

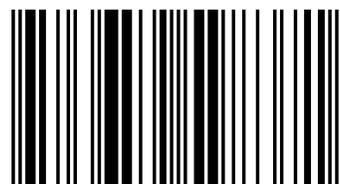
Анализируется модель окружающего пространства-времени. В этой модели, пространство-время является фазовым LT пространством с метрикой $3D + 3T$. Модель является развитием и уточнением модели пространства времени постулируемой А. Пуанкаре в виде структуры трёхмерной сферы, а её правомерность доказана Г. Перельманом. В динамическом построении трёхмерная сфера описывает структуру четырёхмерного шара – би-финслероида. Уравнения би-финслероидов выведены в виде предельного построения вписанных в сферу рациональных и иррациональных полюсных многогранников.

Би-финслероид - модель мира и анти-мира



Геннадий Семёнович Мельников

Окончил Ленинградский Институт Авиационного Приборостроения в 1969 году, аспирантуру Государственного Оптического Института в 1977 году, автор более 150 докладов на международных конференциях, научных статей и монографий.



978-3-659-59837-1

Мельников

Геннадий Семёнович Мельников

Фрактальное единство пространства и времени

Правосторонний мир и левосторонний антимир

LAP LAMBERT
Academic Publishing

Геннадий Семёнович Мельников

Фрактальное единство пространства и времени

Геннадий Семёнович Мельников

**Фрактальное единство пространства
и времени**

Правосторонний мир и левосторонний антимир

LAP LAMBERT Academic Publishing

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

OmniScriptum GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-59837-1

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2014 OmniScriptum GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2014

2014
СОДЕРЖАНИЕ

Название раздела	Стр.
Содержание.....	1
Предисловие.....	4
Введение.....	9
ВЫВОДЫ по введению:.....	14
Список использованных источников к Введению	15
Глава I. Гиперкомплексные числа и фракталы пространства времени.	20
1.1. Структура числового континуума.	24
1.1.1. Исследование иерархической структуры в числовых последовательностях.	35
1.1.2. Особые классы иерархических структур в сеточных и решеточных конфигурациях числового континуума.....	41
1.1.3. Исследование решений задач математических бильярдов в круге и сфере.....	49
1.2. Анализ само подобной структуры комплексных отображений траекторий математических бильярдов.	57
1.3. Анализ геометрических полей оптических элементов методами аналитических комплекснозначных функций.....	61
1.4. Вывод параметрических уравнений комплекснозначных функций комплексных переменных, дающих полное описание геометрического поля оптического шара.	77
1.5. Траектории лучей и поверхности равных фаз оптических элементов многократного отражения в терминах обобщенных функций теории чисел.....	82
1.6. Теоретическое описание траекторий движения парциальных лучей света в би-фрактальных световодах цилиндрического типа.....	92

1.7. Дискретные свойства транспарантов с фрактальной линейчатой и круговой графикой.....	97
1.8. Исследования геометрической структуры транспарантов...	101
1.9 Дискретные свойства дискретных сегментированных элементов фрактальной оптики.	116
Выводы по главе 1	125
Список использованной литературы Главы 1.....	125
Глава II. Фрактальная концепция геометрического поля пространственных частот объединенного Евклидово- Риманова пространства-времени.....	133
2.1. Анализ само подобной структуры комплексных и гиперкомплексных отображений траекторий математических бильярдов.	135
2.2. Принципы построения многомерных и фрактальных структур	139
2.2.1. Методы построения многомерных и фрактальных структур.....	141
2.2.2. Вывод уравнений математического описания фрактальных пространственных конфигураций.....	148
2.2.3. К классификации многогранников.....	150
2.3. Трехмерные систолические тела действительных чисел....	151
2.4. Моделирование фрактальных упаковок пространства.	157
2.4.1. Физико-математическая модель плотной простой кубической упаковки пространства.....	157
2.4.2. Плотные упаковки пространства	158
2.4.3. Физико-математическая модель сверх-плотной кубической упаковки пространства.....	168
Выводы по Главе 2.	178
Список литературы к Главе 2	179

Глава III. Фрактальное единство пространства-времени.....	183
3.1. Элементы теории симметрии.....	183
3.1.1. Математическая модель классификации трансформаций многогранников с позиций минимизированной обобщенной Эйлеровой характеристики.....	185
3.1.2. Анализ и синтез числового континуума.....	187
3.1.3. Основные определения математической модели.....	190
3.2. Линзовая симметрия.....	201
3.3. Многослойное тело Мёбиуса.....	207
3.3.1. Двойственные свойства ленты Мёбиуса.....	208
Вывод по Главе III.....	211
Список литературы к Главе III.....	211
Глава IV. Расширение уравнений геометрического поля пространственных частот на основе новых представлений о симметрии.....	214
4.1. Пространство-время микромира и микро антимира.....	214
4.2. Исследование кватернионно-сопрягаемой двумерной системы чисел, характеризующей физические явления микромира.....	216
4.3. Предварительный анализ подходов, характеризующих структурные построения антимира.....	218
4.4. Геометрические и теоретико-числовые обоснования структурных построений микро-мира и микро-антимира.....	221
4.4.1 Метрические обоснования.....	223
4.4.2. Топологические обоснования.....	228
4.4.3. Анализ табличных представлений двумерных систем чисел, характеризующих физическое явление микромира.....	230
4.5. Предварительный анализ результатов математического моделирования ядерных и атомных орбиталей в программах MathCAD и Mathematica.....	233
4.5.1. Первые подходы к моделированию.....	236
4.5.2. Микро-Антимир.....	238
Выводы по главам III и IV:	242

Заключение по главе IV.....	246
Список использованных источников к главе IV:	250
Глава V. Модель пространства-времени – четырёх мерный шар – би-финслероид.....	256
5.1. Физическая и теоретическая интерпретация структуры пространства-времени.....	256
5.1.1. Разработка модели пространства-времени по экспериментальным и теоретическим исследованиям автора...	256
5.1.2. Физическая интерпретация уравнений Геометрического Поля Пространственных Частот.....	260
5.2. Теоретические представления об LT пространстве-времени.....	267
Выводы к главе V:	275
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	275
ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ:	276
Список литературы к Главе V.....	276
Послесловие.....	280

Предисловие

Мы живём в интереснейшее время. Приостановившееся в предыдущие десятилетия развитие науки (не без влияния некоторых Комиссий) породило даже расхожее мнение – наука уже всё открыла, далее дело только за шлифовкой устоявшихся представлений.

Но, вот сейчас уже общепризнано, что Г. Перельман в 2002г нашел решение гипотезы Пуанкаре [2]. Если говорить точнее, им было представлено доказательство более широкого утверждения — так называемой "теоремы геометризации", которая содержала в себе гипотезу Пуанкаре как частный случай [3,4,5]. Однако задача динамики топологического представления пространства ещё требует решения.

Гипотеза Пуанкаре состоит в том, что каждая односвязная трехмерная поверхность гомеоморфна трехмерной сфере. Трехмерная сфера - это поверхность четырехмерного шара, в то время как, привычная нам, двумерная сфера - поверхность трехмерного шара [2]. Но, однако, точного моделирования трёхмерной сферы до публикации [6] не было известно.

- В топологии внешнюю форму трехмерной сферы представляют как оболочку двух шаров, объединяемых по экватору. В современной космологии существует представление об изотропной трёхмерной геометрии Метагалактики, а из возможных трёхмерных пространств отдаётся предпочтение трёхмерной сфере. При этом считается, что трехмерная сфера имеет положительную кривизну. Как показали наши исследования, на языке высшей геометрии кватернионных и октавных представлений, предсказываемые задачи геометризации Перельмана-Пуанкаре для трёх-мерных сфер в 2004...2005 годах были промоделированы и представлены в материалах Международных конференций, «Физико-математическое моделирование систем» (2004 и 2005 г) и в материалах III международного семинара «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах» (2004 и 2005 г) (г.Воронеж, Мин. Обр.) [6...10].
- трёхмерная геометрия пространства-времени имеет более сложную структуру и само пространство-время – анизотропно. Доказательство последнего утверждения базируется на том, что числовой континуум, формирующий модель пространства-времени, - фрактален. Фрактальность континуума и пространственных форм выявлены при решении автором задачи математических бильярдных в круге [17] путем деления любых пространственных протяжённостей в k- кратных отношениях.

При анализе ряда физических, пространственно-временных и социологических процессов, а также для целей анализа и прогноза рынка важно уметь вычислять доминирующие гармоники (моды). Стандартные методы Фурье-анализа бесполезны для вычисления мод, так как они не сохраняют фазу выделяемой гармоники [1].

Нами доказано объективное существование коэффициентов фрактальности, являющихся главными характеристиками геометрических и динамических преобразований:

- правосторонних коэффициентов фрактальности
 $K_n = k$
- левосторонних коэффициентов фрактальности
 $K_n = k/(k-1)$
- обобщенных коэффициентов фрактальности
 $K_o = K_n + K_n = K_n \cdot K_n = k^2/(k-1)$

Эти коэффициенты характеризуют не только математическую модель динамических преобразований, но и доказывают объективность существования формируемой ими сложной симметрии в геометрических формах самого трёхмерного пространства-времени.

К фундаментальным представлениям о структуре мира относят представления о цилиндрическом мире А. Эйнштейна (1917 год) и о шаровом мире де Ситтера (1916-1917 год). И, хотя в последующем Фридман А.А. выдвинул гипотезу, из которой в виде частных случаев могут быть получены как цилиндрический мир Эйнштейна, так и шаровой мир Де-Ситтера [14], однако это не способствовало появлению хотя бы временной парадигмы по представлениям о структуре мира, а, вероятно, еще более запутало ситуацию. Появилась множественность анти- де Ситтеровских моделей, в качестве примера привожу лишь их малую часть, просто на выбор [15].

Дело в том, что метрика (D), получена Фридманом из двух предположений [14].

Первое предположение из которых:

-при выделении из четырех мировых координат трех пространственных (x_1, x_2, x_3), при этом будем иметь пространство постоянной кривизны, могущей, однако, меняться с течением четвертой временной координаты (x_4).

И второе предположение:

-время ортогонально пространству, хотя и введенное с оговоркой, что оно вводится исключительно в целях упрощения вычислений.

$$ds^2 = R^2 (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + M^2 dx_4^2 \quad (D)$$

Именно это второе предположение, да еще с такой оговоркой, породило как множественность заблуждений, так и множественность прямых спекуляций, приводящих к различным, и названным выше, динамикам. Как видно из выражения (D) Фридмановской метрики, она уже предполагает возможность ее представления в четырехмерной конструкции в полугеодезических параметрических координатах, т.е. построения полюсных конструкций реального мира, но трактовка множителя M перед временной координатой не исключает ее использования и в несферических построениях, использования в различных косоугольных координатах.

Во всех дальнейших построениях будем придерживаться следующих постулатов:

- описываемые конструкции и структуры пространства-времени базируются на сферических координатных системах, при этом координата времени (x_4) ортогональна трем пространственным координатам (x_1, x_2, x_3), а это возможно только при принятии де Ситтеровской модели экспоненциальной вселенной, - в предлагаемой модели при описании динамических процессов выполняется принцип Снелиуса, как в общей, так и в частной его трактовке – угол падения равен углу отражения,

- Во всех математических построениях мы будем придерживаться гиперкомплексных описаний структурных элементов и самих подпространств-времени, при этом за основу берем утверждение, что нет мнимых членов в выражениях. Каждый из членов в уравнениях с мнимыми единицами должен иметь свое реальное физическое отображение.

В монографии и ранних статьях автора доказаны особенности структуры пространства-времени (см. L-T системы), а именно:

- пространство и время образуют взаимно ортогональную систему: пространство-время (3D+3T) и согласуется с представлениями Р.О. ди Бартини [30];

- объективным (и проверяемым в физике высоких энергий) фактом необходимо признать существование Мира и Антимира;

- необходимо признать геометрически доказанным существование 16 типов (сводимых к эквивалентным 8 типам) подпространств-времени. Доказательство этого объективного факта обусловлено выявлением "обобщённого правила левой и правой руки" для троек ортогональных векторов i, j, k и таблиц их умножения и (правилло это распространимо не только на тройку мнимых векторов i, j, k , но и на тройки действительных векторов: электрического, магнитного и вектора К (по работам В.Г.Веселаго)), что делает существование этих типов подпространств-времени так же объективной необходимостью.

Перед современной физикой открылись грандиозные перспективы для нового решающего шага в синтезе взаимодействий. Впереди — объединение гравитации с остальными видами взаимодействий (суперобъединение) [6]. *“Объединение всех взаимодействий в суперобъединение, — пишет А.Б.Мигдал, — в принципе означало бы*

возможность объяснить все физические явления с единой точки зрения. В этом смысле будущую теорию называют Теорией Всего" [7]. С другой стороны, можно констатировать, что этой увлекательной задачей занимаются не только физики теоретики, но и специалисты смежных направлений. При этом выдвигаются новые объединяющие термины «геометродинамика», «ритмодинамика», «эфиродинамика», динамика «физического вакуума», динамика «столкновительных взаимодействий». Намеренно не привожу ссылок на названные направления исследований, а для желающих хотя бы ознакомиться с ними во всемирной сети интернет это прямые ссылки. Однако, хочу обратить внимание на три работы, имеющие так же ссылки и в интернет [8...10]. Написание настоящей вызвано необходимостью поделиться последними соображениями по исследованию возможных конструкций (регулярных и фрактальных) в общем 3D+3T пространстве-времени. Исследовать моделируемые в кватернионных параметрических конструкциях динамические свойства четырех вложенных друг в друга подпространств-времени, формируемых парами в 4х- мерном и 5ти- мерном пространствах-времени, соответственно:

4-х мерные

- Евклидово электрическое,
- не Евклидово гравитационное,

5-ти мерные

- не Евклидово пространство микромира,
- Евклидово электрическое антипространство-время

Вся эта классификация - логический вывод из небольшой, но очень правильной монографии Вадима Косыева [10]. Перечисление подпространств у В.Я. Косыева базируется на основе анализа диаграммы направления преобразования элементарных частиц, при смене природы континуума в координатной плоскости гравитационного m и электрического q зарядов. (Рисунок В1., заимствован с согласия автора из монографии [10], рис. 8.4, стр 82.)

Сама группировка подпространств-времени по их пространственно-временной размерности - результат оригинального исследования гиперкомплексных уравнений геометрического поля пространственных частот (ГППЧ). Предварительное знакомство с ГППЧ возможно выполнить по работе [1].

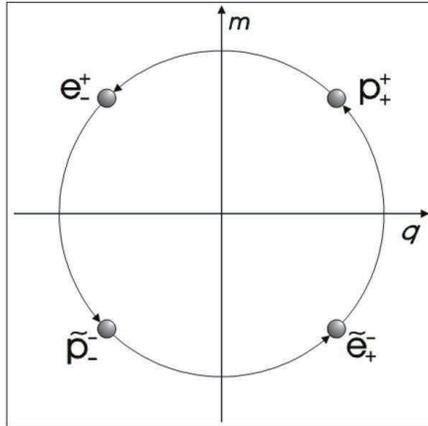


Рис.В.1. Направление преобразования элементарных частиц при смене природы континуума.

Вторым побуждающим поводом послужили последние знакомства с работами группы зарубежных исследователей и разработчиков, как межпланетных космических систем и звездолетов, так и новых видов топлива (Если верить сообщениям, уже несколько миллиграмм антивещества создано и накоплено. Но, к этим сообщениям следует относиться с осторожностью. Они могут быть отнесены к разряду намеренной дезинформации). [11]. Однако, если информация окажется достоверной, то многие геометро-динамические свойства структуры подпространства – времени будут укладываться в октавионные параметрические представления L-T пространства-времени 3D+3T.

Введение

Эмпирическое пространство

В конце девятнадцатого века физика развивалась в направлении ее геометризации, т.е. все больше свойств физических явлений объяснялись свойствами пространства событий (пространства-времени). Объяснение законов сохранения как следствие изотропии и однородности пространства событий, специальная теория относительности, общая теория относительности, объяснение дискретности электрического заряда компактификацией 5-мерной геометрии Калуцы-Клейна – все это последовательные этапы геометризации физики. Геометризация физики была очень эффективной программой развития теоретической физики.

Однако, попытки применения этой программы к физическим явлениям микромира потерпели неудачу. Эта неудача была обусловлена тем печальным обстоятельством, что наше знание геометрии было убогим. Мы могли описывать только непрерывные геометрии с неограниченной делимостью. Мы не умели работать с зернистыми геометриями, т.е. с геометриями, которые были частично непрерывными и частично дискретными. [2]

В настоящей монографии попытаемся, частично или полностью снять неудачные описания геометрии пространства-времени.

При поиске мерности пространства-времени необходимо учитывать объективность существования сложной симметрии: зеркально-линзовой [1], объективность существования правосторонних донорных и левосторонних акцепторных структур (мира и антимира), как в геометрии пространства-времени, так и в геометрии социо-структур. Иными словами надо разложить по полочкам побудительные и физические основания этих двух миров:

- **Левостороннего** и
- **Правостороннего** миров.

В свете этого понимания автор, как и авторы статьи [28], исходил из построения моделей, основанных на Гамильтоновых гиперкомплексных алгебрах

“Если идти по этому пути, то единственно возможной алгеброй, которая получается из алгебры кватернионов, является семимерная векторная алгебра со скалярным, евклидового характера и векторным произведением двух векторов. То есть сразу дается ответ на два вопроса: какой размерности должно быть пространство? А это именно семь, не четыре, не пять, не шесть.”[28].

Но, вот с последним утверждением: «А это именно семь...», при более глубоком рассмотрении, вероятно, надо будет распрощаться.

Для понимания, - «почему?», обратимся ещё к двум цитатам. Первое цитирование обращено к соавтору ряда сборников «Время» под ред. В.С. Чуракова, к.т.н. Л.С. Шихобалову *“Направленность времени задает в пространстве-времени определенное направление нормали к нашему Миру (являющемуся в пространстве-времени гиперповерхностью) и тем самым ориентирует наш Мир. В результате правые и левые системы в нем оказываются объективно различными.”[29].*

Второе цитирование обращено к мыслям гения прошлого, недавнего века - Роберто Орос ди Бартини [12, 30]:

«... в другом сообщении будет показано, что (3+3)-мерность пространства-времени является экспериментально проверяемым фактом и что шестимерная модель свободна от логических трудностей, созданных (3+1)-мерной концепцией». (Бартини, 1962 год).

Характерно, что введение Р.О. Бартини понятия **трёхмерного времени** - не только гениальная догадка, но и плод логических выводов. К тому же знаменитые и до настоящего времени не до конца понятые две статьи Р.О. Бартини о соотношениях между физическими величинами [12, 30] позволили ему исходить в своих рассуждениях из понятий элементарной протяжённости и элементарной длительности. За квант пространства он принимал классический радиус электрона. При этом квант времени в его рассуждениях представлял собой время, за которое свет проходил квант пространства.

Существование дополнительных размерностей времени Бартини объяснял тем, что время должно характеризоваться не только одной координатой - «положением», но и еще двумя- «скоростью течения» и «ускорением».

Представление, что время имеет «скорость течения» и «ускорение», можно интерпретировать как существование разных времен, нелинейно связанных друг с другом. Таково, например, время в одной и той же системе, претерпевающей критические изменения. Тогда при переходе от одного времени к другому (от одной системы к другой) время будет менять свою скорость, ускоряться/замедляться и т.д. [30]

Более того, элементарную частицу («элементарный заряд») Бартини представлял как *осциллятор, попеременно являющийся стоком и источником, притом такой, на границе («радиусе формации») которого происходило преобразование пространственных (вещественных) координат в мнимые и обратно. А именно, скорость вращения (обобщённый угол поворота) «формации» на этом радиусе достигала предельного значения, равного скорости света, и при переходе через неё пространственная координата приобретала мнимые («временные») значения, а мнимая временная координата становилась вещественной - то есть превращалась в пространственную.* (Здесь Бартини интерпретировал известные

формулы преобразования координат и времени Лоренца-Пуанкаре при $v > c$ [30].

Эта модель суть - трёхмерная сфера в виде 4-х мерной мгновенной фотографии. Это состояние модели пространства-времени "здесь и сейчас". При «раздувании» трёхмерной сферы во времени (простой пример - рост яблока). При этом в модели описываются изменения кривизны пространства-времени. В результате чего трёхмерная сфера поочерёдно проходит Евклидовы и не Евклидовы состояния, что соответствует основным представлениям А. Пуанкаре о Евклидовом и не Евклидовом мирах, которые описываются одними и теми же принципами и существуют параллельно.

А. Пуанкаре исходил из предположения, что наша реальная трёхмерная Вселенная обладает свойствами замкнутости (нет "стенок"- "краёв") и односвязности (любое лассо затягивается в точку). На основании этого он предположил, что она обязательно должна быть трёхмерной сферой или деформированной трёхмерной сферой (подобно тому как, например, наша Земля - не идеальный шар, а слегка сплюснута с полюсов).

Забегая вперёд представляем модель трёхмерной сферы, построенной по параметрическим октавионным уравнениям, как результат устремления вписанных полюсных многогранников в сферу к большому числу граней (в пределе к бесконечности)[18,19].

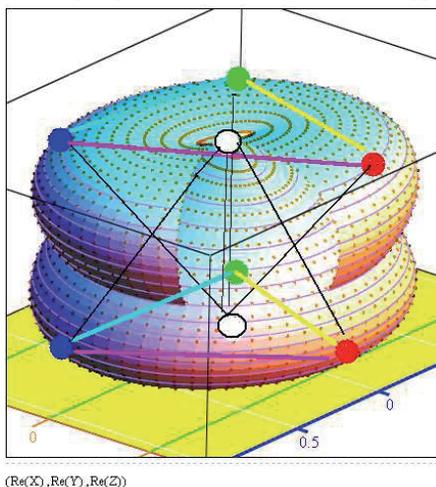


Рис. В2. Трёхмерная сфера (Бифинслероид)

Наглядное представление двойственности с интерпретацией утверждения о том, что мнимая единица — это «квадратный корень из -1 », не точно: ведь « -1 » имеет два квадратных корня, один из которых можно обозначить как « i », а другой как « $-i$ ». Какой именно корень принять за мнимую единицу — неважно: все равенства сохраняют силу при одновременной замене всех « i » на « $-i$ » и « $-i$ » на « i ». См. также $i - \text{угол поворота } \pi/2$.

На основании сказанного модель би-финслероида есть фигура вращения двух листов Мёбиуса. Образующие фигуры вращения можно представить в виде резинок, стягивающих банковские пачки банкнот, с шириной, равной краю. В процессе вращения вокруг оси образующие формируют внешние (выпуклые) и внутренние (с отрицательной кривизной) поверхности би-финслероида. При этом внешние поверхности би-финслероидов, образующих трёхмерную сферу, будут иметь поверхности, формируемые шириной ленты, а внутренние поверхности, начиная с поворотов на полюсных рукавах на 90 град., формируются в виде поверхностей отрицательной кривизны краями ленты на обоих финслероидах. При этом внешние поверхности верхнего и нижнего финслероидов формируются каждая своим листом Мёбиуса (его шириной), а внутренние поверхности для нижнего финслероида строятся краем верхнего листа Мёбиуса, а для верхнего - краем нижнего листа Мёбиуса. Другими словами поверхности каждого листа в полюсах поворачиваются краем и внутренняя поверхность нижнего листа Мёбиуса - есть фигура вращения края первого (пусть будет левостороннего листа). В сгибе этой поверхности с отрицательной кривизной и переходе на внешнюю поверхность верхнего финслероида лента еще раз поворачивается на $\pi/2$. Поверхность первой ленты Мёбиуса вытягивается из тела нижнего финслероида и снова на первом финслероиде лист Мёбиуса поворачивается вместо края поверхностью.

Усиливая интерпретацию двойственности Мир-Антимир можно рассмотреть физическую модель – планета Земля. Вращение Земли с Северного полюса мы наблюдаем как вращение против часовой стрелки, это же вращение при наблюдении с оси Южного полюса мы интерпретируем как вращение по часовой стрелке. Таким образом, каждый из финслероидов трёхмерной сферы одновременно является действительным и мнимым геометрическим образом.

Всё, что формируется во внутренних поверхностях либо удерживается в виде частиц Антимира в гравитационных (магнитных "бутылках") [11], либо периодически, как «выдохи» через оси,

проходящие через Северный и Южный полюсы (ось не принадлежит нашему Миру), по законам левитации - (материя с отрицательной плотностью), удаляется на периферию Мира. В результате материя с отрицательной плотностью формирует тёмную материю и тёмную энергию.

К пониманию двойственности представлений подходил и Р.О. Бартини. Наиболее полно понятия двойственности изложены в монографии "Тензорный метод двойственных сетей А.Е. Петрова *«Достаточность возникает из инвариантов двойственности. Мощность (поток энергии) остается постоянной (при заданных источниках энергии) при изменении структуры в двойственных сетях. При этом одна сеть располагается в наблюдаемом пространстве, а другая – в двойственном, дополняющем наблюдаемое пространство до целого, более общего пространства. Расщепление единого пространства на два взаимно дополнительных, двойственных составляющих пространства, восстанавливает размерность потока энергии до целочисленных степеней. Поток энергии расщепляется между двумя такими пространствами, в которых при изменении структуры остается постоянной совокупность независимых замкнутых путей и разомкнутых путей. Одна часть потока располагается в соответствующих путях сети одного пространства, а другая часть – в дополняющих путях двойственного пространства. В каждой из частей поток имеет размерность с дробными степенями, а их единство, композиция дает размерность с целыми степенями.»*

Но, надо понимать, что виртуальный мир это не "кажущийся" мир, а реальный параллельный левосторонний мир (Антимир).

Что касается вопроса не математического моделирования геометрических тел пространства-времени, а физической реализации исследований [7] (помимо уже известных 2-х подпространств с положительным и с отрицательным коэффициентом преломления), можно дать ещё одну ссылку о возможности физического изучения доселе неизвестных оставшихся 6 подпространств, принадлежащую В.Г. Веселаго (из его интервью 2012 года)

<http://ufn.ru/ru/ufn90/veselago.html>

«Надо заметить, что важность всех этих результатов состоит даже не в том, что можно получить отрицательный коэффициент преломления, а в том, что теперь можно получать композитные

материалы с любыми, не обязательно с отрицательными величинами обеих проницаемостей».

ВЫВОДЫ по Введению:

Зеркально-синфазное отражение в виртуальном не Евклидовом пространстве траектории Евклидова мира, есть интерпретация А. Пуанкаре не Евклидовой геометрии Лобачевского и интуитивное сравнение пространства-времени с трёхмерной сферой (би-финслероидом).

Виртуальный мир это не "кажущийся" мир, а реальный параллельный левосторонний мир. Тому полное доказательство в Коллайдерах по обязательному обнаружению пар частиц. (Частиц и Античастиц).

Реальное шестимерие $D(3+3)$ - это дословное описание структуры динамического состояния трёхмерной сферы - состояния пространства-времени в трактовках А. Пуанкаре и Р. О. Бартини, подтверждается приведенным ниже динамическим моделирование би-финслероидов.

Список использованных источников к Введению

1. Донцов Г.А, Мельников Г.С, Серов И.Н. Фрактальная концепция детерминированного хаоса, Научно периодическое издание "Философия науки", №3 (18), 2003г.,стр 35...52;
http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/;
2. Ю.А. Рылов Зернистая геометрия пространства-времени как результат Ньютоновской исследовательской стратегии
<http://rsfq1.physics.sunysb.edu/~rylov/yrylov.htm>
3. Т. Кун Структура научных революций. Сер. Логика и методология науки, М., Прогрес, 1977.
4. А.С.Кравец. Пост неклассическое единство физики. Научно периодическое издание "Философия науки", №1 (1), 1995г.
5. Салам А. Калибровочное объединение фундаментальных сил // УФН. 1980. Т. 132, Вып. 2.
6. Г.С. Мельников. Фрактальная концепция геометрического поля пространственных частот объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени. Доклад, сб. Number, Time, Relativity: Proceedings of International Meeting. Moscow, 10 – 13 August 2004.– Moscow, 2004. - 95p. <http://www.polynumbers.ru/articles/194/en/pdf/sbornik.pdf>
Г.С. Мельников.Физико-математическая модель решетчатых и шаровых упаковок пространства.

http://ns1.npkgoi.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data4/stat/2003/3D_st5.pdf

Г.С. Мельников Время в формировании структур макро- и микромира.

7. Мигдал А.Б. Физика и философия // Вопр. философии. 1990. № 1, С. 25.

8. А. Н. Барбараш Код. Жизнь. Вселенная.

<http://filosof.net/disput/barbarash/titul.htm>;

<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/6018.html>;

9. М.Х. Гаухман. Алгебра Сигнатур, М., Издатель Гаухман М.Х., 816с, 2004г

10. В.Я. Косыев. Единая теория поля, пространства и времени - Нижний Новгород: Издательство "Арабеск", 2000 - 178с. ;

<http://www.n-t.org/tp/ns/etp.htm>

11. NASA Breakthrough Propulsion Physics (BPP) Project . Public Information Site; <http://www.grc.nasa.gov/WWW/bpp/>, *Millis, M.* "Challenge to Create the Space Drive," In Journal of Propulsion and Power (AIAA), Vol. 13, No. 5, pp. 577-682, (Sept.-Oct. 1997).,

<http://www.grc.nasa.gov/WWW/bpp/TM-107289.htm>;

http://www.grc.nasa.gov/WWW/bpp/bpp_MILLIS_BIO.htm;

<http://www.membrana.ru/articles/global/2004/04/14/143000.html>

12. Р. ди Бартини «Соотношения между физическими величинами» Докл. АН СССР, 163, №4, 1965.; Р. ди Бартини «Соотношения между физическими величинами»// «Проблемы теории гравитации и элементарных частиц». Сб. под ред. д.т.н. К. Станюковича и к.т.н. Г. Горелика. М., Атомиздат, 1966 г., стр. 249-266.

13.Н.А. Козырев. Избранные труды. Из-во С-Петербургского университета; <http://timashev.ru/Kozyrev/>

14. Einstein A., Kosmologische Betrachtungen zur allgemien Relativitatstheorie, Sitzungsber, Dtsch. Akad. Berlin 1917

De-Sitter, On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1916-1917

Фридман А.А. О кривизне пространства, Петроград, 29 мая 1922 г, <http://www.astronet.ru/db/msg/1187035>

15. Glenn Barnich, Friedemann Brandt, and Kim Claes Asymptotically anti-de Sitter space-times: symmetries and conservation laws revisited., fEur Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig., Preprint no.: 51 2003;

David S. Berman and Maulik K. Parikh. Confinement and the AdS/CFT Correspondence., SPIN-1999/25, UG-1999/42, arXiv:hep-th/0002031 v1

http://www.mis.mpg.de/preprints/2003/preprint2003_51.pdf ;

http://arxiv.org/PS_cache/hep-th/pdf/0002/0002031.pdf

16. О. В. Хокинг, В. Израэль Общая теория относительности, 1. вводный обзор, "Успехи физических наук", Том 133, вып. 1, 1981 г. Январь; http://data.ufn.ru/ufn81/ufn81_1/Russian/r811e.pdf ;

П.Галисон, Д.Бернет Эйнштейн, Пуанкаре и современность: беседа, Научно периодическое издание "Философия науки", №3 (22), 2004г., стр. 135...156

17. в статье И.Ш.Шевелева в сборнике И.П.Шевелев, М.А.Муратаев, И.П.Шмелев. "Золотое сечение" М. Стройиздат, 1990г.,

18. Melnikov G.S. Gnoseology of fractality – fractal optics // Proc. SPIE. – 1997. – V. 3010. – P. 58–68.

19. Мельников Г.С.,Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А.// Изв. АН, Серия физическая, М., 1995.,т 59, N12, с143...150.,

Gennady S. Melnikov, Sergey A. Larionov, Pyotr A. Mikheev, Eugeny A. Tsvetkov "Discrete scanning systems for digital optical processing and transfer of images by systolic methods", journal B.R.A.S PHYSICS, Vol.59 No. 12 1995, pp2097-2103 Allerton Press, Inc./ New York. Мельников Г.С. Вывод и моделирование уравнений геометрического поля пространственных частот; Он же. Теоретическое исследование фокусировки излучения оптическим шаром методами аналитических комплексных функций // Оптический журнал. (Рег. № 13561 от 17.01.2001 г.); Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Вывод параметрических уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.); Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Моделирование гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.), стр.134...138.

20. P.A.M.Dirac. The relation between mathematics and physics. Proceedings of the Royal Society, A vol. 59 (1938-39), pp. 122-129, см. П.А.М. Дирак. К созданию квантовой теории поля. М., Наука, ГРФ-МЛ, 1990.

21. Г.С. Мельников. Анализ математической модели построения 3D пространственно-временных конфигураций и циклических процессов с

точки зрения причинной механики. Тезисы, материалы Международного семинара Физико-математическое моделирование систем (г. Воронеж, 5-6 октября 2004 г.), стр. 148...152; Он же, Модель структуры пространств ядерных взаимодействий с точки зрения кватернионных решений уравнений геометрического поля пространственных частот в аналитических параметрических функциях. Материалы IV Международного семинара «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. (Воронеж, 21-23 апреля 2005 г.), стр.107...114; Г.С. Мельников, А.А. Ошарин, О.В. Андреева, А.П. Кушнарченко Нано-синтез фотонных кристаллов и фрактальных структур в объемных высокоразрешающих регистрирующих средах. Материалы VI Международной конференции «Действие электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов. (Воронеж, 21-23 апреля 2005 г.), стр.229...235

22. см. пространства Хайма-Дрёшера: Walter Dröscher1, Jochem Häuser Guidelines for a space propulsion device based on heim's quantum theory, 40th aiaa/asme/sae/asee joint propulsion conference & exhibit, fort lauderdale, florida, 11-14 july, 2004, AIAA 2004 – 3700 <http://www.hpcc-space.de/publications/documents/aiaa2004-3700-a4.pdf> ;

<http://www.engon.de/protosimplex/#Theorie>

<http://www.membrana.ru/articles/technic/2006/01/10/200900.html>;

<http://www.engon.de/protosimplex/downloads/04%20posdzech%20-%20landkarten%20zu%20elementarstrukturen%201998.pdf>

23. Математическая энциклопедия, т.4, Изд-во Советская Энциклопедия, М., 1984г.

24. И.М. Виноградов. Основы теории чисел. М., Изд-во ГРФ-МЛ, 1972, 168 с.

25. Л.С. Понтрягин. Обобщение чисел, М., Наука, 1986, 120 с.

26. М.М. Постников. Аналитическая геометрия., изд-во Наука, ГРФ-МЛ, М., 1972 г., 751 стр.

27. Мельников Г.С. Время и формирование структур макро- и микромира, Сб.Проблема времени в культуре, философии и науке: сб. науч. тр. / под ред. В.С. Чуракова. (Библиотека времени. Вып. 3). – Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2006. – 155 с.; Время в динамической модели пространства-времени. Сборник научных трудов под редакцией В.С. Чуракова, Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2011 г

28. А.В. Коротков и В.С. Чураков. Многомерные концепции пространства и времени (пространства-времени). , Сб. Проблема времени в

- культуре, философии и науке: сб. науч. тр. / под ред. В.С. Чуракова. (Библиотека времени. Вып. 3). – Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2006.
29. Л.С. Шихобалов О направленности времени., Сб. Проблема времени в культуре, философии и науке: сб. науч. тр. / под ред. В.С. Чуракова. (Библиотека времени. Вып. 3). – Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2006.
30. Рукопись Р.О. ди Бартини, П.Г. Кузнецов «Множественность геометрий и множественность физик», Материалы семинара «Кибернетика электроэнергетических систем». Брянск, 1974.
31. Роберт Орос ди Бартини.,- Советский авиаконструктор, физик-теоретик, философ., Статьи по физике и философии., Москва 2009, редакция журнала «Самообразование»,
<https://docs.google.com/uc?id=0B9f0...export=download>
32. Мельников Г.С., Ошарин А.А., Андреева О.В., Кушнарченко А.П. Нано-синтез фотонных кристаллов и фрактальных структур в объемных высокоразрешающих регистрирующих средах. (Обзоры)
http://www.nanometer.ru/2008/06/29/cqh_53362.html и
http://www.nanometer.ru/2008/06/29/cqh_53362/PROP_FILE_files_1/METM_AT_OPTICS.pdf,
33. А.Е. Петров Тензорный метод двойственных сетей ,/А.Е. Петров – М.: ООО «Центр информационных технологий в природопользовании» , Москва 2007г. – 496 с.:
<http://sapr.msmu.ru/lectmaterials/tmdc.pdf>
34. Пенроуз Р. Структура пространства-времени = Structure of Space-Time / Перевод с англ. Л. П. Грищука и Н. В. Мицкевича; под ред. Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова. — М.: Мир, 1972. — 521 с.

Глава I. Гиперкомплексные числа и фракталы пространства времени.

В исследовании проводится анализ и синтез пространственных конфигураций и циклических структур исходя из следующих основных положений [1...21]: :

1. Все пространственные конфигурации и многогранные структуры можно классифицировать, используя обобщенную Эйлерову

характеристику в интерпретации автора [10]: -
$$N^d = \frac{T+F+R}{2} = R+1 = T+F-1$$
 -

число информационных осей симметрии,

где T - число вершин, F - число граней многогранных структур и конфигураций, R - число ребер.

2. Пространственные и пространственно-временные конфигурации, структуры и циклические процессы необходимо рассматривать в многомерном фазовом пространстве [1,5] (три пространственных координаты + N - пространственно-временных координат, т.е. концентрических сферических оболочек, каждая из которых локально ортогональна каждой из пространственных координат X, Y и Z).

3. Любая пространственная конфигурация, многогранная структура или циклический процесс (назовем их объектами) в таком пространстве-времени имеют дуально бесконечные гиперкомплексные отображения, как во внешние, так и во внутренние пространства объектов [15...18].

4. Описания этих объектов подчиняются уравнениям геометрического поля пространственных частот, в основе которых использованы комплексные функции и поличисла, а визуализация объектов и их отображений в двумерной плоскости осуществляется с помощью параметрического представления и конформных проекций объектов в координатных системах фазового пространства-времени [15-19].

5. Все регулярные структуры, конфигурации и процессы - объекты пространства времени имеют фрактальную гносеологию, как числовую, так и пространственно-временную[1,9].

Типы полостных и решеточных 3D-структур.

Все полостные, шаровые и регулярные решеточные структуры часто называются разбиением (выполнением) пространства, или покрытиями.

Покрывание имеет свойство, называемое функцией покрытия, характеризующей некоторую пространственную область в качестве

области определения, а множество значений элементов покрытия может быть любым множеством.

Покрытия разделяются на ряд подтипов:

- Сетка
- Покрытие дискретными точками
- Покрытие линейными цепочками
- Решетка
- Покрытие многогранниками
- Покрытие плотной укладкой шаров
- Покрытие фрактальной сверхплотной и плотнейшей укладки сферических и многогранных симплексов и т.д.

Для геометрического представления первых трех типов покрытий автором использовались векторные представления, разработанные в [6...9, 13]. Цель настоящего исследования перенести этот символьный аппарат комплекснозначных функций комплексных переменных на разбиение (выполнение) 3D-пространства.

Все покрытия, рассматриваемые в математике, не учитывают самого основного принципа выполнения пространства. Это принцип концентрического самоподобного повторения (заполнения) элементарной поверхностной формы, по которому в природе осуществляется рост всех динамических систем:

- самоподобный рост плода,
- рост элементов фауны и флоры,
- рост живых клеточных структур,
- рост кристаллов и т. д.

Как уже отмечалось в [19-21], выполнение (разбиение) пространства может быть плотным, сверхплотным и плотнейшим. Выполнение плотных и сверхплотных покрытий (упаковки пространства) обоснованы и рассмотрены в [21]. О плотнейших конфигурациях пространства речь пойдет ниже.

При изучении структуры веществ надо иметь в виду, что взаимное расположение атомов и молекул в них обусловлено не только химическими взаимодействиями. Если речь идёт о структуре отдельной, изолированной молекулы, то доминируют химические связи между атомами. В случае же заполнения пространства

множеством молекул его структура дополнительно обуславливается общими принципами его геометрического построения.

Современные исследования регулярных и нерегулярных структур требует математического описания, необходимого для синтеза структур, обусловленных только принципами формирования исходных симплексов в пространстве, либо поверхностными формами исходного элемента регулярной 3D-структуры. Этими принципами-принципами самоподобия пользуются в создании новых материалов в нанотехнологиях. Упомянутый принцип является одним из основных принципов фракталов - новой и по-настоящему плодотворной научной идеологии.

Законы, связанные с симметрией - это одни из самых универсальных и основополагающих законов мироздания.

Симметрия фигурирует в квантовой физике (левый и правый спин электрона), в химии (левовращающие и правовращающие кристаллические структуры) и, естественно, в биологии, которая имеет дело с объектами, практически всегда подчиненными законам симметрии.

В монографии описываются не интегральные энергетические характеристики, т.е. материальные характеристики электромагнитных полей, а структурные характеристики топологии внешних и внутренних пространств объекта.

Более того, аппарат геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) [21]. разбираемый в монографии можно образно назвать пространственно временным фазовым анализатором. И, поскольку, сам математический аппарат, представляет собой систему сфазированных параметрических уравнений, мы получаем тончайший инструмент анализа пространственно-частотных свойств множества объектов пространства. Решения получены в общем виде (включающем моделирование как дискретных, так и непрерывных изменений как рациональных, так и иррациональных значений четвёртой координаты). Другими словами, в процессе моделирования выделенная четвёртая координата позволяла не только строить многогранники и сферы выбранного размера, но и в процессе их построения из условия (нет "стенок"-краёв), можно рассматривать и процесс построения «решёточных» конструкций пространства. Трёхмерная сфера графически моделируется при представлении построения многогранников (64x64 грани) в областях с иррациональными значениями четвёртой пространственно-временной координаты. Для

условия построения многогранников на действительной сфере единичного радиуса ($d=0$), в модели (автоматически) строится просто двумерная сфера.

В нашей модели эта четвертая координата представляется системой вложенных друг в друга концентрических сфер, аналогично модели Де Ситтера). В этом случае, многогранные структуры пространства, синтезируемые в зонах четвертой координаты с дробно-иррациональными числовыми значениями, описывают процессы и траектории в не Евклидовой метрике. В плоскостном представлении этими числами описываются процессы на плоскостях Лобачевского в интерпретации Пуанкаре (см таблица 3, левый столбец), при комплексном решении задачи математических бильярдов в круге. И геометрия Минковского и Римана, а так же, обобщенной Римановой геометрией – геометрией Финслера, если система описывается не двумя, а тремя переменными (система третьего порядка) или n -переменными, при решении задачи математических бильярдов в n -мерных сферах.

Напомним основные определения вышеназванных геометрий:

-геометрия Лобачевского основана на тех же основных посылах, что и Евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных прямых, (пятый постулат). Нас при моделировании интересовала интерпретация Пуанкаре, т.е. рассматривалась плоскость Лобачевского, реализуемая внутренностью круга, а прямые – представлялись внутренними частями дуг окружностей, пересекающих основную круг ортогонально. В интерпретации Пуанкаре метрика вводится с помощью двойных отношений, причем величины углов на модели такие же, как и на плоскости Лобачевского (модель конформная).

-геометрия Минковского – геометрия конечномерного нормированного пространства, т.е. аффинного пространства, в котором введена метрика Минковского. Нас интересовала метрика инвариантная относительно параллельных переносов, при которой роль единичной сферы играет фиксированное центрально-симметричное выпуклое тело. - в общем виде, Риманова геометрия - эллиптическая геометрия основанная на аксиомах, требования которых отличны от требований аксиом Евклидовой геометрии (в частности аксиомы параллельности). Особое значение для развиваемой модели играла сфера Римана, т.е. сфера в Евклидовом пространстве $\mathbb{R}^3(\xi, \eta, t)$, на которую расширенная комплексная плоскость $\hat{\mathbb{C}}$ отображается взаимно однозначно и конформно при помощи стереографической проекции.

- Финслерова геометрия – метрическое обобщение Римановой геометрии. Возникла вслед за введением общего определения длины вектора не ограниченного частным Римановым определением в виде корня квадратного из квадратичной формы. Нас интересовали компоненты контравариантных векторов, касательных к многообразию M в точках отражения в математических бильярдах в n - мерных сферах.[23].

Таким образом, исходя из предположений выдвинутых Павловым Д. Г. (перед объявленным конкурсом (2003г.), на который впервые были представлены, ещё не проверенные в математических программах формулы [15]), о возможности одновременного существования в окружающем нас физическом пространстве-времени четырехмерных систем, в которых одно направление является выделенным по отношению к трём другим, можно было предложить гипотезу и физически её аргументировать.

1.1. Структура числового континуума.

Первоначально расширим признанную сегодня цепочку классов чисел, имеющую вид [21]

[1]: натуральные - целые - рациональные - действительные - комплексные.

Табл. 1.1.

Гиперкомплексные числа	Комплексные числа (а также двойные и дуальные)	Вещественные числа	Рациональные числа	Целые числа	Отрицательные числа (противоположные натуральным) -1,-2,-3,..., -17,-1001,...	Числа нуль и полусы 0 и Θ Где: Θ – полусы 1,2,3,4 родов [65]	Натуральные числа (т.е. целые положительные): 1,2,3,4,... 17,...,1001, ...
				Дробные и дробно-рациональные отрицательные числа: -1/2,-3/7,...-1111/5,...	Дробные и дробно-рациональные положительные числа: 1/2,3/7,...1111/5,...		
				Иррациональные отрицательные числа, трансцендентные отрицательные числа: - $\sqrt{2}$,-1,- $\sqrt{5}$,...,e, -(4- π),...	Иррациональные положительные числа, трансцендентные положительные числа: $\sqrt{2}$,1, $\sqrt{5}$,..., e, (4- π),...		
			Мнимые числа $i,-i,-2+3i, \dots, 1/2+\sqrt{3}/2i, a+bi$				
	Кватернионы $a+bi+cj+dk$ a,b,c,d - действит. i,j,k - символы	Октавы $A+Bi+Cj+Dk+EI+FJ+GK$ где действит.: A,B,C,D,E,F,G i,j,k,I,J,K - символы	Поликомплексные системы чисел $a_0+a_1i_1+a_2i_2+\dots+a_ni_n$ a_0, a_1, \dots, a_n - действительные числа i_1, i_2, \dots, i_n - некот. символы (не обязательно равные $\sqrt{-1}$, например $\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{-2}$ и $\sqrt{-3}$)				

Табл 1.1. Расширенная классификация чисел Числового Континуума.

Замечательной особенностью рациональных чисел является факт, установленный в [9,21], что числа, представленные в той или иной позиционной системе счисления, одновременно дают представление о самом числе (при прямом прочтении) и его положении в структуре разложения в знакпеременных степенных рядах Лорана, т.е. их гармониках (при обратном – инверсном прочтении).

Поясним эту парадигму: Суть теоретических предпосылок сводилась к тому, что для описания структурной упорядоченности числового континуума и вывода закона следования натуральных составных и рациональных чисел необходимо рассматривать конечные суммы интервалов дуально-бесконечных рекуррентных последовательностей вида

$$U_{-\infty}, \dots, U_{-1}, U_0, U_1, \dots, U_{+\infty} \quad (1.1.)$$

или коротко $\{U_{\mp r}\}$, и что наиболее полно этим требованиям отвечает разложение

аналитических функций в ряд Лорана [2],

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z-a)^k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k (z-a)^{-k} \quad (1.2.)$$

первый ряд в формуле (1.2.) представляет собой обычный степенной ряд (в общем случае - знакпеременный). Второй ряд называется главной частью ряда Лорана. В общем виде формулу (1.2.) можно представить в виде:

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k (z-a)^k \quad (1.3.),$$

$$\text{где } c_k = \frac{1}{2\pi i} \oint_c \frac{f(\zeta)}{(\zeta-a)^{k+1}} d\zeta$$

По определению, рядом Лорана единственным образом может быть представлена функция $f(z)$, аналитическая внутри некоторого кольца между двумя концентрическими окружностями с центром "a", $0 < r \leq z-a \leq R$, $a \neq \infty$

(1.4)

Поиск физической модели, подчиняющейся условию (1.4) привел к необходимости детального рассмотрения свойств бильярдных траекторий луча в круге. Действительно, световой луч, запущенный в полый отражающий цилиндр или монолитный оптически прозрачный цилиндр в плоскости $Z=0$ будет совершать многократные отражения, не выходя из кольцевой зоны от r до R где $r = R \cdot \cos(\pi/k)$ - координата пересечения луча по нормали к оси X ($z, y=0$), а R - радиус отражающей криволинейной поверхности. В настоящее время достаточно полно описаны траектории движения лучей многократного отражения в круге (сфере) [1, 21].

Эти общие принципы были положены в основу гиперкомплексных описаний как математических бильярдных в круге [1, 3], так и применены к описанию регулярных двумерных и N - мерных топологий (конфигураций) пространства-времени [9,13,15]. Выведенные уравнения геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) [1,16, 21] позволяют подойти к объяснению феномена детерминированного хаоса [14...15,20]. Это объяснение, вероятнее всего, заключается в том, что странные аттракторы являются порождением фазовых пространств [15]. В то же время, очевидно, что уравнения (1.1-2), лежащие в основе ГППЧ описывают фазовые состояния. Тот факт, что с помощью уравнений ГППЧ описываются регулярные пространственные структуры (см.

Приложение) можно утверждать, что пространство-время это фазовое пространство.

Изменения фазы в циклических системах либо статические, либо динамические (с периодом равным бесконечности), но всегда детерминированные. Из чего следует, что стохастические процессы являются порождением ансамблей гармонических частот с близкими динамическими состояниями фазы.

В монографии приводятся основные результаты модельных и экспериментальных исследований подтверждающих правильность выведенных уравнений ГППЧ.

При анализе ряда физических, пространственно-временных и социологических процессов, а также для целей анализа и прогноза рынка важно уметь вычислять доминирующие гармоники (моды). Стандартные методы Фурье-анализа бесполезны для вычисления мод, так как они не сохраняют фазу выделяемой гармоники.

Решение этих задач описано в ряде работ базирующихся на точных решениях задачи математических бильярдov в круге и рассмотрении распространения и отображения хода лучей (модовых траекторий) в оптическом шаре. В их основе лежит классификация модовых траекторий на статические и динамические траектории [20]. При этом установлено, что лучи света в отражающем круге образуют траектории, форма которых зависит от коэффициентов фрактальности и полностью ими обусловлена. Коэффициент фрактальности k определяет сектор круга γ , который содержит в себе в качестве хорды длину свободного пробега луча (вектора) от одного отражения до другого отражения от ограничивающей круговой поверхности

$$\gamma = \frac{2 \cdot \pi}{k} \quad (1.5)$$

При k - целочисленных траектории распространения лучей в круге статические и представляют собой правильные вписанные в окружность многоугольники с числом вершин k . При k - рациональных и определяемых отношением целых несократимых чисел

$$k = \frac{n}{m} \quad (1.6.)$$

траектории распространения света также статические и представляют собой фрактальные многоугольники, т.е. правильные звездчатые замкнутые многоугольники, имеющие n – вершин. Они формируются путём “заметания” лучом конечной площади (с

наслоением) в круге за m оборотов вокруг центра кривизны. В случае k -трансцендентных, траектории луча динамические, и луч “заметает” бесконечную площадь. Трансцендентные траектории лучей - правильные незамкнутые звездчатые многоугольники с периодом равным бесконечности. В процессе формирования этих траекторий, точки текущих отражений никогда не вернутся в исходную точку первого отражения и никогда не накладываются на окружности друг на друга. Пояснение этих определений становятся очевидными при рассмотрении Табл. 1.2 и Табл. 1.3

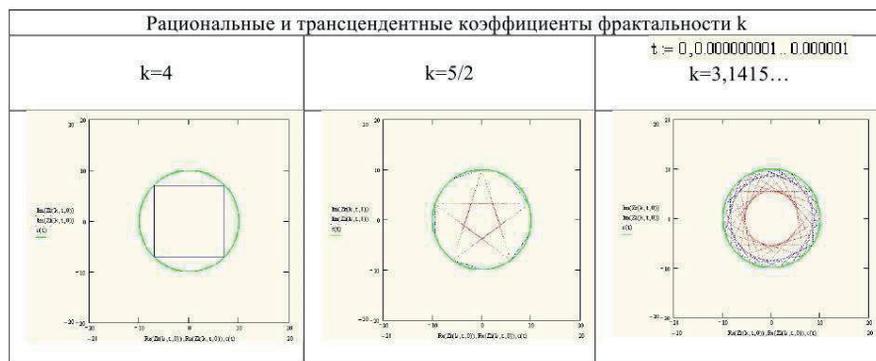


Табл. 1.2. Иллюстрация решения математических бильярдov в кругe при введении вещественных (правосторонних) коэффициентов фрактальности

В табл 1.2. приведены примеры возможных модовых траекторий в круговом бильярде. Другими словами, можно утверждать, что при многократных отражениях от криволинейных поверхностей отражения, последняя (в нашем плоском случае окружность) выступает в качестве добавленной параметрической координаты. Ее заполнение точками отражения подчиняются общим принципам «решета» Эратосфена, аналитический вид которых был выведен в [1].

В табл 1.3. иллюстрируются гиперкомплексные отображения распространения во времени пространственных векторов (квадратичные, спинорные левосторонние и спинорные правосторонние, математических бильярдov) в круговой и цилиндрической системах отсчёта.

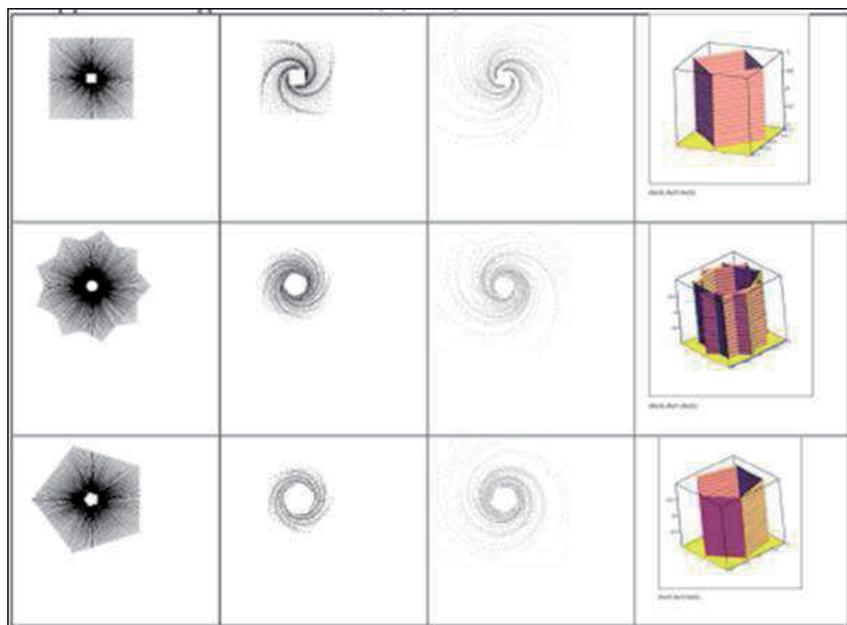


Табл.1.3 Моделирование отображений решения задачи математических бильярдов в круге в цилиндрической модели Мира.

Для анализа структурных свойств числового континуума чисел k выполним теоретико-числовые исследования. Рассмотрению спектрального разложения числового континуума, определяющего пространственное распределение на числовой оси единичного радиуса R и на единичной окружности $2\pi R = 1$ соответственно точек ввода и точек отражения световых лучей, координаты которых зависят от коэффициентов фрактальности, были посвящены работы [1,21]. В них с использованием первого ряда в формуле (1.2) для натуральных чисел N и их гармонических номеров G получены разложения в ряды Лорана:

$$N = \underset{\rightarrow}{A}(N) = \sum_{i=-m}^{n-1} \left(\text{sid}_k \left(\frac{2\pi}{kb^i} n + k \right) \right) \cdot b^i \quad (1.7)$$

-число

$$G = A(N) = \sum_{i=-m+1}^n \left(\text{sid}_k \left(\frac{2\pi}{kb^i} n + k \right) \right) \cdot b^{n-i} \quad (1.8.)$$

-гармонический номер ("античисло")

Здесь:

- $\text{sid}_k (\Omega \cdot n)$ – дискретные тригонометрические функции (Рис.1.3.) [9,21];

- гармонические номера G (1.8) условно названы "античислами", т.к. они получаются чисто формальным образом при их считывании методом обратного счисления с зеркальной инверсией весовых коэффициентов (сравни выражения (1.7.) и (1.8.)) в n -ричной системе счисления (1.7.). Представление чисел и их гармонических номеров в виде ориентированных орграфов для числовой последовательности в двоичной-избыточной системе счисления приведено на Рис. 1.2.

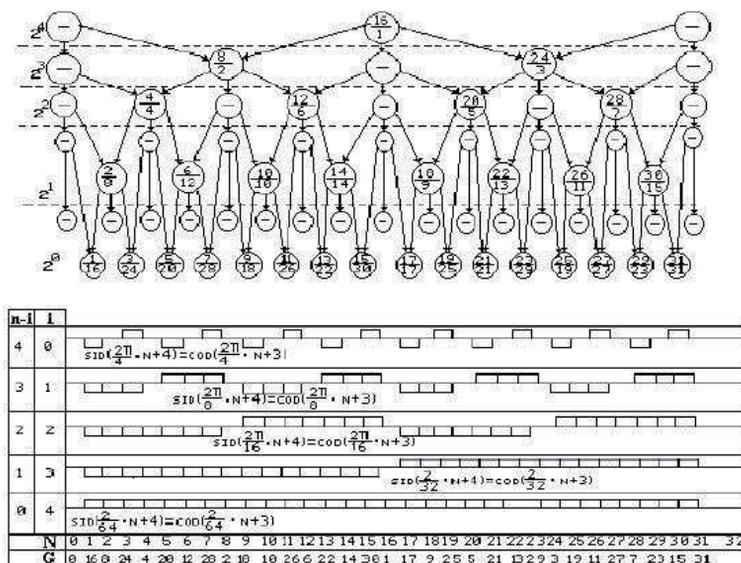


Рис. 1.2. Орграф представления чисел N и гармонических номеров (античисел) G в соответствии с выражениями (1.7.) и (1.8.)

В [21] коэффициенты a_i и a_{i-1} формулы (2.1.2) в (2.2.1) и (2.2.2) выражаются через некруговые знаковые тригонометрические функции $\text{sid}(k)$ и $\text{cod}(k)$, получаемые в результате операции пространственно-временного клипирования циклических ломаных траекторий.

Дискретные пространственно-инвариантные преобразования в систолических числовых матрицах.

Традиционные методы пространственно-инвариантных преобразований изображений на видеомониторах с линейными развертывающими функциями по координатам x и y [1] как, оказалось, имеют дискретные аналоги в случае применения дискретных развертывающих функций, а также с успехом могут быть использованы для пространственно-инвариантных преобразований в систолических вычислительных структурах.

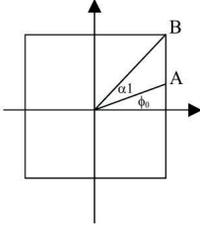
В 1984 году в результате анализа Карданова движения было предложено для упрощенного и, кроме того, более точного описания пространственно-инвариантных преобразований на видеомониторах с дискретными развертывающими функциями и в систолических матрицах, ввести понятие некруговых тригонометрических функций и, как результат их дискретизации, ввести дискретные тригонометрические функции [9].

Основное понятие об этих функциях дают временные диаграммы рис. 1.3.

Если, по аналогии с гармоническими тригонометрическими функциями, радиус вектор перемещать против часовой стрелки не по окружности, а по правильному k -угольнику, вписанному (описанному) в нее, то проекции этого радиус-вектора на оси x и y во времени опишут ломаные (кусочно-линейные) функции, напоминающие $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$, но имеющие изломы в моменты времени, когда радиус-вектор достигает n -ой вершины k -угольников. Эти диаграммы соответствуют неким функциям. Введя обозначение этих функций

$$f_1(k, \phi_0) = \sin_{k, \phi_0} \omega t \quad \text{и} \quad f_2(k, \phi_0) = \cos_{k, \phi_0} \omega t$$

и назвав их k -угольным синусом и k -угольным косинусом, по аналогии с Кардановым движением и описанием гипоциклического движения, были получены выражения:



$$\alpha_k = \frac{2\pi}{k}; k, n, \varepsilon, \alpha; 0 \leq \phi_0 \leq \frac{\pi}{k};$$

$$A((R \cos \frac{2\pi m}{k} + \phi_0); (R \sin \frac{2\pi m}{k} + \phi_0));$$

$$B((R \cos \frac{2\pi(n+1)}{k} + \phi_0); (R \sin \frac{2\pi(n+1)}{k} + \phi_0));$$

$$\begin{cases} \frac{x - x_a}{\cos \omega t} = \frac{y - y_a}{\sin \omega t} \\ \frac{x_b - x_a}{x} = \frac{y_b - y_a}{y} \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{x - R \cos(\frac{2\pi m}{k} + \phi_0)}{R \left[\cos\left(\frac{2\pi(n+1)}{k} + \phi_0\right) - \cos\left(\frac{2\pi m}{k} + \phi_0\right) \right]} = \\ \frac{x}{\cos \omega t} = \frac{y}{\sin \omega t} \end{array} \right.$$

$$= \frac{y - R \sin\left(\frac{2\pi m}{k} + \phi_0\right)}{R \sin\left[n\left(\frac{2\pi(n+1)}{k} + \phi_0\right)\right] - R \sin\left(\frac{2\pi m}{k} + \phi_0\right)} \Rightarrow$$

$$x = R \frac{\cos \frac{\pi}{k} \cos \omega t}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2n+1)}{k} - \phi_0\right)} \quad y = R \frac{\cos \frac{\pi}{k} \sin \omega t}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2n+1)}{k} - \phi_0\right)}$$

и в окончательном виде:

$$\text{Sin}_{k, \phi_0} \omega t = \frac{\cos \frac{\pi}{k}}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2n+1)}{k} - \phi_0\right)} \sin \omega t$$

$$\text{Cos}_{k, \phi_0} \omega t = \frac{\cos \frac{\pi}{k}}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2n+1)}{k} - \phi_0\right)} \cos \omega t$$

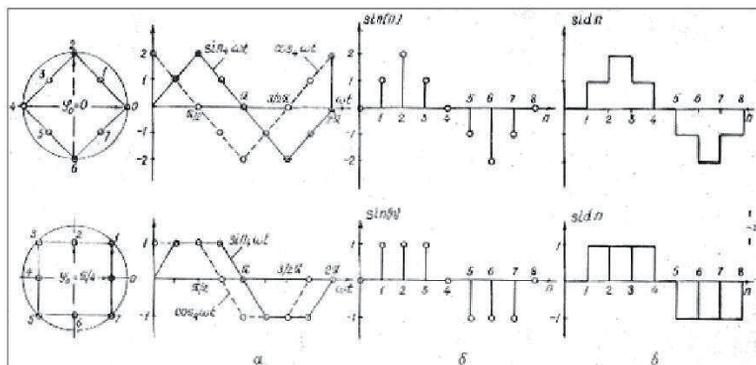


Рис. 1.3. Некруговые тригонометрические функции (а) и тригонометрические функции дискретного времени (б) и (в) с $k=4$.

Эти циклические функции связаны выражениями (1.9, 1.10.) с круговыми тригонометрическими функциями:

$$\sin_{k,\varphi}(\omega t) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{k}\right) \cdot \sin(\omega t)}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2p+1)}{k} - \varphi_0\right)} \quad (1.9)$$

$$\cos_{k,\varphi}(\omega t) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{k}\right) \cdot \cos(\omega t)}{\cos\left(\omega t - \frac{\pi(2p+1)}{k} - \varphi_0\right)} \quad (1.10),$$

при заданных начальных и граничных условиях: начальная фаза $0 \leq \varphi_0 \leq \pi/k$,

$$p = 0, 1, 2, \dots; \omega t \in [2\pi p/k + \varphi_0; 2\pi(p+1)/k + \varphi_0]; k \geq 2.$$

Примеры введённых некруговых тригонометрических функций приведены на Рис 1.3.

На основании анализа формул (1.7.), (1.8.) и примеров орграфов, представления с их помощью целочисленной последовательности $Y = X$ в бинарной системе счисления (Рис.1.2.) можно сделать следующие выводы:

1. При выборе основания счисления b , его определяют как $b = [k]$, (1.11.), где $[k]$ - целая часть коэффициента фрактальности

2. По формулам (1.8.,1.9.) сразу можно судить об иерархическом положении определяемого целого числа на числовой оси.

3. Это иерархическое положение, в первую очередь, зависит от разрядности числового представления последовательности (т.е. от длины отрезка числовой оси, представляемой через знакопеременные степенные ряды Лорана); масштаб R формулы (1.34.)

4. Иерархическая упорядоченность определяется простым правилом. Для определения иерархии числа необходимо просто считать символы, записанные в b -ичной системе счисления и разрядностью q , с инверсией весовых коэффициентов b^i , где $i \in [q_{min}, q_{max}]$, т.е. в записи символьного представления числа необходима инверсия q_{min} и q_{max} .

Например, в 2-х разрядном десятичном представлении целочисленной последовательности чисел от 0 до 99 начальным по иерархии числом будет число 0, первым гармоническим числом - число 10, 2-м - 20 и т. д. Число 13, например, имеет номер гармонии в разложении, равный 31. При переходе же к представлению целых чисел числовой оси в 3-х разрядном разложении, т.е. на отрезке от 0 до 999, первым гармоническим числом будет 100, вторым - 200 и т.д. Число 10 в этом представлении, в отличие от 1-го случая, становится 10-й гармоникой в разложении на рядах Лорана, Число 13 - 310-й гармоникой и т.д.

Таким образом: Детальный разбор свойств, введенных тригонометрических функций отнесем к последующим главам модели. Здесь только отметим, что эта триада введенных тригонометрических функций, а также их представление как функций дискретного времени позволяет получить гибкий математический аппарат на всех уровнях – от уровня микромира (где дискретные тригонометрические функции особенно важны) до уровня мегомира, где процессы интегральных представлений гладких тригонометрических функций преобладают.

Тем самым, мы подошли к ответу на последний вопрос, поставленный перед этим подразделом настоящей модели.

Введенные пространственно-временные оболочки на физическом уровне могут быть найдены как поверхности раздела реальных объектов реального пространства:

- это электронные оболочки и оболочки уровней инверсной заселенности в микромире,
- это поверхности макро-частиц (капли воды, воздушно-капельные взвеси),

– это реальные поверхности оптических элементов (шар, цилиндр, тор или их сегменты),

–это следы таких поверхностей в виде сечений окружностей на графически синтезированных транспарантах,

– это, наконец, поверхности раздела планет, границы галактик и галактических систем.

На всех уровнях, названных микро-, макро-,... мега- объектов вводимая пространственно-временная оболочка, позволяет описать целый ряд физических явлений и провести их анализ с позиций пространственно-частотных представлений в геометрическом приближении.

Ответим на второй из заданных перед подразделом вопросов: - Каким образом спиральные отображения векторных величин реального пространства образуют сферические волны, наблюдаемые в виде электромагнитных колебаний, распространяющихся от центра исследуемого объекта пространства?

1.1.1. Исследование иерархической структуры в числовых последовательностях.

Закон следования составных чисел определяется на основании правила "решета Эратосфена" [9,21]. Однако в теории чисел, чаще всего, при рассмотрении этого раздела теории отбрасывалась отрицательная ветвь числовой оси, и совсем не рассматривался с точки зрения правила Эратосфена закон следования на числовой оси рациональных, иррациональных и трансцендентных чисел. Для нахождения рекуррентных выражений этих последовательностей, также как и в предыдущем случае, необходимо обращаться к дуально-бесконечным последовательностям вида (1.1.).

Так, для целых чисел

$$U_{(i)}=i \quad \text{где } i \in [-\infty, 0, +\infty] \quad (1.12)$$

рассмотрев три рядом расположенных числа на числовой оси

$$(i-1), (i), (i+1) \quad (1.13)$$

можно видеть, что попарные составные числа запишутся:

а). Составное от левого и среднего членов дуально-бесконечной арифметической прогрессии с разностью $d=1$ запишется

$$U_{i,-1} = U_i \cdot U_{(i-1)} = (i) (i-1) = i^2 - i \quad (1.14)$$

б). Составное от правого и среднего членов

$$U_{i,1} = U_i \cdot U_{(i+1)} = i \cdot (i+1) = i^2 + i \quad (1.15)$$

в). Составное от левого члена, отстоящего от среднего на n -позиций и среднего членов

$$U_{i,-n} = U_i \cdot U_{(i-n)} = U_i^2 - n \cdot U_i = (i) \cdot (i-n) = i^2 - in \quad (1.16)$$

г). Составное от правого члена, отстоящего от среднего на n -позиций и среднего

$$U_{i,n} = U_i \cdot U_{(i+n)} = U_i^2 + n \cdot U_i = (i) \cdot (i+n) = i^2 + i \cdot n \quad (1.17)$$

Анализируя выражения (1.12...1.17) можно сделать следующие выводы:

- принимая $n \in [-\infty, 0, \infty]$ мы можем записать правило образования по парных составных

чисел в последовательности целых чисел в виде выражения (1.18);

$$U_{i,n} = U_i^2 + n \cdot U_i = i^2 + n \cdot i$$

$$\text{при этом } n = U_{i+n} - U_i = U_{i,n} / U_i - U_i \quad (1.18)$$

- в структурном иерархическом разложении дуально-бесконечных числовых последовательностей на парные составные числа с выбранным числом U_i , они, в соответствии с правилом Эратосфена, располагаются в этих последовательностях через равные промежутки влево и вправо от выбранного числа U_i . Расстояние между соседними составными числами равно i , где U_i - последовательность целых чисел в числовом континууме;

- нулевым рекуррентным составным членом в i -ричном разложении является число $U_{i,0} = (i \cdot)^2$

- само число U_i , является составным с $U_1=1$ и оказывается в этом разложении гармоникой с номером n равным

$$n = -(i-1) = 1-i \quad (1.19)$$

Учитывая, что положительное нулевое составное число может быть представлено как

$U_{i,0}$ и $U_{-i,0}$ т.е

$$U_{i,0} = U_i \cdot U_i = i \cdot i \text{ и } U_{-i,0} = U_{-i} \cdot U_{-i} = (-i) \cdot (-i) \quad (1.20)$$

откуда $U_{-i,0} = U_{i,0}$

$$(1.21)$$

- из чего непосредственно следует дуальность составных чисел.

Примечание: При выборе, в качестве исходного числа в представлении составных, отрицательного числа U_{-i} , в соответствии с (1.19), следует учитывать, что счёт номеров n для таких чисел инвертируется по направлению на числовой оси. На основании этого, число $U_{-i,-n} = -i$ в гармоническом разложении на составные будет иметь номер гармоники $-n$

$$-n = -((i - 1) - 2) = -i - 1 \quad (1.22)$$

(при исходном числе U_i) и

$n = -(-i) + 1 = i + 1$ (при исходном числе U_{-i})

• При $n = i$ получаем удвоенное нулевое составное число $U_{i,i} = 2i_2$

Топологические свойства числового континуума обоснуем ниже:

Получив первые представления о распределении парных составных целых чисел на числовом континууме, не составит труда представить, что в традиционном представлении несоставными числами в числовой последовательности оказываются простые числа, имеющие множителями только единицу и само простое число ξ . Оно же определяет интервал (период) следования парных составных $U_{\xi,n}$ вдоль числовой оси.

Все вышеприведённые рассуждения о законе следования целых составных парных чисел на числовой оси легко распространяются на классы рациональных и иррациональных чисел. Действительно для получения картины распределения рациональных составных чисел необходимо последовательность (1.15) поэлементно разделить на масштаб R . В результате переходим от последовательностей целых чисел к последовательностям R -ичных рациональных чисел, откуда выражение (1.18) примет вид (1.23)

$$U_{(i/R),(n/R)} = (1/R)^2 \cdot (U_{i_2+n} \cdot U_i) = (1/R)^2 \cdot (i^2 + i \cdot n) \quad (1.23)$$

Как это очевидно, попарные составные числа от R -ичных рациональных последовательностей располагаются в последовательностях меньшего (чем рациональная исходная последовательность) разряда i/R^2 . Все остальные выводы, сделанные при анализе последовательностей составных целых чисел, остаются справедливыми и для рациональных чисел с домножением результатов вычисления на масштабный коэффициент $1/R^2$.

При выводе закона следования в числовом континууме составных чисел от иррациональных чисел необходимо понимать, что при обращении к иррациональностям мы, как бы рассматриваем числовой континуум через нелинейную "лупу".

