{-0,2 \cdot 55} = 3500 \text{ м} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2;$$

$$v_{\psi} = \int_0^{-0,2L/2} v(x) x^2 dx = 7,07 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{-0,2 \cdot 55} = (-3100) = 3100 \text{ м} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}.$$

Полученные значения заносятся в XIV и XVI строки соответственно.

В строке XVII приведены значения коэффициента $\frac{\sigma_k^2}{g} \frac{b}{2}$ для хода корабля вразрез волне со скоростью хода 10 узл. Далее получены соответствующие значения определяемых величин. Принцип пользования графиками Салькаева тот же, что и для случая отсутствия хода.

Используя вычисленные значения, определим коэффициенты:

при отсутствии хода

$$k_{\xi} = \frac{\Delta M}{D/g} = \frac{611,5 \cdot 9,81}{5200} = 1,15;$$

$$k_{\psi} = \frac{\Delta J_y}{J_y} = \frac{359100}{331000} = 1,08;$$

$$T_{\psi} = \frac{2\pi}{n_{\psi}} = 5,32 \text{ сек}; \quad T_{\xi} = \frac{2\pi}{n_{\xi}} = 5,60 \text{ сек};$$

при скорости 10 узл. на встречном волнении

$$k_{\xi} = \frac{500 \cdot 9,81}{52000} = 0,945; \quad k_{\psi} = \frac{272320}{331000} = 0,823.$$

При расчете правой части дифференциальных уравнений применим упрощенный прием для определения присоединенной массы и сопротивления.

Введем понятие осредненной ширины и коэффициента полноты шпангоута судна, приняв за осредненное среднеарифметическое значение соответствующих величин, взятых на 5; 10 и 15-м шпангоутах. Тогда осредненные значения будут

$$\beta^* = \frac{0,695 + 0,840 + 0,563}{3} = 0,699;$$

$$B^* = \frac{14,8 + 15,5 + 14,8}{3} = 15,0 \text{ м.}$$

В правую часть следует ввести истинную частоту волны:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{0,8 \sqrt{\lambda}} = \frac{6,28}{0,8 \sqrt{110}} = 0,746 \text{ сек}^{-1};$$

$$\frac{\sigma^2 B^*}{2g} = \frac{0,746^2 \cdot 15,0}{9,81 \cdot 2} = 0,428; \quad \frac{B^*}{2T} = \frac{15,0}{2 \cdot 5,64} = 1,332.$$

Применяя обычный прием, находим по графикам Салькаева

$$\bar{\mu}(x) = 0,769; \quad \bar{\nu}(x) = 1,68.$$

Полученные значения используем при расчете только правой части дифференциальной системы уравнений, понимая под правой частью члены, определяющие возмущающие силы и моменты.

Определим коэффициенты по формулам § 30:

$$b'_1 = \frac{\nu_{\psi}}{\kappa I_y} (b_1 - x_G b_0);$$

$$b_1 = \kappa \left[\frac{L}{2} S \varphi_s(u) + \frac{2}{L} I_y \varphi_i(u) \right];$$

где

$$\kappa = 1 - \frac{2\pi T}{\lambda} \quad \chi = 1 - \frac{6,28 \cdot 5,64}{110} = 0,715 = 0,771;$$

$$\varphi_s(u) = 0,16; \quad \varphi_i(u) = 0,6 \text{ (см. рис. 4.7), где } u = \frac{\lambda}{L};$$

$$b_1 = 0,771 \left(55 \cdot 1260 \cdot 0,16 + \frac{2}{110} 849 \cdot 200 \cdot 0,6 \right) = 15 \, 700;$$

$$b_0 = \kappa \frac{2}{L} S x_f \varphi_m(u) = 0,771 \frac{2}{110} 1260 (-4,52) 1,2 = -96,$$

где $\varphi_m(u) = 1,2$ (см. рис. 4.8);

$$b_1' = \frac{0,555}{0,771} (15 \, 700 + 4,52 \cdot 96) = 11 \, 700;$$

$$b_1'' = 0,082 \bar{\mu}(x) \left[\left(5,96 \frac{J_x}{B} + 0,035 B^2 L \right) \frac{L}{2} \varphi_s(u) + \right. \\ \left. + \left(2,56 \frac{J_x}{B} - 0,060 B^2 L \right) \frac{L}{2} \varphi_i(u) \right] - x_g b_0,$$

где $\bar{\mu}(x)$ — осредненный по длине безразмерный коэффициент присоединенных масс, определяемый по графикам А. З. Салькаева в функции β^* и $\frac{\pi B^*}{\lambda}$: $\bar{\mu}(x) = 0,769$ (см. рис. 1.11);

$$b_1'' = 0,082 \cdot 0,769 \left[\left(5,96 \frac{18400}{15,5} + 0,035 \cdot 15,5^2 \cdot 110 \right) 55 \cdot 0,16 + \right. \\ \left. + \left(2,56 \frac{18400}{15,5} - 0,060 \cdot 15,5^2 \cdot 110 \right) 55 \cdot 0,6 \right] - (-4,52) (-96) = 7050;$$

$$(DH - v_0^2 \Delta M) - \sigma_K^2 (J_y + \Delta J_y) = \\ = (5200 \cdot 170 - 5,14^2 \cdot 500) - 1,08 (331 \, 000 + 272 \, 320) = 218 \, 800; \\ \left(v_\psi + \frac{v_0^2}{\sigma_K^2} v_\zeta \right) \sigma_K = \left(367 \, 430 + \frac{5,14^2}{1,04^2} 546,3 \right) 1,04 = 396 \, 000.$$

Подставим полученные значения в исходную систему уравнений:

$$218 \, 800 \psi_1 + 396 \, 000 \psi_2 = -2,75 \cdot 0,748 \cdot 11 \, 700; \\ 396 \, 000 \psi_1 + 218 \, 800 \psi_2 = -2,75 (1,025 \cdot 15 \, 700 - 0,748^2 \cdot 7050).$$

После несложных алгебраических преобразований получаем

$$-4780 \psi_1 - 8670 \psi_2 = 495; \\ 15 \, 600 \psi_1 + 8670 \psi_2 = -1325.$$

Решение системы дает $\psi_1 = -0,0768$; $\psi_2 = -0,0137$; $\psi = -0,0768 \cos \sigma_K t - 0,0137 \sin \sigma_K t$.

Вычисление положений корабля на волнении ведем в табличной форме (табл. П.7).

Для расчета вертикальной качки воспользуемся системой уравнений:

$$\left[\gamma S - \sigma_K^2 \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \right] \xi_1 + v_\zeta \sigma_K \xi_2 = \\ = v_0 \Delta M \sigma_K \psi_2 + v_0 v_\zeta \psi_1 + r_0 (\gamma a_0 - \sigma_0^2 a_0''); \\ -v_\zeta \sigma_K \xi_1 + \left[\gamma S - \sigma_K^2 \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) \right] \xi_2 = \\ = v_0 \Delta M \sigma_K \psi_1 + v_0 v_\zeta \psi_2 - r_0 \sigma_0 a_0'.$$

Изменение положения корабля на волнении

№ пп.	Величины	Номер положения							
		0	1	2	3	4	5	6	7
1	t	0	$1/8\tau$	$2/8\tau$	$3/8\tau$	$4/8\tau$	$5/8\tau$	$6/8\tau$	$7/8\tau$
2	$\sigma_K t$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3/4\pi$	π	$5/4\pi$	$3/2\pi$	$7/4\pi$
3	$\cos \sigma_K t$	1,000	0,707	0	-0,707	-1,000	-0,707	0	0,707
4	$\sin \sigma_K t$	0	0,707	1,000	0,707	0	-0,707	-1,000	-0,707
5	$\xi_1 \cdot (3)$	0,152	0,107	0	-0,107	-0,152	-0,107	0	0,107
6	$\xi_2 \cdot (4)$	0	0,450	0,637	0,450*	0	-0,450	-0,637	-0,450
7	$\xi_G = (5) \div (6)$	0,152	0,557	0,637	0,343	-0,152	-0,557	-0,637	-0,343
8	$\psi_1 \cdot (3)$	-0,0768	-0,0552	0	0,0552	0,0768	0,0552	0	-0,0552
9	$\psi_2 \cdot (4)$	0	-0,0097	-0,0137	-0,0097	0	0,0097	0,0137	0,0097
10	$\psi = (8) \div (9)$	-0,0768	-0,0649	-0,0137	0,0455	0,0768	0,0649	0,0137	-0,0455
11	$\psi^0 = 57,3 \cdot (10)$	-4,40	-3,72	-0,78	2,61	4,40	3,72	0,78	-2,61

Произведем вспомогательные вычисления:

$$\gamma S - \sigma_k^2 \left(\frac{D}{g} + \Delta M \right) = 1,025 \cdot 1260 - 1,04^2 \left(\frac{5200}{9,81} + 500 \right) =$$

$$= 1290 - 1112 = 178;$$

$$v_{\xi} \sigma_k = 546,3 \cdot 1,04 = 569;$$

$$v_0 \Delta M \sigma_k = 5,14 \cdot 500 \cdot 1,04 = 2675;$$

$$v_0 v_{\xi} = 5,14 \cdot 546,3 = 2815;$$

$$a_0 = \left(1 - \frac{2\pi T}{\lambda} \chi \right) \times$$

$$\times \left[S\theta_s(u) + \frac{4}{L^2} I_y \theta_i(u) \right],$$

где $\theta_s(u) = 0,86$; $\theta_i(u) = -2,65$
(по графикам).

