

НАУЧНАЯ СЕРИЯ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

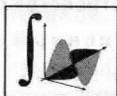


СПИН-ВОЛНОВЫЕ УСТРОЙСТВА И ЭХО-ПРОЦЕССОРЫ



НАУЧНАЯ СЕРИЯ

«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ»



Б. А. Калиникос, А. Б. Устинов, С. А. Баруздин

СПИН-ВОЛНОВЫЕ УСТРОЙСТВА И ЭХО-ПРОЦЕССОРЫ

Под редакцией В. Н. Ушакова

**Москва
Радиотехника
2013**

УДК 621.391: (681.325.5:535)

ББК 22.32

К 17

Научная серия

«Функциональные устройства обработки сигналов»

Редакционный совет:

докт. техн. наук., профессор А.Ю. Гринев; докт. физ.-мат. наук., профессор Б.А. Калиникос; докт. техн. наук., профессор С.В. Кулаков; докт. физ.-мат. наук., профессор В.В. Проклов (председатель); докт. техн. наук., профессор А.А. Резнев; докт. техн. наук., профессор В.Н. Ушаков (зам. председателя)

Р е ц е н з е н т ы :

В.И. Дудкин – докт. физ.-мат. наук,
профессор кафедры «Квантовая электроника»,
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет;
Ю.К. Фетисов – докт. физ.-мат. наук, профессор,
декан факультета электроники,
Московский государственный технический университет радиотехники,
электроники и автоматики

Калиникос Б.А., Устинов А.Б., Баруздин С.А.

К 17 Спин-волновые устройства и эхо-процессоры. Монография / Под ред.
В.Н. Ушакова. – М.: Радиотехника, 2013. – 216 с.: ил.

ISBN 978-5-88070-362-3

Рассмотрены два класса устройств функциональной электроники – спин-волновые устройства обработки сигналов и эхо-процессоры; описаны свойства сверхвысокочастотных спиновых волн в ферромагнитных плёнках; показаны примеры их использования при аналоговой обработке СВЧ сигналов. Даны основы теории магнитного резонанса и характеристика функциональных возможностей эхо-процессоров, предназначенных для обработки радио- и оптических сигналов.

Для специалистов в области обработки радиотехнической информации. Может быть использована в качестве учебного пособия при изучении методов обработки сигналов студентами вузов, обучающимися по направлениям «Радиотехника», «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», «Электроника и нанoeлектроника».

ISBN 978-5-88070-313-5

УДК 621.391: (681.325.5:535)

ББК 22.32

ISBN 978-5-88070-362-3

© Коллектив авторов, 2013

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2013

Оглавление

Введение	5
1. Способы решения граничных задач для магнетиков	7
1.1. Уравнения Максвелла	7
1.2. Уравнение движения намагниченности.....	8
1.3. Граничные электродинамические задачи для магнетиков.....	14
1.4. Спиновые волны в безграничной магнитной среде.....	16
2. Безобменные спиновые волны в ферромагнитных пленках.....	20
2.1. Уравнение Уокера.....	20
2.2. Спектры безобменных спиновых волн	22
2.3. Линейное затухание.....	33
3. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках	36
3.1. Постановка задачи	36
3.2. Уравнение для амплитуд спин-волновых мод	42
3.3. Точный расчет спектров дипольно-обменных спиновых волн.....	46
3.4. Приближенный расчет спектра.....	51
4. Возбуждение бегущих спиновых волн в свободных и экранированных ферромагнитных пленках	55
4.1. Постановка задачи	55
4.2. Спин-волновые функции Грина	57
4.3. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в структурах МДФДМ.....	60
4.4. Импеданс микрополосковой антенны спиновых волн	64
4.4.1. Погонное сопротивление излучения.....	64
4.4.2. Перпендикулярное намагничивание	68
4.4.3. Касательное намагничивание	69
4.5. Расчет спин-волновых устройств	70
4.5.1. Входной импеданс	71
4.5.2. Передаточные функции	73
4.5.3. S-параметры.....	75
5. Стабильные нелинейные спин-волновые процессы	76
5.1. Постановка задачи	76
5.2. Нелинейное затухание интенсивных спиновых волн	78
5.3. Нелинейный сдвиг фазы интенсивных спиновых волн.....	80
6. Линейные спин-волновые устройства	85
6.1. Фильтры на распространяющихся спиновых волнах	85
6.2. Фильтры на основе пленочных ферромагнитных резонаторов.....	89
6.3. Линии задержки.....	93
6.4. Фазовращатели.....	98

7. Нелинейные спин-волновые устройства.....	100
7.1. Нелинейные фазовращатели	100
7.2. Нелинейные интерферометры	102
7.3. Нелинейные направленные ответвители	109
8. Спиновое эхо.....	117
8.1. Основы теории магнитного резонанса	117
8.2. Уравнения Блоха.....	118
8.3. Двухимпульсный режим возбуждения	122
8.4. Трехимпульсный режим возбуждения.....	130
8.5. Решение уравнений Блоха при возбуждении сложными сигналами.....	131
9. Функциональные возможности спиновых эхо-процессоров	137
9.1. Алгоритмы обработки сигналов в спиновых процессорах	137
9.2. Параметры спиновых эхо-процессоров	146
10. Спиновые эхо-процессоры на основе магнитоупорядоченных сред	155
10.1. Подавление паразитных сигналов	155
10.2. Амплитудные характеристики спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных сред в режиме согласованной фильтрации	165
10.3. Согласованная фильтрация сигнала, фазоманипулированного <i>M</i> -последовательностью.....	170
10.4. Управляемые согласованные фильтры на основе тонких магнитных пленок кобальта и его сплавов	178
10.5. Субоптимальный приемник на базе спинового процессора на основе тонких магнитных пленок сплава железо–кобальт–никель	186
11. Фононное и фотонное эхо	191
11.1. Эхо-явления и процессоры, их использующие	191
11.2. Фононные и фотонные процессоры	192
11.3. Моделирование режимов работы фотонного эхо-процессора	196
Заключение	207
Литература.....	209
Список условных сокращений	215
Список основных обозначений	216

Введение

Одним из важнейших достижений современной радиоэлектроники за последнее время является создание многофункциональных цифровых процессоров. Цифровые устройства, получившие в настоящее время приоритетное развитие, являются наиболее перспективными средствами обработки информации.

Несмотря на принципиальные преимущества цифровой обработки сигналов следует иметь в виду, что с ростом ширины спектра обрабатываемых сигналов цифровые методы приводят к большому числу схемных реализаций и значительному энергопотреблению. В конечном итоге максимальная ширина спектра сигналов ограничена быстродействием цифрового процессора. Обработка высокочастотных и сверхвысокочастотных (СВЧ) сигналов цифровыми методами нередко весьма затруднительна и влечет за собой существенное усложнение аппаратуры и программного обеспечения, ухудшает массогабаритные характеристики, увеличивает энергопотребление и, как следствие, резко увеличивает ее стоимость.

Альтернативой цифровой обработке сигналов является функциональная электроника, использующая для обработки сигналов физические процессы в средах с пространственно интегрированными динамическими неоднородностями. В этом случае функции схемотехники выполняют те или иные физические процессы, для которых характерно использование динамических неоднородностей для хранения и обработки информации.

Настоящая монография посвящена рассмотрению двух классов устройств функциональной электроники – спин-волновым устройствам обработки сигналов и эхо-процессорам.

Физические исследования и технические приложения СВЧ спин-волновых явлений в ферромагнитных пленках и пленочных слоистых структурах на основе ферромагнитных пленок [1, 2] привели в 70–80-х годах XX в. к становлению нового направления СВЧ микроэлектроники, получившего название спин-волновая электроника.

Принцип действия линейных спин-волновых устройств основан на явлениях возбуждения, распространения и приема СВЧ когерентных спиновых волн (СВ) или, как их часто называют, магнитостатических волн (МСВ). Физически в магнитоупорядоченных кристаллах (ферромагнетиках, ферри-магнетиках и антиферромагнетиках) такие волны могут возбуждаться в очень широком диапазоне частот (от сотен мегагерц до десятков гигагерц).

С позиций физики [3–9] сравнительная простота возбуждения и приема спиновых волн, многообразие их дисперсионных характеристик, низкое затухание на длину волны, «доступность» волн с поверхности на всем пути их распространения сделали ферромагнитные пленки уникальными объектами как для изучения собственно спин-волновых процессов, так и для мо-

делирования волновых явлений (линейных и нелинейных) в диспергирующих средах вообще. С позиций техники ферромагнитные пленки стали удобным материалом для построения различных устройств и интегральных схем [10, 11], принцип действия которых основан на распространении и взаимодействии спиновых волн и на пространственно распределенном вводе (съеме) рабочего сигнала.

Примерами из фундаментальной области исследований могут служить открытие и исследование солитонов огибающей спиновых волн [12–14], а также Бозе-конденсация при комнатной температуре квантов спиновых волн в пленках железо-иттриевого граната [15].

Одной из существенных особенностей спин-волновых устройств по сравнению с другими устройствами микроэлектроники является возможность электрического управления их рабочими характеристиками, в частности центральной частотой и диапазоном рабочих частот. Эта технически важная особенность реализуется путем изменения поля подмагничивания, что приводит к изменению дисперсионных характеристик несущих спиновых волн.

В монографии описаны свойства сверхвысокочастотных спиновых волн в ферромагнитных пленках, а также примеры их применения в устройствах аналоговой обработки СВЧ сигналов.

Твердотельные сигнальные процессоры, основанные на нелинейном резонансном взаимодействии электромагнитного поля с веществом, применяются для обработки сложных сигналов с изменяющейся структурой в радио- и световом диапазонах. Принцип их работы основан на использовании спинового, фонованного (электроакустического) или фотонного (светового) эха, являющегося когерентным откликом системы частиц на импульсное резонансное возбуждение. Такие процессоры могут использоваться в качестве управляемых линий задержки, осуществлять корреляционный и спектральный анализы сигналов, применяться в качестве перестраиваемых согласованных фильтров.

Разработанный к настоящему времени богатый арсенал импульсных методов возбуждения позволил спектроскопистам предложить, а затем и реализовать свои плодотворные аналитические методы чрезвычайно широко: от физики и химии до биологии, медицинской диагностики, обработки радио- и оптических сигналов и многих других областей.

В монографии рассмотрены основы теории магнитного резонанса и импульсные методы возбуждения соответствующих сигналов, а также функциональные возможности эхо-процессоров, предназначенных для обработки радиосигналов. Приведены сведения и о других разновидностях нелинейного эха – фонованном и фотонном.

Монография написана коллективом преподавателей Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина).

Работа над материалом книги распределялась следующим образом. Главы 1–7 подготовлены проф. Б.А. Калиникосом и доц. А.Б. Устиновым, автор гл. 8–11 – проф. С.А. Баруздин, общее редактирование рукописи осуществил проф. В.Н. Ушаков.

1. Граничные задачи для магнетиков

1.1. Уравнения Максвелла

При теоретическом описании спиновых волн, фазовые скорости которых значительно меньше скорости света, можно пренебречь эффектами электромагнитного запаздывания, т.е. не учитывать токи смещения в полной системе уравнений Максвелла (см., например, [1]). Иными словами, для построения теории спиновых волн можно использовать редуцированную систему уравнений Максвелла, уравнения магнитостатики.

В магнитостатическом приближении магнитное поле СВ является безвихревым, а переменные намагниченность $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ и магнитное поле $\mathbf{h}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) &= 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) &= -\operatorname{div} \mathbf{m}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (1.1)$$

В иной форме уравнения магнитостатики записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) &= 0, \\ \operatorname{div} \mu_0 \hat{\mu} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) &= 0, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, а $\hat{\mu}$ – тензор магнитной проницаемости ферромагнетика. Преимущества и недостатки той или иной формы записи систем уравнений магнитостатики применительно к анализу свойств спиновых волн в ферромагнитных пленках будут обсуждаться далее.

Следует помнить, что в некоторых специфических случаях, например на частотах миллиметрового диапазона длин волн (около 100 ГГц) и выше, нельзя пренебрегать эффектами электромагнитного запаздывания и следует решать полную систему уравнений Максвелла. Полная система уравнений Максвелла необходима и для анализа СВЧ волновых явлений в пленочных слоистых структурах феррит-сегнетоэлектрик (см., например, [16, 17]).

Сделаем еще одно замечание терминологического характера. Поскольку речь идет о переменных во времени процессах, т.е. о волнах, то

терменологически правильно было бы называть эти уравнения магнито-статике уравнениями *квазимагнитостатики* [18, 19].

1.2. Уравнение движения намагниченности

Решение граничной задачи о нормальных колебаниях и волнах в ферромагнитных телах при использовании макроскопического подхода основано на совместном интегрировании системы уравнений квазимагнитостатики и уравнения движения намагниченности. Под намагниченностью \mathbf{M} понимается плотность макроскопического магнитного момента магнетика [1, 2], равная векторной сумме магнитных моментов атомов (ионов), находящихся в единице объема магнитного тела, и определяемая в основном спиновыми магнитными моментами. Именно эта величина входит в уравнения электродинамики и определяет электромагнитную индукцию в магнитной среде:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}). \quad (1.3)$$

В общем случае намагниченность является функцией координат во времени $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$.

Уравнение движения намагниченности для континуальной среды, впервые записанное Ландау и Лифшицем, имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -|g| \mu_0 [\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)], \quad (1.4)$$

где (при записи в системе единиц СИ) $|g| = 1,76 \cdot 10^{11}$ К/кг – гиромагнитное отношение, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$ измеряется в амперах на метр (А/м). Важно отметить, что уравнение (1.4) «сохраняет» длину вектора \mathbf{M} при его колебаниях, т.е. $|\mathbf{M}| = \text{const}(t)$.

Нетрудно показать [1, 2], что для однородного постоянного магнитного поля (для определенности $\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H} = e_z H_i$) уравнение движения (1.4) описывает собственные колебания намагниченности, имеющие вид прецессии вектора \mathbf{M} вокруг направления поля \mathbf{H} (рис. 1.1). При этом намагниченность не зависит от координат и представляет собой сумму постоянной \mathbf{M}_0 и переменной $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_\omega e^{i\omega t}$ составляющих, т.е.

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}_\omega e^{i\omega t}. \quad (1.5)$$

Оказывается, что постоянная составляющая намагниченности ориентирована вдоль оси z (вдоль направления постоянного поля подмаг-

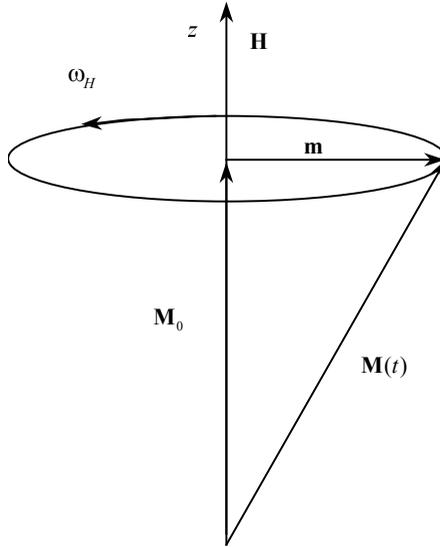


Рис. 1.1. Прецессия намагниченности в постоянном магнитном поле

ничивания), а переменная составляющая \mathbf{m} имеет круговую поляризацию с правым вращением в плоскости xOy , т.е.

$$\begin{aligned} m_{\omega x} &= im_{\omega y}, \\ m_{\omega z} &= 0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Частота вращения ω вектора \mathbf{m} прямо пропорциональна напряженности постоянного магнитного поля H_i и оказывается равной ω_H , причем

$$\omega = \omega_H = |g| \mu_0 H_i. \quad (1.7)$$

Эта частота собственных колебаний намагниченности, называемая частотой ферромагнитного резонанса (ФМР) неограниченной среды, определяет частоту прецессии вектора намагниченности ферромагнитной пленки (см. рис. 1.1). Кроме формулы (1.7), записанной для ω_H в СИ, полезно привести формулу для нее в гауссовой системе единиц:

$$\omega_H / 2\pi = |\gamma| H_i, \quad (1.8)$$

где $|\gamma| = 2,8$ МГц/Э, а напряженность магнитного поля измеряется в эрстедах [Э]. Напомним, что $1 \text{ Э} = 1000/4\pi \text{ А/м}$. Легко видеть, что уже при сравнительно небольших напряженностях поля подмагничивания (в сотни эрстед) частота ФМР оказывается в диапазоне СВЧ.

В системе единиц Гаусса $\omega_M/2\pi = |\gamma|4\pi M_0$. Например, для монокристаллического железо-иттриевого граната, наиболее часто применяемого в спин-волновых устройствах, $4\pi M_0 = 1750$ Э.

Теперь рассмотрим уравнение движения намагниченности для волнового процесса в ферромагнетике, когда эффективное магнитное поле складывается из нескольких составляющих.

Огрубляя реальную ситуацию, представим модель (по типу модели Гейзенберга [1, 2]) в виде решетки элементарных спиновых магнитных моментов (спинов), которые благодаря обменному взаимодействию связаны между собой и ориентированы параллельно. (Заметим, что параллельная ориентация спинов соответствует минимуму энергии ферромагнетика, а силы обменного взаимодействия между ними являются близкодействующими.) Попытка изменить положение любого элементарного магнитного момента относительно соседних приводит к тому, что такое возмущение начинает распространяться по решетке спинов («спиновая волна»). Можно сказать, что такая волна имеет обменную природу или, иными словами, ее существование обусловлено силами обменного взаимодействия (обменной «жесткостью») спин-системы.

Мысленно выделим в решетке спинов макроскопические области. Каждую такую область благодаря ее намагниченности можно условно рассматривать как магнитный диполь. Диполи связаны между собой силами магнитного взаимодействия, определяющими «жесткость» системы. Подчеркнем, что в отличие от обменных эти силы являются дальнедействующими. Попытка изменить положение любого диполя в системе приводит к тому, что подобное возмущение начинает распространяться по системе диполей («дипольная волна»). Можно сказать, что такая волна имеет магнитную дипольную природу.

Естественно, что в реальной ферромагнитной среде оба взаимодействия (поля) – близкодействующее обменное и дальнедействующее дипольное – одновременно определяют механизм волнового процесса. Однако их относительный вклад может быть различным: в механизме распространения коротких волн, длина которых сопоставима с расстоянием между элементарными магнитными моментами, основную роль играет обменное взаимодействие; механизм же распространения длинных волн намагниченности обусловлен диполь-дипольным взаимодействием.

Для уточнения волнового механизма с помощью модели взаимодействующих магнитных моментов необходимо помнить, что такие моменты прецессируют вокруг направления постоянного магнитного поля. При этом величина этого постоянного магнитного поля определяет частоту прецессии. Заметим, что энергия взаимодействия намагниченности и поля называется зеемановской.

Поскольку собственным движением намагниченности является ее прецессия, волны намагниченности в ферромагнитной среде можно рассматривать как волны фазы прецессии намагниченности. Стоячие же волны можно трактовать как волны амплитуды прецессии. Качественную картину однородной прецессии, бегущей и стоячей волн иллюстрирует рис. 1.2.

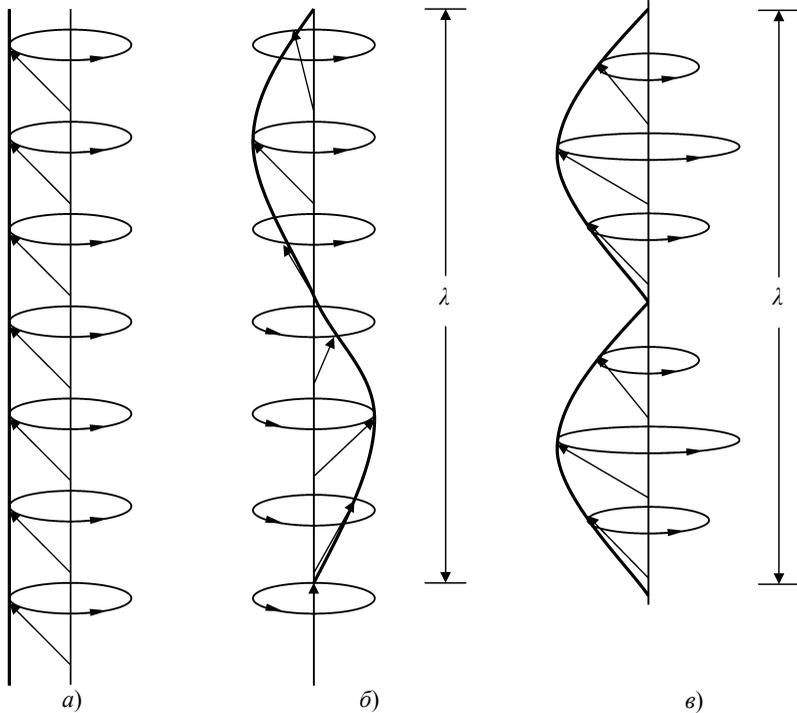


Рис. 1.2. Колебания намагниченности:

a – однородная прецессия; *б* – бегущая волна; *в* – стоячая волна

Перейдем теперь к математическому описанию рассмотренных взаимодействий. Для переменного диполь-дипольного и неоднородного обменного взаимодействий вводят соответствующие поля $\mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{r}, t)$. Эти поля, в дополнение к внутреннему постоянному магнитному полю \mathbf{H}_i , включаются в эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{r}, t)$, входящее в уравнение движения намагниченности (1.4).

Специфичное для ферромагнетика переменное поле неоднородного обменного взаимодействия спинов $\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{r}, t)$ является не магнитным полем в прямом смысле слова, а эффективным и поэтому не подчиняет-

ся уравнениям Максвелла. На макроскопическом уровне оно имеет электростатическую природу. Неоднородное обменное поле $\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{r}, t)$, являясь составляющей эффективного магнитного поля, находится как вариационная производная от энергии неоднородного обменного взаимодействия ферромагнетика по намагниченности [1]. При анализе волновых процессов в ферромагнетиках переменное обменное поле обычно представляется в виде

$$\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{r}, t) = \alpha \nabla^2 \mathbf{m}(\mathbf{r}, t), \quad (1.9)$$

где α – константа неоднородного обменного взаимодействия, имеющая для большинства ферромагнетиков порядок 10^{-12} см². Для ЖИГ при комнатной температуре $\alpha = 3,1 \cdot 10^{-12}$ см².

Физически переменное дипольное поле $\mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t)$, являясь магнитным, сопровождает волну намагниченности. Оно подчиняется уравнениям Максвелла и может быть найдено для заданной намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$.

Кроме него в ферромагнитных образцах конечных размеров, помещенных во внешнее постоянное магнитное поле \mathbf{H}_e , возникает постоянное дипольное поле \mathbf{H}_M , называемое полем размагничивания. Это поле определяется в результате решения уравнений магнитостатики с соответствующими граничными условиями.

Отметим, что если ферродиэлектрический образец, имеющий форму эллипсоида вращения, помещен в однородное насыщающее поле $\mathbf{H}_e = \text{const}(\mathbf{r})$, то его внутреннее поле также однородно $\mathbf{H}_i = \text{const}(\mathbf{r})$. Обычно поле размагничивания однородно намагниченного до насыщения образца записывают с помощью тензора размагничивающих факторов [1]:

$$\mathbf{H}_M = -\hat{\mathbf{N}}\mathbf{M}_0. \quad (1.10)$$

Внутреннее постоянное магнитное поле, входящее в уравнение движения намагниченности, находят как суперпозицию внешнего постоянного поля и поля размагничивания, т.е.

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_M = \mathbf{H}_e - \hat{\mathbf{N}}\mathbf{M}_0. \quad (1.11)$$

Интересующие нас ферромагнитные пленки, неограниченные в плоскости, можно рассматривать как частный случай сильно сплюснутого эллипсоида вращения. При этом внутреннее магнитное поле для касательно намагниченной пленки в соответствии с (1.11) оказывается равным внешнему полю

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_e, \quad (1.12)$$

а для перпендикулярно намагниченной пленки оно меньше внешнего поля на значение намагниченности насыщения:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_e - \mathbf{M}_0. \quad (1.13)$$

Анализируя волновые задачи, будем оперировать с внутренним постоянным полем. Отметим, что независимость от координат этого поля в однородных ферромагнитных пленках значительно облегчает решение волновых задач.

Кроме рассмотренных полей, волновой процесс в ферромагнетиках определяется также полем магнитной кристаллографической анизотропии [1, 2], которое в общем случае имеет постоянную и переменную составляющие. Как и обменное, поле анизотропии является эффективным и не подчиняется уравнениям Максвелла. Для облегчения анализа дисперсионных характеристик спиновых волн в пленках будем пока пренебрегать полем анизотропии. Такое приближение вполне оправданно для слабо анизотропных кристаллов, к которым относится и широко используемый ЖИГ.

При возбуждении спиновых волн (при анализе вынужденных колебаний намагниченности) в уравнение движения включается стороннее переменное магнитное поле $\mathbf{h}_s(\mathbf{r}, t)$.

Суммируя сказанное, запишем выражение для эффективного магнитного поля, входящего в уравнение движения намагниченности (1.4),

$$\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_i + \mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) + \alpha \nabla^2 \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{h}_s(\mathbf{r}, t), \quad (1.14)$$

позволяющее описывать как частные случаи волн намагниченности (чисто дипольные и чисто обменные волны), так и общий случай дипольно-обменных волн.

Уравнение движения намагниченности (1.4) с эффективным полем (1.14) является нелинейным. Для решения задач о линейных процессах (как собственных, так и вынужденных) его необходимо линеаризовать. Для этого предположим, что переменные составляющие намагниченности и поля по сравнению с их постоянными составляющими, т.е.

$$\begin{aligned} m &\ll M_0, \\ h &\ll H_i. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Как показывает опыт, эти условия часто реализуются на практике.

При нарушении условий (1.15) в ферромагнетиках возникают разнообразные нелинейные процессы, описание большинства из которых выходит за рамки данной книги. В частности, в ферромагнитных пленках наблюдается параметрическое возбуждение и модуляционная неустойчивость спиновых волн, образование спин-волновых солитонов, возникновение динамического хаоса и фракталов в системе СВ и другие эффекты.

Используя условия (1.15) и сохраняя в уравнении движения (1.4) члены первого порядка малости, получаем так называемое *линеаризованное уравнение движения намагниченности*

$$\frac{\partial \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -|g| \mu_0 [\mathbf{M}_0, \mathbf{h}(\mathbf{r}, t)] + |g| \mu_0 [\mathbf{H}_i, \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)], \quad (1.16)$$

где в общем случае

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) + \alpha \nabla^2 \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{h}_s(\mathbf{r}, t). \quad (1.17)$$

При рассмотрении собственных волн намагниченности стороннее поле полагается равным нулю ($h_s = 0$).

В дальнейшем анализе спиновых волн в ферромагнитных пленках совместно решаются именно линеаризованное уравнение движения (1.16) и уравнения электродинамики в магнитоэлектростатическом приближении.

1.3. Граничные электродинамические задачи для магнетиков

При решении граничных задач с ферромагнитными телами используют два типа граничных условий: электродинамические (ЭГУ) и дополнительные (ДГУ). Электродинамические граничные условия обычны для теории электромагнитного поля. В отсутствие токов и зарядов на границе раздела ферромагнетик–диэлектрик (вакуум) они состоят в непрерывности касательных компонент поля и нормальных компонент индукции.

Дополнительные граничные условия (иначе их называют независимыми по отношению к электродинамическим граничным условиям) отражают специфику границы раздела ферромагнетик–диэлектрик (вакуум) и накладываются на переменную намагниченность \mathbf{m} . Они формируются при интегрировании уравнения движения намагниченности по толщине пограничного слоя по аналогии с выводом ЭГУ, которые являются следствием интегральных уравнений Максвелла. При определении ДГУ учитывается, что магнитные параметры пограничного слоя, вообще говоря, могут отличаться от параметров остального объема ферромагнетика. В общем случае ДГУ для \mathbf{m} достаточно громоздки. Однако их можно значительно упростить, если предположить, что основным фактором, ограничивающим подвижность поверхностных спинов, является поверхностная магнитная анизотропия.

При решении граничных задач чаще всего используют два предельных случая ДГУ: закрепленные поверхностные спины (граничные условия Киттеля)

$$\mathbf{m}|_s = 0 \quad (1.18)$$

и свободные поверхностные спины (граничные условия Аменга–Радо)

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}}|_s = 0, \quad (1.19)$$

где \mathbf{n} обозначает нормаль к поверхности ферромагнетика.