Для последовательности, например, квадратных иррациональностей три рядом расположенных на числовой оси иррациональных числа представляются:

$$\sqrt{(j-1)}, \sqrt{j}, \sqrt{(j+1)}, \dots, \text{где } j \in [-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty] \quad (1.24)$$

Они получают путём поэлементного извлечения квадратного корня из элементов последовательности целых чисел. Этой операцией мы переводим множество целых чисел в множество квадратных

иррациональностей с увеличением мощности множества. Другими словами, множество, представляющее собой дуально-бесконечную последовательность квадратных иррациональностей содержит внутри себя множество целых чисел. Или ещё нагляднее, между решёткой целых чисел прогрессивно наплаиваются иррациональные числа. Число промежуточных слоёв квадратично-иррациональных чисел определяется выражением

$$\Delta N_j = i^2 - (i-1)^2 - 1 = 2(i-1) \quad (1.25)$$

в этом случае i - наибольшее целое в выбранном участке последовательности квадратных иррациональностей U_j

Выше отмеченные закономерности иллюстрируются Табл. 14.

Табл.1.4.

μ	0	1	2	3	4	5 ... 8	9	10 ... 15	16	17 ... 24	25
m	0	1			2		3		4		5
$N_{0,1,\mu}$	0	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5} \dots \sqrt{8}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{10} \dots \sqrt{15}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{17} \dots \sqrt{24}$	$\sqrt{25}$
$N_{0,1,m}$	0	1			2		3		4		5
ΔN_m	0	1	2			4		6		8	

Число слоёв промежуточных плоскостей в иррациональном теле квадратных иррациональностей, располагаемых «внутри» рационального тела, между слоями m и $m-1$ определяется выражением

$$\Delta N_m = m^2 - (m-1)^2 - 1 = 2(m-1) \quad (1.26)$$

Число промежуточных слоёв z -иррациональных чисел определяется

$$\Delta N_z = i^2 - (i-1)^2 - 1 \quad (1.27)$$

Однако, о z -иррациональностях остановимся подробнее чуть ниже.

Из таблицы 1.4. видно, что в общем случае трёхмерное тело квадратно-иррациональных чисел [9]

$$U_{\eta,\mu,j} = \eta + \mu \cdot \sqrt{j} \quad (1.28)$$

для положительных значений, j будет располагаться "внутри" рационального тела с промежуточными слоями плоскостей иррациональных чисел. Для отрицательных значений j внутри трёхмерного тела действительных чисел расположены слои шестимерного тела комплексных чисел. Поясним это простыми рассуждениями. При переходе к дуально бесконечным квадратным иррациональным последовательностям и решению задачи поиска структурной иерархии парных составных чисел в этих последовательностях мы приходим к выводу, о том, что эти числа распределяются в последовательности $U_j = \sqrt{i}$

$$U_{j,n} = (\sqrt{j})(\sqrt{j+n}) = \sqrt{j^2+n \cdot j}^{1/2} \quad (1.29)$$

Как это очевидно из (1.29), целые числа i в числовом континууме являются нулевыми парными составными числами иррациональных квадратных чисел, т.е. любое, в том числе и простое число $U_i = \xi$ может быть представлено в виде одной из пар иррациональных составных чисел

$$U_i = U_{j,0} = U_{-j,0} = (\sqrt{j}) \cdot (\sqrt{j}) = \sqrt{(j)} \cdot \sqrt{(-j)} = ((\sqrt{j}) \cdot i) \cdot ((\sqrt{j}) \cdot i) \quad (1.30)$$

где i - также как и выше $i = \sqrt{-1}$, а $i, j \in [-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty]$

Выражение (1.30) показывает, что все целые числа (включая и простые) являются парно составными от двух действительных или мнимых квадратно- иррациональных чисел. Используя тот же математический приём, что и для получения закона следования парных составных чисел на числовой оси можно показать, что для тройных, четверных, D-мерных составных чисел в последовательности целых можно также вывести законы их следования:

-для тройных составных

$$U_{i,n,m} = i^3 + (n+m) \cdot i^2 + (n \cdot m) \cdot i \quad (1.31)$$

-для четверных составных

$$U_{i,n,m,q} = i^4 + (n+m+q) \cdot i^3 + (n \cdot m + n \cdot q + m \cdot q) \cdot i^2 + (n \cdot m \cdot q) \cdot i \quad (1.32)$$

-для D-мерных составных

$$U_{i,n,m,\dots,w} = i^D + (n+m+\dots+w) \cdot i^{(D-1)} + (n \cdot m + \dots + n \cdot p + \dots + n \cdot q + \dots + v \cdot w) \cdot i^{(D-2)} + (n \cdot m \cdot p + n \cdot m \cdot r + \dots + u \cdot v \cdot w) \cdot i^{(D-3)} + \dots + (n \cdot m \cdot p \cdot \dots \cdot u \cdot v \cdot w) \cdot i \quad (1.33)$$

где $D = \sum_{i \leq s \leq w} (I)$ - число использованных параметров.

В результате анализа выражений (1.24...1.33) можно записать для многомерных составных чисел $U_{i,n,m,\dots,w}$ выражение (1.34)

$$U_{i,n,m,\dots,w} = \sum_{p=1}^D F_N^{D-p} \cdot i^p$$

где $F_N^{D-p} = \sum_{\xi=0}^C (N)_{\xi} \dots$ суммы последовательностей комбинаций интервалов между составными числами

при $C = C_N^{D-p} = \frac{N!}{(D-p)! \cdot (N-D+p)!}$ (1.34)

Аналогичными приёмами получаем общие рекуррентные выражения для D-мерных составных дробно-рациональных и иррациональных D-мерных составных чисел:

-для D-мерных дробно-рациональных чисел

$$U_{i/R,n/R,m/R,\dots,w/R} = \frac{1}{R^D} \sum_{p=1}^D F_N^{D-p} \cdot \zeta^p$$

где $F_N^{D-p} = \sum_{\xi=0}^C (N)_{\xi} \dots$ - сумма...
 последовательностей... комбинаций

$$\text{где } C = C_N^{D-p} = \frac{N!}{(D-p)!(N-D+p)!}$$
(1.35)

-для 3х-мерных квадратно-иррациональных чисел

$$U_{j(2),n,m} = U_j \cdot U_{(j+n)} \cdot U_{(j+m)} = \sqrt{j} \cdot \sqrt{j+n} \cdot \sqrt{j+m} = \sqrt{j^3 + (n+m) \cdot j^2 + n \cdot m \cdot j}^{1/2}$$
(1.36)

где $U_j = 2\sqrt{j}$

-для 3х мерных кубично-иррациональных чисел

$$U_{j(3),n,m} = U_j \cdot U_{(j+n)} \cdot U_{(j+m)} = 3\sqrt{j} \cdot 3\sqrt{j+n} \cdot 3\sqrt{j+m} = (j^3 + (n+m) \cdot j^2 + n \cdot m \cdot j)^{1/3}$$
(1.37)

где $U_j = 3\sqrt{j}$; $i, j \in [-\infty \dots -1, 0, 1, \dots \infty]$

И, в общем виде, для D-мерных, R-ичных V-иррациональных составных чисел получим рекуррентное выражение

$$U_{\zeta/R,n/R,m/R,\dots,w/R} = \left(\frac{1}{R^D} \sum_{p=1}^D F_N^{D-p} \cdot \zeta^p \right)^{\frac{1}{V}} \dots \text{where } F_N^{D-p} = \sum_{\xi=0}^C (N)_{\xi} \dots \text{sequences..of..combination}$$

$$\text{when } C = C_N^{D-p} = \frac{N!}{(D-p)!(N-D+p)!}$$
(1.38)

Анализ выведенных рекуррентных уравнений (1.12...1.38), описывающих принципы следования на дуально-бесконечной числовой оси составных для систем целых, рациональных и иррациональных чисел позволяет сделать следующие выводы:

Выводы по разделу 1.1.1.:

1. Числовые системы счисления чисел, являясь иерархическими N-разрядными древовидными структурами, на своих разрядных уровнях периодически меняют символы, в соответствии с изменениями клиппированных, некруговых тригонометрических функций.(1.9.,1.10.)
2. В основе этих периодических изменений прослеживаются правила комбинаторного представления нумерологических

последовательностей составных чисел, распределение которых на числовой оси подчиняется принципам "решета Эратосфена".

3. Принцип "решета Эратосфена" распространяется не только на целые числа, но и выведен также для составных дробно-рациональных и иррациональных чисел.

4. В исследовании получены рекуррентные уравнения, описывающие последовательности составных "многоугольных" чисел для трёх классов:

-целых,

-рациональных и

-иррациональных чисел. (1.33, 1.34, 1.37), соответственно.

5. В свою очередь анализ этих уравнений позволяет утверждать, что составные числа являются фракталами числового континуума. Для них параметрическая размерность всегда больше координатной размерности. Параметрическая размерность для составных целых и рациональных чисел всегда целочисленная величина. Параметрическая размерность иррациональных чисел - дробно-мерная величина. Вторым признаком фрактальности последовательностей составных чисел является их строгая иерархичность. Более того, показано, что простые числа также имеют свои составные части. Они состоят из различных группами "первообразных" иррациональных чисел. Принцип само подобия, необходимый для отнесения рассматриваемых структур к фракталам заложен в общем принципе их выделения для всех числовых последовательностей составных чисел - правиле «решета» Эратосфена.

6. Тем самым можно утверждать, что гносеологические корни фрактальности уходят в иерархическую структуру составных чисел континуума.

Из всего вышеприведенного следует, что числовой континуум это не только дуально-бесконечная числовая ось. В общем случае, так же как и само пространство-время, числовой континуум имеет как линейчатую, так и сеточную, а в общем виде, многомерную решеточную структуру. В связи с чем, покажем рядом примеров свойства многомерных решеточных структур, как числового континуума, так и континуума пространства-времени.

1.1.2. Особые классы иерархических структур в сеточных и решеточных конфигурациях числового континуума.

В последние годы в науке и философии широко обсуждается вопрос решения задачи математических бильярдов в круге

[1...5,12...14]. К настоящему времени найдено решение и более общей задачи математических бильярдov в сфере [2,3]. Решения первой задачи найдены в комплексной плоскости, с параметрическим построением любой заданной траектории “бильярдного шара” и всех его комплексных отображений текущих координат шара во внешнее и внутренние пространства круга. Вторая задача, также, решена параметрическим представлением. Она решена в 3D Евклидово-Римановом пространстве-времени в гипер-комплексных аналитических функциях. Вопросам физико-математического анализа результатов исследования и моделирования посвящен настоящий раздел.

При выводе общих гиперкомплексных функционалов, описывающих фазовые свойства множества модовых и субмодовых статических и трансцендентных динамических траекторий, а также их гиперкомплексных отображений для математических бильярдov в круге автором обоснованы и выведены еще три важнейшие числовые системы вещественных чисел.

Эти системы чисел появляются при анализе фазовых множителей деления окружностей и сфер в полугеодезических координатах точкой. При этом появляются четыре вектора, определяемые (Т) четверкой кватернионно-сопрягаемой системы чисел, (см. Табл.1.4 и Рис 1.4.)

В общем виде связь этих числовых систем с известным числовым континуумом может быть охарактеризована выражениями (1.39) ... (1.40) и (1.41) ... (1.42) и пояснена Рис. 1.4 и 1.5.

1.) $\mathfrak{R}(\kappa) \in [-\infty, \dots, -\kappa, \dots, 0, \dots, \kappa, \dots, \infty]$ - правосторонняя фрактал образующая вещественная числовая система

$$\Rightarrow \kappa = \kappa \dots \Leftrightarrow \dots \kappa^* = \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 2} \quad (1.39)$$

Другими словами известный числовой континуум вещественных чисел в своей структуре содержит две пары ортогональных систем вещественных чисел, т.е. - правосторонние числа и им сопряженные вещественные числа, для которых справедливы соотношения (1.40)

$$\cos \frac{\pi}{\kappa} = \sin \frac{\pi}{\kappa^*} \quad \text{и} \quad \sin \frac{\pi}{\kappa} = \cos \frac{\pi}{\kappa^*} \quad (1.40)$$

и левосторонние числа $\overset{\leftarrow}{\kappa}$ и им сопряженные вещественные числа, для которых справедливы соотношения (1.41)

$$\Re(\overset{\leftarrow}{\kappa}) \in [-1, \dots, \frac{\kappa}{\kappa-1}, \dots, \Theta, \dots, -\frac{\kappa}{\kappa-1}, \dots, 1]$$

- левосторонняя фрактал образующая вещественная числовая система, где: Θ – полюс 1-го рода [65]

$$\overset{\leftarrow}{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \dots \Leftrightarrow \dots \overset{\leftarrow^*}{\kappa} = -\overset{\Rightarrow^*}{\kappa} \tag{1.41}$$

Выражение (1.41), правая часть очевидно из представления:

$$\overset{\leftarrow^*}{\kappa} = \frac{2 \cdot \overset{\leftarrow}{\kappa}}{(\overset{\leftarrow}{\kappa} - 2)} = \frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \cdot (\frac{\kappa}{\kappa-1} - 2)} = \frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \cdot (\kappa - 2 \cdot \kappa + 2)} = -\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 2} = -\overset{\Rightarrow^*}{\kappa} \tag{1.42}$$

Не установив до конца гносеологическую суть этих чисел, предварительно назовем числа

$\overset{\Rightarrow}{\kappa}$ - вещественными правосторонними кватернионно сопрягаемыми, а числа

$\overset{\leftarrow}{\kappa}$ - вещественными левосторонними кватернионно сопрягаемыми

Необходимо подчеркнуть, что речь идет не о векторах $\overset{\rightarrow}{\kappa}$ и $\overset{\leftarrow}{\kappa}$, а о вещественных числах, которые в рекуррентных последовательностях встраиваются в сеточные и решеточные конфигурации для которых выполняются соотношения (1.40).

Графики и значения для чисел (1.39) и (1.41) вне полюсов (соответственно 2 для $\overset{\leftarrow^*}{\kappa}$ и для $\overset{\leftarrow}{\kappa}$) приведены на Рис.1.5. и Рис.1.6.

Из графиков Рис.1.5. и Рис.1.6. видно, что системы чисел $\overset{\Rightarrow^*}{\kappa}$, $\overset{\leftarrow^*}{\kappa}$ и $\overset{\leftarrow}{\kappa}$ описываются дробно-рациональными функциями экспоненциального типа и соотносятся в математических круговых бильярдах с ортогональными и зеркальными, мнимыми векторами (см. Рис 1.4), соответственно. характеризуемых рациональными коэффициентами фрактальности $k=5/2$ и трансцендентных $k=\pi$, ортогонально дополняющие векторы, характеризуемые вещественными числами, образуют отличные от них траектории (на Рис.1.7. они показаны голубым цветом). О физической природе зеркальных траекторий и их значении в модельном описании структуры

пространства-времени, характеризующихся вещественными числами мы будем подробнее говорить в главах 3 и 4 настоящей монографии.

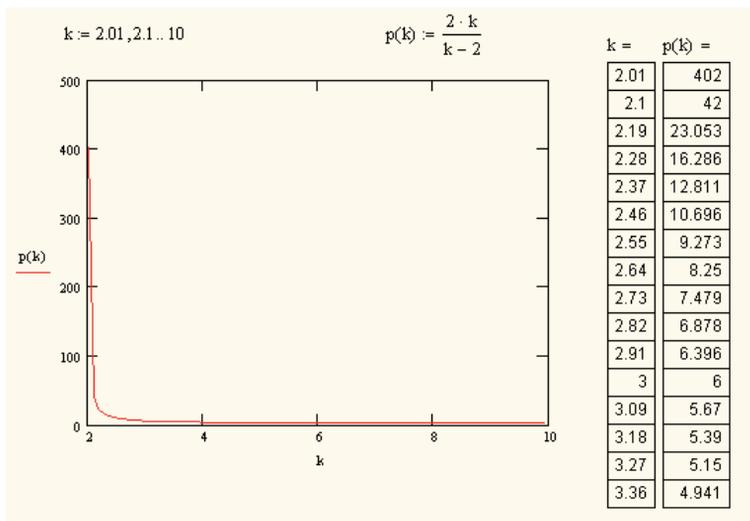
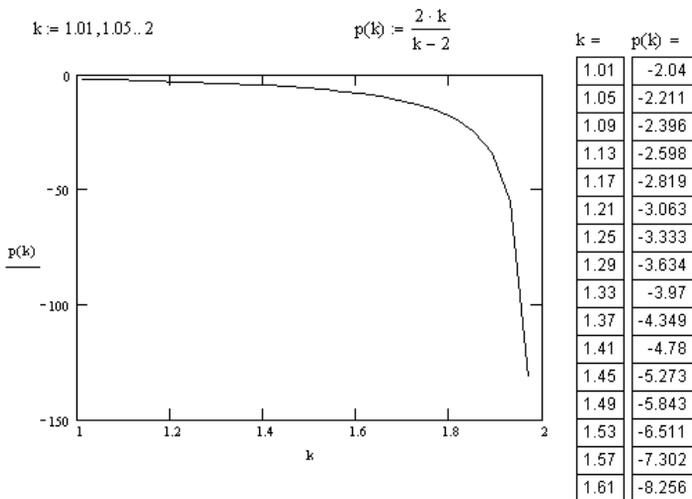


Рис.1.5. Графики и первые значения правосторонней фракталообразующей вещественной числовой

$$\kappa^* = \frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 2)} = \frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \cdot \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} - 2\right)} = \frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \cdot (\kappa - 2 \cdot \kappa + 2)} = \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 2} = -\kappa^*$$

СИСТЕМЫ

(1.43)

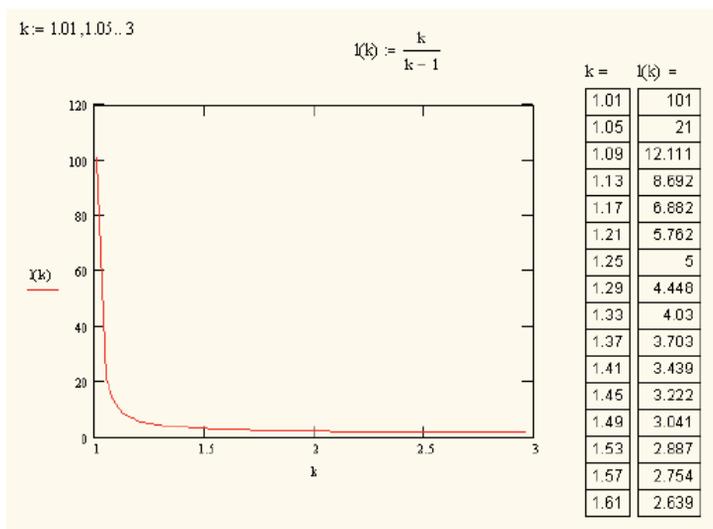
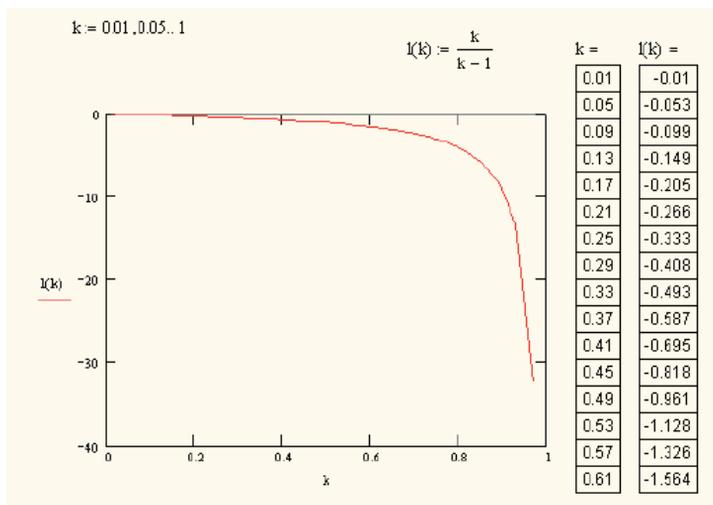


Рис.1.6. Графики и первые значения левосторонней фрактал образующей вещественной числовой системы $\overset{\leftarrow}{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \dots \leftrightarrow \dots \overset{\leftarrow}{\kappa} = -\overset{\rightarrow}{\kappa}$

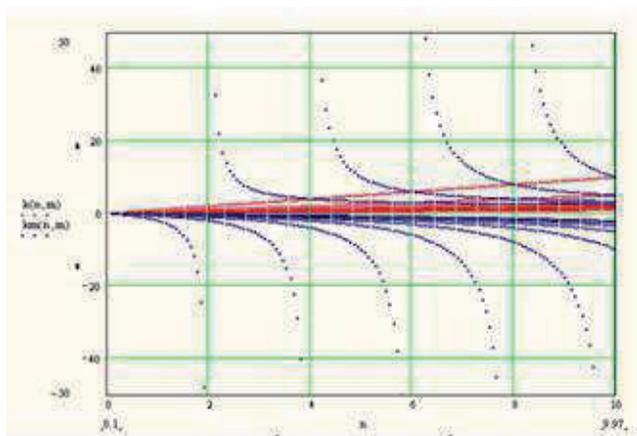


Рис.1.7. Зависимость коэффициента фрактальности $k(n,m)=n/m$ и сопряженного коэффициента фрактальности $k_m(n,m)=2k/(k-2) = 2n/(n-2m)$, от n , где $m \in [0,1 \dots 10]$; $n \in [0.1, 0.17 \dots 10]$;

- То, что числа κ и числа κ не просто функции $\kappa = p(k)$ и $\kappa = l(k)$, а физически обоснованные параллельные, известной нам числовой системе, другие числовые системы ясно из глав 3 и 4 настоящей монографии и приводит к пониманию того, что любое комплексное отображение соответствует определённым вещественным структурам, как математическим, так и физическим.
- Введение различия возвратных и рекуррентных последовательностей, а также их совместный анализ с введенными дополнениями вещественных чисел числами κ , и κ по новому раскрывает систолические свойства двумерных и трехмерных рекуррентных тел вещественных чисел, и позволяет надеется на непосредственную реализацию феноменологических закономерностей в многослойных рекуррентных числовых структурах.

Эти системы чисел, состоящие из базовой – линейной и трех гиперболических систем, вытекают из фазовых решений задачи разбиений единичной окружности в k -кратных отношениях. Найденные числовые системы приведены в Табл. 1.5.

Базовая Евклидова правосторонняя система вещественных чисел (от точки А к точке С - вправо)	Базовая не Евклидова левосторонняя дробно- рациональная гиперболическая система вещественных чисел
$\mathfrak{R}(\kappa) \in [-\infty, \dots, -\kappa, \dots, 0, \dots, \kappa, \dots, \infty]$	$\mathfrak{R}(\kappa) \in [-0, \dots, -\frac{\kappa}{\kappa-1}, \dots, \ominus, \dots, +\frac{\kappa}{\kappa-1}, \dots, 0]$
$\overset{\Rightarrow}{\kappa} = k$	$\overset{\Leftarrow}{\kappa} = \frac{k}{k-1}$
Сопряженная не Евклидова правосторонняя дробно-рациональная гиперболическая система вещественных чисел	Сопряженная не Евклидова левосторонняя дробно- рациональная гиперболическая система вещественных чисел
$\mathfrak{R}(\kappa) \in [-0, \dots, -\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}, \dots, \ominus, \dots, \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}, \dots, +0]$	$\mathfrak{R}(\kappa) \in [0, \dots, +\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}, \dots, \ominus, \dots, -\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}, \dots, -0]$
$\overset{\Rightarrow^*}{\kappa} = -\frac{2 \cdot k}{k-2}$	$\overset{\Leftarrow^*}{\kappa} = \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}$

Табл. 1.5. Базовые фрактальные системы чисел.

Линейная система чисел $\overset{\Rightarrow}{\kappa} = k$ описывает распространение линейных вещественных векторов (цугов фотонов) в отражающем круге (меридиональном сечении цилиндра или сферы); гиперболические системы чисел $\overset{\Leftarrow}{\kappa} = \frac{k}{k-1}$, $\overset{\Rightarrow^*}{\kappa} = -\frac{2 \cdot k}{k-2}$, $\overset{\Leftarrow^*}{\kappa} = \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-2}$ связаны в математической модели [1,16,21] с нелинейными гиперболическими векторами, как это следует из гиперкомплексных отображений линейного вектора в этом же четырехмерном фазовом пространстве. В меридиональных сечениях эти векторы иллюстрируются рисунком 1.8.

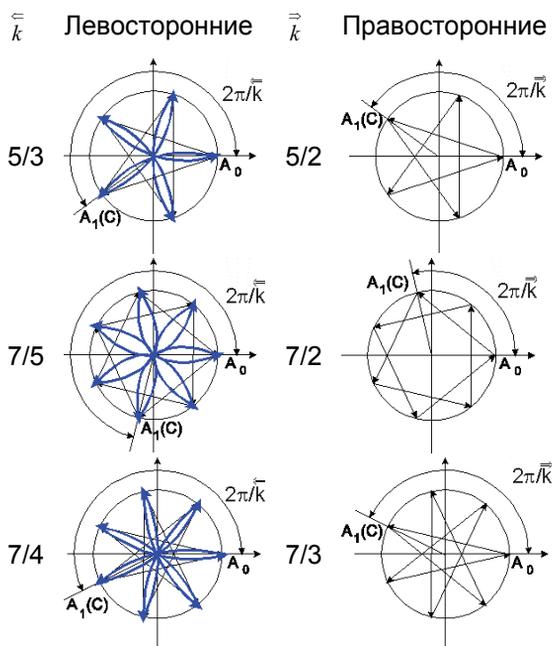


Рис.1.8. Реальные и виртуальные траектории бильярдных шаров с соответствующими фазовыми множителями

Это утверждение можно сделать, исходя из следующей физической гипотезы:

- В окружающем нас мире при всех актах отражений или преломлений волнового вектора, характеризующего движение цугов фотонов в пространстве, этот вектор всегда имеет два отображения – вещественное и гиперкомплексное.
- Другими словами, для полного описания геометрических траекторий световых лучей и их комплексных отображений в пространстве, необходимо принять утверждение об объективном существовании двойственной структуры частиц пространства - реальных и виртуальных, которые существуют в двух перемежающихся параллельных пространствах времени; условно назовем эти пространства реальным и пространством «зазеркалья» [21]. **

* Следует особо обратить внимание, что на Рис. 1.8., как зеркальный луч (1.8.а), относительно плоскости, проходящей через нулевую точку

A_0 и центр кривизны поверхности отражения, так и все другие лучи, характеризующиеся фазовыми множителями с гиперболическими числами $\frac{c}{\kappa}$, $\frac{c}{\kappa^*}$ и $\frac{c}{\kappa^+}$, эти три луча являются нелинейными – гиперболическими лучами плоскости Лобачевского в интерпретации Пуанкаре, а в 3D представлении – нелинейными векторами, образующими грани гиперболических многогранников.

**Так же следует отметить, что в последние годы понятие виртуальности относят к некоей программно-алгоритмической компьютерной среде. В действительности, это понятие правильно и грамотно было введено в квантовой механике. Одним из проявлений квантовой неопределенности энергии являются так называемые «виртуальные частицы». Теоретически виртуальные частицы ничем не отличаются от реальных, кроме того, что их существование ограничено во времени и пространстве, вследствие чего «нормальные» физические характеристики для них неприменимы. В настоящее время установлено реальное существование многих виртуальных частиц. Так, понятие виртуального фотона используется в физико-математической интерпретации, экспериментально подтвержденного явления пространственной телепортации фотонов осуществленной в известных исследованиях [25-27].

Таким образом, гипотеза о параллельном существовании в нашем реальном мире сопряженных пространств-времени имеет не только строгое математическое обоснование [4], но также и физическое экспериментальное подтверждение [5].

В следующем разделе рассмотрим установленный факт с позиции причинной механики Н.А. Козырева [28-29] и дадим авторскую интерпретацию математической модели 3D конфигураций обобщенного пространства-времени и ряда циклических процессов, протекающих в нем во времени.

1.1.3. Исследование решений задач математических бильярдов в круге и сфере.

1.1.3.1. Зеркальные отражения, отображения и виртуальные циклические процессы пространства-времени.

В исследованиях [1,21] из простых физико-математических позиций доказано объективное существование для всех циклических процессов (математических бильярдов в круге и сфере, движению светового луча (волнового вектора) в отражающем цилиндре и

сфере, теории электромагнитного поля в фазовом пространстве и т.д.) существование поля разрешенных направлений – геометрического поля пространственных частот.

При этом логически показана возможность существования в ряде физических объектах пространства-времени траекторий распространения лучей и их комплексных и гиперкомплексных отображений во все пространство (внутреннее и внешнее по отношению к поверхностной форме объектов). Эти траектории лучей образуются линейными, вещественными векторами, а также их нелинейными гиперболическими виртуальными отображениями.

Опережая выводы настоящего исследования, постараемся обосновать постулат о реальности существования параллельных пространств-времени и синхронных параллельных существованиях циклических процессов в Евклидовом и гиперболическом пространствах-времени с позиций причинных связей.

Зеркальные отражения. Ни у кого не вызывает сомнения тот факт, что с точки зрения причинно-следственных связей отраженное от зеркальных поверхностей электромагнитное излучение (гомоцентрический поток лучей) является следствием воздействия падающего на поверхность также гомоцентрического потока лучей. То есть, в лучевом приближении описанный факт можно отнести к действию вещественных линейных векторов (падающий поток) и реакции отражающей поверхности – отраженные вещественные векторы (отраженный поток).

В этом случае, следуя Н.А. Козыреву [25] пространственные и временные различия причин от следствий можно характеризовать символами ∂x и ∂t соответственно и показать, что отношение будет конечной величиной.

$$\frac{\partial x}{\partial t} = c_2, \quad (1.44.)$$

Сложнее обстоит дело с описанием процессов формирования изображений зеркальными поверхностями.

Помимо хорошо известных фактов о геометрических различиях левого и правого в исходном объекте пространства предметов и кажущейся глубине объекта изображения, само пространство изображений воспринимается наблюдателем, расположенным за плоскостью изображения – в пространстве «зазеркалья».

В физике этот факт не вызывает удивления и характеризуется понятием мнимой плоскости изображения.

Но, так ли все просто с этими мнимыми или кажущимися изображениями и имеют ли эти понятия причинно-следственные отношения, и какие?

В работе [11] автором показано, что при рассмотрении задачи математических бильярдных в сфере необходимо рассматривать две мнимые по отношению к реальной поверхности сферы.

Ранее было сделано утверждение о том, что эти поверхности являются поверхностями апланатических изображений и эксперимент подтвердил это утверждение. Другими словами, было показано, что не только в радиотехнике и радиоэлектронике емкостные и индуктивные проводимости это не просто мнимые величины, а реально существующие измеримые характеристики колебательного контура, а также и в оптике существуют лучевые и волновые структуры пространства объекта с мнимыми, кажущимися характеристиками, но имеющими вполне реальные причинно-следственные связи.

Из модели геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) в кватернионом описании [16, 17] следует, что каждый реальный луч, характеризующий циклический процесс распространения частиц (волновой вектор, бильярдный шар, цуг фотонов), математически связан с тремя мнимыми лучами. И за счет этой связи ГППЧ в полной мере описывает как причины построения многогранных конфигураций 3D пространства, так и возможные физические проявления циклических процессов, совпадающих по своей структуре с этими конфигурациями.

Сделаем следующий шаг в своих предположениях.

Логически очевидно, что движение виртуальных фотонов в замкнутом объеме отражающей сферы или цилиндра, это не зеркальное отражение с причинными связями по отношению к реальному лучевому распределению фотонов в нашем Евклидовом пространстве, а самостоятельный фазово-синхронизированный акт движения в параллельном гиперболическом пространстве зазеркалья, без временного запаздывания. Т.е. их $\delta t = 0$, а текущие координаты виртуальных фотонов $X(t)$ представляют собой зеркальное отображение от зеркальной поверхности с отрицательной кривизной.

Для координатных точек виртуальных фотонов, совпадающих с поверхностями отражения сферы или цилиндра справедливо равенство

$$X(\vec{t}) = X(\bar{t}), \quad (1.45)$$

(Здесь символами $X(\vec{t})$ и $X(\bar{t})$ мы обозначаем текущие координаты x, y, z в объеме светопроводящих элементов для виртуального фотона $X(\vec{t})$ и для реального фотона $X(\bar{t})$).

Назовем этот фазово-синхронизированный акт - зеркальным кватернионным отображением движения реального фотона Евклидова пространства в реальном параллельном гиперболическом пространстве.

Из наших рассуждений логически вытекает разница причинно-следственных связей, присущих понятиям «зеркальное отражение» и «виртуальное отображение».

При описании акта «зеркального отражения», как мы уже видели отношение $\frac{\partial x}{\partial t} = c_2$ - конечно.

При описании акта «виртуального отображения» отношение $\frac{\partial x}{\partial t} = c_2 \rightarrow \infty$, стремиться к бесконечности. Другими словами, этот акт происходит мгновенно или виртуальные процессы параллельны реальным процессам. Как можно доказать это утверждение?

Доказательство не требуется – факт очевиден из рассмотрения характеристик деления отрезка и окружности в k -кратных отношениях, см. рис. 1.9.

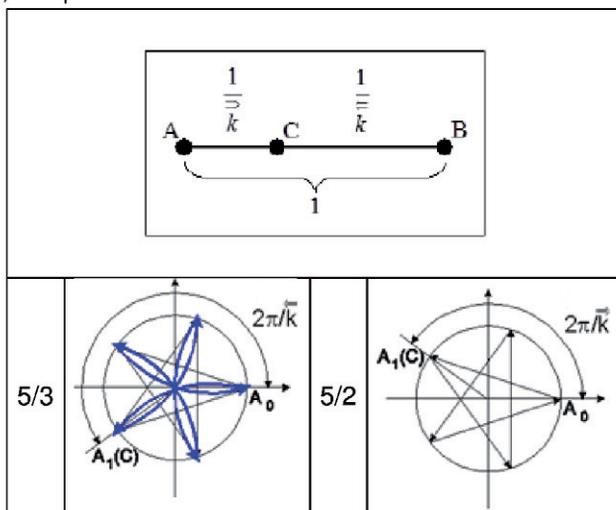


Рис.1.9. Иллюстрация деления единичного отрезка и единичной окружности в k -кратных отношениях.

Здесь следует особо подчеркнуть, что при описании циклических процессов во времени, точка деления C отрезка прямой на единичной окружности математического бильярда отображается в двух точках $A_1(C)$ и $A_1'(C)$, зеркально симметричных, относительно диаметральной линии, проходящей через центр окружности и точку начала отсчёта A_0 . Этот факт – следствие объединения точек начала и конца отрезка AB в одной точке A_0 .

Рисунок 1.9. показывает, что сам акт деления отрезка в k -кратных отношениях всегда характеризуется одновременным описанием правостороннего вектора линейной числовой системой $\vec{k} = k$ и левостороннего вектора \overleftarrow{CB} гиперболической системы чисел $\overleftarrow{k} = \frac{k}{k-1}$.

Аналогичными рассуждениями мы приходим к очевидному факту, что все комплексные отображения происходят мгновенно, т.е. для них

$$\frac{\partial x}{\partial t} = c_2 \rightarrow \infty.$$

Это утверждение очевидно из рассмотрения тройственной природы эквивалентности характеристик комплексного числа:

- комплексное число это вектор,
- комплексное число - это пространственная координата, образуемая концом этого же вектора, перенесенного параллельно с установкой начала вектора в центр координатной системы, а координаты определяются по координатам конца перенесенного вектора,
- комплексное число это оператор поворота.

Тем самым мы доказали, что в параллельном виртуальном пространстве информация о текущих значениях циклических процессов или положениях пространственных форм передается мгновенно во множество дискретных точек этого пространства.

Утверждение о дискретном множестве очевидно, т.к. операции параллельного переноса векторов и их поворотов можно повторять до бесконечности (к тому же с приведением к множеству выборов центров координат).

Рассмотрим траектории реальных и, синхронных им, виртуальных фотонов с точки зрения определения направления и направленности хода времени.

При рассмотрении понятия «направление» и «направленности» будем рассматривать как различные понятия, точно также как мы рассматривали различными понятия зеркального отражения или зеркального (виртуального) отображения.

Вполне очевидно, что для правосторонних и левосторонних пространств, т.е. линейного Евклидового и гиперболического пространства (пространства Минковского-Лобачевского), характерны различия не только в пространственных понятиях - правое и левое, но и различными для них являются понятия хода времени.

Мы говорим, что в реальном правостороннем Евклидовом пространстве, время течет влево (не смотря на то, что часовые стрелки движутся вправо относительно системы отсчета – 12 часов, 24 часа). Объясняется это общее соглашение ученых о положительности выбора направления времени тем, что положительным направлением в полярной системе координат принято направление против хода часовой стрелки. Думаю, что это соглашение было признано целесообразным, исходя из тождественности направления времени с направлением вращения земли при его рассмотрении с Северного полюса (Европейского полушария).

Для движения гипотетических виртуальных частиц из рассмотрения рис 1.8 (левый столбец) характерно их движение эквивалентного вектора вправо. То есть, целесообразно говорить о том, что в параллельном гиперболическом пространстве движение времени направленно вправо, но это ни как не значит, что в гиперболическом пространстве ход времени обратен ходу времени нашего пространства (как в киноплёнке, прокручиваемой в обратную сторону). Нет, исходя из синфазности процессов распространения правостороннего фотона и гиперкомплексного виртуального фотона, необходимо признать, следуя Н.А. Козыреву [28], что помимо определения направления, времени следует приписывать еще и направленность, т.е. принцип движения – от прошлого к настоящему (существенное усложнение искателям «машины времени»).

В связи с вышесказанным определением расшифруем, что же представляют собой понятия направление времени.

1.1.3..2. Физическая интерпретация реальных и виртуальных процессов объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени.

Как было отмечено российским физиком из ФИАН а, доктором технических наук В.Г. Веселаго [30...31], еще в 1967 году, решения дифференциальных уравнений Максвелла в символическом виде предусматривают два вида: с положительным и отрицательным значением радикала

В результате логических рассуждений В.Г. Веселаго приходит к выводу о том, что в природе возможно два вида материалов. Обычные материалы нашего мира, для которых электрическая и магнитная проницаемости положительны, а векторы электрического и магнитного полей, и волновой вектор K образуют правую тройку векторов. Такие материалы он назвал правовращающимися или просто - правыми материалами.

В тоже время, в соответствии с уравнениями Максвелла, возможно существование материалов, для которых электрическая и магнитная проницаемости имеют отрицательную величину. При этом, тройка базовых векторов (электрический, магнитный и волновой векторы) образуют левовращающуюся тройку, и их возможному существованию В.Г. Веселаго дал название – левые материалы.

При этом в ряде работ [30...31] он показал, какими особыми свойствами должны обладать эти материалы с точки зрения электромагнитных воздействий на такие материалы. Им сделаны выводы, что в них как эффект Доплера, так и эффект Вавилова-Черенкова должны иметь противоположный правым материалам вид. И, что более важно, направление волнового вектора в левых материалах идет не от источника, а направленно к нему. Теорией В.Г. Веселаго предсказывалось, что, например, в оптике рассеивающая линза для правых материалов будет собирающей для левых материалов и даже плоская пластина из левых материалов должна работать как собирающая линза.

Этот факт и ряд других свойств были в 2000 году экспериментально подтверждены американскими учеными Шелдоном и Смитом и Chiyao Luo, Steven G. Johnson [32...33], при конструировании этих материалов и фотонных кристаллов методами нанотехнологий.

Сам факт подтверждения эффекта собирающей линзы на плоской пластине из синтезированных материалов можно трактовать только

одним способом: внутренняя структура синтезированных левовращающих материалов для обычного электромагнитного поля представляет собой структуру с отрицательной кривизной, т.е. это гиперболическая структура. Доказанная автором возможность трактовки области значений базового параметра – коэффициента фрактальности $k \in [-2, 0, 2]$ в задаче k -кратного разбиения единичной окружности и экспериментальное подтверждение на дифракционных элементах с бинарной зеркальной пропускающей структурой показали, что эта область ГППЧ ответственна за описание циклических процессов в левовращающих материалах [21, 34].

При этом, область значений $k \in [-2 \dots 0 \dots 2]$ имеет зонную структуру, т.е. внутри этого интервала между значениями k , например $0,2 \dots 0,4$ с центром $0,3$; $0,4 \dots 0,6$ с центром $0,5$ и т.д. формируются повторяющиеся на разных кольцевых зонах одинаковые циклические или бесконечные траектории распространения векторов (фотонных цугов). Это же явление формирования зонных структур было установлено коллективом авторов [35] при рассмотрении движения световых лучей в сегментированных элементах фрактальной оптики (например, в полуцилиндре). Для полуцилиндра характерно существование лучевых структур с отражением (ПВО) от плоской поверхности сечения. Т.е. в таких линзах происходит моделирование перемежающегося движения, как реальных, так и виртуальных фотонов. К аналогичным выводам, о необходимости рассмотрения зонных структур в исследуемой вселенной по реликтовому излучению на спутниковой программе, приходят исследователи реликтового излучения [36]. Авторы этой публикации приходят к выводу, о том, что в дальней точке наблюдения (предположительно центре вселенной) ее структура представляет собой рогоподобную структуру с отрицательной конической кривизной.

При моделировании различных циклических процессов уравнениями ГППЧ автору удалось в кватернионном описании показать возможность моделирования, как Евклидовых структур, так и гиперболических [15...17]. При моделировании, с учетом как действительной, так и трех мнимых частей, в матричной форме в программе MathCad 2001 получено обобщенное представление.

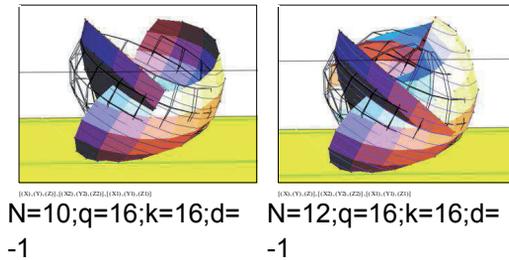


Рис. 1.10. Иллюстрация моделирования кватернионных отображений на внешнюю мнимую сферу многогранника высокого порядка.

В этом случае, при больших значениях коэффициентов фрактальности (как по меридианам, так и по параллелям) общая структура объединенного Евклидово-Риманова пространства представляется в виде двух перемежающихся финслероидов [18...22], смотри рисунок (Рис. В.2 Введения).

Как видно, формирование двух тел с заострением эллипсоидов к полюсам (заострение планетных тел предсказывалось причинной механикой Н.А. Козырева, через рассмотрение особых свойств времени), в нашей модели обусловлено квадратичной природой кватернионов [21,34]. В то же время, трактовка их двойственности, с позиций механики, может быть объяснена возможной связью с вращениями разных тел макропространства в ту или иную сторону, относительно полюсных осей. Несимметричный характер отображений траекторий циклических процессов во внешнее и внутреннее пространства круга и сферы, для Евклидовых и гиперболических векторов подтверждает утверждение Н.А. Козырева о несимметричности общего пространства-времени.

1.2. Анализ само подобной структуры комплексных отображений траекторий математических бильярдов.

Задача, поставленная в настоящем разделе, на первый взгляд, является надуманной и имеющей чисто математический интерес. С другой стороны, если предположить, что комплексные и гиперкомплексные отображения математических бильярдов в круге и в сфере раскрывают принципы построения реальных плоскостей и объемных конфигураций окружающего нас пространства-времени, то к такой постановке вопроса следует подходить более внимательно.

Рассуждая о возможной размерности пространства в статье [37], Ф.А. Цицин пишет: *“Допустимо предположить, что размерность эта*

может оказаться и не обязательно дробной (подобно тому, как целочисленной, но более высокой, чем у обычной линии, оказывается размерность броуновской траектории, см. равна 2). Какова же она окажется, в конце концов? Четыре? „Восемь с половиной”? Или 5061010..? Тем более остается открытым вопрос о смысле и, далее, о физической реализации во Вселенной комплексной (и в частном случае, чисто мнимой) размерности пространства... И, пожалуй, совершенно не в наших силах представить себе, что могла бы значить дробная размерность (да еще комплексная...) космологического времени”. И далее...

Ныне „все согласны” с тем, что наша фундаментальная физика имеет определенные границы. Во всяком случае, пока материя находится на сингулярной стадии раздувания, в „планковской фазе”, средств для описания ее эволюции у нашей физики нет. Для этого нужна единая квантово-гравитационная теория, так сказать, теория структуры, свойств и эволюции (!) физического вакуума. Вопрос о ее создании был поставлен по существу еще в 30-х гг. М.П. Бронштейном [38].

Учитывая возможность применения развиваемых в настоящем исследовании положений к теории фрактальных структур, решим вопрос о структуре пространства-времени.

Прежде всего, рассмотрим принципы комплексных и гиперкомплексных отображений во внешнее и внутреннее пространства траекторий математических бильярдных в круге и сфере.

Эта возможность появляется сразу, как только мы принимаем точку зрения по рассмотрению отдельного участка траектории движения бильярдного шара от одного отражения до другого отражения за вектор. Далее, основываясь на теории аналитических функций, например [39,40] и тройственном характере отображения комплексных чисел мы сразу приходим к бесконечному множеству отображений движения бильярдного шара, как во внешнее, так и во внутреннее пространство математических бильярдных. При этом, каждая из траекторий бильярдного шара, построенная из конечного или бесконечного числа векторов, отображается в виде дискретных, само подобных, разномасштабных структур с бесконечным увеличением или уменьшением масштабов во внешнее и внутреннее пространства математических бильярдных, за исключением векторных траекторий бильярдных шаров, делящих круг или центральные сечения сферы на число (коэффициент фрактальности) равное 6 [20,21]. Только эти траектории комплексно само отображаются в реальном круге или

центрального сечения сферы в силу равенства длин векторов радиусу круга (сферы). Все остальные отображения формируются на сферах с радиусами

$$R_d = R \cdot (2 \cdot \sin(\frac{\pi}{k}))^d$$

(1.46)

где: - R -радиус круга (сферы) исходного математического бильярда,

- $2 \cdot \sin(\frac{\pi}{k})$ - масштабный множитель λ в выражении (1.46)

- d -показатель комплексного или гиперкомплексного отображения (не путать с фрактальной размерностью D)

- k – коэффициент фрактальности, делимости текущих окружностей R_d вписанным многогранником (траекторией бильярдного шара или траекториями его комплексных отображений).

На первый взгляд, комплексные отображения реальных лучей (векторов) формирующих траектории реальных и комплексных перемещений математического бильярдного шара должны ограничиться на каком-то шаге отображения d . По крайней мере, так это происходит при моделировании комплексных отображений для двух пар ортогонально сопряженных в пространстве правильных Платоновых тел: “тетраэдр-тетраэдр” и “куб-октаэдр”. В этом предположении можно убедиться, рассмотрев последовательности пространственных отображений в плоских сечениях многогранников.

Подтверждение сказанному иллюстрируется рисунком (Рис. 1.11.).

http://philosophy.nsc.ru/journals/philsience/3_03/00_melnik.files/image026.jpg

http://www.philosophy.nsc.ru/journals/philsience/3_03/00_melnik.files/image027.jpg

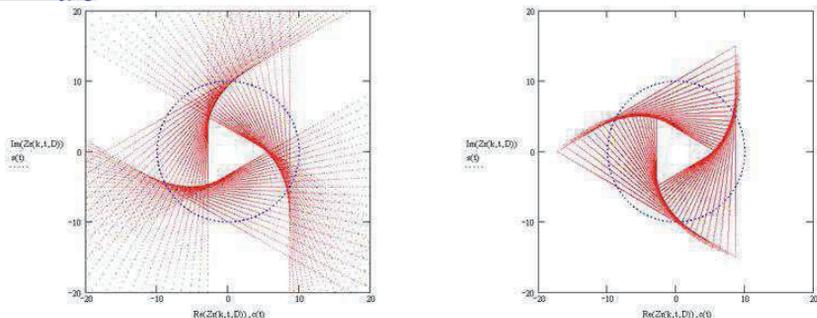


Рис. 1.11. Отображения в пространство гиперболических и линейных циклических структур.

В результате проведенного анализа гиперкомплексных уравнений геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) – структурообразующего поля пространства-времени можно сделать следующие выводы

(http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/index.html):

- Анализ уравнений геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) в кватернионной форме, для всех представлений как обобщенного вида 3D представлений, так и отдельных его составляющих, дает все основания для утверждения, что окружающее нас пространство-время представляет собой фазовое пространство с двумя взаимоперебегающимися (параллельными) подпространствами. Фазовые изменения пространства в целом и его подпространств характеризуются через понятия направлений и направленности времени.
- Найденные подпространства представляют собой действительное линейное Евклидово пространство и виртуальное пространство переменной метрики с зонной “рогообразной” структурой отрицательной конической кривизны – пространство Минковского-Римана.
- Наличие единого пространства-времени с его двумя подпространствами обуславливает необходимость существования реальных и виртуальных частиц в нашем окружающем мире.
- Квантовая механика давно оперирует с виртуальными частицами (электронами, протонами, фотонами и т.д.), описываемыми на формальном языке. Достижения квантовой механики позволили решить задачи телепортации в пространстве времени сначала фотонов [25], а теперь уже, и электронов [26,27].
- Попытки Н.А. Козырева по созданию несимметричной причинной механики [28], а так же объяснению и предсказанию ряда явлений с позиций придания времени особых энерго-несущих свойств вызвала неоднозначную реакцию в научных кругах. Однако ряд положений этой теории нашел прямое экспериментальное подтверждение.

Сама несимметричность механики, ряд предсказаний по изменению геометрических форм макроскопических тел пространства-времени просто объясняются кватернионным моделированием структурных объектов пространства-времени уравнениями ГППЧ [29].

1.3. Анализ геометрических полей оптических элементов методами аналитических комплекснозначных функций

Представляет интерес сравнение кватернионных построений многореберных конфигураций как применительно к полугеодезическим координатам S^2 сферы, так и при их моделировании через общие уравнения сферы которые строятся для целых значений параметра p .

Рассмотрим некоторые основные положения, касающиеся распространения световых лучей в цилиндрических телах по аналогии с принципами, выработанными для описания законов математических бильярдов [14...16].

1. Круг и круговой цилиндр:

- Любая траектория в круговом цилиндре никогда не заходит внутрь некоторого концентрического круга, границы которого касаются все ее звенья;

радиус этого круга $r=R \cdot \cos \pi/k$

- Траектория в круге является либо периодической, либо всюду плотной в кольце;

2. Особенности распространения лучей в эллипсе и эллиптических цилиндрах:

- Звенья траектории, проходящей через любой фокус эллипса, асимптотически стремятся к большой оси эллипса (после некоторого количества отражений движение луча будет происходить в сколь угодно малой полосе, содержащей большую ось эллипса);

- Любая траектория в эллипсе касается либо эллипса, либо гиперболы, софокусных с данным эллипсом. Первый случай реализуется, когда первое (произвольное) звено траектории не пересекает отрезка фокусов, а второй - когда первое (произвольное) звено траектории отрезок фокусов пересекает (во втором случае точки касания могут лежать на продолжениях звеньев траектории).

3. Для произвольной выпуклой области на плоскости, ограниченной кривой Γ , в которой луч описывает траекторию можно ввести понятие каустической кривой (каустики). Кривая γ называется каустикой, если выполнено условие: из того, что хотя бы одно звено траектории касается γ , следует, что все остальные звенья этой траектории также касаются γ . В круге (круглом цилиндре) имеется только одно семейство каустик - концентрические окружности. В эллипсе (эллиптическом цилиндре) существует два семейства каустик: эллипсы и гиперболы, софокусные с

ним. Все выпуклые области Q с достаточно гладкой границей Γ (в каждой точке которой можно провести касательную, причем в близких точках границы Γ эти касательные образуют друг с другом малый угол) имеют бесконечно много каустик, накапливающихся к границе Γ . Далее, если Q - произвольная область, Γ - его граница, а Γ_c - какая то каустика в Q , то почти любая непериодическая траектория, касающаяся каустики Γ_c , всюду плотно заполняет область между границей Γ и этой каустикой ("кривое кольцо") [14...16].

1.3.1. Общий принцип экстремальности траекторий.

1.3.1..1. Если ломаная AMB с данными концами A и B и точкой излома M , принадлежащая данной кривой Γ , имеет наименьшую или наибольшую (т.е. экстремальную) длину среди всех близких к ней двузвенных ломаных с точками излома на кривой Γ и теми же концами A и B , то эта ломаная является траекторией луча, ведущей из A в B после отражения от границы, имеющей форму кривой Γ .

Если кривая Γ выпукла, т.е. целиком лежит по одну сторону от своей касательной, то любая траектория луча AMB имеет или локально минимальную или локально максимальную длину.

Принцип экстремальности траекторий является частным случаем принципа наименьшего действия, или экстремального принципа Ферма.

1.3.1..2. Рассмотрим выпуклую область Q с гладкой границей Γ . Диаметр этой области, т.е. отрезок с концами на границе Γ наибольшей возможной длины обладает следующим свойством: он перпендикулярен границе Γ в своих концах. Отсюда следует, что длиннейшая хорда области Q дает одно из простейших периодических движений - по двузвенной траектории (периода 2). Если теперь вращать эту хорду, уменьшая ее длину насколько возможно, мы сможем получить положение наименьшей длины в месте наименьшей ширины Q . Эта хорда даст второе периодическое движение (также периода 2). При этом движение вдоль наибольшей хорды неустойчиво (малое отклонение луча приводит к большим изменениям траектории), а второе движение м. б. устойчивым или неустойчивым.

Для периодического движения периода 3 ("гармонический" треугольник) также следует искать (треугольные) траектории, имеющие

максимальный и минимальный периметр, каждой из которых отвечают два периодических движения (по и против часовой стрелки).

Для области Q может быть установлено существование двух гармонических k-угольников, делающих $m \leq n/2$ оборотов вдоль кривой Γ , где m - число, взаимно простое с n. Два периодических движения (по и против часовой стрелки), соответствующих k-угольнику типа максимума будут неустойчивы, а соответствующих k-угольнику типа минимума могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Точное утверждение:

Пусть фиксировано натуральное число $n \geq 3$. Обозначим через $\varphi(n)$ (функция Эйлера),

$$\begin{aligned} & \text{Если каноническое разложение } A = p_1^{m_1} p_2^{m_2} \times \dots \times p_r^{m_r}, \text{ то} \\ \varphi(A) &= A \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{p_r}\right) = \\ &= \left(p_1^{m_1} - p_1^{m_1-1}\right) \left(p_2^{m_2} - p_2^{m_2-1}\right) \times \dots \times \left(p_r^{m_r} - p_r^{m_r-1}\right), \end{aligned} \quad (1.47)$$

где $n = p_1^{f_1} p_2^{f_2} \dots p_m^{f_m}$ - каноническое разложение n на простые множители, количество чисел m , меньших n и взаимно простых с n. Тогда существует не менее $\varphi(n)/2$ периодических n-звенных ломаных линий на плоскости, вписанных в данную выпуклую область Q с гладкой границей Γ .

В любой выпуклой области Q на плоскости, ограниченной замкнутой гладкой кривой Γ , существуют периодические траектории с любым числом звеньев $n \geq 3$ (Теорема Биркгофа).

1.3.1..3. Кривая Γ может быть отображена взаимно однозначно и взаимно непрерывно на окружность так, что последовательные точки отражения траектории перейдут в равноотстоящие точки на окружности (в более общей формулировке это утверждение носит название теорема Данжуа). Тогда аналитическое описание траекторий в круге приобретает значение канонического. Чисел, выявление в числовом континууме детерминированной фрактальной структуры позволило автору [1, 15] решить не только классическую задачу математических бильярдов в круге, но и показать необходимость привлечения гиперкомплексных параметрических описаний для анализа и синтеза структур пространства-времени.

С использованием упомянутых введений, описанных в статьях [1,6] и представления траекторий всех лучей в оптической сфере и сферических оболочках как циклических траекторий в многопараметрическом пространстве оптического элемента и

введением меры добавленных пространственных координат в виде хордового или углового множителя

$$\square_r = 2\pi/\kappa_r, \text{ где } \kappa_r = \pi/\text{arc cos}((X_a/R)(n_1/n_2)); \quad (1.48)$$

где n_1, n_2 - показатели преломления первой и второй Среды на границах разделов сечений криволинейных поверхностей, получены общий вид комплексного геометрического поля реальной сферы, в трехмерном пространстве являющегося кватернионным полем:

$$Z_s = Z_r + iZ_{mp} + jZ_{mo} + kZ_{mt} \quad (1.49)$$

где $Z_r, Z_{mp}, Z_{mo}, Z_{mt}$ действительные числа, а i, j, k - мнимые числа, равные $\sqrt{-1}$.

и все пары комплексных составляющих этого поля в меридиональных сечениях, представленных в параметрическом виде

$$\begin{aligned} Z_x &= R \cdot m_r(p) \cdot \cos(\hat{\Omega}_r \cdot p + \varphi_0) + i \cdot R_m \cdot m_m(p) \cdot \cos(\hat{\Omega}_r \cdot p + \psi_0) \\ Z_y &= R \cdot m_r(p) \cdot \sin(\hat{\Omega}_r \cdot p + \varphi_0) + i \cdot R_m \cdot m_m(p) \cdot \sin(\hat{\Omega}_r \cdot p + \psi_0) \end{aligned} \quad (1.50)$$

Результаты математического моделирования показаны на Рис 1.12.а и Рис 1.12.б

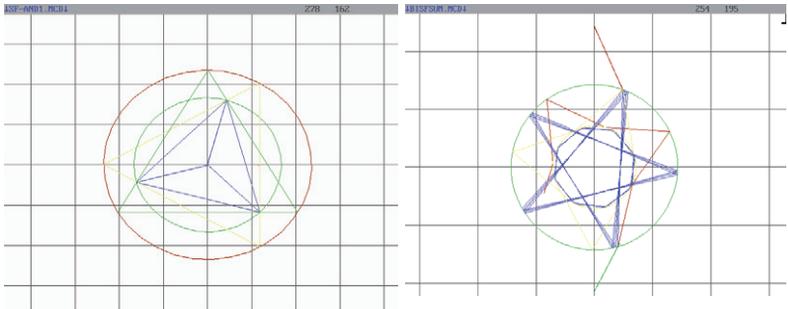


Рис 1.12.а.

Рис 1.12.б. Результаты

Представление модовой траектории луча ($k=3$) в меридиональном сечении полупрозрачной сферы в параллельном потоке.

математического моделирования реальных лучей комплексного геометрического поля двух – слойной сферы (прозрачной оболочки). Источник находится на конечном расстоянии. Выбранный луч падает на внешнюю сферу, отражается реальной сферой, определяется падает на внешнюю

коэффициентом фрактальности $k_f=3$. окружность сферической оболочки. При первом

Внешние траектории - преломлении луч достигает траектории кажущихся, внутреннего радиуса оболочки мнимых лучей, "отражаемых" и преломляется второй раз. (Часть луча вступает в режим

внешней мнимой сферой). многократного отражения от (Три траектории, - две из них сливаются. Это внешней и внутренней траектории мнимых лучей окружностей.

связанных с лучами при Голубым цветом первом отражении от показана траектория реальной сферы и мнимая результирующего луча. траектория связанная с выходящим лучем после второго преломления.

Третья траектория мнимых лучей связана с падающим лучём. В нашем случае, исходный луч падает на реальную сферу из точки в бесконечности параллельно оси Y снизу).

Внутренняя и внешняя мнимые сферы являются поверхностями на которых фокусируются мнимые апланатические изображения пространства предметов.

Новая трактовка математической модели по структуре траекторий лучей многократного отражения в оптическом шаре.

Дополним рассмотрение модели, изложенное в статьях [1,15,16] с позиций анализа комплекснозначных функций действительного переменного [7,8].

Напомним основные положения теории аналитических функций.

Комплексные числа вида $g=m + i n$, где m и n – действительные целые числа, называют целыми комплексными или Гауссовыми

числами. Все Гауссовы числа изображаются на комплексной плоскости в виде узлов, целочисленной решетки.

Комплексные числа $q = \mu/\eta + i k/\rho$ изображаются на комплексной плоскости в виде узлов, вложенной в целочисленную гауссову решетку и является решеткой рациональных комплексных чисел. В свою очередь, как это было показано в [9] (раздел 1.6.), трехмерное тело комплексных чисел является шестимерным функционалом, вложенным в трехмерное тело арифметических прогрессий целых действительных чисел.

Это свойство координатной системы К.Ф. Гаусс интуитивно осознал и дал следующее толкование комплексных чисел:

-каждому комплексному числу z соответствует на декартовой плоскости xOy вполне определенная точка Z , чьей комплексной координатой служит именно это число z . Или, коротко, “комплексное число – это точка на плоскости”. Точки оси абсцисс $-xOx$, и только они, имеют своими комплексными координатами действительные числа, поэтому ось абсцисс называют действительной осью. Ось ординат называют мнимой осью. А вся координатная плоскость при такой трактовке называется комплексной числовой плоскостью и обозначается буквой C . [7]

Таким образом, заметного упрощения выкладок, большой компактности в записях можно в ряде случаев достигнуть благодаря объединению двух обычных (действительнозначных) функций действительного переменного, объединяемых на координатной плоскости, в одну комплексно-значную функцию (того же переменного) [7].

Исходя из приведенных выше обоснований, упростим полученные уравнения кватернионного геометрического поля оптического шара [18].

В [5] использован прием построения не двумерной параметрической плоскости (описанный в подстрочном примечании во ВВЕДЕНИИ). На этой плоскости определены параметрические уравнения плоских кривых, зависящих от трех параметров – текущего времени t , коэффициента фрактальности k и координаты y_u , определяющей положение источника излучения на оптической оси – yOy . Эти плоские кривые описывают действительные и мнимые лучи, многократно отражаемые от действительной и внешней мнимой сфер, при падении гомоцентрического потока световых лучей на оптический шар. Здесь же теоретически и экспериментально доказывается, что лучи, преломленные поверхностью шара, при многократных отражениях формируют оптическое “геометрическое” поле. Действительные

составляющие геометрического поля – траектории многократных отражений лучей внутри сферы представляются в виде “геометрической волны”. С ней связана циклическая угловая характеристика – угловая мера длины свободного пробега луча от одного отражения до другого. Мнимые составляющие формируются падающим и отраженным лучом при первом преломлении, а также лучом, выходящим из шара при втором преломлении. Они и образуют векторную часть циклических составляющих, кватернионных функций действительных переменных, которыми описывается оптическое поле шара.

1.3.2. Оптическое поле шара.

Из теории функций комплексного переменного известно, что если мы имеем две действительные функции одного действительного переменного, то можно построить комплекснозначную функцию $w = \psi(t) = \psi_1(t) + i \psi_2(t)$ (1.51)

Мнимые апланатические изображения всего пространства предметов, создаваемые оптическим шаром, фокусируются на внутренней (виртуальной) и внешней мнимых сферах. Эти сферы имеют радиусы:

$$R_{mv} = R \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{k_r}}{\cos \frac{\pi}{k_m}} \cong R \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad \text{и} \quad R_m = R \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{k_m}}{\cos \frac{\pi}{k_r}} \cong R \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (1.52)$$

где, k_m и k_r мнимый и реальный коэффициенты фрактальности n_1 и n_2 – коэффициенты преломления среды и материала шара, соответственно

Формулы (1.50) выведены в статье [18], исходя из соображений интуитивной логики. Здесь было сделано предположение о том, что действительные лучи многократных отражений в шаре должны сопровождаться мнимыми лучами, отражаемыми от мнимых сфер (1.50), при этом хордовые или угловые множители \square_r и \square_m должны быть одинаковыми как для реальных, так и для мнимых лучей

$$\hat{\Omega}_r = \square_m = 2\pi/k_r \quad (1.53)$$

Из этих предположений и выведены формулы (1.50). Как оказалось, полученные выражения для мнимых сфер для внепараксиальных лучей совпали с введенными ранее выражениями

для мнимых сфер Н. Воегехолд и М. Herzberger [10...12], которые нашли, что *если пространства предмета и изображения однородны, то вращательно симметричная оптическая система в общем случае может обеспечить резкое отображение не более чем двух поверхностей* [11]. М. Борн и Э. Вольф делают сноску:- *“в общем случае” вставлено для того, чтобы исключить некоторые вырожденные случаи, когда идеально отображается все пространство предмета (например, при отражении от плоского зеркала).*

Экспериментальная проверка фокусирующих свойств оптического шара, проведенная авторами показала, что оптический шар создает три поверхности резких отображений пространства предметов. Одна действительная, создающая резкое отображение на одной поверхности пространства предметов и две мнимые, создающие резкое отображение всего пространства предметов на внутренней (виртуальной) и внешней мнимых сферах. Реальное отображение имеет малую глубину резкости. Мнимые изображения создают апланатическое формирование отображения пространства предметов на мнимых сферах, совпадающие с утверждением [11, 18] об образовании на этих сферах апланатических точек. Мнимые отображения имеют не ярко выраженное фокусирующее свойство, то есть это отображение имеет большую глубину резкости. Другими словами, мнимые отображения приближаются по своим свойствам к идеальному отображению всего пространства предметов при отражении от плоского зеркала.

Экспериментальная проверка показала совпадение положений фокусирующих (действительной и мнимых) поверхностей с их значениями, определяемыми из выражений, полученных из теории описания геометрического поля оптической сферы в. [21, 18].

Обоснуем интуитивно-логические предпосылки выводов вышеуказанной теории и покажем, за счет, какого механизма образуется явление большой глубины резкости при формировании шаром мнимых изображений. Нижеприведенные рассуждения позволят записать полученные ранее уравнения геометрического поля оптической сферы в компактном виде кватернионных функций комплекснозначного аргумента.

Прежде всего, покажем, как реально в реальном пространстве формируются не двумерные координатные плоскости пространства объекта. Для чего рассмотрим в реальной двумерной координатной

плоскости решение математических бильярдов в круге. Мы будем рассматривать классическую математическую задачу, считая, что на плоскости в круге образуется “отражение” направленных отрезков – лучей от кривой линии, т.е. круга. При этом как в круге, так и во внешнем плоском пространстве не учитываются показатели преломления. На первом этапе доказательства мы считаем, что внешнее и внутреннее пространства круга однородны, только плоская кривая (добавленная координата $D=0$), обладает свойством отражать лучи, введенные во внутреннее пространство в режиме многократных отражений.

Этот процесс в меридиональных сечениях сферических и цилиндрических оптических элементов неоднократно описывался [1,3,18,21] где установлено, что в круге могут образовываться три типа траекторий многократного отражения лучей. Эти траектории были названы:

- геометрическими модовыми траекториями (коэффициент фрактальности, для которых, равен целым числам – в этом случае, в круг вписываются правильные многоугольники)
- геометрические суб-модовые траектории (коэффициент фрактальности, для них, равен рациональным числам – в этом случае, в круг вписываются правильные фрактальные многоугольники, их еще называют полигоны) - геометрические трансцендентные (стохастические) траектории, которые при своем распространении в круге никогда не возвращаются в исходную точку начала или конца первого направленного отрезка и распространяются в оптических элементах до их полного затухания, всюду плотно заполняя кольцо от $R \cdot \cos(\pi/k_r)$ до R [20, 21].

Теперь мысленно совместим в координатной плоскости реальную плоскость xOy и комплексную плоскость $Z \rightarrow X, O, iY$ и отобразим в полученной таким образом “не двумерной” плоскости [5] лучи, как направленные отрезки прямых линий (т.е. векторы, не проходящие через центр O , координатной системы, за исключением векторов с коэффициентами фрактальности равными 2) и их комплексные координаты, исходя из принципов геометрического толкования комплексных чисел [7,55]. Как известно, комплексные числа могут трактоваться как векторы, как точка (комплексная координата этого вектора), или как комплексный множитель – оператор поворота вектора в комплексной плоскости.

Зная [1,3...21]:, что длина направленного отрезка пути от одного отражения до другого отражения в круге равна

$$L = 2R \cdot \sin \frac{\pi}{k}, \quad (1.54)$$

где k – коэффициенты фрактальности, определяющие хордовые множители (1.48),

можно каждому отрезку реальной траектории распространения лучей при многократном отражении в круге поставить в соответствие свою комплексную координату на “не двумерной” плоскости, которые расположатся на окружности (добавленной координате с размерностью

$D=1$) радиуса $R_{kom} = \frac{L}{2} = R \cdot \sin \frac{\pi}{k}$. Далее, соединяя найденные комплексные координаты прямыми линиями, получим комплексные траектории, синфазно сопровождающие реальные траектории, так как хордовые множители (1.48) по определению у них будут равны. Действительно, если реальные лучи, определяются рациональными числами фрактальности, то, как реальная окружность радиуса R , так и комплексная окружность радиуса R_{kom} , будут разбиты на равное число точек отражения n , где n – числитель рационального числа $k=n/m$, так как число точек отражения в круге равно числу хордовых отрезков, соединяющих эти точки. С дугой стороны, каждая точка отражения в реальном круге радиуса R может трактоваться на “не двумерной” плоскости как комплексная координата направленного отрезка траектории “лучей”, отражаемых от “внутренней” (виртуальной) комплексной окружности (добавленной координаты с размерностью $D= -1$) радиуса $R_{kom\ inv}$

$$R_{kom\ inv} = \frac{R}{2 \sin \frac{\pi}{k}} \quad (1.55)$$

Как и в случае с комплексной траекторией можно доказать, что инверсная комплексная траектория в круге радиуса $R_{kom\ inv}$ так же будет синфазно сопровождать реальную траекторию распространения луча в круге радиуса R . Процесс отображения направленных отрезков на “не двумерной” плоскости можно распространять как в сторону отображения на комплексных окружностях D - порядка, имеющих радиусы

$$R_{kom}^{(D)} = R \cdot \left(2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{k} \right) \right)^D \quad (1.56)$$

так и в сторону отображения на инвертированных комплексных окружностях “ $-D$ -порядка, до бесконечности в обе стороны.

В результате мы приходим к возможности представление на “недвумерной” плоскости траекторий реальных лучей (как векторов) в виде их комплексных координат D -порядка, образующих семейства точек, разбивающих комплексные окружности $R_{kom}(D)$ на n/m частей. А для семейства точек отражения реальных лучей (вершин многоугольных траекторий, вписываемых в реальную окружность радиуса R) возможность их представления как семейства комплексных координат векторов “ D -порядка, “отражаемых” от виртуальных комплексных окружностей $R_{kom\ inv}(-D)$. Предлагаемый нами аппарат имеет глубокие физические корни.

Для подтверждения этого выведем комплекснозначные уравнения распределения точек отражения для каждой из окружностей (комплексной виртуальной $R_{kom\ inv}(-D)$, реальной R и внешней комплексной окружностей $R_{kom}(D)$), при фиксированных коэффициентах фрактальности k_r , полностью характеризующих модовые структуры вписываемых траекторий направленных отрезков (лучей).

Наиболее простой, и наглядный способ геометрического построения этих траекторий представлен на Рис 1.8. и интерпретируется по D -порядкам для $k_r=3$ рисунком 1.13.

Здесь начальная траектория реальных лучей, имеющих коэффициент фрактальности $k_r=3$, на реальной окружности радиуса R , направлена параллельно оси

$-y, O, y$, что позволяет легко найти комплексную координату вектора A_0, A_1 путем параллельного переноса начала вектора (точки A_0) в начало координат O , тогда конец перенесенного вектора (точка A_1) укажет положение комплексной координаты этого вектора $A_{1\ kom}$. Аналогичным образом, (обратным способом), строится вектор $A_{1\ inv}, A_{2\ inv}$, вписываемый в инвертированную окружность радиуса $R_{kom\ inv}$, комплексной координатой, которого на “не двумерной” плоскости является точка A_2 (вершина реальной траектории $A_0, A_1, A_2 A_0$). Этот вектор строится путем переноса параллельно оси $-x, O, x$ централизованного вектора $O A_2$, до его вписывания в окружность радиуса $R_{kom\ inv}$

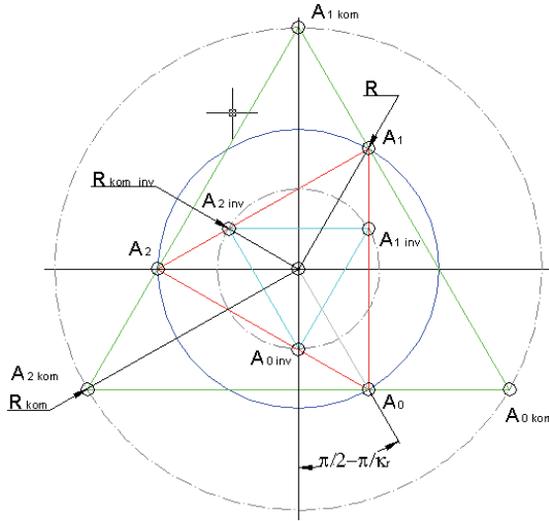


Рис 1.13.