Тогда

$$a_0 = 0,771 \cdot \left[1260 \cdot 0,86 + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{110^2} \cdot 849 \cdot 200 \cdot (-2,65) \right] =$$

$$= 119,5;$$

$$a'_0 = \frac{v_{\xi}}{\chi S} a_0 =$$

$$= \frac{546,3}{0,771 \cdot 1260} \cdot 119,5 = 68,0;$$

$$a''_0 = 0,082 \bar{\mu}(x) \times$$

$$\times \left[\left(5,96 \frac{I_x}{B} + 0,035 B^2 L \right) \times \right.$$

$$\left. \times \theta_s(u) + \right.$$

$$\left. + \left(2,56 \frac{I_x}{B} - 0,060 B^2 L \right) \theta_i(u) \right] =$$

$$= 0,082 \cdot 0,769 \left[\left(5,96 \frac{18400}{15,5} + 0,035 \cdot 15,5^2 \cdot 110 \right) \cdot 0,86 + \right.$$

$$\left. + \left(2,56 \frac{18400}{15,5} - 0,060 \cdot 15,5^2 \cdot 110 \right) (-2,65) \right] = 193.$$

После подстановки в исходную систему уравнений вертикальной качки получим:

$$178 \xi_1 + 569 \xi_2 = 2675 (-0,0137) + 2815 (-0,0768) + 2,75 \times$$

$$\times (1,025 \cdot 119,5 - 0,748^2 \cdot 193);$$

$$- 569 \xi_1 + 178 \xi_2 = -2675 (-0,0768) + 2815 (-0,0137) - 2,75 \cdot 0,748 \cdot 68,0.$$

Произведя несложные алгебраические преобразования, получим:

$$\begin{aligned} 101\,500\zeta_1 + 324\,000\zeta_2 &= 218\,000; \\ -101\,500\zeta_1 + 31\,500\zeta_2 &= 4700. \end{aligned}$$

В результате имеем $\zeta_1 = 0,152$; $\zeta_2 = 0,637$;

$$\begin{aligned} \zeta_G &= \zeta_1 \cos \sigma_K t + \zeta_2 \sin \sigma_K t; \\ \zeta_G &= 0,152 \cos \sigma_K t + 0,637 \sin \sigma_K t. \end{aligned}$$

Расчет положений корабля ведется в табличной форме (см. табл. П.7). На основании расчета произведена постановка корабля на волну (см. рис. П.6).

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

РАСЧЕТ БОРТОВОЙ КАЧКИ НА РЕАЛЬНОМ НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Рассмотрим расчет бортовой качки корабля, расположенного лагом к набегающему нерегулярному волнению. Волнение будем считать установившимся стационарным (свободные колебания отсутствуют). Спектр волнения примем одномерным, полагая волнение плоским. В качестве исходного уравнения примем укороченное дифференциальное уравнение бортовой качки в виде

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = n^2 \alpha(t),$$

где $\alpha(t)$ — произвольная функция угла волнового склона по времени, вообще говоря, зависящая от длины волны (см. рис. П.1). При расчете качки на нерегулярном волнении n_θ и n будут различными, однако для упрощения расчета положим $n = n_\theta$.

Используя известную теорему Хинчина, можно получить следующее выражение для спектральной плотности углов крена (см. § 35):

$$S_\theta(\sigma) = |\Phi|^2 S_\zeta(\sigma),$$

где $|\Phi|$ — коэффициент динамичности (передаточная функция) в функции частоты; S_ζ — спектральная плотность волнения.

Рассчитываем передаточную функцию для укороченного уравнения бортовой качки с учетом поправочных коэффициентов (5.16)

$$\Phi^2 = \frac{n_\theta^4 \sigma^4 \chi_{\theta T}^2(\sigma) \chi_{\theta B}^2(\sigma)}{g^2 [(n_\theta^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2]}.$$

Здесь для удобства введено $\chi_\theta = \chi_{\theta T}(\sigma) \chi_{\theta B}(\sigma)$. Как было установлено в Приложении 1, $2\nu_\theta = 0,135$ при отсутствии хода.

Произведем расчет для корабля, движущегося лагом к волне со скоростью $v_s = 17$ узл., что соответствует $v = 9,15$ м/сек или $Fg = 0,28$. Высоту волны 3%-ной обеспеченности примем 6,0 м. Увеличение коэффициента демпфирования на ходу при $Fg = 0,28$ положим

$$2\bar{\nu}_\theta = 1,3 \cdot 0,135 = 0,175;$$

$$2\nu_\theta = 2\bar{\nu}_\theta n_\theta = 0,175 \cdot 0,646 = 0,113 \text{ 1/сек.}$$

Построим для удобства графики $\chi_{\theta T}$ и $\chi_{\theta B}$ (см. рис. П.2 и П.3) в функции σ . (Можно также пользоваться общими формулами или графиками для коэффи-

циентов.) Спектральной плотностью волнения зададимся в виде графика (см. рис. П.7). Расчет ведем в табличной форме (табл. П.8):

$$n_{\theta}^2 = 0,646^2 = 0,420 \text{ 1/сек}^2;$$

$$\frac{n_{\theta}^4}{g^2} = 0,00183 = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-2}; \quad (2\nu_{\theta})^2 = 0,0128 \text{ 1/сек}^2.$$

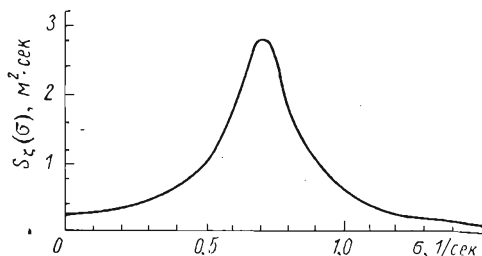


Рис. П.7

По результатам расчета построен график спектральной плотности углов крена (рис. П.8) $S_{\theta}(\sigma)$.

Дисперсия углов крена

$$\begin{aligned} D_{\theta} &= \int_0^{\infty} S_{\theta}(\sigma) d\sigma = \\ &= 0,1 \cdot 10^{-3} \Sigma_{\text{испр}} \theta = \\ &= 147,713 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2. \end{aligned}$$

Определим средние и максимальные (обеспеченностью 46,5

и 0,5% соответственно) амплитудные значения углов крена $\bar{\theta}_m = 1,25\sqrt{D_{\theta}} = 1,25 \cdot 12,1 \times 10^{-2} = 0,151 \text{ рад}; \quad \bar{\theta}_m^{\circ} = 57,3 \cdot 0,151 = 8,7^{\circ}.$

$$\theta_{m \text{ max}} = 3,25 \sqrt{D_{\theta}} = 0,939 \text{ рад}. \quad \theta_{m \text{ max}}^{\circ} = 57,3 \cdot 0,393 \text{ рад} = 22,6^{\circ};$$

$$\begin{aligned} D_{\dot{\theta}} &= \int_0^{\infty} S_{\dot{\theta}}(\sigma) d\sigma = \\ &= 0,1 \cdot 10^{-3} \Sigma_{\text{испр}} \dot{\theta} = 71,056 \times \\ &\quad \times 10^{-4} \text{ рад}^2/\text{сек}^2. \end{aligned}$$

Определим средние и максимальные значения для амплитуд угловой скорости бортовой качки

$$\begin{aligned} \bar{\dot{\theta}}_m &= 1,25 \sqrt{D_{\dot{\theta}}} = \\ &= 1,25 \cdot 0,845 \cdot 10^{-1} \text{ рад/сек}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\dot{\theta}}_m &= 57,3 \cdot 0,1055 = \\ &= 6,06 \text{ град/сек}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{m \text{ max}} &= 3,25 \sqrt{D_{\dot{\theta}}} = \\ &= 3,25 \cdot 0,845 \text{ рад/сек}; \end{aligned}$$

$$\dot{\theta}_{m \text{ max}} = 57,3 \cdot 0,274 = 15,7 \text{ град/сек}.$$

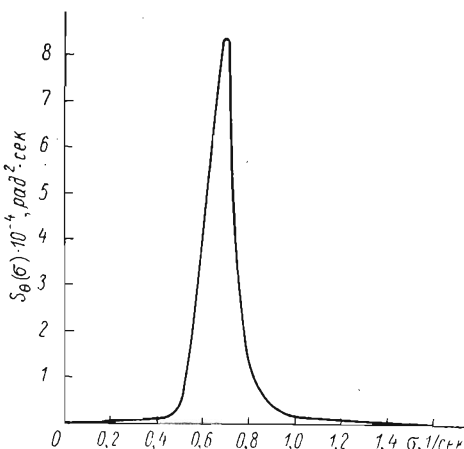


Рис. П.8

Полученные значения характеризуют бортовую качку корабля на нерегулярном волнении.