Более общее граничное условие является смешанным и имеет вид [1]

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}} + d_s \mathbf{m}|_s = 0, \quad (1.20)$$

где d_s – параметр, характеризующий закрепление спинов на поверхности ферромагнетика. При сильной поверхностной анизотропии (1.20) переходит в (1.18), а при слабой – в (1.19).

При теоретическом анализе ДГУ необходимы тогда, когда учитывается неоднородное обменное взаимодействие. За счет обменного поля (1.9) повышается порядок исходной системы дифференциальных уравнений. В этом случае для однозначного решения граничных задач становится недостаточно только электродинамических граничных условий. Поскольку граничные условия (1.18)–(1.20) позволяют учитывать эффекты, обусловленные обменным взаимодействием спинов, то их обычно называют обменными граничными условиями (ОГУ).

Как уже отмечалось, за исключением небольшого интервала волновых чисел, отвечающего собственно электромагнитным волнам, волновые процессы в ферромагнетиках можно рассматривать в пренебрежении эффектами электромагнитного запаздывания. Это обусловлено тем, что фазовые скорости дипольно-обменных спиновых волн значительно меньше фазовой скорости собственно электромагнитных волн в ферромагнитной среде [1, 2]. Поэтому для теоретического анализа спиновых волн достаточно решать уравнения магнитостатики и линеаризованное уравнение движения намагниченности, для которых можно выделить два способа совместного интегрирования различаемые последовательностью их решения.

При первом способе вначале решается линеаризованное уравнение движения, что позволяет найти материальные тензоры – тензоры высокочастотной магнитной восприимчивости и проницаемости ферромагнетика, а затем – уравнения магнитостатики. При втором способе вначале решаются уравнения магнитостатики, т.е. находится связь между переменной намагниченностью и магнитным полем, а затем – уравнение движения намагниченности. Отметим, что при втором способе материальные тензоры не рассматриваются.

Естественно, что оба способа приводят к одному и тому же закону дисперсии спиновых волн $\omega = f(k)$. Однако математическая запись

дисперсионных уравнений для ферромагнитных пленок, полученных разными способами, может быть различной.

1.4. Спиновые волны в безграничной магнитной среде

Рассмотрим оба способа на примере определения дисперсии спиновых волн в безграничной ферромагнитной непроводящей среде. Уравнение движения запишем в виде (1.16), а уравнения магнитостатики – в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (1.21)$$

$$\operatorname{div} [\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)] = 0. \quad (1.22)$$

Найдем связь между частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} плоских волн, распространяющихся в ферромагнитной среде:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}_{\omega\mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1.23)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_{\omega\mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1.24)$$

Задачу будем решать в прямоугольной системе координат. Для определенности предположим, что среда намагничена вдоль оси z , т.е.

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{e}_z H_i. \quad (1.25)$$

Подставляя (1.23)–(1.25) в линеаризованное уравнение движения (1.16), найдем связь между Фурье-амплитудами намагниченности и поля:

$$\mathbf{m}_{\omega\mathbf{k}} = \hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{h}_{\omega\mathbf{k}}. \quad (1.26)$$

Величина $\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k})$ называется тензором магнитной восприимчивости ферромагнетика. Как тензор второго ранга он может быть записан в виде

$$\hat{\chi} = \begin{vmatrix} \chi & i\chi_a & 0 \\ -i\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (1.27)$$

где диагональные и гиротропные компоненты равны, соответственно,

$$\chi = \frac{\omega_M(\omega_H + \omega_M \alpha k^2)}{(\omega_H + \omega_M \alpha k^2)^2 - \omega^2}, \quad (1.28)$$

$$\chi_a = \frac{\omega_M \omega}{(\omega_H + \omega_M \alpha k^2)^2 - \omega^2}. \quad (1.29)$$

При записи (1.28), (1.29) использованы обозначения

$$\begin{aligned}\omega_H &= |g| \mu_0 H_i, \\ \omega_M &= |g| \mu_0 M_0.\end{aligned}\tag{1.30}$$

Нетрудно видеть, что компоненты тензора магнитной восприимчивости, который является эрмитовым, зависят как от частоты, так и от волнового вектора. Это значит, что в ферромагнетиках имеет место как временная, так и пространственная дисперсия. Физически пространственная дисперсия магнитной восприимчивости обусловлена неоднородным обменным взаимодействием. В пренебрежении им ($\alpha = 0$) компоненты тензора не зависят от волнового вектора.

Обращает на себя внимание резонансное поведение как диагональных, так и гиротропных компонент. Для однородных колебаний $k = 0$ ферромагнитный резонанс возникает на частоте, равной частоте прецессии намагниченности $\omega = \omega_H$. Учитывая диссипативные процессы, можно показать, что резонансная зависимость компонент тензора от частоты (магнитного поля) приводит к резонансному поглощению энергии электромагнитного поля, т.е. к ферромагнитному резонансу [1, 2].

Подставив (1.26) в (1.22), а затем совместно решив уравнения магнитостатики (1.21), (1.22), найдем дисперсию дипольно-обменных спиновых волн в изотропной ферродиелектрической среде:

$$\omega^2 = (\omega_H + \omega_M \alpha k^2)(\omega_H + \omega_M \alpha k^2 + \omega_M \sin^2 \theta_k),\tag{1.31}$$

где θ_k – угол между направлениями распространения волны (1.23) и постоянного магнитного поля \mathbf{H}_i , называемый полярным углом спиновых волн.

Применяя второй способ совместного интегрирования уравнения движения (1.16) и уравнений магнитостатики, найдем связь, следующую из (1.21), (1.22) для Фурье-амплитуд плоских волн (1.23), (1.24). Нетрудно показать, что такая связь имеет вид

$$\mathbf{h}_{\omega \mathbf{k}} = -\frac{\mathbf{k} (\mathbf{k} m_{\omega \mathbf{k}})}{k^2}.\tag{1.32}$$

После подстановки дипольного поля (1.32) в линеаризованное уравнение движения намагниченности (1.16) из условия существования решения системы однородных уравнений, получаемых после проектирования (1.16) на координатные оси, находим дисперсионное уравнение, которое в точности совпадает с (1.31).

Кратко опишем спектр спиновых волн (1.31) безграничной ферромагнитной среды. Качественная зависимость частоты ω от волнового вектора \mathbf{k} , определяемая дисперсионным уравнением (1.31), показана на

рис. 1.3. Спектр спиновых волн представляет собой сплошную полосу, нижняя граница которой соответствует волнам, распространяющимся в направлении поля подмагничивания, т.е.

$$\omega = \omega_H + \omega_M \alpha k^2, \quad (1.33)$$

при $k \rightarrow 0$ определяется частотой ФМР ω_H . Увеличение частоты спиновых волн при заданном направлении распространения ($\theta_k = \text{const}$) определяется обменным взаимодействием. При сравнительно малых волновых векторах ($k < 10^4 \text{ см}^{-1}$) влияние обменного взаимодействия весьма мало. Поэтому такие спиновые волны часто рассматривают в безобменном приближении, и именно их обычно называют *магнито-статическими*.

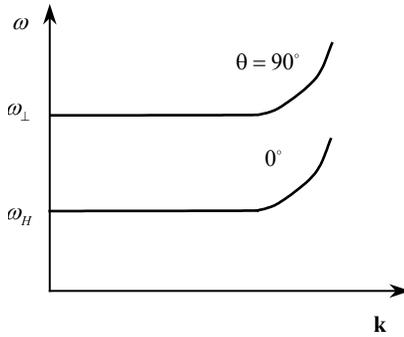


Рис. 1.3. Спектр спиновых волн в безграничной ферромагнитной среде

В безграничной среде дисперсионное уравнение для магнито-статических волн имеет вид

$$\omega^2 = \omega_H (\omega_H + \omega_M \sin^2(\theta_k)). \quad (1.34)$$

Очевидно, что собственная частота МСВ в безграничной среде не зависит от волнового вектора, а определяется полем подмагничивания, намагниченностью насыщения среды и направлением распространения волны.

Рассмотрение магнито-статических (безобменных) волн в ферромагнитных пленках показывает, что для них дисперсионные уравнения аналогичны (1.34), однако разрешенные значения $\sin^2(\theta_k)$ будут дискретными, что обусловит зависимость частоты магнито-статических волн в пленках от волнового вектора.

Как следует из решения дисперсионного уравнения (1.31), аналитически описывающего полный спектр спиновых волн в безграничной ферромагнитной непроводящей среде, в формировании спектра и

свойств спиновых волн участвуют в общем случае три типа взаимодействия (энергии) в спин-системе: зеемановское, диполь-дипольное и обменное (см. §1.2). Зеемановское взаимодействие определяющее минимальную частоту спектра СВ, связано с длиной волны. В то же время вклады как диполь-дипольного, так и обменного взаимодействия зависят от длины волны существенным образом. Благодаря такой зависимости и ее роли в формировании вида $\omega(k)$ принято с некоторой степенью условности различать три типа спиновых волн: диполь-дипольные (или просто дипольные), дипольно-обменные волны и обменные волны. Как уже говорилось, диполь-дипольные волны часто называют магнитостатическими волнами.

Описанное различие или деление на три типа волн легко поясняется с помощью дисперсией спектральной диаграммы (см. рис. 1.3). Так, дипольными спиновыми волнами называют длинноволновые возбуждения с волновыми числами k менее 1000 см^{-1} . Благодаря малости вклада в механизм возбуждения и распространения дипольных волн неоднородного обменного взаимодействия такие волны можно считать безобменными. Обменными спиновыми волнами называют коротковолновые возбуждения с волновыми числами k более 10^6 см^{-1} , т.е. порядка $\alpha^{-1/2}$. Спиновые волны, имеющие промежуточные значения волновых чисел k , т.е. $0 < k < 1000 \text{ см}^{-1}$, принято называть дипольно-обменными.

В ферромагнитных пленках расчет спектра дипольно-обменных спиновых волн представляет наибольшую трудность. Поэтому в спин-волновой электронике чаще используют диполь-дипольные (безобменные) волны. Поскольку их теория сравнительно проста, а область их технического применения широка, начнем с описания их теории, а уже затем перейдем к дипольно-обменным волнам.

2. Безобменные спиновые волны в ферромагнитных пленках

2.1. Уравнение Уокера

Для записи уравнения Уокера сначала решим линеаризованное уравнение движения намагниченности и найдем тензор высокочастотной магнитной проницаемости $\hat{\mu}$, связывающий переменную магнитную индукцию и поле:

$$\mathbf{b} = \hat{\mu}\mathbf{h} = \mu_0\hat{\mu}_r\mathbf{h}. \quad (2.1)$$

Согласно определению магнитной индукции в магнитной среде

$$\mathbf{b} = \mu_0(\mathbf{h} + \mathbf{m}), \quad (2.2)$$

оказывается, что безразмерная составляющая тензора магнитной проницаемости

$$\hat{\mu}_r = \hat{1} + \hat{\chi}. \quad (2.3)$$

Таким образом, высокочастотный тензор магнитной проницаемости находится суммированием единичного тензора и тензора магнитной восприимчивости (1.27).

Тензор высокочастотной магнитной проницаемости может быть записан в виде

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (2.4)$$

где диагональная и гиротропная компоненты в безобменном приближении равны соответственно

$$\mu = \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (2.5)$$

$$\mu_a = \frac{\omega_H\omega}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (2.6)$$

причем

$$\omega_{\perp} = \omega_H(\omega_H + \omega_M). \quad (2.7)$$

Отметим, что значение ω_{\perp} совпадает с верхней границей спектра магнитостатических волн в безграничной среде (см. (1.34)) и, как будет показано, является частотой однородного ферромагнитного резонанса, не ограниченной в плоскости касательно намагниченной пленки (пластины).

Теперь, когда найден тензор высокочастотной магнитной проницаемости, можно перейти к решению уравнений магнитостатики. Эти уравнения при известном тензоре $\hat{\mu}$ целесообразно записать в виде

$$\text{rot } \mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.8)$$

$$\text{div } \hat{\mu}_r \mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.8) показывает, что переменное магнитное поле является чисто потенциальным (безвихревым). Для его описания удобно ввести скалярный магнитостатический потенциал $\varphi(\mathbf{r}, t)$ так, чтобы

$$\mathbf{h}_d = \text{grad } \varphi. \quad (2.10)$$

С учетом (2.10) система уравнений магнитостатики (2.8), (2.9) сводится к дифференциальному уравнению для магнитостатического потенциала

$$\text{div}(\hat{\mu}_r \text{grad } \varphi) = 0. \quad (2.11)$$

В прямоугольной системе координат, когда тензор магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ имеет вид (2.4), уравнение (2.11) принимает форму

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.12)$$

и называется уравнением Уокера. Оно описывает магнитостатический потенциал φ внутри ферромагнитного тела. Вне ферромагнетика уравнение Уокера переходит в уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (2.13)$$

Уравнения (2.12) и (2.13) обычно используют для определения спектра МСВ однородно намагниченных пленок.

2.2. Спектры безобменных спиновых волн

Рассмотрим ферромагнитную пленку (плоскопараллельную пластинку) толщиной L , намагниченную до насыщения перпендикулярно ее поверхности вдоль оси z . Будем считать, что пленка не ограничена в плоскости $xу$, а центр прямоугольной системы координат $xуz$ совпадает с центром пленки.

Заметим, что при перпендикулярном намагничивании все направления, лежащие в плоскости пленки, эквивалентны в волновом отношении. Поэтому решение дифференциальных уравнений (2.12), (2.13) удобно искать в виде неоднородных плоских волн, распространяющихся вдоль выбранного направления, например вдоль оси y (тогда $\partial/\partial x \equiv 0$), т.е.

$$\varphi = \varphi_k(z) e^{-i(k_y y - \omega t)}. \quad (2.14)$$

Сформулируем граничные условия для магнитостатического потенциала (2.14). Из условий непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля и нормальной составляющей магнитной индукции при $z = \pm L/2$ имеем

$$\varphi^{(i)} = \varphi^{(e)} \quad \text{при } z = \pm \frac{L}{2}, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial z} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial z} \quad \text{при } z = \pm \frac{L}{2}. \quad (2.16)$$

К этим граничным условиям присоединяется также условие убывания волнового поля на бесконечности:

$$\varphi^{(e)} \rightarrow 0 \quad \text{при } |z| \rightarrow \infty. \quad (2.17)$$

Для отыскания спектра МСВ общее решение уравнения Уокера (2.12) запишем в виде

$$\varphi^{(i)} = (A \sin k_z z + B \cos k_z z) e^{-ik_y y}, \quad (2.18)$$

а решение уравнения Лапласа (2.13) – в виде

$$\begin{aligned} \varphi^{(e)} &= C e^{k_{ze} z} e^{-ik_y y} \quad \text{при } z < -\frac{L}{2}, \\ \varphi^{(e)} &= D e^{-k_{ze} z} e^{-ik_y y} \quad \text{при } z > \frac{L}{2}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Здесь A , B , C и D – произвольные постоянные, а k_{ze} – положительная величина. Подстановка решений (2.19) в уравнение Лапласа дает

$$k_{ze}^2 = k_y^2. \quad (2.20)$$

Поскольку нас интересуют распространяющиеся волны, то $k_y^2 > 0$. С учетом этого, принимая без ограничения общности $k_y > 0$, можно на основании (2.20) положить

$$k_{ze} = k_y, \quad (2.21)$$

и тем самым исключить k_{ze} из дальнейшего рассмотрения.

Обратим внимание на физический смысл соотношения (2.21): оно показывает, что поле магнитостатической волны вне ферромагнитной пленки тем сильнее «прижимается» к ее поверхности, чем меньше длина волны $\lambda = 2\pi/k_y$. Иными словами, поле коротких волн быстрее спадает от поверхности пленки, чем поле длинных волн. Это полезно помнить при решении практических задач.

Подстановка решения (2.18) в (2.12) приводит к характеристическому уравнению

$$-k_y^2 \mu = k_z^2, \quad (2.22)$$

связывающему продольное k_y и поперечное k_z волновые числа МСВ.

Требую выполнения граничных условий (2.15), (2.16) для решений (2.18), (2.19), приходим к системе четырех линейных однородных уравнений относительно неизвестных амплитуд A , B , C и D . Эта система имеет нетривиальное решение, если ее определитель обращается в нуль. Условие равенства нулю определителя системы дает дисперсионное уравнение. Подчеркнем, что в силу симметрии граничной задачи для перпендикулярно намагниченной пленки ее решение распадается на два класса: для симметричных (четных по z) и антисимметричных (нечетных по z) волн.

Дисперсионные уравнения для симметричных и антисимметричных волн соответственно имеют вид:

$$\operatorname{tg} \frac{k_z L}{2} = \frac{k_y}{k_z}, \quad (2.23)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{k_z L}{2} = -\frac{k_y}{k_z}. \quad (2.24)$$

Очевидно, что эти уравнения – трансцендентные. Совместно с характеристическим уравнением (2.22) и частотной зависимостью (2.5) они определяют закон дисперсии $\omega = f(k_y)$ МСВ.

Нетрудно показать, что закон дисперсии можно описать в виде

$$\omega^2 = \omega_H \left(\omega_H + \omega_H \frac{k_y^2}{k_y^2 + (X_n)^2} \right), \quad (2.25)$$

где X_n – корни трансцендентных уравнений (2.23) и (2.24), определяющие разрешенные (дискретные) значения поперечных волновых чисел k_y .

Массив решений уравнений (2.23), (2.24) можно представить в виде

$$\frac{k_z L}{2} = \begin{cases} \frac{k_z L}{2} \operatorname{tg} \frac{k_z L}{2}, & n\pi \leq \frac{k_z L}{2} \leq \pi \left(n + \frac{1}{2} \right), \\ -\frac{k_z L}{2} \operatorname{ctg} \frac{k_z L}{2}, & \pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \leq \frac{k_z L}{2} \leq \pi(n+1), \end{cases}$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

Для построения спектра МСВ $\omega_n(k_y)$ рассмотрим графическое решение трансцендентных уравнений (2.23) в (2.24). С учетом (2.22) перепишем их в форме

$$\operatorname{tg} \frac{k_z L}{2} = \frac{1}{\sqrt{-\mu}}, \quad (2.26)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{k_z L}{2} = -\frac{1}{\sqrt{-\mu}}, \quad (2.27)$$

причем

$$\frac{1}{\sqrt{-\mu}} = \frac{k_y}{k_z}. \quad (2.28)$$

Из графического представления обеих частей уравнений (2.26) и (2.27) (рис. 2.1) видно, что при отрицательных μ существует бесконечно много вещественных точек пересечения, лежащих в верхней и нижней полуплоскостях. Эти точки определяют разрешенные массивы собственных значений поперечных волновых чисел k_y для симметричных (верхняя полуплоскость) и антисимметричных (нижняя полуплоскость) волн. Нетрудно показать, что при положительных μ уравнения (2.26) и (2.27) решений не имеют. Таким образом, решения уравнений (2.26), (2.27) заключены в частотном интервале

$$\omega_H \leq \omega \leq \omega_{\perp}, \quad (2.29)$$

т.е. в интервале существования МСВ в безграничной ферромагнитной среде (см. (1.34)).

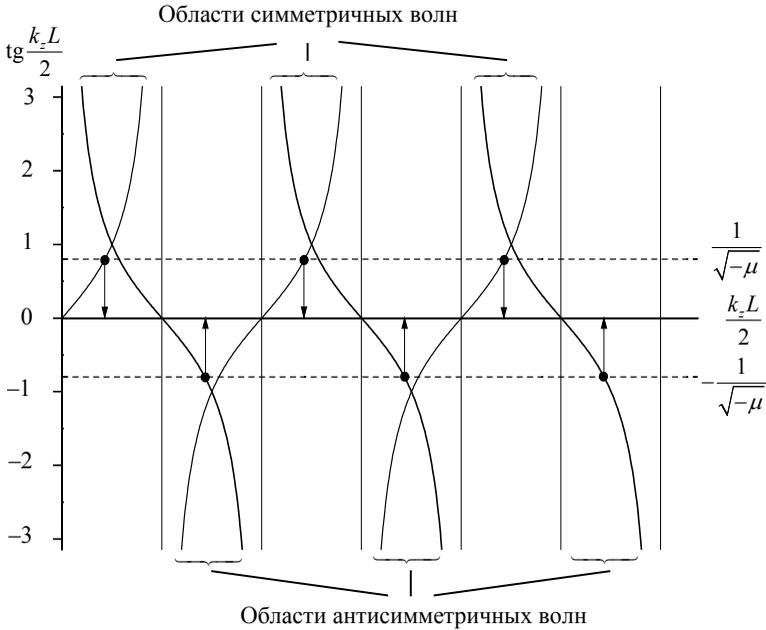


Рис. 2.1. Графическое решение уравнений (2.26)–(2.28), определяющих спектр симметричных и антисимметричных волн перпендикулярно намагниченной пленки

Как видно из рис. 2.1, для заданной частоты (внутри интервала (2.29)) области разрешенных собственных значений волновых чисел k_z для симметричных и антисимметричных волн чередуются. Нижние границы этих областей соответствуют нулям, а верхние – полюсам функций $\operatorname{tg}(k_z L/2)$ и $\operatorname{ctg}(k_z L/2)$. Такое чередование областей разрешенных значений поперечного волнового числа определяет и чередование дисперсионных кривых, отвечающих симметричным и антисимметричным волнам спектра $\omega_n(k_y)$.

Спектр МСВ легко построить качественно с помощью (2.25), исходя из смещения точек пересечения с изменением частоты ω (рис. 2.2). При $\omega \rightarrow \omega_H$, что соот-

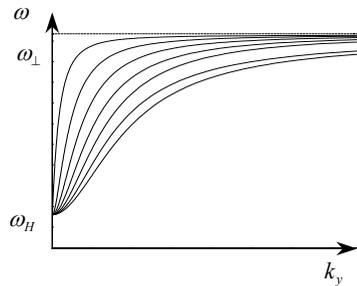


Рис. 2.2. Спектр безобменных спиновых волн перпендикулярно намагниченной пленки

ветствует $k_y \rightarrow 0$, все дисперсионные кривые стягиваются в точку (на «дне» спектра спиновых волн). Дисперсионной кривой, ограничивающей спектр по частоте сверху, отвечает симметричная волна с простейшим распределением магнитостатического потенциала. Эта волна называется основной или волной низшего типа. Из качественной иллюстрации изменения распределения потенциала по толщине пленки, происходящего с изменением волнового числа k_y , бегущей волны (см. рис. 2.3), видно, что по мере укорочения длины волны распределение потенциала «концентрируется» внутри пленки. Это характерно для всех типов волн.

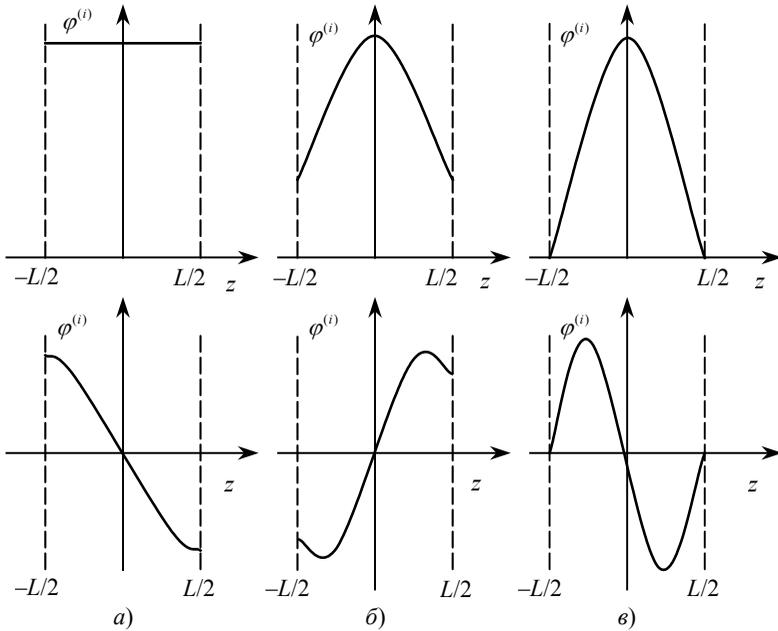


Рис. 2.3. Распределение магнитостатического потенциала по толщине пленки с изменением волнового числа k_y для двух низших типов волн – симметричной и антисимметричной при $k_y = 0$ (а); $k_y L \approx 1$ (б); $k_y \rightarrow \infty$ (в)

В силу того, что поперечные распределения $\varphi_y(z)$ волн (2.14) и других переменных величин (магнитного поля, намагниченности) описываются тригонометрическими функциями ($\sin k_y z$ или $\cos k_y z$), эти волны часто называют *объемными* МСВ.

Групповую скорость спиновых волн $V_g = \partial\omega/\partial k_y$ можно найти дифференцированием дисперсионного соотношения (2.25) при учете (2.26) в (2.27). Выполнив соответствующие вычисления, можно показать, что групповая скорость максимальна для волны низшего типа и при $k_y \rightarrow 0$ равна

$$V_g = \frac{\omega_M L}{4}. \quad (2.30)$$

Для остальных типов спиновых волн при $k_y = 0$ групповые скорости равны нулю. Экстремальные значения групповых скоростей высших типов спиновых волн, существующие при промежуточных значениях k_y , остаются значительно меньше величины (2.30) (рис. 2.4).

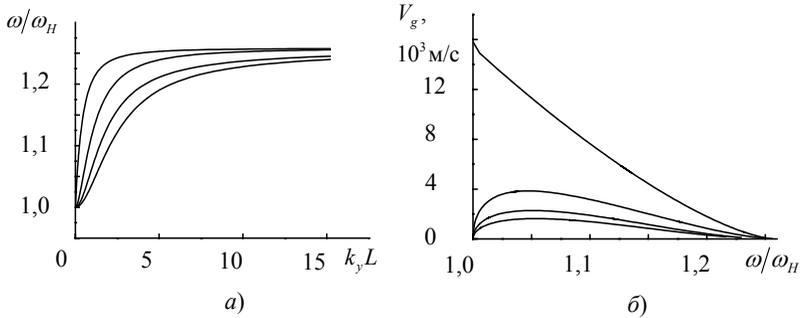


Рис. 2.4. Спектр (а) и групповая скорость (б) объемных спиновых волн в перпендикулярно намагниченной пленке при $\omega_H = 2\omega_M = 9,8$ ГГц

Различия между групповыми скоростями и их частотными зависимостями для высших и низшего типов спиновых волн приводят к тому, что волны высших типов затухают гораздо сильнее, чем низшей. Поэтому именно волна низшего типа обычно отвечает за перенос энергии СВЧ сигнала в спин-волновых приборах.

Рассмотрим теперь касательное намагничивание ферромагнитной пленки (пластинки) толщиной L . Будем считать, что пленка не ограничена в плоскости yz и намагничена постоянным полем, приложенным вдоль оси z , т.е. $\mathbf{H}_i = e_z H_i$. В отличие от перпендикулярного намагничивания при касательном в плоскости пленки существует выделенное направление – направление внутреннего поля \mathbf{H}_i , и поэтому свойства спиновых волн оказываются зависимыми от угла между направлениями распространения волны и поля. Иными словами, различные направления, лежащие в плоскости касательно намагниченной пленки, в волновом отношении не эквивалентны.

Для граничной задачи о спектре МСВ запишем общее решение уравнения Уокера (2.12) в виде

$$\varphi^{(i)} = (A \sin k_x x + B \cos k_x x) e^{-i(k_y y + k_z z)}, \quad (2.31)$$

а решение уравнения Лапласа (2.13) – в виде

$$\begin{aligned} \varphi^{(e)} &= C \exp(k_{xe} x) e^{-i(k_y y + k_z z)}, \quad x < -L/2, \\ \varphi^{(e)} &= D \exp(-k_{xe} x) e^{-i(k_y y + k_z z)}, \quad x > -L/2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Здесь A , B , C и D – произвольные постоянные, а k_{xe} – положительная величина.

Заметим, что в зависимости от соотношения компонент k_y и k_z двумерного волнового вектора

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{e}_y k_y + \mathbf{e}_z k_z \quad (2.33)$$

решения (2.31), (2.32) определяют (допускают) любые направления распространения спиновых волн в плоскости пленки.

Подставляя решения (2.32) в уравнение Лапласа, получаем

$$k_{xe}^2 = k_y^2 + k_z^2 = k_p^2, \quad (2.34)$$

что, как и при перпендикулярном намагничивании, позволяет исключить из дальнейшего рассмотрения величину k_{xe} . Из (2.34) также видно, что при удалении от поверхности пластины поле коротких волн спадает быстрее, чем поле длинных спиновых волн.