При таком расположении начального участка траектории распространения реальных лучей многократного отражения в круге все ее вершины (точки отражения p , как с положительными, так и с отрицательными значениями) могут быть описаны циклическими параметрическими уравнениями

$$\begin{aligned} X_r &= R \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right) \\ Y_r &= R \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right) \end{aligned} \quad (1.57)$$

где $p \in [-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, +\infty]$

Далее, на основании вышеописанного метода представления двух функций действительного переменного одной комплекснозначной функцией действительного переменного (см. 4) выражения (1.57.) примут простой и компактный вид (1.58)

$$\begin{aligned} Z_r &= X_r + i \cdot Y_r = R \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right) + \\ &+ i \cdot R \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right) = R \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right)} \end{aligned} \quad (1.58)$$

$$Z_r = X_r + i \cdot Y_r = R \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right)}$$

На основании (1.58), с учетом очевидного замечания, которое можно сделать из анализа Рис 1.13., заключающегося в том, что последовательное отображение траекторий лучей многократного отражения в соответствующие им комплексные координаты

осуществляется путем оператора поворота с растяжением, т.е путем домножения Z_r на комплексный множитель $Z_\varphi(D)$

$$Z_\varphi(D) = 2^D \cdot \sin^D\left(\frac{\pi}{k_r}\right) \cdot e^{iD\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{k_r}\right)} \quad (1.59)$$

На основании вышеизложенного можно записать уравнения комплекснозначных функций действительного переменного, описывающие распределение точек отражения реальных и комплексных лучей от соответствующих окружностей (комплексной виртуальной R_{kom} inv , реальной R и внешней комплексной окружностей R_{kom})

$$\begin{aligned} Z_{kom \cdot inv} &= R_{inv} \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r} p \dots \frac{\pi}{2}\right)} \\ Z_r &= R \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r} (p-1) \dots \frac{\pi}{k_r}\right)} \\ Z_{kom} &= R_{kom} \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r} (p-1) \dots \frac{\pi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (1.60)$$

или в общем виде для любого отображения векторов через комплексные координаты D - порядка

$$Z(D) = Z_r \cdot Z_\varphi(D) = R \cdot \left[2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k_r}\right)\right]^D \cdot e^{i\left[\frac{2\pi}{k_r}(p-1) \dots + \frac{D\pi}{2} \dots + (1-D) \frac{\pi}{k_r}\right]} \quad (1.61)$$

Здесь D может принимать любые целочисленные значения т.е $D \in [-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty]$

Так при $D=0$ с помощью уравнения (1.61) описывается распределение точек отражения от реальной окружности, для траектории распространения лучей с заданным коэффициентом фрактальности k_r (т. е. приходим к описанию Z_r , уравнение (1.60b))

При $D=\pm 1$ с помощью уравнения (1.61) описывается распределение точек отражения от внешней комплексной и инвертированной окружностей, для траекторий распространения лучей с тем же коэффициентом фрактальности k_r (т. е. приходим к описанию Z_{kom} и $Z_{kom inv}$, уравнения (1.60с и 1.60а, соответственно)) и так далее для любого $\pm D$ порядка.

Далее, вводя в уравнение (1.61) параметрический амплитудно-угловой множитель $m(p)$, приходим к комплекснозначному функционалу, описывающему не только распределение точек "отражения" от реальных и мнимых окружностей, но и имеем полное описание текущих значений траекторий лучей (векторов) для любого D -слоя двумерной плоскости

$$Z(D, P) = Z_r \cdot Z_\varphi(D, P) = R \cdot m(p) \cdot \left[2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k_r}\right)\right]^D \cdot e^{i\left[\frac{2\pi}{k_r}(p-1) \dots + \frac{D\pi}{2} \dots + (1-D) \frac{\pi}{k_r}\right]} \quad (1.62)$$

здесь p принимает все текущие значения числового континуума;

при p - целочисленных траектории достигают точек отражения от соответствующих окружностей в D-слоях. при этом направление луча на каждом отражении изменяется на угол $\pi-2\pi/k_r$.

Параметрический амплитудно-угловой множитель $m(p)$ определяется выражением (1.63), полученным в [21], (см. раздел 1.1, наст. монографии)

$$m(p) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{k_r}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{k_r} \cdot (1 + 2p - 2 \cdot \text{ceil}(p))\right)}, \quad (1.63)$$

Здесь:

- $\text{ceil}(p)$ - наибольшее целое от p ,

- k_r - коэффициент фрактальности заданной траектории лучей,

и, по сути дела, является уравнением дискретно изменяющих положение направленных отрезков прямых в полярных системах координат.

Анализируя полученный комплекснозначный функционал (1.62) двух действительных дискретных параметров D и k_r и одного действительного непрерывного параметра p приходим к следующим выводам:

-траектория реального луча, многократно отражаемого в круге, является средне- геометрической величиной от траекторий, замыкающих соответствующие точки прямых и соответствующие точки инверсных комплексных координат для любого $\pm D$ порядка.

Действительно:

$$Z_r(P) = \sqrt{Z(+D,P) \cdot Z(-D,P)} = R \cdot m(p) \cdot e^{i\left(\frac{2\pi}{k_r}(p-1) + \frac{\pi}{k_r}\right)} \quad (1.64)$$

Уравнение (1.64) показывает, что комплекснозначные функции $Z(+D,P)$ и $Z(-D,P)$ являются взаимно инверсными комплексносопряженными функциями.

Если в выражении (1.64) зафиксировать рациональный коэффициент фрактальности k_r , а параметры p и D изменять непрерывно, то:

- текущие значения комплексного функционала (1.64) опишут $2n$ спиральных траектории (n -левосторонних траекторий, образуемых лучами, запущенными в области положительной оси X и n - правосторонних, образуемых лучами, запущенными в области отрицательного участка оси X ; где n -число звеньев траектории реальных лучей), как это показано на Рис. 1.14 а и б (верхняя строка таблицы) для двух начальных звеньев траекторий левосторонних и правосторонних лучей.

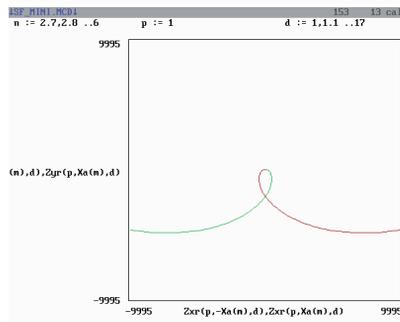
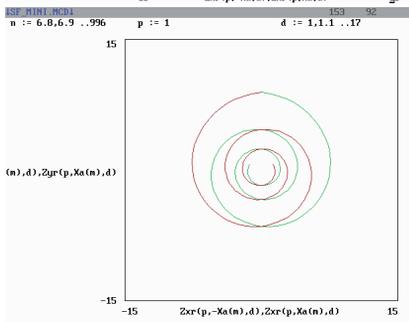
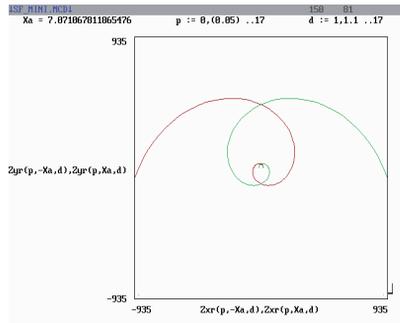
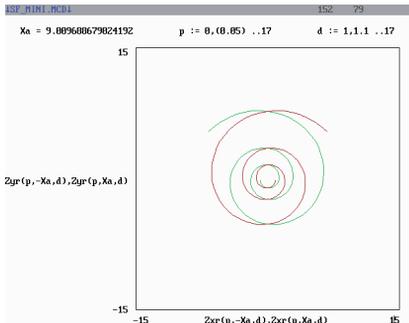


Рис 1.14. Спинорные отображения в пространстве рациональных лучей с разными коэффициентами фрактальности

-Рис. 1.14 .а соответствует отображению в виртуальное пространство кругового сечения начальных траекторий рациональных лучей с коэффициентами фрактальности $= \pm 7$ и бесконечно близких к ним трансцендентных траекторий с коэффициентами фрактальности ≈ 7 при изменениях с малой дискретностью параметров p и d в диапазонах приведенных на рисунке.

-Рис 1.14.б соответствует отображению во внешнее пространство кругового сечения начальных траекторий рациональных лучей с коэффициентами фрактальности $= \pm 4$ и бесконечно близких к ним трансцендентных траекторий с коэффициентами фрактальности ≈ 4 при изменениях с малой дискретностью параметров p и d в диапазонах приведенных на рисунке.

-Нижняя строка таблицы, Рис. 1.14 .в и г, соответствует отображениям во внутреннее и внешнее пространства кругового сечения, соответственно, результирующих отображений начальных траекторий лучей. При этом варьируются коэффициентами фрактальности от 6,8 до 996 и от 2,7 до 6, соответственно, при

фиксированных $p=1$ и изменениях с малой дискретностью параметров d , в диапазонах, приведенных на рисунках. Как первые, так и результирующие отображения в виде спиралей могут быть объяснены формированием каустик дискретных отображений векторов, приведенных на Рис.1.11. с лучевыми отображениями бесконечно близких трансцендентных траекторий.

- комплексные отображения траекторий лучей с коэффициентами фрактальности $2 < k_r < 6$ соответствуют расположению инверсных окружностей в круге радиуса R , при $R=6$ все отображения $\pm D$ порядка совпадают с реальной траекторией лучей и при $6 < k_r < +\infty$ инверсные отображения траекторий располагаются на окружностях с радиусом $> R$ (в этом легко убедиться прямой подстановкой соответствующих k_r в выражение (1.62))

- последовательное отображение реальных траекторий лучей многократного отражения в соответствующие им комплексные координаты осуществляется путем оператора поворота с растяжением, т.е путем до множения Z_r на комплексный множитель $Z_\varphi(D, p)$, то есть путем поворота на угол $\pi/2 - \pi/k_R$ против часовой стрелки, при направлении исходного луча перпендикулярно положительной ветви координаты Ox и по часовой стрелке при направлении исходного луча перпендикулярно отрицательной ветви координаты $-xO$,

- взаимный поворот соответствующих индексов вершин траекторий прямого и инверсного отображений реальных лучей с равными $|D|$ осуществляется на угол $D(\pi - 2\pi/k_R)$. Угол $\pi - 2\pi/k_R$ является ортогональным дополнением хордовому или угловому множителю $\hat{\Omega}_R$ (смотри рис 1.14). Этот угол определяет мнимую часть аргумента комплексной функции комплексных переменных геометрического поля реальной сферы. Но этот результат исследований автора монографии выходит за рамки настоящего раздела и будет освещен дополнительно.

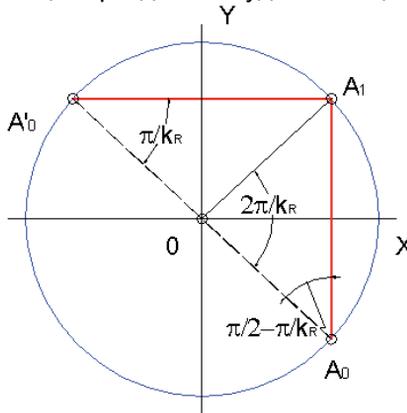


Рис 1.15.

Следует особо отметить, что при переходе от задачи описания математических бильярдов в круге к описанию траекторий световых лучей в меридиональном сечении оптической сферы с показателем преломления n_2 , в аргументе функционалов (1.57...1.63.)

хордовый или угловой множитель $\hat{\Omega}_r = \frac{2 \cdot \pi}{k_r}$ необходимо выразить через соответствующую циклическую частоту :

$$\varpi_r = c \cdot \frac{m \cdot \pi}{n \cdot n_2 \cdot R \cdot \sin \frac{m \cdot \pi}{n}} ; \quad (1.65)$$

где c - скорость света ,

n и m – числитель и знаменатель коэффициента фрактальности $k_r = n/m$

В этом случае текущий параметр p заменяется на текущее время t

Все остальные выводы остаются справедливыми на всем масштабе размеров оптических элементов вплоть до размеров нескольких длин волн исследуемого лучевого распространения света.

1.4. Вывод параметрических уравнений комплекснозначных функций комплексных переменных, дающих полное описание геометрического поля оптического шара.

Если при описании задачи математических бильярдов в круге подойти с позиций механических аналогий, то представляется достаточно продуктивным подход, который был использован Галилеем при выводе уравнений механического маятника. В своих рассуждениях Галилей исходил из условия изохронности маятников [21]. Галилей заменял движение грузика маятника по дуге свободным движением по хорде, исходя из пропорциональности времени скатывания по хорде и движения маятника по дуге. При этом он и вывел пропорциональность этого времени квадратному корню из длины маятника. Это утверждение следует из рассмотрения Рис.1.15, из которого видно, что длина отрезка

$$A_0, A'_0 = \sqrt{(A_0, A_1)^2 + (A'_0, A_1)^2} = 2R \quad (1.66)$$

Аналогия очевидна. Действительно, если рассматривать произвольный луч, формирующий в круге, какую-либо (замкнутую или разомкнутую) траекторию, для звена которой всегда можно приписать

хордовый или угловой множитель $\hat{\Omega}_r = \frac{2 \cdot \pi}{k_r}$, то целесообразно каждому лучу в круге сопоставить ортогонально дополняющий луч, который представит собой второй катет прямоугольного треугольника,

гипотенузой которого является отрезок прямой, проходящей через точку A_0 , направленного отрезка A_0, A_1 и центр круга O до замыкания прямоугольного треугольника A_0, A_1, A'_0 , т.е. диаметр, соединяющий точки A_0 и A'_0 (смотри рис 1.15). Получившийся таким способом отрезок A'_0, A_1 будет определяться хордовым или угловым множителем

$$\tilde{\Omega}_r = \frac{2 \cdot \pi}{k_r} = \pi - \frac{2 \cdot \pi}{k_r} \quad (1.67)$$

Угол $\pi - 2\pi/k_R$ является ортогональным дополнением реальному хордовому или угловому множителю $\hat{\Omega}_R$. Этот угол определяет мнимую часть аргумента комплексной функции комплексных переменных в круге.

Действительно, используя приведенные рассуждения можно констатировать, что целесообразно при рассмотрении задачи математических бильярдов в круге или физической задачи распространения лучей в меридиональных сечениях сферы или цилиндра, задавшись целью получения полного их решения, в выведенные комплекснозначные уравнения (1.57...1.60) в качестве аргумента использовать комплексную функцию

$$\hat{\varphi}(k_r, p) = \hat{\Omega}_r \cdot p + i \cdot \tilde{\Omega}_r \cdot p \quad (1.68.)$$

Математические основания этого утверждения приведены выше. Какие физические предпосылки обосновывают это предложение?

Дело в том, что при рассмотрении произвольного луча в меридиональном сечении сферы или цилиндра, не представляет труда убедиться в следующем очевидном факте:

- точка ввода луча A_0 во внутреннюю полость рассеивающего оптического элемента имеет внутреннее зеркальное отражение в точке A'_0

- текущие положения фотонов, (формирующих в рассеивающей среде лучевую траекторию A_0, A_1) круговой зеркальной поверхностью будет зеркально отображаться в текущих положения луча A'_0, A_1 и

- точки встречи реального луча A_0, A_1 и внутреннего мнимого луча A'_0, A_1 совпадут в точке A_1

- далее после зеркального отражения в точке A_1 , реальный луч A_0, A_1 изменит свое направление на A_1, A_2 (на угол $\pi - 2\pi/k_R$), а внутреннее зеркальное отражение точки A_1 переместится на диаметрально противоположную вершину A'_1 прямоугольного треугольника, A_1, A'_1, A_2 и процесс синхронного перемещения по заданной траектории реального и внутреннего зеркального лучей повториться либо до замыкания реальной и мнимой траекторий, либо до обхода по всем нечетным сторонам комплексно-сопряженного фрактального многоугольника.

Последнее утверждение очевидно, из рассмотрения равенства

$$\frac{2\pi}{k_r} + \frac{2\pi}{\tilde{k}_r} = \pi \quad (1.69)$$

Откуда можно получить выражение внутреннего мнимого коэффициента фрактальности через реальный коэффициент фрактальности k_R

$$\tilde{k}_r = \frac{2 \cdot k_r}{k_r - 2} \quad (1.70)$$

В таблице 1.6 приведены некоторые значения для реального и внутреннего мнимого коэффициентов фрактальности

Табл 1.6

k_r	2	3	4	5	6	7	8
k_f	∞	6	4	10/3	3	14/5	8/5

На основании анализа рис 1.13 и рис.1.15 и уравнения (1.70) очевидно, что справедливы соотношения

$$\sin \frac{\pi}{k_r} = \cos \frac{\pi}{\tilde{k}_r} \quad \text{и} \quad (1.71)$$

$$\cos \frac{\pi}{k_r} = \sin \frac{\pi}{\tilde{k}_r} \quad (1.72)$$

В результате приходим по аналогии с функциями действительной переменной к комплекснозначному уравнению функции мнимой переменной для описания комплексных отображений D -порядка для внутренних мнимых лучей A'_0, A'_1, A'_1, A'_2 и т.д.

$$Z_i(D, p, \tilde{k}_r) = i \cdot Z_r \cdot Z_{\varphi_i} \quad (D, p, \tilde{k}_r) = i \cdot R \cdot m_i(p) \cdot [2 \cdot \sin \frac{\pi}{\tilde{k}_r}]^D \cdot e^{i[\frac{2 \cdot \pi}{\tilde{k}_r}(1-p) + \pi \cdot \text{floor}(p) + \frac{D \cdot \pi}{2} + (1-D) \cdot \frac{\pi}{\tilde{k}_r}]} \quad (1.73)$$

где: $\text{floor}(p)$ – наибольшее целое от p

Выражая и его аргумент через соответствующие функции коэффициента фрактальности реального луча (согласно (1.67...1.73)) приходим к уравнению (1.74) для описания текущих значений комплексных отображений D - порядка для внутренних мнимых лучей:

$$Z_i(D, p, k_r) = i \cdot Z_r \cdot Z_{\varphi_i} \quad (D, p, k_r) = i \cdot R \cdot m_i(p, k_r) \cdot [2 \cdot \cos \frac{\pi}{k_r}]^D \cdot e^{i[\frac{2 \cdot \pi}{k_r}(p-1) - \frac{(D+1) \cdot \pi}{2} - (1-D) \cdot \frac{\pi}{k_r}]} \quad (1.74)$$

Анализируя полученное выражение (1.74) в сравнении с выражением (1.60), приходим к выводу, что комплекснозначная функция

комплексного аргумента для полного описания математических билиардов в шаре это текущая сумма двух выражений (1.60) и (1.74). Учитывая, что эти выражения имеют противоположные операторы поворота (а их операторы растяжения суммируются), приходим геометрически (Рис.1.13) и аналитически к общему выражению:

$$\dot{Z}_i(D, p, k_r) = Z_r \cdot Z_\varphi + i \cdot Z_r \cdot Z_{\varphi_i} \quad (D, p, k_r) = \frac{2^D}{\sqrt{2}} R \cdot m(p) \cdot \sqrt{\left[\sin^{2 \cdot D} \left(\frac{\pi}{k_r} \right) + \cos^{2 \cdot D} \left(\frac{\pi}{k_r} \right) \right]} e^{i \left[\frac{2 \cdot \pi}{k_r} (p-1) + \frac{\pi}{k_r} \right]} \quad (1.75)$$

Как видно из выражения (1.75), последнее является комплекснозначным функционалом трех переменных, двух действительных D и p и одной комплексной k_r , опосредованно после математических преобразований “спрятанной” под синус-косинусным радикалом. Введенное нами комплексное D -отображение является векторным аналогом интегро- дифференциальных преобразований. Поэтому при фиксированном значении k_r и непрерывных изменениях D и p можно получить как последовательные отображения реальной траектории лучей многократного отражения в круге на все пространство (кольцо, границы которого определяются интервалом $[-D, \dots +D]$, так и лучевые отображения текущих координат траекторий (в оптических элементах с рассеивающей средой - мгновенных положений фотонов) в виде центробежных и центростремительных направленных отрезков (лучей), распространяющихся от фотона, взаимодействующего со средой, до границ этого кольца. При устремлении $\pm D$ в бесконечность эти отображения распространяются на все объемлющее пространство. Иначе, можно утверждать, что полученные выражения (1.60) и (1.75) являются векторным представлением спирального и сферического распространений волновых фронтов от единичных фотонов (движущихся по замкнутым траекториям и взаимодействующих с точками среды, выступающими в этом случае в качестве точек источника излучения). Объяснение спиральных и сферических распространений фронтов, достаточно простые при рассмотрении распространения оптических гомоцентрических пучков, запущенных в сферу либо по одной области непараксиальных траекторий (слева или справа от параксиального луча - уравнения (1.60)) , либо при запуске широкого пучка на всю апертуру сферы – уравнения (1.75). В последнем случае каждый реальный луч с коэффициентом фрактальности k_r найдет свое ортогональное (левостороннее или правостороннее) дополнение до k_r и в результате будут формироваться центробежные и центростремительные результирующие векторы, характеризующие сферическое распространение волновых фронтов.

Пример последовательных отображений реальной траектории лучей, с учетом его суммирования с мнимым сопряженным лучом,

промоделированных в соответствии с уравнением (1.75) приведен на рис 1.16

На рисунке представлены промоделированные в программе MathCad пять отображений реального луча в не двумерных плоскостях от $D=-2$ до $D=2$ ($D \in [-2, -1 \dots 2]$). Как видно из рисунка, комплексная функция одной комплексной переменной, при фиксированном значении ($k_r=5/2$) и дискретно изменяемом показателе отображения D показывает принцип последовательных отображений комплексных координат реального луча при его непрерывном перемещении по заданной траектории. Если показатель отображения D изменять непрерывно, то каждая текущая точка реальной траектории будет отображаться в виде семейств точек (направленных отрезков прямых (центростремительных и центробежных лучей)). Динамику изменений непрерывных отображений можно проследить в первом столбце таблиц приложений П1 и П2 к главе 1 Другими словами мы получили уравнения раскладывающие сферически распространяемые световые волны, на составляющие, образуемые движениями световых частиц в замкнутом шаре в режиме многократных отражений.

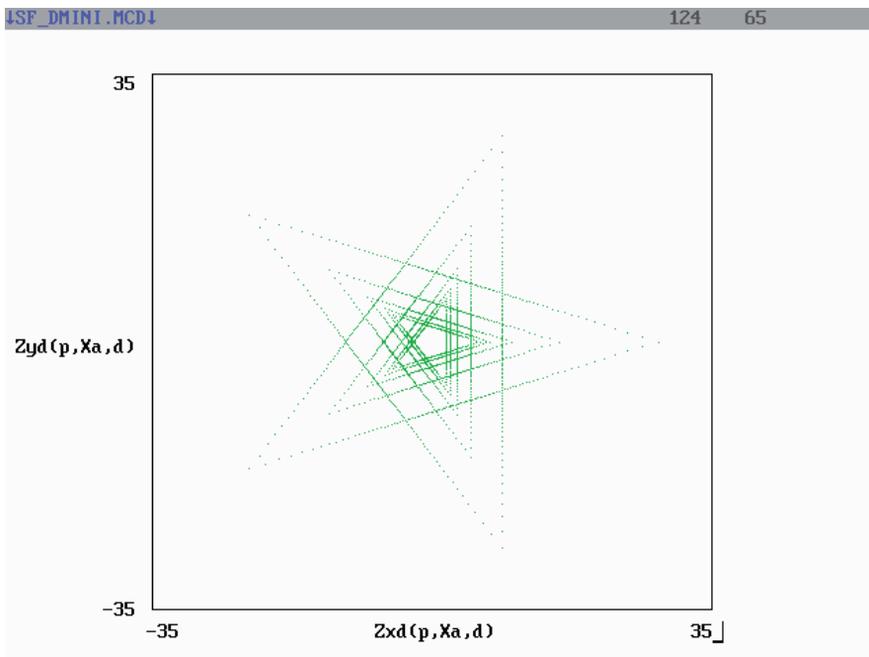


Рис 1.16. Пример последовательных отображений реальной траектории лучей, с учетом его суммирования с мнимым сопряженным лучом, промоделированных в соответствии с уравнением (1.73)

В результате математического моделирования уравнений типа (1.60 и 1.73) для сферы и сферической оболочки в программах ПВМ удалось получить аппарат, описывающий все реальные и кажущиеся траектории в сечениях сфер и цилиндров

* Результаты исследований могут быть применены для описания и расчетов траекторий распространения лучей в световодных и резонаторных элементах оптики, использующих систему лучей многократного отражения.

Подводя итоги настоящего исследования можно констатировать, что:

- Выведенное выражение (1.60 и 1.75) описывает фрактальные свойства траекторий реальных и комплексных отображений в круге.
- Траектории многократных отражений действительных лучей в реальной двумерной плоскости ($D=0$), меридионального сечения оптического шара или цилиндра определяются коэффициентом фрактальности k_R , являющимся мерой делимости круга в целых (моды) или дробных (субмоды) отношениях.
- При этом в выражениях (1.60 и 1.75) каждой реальной траектории лучей ставится в соответствие бесконечное число их комплексных отображений D - порядка
- В каждой комплексной S - плоскости D - порядка траектории комплексных лучей обладают свойством само подобия, относительно траекторий реальных лучей. Свойство само подобия в разных масштабах является основным свойством фрактальных структур (Фракталов)
- Выведенные выражения (1.60 и 1.73) позволили построить предварительную геометрическую модель формирования сферического волнового поля оптической сферы и выявить его спиральные и концентрические составляющие методом лучевых приближений.

1.5. Траектории лучей и поверхности равных фаз оптических элементов многократного отражения в терминах обобщенных функций теории чисел.

Теоретическое описание траекторий движения парциальных лучей света в одно фрактальных световодах цилиндрического типа.

На основании вышеописанных физических и теоретических предпосылок выведены формулы, позволяющие структурировать распространение парциальных световых лучей, вступающих в режим многократного отражения от криволинейных и плоских поверхностей, ограничивающих оптические световодные элементы фрактальной оптики. Как было установлено, исходный гомоцентрический пучок света при первом отражении разбивается на парциальные группы,

характеризуемые рациональными значениями коэффициентов фрактальности. Эти группы соответствуют поперечным, продольным и продольно-поперечным геометрическим модам и суб- модам

Тем самым автору удалось снять неопределенности в задачах описания текущих координат светового луча (текущего положения единичного фотона, перемещающегося в световодном элементе в процессе многократного отражения от ограничивающих световод поверхностей раздела).

Так, для описания поперечных геометрических мод одно фрактальных оптических элементов кругового цилиндра успешно могут быть использованы формулы некруговой тригонометрии (15,16) пригодные для определения координат X,Y (в плоскости Z = 0). Эти выражения выведены автором в работе [1].

Для описания продольно-поперечных мод добавляется параметр l связанный с углом наклона β в плоскости XY. В этом случае Z можно определить по формуле

$$Z_{k,l} = 2pR\cos(\alpha)\operatorname{tg}(\beta) = 2plR\cos(\alpha)\sin(\beta) = 2plR\sin(\pi/k)\sin(\beta) \quad (1.76)$$

где $l = 1/\cos(\beta)$, $k = n/m$.

Ранее в статье [13] и отчёте [43] для описания траекторий реальных лучей многократного отражения в меридиональных сечениях сферы С.А. Ларионовым были предложены уравнения, базирующиеся на обобщенных функциях теории чисел (целая и дробная части числа). В этом случае параметрическое описание траекторий $F(\rho, \gamma, z)$ можно представить в виде:

$$\rho = R \cdot \sqrt{1 - 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{k}\right) \cdot \{L\} \cdot (1 - \{L\})} \quad (1.77)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{k} \cdot (1 + 2[L] - 2\delta) - \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{k}\right) \cdot (1 - 2\{L\})\right) \quad (1.78)$$

$$z = \frac{tc}{n_2} \cdot \sin(\beta) \quad (1.79)$$

где: $L = t \cdot c \cdot \cos(\beta) / (n \cdot L_{k,l}) + \delta$, $L_{k,l} = 2R \cdot \sin(\pi/k)$ - длина стороны k-угольника, определяемая при $p=1$ и $\beta=0$ в плоскости $Z=0$;

$\{L\}$ - дробная часть от L ($\{L\} = L - [L]$); $[L]$ - наибольшее целое, не превосходящее L ;

δ - параметр, определяющий группировку траекторий;

t - время движения луча от плоскости $(\rho, 0, z)$.

На рис. 1.17. (а,б) представлены результаты расчета [43] в системе MathCAD параметрических уравнений (1.77 – 1.79),

Источником лучей и волнового фронта (Рис. 1.17. б) является часть диаметральной плоскости, совпадающая с радиусом отражателя

(плоская волна). Показаны несколько состояний этого фронта через равные промежутки времени. На рис. 1.17. б также показаны 2 луча из гомоцентрического потока образующего этот фронт. Рис. 1.17. а иллюстрирует вид исходно плоской волны (рис. 1.17. б) после множества переотражений. Зеленая линия представляет собой часть траектории одного из лучей, образующих этот фронт.

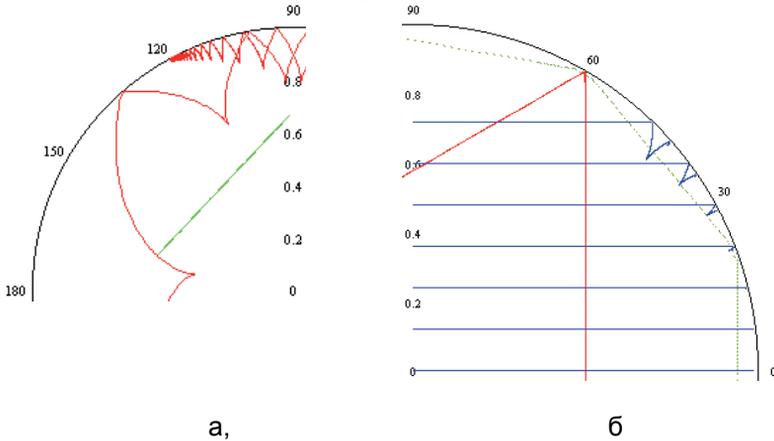


Рис. 1.17. Построение траекторий и построение волновых фронтов распространения лучей исходя из условия постоянства скорости света по обобщённым выражениям теории чисел (1.77-1.79)

В этих уравнениях, как построение траекторий, так и построение волновых фронтов распространения лучей строятся из условия постоянства скорости света. Показаны несколько состояний этих фронтов через “равные” промежутки времени (смотри равные отрезки пути). На рис.1.17 б также показаны два луча из гомоцентрического потока образующего этот фронт. Рис.1.17а иллюстрирует вид исходно плоской волны после множества переотражений. Зеленая линия представляет собой часть траектории одного из лучей, образующих этот фронт. Как видно из рис.1.17 в результате такого подхода в описываемых этими уравнениями волновых фронтах внутри световодного элемента фронты имеют физически не корректные сингулярные точки излома.

Рассмотрим другой подход по описанию фронтов, исходя из анализа комплекснозначных функционалов.

Построенные волновые фронты исходя из описанных выше комплекснозначных функций комплексного аргумента

$$U(k, t, n_1) = R \cdot m(t, k, n_1) \cdot \exp\left[i \cdot \left(\frac{c \cdot \pi}{k \cdot n_1 \cdot R \cdot \sin \frac{\pi}{k}} t \right)\right] \quad (1.80)$$

(при этом, амплитудно-угловой множитель $m(t,k,n_1)$ является уравнением текущих значений направленных отрезков прямых полигона в полярной системе координат и определяется через выражение

$$m(t,k,n_1) = \frac{\cos \frac{\pi}{k}}{\cos\left(\frac{\pi}{k} \cdot \left(1 + \frac{c}{R \cdot n_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k}\right)} \cdot t - 2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{c}{2 \cdot R \cdot n_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k}\right)} \cdot t\right)\right)\right)} \quad (1.81)$$

где: c - скорость света, n_1 -показатель преломления материала сферы или цилиндра,
 t - текущее время,

$$p = \frac{c}{2 \cdot R \cdot n_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k}\right)} \cdot t;$$

-оператор *ceil* - наибольшее целое от (при целых значениях p – номер вершины полигонной траектории) дают физически оправданный вид волнового фронта, но не снимают поставленного вопроса (см. рис 1.18). Сравнительный анализ распространения поверхностей равных фаз в режиме многократных отражений в круге

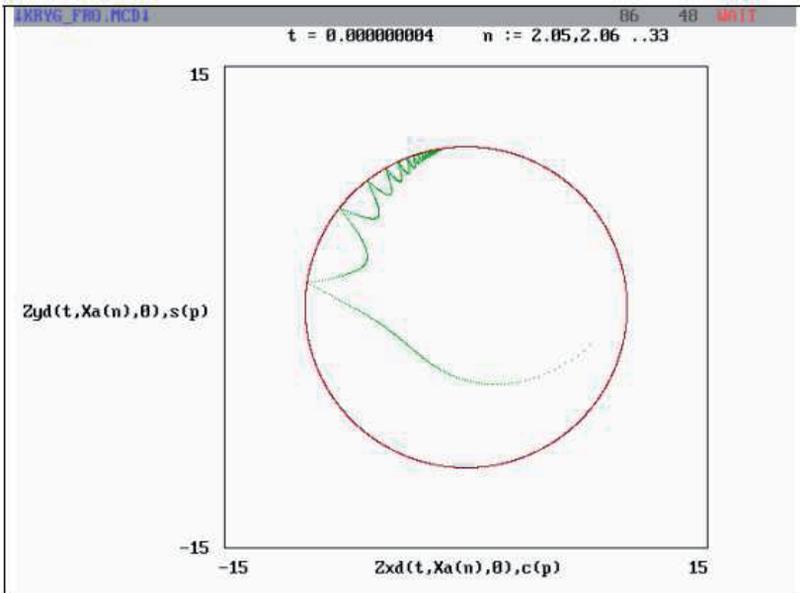


Рис. 1.18. Построение волновых фронтов распространения лучей исходя из комплекснозначных функций комплексного аргумента (1.78-1.79)

Сравнительный анализ уравнений (1.75 – 1.77) с выражениями для реальных лучей комплекснозначных функционалов (1.78-1.79) , описывающих текущие значения координат реальных лучей в меридиональных сечениях сферы и цилиндра позволяет сделать следующие выводы:

1. -уравнения (1.77 – 1.79) описывают геометрию волнового фронта или траектории световых лучей (в зависимости от значений входящих параметров) в сечении цилиндрического или сферического отражателя в любой момент времени для двух видов начальных условий. При этом радиус вектор ρ и аргумент γ представлены обобщенными функциями, зависящими от коэффициента фрактальности k (на интервале числового континуума $k \in [2, \dots +\infty]$), времени распространения луча t и других параметров, в совокупности определяющих в полярной системе координат точку траектории луча, соответствующую текущему времени распространения.
2. Аналогично, уравнения (1.78 – 1.79), используя компактное представление параметрического амплитудно-углового множителя $m(\rho)$, выражение (1.79), предоставляют возможности аналитического анализа лучевого распространения света.
3. В целом как выражения (1.77 – 1.79), так и выражения (1.80 – 1.81), по сути, являются уравнениями системы связанных световых “маятников”.

Когда мы фиксируем значение коэффициента фрактальности k_r , то эти уравнения описывают световой аналог одиночного механического маятника, для которого известны выражения связи между угловой скоростью ϕ' , углом отклонения ϕ и отношением потенциальной и кинетической энергий [44]

$$\frac{(\phi')^2}{\omega_0^2} + 4 \cdot \sin^2 \frac{\phi}{2} = \frac{E}{E_0} = \frac{2 \cdot E}{m \cdot \omega_0^2 \cdot t} \quad (1.82)$$

Выражение (1.82) описывает фазовый портрет механического маятника.

В случае одиночного светового маятника, его фазовый портрет характеризуется выражениями (1.77 – 1.79), в частности подкоренным выражением (1.77) для фиксированных коэффициентов фрактальности. При описании всей системы связанных световых “маятников”, т.е. при рассмотрении выше приведенных выражений (1.77 – 1.79) и (1.80 – 1.81), как функции двух непрерывных переменных можно получить описание траекторий всех реальных лучей, времен задержки световых импульсов для всех лучей гомоцентрических потоков и выбрать условия формирования волновых резонансов светового потока на модовых и суб-модовых траекториях многократного отражения. Рассмотрение уравнений как функции двух непрерывных и одной дискретной

переменной для оптических диспергирующих сред с оптической нелинейностью позволяет подойти к солитонным решениям уравнений по аналогии с формированием уединенной волны в системе связанных механических маятников [44].

Ответ же на кардинальный вопрос о тонкой структуре и свойствах пространства времени еще требует своего дополнительного решения.

• В результате математического моделирования уравнений типа (1.80 и 1.81) для сферы и сферической оболочки в программах ПВМ удалось получить аппарат, описывающий все реальные и кажущиеся фрактальные траектории в сечениях сфер и цилиндров.

Почему выше отмеченные оптические элементы названы фрактальными?

Подводя итоги настоящего исследования можно констатировать, что:

- Выведенные выражения (1.57...1.79) описывают фрактальные свойства траекторий реальных и мнимых отражений в круге.
- Для математического описания явления само подобия, обнаруженного во фрактальных структурах, Мандельброт, следуя Ричардсону, предложил общую формулу, определяющую свойства само подобных фрактальных структур.

$$N=1/R^D \quad (1.83.)$$

где: -N- количество одинаковых частей в масштабе R,

D- соответствующая размерность (количество координат).

- Было установлено, что, в общем случае, показатель размерности D может быть не целочисленной величиной.

Наиболее точное определение фрактальности дали авторы работ [20].

Фрактальной топологией могут обладать объекты, находящиеся как в обычном геометрическом пространстве, так и в функциональном. Главной особенностью фракталов является само подобная иерархическая организованная структура.

Указанные определения и результаты большого объема теоретических и экспериментальных исследований автора позволяют ввести новый класс оптических элементов и световодных пространств под общим названием фрактальная оптика.

Фрактальная оптика, это оптика, включающая в себя обыкновенные оптические элементы, работающие во вне параксиальной области, в которой световые лучи претерпевают частичное или полное многократное отражение при своём распространении в световодных полостях, ограниченных поверхностями отражения. Или ещё короче:

-фрактальная оптика, это оптика многократных отражений.

Действительно, как будет показано ниже, процессы распространения фотонов при многократном отражении не могут

быть описаны в системе трёх пространственных координат без привлечения дополнительных параметров. Эти привлечённые параметры связаны с поверхностями раздела и характеризуют особые свойства пространства распространения многократно-отражаемых парциальных лучей света, сгруппированных в исходном пучке. Для простоты дальнейшего описания, будем всегда подразумевать, что исходный пучок света мы получаем от когерентного источника излучения.

Так же, как и элементы волновой и геометрической оптики, элементы фрактальной оптики могут быть подразделены на два крупных класса: класс центрированных и класс де-центрированных элементов. К классу центрированных фрактальных элементов можно отнести шаровые и сферические элементы, а также, с некоторыми оговорками, торические элементы. К классу де-центрированных элементов можно отнести элементы цилиндрической группы и ряд элементов с поверхностями отражения близкими к поверхностям вырожденного цилиндра -плоскостями.

Наиболее полно автором исследованы и описаны уникальные явления фрактальной оптики цилиндрической группы. Почему вышеотмеченные оптические элементы названы фрактальными?

Дело в том, что по результатам теоретических и экспериментальных исследований [1...4,9,13] установлено, что пространство параметров, описывающих геометрические траектории парциальных лучей (цугов фотонов) при их движении в области многократных отражений от цилиндрических поверхностей всегда имеет больше чем $3+1$ число измерений по независимым пространственно-временным координатам. Другими словами, для их теоретического описания помимо трёх геометрических координат: "длина", "высота" и "ширина", а также одной временной координаты необходимо вводить ещё ряд параметров, связанных с ортогональными к ним, поверхностями раздела световодных элементов. Учитывая, что для различных оптических элементов не все поверхности раздела и не ко всем пространственным координатам ортогональны, в силу чего наблюдаются различия, как в теоретическом описании, так и экспериментально установленных особых сингулярных свойствах различных элементов, отнесённых нами к классам фрактальных. При этом, для фрактальных элементов центрированной оптики показатель параметрической размерности D^* величина целочисленная, а для де-центрированной оптики показатель размерности может быть дробным.

Если исходить из условия необходимости соблюдения ортогональности поверхностей раздела к координатным осям и, на этом основании, отыскивать общую параметрическую размерность, то

для вычисления показателя размерности можно использовать следующую формулу

$$D=(D(q)+D(p^*))+D(t) \quad (1.84)$$

где: - $D(q)$ *количество независимых пространственных координат, участвующих в описании движения частиц света

- $D(t)$ * количество независимых координат времени , необходимых для описания движения (на данном этапе принимаем понятие единственности координаты времени)

- $D(p^*)$ количество добавленных параметрических координат, необходимых для описания движения (в общем случае эти параметрические координаты могут быть производными от времени).

- $D(p^*)$ определяется, в свою очередь, как

$$D(p^*)=p^*/q$$

где:- p^* - число ортогональных пересечений линий (поверхностей), с которыми связаны добавленные параметры, с количеством пространственных координат q , необходимых для описания рассматриваемого движения.

В результате для конкретных вычислений

$$D=(q+p^*/q)+1 \quad (1.85);$$

Или в общем виде

$$D=(q^2+p^*+q)/q \quad (1.86^*)$$

где *-количественный показатель координат времени.

В результате получим следующую картину.

Траектории многократных отражений действительных лучей в реальной двумерной плоскости ($D=0$), меридионального сечения оптического шара или цилиндра определяются коэффициентом фрактальности k_R , являющимся мерой делимости круга в целых (моды) или дробных (суб- моды) отношениях.

При этом выражение (1.86*) каждой реальной траектории лучей ставит в соответствие бесконечное число их комплексных отображений D - порядка

- В каждой комплексной S - плоскости D - порядка траектории комплексных лучей обладают свойством само подобия, относительно траекторий реальных лучей. Свойство само подобия в разных масштабах является основным свойством фрактальных структур (Фракталов). Обсуждаемый факт является убедительным доказательством правильности введенного названия нового направления оптики – фрактальной оптики. На физических элементах фрактальной оптики мы и покажем фрактальное единство пространства-времени.

Выражения (1.57...1.80) могут быть использованы для аналитического определения и анализа лучевых траекторий и геометрического волнового фронта в зеркальном цилиндре или сфере для параллельного пучка лучей, либо пучка, исходящего из точки поверхности этого цилиндра. Угол β задает угол луча относительно

плоскости меридионального сечения (плоскости XY) цилиндра. Пример использования подобной системы в качестве формирующей линии задержки, создающей серию импульсов, управляемую временными и пространственными характеристиками положения и распределения порождающего пучка, можно найти в [13].

В результате получим следующую картину.

Наиболее совершенными фрактальными оптическими элементами оказываются: одно фрактальные – шаровые и торические, а, также, би-фрактальные – би-сферные и би-торовые элементы. Действительно, в шаре имеется одна поверхность раздела, ортогональная всем трём пространственным координатам, т. е. для шара показатель параметрической размерности во фрактальной области равен 5

$$D_{\text{ш}}=(3+1)+1=5 \quad (1.87)$$

В этом случае, для тора также можно считать, что показатель его параметрической размерности $D_{\text{т}}= 5$, однако следует особо отметить, что в торе поверхность раздела локально-ортогональная к координатным осям.

Для би-фрактальных шара и тора, т.е. для фигур вращения с двумя поверхностями раздела (внешней и внутренней) получим показатель параметрической размерности равным 6

$$D_{\text{бф}}=(3+2)+1=6 \quad (1.88)$$

Как будет показано ниже, для сегментированных оптических элементов, в случае, если секущие плоскости сегментов цилиндра перпендикулярны одной или нескольким координатам пространства и эти плоскости проходят через центр вращения, рассматриваемой фигуры, т.е. содержит в себе ось Z, показатель пространственной размерности сохраняет своё численное значение, т.к. плоскости "дострают" зеркальное отображение всей фигуры вращения для всех лучей, вступающих в многократное отражение.

Показатели пространственной размерности для элементов цилиндрической группы, по принятой классификации, окажутся дробно мерными. В элементах цилиндрической группы, для которых координата Z не перпендикулярна криволинейной поверхности раздела, а параллельна ей, по всей видимости, следует принимать показатель параметрической размерности равным $4 \cdot 2/3$

$$D_{\text{ц}}=(3+2/3)+1=4 \cdot 2/3 \quad (1.89)$$

А для би-фрактальных элементов цилиндрической группы (трубчатых цилиндров) можно записать

$$D_{\text{бц}}=(3+2/3+2/3)+1=5 \cdot 1/3 \quad (1.90)$$

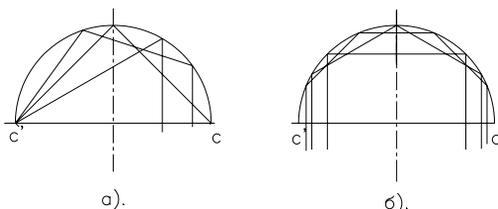
Всё вышесказанное о сегментированных элементах сохраняется в силе и в этом случае.

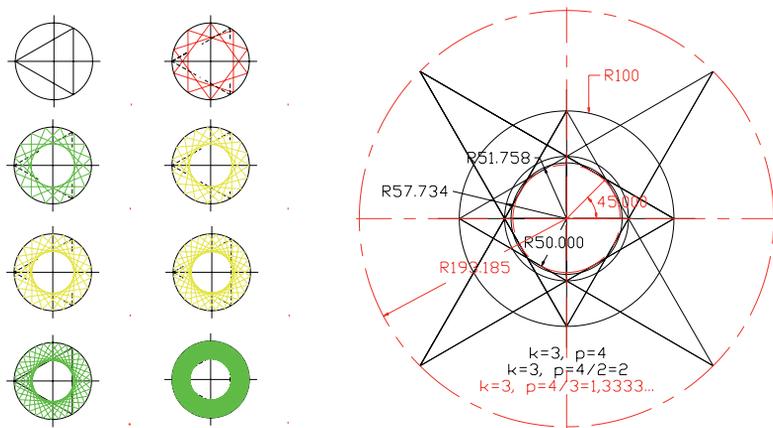
Исследованиями также показано, что в качестве величин, характеризующих добавленные параметры, успешно могут быть использованы коэффициенты фрактальности, т.е. делимости

ограничивающих криволинейных поверхностей точками многократного отражения в целых, дробно-рациональных, иррациональных или трансцендентных отношениях. В общем случае такими точками являются вершины фрактальных многоугольников, отображающих геометрические модовые траектории фотонов, распространяющихся внутри световодных элементов в режиме многократного отражения по законам геометрической оптики.

Началом исследований дискретных цифровых методов оптических преобразований, открывающихся с возможностями фрактальной оптики, можно считать первые описания обнаруженных в ГОИ им С.И. Вавилова в 1986г растровых явлений вне параксиальной оптики в элементах цилиндрической группы . [1,2]. Постановка первых прикладных задач, которые могут быть решены методами фрактальной оптики, изложены в обзорной статье [3]. Отдельные решения прикладных задач найдены и описаны в патентах РФ [13].

Иллюстрации иерархической структуры само подобных многоугольных фигур для различных одно-фрактальных и би-фрактальных рациональных конструкций приведены в работах [2,13]. На Рис 1.19с и d приведены примеры таких многоугольников.





1c.

1d.

Рис. 1.19.a,1.19.b,1.19.c,1.19.d. Fractal and bifractal paths of a light ray with different pairs of fractality coefficients k and k_i [2]

1.6. Теоретическое описание траекторий движения парциальных лучей света в би-фрактальных световодах цилиндрического типа.

Характер распространения световых лучей в би-фрактальных световодных элементах - трубчатых цилиндрах усложняется тем, что световые вне параксиальные лучи вступают в многократное отражение не только от внешней криволинейной, ограничивающей элемент, поверхности радиуса R , но могут также отразиться от внутренней поверхности радиуса r .

В случае, когда отражение лучей от внутренней поверхности не происходит или отражение лучей идёт по касательной к поверхности раздела радиуса r , световые лучи описываются обычными вышеприведёнными выражениями для одно фрактальных световодных систем, характеризующих поперечные и продольно-поперечные модовые траектории.

Когда отражение лучей поочередно происходит от поверхностей радиусов R и r , имеем общий случай описания движения по радиально-поперечным модовым траекториям.

Для вывода общих уравнений распространения лучей рассмотрим пример рационального деления окружностей радиусов R и r конечным числом точек отражения световых лучей. Другими словами для вывода общих выражений, определяющих положение поперечных и радиально-

поперечных модовых траекторий, мы исходим из рассмотрения упрощенного варианта. Из варианта, в котором соотношения радиусов внешней окружности, внутренней окружности и коэффициентов фрактальности $k=n/m$ и $\rho=r/\mu$, определяющих делимости этих окружностей в целых, дробных, иррациональных и трансцендентных отношениях приводят к случаю их делимости в целых отношениях. Указанные случаи приведены в Табл. 1.7

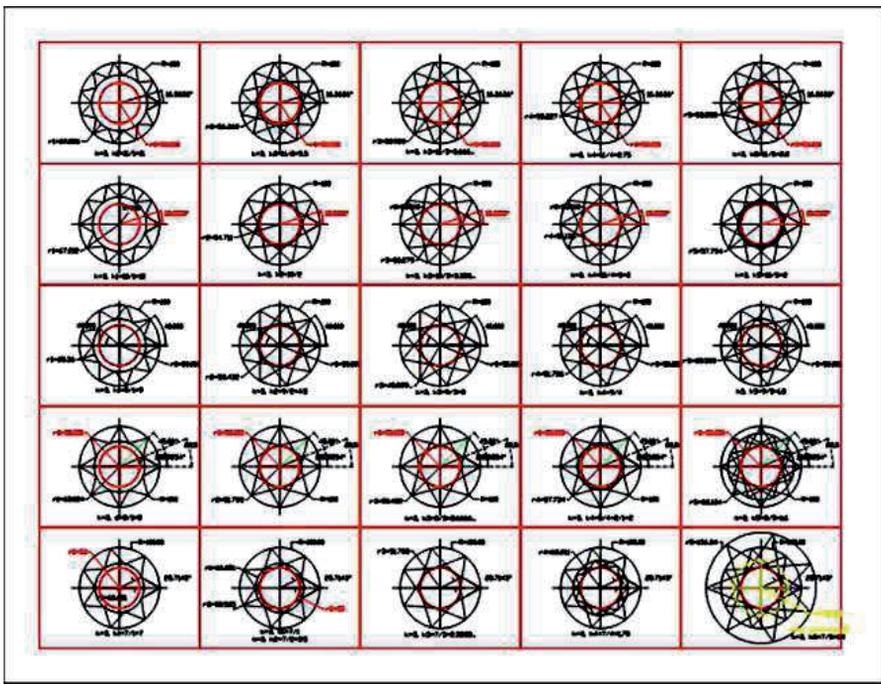


Табл.1.7. Примеры распространения радиально-поперечной моды в би-фрактальных световодных элементах ($\text{var } k; \rho$)

Из Табл.1.7. видно, что лучи света, введённые из точки M в световодную полость, ограниченную поверхностями раздела радиусов R и r, под углами ψ к нормали OM, проходящей через центр отмеченных выше концентрических окружностей, поочерёдно отражаются от поверхностей радиусов r и R под углами ϕ и ψ , соответственно от аналогичных нормалей к внутренней и внешней ограничивающих поверхностей.

В результате рассмотрения в плоскости XY системы криволинейных треугольников типа OMN и NOQ можно записать следующие основополагающие соотношения

$$\gamma = 2 \cdot \pi / \rho(\mu, \eta) ; \alpha = \pi / 2 - \pi / \kappa(m, n) \quad (1.91)$$

$$\text{и } L / \sin(\pi / \rho(\mu, \eta)) = r / \sin(\pi / 2 - \pi / \kappa(m, n)) = R / \sin(\pi / 2 - (\pi / \rho(\mu, \eta) - \pi / \kappa(m, n))) \quad (1.92)$$

На основании которых, делаем предположение, что при своём текущем движении парциальная группа лучей (цугов фотонов) совершает текущие перемещения в кольце concentрических окружностей R и r с периодическим изменением направления движения на границах криволинейных ограничивающих поверхностей.

В этом случае можно ввести угловую параметрическую функцию

$$G(m, n, \mu, \eta) = \cos(\pi / \kappa) \cdot \cos(\pi / \rho) / (\cos(\pi / \kappa) - \sin(\pi / \rho) - \sin(\pi \cdot (\kappa - \rho) / \kappa \cdot \rho)) \quad (1.93)$$

связанную с коэффициентами фрактальности:

- по окружности радиуса R

$$\kappa(m, n) = n / m$$

- и по окружности r

$$\rho(\mu, \eta) = \eta / \mu$$

Эту функцию назовём функцией коммутации на отражающих поверхностях (функция текущего времени, выраженная в текущей смене точек отражения $t \in 0, 1, 2, 3, \dots$)

$$S(\tau) = (1 + (-1)^\tau) / 2 \quad (1.94)$$

И в результате функция текущего движения F запишется

$$F(m, n, \mu, \eta, \tau) = G(m, n, \mu, \eta) + S(\tau) \cdot G(m, n, \mu, \eta) \quad (1.95)$$

Откуда для текущих координат X и Y получим выражения

$$Y(m, n, \mu, \eta, \tau) = R \cdot F(m, n, \mu, \eta, \tau) \cdot \sin(\tau \cdot \pi / \rho) \quad (1.96)$$

$$X(m, n, \mu, \eta, \tau) = R \cdot F(m, n, \mu, \eta, \tau) \cdot \cos(\tau \cdot \pi / \rho) \quad (1.97)$$

Как видно, функция коммутации изменяется на интервале от 0 до 1.

При достижении $S(\tau) = 0$ фотоны отражаются от поверхности с радиусом r

$$r = R \cdot G(m, n, \mu, \eta) \quad (1.98)$$

При достижении функцией коммутации значения $S(\tau) = 1$, фотоны отражаются от поверхности радиуса R. В промежуточных значениях τ в световодах с однородным материалом по показателю преломления,

фотоны перемещаются по прямой между двумя точками отражения, соответствующих

$$S(\tau)=0 \text{ и } S(\tau)=1.$$

Для описания движения фотонов по радиально-продольным модовым траекториям, дополнительно к выражениям (1.93) и (1.94) необходимо определять текущие значения координаты Z , которые определяются выражениями (1.97) и (1.98).

$$Z_{k,i}=2\tau R \cos(\alpha) \operatorname{tg}(\beta)=2\tau l r \cos(\alpha) \sin(\beta)=2\tau l R \sin(\pi/k) \sin(\beta) \quad (1.99)$$

$$\text{где } l=1/\cos(\beta), \quad k=n/m, \quad \tau \in 0,1,2,3\dots \quad (1.100)$$

Из анализа выражений (1.93... 1.100) можно видеть, что в би-фрактальных системах коэффициент фрактальности $\kappa(m,n)=n/m$ определяется делимостью ограничивающих поверхностей радиусов R и r в целых, рациональных, иррациональных и трансцендентных отношениях.

Коэффициент фрактальности $\rho(\mu,\eta)=\eta/\mu$ связан с секторно-угловым делением световодного кольца би-фрактальных оптических систем и задаётся углом ввода в световодную полость лучей в точке M (Табл. 1.7).

При этом:

- При равенстве коэффициентов фрактальности $\kappa(m,n)=\rho(\mu,\eta)$ выражения (1.93.) и (1.94) переходят в выражения (1.57) и малая окружность превращается в граничный концентрический круг, радиус которого определяется выражением (1.98), отражение от которого происходит по касательным к окружности r , чем и доказывается. что би-фрактальная световодная система для $\kappa(m,n) \geq \rho(\mu,\eta)$ переходит в однофрактальную систему.

Из (1.88...1.100) также видно, что для создания световодных систем с рациональными значениями коэффициентов фрактальности $\kappa(m,n)$ и $\rho(\mu,\eta)$ внутренний радиус трубчатого цилиндра должен быть (для каждой радиально-поперечной моды) вполне определённой величиной, характеризуемой выражениями (1.99) и (1.100).

Для произвольно би-фрактальных систем соотношение радиусов R и r характеризует те радиально-поперечные модовые и суб-модовые траектории, которые при выбранных радиусах внешней и внутренней окружностей позволяют замкнуться траекториям на μ -ом обороте в соответствии с выражением (1.95).

С учётом того, что при определённых соотношениях радиусов и углах ввода α близких, но не равных углу полного внутреннего

отражения, в каждой точке отражения τ_i могут возникать условия, при которых часть энергии запущенного светового пучка будет выходить из световодной полости наружу, создавая растр лучей, распространяющихся в секторе углов, достигающем до 360° .

Все вышеприведённые теоретические предпосылки нашли полное подтверждение в экспериментальных исследованиях.

Автором получены также результаты по описанию траекторий движения фотонов уравнениями макро волновой амплитудно-угловой модуляции вида :

$$Y=R_0+U_{m0}(\varphi)\cdot S'(t)\cdot\sin(\omega t); \quad (1.98.)$$

$$X=R_0+U_{m0}(\varphi)\cdot S'(t)\cdot\cos(\omega t); \quad (1.99.)$$

В этих выражениях амплитудная ($S'(t)$) и угловая ($U_{m0}(\varphi)$) модулирующие функции имеют частоту изменения выше чем частота несущей ω . Их периоды связаны с временем свободного пробега фотонов от одного отражения от поверхности радиуса r до другого отражения от поверхности радиуса R .

Тот факт, что геометрические модовые траектории фотонов, распространяющихся внутри элементов фрактальной оптики, описываются макро волновыми уравнениями, позволяет утверждать, что это открывает уникальные возможности построения целого ряда новых устройств дискретной цифровой оптики.

Однако полученный математический аппарат выходит за рамки настоящей монографии и является предметом самостоятельного научного исследования автора.

Выводы:

1. Обоснованы фрактальные свойства нового класса оптических элементов вне параксиальной оптики многократного отражения.

2. Проведено математическое моделирование, подтверждающее многопараметрическую фрактальность движения световых лучей в децентрированных световодах.

3. Разработаны элементы математической модели распространения и преобразования световых лучей и волновых фронтов для центрированных элементов фрактальной оптики.

4. Показано, что увеличение размерности пространства параметров распространения световых лучей в разных классах световодных элементов преодолимо с точки зрения их теоретического описания.

При этом выявляются особые свойства фрактальной оптики;

- иерархическая структурная организация распространения каустик лучей в световодах,

- возможность использования принципов само подобия траекторий движения лучей для создания растровых систем подсвета,

- иерархическое распределение точек и углов ввода лучей в сегментированные элементы фрактальной оптики, обеспечивающее возможность создания систем сканирования с оптической редукцией секторов каустических и растровых лучей формируемого когерентного и некогерентного излучений в зависимости от конкретных требований .

1.7. Дискретные свойства транспарантов с фрактальной линейчатой и круговой графикой.

Принципы построения пространственно-частотных фильтров на бинарных синтезированных голограммах

Очет ГОИ по НИР “Фотошаблон” договор № 10/2001 от 20.02.2001.

http://www.aires.spb.ru/docs/rus/02nano2001_vncgoi03.pdf

Направление по созданию графических транспарантов, обладающих свойствами пространственно-частотного воздействия на полевую структуру отраженного и пропущенного через транспаранты электромагнитных потоков, развиваются в России с 1992 года в работах Фонда “Айрес” [45] и в США в работах Стивена Кауфмана по динамическим структурам пространства [46].

Рассмотрим основные положения, заложенные Стивеном Кауфманом в принципы построения динамических структур пространства (пространственных графических структур): *“Относительная матричная модель объясняет, почему физическая действительность ведет себя именно так, ссылаясь на пространственно-временные функции как на динамические структуры. Модель пространственно-временных представлений – такая полностью связанная действительность, в которой всякая часть не может существовать независимо от любой другой части. Хотя эта статья и описывает модель пространства-времени с логической точки зрения, математическое описание все же отсутствует.*

Относительная матричная модель принимает существование абсолютной (не двойной) действительности, которую мы называем естественной бесконечностью. Естественная бесконечность может рассматриваться как существующее небытие.

Никаких границ, никаких линий, никаких определений, никаких дуальностей, без вещей. Естественная бесконечность может существовать относительно себя в пределах себя, формируя относительные реальности в пределах себя. Эти относительные реальности - реальности, которые не имеют независимое существование, а скорее, существуют относительно их дополнительной действительности. Таким образом, они

существуют, но их существование, считается относительным, зависимым, или неабсолютным. Это - повторяющийся процесс внутренней самодуализации, который формирует относительную матрицу из действительности, которая существует как система ограниченной бесконечности, система бесконечной формы, в пределах существующей бесформенности и небытия естественной бесконечности. Однако, эта относительная система - не статическая структура. Поскольку, существование - в конечном счете, бесконечность, относительно поляризованная, и относительные реальности бесконечно экспансивные. Это бесконечное расширение в пределах закрытой или ограниченной системы создает устойчивую цикличность относительных реальностей вокруг друг друга, бесконечного глубокого проникновения. Эта функциональная цикличность представляет динамический аспект в пределах относительной структуры. Динамическая структура - распространение естественной бесконечности, а физическая действительность - распространение динамической структуры. "Законы" и "постоянные" физической действительности исходят непосредственно от природы этой динамической относительной структуры. Структурные проявления аспекта, которые являются природой наиболее явно, мы воспринимаем как кванты энергии, небольшие скачки в энергии выравниваются в результате относительной пространственно-временной структуры. Динамический аспект, то есть бесконечная цикличность относительно полюсов, проявляется наиболее явно как постоянная скорости света.

Взаимосвязь этих структурных и динамических аспектов - самостоятельное проявление в относительности времени.

Пространство-время не является структурой, в пределах которой существуют динамические реальности. Скорее, пространство-время - самостоятельная динамическая структура, в которой существует расширение структуры, имеющей свойства динамической. Энергия - свойство движения как расширение динамического аспекта относительной пространственной структуры. Динамическая пространственно-временная структура, имеющая непосредственную область, есть основная действительность, в которой простираются все материальные реальности.

Наша цель здесь состоит в том, чтобы описать действительность как развивающуюся относительную матрицу, динамическую структуру. Мы тогда опишем механику той относительной структуры. Наконец, мы сможем связать поведение нашей модели с физической действительностью для того, чтобы показать, что явления физической действительности могут быть

поняты как расширения динамической структуры, описанной как относительная матрица”

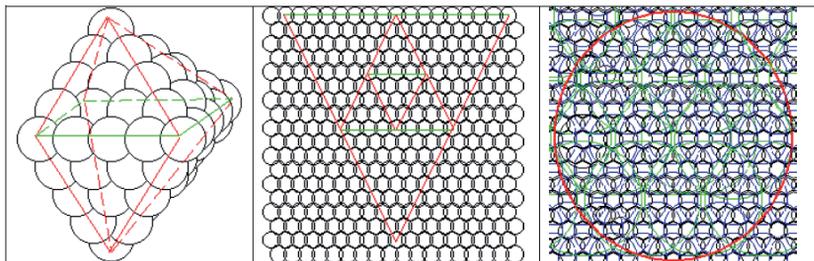


Табл. 1.8. Модель структурных представлений по С. Каuffmanу.

Как видно из цитированных материалов, направление исследований С. Каuffmanа очень близко к исследованиям, проведённым по НИР “Фотошаблон”, НИР “Фокусатор”, НИР “Элемент”.

О возможности построения 5 типов регулярных сеточных полей на плоскости еще в 1849 году сообщил великий кристаллограф О. Браве в своей работе «Мемуары о системах точек» [47]. На основе этих работ автором построены графические фрактальные структуры с заданными дифракционными свойствами. Анализ этих свойств посвящена статья [45] и отчёты [21].

Последующие результаты были получены по математическому построению 3-х мерных решеточных структур [48, 49], как регулярных, так и фрактальных.

Все математические и графические построения промоделированы в программах CorelDRAW (А.А. Ошарин), MathCad и Mathematica (Г.С. Мельников). В результате этих построений получены как регулярные сеточные конфигурации по О.Браве и их фрактальных круговых аналогов (см. Табл. 1. 9.), так и регулярные различные конфигурации типа «паркетов» с их круговыми фрактальными «аналогами» (см. Табл. 1.10.), [21,53].

Таблица 1.9. Регулярные сеточные фрактальные структуры на плоскости, классифицированные по О. Браве

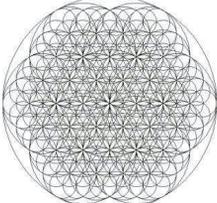
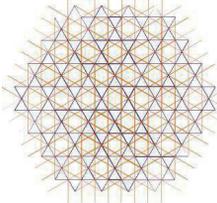
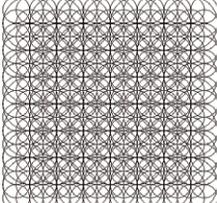
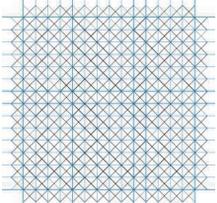
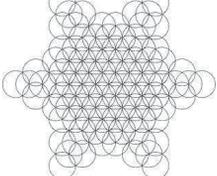
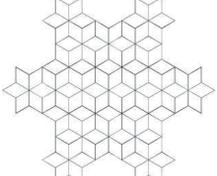
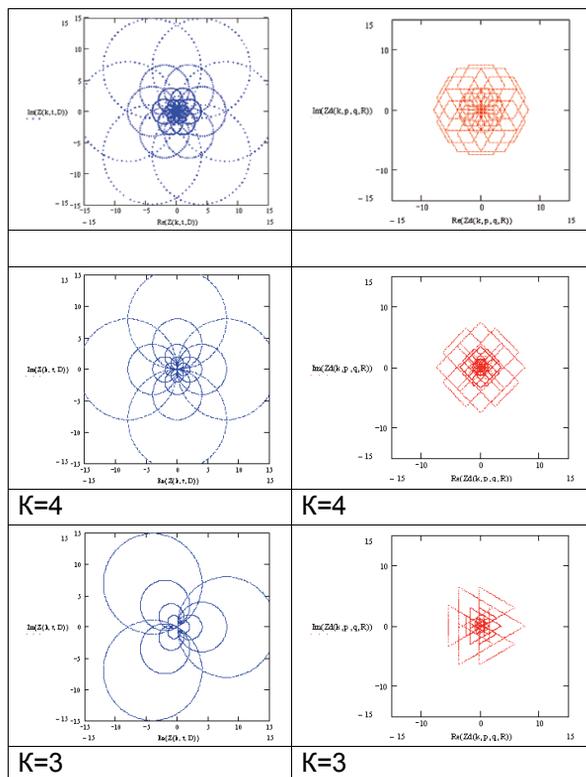
	
<p>Рациональная фрактальная графика аналог сетки 1-го класса по О. Браве.</p>	<p>Эквивалент рациональный фрактальной графики 1-го класса по О. Браве.</p>
	
<p>Рациональная фрактальная графика аналог сетки 2-го класса по О. Браве</p>	<p>Эквивалент рациональной фрактальной графики 2-го класса по О. Браве</p>
	
<p>Рациональная фрактальная графика аналог сетки 3-го «а» класса по О. Браве.</p>	<p>Эквивалент рациональной фрактальной графики 3-го «а» класса по О. Браве</p>

Таблица 1.10. Моделирование фрактальных и регулярных структур типа паркетов в программе MathCad



Результаты экспериментальных и модельных исследований по анализу дифракционных характеристик графически синтезированных голограмм со структурой решеток, приведенных в Табл. 1.9 и 1.10 представлены в таблицах 1.11 и 1.12.

1.8. Исследования геометрической структуры транспарантов.

Геометрическая структура рисунка в своей основе содержит принцип четырех уровневого деления исходного, описывающего окружность радиуса R , квадрата со сторонами, равными $2R$ на четыре части (при делении сторон надвое) на каждом из четырех уровней фрактализации. При этом на каждом уровне фрактализации наносятся прямые линии описанных квадратов, стороны которых параллельны осям координат и границам элементов матриц. Базовая, вписанная в квадрат окружность радиуса R в свою очередь является мерой фрактализации на четыре

уровня окружностей радиусов R , $R/2$, $R/4$, $R/8$, которые имеют свои центры в вершинах фрактализуемых квадратов и серединах их сторон. При каждом уровне фрактализации, кроме того наносятся прямые линии вписанных в каждую окружность квадратов, имеющих вершины в центрах деления сторон описанных квадратов.

В комплексной векторной форме указанный алгоритм отыскания комплексных координат может быть записан в соответствии с уравнениями, выведенными выше.

1.8.1. Первый уровень фрактализации.

На первом уровне фрактализации базовый рисунок уменьшается в два раза, и он итерируется (клонировается) из девяти центров

0 — центр (0, 0)

1, 3, 5, 7 — центры с координатами

$$0_{\frac{j}{2}} = R \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi}{4} \cdot p\right), \text{ где } p \text{ — целые числа}$$

где p — целые числа

2, 4, 6, 8 — центры с координатами

$$0_{\sqrt{2} \cdot \frac{j}{2}} = \sqrt{2} \cdot R \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi}{4} \cdot (p-1) + \frac{\pi}{4}\right), \text{ где } p \text{ — целые числа (12)}$$

Как видно, при построении фрактального рисунка на первом шаге фрактализации был использован принцип сечения абсолютного куба с его 13-ю информационными осями [3] в VIP-интерпретации [45], которая предусматривает определение фрактальной размерности абсолютного квадрата, структурированного 9-ю его уменьшенными в 2 раза аналогами (рис. 1.20).

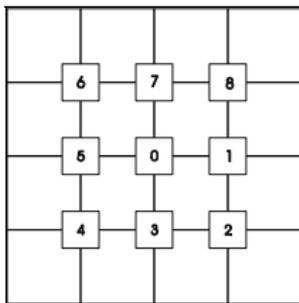


Рис. 1.20. Абсолютный квадрат, итерированный девятью уменьшенными в 2 раза аналогами.

Если бы на последующих (3-ем и 4-ом) уровнях фрактализации строго следовать описываемому алгоритму фрактализации, то каждый

последующий шаг фрактализации «n» формировал бы N центров итерации.

$$(21) N = 9^n$$

т. е. при $n = 0$ $N = 1$

$$n = 1 \quad N = 9$$

$$n = 2 \quad N = 81$$

$$23 \quad n = 3 \quad N = 729$$

Однако по технологическим соображениям на втором уровне фрактализации базовый рисунок уменьшается в 4 раза и итерируется в 49 центрах фрактализации (вместо математически строгих 81) с базовой окружностью радиуса $R/4$.

И на третьем уровне фрактализации рисунок с базовой окружностью $R/8$ итерируется в 232 центра фрактализации вместо требуемых 729. Получившийся в этом случае фрактальный рисунок имеет фрактальную размерность

$$D_1 = \frac{\ln 5}{\ln 2} = 2,321928,$$

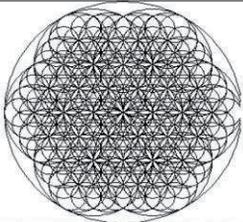
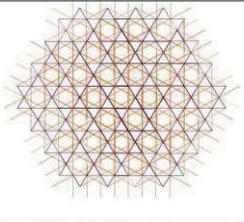
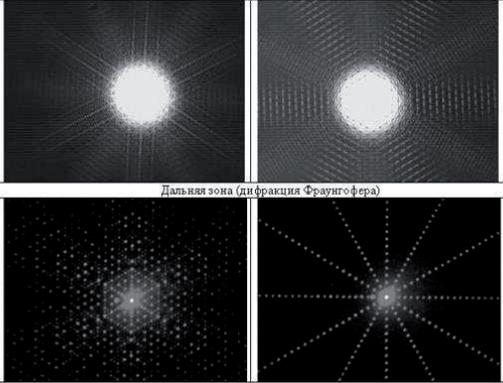
т. к. он может быть итерирован как центральный фрагмент пятиуровневого разворота (фрактальной генерации) из минимизированного базового рисунка, составленного из трех плоских кривых (рис. 1.20).

В результате образуется двойная сетка квадратных ячеек со сторонами квадратов мини-

мального дробления $R/8$ (с ортогональной ориентацией) и $\frac{\sqrt{2}}{16} \times R$ (с диагональной ориентацией).

В свою очередь большинство линий окружностей в отраженном свете обратятся в эквивалентную диагонально ориентированную сетку прямых линий. В результате для отраженного света мы получим эквивалентную диагонально ориентированную сетку прямых линий, являющуюся эквивалентной дифракционной решеткой элементарного транспаранта, представленного на рис. 1.20. Докажем это, на первый взгляд, парадоксальное утверждение.