Расчет бортовой качки корабля на нерегулярном волнении

Р	σ^2	σ	$\kappa_{\theta T}$	$\kappa_{\theta B}$	$\kappa_{\theta} = (4) \cdot (5)$	$n_2^2 - \sigma^2$	$(7)^2$	$4\nu_2^2 \theta^2$	$(8) + (9)$	$1,83 \cdot 10^{-3} \cdot (3) \cdot (6)^2$	$\frac{(10)}{(11) \cdot 10^2}$	$S_{\theta}^2 (v)$	$S_{\theta} = (12) \cdot (13) \cdot 10^3$	$S_{\theta} = (2) \cdot (14) \cdot 10^3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,30	0,09	0,008	0,965	0,999	0,964	0,330	0,109	0,001	0,110	$1,4 \cdot 10^{-5}$	0,12	0,45	0,054	0,005
0,40	0,16	0,026	0,945	0,998	0,942	0,260	0,068	0,002	0,070	$4,3 \cdot 10^{-5}$	0,62	0,67	0,416	0,067
0,50	0,25	0,062	0,920	0,997	0,916	0,170	0,029	0,003	0,032	$9,6 \cdot 10^{-5}$	3,00	1,05	3,150	0,787
0,60	0,36	0,130	0,890	0,993	0,885	0,060	0,004	0,005	0,009	$18,6 \cdot 10^{-5}$	20,60	2,00	41,200	14,800
0,70	0,49	0,240	0,860	0,987	0,852	-0,070	0,005	0,006	0,011	$32,1 \cdot 10^{-5}$	29,20	2,85	83,400	40,900
0,80	0,64	0,410	0,815	0,977	0,797	-0,220	0,048	0,008	0,056	$47,9 \cdot 10^{-5}$	8,53	1,50	12,800	8,200
0,90	0,81	0,660	0,775	0,964	0,747	-0,390	0,152	0,010	0,162	$68,0 \cdot 10^{-5}$	4,20	1,00	4,200	3,400
1,00	1,00	1,000	0,730	0,944	0,690	-0,580	0,335	0,013	0,348	$87,5 \cdot 10^{-5}$	2,51	0,60	1,510	1,510
1,10	1,21	1,460	0,685	0,926	0,635	-0,790	0,622	0,015	0,637	$107,0 \cdot 10^{-5}$	1,68	0,35	0,588	0,710
1,20	1,44	2,070	0,635	0,885	0,562	-1,020	1,040	0,018	1,058	$120,0 \cdot 10^{-5}$	1,14	0,20	0,228	0,328
1,30	1,69	2,850	0,585	0,860	0,504	-1,270	1,610	0,022	1,632	$132,0 \cdot 10^{-5}$	0,81	0,15	0,122	0,205
1,40	1,96	3,850	0,530	0,826	0,437	-1,540	2,360	0,025	2,385	$135,0 \cdot 10^{-5}$	0,56	0,10	0,056	0,110
1,50	2,25	5,030	0,480	0,800	0,384	-1,830	3,370	0,029	3,399	$135,0 \cdot 10^{-5}$	0,40	0,08	0,032	0,072
Σ													-147,756	71,094
Поправка													0,043	0,038
$\Sigma_{\text{испр}}$													147,713	71,056

РАСЧЕТ УСПОКОИТЕЛЯ КАЧКИ

Произведем расчет качки стабилизированного корабля для условий, приведенных в Приложении 4, с учетом, что на судне установлена одна пара бортовых рулей профиля NACA-0021. Удлинение руля $\lambda = 2,0$; размах $l = 3,70$ м; хорда $b = 1,85$ м. Погружение середины пера руля под свободной поверхностью 3,6 м. Плечо подъемной силы относительно центральной продольной оси корабля $d = 8,5$ м.

Примем параметрический закон управления по одному параметру θ . Ограничимся расчетом эффективности успокоителя. Максимальный угол перекадки руля принимаем равным $\alpha_{\max} = 20^\circ$ (0,349 рад). Определим $\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0}\right)_{\alpha=0}$ по формуле (8.30)

$$\left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0}\right)_{\alpha=0} = 5,15 \frac{2,75 \cdot 2,0}{2,75 \cdot 2,0 + 5,6} = 2,55.$$

Статическая характеристика успокоителя

$$\varphi = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0}\right) \alpha_{\max}^0 d}{Dh} = \frac{0,102 \cdot 9,15^2 \cdot 6,84 \cdot 2,55 \cdot 20 \cdot 8,5}{5200 \cdot 1,62} = 3,0^\circ.$$

Согласно табл. П.1, при резонансе $\alpha_m = 4,6^\circ$. Кратность умерения качки в случае полного использования успокоителя определится по формуле (8.13)

$$K = \frac{\alpha_m}{\alpha_m - \varphi_{\text{ср}}} = \frac{4,6}{4,6 - 3,0} = 2,87.$$

Принимая эту же кратность умерения для нерегулярной качки, получим дисперсию угловой скорости качки стабилизированного корабля

$$D_{\dot{\theta}} = \frac{D_{\dot{\theta}_{\text{нестаб}}}}{K^2} = \frac{71,056 \cdot 10^{-4}}{2,87^2} = 8,68 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2/\text{сек}^2.$$

В успокоителе качки с бортовыми рулями управление углом перекадки рулей производится по закону

$$\alpha = B_1 \dot{\theta},$$

а стабилизирующий момент согласно формуле (8.34) равен

$$M_{\text{ср}} = 2 \frac{\rho v^2}{2} d S \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0}\right) \left(B_1 + \frac{d}{v}\right).$$

При 0,5%-ной обеспеченности (8.16) коэффициент B_1 равен

$$B_1 = \frac{\alpha_{\max}}{3,25 \sqrt{D_{\dot{\theta}}}} = \frac{0,349}{3,25 \sqrt{0,000868}} = \frac{0,349}{0,0955} = 3,65 \text{ сек.}$$

Добавка к коэффициенту сопротивления: за счет активной работы рулей

$$\Delta 2\nu_{\theta \text{ акт}} = \frac{d\rho v^2 S B_1 \left(\frac{dC_y}{d\alpha_0} \right) n_{\theta}^2}{Dh} =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 0,102 \cdot 9,15^2 \cdot 6,84 \cdot 3,65 \cdot 2,55 \cdot 0,646^2}{5200 \cdot 1,62} = 0,228 \text{ 1/сек};$$

за счет пассивного эффекта

$$\Delta 2\nu_{\theta \text{ пас}} = \frac{d^2 \rho v S \left(\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0} \right) n_{\theta}^2}{Dh} = 0,059 \text{ 1/сек}.$$

Суммарное значение коэффициента

$$\Delta 2\nu_{\theta} = 0,228 + 0,059 = 0,287 \text{ 1/сек}.$$

Суммарное значение коэффициента сопротивления: при пассивной работе рулей

$$2\nu_{\theta \text{ пас}} = 0,113 + 0,059 = 0,172 \text{ 1/сек};$$

при активной работе рулей

$$2\nu_{\theta \text{ акт}} = 0,113 + 0,059 + 0,228 = 0,400 \text{ 1/сек}.$$

Дальнейший расчет ведется в табличной форме для определения пассивного эффекта рулей и активной работы рулей (табл. П.9).