Подстановка решения (2.31) в уравнение Уокера приводит к характеристическому уравнению

$$-\mu(k_x^2 + k_y^2) = k_z^2. \quad (2.35)$$

Запишем теперь граничные условия для магнитоэлектростатического потенциала, следующие из электродинамических граничных условий. Так, условия непрерывности касательных компонент магнитного поля при $x = \pm L/2$ требуют

$$\varphi^{(i)} = \varphi^{(e)} \quad \text{при } x = \pm L/2, \quad (2.36)$$

а условие непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции дает

$$\mu \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial x} + i \mu_a \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial y} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x}, \quad x = \pm L/2. \quad (2.37)$$

Нетрудно видеть, что граничное условие (2.37) сложнее аналогичного условия для перпендикулярно намагниченной пленки: в него входят диагональная и гиротропная компоненты тензора магнитной проницаемости.

Из граничных условий (2.36) и (2.37), подставляя в них решения (2.31) и (2.32), получаем дисперсионное уравнение для спиновых волн в касательно намагниченной пленке. При произвольном направлении распространения волны из-за сравнительной громоздкости граничных условий это уравнение имеет сложный вид.

Остановимся на двух наиболее часто встречающихся на практике случаях: продольном $\mathbf{k}p \parallel \mathbf{N}i$ и поперечном $\mathbf{k}p \perp \mathbf{N}i$ распространении спиновых волн. При продольном распространении плоский волновой вектор $\mathbf{k}p$ имеет лишь одну компоненту $\mathbf{k}p = \{0, k_z\}$. Физически эта ситуация соответствует распространению спиновых волн в направлении постоянного поля подмагничивания $\mathbf{N}i$ или против него. При этом характеристическое уравнение (2.35) принимает вид

$$-\mu k_x^2 = k_z^2. \quad (2.38)$$

Как следует из (2.38), распространяющиеся спиновые волны ($k_z^2 > 0$) могут существовать лишь при отрицательных значениях μ . При этом их поперечные волновые числа k_x действительные. Таким образом, при продольном распространении нормальных волн по толщине пленки распределения их амплитуд описываются тригонометрическими функциями $\sin k_x x$ и $\cos k_x x$. Иными словами, продольные волны являются объемными.

В силу симметрии продольно распространяющихся МСВ различают два класса решения граничной задачи: для симметричных и антисимметричных (по x) волн $\varphi = \varphi_k(x) \exp[i(\omega t \pm k_z z)]$. Для первых дисперсионное уравнение имеет вид

$$\operatorname{tg} k_x L/2 = -k_x/k_z, \quad (2.39)$$

для вторых

$$\operatorname{ctg} k_x L/2 = k_x/k_z. \quad (2.40)$$

Уравнения (2.39) и (2.40) совместно с характеристическим уравнением (2.38) определяют спектр продольных спиновых волн при касательном намагничивании пленки. Их можно решить так же, как и при перпендикулярном намагничивании.

Как следует из (2.38), закон дисперсии продольных спиновых волн описывается соотношением

$$\omega^2 = \omega_H \left[\omega_H + \omega_M \frac{Y_n^2}{Y_n^2 + k_z^2} \right], \quad (2.41)$$

где Y_n – корни трансцендентных уравнений (2.39) и (2.40), определяющие разрешенные (дискретные) значения поперечных волновых чисел k_x .

Как при перпендикулярном намагничивании (см. дисперсионное уравнение (2.25), спектр объемных спиновых волн касательно намагниченной пленки заключен в интервале частот (2.29). Однако ход дисперсионных кривых существенно иной (рис. 2.5). Дисперсионные кривые $\omega_n = f(k_z)$ имеют отрицательный наклон (отрицательную групповую скорость) во всей области спектра. Они начинаются при $k_z = 0$ в точке ($\omega = \omega_{\perp}$). Эта частота определяет частоту однородного ферромагнитного резонанса касательно намагниченной пленки (пластинки).

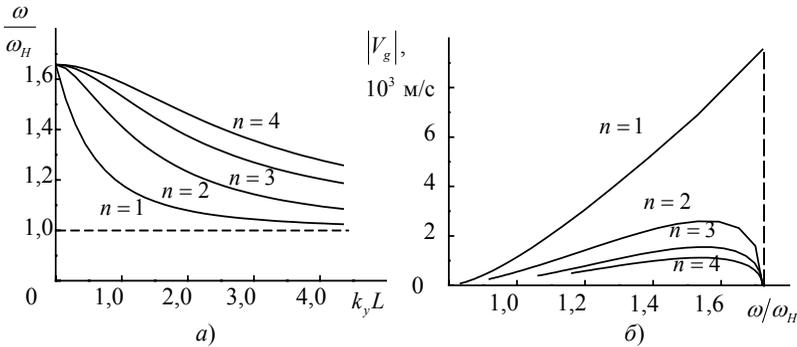


Рис. 2.5. Спектр (а) и групповая скорость (б) продольных спиновых волн в касательно намагниченной пленке при $\omega_H = 2\omega_M = 9,8$ ГГц

Дисперсионная кривая, ограничивающая спектр $\omega_n(k_z)$ по частоте снизу, отвечает волне низшего типа. Как и при перпендикулярном намагничивании, эта волна при $k_z = 0$ имеет максимальное (но отрицательное!) значение групповой скорости, равное

$$V_g = -\frac{\omega_H \omega_M L}{\omega_{\perp} 4}. \quad (2.42)$$

Подчеркнем, что при этом групповые скорости спиновых волн всех остальных (высших) типов равны нулю.

Из-за различия в знаках (противоположного направления) фазовой $V_p = \omega/k_z$ и групповой $V_g = \partial\omega/\partial k_z$ скоростей продольных спиновых волн в касательно намагниченных пленках эти волны часто называют *обратными объемными волнами*.

При поперечном распространении волновой вектор \mathbf{k}_p перпендикулярен \mathbf{H}_i и имеет одну компоненту $\mathbf{k}_p = \{k_y, 0\}$. В этом случае характеристическое уравнение (2.35) принимает вид

$$\mu(k_x^2 + k_y^2) = 0. \quad (2.43)$$

Важной особенностью этого уравнения является то, что оно дает мнимые значения поперечных волновых чисел k_x распространяющихся ($k_z^2 > 0$) спиновых волн. Эти значения равны

$$k_{x1,2} = \pm i |k_y| = \pm ik. \quad (2.44)$$

Таким образом, распределения магнитостатического потенциала (2.31) и остальных переменных величин по толщине пленки описываются не тригонометрическими функциями, а гиперболическими (экспоненциальными). Такие волны называются *поверхностными*.

Дисперсионное уравнение поверхностных спиновых волн или, как часто говорят, поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) Дэймона–Эшбаха [20], имеет явный вид:

$$\omega^2 = \omega_H (\omega_H + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2kL}). \quad (2.45)$$

Подчеркнем, что спектр поверхностных волн в отличие от объемных содержит лишь одну дисперсионную кривую $\omega(k_y)$ (2.45), которая начинается в точке $\omega = \omega_{\perp}$, лежит выше спектра объемных спиновых волн и имеет положительную групповую скорость. Легко показать, что групповая скорость ПМСВ

$$V_g = \frac{\omega_M^2 L}{\omega} e^{-2kL}, \quad (2.46)$$

или, если с помощью (2.45) исключить экспоненциальный множитель,

$$V_g = \frac{L}{\omega} \left(\left(\omega_H + \frac{\omega_M}{2} \right)^2 - \omega^2 \right). \quad (2.47)$$

Поверхностные волны в силу их невзаимных свойств и сравнительной легкости возбуждения (с помощью, например, микрополосковых антенн) наиболее употребительны в спин-волновых приборах.

Остановимся кратко на невязимных свойствах поверхностных волн. Решение граничной задачи показывает, что при $\mathbf{k}_p \perp \mathbf{H}_i$ волна потенциала (2.31) описывается выражением

$$\varphi^{(i)} = B \left(\operatorname{ch} |k_y| - \eta \frac{\mu_a \operatorname{cth} |k_y| \frac{L}{2}}{1 + \mu \operatorname{cth} |k_y| \frac{L}{2}} \operatorname{sh} |k_y| x \right) e^{-i(k_y y - \omega t)}, \quad (2.48)$$

где

$$\eta = \frac{k_y}{|k_y|}. \quad (2.49)$$

Очевидно, что знак коэффициента η (2.49) зависит от направления распространения волны относительно направления поля подмагничивания. Если характеризовать направление волны углом $\varphi = (\mathbf{k}_p, \widehat{\mathbf{H}_i})$, то этот угол может быть равен 90° или 270° . Вследствие этого изменяется вид распределения $\varphi_{\mathbf{k}}^{(i)}(x)$ поверхностной спиновой волны: это распределение, как и распределение переменной намагниченности $\mathbf{m}_{\mathbf{k}}(x)$, «прижимается» к одной из граней ферромагнитной пленки. Отметим, что изменение направления намагничивания (при заданном направлении распространения волны) приводит к смещению максимума распределения $\varphi_{\mathbf{k}}^{(i)}(x)$ с одной грани пленки на противоположную (рис. 2.6). Особенно наглядно эффект невязимного «смещения» $\varphi_{\mathbf{k}}^{(i)}(x)$ описывается соотношением, получаемым в коротковолновом приближении $k_y L \gg 1$:

$$\varphi^{(i)} = B \left(\operatorname{ch} |k_y| x - \eta \operatorname{sh} |k_y| x \right) e^{-i(k_y y - \omega t)}. \quad (2.50)$$

Как ясно из (2.50), по мере укорочения длины волны распределение ее потенциала все более концентрируется вблизи одной из поверхностей пленки, т.е. отчетливее проявляется поверхностный характер поперечной спиновой волны.

Мы рассмотрели дисперсию безобменных спиновых волн в свободных нормально и касательно намагниченных пленках. Ясно, что дисперсионные свойства этих волн очень сильно зависят от направления постоянного намагничивания. Для управления дисперсией кроме изменения направления намагничивания можно использовать металлические экраны, помещаемые вблизи поверхностей ферромагнитной пленки.

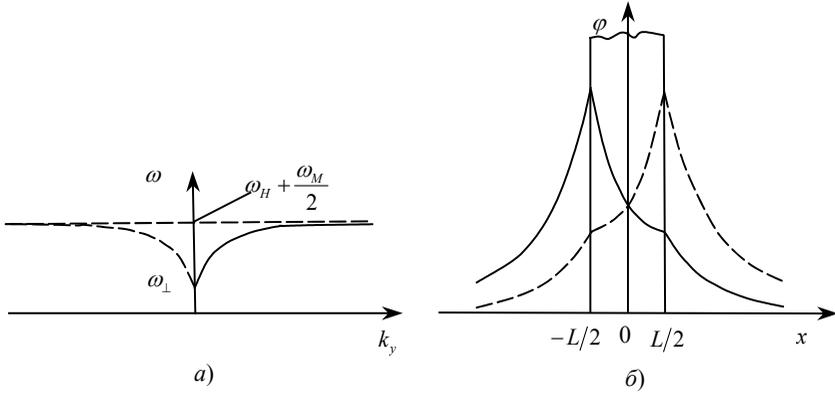


Рис. 2.6. Спектр (а) и распределение магнитостатического потенциала (б) поверхностных спиновых волн в касательно намагниченной пленке

2.3. Линейное затухание

Уравнение движения намагниченности (1.4) описывает идеализированный ферромагнетик, в котором отсутствуют потери. Для учета магнитных потерь уравнение (1.4) модифицируют, добавляя в его правую часть член, учитывающий релаксацию (затухание) колебаний намагниченности. Существуют несколько видов записи релаксационных членов [1, 2]. Для описания динамических процессов, происходящих в ферромагнетиках, обычно используют уравнение движения намагниченности с релаксационным членом в форме Гильберта:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|g| \mu_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{\alpha_r}{M} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (2.51)$$

где α_r – параметр релаксации. Эту величину также часто называют параметром магнитной диссипации.

Из записанного уравнения видно, что релаксация не изменяет длину вектора намагниченности. Линеаризуя уравнение (2.51), в результате его решения находят комплексный тензор высокочастотной магнитной восприимчивости $\hat{\chi}$, который отличается от тензора, получаемого из уравнения (1.4), заменой ω_{H_0} на $\omega_{H_0} + i\alpha_r\omega$. Мнимая часть частоты ω_{H_0} определяет декремент временного затухания однородной прецессии намагниченности

$$\omega_{r,0} = \alpha_r \omega = 2\pi\gamma\Delta H, \quad (2.52)$$

где ΔH – полуширина кривой ферромагнитного резонанса, измеренная в эрстедах на уровне -3 дБ и характеризующая магнитные потери в гиромагнитных средах. Величина $\omega_{r,0}$ называется частотой релаксации.

Затухание спиновых волн – распространяющихся колебаний намагниченности – обычно учитывают феноменологически. Колебания намагниченности в пленочном образце возбуждаются только в определенном частотном диапазоне, который обусловлен полем, намагничивающим образец. При этом колебания намагниченности на разных частотах затухают по-разному.

Частотную зависимость затухания колебаний намагниченности учитывают следующим образом [19]. Собственные частоты колебаний полагают комплексными

$$\omega = \omega' + i\omega'' , \quad (2.53)$$

где ω' – частота колебаний в отсутствии потерь, а ω'' – частота релаксации на частоте ω . При этом, если временная зависимость линейных колебаний определяется в форме $\exp(i\omega t)$, то их амплитуда спадает согласно множителю $\exp(-\omega'' t)$, а затухание линейных колебаний намагниченности за единицу времени (дБ/мкс) определяют по формуле

$$R = \frac{20 \lg [\exp(\omega'' t)]}{t \cdot 10^6} = 8,686 \cdot \omega'' \cdot 10^{-6} , \quad (2.54)$$

где ω'' выражается в радианах в секунду, а t – в секундах.

Частота колебаний намагниченности ω зависит от ω_{H_0} , то есть от поля, намагничивающего пленку. Как было сказано ранее, для учета релаксации колебаний намагниченности нужно заменить ω_{H_0} на $\omega_{H_0} + i\alpha_r \omega = \omega_{H_0} + i\omega_{r,0}$. Раскладывая $\omega(\omega_{H_0} + i\omega_{r,0})$ в ряд Тейлора

$$\omega(\omega_{H_0} + i\omega_{r,0}) \approx \omega(\omega_{H_0}) + i \frac{\partial \omega}{\partial \omega_{H_0}} \omega_{r,0} ,$$

получаем следующую зависимость декремента временного затухания колебаний намагниченности от частоты:

$$\omega''(\omega) = \frac{\partial \omega}{\partial \omega_{H_0}} \omega_{r,0} . \quad (2.55)$$

В общем случае дисперсионные соотношения для спиновых волн являются трансцендентными. Если их записать в виде $F(\omega, k, \omega_{H_0}) = 0$, то ω'' можно найти по формуле

$$\omega''(\omega) = -\frac{\partial F / \partial \omega_{H_0}}{\partial F / \partial \omega} \omega_{r_0}. \quad (2.56)$$

Анализ зависимостей (2.55) и (2.56) показывает, что при однородной прецессии намагниченности ω'' совпадает с ω_{r_0} . В остальных случаях в пределах полосы возбуждения спиновых волн ω'' и ω_{r_0} можно считать равными лишь приближенно.

Декремент пространственного затухания спиновых волн обычно находят следующим образом. Полагая волновое число спиновой волны комплексным, т.е.

$$k = k' - ik'', \quad (2.57)$$

раскладывают закон дисперсии СВ в ряд Тейлора в точке $k_0 = k'$

$$\omega(k' - ik'') \approx \omega(k') - \frac{\partial \omega}{\partial k'} ik'' = \omega(k') - iV_g k''. \quad (2.58)$$

Сопоставляя (2.57) с (2.58), находят связь между k'' и ω''

$$k'' \approx \frac{\omega''}{V_g} \approx \frac{2\pi\gamma\Delta H(\omega)}{V_g(\omega)}, \quad (2.59)$$

а затухание спиновой волны, прошедшей путь d , рассчитывают по формуле

$$A = 20 \lg [\exp(-k''d)] = -8,686k''d \text{ [дБ]}. \quad (2.60)$$

В дальнейшем для упрощения записи формул декремент временного линейного затухания спиновых волн ω'' будем обозначать через η . Заметим, что η измеряется в радианах в секунду.

Описанные методы учета затухания линейных спиновых волн позволяют с достаточной точностью рассчитывать амплитудно-частотные характеристики линейных спин-волновых приборов. Однако формулы (2.54)–(2.59) становятся несправедливыми для нелинейных магнитных колебаний и волн [21, 22]. Так, в нелинейном случае, т.е. при достаточно больших амплитудах переменной намагниченности, декремент временного затухания однородной прецессии является функцией амплитуды. Для учета этого эффекта в (2.55) и (2.56) вместо ω_{r_0} необходимо использовать ω_r – частоту релаксации, зависящую от амплитуды. При затухании нелинейных колебаний и волн намагниченности формулы (2.54) и (2.60) являются несправедливыми, поскольку значение ω_r непрерывно изменяется (уменьшается).

3. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим теперь один из наиболее общих типов спиновых волн, процессы возбуждения и распространения которых одновременно определяются влиянием как диполь-дипольного, так и неоднородного обменного взаимодействия. Как уже отмечалось, такие волны обычно называют дипольно-обменными. Прежде чем начать изложение оригинальной теории, рассмотрим кратко состояние исследований дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках.

При построении феноменологической теории нормальных спиновых колебаний и волн в ферромагнитных пленках, одновременно учитывающей диполь-дипольное и обменное взаимодействия, а также электродинамические и обменные граничные условия, чаще используются два подхода. Эти подходы отличаются методами совместного интегрирования уравнения движения намагниченности и уравнений Максвелла. При первом подходе путем введения скалярного магнитного потенциала ϕ линеаризованное уравнение движения и уравнение магнитостатики сводятся к дифференциальному уравнению для ϕ (см. [23] и литературу в ней). Далее этот подход будем называть методом магнитостатического потенциала.

Первое исследование спектра дипольно-обменных спиновых волн в пленке было выполнено методом магнитостатического потенциала [24]. Однако точного дипольно-обменного дисперсионного уравнения в [24] выписано не было. Такое точное уравнение приведено в [23].

При использовании второго подхода первоначально находятся тензорные функции Грина уравнений магнитостатики, что позволяет затем решать уравнение движения (1.16), которое сводится к интегродифференциальному уравнению для переменной намагниченности \mathbf{m} . Далее этот подход будем условно называть методом тензорных функций Грина. Метод тензорных функций Грина был впервые предложен в работах [25, 26].

Остановимся вначале на методе магнитостатического потенциала. Введение магнитостатического потенциала, определяющего переменное магнитное поле

$$\mathbf{h} = \text{grad} \varphi, \quad (3.1)$$

позволяет свести систему, включающую уравнения магнитостатики и линеаризованное уравнение движения намагниченности, к дифференциальному уравнению шестого порядка для φ . Решение этого дифференциального уравнения ищется в виде суперпозиции шести неоднородных плоских волн, распространяющихся в плоскости ферромагнитной пленки (для определенности $-yOz$):

$$\varphi = \left(\sum_{n=1}^6 A_n e^{ik_{xn}x} \right) e^{-i(k_y y + k_z z - \omega t)}, \quad (3.2)$$

причем поперечные волновые числа k_{xn} , описывающие распределения парциальных волн по сечению ФП, являются корнями характеристического уравнений.

Наложение на (3.2) соответствующих электродинамических и обменных граничных условий приводит к алгебраической системе однородных уравнений относительно коэффициентов A_n . Условие существования решений получаемой однородной системы дает дисперсионное уравнение для дипольно-обменных спиновых волн. Для пленки, намагниченной под произвольным углом к поверхности, дисперсионное уравнение сводится к равенству нулю определителя шестого порядка. Вычисление определителя дает дисперсионное уравнение, записываемое в тригонометрических функциях. (В дальнейшем подобные дисперсионные уравнения для краткости будем называть *тригонометрическими дисперсионными уравнениями*.) Если благодаря симметрии задачи удастся выделить независимые классы симметричных и антисимметричных волн, то тригонометрическое дисперсионное уравнение окажется сравнительно компактным. Например, для перпендикулярно намагниченной вдоль оси x пленки с закрепленными поверхностными спинами соответственно для симметричных и антисимметричных спиновых волн дисперсионные уравнения имеют вид [23]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 C_n \frac{k_{xn}}{k_{\perp}} \operatorname{tg} \frac{k_{xn} L}{2} &= -1, \\ \sum_{n=1}^3 C_n \frac{k_{xn}}{k_{\perp}} \operatorname{ctg} \frac{k_{xn} L}{2} &= 1, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где

$$C_n = \frac{k_{\perp}^2 \left(\alpha k_n^2 + \frac{\omega_H}{\omega_M} \right)}{\alpha^2 k_n^2 (k_n^2 - k_n'^2) (k_n^2 - k_n''^2)},$$

$n, n', n'' = 1, 2, 3$; $n \neq n' \neq n''$, $k_{\perp}^2 = k_y^2 + k_z^2$, $k_n^2 = k_{\perp}^2 + k_{xn}^2$. Волновые числа являются корнями следующего характеристического уравнения:

$$\alpha^2 k^6 + 2\alpha \frac{\omega_H}{\omega_M} k^4 + \left(\left(\frac{\omega_H}{\omega_M} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_M} \right)^2 + \alpha k_{\perp}^2 \right) k^2 + \frac{\omega_H}{\omega_M} k_{\perp}^2 = 0. \quad (3.4)$$

Уравнения, аналогичные (3.3), (3.4), можно вывести и для продольных СВ, т.е. спиновых волн, распространяющихся вдоль направления постоянного магнитного поля в касательно намагниченных пленках с симметричными обменными граничными условиями (см. далее). Если же невозможно разделить решения на симметричные и антисимметричные, дисперсионные уравнения имеют более громоздкую форму.

Существенный вклад в интерпретацию спектра дипольно-обменных спиновых волн внесли работы [27], [28]. В этих работах выведены приближенные уравнения, в явном виде описывающие закон дисперсии спиновых волн. В [27] для получения приближенного дисперсионного уравнения спиновых волн в намагниченной под углом ферромагнитной пленке использован вариационный метод решения граничной задачи. Авторами [28] приближенное выражение для спектра СВ в перпендикулярно намагниченной пленке получено на основании разложения точного тригонометрического дисперсионного уравнения на простые дроби. Выведенные дисперсионные соотношения [27, 28] позволили физически ясно объяснить роль диполь-дипольного и обменного взаимодействий в формировании спектра СВ. Однако предложенные авторами [27, 28] приближенные методы анализа дипольно-обменного спектра спиновых волн не получили дальнейшего развития.

Теоретические исследования не только спектра, но линейного и параметрического возбуждения спиновых волн в ферромагнитных пленках были выполнены методом тензорных функций Грина, который позволяет получить как точные, так и приближенные дисперсионные уравнения, в явном виде описывающие закон дисперсии дипольно-обменных спиновых волн. Явная и сравнительно простая форма закона дисперсии позволяет дать ясную физическую трактовку спектра СВ и объяснить его трансформацию с изменением любого параметра ферромагнитной пленки. Схема вывода приближенного дисперсионного уравнения позволяет учесть характер сделанных допущений и их влияние на точность получаемых решений.

Точные дисперсионные уравнения, выводимые в рамках метода тензорных функций Грина, могут быть записаны как в виде тригонометрических уравнений (типа (3.3)), так и в виде бесконечных сходящихся рядов. С вычислительной точки зрения, применение дисперсионных уравнений в виде рядов для получения численных результатов бо-

лее удобно, чем применение тригонометрических дисперсионных уравнений.

Рассмотрим изотропную ферромагнитную пленку толщиной L в направлении ξ , неограниченную в плоскости $\eta\zeta$, однородно намагниченную до насыщения постоянным магнитным полем произвольного (но известного) направления. Будем считать, что ось ζ всегда совпадает с направлением распространения волн. Для удобства анализа введем еще две системы координат – xuz и $x'y'z'$. Направление оси z совмещаем с направлением внутреннего постоянного магнитного поля \mathbf{H} , а направление оси z' совмещаем с проекцией \mathbf{H} на плоскость пленки (рис. 3.1). Заметим, что равновесное направление внутреннего постоянного магнитного поля и его величина находятся по заданному внешнему постоянному магнитному полю и известной намагниченности насыщения ФП на основании решения магнитостатической задачи.

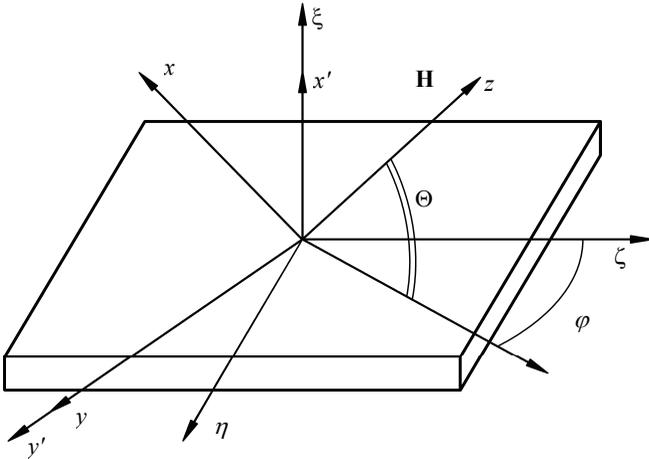


Рис. 3.1. Взаимная ориентация ферромагнитной пленки, постоянного магнитного поля и систем координат

Оси ξ и x' , а также оси y и y' считаем совпадающими. Направление внутреннего постоянного магнитного поля будем задавать двумя углами: углом Θ между направлением \mathbf{H} (осью z) и плоскостью пленки и углом φ между направлением распространения волны (осью ζ) и проекцией постоянного магнитного поля на плоскость пленки (осью z'). Таким образом, переход от системы координат $\xi\eta\zeta$, связанной с направлением распространения спиновой волны, к системе координат xuz , определяющей направление постоянного намагничивания, можно представить в виде двух последовательных ортогональных преобразо-

ваний поворота. Первое преобразование поворота выполняется вокруг оси ξ на угол $\varphi = (\widehat{\mathbf{e}_{z'}, \mathbf{e}_{\xi}})$, второе – вокруг оси y' на угол $\theta = (\widehat{\mathbf{e}_{z'}, \mathbf{e}_{z'}}$) (см. рис. 3.1). Указанные преобразования поворота описываются матрицами

$$\hat{T}_{\varphi} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}, \quad (3.5)$$

$$\hat{T}_{\theta} = \begin{vmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix}. \quad (3.6)$$

Анализ собственных спиновых колебаний и волн в ферромагнитной пленке будем проводить в рамках классической теории на основе совместного интегрирования уравнения движения намагниченности и уравнений электромагнитного поля с соответствующими электродинамическими и обменными граничными условиями. Пренебрегая релаксацией, запишем уравнение движения намагниченности в виде (1.4). При этом эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$ считаем равным сумме внутреннего постоянного магнитного поля, дипольного поля и поля неоднородного обменного взаимодействия.

Уравнение движения намагниченности (1.4) перепишем в интегро-дифференциальной форме

$$\hat{\mathbf{F}} \mathbf{m}_{\mathbf{k}} = \mathbf{h}_{d\mathbf{k}}, \quad (3.7)$$

где в системе координат \mathbf{k} дифференциально-матричный оператор $\hat{\mathbf{F}}$ имеет компоненты:

$$\begin{aligned} F^{xx} = F^{yy} &= \frac{\omega_H}{\omega_M} + \alpha \left(k_{\xi}^2 - \nabla_{\xi}^2 \right), \\ F^{yx} = F^{xy} &= i \frac{\omega}{\omega_M}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Очевидно, что дифференциально-матричный оператор $\hat{\mathbf{F}}$ является эрмитовым.