Таблица 1.11

	
<p>Рациональная фрактальная графика аналог сетки 1-го класса по О. Браве.</p>	<p>Эквивалент рациональный фрактальной графики 1-го класса по О. Браве.</p>
<p>Регулярные сеточные фрактальные структуры на плоскости, классифицированные по О. Браве I класса [4].</p>	
<p style="text-align: center;">Елизия зона (дифракция Френеля)</p>  <p style="text-align: center;">Дальняя зона (дифракция Фраунгофера)</p>	
<p>Фурье-образы дифракционных узоров в когерентном излучении ($\lambda=0,6328$ мкм) от дифракционных матриц с топологией О. Браве (круговая графика - левые столбцы, линейная графика - правые столбцы)</p>	

Как видно из сравнения Фурье-образов, полученных от транспарантов с регулярной сеточной структурой, и фрактальной структурой с концентрическими и разнесенными по центрам фрактализации плоскости само подобных окружностей, следует, что регулярные сеточные структуры, (так же как известные плоские дифракционные решетки), формируют системы дифракционных максимумов по тем или иным осям симметрии. В технике компьютерно-синтезированных голограмм такие транспаранты создают Multiple Hough Transform Slices

(дифракционные оси симметрии) - эффекты [21,34,43,45]. Диапазон углов дифракции лучей во Фраунгоферовой области составляет примерно $\pm 45...50^\circ$.

Диапазон углов дифракции при таких эффектах составляет примерно $\pm 45...50^\circ$.

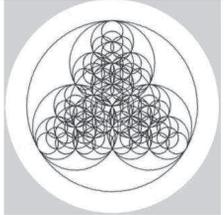
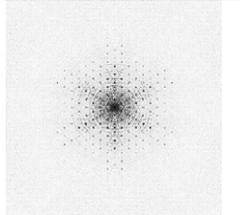
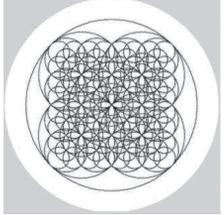
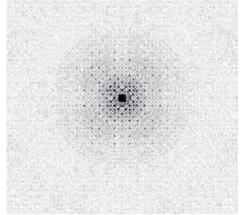
Дифракционная эффективность транспарантов с фрактальной графикой существенно выше и характеризуется следующими особенностями:

- диапазон углов дифракции составляет примерно $\pm 90^\circ$.
- дифракционные максимумы распределяются не только по осям симметрии, но и по всему пространству.

Такие транспаранты можно назвать широкополосными фильтрами Фурье. Результаты моделирования для графически синтезированных фрактальных топологий с коэффициентами фрактальности от $k=3$ до $k=8$ приведены в таблице 1.12. Моделирование проведено в специализированной программе расчета (VOB, ver. 5.52), авторы - коллектив программистов под руководством В. Черненко.

Сравнительные исследования методов моделирования конфигураций транспарантов, выполненных в программе VOB, ver. 5.52 с экспериментальными исследованиями транспаранта, помещаемого в лазерный поток, иллюстрируются в таблицах 1.12 и 1.13.

Таблица 1.12

k=3		
k=4		

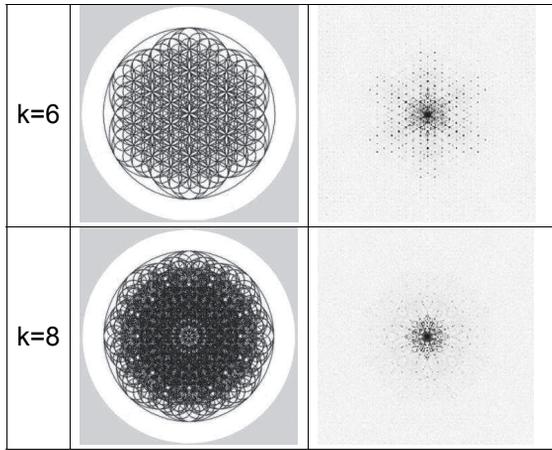
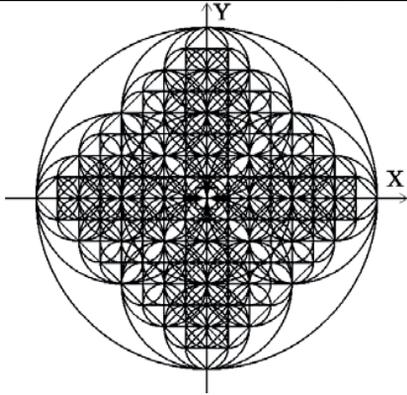
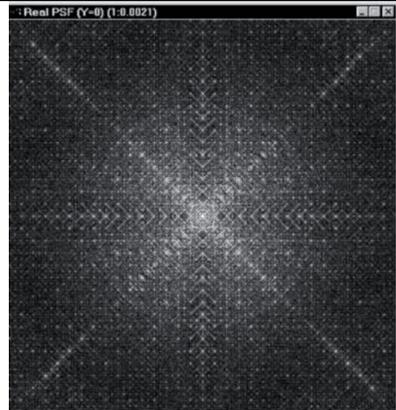
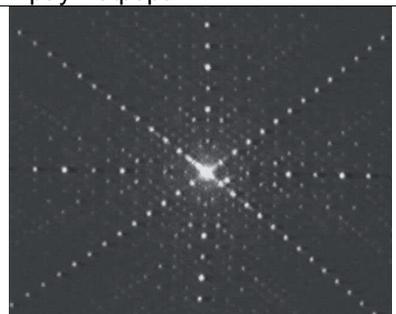


Табл. 1.13. Вариант фрактального фильтра и результаты формирования с его помощью растровых структур. (Экспериментальные данные — нижняя строка. Модельные исследования в программе VOB, ver. 5.52 — верхняя строка.)

	
<p>Моделирование в программе VOB, ver. 5.52 графики транспаранта</p>	<p>Моделирование в программе VOB, ver. 5.52 дифракции Фраунгофера</p>
	
<p>Экспериментальные исследования транспаранта (дифракционная картина формируемая транспарантом в ближней зоне — дифракция Френеля)</p>	<p>Экспериментальные исследования транспаранта (дифракционная картина формируемая транспарантом в дальней зоне — дифракция Фраунгофера)</p>

Как видно из приведенных иллюстраций транспаранты, выполненные методом микро литографии на стеклянных полированных пластинах с травлением рисунка на зеркальном слое способны, как пропускать коллимированный пучок света через светлопольные участки фрактальной графики, так и отражать от темнопольных, не вытравленных участков зеркального слоя. Тем самым на периодических фрактальных структурах транспарантов в соответствии с уравнениями

дифракции Фраунгофера (для коллимированного потока) и в соответствии с уравнениями дифракции Френеля для гомоцентричных потоков с источником на конечном расстоянии транспаранты формируют самоорганизующуюся структуру в этих потоках по принципам Фурье преобразования, как на пропускание, так и на отражение потоков. Соответствующим выбором принципов фрактализации в двумерной графике синтезируемых транспарантов можно получить любую пространственную структуризации дифрагирующих отраженных и пропущенных потоков. Решению задач синтеза заданной пространственной структуризации потоков излучения посвящены последующие разделы монографии.

На отдельных транспарантах с фрактальной графикой, выполненной по принципам построения близким к классическим сеточным структурам О. Браве, в экспериментах по пропусканию и отражению коллимированного когерентного потока излучения, наблюдаются явления автоинтерференции. Их механизм не до конца изучен, однако можно сделать предположения, которые частично подтверждены модельным экспериментом с графическим аналогом зонной пластины Френеля, о том, что центры фрактализации в графике фрактальных транспарантов выступают в роли пространственно разнесенных центров вторичной генерации пространственных частот. За счет опроса геометрической волной считывания, формируемой пластиной подложки транспарантов и лучами коллимированного когерентного потока, в каждом центре, на пропускание и отражение, формируются конусные волновые фронты, представляющие собой наборы структур вложенных друг в друга спиральных конусов лучей (векторов Пойтинга). Эти конусы волновых фронтов, взаимодействуя друг с другом, интерферируют, образуя дискретные веерно-конусные направления пучностей и ослаблений электромагнитного потока, что мы и наблюдаем в виде растров лучей, заполняющих телесный угол $1.7\pi \dots 1.9\pi$ стерадиан.

1.8.2. Методы динамического изменения дифракционной и интерференционной картины светового потока, пропускаемого через транспаранты.

Пути дальнейших теоретических, модельных и экспериментальных исследований по управлению световыми пучками, формируемыми структурно-упорядоченными по пространству транспарантов источниками пространственных частот можно проиллюстрировать с помощью Таб. 1.14 (а,...г), на которой приведены результаты графического синтезирования формирования интерференционных картин на экране ПВМ.

Рисунки Табл. 1.14 получены в режиме Print Screen. Экран используемого монитора является высокоразрешающим цифровым монитором с большим числом разложения экрана на пиксели (в

данном случае использовалось разрешение 1024x768), а в качестве тестового объекта используется сканированное изображение зонной пластины Френеля, размер которой, в каждом из полей рисунка, изменяется в соответствии с прогрессией (3.1). Эти явления можно интерпретировать следующим образом:

Рисунок зонной пластины Френеля в различных масштабах его проявления взаимодействует при визуальном восприятии с пространственной решеткой строчно-пиксельного разложения монитора.

Табл. 1.14.

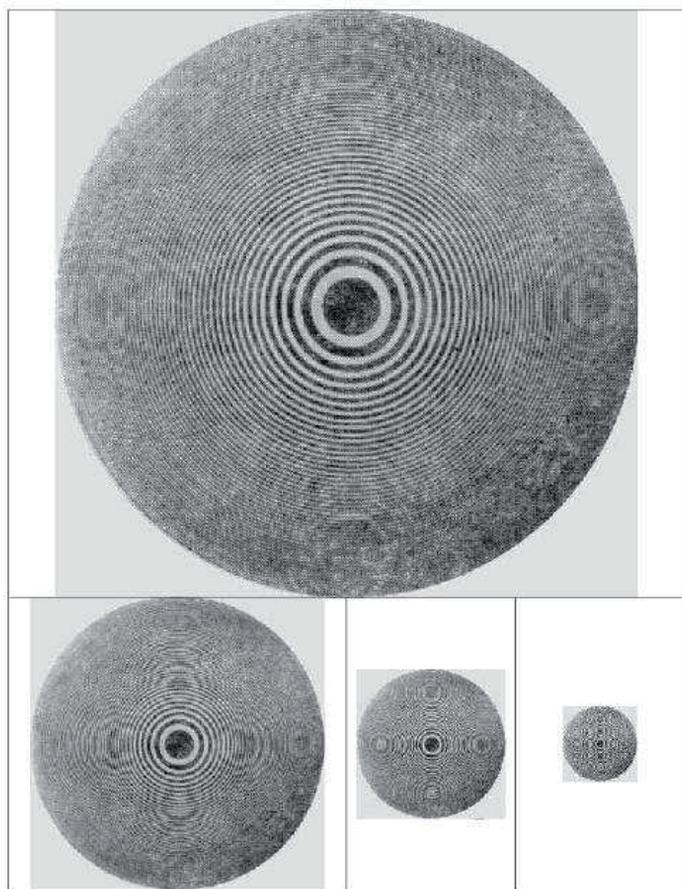


Табл. 1.14 (а,...г) Результаты графического синтеза интерференционных картин на экране ПВМ.

В разделе 2.5., стр. 40, нами было показано, как система фрактальных окружностей может быть приведена к регулярному эквиваленту в виде сетки прямых линий.

В результате упорядоченный набор центрированных пространственных частот взаимодействует с распределенными источниками пространственных частот

$$\omega_{\text{Макс}} = \frac{\pi C}{4 \cdot \delta \cdot \sin \pi / 4}$$

где δ - радиус окружностей, описывающих пиксель монитора.

Если размер базового рисунка зонной пластины Френеля изменять не по бинарной

прогрессии, а, например, по произвольной геометрической прогрессии,

$$\rho = RK^n$$

где K – целые числа, то визуальные представления будут существенно различными.

Как видно из приведенных рисунков в Табл. 1.14. предложен эффективный метод модельных исследований, который обеспечит возможность выявления гносеологических законов формирования графически управляемых транспарантов для построения оптических устройств параллельных вычислений и создания устройств с заданными оптическими свойствами.

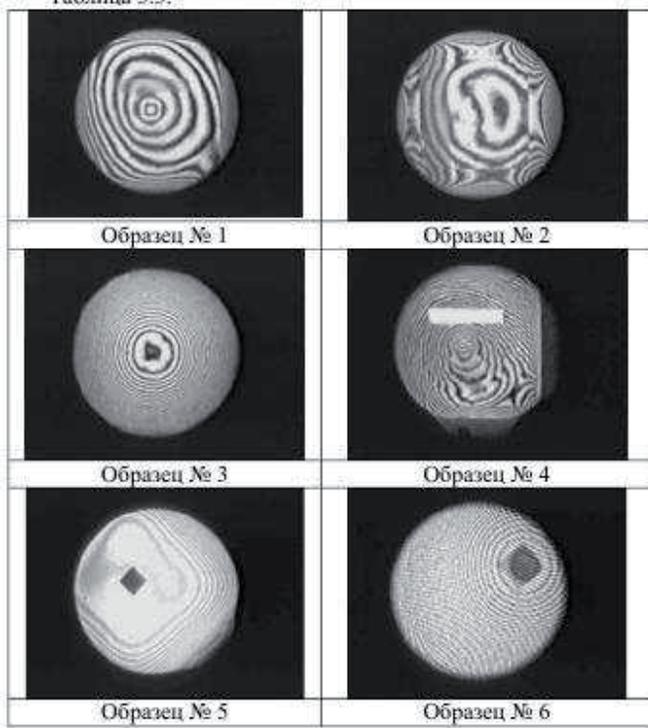
Факт формирования регулярной графикой описываемых дифракционных элементов спиральных и сферических комплексных отображений помимо модельных экспериментов подтверждается еще и прямыми стендовыми исследованиями.

Так, например, при исследовании транспарантов с фрактальной графикой на интерферометре Zygo Mark III, в отраженном потоке выделяются макромасштабные явления авто интерференции пропущенного (отраженного от плоского зеркала интерферометра) и отраженного от зеркальной графики транспарантов потоков, которые отображаются в виде своеобразных сферических и повторяющих форму ячеек транспарантов интерференционных полос.

Это подтверждает другие экспериментальные данные показывающие, что формирование дифрагированных лучевых структур от каждого из центров фрактализации в синтезированной графике, практически распространяются в телесном угле 2π стерадиан.

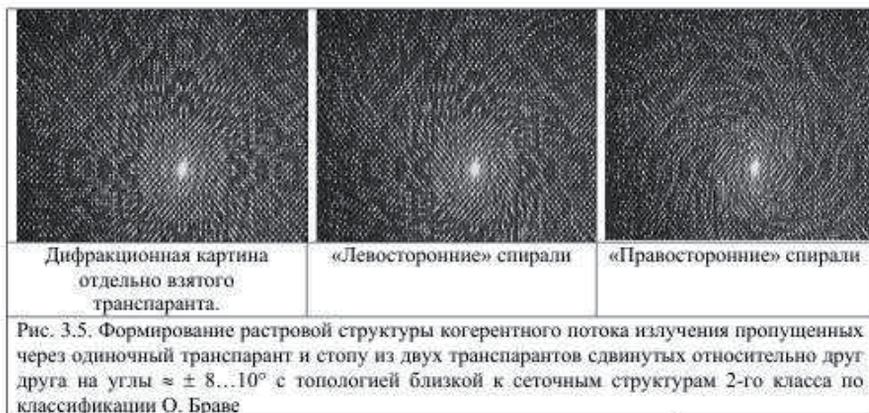
Результаты экспериментов приведены в Табл. 1.15.

Табл. 1.15.



Следующий, наиболее важный, вывод по результатам экспериментальных исследований заключается в том, что в ходе исследований найдены способ и устройства, обеспечивающие как прямое выделение спиральных отображений (Табл.1.16) в дифракционных полях от парных сборок транспарантов.

Табл. 1.16.



А так же обоснован и экспериментально проверен способ создания дифракционных элементов с вариоугловой подстройкой (выделением) заданных пространственных частот. Другими словами обоснована возможность создания перестраиваемых фильтров Фурье. Что, безусловно, может найти широкое применение в различных системах когерентной оптики.

1.8.3. Экспериментальное выделение разностных частот в графике регулярных сеточных структур в их последовательных сборках с угловой дислокацией друг относительно друга.

В ходе исследований обоснованы и реализованы методы создания оптического устройства плавной перестройки пространственно-частотных свойств графически синтезированных голограмм, за счет выделения разностных частот в графике регулярных сеточных структур в их последовательных сборках с угловой дислокацией друг относительно друга в когерентном коллимированном потоке (эффект муара).

В Табл. 1.17. и Табл. 1.18 приведены результаты экспериментального наблюдения последовательной дифракционной картины двух потоков, формируемых неподвижным и смещенным на различные углы (в пределах π/k) транспарантами с фрактальной графикой, помещаемыми в рассеянные потоки когерентного и белого света.

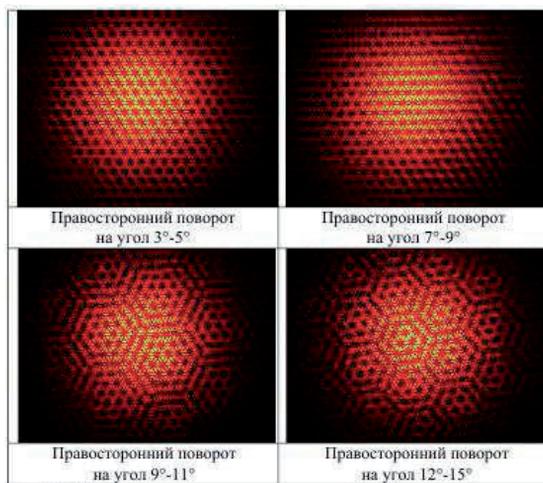


Табл. 1.17. Муаровое изменение результирующей дифракционной решетки по классификации О. Браве 1 класса (наблюдение в ближней зоне) в когерентном потоке $\lambda=0,6328$ мкм.

Самым убедительным подтверждением вышесказанного служит экспериментально показанная возможность получения масштабируемого синтеза заданной дифракционной структуры ГППЧ в коллимированном потоке белого света (см. Табл. 1.18).

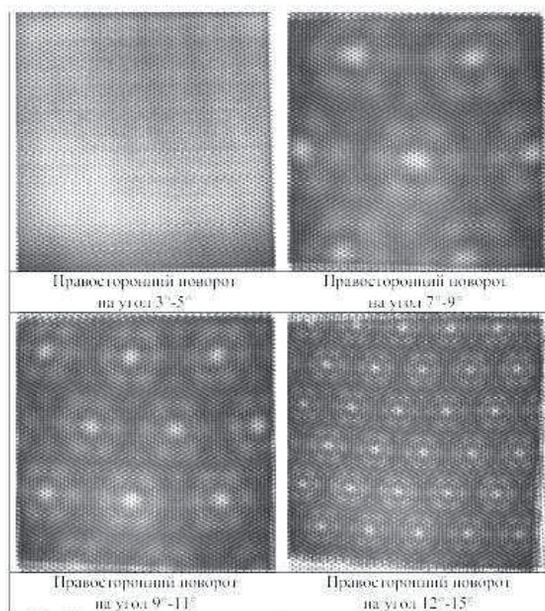


Табл. 1.18 Суммарная дифракционная картина в рассеянном белом свете полученная от двух транспарантов с фрактальной графикой с коэффициентами фрактализации $k=3$ (фрактальный аналог плоскости 3-го А класса по О.Браве), при различных углах поворота двух транспарантов друг относительно друга в последовательной сборке.

И не смотря на то что, при сборке транспарантов в стопу, основная базовая картина в дифракционном узоре ГППЧ представляет давно известное в оптике явление муара, который в первые наблюдался на шелковых тканях в виде волнообразного отлива и далее в технологии получения автотипных клише, тем не менее, это явление заслуживает особого рассмотрения, так как чистый эффект муара наблюдается только при больших углах смещения, близких к π/k .

При малых углах смещения ($0,5^\circ - 8^\circ$) транспарантов друг относительно друга наблюдаются четкие явления дифракции с масштабированием светящихся сеток эквивалентных разбиений плоскостей после свертки Фурье образов от каждого транспаранта.

В исследованиях была использована фрактальная графика, имеющая аналогами правильные симметричные сеточные структуры, соответствующие плоскостям О. Браве 1-го, 2-го и 3-го «а» классов и во всех сборках транспарантов эффект четко воспроизводится.

Экспериментально доказана возможность формирования за счет описания графики уравнениями ГППЧ всех пяти симметричных узоров (по О. Браве).

Важной особенностью эффектов дифракции ГППЧ является факт наблюдения в их отображениях Декартовой поляризации. Заключается этот эффект в том, что линейные перемещения графически синтезированных голограмм вызывают ортогональное смещение всей дифракционной картины.

Другими словами, смещение одного из транспарантов вдоль оси X приводит к перемещению всей дифракционной картины по оси Y и наоборот.

Все вышеприведенные эффекты можно получать и с обычными ортогонально и диагонально расположенными сетками с параметрами:

- ширина линий в рисунке 1.. 7 мкм,
- период эквивалентной сетки в рисунке 50...2000 мкм,

который можно генерировать в любом графическом редакторе, а вывод полученного рисунка производить с помощью лазерного принтера с хорошим разрешением на прозрачные пленке, используемые при демонстрации графики к докладам.

Однако, хотелось бы заметить, что долго экспериментировать с сеточными полями эквивалентными плоскостям О. Браве 1-го и 3-го «а» классов до полного выяснения особенности полевого воздействия ГППЧ на организм экспериментатора [50,51], не следует, хотя бы из соображения того факта, что полимерные образования большинства вирусов образуют внешнюю конфигурацию в виде икосаэдра, что в плоскости меридионального сечения приведет к названным сеточным плоскостям.

Учитывая вышесказанное, можно констатировать, что нами найден способ, при котором, построение дифракционных сеточных структур, выполненных методом фотолитографии на стеклянных подложках с нанесенным зеркальным слоем графического фрактального рисунка высокой плотности позволяет получать высокоэффективные матричные когерентные осветители с заданными Фурье- спектрами как для пропущенных, так и для отраженных потоков когерентного светового излучения и для потоков гравитационного поля, дифракционная структура которого отображается в рассеянном белом свете за счет взаимодействия светового поля с каустиками гравитационного поля.

Вышеприведенные теоретические и экспериментальные данные позволяют утверждать, что построенные по данным алгоритмам фрактальные бинарные рисунки на оптических транспарантах позволяют получить пространственные фильтры с любым видом формирования МНТС* СГН эффектами и всеми пятью симметричными сеточными разбиениями плоскости и, соответственно дифракционными узорами с лучевой структурой соответствующей

узлам пересечений либо линейной графики, либо фрактально матричной графики с базовым рисунком в виде системы окружностей.

Выводы по разделу 1.8

1. Теоретические и экспериментальные исследования матричных транспарантов с четырехуровневыми фрактальными упорядоченными рисунками позволяют заключить, что полученные матричные топологии в оптическом диапазоне 0,4...14 мкм, могут быть интерпретированы как дифракционные решетки с высоким качеством исполнения отражающих (или затеняющих) линий.

2. В ИК-диапазоне дифракционные свойства этих решеток могут быть частично объяснены уравнениями волновой оптики, так как преимущественная структура рисунков транспарантов сводится к двум взаимно развернутым решеткам: ортогональной ($\delta = 1,6$ мкм; $l = 50$ мкм) и диагональной ($\delta = 1,6$ мкм; $l = 105$ мкм). Эти транспаранты в ИК-диапазоне на пропускание работают как фильтры-пробки, а на отражение – формируют интерференционную картину с особыми свойствами. В видимом диапазоне спектра ЭМК исследуемые матрицы транспарантов проявляют себя как вторичные генераторы упорядоченной растровой структуры. В лазерном потоке на отражение матрицы транспарантов создают систему пространственных растров, формируемых по четырем осям, смещенным друг относительно друга на $\pi/4$ радиана.

3. Найден способ, при котором, построение дифракционных сеточных структур, выполненных методом фотолитографии на стеклянных подложках с нанесенным зеркальным слоем графического фрактального рисунка высокой плотности позволяет получать высокоэффективные матричные когерентные осветители с заданными Фурье- спектрами как для пропущенных, так и для отраженных потоков когерентного светового излучения и для потоков гравитационного поля, дифракционная структура которого отображается в рассеянном белом свете за счет взаимодействия светового поля с каустиками гравитационного поля.

1.9 Дискретные свойства дискретных сегментированных элементов фрактальной оптики. [2,35]

Наибольший интерес для создания полископических и полисканирующих устройств, построенных из элементов фрактальной оптики, представляют цилиндрические и тороидальные сегменты. Рассмотрим топологические свойства формирования локально однородных фрактальных зон (ЛОЗ) во вне параксиальной области сегментированных элементов на примере цилиндра.

В существовании обозначенных выше зон можно убедиться, рассматривая одну из секущих плоскостей, содержащих ось Z (продольную ось цилиндра) и вектор ρ_0 , вершины которого определяются в цилиндрической системе координат соотношениями

$$x_{\rho_0} = R \cdot \cos \varphi_0 \quad y_{\rho_0} = R \cdot \sin \varphi_0 \quad (1.101)$$

где R - радиус цилиндра.

При этом эксперименте вторая секущая плоскость, также содержащая ось Z и вектор ρ_1 , с координатами вершин

$$x_{\rho_1} = R \cdot \cos \varphi_1 \quad y_{\rho_1} = R \cdot \sin \varphi_1 \quad (1.102)$$

направлена на освещенный тест-объект. При непосредственном приближении тест-объекта к этой плоскости, содержащей ρ_0 , можно наблюдать невооруженным глазом продольные полосы изображения тест-объекта (с различным вертикальным масштабом), сгущающиеся к образующей цилиндрического сегмента. Рассматривая эти зоны через объектив переноса изображения, можно наблюдать изображения удаленных освещенных объектов, которые также имеют различный вертикальный масштаб и одинаковый масштаб вдоль оси Z.

Следует заметить, что характер формирования этих зон зависит от угловой характеристики сектора сегментирования

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0, \quad (1.103)$$

показателя преломления материала сегмента и углов наблюдения относительно плоскости $z\rho_0$.

Наиболее целесообразно для построения полископов использовать сегменты цилиндра, имеющие характеристику

$$\Delta\varphi_K = \frac{2\pi}{K} \quad (1.104)$$

где K-число целых сегментов, необходимых для образования полного цилиндра

В качестве другого важного примера зонной структуризации пучка сегментированными элементами можно назвать описанные в [4] растровые явления, наблюдаемые на грани, образованной цилиндром и плоскостью $z\rho_1$ при введении относительно узкого (в направлении, ортогональном оси z) пучка когерентного излучения в плоскость $z\rho_0$ и постепенном его перемещении от центра к краевой образующей цилиндра. При этом стабильно наблюдается образование расходящихся из краевой точки вееров лучей, угловой раствор которых и угловое распределение расстояний между соседними лучами в однородном секторе дискретно меняются, при перемещении источника излучения от одной зоны к другой, начиная от точки с координатой

$$x_{in} = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{k_{in}}\right), \quad \text{where } k_{in} = \frac{\pi}{\arccos(n_{1,2})}$$

$$i. s. \quad x_{in} = R \cdot n_{1,2} \quad (1.105)$$

где $n_{1,2}$ - относительный коэффициент преломления материала сегмента.

Для выходящих из сегмента лучей грань между плоскостью $Z\rho_1$ и поверхностью цилиндра является зеркальным экраном, периодически (при непрерывном изменении k) ограничивающим угловой сектор вывода. В результате наблюдается набор секторов с монотонно убывающим углом раствора. При однократном проходе зависимость угла луча относительно нормали к плоскости выхода в цилиндрическом сегменте, ось которого совпадает с осью Z , ограниченном плоскостями $Z\rho_0$ и $Z\rho_1$ с углом раствора $\Delta\varphi$ можно представить в виде

$$\alpha_k = \frac{2\pi}{k} \left(\frac{1}{2} - \left\{ \frac{\Delta\varphi_k \cdot k}{2\pi} - \frac{1}{2} \right\} \right) = \frac{2\pi}{k} \left(\frac{1}{2} - \left\{ \frac{k}{K} - \frac{1}{2} \right\} \right) \quad (1.106)$$

где $\{ \}$ - дробная часть###.

Геометрическую и теоретико-числовую трактовку образования структурно-однородных фрактальных зон области полного внутреннего отражения сегментированных элементов цилиндрического типа можно сделать исходя из следующих рассуждений:

1. Если сегмент образован плоскостями, угол между которыми $\Delta\varphi_k = \varphi_1 - \varphi_0$ определяется из условия

$$\Delta\varphi_k = \frac{2\pi}{K} \quad (1.107)$$

где K - целочисленные коэффициенты фрактальности, то в этом случае приходим к набору модульных сегментов фрактальных оптических элементов цилиндрического типа, которые будем называть: полу-, 1/3- ... 1/ K -цилиндрическими астигматами.

Для таких сегментированных элементов, исходя из рассмотрения симметрических свойств вписанных в окружность правильных (целочисленных) и замкнутых звездчатых (рациональных) многоугольников, можно записать следующие утверждения.

2. Все многообразие вписанных многоугольников (соответственно, и траекторий распространения световых лучей) можно иерархически подразделить на основные - модовые и промежуточные – суб- модовые многоугольники (траектории). Характерной особенностью поперечных модовых траекторий является то, что секторы этих многоугольников представляют вписанные в полную окружность фигуры, ориентированные своими сторонами одновременно к плоскостям $Z\rho_0$ и $Z\rho_1$ по нормали.

Для зонных модовых траекторий последовательность коэффициентов фрактальности k_i можно записать в виде

$$k_i = K \cdot i \quad (1.108)$$

, где K - показатель модульности сегмента, K [2,3,4,5,...]

($K = 2$ – полу- цилиндрический сегмент,

$K = 3$ - треть- цилиндрический сегмент ,

$K = 4$ - четверть- цилиндрический сегмент и т.д..)

i - номер модовой зоны, i [1,2,3,4...]

3. Граничные зонные суб-модовые траектории определяются выражениями

$$k_{i,\min} = K \cdot i - \frac{K}{2} = K \left(\frac{2i-1}{2} \right) \quad (1.109)$$

$$k_{i,\max} = K \cdot i + \frac{K}{2} = K \left(\frac{2i+1}{2} \right) \quad (1.110)$$

Предельные поля зрения каждой i -й зоны в полископических сегментированных астигматах определяются выражениями

$$\alpha_{i,\min} = - \frac{\pi}{k_{i,\min}} \quad (1.111)$$

$$\alpha_{i,\max} = \frac{\pi}{k_{i,\max}} \quad (1.112)$$

Углы $\alpha_{i,\text{тф}}$ отсчитываются от нормалей к входной плоскости \mathbf{z}_1 (для полисканов плоскость \mathbf{z}_1 является выходной).

Угловой растроз зоны наблюдения (сканирования) в этом случае определяется выражением

$$\Delta\alpha_i = \alpha_{i,\max} - \alpha_{i,\min} = \pi \cdot \frac{(k_{i,\max} + k_{i,\min})}{(k_{i,\max} \cdot k_{i,\min})} \quad (1.113)$$

Анализируя полученные выражения (1.103...1.113) для коэффициентов фрактальности, соответствующих границам структурно-однородных зон в сегментированных фрактальных элементах цилиндрического типа, с учетом выражений (1.109,1.110), можно, для примера, представить дискретный ряд цилиндрических сегментов (рис. 1.21) с угловыми границами второй модовой зоны.

На примере четверть цилиндрического сегментированного астигмата проиллюстрируем приведённые выше основные выражения (1.103...1.113)

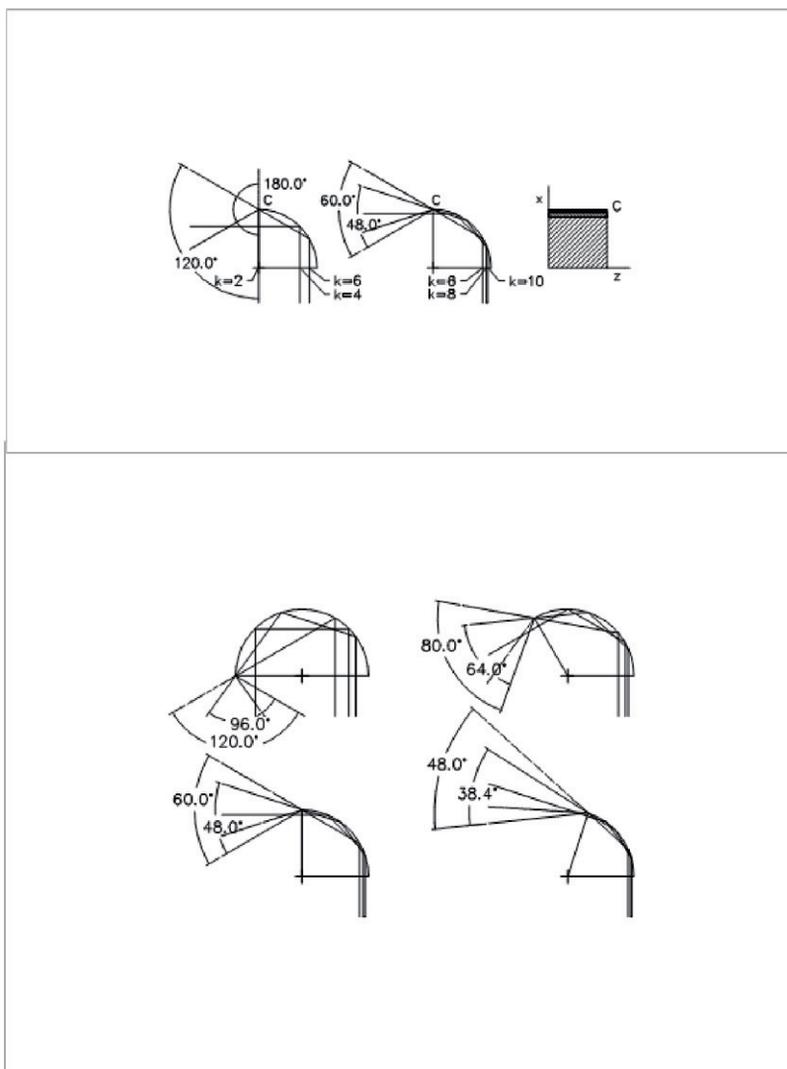


Рис. 1.21 Дискретный ряд цилиндрических астигматов

а - 1/2-, б - 1/3 , в - 1/4 , г - 1/5-сегментированный астигмат и примеры взаимного расположения двух соседних модовых зон в 1/4 астигмате (верхние рисунки)

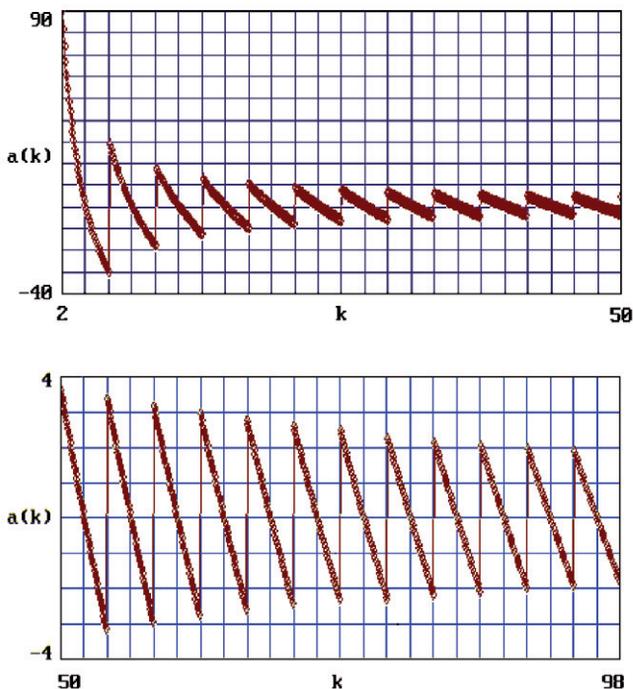


Рис 1.22. Пример иллюстрирующий сопряжение двух соседних зон распространения модовых и суб- модовых траекторий лучей в четверть-цилиндрическом астигмате.

По оси X отложены значения коэффициентов фрактальности, по оси Y значения угла $\alpha(k)=\varphi_{\text{вых}}$

Как следует из рис. 1.21в и рис. 1.22, **локально-однородные зоны** во внепараксиальной области фрактальных элементов цилиндрического типа формируются относительно центральных траекторий лучей с коэффициентами фрактальности, образующими последовательность арифметической прогрессии

$$k_i = 4i, \text{ где } i \in [1, 2, 3, \dots] \quad (1.114)$$

Эти траектории соответствуют правильным вписанным в круг многоугольникам, у которых стороны, пересекающие координатные оси, ориентированы к ним по нормали.

Заметим, что при сегментировании фрактальных оптических элементов (ФОЭ) на элементарные модули координатные оси лежат в секущих плоскостях модулей. Дискретные границы ЛОЗ фрактальных модулей располагаются на координатной оси X (в случае полуцилиндрических элементов) и на координатных осях X и Y (в случае четверть-цилиндрических модулей) в точках, соответствующих

коэффициентам фрактальности, образующих последовательность арифметических прогрессий

$$k_i = \pm 2 + 4i, \text{ где } i \in [1, 2, 3, \dots] \quad (1.115)$$

Траектории лучей, вводимых в плоскость ZX или ZX и ZY в точки с координатой X_m или (X_m, Y_m)

$$x_m = y \quad m = R \cdot \cos(\pi/k_m) \quad (1.116)$$

по нормали к ней, соответствуют правильным вписанным в круг многоугольникам, у которых выходящие из плоскости ZY четвертьцилиндрического астигмата лучи попадают в точку с координатной осью Y (точки C). Поэтому лучи с координатами, соответствующими

$$k = k_{i, \min} + \delta \quad (1.117)$$

(здесь δ - бесконечно-малое приращение)

отражаются от криволинейной поверхности в направлении нижнего квадранта (IV) координатной плоскости. Это дискретное изменение направлений лучей в окрестностях краевых точек и обуславливает растровые и полископические эффекты, наблюдаемые в элементах фрактальной оптики.

В силу того, что краевых точек (точки C) в сегментированных элементах могут достигать только лучи, направленные по траекториям, характеризуемым целочисленными, рациональными или алгебраическими иррациональными коэффициентами фрактальности k , в этих точках на монолитных сегментах будут формироваться упорядоченные растры лучей.

Из рис. 1.22 а и 1.22 б можно также видеть, что параллельные лучи, введенные в каждую из ЛОЗ, образуют свои каустики непересекающихся внутри астигматического элемента лучей. Этот факт позволяет использовать такие астигматы как телескопы с множеством изображений на выходе (см. рис.1.23).

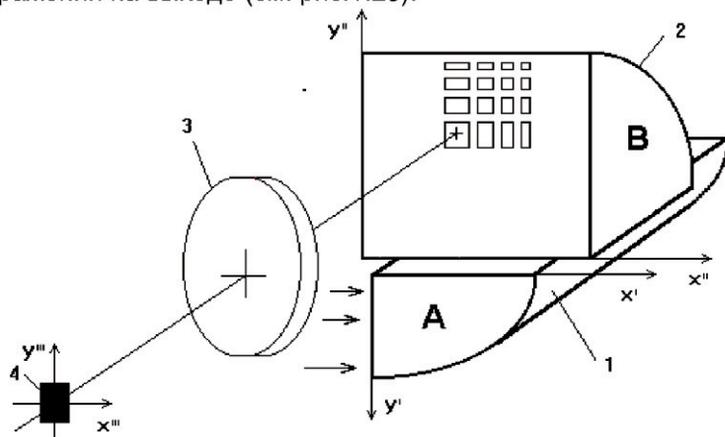


Рис.1.23 Анастигмат , построенный на сегментированных фрактальных элементах, формирующий матрицу изображений с дискретной панкратикой.

Взаимно ортогональное совмещение 2-х полископических четверть-цилиндрических астигматов 1. Приемный астигмат, 2. Корректирующий астигмат, 3. объектив переноса изображения, 4. Фокальная матрица приемников изображения.

Для получения изображений удаленных объектов без астигматизма достаточно выполнить взаимно ортогональное совмещение двух астигматов, как это показано на рис. 1.23

В этом случае взаимное расположение двух зеркальных цилиндрических астигматов с взаимно ортогональной ориентацией их координатных осей Z приводит к возможности получения неискаженных изображений как по оси x''' , так и по оси Y''' плоскости изображений. В силу того, что зеркальный приемный астигмат может быть выбран протяженным по оси Z , последнее свойство позволяет разместить над ним несколько приемных каналов, включающих в себя элементы 2,3,4, в которых устройство переноса изображений 3 и фокальная матрица 4 рассчитаны на различные области $\Delta\lambda$ видимого и микроволнового диапазонов спектра электромагнитных колебаний. Точность совмещения полей зрения такой комплексированной системой в пространстве предметов будет зависеть только от точности изготовления зеркальных отражателей 1 и 2 и точности взаимно ортогональной ориентации их осей Z' и Z'' .

Устранение остаточного астигматизма можно получить при изготовлении зеркальных отражателей 1 и 2 в виде секторов (сегментов) тора, а не цилиндра. В случае, когда радиусы цилиндрических (или торических) поверхностей отражателей 1 и 2 равны, можно строить телескопические системы с кратностью 1:1, если объектив переноса изображения полностью передает проекции областей пересечения соответствующих зон вне паракиальных областей отражателей 1 и 2.

При изготовлении зеркальных поверхностей 1 и 2 с различными радиусами, кратность таких телескопов определяется отношением $R2:R1$.

Плавное изменение кратности телескопов на цилиндрических астигматах достигается за счет изменения фокусного расстояния объектива переноса изображения и соответствующего выбора из широких полей зрения, обусловленных проекциями пересечения однородных зон требуемых телесных углов полей зрения. При этом линейное перемещение объектива переноса изображения вдоль осей x'' и z'' обеспечивает внутреннее сканирование фокальной приемной матрицы с мало угловым полем зрения по всему полю зрения выбранной однородной зоны.

Т.о., можно констатировать, что рассмотренный новый подход к описанию лучевых траекторий позволил найти простую базовую

конфигурацию для построения поли зрачковых оптических систем, основанных на сегментированных элементах цилиндрического и торического типов, со свойствами панкратических и анаморфных систем. Они могут эффективно использоваться, например, для приема и преобразования изображений.

Использование принципа само подобия геометрии траекторий лучей, иерархическое распределение точек и углов ввода лучей в сегментированные элементы фрактальной оптики обеспечивает также возможность создания систем сканирования с оптической редукцией внутри секторов каустических и растровых лучей и формирования когерентного и немонахроматического излучений для создания, например, растровых систем подсвета.

- Цикл статей [1... 45], позволил разработать методологию построения матричных вычислительных структур, в которых процесс вычисления осуществляется либо в момент записи в структуру дискретного рекуррентного функционала $U_{n,k,m,\dots}$ (где n,k,m,\dots индексы ортогональных координат), либо за счет систолических [9, 21] операций сдвиговой суперпозиции и поэлементных операций скалярного умножения и деления одной или нескольких матриц.

- Представление вычислительных структур, как фрагментов дуально-бесконечных матриц по любой из плоскостей n,k ; k,m ; n,m и т.д. обеспечивает возможность выполнения операций сдвиговой суперпозиции по всем направлениям матричной структуры.

- Разрабатываемая теория [1...45] рекуррентных последовательностей с указанными выше арифметическими операциями приводит в результате к возможности вычисления многомерных векторных величин систолическими методами, минуя громоздкий аппарат последовательных матричных вычислений.

По разработке основ фрактальной оптики выполнено:

1. Обоснованы фрактальные свойства нового класса оптических элементов внепараксиальной оптики многократного отражения.

2. Проведено математическое моделирование, подтверждающее многопараметрическую фрактальность движения световых лучей в децентрированных световодах.

3. Разработаны элементы математической модели распространения и преобразования световых лучей и волновых фронтов для центрированных элементов фрактальной оптики.

4. Показано, что увеличение размерности пространства параметров распространения световых лучей в разных классах световодных элементов преодолимо с точки зрения их теоретического описания.

При этом выявляются особые свойства фрактальной оптики;

- иерархическая структурная организация распространения каустик лучей в световодах,
- возможность использования принципов самоподобия траекторий движения лучей для создания растровых систем подсвета,
- иерархическое распределение точек и углов ввода лучей в сегментированные элементы фрактальной оптики, обеспечивающее возможность создания систем сканирования с оптической редукцией секторов каустических и растровых лучей формируемого когерентного и некогерентного излучений в зависимости от конкретных требований .

Выводы по главе 1

- В главе предложена оригинальная модель структуры пространства как такового, а также внешнего и виртуального пространства объектов.
- Введена и обоснована новая трактовка понятия – время, которая позволила разработать модель построения многомерных, в том числе и мелко-мерных пространств как метрических, так и параметрических.
- Показано, что как структура пространства, так и структура времени обладают спинорными свойствами, т. е. свойствами левосторонних и правосторонних разворотов спиралей, порождаемых векторных величин, характеризующих динамические свойства изучаемого объекта.
- Показана возможность использования дискретных функций дискретного времени для прямой трактовки и преобразований различных функций различных систем счисления, т.е. показаны пути построения параллельных вычислительных систем не только бинарной системы счисления, а в целом, произвольных систем счисления с использованием элементной базы фрактальной оптики и оптики фрактальных транспарантов.
- Глава обосновывает описание моделей транспарантов с фрактальными рисунками высокой плотности и сегментированных элементов фрактальной оптики.

Список использованной литературы Главы 1.

1. Диофант Александрийский. Арифметика и книга о многоугольных числах Из-во "Наука", М., 1974г.,327стр.; G.S.Melnikov "Gnosejlogy of fractality - fractal optics". Manuscript of Technical Program. Conference 3010,p.80 (3010-11) Journal SPIE - The International Society for Optical Engeering, Melnikov G.S. Gnoseology of fractality – fractal optics, Proc. SPIE 1997, vol.3010, p. 58-68

2. G.S. Melnikov, S.A.Larionov "Fractal optics - extraparaxial optics of multiple reflections. Solution of applied problems, abstract of International Conference on Applied Optics - 96", St.Petersburg, SOI, 1996.
3. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А.// Изв. АН, Серия физическая, М., 1995., т 59, N12, с143...150у Gennady S. Melnikov, Sergey A. Larionov, Pyotr A. Mikheev, Eugeny A. Tsvetkov "Discrete scanning systems for digital optical processing and transfer of images by systolic methods", journal B.R.A.S PHYSICS, Vol.59 No. 12 1995, pp2097-2103 Allerton Press, Inc./ New York.
4. Мельников Г.С., Космачев А.Ф., Шишкин М.Ю. Методика лучевого описания растровых явлений в цилиндрической линзе, работающей в области полного внутреннего отражения, Л., ГОИ, 1986 г., Тезисы докл. IV Всесоюзной конференции "Теоретическая и прикладная оптика"
5. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. - М.,1990. -672 с.
6. Мельников Г.С. Поверхности текущих фокусов и семейств каустик лучей многократного отражения от рефлекторов цилиндрического и сферического типов.// Оптический журнал.- 1999- Т. 66, N1-С.73-79.
7. И.Л. Канторович, А.С. Солодовников. Гиперкомплексные числа. Из-во "НАУКА", ГРФМЛ, М., 1973г.
8. М.Б. Балк, Г.Д. Балк, А.А. Полухин. Реальное применение мнимых чисел. Из-во "РАДЯНСЬКА ШКОЛА", Киев, 1988 г.
9. Г.С. Мельников. и др. Цифровая обработка сигналов на систолических процессорах./Под ред. Я.А. Дуброва.- Львов, 1991.-71с – (Препринт НТЦ по высокопроизводительным вычислительным системам "Интеграл, № 9-91")
10. Н. Botgehold , М. Herzberger, Compositio Math. 1, 448 (1935)
11. Т. Smith, Proc. Phys. Soc. 60, 293 (1948)
12. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики. Из-во "Наука", ГРФ-МЛ, М. (1973)
13. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А. "Способ создания временных задержек светового потока". Патент РФ N 2109257 G01 J 9/00, G02 B 27/14 по Заявке N 95114222/25 от 07. 08. 1995. Официальный Бюллетень Российского Агентства по Патентам и Товарным Знакам "Изобретения" N 11 (II ч), 2108694-2109417, стр. 298 - 299, 20.04.1998г. ; Патент N 2109257 зарегистрирован в Государственном реестре изобретений 20 апреля 1998 года.

14. Г.С. Мельников, А.С. Попов "Каустические поверхности при отражении и преломлении сферой гомоцентрических пучков лучей", Оптический журнал", т.65, №4, с82...85 С-Пб, ГОИ, 1998г
 15. Мельников Г.С. Геометрия внутреннего сопряжения базовых кватернионов. <http://www.hypercomplex.ru/Melnicov.doc>
 16. Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Вывод параметрических уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004г.) <http://www.vorstu.ru/vstu/news/3e11amelnikovd.htm>
 17. Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Результаты математического моделирования уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.) <http://www.vorstu.ac.ru/vstu/news/3e11bmelnikovd.htm>
 18. Г.С. Мельников. Вывод и моделирование уравнений геометрического поля пространственных частот. «Оптика и спектроскопия», рег. № 136 от 6.05.2003г. (не опубликована).
 19. Г.С. Мельников. Фрактальная гносеология порядка и хаоса числового континуума и пространства-времени. В сб. Вероятностные идеи в науке и философии.,(Материалы региональной конференции с участием иностранных ученых), РИЦ НГУ.2003, 207с.
 20. Г.А Донцов, Г.С. Мельников, И.Н. Серов. Фрактальная концепция детерминированного хаоса. Философия науки, Новосибирск-90, №3, 2003г., с. 35-52.; В.Ф. Урицкий, Н.И. Музалевская Фрактальные структуры и процессы в биологии (обзор) ч.1 и ч.2 в сб. под. ред. Р.И. Полонникова и К.Г. Короткова "Биомедицинская информатика и эниология". СПИИА РАН, из-во "Ольга", С. Петербург, 1995 г., с 84...129
 21. Мельников Г.С. и др. Разработка математической модели 3D синтеза заданных кристаллических структур Отчёт ГОИ г. Санкт-Петербург 2002 г., 146с. http://ns1.npkgoi.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/nto/GOI_6.pdf
- Мельников Г.С. и др. www.aires.spb.ru/docs/rus/02nano2001_vncgoi02.pdf

Мельников Г.С. Отчет № 3 по эт.1: Теоретические и экспериментальные исследования методов построения фокусаторов ...

22. Асанов Г.С. "Финслероид-пространство, снабженное углом". Журнал "Число, геометрия и природа", №1, 2004 г. http://www.hypercomplex.ru/journal_face
23. Павлов Д.Г. Гиперкомплексные числа и связанные с ними пространства DOC <http://www.hypercomplex.ru/works.pavlov.part2.html>
24. Павлов Д. Г. Хронометрия трехмерного времени. Журнал Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 1, 2004
25. Квантовая телепортация фотонов. <http://www.ixbt.com/staticnews/sin83197id.html>
26. Б. Н. Васичев, Г. И. Фатьянова. Телепортация квантовых полей и их материализация в виде топологического рельефа наноструктур, Прикладная физика, 2003, № 6, с. 35-37
27. Квантовые компьютеры: серьезный прорыв в разработках, <http://www.cnews.ru/> Квантовые компьютеры серьезный прорыв в разработках.htm
28. Н.А. Козырев Причинная механика и возможность экспериментального исследования свойств времени. Избранные труды. Из-во Ленинградского университета, 1991 г., стр 288-312 <http://timashev.ru/Kozyrev/>
29. Г.С. Мельников. Анализ математической модели построения 3D пространственно-временных конфигураций и циклических процессов с точки зрения причинной механики. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.)
30. Г.Веселаго. О свойствах веществ с одновременно отрицательными значениями диэлектрической (ϵ) и магнитной (μ) восприимчивостей; Физика Твердого Тела – Том 8, Выпуск №12, 1966г, стр. 3571.
31. В.Г.Веселаго. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . Успехи Физических Наук, 1967г, том 92, Выпуск№3, стр. 517. В.Г.Веселаго, М.В. Глушков, А.А. Рухадзе. Физика Твердого Тела – Том 8, Выпуск №24, 1966г.
32. Smith, D. R., Schurig, D. & Pendry, J. B. Some of the waves emitted or reflected Appl. Phys. Lett. **81**, 2713–2715 (2002).

33. Chiyang Luo, Steven G. Jonson, J.D. Joannopoulos, J.B. Pendry All-angle negative refraction without negative effective index. *Physical Review B*, Volume 65, 201104(R), May 2002, pp. 201104-1...201104-4
34. Г.С. Мельников, А.А. Ошарин. Экспериментальное подтверждение выводов по физико-математическому моделированию решетчатых и шаровых упаковок пространства и моделированию уравнений геометрического поля пространственных частот. Санкт-Петербург, НП ОС "ТКС-оптика", 2004
http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data5/data5.html
35. M.A. Gan, S.A. Larionov, G.S. Melnikov Elements of fractal optics for sychrogenerators and digital illumination devices
 а. http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data2/data2.html
36. Ralf Aurich, Sven Lustig, Frank Steiner and Holger Then. Hyperbolic Universes with a Horned Topology and the CMB Anisotropy arXiv:astro-ph/0403597 v1 25 Mar 2004
37. Ф.А. Цицин *Астрономическая картина мира: новые аспекты*, в сб. *Астрономия и современная картина мира*. – М., 1996. – 247 с.
38. *Солнечное вещество. Лучи икс. Изобретатели радиотелеграфа.*, М.: Наука, 1990. 176с.
39. С.Л. Соболев. *Мат. сборник*, т. 4, 1938г, стр. 471 – 497.
40. С.Л. Соболев. *Некоторые применения функционального анализа в математической физике*. 2-е изд., Новосибирск, 1962г.
41. С.М. Никольский. *Приближение функций многих переменных и теоремы вложения*. М., изд-во ГРФМЛ, 1969г
42. Д. А. Филимонов *Динамические системы малой размерности: хаос и порядок*
43. Отчёт ГОИ №2 по НИР «Фотошаблон». Теоретические и экспериментальные исследования дифракционных и поляроидных свойств оптических транспарантов и матриц..., г. Санкт-Петербург, 2001г
<http://www.aires.spb.ru/ru/nanotekhnologii.html> (02nano20001_vncsoi03.pdf)
44. Филипов А.Т. «Многоликий солитон» М., Изд-во «Наука», ГРФ-МЛ, (1986).
45. Г.С. Мельников, И.Н. Серов, Н.Б. Егорова, А.А. Ошарин. *Физико-математическая модель сверхплотной фрактальной упаковки пространства по топологии «абсолютного» куба «Aires»*. . «Оптика и спектроскопия», рег. № 135 от 6.05.2003г. (не опубликована)
46. Steven E. Kaufman, *The dynamic structure of space*, skaufman@expecp.com, 1995.

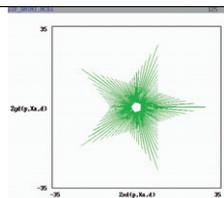
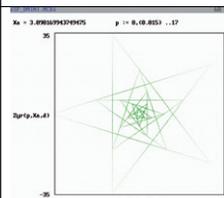
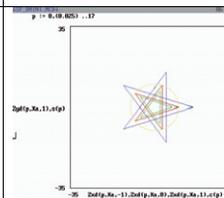
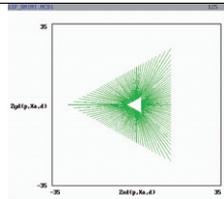
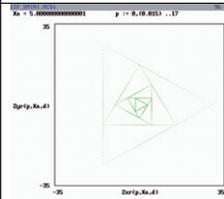
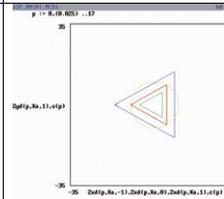
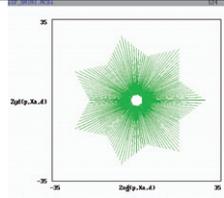
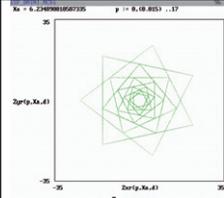
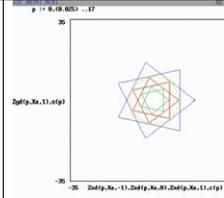
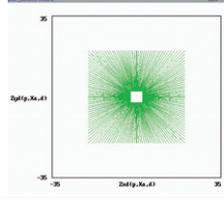
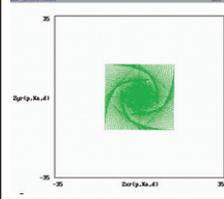
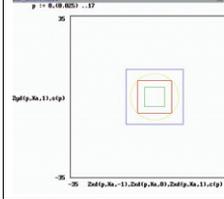
47. Браве О. Избранные труды. Кристаллографические этюды. Л.: Наука, 1974, 419 с.
48. Федоров Е.С. Начало учения о фигурах. Л.: Изд-во АН СССР, 1953, 409с.
49. Гильберт Д., Кон-Фассен С. Наглядная геометрия. М.: Наука, 1981. 344 с.
50. В. А. Костюченко, В. В. Месянжинов Архитектура сферических вирусов Успехи биологической химии, т. 42, 2002, с. 177—192.
<http://www.inbi.ras.ru/ubkh/42/kostyuchenko.pdf>
51. Короленко П.В. Оптика когерентного излучения (Учебное пособие) <http://optics.npi.msu.su/co/toc.html>
52. Пенроуз Р. Структура пространства-времени = Structure of Space-Time / Перевод с англ. Л. П. Грищука и Н. В. Мицкевича; под ред. Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова. — М.: Мир, 1972. — 521 с.
53. Пенроуз Р. Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель = The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe / Перевод с англ. А. Р. Логунова, Э. М. Эпштейна. — М.—Ижевск: ИКИ, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. — 912 с. — ISBN 978-5-93972-618-4
54. Хокинг С., Пенроуз Р. Природа пространства и времени = The Nature of Space and Time / Перевод с англ. А. В. Беркова, В. Г. Лебедева. — СПб.:Амфора, 2012. — 171 с. — 3000 экз. — ISBN 978-5-367-02289-6
55. Конвей Дж., Смит Д. О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях./ Пер. с английского С.М. Львовского. — М.: МЦНМО, 2009. -184с.

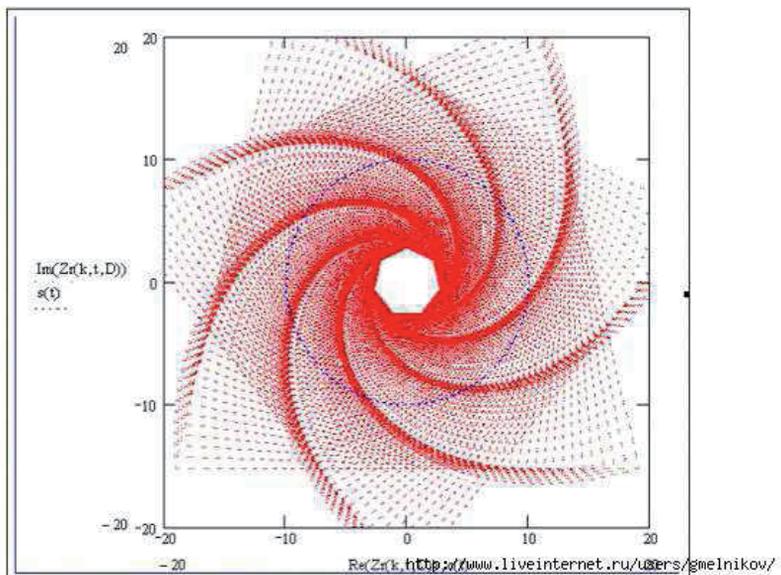
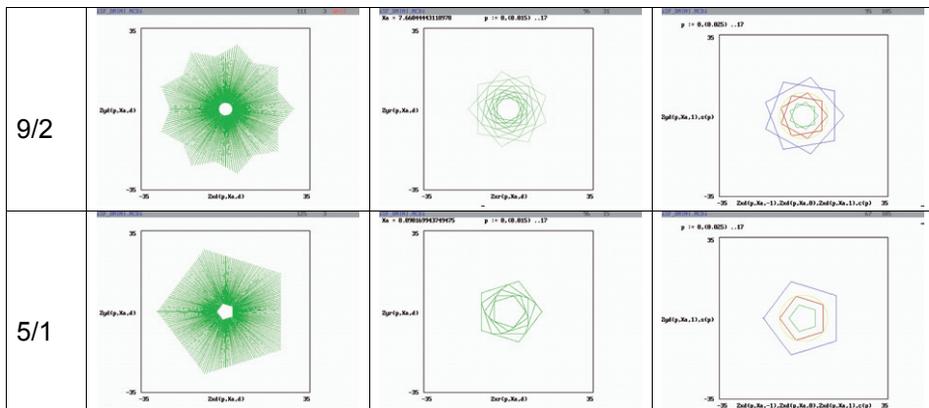
ПРИЛОЖЕНИЕ к Главе 1

Приложение 1.

Пределы изменения параметров

2 й столбец	3 й столбец	4 й столбец
$D \in [-2, -1.99...+2]$	$D \in [-2, -1...+2]$	$D \in [-1, 0, 1]$
$p \in [0, 0.015...17]$	$p \in [0, 0.015...17]$	$p \in [0, 0.015...17]$
k_r —значения в столбце 1	k_r —значения в столбце 1	k_r —значения в столбце 1

$k_r = n/m$	$\dot{Z}_i(D, p, k_r)$	$Z(D, p, k_r)$	$\dot{Z}_i(D, p, k_r)$
5/2			
3/1			
7/2			
4/1			



Глава II. Фрактальная концепция геометрического поля пространственных частот объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени.

Моделирование сверх- плотных многомерных и фрактальных структур.

Вывод и моделирование уравнений геометрического поля пространственных частот, изложенные в [1, ...5] требуют их всестороннего анализа.

Прежде чем обратиться к этой задаче, уместно процитировать слова известного Российского астрофизика Ф.А. Цицина о фрактальной парадигме [6].

“ Итак, наша Вселенная „изменилась” – она стала фрактальной... А точнее, необратимо изменилась наша картина мира, – и астрономическая тоже. Совершенно несомненно, – какие бы с нею дальше ни происходили изменения, какие бы ни совершались научные революции – аспект фрактальности навсегда вошел в нее, в ее „твердое ядро” принципов-постулатов, и не будет устранен, изъят из НКМ ни при какой ревизии” [6].

Для объяснения утверждения Ф.А. Цицина воспользуемся еще цитированием фрактальных аксиом из работы молодого аспиранта Бурятского НЦ СО РАН Балханова В. К. [7]

Фрактальная геометрия Бенуа Б. Мандельброта основывается на экспериментальном факте, что в общем случае длина L произвольной кривой (которая может быть изломана в любой точке) степенным образом зависит от масштаба измерения δ [8,9]:

$$L = C \cdot \delta^{1-D}. \quad (2.1)$$

Здесь C - размерный множитель, свой для каждой кривой, D - фрактальная размерность; Очевидно, что как вся линия, так и любой ее участок обладают одной и той же фрактальной размерностью. Такое свойство называется само подобием (скейлинг, масштабная инвариантность). Само подобие означает, что как вся линия, так и любой ее участок обладают одной и той же фрактальной размерностью.

Если линию увеличить в λ раз, то для измерения новой длины λL достаточно использовать масштаб, равный $\lambda \delta$, т.е.

$$\lambda L = C \cdot (\lambda \delta)^{1-D}. \quad (2.2)$$

При решении различных задач бывает полезным дать другую формулировку исходных аксиом. Во первых, длину измеряют, подсчитывая число масштабов, т.е.

$L = N(\delta) \cdot \delta$, где $N(\delta)$ - необходимое число шагов (растворов циркуля), с которым масштаб обходит всю линию, при этом из (1) следует, что $N(\delta) = C \cdot \delta^{-D}$. В новом масштабе, равном

$$\delta^* = \lambda \delta, \quad (2.3)$$

длина будет $L^* = C \cdot \delta^{*1-D}$. Подставляя (3) в выражение для L^* , получаем

$L^* = C \cdot \lambda^{1-D} \cdot \delta^{1-D}$. Но здесь $C \cdot \delta^{1-D}$ есть исходная длина, равная $N(\delta) \cdot \delta$, следовательно

$$L^* = \lambda^{1-D} \cdot N(\delta) \cdot \delta. \quad (2.4)$$

С другой стороны, $L^* = N(\delta^*) \cdot \delta^*$, или $L^* = N(\lambda \cdot \delta) \cdot \lambda \cdot \delta$.

Сравнивая последний результат с (4), приходим к замечательному результату:

$$N(\lambda \cdot \delta) = \lambda^{-D} \cdot N(\delta). \quad (2.5)$$

В таком виде обычно и записывают условие само подобия, подразумевая под N любую функцию от своих аргументов с отличным от D показателем.

В развиваемых далее в [7] Балхановым В.К. положениях о фрактальном исчислении, не имеется ссылок на аналогичные работы А.Д. Сахарова, Ф.А. Цицина, [6] и сравнений его результатов с результатами полностью решившего эту задачу еще в 1880х годах В.А. Летникова [10]. Тем не менее, приведенная аксиоматика (2.5) представляет большой интерес. Эта аксиоматика применима, с точки зрения анализа комплексных, само подобных отображений двумерных и трехмерных траекторий математических бильярдов в круге и сфере. А эти комплексные и гиперкомплексные отображения, в свою очередь, являются основаниями Геометрического Поля Пространственных Частот объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени [4,5].

2.1. Анализ само подобной структуры комплексных и гиперкомплексных отображений траекторий математических бильярдов.

Задача, поставленная в настоящем разделе, на первый взгляд, является надуманной и имеющей чисто математический интерес. С другой стороны, если предположить, что комплексные и гиперкомплексные отображения математических бильярдов в круге и в сфере раскрывают принципы построения реальных плоскостей и объемных конфигураций окружающего нас пространства-времени, то к такой постановке вопроса следует подходить более внимательно.

Рассуждая о возможной размерности пространства в статье [6], Ф.А. Цицин пишет: “Допустимо предположить, что размерность эта может оказаться и не обязательно дробной (подобно тому, как целочисленной, но более высокой, чем у обычной линии, оказывается размерность броуновской траектории, см. равна 2). Какова же она окажется, в конце концов? Четыре? „Восемь с половиной”? Или 5061010..? Тем более остается открытым вопрос о смысле и, далее, о физической реализации во Вселенной комплексной (и в частном случае, чисто мнимой) размерности пространства... И, пожалуй, совершенно не в наших силах представить себе, что могла бы значить дробная размерность (да еще комплексная...) космологического времени”. И далее...

“Ныне „все согласны” с тем, что наша фундаментальная физика имеет определенные границы. Во всяком случае, пока материя находится на сингулярной стадии раздувания, в „планковской фазе”, средств для описания ее эволюции у нашей физики нет. Для этого нужна единая квантово-гравитационная теория, так сказать, теория структуры, свойств и эволюции (!) физического вакуума. Вопрос о ее создании был поставлен по существу еще в 30-х гг. М.П. Бронштейном.

Учитывая возможность применения развиваемых в настоящем исследовании положений к теории структуры пространства-времени, решим поставленную задачу.

Прежде всего, рассмотрим принципы комплексных и гиперкомплексных отображений во внешнее и внутреннее пространства траекторий математических бильярдов в круге и сфере.

Эта возможность появляется сразу, как только мы принимаем точку зрения по рассмотрению отдельного участка траектории движения бильярдного шара от одного отражения до другого отражения за вектор.

Далее, основываясь на теории аналитических функций, например [11] и тройственном характере отображения комплексных чисел:

-комплексное число это вектор,

-комплексное число это точка на комплексной плоскости,

-комплексное число это оператор поворота,

мы сразу приходим к бесконечному множеству отображений движения бильярдного шара, как во внешнее, так и во внутреннее пространство математических бильярдов. При этом, каждая из траекторий бильярдного шара, построенная из конечного или бесконечного числа векторов, отображается в виде дискретных, само подобных, разномасштабных структур с бесконечным увеличением или уменьшением масштабов во внешнее и внутреннее пространства математических бильярдов, за исключением векторных траекторий бильярдных шаров, делящих круг или центральные сечения сферы на число (коэффициент фрактальности) равное 6 [2,...5]. Только эти траектории комплексно само отображаются в реальном круге или центральном сечения сферы в силу равенства длин векторов радиусу круга (сферы). Все остальные отображения формируются на сферах с радиусами

$$R_d = R \cdot (2 \cdot \sin(\frac{\pi}{k}))^d \quad (2.6)$$

где: - R -радиус круга (сферы) исходного математического бильярда,

- $2 \cdot \sin(\frac{\pi}{k})$ - масштабный множитель λ в выражении (2),

- d -показатель комплексного или гипер- комплексного отображения (не путать с фрактальной размерностью D)

- k – коэффициент фрактальности, делимости текущих окружностей R_d вписанным многогранником (траекторией бильярдного шара или траекториями его комплексных отображений).

На первый взгляд, комплексные отображения реальных лучей (векторов) формирующих траектории реальных и комплексных перемещений математического бильярдного шара должны ограничиться на каком-то шаге отображения d . По крайней мере, так это происходит при моделировании комплексных отображений для двух пар ортогонально сопряженных в пространстве правильных Платоновых тел: “тетраэдр-тетраэдр” и “куб-октаэдр”. В этом предположении можно убедиться, рассмотрев последовательности пространственных отображений тетраэдра и куба, методами переноса их ребер (рассматриваемых в нашей модели как реальные векторы) к центру

выбранной системы координат. В этом преобразовании концы векторов можно замкнуть плоскостями, в результате чего образуется пространственные фигуры внешнего комплексного отображения с $d=1$, относительно выбранной пространственной конфигурации с $d=0$. В свою очередь, вершины реальной исходной траектории, с $d=0$, рассматриваются как вершины центрированных векторов фигуры комплексного отображения с $d=-1$. (См. Табл.1 и Табл.2)

Как видно из приведенных построений, как для тетраэдра, так и для фигур октаэдра и куба пространственные комплексные отображения приводят к фигурам усеченного куба, т.е. к фигуре, у которой ребра равны радиусу описывающей его сфере. А это говорит о том, что коэффициент фрактальности у векторов этих фигур равен 6. То есть, ребра этих фигур (векторы) будут само отображаться на описанной сфере. Другими словами дальнейшее комплексное отображение реальных составляющих векторов замыкается на внешней и внутренней сфере комплексных отображений тетраэдра куба и октаэдра. Каким же образом получается моделирование комплексных отображений векторных траекторий, представленных на [Рис. 3 г в [5]] в дальней зоне пространства-времени в программе Mathematica 4.2? Объяснение этого эффекта “мгновенных” комплексных отображений пространственных конфигураций реального пространства можно дать только с точки зрения, учитывающей следующее предположение. Отображения формируются за счет мнимых составляющих пространственных конфигураций, а эти мнимые составляющие есть продукт фрактальной структуры пространства времени. Геометрическое обоснование этому предположению дается в разделе 2 настоящей статьи. Исходные предпосылки базируются на взглядах автора, обоснованных новым прочтением базовой фрактальной конструкции – снежинки Коха и принципах моделирования пространственной конфигурации – абсолютный куб [17].

Таблица 2.1

d	Фигура	R описанной окружности
0		$R_{ot} = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot L =$ $= \sin \frac{\pi}{4} \times \sin \frac{\pi}{3} \times L$ <p><i>L – длина ребра</i></p>
Схема комплексных отображений		$R_o = L = \frac{4}{\sqrt{6}} R_{ot}$ <p><i>L – длина ребра</i></p>
1		$R_o = L =$ $= \frac{R_{ot}}{(\sin \frac{\pi}{4} \times \sin \frac{\pi}{3})}$ <p><i>L – длина ребра</i></p>

Таблица 2.2

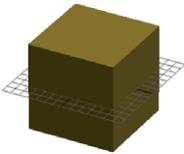
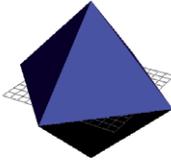
d	Фигура	R описанной окружности
-2		$R = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot L$ <i>L – длина ребра</i>
-1		$R = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot L$ <i>L – длина ребра</i> $R = R_{\text{норма}}$
0		$R = L$
1		$R = \sqrt{2} \cdot L$ <i>L – длина ребра</i>

Табл. 2.1 и Табл. 2.2. Реальные пространственные конфигурации ($d=0$) и их комплексные отображения во внешнее ($d=1$) и внутреннее ($d=-1$) пространства исходной конфигурации.