Для пассивного успокоения

$$D_{\theta} = \int_0^{\infty} S_{\theta}(\sigma) d\sigma = 92,10 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2;$$

$$D_{\dot{\theta}} = \int_0^{\infty} \dot{S}_{\theta}(\sigma) d\sigma = 45,32 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2/\text{сек}^2.$$

Среднее и максимальное значения амплитуды угла крена:

$$\bar{\theta}_m = 1,25 \sqrt{D_{\theta}} \cdot 57,3 \approx 6,8^{\circ};$$

$$\theta_{m \text{ max}} = 3,25 \sqrt{D_{\theta}} \cdot 57,3 \approx 17,8^{\circ}.$$

В 1-м приближении активная работа рулей будет определяться дисперсией:

$$D_{\dot{\theta}} = \int_0^{\infty} \dot{S}_{\theta} d\sigma = 0,1 \sum_{\text{испр } \dot{\theta}} = 14,83 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2/\text{сек}^2.$$

Величина $D_{\dot{\theta}}$ в 1,7 раза больше, чем было принято при определении B_1 . Примем во втором приближении $D_{\dot{\theta}}$ в 1,7 раза больше, чем было получено в 1-м приближении. Произведем 2-е приближение:

$$B_1 = \frac{0,349}{3,25 \sqrt{0,002520}} = 2,14 \text{ сек}.$$

Расчет бортовой качки стабилизированного корабля

Пассивный эффект рулей										Активная работа рулей (1-е приближение)				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
σ	σ^2	$(2^V \theta_{\text{пак}})^2 \sigma^2$	$(\theta^2 - \sigma^2)^2$	$(3) \div (4)$	$\frac{(3)}{(1)}$	$\frac{n^4}{\kappa_0^2 S_{\sigma^2}^2 \sigma^4}$	$S_{\theta} = (6) \cdot (7) \cdot 10^3$	$S_{\theta} = (2) \cdot (8)$	$(2^V \theta_{\text{акт}})^2 \sigma^2$	$(4) + (10)$	$\frac{(11)}{(1)}$	$S_{\theta} = (12) \cdot (7) \cdot 10^3$	$S_{\theta} = (2) \cdot (13)$	
0,30	0,09	0,003	0,109	0,112	8,50	$0,63 \cdot 10^{-5}$	0,06	0,01	0,014	0,123	8,10	0,05	0,01	
0,40	0,16	0,005	0,068	0,073	13,70	$2,88 \cdot 10^{-5}$	0,39	0,06	0,026	0,094	10,60	0,30	0,05	
0,50	0,25	0,007	0,029	0,036	27,80	$10,10 \cdot 10^{-5}$	2,80	0,70	0,040	0,069	14,40	1,44	0,36	
0,60	0,36	0,010	0,004	0,014	71,40	$37,20 \cdot 10^{-5}$	26,50	9,55	0,050	0,062	16,00	5,50	2,10	
0,70	0,49	0,015	0,005	0,020	50,00	$91,10 \cdot 10^{-5}$	45,50	22,30	0,079	0,084	11,50	10,80	5,27	
0,80	0,64	0,019	0,048	0,067	14,90	$71,60 \cdot 10^{-5}$	10,60	6,78	0,103	0,151	6,60	4,70	3,00	
0,90	0,81	0,024	0,152	0,176	5,68	$68,00 \cdot 10^{-5}$	3,86	3,13	0,130	0,282	3,50	2,37	1,91	
1,00	1,00	0,030	0,335	0,365	2,73	$52,40 \cdot 10^{-5}$	1,43	1,43	0,160	0,455	2,01	1,04	1,04	
1,10	1,21	0,036	0,622	0,658	1,52	$37,40 \cdot 10^{-5}$	0,57	0,69	0,194	0,816	1,22	0,45	0,54	
1,20	1,44	0,043	1,040	1,083	0,92	$24,00 \cdot 10^{-5}$	0,22	0,32	0,230	1,270	0,78	0,18	0,25	
1,30	1,69	0,050	1,610	1,660	0,60	$19,80 \cdot 10^{-5}$	0,12	0,20	0,270	1,880	0,53	0,10	0,17	
1,40	1,96	0,058	2,360	2,418	0,41	$13,50 \cdot 10^{-5}$	0,06	0,12	0,313	2,673	0,37	0,05	0,10	
1,50	2,25	0,067	3,370	3,437	0,29	$10,80 \cdot 10^{-5}$	0,03	0,07	0,360	3,730	0,27	0,03	0,07	
Σ							92,14	45,36	Σ				27,41	14,87
Поправка							0,04	0,04	Поправка				0,04	0,04
$\Sigma_{\text{испр}}$							92,10	45,32	$\Sigma_{\text{испр}}$				27,37	14,83

Далее следует проделать вычисления во втором приближении, аналогично вычислениям, выполненным в табл. П.9.

Ограничимся определением характерных значений амплитуд в 1-м приближении:

$$\bar{\theta}_m = 1,25 \sqrt{D_{\theta}} \cdot 57,3 = 3,7^{\circ};$$

$$\theta_{m \max} = 3,25 \sqrt{D_{\theta}} \cdot 57,3 = 9,7^{\circ},$$

где

$$D_{\theta} = \int_0^{\infty} S_{\theta} d\sigma = 0,1 \sum_{\text{испр } 0} = 27,37 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2.$$

Эффективность успокоителя качки характеризуется следующими значениями кратности умерения качки:

при выдвинутых неподвижных рулях

$$K = \sqrt{\frac{D_{\theta \text{ неустаб}}}{D_{\theta \text{ пас}}}} = \sqrt{\frac{147,7 \cdot 10^{-4}}{92,10 \cdot 10^{-4}}} = 1,26;$$

при активно работающих рулях

$$K = \sqrt{\frac{D_{\theta \text{ неустаб}}}{D_{\theta \text{ акт}}}} = \sqrt{\frac{147,7 \cdot 10^{-4}}{27,37 \cdot 10^{-4}}} = 2,32.$$

Пример графика спектральной плотности стабилизированного корабля приведен на рис. П.9, где даны две кривые — одна для пассивной работы рулей, другая для активной (здесь $2\nu_{\theta \text{ акт}} = 0,610 \text{ сек}^{-1}$; $2\nu_{\theta \text{ пас}} = 0,213 \text{ сек}^{-1}$).

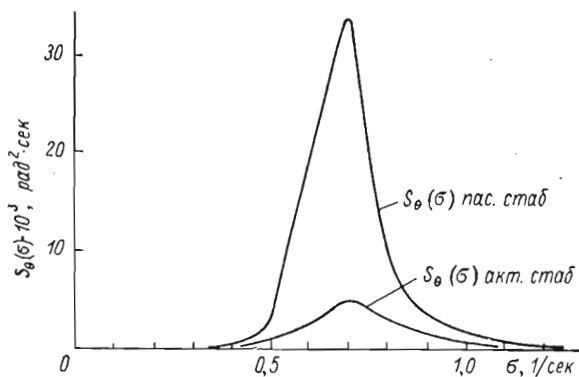


Рис. П.9

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ КОРАБЛЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕГО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СИЛЫ

Расчет ведем в соответствии с положениями главы VII (§ 41—43). Примем следующие условия реальной нагрузки: $V = 5660 \text{ м}^3$; $D = \gamma V = 1,025 \cdot 5660 = 5803 \text{ т}$; $L = 112 \text{ м}$; $B = 15,5 \text{ м}$; $T = 5,96 \text{ м}$; $h_0 = 0,45 \text{ м}$; $z_G = 6,33 \text{ м}$; пло-

щадь парусности $A_v = 1097 \text{ м}^2$; возвышение ЦП над основной $z_n = 12,6 \text{ м}$;
 $\frac{D}{g} = 591 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$; $\mu_{22} = 609 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$; $J_x = 19\,750 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$; $\Delta J_x =$
 $= 4650 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$; $J_{x1} = 19\,750 + 4650 = 24\,400 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$.

Эти и другие коэффициенты вычислены в § 41 (см. табл. 7.1).

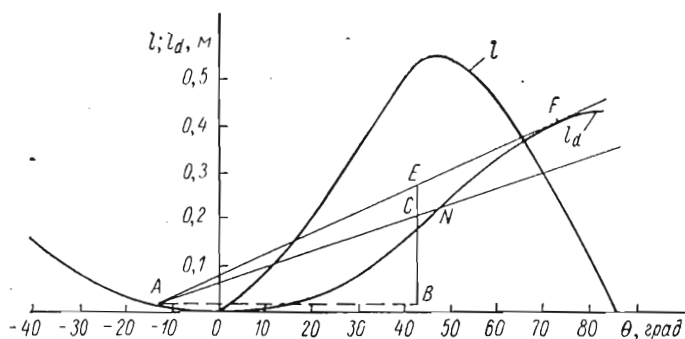


Рис. П.10

Расчетные значения плеч диаграммы статической и динамической остойчивости (l , l_d), а также частотные характеристики и периоды приведены в табл. П.10 (см. рис. П.10 и П.11).