Как уже отмечалось, для решения задачи о собственных волнах ферромагнитной пленки необходимо удовлетворить, кроме уравнения движения намагниченности, уравнениям электродинамики. Иными словами, необходимо учесть связь между \mathbf{m} и \mathbf{h}_d , следующую из уравнений Максвелла с соответствующими электродинамическими граничными условиями [23, 25, 29]. Для неоднородных по толщине пленки волн

$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi) e^{i(\omega t - k_{\zeta} \zeta)}$, распространяющихся вдоль оси ζ , Фурье-амплитуда $\mathbf{h}_{d\mathbf{k}}(\xi)$ переменного дипольного поля $\mathbf{h}_d(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_{d\mathbf{k}}(\xi) e^{i(\omega t - k_{\zeta} \zeta)}$ определяется соотношением

$$\mathbf{h}_{d\mathbf{k}}(\xi) = \int_{-L/2}^{L/2} \hat{\mathbf{G}}(\xi, \xi') \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi') d\xi'. \quad (3.9)$$

В общем случае входящая в (3.9) функция Грина $\hat{\mathbf{G}}(\xi, \xi')$ описывается тензором порядка 3×3 . В обычном для теории спиновых волн магнитостатическом приближении (т.е. без учета эффектов электромагнитного запаздывания) тензор Грина в системе координат $\xi\eta\zeta$, связанной с направлением распространения волны, можно представить в виде

$$\hat{\mathbf{G}}_1(\xi, \xi') = \begin{pmatrix} G_p - \delta(\xi - \xi') & 0 & iG_Q \\ 0 & 0 & 0 \\ iG_Q & 0 & -G_Q \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

где $G_p = \frac{k_{\xi}}{2} e^{-k_{\xi} |\xi - \xi'|}$, $G_Q = G_p \operatorname{sgn}(\xi' - \xi)$.

Таким образом, следуя методу тензорных функций Грина [23, 25, 26], задачу на собственные волны ферромагнитной пленки сводим к решению линеаризованного уравнения движения намагниченности, в котором предварительно учитывается связь \mathbf{h}_d с \mathbf{m} , вытекающая из уравнений магнитостатики.

Дальнейший анализ собственных волн удобно проводить в системе координат xuz , в которой по условию линеаризации компонента z переменной намагниченности равна нулю. Двумерность вектора $\mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi)$ в системе координат xuz приводит к понижению порядка тензора Грина, необходимого для последующих вычислений, с 3×3 до 2×2 . С учетом унитарности преобразований поворота векторных базисов (3.5) и (3.6), матрица функции Грина (3.9), (3.10) в системе координат xuz примет вид:

$$\hat{\mathbf{G}}_2(\xi, \xi') = \hat{\mathbf{T}}_{\theta} \hat{\mathbf{T}}_{\varphi} \hat{\mathbf{G}}_1(\xi, \xi') \hat{\mathbf{T}}_{\varphi}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_{\theta}^{-1}. \quad (3.11)$$

В итоге, подставляя (3.9) с учетом (3.11) в (3.7), в системе координат xuz получаем линейное интегро-дифференциальное уравнение для Фурье-образа вектора переменной намагниченности

$$\hat{\mathbf{F}} \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi) = \int_{-L/2}^{L/2} \hat{\mathbf{G}}(\xi, \xi') \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi') d\xi', \quad (3.12)$$

где $\mathbf{m}_{\mathbf{k}}(\xi) = \mathbf{e}_x m_{kx}(\xi) + \mathbf{e}_y m_{ky}(\xi)$.

Необходимо подчеркнуть, что полученное интегро-дифференциальное уравнение эквивалентно исходной системе уравнений, включающей линеаризованное уравнение движения намагниченности и уравнения квазимагнитостатики, и учитывает граничные условия электродинамики (непрерывность касательных компонент магнитного поля и нормальной компоненты магнитной индукции) на поверхностях ферромагнитной пленки.

3.2. Уравнение для амплитуд СПИН-ВОЛНОВЫХ МОД

Интегро-дифференциальное уравнение удобно решать, используя разложение вектора переменной намагниченности по собственным векторным функциям дифференциально-матричного оператора. В силу эрмитовости оператора эти функции ортогональны, а соответствующие им собственные числа вещественны. Из всех собственных функций оператора $\hat{\mathbf{F}}$ необходимо выбрать такие, которые удовлетворяют обменным граничным условиям для переменной намагниченности. Тогда будет учтено влияние состояния поверхностных спинов на характер волнового процесса.

Дальнейший анализ будем проводить для двух предельных случаев обменных граничных условий: граничных условий Кителя (1.18) и граничных условий Аменто–Радо (1.19). Найдем собственные функции дифференциально-матричного оператора $\hat{\mathbf{F}}$, удовлетворяющие обменным граничным условиям (1.18) и (1.19). Прежде всего заметим, что системой собственных функций оператора двукратного дифференцирования ∇_{ξ}^2 , входящего в $\hat{\mathbf{F}}$ (3.8), при однородных граничных условиях

(1.18) являются синусы $\sin \frac{n\pi}{L} \left(\xi + \frac{L}{2} \right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$, а при однородных

граничных условиях (1.19) – косинусы $\cos \frac{n\pi}{L} \left(\xi + \frac{L}{2} \right)$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Со-

гласно теореме Штурма–Лиувилля, эти собственные функции образуют полные ортогональные системы.

Определим теперь собственные векторные функции оператора $\hat{\mathbf{F}}$. Легко показать, что эти собственные векторные функции имеют вид

$$\mathbf{S}_n^1 = (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) \Phi_n(\xi), \quad (3.13)$$

$$\mathbf{S}_n^2 = (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) \Phi_n(\xi), \quad (3.14)$$

причем при закрепленных поверхностных спинах

$$\Phi_n(\xi) = \sin \kappa_n \left(\xi + \frac{L}{2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.15)$$

а при свободных

$$\Phi_n(\xi) = (1 - \delta_{0n})^{\frac{1}{2}} \cos \kappa_n \left(\xi + \frac{L}{2} \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.16)$$

где $\kappa = \frac{\pi n}{L}$.

Полученные векторные функции соответствуют часто вводимым в теории ферромагнитного резонанса циркулярным переменным с правым (3.14) и левым (3.13) вращением. Нетрудно убедиться, что собственные векторные функции (3.13) и (3.14) дифференциально-матричного оператора удовлетворяют на интервале $-L/2 \leq \xi \leq L/2$ соотношению ортонормировки

$$\left(\mathbf{S}_n^p, \mathbf{S}_{n'}^{p'} \right) = \int_{-L/2}^{L/2} \left(S_n^{px}(\xi) S_{n'}^{p'x*}(\xi) + S_n^{py}(\xi) S_{n'}^{p'y*}(\xi) \right) d\xi = L \delta_{nn'} \delta_{pp'}, \quad (3.17)$$

$p, p' = 1, 2$. Собственным функциям \mathbf{S}_n^p соответствуют следующие собственные числа L_n^p оператора $\hat{\mathbf{F}}$:

$$\begin{aligned} L_n^1 &= \alpha k_n^2 + \frac{\omega_H}{\omega_M} + \frac{\omega}{\omega_M}, \\ L_n^2 &= \alpha k_n^2 + \frac{\omega_H}{\omega_M} - \frac{\omega}{\omega_M}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где $k_n^2 = \kappa_n^2 + k_\xi^2$.

В дальнейшем будет показано, что $\mathbf{S}_n^p(\xi)$ представляют собой решения однородной линейной задачи при $k_\xi = 0$, т.е. описывают обменные колебания, соответствующие спин-волновым резонансам [30]. Будем называть $\mathbf{S}_n^p(\xi)$ спин-волновыми модами (СВМ). Решение интегродифференциального уравнения (3.12) будем искать в виде разложения переменной намагниченности по спин-волновым модам – полной ортогональной системе собственных векторных функций дифференциально-матричного оператора $\hat{\mathbf{F}}$:

$$\mathbf{m}_k(\xi) = M_0 \sum_{n,p} m_{nk}^p \mathbf{S}_n^p(\xi) \quad (3.19)$$

где m_{nk}^p – безразмерные коэффициенты, являющиеся амплитудами спин-волновых мод (СВМ).

Теперь перейдем от (3.12) к алгебраическим уравнениям для амплитуд спин-волновых мод. Для этого подставим разложение переменной намагниченности по спин-волновым модам (3.19) в интегро-дифференциальное уравнение (3.12), умножим полученное уравнение скалярно на $S_n^1(\xi)$ и проинтегрируем по толщине пленки. Учитывая соотношение ортонормировки (3.17) и то, что спин-волновые моды являются собственными функциями оператора \hat{F} , получим первую систему алгебраических уравнений для амплитуд СВМ. Путем аналогичных операций, но умножая интегро-дифференциальное уравнение скалярно на $S_n^2(\xi)$, получим вторую систему уравнений. Таким образом

$$\begin{aligned} m_{n'k}^1 L_{n'}^1 + (m_{nk}^1 + m_{n'k}^2) \frac{\cos^2(\theta)}{2} = \\ = \frac{1}{2} \sum_n (m_{nk}^1 (AP_{nn'} + BQ_{nn'}) + m_{nk}^2 ((E-C)P_{nn'} + (B-D)Q_{nn'})), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} m_{nk}^1 L_{n'}^2 + (m_{n'k}^1 + m_{nk}^2) \frac{\cos^2 \theta}{2} = \\ = \frac{1}{2} \sum_n (m_{nk}^1 ((E+C)P_{nn'} + (B+D)Q_{nn'}) + m_{nk}^2 (AP_{nn'} + BP_{nn'})). \end{aligned} \quad (3.21)$$

где $A = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$, $B = i \sin 2\theta \cos \varphi$, $C = i2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \theta$, $D = 2 \sin \varphi \cos \theta$, $E = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi$.

При этом матричные элементы

$$P_{nn'} = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} G_P(\xi, \xi') \Phi_n(\xi') \Phi_{n'}(\xi) d\xi' d\xi, \quad (3.22)$$

$$Q_{nn'} = \frac{1}{2L} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} G_Q(\xi, \xi') \Phi_n(\xi') \Phi_{n'}(\xi) d\xi' d\xi. \quad (3.23)$$

Вычисления показывают, что матричный элемент $P_{nn'}$ имеет вид:

$$P_{nn'} = \frac{k_\xi^2}{k_n^2} \delta_{nn'} + W_{nn'}, \quad (3.24)$$

где при закрепленных поверхностных спинах

$$W_{nn'} = \frac{k_\xi^2}{k_n^2} \frac{\kappa_n \kappa_{n'}}{k_{n'}^2} \left(\frac{1 - (-1)^{n'} e^{-k_\xi L}}{k_\xi L} \right) (1 + (-1)^{n+n'}), \quad (3.25)$$

а при свободных поверхностных спинах

$$W_{nn'} = \frac{k_\zeta^4}{k_n^2 k_{n'}^2} \left(\frac{1 - (-1)^{n'} e^{-k_\zeta L}}{k_\zeta L} \right) \left((1 + \delta_{0n})(1 + \delta_{0n'}) \right)^{\frac{1}{2}} (1 + (-1)^{n+n'}). \quad (3.26)$$

Другой матричный элемент при закрепленных поверхностных спинах

$$Q_{nn'} = \left(\frac{k_n^2 + k_{n'}^2}{k_{n'}^2 - k_n^2} (1 - (-1)^{n'+n}) - ((-1)^n - (-1)^{n'}) e^{-k_\zeta L} \right) \frac{1}{2L} \frac{k_\zeta \kappa_n \kappa_{n'}}{k_n^2 k_{n'}^2}, \quad (3.27)$$

а при свободных поверхностных спинах

$$Q_{nn'} = \left(\frac{k_n^2 \kappa_{n'}^2 + k_{n'}^2 \kappa_n^2}{k_\zeta^2 (\kappa_{n'}^2 - \kappa_n^2)} (1 - (-1)^{n'+n}) - ((-1)^n - (-1)^{n'}) e^{-k_\zeta L} \right) \times \\ \times \frac{1}{2L} \frac{k_\zeta^3}{k_n^2 k_{n'}^2} \left((1 + \delta_{0n})(1 + \delta_{0n'}) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.28)$$

Обратим внимание, что при n и n' одинаковой четности в нуль обращаются матричные элементы $Q_{nn'}$, а при n и n' различной четности – матричные элементы $P_{nn'}$. Кроме того, при перестановке индексов $Q_{nn'}$ меняет знак, а $P_{nn'}$ не меняет. Физически $P_{nn'}$ описывает диполь-дипольное взаимодействие спин-волновых мод одинакового типа симметрии, а $Q_{nn'}$ – диполь-дипольное взаимодействие спин-волновых мод противоположных типов симметрии.

Выведенные бесконечные системы однородных алгебраических уравнений для амплитуд СВМ (3.20), (3.19) получены при одновременном учете диполь-дипольного и обменного взаимодействий спинов, а также электродинамических и обменных граничных условий на поверхностях ФП. Эти связанные системы строго описывают собственные волны в ферромагнитной пленке, намагниченной под произвольным углом к поверхности. Системы могут быть использованы как для анализа спектра и дисперсионных характеристик дипольно-обменных спиновых волн, так и для определения вида $\mathbf{m}(\xi)$ нормальных волн намагниченности.

Для перпендикулярно намагниченной пленки и продольных волн в касательно намагниченной пленке бесконечные системы (3.20), (3.19) переходят в уравнения, ранее полученные и исследованные в [25, 26]. Для распространяющихся под произвольным углом к постоянному полю в касательно намагниченной пленке, системы (3.20), (3.21) переходят в уравнения полученные в [31, 32].

3.3. Точный расчет спектров дипольно-обменных спиновых волн

Прежде чем переходить к расчету спектров дипольно-обменных спиновых волн на основании бесконечных систем уравнений (3.20), (3.21) сделаем несколько общих замечаний. Обратим внимание, что в случае перпендикулярного намагничивания ФП ($\theta = 90^\circ$), а также в случае продольных волн ($\varphi = 0$) при касательном намагничивании ФП ($\theta = 0^\circ$) коэффициенты B и D при «перекрестных» матричных элементах $Q_{nn'}$ обращаются в нуль. Поэтому каждая из бесконечных систем уравнений для амплитуд СВМ (3.20) и (3.21) распадается на две независимые системы, в которых индексы n и n' принимают либо только четные, либо только нечетные значения. Физически это означает, что в указанных случаях в ферромагнитных пленках независимо существуют два класса спиновых волн – симметричные и антисимметричные (имеется в виду распределение переменной намагниченности собственных волн относительно плоскости $\xi = 0$). Во всех остальных случаях деление нормальных волн пленки на симметричные и антисимметричные невозможно. Иными словами, при отклонении направления постоянного намагничивания от перпендикулярного к плоскости ФП либо при отклонении направления распространения спиновой волны от продольного возникает дипольная связь симметричных и антисимметричных СВМ, искажающая «чистый» тип симметрии собственной волны.

Решая бесконечные системы уравнений (3.20), (3.21) методами точного и приближенного анализа, можно получать соответственно точные и приближенные дисперсионные уравнения. Первые (точные) содержат физически и практически важные дисперсионные зависимости $\omega(k_\xi)$ в неявном виде и могут быть найдены лишь с помощью численных методов. Вторые (приближенные) описывают закон дисперсии $\omega(k_\xi)$ в явном виде, что весьма удобно для практических расчетов.

Остановимся вначале на анализе точных спектров спиновых волн. Бесконечные системы однородных уравнений (3.20), (3.21) допускают точное решение при определении всех амплитуд СВМ (с точностью до нормирующего множителя) и закона дисперсии спиновых волн, следуя из условия совместности бесконечных систем уравнений.

Требование совместности бесконечных систем однородных уравнений (3.20), (3.21) приводит к условию равенства нулю бесконечных определителей систем.

Из условия равенства нулю бесконечного определителя получаем дисперсионное уравнение $\omega(k_\xi)$, определяющее собственные частоты дипольно-обменных спиновых волн. Можно сказать, что естественной

точной формой записи закона дисперсии спиновых волн, получаемой при использовании метода функций Грина, является форма записи закона дисперсии в виде бесконечного детерминанта, равного нулю. Условно, чтобы отличать такую форму записи закона дисперсии спиновых волн от других форм, мы будем называть ее *законом дисперсии СВ в виде бесконечного определителя*. Понятно, что расчет спектра и других характеристик спиновых волн, например их фазовой или групповой скорости по закону дисперсии СВ в виде бесконечного определителя возможен только численными методами. Для такого численного расчета удобно использовать QR-алгоритм [33]. Примеры расчетов точных спектров дипольно-обменных спиновых волн различных типов в тонких пленках и их обсуждение будут приведены в конце данного параграфа.

Остановимся теперь на еще одной точной форме записи закона дисперсии спиновых волн, получаемой в рамках метода функций Грина, которую будем называть *законом дисперсии СВ в виде бесконечного ряда*. Как было показано в [23, 25, 26], путем ряда алгебраических преобразований условие равенства нулю бесконечного определителя можно записать в бесконечного сходящегося ряда. Такие дисперсионные уравнения для нормально и касательно намагниченных ферромагнитных пленок приведены в [23]. Приведем здесь пример ряда, задающего $\omega(k_\zeta)$ в неявном виде для спиновых волн, распространяющихся вдоль направления постоянного магнитного поля в касательно намагниченной пленке с закрепленными поверхностными спинами:

$$\frac{2(1 \pm e^{-k_\zeta L})}{k_\zeta L} \sum_{\substack{n_{\text{odd}} \\ n_{\text{even}}}} \frac{k_\zeta^2 \kappa_n \Omega_n \omega_M}{k_n^4 \left(\omega^2 - \Omega_n^2 - \Omega_n \omega_M \left(\frac{\kappa_n^2}{k_n^2} \right) \right)} = -1, \quad (3.29)$$

где $\Omega_n = \omega_H + \omega_M \alpha k_n^2$, а верхние и нижние знаки, а также индексы суммирования соответственно определяют законы дисперсии симметричных и антисимметричных спиновых волн.

Как уже отмечалось, бесконечные ряды типа (3.29) являются сходящимися. С одной стороны, это дает возможность использовать их, как и дисперсионные соотношения в виде бесконечных определителей, для точного численного расчета спектра спиновых волн. С другой стороны, суммирование бесконечные рядов приводит к еще одной форме дисперсионных соотношений.

Разлагая дроби, стоящие под знаками сумм в (3.29), на простые дроби и применяя известные формулы суммирования [34], нетрудно перейти от (3.29) к эквивалентным трансцендентным дисперсионным уравнениям, содержащим тригонометрические функции. В частности,

после суммирования ряда, описывающего спектр продольных дипольно-обменных СВ (3.29), получаем для симметричных спиновых волн

$$\sum_{n=1}^3 c_n \frac{k_{\xi n}}{k_{\zeta}} \operatorname{tg}\left(k_{\xi n} \frac{L}{2}\right) = 1, \quad (3.30)$$

для антисимметричных

$$\sum_{n=1}^3 c_n \frac{k_{\xi n}}{k_{\zeta}} \operatorname{ctg}\left(k_{\xi n} \frac{L}{2}\right) = -1. \quad (3.31)$$

где

$$c_n = \frac{k_{\zeta}^2 \left(\alpha k_n^2 + \frac{\omega_H}{\omega_M} \right)}{\alpha^2 k_n^2 (k_n^2 - k_{n'}^2) (k_n^2 - k_{n''}^2)}, \quad (3.32)$$

$k_n^2 = k_{\zeta}^2 + k_{\xi n}^2$, $n, n', n'' = 1, 2, 3$, причем $n \neq n' \neq n''$.

С вычислительной точки зрения (например, когда конечной целью является расчет дисперсии $\omega_n(k_z)$) переход от дисперсионных уравнений в виде рядов к тригонометрическим дисперсионным уравнениям (3.30) и (3.31) нецелесообразен для дипольно-обменных СВ. Дело в том, что дипольно-обменные дисперсионные уравнения в виде рядов гораздо легче поддаются расчету на ЭВМ, чем соответствующие тригонометрические уравнения. Для безобменных СВ численному расчету сравнительно легко поддаются обе разновидности дисперсионных уравнений.

Прослеживая сделанные выкладки, нетрудно убедиться, что решение для безобменных СВ можно получить исключением обменных членов из записанных выше соотношений, т.е. путем формальной замены $\alpha = 0$. Суммирование безобменных дисперсионных соотношений в виде бесконечных рядов, выведенных для различных случаев обменных граничных условий, приводит к важному выводу: дисперсионные уравнения в виде рядов (см., например, (3.29)) являются разными формами записи одного и того же закона дисперсии безобменных спиновых волн. Иными словами, суммирование различных безобменных дисперсионных уравнений в виде рядов позволяет сопоставить их и установить их тождественность для различных вариантов обменных граничных условий.

Таким образом, проводимый методом тензорных функций Грина при $\alpha = 0$ учет обменных граничных условий для переменной намагнитченности \mathbf{m} не дает принципиально новых результатов по сравнению с методом магнитостатического потенциала, когда ДГУ не учитываются: дисперсионные характеристики безобменных СВ и распределение переменной намагнитченности, соответствующие различным ветвям спек-

тра $\omega_n(k_z)$, практически такие же (за исключением границ пленки), как и при отсутствии ограничений подвижности поверхностных спинов.

Подчеркнем еще раз, что оба метода совместного интегрирования уравнений Максвелла и уравнения движения магнитного момента – метод тензорных функций Грина и метод магнитостатического потенциала – в итоге приводят к одинаковым конечным результатам. Таким образом выполняется как бы взаимная проверка различных теоретических подходов к расчету спектра и дисперсионных характеристик безобменных спиновых волн.

Перейдем теперь к графическому описанию спектров дипольно-обменных спиновых волн и их физической трактовке. Для точного расчета спектров СВ, были использованы дисперсионные уравнения в виде бесконечного определителя. При построении всех теоретических графиков, если это не оговорено особо, использованы параметры, характерные для монокристаллов ЖИГ: $\alpha = 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^2$, $M_0 = 140 \text{ кА/м}$ (что соответствует $4\pi M_0 = 1750 \text{ Э}$).

На рис. 3.2–3.4 показаны спектры спиновых волн для трех типичных направлений постоянного намагничивания. Из них видно, что дипольно-обменные спектры СВ, получаемые для всех направлений намагничивания ФП, описываются отдельными дисперсионными кривыми, каждая из которых отвечает своей волне. Каждая ветвь спектра начинается из определенной точки $\omega_n(k_z=0)$, называемой частотой спин-волнового резонанса. При слабом обменном расщеплении, когда $\alpha k^2 \ll 1$, в области малых k_z спектры стягиваются в точку (трудно различить частоты стоячих волн $k_z=0$, особенно с малыми номерами n). Однако при сравнительно больших k_z (когда длина СВ соизмерима с толщиной пленки) дискретность спектра сохраняется благодаря «пространственной квантованию» поперечного волнового вектора.

В очень тонких ферромагнитных пленках, толщина которых соизмерима с длиной обменной спиновой волны или меньше ее, обменное взаимодействие приводит к значительному расщеплению спектра СВ во всем интервале волновых векторов, причем это расщепление увеличивается с уменьшением толщины пленочного образца.

Обращает на себя внимание существенное влияние состояния поверхностных спинов на вид спектров $\omega_n(k_z)$ перпендикулярно (рис. 3.2) и касательно (рис. 3.3) намагниченных пленок (при $\mathbf{k}_z \perp \mathbf{H}_i$). Так, при закрепленных поверхностных спинах возникает сильная гибридизация («расталкивание») волны низшего типа $n=1$ и высших симметричных типов СВ $n=3, 5, 7, \dots$. Физически данный эффект вызван диполь-дипольным взаимодействием. Для касательно намагниченных пленок

основная волна $n = 1$, имеющая поверхностный характер (т.е. смешанный тип симметрии), гибридизируется со всеми остальными волнами спектра (рис. 3.2,*а*).

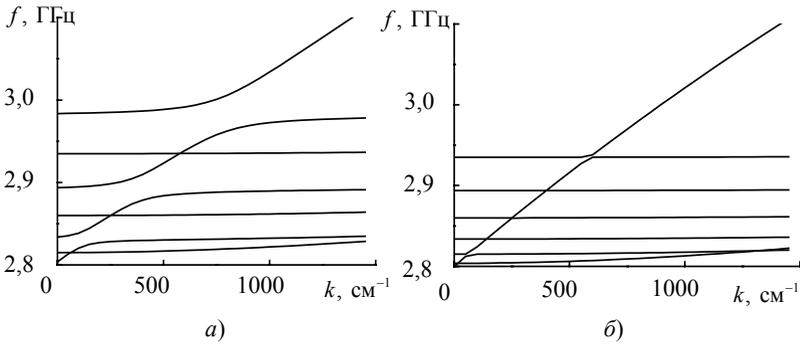


Рис. 3.2. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в нормально намагниченной пленке толщиной 2 мкм: *а* – закрепленные поверхностные спины; *б* – свободные поверхностные спины

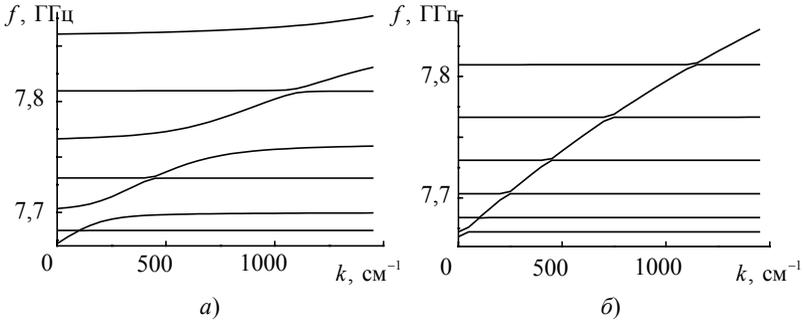


Рис. 3.3. Спектр поперечных дипольно-обменных спиновых волн в касательно намагниченной пленке толщиной 2 мкм: *а* – закрепленные поверхностные спины; *б* – свободные поверхностные спины

В отличие от случая закрепленных поверхностных спинов дипольная гибридизация волн при свободных поверхностных спинах имеет слабый характер и поэтому «расталкивание» дисперсионных кривых в спектрах перпендикулярно (рис. 3.2,*б*) и касательно (рис. 3.3,*б*) намагниченных пленок практически не проявляется. Таким образом, при свободных поверхностных спинах можно говорить о «выживании» дисперсионных кривых волн низшего типа $n = 0$.

Последний вывод имеет важное практическое значение. Дело в том, что дипольно-обменные спиновые волны низших типов имеют бо-

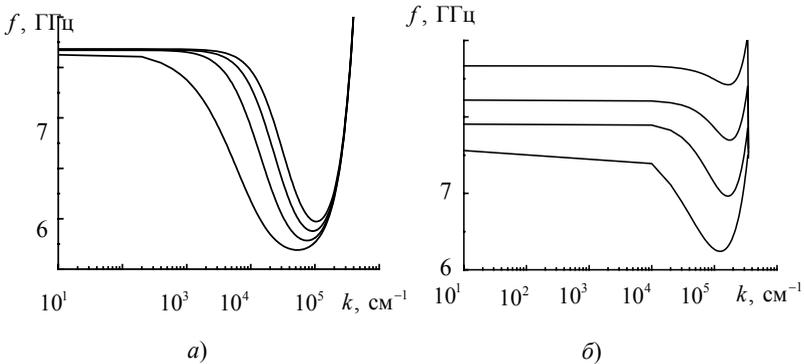


Рис. 3.4. Спектры продольных дипольно-обменных спиновых волн в касательно намагниченной пленке толщиной 4 мкм (а) и 2 мкм (б) при закрепленных поверхностных спинах

лее высокие групповые скорости $V_{gn} = \partial\omega_n / \partial k_z$, чем остальные типы волн. Так, в пленках со свободными поверхностными спинами при $k_z \rightarrow 0$ групповые скорости СВ всех высших типов стремятся к нулю. Различия между групповыми скоростями и их частотными зависимостями для высших и низшего типов дипольно-обменных спиновых волн приводят к тому, что волны высших типов затухают гораздо сильнее, чем низшего (см. формулу (2.59)). Поэтому, как и для безобменных волн (см. гл. 2), приходим к выводу, что в пленках со свободными поверхностными спинами волна низшего типа обеспечивает основной перенос энергии СВЧ сигнала в спин-волновых приборах. Отсюда следует, что качестве волноведущей среды, используемой для построения спин-волновых приборов, целесообразно использовать ферромагнитные пленки со свободными поверхностными спинами.

3.4. Приближенный расчет спектра

Спектр дипольно-обменных спиновых волн и его трансформацию при изменении любого параметра, определяющего дисперсию, особенно просто анализировать, используя приближенные дисперсионные уравнения, в явном виде описывающие закон дисперсии СВ. Проведем такой анализ.

Применяя обычный аппарат теории возмущений к анализу систем (3.20), (3.21), можно получить приближенное дисперсионное уравнение $\omega_n(k_z)$, которое в первом порядке теории возмущений имеет вид [23]

$$\omega_n^2 = \left(\Omega_n + \omega_M \cos^2 \theta - \omega_M P_{nn} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \right) \times \\ \times \left(\Omega_n + \omega_M P_{nn} \sin^2 \varphi \right) - \left(\omega_M P_{nn} \sin \varphi \cos \varphi \cos \theta \right)^2, \quad (3.33)$$

где матричный элемент P_{nn} рассчитывается по формуле (3.24) при $n = n'$. Это уравнение описывает дисперсию дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитной пленке при произвольном направлении ее намагничивания. При перпендикулярно и касательно намагниченных пленках оно переходит в соотношения, наиболее часто используемые на практике. Так, при перпендикулярном намагничивании, т.е. при $\theta = 90^\circ$, из (3.33) получаем

$$\omega_n^2 = \Omega_n (\Omega_n + \omega_M P_{nn}). \quad (3.34)$$

Как и следовало ожидать для изотропной пленки, дисперсия спиновых волн при перпендикулярном намагничивании оказывается независимой от φ .