2.2. Принципы построения многомерных и фрактальных структур

Природа волновых явлений и комплексных отображений пространственных конфигураций может быть осознана с позиций гиперкомплексной геометрии. Сравнивая различные точки зрения по построению простой кубической и фрактальной упаковок пространства решеточными и полостными структурами можно прийти к этому

заклучению. Это сравнение позволяет разобраться во фрактальной структуре числового континуума [1...5].

Как показано в работах Н.А. Стрелкова [15], при рассмотрении различных математических задач, например, для численного решения краевых задач, аппроксимации функций, обработки сигналов и т.д., широко используются проекционно-сеточные методы описания проекционно-сеточных подпространств.

Каждое из таких подпространств определяется выбором функции (или нескольких функций) и сеток, по которым сдвигаются аргументы этих функций.

При этом установлено, что для того чтобы решетка Λ была оптимальной (оптимальные решетки – такие решетки Λ , которые удовлетворяют условию $V(\Lambda) = Nh$) необходимо и достаточно, чтобы решетка $2\pi\Lambda^*$ порождала плотнейшую $\frac{2\pi^n}{Nh}$ (по определению [15]) решетчатую N - кратную укладку множеств Ω_e .

В [15] доказано, что одна и та же решетка Λ , сопряженная к которой, порождает плотнейшую укладку одинаковых шаров в E_n , оптимальна одновременно для всех совокупностей пар (W_2^s, W_2^m) при любых $s < m$.

По результатам этого исследования Н.А. Стрелковым построены решетки, порождающие плотные укладки.

По Н.А. Стрелкову оптимальными являются решетки (с точностью до поворотов, переносов и преобразований подобия):

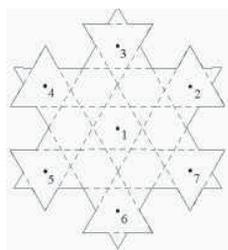
а) для $n=2$ – правильная треугольная с базисом $(2,0)$, $(1,\sqrt{3})$

б) для $n=3$ – решетка с базисом $(1,1,-1)$, $(1,-1,1)$ $(-1,1,1)$ так называемая бсс – решетка, получаемая из кубической решетки добавлением центров фундаментальных кубов, или, что то же самое, объединение двух кубических решеток, сдвинутых одна относительно другой на полшага в каждом из трех направлений ребер.

Автором установлены и промоделированы алгоритмы построения простых, сверхплотных и плотнейших проекционно-сеточных подпространств типа бсс –решеток на примере интерпретации классического фрактала –“снежинки Коха” (Рис.2.1). Кроме того, доказано, что плотнейшие сеточные укладки порождают укладки не одинаковых шаров в E_n , а, в соответствии с гиперкомплексной геометрией, состоят из шаров с радиусами R , $\sqrt{2}\cdot R$ и $\sqrt{3}\cdot R$

2.2.1. Методы построения многомерных и фрактальных структур

По мнению Ю.А. Данилова с Д.Д. Кадомцевым , размерность объекта зависит от наблюдателя, точнее от связи объекта с внешним миром [16]. Исходя из этого в [3] , было доказано, что размерность классического фрактала «снежинка Коха» с двумерной точки зрения наблюдателя имеет фрактальную размерность отличную от размерности Б. Мандельброта ($d=\ln 4/\ln 3 \approx 1,2618$). Т.е. доказано, что «снежинка Коха» не является плоской кривой двумерной плоскости, а является многослойной фрактальной конструкцией и ее топологическая размерность составляет $d=\ln 7/\ln 2 \approx 2,80735...$ (См Рис 1а). С другой точки зрения трехмерного наблюдения, топологическая размерность составит $d=\ln 9/\ln 2 \approx 3,1699250$, а при предельном стремлении итеративных операций поворота и фрактализации по алгоритму [3] исходных фигур - двух тетраэдров, фрактально заполняется элементарная кубическая ячейка пространства.



А. Интерпретация с точки зрения двумерного наблюдателя
 $d=\ln 7/\ln 2 \approx 2,80735$



Б. Интерпретация с точки зрения трехмерного наблюдателя
 $d=\ln 9/\ln 2 \approx 3,1699250$

Рис 2.1. Многомерные интерпретации классического фрактала «снежинка Коха».

Наш подход к интерпретации снежинки существенно отличается от подхода Б. Мандельброта и основан на трактовке пространственных форм с не двумерными плоскостями.

С точки зрения фрактальной геометрии, фрактал – аттрактор системы итерированных функций и представляет собой либо

фрактальную пыль, либо проекцию на пространство с более низкой размерностью.

В нашем понимании «Снежинка Коха» – фрактал, и к тому же, фрактал дробной размерности, но его надо рассматривать не с точки зрения итерирования первоначально одномерной линии, а с точки зрения итеративных поворотов со сжатием и разнесением на периферию исходной двумерной фигуры – равнобедренного треугольника.

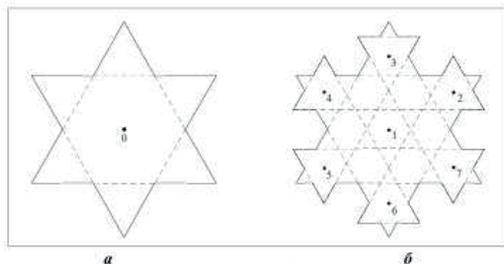


Рис 2.2. Авторская трактовка алгоритма формирования снежинки Коха

Как видно из рис. 2.2. на нулевом уровне итеративных операций мы имеем один центр фрактального разворота, на пересечении биссектрис равнобедренного треугольника и осуществляем поворот исходного треугольника на угол, равный $\pi/3$. На первом уровне получаем 7 центров фрактального разворота и семь синхронных операций поворота треугольников со сторонами $1/3 L$ исходного треугольника. На втором уровне фрактализации имеем 49 центров фрактального разворота (21 из которых не влияют на изменение границы «Снежинки Коха», а добавляют наслаиваемые участки площади итерируемой фигуры). В результате такого подхода мы уходим от математического парадокса и приходим к абсолютно реальному пониманию, что фигура «Снежинки Коха» не является плоской кривой двумерной плоскости, а является плоским звездчатым многогранником и ее топологическая размерность определяется из выражения

$$D = \ln 7 / \ln 2 = 2,81... \quad (2.7.)$$

По аналогии с трактовкой принципов структурного образования снежинки Коха в

плоскости можно рассмотреть ее 3D аналог, принцип фрактальной структуризации которого ясен из Табл. 2.3

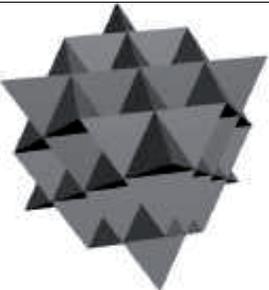
Уровни фрактализации	3D аналог
0-й уровень	
1-й уровень	
2-й уровень	
3-й уровень	

Таблица 2.3. Авторская трактовка алгоритма формирования 3D – снежинки Коха

Как видно из Табл. 2.3., 3D – снежинка Коха представляет собой объемный фрактальный многогранник, образовываемый методом повторения фрактального разворота в пространстве само подобных тетраэдров с уменьшением масштаба R в два раза на каждом уровне фрактализации, как относительно общего центра, так и относительно периферийных центров фрактализации. В итоге, фрактальная 3D – фигура Коха будет стремиться, плотнейшим образом, заполнить кубическую решетку пространства само подобными конфигурациями при стремлении числа уровней фрактализации к бесконечности. В этой упаковке пространства в качестве исходного многогранника используется тетраэдр и двойственный ему второй тетраэдр, так называемые тетраэдры близнецы, а на первом уровне фрактального разворота, кроме нулевого центра фрактализации добавляется еще восемь; на втором семьдесят два и т. д .

Таким образом, 3D – снежинка Коха не является простой трехмерной фигурой, а является объемным звездчатым многогранником, а его топологическая размерность определяется из выражения $D = \ln 9 / \ln 2 = 3,1699\dots$

Для перехода к кватернионному 3D описанию математического бильярда в шаре и последующему распространению полученной модели на математическую модель построения различных трехмерных фрактальных конфигураций, обратимся к рассмотрению геометрических представлений способов комплексных отображений само подобных фрактоний (рис. 2.3). Для чего поясним способ векторного представления их комплексных отображений в пространстве на примере фрактоний – куб – октаэдр.

Для перехода к кватернионному 3D описанию математического бильярда в шаре и последующему распространению полученной модели на математическую модель построения различных трехмерных фрактальных конфигураций, обратимся к рассмотрению геометрических представлений способов комплексных отображений само подобных фрактоний 1 (рис.2.3). Для чего поясним способ векторного представления их комплексных отображений в пространстве на примере фрактоний – куб – октаэдр.

Вводим предположение, что все объемные конфигурации формируются триадой сопрягаемых друг с другом пар правильных Платоновых тел. По аналогии с кристаллографическим определением – «сингонии», будем называть такие пары Платоновых тел – фрактониями. Это определение построено по принципу соединения:

fractional (англ.) – дробный и onia – суффикс, характеризующий объемные фундаментальные конструкции.

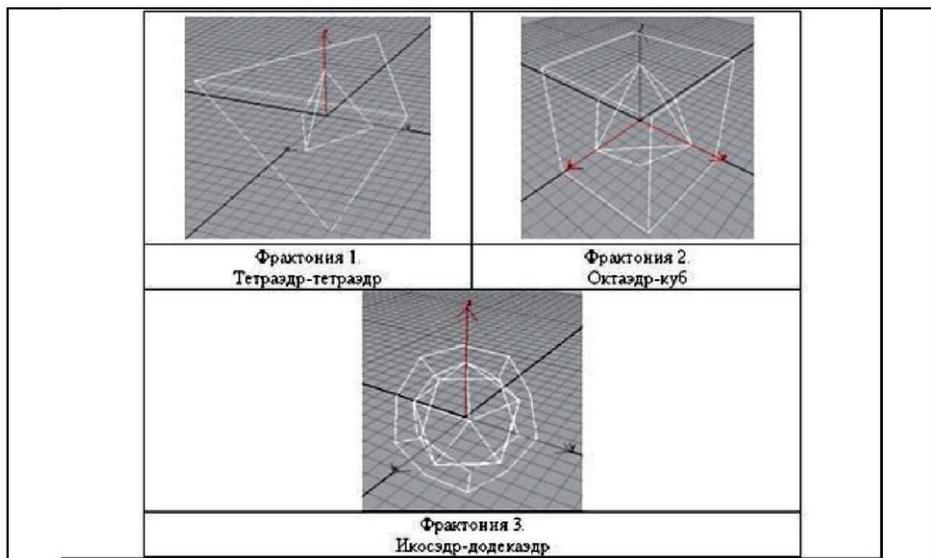


Рис. 2.3. Три базовые основы возможных фрактальных топологий.

Эти базовые геометрические системы, построенные на правильных Платоновых телах.

Как видно из рис. 2.3., для 3D - представления в рациональные сферы вписываются пространственные фигуры с иррациональными длинами ребер. Их вершины, характеризуемые рациональными числами, определяют радиусы рациональных сфер

$$R_0(D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^{2D} \quad (2.8)$$

В сферы рациональных радиусов вписываются пространственные правильные фигуры с иррациональной длиной ребер. Эти объемные рациональные конфигурации вписываются своими вершинами в середины граней иррациональных пространственных конфигураций, у которых половины отрезков осей, соединяющих диаметрально противоположные вершины, определяют их радиусы $R_{ir}(D)$

$$R_{ir}(D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^{(2D-1)} \quad (2.9)$$

При таких представлениях мы легко можем перейти к построению математической модели отображения 3D - фрактальных конфигураций в пространстве.

Базовые фрактонии (см. рис. 2.3.) являются основами построения вложенных сеточных структур с ортогональным дополнением друг друга, т.е. это те конструкции, на основе которых можно создать плотнейшие, оптимальные упаковки. Эти упаковки, на наш взгляд, должны обеспечить оптимальные резонансные свойства полостных структур, более эффективные, чем структуры, построенные на базе топологии абсолютного куба, т.е. сверхплотные упаковки. При построении объёмных фрактальных структур осуществлялось построение вписанных полюсных многогранников в сферу в полугеодезической системе координат. Этот выбор обусловлен тем, что при устремлении числа разбиения n по параллелям и числа разбиения k по меридианам к бесконечности, мы с большой точностью приходим к построению главных объектов пространства-времени – полюсным планетам, солнцам, звёздам...

Подводя итоги вывода принципов объёмной фрактализации можно констатировать, что мы априорно рассматривали пространства как фрактальную структуру представляющую собой упаковку последовательно вложенных друг в друга (по принципу «матрешки») сферических пространственно-временных оболочек. При этом приходим к следующим утверждениям:

- Четырёхмерное пр«остранство-время» хорошо описывается комплекснозначными функциями комплексных аргументов, математический аппарат которых назван геометрическим полем пространственных частот (ГППЧ)
- Уравнения геометрического поля пространственных частот [4] выведены на основе объёмных кватернионных представлений и согласуются со строгим решением плоскостной задачи математических бильярдов в круге.
- При решении плоскостной задачи математического бильярда в круге реальные траектории движения бильярдного шара рассматриваются как система связанных векторов, распространяющихся в круге либо по замкнутым (модовым и суб-модовым) траекториям, характеризуемым коэффициентами фрактальности « k » в виде целых и рациональных чисел, либо по разомкнутым траекториям, характеризуемым трансцендентными числами « k ». Для всех траекторий хордовое и фазовые определения сводятся к простым выражениям (2.1...2.9)

Как уже отмечалось в [1...3] выполнение (разбиение) пространства может быть плотным, сверхплотным и плотнейшим. Плотные и сверхплотные покрытия (упаковки пространства) обоснованы и рассмотрены в [2,3] о плотнейших конфигурациях пространства речь пойдет ниже.

При изучении структуры надо иметь в виду, что взаимное расположение атомов и молекул в веществе, обусловлено не только химическими взаимодействиями. Это только структура отдельной, изолированной молекулы полностью определяется направленными химическими связями между взаимодействующими атомами, однако при заполнении пространства множеством молекул, строение системы дополнительно регулируется общими геометрическими принципами заполнения пространства [27].

Плотным пространство может быть выполнено в соответствии с геометрическими представлениями Е.С. Федорова [21]. Более подробно о взглядах Е.С. Федорова на принципы выполнения пространства было изложено ранее в [18].

О принципах плотной упаковки пространства шарами и сферами наиболее полно изложено в синергетике Фуллера Р. Синергетика (Synergetics) была развита на экспериментальных наблюдениях поведения сфер равного диаметра, упаковка которых была плотной настолько насколько возможно, чтобы формировать регулярные геометрические фигуры. Основная и наиболее простая устойчивая геометрическая конфигурация синергетической геометрии – тетраэдр 4 (tetrahedron), сформированный из четырех сфер прижатых друг к другу, в совершенной конфигурации треугольников, формирующих четыре угла в 60 градусов. Другие важные элементы – октаэдр (octahedron) (сформированный шестью плотноупакованными сферами) и эквilibrium (equilibrium) - векторное равновесие, которое является результатом соединения двенадцати сфер, выложенных вокруг тринадцатой центральной сферы, с всенаправленной максимально плотной упаковкой, под 60 градусов скоординированная конфигурация. Куб, который является базой для наших современных методов строительства и x-y-z декартова система координат, не является само устойчивой конфигурацией. Восьми сферам, формирующим куб (по Фуллеру [22, 23]) присуща неустойчивость. Чтобы получить устойчивость, им нужно искусственно придать устойчивость, связывая между собой подобно тому, как связан тетраэдр. О геометрических

конструкциях из связанных сфер простой кубической укладки, обусловленной законами комплексных отображений многоугольных траекторий в круглом бильярде и законами построения числового континуума тела арифметических прогрессий, изложим основные модельные представления.

2.2.2. Вывод уравнений математического описания фрактальных пространственных конфигураций

Если рассматривать принципы объемной фрактализации исходя из введенной в [1,2,3] модели конфигурации пространства как фрактальной структуры последовательно вложенных друг в друга (по принципу «матрешки») сферических пространственно-временных оболочек, можно констатировать следующие утверждения:

- Четырехмерное «пространство-время» хорошо описывается комплекснозначными функциями комплексных аргументов, математический аппарат которых назван геометрическим полем пространственных частот (ГППЧ) [4,5].
- Уравнения геометрического поля пространственных частот [4,5] выведены на основе объемных кватернионных представлений и согласуются со строгим решением плоскостной задачи математических бильярдов в круге.
- При решении плоскостной задачи математического бильярда в круге реальные траектории движения бильярдного шара рассматриваются как система связанных векторов, распространяющихся в круге либо по замкнутым (модовым и суб-модовым) траекториям, характеризуемым коэффициентами фрактальности «k» в виде целых и рациональных чисел, либо по разомкнутым, характеризуемым трансцендентными числами «k». Для всех траекторий хордовое и фазовые определения сводятся к простым выражениям:

$$- L_0 = 2 \cdot R_0 \cdot \sin \frac{\pi}{k} - \text{хордовое определение звена траектории, т.е. длины вектора} \quad (2.10)$$

$$- \Omega = \frac{2\pi}{k} - \text{фазовое определение звена траектории,} \quad (2.11)$$

где R_0 – радиус описанной окружности рациональной исходной траектории,

k – коэффициент фрактальности, характеризующий способ разбиения

бильярдного круга названной системы связанных векторов.

- В результате, отображение каждого звена многоугольных траекторий

векторов, вписанных в круги, образующиеся в каждом сечении рациональной нулевой сферы, представляется в виде системы из ломаных (дискретных) спиралей, каждая из которых может быть представлена параметрическим

выражением вида $Z_j(k, p, D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^D \cdot m(p, k) \cdot e^{j \left(\frac{2\pi}{k} p + D \left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{k} \right) \right)}$ - фазовое представление (2.12)

$Z_j(k, t, D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^D \cdot m(p, k) \cdot e^{j \left(\frac{2\pi V_\phi}{k R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^{D+1}} t + D \left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{k} \right) \right)}$ частотное представление (2.13)

- Переход от фазового представления к частотному осуществляется посредством замены синфазного параметра p функцией времени t , связанной с фазовой скоростью процесса распространения V_ϕ (опроса) в круге – 2D- аналоге бильярдного шара по ломаным траекториям, т.е. в сечениях рационального шара.

$$- L_0 = 2 \cdot R_0 \cdot \sin \frac{\pi}{k} -$$

При этом длина звена L_0 , а параметр p

$$p = \frac{V_\phi}{R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^{D+1}} \cdot t \quad (2.14)$$

В случае описания распространения электромагнитных аналогов бильярдных шаров – фотонов, принимается

$$V_\phi = c \quad (2.15)$$

остальные параметры и индексы ранее определены.

Для перехода к кватернионному 3D описанию математического бильярда в шаре и последующему распространению полученной модели на математическую модель построения любых трехмерных фрактальных конфигураций необходимо обратиться к главе 4

Однако уже по полученным результатам математического моделирования [4,5] можно обозначить вид общих выражений. Так например, кватернионное описание сверхплотной (построенной по алгоритму «абсолютного куба») и, соответственно, сферических

сверхплотных упаковок в кватернионной форме будут описываться символьными выражениями вида (2.16 и 2.17)

$$W_{i,j,k}(k, p, D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^D \left(\left(e^{i \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(p) \right)} + m(p, k) \cdot e^{i \left(\frac{2\pi}{k} \cdot p + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) + \right. \\ \left. + \left(e^{j \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(q) \right)} + m(q, k) \cdot e^{j \left(\frac{2\pi}{k} \cdot q + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) + \left(\left(e^{z \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(w) \right)} + m(w, k) \cdot e^{z \left(\frac{2\pi}{k} \cdot w + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) \right) \right) \quad (2.16)$$

-решеточные сверхплотные упаковки кубической системы

$$W_{i,j,k}(k, p, D) = R_0 \left(2 \sin \frac{\pi}{k} \right)^D \left(\left(e^{i \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(p) \right)} + e^{i \left(\frac{2\pi}{k} \cdot p + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) + \right. \\ \left. + \left(e^{j \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(q) \right)} + e^{j \left(\frac{2\pi}{k} \cdot q + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) + \left(\left(e^{z \left(\frac{2\pi}{k} \cdot \text{floor}(r) \right)} + e^{z \left(\frac{2\pi}{k} \cdot r + D \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{k} \right) \right)} \right) \right) \right) \quad (2.17)$$

-сферические полостные сверхплотные упаковки кубической системы
где $i = -1$; $j = -2$; $\xi = -3$;

Однако, в известных автору специализированных программах математических вычислений, моделирование уравнений в кватернионной форме затруднительно. Для графической проверки уравнений (2.16. и 2.17.) потребуется создание специальной программы.

2.2.3. К классификации многогранников

Результатом всех названных исследований явилось построение общей физико-математической модели классификации многогранников и оптимальных решеточных и полостных структур плотного и сверхплотного выполнения пространства [27] с использованием обобщенной Эйлеровой характеристики в следующей трактовке:

$$N^d = \frac{T + F + R}{2} - \text{число информационных осей симметрии} \quad (2.18)$$

где,

d - топологическая размерность характеристики;

T - число вершин;

F - число граней;

R - число ребер многогранников. При рассмотрении этой характеристики применительно к правильным Платоновым телам можно убедиться в справедливости расширенной характеристики

$$N^d = \frac{T + F + R}{2} = R + 1 = T + F - 1 \quad (2.19)$$

Не составляет труда убедиться, что эта характеристика приводится к хорошо известной теореме Эйлера для многогранников

$$T + F = R + 2 \quad (2.20)$$

Другими словами, введенная характеристика N^d справедлива для описания всех Эйлеровых многогранников.

Обобщенная характеристика – **число информационных осей симметрии** позволяет вычислить для любой многогранной структуры не только известные из теории симметрии оси, но и перечислить также направления (или оси) их естественного роста, т.е. простой трансформации концентрического подобия.

Как отмечает Ю.А. Данилов [16], средний квадрат расстояния для фрактальной среды оказывается пропорциональным некоторой дробной степени времени, показатель которой связан с фрактальной размерностью среды. Эти предпосылки и дали возможность авторам объяснить свойства гиперкомплексного описания пространственных конфигураций и описания циклических процессов происходящих в них.

Тем самым мы показали, что порядок лежит в основе фрактальных структур изначально, как алгоритмическая операция итерационного построения их пространственно – временных конфигураций.

2.3. Трехмерные систолические тела действительных чисел

Как уже отмечалось в [2, 5, 31], все операторы машинной арифметики, начиная с умножения и деления и заканчивая вычислением дробно-рациональных выражений и трансцендентных функций, могут быть представлены в виде рекуррентных соотношений.

Это утверждение может быть доказано методами последовательной итерации при отыскании искомых функций или значений математических констант.

Доказательство этого утверждения основано на том, что в многомерных рекуррентных последовательностях [3] уже заложено само вычисление большинства функций и значения математических постоянных. Другими словами, многомерные рекуррентные последовательности фактически являются вычислительными средами.

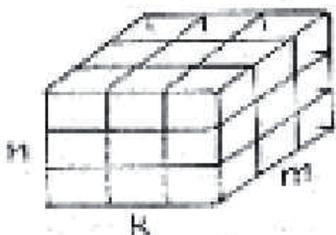
2.3.1. Возможные информационные связи в трехмерных систолических структурах рекуррентных тел действительных чисел.

Как известно из геометрии и кристаллографии [18, 21,... 25], плотная упаковка пространства может быть осуществлена четырнадцатью способами, исходя из классификации разбиений пространства по типам решеток Браве. При этом, в качестве основных элементов ячеек, заполняющих пространство без пропуска, используются правильные многогранники: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Последние два используются только в решетках четырехмерного пространства [21]. С другой стороны, в технике построения однородных вычислительных сред конвейерного типа в настоящее время используются конфигурации элементарных ячеек типа: линейчатые, прямоугольные, ромбовидные, шестиугольные, треугольные и кубические. Поэтому, не нарушая общности изложения принципов вычисления всех возможных информационных связей в многомерных систолических структурах, ограничимся рассмотрением решетчатых тел с кубическими элементарными ячейками в трехмерном пространстве.

Применительно к телам рекуррентных последовательностей $\{U_{\pm n, \pm k, \pm m}\}$ необходимо рассматривать локальный участок пространства с центрированными элементами, т.к. общие требования, изложенные в [18], заключается в том, чтобы размер систолической матрицы был равен $(2n+1) \times (2k+1) \times (2m+1)$.

Элементарный локальный объем систолического тела с кубическими элементами представлен на рис.2.4.



n – индекс строк

k – индекс столбцов

m – индекс слоев

Рис.2.3.1 Элементарный локальный объем систолического тела с кубическими элементами.

Размер элементарного локального объема систолического тела связан с порядком P_0 следующим соотношением

$$N = n \cdot k \cdot m = (p_0 + 1)^3. \quad (2.21.)$$

где p_0 - порядок рекуррентных последовательностей, записанных в строки (столбцы, слои), ориентированные вдоль индексных осей.

Для того, чтобы не были нарушены информационные связи в однородном рекуррентном теле второго порядка, в соответствии с (2.21) необходимо рассматривать локальный объем $N \geq 3 \times 3 \times 3 = 27$ ЭЛ.

В этом локальном объеме центральный элемент $U_{n,k,m}$ взаимодействует с 26-ю соседними элементами. Соответственно прямые информационные связи этого элемента с соседними элементами осуществляются через 6 граней, 12 ребер и 8 вершин элементарной кубической ячейки вдоль одномерных матриц (столбцов, строк и диагональных строк). Эти одномерные матрицы-строки, проходящие через центральный нулевой элемент, назовем осями рекуррентного порядка систолического тела. Как видно, число, этих осей

$$A = \frac{T + F + R}{2} = \frac{8 + 6 + 12}{2} = 13 \quad (2.22.)$$

Где:

A - число осей.

T - число вершин

F - число граней

R - число ребер элементарной ячейки.

Из них 3 взаимно-ортогональные оси n, k, m , проходящие через центры граней нулевого элемента являются индексными осями систолической трехмерной матрицы. С их помощью осуществляется однозначное определение координат любого элемента систолического тела. Это оси низшего порядка рекуррентности

2.3.2 Линейные рекуррентные тела действительных чисел.

Выведем рекуррентные уравнения, справедливые для двух- и трехмерных матриц на примере арифметических прогрессий. Как известно, выражение для общего члена арифметических прогрессий вида ... , $U_k = a - kd, \dots, U_0 = a, \dots, U_k = a + kd, \dots$ (2.23.)

при их записи в трехмерное систолическое тело может быть получено путем перебора индексных элементов в соответствии с одним из 192 выражений, определяющих структуру тела выбранной арифметической прогрессии (см. табл. 1.7).

В таблице 2.4 классификация проводится в соответствии с обозначениями

I и II - тела арифметических прогрессий,

III и IV - тела арифметических регрессий.

Арабскими цифрами 1...16 и подстрочными арабскими цифрами 1,2,3 обозначаются группы и отдельные прогрессии, отличающиеся арифметическими операциями и зависимостью общих членов от индексных координат (прямые и обратные зависимости).

Из всех тел арифметических прогрессий с целочисленными значениями начальных членов разностей и коэффициентов можно выделить только группы I.I.I...IV.2.3 (всего 24). Остальные рекуррентные тела являются телами дробно-рациональных чисел. Особое место занимают тела I.15.I...IV.16.3. Они, хотя и имеют выражения, подобные выражениям для общих членов арифметических прогрессий и регрессий на самом деле уже не являются рекуррентными телами, т.к. в соответствии с [10] последовательности вида $\{U_k\} = 1, 1/2, 1/3, \dots, 1/k$ не являются возвратными, т.е. указанные тела являются телами вырожденных прогрессий и регрессий.

Исходя из рекуррентных уравнений, для арифметических прогрессии одномерной систолической структуры выводятся рекуррентные уравнения для двух- и трехмерных систолических матриц.

$$U_{k+2} = 2U_{k+1} - U_k \text{ - в сторону возрастания индексов,} \quad (2.24)$$

$$U_k = 2U_{k+1} - U_{k+2} \text{ - в сторону убывания индексов.} \quad (2.25)$$

Общее рекуррентные уравнения для двухмерной матрицы имеет вид:

$$U_{n+2,k+2} = U_{n+1,k+2} + U_{n+2,k+1} - (1/2)(U_{n+2,k} + U_{n,k+2}) \quad (2.26.)$$

Для трехмерной матрицы:

$$U_{n+2,k+2,m+2} = (2/3)(U_{n+1,k+2,m+2} + U_{n+2,k+1,m+2} + U_{n+2,k+2,m+1}) - (1/3)(U_{n,k+2,m+2} + U_{n+2,k,m+2} + U_{n+2,k+2,m}) \quad (2.27.)$$

Приведенные двухмерные систолические матрицы могут быть построены одним из трех способов:

-если систолическая структура содержит в себе элементарные вычислители, обеспечивающие операции сложения и умножения индексов, определяющих координатное положение ее элементов, то трехмерные тела рекуррентных арифметических прогрессий могут быть получены прямым вычислением по выражениям табл. 2.4.;

-запись прогрессий может быть осуществлена в соответствии с выражениями. (2.24.), (2.25.) при соответствующих заданных начальных условиях для нулевых строк, при этом систолическая архитектура вычислителя должна обеспечивать операции суммирования числовых значений соседних элементов и умножения полученных значений на простые дроби.

Табл. 2.4.

	I	II	III	IV
1	1 $n+k^*m$	$n+m^*k$	$n-k^*m$	$n-m^*k$
	2 $k+n^*m$	$k+m^*n$	$k-n^*m$	$k-m^*n$
	3 $m+k^*n$	$m+k^*n$	$m-n^*k$	$m-k^*n$
2	1 $-n+k^*m$	$-n+m^*k$	$-n-k^*m$	$-n-m^*k$
	2 $-k+n^*m$	$-k+m^*n$	$-k-n^*m$	$-k-m^*n$
	3 $-m+n^*k$	$-m+k^*n$	$-m-n^*k$	$-m-k^*n$
3	1 $n+k^*/m$	$n+m^*/k$	$n-k^*/m$	$n-m^*/k$
	2 $k+n^*/m$	$k+m^*/n$	$k-n^*/m$	$k-m^*/n$
	3 $m+n^*/k$	$m+k^*/n$	$m-n^*/k$	$m-k^*/n$
4	1 $-n+k^*/m$	$-n+m^*/k$	$-n-k^*/m$	$-n-m^*/k$
	2 $-k+n^*/m$	$-k+m^*/n$	$-k-n^*/m$	$-k-m^*/n$
	3 $-m+n^*/k$	$-m+k^*/n$	$-m-n^*/k$	$-m-k^*/n$
5	1 $n+1/k^*m$	$n+1/m^*k$	$n-1/k^*m$	$n-1/m^*k$
	2 $k+1/n^*m$	$k+1/m^*n$	$k-1/n^*m$	$k-1/m^*n$
	3 $m+1/n^*k$	$m+1/k^*n$	$m-1/n^*k$	$m-1/k^*n$
6	1 $-n+1/k^*m$	$-n+1/m^*k$	$-n-1/k^*m$	$-n-1/m^*k$
	2 $-k+1/n^*m$	$-k+1/m^*n$	$-k-1/n^*m$	$-k-1/m^*n$
	3 $-m+1/n^*k$	$-m+1/k^*n$	$-m-1/n^*k$	$-m-1/k^*n$
7	1 $n+1/k^*/m$	$n+1/m^*/k$	$n-1/k^*/m$	$n-1/m^*/k$
	2 $k+1/n^*/m$	$k+1/m^*/n$	$k-1/n^*/m$	$k-1/m^*/n$
	3 $m+1/n^*/k$	$m+1/k^*/n$	$m-1/n^*/k$	$m-1/k^*/n$
8	1 $-n+1/k^*/m$	$-n+1/m^*/k$	$-n-1/k^*/m$	$-n-1/m^*/k$
	2 $-k+1/n^*/m$	$-k+1/m^*/n$	$-k-1/n^*/m$	$-k-1/m^*/n$
	3 $-m+1/n^*/k$	$-m+1/k^*/n$	$-m-1/n^*/k$	$-m-1/k^*/n$
9	1 $1/n+k^*m$	$1/n+m^*k$	$1/n-k^*m$	$1/n-m^*k$
	2 $1/k+k^*m$	$1/k+m^*n$	$1/k-n^*m$	$1/k-m^*n$
	3 $1/m+n^*k$	$1/m+k^*n$	$1/m-n^*k$	$1/m-k^*n$
10	1 $-1/n+k^*m$	$-1/n+m^*k$	$-1/n-k^*m$	$-1/n-m^*k$
	2 $-1/k+n^*m$	$-1/k+m^*n$	$-1/k-n^*m$	$-1/k-m^*n$
	3 $-1/m+n^*k$	$-1/m+k^*n$	$-1/m-n^*k$	$-1/m-k^*n$
11	1 $1/n+1/k^*m$	$1/n+1/m^*k$	$1/n-1/k^*m$	$1/n-1/m^*k$
	2 $1/k+1/n^*m$	$1/k+1/m^*n$	$1/k-1/n^*m$	$1/k-1/m^*n$
	3 $1/m+1/n^*k$	$1/m+1/k^*n$	$1/m-1/n^*k$	$1/m-1/k^*n$
12	1 $-1/n+1/k^*m$	$-1/n+1/m^*k$	$-1/n-1/k^*m$	$-1/n-1/m^*k$
	2 $-1/k+1/n^*m$	$-1/k+1/m^*n$	$-1/k-1/n^*m$	$-1/k-1/m^*n$
	3 $-1/m+1/n^*k$	$-1/m+1/k^*n$	$-1/m-1/n^*k$	$-1/m-1/k^*n$
13	1 $1/n+k^*/m$	$1/n+m^*/k$	$1/n-k^*/m$	$1/n-m^*/k$
	2 $1/k+n^*/m$	$1/k+m^*/n$	$1/k-n^*/m$	$1/k-m^*/n$
	3 $1/m+n^*/k$	$1/m+k^*/n$	$1/m-n^*/k$	$1/m-k^*/n$
14	1 $-1/n+k^*/m$	$-1/n+m^*/k$	$-1/n-k^*/m$	$-1/n-m^*/k$
	2 $-1/k+n^*/m$	$-1/k+m^*/n$	$-1/k-n^*/m$	$-1/k-m^*/n$
	3 $-1/m+n^*/k$	$-1/m+k^*/n$	$-1/m-n^*/k$	$-1/m-k^*/n$
15	1 $1/n+1/k^*/m$	$1/n+1/m^*/k$	$1/n-1/k^*/m$	$1/n-1/m^*/k$
	2 $1/k+1/n^*/m$	$1/k+1/m^*/n$	$1/k-1/n^*/m$	$1/k-1/m^*/n$
	3 $1/m+1/n^*/k$	$1/m+1/k^*/n$	$1/m-1/n^*/k$	$1/m-1/k^*/n$
16	1 $-1/n+1/k^*/m$	$-1/n+1/m^*/k$	$-1/n-1/k^*/m$	$-1/n-1/m^*/k$
	2 $-1/k+1/n^*/m$	$-1/k+1/m^*/n$	$-1/k-1/n^*/m$	$-1/k-1/m^*/n$
	3 $-1/m+1/n^*/k$	$-1/m+1/k^*/n$	$-1/m-1/n^*/k$	$-1/m-1/k^*/n$

2.3.3. Шестимерные систолические тела комплексных чисел

Цикл статей, опубликованных в докладах автора на I Всесоюзной конференции по однородным вычислительным средам и систолическим структурам в апреле 1990 г. [31] позволил распространить принципы систолического вычисления арифметических функций и математических констант на тела комплексных чисел.

Смысл систолических вычислений на однородных трехмерных вычислительных средах без применения аппарата векторного анализа и синтеза основан на том, что трехмерная индексная матрица сама по себе является векторной трехмерной вычислительной структурой. Пространственное положение каждого элемента (ячейки) такой матрицы однозначно определяется тремя значениями индексов n , k и m , отсчитываемых по одной из трех взаимно ортогональных координат, центрированных относительно нулевого (центрального) элемента систолической матрицы.

Вполне понятно, что, если в эту систолическую структуру одним из трех способов, описанных в [31], введены значения трехмерного функционала $U_{n,k,m}$, дискретизированного при целочисленных значениях аргументов n , k и m , то задача вычисления сводится лишь к обращению (считыванию) за результатом в искомую ячейку матрицы.

Систолическость - пульсирующее параллельное вычисление функционала - будет наблюдаться при вводе в матричную структуру соответствующих данному вычислению рекуррентных последовательностей по столбцам или строкам матрицы. Очевидно, что числовые значения рекуррентных функционалов действительных чисел $U_{n,k,m}$, в систолической матрице сами по себе являются трехмерными векторными величинами.

Известно [1], что теория возвратных последовательностей так же, как и ее расширенное толкование - теория рекуррентных последовательностей [7,11] являются точными аналогами теории линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Другими словами, теория рекуррентных последовательностей, оперирующая с параллельными и сдвигово-параллельными скалярными арифметическими операциями, приводит в

результате к вычислению многомерных векторных величин, минуя громоздкий аппарат векторных матричных вычислений.

Задавшись целью построения трехмерного тела комплексных чисел, мы априорно можем предположить, что систолическая структура однородной вычислительной среды в этом случае должна содержать в каждом своем элементе шестимерные числовые значения. Т.к. комплексный тензорный функционал $Z_{n,k,m}$, зависящий от значений действительных аргументов (индексов) n , k и m , кроме действительной части, будет содержать еще и мнимую часть.

Таким образом, основным требованием к систолической матрице вычислителя, оперирующего с комплексными величинами, является условие ее построения из элементарных ячеек, разделенных на две части, хранящие действительную и мнимую составляющие значения функционала $Z_{n,k,m}$.

Итого для трёхмерного систолического тела описываемого комплекснозначными величинами требуется шестимерный континуум.

2.4. Моделирование фрактальных упаковок пространства.

2.4.1. Физико-математическая модель плотной простой кубической упаковки пространства.

Прежде всего, рассмотрим, с точки зрения Е.С. Федорова ([21], отдел IV глава 13), основные принципы выполнения пространства. По Е.С. Федорову выполнением пространства называется «такое сочетание телесных фигур, при котором каждая грань каждой фигуры есть общая двум». Если систему выполняющих плоскость многоугольников переместить по какому-нибудь направлению на величину a , то путь, пройденный, каждой из плоских фигур представит собой телесную фигуру, а именно, призму с основанием – данным многоугольником, и боковыми ребрами, равными a . Эти призмы будут, очевидно, стереоэдрами, так как их совокупность представит собой слой, ограниченный двумя параллельными плоскостями. Такими слоями можно выполнить пространство.

Далее, Е.С. Федоров характеризует параллелоэдры, которыми можно выполнить пространство, замечая при этом, что параллелоэдр

есть парногранник. Физико-математическая модель плотной простой кубической упаковки пространства.

И, так как общая грань двух смежных фигур имеет обратное направление сторон, смотря по тому, будем ли мы рассматривать ее как грань одной или как грань другой фигуры, то, следовательно, эти две грани не равны, а обратно равны между собой. В результате в каждой из них должна заключаться пара граней параллельных и обратно равных; то же относится и ко всякой другой грани (элементарного симплекса, которым мы можем выполнять пространство – *замечание автора*). Другими словами, выполняя пространство многогранниками, необходимо рассматривать по каждой из информационных осей, проходящих через грани, ребра и вершины многогранников сумму двух Эйлеровых характеристик N^3 [31].

То есть элементарная операция трансляции в пространстве идет методом по-парного заполнения пространства элементарными симплексами. $N_{в.п}^3 = 2N_{эл.симплекса}^3$.

2.4.2. Плотные упаковки пространства

Любая линейная двумерная или объемная регулярная конфигурация по своей природе является фрактальной структурой. Действительно, в каждой из них наблюдается принцип разномасштабного подобия (в сторону увеличения R^D), иерархической упорядоченности распределения подобных R^D элементов внутри структуры, возможность выделения естественных и обусловленных центров фрактализации.

Кроме того, из наборов локальных элементов регулярных структур можно выделять (набирать) многомерные, в том числе и дробно-мерные конструкции.

Ко всем этим конструкциям применима характеристика числа информационных осей симметрии $N^3(R^D)$ - обобщенная Эйлерова характеристика.

Использование названных наборов арифметических прогрессий (табл.1.15 и табл. 4 [3]) обосновано необходимостью переноса разрабатываемой физико-математической модели на описание, как регулярных решетчатых структур, так и структур многогранного заполнения пространства по методам Е.С. Федорова и Вороного-Делоне [21,24,25,26].

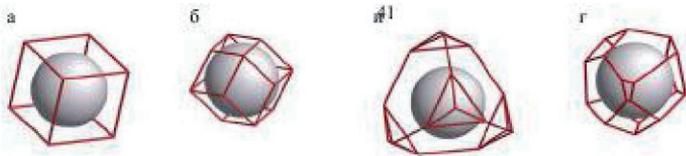


Рис 2.4. Многогранники Вороного для некоторых систем:

- простая кубическая решетка (а),
- гранецентрированная кубическая решетка (б),
- решетка алмаза (в),
- неупорядоченная упаковка (г).

Метод Вороного-Делоне базируется на использовании не отдельных многогранников, а целиком всей мозаики многогранников Вороного. Этот подход позволяет разбить всю систему пространственных структур на простейшие группы – т.е. осуществить разбиение системы на симплексы Делоне. Таким образом, при описании общей конструкции в динамике ее развития, например, при описании естественного роста кристаллической формы, последовательном формировании регулярной композитной структуры, синтезе фотонных кристаллов и т.д., локальные ячейки пространства необходимо рассматривать как самостоятельные симплексы.

И так же, как в конструкциях Вороного, грани, вершины, и ребра каждой примыкающей друг к другу ячейки создают свои числовые характеристики – числа информационных осей симметрии, приводимые к периферийным центрам регулярной структуры, т.е. к собственным центрам каждого симплекса.

Иными словами, каждая вершина и ребро элементарной ячейки регулярной структуры учитывается несколько раз, а каждая грань дважды, при вычислении рекуррентных последовательностей чисел $N^3(R^D)$, описывающих общую конструкцию. Например, описание периодического роста элементарного объема кубической формы по соседним граням описываются последовательностью, см. рис.2.5.

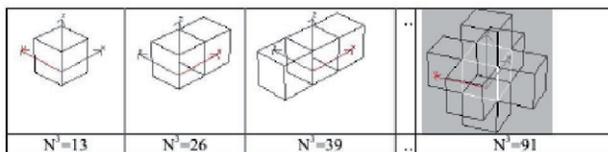


Рис. 2.5. Последовательность сочленения элементарных симплексов простой кубической решетки,

объединяемой по граням (7 элементов $N^3(R^D) \Rightarrow 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91$).

В свою очередь конструкция, получаемая в результате объединения нескольких многогранников пространства в группу преобразований, по принципам Делоне может образовывать симплекс следующего уровня.

Этот симплекс следующего уровня характеризуется своей числовой характеристикой $N^3(R^D)$. Этот подход позволяет нам разобраться в принципах формирования всех упаковок пространства:

- 3D упаковок ($N^3(R^3)$), простых кубических решеток, гранецентрированных кубических решеток
- 4D структур ($N^3(R^4)$)
- многомерных и фрактальных структур ($N^3(R^5, \dots, R^8)$)

Для замыкания симплекса второго и третьего уровней простой кубической 3D решетки необходимо построить симплекс второго подуровня, т.е. систему элементарных кубов, примыкающих к центральному симплексу по ребрам и по вершинам. Как известно, элементарных кубов, примыкающих к центральному кубу по ребрам - 12; поэлементное конструирование иррациональной конструкции (порядка 2) можно иллюстрировать рисунком (рис.2.6).

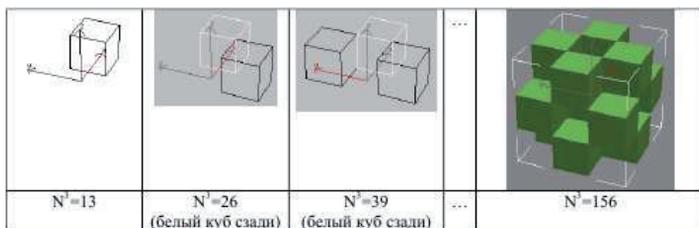


Рис.2.6. Последовательность сочленения элементарных симплексов простой кубической решетки, объединяемой по ребрам (12 элементов $N^3(R^D) \Rightarrow 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143, 156$).

Как видно из приведенных рисунков предлагаемые этапы выполнения плотной упаковки пространства отличаются по своим алгоритмам от выполнения пространства по Е.С.Федорову. Е.С. Федоров в своих определениях подразумевает выполнение пространства стереоэдрами, т. е. их совокупность представит собой слои,

ограниченные двумя параллельными плоскостями. В действительности пространство заполняется элементарными симплексами по всем информационным осям симметрии. Эти направления (оси) необходимо различать как рациональные направления, так и иррациональные с основаниями иррациональностей $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$, соответственно.

Следующим шагом построения полного симплекса простой кубической решетки, является построение 8 элементарных кубов, примыкающих к центральному кубу по вершинам. Этим кубов 8 (по числу вершин элементарного куба). Этот симплекс строится по иррациональным осям симметрии, с основанием иррациональности $\sqrt{3}$, соответственно.

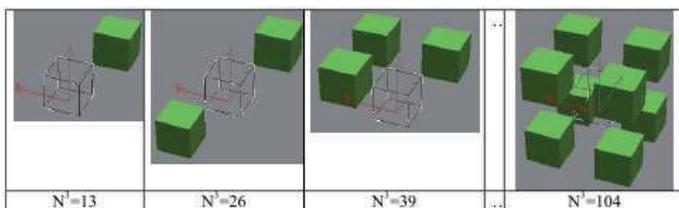


Рис. 2.7. Последовательность сочленения элементарных симплексов простой кубической решетки, объединяемой по вершинам (8 элементов $N^3(R^D) \Rightarrow 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104$).

Учитывая определение Е.С. Федорова [21] по принципам выполнения пространства, вполне очевидно, что пространственное сочетание телесных фигур при плотной упаковке пространства осуществляется по парным распространением этих фигур по каждой из информационных осей симметрии, мы приходим к заключению, что последовательности Эйлеровых характеристик для операций пространственной трансляции удваиваются.

Другими словами, Эйлеровы характеристики симплексов второго и третьего уровня будут определяться уже из выражения

$$N_{\text{симплексов}}^{3+2} = T + F + R \quad (2.28)$$

где T – вершины, F – грани, R – ребра.

В результате мы приходим к попарным последовательностям с замыканием периодических характеристик на числа N^{3+2}_{max}
 $N^{3+2}_p \Rightarrow 26, 52, 78$ – рациональный симплекс первого уровня,

$N^{3+2}_{i\sqrt{2}} \Rightarrow 26, 52, 78, 104, 130, 156$ – иррациональный симплекс второго уровня (по осям $\sqrt{2}$),

$N^{3+2}_{i\sqrt{3}} \Rightarrow 26, 52, 78, 104$ – иррациональный симплекс третьего уровня (по осям 3)

И общая характеристика законченного симплекса трансформаций элементарных кубов при плотном заполнении пространства простой кубической решетки N_{Σ}^{3+2} (куба) = 338.

Соответственно последовательности с начальными членами равными 0 и разностями $n \Rightarrow 26, 78, 104, 156$ и замыкаемые на числах 338, необходимо искать в телах арифметических прогрессий с большей параметрической размерностью p . Такие прогрессии найдены и найдены локальные объемы трансляций простой кубической решетки при ее заполнении пространства 3D матрицы арифметических прогрессий.

При этом учитывалось, что трансляция от элементарного симплекса к симплексу третьего уровня, в котором вокруг центрального простого симплекса попарно наращивается еще 26 кубов, приведет к прогрессиям с начальными членами $N^3 = 26$ и границам тела $N^3_{\text{гран}} = 13 \cdot 26 = 338$

В [3], в разделе 1.2.3. мы показали, какими эволюционными трансформациями получается многогранник – куб. Покажем дополнительные построения симплексов фигур с $N^3_{\text{эле}} \Rightarrow 3, 7$.

Вокруг пространственной конфигурации с $N_{\text{эле}}^{3+2}(3)$ укладывается шесть простейших симплексов: 2 по граням, 2 по ребрам и 2 по вершинам.

Примечание: $N_{\text{эле}}^{3+2}(N)$ и далее – в скобках указана функциональная зависимость характеристики N , отнесенная к числовой характеристике порождающего многогранника.

В частности при $N=3$ имеем в качестве порождающего многогранника трехмерный двугранник.

Соответственно, суммарный простой симплекс $N_1^{3+2}(3) = 3 \cdot 6 = 18$ [по парный рост

$N^{3+2}(3) \Rightarrow 6, 12, 18$].

Вокруг элементарного тела с $N_2^{3+2}(7) = 7$ (что соответствует правильному тетраэдру), в пространстве с плотной упаковкой располагается 14 дополнительных тетраэдров:

-4 по граням – рациональные направления,

-6 по ребрам – первые иррациональные направления,

-4 по вершинам – вторые иррациональные направления.

Соответственно, суммарный простой симплекс тетраэдров $N_{\max}^{3+2}(7) = 7 \cdot 14 \cdot 98$ [по парный рост].

$N^3(7) \Rightarrow 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98$

Примеры размещения последовательностей, образованных числовыми характеристиками 3D конфигурации с начальными симплексами $N_0^{3+2} \Rightarrow 6, 14, 26$, соответствующих элементарным симплексам $N_0^3 \Rightarrow 3, 7, 13$, приведены в табл. 2.5.

Все вышеприведенные последовательности матрицы

$$\{U^{3+2}_{m,n,k}\} = 2mn + 2nk + 2km \quad (2.29)$$

показаны границы симплексов последовательных трансформаций $N_0^{3+2} \Rightarrow 6, 14, 26$

Табл. 2.5. Примеры 3D конфигураций с начальными симплексами $N_0^{3+2} \Rightarrow 6, 14, 26$

	m = 0																													
nk	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
14	-392	-368	-336	-306	-280	-252	-224	-196	-168	-140	-112	-84	-56	-28	0	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280	306	336	364	392	
13	-384	-352	-312	-272	-232	-192	-152	-112	-72	-32	8	48	96	144	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	
12	-384	-336	-288	-240	-192	-144	-96	-48	0	48	96	144	192	240	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	
11	-368	-320	-272	-224	-176	-128	-80	-32	0	32	64	96	128	160	0	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	
10	-280	-240	-200	-160	-120	-80	-40	0	40	80	120	160	200	240	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	
9	-252	-216	-180	-144	-108	-72	-36	0	36	72	108	144	180	216	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	
8	-224	-192	-176	-160	-144	-128	-112	-96	-80	-64	-48	-32	-16	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	
7	-196	-168	-154	-140	-126	-112	-98	-84	-70	-56	-42	-28	-14	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	
6	-168	-154	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	
5	-140	-132	-120	-110	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	
4	-112	-104	-96	-88	-80	-72	-64	-56	-48	-40	-32	-24	-16	-8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	
3	-84	-76	-72	-66	-60	-54	-48	-42	-36	-30	-24	-18	-12	-6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	
2	-56	-52	-48	-44	-40	-36	-32	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	
1	-28	-26	-24	-22	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
-1	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10	-12	-14	-16	-18	-20	-22	-24	-26	-28	
-2	56	52	48	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20	-24	-28	-32	-36	-40	-44	-48	-52	-56	
-3	84	76	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30	-36	-42	-48	-54	-60	-66	-72	-78	-84	
-4	112	104	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	
-5	140	132	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90	-100	-110	-120	-130	-140	
-6	168	154	144	132	120	108	96	84	72	60	48	36	24	12	0	-12	-24	-36	-48	-60	-72	-84	-96	-108	-120	-132	-144	-156	-168	
-7	196	180	168	154	140	126	112	98	84	70	56	42	28	14	0	-14	-28	-42	-56	-70	-84	-98	-112	-126	-140	-154	-168	-182	-196	
-8	224	208	192	176	160	144	128	112	96	80	64	48	32	16	0	-16	-32	-48	-64	-80	-96	-112	-128	-144	-160	-176	-192	-208	-224	
-9	252	234	216	198	180	162	144	126	108	90	72	54	36	18	0	-18	-36	-54	-72	-90	-108	-126	-144	-162	-180	-198	-216	-234	-252	
-10	280	264	240	220	200	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	-80	-100	-120	-140	-160	-180	-200	-220	-240	-260	-280	
-11	308	288	264	242	220	198	176	154	132	110	88	66	44	22	0	-22	-44	-66	-88	-110	-132	-154	-176	-198	-220	-242	-264	-286	-308	
-12	336	312	288	264	240	216	192	168	144	120	96	72	48	24	0	-24	-48	-72	-96	-120	-144	-168	-192	-216	-240	-264	-288	-312	-336	
-13	364	336	312	288	264	240	216	192	168	144	120	96	72	48	24	0	-24	-48	-72	-96	-120	-144	-168	-192	-216	-240	-264	-288	-312	-336
-14	392	364	336	308	280	252	224	196	168	140	112	84	56	28	0	-28	-56	-84	-112	-140	-168	-196	-224	-252	-280	-308	-336	-364	-392	

Принцип общей упаковки по главным диагоналям пространственных структур числовых характеристик в кубической числовой матрице (2.29) приведен на рис.2.8.

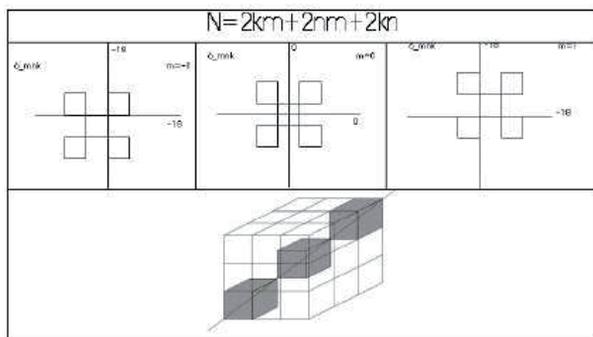


Рис. 2.8. Общая упаковка по главным диагоналям.

Как это очевидно из приведенных иллюстраций, в кубической числовой матрице (2.19), хорошо укладываются все основные преобразования регулярных решеток плотной упаковки пространства с элементарными симплексами в виде тетраэдров и кубов. Зоны симметрии более высокого уровня пространственных конфигураций, с характеристиками N^{3+2} меньшего уровня, перекрывают зону простейшего симплекса следующего уровня.

По аналогии с построениями симплексов трех уровней плотной кубической упаковки, построим три симплекса шаровых полостных структур, соответственно:

- рациональной структуры (образуется из семи сфер с радиусами сфер, вписанных в середины граней элементарного куба)
 - первой иррациональной структуры (образуется из центральной сферы и двенадцати сфер с радиусами сфер, вписанных в середины ребер элементарного куба)
 - второй иррациональной структуры (образуется из центральной сферы и восьми сфер с радиусами сфер, описанных вокруг элементарного куба)
- Эти конструкции сфероидных симплексов простого заполнения пространства приведены на Рис. 2.9.

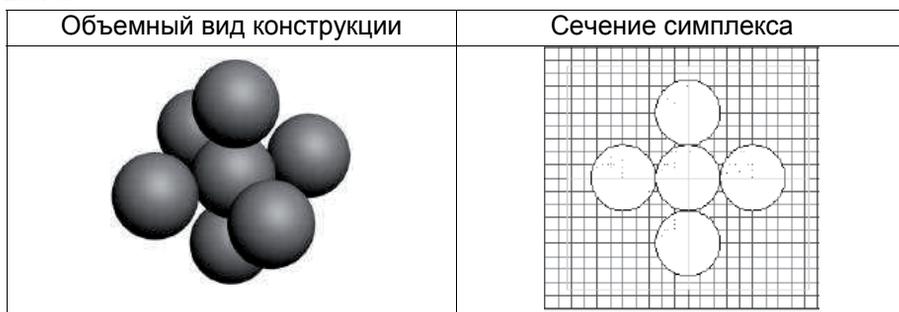
Необходимость построения шаровых и полостных (состоящих из сфер) конфигураций плотного выполнения пространства, с тремя радиусами R , $\sqrt{2} R$, $\sqrt{3} R$, объясняется не столько сравнениями с плотными упаковками по Вороному-Делоне [24-25], (смотри Рис. 2.9. д), и с плотными упаковками Р. Фуллера [22,23], (смотри Рис. 2.9.

г). А она обусловлена рассмотрением принципов комплексного отображения поверхностных форм во внутреннее и внешнее пространства, относительно исходного симплекса. [4,5,18].

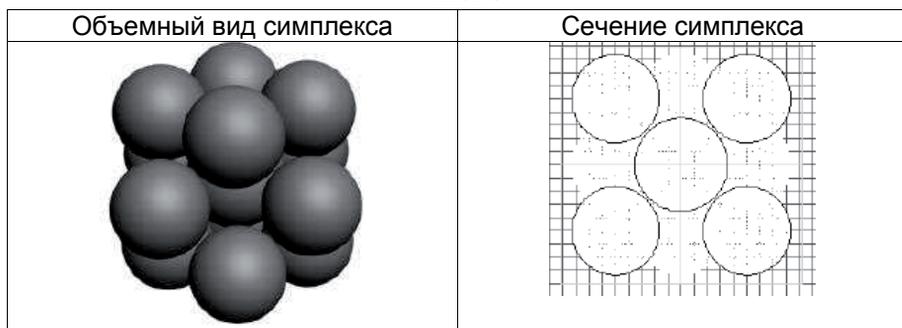
Действительно, шаровая упаковка по Вороному-Делоне, с точки зрения связанной пространственной конфигурации (Рис. 2.9 д) является неустойчивой конструкцией, а упаковка пространства по Р. Фуллеру (Рис. 2.9 г) уже не является простой кубической. Эта конструкция является гранецентрированной решеткой.

Гносеологические основания введения конструкций Рис. 2.9 а-в мы поясним в заключающих Главах 3 и 4. Здесь же, следует предварительно снова отметить, что плотная упаковка пространства может быть осуществлена либо в виде набора элементарных симплексов, укладываемых по направлениям всех информационных осей симметрии (определение введено в [3] и разделе 1.2.1), либо путем концентрического послойного наращивания само подобных элементарному симплексу пространственных форм.

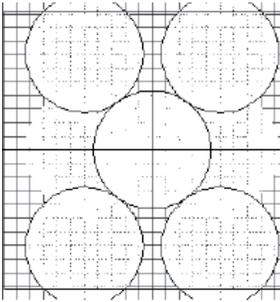
2.9. а



2.9. б



2.9. в

Объемный вид симплекса	Сечение симплекса (косая проекция)
	

2.9. г.

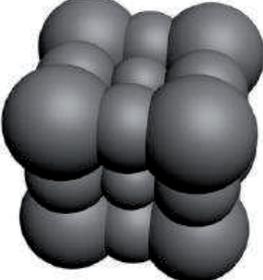
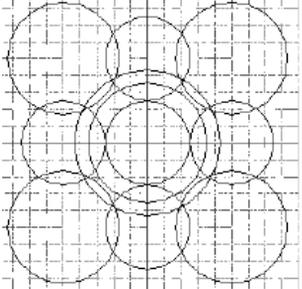
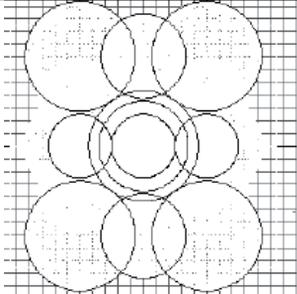
Объемный вид симплекса	Сечение симплекса
	
<p>Д. Сечение симплекса (плоскость, содержащая две информационные оси 3)</p>	
	

Рис. 2.9. Конструкции сфероидных симплексов простого заполнения пространства, промоделированные в программе CoreIDRO

- 2.9. а. Рациональный симплекс шарового эквивалента простой плотной кубической упаковки пространства (состыковка по граням).
- 2.9. б. Иррациональный ($\sqrt{2}$) симплекс шарового эквивалента простой плотной кубической упаковки пространства (состыковка по ребрам).
- 2.9. в. Иррациональный ($\sqrt{3}$) симплекс шарового эквивалента простой плотной кубической упаковки пространства (состыковка по вершинам).
- 2.9. г. Суммарный симплекс шарового эквивалента простой плотной кубической упаковки пространства.

При выводе топологических размерностей автор использовал аксиоматический аппарат (2.1...2.5)

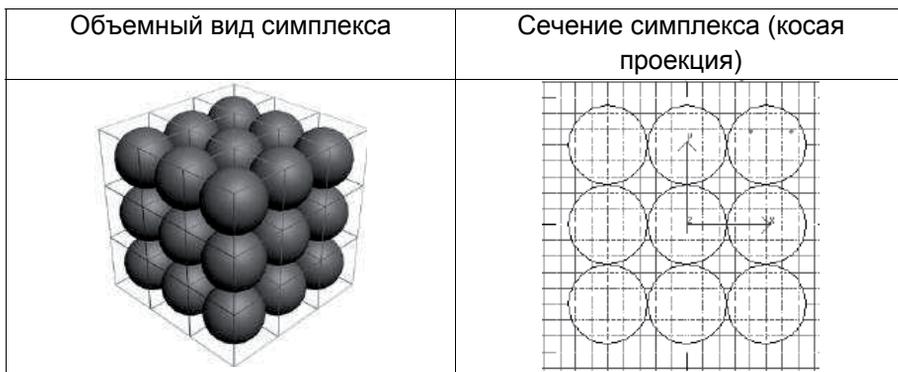
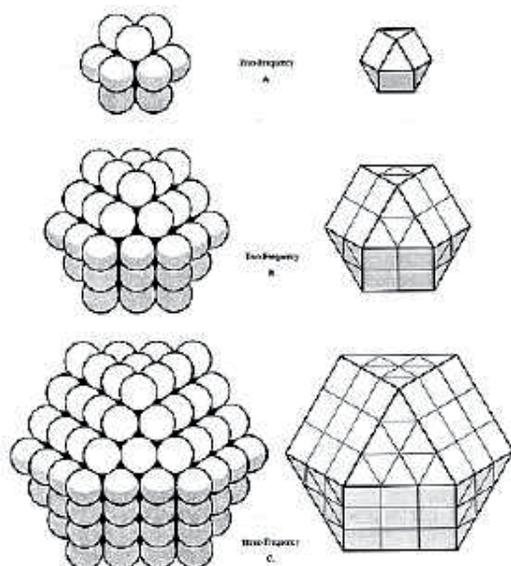


Рис. 2.10. Сравнение с суммарным симплексом шарового эквивалента простой плотной кубической упаковки пространства по Вороному-Делоне [24-26].



2.11. Сравнение с суммарными симплексами шаровых эквивалентов простой плотной упаковки пространства по конструкциям Fuller R. Buckmister [22, 23].

В основе метода лежат операции фрактального масштабирования и разнесения исходных фигур в новые центры пространственной фрактализации, так же как это осуществлено с пространственным построением сверхплотной конфигурации – “абсолютный куб” [17].

2. 4.3. Физико-математическая модель сверх-плотной кубической упаковки пространства.

Раздел написан по авторской публикации с соавторами [27]

Как показано в работах Н.А. Стрелкова [15], универсальность оптимальных решеток наблюдается при аппроксимации в пространствах Соболева, когда одна и та же решетка, сопряженная к которой порождает сверхплотную N – кратную укладку одинаковых шаров при выполнении пространства в Евклидовом пространстве E_n , является оптимальной одновременно для всей совокупности пар (W_s^2, W_m^2) при любых $s < m$.

Примечание: Пространство Соболева $W_p^R(\Omega)$ определено и впервые применено в теории краевых задач математической физики [28...30]. Благодаря тому, что в определении пространстве Соболева С.Л. участвуют не обычные, а обобщенные функции, классы W_p получили обобщение на случай дробных чисел или векторов, т.е. рассматриваются как Банаховы пространства вложений [29].

В результате сделан вывод, что свойство решеток быть оптимальными универсально, и не зависит от s и m .

Н.А. Стрелковым показана оптимальность решетки для $n=3$ – решетка с базисом $(1,1,-1)$, $(1,-1,1)$ $(-1,1,1)$ так называемая бсс – решетка, получаемая из кубической решетки добавлением центров фундаментальных кубов, или что, то же самое, объединение двух кубических решеток, сдвинутых одна относительно другой на полшага в каждом из трех направлений ребер.

А эта структура, как легко видеть, является структурой вложений простых кубических решеток и порождающих сверхплотные упаковки полностью соответствует концепции ВІР «Айрэс» построения “абсолютного куба” [17, 27]. В тоже время, как замечание Н.А. Стрелкова, так и общие представления концепции ВІР «Айрэс», не учитывают, что объединение двух кубических решеток порождает сверхплотную, но не ортогонально сопряженную $2\pi\Lambda^*$ решетку.

Поэтому в данном разделе мы рассматриваем конструкцию абсолютного куба ВІР «Айрэс» как сверхплотную, но не плотнейшую упаковку. Задача описания алгоритмов построения плотнейших ортогонально сопряженных решеток как базовых фрактальных топологий будет излагаться в Главе 3.

2. 4.3. 1. Анализ структурной топологии “абсолютный куб”

По аналогии с простой плотной упаковкой пространства кубической решеткой [4] и разделу 1.2.4. покажем, как строятся симплексы (фрактальная топология) абсолютного куба [17,27]. На рис. 2.12. приведены схематические конструкции фрактальных топологий абсолютного куба по монографии [17].

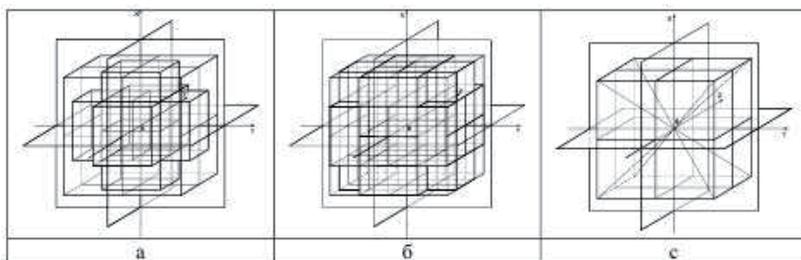


Рис. 2.12. Фрактальная топология “абсолютного куба”. [17].

Как видно из рис.2.12. построение этой фрактальной топологии осуществляется по группам объединения 13 осей:

- а) по 3 – грани центрическим осям (рис. 2.12. а.) – 6 кубов
- б) по 6 – реберным осям порядка $\sqrt{2}R$ (рис. 2.12. б.) – 12 кубов
- с) по 4 – вершинным осям порядка $\sqrt{3}R$ (рис. 2.12. с.) – 8 кубов
- д) центральный куб.

В результате, общий вид абсолютного куба (рис. 2.18.) состоит из 64 базисных сегментов, дающих в различных модификациях сборки «по четыре» двадцать семь кубов ($1 + 6 + 12 + 8 = 27$), определяющих внешнюю форму как 27 сочлененных (трансферических) центральных модулей.

Другими словами здесь, как и в случае простой кубической решетки, фрактальная конструкция первого уровня строится также из 27 элементарных симплексов кубов.

Однако во фрактальной конструкции “абсолютного куба” эти кубы взаимно пересекаются, образуя более плотную упаковку.

В простой кубической упаковке пространства, радиус сферы охватывающей общий

$$\text{симплекс } R_{fp} = 3/2 \cdot \sqrt{3}R_{in} \quad (2.30)$$

В абсолютном кубе этот радиус

$$R_{ac} = \sqrt{3}R_{in} \quad (2.31)$$

где R_{in} – радиус вписанной сферы в элементарную ячейку (элементарный симплекс), как это показано на рис. 2.13.

R_{fp} и R_{ac} – радиусы симплексов первого уровня плотной упаковки и абсолютного куба, соответственно.

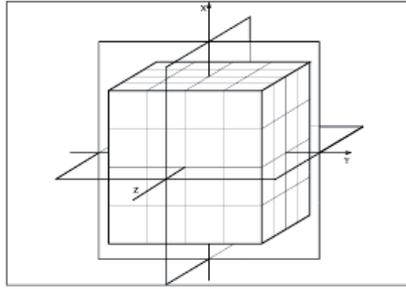


Рис. 2.13. Общий симплекс (вид) абсолютного куба [17].

Как отмечалось выше, построение структуры “абсолютного куба” осуществляется объединением двух кубических решеток. Это значит, что Эйлеровы характеристики для операций трансляции при выполнении пространства по алгоритмам фрактальной топологии – абсолютный куб, определяются путем учетверения Эйлеровых характеристик элементарного симплекса – выбранной телесной фигуры. Т.е. по индукции, аналогично выводу для плотной упаковки куба последовательности парных Эйлеровых характеристик вычисляются из выражения

$$N_{\text{Симплекса}}^{3+4} = 2(T+F+R) \quad (2.32)$$

$$N_p^{3+4 \text{ абол. куба}} \Rightarrow 52, 104, 156$$

$$N_i^{3+4} (\sqrt{2}/2) \Rightarrow 52, 104, 156, 208, 260, 312$$

$$N_i^{3+4} (\sqrt{3}/2) \Rightarrow 52, 104, 156, 208$$

$$\text{и } N_{\Sigma \text{куба}}^{3+4} = N_p^{3+4} + N_i^{3+4} (\sqrt{2}/2) + N_i^{3+4} (\sqrt{3}/2) = 676 \quad (2.33)$$

(\Rightarrow – знак, обозначающий выделение значений последовательности N^{3+4} , при росте рациональных и иррациональных симплексов сверхплотной кубической упаковки).

Размещение этих последовательностей необходимо искать в теле арифметических *прогрессий вида*

$$\{U_{m,n,k}^{3+4}\} = 4mn + 4mk + 4nk \quad (2.34)$$

Для тел $N^{3+4}(3)$ и $N^{3+4}(7)$ также выводим соотношение:

Вокруг тетраэдра с в пространстве со сверхплотной упаковкой также располагается 14 дополнительных тетраэдров

$$N_{\text{элемент}}^{3+4}(7) = 7$$

4 по граням – рациональные направления,

6 по ребрам – первые иррациональные направления,
 4 по вершинам – вторые иррациональные направления.

Эйлера характеристика рационального симплекса тетраэдров
 $N_{\max}^{3+4}(7) = 7 \cdot 4 = 28$

Соответственно, суммарный простой симплекс тетраэдров $N_{\max}^{3+4}(7) = 14/2 \cdot 28 = 196$ (по- парный рост $N^{3+4}(7) \Rightarrow 0, 28, 56, 84, 112, 140, 168, 196$). Вполне очевиден вывод, что по- парное переименование элементарных симплексов приводит к построению вложенных сеточных конструкций рациональных и иррациональных симплексов, для которых последовательности Эйлеровых характеристик $N^{3+4}(3)$ и $N^{3+4}(7)$, также как и для абсолютного куба учетверяются при каждом конструировании симплексов.

Примеры размещения последовательностей, образованных числовыми характеристиками 3D конфигурации с начальными симплексами $N_0^{3+4} \Rightarrow 12, 28, 52$, соответствующих элементарным симплексам $N_0^3 \Rightarrow 3, 7, 13$, приведены в табл. 2.6.