Таблица П.10

Плечи остойчивости и собственный период бортовой качки корабля

θ , град	0	10	20	30	40	50	60	70	80
l , м	0	0,080	0,200	0,370	0,508	0,545	0,466	0,300	0,100
l_d , м	0	0,007	0,031	0,081	0,158	0,250	0,338	0,405	0,440
n_θ , 1/сек	0,329	0,330	0,360	0,394	0,405	0,405	0,377	—	—
T_θ , сек	19,10	19,03	17,45	15,95	15,50	15,50	16,66	—	—

Статический крен определен в § 41 и равен $33,4^\circ$ при давлении ветра 145 кг/м^2 (10 баллов).

Вычисление производим по формуле (7.54)

$$Dl_{d1} = Dl_{dm} + \mathfrak{M}_0 (\vartheta_m + \vartheta_1) + \frac{\mathfrak{M}_2}{1 + c^2} \left[\vartheta_m \left(1 - c e^{-\frac{c\pi}{2}} \right) + \right. \\
\left. + \vartheta_1 e^{-\frac{c\pi}{2}} \left(c + e^{-\frac{c\pi}{2}} \right) \right] + J_x \alpha_m n_m^2 \vartheta_1 \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\vartheta_1 n_1}{\vartheta_m n_m} \right),$$

где

$$c = \frac{k}{n_m}; \quad k = \frac{v_{22}}{\frac{D}{g} + \mu_{22}} = \frac{147 \text{ м·сек/м}}{591 \text{ м·сек}^2/\text{м} + 609 \text{ м·сек}^2/\text{м}} = 0,122 \text{ 1/сек};$$

$$\mathfrak{M}_0 = P_0 (z_{\Pi} - z_v) = 159 (12,6 - 2,98) = 1530 \text{ м·м};$$

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{-P_0 \gamma}{k - \gamma} (z_v - z_{G1}) = \frac{-159 \cdot 4}{0,122 - 4} (2,98 - 7,03) = -665 \text{ м·м};$$

z_{G1} — аппликата общего центра инерции массы корабля и присоединенной массы при дрейфе судна (7.14) ($z_{G1} = 7,03 \text{ м}$); z_v — аппликата точки приложения демпфирующей гидродинамической силы ($z_v = 2,98 \text{ м}$); P_0 — сила давления ветра ($P_0 = p \cdot A_v = 159 \text{ м}$), где p — удельное давление ветра, которое в нашем примере принимаем равным 145 кг/м^2 (10 баллов).

Расчет крена ведем методом последовательных приближений при заданных величинах $\mathfrak{M}_0$; $\mathfrak{M}_2$; α_m и ϑ_m .

Возьмем близкую к резонансу волну (судно без хода). Тогда $\lambda = 500 \text{ м}$; $2r_B/\lambda = 0,02$; $T/\lambda = 0,01$; $B/\lambda = 0,03$; $\kappa_\theta = 1,0$; $\alpha_0 = \alpha_m = 2\pi r_B/\lambda = 0,0628$; $\alpha_m = 3,6^\circ$; $\sigma = 0,35 \text{ 1/сек}$.

Задаемся $2v_\theta = 0,066$ (см. табл. 7.1). По частотному графику (см. рис. П.11) находим

$$\vartheta_m = 14,5^\circ.$$

Задаемся в качестве 1-го приближения величиной $\vartheta_1 = 20^\circ$, которая, очевидно, должна превышать амплитуду качки $\vartheta_m = 14,5^\circ$.

2-е приближение дает:

$$\begin{aligned} D l_{d1} &= 5803 \cdot 0,015 + 1530 (0,253 + 0,357) - \frac{665}{1 + 0,122} \times \\ &\times [0,253 (1 - 0,350 e^{-0,55}) + 0,357 e^{-0,55} (0,350 + e^{-0,55})] + \\ &+ 19750 \cdot 0,0628 \cdot 0,350^2 \cdot 0,357 \frac{\pi}{4} \left[1 - \frac{0,357}{0,253} \cdot \frac{0,370}{0,350} \right] = 786 \text{ м·м}; \end{aligned}$$

$l_{d1} = 0,135 \text{ м}$; $\vartheta_m + \vartheta_1 = 37,5^\circ$; $\vartheta_1 = 23^\circ$. Принимаем это значение за расчетное.

Определяем кренящий момент:

$$\mathfrak{M}_{кр} = 0,001 p A_v z,$$

где $p = 156 \text{ кг/м}^2$ — расчетное удельное давление ветра, задаваемое Нормами; $A_v = 1097 \text{ м}^2$ — площадь парусности; $z = 12,6 - 5,96 = 6,64 \text{ м}$ — возвышение центра парусности над ватерлинией, т. е.

$$\mathfrak{M}_{кр} = 0,001 \cdot 156 \cdot 1097 \cdot 6,64 = 1140 \text{ м·м}.$$

На рис. П.10 откладываем влево амплитуду качки ϑ_m (точка А), проводим параллельно оси абсцисс отрезок АВ, равный 1 рад , откладываем вверх отрезок ВС, соответствующий кренящему моменту от ветровой нагрузки:

$$BC = \frac{1140}{5803} = 0,196 \text{ м}.$$

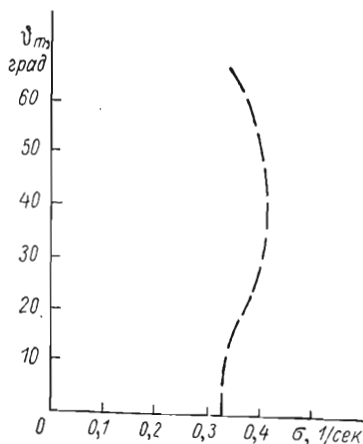


Рис. П.11

Точка N соответствует углу динамического крена (48°).

Отрезок BE соответствует опрокидывающему моменту:

$$BE = 0,260 \text{ м}; M_{\text{опр}} = 5803 \cdot 0,260 = 1510 \text{ т} \cdot \text{м};$$

$$K = \frac{M_{\text{опр}}}{M_{\text{кр}}} = \frac{1510}{1140} > 1,00.$$

Таким образом судно удовлетворяет Нормам Регистра СССР.

Динамический угол крена равен $35,5^\circ$ для удельного давления ветра 145 кг/м^2 (10 баллов) и 48° для 156 кг/м^2 (по Нормам Регистра СССР).

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОРАБЛЯ ДЛЯ РАСЧЕТА КАЧКИ

Приведем два примера расчета.

1. Проверка примера А. Н. Крылова (см. § 32). Как было указано в главе V, А. Н. Крылов предложил учитывать влияние нерегулярности волнения путем введения в расчет незатухающих свободных колебаний, т. е. волнение принималось нестационарным. В численном примере А. Н. Крылова последовательные волны имели следующие величины периодов: 8,2; 7,7; 7,5;

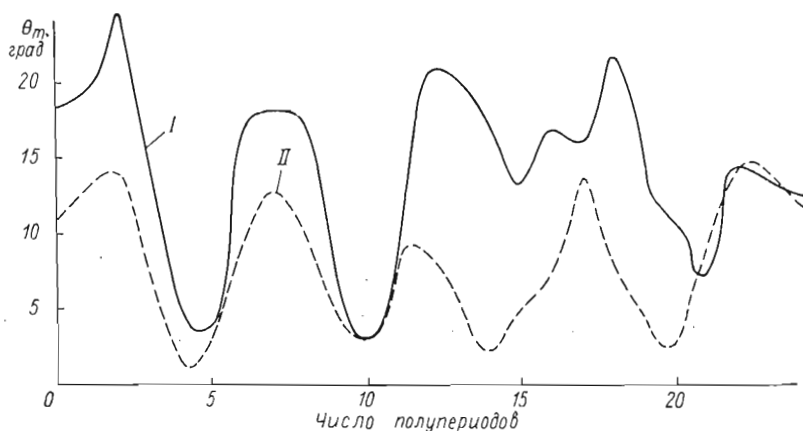


Рис. П.12

8,5; 7,7; 8,5; 7,5; 7,7; 8,5; 7,5; 8,5; 8,5; 7,7 сек. Амплитуда угла волнового склона принималась постоянной и равной 9° . Период собственного колебания судна равен 12 сек.

Данная система волн была нанесена графически на ленту ДНР (см. § 54). Амплитуда угла крена записывалась на ленту осциллографа. Результаты расчета А. Н. Крылова (кривая II) и расчета на АК-2 (кривая I) нанесены на график рис. П.12. Для наглядности точки соединены кривыми. Качественно кривые имеют одинаковый характер, но наблюдается значительное расхождение в количественном отношении.

2. Анализ бортовой качки корабля на нерегулярном волнении.