При касательном намагничивании, т.е. при $\theta = 0^\circ$ из уравнения (3.33) следует

$$\omega_n^2 = (\Omega_n + \omega_M - \omega_M P_{nn}) (\Omega_n + \omega_M P_{nn} \sin^2 \varphi). \quad (3.35)$$

Согласно (3.33), дисперсия спиновых волн в ферромагнитных пленках определяется двумя составляющими: дипольной и обменной. Первая описывается матричным элементом P_{nn} , а вторая – элементом αk_n^2 , входящим в Ω_{nk} . Первое слагаемое в P_{nn} (3.24) обусловлено диполь-дипольным взаимодействием спинов в объеме пленки и может быть сопоставлено $\sin^2 \theta_k$, где θ_k – обычно вводимый полярный угол спиновых волн [1]; второе слагаемое связано с диполь-дипольным взаимодействием спинов через переменные поля вблизи пленки.

При изменении волнового числа k_ζ от нуля до значений, характерных для обменной области спектра безграничной ферромагнитной среды, элемент P_{nn} изменяется от нуля до значений, близких к единице (с ростом k_ζ в коротковолновой части спектра P_{nn} асимптотически стремится к единице). Рост P_{nn} в длинноволновой области спектра является главным фактором, обуславливающим изменение собственной частоты спиновых волн. В случае длинных волн, когда справедливо условие $k_\zeta L \ll 1$, для определения закона дисперсии удобно пользоваться приближенными соотношениями для P_{nn} . При закрепленных поверхностных спинах матричный элемент приближенно равен

$$P_{mn} \approx \frac{4k_z L}{n^2 \pi^2}$$

для нечетных типов волн и

$$P_{mn} \approx \frac{3(k_z L)^2}{n^2 \pi^2}$$

для четных типов волн. При свободных поверхностных спинах

$$P_{mn} \approx \frac{k_z L}{2}$$

для волны низшего типа $n = 0$ и

$$P_{mn} \approx \frac{(k_z L)^2}{n^2 \pi^2}$$

для всех остальных типов волн.

Как ясно из (3.33), по мере укорочения длины волны происходит постепенное включение обменного взаимодействия, которое становится ведущим при $k_z \geq \alpha^{-1/2}$. Для коротких (обменных) спиновых волн характерен обычный квадратичный закон дисперсии. Кроме увеличения частоты коротких спиновых волн, обменное взаимодействие вызывает расщепление спектра СВ в ферромагнитных пленках, которое особенно ярко проявляется при спин-волновом резонансе, т.е. при резонансе на стоячих спиновых волнах. Как следует из (3.33) при $k_z = 0$ резонансные частоты стоячих спиновых волн, описываются формулой

$$\omega_n^2 = (\omega_H + \omega_M \alpha \kappa_n^2) (\omega_M \cos^2 \theta + \omega_H + \omega_M \alpha \kappa_n^2). \quad (3.36)$$

Из (3.36) следует, что при $k_z = 0$ расстояние между соседними дисперсионными кривыми определяется толщиной пленки, намагниченностью насыщения и константой неоднородного обменного взаимодействия. По мере увеличения толщины пленки частоты стоячих спиновых волн постепенно сближаются и для достаточно толстых пленок ($L \geq 10$ мкм) стягиваются в точку.

В отличие от перпендикулярно намагниченной ФП частота бегущих СВ в касательно намагниченной пленке зависит от направления распространения волны относительно постоянного подмагничивающего поля. При изменении направления распространения волны от продольного к поперечному частота любого выбранного типа СВ с $k_z \neq 0$ постепенно увеличивается. Отличительной чертой спектра дипольно-обменных СВ в касательно намагниченных пленках является наличие

спиновых волн как с положительной, так и с отрицательной групповой скоростью (см. рис. 3.1).

Особенность касательно намагниченной пленки состоит в неколлинеарности фазовой и групповой скоростей спиновых волн. Подобное явление известно в электродинамике анизотропных сред и в кристаллооптике. Мы не будем подробно описывать поворот групповой скорости, а отметим лишь, что групповая и фазовая скорости оказываются коллинеарны (параллельны или антипараллельны) лишь для поперечных либо продольных спиновых волн.

На примере касательно намагниченной пленки стоит выделить еще одно отличие дипольно-обменного спектра СВ в ФП от безобменного: с изменением направления распространения волны от продольного к поперечному каждая продольная волна (симметричная или антисимметричная) переходит в волну квазиповерхностного типа. Напомним, что в безобменном спектре Дэймона–Эшбаха существует лишь одна поверхностная волна (см. (2.45)), а частоты продольных волн при изменении направления их распространения относительно магнитного поля вырождаются [20].

Особенно простой вид дисперсионное уравнение (3.33) принимает для основной безобменной волны ($n = 0$, $\alpha = 0$) в свободной пленке со свободными поверхностными спинами:

$$\omega_n^2 = \left(\omega_H + \omega_M \cos^2 \theta - \omega_M P_{00} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \right) \times \\ \times \left(\omega_H + \omega_M P_{00} \sin^2 \varphi \right) - \left(\omega_M P_{00} \sin \varphi \cos \varphi \cos \theta \right)^2, \quad (3.37)$$

где $P_{00} = 1 - [1 - \exp(-k_\zeta L)] / k_\zeta L$. Дипольный матричный элемент P_{00} как функция волнового вектора меняется от нуля до единицы. Эта зависимость $P_{00}(k_\zeta)$ определяет дисперсию спиновых волн в длинноволновой $k_\zeta \ll \sqrt{\alpha}$ области спектра. Подчеркнем, что именно эта часть спектра является «рабочей» для большинства спин-волновых приборов. Важно отметить, что частоты спиновых волн $\omega_n(k_\zeta)$, рассчитанные по уравнению (3.37), с точностью до долей процента совпадают с частотами, получаемыми при точном расчете по трансцендентному уравнению в виде бесконечного определителя.

Явная форма закона дисперсии $\omega_n(k_\zeta)$ (3.33) и (3.37) позволяет легко определять групповую скорость $V_{gn} = \partial \omega_n / \partial k_\zeta$ для любого типа спиновых волн и в явном виде описывать зависимость V_{gn} от всех параметров, что необходимо для расчета рабочих характеристик спин-волновых приборов.

4. Возбуждение бегущих спиновых волн в свободных и экранированных ферромагнитных пленках

4.1. Постановка задачи

До сих пор мы изучали поведение спин-системы ферромагнитной пленки в отсутствие внешних воздействий, т.е. свободные колебания намагниченности. Рассмотрим теперь вынужденные колебания спин-системы при заданном внешнем воздействии, т.е. возбуждение спиновых волн. Возбуждение и прием бегущих спиновых волн, как и их распространение, являются основными явлениями, лежащими в основе принципа действия спин-волновых приборов.

Как уже было показано, дисперсией спиновых волн в спин-волновых приборах можно управлять, изменяя размер и направление подмагничивающего поля, а также используя металлические пластины (экраны), расположенные в непосредственной близости от ферромагнитной пленки. Поэтому далее будет рассмотрено возбуждение спиновых волн в плоскопараллельной слоистой структуре, состоящей из изотропной ферромагнитной пленки толщиной L , отделенной с обеих сторон от идеально проводящих металлических экранов диэлектрическими слоями толщиной a и b , т.е. структуру металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл (МДФДМ) (рис. 4.1). Естественно, что за счет увеличения параметров a и b можно перейти от экранированной пленки к свободной. Кроме того, с помощью выводимых далее общих соотношений для структуры МДФДМ можно описать и другие практически интересные виды структур, например, МДФ, МФ, МДФМ.

Будем считать, что структура металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл неограничена в плоскости $\eta\theta\zeta$, а ферромагнитная пленка намагничена до насыщения однородным постоянным магнитным полем произвольного (но заданного) направления. Направление внутреннего постоянного магнитного поля будем задавать двумя углами: углом θ между направлением внутреннего поля $\mathbf{H}_i = e\zeta H_i$ и плоскостью пленки, а также углом φ между направлением распространения волны (осью ζ) и проекцией постоянного магнитного поля на плоскость пленки (осью ζ').

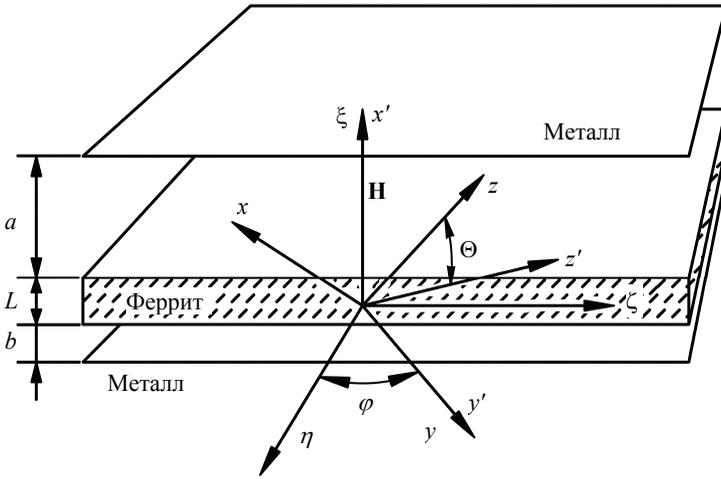


Рис. 4.1. Слоистая структура металл–диэлектрик–феррит–диэлектрик–металл

Задачу о возбуждении спиновых волн в слоистой структуре МДФДМ будем решать на основе совместного интегрирования уравнений Максвелла, взятых в магнитостатическом приближении (1.21), (1.22), и линейаризованного уравнения движения намагниченности (1.16) с соответствующими электродинамическими и обменными граничными условиями, используя метод тензорных функций Грина. Эффективное магнитное поле (1.14) считаем равным сумме внутреннего постоянного магнитного поля, переменного дипольного поля, поля неоднородного обменного взаимодействия и стороннего возбуждающего поля $\mathbf{h}_s(\mathbf{r}, t)$ (в частном случае – поля микрополосковой антенны).

Не конкретизируя пока вид источника переменного магнитного поля $\mathbf{h}_s(\mathbf{r}, t)$ (это могут быть различные типы антенн спиновых волн в виде отрезков микрополосковых, щелевых, компланарных линий и др.), будем полагать это поле гармонически переменным $\mathbf{h}_s = \mathbf{h}_{s\omega} e^{i\omega t}$ и неоднородным по двум координатам – по толщине пленки ξ и по направлению распространения волны ζ :

$$\mathbf{h}_s(\xi, \zeta) = \mathbf{e}_\xi h_{s\xi}(\xi, \zeta) + \mathbf{e}_\zeta h_{s\zeta}(\xi, \zeta). \quad (4.1)$$

Следуя методу тензорных функций Грина и используя разложение переменной намагниченности по спин-волновым модам (3.13), (3.14), получаем бесконечные системы уравнений для амплитуд СВМ, подобные (3.20), (3.21) [35].

4.2. Спин-волновые функции Грина

Как уже говорилось, подобные бесконечные системы алгебраических уравнений допускают как точное, так и приближенное решение. Имея в виду получение явных выражений, наиболее пригодных на практике, применим для приближенного решения метод теории возмущений. В результате найдем интегральную связь между внешним переменным магнитным полем и возбуждаемой им переменной намагниченностью. Иными словами, найдем спин-волновые функции Грина, описывающие отклик спин-системы экранированной ферромагнитной пленки на заданное стороннее поле:

$$\mathbf{m}_\omega(\xi, \zeta) = -\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-L/2}^{L/2} \sum_n^{n_{\max}} \hat{\mathbf{G}}(\xi, \xi', \zeta, \zeta') \mathbf{h}_{\text{ос}}(\xi', \zeta') d\xi' d\zeta', \quad (4.2)$$

где компоненты спин-волновой функции Грина имеют вид

$$\begin{aligned} G_n^{xx} &= \Phi_n(\xi) \Phi_n(\xi') \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_M (\Omega_n + \omega_M P'_{nn})}{(\omega_n^A)^2 - (\omega^A)^2} e^{-ik_{\zeta n} |\zeta - \zeta'|} dk_{\zeta}, \\ G_n^{xy} &= \Phi_n(\xi) \Phi_n(\xi') \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_M (\omega^A + i\omega_M Y_{nn})}{(\omega_n^A)^2 - (\omega^A)^2} e^{-ik_{\zeta n} |\zeta - \zeta'|} dk_{\zeta}, \\ G_n^{yy} &= \Phi_n(\xi) \Phi_n(\xi') \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_M (\Omega_n + \omega_M T'_{nn})}{(\omega_n^A)^2 - (\omega^A)^2} e^{-ik_{\zeta n} |\zeta - \zeta'|} dk_{\zeta}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

причем $(\omega_n^A)^2 = (\Omega_n - \omega_M P'_{nn})(\Omega_n + \omega_M T'_{nn}) - \omega_M Y_{nn}^2$, $\omega_n^A = \omega - \omega_M A'_{nn}$.

Условие равенства нулю знаменателей в (4.3) позволяет получить дисперсионное уравнение для структуры МДФДМ, т.е.

$$(\omega_n - \omega_M A'_{nn})^2 = (\Omega_n + \omega_M P'_{nn})(\Omega_n + \omega_M T'_{nn}) - \omega_M^2 Y_{nn}^2, \quad (4.4)$$

где

$$\begin{aligned} A'_{nn} &= A_{nn} \cos \theta \sin \varphi, \\ P'_{nn} &= P_{nn} \sin^2 \varphi, \\ T'_{nn} &= T_{nn} \cos^2 \theta + P_{nn} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi, \\ Y_{nn} &= P_{nn} \cos \varphi \sin \varphi \sin \theta, \end{aligned}$$

причем

$$A_{nn} = \lambda_{nn} \frac{\text{sh}(k_\zeta(a-b))((-1)^n - \text{ch}(k_\zeta L))}{\text{sh}(k_\zeta(a+b+L))}.$$

При закрепленных поверхностных спинах

$$P_{nn} = \frac{k_\zeta^2}{k_n^2} - \frac{2\kappa_n^2 k_n^2}{k_n^4} F_{nn}^{(2)},$$

$$T_{nn} = 1 - \frac{k_\zeta^2}{k_n^2} + \frac{2\kappa_n^2 k_n^2}{k_n^4} F_{nn}^{(1)},$$

$$\lambda_{nn} = \frac{2\kappa_n k_\zeta}{\kappa_n^4 L},$$

а при свободных

$$P_{nn} = \frac{k_\zeta^2}{k_n^2} + \frac{k_\zeta^2}{k_n^4} \frac{2}{1 + \delta_{0n}} F_{nn}^{(1)},$$

$$T_{nn} = 1 - \frac{k_\zeta^2}{k_n^2} - \frac{k_\zeta^2}{k_n^4} \frac{2}{1 + \delta_{0n}} F_{nn}^{(2)},$$

$$\lambda_{nn} = \frac{k_\zeta^3}{k_n^4 L} \frac{2}{1 + \delta_{0n}},$$

где

$$F_{nn}^{(1)} = \frac{2\text{sh}(k_\zeta a)\text{sh}(k_\zeta b)((-1)^n - \text{ch}(k_\zeta L)) - \text{sh}(k_\zeta L)\text{sh}(k_\zeta(a+b))}{k_\zeta \text{sh}(k_\zeta(a+b+L))},$$

$$F_{nn}^{(2)} = \frac{2\text{ch}(k_\zeta a)\text{ch}(k_\zeta b)((-1)^n - \text{ch}(k_\zeta L)) - \text{sh}(k_\zeta L)\text{sh}(k_\zeta(a+b))}{k_\zeta \text{sh}(k_\zeta(a+b+L))}.$$

Соотношения (4.2), (4.3) определяют бесконечный набор неоднородных плоских волн, распространяющихся вдоль оси ζ позволяют сделать ряд выводов о процессе возбуждения спиновых волн. Амплитуды этих волн имеют максимальное значение при стремлении знаменателей (4.3) к нулю, т.е. при совпадении частот стороннего поля и одной из собственных волн ферромагнитной пленки. Условие $(\omega_n^A)^2 = (\omega^A)^2$ математически определяет полюса подынтегральных выражений компонент спин-волновой функции Грина. Применяя известные методы кон-

турного интегрирования и теорию вычетов, можно записать выражения (4.3) в замкнутом виде:

$$\begin{aligned} G_n^{xx} &= iG_{n0} (\Omega_n + \omega_M T'_{nn}), \\ G_n^{xy} &= -(G_n^{yx})^* = G_{n0} (\omega_n^A + \omega_M Y_{nn}), \\ G_n^{yy} &= iG_{n0} (\Omega_n + \omega_M T'_{nn}), \end{aligned} \quad (4.5)$$

где $G_{n0} = \frac{\omega_M \Phi_n(\xi) \Phi_n(\xi')}{\omega_n^A V_{gn}} e^{-ik_{\zeta n} |\zeta - \zeta'|}$, $k_{\zeta n}$ – волновое число n -й спиновой

волны, соответствующий частоте возбуждения ω .

Групповая скорость спиновых волн вычисляется на основе дипольно-обменного спектра (4.4):

$$V_{gn} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{\zeta}}, \quad k_{\zeta'} = k_{\zeta n}. \quad (4.6)$$

Таким образом, спин-система ферромагнитной пленки ведет себя как любая колебательная система: она «реагирует» на внешнее воздействие на частотах собственных колебаний. Рисунок 4.2 качественно иллюстрирует отбор спиновых волн, дающих вклад в возбуждаемую переменную намагниченность. Когда дисперсионная кривая какой-либо моды содержит участки с разными знаками групповой скорости, стороннее поле может возбуждать несколько волн, соответствующих этой моде, с разными волновыми числами. Такая ситуация показана на рис. 4.3, где изображены дисперсионные кривые для волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси ζ . Оче-

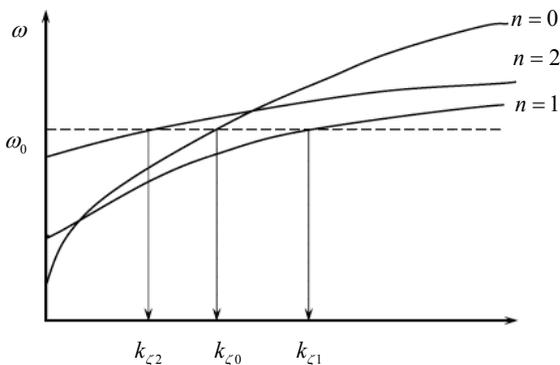


Рис. 4.2. Многоволновой спектр, поясняющий процесс возбуждения спиновых волн сверхвысокочастотным магнитным полем частоты ω

видно, что волны с волновыми числами $k_{\zeta 1}^{(-)}$ и $k_{\zeta 2}^{(-)}$ переносят энергию в отрицательном направлении оси ζ , а волны с волновыми числами $k_{\zeta 1}^{(+)}$ и $k_{\zeta 2}^{(+)}$ – в положительном направлении (в соответствии со знаком групповой скорости спиновых волн на участках I, III и II, IV).

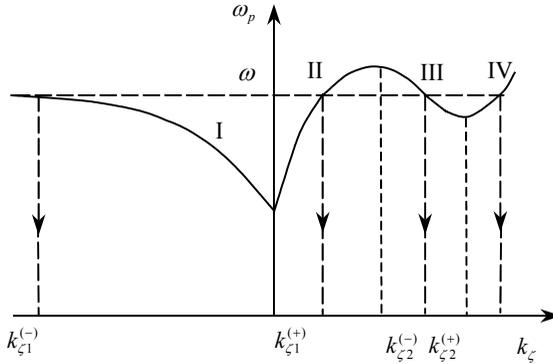


Рис. 4.3. Спиновые волны при их немонотонной дисперсии

Выражения (4.3)–(4.6) позволяют решать широкий класс задач, связанных с возбуждением спиновых волн: дифракции, взаимодействия спиновых волн со светом и др.

4.3. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в структурах МДФДМ

Рассмотрим подробнее спектр дипольно-обменных спиновых волн в экранированных ферромагнитных пленках при перпендикулярном ($\theta = 90^\circ$) и касательном ($\theta = 0^\circ$) намагничивании, так как на практике наиболее часто реализуются именно эти ситуации.

При *перпендикулярном* намагничивании ($\theta = 90^\circ$) приближенное дипольно-обменное дисперсионное уравнение (4.4) принимает вид

$$\omega_n^2 = \Omega_n (\Omega_n + \omega_M P_{nn}), \quad (4.7)$$

где $\Omega_n = \omega_H + \omega_M \alpha (\chi_n^2 + k_\zeta^2)$.

При $a \rightarrow \infty$ и $b \rightarrow \infty$ (4.7) переходит в дисперсионное уравнение для свободной (не экранированной) пленки. В этом случае дипольный матричный элемент P_{nn} , как функция волнового вектора меняется от нуля до единицы для волн всех типов. Эта зависимость $P_{nn} = f(k_\zeta)$ оп-

ределяет дисперсию спиновых волн в длинноволновой $k_z \ll \sqrt{\alpha}$ области спектра. Как уже говорилось, именно эта часть спектра является «рабочей» для спин-волновых приборов.

Влияние неоднородного обменного взаимодействия на спектр спиновых волн в структуре МДФДМ, как ясно из (4.7), двояко. С одной стороны, когда толщина ферромагнитной пленки соизмерима с длиной обменной спиновой волны, спектр расщепляется во всем диапазоне продольных волновых чисел k_z . С другой стороны, постепенное «включение» обменного взаимодействия, происходящее по мере укорочения длины бегущей спиновой волны, приводит (как и в неограниченном ферромагнетике) к «обменному росту» собственной частоты спиновых волн. С уменьшением толщины ферромагнитной пленки расщепление спектра увеличивается.

Обменное расщепление в длинноволновой области спектра особенно очевидно из уравнений резонансных частот стоячих спиновых волн для экранированных ферромагнитных пленок, которые получают из (4.7) при $k_z = 0$:

$$\omega_n^2 = \left(\omega_n + \omega_M \alpha \kappa_n^2 \right) \left(\omega_n + \omega_M \alpha \kappa_n^2 + \omega_M \frac{4(1 - (-1)^n)}{n^2 \pi^2 \left(1 + \frac{a}{L} + \frac{b}{L} \right)} \right), \quad (4.8)$$

$$\omega_n^2 = \left(\omega_n + \omega_M \alpha \kappa_n^2 \right) \left(\omega_n + \omega_M \alpha \kappa_n^2 + \omega_M \frac{\delta_{0n}}{1 + \frac{a}{L} + \frac{b}{L}} \right) \quad (4.9)$$

соответственно для обменных граничных условий Киттеля (1.18) и Аменты–Радо (1.19). Резонансные частоты (4.8) и (4.9) определяют точки, в которых начинаются дисперсионные ветви различных типов СВ в структурах МДФДМ. Отметим, что в безобменном приближении ($\alpha = 0$) уравнение (4.9) переходит в уравнение для резонансной частоты однородной прецессии в экранированном ферромагнитном слое.

Из (4.8), (4.9) следует, что при $k_z = 0$ расстояние между соседними дисперсионными кривыми определяется толщиной пленки, намагниченностью насыщения и константой неоднородного обменного взаимодействия. По мере утолщения пленки частоты стоячих спиновых волн сближаются и для достаточно толстых пленок ($L \geq 10$ мкм) стягиваются в точку [36].

При рассмотрении волнового процесса в пленочной слоистой структуре МДФДМ естественно возникает вопрос, при каких параметрах a и b для описания спектра спиновых волн в слоистой структуре

можно с достаточной степенью точности использовать более простое дисперсионное уравнение, справедливое для свободной ферромагнитной пленки. Поскольку металлические экраны сильнее всего влияют на частоты длинных волн, то ответ на поставленный вопрос фактически дают уравнения (4.8) и (4.9). Так, при $a = b > 100L$ для частот 3-сантиметрового диапазона длин волн собственная частота спиновых волн в слоистой структуре отличается от собственной частоты спиновых волн в ферромагнитной пленке меньше чем 0,01% (при параметрах, характерных для кристалла ЖИГ).

Закон дисперсии (4.7) позволяет получить простые аналитические соотношения для групповых скоростей нормальных спиновых волн $V_{gn} = \partial\omega_n / \partial k_z$. Так, можно показать, что в практически важном случае длинноволнового приближения $k_z L \ll 1$ в незранированных пленках со свободными поверхностными спинами групповая скорость волны низшего типа ($n = 0$) максимальна и определяется только толщиной и намагниченностью насыщения пленки:

$$V_{g0} \approx \frac{\omega_M L}{4} (1 - k_z L). \quad (4.10)$$

Групповые скорости всех волн высших типов $n \neq 0$ стремятся к нулю при стремлении $k_z \rightarrow 0$, что качественно соответствует описанной в гл. 2 картине безобменного приближения.

Одним из проявлений неоднородного обменного взаимодействия является различное поведение групповых скоростей спиновых волн в пленках со свободными и закрепленными поверхностными спинами. Так, в пленках с закрепленными поверхностными спинами в длинноволновом приближении $k_z L \ll 1$ групповые скорости спиновых волн, образующих нечетные ветви спектра ($n = 1, 3, 5, \dots$), конечны и определяются выражением

$$V_{gn} = \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_n} \frac{4L}{n^2 \pi^2}. \quad (4.11)$$

Групповые скорости спиновых волн, образующих четным ветвям спектра ($n = 2, 4, 6, \dots$) в пленках с закрепленными поверхностными спинами, с уменьшением продольного волнового вектора k_z стремятся к нулю. Таким образом, наклон четных и нечетных дисперсионных ветвей в длинноволновой области спектра существенно разный. Указанная особенность спектра $\omega_n(k_z)$ помогает лучше уяснить специфические черты возбуждения и распространения разнотипных спиновых волн. Так, зависимость V_{gn} от n приводит к тому, что перенос энергии СВЧ

сигнала, скажем, между передающей и приемной антеннами, происходит в основном на волне низшего типа. Последний вывод тем более справедлив для слоистых структур на основе ферромагнитных пленок со свободными поверхностными спинами, где в длинноволновой области групповая скорость волны низшего типа $n = 0$ существенно больше всех остальных.

В касательно намагниченной слоистой структуре приближенный закон дисперсии дипольно-обменных спиновых волн получаемый из (4.4) при $\theta = 0$, описывается соотношением

$$\begin{aligned} (\omega_n - \omega_M A_{nn} \sin \varphi)^2 &= (\Omega_n + \omega_M P_{nn} \sin^2 \varphi) \times \\ &\times (\Omega_n + \omega_M T_{nn}) - \omega_M^2 P_{nn}^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Дисперсионное уравнение (4.12) отличается от аналогичного уравнения для свободной пленки ($a = b \rightarrow \infty$) видом дипольных матричных элементов P_{nn} , T_{nn} , а также наличием члена A_{nn} . Этот член возникает как результат невязимности спиновых волн, проявляющейся в асимметричных $a \neq b$ слоистых структурах. Нетрудно видеть, что всем волнам, распространяющимся в асимметричных структурах (за исключением продольных $\varphi = 0$), свойственен невязимный характер.

Основные отличия (4.12) от безобменного закона дисперсии спиновых волн как в свободной, так и в экранированной пленке, связаны с обменным расщеплением спектра спиновых волн в области малых k_z и с включением обменного взаимодействия при больших k_z . В частности, в отличие от безобменной теории (см. уравнение (2.45)), которая дает лишь одну волну при $\mathbf{k} \perp \mathbf{N}i$, дипольно-обменная теория приводит к целому набору поперечных волн: как следует из (4.12), каждая продольная спиновая волна по мере отклонения направления распространения от продольного к перпендикулярному переходит в свою поперечную (квазиповерхностную) волну.

Анализ (4.12) показывает, что в касательно намагниченных слоистых структурах влияние металлических экранов на собственные частоты длинных поперечных спиновых волн сильнее, чем продольных. Подчеркнем, что по сравнению с перпендикулярно намагниченной слоистой структурой дисперсионные характеристики поперечных спиновых волн в касательно намагниченной структуре испытывают значительное влияние даже одного металлического экрана. Это явление отражает невязимные свойства поперечных спиновых волн.