Исходя из приведенных рассуждений, на табл. 2.5 и рис. 2.14. показаны фрагмент плоскости тела арифметических прогрессий (2.24) для $m=0$. На этом фрагменте выделены области трансляции фигур с элементарными симплексами $N_3^3 = 3, 7, 13$.

		m = 0																												
nk	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
14	-784	-726	-672	-616	-560	-504	-448	-392	-336	-280	-224	-168	-112	-56	0	56	112	168	224	280	336	392	448	504	560	616	672	728	784	
13	-678	-676	-674	-672	-670	-668	-666	-664	-662	-660	-658	-656	-654	-652	0	52	104	156	208	260	312	364	416	468	520	572	624	676	728	
12	-672	-670	-678	-676	-684	-692	-700	-708	-716	-724	-732	-740	-748	-756	-764	-772	-780	-788	-796	-804	-812	-820	-828	-836	-844	-852	-860	-868	-876	-884
11	-616	-572	-528	-484	-440	-396	-352	-308	-264	-220	-176	-132	-88	-44	0	44	88	132	176	220	264	308	352	396	440	484	528	572	616	
10	-580	-520	-480	-440	-400	-360	-320	-280	-240	-200	-160	-120	-80	-40	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	
9	-504	-468	-432	-396	-360	-324	-288	-252	-216	-180	-144	-108	-72	-36	0	36	72	108	144	180	216	252	288	324	360	396	432	468	504	
8	-448	-416	-384	-352	-320	-288	-256	-224	-192	-160	-128	-96	-64	-32	0	32	64	96	128	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	
7	-392	-354	-316	-278	-240	-202	-164	-126	-88	-50	-12	26	64	102	140	178	216	254	292	330	368	406	444	482	520	558	596	634	672	
6	-336	-312	-288	-264	-240	-216	-192	-168	-144	-120	-96	-72	-48	-24	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	
5	-280	-260	-240	-220	-200	-180	-160	-140	-120	-100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	
4	-224	-208	-192	-176	-160	-144	-128	-112	-96	-80	-64	-48	-32	-16	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	
3	-168	-156	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	
2	-112	-104	-96	-88	-80	-72	-64	-56	-48	-40	-32	-24	-16	-8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	
1	-56	-52	-48	-44	-40	-36	-32	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
-1	96	52	48	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20	-24	-28	-32	-36	-40	-44	-48	-52	-56	
-2	112	104	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	
-3	160	156	144	132	120	108	96	84	72	60	48	36	24	12	0	-12	-24	-36	-48	-60	-72	-84	-96	-108	-120	-132	-144	-156	-168	
-4	224	220	192	176	160	144	128	112	96	80	64	48	32	16	0	-16	-32	-48	-64	-80	-96	-112	-128	-144	-160	-176	-192	-208	-224	
-5	280	260	240	220	200	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	-80	-100	-120	-140	-160	-180	-200	-220	-240	-260	-280	
-6	336	312	288	264	240	216	192	168	144	120	96	72	48	24	0	-24	-48	-72	-96	-120	-144	-168	-192	-216	-240	-264	-288	-312	-336	
-7	392	364	336	308	280	252	224	196	168	140	112	84	56	28	0	-28	-56	-84	-112	-140	-168	-196	-224	-252	-280	-308	-336	-364	-392	
-8	448	416	384	352	320	288	256	224	192	160	128	96	64	32	0	-32	-64	-96	-128	-160	-192	-224	-256	-288	-320	-352	-384	-416	-448	
-9	504	468	432	396	360	324	288	252	216	180	144	108	72	36	0	-36	-72	-108	-144	-180	-216	-252	-288	-324	-360	-396	-432	-468	-504	
-10	560	520	480	440	400	360	320	280	240	200	160	120	80	40	0	-40	-80	-120	-160	-200	-240	-280	-320	-360	-400	-440	-480	-520	-560	
-11	616	572	528	484	440	396	352	308	264	220	176	132	88	44	0	-44	-88	-132	-176	-220	-264	-308	-352	-396	-440	-484	-528	-572	-616	
-12	672	624	576	528	480	432	384	336	288	240	192	144	96	48	0	-48	-96	-144	-192	-240	-288	-336	-384	-432	-480	-528	-576	-624	-672	
-13	728	676	624	572	520	468	416	364	312	260	208	156	104	52	0	-52	-104	-156	-208	-260	-312	-364	-416	-468	-520	-572	-624	-676	-728	
-14	784	728	672	616	560	504	448	392	336	280	224	168	112	56	0	-56	-112	-168	-224	-280	-336	-392	-448	-504	-560	-616	-672	-728	-784	

Табл. 2. 6. Тело арифметических прогрессий вида $\{U_{m,n,k}^{3+4} = 4mn + 4mk + 4nk\}$.

На примере симплекса $N_{\text{эл}}^3=3$ показаны выделения областей объемной трансляции в теле (2.34). Пояснения распределения упаковок последовательностей Эйлеровых характеристик в теле (2.34) иллюстрируются рисунком 2.14.

Характерно, что локальный объем последовательностей трансляции Эйлеровых характеристик полного симплекса, с основанием прогрессии $N_{\text{эл}}^3$ в ряду $N^3=0, 1, 3, 7, 13, 21, 31\dots$ предыдущего элемента по всему телу арифметических прогрессий N^{3+4} (2.24.), вписывается в границы тела (каркаса) трансляции (последовательностей Эйлеровых характеристик) для симплексов следующей конфигурации.

Например, трансляции абсолютного куба тела арифметических прогрессий (2.34.) для телесных фигур, имеющих $N_{\text{эл}}^3=3$, занимают объем с изменениями индексов $m, n, k = \pm 6$, т.е. не перекрывают реберную конструкцию, составленную из последовательностей трансляций Эйлеровых характеристик для $N_{\text{эл}}^3=7$ (т.е. тетраэдра, занимающего объем).

В свою очередь, последовательности всех трансляций симплексов второго и третьего уровней абсолютного куба арифметических прогрессий N^{3+4} (2.34.), составленных из Эйлеровых характеристик трансляций тетраэдра занимают объем тела арифметических прогрессий $\{U_{m=n=k=\pm 12}^{3+4}\}$, которое плотно перекрывает каркас преобразований элементарного симплекса куба $m=n=k=\pm 13$ и т.д. Эта особенность конструкции симплексов в теле арифметических прогрессий (2.34) полностью подтверждает сверх плотность сдвоенных решеток, построенных по топологии “абсолютного куба” [17].

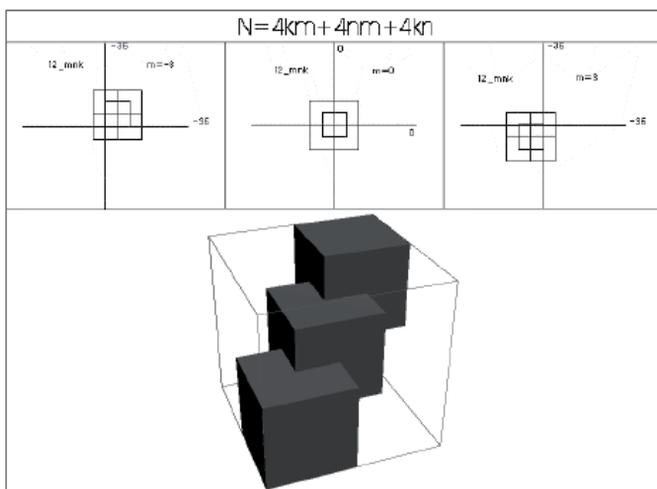


Рис. 2.14. Пространственное расположение элементов абсолютного куба в теле арифметических прогрессий $N^{3+4}=4mk+4kn+4nm$ по главной диагональной оси.

2.4.3. 2. Синтез сфероидных полостных структур по топологии “абсолютный куб”.

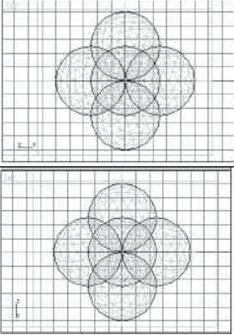
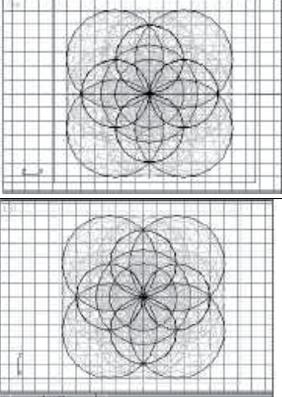
В результате топологических исследований возможных пространственных конфигураций при выполнении пространства и их четкой привязки к пространственным конфигурациям в проекционно-сеточных телах арифметических прогрессий, составляемых из комбинаторного набора целочисленных арифметических прогрессий (табл. 2.4.), следует, что фрактальная конструкция, положенная в основу фрактальных технологий VIP «Айрэс», является сверхплотной оптимальной проекционно-сеточной конфигурацией. Топологии двумерных схем можно получить путем сечения сферических эквивалентов, построенных на базе абсолютного куба (рис. 2.15.).

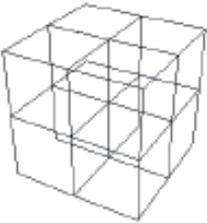
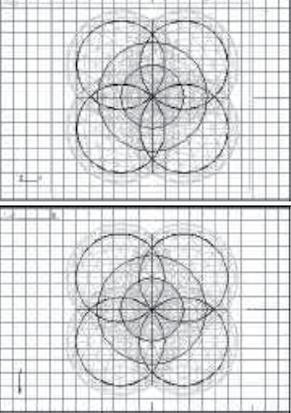
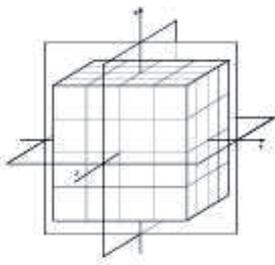
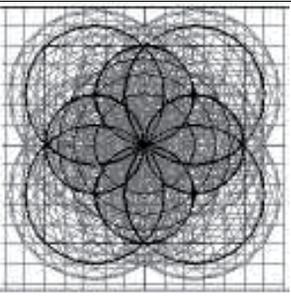
Из приведенных ниже рисунков, соответствующих сечениям абсолютного куба, видно, что сечение первого симплекса “абсолютного куба”, выполненного в виде сфер (7-рациональных сфер), соответствует топологии существующих дифракционных элементов фонда “AIRES”. Три других сечения (1+6+12, 1+8 и 1+6+12+8) порождают новые топологии 2D резонаторов.

Анализ полученных результатов позволяет сделать выводы о том, что в существующие топологии схем «Айрэс» требуется ввести коррекции для усиления действия дифракционных структур и резонансных свойств взаимодействия этих элементов с естественными и техногенными полями.

Целесообразность предлагаемой коррекции вытекает из приведенных выше сравнений топологических конструкций, в частности, конструкции абсолютного куба с проекционно-сеточными телами арифметических прогрессий. Из чего следует, что конструкция абсолютного куба, представленная в виде наборов сфер, создаст упорядоченную дифракционную структуру с усилением резонансных свойств в случае, если в «нулевом» центре фрактализации и в периферийных центрах будут пересекаться все сферы элементарных пространственных тел, образующих полный симплекс абсолютного куба. А это значит, что в двумерной топологии должны быть использованы окружности радиусов вписанной в элементарный симплекс сферы и окружности, описанной вокруг него, а также окружности с радиусом сферы, вписанной в его ребра. (Характерно, что в центральных сечениях полного симплекса «абсолютного куба», выполненного из базовых сфер, сечения 8 сфер иррационального радиуса, равного $R^3 = \sqrt{3} \cdot R_{in}$ (малый сегмент), совпадают с центральными сечениями иррациональных сфер $R_{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot R_{in}$)

Для всех многогранных и шаровых упаковок пространства в описываемой физико-математической модели получены параметрические описания и промоделированы в специализированной программе MathCAD 2000 Professional уравнения в символьном гиперкомплексном виде. Это описание базируется на выводе системы уравнений геометрического поля пространственных частот как результат решения задачи математических бильярдов в круге. Вывод уравнений изложен в настоящей Главе, а результаты моделирования в программе MathCAD 2000 Professional излагаются в заключительной Главе 4.

<p>Сверхплотная кубическая упаковка (6 кубов по X,Y,Z)</p>	<p>Сверхплотная сферическая упаковка (6 сфер $r_1=L/4$ по X,Y,Z)</p>	<p>Центральные сечения сферической упаковки</p>
		
<p>Сверхплотная иррациональная кубическая упаковка (12 кубов по реберным осям $\sqrt{2}$)</p>	<p>Сверхплотная иррациональная сферическая упаковка (12 сфер $r_3=\sqrt{2}\cdot L/4$ по реберным осям)</p>	<p>Центральные сечения сферической упаковки</p>
		

<p>Сверхплотная иррациональная кубическая упаковка (8 кубов по вершинным осям $\sqrt{3}$)</p>	<p>Сверхплотная иррациональная сферическая упаковка (8 сфер $r_2=\sqrt{3}\cdot L/4$ по вершинным осям)</p>	<p>Центральные сечения сферической упаковки</p>
		
<p>Сверхплотная суммарная кубическая упаковка</p>	<p>Сверхплотная суммарная сферическая упаковка</p>	<p>Сечения сферической упаковки</p>
		<p>центральное</p> 

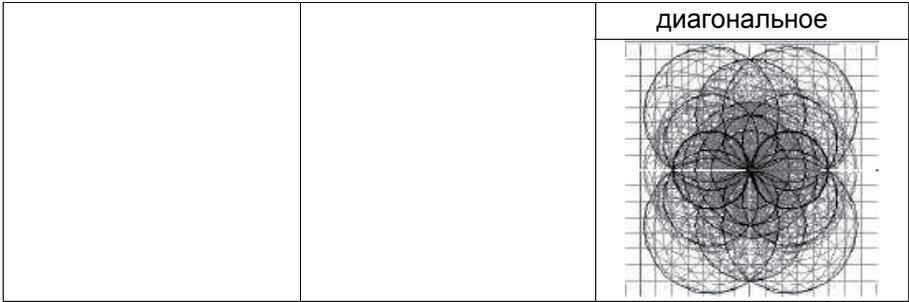


Табл. 2.7. Этапы фрактализации абсолютного куба и 3-d модуля «Айрэс».

Выводы по Главе 2.

1. В исследовании удалось структурировать различные рекуррентные последовательности числового континуума.
2. Расширены общие представления о классификации числовых структур.
3. Показаны и обоснованы возможности построения из различных рекуррентных последовательностей 2D и 3D числовых конфигураций. Это позволяет подойти к описанию как рациональных, так и иррациональных (в общем случае гиперкомплексных) числовых систем на языке рекуррентных целочисленных характеристик, “погружаемых” на целочисленные сеточные проекционные структуры, т.е. на подпространства Н.А. Соболева [28...31] .
4. Найдена и обоснована минимизированная Эйлера характеристика

$$N^d = \frac{T+F+R}{2} = R+1 = T+F-1, \quad \text{согласующаяся с известными}$$

$$S^d = \frac{(q-1) \cdot T + F + (p-1) \cdot R}{2}, \quad \text{где}$$

- характеристиками из теории симметрии
- d- топологическая размерность характеристики,
- T- число вершин,
- F- число граней,
- R- число ребер многогранников,
- S^d- классическое число симметрий,
- N^d- число информационных осей симметрии.

5. Введение минимизированной Эйлеровой характеристики позволило автору обнаружить прямую зависимость последовательных трансформаций многогранников с 3D решеточной структурой, выведенных автором 192 типов возможных арифметических прогрессий. Другими словами найдена единая 3D таблица трансформаций многогранников $\{U^{3+1}_{m,n,k} = m + nk\}$ и выполнен анализ этих трансформаций, характеризующихся в плоскости при $m=1$.

6. В разделе 2.4. обоснованы принципы плотной и сверх плотной упаковки пространства многогранниками, а, также, шаровыми и сфероидальными симплексами, с однородными пространственными масштабами: R_{in} , $R_{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot R_{in}$, $R_{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot R_{in}$, соответственно.

7. Таким образом, доказано, что постулируемые положения о возможности связи структурных преобразований решеток выполняемого физического пространства с решеточным пространством тел арифметических прогрессий подтверждаются в полном объеме и позволяют описать все возможные регулярные структуры пространства и циклические процессы комплекснозначными функционалами как действительных, так и комплексных переменных.

8. Для всех многогранных и шаровых упаковок пространства в описываемой физико-математической модели получены параметрические описания и промоделированы в специализированной программе MathCAD 2000 Professional уравнения в символьном гиперкомплексном виде. Это описание базируется на выводе системы уравнений геометрического поля пространственных частот как результат решения задачи математических бильярдов в круге. Вывод уравнений изложен в настоящей Главе, а результаты моделирования в программе MathCAD 2000 Professional излагаются в заключительной Главе 4.

Список литературы к Главе 2

1. Melnikov G.S. Gnoseology of fractality – fractal optics, Proc. SPIE 1997, vol.3010, p. 58-68 (www.spie.org/abstracts/3000/3010.html)
2. Г.С. Мельников. Вывод и моделирование уравнений геометрического поля пространственных частот. // Журнал оптика и спектроскопия Рег.№ 136 от 6.05.2003г (не опубликовано) http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/index.html
3. Г.А. Донцов, Г.С. Мельников, И.Н. Серов, Фрактальная концепция детерминированного хаоса. Философия науки, №3, Новосибирск, 2003, с. 35-52.

http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/index.html

4. Г.С. Мельников. Геометрическое поле пространственных частот. Вывод параметрических уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов.

5. Г.С. Мельников. Геометрическое поле пространственных частот. Результаты математического моделирования гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов.

6. Ф.А. Цицин. Астрономическая картина мира: новые аспекты, Научное издание "Астрономия и современная картина мира" Институт философии РАН, Москва, 1996г.

7. Балханов В. К. Основы фрактального исчисления <http://www.laboratory.ru/articl/math/am070r.html>

8. Benoit Mandelbrot. Mecanique statistique et theorie de L`information. J. Quanta d`information, t.232, p. 1638-1640, 1951

9. Benoit Mandelbrot. The fractal geometry of nature. New York NY and Oxford UK: W. H. Freeman & Co., 1982.

10. Шостак Р.Я. Алексей Васильевич Летников (1837-1888) // Историко-математические исследования. Вып. 5. М., 1951. С. 167-238.

11. А.И. Маркушевич. Краткий курс теории аналитических функций. М., "Наука", Г.Р.Ф-М.Л., 1978 г., 415 с.

12. Г.А. Гальперин, А.Н. Земляков. Математические бильяры. М., "Наука", ГРФМЛ, 1990 г., 287с.

13. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А. // Изв. АН, Серия физическая, М., 1995., т 59, N12, с 143...150

Gennady S. Melnikov, Sergey A. Larionov, Pyotr A. Mikheev, Eugeny A. Tsvetkov "Discrete scanning systems for digital optical processing and transfer of images by systolic methods", journal B.R.A.S PHYSICS, Vol.59 No. 12 1995, pp2097-2103 Allerton Press, Inc./New York.

14. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А. "Способ создания временных задержек светового потока". Патент РФ N 2109257 G01 J 9/00, G02 B 27/14 по Заявке N 95114222/25 от 07. 08. 1995. Официальный Бюллетень Российского Агентства по Патентам и Товарным Знакам "Изобретения" N 11 (IIч), 2108694-2109417, стр. 298 - 299, 20.04.1998г. ; Патент N 2109257 зарегистрирован в Государственном реестре изобретений 20 апреля 1998 года.

15. Н.А. Стрелков. Оптимальные координатные функции в проекционных разностных методах, поперечники и решетчатые укладки. Докл. АН СССР, т. 309, №3, 1989г, стр. 550 – 554.

16. Ю.А.Данилов, Б.Б.Кадо́мцев "Нелинейные волны. Самоорганизация" - М., Наука, 1983.
17. И.Н. Серов. Аналитическое программирование информационно обменных процессов активных биологических форм. Общий курс VIP «AIRES», С-Петербург, 2002, Изд-во «Акцидент»
18. Г.С. Мельников. Физико-математическая модель решетчатых и шаровых упаковок пространства. Записки Российского Минералогического общества, Рег.№ от 30.12.2003г.
19. Г.С. Мельников. Теоретическое и экспериментальное исследование фокусировки излучения оптическим шаром методами аналитических комплексных функций. В сб. Фонда "AIRES" Введение во фрактальную оптику и оптику матричных транспарантов. С-Петербург, 2002г. , стр. 11-72.
20. Балк М.Б., Балк Г.Д., Полухин А.А. Реальное применение мнимых чисел. Из-во «Радяньска Школа», Киев, 1988.
21. Е.С. Федоров Начала учения о фигурах, изд-во АН СССР, 1953г., 409 с.
22. Fuller R. Buckmister "Synergetics", 1982. Macmillan Publishing Company, 866 Third Avenue, New York, NY10022.
23. Fuller R. Buckmister "Cosmografy", 1991. Macmillan Publishing Company.
24. Г.Ф. Вороной. Исследования о примитивных параллелоэдрах. Собр. соч. Т2, Киев, Изд. АН УССР, 1952.
25. Б.Н. Делоне. Петербургская школа теории чисел М.-Л., Изд. АН СССР, 1947, с.196-316
26. Н.Н. Медведев. Метод Вороного-Делоне в исследовании структуры некристаллических систем. Новосибирск, Изд-во СО РАН, 2000г
27. Г.С. Мельников, И.Н. Серов, Н.Б. Егорова, А.А. Ошарин. Физико-математическая модель сверхплотной фрактальной упаковки пространства по топологии «абсолютного» куба «Aires». . «Оптика и спектроскопия», рег. № 135 от 6.05.2003г.
http://ns1.npkgoi.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data4/stat/2003/3D_st5.pdf
28. С.Л. Соболев. Мат. сборник, т. 4, 1938г, стр. 471 – 497.
29. С.Л. Соболев. Некоторые применения функционального анализа в математической физики. 2-е изд., Новосибирск, 1962г.

30. С.М. Никольский. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М., изд-во ГРФМЛ, 1969г
31. Г.С. Мельников. Цифровая обработка сигналов на систолических процессорах. Научно-технический центр по высокопроизводительным вычислительным системам «Интергал», Препринт № 9-91, Львов – 1991г.

Глава III. Фрактальное единство пространства-времени.

3.1. Элементы теории симметрии

Существует одна важная область математики - учение о симметрии. Элементарное знакомство с ним позволяет глубоко вникнуть в существо важнейших положений физики [1,3]. Вызывает удивление, что это учение в большинстве случаев не является обязательным курсом ни в средней школе, ни в высших учебных заведениях.

Основания учению о симметрии положены кристаллографом Браве О. В его «Memoire sur les polyedres der forme symetrique» и других работах, которые впоследствии, уже после его смерти собраны под именем «Studes cristallographiques» (1886 г) [2].

Существенное развитие этих основ и исправление ряда ошибок Браве, а также разработка аналитического учения о симметрии выполнена в работах русского математика и кристаллографа Е.С. Фёдорова: «Симметрия конечных фигур», «Симметрия правильных систем фигур», «Сопоставление кристаллографических результатов г-на Шёнфлиса с моими» и др. [1].

В математику и физику Федоровское учение о симметрии вошло из кристаллографии практически без изменений вплоть до настоящего времени.

Е.С. Федоров так определил симметричные фигуры:

«Симметричною фигурой называется такая, которая непосредственно может быть совмещена с самой собой в разных положениях, или же совмещение в разных положениях может быть произведено, если мы заменим ее другою, которая относится к ней, как изображение в зеркале к изображаемому предмету».

На вопрос, какие виды и элементы симметрии можно вывести из основного определения, Е.С. Федоров строго отвечает, что «... их существует всего три

- 1) Фигура путем вращения вокруг некоторой оси совмещается сама с собой. Это случай оси симметрии.
- 2) Фигуру можно совместить саму с собой посредством отражения в плоскости. Это случай плоскости симметрии.

3) Совмещения не удастся достигнуть путем операции 1), ни путем операции 2), если они берутся в отдельности, но оно наступает при одновременном использовании обеих операций, т.е. когда мы вращаем фигуру вокруг некоторой оси и отражаем ее в плоскости. Это случай сложной симметрии.

Соответственную ось и плоскость я называю осью и плоскостью сложной симметрии. Известно, что они должны быть взаимно перпендикулярны». И далее «центром симметрии» Е.С. Федоров считает точку пересечения всех элементов симметрии данной фигуры. [1, стр. 261 - 262].

Кроме элементов симметрии конечных фигур Е.С. Федоров различает еще элементы симметрии правильных систем (т.е. пространственных групп). Он пишет, что «... системы обладают еще следующими элементами симметрии:

- 1) винтовыми осями (этот элемент симметрии был введен еще Зонке),
- 2) плоскостями скользящего отражения и трансляции, параллельной этой плоскости.

Под этими словами мы понимаем такой элемент симметрии, который состоит одновременно из плоскости симметрии и трансляции, параллельной этой плоскости.

Каждый возможный вид симметрии представляет собой лишь комбинацию элементов симметрии, и ближайшей задачей учения о симметрии является полный вывод всех этих комбинаций» [1, стр. 263 - 264].

Отмеченные Е.С. Федоровым утверждения в математике нашли доказательства в виде теорем Шаля возможных преобразований:

-для плоскости

«Всякое перемещение плоскости является параллельным переносом, поворотом или скользящей симметрией».

-и для пространства

- «Всякое перемещение пространства является либо винтовым перемещением, либо скользящей симметрией, либо поворотной симметрией». [2]

3.1. 1. Математическая модель классификации трансформаций многогранников с позиций минимизированной обобщенной Эйлеровой характеристики.

В основе любых информационных, математических, физических, кристаллических, биологических регулярных структур лежат системы многогранников.

Многогранники. Типы трансформаций, классификация.

Многогранником называется часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединенных таким образом, что каждая сторона любого многоугольника является стороной ровно одного другого многоугольника (называемого смежным), причем вокруг каждой вершины существуют ровно один цикл многоугольников. Эти многоугольники называются гранями, их стороны ребрами, а вершины – вершинами многогранника.

В соответствии с выражением (2.19) запишем его в общем виде [5]:

$$N^d = \frac{T+F+R}{2} \quad \text{число информационных осей симметрии} \quad (3.1)$$

где,

d- топологическая размерность характеристики

T- число вершин

F- число граней

R- число ребер многогранников

При рассмотрении этой характеристики применительно к правильным Платоновым телам можно убедиться в справедливости расширенной характеристики

$$N^d = \frac{T+F+R}{2} = R+1 = T+F-1 \quad (3.2)$$

Не составляет труда убедиться, что эта характеристика приводится к хорошо известной теореме Эйлера для многогранников

$$T + F = R + 2 \quad (3.3)$$

Другими словами, введенная характеристика N^d справедлива для описания всех Эйлеровых многогранников.

Однако в истории развития принципов классификации многогранников известны случаи обнаружения так называемых «монстров», т.е. контр примеров многогранных структур, не подчиняющихся характеристике Эйлера (3.3) [7].

Для устранения несоответствия теоремы (3.3) таким конструкциям, как «тетраэдры близнецы», «куб в кубе» или «куб на кубе», «морской еж» Кеплера и многих других звездчатых многогранников и

объемных многосвязных конфигураций Л. Рашигом (1895) [9] и С. Люилье [10] была предложена обобщенная форма теоремы Эйлера $T + F = R + 2 - 2j$ где $j \in R$ (3.4)

Следует отметить, что параметр j в первоисточниках, в свою очередь, представлялся более сложной математической зависимостью характеристик n -сфероидальных или n -связанных многогранников. Другими словами, ряд исследователей неоднократно обращались к задаче представления многосвязных многогранников как объемных конфигураций с числом измерений, большим трех.

Введение j в уравнение (3.4) приводит к пониманию того, что при анализе пространственных конфигураций можно выделить следующие характеристики:

$$N^1 = R + 1 - j \quad \text{линейную характеристику} \quad (3.5)$$

$$N^2 = T + F - 1 + j \quad \text{двумерную характеристику} \quad (3.6)$$

$$N^3 = (T + F + R) / 2 \quad \text{объемную характеристику} \quad (3.7.)$$

Соблюдая требование $N^1 = N^2 = N^3$, мы имеем возможность с помощью, введенного дополнительного параметра j и его приращения Δj анализа обобщенной размерности $D = d + p$ (d – пространственная размерность, p – параметрическая размерность), как отдельных многогранников, так и последовательных трансформаций объемных конфигураций с использованием характеристик N^D .

В свою очередь будет показано, что параметрическая размерность многогранной конфигурации $p = 1 - j$.

Особо следует отметить, что трехмерная Эйлера характеристика N^3 не зависит от j ; на основании чего, вполне очевиден вывод о том, что эта характеристика применима к любым многогранникам и многогранным сеточным структурам в силу того, что каждая конфигурация имеет счетное число вершин, граней и ребер. Общая размерность конфигураций N^D будет определяться из выражения $N^D = N^3 + p$.

В результате нами обоснован постулат о возможности применения выражений (3.5-3.7) для построения системы иерархической структуры в целях классификации отдельных многогранников, а также выявления прямых связей структур пространственного и числового континуумов. Как это было показано Е.С. Федоровым [1], существует только три типа параллелоэдров – многогранников нацело заполняющих пространство.

Три типа решеток, составленные из них:

– гексаэдрическая (простая), октаэдрическая (центрированная) и додекаэдрическая (центрированная) являются кубическими;

– четвертая – призматическая гексагональная.

3.1.2. Анализ и синтез числового континуума.

В соответствии с материалом, изложенным в разделе 1.1. следует определение числового континуума как «непрерывного» множества вложенных друг в друга сеточных структур целых, рациональных, иррациональных и трансцендентных чисел.

Учитывая, что введенная характеристика многогранников N^3 представляет собой выражения в целых числах и последовательности $N^3_{m,n,k}$ также целочисленные сеточные структуры, в 1.1 мы показали, как строятся тела арифметических прогрессий.

Наш подход позволит подойти к описанию, как рациональных, так и иррациональных (в общем случае гиперкомплексных), числовых систем на языке рекуррентных целочисленных характеристик, “погружаемых” на целочисленные сеточные проекционные структуры, т.е. на подпространства Н.А. Соболева [11...12].

При построении 3D-модели числового континуума в этом исследовании мы используем только простую кубическую структуру тела арифметических прогрессий.

Соответственно, в каждую ячейку $U_{m,n,k}$ такого тела параллельными методами могут быть внесены как отдельно взятая арифметическая прогрессия, так и наборы (из 24 типов табл.1.7., группы 1 и 2 – прогрессии с целочисленными m,n,k) - прогрессий с поэлементным сложением или умножением значений $U_{m,n,k}$. В данном исследовании мы ограничимся рассмотрением только аддитивных тел числового континуума.

Любой «набор» арифметических прогрессий можно интерпретировать как поэлементное арифметическое взаимодействие системы градационных матриц $\{U_{k,c}\}$, где $k \in N$, а c – константа по второй координате. В силу чего, в [13], были выведены уравнения (для описания рекуррентных тел $N^3_{m,n,k}$ в плоскостных сечениях) операции пространственно инвариантных дискретных преобразований β (вращения и перемещения по выбранной координате на ρ элементов) в виде

$$\beta^{(\rho, \phi)} V_{kn} = A_{k,c} [\cdot] A_{n,c} + \rho \cos_4 \phi \cdot A_{k,c} + \rho \sin_4 \phi \cdot A_{n,c} + \rho^2 \cos_4 \phi \cdot \sin_4 \phi \cdot E_{n,k} \quad (3.8)$$

Здесь оператор $\beta^{(\rho, \phi)}$ - оператор перемещения центра двумерной дуально-бесконечной матрицы по строкам, столбцам или диагоналям сеточных плоскостей $A_{k,c}$ и $A_{n,c}$, (где $k, n \in N$) - градационные матрицы типа (Табл. 3.1).

оси при m, n и $k=0$.

При выборе начальных членов прогрессий в соответствии с выражениями (1.15...1.18) (т.е. комбинаций n^2, m^2, k^2) в теле арифметических прогрессий формируется множественная структура нулевых элементов.

А размерность получающихся наборов прогрессий будет равна (Табл. 3.2.)

Табл. 3.2.

3+1	три пространственных координаты m, n, k	+1 параметрическая (3 прогрессии)
3+2	три пространственных координаты m, n, k	+ 2 параметрических (6 прогрессий)
...
3+8	три пространственных координаты m, n, k	+ 8 параметрических (24 прогрессии)

Не представляет сложности понимание того факта, что последнее тело 3+8 будет телом эквивалентного нуля, т.е. математической моделью абсолютного структурированного пространства – вакуума.

Описание рекуррентных свойств трехмерных тел арифметических прогрессий см. в Разделах 2.3.2. и 2.4.2, выражения (2.24., ...2.34)

В следующем разделе обратимся к задаче связи характеристик многогранных структур N^{3+p} с приведенной моделью тела дуально бесконечных арифметических прогрессий

$$\{U_{\pm m, \pm n, \pm k}^D\}$$

Введенная характеристика – число информационных осей симметрии (2.20, ...2.23) характеризует и классифицирует все Эйлеровы, а также не Эйлеровы многогранники и большинство многогранных решеточных 3D конфигураций в целых числах. (Отдельные структурные образования типа кластеров и клатратов могут быть выражены дробными, рациональными характеристиками.) Для таких структур целесообразно использовать другую характеристику - число векторных направлений информационной симметрии (т.е. удвоенную характеристику $2 N^3$).

Обобщенная характеристика – число информационных осей симметрии позволяет вычислить для любой многогранной структуры не только известные из теории симметрии оси, но и перечислить также направления (или оси) их естественного роста, т.е. простой трансформации концентрического подобия (смотри аналогию с осями рекуррентности в трехмерных числовых решетках (2.24, ...2.34)).

Применение введенных характеристик к многогранным многомерным конструкциям, а также к фрактальным 3D топологиям позволяет вычислить не только центрированные направления информационной симметрии, но и найти и перечислить периферийные оси и направления, соответствующие вторичным центрам многомерных конструкций и естественным и искусственным центрам их фрактализации.

В свою очередь, выстраивая числовые характеристики N_i^3 многогранных структур в рекуррентные последовательности в соответствии с теми или иными трансформациями исходного многогранника, мы приходим к математическому аппарату анализа и синтеза как собственно пространственных многогранных структур, так и к анализу и синтезу структурной упорядоченности многогранных конструкций числового континуума.

Все выше постулируемые положения математической модели далее будут раскрыты на простых примерах, а также методом анализа рекуррентных последовательностей однотипных трансформаций многогранников с иллюстрацией конструкций, построенных в графических редакторах типа CorelDRO.

3.1.3. Основные определения математической модели.

В предлагаемой математической модели мы будем отдельно рассматривать многогранники – тела (настоящий раздел) [13,14], многогранные 3D решеточные конфигурации (раздел 1.3) [6] и многомерные топологии (раздел 1.4) [14, ..., 17].

Как уже отмечалось во введении, геометрическими элементами многогранников являются вершины, ребра и грани; для многогранных тел – пространство внутри многогранников и для многогранных и фрактальных конструкций – ячейки (элементы и симплексы) описываемых пространств. Все перечисленные элементы можно представить в виде структурированных массивов точек.

Е.С. Федоров [1, 2] при выводе 32 типов симметричных расположений точечных групп исходил из описания трех основных элементов симметрии таких конструкций, а именно, плоскость, ось и центр.

В предлагаемой математической модели мы будем оперировать следующими понятиями: число информационных осей симметрии, нулевой центр, периферийные центры симметрии и центры фрактализации.

Под определением “число информационных осей симметрии” будем понимать число минимально необходимых осей, пересекающихся либо в нулевом центре, либо (для многомерных конструкций), дополнительно, в периферийных или фрактальных центрах информационной симметрии, по направлениям которых можно построить типические и под типические, само подобные, разномасштабные конструкции многогранников и многогранных структур.

Очевидно, что вводимое определение существенно отличается от известных определений из теории симметрии. К ним относятся такие понятия, как: ось симметрии и центр симметрии. Ось симметрии – это воображаемая прямая, поворотом вокруг которой на часть полного оборота можно привести объект к совпадению с самим собой, и центр симметрии, о котором говорят, что многогранник имеет центр симметрии, если любая, мысленно проведенная через него плоскость или ось, на противоположных сторонах поверхности многогранника проходит через одинаковые точки. Классические понятия оси и центров симметрии верны только для гармонических и правильных многогранников.

Под гармоническим многогранником будем понимать многогранник, все грани которого касаются вписанной сферы, и все вершины которого лежат на описанной сфере.

Под правильными многогранниками мы понимаем Евклидово определение многогранников:

–“многогранник называется правильным в том случае, если ограничивающие его грани попарно равны и, при этом, являются многоугольниками с соответственно равными сторонами и углами” в отличие от более жесткого определения (под которое подпадают только правильные Платоновы тела)

–“правильным является такой многогранник, все грани которого имеют одинаковое количество вершин и во всех вершинах которого сходится одинаковое количество граней” [7].

Для целого ряда других многогранников, у которых кроме главного (нулевого) центра симметрии существуют периферийные центры, классические определения осей и центров симметрии не подходят.

Примеры пространственного положения, информационных осей и центров симметрии для многогранников и многогранных (в том числе и фрактальных) структур приведены в Табл. 3.3.

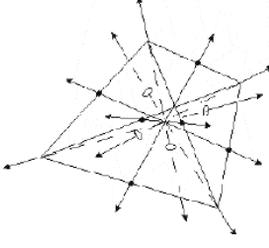
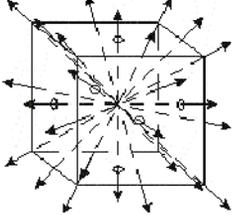
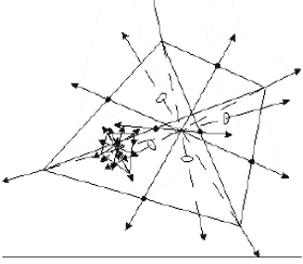
	<p>Тетраэдр Т- число вершин = 4 F- число граней = 4 R- число ребер = 6 $N^1=N^2=N^3 = 7$</p>
	<p>Куб Т- число вершин = 8 F- число граней = 6 R- число ребер = 12 $N^1=N^2=N^3=13$</p>
	<p>Тетраэдр в тетраэдре Т- число вершин = 8 F- число граней = 8 R- число ребер = 12 При $j = -1$ (см. (1.55) и (1.56)) $N^1=N^2=N^3 = 14$</p>

Таблица 3.3. Примеры пространственного расположения информационных осей симметрии для трех многогранных структур.

Как видно из табл.3.3., четыре информационных оси симметрии тетраэдра, проходящие одновременно через его центр, вершины и центры граней, являются поворотными осями симметрии в традиционном понимании. А три информационных оси, проходящие через центр тетраэдра и центры ребер, также являются традиционными осями симметрии, следовательно, тетраэдр в традиционном понимании допускает 24 симметрии (12 прямых симметрий и 12 обратных).

Нам же для классификации свойств многогранника – тетраэдра достаточно одного числа

$$N^1=N^2=N^3 = 7$$

В традиционных представлениях симметрии и классификации многогранников, для которых все грани – правильные p -угольники и q из них примыкает к каждой вершине [26], т.е. для правильных

многогранников (обозначение Л. Шлефли, 1814-1895) число симметрий (без тождественного преобразования), как известно, определяется выражением

$$S^3 = ((q-1) \cdot T + F + (p-1) \cdot R) / 2 \quad (3.9.)$$

где:

S – общее количество симметрий

T – число вершин,

F – число граней,

R – число ребер

Общая природа выражений (3.7) и (3.9) вполне очевидна.

Из этого сравнения видно, что вводимое понятие - число информационных осей симметрии

$$N^3 = (T + F + R) / 2 \quad (3.10.)$$

является обобщенной минимизированной характеристикой, позволяющей классифицировать не только правильные симметричные многогранники, но также и многогранники, не обладающие ни одной симметрией кроме тождественного преобразования, а также описывать различные многомерные многоугольные конструкции.

Следует отметить, что при попытке отыскания структурной упорядоченности с использованием названной характеристики (3.4, 3.5...3.7) мы столкнемся с тем фактом, что будем оперировать не с одним единственным многогранником с выбранной характеристикой N^3 , а с целым их рядом.

Совершенно очевидно, что одно и то же число, будет характеризовать однотипные Типические N^3 * и под типические** многогранники. Одними и теми же числами N^3 будут характеризоваться двойственные многогранники (каждому многограннику {p,q}) и т.д. [26].

Но это не недостаток, а наоборот, достоинство предлагаемой характеристики. Она позволяет выделить родственные классы многогранников. Особое значение этого свойства характеристики N^3 приобретает в задачах синтеза регулярных 3D – структур, например, при синтезе композитных материалов в нано-технологиях и синтезе искусственных кристаллических структур, например, фотонных кристаллов.

Это же свойство многозначности характеристики N^3 будет особо привлекательно при отыскании числовых рекуррентных последовательностей $\{N^D_{m,n,k}\}$ для описания последовательных операций трансформации многогранников.

* ** - определение типических и под типических многогранников введено Е.С. Федоровым (см.[2])

В разделе 1.1.5.1 настоящей монографии, было выделено простейшее трехмерное тело арифметических прогрессий $\{U_{m,n,k}\}$. Покажем на примере анализа этого числового тела распределения числовых последовательностей в плоскости $\{U_{1,n,k}\}$ и приведем примеры простейших операций трансформаций многогранников $\{N_{m,n,k}^D\}$, согласующихся с телами арифметических прогрессий $\{U_{m,n,k}^D\}$. Другими словами, предпримем попытку рекуррентной интерпретации классификаций простых Эйлеровых многогранников и их трансформаций.

В табл.3.4. приведен фрагмент дуально-бесконечной числовой матрицы $\{U_{1,n,k}^{3+1}\}$.

Из теории многогранников известны простые примеры трансформации k-угольных пирамид и призм.

Выделим первые рекуррентные связи в структуре трансформации типических и подтипических многогранников. Это можно сделать на примере «погружения» последовательностей характеристик $N_{1,n,k}^D$, описывающих эволюции k-угольных би-пирамид и n-угольных призм в структуру плоскости $\{U_{1,n,k}^{3+1}\}$, (Табл.3.4) трехмерной матрицы арифметических прогрессий $\{U_{m,n,k}\}$.

m=1

n/k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
3	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Таблица 3.4. Фрагмент плоскости $\{U_{1,n,k}^{3+1}\}$.

Из табл. 3.4 видно, что общее распределение последовательностей арифметических прогрессий в плоскости $\{U_{1,n,k}\}$ подчиняется формуле

$$\{U_{m,n,k}^{3+1}\} = m + nk \quad (3.11)$$

По строке n=0 (k-var) и по столбцу k=0 (n-var) формируются оси начальных членов прогрессий m=1 (т.е. последовательности единиц). Соответственно по строкам и столбцам матрицы распределены последовательности прогрессий с разностями n и k, соответственно по главной диагонали (I-III квадранты)

Последовательность

$$U_{1,n=k} = n^2 + 1 \quad (3.12)$$

И особое значение имеют последовательности, выстраиваемые по примыкающим диагоналям к главной диагонали

...91,73,57,43,31,21,13,7,3,1,1,3,7,13,21,31,43,57,91,...

$$\text{т.е. } U_{1,n,k} = 1 + n^2 \pm k = 1 + k^2 \pm n \quad (3.13)$$

Как видно из этих последовательностей, на диагональные строки, примыкающие к главной диагонали, попадают числа $N^3 \rightarrow 91, \dots, 31, \dots, 13, \dots, 7$, которыми характеризуются правильные Платоновы тела и правильные (в трактовке Евклида) многогранники:

$N^3 = 9 \ 1$ - правильный звездчатый шести десятигранник,

$N^3 = 3 \ 1$ - додекаэдр и икосаэдр,

$N^3 = 1 \ 3$ - октаэдр и куб,

$N^3 = 7$ - тетраэдр.

Естественно возникает вопрос, каким многогранникам можно приписать числовые характеристики N^3 тем числам, которые занимают остальные ячейки этой матрицы $\{U_{1,n,k}\}$?

Как формируются числовые характеристики $\{N^3_{m,n,k}\}$ в процессах эволюции исходных многогранников, проследим на ряде примеров.

Прежде всего, зададимся вопросом, какие операции трансформации с многогранниками осуществимы?

К первой простейшей трансформации можно отнести последовательное увеличение числа граней пирамид, би-пирамид и призм (которые, в свою очередь, можно определить как под типические многогранники к типическим би-пирамидам).

Можно убедиться что трансформация системы пирамид, начиная с тетраэдра, ($N^3_{m,n,k} = 7$) укладывается в строку $\{U_{1,2,k}\}$ табл. 3.4. Последовательность рекуррентных преобразований простейших многогранников к-угольных пирамид, призм и би-пирамид, приведена в табл 3.5.

В строку $U_{1,1,k}$ и столбец $U_{1,n,1}$ укладываются и плоские фигуры, к-угольники, если их рассматривать как конструкции из к-угольных плоских каркасов, обтянутых двумя оболочками – гранями.

Из табл 3.5. следует, что простейшие операции трансформации многогранников занимают центральную часть матрицы $\{U_{1,n,k}\}$ табл 3.4., т.е. примыкают по столбцам, строкам и слоям к центральным плоскостям сечения тела $\{U_{m,n,k}\}$.

Пример таких трансформаций для преобразований куба приведен в строке $\{U_{1,4,k}\}$ табл. 3.4, табл. 3.5.

Следующими операциями рекуррентных трансформаций многогранников можно назвать операции усечения типических

исходных многогранников по вершинам и ребрам, создающие соответствующие им под типические многогранники. И смежные с ними операции пирамидального роста, соответственно по граням и ребрам под типических многогранников.

Следует отметить, что простейшие операции k -гранного увеличения пирамид, призм и би-пирамид не периодичные, а могут быть продолжены до бесконечности как вдоль столбцов n , так и вдоль строк k . Это объясняется тем, что при простейших операциях трансформации многогранников $\{p, q\}$ неизменными остаются характеристики: - p -угольность граней и параметр q для всех вершин, не примыкающих к полярным осям n и k , соответственно.

Операции же трансформаций усечения и пирамидализации являются более сложными. По завершении цикла усечения всех вершин или всех ребер, а также пирамидализации всех граней исходного многогранника наступают периодические смены параметров p и q многогранника $\{p_0, q_0 \cdot\}$

Как видно из приведенных рисунков (табл 3.5), последовательности числовых Эйлеровых характеристик N^3 , трансформируемых исходных многогранников согласуются с числовыми последовательностями, располагаемыми по строкам и столбцам двумерной матрицы прогрессии $\{U_{m,n,k}\}$ при всех $m \neq 0$.

Таким образом, в результате построения математической модели и классификации возможных трансформаций многогранников мы можем констатировать, что все многогранники имеют числовую характеристику N^3 , позволяющую связать последовательные преобразования их геометрической формы с рекуррентными последовательностями числового континуума.

При этом обнаруживается, что в качестве базовой структуры преобразований многогранников необходимо выбирать преобразования пирамидализации и усечения правильных Платоновых тел.

При этом периодичность преобразований тетраэдра лежит в диапазоне числовых характеристик $N^3 \in [7, \dots 19]$

- куба и октаэдра $N^3 \in [13, \dots 37]$

- икосаэдра и додекаэдра в диапазоне $N^3 \in [31, \dots 91]$

Таблица 3.5

n\k	0	1	2	3	4	5	...	9			
4	●	1 	5 	9 	13 	17 	21 	37 			
3	●	1 	4 	7 	10 	13 	16 	...			
2	●	1 	3 	5 	7 	9 	11 	...			
1	●	1 	2 	3 	4 	5 	6 	...			
0	●	●	1	●	1	●	1	●	1

Таблица 3.5. Последовательность рекуррентных преобразований простейших многогранников (k-угольных пирамид, призм и би-пирамид).

Минимизированный числовой объем распределения базовых числовых характеристик правильных многогранников можно представить в трехмерной матрице (см. Табл.3.6. и Рис.3.2.)

$$\{U_{m,n,k}^{3+1}\} = m^2 + n^2 + k^2 - mn - nk - km \quad (3.14.)$$

Табл. 3.6.

m = 0																									
n/k	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	432	397	364	333	304	277	252	229	206	189	172	157	144	133	124	117	112	109	106	109	112	117	124	133	144
11	397	363	331	301	273	247	223	201	181	163	147	133	121	111	103	97	93	91	91	93	97	103	111	121	133
10	364	331	300	271	244	219	196	175	156	139	124	111	100	91	84	79	76	75	76	79	84	91	100	111	124
9	333	301	271	243	217	193	171	151	133	117	103	91	81	73	67	63	61	61	63	67	73	81	91	103	117
8	304	273	244	217	192	169	148	129	112	97	84	73	64	57	52	49	48	49	52	57	64	73	84	97	112
7	277	247	219	193	169	147	127	109	93	79	67	57	49	43	39	37	37	39	43	49	57	67	79	93	109
6	252	223	196	171	148	127	108	91	76	63	52	43	36	31	28	27	28	31	36	43	52	63	76	91	108
5	229	201	175	151	129	109	91	75	61	49	39	31	25	21	19	19	21	25	31	39	49	61	75	91	109
4	208	181	156	133	112	93	76	61	48	37	28	21	16	13	12	13	16	21	28	37	48	61	76	93	112
3	189	163	139	117	97	79	63	49	37	27	19	13	9	7	7	9	13	19	27	37	49	63	79	97	117
2	172	147	124	103	84	67	52	39	28	19	12	7	4	3	4	7	12	19	27	37	49	67	84	103	124
1	157	133	111	91	73	57	43	31	21	13	7	3	1	1	3	7	13	21	31	43	57	73	91	111	133
0	144	121	100	81	64	49	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
-1	133	111	91	73	57	43	31	21	13	7	3	1	1	3	7	13	21	31	43	57	73	91	111	133	157
-2	124	103	84	67	52	39	28	19	12	7	4	3	4	7	12	19	28	39	52	67	84	103	124	147	172
-3	117	97	79	63	49	37	27	19	13	8	7	7	8	13	19	27	37	49	63	79	97	117	139	163	189
-4	112	93	76	61	48	37	28	21	16	13	12	13	16	21	28	37	48	61	76	93	112	133	156	181	208
-5	109	91	75	61	49	39	31	25	21	19	19	21	25	31	39	49	61	75	91	109	129	151	175	201	229
-6	106	91	76	63	52	43	36	31	28	27	28	31	36	43	52	63	76	91	106	127	146	171	196	223	252
-7	109	93	79	67	57	49	43	39	37	37	39	43	49	57	67	79	93	109	127	147	169	193	219	247	277
-8	112	97	84	73	64	57	52	49	46	49	52	57	64	73	84	97	112	129	146	169	192	217	244	273	304
-9	117	103	91	81	73	67	63	61	61	63	67	73	81	91	103	117	133	151	171	193	217	243	271	301	333
-10	124	111	100	91	84	79	76	75	76	79	84	91	100	111	124	139	156	175	196	219	244	271	300	331	364
-11	133	121	111	103	97	93	91	91	93	97	103	111	121	133	147	163	181	201	223	247	273	301	331	363	397
-12	144	133	124	117	112	109	108	109	112	117	124	133	144	157	172	189	209	229	252	277	304	333	364	397	432

Таблица 3.6. Минимизированный числовой объем распределения базовых числовых характеристик (3.14.)

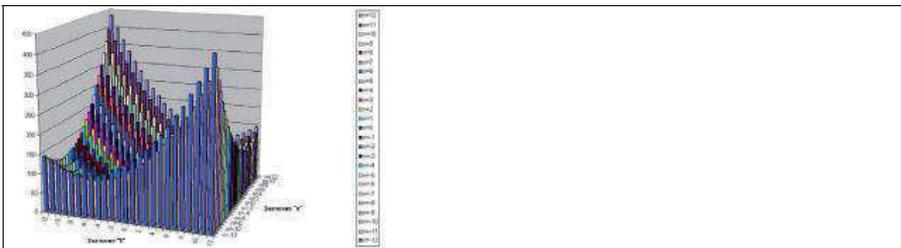


Рис. 3.2. Диаграмма числовых характеристик тела арифметических прогрессий первого цикла преобразований правильных Платоновых тел. $\{U_{m,n,k}^{3+1}\} = m^2 + n^2 + k^2 - mn - nk - km$

Как видно, эта матрица построена по принципу правила образования попарных составных чисел на числовой оси [14]
Из рассмотрения этой матрицы видно, что по осям $n=0$ и $k=0$, а так же по главной диагонали (I-III квадрант), т.е. при $n=k$

$$U_{0,0,k} = U_{0,n,0} = U_{0,n,k} = n^2 = k^2, \quad (3.15)$$

распределены квадраты чисел n и k .

В столбцах и строках, примыкающих к вышеназванным осям и диагонали, т.е. в строках $\{U_{0,\pm 1,k}\}$ и диагоналях $\{U_{0,(n=k)\pm 1}\}$, размещаются рекуррентные последовательности, в которых первые числа соответствуют Эйлеровым характеристикам правильных Платоновых тел $U_{0,n,k} \rightarrow 1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57, 91$

Для объяснения физико-математической гносеологии таблицы 3.6. докажем теорему.

Теорема 1.

Последовательности правильных гармонических многоугольников (в трактовке Евклида) характеризуются числами Эйлера N^3 , получаемыми из фундаментальных последовательностей R^2 и N путем поэлементного вычитания из последовательности квадратов (R^2), последовательности натуральных чисел (N), сдвинутых на 1 шаг как в положительную, так и отрицательную сторону сетки числового континуума.

Доказательство.

Доказательство очевидно из рассмотрения следующей операции поэлементного вычитания двух фундаментальных рекуррентных последовательностей (Табл.3.7).

Табл. 3.7.

R^2	... 36 25 16 9 4 1 0 1 4 9 16 25 36 ...
N	... -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 ...
$N^3 = R^2 - N \pm 1$... 43 31 21 13 7 3 1 1 3 7 13 21 31 ...

Таблица 3.7. Гносеологическая таблица чисел Эйлера N^3 , характеризующих последовательности правильных гармонических многоугольников (в трактовке Евклида)

Последовательности $N^3_{\text{гармон}}$ располагаются в табл. 3.6. по строкам и столбцам примыкающим к осям ($n=0, k=0$) во все стороны от центра таблицы. Также они располагаются по диагональным строкам в квадрантах I, III по обе стороны от главной диагонали ($n=k$).

По осям последовательности $N^3_{(m,n,k)} = n^2 = k^2$, на главной диагонали – $N^3_{(m,n,k)}$ фундаментальные последовательности многогранников вычисляются по формуле

$$N^{3*}_{(m,n,k\text{- гармон})} = n^2 - n \pm 1, \text{ или } N^{3*}_{(m,n,k\text{- гармон})} = k^2 - k \pm 1. \quad (3.16)$$

По главной диагонали, расположенной во II и IV квадрантах, аналогичные последовательности определяются из выражений

$$N^3_{(m,n=k)} = 3n^2 \text{ и } N^3_{(m,-n=k)} = 3k^2, \quad (3.17)$$

а прилегающие к ней последовательности по формулам –

$$N^{3**}_{(m,n,k \text{ гармон})} = 3n^2 \pm 3n+1 \text{ и } N^{3**}_{(m,n,k \text{ гармон})} = 3k^2 \pm 3k+1. \quad (3.18)$$

Первый цикл преобразований правильных Платоновых тел занимает локальный объем, ограниченный значениями $k_{\max} = \pm 10$ и $n_{\max} = \pm 10$. Числовые характеристики N^3 , соответствующие завершению первого цикла (периода) преобразований правильных Платоновых тел, распределяются по диагоналям, примыкающим к главной диагонали, проходящей из второго квадранта в четвертый, т.е. в диагоналях (Табл. 3.8.)

$$N^{3**}_{m,n,k} = \{U_{0,(n\pm 1)=k}\} \Rightarrow \dots 7, 19, 37, 61, 97 \dots 91$$

А основные (главные) симметричные промежуточные состояния трансформируемых тел образуют последовательности числовых характеристик по строкам и столбцам тела арифметических прогрессий, ограниченного координатами $n=9, k=-9; n=10, k=10; n=-10, k=10$ и $n=-9, k=9$.

Диаграмма числовых значений числового тела

$$\{U^{3+1}_{m,n,k}\} = m^2 + n^2 + k^2 - mn - nk - km \quad (3.19)$$

приведена на рис. 3.3.

Однако, общий принцип периодических переходов последовательностей N^3 , характеризующих однотипные трансформации многогранников мы объясним из более глубокого анализа суммарных тел $\{3U_{m,n,k}\}, \{6U_{m,n,k}\}$ и $\{12U_{m,n,k}\}$ [6,9,14,15].

Выводы по разделу 3.1.

- В разделе показана возможность классификации всех многогранников и регулярных сеточных структур с использованием минимизированной обобщенной характеристики Эйлера - число информационных осей симметрии.
- Предлагаемый математический аппарат может быть применен для описания различных решетчатых структур пространства, выполняемых по известным принципам:
 - Е.С. Федорова [1,2],
 - фрактальным многообразиям числового континуума [6,14,27,28].
- Их можно исследовать, применив обобщение характеристики Эйлера (2.4.2. 5...2. 7.) и погружение полученных

последовательностей $\{N^{3+P}_{(m, n, k)}\}$ на суммарные тела арифметических прогрессий $\{3U_{m,n,k} \text{ с}; \dots 6U_{m,n,k} \text{ с}; \dots 12U_{m,n,k} \text{ с}\}$.

Тело	N^3	Тело	N_1	Тело	N_1	Тело	N_1	Тело	N_1	Тело	N^3
-	3		7		13	-	21		31	-	43
	7	-	12		19	-	28	-	39	-	52
	13		19	-	27		37	-	49	-	63
-	21	-	28		37	-	48		61	-	76
	31	-	39	-	49		61	-	75		91
-	43	-	52	-	63	-	76		91	-	108

Таблица 3.8. Положение основных, промежуточных и завершающих цикл преобразований Платоновых тел, в соответствии с распределением их Эйлеровых характеристик во II, IV квадрантах таблицы 3.6.

3.2. Линзовая симметрия.

«Физика, и в особенности физика микромира строилась до 1956 года как симметричное здание, до тех пор, пока оно не стало сильно проседать на один угол, когда в 1956 году было обнаружено несохранение пространственной четности. То есть оказалось, что законы физики меняются при замене левого на правое. Такое преобразование происходит при отражении в зеркале и называется р-преобразование, от английского слова parity - четность.

До 1956 года существовала молчаливая уверенность в том, что все физические процессы как в нашем мире, так и в «зазеркалье» (т.е. будучи отраженными в зеркале) идут одинаково. Так при зеркальном отражении левая перчатка превращается в правую. Эту уверенность в симметрии относительно p -преобразования иногда выражаем в утверждении, что в микромире правое и левое неотличимо. Однако обнаружилось, что существуют такие процессы, для которых это утверждение несправедливо.

Одновременно с открытием несохранения пространственной четности было найдено, что законы физики не инвариантны относительно преобразования c -четности, которое состоит в том, что все частицы заменяются на античастицы» [24].

Я позволил себе пространственное цитирование работ [23 - 24] только для того, чтобы наглядно показать, что хорошо продуманное и высказанное в [1] утверждение Е.С. Федорова о «симметрических фигурах», а соответственно, и о симметрии физических законов, равно симметрии между элементами и антиэлементами фундаментальна, и его необходимо только правильно применять для устранения возникающих парадоксов, а также для логического введения нашего определения антипоследовательностей и античисел.

Поможет нам это сделать ускользающий в перечислениях, но явно прослеживаемый в определении симметрических фигур Е.С. Федорова, еще один простой вид симметрии - линзовая симметрия.

Прежде чем перейти к определению линзовой симметрии, рассмотрим один из фундаментальных фактов, приведших к возникновению мнения физиков о нарушении зеркальной симметрии в процессах слабого взаимодействия [25]. Этот эксперимент был предсказан китайскими физиками-теоретиками Янгом и Ли в 1956 году.

Принцип этого эксперимента иллюстрируется рисунком (рис. 3.3.) заимствованным из [25].

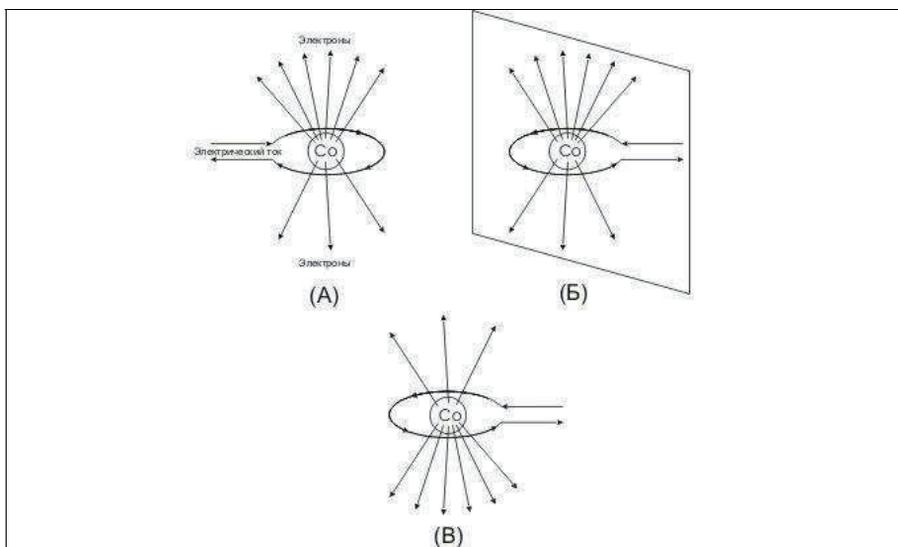


Рисунок 3.3. Иллюстрация к эксперименту с кобальтом-60.

«В этом эксперименте проводилось наблюдение за электронами, излучавшимися в процессе радиоактивного распада кобальта-60 (^{60}Co). Образец кобальта, охлажденный до очень низких температур, был помещен внутрь катушки, по которой протекал электрический ток (его направление указано стрелками). Было обнаружено, что если эксперимент поставить так, как показано на рис. 3.3. (а), то вверх излучается больше электронов, чем вниз. Поскольку гравитация к этому эксперименту не имеет ни малейшего отношения, правильнее было сказать так: большее число электронов излучается в направлении того торца катушки, с которого ток представляется текущим по виткам катушки по часовой стрелке. Справа на рисунке рис. 3.3 (б) изображено зеркальное отражение описанного эксперимента, а внизу рис. 3.3 (в) действительный, так называемый «зеркальный эксперимент» [25]. Последний состоит в том, что экспериментальная установка такая же, как при зеркальном отражении исходного эксперимента, а именно: ток в катушке имеет то же направление. При этом в зеркальном отражении эксперимента большинство электронов также излучается «вверх», тогда как в «зеркальном эксперименте» большинство их излучается «вниз» [25].

На основании описанных экспериментальных фактов и появилось мнение о нарушении законов симметрии в микрофизике слабого взаимодействия.

В действительности о нарушениях законов симметрии этот эксперимент не говорит, он только констатирует, что эксперимент с кобальтом-60 не подчиняется зеркальной симметрии. Это ясно видно из рис. 3.3. С другой стороны, если этот эксперимент схематически трактовать рисунком (рис. 3.4), все становится на свои места и здание симметрии сохраняется незыблемым.

Схема рис. 3.4 показывает, что пространственный эксперимент процесса радиоактивного распада ядра кобальта-60 подчиняется не зеркальной симметрии, а может быть интерпретирован Федоровской винтовой симметрией с поворотом на 180° .

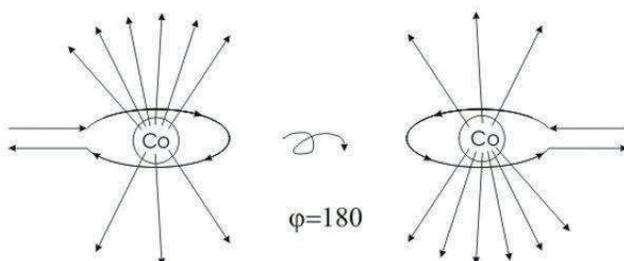


Рисунок 3.4. Интерпретация эксперимента с кобальтом-60 Федоровской винтовой симметрии с поворотом на 180° .

Наличие винтовой симметрии в правостороннем варианте и аналога - поворотной симметрии в плоскостном варианте скрывало от глаз исследователей их «двухцветную» трактовку на плоскости и в пространстве. Объединить «одноцветную» и «двухцветную» поворотную и винтовую симметрию можно одной элементарной операцией симметрии - зеркально-линзовой симметрией.

На мой взгляд, зеркально-линзовую симметрию необходимо вводить в учение о симметрии как самостоятельную элементарную операцию наравне с зеркальной симметрией, несмотря на то, что зеркально-линзовая симметрия очень схожа со случаем двойной винтовой симметрии, т.е. пространственно-винтового поворота на 180° . А по сути

дела линзовая симметрия - это последовательная двойная винтовая симметрия.

Определение 3.1.

Линзовой симметрией назовем инвариантное преобразование пространства, переводящее все его точки на диаметрально противоположные относительно выбранной винтовой оси. Кроме того, при рассмотрении симметрических фигур, подчиняющихся линзовой симметрии с одной и другой стороны относительно линзовой плоскости, перпендикулярной винтовой оси, происходит не только замена «верха» на «низ», но и «лицевой» и «изнаночной» сторон (лицо - спина; негатив - позитив; противоположные и отрицательные последовательности), т.е. то, что мы называем «двухцветностью».

Это название симметрия не только по аналогии с оптической терминологией - «зеркальная симметрия», но также в силу возможности изучения симметрических свойств на модели известной с древних времен - двояковыпуклой собирающей линзе, вращательно симметричной относительно винтовой оси. Наглядно пояснить определение 3.1 можно на примере того же «зеркального» эксперимента процесса радиоактивного распада ядра кобальта-60. (см. рис. 3.5).

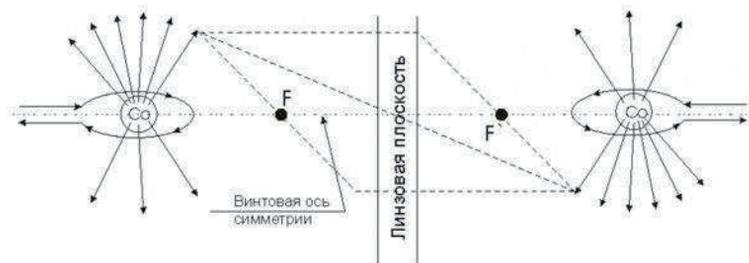


Рисунок 3.5. Схематическое изображение преобразования линзовой симметрии в прямом и «зеркальном» опыте ядра кобальта-60.

Действительно, если образец кобальта-60, помещенного в катушку с направлением тока, соответствующим прямому эксперименту, расположить схематически в пространстве предметов указанной «линзы», а установку, схематически соответствующую зеркальному эксперименту в пространство изображений, то эти схемы могут быть

взаимно-инвариантными при построении хода лучей в геометрической оптике.

Для пояснения второй части определения 3.1, воспользуемся схемой рис. 3.6.

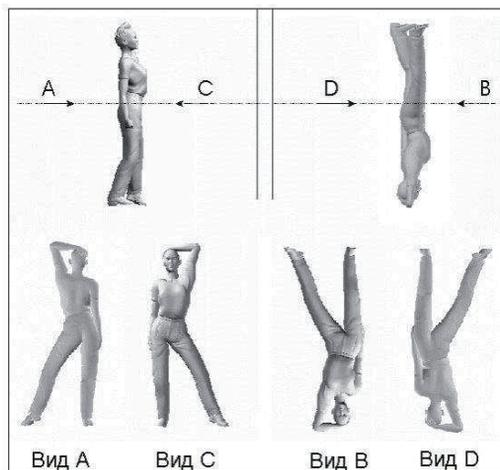


Рисунок 3.6. Схема, поясняющая свойства линзовой симметрии при рассмотрении инвариантности этого преобразования с одной и другой сторон от линзовой плоскости.

Вид А - вид со стороны «пространства предметов»;

Вид В - вид со стороны «пространства изображения», а также вид на симметрические фигуры со стороны линзовой плоскости;

Вид С - вид на фигуру в пространстве предметов со стороны линзовой плоскости;

Вид D - вид на фигуру в пространстве изображений со стороны линзовой плоскости.

В реальной линзовой системе Вид D не правомерен, т.к. обычная линза не позволяет заглянуть на тыльную сторону изображения предмета. К этой возможности приближаются лишь специальные методы трехмерной голографии. Схематическое изображение Рис. 3.6 показывает, что элементарная операция линзовой симметрии, равно как и ее обобщение винтовой симметрии обладает релятивистскими свойствами. Это значит, что в координатах элемента пространства, в процессе указанных симметричных преобразований никакие изменения «лево»-«право», «верх»-«низ» не происходит. А все эти изменения могут

быть замечены лишь внешним наблюдателем, зафиксированным во внешней координатной системе.

Точки зрения Вид А и Вид В правомерны для внешнего наблюдателя в случае, если рассматриваемая система подчиняется линзовой симметрии - однослойная (т.е. внутренняя линзовая симметрия). В случае, если система позволяет произвести расслоение по линзовой плоскости, то правомерны парные точки зрения Вид А - Вид С, Вид В - Вид D, Вид В - Вид В, Вид С - Вид D.

Не трудно видеть, что первые из указанных пар перестают подчиняться линзовой симметрии, в то время, как вторые сохраняют линзовую симметрию.

Первые пары подчиняются негативной («двухцветной») зеркальной симметрии, вторые образуют позитивную и негативную пары линзовой симметрии. Дальнейшему изучению математических свойств этих видов элементарной операции симметрии мы еще уделим внимание ниже. Однако уже здесь напрашивается физическая интерпретация отмеченных закономерностей.

Есть все основания предполагать, что физические законы, описывающие системы с линзовой и зеркальной симметриями будут обладать аналогичными свойствами, как преломляемые и отражаемые лучи в их оптических моделях.

Поэтому, эти симметрии, следуя разделению оптики с Герона Александрийского на диоптрику, т.е. науку о преломлениях, и катоптрику, т.е. науку об отражениях, также следовало бы назвать диоптрической и катоптрической симметрией, соответственно. На основании сказанного, вероятно, интерпретация физического эксперимента по взаимодействию магнитных моментов ядер кобальта с внешним магнитным полем должна осуществляться не из отыскивания их отклонений от катоптрических свойств, а, весьма возможно, что для сил слабого взаимодействия необходимо искать диоптрические свойства описывающих их законов.

3.3. Многослойное тело Мёбиуса

Здесь мы последовательно подойдем к определению и детально рассмотрим свойства многомерного тела Мёбиуса.

3.3.1. Двойственные свойства ленты Мёбиуса

а) Поставим перед собой задачу:

– заготовку для ленты Мёбиуса, т.е. узкую длинную полоску, раскрасить с двух сторон в шесть или пять цветов радуги, как это сделано на рис. 3.7.



Рис. 3.7 Лист Мёбиуса перед разрезкой

На рис. 3.7. видно, что раскрашивание заготовки мы произвели исходя из предположения, что заготовка подчиняется законам зеркальной симметрии (здесь плоскость зеркальной симметрии мы считаем саму плоскость заготовки).

Проверим закономерность зеркальной симметрии на односторонней поверхности, к тому же имеющей один край – поверхность Мёбиуса. После положенного поворота на 180 градусов и склеивания концов заготовки мы убеждаемся, что одноцветной будет только зеленая центральная дорожка, остальные будут раскрашены в два чередующихся цвета:- красный – фиолетовый, оранжевый – синий, желтый – голубой, соответственно.

Из этого опыта мы убеждаемся, что сквозной или двухсторонней зеркальной симметрии лист Мёбиуса на периферии не подчиняется.

б) Предположив для ленты Мёбиуса правомерность линзовой симметрии, считая линзовой плоскостью плоскость заготовки, а винтовую ось, ориентируя по осевой линии к зеленой дорожке, как это сделано на рис. 3.7.) мы, после положенного пространственного поворота на 180 градусов относительно осевой линии и склеивания

концов заготовки, убеждаемся, что все семь дорожек будут одноцветными вдоль всего пути и замкнутыми.

Но вот, интересный факт, описанный, например, в [36]:

– после разрезания дорожек по их пограничным линиям, убеждаемся, что получаем фигуру, состоящую из 4-х колец, перевивающих друг друга (см. рис. . 3.8.). Для большей наглядности рассматривается разрезание не по семи полосам, а по трем)



Рис. 3.8. Лист Мёбиуса после разрезки на нечётное число полос.

Центральное кольцо короткое, оно так же как и в случае а) выкрашено в один цвет – зеленый, три других, удвоенной длины, все так же имеют цвета: красный – фиолетовый, оранжевый – синий, желтый – голубой, но с разных сторон получившихся колец, при этом один цвет непрерывен, замкнут по стороне. Это происходит из-за односторонности центральной зеленой дорожки и двусторонности периферийных дорожек (после разрезания). Другими словами, центральная дорожка 3.- лист Мёбиуса, все остальные – дважды перекрученные двусторонние кольца.

в) Если мы раскрасим заготовку на четное количество цветов, то после разрезания односторонних поверхностей вообще не будет. Другими словами – лист Мёбиуса не терпит четности. В этом случае он превращается в цепь, состоящую из обычных двусторонних колец, дважды перекрученных вдоль своей оси [36] и перевивающих друг друга. Длина каждого из образовавшихся колец будет равна удвоенной длине заготовки.

г) Если раскрасить заготовку на дорожки цветами, зеркально симметричными относительно центральной дорожки, либо центральной линии – линии раздела, то после разрезания все дорожки с обеих сторон будут одноцветными. Но это только иллюзия односторонности колец. На

самом деле двусторонними будут все периферийные дорожки, и лишь одна центральная (при нечетном числе дорожек) останется лентой Мёбиуса.

д) А теперь попытаемся представить себе многослойный «лист» – «тело» Мёбиуса, состоящим, например, из семислойной ленты. При этом каждый слой ленты окрасим с двух сторон в соответствующий цвет радуги по принципам, описанным в п. б). После разрезания ленты по плоскостям склейки слоев вдоль всего «тела» мы убеждаемся, что описанные выше в п.п. а), б), в), г) явления сохраняются и для плоскостной разрезки «тела» Мебиуса.

В этом легко убедиться, сделав нужное число заготовок (слоев) и склеив каждое начало и конец ленты с соответствующим слоем после поворота второго конца «тела» на 180 градусов.