Исходные данные: $D = 936 \text{ т}$; $J_1 = 1290 \text{ т} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$; $T_\theta = 8 \text{ сек}$; $h_0 = 0,85 \text{ м}$; $2v_0 = 0,20$. Коэффициент x_0 рассчитан обычным образом. Судно не имеет хода

и расположено лагом к волнению, которое для простоты полагаем двумерным. Волнение выбрано со статистическими характеристиками, обеспечивающими качку в районе резонанса. Использована запись реального волнения в Баренцовом море со средним периодом волны 8 сек при средней амплитуде угла волнового склона 5,42°. Результаты обработки волнения приведены в табл. П.11. В таблицу заносится число наблюдений α_0 и τ в долях от их максимальных значений. Следует подготовить шаблон с градуировкой 0,1 максимального значения, с помощью которого определяют число замеренных величин. Так, например, в 1-й строке (5-й столбец) записано

$$+ 2 \frac{-10}{-2}.$$

Это значит, что в обработанной записи имеются два замера с α_0 , лежащим в пределах $(0,0 \div 0,1) \cdot (\alpha_0)_{\max}$, при τ , лежащем в пределах $(0,4 \div 0,5) \cdot (\tau)_{\max}$. Далее в числитель дроби заносят произведения $2(-5)$, где -5 — множитель при α_0 , а в знаменатель — произведение $2(-1)$, где -1 — множитель при τ . Дальнейшие выкладки обычны и вряд ли нуждаются в пояснениях. Из таблицы видно, что коэффициент корреляции равен 0,378, что показывает на явную нелинейную зависимость угла волнового склона от периода волнения. Напомним, что для независимых величин коэффициент равен нулю, а для линейной зависимости равен единице.

Используя зависимость (9.60) для корреляционной функции, получим следующие значения коэффициентов: $A = 8,12 \text{ град}^2$; $\alpha = 0,12 \text{ сек}^{-1}$; $\beta = 0,5 \text{ сек}^{-1}$ для имеющейся записи реального волнения. Полученные значения подобраны как аппроксимирующие запись волнения. Далее, используя формулу (9.61), получим спектральную плотность в комплексном виде, которая связана со спектральной плотностью в действительной форме соотношением

$$S_{\alpha}(\sigma) = 2S_{\alpha}^*(\sigma).$$

Используя зависимость перехода, определим спектральную плотность бортовой качки судна:

$$S_{\theta}(\sigma) = \kappa_{\theta}^2 \Phi^2(\sigma) S_{\alpha}(\sigma).$$

Следуя рекомендациям Приложения 4, определяем средние, максимальные (обеспеченность 0,5%) и трехпроцентной обеспеченности амплитуды бортовой качки судна. Вычисленные значения приведены в табл. П.12. Там же приведены результаты эксперимента, снятые по осциллограмме и по данным визуальных наблюдений по шкале прибора. Средние значения соответствуют среднеарифметическим значениям указанных наблюдений.

При анализе полученных данных следует иметь в виду, что эксперимент был проведен на сравнительно коротком участке, вообще же говоря, правомочными считаются записи, где зафиксировано не менее 200 полных колебаний.

Обращаем внимание читателя на тот факт, что спектральная плотность волнения дана не в функции высоты волны, а относительно угла волнового склона. Это является следствием особенности прибора, имеющего датчик нерегулярного волнения по углу волнового склона. В какой-то степени это является недостатком прибора АК-2, поскольку запись волнения по волне приходится перестраивать в запись волны по углу волнового склона.

Резонансной волной для регулярного волнения в рассматриваемом случае будет волна $\lambda = 100 \text{ м}$, ($\tau = 8 \text{ сек}$), $\sigma = 0,785 \text{ сек}^{-1}$, при этом $\kappa_{\theta} = 0,9$. Амплитуда приведенного угла волнового склона на регулярном волнении составит 4,87°. Тогда для укороченного уравнения бортовой качки судна

$$\theta_{\text{рез}} = \frac{\alpha_m}{2\nu_0} = \frac{4,87}{0,20} = 24,3^\circ.$$

α_0	Множитель	τ										
		0,0—0,1	0,1—0,2	0,2—0,3	0,3—0,4	0,4—0,5	0,5—0,6	0,6—0,7	0,7—0,8	0,8—0,9	0,9—1,0	1,0—1,1
		—5	—4	—3	—2	—1	0	1	2	3	4	5
0,0—0,1	—5					$2 \frac{-11}{-2}$	$5 \frac{-25}{0}$	$4 \frac{-20}{4}$	$3 \frac{-15}{6}$			
0,1—0,2	—4				$1 \frac{-4}{-2}$	$3 \frac{-12}{-3}$	$9 \frac{-36}{0}$	$1 \frac{-4}{1}$	$3 \frac{-12}{6}$	$1 \frac{-4}{3}$		$2 \frac{-8}{10}$
0,2—0,3	—3				$1 \frac{-3}{-2}$	$3 \frac{-9}{-3}$	$5 \frac{-15}{0}$	$7 \frac{-21}{7}$	$2 \frac{-6}{4}$	$4 \frac{-12}{12}$		$2 \frac{-6}{10}$
0,3—0,4	—2				$1 \frac{-2}{-2}$	$4 \frac{-8}{-4}$	$3 \frac{-6}{0}$	$2 \frac{-4}{2}$	$1 \frac{-1}{2}$	$6 \frac{-12}{18}$	$1 \frac{-2}{4}$	$2 \frac{-4}{10}$
0,4—0,5	—1					$1 \frac{-1}{-1}$	$4 \frac{-4}{0}$	$3 \frac{-3}{3}$	$2 \frac{-2}{6}$	$2 \frac{-2}{6}$	$3 \frac{-3}{12}$	$2 \frac{-2}{10}$
0,5—0,6	0						$4 \frac{0}{0}$	$2 \frac{0}{2}$	$2 \frac{0}{4}$	$4 \frac{0}{12}$	$3 \frac{0}{12}$	$1 \frac{0}{5}$
0,6—0,7	1				$1 \frac{1}{-2}$		$2 \frac{2}{0}$	$2 \frac{2}{2}$	$4 \frac{4}{8}$	$3 \frac{3}{9}$	$1 \frac{1}{4}$	$2 \frac{2}{10}$
0,7—0,8	2						$1 \frac{2}{0}$		$1 \frac{2}{2}$	$7 \frac{14}{21}$		
0,8—0,9	3								$1 \frac{3}{2}$			$2 \frac{6}{10}$
0,9—1,0	4									$1 \frac{4}{3}$		
1,0—1,1	5									$1 \frac{5}{4}$		
n_τ	I				4	13	33	21	19	29	8	13
$n_\tau \tau$	II				—8	—13	0	21	38	87	32	65
$n_\tau \tau^2$	III				16	13	0	21	76	261	128	325
$\sum n_{\alpha\tau} \alpha$	IV				—8	—40	—82	—50	—28	—4	—4	—12
$\tau \sum n_{\alpha\tau} \alpha$	V				16	40	0	—50	—56	—12	—16	—60
$(\sum n_{\alpha\tau} \alpha)^2$	VI				64	1600	6740	2500	784	16	16	144
$\frac{1}{n_\tau} (\sum n_{\alpha\tau} \alpha)^2$	VII				16,0	12,3	204,0	119,0	41,2	0,5	2,0	11,0

ВОЛНЕНИЯ

n_α	$n_\alpha \alpha$	$n_\alpha \alpha^2$	$\sum n_{\alpha\tau}$	$\alpha \sum n_{\alpha\tau}$	$(\sum n_{\alpha\tau})^2$	$\frac{1}{n_\alpha} (\sum n_{\alpha\tau})^2$	Коэффициент корреляции
I	II	III	IV	V	VI	VII	
14	-70	350	8	-40	64	4,6	$r = \frac{n \sum \sum \frac{n_{\alpha\tau} \alpha}{\tau} - \left(\sum \frac{n_\tau}{\tau} \right) \left(\sum \frac{n_\alpha \alpha}{\alpha} \right)}{\sqrt{\left[n \sum \frac{n_\tau}{\tau} - \left(\sum \frac{n_\tau}{\tau} \right)^2 \right] \left[n \sum \frac{n_\alpha \alpha^2}{\alpha} - \left(\sum \frac{n_\alpha \alpha}{\alpha} \right)^2 \right]}}$ $= \frac{-140 \cdot 138 + 228 \cdot 222}{\sqrt{(140 \cdot 840 - 222^2) (140 \cdot 1102 - 228^2)}} = 0,378$
20	-80	320	15	-60	225	11,2	
24	-72	216	28	-84	784	32,7	
20	-40	80	30	-60	900	45,0	
17	-17	17	34	-34	1157	68,0	
16	0	30	35	0	1225	76,5	
15	15	15	31	31	676	45,0	
9	18	36	23	46	529	58,7	
3	9	27	12	36	144	48,0	
1	4	16	3	12	9	9,0	
1	5	15	3	15	9	9,0	
140	-228	1102	222	-138	—	407,7	
222							
840							
-228							
-138							
—							
406,0							

Амплитуды бортовой качки

Метод определения	θ_m^*	θ_m^{**}	$\bar{\theta}_m$	$\bar{T}_\theta$, сек
По данным осциллограммы	33,3	22,6	10,7	7,8
Визуальные наблюдения	25,0	22,2	10,5	8,3
Средние значения	29,15	22,4	10,6	8,05
Расчет	22,5	18,3	8,7	—

* При 0,5%-ной обеспеченности.
 ** При 3%-ной обеспеченности.