Групповые скорости продольных и поперечных спиновых волн можно определить простым дифференцированием дисперсионного уравнения (4.12) соответственно при $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = \pm 90^\circ$. Анализ зависи-

мости $V_{gn}(\omega)$ для продольных и поперечных волн при касательном намагничивании показывает, что, как и при перпендикулярном намагничивании, максимальное значение групповой скорости присуще волнам низшего типа ($n = 0$) в пленках со свободными поверхностными спинами. Поэтому именно эти волны обеспечивают перенос СВЧ сигнала и таким образом определяют рабочие параметры спин-волновых приборов.

В заключение отметим, что многообразие дисперсионных характеристик спиновых волн в касательно намагниченных структурах, а также их высокая чувствительность к изменению направления распространения волны и к геометрии структуры делают сложным полное описание всех особенностей дисперсии.

4.4. Импеданс микрополосковой антенны спиновых волн

Для возбуждения и приема сверхвысокочастотных бегущих спиновых волн используются антенны в виде отрезков узких несимметричных микрополосковых линий. Поэтому остановимся на рассмотрении электродинамических свойств именно таких антенн.

4.4.1. Погонное сопротивление излучения

Рассмотрим микрополосковую антенну шириной W , вытянутую вдоль оси η (рис. 4.4) и расположенную на расстоянии d от поверхности ферромагнитной пленки. Используя условие равенства мощностей подводимой к антенне и излучаемой на спиновых волнах, можно показать, что сопротивление излучения антенны

$$Z_{sw} = \frac{1}{2I^2} \int_S \mathbf{j}^* \mathbf{E} dS, \quad (4.13)$$

где I – ток в антенне; \mathbf{j} – плотность тока; \mathbf{E} – электрическое поле спиновой волны; S – поверхность антенны.

В теории антенн электромагнитных волн распределение поверхностного тока по поперечным координатам (к оси антенны) обычно считается известным, а распределение тока вдоль антенны находится на основе решения соответствующего уравнения, например интегрального уравнения Галлена.

В нашем случае длины возбуждаемых спиновых волн соизмеримы с шириной антенны, поэтому строгий анализ задачи возбуждения связан с решением двумерного интегрального уравнения для поверхностного тока. Однако решение этой задачи можно упростить: для вычисления поперечного распределения $j(\zeta)$ использовать одномерное интегральное

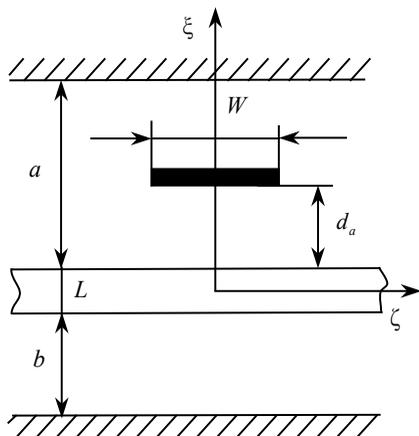


Рис. 4.4. Поперечное сечение структуры МДФДМ с микрополосковой антенной

уравнение или, в несамосогласованной постановке задачи, задавать распределение $j(\zeta)$, а распределение $j(\eta)$ определять с помощью телеграфных уравнений. Такой путь решения задачи предполагает моделирование микрополосковой антенны в виде отрезка длинной линии с потерями (рис. 4.5), где X_0 , R_0 , B_0 , G_0 – собственные погонные параметры линии, а R_{sw} и X_{sw} – активная и реактивная составляющие погонного сопротивления излучения, обусловленные возбуждением спиновых волн. При этом для расчета и анализа характеристик микрополосковых антенн можно использовать известные методы теории длинных линий с потерями.

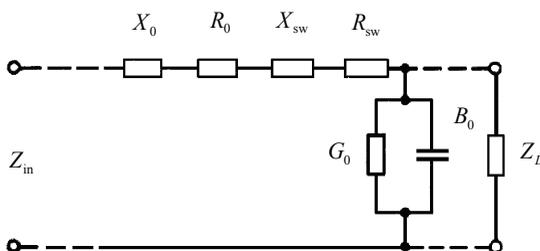


Рис. 4.5. Схема цепочечного эквивалента микрополосковой антенны с нагрузкой

Основываясь на (4.13), можно выразить активную часть погонного импеданса излучения микрополосковой антенны следующим образом [35]:

$$R_{\varphi}(\varphi) = \frac{\omega_M \mu_0}{2} \sum_n^{n_{\max}} \frac{\omega N_n}{\omega_n^A |V_{gn}|} \left| j_{sk}(k_{\zeta n}) \right|^2, \quad (4.14)$$

где

$$N_n = \left(\Omega_n \left(\cos^2 \varphi \sin^2 \theta + \sin^2 \varphi \right) + \omega_M T_{nn} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \right) D_n^2 + \left(\Omega_n + \omega_M P_{nn} \sin^2 \varphi \right) B_n^2 \cos^2 \theta + 2 \omega_n^A B_n D_n \sin \varphi \cos \theta, \quad (4.15)$$

причем

$$B_n = c^{(p,u)} q^{(p,u)} \frac{\operatorname{sh} k_{\zeta n} (a - d_a)}{\operatorname{sh} k_{\zeta n} (a + d_a + L)} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sh} k_{\zeta n} (L/2) \\ \operatorname{ch} k_{\zeta n} (L/2) \end{array} \right\}, \quad (4.16a)$$

$$D_n = c^{(p,u)} r^{(p,u)} \frac{\operatorname{sh} k_{\zeta n} (a - d_a)}{\operatorname{sh} k_{\zeta n} (a + d_a + L)} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sh} k_{\zeta n} (L/2) \\ \operatorname{ch} k_{\zeta n} (L/2) \end{array} \right\}, \quad (4.16б)$$

$$q^{(p)} = r^{(u)} = \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch} k_{\zeta n} (L/2) \\ \operatorname{sh} k_{\zeta n} (L/2) \end{array} \right\}, \quad q^{(u)} = r^{(p)} = \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sh} k_{\zeta n} (L/2) \\ \operatorname{ch} k_{\zeta n} (L/2) \end{array} \right\},$$

$$c^{(p)} = \frac{2\kappa_n}{k_n^2 L^{1/2}}, \quad c^{(u)} = \frac{2k_{\zeta n}}{k_n^2 (L(1 + \delta_{0n}))^{1/2}}.$$

В последних соотношениях символы « p » и « u » указывают на закрепленные и свободные поверхностные спины. В фигурных скобках приведены выражения для четных (сверху), и нечетных (снизу) n . Очевидно, что полное сопротивление излучения микрополосковой антенны R_{sw} определяется мощностью, уносимой в обе стороны от антенны:

$$R_{\text{sw}} = R^+(\varphi) + R^-(\varphi + 180^\circ). \quad (4.17)$$

Реактивную составляющую погонного сопротивления излучения можно найти как с помощью (4.13), так и с помощью преобразования Гильберта:

$$X_{\text{sw}}(\omega_0) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R_{\text{sw}}(\omega)}{\omega - \omega_0} d\omega. \quad (4.18)$$

В первом приближении, т.е. в несамосогласованной постановке задачи, распределение $j(\zeta)$ можно считать заданным, т.е. пренебречь влиянием возбужденных волн на распределение $j(\zeta)$. Для полоски из идеального металла шириной W

$$j_s(\zeta) = \begin{cases} \frac{2I}{\pi W \sqrt{1 - \left(\frac{2\zeta}{W}\right)^2}}, & |\zeta| \leq \frac{W}{2} \\ 0, & |\zeta| \geq \frac{W}{2}. \end{cases} \quad (4.19)$$

Фурье-образ такого распределения описывается соотношением

$$\frac{j_{sk}}{I} = J_0\left(\frac{k_{\zeta n} W}{2}\right), \quad (4.20)$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка. Можно показать, что в этом случае диапазон эффективного возбуждения спиновых волн ограничен по волновым числам сверху первым нулем функции Бесселя, т.е.

$$0 < k_{\zeta n} < k_{\max}, \quad (4.21)$$

где $k_{\max} = 4.8/W$. Другими словами, выражение (4.21) вместе с дисперсионной зависимостью (4.4) определяет рабочий диапазон частот спин-волнового устройства.

Сравнение несамосогласованного и самосогласованного решений задачи возбуждения [35, 37–39], когда интегральное уравнение для поверхностного тока строго описывает распределение $j(\zeta)$, показывает, что приближение заданного тока (4.19) оказывается весьма точным и приемлемым для инженерных расчетов в большей части диапазона эффективного возбуждения спиновых волн (4.21).

Рассмотрим теперь особенности возбуждения спиновых волн, обусловленные состоянием поверхностных спинов. Для закрепленных поверхностных спинов анализ выражения (4.14) приводит к выводу, что основной вклад в сопротивление излучения вносят симметричные ($n = 1, 3, 5, \dots$) волны. При этом эффективность возбуждения каждой волновой моды слабо зависит от ее номера, а потому частотная характеристика сопротивления излучения имеет осциллирующий характер [35].

Анализ (4.14) для случая свободных поверхностных спинов показывает, что, несмотря на многомодовость спектра и возбуждение волн всех типов, основной вклад в суммарное сопротивление излучения вносит волна низшего типа $n = 0$. Вклады же высших типов волн на порядок меньше вклада основной волны. С другой стороны, групповые скорости волн высших типов в области их эффективного возбуждения значительно меньше, чем у волны основного типа и, следовательно, они гораздо сильнее затухают. Таким образом, в пленках со свободными поверхностными спинами реализуется *квазиодномодовый режим* как возбуждения, так и распространения спиновых волн. Поскольку на практи-

ке квазиодномодовый режим особенно важен, ограничимся именно его рассмотрением.

4.4.2. Перпендикулярное намагничивание

При перпендикулярном намагничивании ($\theta = 90^\circ$) характеристики спиновых волн как в свободных, так и в экранированных изотропных ферромагнитных пленках взаимны, т.е. не зависят от направления распространения волн. Поэтому, как следует из (4.14), при $\theta = 90^\circ$ микрополосковые антенны одинаково интенсивно возбуждают спиновые волны, распространяющиеся в противоположных направлениях от антенны. При этом парциальное сопротивление излучения R_φ (4.14) не зависит от угла φ , а полное сопротивление излучения $R_{sw} = 2R_\varphi$.

Формирование частотного диапазона микрополосковой антенны (и всего спин-волнового устройства в целом) в зависимости от толщины пленки L иллюстрирует рис. 4.6, где частотные зависимости $R_{sw}(\omega)$, совмещены с дисперсионными кривыми $\omega(k_\zeta)$ волны низшего типа. Из рис. 4.6 видно, что, например, для создания узкополосного устройства необходимо использовать более широкие антенны и более тонкие пленки. Однако при этом падает групповая скорость спиновых волн и, следовательно, возрастают вносимые устройством потери. При необходимости же расширения рабочего диапазона, т.е. при применении узких антенн, возрастает доля потерь на согласование антенны с подводящим трактом, что также приводит к возрастанию общих потерь. Поэтому в

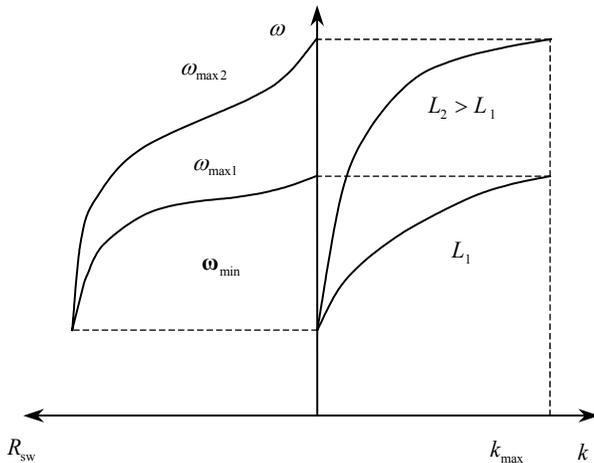


Рис. 4.6. Влияние толщины пленки L на формирование частотного диапазона микрополосковой антенны шириной W

каждом отдельном случае должен быть достигнут компромисс между перечисленными факторами или должны использоваться иные методы решения задачи. Например, можно применить многоэлементные антенны для возбуждения и приема спиновых волн.

Заметим, что помимо параметров ферромагнитной пленки и антенн на частотные зависимости сопротивления излучения и частотный диапазон спин-волнового устройства влияют металлические экраны. Влияние этого фактора обсуждается в [35, 37, 38].

4.4.3. Касательное намагничивание

При касательном намагничивании спиновые волны, распространяющиеся под произвольным углом к направлению постоянного магнитного поля, в общем случае имеют невзаимные характеристики, обуславливающие их «однонаправленное» возбуждение, т.е. $R_\varphi(\varphi = \varphi_0) \neq R_\varphi(\varphi = \varphi_0 + 180^\circ)$. Исключением являются продольные спиновые волны, для которых $R_\varphi(\varphi = \varphi_0) = R_\varphi(\varphi = 180^\circ)$. «Обратный» по отношению к случаю перпендикулярного намагничивания ход дисперсионной кривой продольной спиновой волны вызывает и «зеркальный» ход зависимости $R_{sw}(\omega)$ [35, 38, 39].

Для поперечных волн результирующее сопротивление излучения есть сумма сопротивлений излучения волн, распространяющихся в противоположные стороны от антенны:

$$R_{sw} = R^+ + R^-, \quad (4.22)$$

где составляющая R^+ находится из (4.14) при $\varphi = 90^\circ$, а составляющая R^- при $\varphi = 270^\circ$. Отношение R^+/R^- показывает «невзаимность возбуждения», приводящую к преимущественному излучению мощности в одном из направлений. Как показывает анализ, подобная однонаправленность возбуждения спиновых волн микрополосковой антенной присуща всем волнам в касательно намагниченной пленке, за исключением продольных. Невзаимность возбуждения спиновых волн в касательно намагниченной пленке позволяет уменьшать долю мощности, излучаемой антенной в «нерабочем направлении».

При касательном намагничивании, когда спектр спиновых волн является немонотонным (подобно изображенному на рис. 4.2), составляющая R^+ будет складываться из парциальных сопротивлений, соответствующих участкам спектра с положительной групповой скоростью (участки II и IV на рис. 4.2), а R^- – из сопротивлений, соответствующих участкам с отрицательной групповой скоростью (участки I и III). В общем случае можно записать:

$$R_{sw} = \sum_{i_+} R_{sw i}^+ (k_{zi}^+) + \sum_{i_-} R_{sw i}^- (k_{zi}^-). \quad (4.23)$$

Подробные теоретические и экспериментальные данные, описывающие сопротивление излучения микрополосковых антенн спиновых волн в свободных и экранированных ферромагнитных пленках, приведены в работах [35, 37–40].

4.5. Расчет спин-волновых устройств

Расчет рабочих характеристик опишем на примере типичной конструкции спин-волнового устройства (рис. 4.7). Такая конструкция состоит из ферромагнитной пленки, отделенной от металлических экранов диэлектриком произвольной толщины, и входной и выходной антенн с подводящими микрополосковыми линиями. Как будет показано, на основе такой конструкции реализуются линии задержки, фазовращатели и фильтры СВЧ сигналов.

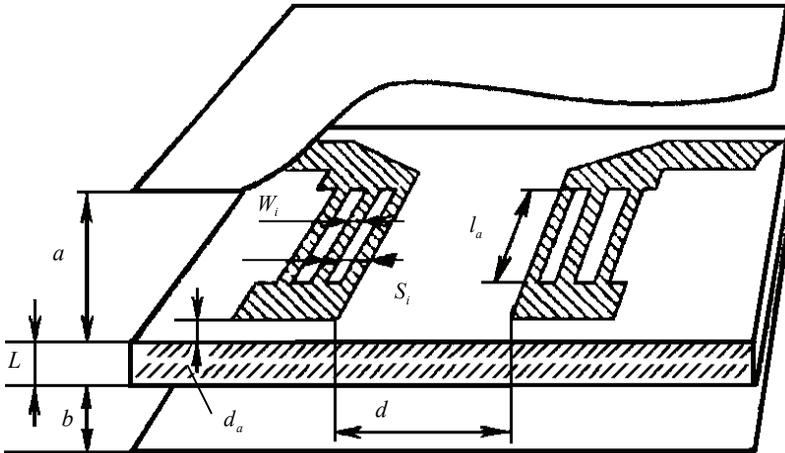


Рис. 4.7. Конструкция спин-волнового прибора с многоэлементными микрополосковыми антеннами

Для частотной селекции СВЧ сигнала в рассматриваемом случае используется конфигурация многоэлементных антенн. Некоторые идеи получения заданной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) с помощью многоэлементных антенн подобны используемым в технике поверхностных акустических волн (ПАВ). Однако имеются и существенные отличия, основное из которых связано с сильной дисперсией спиновых волн и ее зависимостью от конструктивных параметров устройства.

При практической реализации спин-волновых устройств важно иметь одномодовый режим возбуждения и распространения спиновых волн. Такой режим обеспечивается использованием ферромагнитных пленок со свободными поверхностными спинами.

На практике обычно необходимо рассчитывать АЧХ, ФЧХ, а также частотные зависимости входного импеданса, коэффициента отражения и времени задержки. Для расчета этих характеристик необходимо знать погонный импеданс излучения входной и выходной антенн.

4.5.1. Входной импеданс

Полученные в §4.4 выражения для погонного сопротивления излучения одиночных микрополосковых антенн можно обобщить на случай многоэлементных антенн. Для этого необходимо подставить в (4.14) Фурье-образ распределения поверхностного тока $j(\zeta)$ для многоэлементной антенны. Задавая распределение $j(\zeta)$ в каждом элементе антенны в виде (4.19), нетрудно показать, что для антенны типа «решетка» в пренебрежении связью между элементами антенны как через излучаемые волны, так и через электромагнитное поле вне пленки Фурье-образ тока можно описать соотношением

$$|j_{sk}|^2 = \sum_i J_{0i}^2 (k_\zeta W_i / 2) + 2 \sum_{i \neq j} J_{0i} (k_\zeta W_i / 2) J_{0j} (k_\zeta W_j / 2) \cos k_\zeta (s_i - s_j), \quad (4.24)$$

где W_i – ширина i -го элемента антенны, а s_i – его «смещение», т.е. расстояние от первого элемента антенны. При этом максимальное значение волнового числа, ограничивающее сверху диапазон эффективно возбуждаемых волновых чисел, определяется как

$$k_{\max} = 4.8 / W_{\min}, \quad (4.25)$$

где W_{\min} – минимальная ширина элемента антенны.

Для расчета входного импеданса будем рассматривать антенну как отрезок длинной линии с потерями (эквивалентную схему см. на рис. 4.5). Тогда, при произвольной комплексной нагрузке Z_L на конце антенны длиной l_a ее входной импеданс можно выразить следующим образом:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_L \text{ch} \gamma l_a + Z_0 \text{sh} \gamma l_a}{Z_L \text{sh} \gamma l_a + Z_0 \text{ch} \gamma l_a}, \quad (4.27)$$

где

$$\gamma = \alpha + i\beta = (ZY)^{1/2} \quad (4.28)$$

– постоянная распространения электромагнитного сигнала в антенне, причем $Z = R + iX = R_0 + R_{sw} + i(X_0 + X_{sw})$, а $Y = G_0 + iB_0$.

Комплексное волновое сопротивление Z_0

$$Z_0 = (Z/Y)^{1/2}. \quad (4.29)$$

Рассмотрим режим короткого замыкания антенны. В этом случае, полагая в (4.27) $Z_L = 0$ и разделяя вещественные и мнимые части γ и Z_{in} , получаем:

$$R_{in} = |Z_{in}| \left(\cos \varphi_1 \frac{\text{sh} 2\alpha l_a}{\text{ch} 2\alpha l_a + \cos 2\beta l_a} + \sin \varphi_1 \frac{\sin 2\beta l_a}{\text{ch} 2\alpha l_a + \cos 2\beta l_a} \right), \quad (4.30)$$

$$X_{in} = |Z_{in}| \left(\cos \varphi_1 \frac{\sin 2\beta l_a}{\text{ch} 2\alpha l_a + \cos 2\beta l_a} + \sin \varphi_1 \frac{\text{sh} 2\alpha l_a}{\text{ch} 2\alpha l_a + \cos 2\beta l_a} \right),$$

где

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \arctg \frac{R}{X}, \quad \alpha = \frac{1}{Z_{01}} \left(\frac{X_0}{2} (\sqrt{R^2 + X^2} - X) \right)^{1/2},$$

$$\beta = \frac{1}{Z_{01}} \left(\frac{X_0}{2} (\sqrt{R^2 + X^2} + X) \right)^{1/2}, \quad R = R_{sw} + R_0, \quad X = X_{sw} + X_0,$$

$$|Z_{in}| = Z_{01} \left(\frac{R^2 - X^2}{X_0^2} \right)^{1/4}, \quad Z_{01} = \sqrt{\frac{X_0}{B_0}}, \quad G_0 = 0.$$

Например, для многоэлементной микрополосковой антенны Z_{01} может быть определено как [41]

$$Z_{01} = 26,06 \left(m \ln \frac{0,4}{W_s} + (m-1)Z_i + m\beta_m \right) m^{-1}, \quad W_s = \sum W_i,$$

$$Z_i = \ln \frac{0,2(m-1)}{s_s}, \quad s_s = \sum s_i$$

где m – число элементов антенны; β_m – коэффициент, зависящий от этого числа [41].

Теперь легко определить коэффициент отражения $|\Gamma|$, а также коэффициент стоячей волны по входу антенны K_{SWR} :

$$|\Gamma| = \frac{\left((R_{\text{in}}^2 - \rho^2 + X_{\text{in}}^2)^2 + 4\rho^2 X_{\text{in}}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{(R_{\text{in}} + \rho)^2 + X_{\text{in}}^2}, \quad (4.31)$$

$$K_{\text{SWR}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}, \quad (4.32)$$

где ρ – волновое сопротивление подводящей линии.

4.5.2. Передаточные функции

Для расчета АЧХ и ФЧХ спин-волнового устройства необходимо определить его передаточные функции по мощности и по напряжению. Передаточная функция спин-волнового устройства по мощности может быть определена исходя из физики процесса передачи мощности сигнала от входной к выходной антенне и представлена в виде трех составляющих

$$H_p = H_{\text{in}} H_{\text{FF}} H_{\text{out}}, \quad (4.33)$$

где H_{in} и H_{out} суть коэффициенты передачи входной и выходной антенн соответственно, а H_{FF} – коэффициент передачи пленки.

Найдем вначале H_{in} . Обозначив через P_{in} мощность, подаваемую на вход устройства, вычислим мощность, поступившую во входную антенну:

$$P_a = (1 - |\Gamma|^2) P_{\text{in}}. \quad (4.34)$$

Коэффициент отражения от антенны определяется формулой (4.31). Будем считать, что мощность, поступающая во входную антенну, расходуется на «излучение» спиновых волн и потери в антенне, т.е.

$$P_a = P^+ + P^- + P_0, \quad (4.35)$$

где P^+ и P^- соответствуют волнам, излученным в положительном и отрицательном направлении оси ζ , а P_0 – мощность потерь. Ясно, что «полезной» является мощность, излученная в сторону выходной антенны, т.е. P^+ . Таким образом, выражая P^+ , P^- и P_0 через соответствующие сопротивления излучения и учитывая (4.35), находим

$$H_{\text{in}} = \frac{P^+}{P_{\text{in}}} = (1 - |\Gamma|^2) \frac{R^+}{R^+ + R^- + R_0}. \quad (4.36)$$

Аналогичное выражение получается для выходной антенны.

Коэффициент передачи пленки обусловлен расстоянием между антеннами l_s и затуханием спиновой волны:

$$H_{FF} = e^{-2k'_z l_s}, \quad (4.37)$$

где k'_z – мнимая часть волнового числа рабочей спиновой волны $k_z = k'_z - ik''_z$, определяемая соответствующим дисперсионным уравнением, в которое предварительно вводится частота релаксации $\omega_r = |g| \mu_0 \Delta H$.

При известной передаточной функции устройства по мощности его коэффициент передачи по напряжению может быть записан в виде

$$\dot{H}(\omega) = \sqrt{H_p(\omega)} e^{i\varphi(\omega)}, \quad (4.38)$$

где $\varphi(\omega)$ – фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами, т.е. ФЧХ устройства. Очевидно, что

$$\varphi(\omega) = \varphi_{in}(\omega) + \varphi_{FF}(\omega) - \varphi_{out}(\omega), \quad (4.39)$$

где φ_{in} и φ_{out} – фазовые сдвиги, вносимые входной и выходной антеннами, а φ_{FF} – набег фазы спиновой волны.

В соответствии с принятой эквивалентной схемой антенны величину φ_{in} можно найти на основе коэффициента отражения (4.31) для входной и выходной антенн:

$$\varphi_{in} = \arctg \frac{X_{in}}{R_{in} + \rho}, \quad (4.40)$$

$$\varphi_{out} = \arctg \frac{X_{out}}{R_{out} + \rho}. \quad (4.41)$$

Фазовый набег спиновых волн

$$\varphi_{FF} = k'_z l_s. \quad (4.42)$$

После того, как найдена ФЧХ устройства $\varphi(\omega)$, частотную характеристику группового времени задержки можно определить как

$$\tau(\omega) = \frac{\partial \varphi(\omega)}{\partial \omega}. \quad (4.43)$$

4.5.3. S-параметры

Приведенные соотношения для частотных характеристик спин-волнового устройства позволяют легко найти компоненты его S -матрицы. Полагая, что S_{21} – коэффициент отражения по входу, можно записать:

$$\operatorname{Re}(S_{11}) = \operatorname{Re}(\Gamma) = \frac{R_{\text{in}}^2 - \rho^2}{(R_{\text{in}} + \rho)^2 + X_{\text{in}}^2}, \quad (4.44)$$

$$\operatorname{Im}(S_{11}) = \operatorname{Im}(\Gamma) = \frac{2X_{\text{in}}\rho}{(R_{\text{in}} + \rho)^2 + X_{\text{in}}^2}. \quad (4.45)$$

Заменив в этих выражениях R_{in} и X_{in} соответственно на R_{out} и X_{out} , можно рассчитать и S_{22} .

Для расчета S_{21} необходимо воспользоваться формулами (4.38)–(4.42):

$$S_{21} = \sqrt{H_p(\omega)} e^{i\varphi(\omega)}, \quad (4.46)$$

где $\varphi(\omega)$ определяется по (4.39). С помощью (4.46) можно найти и S_{21} , подставив в качестве $\varphi(\omega)$ выражение

$$\varphi(\omega) = -\varphi_{\text{in}}(\omega) + \varphi_{\text{FF}}(\omega) + \varphi_{\text{out}}(\omega). \quad (4.47)$$

5. Стабильные нелинейные спин-волновые процессы

5.1. Постановка задачи

Для описания распространения нелинейных спиновых волн часто пользуются подходом, который называется методом огибающих [13, 42, 43]. В рамках такого подхода получают нелинейное уравнение Шредингера (НУШ)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} - i \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + iN |u|^2 u = 0, \quad (5.1)$$

где u – медленно меняющаяся по сравнению с несущей частотой пространственная огибающая несущей волны,

$$V_g = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{\substack{k=k_0 \\ |u|^2=0}} \quad (5.2)$$

– групповая скорость,

$$N = \left. \frac{\partial \omega}{\partial |u|^2} \right|_{\substack{k=k_0 \\ |u|^2=0}} \quad (5.3)$$

– нелинейный коэффициент,

$$D = \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \quad (5.4)$$

– дисперсионный коэффициент.

Чтобы учесть затухание волн, воспользуемся подходом, изложенным в §2.3. Заменяя частоту $\omega(k)$ на $\omega(k) - i\omega_r(k)$, имеем

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} - i \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + iN |u|^2 u = -\omega_r u. \quad (5.5)$$

В общем случае параметр релаксации ω_r является функцией амплитуды. При увеличении амплитуды возбуждаемых бегущих спиновых волн их затухание возрастает, поскольку увеличивается полуширина кривой ферромагнитного резонанса ΔH , которая связана с ω_r формулой (2.52).