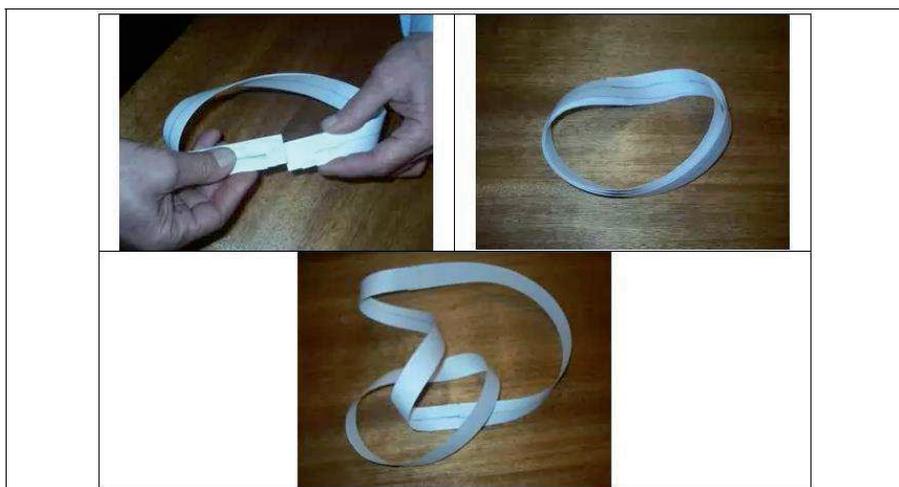


Рис 3.9. В этом примере, так же для простоты усвоения многослойное тело строилось из трех слоев.

Обобщая дуальные свойства первого топологического объекта – ленты Мёбиуса, можно прийти к следующим заключениям:

- лента Мёбиуса – уникальный топологический объект – одностороннее геометрическое тело, имеющее один край и обладающее свойством двусвязности;
- если к этому объекту применить нетопологические операции продольного разреза или расслоения, то указанное тело распадается в многозвенную цепь (см. катенану), звенья которой могут быть

геометрическими объектами, имеющими две стороны, два края и обладающими каждое свойствами двусвязности (о двусвязности см., например [15]).

Другими словами: Лист Мёбиуса может быть представлен как пространственная суперпозиция звеньев катенаны, соответствующим образом уложенных одно относительно другого как по ширине, т.е. по плоскости листа, так и по его толщине (многослойная структура).

Вывод по Главе III.

На основании сказанного, вероятно, интерпретация физического эксперимента по взаимодействию магнитных моментов ядер кобальта с внешним магнитным полем должна осуществляться не из отыскивания их отклонений от катоптрических свойств, а, весьма возможно, что для сил слабого взаимодействия необходимо искать диоптрические свойства описывающих их законов и разбираться со сложной симметрией микромира – линзовой симметрией.

Список литературы к главе III

1. .С. Федоров. Симметрия и структура кристаллов. Основные работы. М., из-во Академии наук СССР, 1949г.
2. Федоров Е.С. Начало учения о фигурах. Л.: Изд-во АН СССР, 1953, 409с.
3. О. Браве. Избранные научные труды. Кристаллографические этюды. М., «Наука», 1974г.
4. Дженистра Амальди Вещество и антивещество. Атомиздат, М., 1969 г., 343 с.
5. В.И. Слесарев. Химия. Основы химии живого, учебник для вузов, 2-е издание исправленное и дополненное, Химиздат. Санкт-Петербург, 2004 г., 784с
6. Melnikov G.S. Gnoseology of fractality – fractal optics, Proc. SPIE 1997, vol.3010, p. 58-68 (www.spie.org/abstracts/3000/3010.html)
7. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А.// Изв. АН, Серия физическая, М., 1995.,т 59, N12, с143...150 Gennady S. Melnikov, Sergey A. Larionov, Pyotr A. Mikheev, Eugeny A. Tsvetkov "Discrete scanning systems for digital optical processing and transfer of images by systolic methods", journal B.R.A.S PHYSICS, Vol.59 No. 12 1995, pp2097-2103 Allerton Press, Inc./ New York.
8. И. Лакатос. Доказательства и опровержения. Изд-во «Наука». М. 1967г. 95с.

9. Мельников Г.С. Возможные и невозможные структуры пространства-времени с точки зрения теории чисел./ 314159.ru/melnikov/melnikov5.pdf
10. Raschig L. Zum Eulershen Teirem der Polyedrometre. Ferstschrift des Gymnasium. Schneeberg, 1891.
11. Lhuiler S. A. J. Memoire sur polyedrometrie: con-tenant une demonstration directe du Theoreme d'Euler sur les polyedres, et un examen des diverses exceptions auxquelles ce theoreme est assujetti.- (Extrait) par M. Gergonne, - Amnal. Math, pures et appl.,3, 1812-1813, 169-191
12. С.Л. Соболев. Мат. сборник, т. 4, 1938г, стр. 471 – 497.
13. С.Л. Соболев. Некоторые применения функционального анализа в математической физики. 2-е изд., Новосибирск, 1962г.
14. Г.С. Мельников. и др. Цифровая обработка сигналов на систолических процессорах. Под ред. Я.А. Дуброва.- Львов, 1991.- 71с – (Препринт НТЦ по высокопроизводительным вычислительным системам “Интеграл, № 9-91”)
15. Г.С. Мельников. Математическая модель классификации трансформаций многогранников с позиций минимизированной обобщенной Эйлеровой характеристики. «Оптика и спектроскопия», рег. № 133 от 6.05.2003г. (не опубл.).
16. Г.С. Мельников. Физико-математическая модель плотной простой кубической упаковки пространства. «Оптика и спектроскопия», рег. № 134 от 6.05.2003г
17. G. S. Melnikov The Fractal Gnoseology of Order and Chaos of the Numerical Continuum and Space-Time// Proc. SPIE by The IV International Symposium and Exhibition “Photonics of Ukraine - 2003”
18. Г.С. Мельников, И.Н. Серов, Н.Б. Егорова, А.А. Ошарин. Физико-математическая модель сверхплотной фрактальной упаковки пространства по топологии «абсолютного» куба «Aires». . «Оптика и спектроскопия», рег. № 135 от 6.05.2003г
19. Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Изд-во «Наука», М., 1966г.
20. Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах. Изд-во «Наука», М., 1972г.
21. Мостепаненко А.М. Пространство и время в макро-, мега- и микромире. Изд-во Политической литературы, М., 1974г.

22. В.В. Никулин, И.Р. Шафаревич. Геометрии и группы. М., «Наука», 1983г.
23. М. Сапожников. Антимир-реальность? М., «Знание», 1983г.
24. Крис Льюэллен-Смит. Явные и скрытые симметрии. В сб. под ред.
25. Дж. Малви. Фундаментальная структура материи. М., «Мир», 1984г.
26. Э. Фрид. Элементарное введение в абстрактную алгебру. М., «Мир», 1979г.
27. А.С. Компанец. Симметрия в микро- и макромире. М., «Наука», 1987г., стр.205.
28. Гольденблат И.И. Парадоксы времени в релятивистской механике Изд-во «Наука», ГРФ-МЛ, М., 1972г
29. Паули В. Теория относительности. Гостехиздат, 1947
30. Пенроуз Р. Структура пространства времени. Изд-во «Меркурий пресс», 2000г
31. Г.Родемахер, О. Теплиц. Числа и фигуры, изд.3, ГРФМЛ, М., 1962.
32. Мельников Г.С. . Релятивистская трактовка уравнений геометрического поля пространственных частот. «Оптический журнал», Рег.№ от.
33. Г.С.Мельников, А.С. Попов. "Каустические поверхности при отражении гомоцентрических потоков лучей сферой," "Оптический журнал", " т.65, N 4, с 82...85, ГОИ, 1998г. имеется перевод на англ. Journal of Optical Tchnology Vol. 65, N 4 April 1998.
34. Г.С. Мельников, А.С. Попов. Двухзеркальные оптические системы с многократным отражением от главного сферического зеркала. // Оптический журнал. 1999, Т. 66, N 7.
35. В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. Матрицы и вычисления. М. «Наука», 1984г.
36. Р. Кук. Бесконечные матрицы и пространства последовательностей. М., ГФМЛ, 1960г.
37. К.Е. Левитин. Геометрическая рапсодия. М., «Знание», 1984г
38. Mandelbrot B. Fractals: forms, chance and dimension. – San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1977.
39. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of Nature. – San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1982.

Глава IV. Расширение уравнений геометрического поля пространственных частот на основе новых представлений о симметрии.

4.1. Пространство-время микромира и микро антимира.

В построениях топологических структур микропространства-времени и микро-, антипространства-времени можно разобраться по публикациям [1,4,...6].

В работах автора [4,...6]. установлено, что:

– принципы деления единичных отрезков и единичных окружностей в k -кратных отношениях (правосторонних и сопряженных с ними левосторонних) позволили построить экспоненциальные и гиперэкспоненциальные формы кватернионных описаний символьных решений уравнений электродинамики Максвелла, дополненных исследованиями [9];

– области от -1 до -0 и от $+0$ до $+1$ представляют собой особую двумерную область числовых коэффициентов, которые формируются квантовыми числами квантовой электродинамики;

– принципы построения структурных моделей топологии в них создают сугубо нелинейные парные конструкции, как самих подпространств, так и парные частицы, формирующие топологии (электрон, позитрон; фотон, гравито-фотон) [8].

Анализ уравнений геометрического поля пространственных частот (ГППЧ) в кватернионной форме для всех представлений как обобщенного вида 3D представлений, так и отдельных его составляющих дает все основания для утверждения, что окружающее нас пространство-время представляет собой фазовое пространство с восемью взаимоперемежающимися (параллельными) подпространствами. К настоящему времени промоделированы четыре. Октавные описания найдены, но еще математически не промоделированы [4].

В настоящем разделе продолжаются исследования возможных конструкций (регулярных и фрактальных) в четырех вложенных друг в друга подпространствах-времени, формируемых парами в 4х- мерном и 5ти- мерном пространствах-времени, соответственно [1...9,15] :

4-х мерные

- Евклидово электрическое,

- не Евклидово гравитационное,

5-ти мерные

- не Евклидово пространство микромира,

- Евклидово и не Евклидово позитронные антипространства-время

Вся эта классификация базируется на выводах монографии Вадима Косыева [9]. Вышеприведенная классификация В.Я. Косыева основана на анализе диаграммы направления преобразования элементарных частиц, при смене природы континуума в координатной плоскости гравитационного m и электрического q зарядов

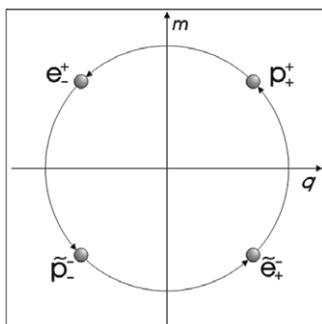


Рис. 4.1. Направление преобразования элементарных частиц при смене природы континуума.

(Рисунок заимствован с согласия автора из монографии [9], рис. 8.4, стр 82.)

Найденная ранее двумерная числовая система [4,...6,8], представлена выражениями (4.1...4.4)

$$\tilde{k}^>(n, \zeta) = \frac{n}{2 \cdot n + \zeta},$$

(4.1)

$$\tilde{k}^{>*}(n, \zeta) = -\frac{2 \cdot n}{3 \cdot n + 2 \cdot \zeta} \text{ и} \tag{4.2}$$

$$\tilde{k}^<(n, \zeta) = -\frac{n}{n + \zeta}, \tag{4.3}$$

$$\tilde{k}^{<*} = \frac{2 \cdot n}{n + 2 \cdot \zeta} \tag{4.4}$$

Вывод и обоснование необходимости рассмотрения этой области на двумерной числовой плоскости привел к возможности моделирования ряда физических, не до конца объясненных явлений в задаче моделирования структур в микромире. 3D-решения задачи математических бильярдов в обобщенных сферах так же рассматривались как кватернионные решения, представляемые через Клиффордову алгебру [8]. Т. е. кватернионная аналитическая функция, описывающая пространственные формы и их гиперкомплексные отображения во внешнее и внутреннее пространства исходной сферы, в которой в полу-геодезических координатах строятся эти многогранные структуры, получается как сумма двух аналитических функций, объединенных в комплексную форму.

$$Q = C1 + i C2 \quad (4.5)$$

при геометрическом анализе числовых систем, характеризующих циклические процессы макромира [1,4,6], кватернионно-сопрягаемые числовые системы выводились как числа деления единичных или произвольных окружностей в \tilde{k} - кратных правосторонних и левосторонних отношениях. Другими словами, в основе их вывода положен тригонометрический анализ образования экспоненциальных и гипер-экспоненциальных кватернионных и октавных форм символьных решений уравнений электродинамики Максвелла.

4.2. Исследование кватернионно-сопрягаемой двумерной системы чисел, характеризующей физические явления микромира.

Рассмотрим область параметров $\Re(\kappa) \in [-1, \dots, -\kappa, \dots, 0, \dots, \kappa, \dots, 1]$.

Исследованиями Главы 1 доказано существование особых двумерных гиперболических систем чисел - коэффициентов фрактальности $\tilde{k}^>, \tilde{k}^<, \tilde{k}^>^*, \tilde{k}^<^* \dots \in \partial e \dots \tilde{k}(n, \zeta)$, которые характеризуют нелинейные спиралеобразные векторы распространения частиц в ядерных оболочках атомных элементов пространства-времени.

Проанализируем уточненные результаты моделирования самих октавно-связанных четырех систем чисел

$$\tilde{k}^>(n, \zeta), \tilde{k}^>^*(n, \zeta), \tilde{k}^<(n, \zeta), \tilde{k}^<^*(n, \zeta)$$

и результаты моделирования «цементирующих» структур в 3D моделях оболочек атомных элементов пространства-времени.

В ходе исследований установлено:

- Выведенная в [8] кватернионно-сопрягаемая система чисел характеризует принципы образование известных квантовых чисел микромира, представления о котором сформированы в работах Л. де Бройля, В. Гейзенберга, Э. Шрейденгера и П. Дирака [11,...14].

-Также как и ранее, при геометрическом анализе числовых систем, характеризующих циклические процессы макромира [4,6], кватернионно-сопрягаемые числовые системы выводились как числа деления единичных или произвольных окружностей в \tilde{k} - кратных правосторонних и левосторонних отношениях. Другими словами, в основе их вывода положен тригонометрический анализ образования экспоненциальных и гипер-экспоненциальных кватернионных и октавных форм символьных решений уравнений электродинамики Максвелла.

В результате этого анализа, для фазовых множителей деления окружностей и сфер ядерных и атомных орбиталей, можно записать упрощенный вариант найденной системы чисел микромира:

$$\tilde{\Omega}^> = \frac{2\pi}{\tilde{k}^>} - 4\pi = \frac{2\pi \cdot \zeta}{n} \quad (4.6)$$

$$\tilde{\Omega}^{>*} = \frac{2\pi}{\tilde{k}^{>*}} + 4\pi = \frac{2\pi(n - 2\zeta)}{2n} \quad (4.7)$$

$$\tilde{\Omega}^{<} = \frac{2\pi}{\tilde{k}^{<}} + 2\pi = -\frac{2\pi \cdot \zeta}{n} \quad (4.8)$$

$$\tilde{\Omega}^{<*} = \frac{2\pi}{\tilde{k}^{<*}} + 2\pi = \frac{2\pi \cdot (2\zeta - n)}{2n} \quad (4.9)$$

В результате анализа выражений (4.6)...(4.9) видно, что процессы формирования структурных единиц микромира в силу циклических свойств косинусных и синусных составляющих связующих («цементирующих») процессов вращательных движений кварковых сгустков энергии, порождаемой дефектом массы атомных элементов, имеет двоякое толкование: внутреннее и внешнее.

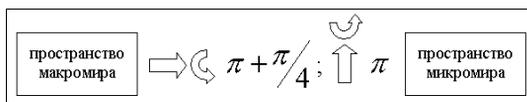
Внутреннее толкование описывается левыми членами выражений (4.6)...(4.9) и характеризует истинные процессы формирования ядерных и атомных орбиталей [11...13] («изнутри»). Внешнее толкование основано на Арксинусном и Арккосинусном разложении тригонометрических функций, описываются правыми членами равенств

(4.6)...(4.9) и дает нам «внешнее» наблюдение процессов, происходящих в микромире с точки зрения макромира.

Дальнейший теоретико-числовой анализ числовых систем (4.3...4.4), с позиций исследования введенного в [20] обобщенного коэффициента фрактальности привел к пониманию того факта, что числа (4.8,4.9) описывают циклические процессы в микро анетимире.

4.3. Предварительный анализ подходов, характеризующих структурные построения антимира.

Анализ принципов формирования структур микромира проведен в [8]. Двумерные системы чисел микромира, будучи представленными, в табличной форме [Приложение 1 в [8]], образуют положительные числовые последовательности. Но внутри таблицы имеются и области со знакопеременными значениями, для которых можно выделить соответствия введенным ранее понятиям линзовой симметрии. Это указывает на тот факт, что в этой двумерной таблице рациональных чисел можно выделить области, описывающие структуры макромира, микромира и антимира, связываемые следующей диаграммой симметричных преобразований, которое через принятые характеристики симметрии можно определить, соответственно.



Для того чтобы разобраться в этих соответствиях зададимся вопросами:

- что означает такое понятие как отрицательный коэффициент

фрактальности $\tilde{k} = -\frac{n}{\zeta}$?

- к какой пространственной структуре можно отнести геометрические построения с использованием найденной системы чисел (4.8,4.9)?

Однозначных ответов на эти вопросы, пока еще дать невозможно, но разобраться в поставленных вопросах в настоящее время необходимо [14,15]!

Действительно, числа сведенные в таблицу 1 П в [8] представляют собой двумерную форму дробно-рациональных чисел $\frac{n}{\zeta}$, отвечающих за образование реальных частей аналитических функций экспоненциальных форм предложенного математического аппарата уравнений Геометрического Поля Пространственных Частот (ГППЧ)

- В пятимерных подпространствах времени обобщенные коэффициенты фрактальности формируются не действительной, а аналитической функцией $K_o = f(K_n + i \cdot K_d)$, что, естественно, требует дополнительных пояснений.

Очевидно, что условия топологической связности (4.5), представляемые для нашего окружающего мира графиком 1, позволяют подойти к ряду новых пониманий:

- какими структурными и теоретико-числовыми свойствами должны быть связаны правосторонний, (с точки зрения наблюдателя из макромира), известный и изучаемый нами микромир, и истинно правосторонний антимир (с точки зрения наблюдателя, располагаемого в 5-ти мерном объединении).

Само же пятимерное объединение

- не Евклидова пространства микромира и

- Евклидова и не Евклидова, позитронные анти пространства-времени, требует дополнительных изучений.

Действительно, из выражения (4.5) ясно, что полная топологическая связность подпространств пятимерного мира начинается, при выполнении главного условия. Это условие показывает, что коэффициент фрактальности (истинно правосторонний к-т - антимира) должен быть меньше -1.

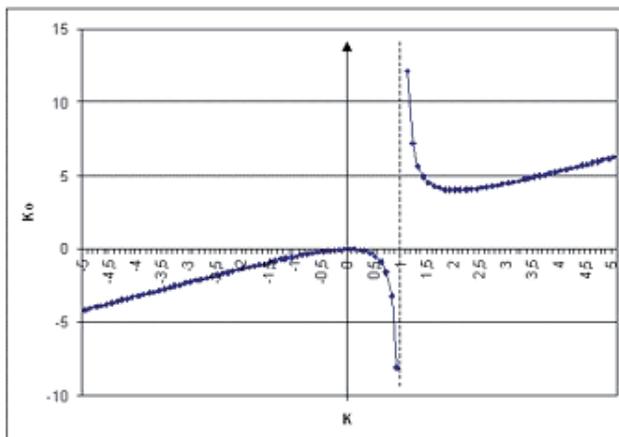


График 4.2. График зависимости $K_o = f(k)$.

Начиная с этой величины коэффициента фрактальности, через условие (4.5), всем топологически связанным моделируемым структурным элементам микромира – атомам, можно найти соответствующую структурную организацию Евклидовой части антимира. Но остается недостаточно ясной область коэффициентов фрактальности $-1 \leq k \leq 0$. (Именно по этой причине для обобщенного описания пятимерных структур и написано условие $K_o = f(K_n + i \cdot K_x)$, для возможности выявления структурных свойств в этой области $-1 \leq k \leq 0$). Другими словами, если структурной сопоставимой организации микромира отыскивать синфазное зеркальное отображение в линейной части антимира, то требуются доказательства 5-ти мерности этой организации, с одной стороны. С другой стороны, достаточно очевидно, что общие синфазные свойства естественнее отыскивать между микро-пространством реального мира и микро-пространством антимира. Поиски макро-анти пространства в дальних областях космоса до сих пор не дали никаких результатов. В то же время в физике высоких энергий в последние годы достигнуты значительные успехи по накоплению и удержанию в криогенных магнитных бутылках античастиц вещества [11,14]. Из этой логической цепочки обосновывается предположение – общую структурную организацию и взаимообусловленность необходимо рассматривать для структур микромира, определяемых двумерными

коэффициентами фрактальности $\tilde{k}^> = \frac{n}{\zeta}$ и микро-антимира, определяемых коэффициентами фрактальности их значений $-1 \leq k \leq +1$ $\tilde{k}^< = -\frac{n}{\zeta}$ в диапозонах

(К ним относятся центральные клетки в таблице 1 П в [8], которые условно можно назвать «бабочка»)

4.4. Геометрические и теоретико-числовые обоснования структурных построений микро-мира и микро-антимира.

Из квантовой механики и ядерных исследований второй половины 20-го века установлено, что для всех элементов таблицы Менделеева экспериментально подтвержден факт обнаружения дефекта массы. В самом общем смысле слова, суть её такова. Любое составное атомное ядро обладает массой меньшей, чем сумма масс всех составляющих его нуклонов (протонов и нейтронов). Таким образом, в случае деления ядер или их синтеза возникает дефект массы Δm , а отсюда и выделение или поглощение энергии, как следствие той или иной реакции: $\Delta E_d = \Delta mc^2$ [11...14].

За счет ΔE_d формируются ядерные оболочки, которые можно интерпретировать как «цементирующие» орбитали, охватывающие каждый из нуклонов ядра атома и их групповые компоновки, а в нашей модели они формируются треками без массовых кварков, представляющих собой сгустки энергии ΔE_d . Эти орбитали ответственны за силы слабого взаимодействия.

Аналогичную структурную организацию необходимо искать и для элементов антимира, подразумевая, что формируемые орбитали, для этих антиэлементов в окружающем их микромире должны, так же служить и оболочками «магнитных бутылок», предотвращающих аннигиляцию вещества и антивещества.

При этом мы будем предполагать, что процессы циклических формирований ядерных и атомных орбиталей как в микромире, так и в микро антимире синфазированы. Вполне понятно, что намеченная программа в настоящей монографии не будет завершена, но геометрические и теоретико-числовые предпосылки для решения поставленных задач могут быть найдены.

Прежде, чем приступить к более детальному обсуждению принципов построения регулярных и фрактальных геометрических структур поставим перед собой задачу однозначного «открещивания» от возможных мистических интерпретаций предмета обсуждения – пространств-времени -макро и -микромира.

Почему именно пространство микромира мы называем потусторонним, чем оно отличается от «правостороннего» - Евклидова и пространства «зазеркалья» - «левостороннего» гиперболического пространства? Это и есть те вопросы, на которые мы должны дать ответы.

Вполне очевидно, что любой квадрат можно представить суммой двух «окружностей» - вписанной в квадрат окружности и инвертированной окружности, составленной из четырех остатков квадрата, которые образуют в их умозрительной сборке (по половинам сторон квадрата) астроидоподобную «окружность, с периметром, составленным из линий с отрицательной кривизной (см. Рис. 4.3).

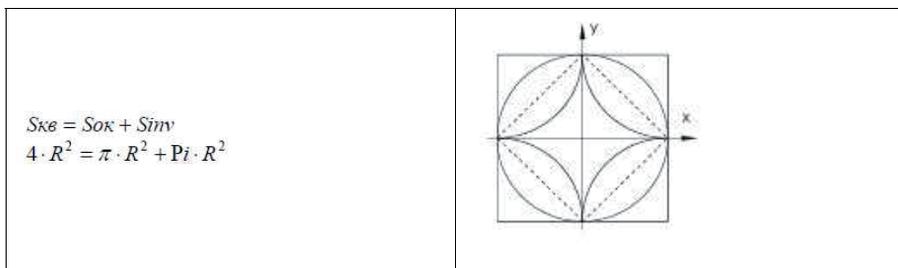


Рис. 4.3 Окружность и астроидо подобная «окружность» эквивалентные квадрату.

Из чего, вполне очевидно

$$4=3,1415\dots +0,8585\dots$$

Здесь π и P_i – трансцендентные, дополняющие друг друга, до бесконечности, т.е. аддитивные числа, выраженные в радианах.

Именно из этой элементарной и доходчивой парадигмы и была выведена в 1977 году триада тригонометрических функций [46].

Для этих функций замечательно свойство

$$Sid_k(\Omega \cdot p) = \frac{Sin(\Omega \cdot p) + Sin_k(\Omega \cdot p)}{2} \quad (4.10)$$

Эти три фигуры удовлетворяют одному выражению для расчета их площадей

Насколько эти представления отвечают физической логике описания статической структуры введенных фазовых подпространств:

-для –макро мира [4,6,15],

электрического пространства-времени гравитационного пространства-времени,

-для –микро мира [9,19],

потустороннего фрактального пространства-времени ядерных и атомных оболочек?

При анализе динамических процессов в задачах многократных отражений (математических бильярдov в кругe и сфере, распространении световых лучей в отражающем цилиндре и сфере, ряде задач космологии - задаче трех и более тел, задачах построения моделей атомных и молекулярных структур вещества и антивещества и т.д.) они имеют достаточно простые решения. Эти задачи могут быть сведены к фазовому анализу решений уравнения Максвелла для плоской электромагнитной волны. При реализации этого принципа в уравнении электромагнитной волны:

$$W = \bar{A} \cdot \exp[j \cdot (K \cdot Z - \omega \cdot t)] \quad (4.11)$$

частоту ω принимают равной нулю и от волнового описания переходят к корпускулярному.

В работах [4,6] из рассмотрения решений задач математических бильярдov в круге установлено, что:

- фазовый член iKZ (где K - волновой вектор), в этом случае, может быть представлен в параметрическом виде:

$$i \cdot \frac{2\pi}{k} \cdot t$$

где π - число пи (3,1415...рад.), k - коэффициент фрактальности - безразмерное число.

-при этом открываются широкие возможности чисто теоретико-числовых построений моделей

4.4.1 Метрические обоснования

Для лучшего восприятия главы IV при просмотре «по диагонали» напомним метрические обоснования модели.

Неоднократно высказываемые в последние годы идеи о фрактальности пространства-времени непосредственно приводят к необходимости повторного обращения к нашему определению фрактальности или фракталам.

Фракталы – гиперкомплексные объекты нецелочисленной размерности пространства-времени с пространственной или

пространственно временной локализацией самоподобных элементов, в общей иерархической итеративной структуре [5].

А это определение базируется не только на прямом доказательстве объективного существования фрактальной структуры в числовом континууме, выражаемом в аналитической записи принципов решета Эратосфена в комбинаторной форме [6], но и на возможности, которую читатели этой монографии могут провести самостоятельным анализом построения двумерных таблиц рекуррентных последовательностей, базирующихся на известной последовательности Фибоначчи:

$$U_{n,m} = U_{n+1,0}(\Phi) \cdot m + U_{n,0}(\Phi), \quad (4.12)$$

где $U_{n,0}(\Phi)$ подчиняется простейшему рекуррентному уравнению

$$U_{n,0}(\Phi) = U_{n-1,0} + U_{n-2,0}, \quad (4.13)$$

а $U_{n+1,0}(\Phi)$ – та же последовательность Фибоначчи, сдвинутая на один элемент влево.

В дуально-бесконечной записи последовательности Фибоначчи записываются в виде следующей таблицы.

n	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$U_{n,0}(\Phi)$	5	-3	2	-1	1	0	1	1	2	3	5

Таблица 4.1. Последовательность Фибоначчи в дуально-бесконечной записи

При построениях таблиц 4.1 проделайте две подстановки в столбец с номером n=0 чисел m – целых и вторую – дробных (в простейшем случае – обратных целым). Эти простые упражнения приведут Вас к элементарным пониманиям как деления протяженностей и длительностей при переходе к параметрическим описаниям, создают вложенные древовидные фрактальные структуры в числовом континууме.

В моих модельных представлениях протяженность и длительность неравномерно рассматривать отдельно, как это делает Лейбниц. В силу того, что в основе выводов уравнений ГППЧ лежат Галилеевы представления об инерциальных системах отсчета, а само

пространство-время, связываемое с каждой Галилеевой системой, представляется по модели Де Ситтера, из чего следует, что пространство и время – неделимые единые категории.

Уравнения ГППЧ описываются в фазовом пространстве-времени.

Это фазовое пространство-время и есть наблюдаемый и пока еще не наблюдаемые, но реальные миры, обоснованные настоящими представлениями. В основе пространственных описаний протяженностей используются трехмерные, декартовы системы координат. В основе описания длительности в ГППЧ используется понятие изменения фазы в Галилеевых системах отсчета. Во всех этих представлениях основной характеристикой описания выбран коэффициент фрактальности.

Коэффициент фрактальности – это безразмерная величина «к», которая может принимать все значения числового континуума. Она характеризует «к» – кратное разделение как линейной, так и круговой протяженностей и длительности.

При k целочисленных траектории распространения лучей в круге статические и представляют собой правильные вписанные в окружность многоугольники с числом вершин k .

В случае k рациональных и определяемых отношением целых несократимых чисел

$$k = \frac{p_2}{p_1} \quad (4.14)$$

траектории распространения света также статические и представляют собой фрактальные многоугольники, т.е. правильные звездчатые замкнутые многоугольники, имеющие n вершин.

Они формируются путем «заметания» лучом (обобщенным вектором) конечной площади в круге за m оборотов вокруг центра кривизны. Сам же обход луча (фотона), получаемых n точек отражения, осуществляется через m секторов деления.

С помощью коэффициентов фрактальности, примененных к разделениям окружности и сферы, формируются эталонные характеристики времени для пространственно-временных представлений.

$\Omega_p = \frac{2 \cdot \pi}{k}$ – фазовое или угловое определение временной длительности. (4.15)

$\omega_{t,d} = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{R_0 \cdot (2 \cdot \sin(\frac{\pi}{k}))^d}$ – пространственно частотное определение временной длительности на заданных окружностях d-отображения. (4.16)

Само измерение фазы осуществляется по системам всюду плотных вложений концентрических сфер, скрепляющих («цементирующих») пространственные протяженности. В трех центрированных плоскостях пространства XY, XZ, YZ в сечениях концентрических сфер формируются пространственно-временные добавленные координаты – концентрические окружности. Каждая из этих окружностей ортогональна пространственным координатам, что, естественно, приводит к пониманию того, что этой моделью мы достигаем главного требования 4-мерного представления – ортогональности координат протяженности и длительности друг другу. Привязываясь к экваториальной плоскости в основообразующей инерциальной системе Галилея – Земле – нетрудно разобраться в понятиях:

- абсолютное фазовое время Θ (в наших обозначениях Ω_p);
- линейный масштаб времени S/t на поверхности оболочки инерциальной системы отсчета – Земле, а на заданной дистанции d от R_0 – в соответствии с частотным множителем $\omega_{t,d}$.

Эти элементарные рассуждения можно провести, например, по разделам 4, 5 Главы 3, 1 тома, двухтомника [7]. По физическому понятию центростремительное ускорение

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T} \cdot R \quad (4.17)$$

и по понятию центробежное ускорение (для случая, когда наблюдатель находится во вращающейся системе координат) не представляет никакого труда разобраться в элементарных принципах математической возможности синхронизации времени внутреннего и внешнего наблюдателя. В технике это стробоскопический и

синфазизирующий эффекты. В обыденной практике - это полеты геостатических спутников и «синфазный» перелет из Петропавловска-Камчатского в Санкт-Петербург на самолете со скоростью $v_3 + \Delta v$, где Δv совпадает по направлению с v_3 и вычисляется через сумму $R_s + h_d$. Из этих же пояснений элементарно приходит и понимание того, что при переходе к параметрическому описанию процессов, мы должны иметь в виду и предельные переходы при t_0 . Объясняется и физическая суть фазовых инерциальных систем отсчетов, при которых v/t_{ac} , а линейный пространственно-временной масштаб на каждой пространственно-временной координате радиуса R_d стремится к S/t_{vd} и напрямую зависит от R_d .

$$S_d/t - \text{быстрота изменения расстояния}; \quad (4.18)$$

$$t/S_d - \text{линейная длительность изменения времени} \quad (4.19)$$

при всем том, что абсолютное (фазовое) время, как в координатах внутреннего наблюдателя, так и в координатах внешнего наблюдателя всегда одно и то же.

В свою очередь, наблюдатель, находящийся на поверхности Земли, как своим мыслительным аппаратом, так и инструментальными приборными средствами может изучать процессы, происходящие как во внешнем космологическом пространстве других объектов – инерциальных галилеевых систем отсчета, так и процессы синхронизированные по \odot в микромире и в микро-антимире (-d), а также и в макромире (+d). Взаимное сближение или удаление объекта наблюдения и субъекта-наблюдателя всегда будут приводить к смещениям базовых определений S_d/t и t/S_d , которые мы приборно наблюдаем как частотные смещения в ультрафиолетовую или в инфракрасную область, соответственно – Допплер-эффект. Наглядно это можно проследить по моделированию линейных протяженностей, формируемых при параметрическом описании в четырехмерной фазовой модели траектории движения математической точки или световой частицы в физическом эксперименте, по траектории математических бильярдных, описываемой комплексными аналитическими функциями уравнений ГППЧ

4.4. 2. Топологические обоснования

Сама синфазированная сетка пространства-времени, формируется в соответствии с параметрическими представлениями:

- для плоскости:

$$x = R_p \cdot \cos(\Omega_p \cdot p) \quad y = R_p \cdot \sin(\Omega_p \cdot p) \quad (4.20)$$

- для пространства:

$$\begin{aligned} x &= R_p \cdot \cos(\Omega_v \cdot v) \cdot \cos(\Omega_u \cdot u) \\ y &= R_p \cdot \sin(\Omega_v \cdot v) \cdot \cos(\Omega_u \cdot u) \\ z &= R_p \cdot \sin(\Omega_u \cdot u) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Но как только в умозрительную модель мы будем закладывать не только фазовые, а еще и пространственно-частотные представления, т.е. будем вводить линейную протяженность и величину ее измерения – скорость света c – так сразу картина существенно меняется. Независимо от того, имеем ли мы дело с зарядами (различной природы) или нет, неизбежно приходим к множеству геометрических (параметрических) инерциальных систем отсчета. При этом (для образного описания) при формировании линейного (или гиперболического) перемещения по полярной структуре времени геометрического эталона – протяженности – стрелки наших часов должны изменять свою длину. И конец стрелки времени должен параметрически (при разумном ограничении t при моделировании) перемещаться не по окружностям, а по вписанным линейным (или гиперболическим) многоугольникам и многогранникам.

А в выражениях (4.21) появятся изменения не только в фазовых членах, но и неизбежно всплывут множители амплитудной модуляции

$$\begin{aligned} x &= R_p \cdot m_{t,d} \cdot \cos(\overline{\omega}_{t,d} \cdot t_v) \cdot \cos(\overline{\omega}_{t,d} \cdot t_u) \\ y &= R_p \cdot m_{t,d} \cdot \sin(\overline{\omega}_{t,d} \cdot t_v) \cdot \cos(\overline{\omega}_{t,d} \cdot t_u) \\ z &= R_p \cdot m_{t,d} \cdot \sin(\overline{\omega}_{t,d} \cdot t_u) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Этим построением мы приходим уже не к пространству и времени, а к пространству-времени, в котором начнут действовать релятивистские законы. В ходе исследований установлено, что как абсолютная величина коэффициента фрактальности, так и его знак

позволяют отнести рассматриваемые структурные конструкции по принадлежности к тому или иному подпространству

Самостоятельные элементарные операции графического моделирования с учетом мнемонических правил (*), имеющих и строгое математическое доказательство, приведут читателей к самостоятельному пониманию, что вся область рациональных делений окружности с заданными рациональными коэффициентами k разбивается на подобласти.

Действительно, вся числовая ось $\mathbb{R} \in [-\infty, \dots, -k, \dots, 0, \dots, k, \dots, \infty]$ разбивается на три области

$$1). \mathbb{R} \in [-\infty, \dots, -2, \dots, 2, \dots, \infty]$$

$$2). \mathbb{R} \in [-2, \dots, -1, \dots, 1, \dots, 2]$$

$$3). \mathbb{R} \in [-1, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 1]$$

При этом в самих областях выделяются числа, формирующие как статические траектории лучей (векторов) многократного отражения - это целые и рациональные числа, так и динамические траектории, формируемые трансцендентными коэффициентами фрактальности -Сами области 1). ... 3). соответствуют формированию лучевых структур (векторов) различной природы:

- В области 1), при положительных значениях чисел $\mathbb{R} \in [2, \dots, \infty]$, формируются линейные векторы «правостороннего» мира , где

$$\mathbb{R}(\vec{\kappa})$$

$$\Rightarrow$$

$$\kappa = k$$

и их комплексные и гиперкомплексные спиральные и спирально-винтовые отображения в Евклидовых подпространствах.

При этом вектор с $\vec{\kappa} = 2$ соответствует параксиальным лучевым направлениям корпускул - фотонов. Лучевые структуры и их отображения этой области числовой оси отнесены нами к электрическому пространству-времени.

- Для области 2), при положительных значениях чисел $\mathbb{R} \in [1, \dots, 2]$, мы из элементарных представлений деления единичного отрезка и единичной окружности в k - кратных отношениях пришли к нелинейным векторам «левостороннего» мира и, соответственно, к гиперболической, «левосторонней» системе чисел.

Длительное время оставалась непонятной область чисел «к» отнесенная к классу 3). Рассмотрение с общих позиций и выведенных мнемонических правил для описания рациональных (фрактальных) многоугольников в плоскости математических бильярдов в круге

последовательности чисел из области $\Re(\tilde{\kappa}) \in [-1, \dots, -\kappa, \dots, 0, \dots, \kappa, \dots, 1]$

$$\tilde{\kappa} = 1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/m$$

4.4.3. Анализ табличных представлений двумерных систем чисел, характеризующих физическое явление микромира.

Как уже отмечалось в [8], двумерные системы чисел микромира, будучи представленными, в табличной форме [Приложение 1 в [8]] образуют числовые последовательности, характеризующие введенными понятиями линзовой симметрии. При этом в I^m и IV^m квадрантах числовых таблиц по строкам с фиксированными значениями n и варьируемыми значениями чисел ξ формируются дробно-рациональные последовательности, которыми я предложил описывать процессы образования ядерных и атомных орбиталей элементов таблицы Менделеева. Однако, если числа n в этих таблицах напрямую сходились с главным квантовым числом n квантовой механики, то числа ξ (гармоники разложений) на прямую еще не могут быть связаны с орбитальным квантовым числом l из состава квантовых чисел [11,12]. Представление правых членов чисел $\tilde{\kappa}$, $\tilde{\kappa}^*$ и $\langle \tilde{\kappa}^* \rangle$ выражений (4.6)...(4.9) сведенных в таблицы 1, 2, 3 Приложения к настоящей главе дают возможность прямой трактовки чисел ξ через известные нам числа l квантовых чисел [11, 12].

Действительно, числа сведенные в таблицу 1 П представляют собой двумерную форму дробно-рациональных чисел $\frac{n}{\xi}$, отвечающих за образование реальных частей аналитических функций экспоненциальных форм предложенного математического аппарата уравнений Геометрического Поля Пространственных Частот (ГППЧ) [4,6,5].

В числах, сведенных в таблицы 2П и 3П, в числителе содержатся удвоенные главные квантовые числа $2n$, а в знаменателях

рациональных членов таблиц 2 и 3 содержатся магнитные (азимутальные) квантовые числа m_e представимые в виде $\pm n \pm 2\xi$. Последнее обстоятельство позволяет предложить физическую интерпретацию найденных двумерных систем чисел с точки зрения классической квантовой механики.

Из квантовой механики и ядерных исследований второй половины 20-го века установлено, что для всех элементов таблицы Менделеева экспериментально подтвержден факт обнаружения дефекта массы. В самом общем смысле слова, суть её такова. Любое составное атомное ядро обладает массой меньшей, чем сумма масс всех составляющих его нуклонов (протонов и нейтронов).

Таким образом, в случае деления ядер или их синтеза возникает дефект массы Δm , а отсюда и выделение или поглощение энергии, как следствие той или иной реакции

[11...13]:

$$\Delta E_d = \Delta mc^2 \quad (4.23)$$

За счет ΔE_d формируются ядерные оболочки, которые можно интерпретировать как «цементирующие» орбитали, охватывающие каждый из нуклонов ядра атома и их групповые компоновки, а в нашей модели они формируются треками без массовых кварков, представляющих собой сгустки энергии ΔE_d . Эти орбитали ответственны за силы слабого взаимодействия.

С учетом того, что ближайшие сферы охватывающие ядерные и атомные орбитали имеют для каждого атома свои радиусы, выражаемые через главные атомные числа, для упрощения модели будем пользоваться порядками их приближений

$$R_n \approx 1 \cdot 10^{-10} M$$

и

$$R_d \approx 1 \cdot 10^{-14} M$$

Как ранее доказано в [8] процессы формирования структур микромира имеют пространственную размерность не $R^{(3+1)}$, как в макромире, а $R^{(3+2)}$. При этом мы будем предполагать, что процессы циклических формирований ядерных и атомных орбиталей синфазированы.

Анализ и сравнение систем чисел, ответственных за процессы формирования структур микромира с аналогичными числами для описания структур ранее описанных моделей пространства-времени в

макромире позволяют выдвинуть априорные представления для моделирования в программе MathCad.

Дискретные сгустки энергии ΔE_d распределяются вокруг ядерных нуклонов в виде их криволинейных треков, имеющих вид аттракторов Лоренца. Их модельное представление можно проследить по рисунку 4.4.

Получен этот рисунок путем подстановки из Приложения к [8] найденных двумерных систем кватернионно и октавно связываемых чисел в виде коэффициентов фрактальности в уравнения геометрического поля пространственных частот в комплексном виде.

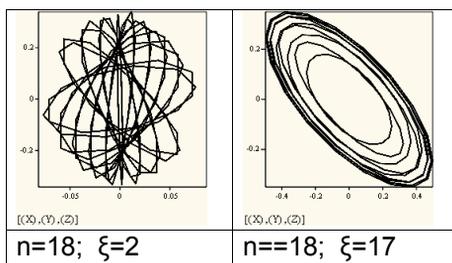


Рисунок 4.4 Модельное представление криволинейных треков ядерных нуклонов

С учетом того, что для каждого нуклона в ядерных оболочках мы находим свои значения коэффициентов фрактальности в интервалах значений от $\tilde{k}(n, \zeta_i)$ до $\tilde{k}(n, \zeta_{i+(n-1)})$ из чего следует, что каждый такой интервал содержит информацию о самих нуклонах и об орбиталях для каждого нуклона любого элемента таблицы Менделеева, определяемого главным атомным числом n , а так же информацию о присутствии нуклонов нижнего уровня n в последующих элементах таблицы с числами n_i .

При этом орбитали с коэффициентами фрактальности $\frac{1}{n}$ и $\frac{1}{n+i}$

где $i=0, 1, 2, \dots$, будут представлять собой внешние сферические орбитали и, предположительно, будут образовываться мезонами (внешние оболочки ядер, постоянно обменивающиеся долей энергии ΔE_d с внешней средой).

Эти орбитали будут сферическими, в силу деления внешней оболочки на единицу, а траектория перемещения от одного «отражения» до другого формируется аттрактором за $n+i$ обходов вокруг центра ядра.

4.5. Предварительный анализ результатов математического моделирования ядерных и атомных орбиталей в программах MathCAD и Mathematica.

Двумерное представление результатов моделирования экспоненциальных форм образуемых соответственно парами чисел $\tilde{k}^>$, $\tilde{k}^<$ и \tilde{k}^* , \tilde{k}^* приводит нас к заключению, что как при формировании ядерных орбиталей, так и при формировании атомных орбиталей (электронных орбит), последние представляются в виде аттракторов Лоренца, ориентация которых в пространстве, так же как и в классической квантовой механике характеризуется числами $l = \xi$ (для внешних представлений через таблицы 4.2 и 4.3). Число же циклов в аттракторах характеризуется значениями чисел ξ из таблиц [Приложение [1]].

Вид моделирования отдельных орбиталей с точки зрения внешнего наблюдения для элемента с атомным номером $n=18$ представлен на рисунках 1 и 2, соответственно.

В настоящей Главе проведены только предварительные попытки математического моделирования структур формирования ядерных и атомных оболочек.

Отображения формируются действительной и мнимой частями решения уравнений Геометрического Поля Пространственных Частот, и, соответственно, формируют правосторонние и левосторонние спирали. Геометрическая интерференция (каустики) между этими спиралями и порождает известные из теории Максвелла центробежные и центростремительные сферические электромагнитные волны. Как видно из приведенных рассуждений наша модель Геометрического Поля Пространственных Частот исходит из определения формы и взаимного расположения элементов среды.

Таким путем пошел Джеймс Кларк Максвелл. В его модели также определялась форма первого приближения элементов эфира, и даже их взаимное расположение в пространстве. Теория Максвелла сразу принесла ошеломляющие результаты: все частные законы (Фарадея,

Ампера, Кулона и др.) оказались следствиями уравнений Максвелла. Спустя несколько десятилетий, Генрих Герц экспериментально обнаружил предсказанные Максвеллом электромагнитные волны и сумел определить их поперечную структуру, которая тоже была предсказана Максвеллом при помощи его шестеренчатой модели эфира. Но, известные эксперименты Физо и Майкельсона, интерпретированные в работах А. Эйнштейна надолго наложили табу на эфиродинамику.

В разрабатываемой модели нет эфира, а есть поля разрешенных направлений для комплексного отображения внутренних процессов, порождающих электромагнитные поля объектов среды. Следовательно, наша модель только дополняет представления электромагнитного поля Максвелла новой трактовкой утерянных шестеренок Максвелла.

В моделях [4...8] добавленными координатами выступают поверхности сфер, концентричных математическому центру объектов (элементов). В этом случае, например в меридиональном сечении объекта, можно рассматривать две пространственные координаты x , y и добавленную третью координату – окружность, которая оказывается ортогональной каждой из пространственных координат. Тот факт, что четвертая координата не является линией, а является поверхностью, очевиден из рассмотрения ряда моделей построения многомерных топологий. При устремлении радиуса добавленной координаты к нулю эта добавленная координата будет ортогональной к трем другим осям x , y и z в центре, т.е. в точке их пересечения. Как уже отмечалось, в пространственном представлении эти добавленные координаты будут представлять собой плотный набор концентрических сфер. Добавленные координаты будут носить пространственно-временной характер.

И, вполне очевидно, что чем дальше от центра объекта пространства расположена добавленная координата, тем с меньшей скоростью относительно самого пространства будет изменяться время на данной пространственной дистанции R_D . Это и обуславливает существенную разницу скоростей процессов в макро и микромире, так же как и различными базовыми группами геометрических преобразований должны описываться элементарные структуры всех перечисленных подпространств обобщенного пространства-времени.

Фрактония 1. – тетраэдро-тетраэдрной группы, лежит в основе принципов формирования структур в 5-ти мерном микропространстве, в котором формируются ядерные и атомные

орбитали. К этому выводу можно подойти, рассматривая результаты математического моделирования 5-ти мерной фрактальной структуры атомных элементов. Построение моделей структур микромира базируются на выведенной в [8] двумерной кватернионно-сопрягаемой системе чисел, которая, как, оказалось, характеризует принципы образования известных квантовых чисел микромира, представления о котором сформированы в работах Л. де Бройля, В. Гейзенберга, Э. Шредингера и П. Дирака [14,47]

Так же как и ранее, при геометрическом анализе числовых систем, характеризующих циклические процессы макромира [4,...6], кватернионно-сопрягаемые числовые системы выводились как числа деления единичных или произвольных окружностей в \tilde{k} - кратных правосторонних и левосторонних отношениях. Другими словами, в основе их вывода положен тригонометрический анализ образования экспоненциальных и гипер-экспоненциальных кватернионных и октавных форм символьных решений уравнений электродинамики Максвелла.

Дальнейший теоретико-числовой анализ числовых систем (4.1...4.5), с тригонометрических позиций исследования фазовых аргументов привел к выводу минимизированных числовых систем (4.6,...4.9).

В результате проведенного анализа и математического моделирования на основании числовых систем автору однозначно удалось связать область значений коэффициентов фрактальности $\mathfrak{R}(\kappa) \in [-1, \dots, 0; \dots, \kappa, \dots, 1]$ с моделированием процессов формирования упорядоченных структур в элементах микромира – в формировании ядерных и атомных орбиталей. Из исследования следует, так же, что физикам экспериментаторам следует проверить гипотезу автора о возможном существовании для атомных элементов с нечетными главными атомными числами n их орбиталей, ориентированных не в соответствии с целочисленными значениями орбитальных чисел l , а с дробными. Например для элемента с $n=9$ числа l для устойчивых состояний (F) должны представлять последовательности 0.28125, 0.5625, 1.125, 2.25, 4.5, 6.75, 7.875, 8.4375, 8, 71875

Начато моделирование пятимерных – микропространств-времени и микро- антипространств-времени.

4.5.1. Первые подходы к моделированию.

Дальнейшими исследованиями и результатами математического моделирования установлено, что, если при введении нелинейных гиперболических подпространств макромира, траектории виртуальных фотонов (гравитонов) представлялись в виде векторов Лобачевского на плоскости круга в интерпретации Пуанкаре, то для однозначного описания векторных траекторий, определяемых двумерными коэффициентами фрактальности $\tilde{k}^>(n, \zeta), \tilde{k}^{>*}(n, \zeta), \tilde{k}^<(n, \zeta), \tilde{k}^{<*}(n, \zeta)$, для микромира, необходимо оперировать сугубо-нелинейными векторами, представляемыми в виде нелинейных (не симметричных) спиралей, подобных траекториям, формирующим аттракторы Лоренца [12,47] (Рис 4.5 а). А анализ сугубо нелинейных векторных траекторий по методам Лиссажу приводил к выводу о возможности интерпретации чисел n и ζ как чисел квантовой электродинамики (Рис. 4.5 б).

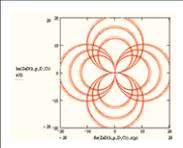
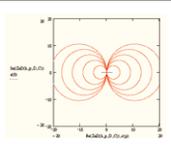
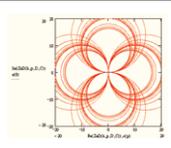
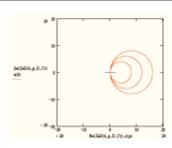
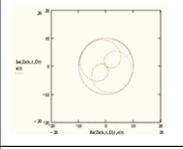
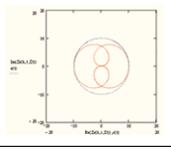
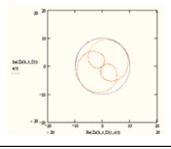
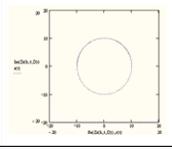
Модель фрактальных траекторий электронных оболочек				
$\tilde{\kappa}(n, \zeta) = \frac{n}{2 \cdot n + \zeta}$	K=4/9	K=2/5	K=4/11	K=1/3
Модель спиралевых траекторий ядерных оболочек				
$\tilde{\kappa}(n, \zeta) = \frac{n}{2 \cdot n + \zeta}$	K=4/9	K=2/5	K=4/11	K=1/3

Рис. 4.5 а и б Двумерный анализ числовых систем (4.6,...4.10)

Так же можно говорить о том, что текущие треки аттракторов будут охватывать как каждый из нуклонов, так и группы нуклонов по принципам формирования объемных представлений фигур Лиссажу (см. рисунок 4.6).

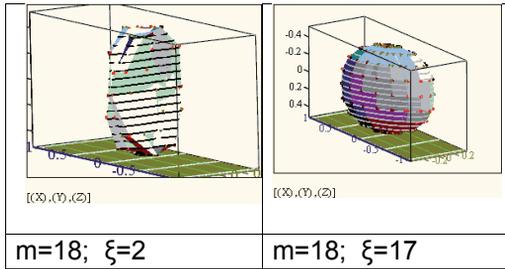
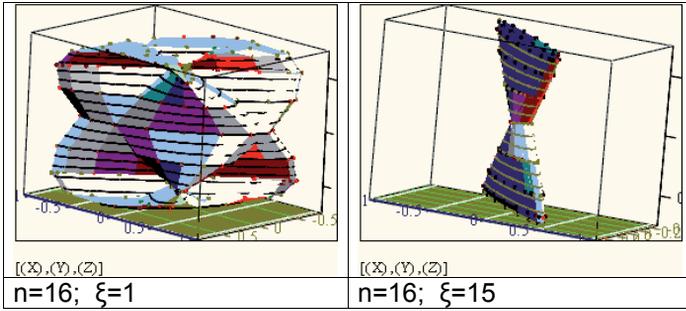


Рис. 4.6. Объемное моделирование фигур Лиссажу.
Результаты предварительного моделирования ядерных оболочек с точки зрения внешнего наблюдателя

4.5.2. Микро-Антимир.

Прежде всего, ответим на поставленный в начале главы вопрос:

- что означает такое понятие как отрицательный коэффициент

фрактальности $\tilde{k} = -\frac{n}{\zeta}$?

Понятно, что интерпретация этого члена в фазовом множителе (4.15), как показателя поворота времени вспять, сразу же и однозначно отмечается всем ходом выводов, к которым мы идем, начиная с 1995 года.

Попробуем ответить на этот вопрос не с позиций временного, а с позиций пространственного анализа. Для чего снова проанализируем исходную задачу деления единичного отрезка и окружности единичной длины в k кратных отношениях, для случая, когда k - имеет отрицательные значения

$$1 = \frac{1}{K_n} + \frac{1}{-K_n} = \frac{1+K_n}{K_n} + \frac{1}{-K_n} \quad (4.24)$$

Из выражения (4.24) очевидно, что при отрицательных коэффициентах фрактальности «деление» отрезка точкой происходит вне отрезка, (слева или справа от делимого отрезка). При этом для отыскания зеркальных, структурно связанных элементов микро анти пространства и микро пространства необходимо рассматривать парные структурные элементы в анти пространстве, для которых квантовые числа связаны выражением

$$\tilde{k} = -\frac{n}{\zeta}, \quad (4.25)$$

а для микро пространства структуры с

$$\tilde{k}^> = \frac{n}{n+\zeta} \quad (4.26)$$

только в этом случае будет соблюдаться условие синфазного деления окружности единичной длины (внутреннее и внешнее, соответственно) в k - кратных отношениях.

$$2\pi = \frac{2\pi(n+\zeta)}{n} - \frac{2\pi \cdot \zeta}{n} \quad (4.27)$$

Для понимания как эти построения синфазных структур осуществляются в пространстве, и к каким центрам фрактализации

пространства приводятся действительные и инверсные сферы (сферы микромира и инверсные сферы микро антимира) обратимся к модели фотолюминесцентного синтеза ферроэлектрических матриц с квантовыми точками, формируемыми внутри этих регулярных структур [15].

Это модельное представление можно распространить на распределение сгустков микро пространственных структур и структур анти пространства. В этом случае, дискретные сгустки энергии ΔE_d распределяются вокруг ядерных нуклонов в виде их криволинейных треков, имеющих вид аттракторов Лоренца (в предлагаемой модели это сферы). А структуры анти пространства формируются в регулярных решетках инвертированных сфер (на рисунке представлены октаэдрами)

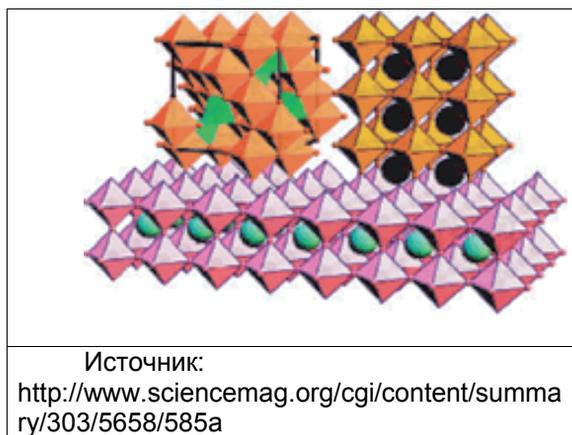


Рис. 4.7. Модель регулярных упаковок.

Но истинный вид этих «октаэдров» представлен на нашем моделировании в программе Mathematica (см. Рис 4.8.) - левая модель.

Инверсные сферы (при принятии за R - радиус сферического сгустка вещества) имеют следующие геометрические характеристики:

-Радиус по ребрам – R_4

-Радиус кривизны граней - $R_c = \sqrt{2} \cdot R$ (4.28)

-Объем инверсной сферы $V_{uc} = \frac{4}{3} \cdot R^3 (6 - \frac{\pi}{2} (15 - 8\sqrt{2}))$ (4.29)

-т.е. число $\pi_{uc} \approx 0,20958685...$ (4.30)

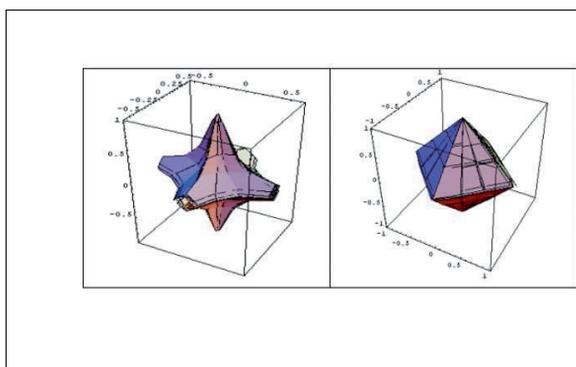
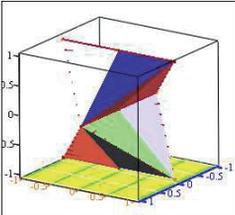
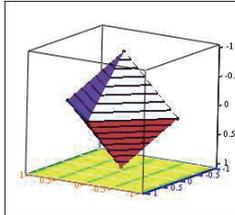
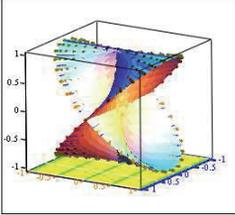
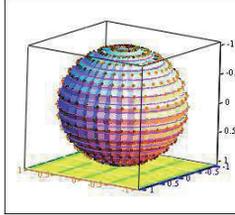
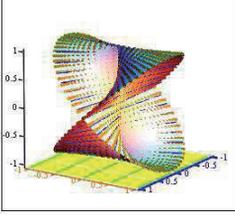
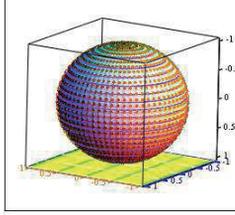


Рис. 4.8. Математическое моделирование гиперболического и Евклидова октаэдров в программе Mathematica 4.2

Результаты предварительного моделирования в программе MathCad в матричной форме построения элементарных структур антимира, микро анти мира и синфазных им структур микромира сведены в Таблицу 4.2

Моделирование велось по представлению элементарных структур антимира, микро антимира (4.8, 4.9) как действительных частей кватернионных аналитических функций, а синфазированных с ними структур микромира (4.6,4.7), как мнимых составляющих кватернионных аналитических функций. Следует отметить, что, хотя сами выражения для математического моделирования записаны в параметрической форме (4.21-4.23), но, в силу того, что аппарат построения 3D графики в MathCad еще не совершенен, то построение машинным способом ведется по целочисленным значениям параметров u и v , соответственно. В силу сказанного моделирование надо расценивать только как иллюстративное. Получены эти рисунки путем подстановки из Приложения 1 к [8] найденных двумерных систем кватернионно и октавно связываемых чисел в виде коэффициентов фрактальности в уравнения геометрического поля пространственных частот в комплексном виде. (Таблица 4.2.)

Таблица 4.2.

$R1 := 1$	$R2 := 1$	$D := 0$	$n := 18$	$m := 3$
$k1(n, m) := \frac{-n}{m}$	$k2(n, m) := \frac{2 \cdot n}{-n + 2m}$	$k3(n, m) := \frac{n}{n + m}$	$k4(n, m) := \frac{2 \cdot n}{n - 2 \cdot m}$	
$N := 32$	$\zeta := \sqrt{-1}$			
$u := 0, 1..N$	$v := 0, 1..N$	$R1 := 1$	$R2 := 1$	$n := 32$ $m := 3$
$Z_{u,v} := \left[R1 \left[2 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{k1(n,m)}\right)}{\sin\left[\left(\frac{\pi}{k1(n,m)}\right)[1 + 2v - (2 \cdot \cos(i(v)))]\right]} - 1 \right] \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{k2(n,m)} u\right) + R2 \zeta \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{k3(n,m)}\right)}{\cos\left[\left(\frac{\pi}{k3(n,m)}\right)[1 + 2v - (2 \cdot \cos(i(v)))]\right]} \right] \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{k4(n,m)} v\right) \right]$				
Фрагмент программы				
				
(Re(X), Re(Y), Re(Z))		(Im(X), Im(Y), Im(Z))		
(n = -4; m = -3), (n = -4; m = -5)				
				
(Re(X), Re(Y), Re(Z))		(Im(X), Im(Y), Im(Z))		
(n = -32; m = -3), (n = -32; m = -35)				
				
(Re(X), Re(Y), Re(Z))		(Im(X), Im(Y), Im(Z))		
(n = -64; m = -3), (n = -64; m = -67)				
<p>Структуры антимира, микро антимира (Re) и синфазные к ним структуры микромира (Im). Моделирование проведено без разнесения центров фрактализации. Моделирование в программе MathCad 11</p>				

Выводы по главам III и IV:

В настоящее время можно сделать только предварительные выводы:

1. Принципы деления единичного отрезка и единичных окружностей в k – кратных отношениях (правосторонних и сопряженных с ними левосторонних) позволили построить экспоненциальные и гиперэкспоненциальные формы кватернионных описаний символьных решений уравнений электродинамики К. Максвелла.

2. Значения коэффициентов фрактальности k имеют три области на числовой оси:

- Область от ± 2 до $\pm \infty$ - отнесена к области формирования структурных свойств Евклидова электрического пространства и антипространства.
- Область от ± 1 до ± 2 – отнесена к области формирования не Евклидова гравитационного пространства и анти-пространства
- Области от -1 до -0 и от $+0$ до $+1$ представляют собой особую двумерную область числовых коэффициентов, которые формируются квантовыми числами квантовой электродинамики.

3. Принцип неопределенности Гейзенберга может быть частично преодолен (хотя бы для точек «отражения» ядерных и атомных орбиталей от соответствующих ядерных и атомных сфер с радиусами R_n и R_A , соответственно).

Фазовые изменения пространства в целом и его подпространств характеризуются через понятия направлений и направленности времени.

Найденные подпространства представляют собой четырехмерное действительное линейное Евклидово пространство и виртуальное пространство переменной метрики с зонной «рогообразной» структурой отрицательной конической кривизны – пространство Минковского-Римана это пространство-время параллельных макромиров.

Новые модели построения структур элементов таблицы Менделеева при их моделировании в параметрических аналитических функциях представлены в ряде международных конференций, проводимых под руководством проф. И.Л. Батаронова, при Воронежском ВГТУ. Список публикаций по новым моделям представлен в ссылках [16,... 21].

В настоящем разделе мы подошли к возможности моделирования экспоненциальных структур пространства времени в самом общем виде, описанном в форме Клиффордового представления решений аналитических октавных функций.

$$Z_{\lambda, \mu}(k, t, d) = R \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (m_{\lambda, \mu}(k, t) \cdot \sqrt{1 + \sqrt{-1}} + (2m_{\mu, \lambda}(k, t) - 1) \cdot \sqrt{1}) \right)$$

где:

$$m_{\lambda, \mu}(k, p) = m_{\lambda, \mu}(k, p) + i \cdot m_{\mu, \lambda}(k, p) \quad \text{и}$$

$$m_{\mu, \lambda}(k, p) = m_{\mu, \lambda}(k, p) + i \cdot m_{\lambda, \mu}(k, p) \quad \text{?}$$

(M)

Это решение было впервые опубликовано в декабре 2003 года в материалах, представленных на конкурс за лучшую работу по гиперкомплексным числам, объявленный в 2003 году редактором журнала "Гиперкомплексные числа в геометрии и физике" Д.Г. Павловым. Последующая ее публикация сделана в [26] и статье, посланной на конференцию ВГТУ в 2004 г. [19].

В качестве подтверждения правильности выбора октавного описания параллельных подпространств-времени можно найти в работах Буркхарда Хайма и последующих авторов [48]

Эта модель октавной записи до настоящего времени еще не осознана, с точки зрения ее физико- математической интерпретации. Сделаем эту первую попытку.

Доказательства.

А. Эйнштейн никогда не употреблял терминов «кажущееся время» и «истинное время». Идеалом физической теории для него была термодинамика, которая основана на двух простых посылах: во-первых, предполагается постоянство энергии и, во-вторых – увеличение беспорядка системы, т.е. ее энтропия [15].

Однако, за прошедшие сто лет исследования по космологии и астрофизике показали, что в природе наблюдаются элементы более сложной организации, чем организация пространства-времени, постулированная А. Эйнштейном. Одним из примеров осмысления новых экспериментально наблюдаемых фактов изложены в статье А.Н. Барбараша, [49]. Какова же возможная причина уверенно наблюдаемой самоорганизации в окружающем нас мире? К ответу на этот вопрос можно частично подойти, по-новому исследовав структурную организацию в числовом континууме и законов, влияющих на фрактализацию

отдельных элементов этого континуума.

Связность

В математике понятие связности имеет многозначные применения наряду с таким понятием как структура.

В наших доказательствах мы будем базироваться на трех из них:

-связное пространство

-аддитивная и мультипликативная связности числовых последовательностей.

Связным пространством называется топологическое пространство, которое нельзя представить в виде суммы двух отдельных друг от друга частей. Пространство связно тогда и только тогда, когда каждая непрерывная числовая функция принимает на нем все промежуточные значения [50]. И, не смотря на то, что удаление отдельной точки Евклидовой плоскости не нарушает связности, усилим это допущение за счет введения понятия – точка рекуррентного нуля. Т.е. точки числовой оси, в которой функции не нарушая связности, имеют полюсы (1-го...4-го рода). И, лишь в случае, когда точка рекуррентного нуля функции совпадает с нулем абсциссы функции, речь может идти о нарушении связности топологического пространства.

Далее, не смотря на то, что по строгому определению И.М. Виноградова [51], теория чисел занимается изучением свойств целых чисел, при всех своих доказательствах по структурным разбиениям пространств на подпространства, в этом исследовании мы будем придерживаться более общего определения. В исследовании предполагается изучение рекуррентных свойств всего числового континуума, подразумевая эти исследования, как исследования теории чисел [52].

Аддитивные (целое представлено из двух частей $s=a+b$) и мультипликативные (целое и части связаны $s=a*b$) связности мы будем исследовать в числовых последовательностях и функциях, образуемых при элементарном акте – деления единичного отрезка прямой линии и единичной окружности на части.

Дальнейшими исследованиями методами индукции обнаружено объективное существование новых четырех связанных систем двумерных чисел – так же вещественных кватернионов, теоретико числовой анализ которых позволил автору исследования сделать выводы об объективном существовании двух параллельных

подпространств микромира Минковского-Римана, имеющих топологическую размерность $R^{(3+2)}$.

Эти числовые системы представлены выражениями (4.31,... 4.34)

$$\tilde{k}^>(n, \zeta) = \frac{n}{2 \cdot n + \zeta}, \quad (4.31)$$

$$\tilde{k}^{>*}(n, \zeta) = -\frac{2 \cdot n}{3 \cdot n + 2 \cdot \zeta} \text{ и} \quad (4.32)$$

$$\tilde{k}^<(n, \zeta) = -\frac{n}{n + \zeta}, \quad (4.33)$$

$$\tilde{k}^{<*} = \frac{2 \cdot n}{n + 2 \cdot \zeta} \quad (4.34)$$

Вывод и обоснование необходимости рассмотрения этой области на двумерной числовой плоскости привел к возможности моделирования ряда физических, не до конца объясненных явлений в задаче моделирования структур в микромире. 3D-решения задачи математических бильярдов в обобщенных сферах так же рассматривались как кватернионные решения, представляемые через Клиффордову алгебру [53,54]. Т. е. кватернионная аналитическая функция, описывающая пространственные формы и их гиперкомплексные отображения во внешнее и внутреннее пространства исходной сферы, в которой в полу-геодезических координатах строятся эти многогранные структуры, получается как сумма двух аналитических функций, объединенных в комплексную форму.

$$Q = C1 + i C2 \quad (4.35)$$

Исследование свойств кватернионных и октавных структур микромира пока еще находятся только на стадии становления

Гиперкомплексные отображение выводимых структур во внешнее и внутренние пространства элементов будут отображаться на би-Финслероидах, внешнем и внутреннем, соответственно.

4. В квантовых пятимерных подпространствах динамические процессы описываются существенно нелинейными векторами и явлениями.

Наличие единого пространства-времени с его восемью подпространствами обуславливает необходимость существования реальных и виртуальных частиц антимира, которые также образуют в нашем окружающем мире параллельные (проникающие) восемь подпространств антимира. Полученные выводы по моделированию

кватернионных и октавных описаний геометрических структур представлены на ряде международных конференциях [35,...40].

Естественно, при построении наноструктур мы, имея дело с синтезом не присущих естественным кристаллическим и аморфным конструкциям структур, мы вступаем в полосу не познанного. [27]

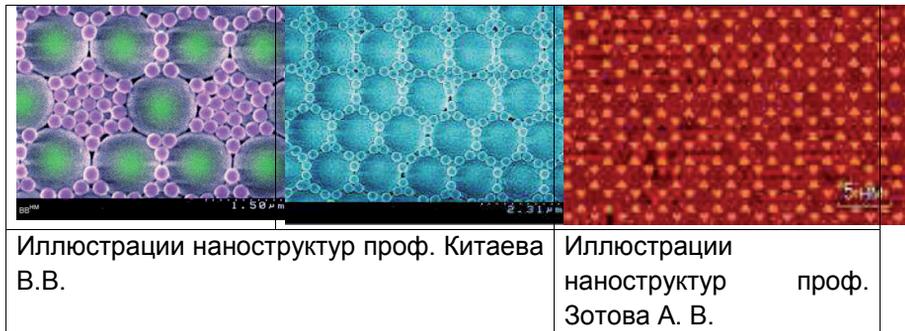


Рис. 4.9 Результаты нано-синтеза регулярных фрактальных структур микромиров.

Если в узлах формирования полостей с кривизной близкой к отрицательной, законы геометрического объединения «строительных кирпичей» не отвечают Евклидовым представлениям, если силы объединения – само сборки мы уже можем не только математически моделировать, но, уже и изучать на уровне синтеза гетеро структур и коллоидной химии мы должны быть внимательны и бережны.

5. В Главе 4 обобщены:

- введена новая трактовка построения пространственных 4х-мерных координат
- обобщены исследования автора по 4d моделированию
- последовательно изложена новая трактовка физической парадигмы - геометрическое поле пространственных частот (ГППЧ).
- показано применение в качестве математической основы ГППЧ комплекснозначных функций действительного и комплексного аргументов.

Заключение по главе IV

Единство окружающего нас пространства-времени в фазовом представлении, изложенном в настоящей Главе, как мы установили,

подчиняется законам сложной симметрии (линзовой, зеркальной и, в общей связи, линзово-зеркальной):

- Линзовая симметрия объединяет макро- и микромиры.
- Зеркальная симметрия объединяет синхронные динамические процессы в 4-мерных парных подпространствах-временах макромира, состоящих из: правостороннего электрического подпространства-времени; с гравитационным левосторонним. Отображение синфазных единовременных процессов в этих подпространствах можно образно назвать отображением в криволинейном зеркале. Так как электрическое подпространство-время описывается евклидовой геометрией, а гравитационное подпространство-время описывается геометриями и математическими системами Лобачевского-Минковского-Римана.
- Зеркальной симметрии (с криволинейным зеркалом в микро-, антимире) подчиняются и 5-мерные парные подпространства микромира, объединяемое с пространством микро-, антимира. В обоих подпространствах микромира синфазные процессы описываются нелинейными векторами, формирующими аттракторные орбитальные ядерные, электронные и позитронные оболочки.