Таким образом, резонансный угол крена при качке корабля на регулярном волнении будет того же порядка, что и максимальные углы при качке корабля на нерегулярном волнении. Средние углы и даже углы крена при трехпроцентной обеспеченности будут ниже этого значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев Г. К. Экспериментально-теоретическое исследование некоторых вопросов боковой качки судов внутреннего плавания. Автореферат диссертации, ЛКИ, 1956.
2. Артюшков Л. С., Семенов-Тян-Шанский В. В. Исследование заливаемости моделей судов. Тр. ЛКИ, 1967, вып. LVIII.
3. Афремов А. Ш., Бородай И. К. и Вознесенский А. И. Определение передаточной функции качки судов путем испытаний моделей на кратковременном неустановившемся волнении. Сб. НТО судпрома, 1966, вып. 73.
4. Басин А. М. Бортовая качка и остойчивость корабля на волнении. Тр. ЦНИИРФ, 1955, вып. XXX.
5. Басин А. М. Приближенное исследование действия волнения на плавающее судно. Тр. ЦНИИРФ, 1952, вып. XVII.
6. Басин А. М., Анфимов В. Н. и Авдеев Г. К. Теоретические основы расчета и нормирования остойчивости судов внутреннего плавания. Тр. ЦНИИРФ, 1957, вып. XXXVI.
7. Благовещенский С. Н. Качка корабля. Судпромгиз, 1954.
8. Благовещенский С. Н. О действии на судно ветровой нагрузки. Сб. «Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости». Морской транспорт, 1965.
9. Благовещенский С. Н. О нормировании остойчивости морских судов. Тр. ЦНИИМФ, 1951, вып. VIII.
10. Благовещенский С. Н. О поправочных коэффициентах для учета влияния поперечных размеров судна на его качку в положении лагом к волне. Тр. ЛКИ, 1953, вып. XII.
11. Благовещенский С. Н. Успокоительные цистерны и их применение на ледоколе, ОНТИ, 1936.

12. Бородай И. К., Нецветаев Ю. А. Качка судов на морском волнении. «Судостроение», 1969.
13. Бубнов И. Г. Дополнительные статьи к строительной механике корабля. Изд. ЛПИ им. М. И. Калинина, 1930.
14. Ветровые волны. Сб. под редакцией Ю. М. Крылова. ИЛ, 1962.
15. Владимиров А. Н. Заливаемость кораблей при ходе на волнении. «Прикладная математика и механика», 1946, т. X, вып. 1.
16. Власов В. Г. Диаграммы качки. Собр. тр., т. 2. Судпромгиз, 1959.
17. Власов В. Г. Интегральное интерполирование по начальным и конечным производным. Собр. тр., т. 5. Судпромгиз, 1959.
18. Власов В. Г. О периоде свободных колебаний корабля. Собр. тр., т. 2. Судпромгиз, 1959.
19. Вознесенский А. И., Нецветаев Ю. А. Энергетический спектр морского волнения «Судостроение», 1966, № 7.
20. Гирс И. В., Русецкий А. А., Нецветаев Ю. А. Испытание мореходных качеств судов. «Судостроение», 1965.
21. Глотов В. К., Жень Кэ. Рациональные приемы обработки записей бортовой качки моделей. Тр. ЛКИ, 1960, вып. 31.
22. Глуховский Б. Х. Исследование морского ветрового волнения. Гидрометеиздат, 1966.
23. Гусев В. В., Еремеев Ю. А., Самохвалов Г. И., Холдин А. Н. Математическая модель корабля. Тр. ЛКИ, 1960, вып. 31.
24. Жуковский Н. Е. Действие волнующейся жидкости малой глубины на плавающие на ее поверхности тела. Собр. соч., т. II. М., Гостехтеоретиздат, 1949, стр. 726—776.
25. Карпов А. Б. К расчету боковой качки при конечных амплитудах. «Судостроение», 1951, № 6.
26. Козляков В. В. О рациональной структуре формул для определения статистических характеристик волновых нагрузок. «Судостроение», 1966, № 8.
27. Кондриков Д. В. К расчету продольной качки транспортных судов. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов». «Транспорт», 1967.
28. Кочин Н. Е. Теория волн, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости. Собр. соч., т. II, АН СССР, 1956.
29. Крутков Ю. А. Замечание о боковой качке корабля на волнении. ДАН СССР, нов. сер., 1934, т. II, № 3.
30. Крылов А. Н. О боковой качке корабля, имеющего заданную диаграмму остойчивости. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
31. Крылов А. Н. Общая теория качки корабля на волнении. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
32. Крылов А. Н. Теория килевой качки на волнении. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
33. Крылов А. Н. Теория пассивных успокоительных цистерн Фрама. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
34. Крылов А. Н. Успокоительные цистерны Фрама и их исследование на пароходе *Метеор*. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
35. Крылов А. Н. Фрудовская теория боковой качки корабля на волнении. Собр. тр., т. XI. Изд-во АН СССР, 1951.
36. Липис В. Б., Малова В. Ф., Фаддеев Ю. И., Шебала А. Н. Сравнительные модельные испытания при буксировке и самоходе в условиях вынужденной продольной качки. Сб. НТОсудпрома, 1965, вып. 71.
37. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И. Курс теоретической механики, ч. II. Гостехиздат, 1940.
38. Луговский В. В. Нелинейные задачи мореходности корабля. «Судостроение», 1966.
39. Луговский В. В. Новая методика определения условной расчетной амплитуды качки транспортных судов при нормировании остойчивости.

Сб. «Теоретические и практические вопросы остойчивости морских судов». «Морской транспорт», 1963.

40. Луговский В. В. и Фаддеев Ю. И. Практический расчет характеристик бортовой качки транспортных судов с использованием номограмм серийных модельных испытаний. «Судостроение», 1963, № 8.

41. Мореншильдт В. А. Сравнительное исследование успокоительных цистерн. «Судостроение», 1966, № 4.

42. Нецветаев Ю. А. О структуре уравнений продольной качки судов. Доклады к XVI научно-технической конференции по теории корабля. НТО судпрома, 1966, вып. 73.

43. Павленко Г. Е. Качка судов. Гострансиздат, 1935.

44. Павленко Г. Е. К теории бортовой качки в связи с определением безопасности корабля на волнении. ОН. 1947, № 12.

45. Павленко Г. Е. Теория расчетов продольной качки корабля. Изд. ЛКИ, 1939.

46. Пановко Я. Г. и Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. «Наука», 1967.

47. Папкович П. Ф. Анализ дополнительных изгибающих моментов, возникающих в корпусе прямостенного корабля на правильной синусоидальной зыби. Тр. по прочности корабля. Судпромгиз, 1956.

48. Поляхов Н. Н. Теория нестационарных движений несущей поверхности. Изд. ЛГУ, 1960.

49. Поляхов Н. Н., Пастухов А. И. Теория несущей поверхности прямоугольной формы. Вестник ЛГУ, 1959, № 13.

50. Применение аэрометодов для исследования моря. Под общей редакцией проф. В. Р. Здановича. Изд-во АН СССР, 1963.

51. Регистр СССР. Нормы остойчивости морских судов. «Морской транспорт», 1963; 1967.

52. Ремеz Ю. В. К гидродинамической теории качки судна на волнении. Сб. НТО судпрома, 1963, вып. 49.

53. Ростовцев Д. М. К вопросу о структуре уравнений продольной качки. Тр. ЛКИ, 1966, вып. L III.

54. Сахно Е. Ф. Теория и опыт применения пневматических волнопродукторов в опытовых бассейнах. Сб. НТО судпрома, 1961, вып. 39.

55. Севастьянов Н. Б. О возможности контроля за остойчивостью судна на море по периоду бортовой качки. Сб. «Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости морских судов». «Морской транспорт», 1963.