Работая в приближении метода огибающих, считаем, что нормированная амплитуда спиновых волн $|u| = |m|/\sqrt{2}M_0$ невелика, т.е. $|u| \ll 1$. Зависимость ΔH от амплитуды $|u|$ может быть разложена в ряд Тейлора в точке $|u|^2 = 0$. Ограничиваясь первыми тремя членами разложения, получаем

$$\Delta H(|u|^2) = \Delta H_0 + \tau_1 |u|^2 + \tau_2 |u|^4, \quad (5.6)$$

где ΔH_0 – полуширина кривой линейного ферромагнитного резонанса,

$$\tau_1 = \frac{\partial(\Delta H)}{\partial |u|^2}, \quad \tau_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial |u|^4}. \quad (5.7)$$

Умножив (5.6) на $2\pi\gamma$, приходим к выражению для параметра релаксации:

$$\omega_r(|u|^2) = \eta + \nu_1 |u|^2 + \nu_2 |u|^4. \quad (5.8)$$

Подставляя последнее выражение в НУШ (5.5), получаем следующее обобщенное эволюционное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} - i \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\nu_1 + iN_1) |u|^2 u + (\nu_2 + iN_2) |u|^4 u = -\eta u, \quad (5.9)$$

где N_1 и N_2 – нелинейные коэффициенты третьей и пятой степени, а ν_1 и ν_2 – декременты нелинейного затухания третьей и пятой степени. Решая это уравнение, которое является частным случаем уравнения Гинзбурга–Ландау, можно найти функции, описывающие изменение амплитуды и фазы спиновой волны при ее нелинейном распространении в ферромагнитной пленке.

Введем еще два предположения: положим $D=0$ и $N_2=0$. Такие предположения, с одной стороны, существенно упрощают решение уравнения (5.9), а с другой – физически обоснованны. Дело в том, что на практике обычно используются непрерывные СВЧ сигналы или СВЧ импульсы, длительность которых значительно превышает период несущего колебания. Поэтому для теоретического описания распространения таких сигналов в ферромагнитных пленках влиянием дисперсии спиновой волны на их форму можно пренебречь, полагая дисперсионный коэффициент D равным нулю. Нелинейным коэффициентом N_2 тоже можно пренебречь в силу его малости по сравнению с N_1 . В результате получаем уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} + (\nu_1 + iN_1) |u|^2 u + \nu_2 |u|^4 u = -\eta u, \quad (5.10)$$

которое описывает распространение нелинейных спиновых волн с учетом их нелинейного затухания.

5.2. Нелинейное затухание ИНТЕНСИВНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН

Поскольку в уравнении (5.10) нелинейное затухание спиновых волн определяется двумя коэффициентами ν_1 и ν_2 , стоящими перед кубическим членом и членом пятой степени, то соответствующие параметры затухания спиновых волн называют *нелинейным затуханием третьего порядка* и *нелинейным затуханием пятого порядка*. Если в уравнении (5.10) положить ν_1 и ν_2 равными нулю, то получится НУШ (5.5). Это уравнение, называемое *линейным затуханием*, описывает распространение нелинейных спиновых волн, которые затухают как и линейные волны.

Для решения уравнения (5.10) удобно перейти к Фурье-компонентам. В результате получим систему из двух уравнений, определяющих амплитуду и фазу Фурье-гармоник огибающей сигнала при распространении пакетов нелинейных спиновых волн:

$$\frac{\partial u_\omega}{\partial z} + \frac{\eta}{V_g} u_\omega + \frac{\nu_1}{V_g} u_\omega^3 + \frac{\nu_2}{V_g} u_\omega^5 = 0, \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial \varphi_{NL}(z)}{\partial z} = -\frac{N}{V_g} u_\omega^2. \quad (5.12)$$

Интегрируя уравнение (5.11), находим, что зависимость $u_\omega(z)$ с учетом членов пятого порядка определяется следующими выражениями

$$\begin{aligned} \frac{z\eta}{V_g} = & -\ln \left| \frac{u_\omega(z)}{u_{\omega 0}} \right| + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\nu_2 u_\omega^4(z) + \nu_1 u_\omega^2(z) + \eta}{\nu_2 u_{\omega 0}^4 + \nu_1 u_{\omega 0}^2 + \eta} \right| + \\ & + \frac{\nu_1}{2\sqrt{4\eta\nu_2 - \nu_1^2}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{2\nu_2 u_\omega^2(z) + \nu_1}{\sqrt{4\eta\nu_2 - \nu_1^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2\nu_2 u_{\omega 0}^2 + \nu_1}{\sqrt{4\eta\nu_2 - \nu_1^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

при $4\eta\nu_2 > \nu_1^2$,

$$\begin{aligned} \frac{z\eta}{V_g} = & -\ln \left| \frac{u_\omega(z)}{u_{\omega 0}} \right| + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\nu_2 u_\omega^4(z) + \nu_1 u_\omega^2(z) + \eta}{\nu_2 u_{\omega 0}^4 + \nu_1 u_{\omega 0}^2 + \eta} \right| - \frac{\nu_1}{4\sqrt{\nu_1^2 - 4\eta\nu_2}} \times \\ & \times \ln \left| \frac{(2\nu_2 u_\omega^2(z) + \nu_1 + \sqrt{\nu_1^2 - 4\eta\nu_2})(2\nu_2 u_{\omega 0}^2 + \nu_1 - \sqrt{\nu_1^2 - 4\eta\nu_2})}{(2\nu_2 u_\omega^2(z) + \nu_1 - \sqrt{\nu_1^2 - 4\eta\nu_2})(2\nu_2 u_{\omega 0}^2 + \nu_1 + \sqrt{\nu_1^2 - 4\eta\nu_2})} \right| \end{aligned} \quad (5.14)$$

при $4\eta v_2 < v_1^2$ и

$$\frac{z\eta}{V_g} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{u_0^2(v_1 u_\omega^2(z) + 2\eta)}{u_\omega^2(z)(v_1 u_{\omega 0}^2 + 2\eta)} \right| - \frac{\eta}{v_1 u_\omega^2(z) + 2\eta} + \frac{\eta}{v_1 u_{\omega 0}^2 + 2\eta} \quad (5.15)$$

при $4\eta v_2 = v_1^2$.

Очевидно, что формулы, выражающие зависимость $u_\omega(z)$, имеют громоздкий неявный вид. Тем не менее по ним достаточно просто рассчитывать графики затухания амплитуд Фурье-гармоник СВ. В то же время при $v_2 \ll v_1$ коэффициентом v_2 можно пренебречь и выразить зависимость $u_\omega(z)$ в явном виде. В таком случае, положив в формулах (5.13) и (5.14) $v_2 = 0$, получаем

$$u_\omega(z) = \frac{u_{\omega 0} \exp(-\eta z/V_g)}{\sqrt{(v_1 u_{\omega 0}^2/\eta)[1 - \exp(-\eta z/V_g)] + 1}}. \quad (5.16)$$

С помощью формулы (5.16) легко объяснить влияние параметра v_1 на затухание спиновых волн. Как видно, в ее числителе стоит функция, описывающая линейное затухание спиновых волн, а в знаменателе – функция, зависящая от v_1 . Если положить $v_1 = 0$, то знаменатель (5.16) будет равен единице и получится формула, показывающая линейное затухание спиновых волн:

$$u_\omega(z) = u_{\omega 0} \exp(-\eta z/V_g). \quad (5.17)$$

При $v_1 \neq 0$ из (5.16) видно, что функция, стоящая в знаменателе, будет возрастать от единицы при $z = 0$ до величины $[1 + (v_1 u_{\omega 0}^2)/\eta]^{1/2}$ при $z \rightarrow \infty$. Коэффициент v_1 будет определять скорость возрастания этой функции с увеличением z , а следовательно, и скорость убывания значения выражения (5.16) в целом.

Типичные теоретические зависимости $u(z)$ приведены на рис. 5.1, где кривые 1 построены для $v_1 = 0$ и $v_2 = 0$, т.е. с учетом только линейного затухания, а кривые 2 – для $v_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ и $v_2 = 0$, т.е. с учетом нелинейного затухания третьего порядка. Кривые 3 построены для $v_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ и $v_2 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$, т.е. с учетом нелинейных затуханий третьего и пятого порядков. Для расчета выбраны типичные значения параметров ферромагнитных пленок. Из рис. 5.1 видно, что наличие нелинейного затухания СВ приводит к более сильному уменьшению амплитуды СВ, а также к насыщению амплитуды СВ при длине ее пробега d .

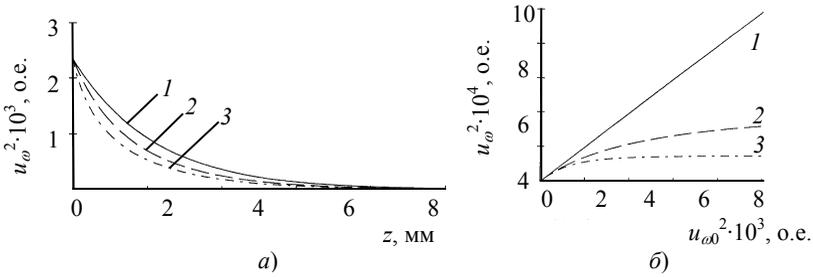


Рис. 5.1. Влияние нелинейного затухания на эволюцию амплитуды интенсивных прямых объемных спиновых волн

при $H_i = 1250$ Э; $M_0 = 1750$ Гс; $L = 5$ мкм; $d = 5$ мм; $\Delta H = 0,5$ Э; $k = 20$ см⁻¹

Результаты теоретического исследования показывают, что при отсутствии нелинейного затухания ($\nu_1 = 0$ и $\nu_2 = 0$) коэффициент передачи сигнала имеет постоянное значение и не зависит от начальной амплитуды СВ. При наличии нелинейного затухания коэффициент передачи по мере роста начальной амплитуды СВ уменьшается, что обуславливает постепенное насыщение амплитуды СВ. Нелинейное затухание третьего порядка начинает существенно влиять на характеристики СВ при значениях $\nu_1 \gg 10^9$ с⁻¹, а нелинейное затухание пятого порядка – при значениях $\nu_2 \gg 10^{12}$ с⁻¹.

5.3. Нелинейный сдвиг фазы ИНТЕНСИВНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН

Из уравнения (5.12) следует, что нелинейная добавка к фазовому набегу спиновой волны может быть найдена по формуле

$$\varphi_{NL}(z) = -\frac{N}{V_g} \int_0^z u_\omega^2(z') dz' . \quad (5.18)$$

Подставив полученные в §5.2 зависимости $u_\omega(z)$ в (5.18), можно рассчитать нелинейный фазовый набег интенсивных СВ.

Для нахождения формулы, описывающей нелинейный фазовый набег при линейном затухании спиновых волн, в формулу (5.18) необходимо подставить выражение для $u_\omega(z)$ из (5.17). В результате после вычисления интеграла получим

$$\varphi_{NL}(z) = -\frac{N}{2\eta} u_{\omega 0}^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{2\eta z}{V_g}\right) \right] . \quad (5.19)$$

Для вывода формулы, описывающей нелинейный фазовый набег спиновых волн с учетом нелинейного затухания третьего порядка, в формулу (5.18) нужно подставить выражение для $u_\omega(z)$ из (5.16). После вычисления интеграла получим

$$\varphi_{NL}(z) = -\frac{N}{2\nu_1} \ln \left[\frac{\nu_1 u_{\omega 0}^2}{\eta} \left[1 - \exp\left(-\frac{2\eta z}{V_g}\right) \right] + 1 \right]. \quad (5.20)$$

При $\nu_1 = 0$ формула (5.20) совпадает с формулой (5.19), что подтверждает их правильность.

Зависимость нелинейного фазового набега спиновых волн с учетом нелинейного затухания пятого порядка задается параметрически:

$$z = z(u_\omega), \quad (5.21)$$

$$\varphi_{NL}(u_\omega) = -\frac{N}{V_g} \left[z(u_\omega) u_\omega^2 + \int_{u_\omega}^{u_{\omega 0}} z(u'_\omega) 2u'_\omega du'_\omega \right]. \quad (5.22)$$

В этих формулах амплитуда u_ω является параметром. Функцию $\varphi_{NL}(u_\omega)$ надо рассчитывать по формуле (5.22), а $z(u_\omega)$ – по формулам (5.13)–(5.15).

На рис. 5.2 приведены примеры зависимостей $\varphi_{NL}(z)$, и $\varphi_{NL}(u_{\omega 0}^2)$, рассчитанных на основе описанной теории. Кривые 1 построены для $\nu_1 = 0$ и $\nu_2 = 0$, т.е. с учетом линейного затухания; кривые 2 – для $\nu_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ и $\nu_2 = 0$, т.е. с учетом нелинейного затухания третьего порядка; а кривые 3 – для $\nu_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ и $\nu_2 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$, т.е. с учетом нелинейных затуханий третьего и пятого порядков. Расчет характеристик проводился для тех же значений параметров макета нелинейного фазовращателя, что и на рис. 5.1. Из зависимостей, приведенных на рис. 5.2, видно, что наличие нелинейного затухания приводит к ограничению нелинейного фазового набега интенсивных СВ.

Исходя из физических представлений, нелинейный сдвиг собственных частот, с одной стороны, можно рассматривать как процесс рассеяния основной волны на волнах с близкими частотами. С другой стороны, его можно описать как результат уменьшения постоянной составляющей намагнитченности при увеличении амплитуды СВ. Постоянная составляющая намагнитченности входит в качестве параметра в дисперсионные уравнения, и при ее уменьшении происходит сдвиг спектра спиновых волн.

Рассмотрим причины нелинейного сдвига спектра спиновых волн. Уравнение движения намагнитченности (2.51) с диссипативным членом

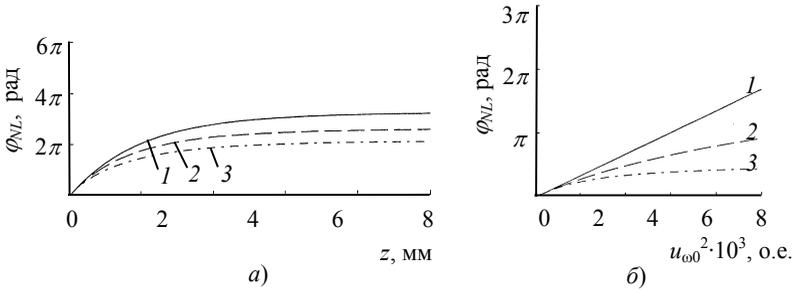


Рис. 5.2. Влияние нелинейного затухания на характеристики нелинейного фазовращателя на прямых объемных спиновых волнах

в форме Гильберта обеспечивает выполнение условия сохранения длины вектора намагниченности, т.е. $|\mathbf{M}| = \text{const}(t) = M_0$. Как показано на рис. 5.3, а вектор намагниченности может быть представлен в виде суммы постоянной и переменной составляющих:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_z + \mathbf{m} . \quad (5.23)$$

В силу сохранения длины вектора намагниченности увеличение ее переменной составляющей приводит к уменьшению постоянной составляющей. Поэтому параметр ω_M , входящий в дисперсионные уравнения для линейных спиновых волн, заменяют на $\omega_{M_z} = 2\pi|\gamma|M_z$, который, строго говоря, является функцией амплитуды переменной намагниченности.

Модули векторов \mathbf{M} , \mathbf{M}_z и \mathbf{m} связаны по теореме Пифагора $M = \sqrt{M_z^2 + |\mathbf{m}|^2}$, откуда видно, что постоянная составляющая намагниченности M_z зависит от амплитуды переменной намагниченности, т.е.

$$M_z = \sqrt{M^2 - |\mathbf{m}|^2} . \quad (5.24)$$

Пользуясь условием малости переменной составляющей намагниченности по сравнению с постоянной составляющей

$$m \ll M , \quad (5.25)$$

выражение (5.24) приводят к виду

$$M_z = M_0 \sqrt{1 - \frac{|\mathbf{m}|^2}{M_0^2}} \approx M_0 (1 - |u|^2) , \quad (5.26)$$

где

$$|u|^2 = \frac{|\mathbf{m}|^2}{2M_0^2}, \quad (5.27)$$

а также учтено, что $M = M_0$.

Для описания нелинейного сдвига частоты и нелинейного сдвига волнового числа в дисперсионных уравнениях (3.34) и (3.35) нужно произвести замену параметров ω_H и ω_M на ω_{H_z} и ω_{M_z} . Тогда дисперсионное уравнение для прямой объемной спиновой волны низшего типа будет иметь вид

$$\omega^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M P_{00}), \quad (5.28)$$

где

$$\omega_H = |g|\mu_0(H_e - M(1 - |u|^2)) = \omega_{H_0} + \omega_{M_0}|u|^2,$$

$$\omega_M = |g|\mu_0 M_z = \omega_{M_0}(1 - |u|^2).$$

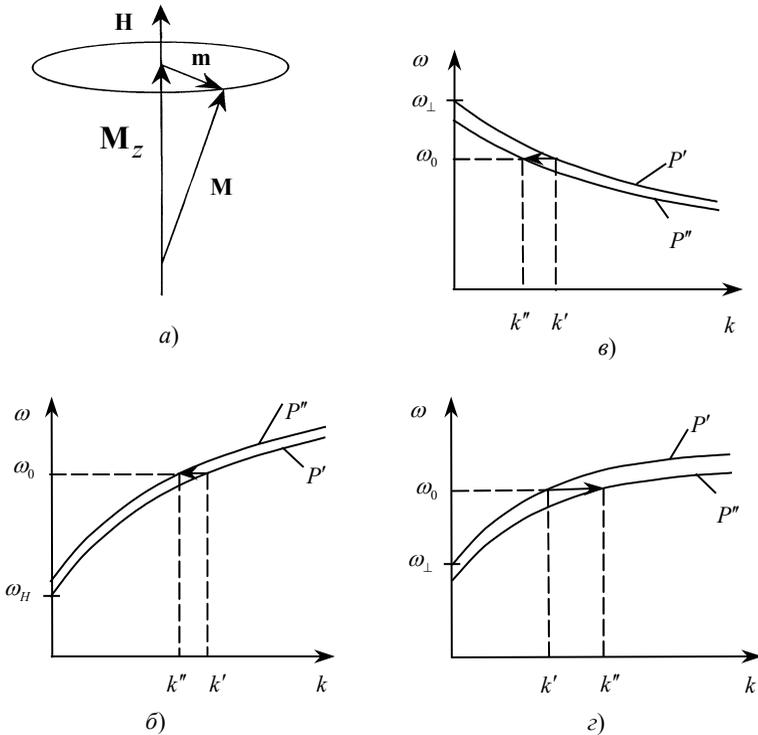


Рис. 5.3. Модель прецессии и нелинейный сдвиг спектра спиновых волн

Дисперсионные уравнения для обратной объемной и поверхностной спиновых волн низшего типа будут соответственно иметь вид:

$$\omega^2 = \omega_{H_0} (\omega_{H_0} + \omega_M - \omega_M P_{00}), \quad (5.29)$$

$$\omega^2 = \omega_{\perp}^2 + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - \exp(-2kL)), \quad (5.30)$$

где

$$\omega_{\perp} = \omega_{H_0} (\omega_{H_0} + \omega_M). \quad (5.31)$$

Дисперсионные кривые для трех типов спиновых волн при малой и при большой амплитудах прецессии вектора намагниченности показаны на рис. 5.3,б-г, из которых видно, что увеличение $|u|^2$ приводит к смещению дисперсионных кривых. При этом на фиксированной частоте волновое число k изменяется. В частности, у прямой объемной и у обратной объемной волн k уменьшается, а у поверхностной – увеличивается. Этот эффект положен в основу принципа действия спин-волновых устройств, использующих нелинейный сдвиг фазы интенсивных спиновых волн (подробнее см. гл. 7).

6. Линейные спин-волновые устройства

6.1. Фильтры на распространяющихся спиновых волнах

Фильтрация является одной из главных функций обработки сигнала. Конструкции фильтров на распространяющихся спиновых волнах чаще всего используют многоэлементные антенны (в частном случае – периодические), а также периодические волноведущие пленочные структуры. Остановимся на спин-волновых фильтрах, выполняемых с использованием многоэлементных входных и выходных микрополосковых антенн. Типичная конструкция спин-волнового фильтра с синфазными антеннами (типа «решетка») показана на рис. 6.1. Также существуют фильтры с противофазными антеннами (типа «меандр»). Опишем принцип действия таких фильтров.

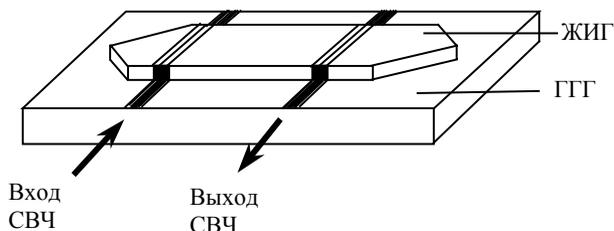


Рис. 6.1. Спин-волновой фильтр с многоэлементными антеннами

Выведем выражение для частотной характеристики передачи сигнала спин-волновым фильтром на многоэлементных микрополосковых антеннах. Рассмотрим вначале фильтр, входная антенна которого содержит N одинаковых синфазных элементов (антенна типа «решетка»), а выходная антенна является одноэлементной. Частотную характеристику такого фильтра можно определить, рассматривая прохождение гармонических спиновых волн $e^{-i(kx-\omega t)}$ от каждого элемента входной антенны до выходной. Если сигнал, поданный на входную антенну поступает сигнал в виде $U_{in}(t) = Ue^{i\omega t}$, то выходной сигнал можно найти

как сумму спиновых волн, каждая из которых имеет одну и ту же частоту ω , но разные набег фаз kd_n , т.е.

$$U_{\text{out}}(t) = U \sum_{n=1}^N e^{-i(kd_n - \omega t)} = U e^{i\omega t} \sum_{n=1}^N e^{-ikd_n}. \quad (6.1)$$

Здесь через d_n обозначены расстояния от каждого из элементов входной антенны до выходной. Определяя частотную характеристику фильтра как отношение выходного и входного сигналов $\dot{H} = U_{\text{out}} / U_{\text{in}}$, на основании (6.1) получаем

$$\dot{H} = \sum_{n=1}^N e^{-ikd_n}. \quad (6.2)$$

Физически это соотношение можно трактовать как результат интерференции N спиновых волн, возбужденных входной антенной и принятых выходной антенной.

Если элементы входной антенны различаются, то они возбуждают спиновые волны разных амплитуд (обозначим их через \dot{a}), которые должны быть введены в соотношении (6.2). В результате получаем

$$\dot{H} = \sum_{n=1}^N \dot{a}_n e^{-ikd_n}. \quad (6.3)$$

Подчеркнем, что амплитуды возбуждения \dot{a}_n могут быть комплексными величинами, т.е. учитывать разность фаз СВЧ сигналов в элементах антенны. Например, если на соседние элементы возбуждающей антенны подается напряжение в противофазе, то разность фаз амплитуд \dot{a}_n и \dot{a}_{n-1} будет равна π .

Регулируя фазы амплитуд возбуждения, можно также формировать частотную характеристику спин-волнового фильтра путем выбора топологии антенн. В том случае, когда в расчетах принимается во внимание затухание спиновых волн, волновое число k становится комплексным и равным $k \approx k' - ik''$ (см. §4.5).

Рассмотрим процесс формирования АЧХ на простейшем примере фильтра, когда входная антенна содержит всего два элемента, а выходная – 1. Будем считать, что расстояние между антеннами равно d_0 , а между элементами входной антенны – s . На основании (6.2) частотная характеристика такого фильтра находится как

$$\dot{H} = e^{-ik(d_0+s)} + e^{-ikd_0}. \quad (6.4)$$

Амплитудно-частотная характеристика определяется частотной зависимостью модуля выражения (6.4):

$$|\dot{H}(\omega)| = 2 \cos(ks/2). \quad (6.5)$$

Если учесть потери при распространении спиновых волн между входной и выходной антеннами на пути d_0 и для упрощения пренебречь потерями на пути s , то

$$|\dot{H}(\omega)| = 2e^{-k'd_0} \cos(k's/2). \quad (6.6)$$

На рис. 6.2 представлена частотная зависимость $|\dot{H}(\omega)|$, совмещенная с дисперсионной характеристикой $\omega(k)$. Для построения АЧХ выбраны спиновые волны с положительной дисперсией. Физически пульсации $|\dot{H}(\omega)|$ можно объяснить интерференцией двух спиновых волн, приходящих от каждого из элементов входной антенны на выходную. При изменении частоты разность фаз между этими волнами меняется, они при этом интерферируют то в фазе ($k = n\pi/s$, $n = 0, 2, 4, \dots$), то в противофазе ($k = n\pi/s$, $n = 1, 3, 5, \dots$). Из-за нелинейности дисперсионной характеристики $\omega(k)$ ширина полос пропускания уменьшается с ростом частоты.

Говоря техническим языком, характеристика $|\dot{H}(\omega)|$ на рис. 6.2 представляет из себя набор полос пропускания и заграждения. Как ясно из рисунка, ширина этих полос определяется крутизной дисперсионной характеристики $\omega(k)$ и расстоянием s . Подбирая толщину пленки L , т.е. подбирая крутизну дисперсионной характеристики и расстояние между элементами антенны, можно регулировать ширину полос пропускания в широких пределах (в сотни раз).

Для получения однополосного полосно-пропускающего фильтра необходимо подавить лишние полосы пропускания. Это можно сделать, учитывая больше элементов в антеннах фильтра и подбирая расстояние между ними.

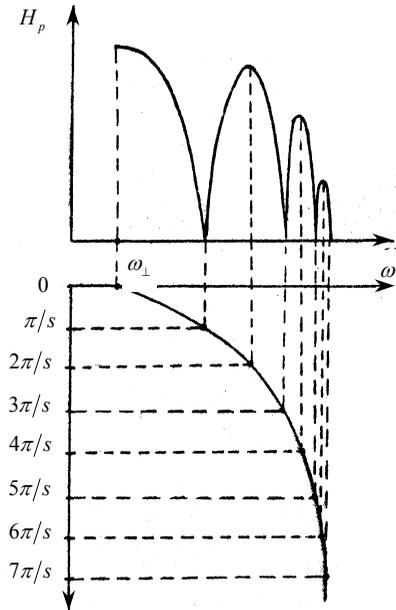


Рис. 6.2. АЧХ фильтр с многоэлементными антеннами

Обобщим теперь формулу (6.3) на случай, когда обе антенны (входная и выходная) являются многоэлементными. Пусть число элементов входной антенны по-прежнему N , а выходной – J . Расстояние между крайними внутренними элементами входной и выходной антенн обозначим через d_0 , а расстояния между элементами входной и выходной антенны – через s_n и q_j соответственно, причем будем отсчитывать расстояния s_n и q_j от внутренних (наиболее близко расположенных) элементов каждой из многоэлементных антенн. Подобно тому, как в соотношении (6.3) были введены коэффициенты \dot{a}_n , учитывающие эффективность возбуждения спиновых волн, для приемной антенны введем коэффициенты \dot{b}_j , учитывающие эффективность приема спиновых волн. Опираясь на принцип суперпозиции, как и при выводе (5.11), в итоге получаем

$$|\dot{H}(\omega)| = \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N \dot{a}_n \dot{b}_j e^{-ik(s_n + d_0 + q_j)}. \quad (6.7)$$

Очевидно, что последнюю формулу можно также переписать в виде

$$|\dot{H}(\omega)| = e^{-ikd_0} \left[\sum_{n=1}^N \dot{a}_n e^{-iks_n} \right] \left[\sum_{m=1}^M \dot{b}_m e^{-ikq_m} \right]. \quad (6.8)$$

Выражения, стоящие в квадратных скобках, физически можно трактовать как частотные характеристики передачи входной и выходной антенн. Первый же экспоненциальный множитель, входящий в (6.8), можно назвать характеристикой передачи ферромагнитной пленки \dot{H}_{FF} . Таким образом, в соответствии с (4.33) результирующую частотную характеристику комплексного коэффициента передачи спин-волнового фильтра можно представить как произведение трех коэффициентов передачи:

$$\dot{H}(\omega) = \dot{H}_{\text{in}} \dot{H}_{\text{FF}} \dot{H}_{\text{out}}. \quad (6.9)$$

Соотношения (6.8) и (6.9) подсказывают способ синтеза фильтров с желаемыми амплитудно-частотными и фазо-частотными характеристиками путем подбора топологии каждой из антенн.

Расчеты с использованием (6.8) показывают, что на основе пленок ЖИГ (в интервале толщин $L = 1 \dots 100$ мкм) можно изготавливать как узкополосные (с полосой в несколько мегагерц), так и широкополосные (с полосой в десятки и сотни мегагерц) фильтры. Такие расчеты подтверждаются экспериментами [9, 44]. Таким образом, на основе распространяющихся спиновых волн могут быть изготовлены СВЧ фильтры, отвечающие разнообразным техническим требованиям современных радиоэлектронных систем.

ниц миллиметров до единиц микрометров, то размеры резонаторов также могут находиться в указанных пределах.