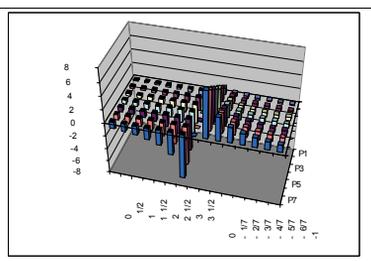
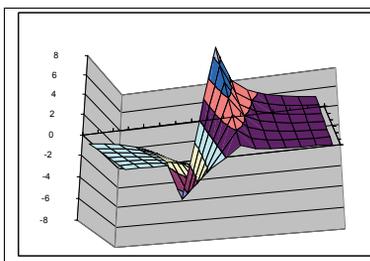
Общая связь и само формирование структур подпространств окружающего мира обусловлены фрактальной структурой числового континуума. В основе рассмотрения вложенных древовидных систем рациональных двумерных чисел между дуально бесконечной системой целых чисел лежит фундаментальное свойство деления линейной протяженности – произвольного отрезка прямой или криволинейной длительности – системы концентрических окружностей в плоскостях XY, XZ, YZ точкой. При этих делениях длительности и протяженности параметрически формируют отрезки левостороннего и правостороннего целого для парных подпространств.

Приложение 1П.

Минимизированные правосторонние числа

$$\tilde{k}^> = \frac{n}{\xi}$$

$n \backslash \xi$	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-7	-1	-1/6	-1/2/5	-1/3/4	-2/1/3	-3/1/2	-7	-7/0	7	3/1/2	2/1/3	1/3/4	1/2/5	1/1/6	1
-6	-6/7	-1	-1/5	-1/1/2	-2	-3	-6	-6/0	6	3	2	1/1/2	1/1/5	1	6/7
-5	-5/7	-5/6	-1	-1/4	-1/2/3	-2/1/2	-5	-5/0	5	2/1/2	1/2/3	1/1/4	1	5/6	5/7
-4	-4/7	-2/3	-4/5	-1	-1/1/3	-2	-4	-4/0	4	2	1/1/3	1	4/5	2/3	4/7
-3	-3/7	-1/2	-3/5	-3/4	-1	-1/1/2	-3	-3/0	3	1/1/2	1	3/4	3/5	1/2	3/7
-2	-2/7	-1/3	-2/5	-1/2	-2/3	-1	-2	-2/0	2	1	2/3	1/2	2/5	1/3	2/7
-1	-1/7	-1/6	-1/5	-1/4	-1/3	-1/2	-1	-1/0	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7
0	0	0	0	0	0	0	0	0/0	0	0	0	0	0	0	0
1	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	1/0	-1	-1/2	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/7
2	2/7	1/3	2/5	1/2	2/3	1	2	2/0	-2	-1	-2/3	-1/2	-2/5	-1/3	-2/7
3	3/7	1/2	3/5	3/4	1	1/1/2	3	3/0	-3	-1/1/2	-1	-3/4	-3/5	-1/2	-3/7
4	4/7	2/3	4/5	1	1/1/3	2	4	4/0	-4	-2	-1/1/3	-1	-4/5	-2/3	-4/7
5	5/7	5/6	1	1/1/4	1/2/3	2/1/2	5	5/0	-5	-2/1/2	-1/2/3	-1/1/4	-1	-5/6	-5/7
6	6/7	1	1/1/5	1/1/2	2	3	6	6/0	-6	-3	-2	-1/1/2	-1/1/5	-1	-6/7
7	1	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	7	7/0	-7	-3/1/2	-2/1/3	-1/3/4	-1/2/5	-1/1/6	-1

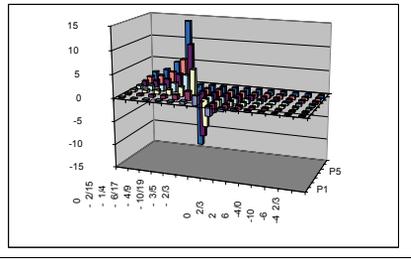
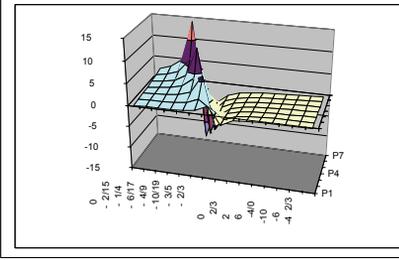


Приложение 2П.

Минимизированные левосторонние сопряженные числа

$$\tilde{k}^< = \frac{2n}{2\xi - n}$$

$n \backslash \xi$	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-7	-2/3	-14/19	-14/17	-14/15	-1/1/13	-1/3/11	-1/5/9	-2	-2/4/5	-4/2/3	-14	14	4/2/3	2/4/5	2
-6	-3/5	-2/3	-3/4	-6/7	-1	-1/1/5	-1/1/2	-2	-3	-6	-6/0	6	3	2	1/1/2
-5	-10/19	-10/17	-2/3	-10/13	-10/11	-1/1/9	-1/3/7	-2	-3/1/3	-10	10	3/1/3	2	1/3/7	1/1/9
-4	-4/9	-1/2	-4/7	-2/3	-4/5	-1	-1/1/3	-2	-4	-4/0	4	2	1/1/3	1	4/5
-3	-6/17	-2/5	-6/13	-6/11	-2/3	-6/7	-1/1/5	-2	-6	6	2	1/1/5	6/7	2/3	6/11
-2	-1/4	-2/7	-1/3	-2/5	-1/2	-2/3	-1	-2	-2/0	2	1	2/3	1/2	2/5	1/3
-1	-2/15	-2/13	-2/11	-2/9	-2/7	-2/5	-2/3	-2	2	2/3	2/5	2/7	2/9	2/11	2/13
0	0	0	0	0	0	0	0	0/0	0	0	0	0	0	0	0
1	2/13	2/11	2/9	2/7	2/5	2/3	2	-2	-2/3	-2/5	-2/7	-2/9	-2/11	-2/13	-2/15
2	1/3	2/5	1/2	2/3	1	2	2/0	-2	-1	-2/3	-1/2	-2/5	-1/3	-2/7	-1/4
3	6/11	2/3	6/7	1/1/5	2	6	-6	-2	-1/1/5	-6/7	-2/3	-6/11	-6/13	-2/5	-6/17
4	4/5	1	1/1/3	2	4	4/0	-4	-2	-1/1/3	-1	-4/5	-2/3	-4/7	-1/2	-4/9
5	1/1/9	1/3/7	2	3/1/3	10	-10	-3/1/3	-2	-1/3/7	-10/11	-10/13	-2/3	-10/17	-10/19	-10/19
6	1/1/2	2	3	6	6/0	-6	-3	-2	-1/1/2	-1/1/5	-1	-6/7	-3/4	-2/3	-3/5
7	2	2/4/5	4/2/3	14	-14	-4/2/3	-2/4/5	-2	-1/5/9	-1/3/11	-1/1/13	-14/15	-14/17	-14/19	-2/3

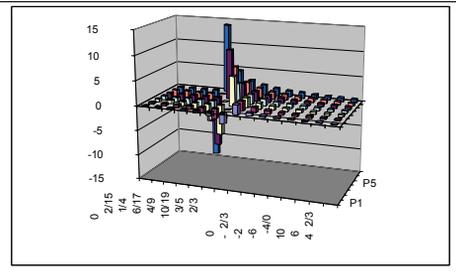
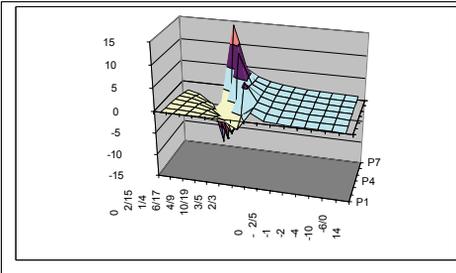


Приложение 3П.

Минимизированные правосторонние сопряженные числа

$$\Rightarrow K = \frac{n}{n - 2\xi}$$

n \ \xi	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-7	2/3	14/19	14/17	14/15	1 1/13	1 3/11	1 5/9	2	2 4/5	4 2/3	14	-14	-4 2/3	-2 4/5	-2
-6	3/5	2/3	3/4	6/7	1	1 1/5	1 1/2	2	3	6	-6/0	-6	-3	-2	-1 1/2
-5	10/19	10/17	2/3	10/13	10/11	1 1/9	1 3/7	2	3 1/3	10	-10	-3 1/3	-2	-1 3/7	-1 1/9
-4	4/9	1/2	4/7	2/3	4/5	1	1 1/3	2	4	-4/0	-4	-2	-1 1/3	-1	-4/5
-3	6/17	2/5	6/13	6/11	2/3	6/7	1 1/5	2	6	-6	-2	-1 1/5	-6/7	-2/3	-6/11
-2	1/4	2/7	1/3	2/5	1/2	2/3	1	2	-2/0	-2	-1	-2/3	-1/2	-2/5	-1/3
-1	2/15	2/13	2/11	2/9	2/7	2/5	2/3	2	-2	-2/3	-2/5	-2/7	-2/9	-2/11	-2/13
0	0	0	0	0	0	0	0	0/0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2/13	-2/11	-2/9	-2/7	-2/5	-2/3	-2	2	2/3	2/5	2/7	2/9	2/11	2/13	2/15
2	-1/3	-2/5	-1/2	-2/3	-1	-2	-2/0	2	1	2/3	1/2	2/5	1/3	2/7	1/4
3	-6/11	-2/3	-6/7	-1 1/5	-2	-6	6	2	1 1/5	6/7	2/3	6/11	6/13	2/5	6/17
4	-4/5	-1	-1 1/3	-2	-4	4/0	4	2	1 1/3	1	4/5	2/3	4/7	1/2	4/9
5	-1 1/9	-1 3/7	-2	-3 1/3	-10	10	3 1/3	2	1 3/7	1 1/9	10/11	10/13	2/3	10/17	10/19
6	-1 1/2	-2	-3	-6	6/0	6	3	2	1 1/2	1 1/5	1	6/7	3/4	2/3	3/5
7	-2	-2 4/5	-4 2/3	-14	14	4 2/3	2 4/5	2	1 5/9	1 3/11	1 1/13	14/15	14/17	14/19	2/3



Список использованных источников к главе IV:

- 1 Словарь иностранных слов в русском языке / под ред. И.В. Лехина, Ф.Н.Петрова. – М.: ЮНБЕС, 1997. – 830 с.
- 2 Лейбниц, Г. Сочинения: в 4 т. / Г. Лейбниц. – М., 1982.
- 3 Физический энциклопедический словарь / под ред. А.М. Прохорова. –М.: Советская энциклопедия, 1983.
- 4 Авторские сайты в Интернете:
 - а. Официальном сайте:
http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/
 - б. Блог <http://www.liveinternet.ru/users/gmelnikov/>
- 5 Донцов, Г.А. Серов. Фрактальная концепция детерминированного хаоса / Г.А. Донцов // Философия науки. – 2003. – №3. – С. 35-52.
- 6 Melnikov, G.S. Gnoseology of fractality – fractal optics, Proc. SPIE 1997, vol. 3010, p. 58-68 (www.spie.org/abstracts/3000/3010.html)
- 7 Орир, Дж. Физика: в 2 т. – М.: Мир, 1981 .
- 8 Мельников, Г.С. Модель структуры пространств ядерных взаимодействий с точки зрения кватернионных решений уравнений геометрического поля пространственных частот в аналитических параметрических функциях / Г.С. Мельников. http://www.xaos.ru/index.php?option=com_remository&Itemid=28&func=fileinfo&filecatid=58&parent=folder;
- 9 Косыев, В.Я. Единая теория поля, пространства и времени / В.Я. Косыев.– Нижний Новгород: Изд-во «Арабеск», 2000 – 178 с.; <http://www.n-t.org/tp/ns/etp.ht>
- 10 А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М. «Наука», 1968г.
- 11 М. Сапожников. Антимир-реальность? М., «Знание», 1983г.
- 12 Крис Льюэллен-Смит. Явные и скрытые симметрии. В сб. под ред. Дж. Малви. Фундаментальная структура материи. М., «Мир», 1984г.
- 13 Э. Фрид. Элементарное введение в абстрактную алгебру. М., «Мир», 1979г.
- 14 А.С. Компанец. Симметрия в микро- и макромире. М., «Наука», 1987г., стр.205.
- 15 Г.С. Мельников. Почему трёхмерная сфера геометризует пространство-время? доклада на VI Международной конференции; «Финслеровы обобщения теории относительности», ноябрь 2010г. <http://www.hyper-complex.ru/FERT-10.php?lang=rus>

- 16 Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Вывод параметрических уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах, Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.) ;
- 17 Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Моделирование гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов, Материалы конференции «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах», Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.), стр.134...138.
- 18 Г.С. Мельников. Анализ математической модели построения 3D пространственно-временных конфигураций и циклических процессов с точки зрения причинной механики, Тезисы, материалы Международного семинара Физико-математическое моделирование систем (г Воронеж, 5-6 октября 2004 г.), стр. 148...152;
- 19 Г.С. Мельников. Модель структуры пространств ядерных взаимодействий с точки зрения кватернионных решений уравнений геометрического поля пространственных частот в аналитических параметрических функциях, Материалы IV Международного семинара «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. (Воронеж, 21-23 апреля 2005 г.), стр. 107...114;
- 20 Г.С. Мельников. Правосторонний, левосторонний и обобщённый коэффициенты фрактальности, в задачах фотонного синтеза регулярных и само подобных структур, «Физико-математическое моделирование систем» (г Воронеж, 1-2 декабря 2005 г.), стр. 25...31;
- 21 Г.С. Мельников. Возможные и невозможные структуры пространства-времени с точки зрения теории чисел. <http://314159.ru/mathematics.htm> (melnikov5.pdf)
- 22 Г.С. Асанов Финслероидная геометрия, Москва, Физический факультет МГУ, 2004 г., 160с, тираж 567экз.
- 23 Пуанкаре А. Математическое творчество // Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1983, С. 313.
- 24 Пугач Б. Я. Научное познание и математическое творчество., Социальная экономика», 2009, № 1

- 25 Г.С. Мельников Фрактальная концепция геометрического поля пространственных частот объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени (стр.74), "Number, Time, Relativity", Proceedings of International Scientific Meeting, M, 2004
<http://www.polynumbers.ru/articles/194/en/pdf/sbornik.pdf>
- 26 Г.С. Мельников. Геометрия внутреннего сопряжения базовых кватернионов, Материалы на конкурс "За лучшую исследовательскую работу в области гиперкомплексных чисел", 2003 г., 40с. <http://314159.ru/mathematics.htm> (melnikov4.pdf)
- 27 Г.С. Мельников, А.А. Ошарин, О.В. Андреева, А.П.Кушнарченко. Нано-синтез фотонных кристаллов и фрактальных структур в объемных высоко разрешающих регистрирующих средах., Материалы VI Международной конференции «Действие электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов. (Воронеж, 21-23 апреля 2005 г.), стр.229...235
- 28 P.A.M.Dirac. The relation between mathematics and physics. Proceedings of the Royal Society, A vol. 59 (1938-39), pp. 122-129,
- 29 Г.С. Мельников. Физико-математическая модель решетчатых и шаровых упаковок пространства. Рег.№ 137 от 6.05.2003г, Оптика и спектроскопия
http://ns1.npkgoi.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data4/data4.html
- 30 Г.С. Мельников. Математическая модель классификации трансформаций многогранников с позиций минимизированной обобщенной Эйлеровой характеристики. «Оптика и спектроскопия» , рег..№ 133 от 6.05.2003г.
- 31 Melnikov Gnoseology of fractality – fractal optics//Proc. SPIE, Vol.3010 – 1997, p.58-68 Diffractive and Holographic Device Technologies and Applied Optics IV
- 32 Мельников Г.С.,Ларионов С.А.,Михеев П.А.,Цветков Е.А.// Изв.А.Н.,Серия физическая.М., 1995. т. 59, N 12. С.143..150.
- 33 Г.С. Мельников."Поверхности текущих фокусов в семействах каустических лучей многократного отражения от рефлекторов цилиндрического и сферического типов" Оптический журнал" т.66, №1, с73-79, С-Пб, ГОИ, 1999г.

- 34 Г.С. Мельников, А.С. Попов "Каустические поверхности при отражении и преломлении сферой гомоцентрических пучков лучей", Оптический журнал", т65, №4, с82...85 С-Пб, ГОИ, 1998г
- 35 Мельников Г.С. Геометрия внутреннего сопряжения базовых кватернионов. <http://www.hypercomplex.ru/Melnicov.doc>
- 36 Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А.// Изв. АН, Серия физическая, М., 1995.,т 59, N12, с143...150 Gennady S. Melnikov, Sergey A. Larionov, Pyotr A. Mikheev, Eugeny A. Tsvetkov "Discrete scanning systems for digital optical processing and transfer of images by systolic methods", journal B.R.A.S PHYSICS, Vol.59 No. 12 1995, pp2097-2103 Allerton Press, Inc./ New York.
- 37 Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Моделирование гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Материалы III международного семинара (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.), ВОРГСТУ, 2004, <http://www.vorstu.ru/vstu/news/3e11amelnikovd.htm>
- 38 Г.С. Мельников, А.А. Ошарин Моделирование сверхплотных многомерных и фрактальных структур. Материалы конференции Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах. Материалы III международного семинара (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.), ВОРГСТУ, 2004, стр. 137...139
<http://www.vorstu.ac.ru/vstu/news/3e11bmelnikovd.htm>
- 39 Г.С. Мельников Анализ математической модели построения 3D пространственно-временных конфигураций и циклических процессов с точки зрения причинной механики. Физико-математическое моделирование систем, Материалы Международного семинара, ВОРГСТУ, 2004, стр. 148...152
- 40 Г.С. Мельников Модель структуры пространств ядерных взаимодействий с точки зрения кватернионных решений уравнений геометрического поля пространственных частот в аналитических параметрических функциях. Материалы Международного семинара, ВОРГСТУ, 2004,
- 41 Квантовая механика атома.
<http://www.krugosvet.ru/articles/23/1002300/1002300a7.htm>

- 42 Г.А Донцов, Г.С. Мельников, И.Н. Серов. Фрактальная концепция детерминированного хаоса. Философия науки, Новосибирск-90, №3, 2003г., с. 35-52.
- 43 Г.С. Мельников Исследование кватернионно-сопрягаемой двумерной системы чисел, характеризующий физические явления микромира а. <http://fractals.freedomgame.ru/data7/conf/fusion2.pdf>
- 44 см. пространства Хайма-Дрёшера: Walter Dröscher1, Jochem Häuser Guidelines for a space propulsion device based on heim's quantum theory, 40th aiaa/asme/sae/asee joint propulsion conference & exhibit, fort lauderdale, florida, 11-14 july, 2004, AIAA 2004 – 3700
<http://www.hpcc-space.de/publications/documents/aiaa2004-3700-a4.pdf>
<http://www.engon.de/protosimplex/#Theorie>
<http://www.membrana.ru/articles/technic/2006/01/10/200900.html>;
<http://www.engon.de/protosimplex/downloads/04%20posdzech%20-%20landkarten%20zu%20elementarstrukturen%201998.pdf>
- 45 Г.С. Мельников, «Разработка математической модели 3D синтеза заданных кристаллических структур», Научно-технический ОТЧЕТ № 6,г. Санкт- Петербург, 2002 г.
http://ns1.npkgoi.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/nto/GOI_6.pdf
46. Г.С. Мельников. и др. Цифровая обработка сигналов на систолических процессорах. Под ред. Я.А. Дуброва.- Львов, 1991.-71с – (Препринт НТЦ по высокопроизводительным вычислительным системам “Интеграл, № 9-91”)
47. Гаврюсов В. Г. Измерение и свойства пространства-времени. Изд. 2-е, испрп. и суц. доп. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011.-448 с
48. см. пространства Хайма-Дрёшера: Walter Dröscher1, Jochem Häuser Guidelines for a space propulsion device based on heim's quantum theory, 40th aiaa/asme/sae/asee joint propulsion conference & exhibit, fort lauderdale, florida, 11-14 july, 2004, AIAA 2004 - 3700 <http://www.hpcc-space.de/publications/documents/aiaa2004-3700-a4.pdf>
<http://www.engon.de/protosimplex/#Theorie>
<http://www.membrana.ru/articles/technic/2006/01/10/200900.html>;
<http://www.engon.de/protosimplex/downloads/04%20posdzech%20-%20landkarten%20zu%20elementarstrukturen%201998.pdf>
49. А. Н. Барбараш Код. Жизнь. Вселенная.
<http://filosof.net/disput/barbarash/titul.htm>;
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/6018.html>
- : Он же Проблемы мировоззрения

50. Математическая энциклопедия, т.4, Изд-во Советская Энциклопедия, М., 1984г.
51. И.М. Виноградов. Основы теории чисел. М., Изд-во ГРФ-МЛ, 1972, 168 с.
52. Л.С. Понрягин. Обобщение чисел, М., Наука, 1986, 120 с
53. Клиффорд В.К. Здравый смысл точных наук. Начала учения о числе и пространстве. С приложением очерка бикватернионов и 105 чертежами. Перевод с 5 го английского издания книги А.Р. Кулишер. Петроград «Начатки знаний», 1922г., 224с.
54. Казанова Г. Векторная алгебра: Пер. с франц. 1979, Издательство: Мир

Глава V. Модель пространства-времени – четырёх мерный шар – би-финслероид.

5.1. Физическая и теоретическая интерпретация структуры пространства-времени

5.1.1. Разработка модели пространства-времени по экспериментальным и теоретическим исследованиям автора.

5.1.1. 1. Физическая интерпретация шестимерного-пространства времени

В предлагаемой нами модели нет эфира, а есть поле разрешенных направлений для комплексного отображения внутренних процессов, порождающих электромагнитные поля объектов среды. Следовательно, наша модель только дополняет представления электромагнитного поля Максвелла новой трактовкой утерянных шестеренок Максвелла

В модели [1,6,11,12] добавленными координатами выступают поверхности сфер, концентричных математическому центру объектов (элементов). В этом случае, например в меридиональном сечении объекта можно рассматривать две пространственные координаты x , y и добавленную третью координату – окружность, которая оказывается ортогональной каждой из пространственных координат. Тот факт, что четвертая координата не является линией, а является поверхностью, очевиден из рассмотрения ряда моделей построения многомерных топологий. При устремлении радиуса добавленной координаты к нулю эта добавленная координата будет ортогональной к трем другим осям x и y и z в центре, т.е. в точке их пересечения.

Как уже отмечалось, в пространственном представлении эти добавленные координаты будут представлять собой плотный набор концентрических сфер. Добавленные координаты будут носить пространственно-временной характер.

И, вполне очевидно, что чем дальше от центра объекта пространства расположена добавленная координата, тем с большей скоростью будет изменяться время на данной пространственной дистанции R^D . В силу возможности представления векторных отображений в полярной системе координат (для которой угловое (фазовое) изменение времени будет одним и тем же для всех R^D оболочек, а линейное, т.е. пространственно-временное изменение увеличивается с увеличением дистанции R^D) и, наоборот, при стремлении D к $-\infty$ ход времени

замедляется до полной его остановки на сфере, радиус которой равен радиусу сферы Шварцшильда.

В математической модели волновых процессов геометрического поля пространственных частот, введенных в [10,11,12] рассматриваются два отображения векторных задач математических бильярдов в круге.

В своих исследованиях, изложенных в Главах I-III, мы исходили не из расплывчатых обобщенных представлениями, а из точной классификацией 192 типов арифметических последовательностей, из изложенных принципов классификации полюсных многогранников, классификацией и построений программ анализа и синтеза детерминированных двумерных фракталов из кольцевых структур, а также из точного решения задачи математических бильярдов на плоскости.

А уже на основании этого базиса мы решили задачу геометризации пространства-времени, после чего поставили перед собой задачу математических бильярдов в сфере. От классической задачи математических бильярдов в круге задача математических бильярдов в сфере существенно отличается.

Если задача математических бильярдов в круге требует параметрического описания (во времени) движения 2-х точек прямолинейно с отражениями от ограничивающей поверхности круга (механистическая задача), то задача математических бильярдов в сфере требует также параметрического описания движения 2-х точек, но путем решения геометрической задачи построения вписанных многогранников в сферу. При этом осуществлялось построение вписанных полюсных многогранников в сферу в полугеодезической системе координат. Этот выбор обусловлен тем, что при устремлении числа разбиения n по параллелям и числа разбиения k по меридианам к бесконечности, мы с большой точностью приходим к построению главных объектов пространства-времени – полюсным планетам, солнцам, звездам... В результате всех построений мы пришли к выводу о существовании 16 подпространств шестимерных пространств-времени. (В силу того, что 8 из них конгруэнтны восьми другим, то, в итоге, можно говорить о 8-ми шестимерных пространствах, образующих наш Мир и Антимир.) В своих работах Р.О.

Бартини показал, что размерность пространства метавселенной в математическом описании равна 7, т.е. представляет собой семимерную сферу S_7 . Принимая одну координату мнимой, он считает остальные 6 измерений реальными. Далее он выделяет 2 подпространства: пространственно-подобной протяженности L и времени-подобной

протяженности T, каждое из которых получается 3-х мерным. Этими же математическими описаниями пользовался и автор монографии и авторы работы [2], однако, выводы, к которым приходят все авторы, разные.

Действительно, построения многогранников пространства осуществлялось с привлечением кватернионных параметрических уравнений (табл. 5.1.).

Таблица 5.1. Математическое моделирование вписанных многогранников в программах MathCad Professional 3D и Mathematica

$$\zeta := \sqrt{-1}N := 4\zeta i := 0, 1..Nj := 0, 1..NR := 0, 1..d := 1q := 64i := 0, 1..Nj := 0, 1..N$$

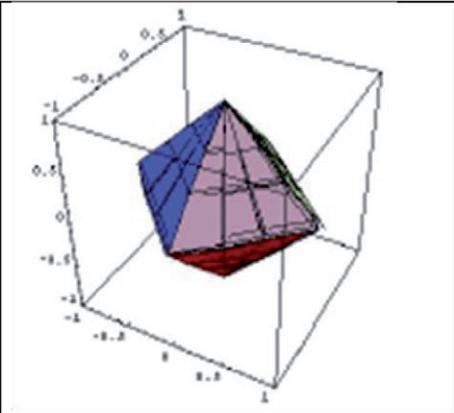
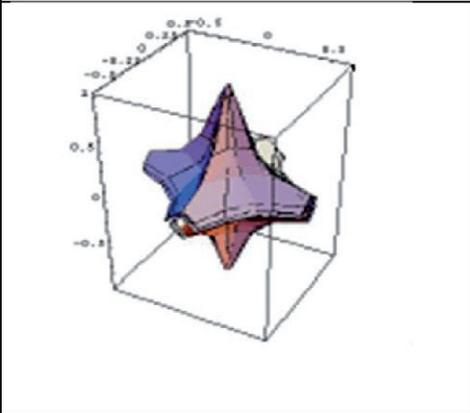
$$M_{k,j} := \left[\frac{\left(\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{2} \right)^k \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\cos\left[\frac{2\pi}{q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} \cos\left(\frac{2\pi}{q}j + \frac{\pi \cdot d}{q}\right) + \zeta \frac{\left[2 \sin\left(\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q} \right) \right]^k}{\cos\left[\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} - 1 \right] \cdot \cos\left[\frac{-2\pi \cdot (k-2)}{2q}j + \pi \cdot \sin(i) + \frac{\pi \cdot (k-2) \cdot d}{2q}\right] \left[\left(\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{2} \right)^k \frac{\cos\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\cos\left[\frac{\pi}{q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} \cos\left(\frac{2\pi}{q}j + \frac{\pi \cdot d}{q}\right) \right]$$

$$+ \zeta \cdot \left[\frac{\left[2 \sin\left(\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q} \right) \right]^k}{\cos\left[\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} - 1 \right] \cdot \cos\left[\frac{-2\pi \cdot (k-2)}{2q}j + \pi \cdot \sin(i) + \frac{\pi \cdot (k-2) \cdot d}{2q}\right]$$

$$M_{k,i} := \left[\frac{\left(\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{2} \right)^k \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\cos\left[\frac{2\pi}{q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} \cos\left(\frac{2\pi}{q}j + \frac{\pi \cdot d}{q}\right) + \zeta \frac{\left[2 \sin\left(\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q} \right) \right]^k}{\cos\left[\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} - 1 \right] \cdot \cos\left[\frac{-2\pi \cdot (k-2)}{2q}j + \pi \cdot \sin(i) + \frac{\pi \cdot (k-2) \cdot d}{2q}\right] \left[\left(\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{2} \right)^k \frac{\cos\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\cos\left[\frac{\pi}{q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} \cos\left(\frac{2\pi}{q}j + \frac{\pi \cdot d}{q}\right) \right]$$

$$+ \zeta \cdot \left[\frac{\left[2 \sin\left(\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q} \right) \right]^k}{\cos\left[\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} - 1 \right] \cdot \cos\left[\frac{-2\pi \cdot (k-2)}{2q}j + \pi \cdot \sin(i) + \frac{\pi \cdot (k-2) \cdot d}{2q}\right]$$

$$M_{k,i} := \left[\frac{\left(\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{2} \right)^k}{4} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\cos\left[\frac{\pi}{q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} \cos\left(\frac{2\pi}{q}j + \frac{\pi \cdot d}{q}\right) \right] + \zeta \cdot \left[\frac{\left[2 \sin\left(\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q} \right) \right]^k}{\cos\left[\frac{\pi \cdot (k-2)}{2q}(1+2j-2 \cos(i))\right]} - 1 \right] \cdot \cos\left[\frac{-2\pi \cdot (k-2)}{2q}j + \pi \cdot \sin(i) + \frac{\pi \cdot (k-2) \cdot d}{2q}\right]$$



Возникает вопрос: единственное ли это представление?

Т.к. в общем случае построения 3D геометрических фигур (выполнение пространства, по терминологии Е. С. Федорова) должны быть не только в кватернионных функциях, но и в октавных [40], было показано, что построение октав должно предусматривать 16 типов представлений троек векторов для мнимых осей I, J и K (рис. 5.1).

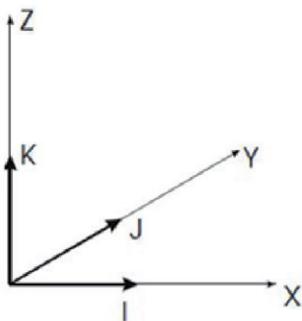


Рис. 5.1.Триада комплексных векторов.

При построении этих троек векторов (табл 5.2.) для центробежных и центростремительных преобразований 3D фигур на элементарном кубическом объеме получено 16 правил их сочетания (типа правил «левой» и «правой» руки).

<p>а) Для центробежных отображений</p>	<p>б) для центростремительных представлений</p>

Табл. 5.2. 16 правил сочетания троек комплексных векторов (типа правил «левой» и «правой» руки).

Само же обращение к центростремительным и центробежным движениям обусловлено принципами дискретного преобразования площадей (и объёмов) геометрических фигур с рациональными и иррациональными сторонами (и рёбрами) из фигур с метрикой от R^0 до 0 (центростремительное преобразование), так и от 0 до бесконечности (центробежное преобразование), см. рис.5.3 и рис. 5.4.

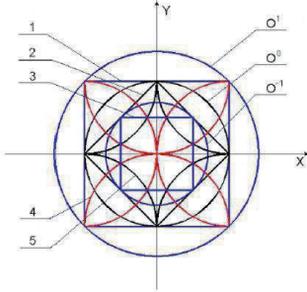


Рис. 5.3. Преобразование квадрата путём вписывания в окружности O^0 , O^{-1} (центростремительное) и O^{+1} (центробежное направление)

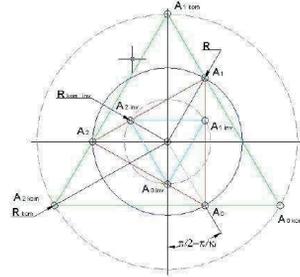


Рис. 5.4. Преобразование окружности R , R_{kom} inv (центростремительное) и R_{kom} (центробежное направление)

Эти построения центробежных и центростремительных троек векторов послужили основанием для введения новых мерностей, а именно: не только тройки пространственных действительных координат, но и динамически меняющегося времени. Время-это всюду плотные концентрические сферы, радиусы которых определяются формулой 1 (по каждой пространственной координате).

$$R_{x,y,z} = R_0(2\sin(\pi/k))^d \tag{5.1}$$

5.1.2. Физическая интерпретация уравнений Геометрического Поля Пространственных частот

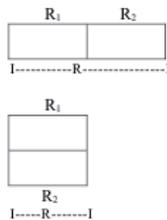


Рис. 5.5 Последовательное и параллельное соединения элементов цепи.

Для последовательной и параллельной цепей имеем их главные характеристики - сопротивление R и проводимость $G=1/R$. Для электрических цепей размерность параметра R выражается в Омах $[\Omega]$. Но полученные ниже выводы могут быть распространены на многие другие области отличные от электродинамики, где этот параметр может быть выражен в других единицах. Эти области распространения выводов - гидродинамика, аэродинамика, динамика сложных взаимодействий и, как я пытаюсь показать, динамика взаимодействия в подпространств-времени, гипотетически обосновываемых из решений Геометрического Поля Пространственных Частот (ГППЧ) в параметрических описаниях аналитическими октавионными (октавными) функциями.

Ниже привожу парные представления для суммарных характеристик - сопротивлений и проводимостей последовательных и параллельных цепей через сопротивления R_1 и R_2 , составляющих эти цепи.

Как известно, сумма сопротивлений последовательных и параллельных цепей найдена из эмпирического закона Ома через сумму сопротивлений и сумму проводимостей, соответственно. Другими словами, как мы это уже рассмотрели – через прямые и инверсные преобразования, что естественно сразу нас наталкивает на мысль о связи этих рассмотрений с понятиями правое и левое.

Действительно Рис. 5. 6.:

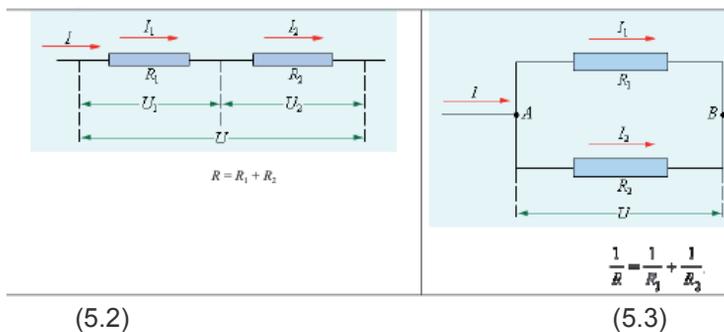


Рис. 5. 6. Представление структур сопряжения сопротивлений $R = R_1 + R_2$ и проводимостей $1/R$

Источник:

<http://www.college.ru/physics/courses/op25part2/content/chapter1/section/paragrph9/theory.html>

В результате анализа сумм двух величин в каждой из цепей с использованием полученных выражений приходим к следующим выводам:

(В обозначениях принято:

\parallel - Знак параллельного соединения; \vdash - Знак последовательного соединения)

$$K_n(R) \vdash = (R_1 + R_2) / R_1 = K_n(G) = \quad (5.4)$$

$$K_n(R) \vdash = (R_1 + R_2) / R_2 = K_n(G) = \quad (5.5)$$

$$K_o(R) \vdash = K_o(G) = R \vdash / R = R \vdash * G = \quad (5.6)$$

Или иначе,

-Правосторонний коэффициент фрактальности последовательной цепи равен левостороннему коэффициенту фрактальности параллельной цепи и, наоборот,

-Левосторонний коэффициент фрактальности последовательной цепи равен правостороннему коэффициенту фрактальности параллельной цепи. Между собой они связаны линзовой симметрией.

$$K_n(R) \vdash = K_n(G) = \quad (5.7)$$

$$K_n(R) \vdash = K_n(G) = \quad (5.8)$$

Обобщенные коэффициенты фрактальности, как для последовательной, так и для параллельной цепей сохраняют аддитивную и мультипликативную связность в прямом и инверсном представлениях (последовательных и параллельных цепях, соответственно). Обобщенные коэффициенты для этих цепей равны между собой и выражаются либо отношениями суммарных сопротивлений цепей, либо произведением суммарного сопротивления последовательной цепи на проводимость параллельной цепи. В этом особом свойстве скрыт механизм взаимодействия *параллельных* подпространств-времени - *прямых и инверсных*.

На основании чего можно сделать выводы:

-Гносеология понятий *последовательное - параллельное*, так же, скрыта в понятиях *правое-левое* и тесно объединяется понятиями *прямое-инверсное*.

- Закон Ома это не эмпирическое понятие, а - Закон, обусловленный объединением характеристик парных категорий философии и физики:

правое - левое, прямое - инверсное, последовательное - параллельное и является следствием особой структуры пространства-времени.

Напрашивается образное определение

- "Мир прост, как закон Ома и бесконечен, как Закон Ома!"

Физико-математические доказательства.

До настоящего времени, общепризнанной парадигмой деления пространства было принято деление на Макро пространство и Микро пространство. Оба эти пространства наблюдаемы и успешно изучаются многие годы. Более того, математический анализ выведенной автором триады коэффициентов фрактальности, выполненный в работах [1,12] еще раз подтвердил это деление. По результатам анализа графика функциональной зависимости обобщенного коэффициента фрактальности, $K_0 = f(k)$, (см. Рис.5.7) можно констатировать, что:

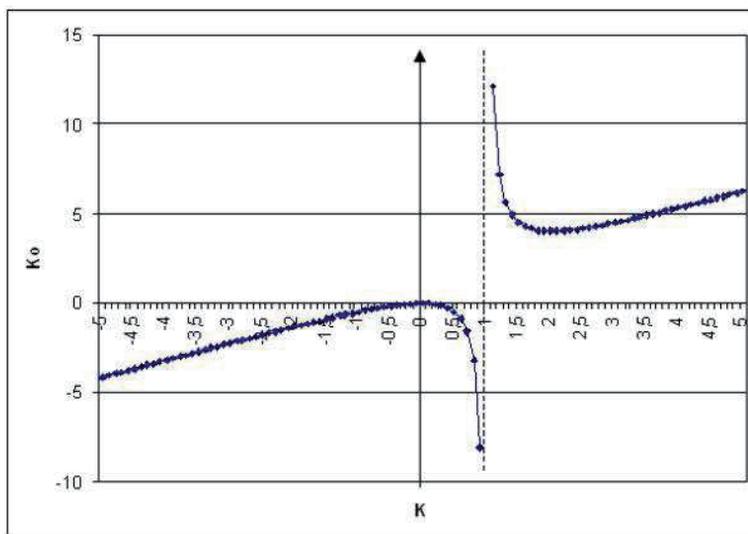


Рисунок 5.7. График зависимости $K_0 = f(k)$.

-Функция обобщенного коэффициента фрактальности K_0 представляется произведением двух функций:

- параболы

$$y = x^2 \quad (5.9)$$

и

- гиперболы

$$y = 1/(x-1) \quad (5.10)$$

-Эта дробно-рациональная функция терпит разрыв, т.е. имеет полюс 1-го рода с асимптотой, при $k=1$.

$$K_o = (k)^2/(k-1) \quad (5.11)$$

Асимптотическая линия проходит через эту точку и разделяет пространства описания на Мир и Антимир

Мир:

- Макро пространство - ($k \in [2...+\infty]$)- правая ветвь – парабола и
- Микро пространство - ($k \in [1...2]$)- правая ветвь – гипербола

Антимир:

- Макро анти пространство ($k \in [0...-\infty]$) - левая ветвь – парабола и
- Микро анти пространство ($k \in [0...+1]$) - левая ветвь – гипербола

Но результаты математического анализа показывают, так же, и общие характерные особенности, заключающиеся в том, что в каждой из ветвей выделяются гиперболические пространства - Микро пространство и Микро анти пространство. Другими словами, они могут быть отнесены к не Евклидовым подпространствам Н. Лобачевского – Я. Больяи. При этом как в Микро Пространстве, так и Микро Анти пространстве процессы подчиняющиеся задаче математических бильярдov в кругe описываются **положительными дробными** коэффициентами фрактальности k . И , только знаки обобщённого коэффициента фрактальности положительны для Микро пространства и отрицательны для Микро анти пространства, так же как и все другие знаки физических характеристик.

Макро пространство и Макро анти пространства подчиняются законам Евклидовой геометрии и, в соответствии с принятой в науке парадигмой, имеют положительные знаки для коэффициентов фрактальности k и для обобщённого коэффициента фрактальности K_o , - положительные для Макро пространства и имеют отрицательный знак для Макро анти пространства, так же как и все другие знаки физических характеристик.

В своей небольшой, но емкой по физическому наполнению монографии [20], В.Я. Косыев - физик из Нижнего Новгорода, рассмотрев направления преобразования элементарных частиц, при смене природы континуума на плоскости заряд-масса, ввел в Общие уравнения Максвелла гравитонные составляющие. Эти общие уравнения сведены в формулах (6.6), (6.7) и (6.8) его монографии. В результате анализа уравнений по монографии В.Я. Косыева [20] отмечается, что при смене природы континуума происходит смена знака в определенном порядке.

Аналогичный анализ Уравнений Геометрического Поля Пространственных Частот, приводит нас к выводам о существовании оснований не только на деление пространства-времени (континуума) на макро пространство и микро пространство, но и, в свою очередь, приводит нас к делению на параллельные пространства с положительными и отрицательными характеристиками всех основных физических величин. Как в этом, Левостороннем анти пространстве времени, положительные величины заменяются на отрицательные, надеюсь, понятно, на примере анализа формирования «отрицательных» значений Времени (при его явном однонаправленном движении по окружности длительности, Рис. 5.2, см, также Рис 1.18 левый столбец). Анализ всех остальных физических величин: сила, масса, заряд и, т.д., должны, так же, проводиться методами их исследования в конкретных циклических процессах с использованием соотношений (5.9), (5.10), (5.11). Поэтому кажущиеся абсурдными предположения некоторых физиков об отрицательной массе в Анти Пространствах не столь уж и экзотичны. Что же заставляет удерживать материю Анти Пространства внутри Правостороннего Пространства и не приводит к требуемой аннигиляции разно полюсных лептонов и адронов?

В окружающих нас подпространствах, как макро, так и микро миров в условиях близких к абсолютному вакууму существуют электрические и гравитационные поля и как результат их взаимодействия образуются, так же магнитные поля. Более того, эти магнитные поля в локальных областях пространства формируют пространства с отрицательной кривизной - quark ageas [14,31]. Эти пространства формируются в любых пространственных топологиях внутри сферо-подобных объектов. Это и есть те магнитные бутылки, в которые и захватываются античастицы. Эти магнитные бутылки, в общем представлении, являются инверсными сферами.

Эти модельные представления можно распространить на распределение густот микро пространственных структур, сочетающихся (перемежающихся) со структурами анти пространства-времени. Многократный опыт Российских и зарубежных исследований целым рядом примеров показывает, что необычные и не вписывающиеся в традиционные представления теории и экспериментальные факты в конечном варианте становятся рабочим инструментом науки и технологий

Почему названные выше направления развития нано- технологий можно считать революционными?

Дело в том, что попытка ряда фондов развития науки и корпораций ограничить нано- технологии размерностными определениями (1...100 нм) являются порочными и приводят лишь к много тоннажным фальсификациям. Простое размельчение многих природных продуктов до названных размеров не всегда приводят к существенному скачку развития при их применении.

Нано- технологии начинаются там, где естественными, или искусственными способами собираются регулярные 2D и 3D массивы с управляемой само сборкой их внутренней структуры из объединения нескольких единиц и многих сотен молекул и атомов химических элементов по принципу синтеза «снизу вверх». Нано- наука начинается там, где на созданных нано- массивах и структурах исследуется их взаимодействие с электромагнитными и гравитационными полями и излучениями различной природы. В силу того, что составляющими элементами нано - структур выступают конгломераты из множества молекул и атомов, их взаимодействие с полями и излучениями отлично от известных и установленных законов макро- и микро- миров. Нано- структуры являются как бы переходными слоями между этими мирами. Вот почему для объяснения явлений взаимодействия с излучениями и, в частности, при микроскопическом анализе нано - структур, необходимо учитывать, что нано - технологии оперируют переходными уравнениями от уравнений электродинамики к уравнениям квантовой механики. И здесь на переходном барьере многое еще не изучено и сулит нам неожиданные открытия и прорывные решения.

Теоретические и экспериментальные подтверждение возможности наноструктурного построения искусственно созданных метаматериалов с левосторонними гипотетическими структурами изложены в публикациях [33...37]. А наблюдаемые астрофизические подтверждения

динамики взаимодействия Левого и Правого миров можно найти в публикации [31]. Научными обоснованиями этих технологических обработок являются как эволюционные исследования: создание компьютерно (графически)- синтезированных голограмм (CGH, см раздел ...), создание фотонных кристаллов, так и революционные – создание метаматериалов, обоснование которых идет от пионерских исследований советского физика В.Г. Веселаго.

5.2. Теоретические представления об ЛТ пространстве-времени.

Согласно Эмпедоклу, вся вселенная представляет собой единую живую сущность, которая мыслит как ум и существует как тело. Постигнув, что всеохватывающий космический сверх разум должен иметь наиболее совершенную – сферическую – форму, Эмпедокл именует вселенную «божественный сфайрос». Суть существования Сфайроса сводится к нескончаемым, регулярно сменяющим друг друга циклам расширения и сжатия. В основе данной динамики лежит пара внутренне присущих Сфайросу сил – Любовь и Вражда (или взаимное притяжение и отталкивание, пользуясь современной терминологией) [1].

Детальное изучение строения би-финслероида (трёхмерной сферы) (Рис. В2), с учётом введенного амплитудно-углового множителя $R_0/(2\sin(\pi/k))^d$ в октавионных уравнениях видна динамика кинематической модели трёхмерной сферы. Что позволяет сделать вывод о том, что представленная модель полностью совпадает с пониманиями Эмпедокла, А. Пуанкаре и Р.О. ди Бартини о структуре пространства-времени. Действительно, представления вписанных многогранников при бесконечном числе граней в d сферах времени (модль 3D+3T) дало возможность геометрически представить трактовку модели пространства-времени, введенную гипотезой А. Пуанкаре, в виде динамически меняющейся трёхмерной сферы – би-финслероида (Рис В3). Трёхмерная сфера графически моделируется при представлении построения многогранников (64x64 грани) в областях с иррациональными значениями четвёртой пространственно-временной координаты. В нашей модели эта четвёртая координата представляется системой вложенных друг в друга concentрических сфер, аналогично модели Де Ситтера.

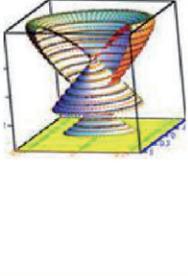
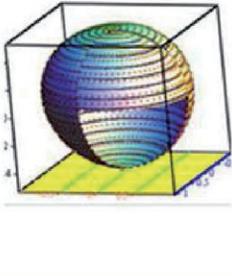
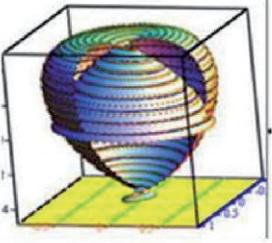
		
Трёхмерная сфера с локально-отрицательной кривизной(R_{-1}).	Трёхмерная сфера с положительной кривизной внешних поверхностей (R_0).	Трёхмерная сфера с локально-отрицательной кривизной(R_{+1}).

Табл. 5.3. Динамика роста трёхмерной сферы.

Как видно из приведённых трансформаций трёхмерная сфера с положительной кривизной обязательно переходит в локальных точках в трёхмерную сферу с отрицательной кривизной

Параметрическое моделирование структуры гиперболического и Евклидова пространства-времени в математической программе Mathematica.

Решения получены в общем виде (включая моделирование как дискретных, так и непрерывных изменений как рациональных, так и иррациональных значений четвёртой координаты). Другими словами, в процессе моделирования выделенная четвёртая координата позволяла не только строить многогранники и сферы выбранного размера, но и в процессе их построения из условия (нет "стенок"-краёв), можно рассматривать и процесс построения «решёточных» конструкций пространства. Трёхмерная сфера графически моделируется при представлении построения многогранников (64x64 грани) в областях с иррациональными значениями четвёртой пространственно-временной координаты. Для условия построения многогранников на действительной сфере единичного радиуса ($d=0$), в модели (автоматически) строится просто двумерная сфера.

В нашей модели эта четвёртая координата представляется системой вложенных друг в друга концентрических сфер, аналогично модели Де Ситтера). В этом случае, многогранные структуры пространства, синтезируемые в зонах четвёртой координаты с дробно-иррациональными числовыми значениями, описывают процессы и

траектории в не Евклидовой метрике. В плоскостном представлении этими числами описываются процессы на плоскостях Лобачевского в интерпретации Пуанкаре (см таблица 3, левый столбец), при комплексном решении задачи математических бильярдов в круге. И геометрия Минковского и Римана, а так же, обобщенной Римановой геометрией – геометрией Финслера, если система описывается не двумя, а тремя переменными (система третьего порядка) или n -переменными, при решении задачи математических бильярдов в n -мерных сферах.

Таким образом, исходя из предположений выдвинутых Павловым Д. Г. (перед объявленным конкурсом (2003г.), на который впервые были представлены, ещё не проверенные в математических программах формулы [17]), о возможности одновременного существования в окружающем нас физическом пространстве-времени четырехмерных систем, в которых одно направление является выделенным по отношению к трём другим, можно было предложить гипотезу и физически ее аргументировать.

При геометризации пространственных построений разумно было предположить, что, при кватернионном описании бильярдных траекторий в круге, для них неотъемлемыми являются две синхронных и синфазных траектории:

- не Евклидова и
- Евклидова

В этом случае многогранные структуры пространства, синтезируемые в зонах четвёртой координаты с дробно-иррациональными числовыми значениями, описывают процессы и траектории в не Евклидовой метрике. В плоскостном представлении этими числами описываются процессы на плоскостях Лобачевского в интерпретации Пуанкаре, при комплексном решении задачи математических бильярдов в круге. И геометрия Минковского и Римана, а также, обобщенной Римановой геометрией – геометрией Финслера, если система описывается не двумя, а тремя переменными или n -переменными, при решении этой же задачи в n -мерных сферах.

При моделировании трёхмерных сфер в параметрическом виде использовалась полугеодезическая система координат. Сами кватернионные аналитические функции получались по принципам

алгебры Клиффорда (по варианту получения кватернионов из комплексных чисел)

Алгебра кватернионов образуется из алгебры комплексных чисел некоммутативным удвоением:

$$Q = C1+C2j \text{ и } Q = C1+jC2 \quad (5.12)$$

это известно еще из алгебры Клиффорда [15] и рассматривалось в монографии Г. Казанова[16].

В первом случае будет получена система с правым законом умножения, i, j , а во втором - с левым законом умножения

$$k = i \cdot j$$

$$- k = j \cdot i$$

В результате промоделированы три представления трёхмерных сфер (табл.5.3.).

Представленная модель, практически была осознано введена де Ситтером в его экспоненциальной модели мира. Однако, для дальнейшей критики математически формально правильных представлений, закладываемых в обоснование геометрии (или светогеометрии) физического вакуума особо следует оговорить свойства и направленность пространственно временной координаты.

Введенные пространственно-временные координаты обладают только одной направленностью – от прошлого к будущему и никакие умозрительные построения типа "правосторонней или левосторонней четверки векторов (смотри 16 типов взаиморасположения векторов во второй работе [9]) не имеют никакого физического смысла.

Впервые пространство и время было объединено Х. Лоренцем. Пространство неотделимо от времени и, наоборот, трёхмерный пространственный масштаб $dl = \sqrt{(dx^2+dy^2+dz^2)}$ и интервал времени dt тесно связаны между собой через постоянную скорость c . Они образуют единый пространственно-временной континуум. Какую бы величину не принимал пространственный масштаб, временной интервал приобретает такое значение, при котором скорость света сохраняется на постоянном уровне. Согласно специальной теории относительности, пространственно-временной континуум имеет вид:

$$ds^2 = c^2 \cdot dt^2 - dl^2 \quad (5.13.)$$

Физическое пространство и эфир – это лишь различные выражения для одной и той же вещи; поля суть физические состояния пространства. Пространство-время существует не само по себе, но только как структурное свойство поля.

Приведённая цитата А. Эйнштейна [14] и определение пространственно-временного континуума объединяют настоящие исследования, исследования В.Косыева [20], из работы которого компилирована цитата, исследования Р.О. ди Бартини [21]

Общими побудительными основаниями во всех топологических исследованиях пространственно-временного континуума заложены в фундаменте Анри Пуанкаре [2] и последних исследованиях динамики трёхмерной сферы, являющейся полной моделью пространства-времени.

Трёхмерную сферу в представленной модели 4D описании можно рассматривать как топологическую конструкцию с динамическими преобразованиями, проходящую периодически зоны Евклидового и не Евклидового построения. Это является доказательством анизотропности пространства-времени.

Трёхмерная сфера - это фигура синхронного вращения двух листов Мёбиуса, обкатывающих ось вращения в точках северного и южного полюсов. Она образована двумя финслериодами, внешние поверхности которых формируются шириной ленты, а внутренние поверхности, начиная с поворота на полюсных рукавах, формируются в виде поверхностей отрицательной кривизны "краями" ленты на обоих финслериодах.

В каждой из этих сингулярных точках (полюсах) узкие образующие фигуры вращения - замкнутые полоски поворачиваются на 90 градусов в каждом полюсе и не пересекаются, а касаются. В результате требуемый поворот на 180 градусов для каждого листа Мёбиуса набирается в двух полюсах.

Само же пространство-время (Вселенная) формируется в виде фрактального многообразия четырёхмерных шаров всех размеров и масштабов.

Дальнейшее расширение можно посмотреть у некого Александра (**inventives**, он же ale)

<http://video.yandex.ua/users/inventives/view/4/#>

Правда, им даётся неверная трактовка: (позвонки "физического вакуума"), несмотря на то, что неправомерность "физического вакуума" математически доказана в статье 2006 года:

"Возможные и не возможные структуры пространства-времени..."

[11]

Впервые обоснование фрактальной 4D структуры пространства времени математически выведено в работе 2003 года [12].

Вид Вi-финслериода (трёхмерной сферы) опубликован в 3х докладах на международных конференциях 2004 г. [6,...8] и в форуме, тогда ещё существовавшего портала www.xaos.ru (восстановление архивов обещано администратором существующего одноимённого домена). В результате мы подходили к образному пониманию нашего сложного донорно-акцепторного Мира - Мира растущего Би-финслериода, т.е. динамически развивающегося четырёхмерного шара:

$$d=1; q=64; k=64; N=45; R=0.9$$

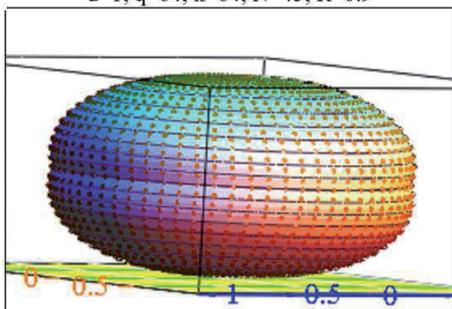


Рисунок 5.8. Четырёх- мерный шар Пуанкаре.

А теперь взгляните на удивительное творение одного из умельцев работы в графических программах:

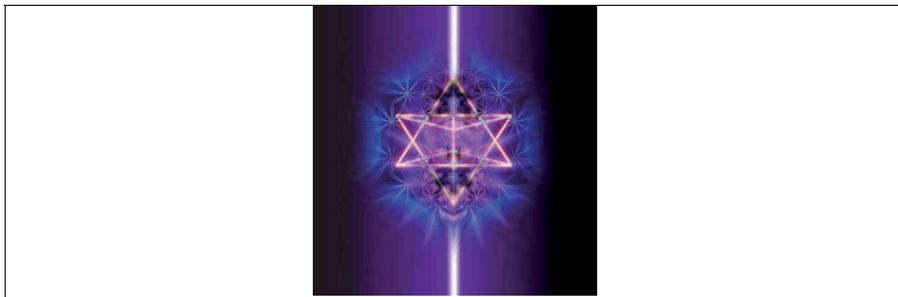


Рисунок 5.9. ИСТОЧНИК:

<http://tainy.net/wp-content/uploads/2011/12/4530253926.jpg>

Может быть это поможет понять, что, действительно, - тайны нет и, что очень просто понять, как вдоль оси (не принадлежащей нашему

донорному Евклидовому Миру) формируются джеты гиперболического акцепторного Антимира [39].

Тем самым доказывается, что наша реальная трёхмерная Вселенная обладает свойствами:

1. замкнутости (нет "стенок"- краёв)
2. односвязности (любое лассо затягивается в точку)

Представленная модель пространства-времени объясняет, что любой циклический процесс нашего правостороннего мира порождает во внутренних областях, т.е. областях с отрицательной кривизной, зеркально-синфазные процессы, формирующие вещество (структуры) с нулевой или отрицательной плотностью [13,14]. И эти структуры (энергия, вещество) либо удерживаются в нашей гравитационной (магнитной) бутылке - внутри земной коры, либо (в виде джетов) периодически, акцепторно, удаляются на периферию нашего мира для формирования глобального левостороннего мира.

Время во всех восьми подпространствах-времени, первоначально постулированных вначале Введения настоящей монографии, имеет один и тот же ход направленности. Даже для явно антагонистических подпространств Евклидова электрического пространства времени и Евклидова электрического антипространства – времени направленность пространственно временных координат (X_4 и X_5) одна и та же. В пространственном представлении четвертая (и пятая) пространственно-временные координаты обращаются в сферы, каждая со своим радиусом.

Из сказанного вполне очевидно, что для параметрического представления элементов окружающего нас мира все 4 (5,6) координат в пространстве ортогональны друг другу. Пространственно-временные координаты (X_4 , X_5 , X_6) локально ортогональны каждой из пространственных координат (X_1 , X_2 , X_3). И все 4 (6) координат абсолютно ортогональны друг другу в центре построенной координатной системы.

Построенная нами параметрическая метрика окружающего пространства времени объединяет декартову трехмерную координатную систему пространства с полярной сферической координатой - (пространственно-временной).

Другими словами, окружающее пространство-время в этой модели, является фазовым ЛТ пространством с метрикой $3D+3T$, постулированной Р.О. ди Бартини [21].

К каким выводам приводят математические построения:

На всех уровнях строительной иерархии пространства мы наблюдаем вложенные друг в друга фрактальные (самоподобные) сеточные поля (в плоскостных сечениях) и решёточные конструкции, чередующиеся по пространственно-временной координате в виде центров (узлов) с гиперболической и Евклидовой метрикой.

В двух особых точках (непосредственно в полюсах) построение поверхностей представляют собой однолистную поверхность (по принципу бутылки Клейна), т.е. при общих построениях формирование поверхностей через эти особые точки радиусы кривизны дважды претерпевают изменения значений с положительных значений (внешние поверхности би-финслероидов) на отрицательные значения (внутренние поверхности би-финслероидов). В окрестностях этих особых точек при построении (переходе с одной внешней поверхности финслероида на другую внешнюю поверхность другого финслероида) в построениях мы наблюдаем фазовый сдвиг на 90° . Правомерность этого утверждения проверена на моделях разрезания листа Мёбиуса на нечётные части или построения тела Мёбиуса из нечётного числа полос.

В слоях с Евклидовой метрикой формируются рациональные конструкции в виде рациональных многогранников или двумерных сфер – это законченные на каждом уровне масштабов конструкции:

- электроны,
- протоны,
- атомы,
- молекулы кристаллических и аморфных конструкций,
- песчинки,
- булыжники и т.д.

В промежутках, на всех уровнях масштабов в зонах с гиперболическими ограничивающими поверхностями близкими к отрицательной кривизне располагаются «строительные кирпичи – «недострой»»: - частицы, кварки, атомы с меньшими размерами, наноразмерные объединения частиц (например, глинистые структуры, между песчинками), гравий между булыжниками и т. д.

Эта модель иллюстрировалась в ранних работах [10-12, 17] и ещё пяти, поданных для опубликования в оптическом журнале РФ – Оптика и спектроскопия в 2003 году.

Выводы к главе V:

В ходе обоснования и описания, модельных структур пространства-времени показано, что:

- Как векторные, так и частотные описания структур в каждом из парных подпространствах имеют либо плоско-зеркальные, либо зеркальные отображения в криволинейных зеркалах - барьерах, разделяющих подпространства. Так, например векторные описания параметрических построений двумерных и трехмерных конфигураций, образуемых в Евклидовом электрическом пространстве времени порождают синфазные им искривленные векторные конфигурации в не Евклидовом гравитационном пространстве-времени. (см. интерпретация векторов плоскости Лобачевского в круговой модели А. Пуанкаре)
- Из чего следует вывод - Философское и физическое понятие **Время** не иллюзорная удобная характеристика, а самостоятельная топологическая **категория** всеобъемлющего **пространства-времени**
- При этом, все четыре рациональных и четыре инверсных подпространства-времени не разнесены на расстояния многих световых лет, а они перемежаются (параллельны) наблюдаемым правосторонним подпространствам, Барьеры их разделяющие имеют магнитогравитационные поверхности с отрицательной кривизной.
- Между этими подпространствами в критических временных или пространственных точках происходит обмен веществом и энергией. Наглядным доказательством служат последние астрофизические наблюдения за квазарами и черными дырами с космических орбитальных телескопов [31].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Другими словами, последними работами автора [1,6...8,10...12] доказывається существование Правостороннего Макро и Микро Миров ($3D+3T$) и параллельного им Левостороннего анти Пространства-времени, перемежающегося с Микро антипространством-временем, так же ($-3D-3T$).

ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ:

- Обоснование принципов формирования тёмной материи и темной энергии в космологии
- Разработка новых направлений исследований по резонансному взаимодействию гравитационного поля с веществом
- Геометризация принципов построения метаматериалов, обеспечивающих невидимость предметов в акустическом, радио- и видимом диапазонах спектра электромагнитных колебаний (ЭМК)

Список литературы к Главе V.

1. Мельников Г.С. Фрактальная концепция геометрического поля пространственных частот объединенного Евклидово-Риманова пространства-времени, : Proceedings of International Scientific Meeting «Number, Time, Relativity», Moscow: 10 August – 13 August, 2004, p.p. 74...77.
2. Пуанкаре А. Избранные труды. Том 2. Под редакцией Н.Н.Боголюбова, В.И.Арнольда, И.Б. Погребысского. (М.: Наука, 1972. - Классики науки)
3. Grisha Perelman. Title: Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds, arXiv:math/0307245 [pdf, ps, other]
4. Grisha Perelman, Title: Ricci flow with surgery on three-manifolds, arXiv:math/0303109 [pdf, ps, other] Subjects: Differential Geometry (math.DG)
5. Grisha Perelman, Title: The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications, arXiv:math/0211159 [pdf, ps, other]
6. Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Вывод параметрических уравнений гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов. Материалы конференции «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах, Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.);
7. Г.С. Мельников Геометрическое поле пространственных частот. Моделирование гиперкомплексных отображений дискретных циклических процессов, Материалы конференции «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических

и технических системах», Третий Международный семинар (г. Воронеж, 22-24 апреля 2004 г.), стр.134...138.

8. Г.С. Мельников. Анализ математической модели построения 3D пространственно-временных конфигураций и циклических процессов с точки зрения причинной механики, Тезисы, материалы Международного семинара Физико-математическое моделирование систем (г. Воронеж, 5-6 октября 2004 г.), стр. 148...152;

9. Михаэль Гаухман, «Алгебра сигнатур, "Имена", «ЛКИ», 2007 г.

10. Г.С. Мельников. Правосторонний, левосторонний и обобщённый коэффициенты фрактальности, в задачах фотонного синтеза регулярных и само подобных структур, «Физико-математическое моделирование систем» (г Воронеж, 1-2 декабря 2005 г.), стр. 25...31;

11. Г.С. Мельников. Возможные и невозможные структуры пространства-времени с точки зрения теории чисел. <http://314159.ru/mathematics.htm> (melnikov5.pdf)

12. Г.С. Мельников Гиперкомплексные числа и фракталы пространства времени. Материалы на конкурс «За лучшую исследовательскую работу в области гиперкомплексных чисел», г. Санкт-Петербург, 2003 г. <http://314159.ru/melnicov/melnicov2.pdf>

13. С. Хокинг, Дж. Эллис. Крупномасштабная структура пространства-времени. — М.: Мир, 1977, 432 стр.

14. А. А. Фридман. О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной пространства. Успехи физических наук, Т. LXXX, вып. 3, 1963, Июль, с.447-452, : Пер. с нем. / (Uber die Moglichkeit einer Welt mit konstanter negative Krummung des Raumes, Zs. Phys. 21, 326 (1924). Перевод А. А. Сазыкина, под редакцией В. А. Фока.)

15. Клиффорд В.К. Здравый смысл точных наук. Начала учения о числе и пространстве. С приложением очерка бикватернионов и 105 чертежами. Перевод с 5 го английского издания книги А.Р. Кулишер. Петроград «Начатки знаний», 1922г., 224с.

16. Казанова Г. Векторная алгебра: Пер. с франц. 1979, Издательство: Мир

17. Г.С. Мельников. Почему трёхмерная сфера геометризует пространство-время?: Тез. докл. на VI Международной конференции; «Финслеровы обобщения теории относительности», ноябрь 2010г., стр. 3

18. Бёрд Киви. Главная тайна Со-знания, 2014г. [HTTP://WWW.3DNEWS.RU/804710](http://www.3dnews.ru/804710)

19. Stuart Hameroff, Roger Penrose Consciousness in the universe Are view of the Orch OR theory. *Physics of Life Reviews* 11 (2014) 39–78
20. Косыев В.Я. Единая теория поля, пространства и времени.- Арабеск, Нижний Новгород, 2000 г.
21. Р. ди Бартини «Соотношения между физическими величинами» Докл. АН СССР, 163, №4, 1965.; Р. ди Бартини «Соотношения между физическими величинами»// «Проблемы теории гравитации и элементарных частиц». Сб. под ред. д.т.н. К. Станюковича и к.т.н. Г. Горелика. М., Атомиздат, 1966 г., стр. 249-266.
22. Мельников Г.С. Время и формирование структур макро- и микромира, сб. научн. тр. / под ред. В.С. Чуракова (Библиотека времени. Вып. 3). – Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2006.
23. Г.С. Мельников, Мерности пространства-времени, сб. научн. тр. / под ред. В.С. Чуракова «Темпоральный мир» (современное состояние изучения времени: философский, теоретический и практический аспекты), серия «Библиотека времени». Вып. 9, 2012г. Новочеркасск, «НОК», стр 295-306
24. Trott, M. "Bending a soccer ball – mathematically". *Mathematica Guidebooks*, June 2006, (<http://www.mathematicaguidebooks.org/soccer/>)
25. David B. Kaplan and Sichun Sun, "Spacetime as a Topological Insulator: Mechanism for the Origin of the Fermion Generations". *Phys. Rev. Lett.* 108, 181807 (2012). Preprint arXiv:1112.0302v3 [hep-ph]/ <http://kniganews.org/2013/05/10/beyond-clouds-62/>
26. Федоров Е.С. Симметрия и структура кристаллов. Основные работы. Изд-во АН СССР (серия классиков науки), 1949, 630 с.
27. G.S. Melnikov, V.V. Korotaev. Experimental and theoretical study of geometrization of lensless microscopy. 1st EOS Conference on Optofluidics (EOSOF 2011) in May 2011
28. Г.С. Мельников. Динамическая кватернионная 4D модель трёхмерной сферы - крупномасштабная структура анизотропного пространства-времени., сб. ст. 11 междунар. науч.-практ. конф. «Фундаментальные и прикладные исследования, разработка и применение высоких технологий в промышленности», Санкт-Петербург, 27–29 апр. 2011 г. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – Т. 3.
29. Melnikov Gnoseology of fractality – fractal optics//Proc. SPIE, Vol.3010 – 1997, p.58-68 Diffractive and Holographic Device Technologies and Applied Optics IV
30. Мельников Г.С., Ларионов С.А., Михеев П.А., Цветков Е.А.// Изв. А.Н.,Серия физическая. М., 1995. т. 59, N 12. С.143..150.

31. Астрофизика, Астрономия, Космогония. Современный взгляд, творческое наследие академика В.А. Амбарцумяна
<http://astronews.ambartsumian.ru/tag/chernye-dyry/>
32. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей ,/А.Е. Петров – М.: ООО «Центр информационных технологий в природопользовании», 2007. – 496 с.:
<http://sapr.msmu.ru/lectmaterials/tmdc.pdf>
33. Г.Веселаго. О свойствах веществ с одновременно отрицательными значениями диэлектрической (ϵ) и магнитной (μ) восприимчивостей; Физика Твёрдого Тела – Том 8, Выпуск №12, 1966г, стр. 3571.
34. В.Г.Веселаго. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . Успехи Физических Наук, 1967г, том 92, Выпуск№3, стр. 517.В.Г.Веселаго, М.В. Глушков, А.А. Рухадзе. Физика Твёрдого Тела – Том 8, Выпуск №24, 1966г.
35. Smith, D. R., Schurig, D. & Pendry, J. B. Some of the waves emitted or reflected Appl. Phys. Lett. **81**, 2713–2715 (2002).
36. Chiyan Luo, Steven G. Jonson, J.D. Joannopoulos, J.B. Pendry All-angle negative refraction without negative effective index. Physical Review B, Volume 65, 201104(R), May 2002, pp. 201104-1...201104-4
37. Г.С. Мельников, А.А. Ошарин. Экспериментальное подтверждение выводов по физико-математическому моделированию решетчатых и шаровых упаковок пространства и моделированию уравнений геометрического поля пространственных частот. Санкт-Петербург, НП ОС "ТКС-оптика", 2004
http://soi.srv.pu.ru/r_1251/investigations/fractal_opt/data5/data5.html
38. Пенроуз Р. Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель = The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe / Перевод с англ. А. Р. Логунова, Э. М. Эпштейна. — М.—Ижевск: ИКИ, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. — 912 с. — ISBN 978-5-93972-618-4
39. СТРУЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ (ДЖЕТЫ) НАД НУЛЕВЫМИ ТОЧКАМИ КОРОНАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ /Солнечно-земная физика. Вып. 12. Т. 1. (2008) 47–50
40. Конвей Дж., Смит Д. О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях./ Пер. с английского С.М. Львовского. – М.: МЦНМО, 2009. -184с.

Послесловие.

Редактор Серии "Библиотека времени" Вадим Сергеевич Чураков, проявивший интерес к состоянию и ходу написания настоящей монографии в переписке задал мне злободневный вопрос:

“ Такой вот Вам вопрос на засыпку: предположим, что книга только что вышла, а Вы щедро раздаёте автографы - и вдруг к Вам подходит шибко критично настроенный скайенс и задаёт Вам вопрос: ну и что Вы хотели этим сказать? Что нового Вы внесли этой книгой в науку? По библиографии у Вас очень много ссылок на исследования прикладного характера, которые ближе к технике и технологии, а Вы замахиваетесь на фундаменталку? С уважением-ВЧ”

В ответ на этот вопрос могу только привести отзыв очень грамотного и уважаемого в оптике проф. А. Фриберга.

Ари Фриберг, руководитель департамента оптики (2001 год) Королевского Технологического Института Швеции и топ редактор журнала Оптиков Америки (JOSA). Я ездил в Стокгольм наводить контакты и делал семинары (5 и 6 часов, в пятницу и субботу, осенью 2001 года) для того, чтобы опубликоваться в JOSA и получить финансирование по рамочной программе ЕС. На что Ари Фриберг резюмировал: *« Вы создали новую непротиворечивую электродинамику...её ещё надо продвигать».*

Моя реакция была простой: *«Вероятно, мне придётся потратить ещё 11 часов для того, чтобы показать, что электродинамика К. Максвелла остаётся неизбылемой. Она только дополняется фазовой трактовкой.»*

А если искать практические применения, то можно, для примера, привести два не объяснённые эмпирические факта нашего времени:

1.Эффект космонавта Джанибекова

- [Джанибеков демонстрирует пример вращения абсолютно жесткого тела, закрученного вокруг оси, не совпадающей с осью наименьшего или наибольшего момента инерции](#)

http://www.youtube.com/watch?v=L2o9eBl_Gzw

<http://www.odnoklassniki.ru/video/62449529064202-1>

2. Эффект левостороннего и правостороннего волчка на привязи
проф. Гулиа Н.В. В поисках «энергетической капсулы». М.: Детская литература, 1984.

... Если колесо раскручено как следует, никакие попытки повернуть ось ни к чему не приведут, несмотря даже на большие усилия. Колесо будет сопротивляться совсем как живое, стараясь вырваться из рук. Суть происходящего состоит в том, что ось вращающего маховика всякий раз стремится повернуться не туда, куда мы хотим, а под прямым углом к этому направлению.

<http://n-t.ru/ri/gl/ek08.htm>

**More
Books!** 



yes
I want morebooks!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн – в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов! окружающей среде благодаря технологии Печати-на-Заказ.

Покупайте Ваши книги на
www.more-books.ru

Buy your books fast and straightforward online - at one of the world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.get-morebooks.com