56. Семенов-Тян-Шанский В. В. Влияние вертикальной качки на поперечную начальную остойчивость. Тр. ЛКИ, 1951, вып. IX.

57. Семенов-Тян-Шанский В. В., Фаддеев Ю. И., Шипуков О. Г. Методика расчета демпфирования бортовой качки судов с килем. Сб. «Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости». «Транспорт», 1965.

58. Семенов-Тян-Шанский В. В. Моделирование бортовой качки. Тр. ЛКИ, 1966, вып. LII.

59. Семенов-Тян-Шанский В. В. Нелинейная качка корабля на тихой воде при сопротивлении, пропорциональном квадрату скорости. Тр. ЛКИ, 1952, вып. X.

60. Семенов-Тян-Шанский В. В. О резонансе при линейной и нелинейной качке. Сб. НТО судпрома, 1963, вып. 48.

61. Семенов-Тян-Шанский В. В. Решение уравнения нелинейной бортовой качки методом энергетического баланса. Доклады к XV научно-технической конференции по теории корабля и гидромеханике судна. Сб. НТО судпрома, 1965, вып. 64.

62. Сизов В. Г. О расчете бортовой качки корабля по заданной диаграмме остойчивости. Тр. Одесского ин-та инж. мор. флота, 1954, вып. XI.

63. Соболев Г. В. Демпфирование бортовой качки судна на ходу. Тр. ЛКИ, 1958, вып. 22.

64. Степанов А. Г. Некоторые результаты статистического исследования волнения и качки на экспедиционном судне *Михаил Ломоносов*. Сб. НТО судпрома, 1961, вып. 39.
65. Стреляев Л. Н. К расчету частотной характеристики нелинейной бортовой качки судов на тихой воде. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов». «Транспорт», 1967.
66. Стреляев Л. Н. О пороге возбуждения параметрического резонанса бортовой качки судна. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов». «Транспорт», 1967.
67. Тупышев А. Н. Приложение теории стационарных случайных процессов к исследованию качки корабля на нерегулярном волнении. Тр. НТО судпрома, 1957, т. VII, вып. 2.
68. Фаддеев Ю. И. Определение главной части возмущающей силы при бортовой качке на волнении в условиях мелководья. Тр. ЛКИ, 1954, вып. XIII.
69. Фаддеев Ю. И., Юй Сян-Сан. Определение коэффициентов сопротивления при свободных колебаниях в случае больших затуханий. Тр. ЛКИ, 1962, вып. 38.
70. Фан-дер-Флит А. П. Теория корабля. Лекции, читанные студентам кораблестр. отд. Петроград. политехн. ин-та в 1915/1916 уч. году. Петроград, 1916.
71. Федяевский К. К., Фирсов Г. А. Крен судна под действием ветра, «Судостроение», 1957, № 12.
72. Фирсов Г. А. К вопросу о расчете бортовой качки судов на нерегулярном волнении при нелинейном сопротивлении. Доклад на X научно-технической конференции НТО судпрома, 1958.
73. Фоменко Ю. И. Мореходные испытания т/х *Краснодар*. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов», «Транспорт», 1967.
74. Ханович И. Т. Определение эффективного значения волнового склона при расчетах боковой качки. «Судостроение», 1948, № 5.
75. Хаскинд М. Д. Гидродинамическая теория качки корабля на волнении. ПММ, 1946, т. 10, вып. 1.
76. Хаскинд М. Д. Колебания плавающего контура на поверхности тяжелой жидкости, ПММ, 1953, т. 17, вып. 3.
77. Хаскинд М. Д. Приближенные методы определения гидродинамических характеристик качки. Изд. АН СССР, ОТН, 1954, № 11.
78. Хаскинд М. Д. и Римап И. С. Метод определения характеристик качки корабля. Изд. АН СССР, ОТН, 1946, № 10.
79. Холодильн А. Н. Взаимное влияние боковых активизированных рулей. Тр. ЛКИ, 1955, вып. 16.
80. Холодильн А. Н. Вынужденная качка судна на тихой воде. Тр. ЛКИ, 1954, вып. 14.
81. Холодильн А. Н. Нестационарная теория крыла малого удлинения. Вестник ЛГУ, 1964, № 1.
82. Холодильн А. Н. Определение коэффициента сопротивления качке при ходе судна. Тр. ЛКИ, 1955, вып. XVI.
83. Холодильн А. Н. Стабилизация судна вертикальным рулем. Тр. ЛКИ, 1959, вып. 29.
84. Хорошанский Г. М. Успокоители качки, действующие на начальную остойчивость судна. «Судостроение», 1965, № 6.
85. Шмырев А. Н. Стабилизация судов на волнении воздействием на остойчивость. «Судостроение», 1960, № 1.
86. Шмырев А. Н., Мореншильдт В. А., Ильина С. Г. Успокоители качки судов. Судпромгиз, 1961.
87. Abkowitz M. A. The Effect of Antipitching Fins on Ship Motions. Transactions of SNAME, 1959, v. 67.
88. Bertin L. E. Les vagues et les roulis. Memoire de la Societe national des sciences naturelles de Cherbourg, 1873, 1874.

89. Bouguer P. Traite du navire, de sa construction et de ses Mouvements. Paris, 1746.
90. Burger W., Corbet A. G. Ship Stabilizers. London, 1966.
91. Davis M. C., Zarnick E. L. Testing Ship Models in Transient Waves. Fifth symposium Naval Hydrodynamics. Ship Motions and Drag Reduction. Norway, 1964. Washington, 1966.
92. Denis M. St. and Pierson Ir. W. J. On the motion of ships in confused seas. Tr. SNAME, 1953, vol. 61.
93. Euler L. Scientia Navalis. St.-Petersbourg, 1749.
94. Foster J. Preliminary Evaluation of Passive Roll Stabilization Tanks Installed aboard the USNS «Eltanin». DTMB Report 1622, 1962, May.
95. Froude W. On the rolling of ships. TINA, 1861.
96. Grim O. A method for a more precise computation of heaving and pitching motions, both in smooth water and in waves. Third Symposium of Naval Hydrodynamics. Schveningen, 1960.
97. Kent J. L. Ships in Rough Water. London, 1958.
98. Kourvin-Kroukovsky B. V. The Theory of Seekeeping. New York, 1961.
99. Lalangas. P. A. Effect of speed and wave height on the rolling of a ship model with passive antirolling tanks. Stevens Institute of Technology. Report No. 1018, 1964, March.
100. Newman J. N. The Damping and Oscillating Ellipsoid near free Surface, Journal of Ship Research, 1961, vol. 5, No. 3, December.
101. Newton R. N. Wetness Related to Freeboard and Flare. Transaction INA, 1960, vol. 102.
102. Nieuwenhuysen J. N. Experimental investigations on seasickness. Diss. Utrecht, 1958.
103. Ochi M. K. Prediction of Occurrence and Severity of Ship Slamming at Sea. Fifth Symposium Naval Hydrodynamics, Norway, 1964, Washington, 1966.
104. Ridjanovic M. Drag Coefficients of Flat Plates Oscillating Normally to their Planes. Schiffstechnik, 1962, Bd. 9, Heft 45.
105. Santes. R. and Russo M. Rolling of the s. a. «Conte di Savoia» in Tank Experiments and Sea». Shipbuilding and Shipping Record. 1936, vol. 48, No. 14, 15, 16. October.
106. Stefun G. P. Model Experiments with Fixed Bow Antipitching Fins. Journal of Ship Research, 1959, October.
107. Spenc P. G. Research on Reduction on Pitching Motions Ships by Means of Controllable Fins. DTMB Report, 1962, No. 913.
108. Takagi M., Nekado J., Matsui M., Mokunaka M. Activated Anti-Pitching Fins. Hitachi Zosen Technical Report, 1967; No. 1, June.
109. Tasaï F. Damping Force and added Mass of Ships Heaving and Pitching. Reports of Research Inst. for Applied Mechanics, 1959, vol. VII, No. 26; 1960, vol. VIII, No. 31.
110. Tucker M. J. A shipborne wave recorder. TINA, 1956, vol. 48.
111. Vasta J., Gidding A. J., Taplin A., Shilwell J. J. Roll stabilization by Means of Passive Tanks, SNAME, 1961, vol. 69.
112. Vossers G. Fundamentals of the Behavior of Ships in Waves. ISP, 1960.
113. Vossers G. Fundamentals of the Behavior of Ships in Waves. ISP. 1962, vol. 9, No. 92, 93, May.
114. Vughts I. H. Pitch and Heave with Fixed and Controlled Bow Fins, ISP, 1967, vol. 14, May.
115. Ninth International Towing Tank Conference. Report of Committee on Seagoing Qualities of Ships. Paris, 1960.