Спектр резонансных частот прямоугольного резонатора определяются с помощью закона дисперсии спиновых волн. Для этого в выражения для закона дисперсии подставляют дискретные значения волновых чисел, для которых выполняются резонансные условия, и рассчитывают значения резонансных частот.

Рассмотрим пример определения резонансных частот касательно намагниченного прямоугольного резонатора, имеющего размеры в плоскости $a = 1$ мм и $b = 1$ мм, изготовленного на основе пленки ЖИГ толщиной $L = 7,5$ мкм и намагниченностью насыщения 1800 Гс. Предположим, что резонатор намагничены вдоль стороны a в направлении оси z , а сторона b расположена вдоль оси y . Тогда условия квантования мод, соответствующих собственным колебаниям намагниченности резонатора, будут описываться следующим образом:

$$k_y = k_{ym} = \frac{\pi m}{b}, \quad (6.10)$$

$$k_z = k_{zl} = \frac{\pi l}{a}. \quad (6.11)$$

Иными словами, формулы (6.10) и (6.11) определяют волновые числа, при которых наблюдается резонанс. Полагая, что пленка имеет свободные поверхностные спины и в ней наиболее эффективно возбуждается только мода низшего типа ($n = 0$), резонансные частоты можно рассчитать по формуле

$$\omega^2 = \left[\omega_H + \omega_M \frac{1 - \exp(-kL)}{kL} \right] \times \left[\omega_H + \omega_M \frac{k_y^2}{k^2} \left(1 - \frac{1 - \exp(-kL)}{kL} \right) \right], \quad (6.12)$$

где k – волновое число спиновой волны в плоскости резонатора, которое определяется как $k^2 = k_y^2 + k_z^2$, причем k_y и k_z – проекции волнового вектора \mathbf{k} на координатные оси.

На вставке рис. 6.4 показан типичный спектр поглощения описанного резонатора, экспериментально измеренный для магнитного поля $H = 1000$ Э. Резонатор был сконструирован в соответствии со схемой на рис. 6.3,в. При измерениях пленка была поднята над антенной на 160 мкм для уменьшения связи резонатора с антенной. Теоретические значения частот f_{th} , рассчитанные по формулам (6.10)–(6.12), а также экспериментально измеренные значения частот f_{exp} приведены в табл. 6.1. Результаты расчета хорошо описывали экспериментальные данные, когда вели-

чина магнитного поля была взята равной 1035,9 Э. Такое расхождение между расчетной и экспериментальными величинами полей подмагничивания типично для пленок ЖИГ. Оно обычно возникает из-за наличия в них слабого поля анизотропии. Таким образом, описанный подход позволяет с высокой степенью точности описать спектр резонансных частот пленочных ферромагнитных резонаторов.

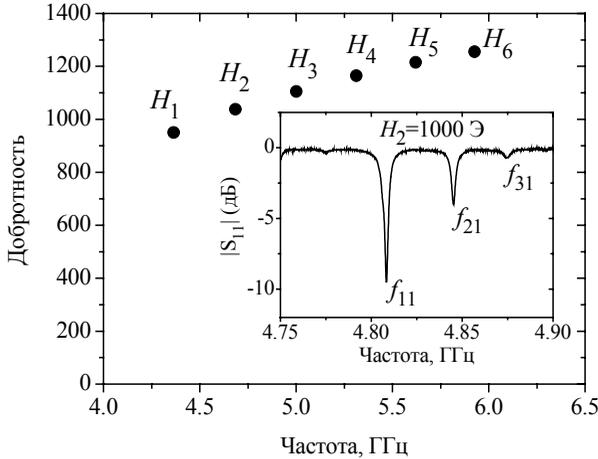


Рис. 6.4. Нагруженная добротность для нижней моды f_{11} пленочного ферромагнитного резонатора, измеренная при различных значениях магнитных полей H : $H_1 = 900$ Э, $H_2 = 1000$ Э, $H_3 = 1100$ Э, $H_4 = 1200$ Э, $H_5 = 1300$ Э, $H_6 = 1400$ Э

Таблица 6.1. Теоретические и экспериментальные значения частот пленочного ферромагнитного резонатора

f_{mi}	f_{11} , ГГц	f_{21} , ГГц	f_{31} , ГГц
f_{exp}	4,8081	4,8447	4,8746
f_{th}	4,8080	4,8444	4,8763

Одной из важнейших характеристик пленочных резонаторов, определяющих полосу пропускания или заграждения фильтров, является их добротность. Различают собственную Q_0 и нагруженную Q добротности резонаторов. Для резонаторов, показанных на рис. 6.3, эти добротности связаны между собой соотношением

$$Q = Q_0 / (1 + k_c), \quad (6.13)$$

где k_c – коэффициент связи резонатора с микрополосковой антенной спиновых волн.

Остановимся на методе экспериментального определения нагруженной добротности резонатора. Для конструкции отражательного резонатора, показанной на рис 6.3,в, нагруженную добротность можно оценить по характеристике отражения $S_{11}(f) = 20 \log(|\dot{\Gamma}(f)|)$, где $|\dot{\Gamma}(f)|$ – частотная зависимость модуля коэффициента отражения СВЧ сигнала от входа резонатора. Заметим, что зависимость $S_{11}(f)$ часто называют характеристикой обратных потерь прибора. По экспериментальным данным нагруженная добротность рассчитывается по обычной формуле

$$Q = f_0 / \Delta f, \quad (6.14)$$

где f_0 – резонансная частота, а Δf – ширина резонансной кривой, измеренная по уровню половинной мощности S_{11}^* . Этот уровень определяется выражением

$$S_{11}^* = 10 \log \left(\frac{10^{S_{11b}/10} + 10^{S_{11f_0}/10}}{2} \right), \quad (6.15)$$

где S_{11b} – уровень обратных потерь вне резонанса, а S_{11f_0} – значение S_{11} на резонансной частоте f_0 .

Для конструкции проходного резонатора, изображенного на рис. 6.3, а, нагруженную добротность определяют по характеристике S_{21} . Для расчета добротности также используют формулу (6.14), только ширину резонансной кривой определяют по уровню половинной мощности

$$S_{21}^* = S_{21f_0} - 3, \quad (6.16)$$

где S_{21f_0} – это значение S_{21} на резонансной частоте f_0 .

Рассчитанные по формулам (6.14) и (6.15) значения добротностей экспериментальной конструкции отражательного резонатора на пленке ЖИГ показаны на рис. 6.4. Результаты измерений показывают, что резонаторы на пленках ЖИГ имеют сравнительно высокую нагруженную добротность (более 1000), достаточную для создания планарных СВЧ фильтров.

Отметим также, что одним из основных достоинств пленочных ферромагнитных резонаторов является широкий диапазон перестройки резонансной частоты за счет изменения поля подмагничивания при сохранении высокой добротности. Более подробное описание экспериментальных конструкций пленочных ферромагнитных резонаторов и их рабочих характеристик можно найти в [45].

6.3. Линии задержки

Типичная спин-волновая линия задержки, изготовленная на основе свободной (не экранированной) ферромагнитной пленки, имеет топологию, показанную на рис. 6.5. Она состоит из ферромагнитной пленки 1, выращенной на диэлектрической подложке 2, и входной и выходной антенн 3 с подводящими микрополосковыми линиями 4. Антенны с подводящими линиями обычно наносят на диэлектрическую подложку 5, металлизированную с обратной стороны 6.

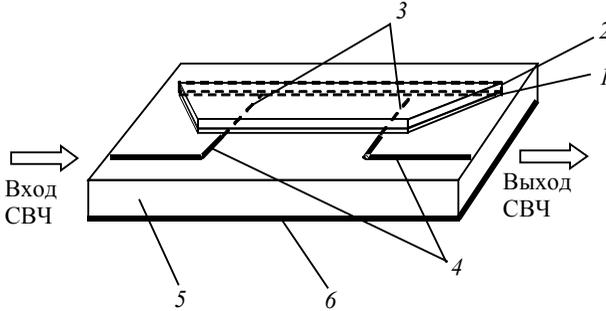


Рис. 6.5. Типичная конструкция спин-волновой линии задержки на основе свободной ферромагнитной пленки

Главными рабочими характеристиками линии задержки являются зависимость времени задержки от частоты $\tau(\omega)$ и вносимое затухание. Время задержки $\tau(\omega)$ определяют по формуле (4.43) с помощью фазо-частотной характеристики или по формуле

$$\tau(\omega) = d / V_g(\omega) \quad (6.17)$$

на основе частотной зависимости групповой скорости спиновых волн $V_g(\omega)$. Последняя формула удобна как для количественного расчета, так и для качественного понимания зависимости $\tau(\omega)$, а также влияния на нее параметров конструкции линии задержки. Так, известно, что спиновые волны, распространяющиеся в более толстых пленках, обладают большей групповой скоростью, чем волны, распространяющиеся в сравнительно тонких пленках. Поэтому при заданном расстоянии между антеннами линии задержки на более толстых пленках будут задерживать СВЧ сигнал на меньшую величину.

Для заданной толщины пленки групповая скорость спиновых волн может как возрастать, так и уменьшаться с увеличением рабочей частоты. Это зависит от направления поля подмагничивания и, соответственно, от типа рабочих спиновых волн. Типичные значения групповых ско-

ростей спиновых волн в пленках ЖИГ толщиной от десятых долей до сотен микрометров составляют $10^6 \dots 10^9$ мм/с. Таким образом, при расстояниях между входной и выходной антеннами в единицы миллиметров путем подбора толщины пленки нетрудно получать времена задержки от единиц наносекунд до единиц микросекунд.

Путем увеличения расстояния между антеннами легко увеличивать время задержки (теоретически – до любых значений). Однако на практике максимальное время задержки спин-волнового прибора ограничивается приемлемым затуханием, вносимого в СВЧ тракт. Для монокристаллических пленок ЖИГ типичное затухание составляет 15...20 дБ/мкс. Таким образом, если принять за допустимое значение вносимого затухания 30...60 дБ, то максимальное время задержки составит 2...4 мкс. Заметим, что для получения такого же времени задержки с помощью обычных электромагнитных волн потребовались бы сотни метров коаксиального кабеля.

По виду зависимости $\tau(\omega)$ различают дисперсионные и бездисперсионные линии задержки. Если время задержки СВЧ сигнала зависит от частоты, то такую задержку называют дисперсионной; в противном случае говорят о бездисперсионной задержке. На практике требуются как бездисперсионные, так и дисперсионные линии задержки. Обычно задействуют дисперсионные линии задержки с линейно возрастающими и линейно убывающими характеристиками $\tau(\omega)$, с помощью которых можно, например, выполнить сжатие частотно-модулированных СВЧ импульсов.

Как видно из рис. 6.6, естественная дисперсия спиновых волн в общем случае приводит к нелинейной зависимости времени задержки от частоты. Меняя рабочую длину волны, можно переходить из области слабой дисперсии в область сильной. Заметим, что ход кривых $\tau(\omega)$ определяется толщиной пленки. В толстой пленке зависимость $\tau(\omega)$ в длинноволновой области спектра (т.е. при сравнительно малых k) является достаточно слабой.

Анализ влияния толщины пленки на частотную зависимость $\tau(\omega)$ показывает, что толстые пленки целесообразно использовать для изготовления бездисперсионных или слабодисперсионных линий задержки. Для дисперсионных же линий задержки целесообразно использовать более тонкие пленки.

Для управления естественной дисперсией спиновых волн часто вблизи поверхностей ферромагнитной пленки располагают металлические экраны, которые влияют на ход кривых $\tau(\omega)$, если расстояние от экрана до поверхности пленки меньше или сравнимо с длиной бегущей спиновой волны $\lambda = 2\pi/k$. Используя один или два металлических экрана, удается в некоторой полосе частот (обычно в 5...10% центральной

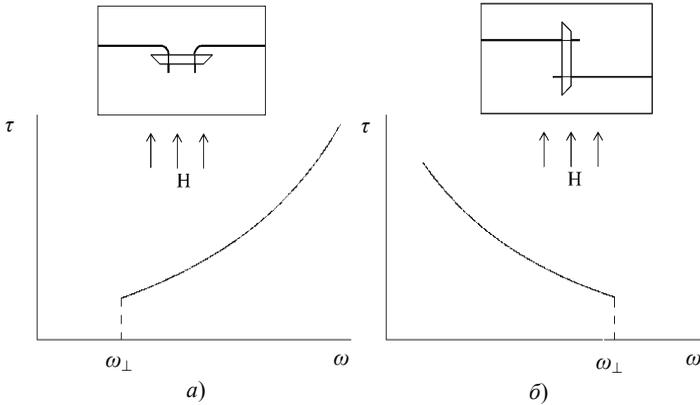


Рис. 6.6. Линии задержки на поверхностных спиновых (а) и на обратных объемных спиновых волнах (б) и соответствующие им качественные зависимости $\tau(\omega)$

частоты) обеспечить как постоянную задержку $\tau = \text{const}(\omega)$, так и линейную зависимость времени задержки от частоты. Так, на рис. 6.7 приведена рассчитанная по формуле (3.34) характеристика времени задержки от частоты для линии задержки, изготовленной на основе перпендикулярно намагниченной пленки ЖИГ толщиной 7,15 мкм с двумя металлическими экранами, расположенными по обе стороны пленки. Расстояние от пленки до экранов составляет 110 мкм и 500 мкм. Расстояние между антеннами спиновых волн равно 10 мм. На рис. 6.8 показана характеристика для линии задержки на нормально намагниченной пленке с линейной зависимостью времени задержки от частоты. В ее конструкции использован один экран, расположенный на расстоянии 500 мкм от пленки ЖИГ. Более подробное описание разработанных конструкций линий задержки обоих типов можно найти в [46–52].

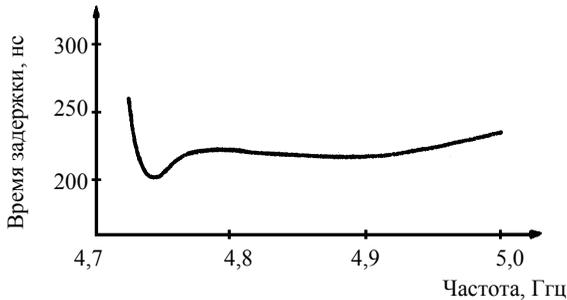


Рис. 6.7. Зависимость времени задержки от частоты для бездисперсионной линии задержки

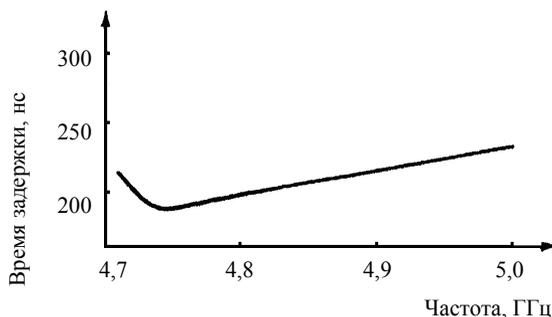


Рис. 6.8. Зависимость времени задержки от частоты для дисперсионной задержки

Описанные дисперсионные и бездисперсионные линии задержки могут легко перестраиваться по частоте за счет изменения напряженности подмагничивания, однако при этом время задержки изменяется слабо. Это легко понять, если обратить внимание на то, что групповая скорость спиновых волн в пленках при заданном волновом числе слабо зависит от частоты, а в перпендикулярно намагниченных пленках при $k = 0$ вообще не зависит.

Для радиоэлектронных систем представляют интерес сравнительно широкополосные ЛЗ, время задержки в которых могло бы управляться в некоторых пределах. Такая возможность появляется при составлении конструкции из двух последовательно соединенных перестраиваемых ЛЗ. Например, линии задержки на поверхностных спиновых волнах с положительной дисперсией и на обратных объемных волнах с отрицательной дисперсией. Подобные линии задержки имеют зависимости времени задержки от частоты $\tau_1(\omega)$ и $\tau_2(\omega)$ с наклонами разных знаков, как показано на рис. 6.6. При последовательном соединении таких ЛЗ возможна компенсация дисперсии и получение широкополосного бездисперсионного участка характеристики $\tau_{\Sigma} = \tau_1(\omega) + \tau_2(\omega)$.

На рис. 6.9 показаны характеристики времени задержки от частоты для случая, когда одна линия выполнена на основе пленки ЖИГ толщиной 10 мкм с расстоянием между антеннами в 3 мм, а другая — на основе пленки ЖИГ толщиной 20 мкм с расстоянием между антеннами в 5,4 мм. Из рис. 6.9 видно, что для полей подмагничивания линий задержки, равных, соответственно, 670 и 730 Э, суммарное время задержки составляет около 100 нс (рис. 6.9,а). При изменении этих полей до значений 565 и 960 Э суммарное время задержки увеличивается в 2 раза (рис. 6.9,б).

Теоретические расчеты для составных бездисперсионных линии задержки показывают возможность получения полос бездисперсионно-

сти около 200 МГц на центральных частотах, лежащих в десятисантиметровом диапазоне. При этом суммарное время задержки изменяется не менее чем в 2 раза при сохранении относительной неравномерности времени задержки в рабочей полосе не менее $\pm 5\%$.

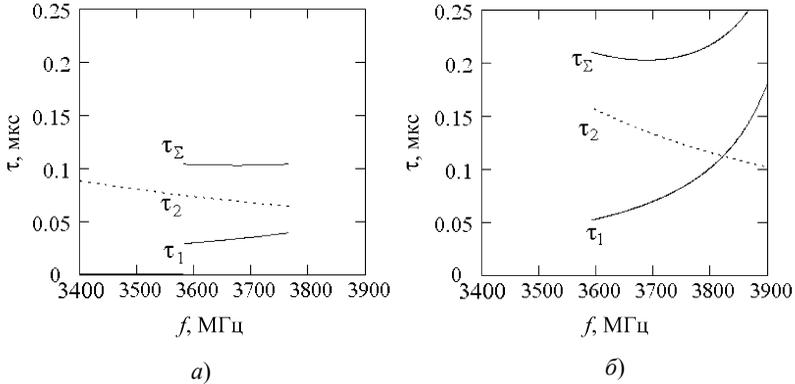


Рис. 6.9. Теоретически рассчитанные зависимости времени задержки от частоты для составной линии задержки

Рассмотрим одну из экспериментальных реализаций перестраиваемых линий задержки. Структурная схема опытного образца составной бездисперсионной линии задержки приведена на рис. 6.10. В линиях задержки на обратной объемной и поверхностной спиновых волнах были использованы эпитаксиальные пленки железо-иттриевого граната толщиной 49,5 и 46 мкм. Спиновые волны возбуждались микрополосковыми антеннами длиной 2 мм и шириной 50 мкм. Расстояние между антеннами в линии на обратных объемных волнах составляло 3,5 мм, а в линии на поверхностных волнах – 3,8 мм. Такая геометрия позволила получить равенство наклонов характеристик задержки. Магнитное поле смещения создавалось постоянными магнитами. Последовательно соединенные катушки индуктивности, каждая из которых была расположена в пространстве между магнитом и пленкой, изменяли это поле при пропускании через них постоянного тока.

На рис. 6.11 показаны экспериментальные зависимости времени задержки от частоты для изготовленного устройства. Как видно из графиков, частотная полоса бездисперсионности устройства составила около 300 МГц при регулировке времени задержки от 40 до 70 нс, что соответствует ее изменению на $\pm 30\%$ среднего значения 55 нс. Относительная неравномерность задержки была не более $\pm 5\%$. Примеры практических реализаций электрически перестраиваемых бездисперсионных линий задержки можно найти в работах [53–57].

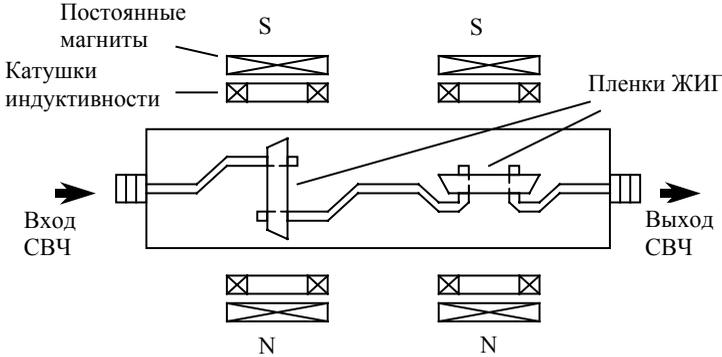


Рис. 6.10. Схематическая конструкция составной линии задержки

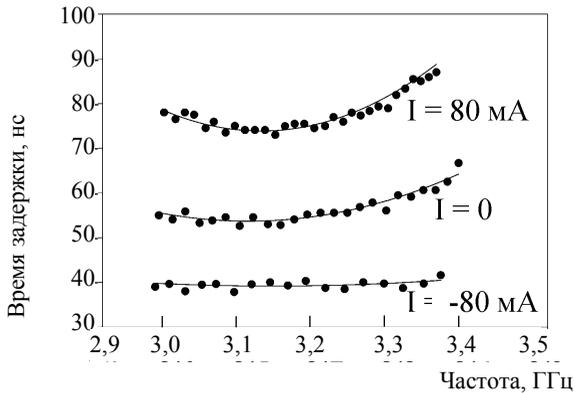


Рис. 6.11. Экспериментальные зависимости времени задержки от частоты

Рассмотренное устройство может служить не только линией задержки, и управляемым фазовращателем. Плавное изменение фазы сигнала может достигать десятков π . Применение подобных бездисперсионных электрически управляемых фазовращателей перспективно в фазированных антенных решетках.

6.4. Фазовращатели

Поворот фазы монохроматического сигнала легко представить себе, рассматривая распространение гармонической волны с частотой ω и волновым числом $k = 2\pi/\lambda$. Волна неизменной частоты, пройдя путь d , изменила фаза сигнала на $\Delta\varphi = kd = \pi [d/(\lambda/2)]$. Иными словами, набег

фазы сигнала (измеренный в единицах π) равен числу полувольт, укладывающихся на пути длиной d . Если можно плавно изменить длину волны λ при сохранении ее частоты, то можно и плавно изменить набег фазы сигнала. Такую возможность обеспечивают спин-волновые фазовращатели, позволяющие на заданной частоте изменять длину спиновой волны путем изменения магнитного поля.

Конструкции спин-волновых фазовращателей аналогичны конструкциям линий задержки. Основной рабочей характеристикой фазовращателя является зависимость вносимого поворота фазы $\Delta\varphi$ от частоты, а также характеристика электрической перестройки $\Delta\varphi = f(H_i)$. Обе характеристики определяются законом дисперсии рабочих спиновых волн. Действительно, зависимость $\Delta\varphi(\omega)$ определяется как произведение kd , где $k = f(\omega)$ – закон дисперсии СВ. Иллюстрацией частотных зависимостей фазы сигнала могут служить дисперсионные графики рис. 2.4–2.6. Так, если полагать, что оси волновых чисел k нормированы на $d = 1$ см, то числа на этих осях будут показывать набег фазы, измеренный в радианах.

Если отвлечься от технических требований к рабочим характеристикам конкретных спин-волновых приборов, то можно сказать, что с физической точки зрения вращение фазы и задержка сигнала есть один и тот же волновой процесс. При этом время задержки сигнала связано с набегом фазы по формуле (4.43). Из нее следует, что бездисперсионная линия задержки должна иметь линейную зависимость $\varphi(k)$. Или наоборот, фазовращатель, имеющий линейную фазо-частотную характеристику $\varphi(k)$ в некотором интервале частот, является бездисперсионной линией задержки (в том же интервале частот).

7. Нелинейные спин-волновые устройства

7.1. Нелинейные фазовращатели

Как известно, линейными называются устройства, рабочие характеристики которых не зависят от уровня СВЧ сигнала (см., например, §6.4). При повышенных уровнях мощности комплексный коэффициент передачи фазовращателей становится функцией мощности, поэтому фазовращатели, работающие в таком режиме, называют нелинейными. Как линейные, так и нелинейные фазовращатели могут иметь одинаковые конструкции.

Рассмотрим теоретическую модель нелинейного пленочного спин-волнового фазовращателя, конструкция которого показана на рис. 6.5. Передаточная функция по мощности такого устройства может быть определена в соответствии с формулой (4.33). В (4.33) коэффициент передачи ферромагнитной пленки H_{FF} рассчитывается с помощью формул (5.13)–(5.15). Коэффициент связи между мощностью спиновой волны P^+ и квадратом ее нормированной амплитуды $|u|^2$ находится на основе теории возбуждения СВ, изложенной в гл. 4. При известной передаточной функции мощности устройства коэффициент передачи его напряжения может быть записан в виде

$$\dot{H}(\omega, P_{\text{in}}) = \sqrt{H_p(\omega, P_{\text{in}})} \exp[i\varphi(\omega, P_{\text{in}})], \quad (7.1)$$

где $\varphi(\omega, P_{\text{in}})$ – фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами, т.е. фазочастотная характеристика прибора. Очевидно, что

$$\varphi(\omega, P_{\text{in}}) = \varphi_{\text{in}}(\omega) + \varphi_{\text{FF}}(\omega, P_{\text{in}}) - \varphi_{\text{out}}(\omega), \quad (7.2)$$

где φ_{in} и φ_{out} – фазовые сдвиги, вносимые входной и выходной антеннами, а φ_{FF} – набег фазы спиновой волны, который рассчитывается по формулам (5.21) и (5.22). Заметим, что в общем случае φ_{FF} зависит от уровня сигнала.

На рис. 7.1 и 7.2 приведены теоретические и экспериментальные характеристики нелинейного фазовращателя на поверхностных спиновых волнах. Фазовращатель имел конструкцию, показанную на рис. 6.5. Входная и выходная антенны представляет собой отрезки микрополосковых линии длиной 2 мм и шириной 50 мкм. Использованная пленка

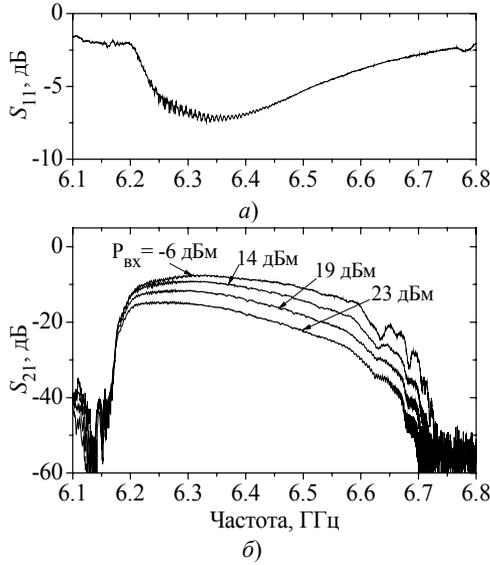


Рис. 7.1. Коэффициент отражения S_{11} (а) и вносимые потери S_{21} (б) нелинейного фазовращателя, измеренные для различных уровней входной мощности

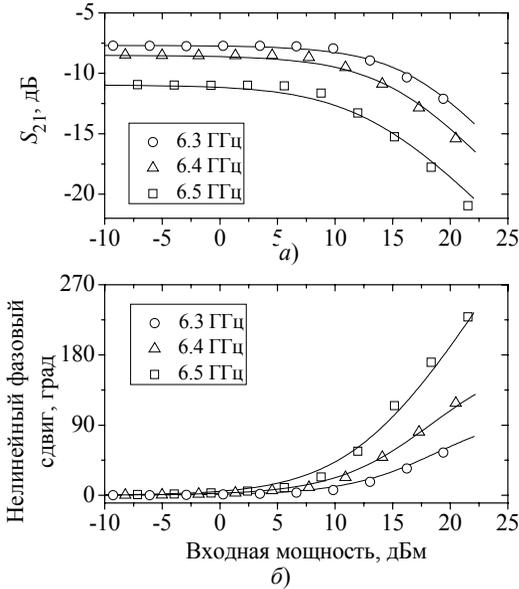


Рис. 7.2. Зависимости вносимых потерь (а) и нелинейного сдвига фазы СВЧ сигнала (б) от его мощности. Значками показаны экспериментальные значения, а линиями изображены результаты численного расчета

ЖИГ толщиной 13,5 мкм, намагниченностью насыщения 1950 Гс и полушириной кривой ферромагнитного резонанса около 0,5 Э на частоте около 5 ГГц была намагничена полем напряженностью 1431 Э. Магнитное поле было направлено параллельно плоскости пленки и перпендикулярно направлению распространения спиновой волны. Из графиков видно, что теоретические и экспериментальные результаты находятся в хорошем соответствии.

7.2. Нелинейные интерферометры

Как известно, интерферометрами называются устройства, в основе работы которых лежит явление интерференции волн. В СВЧ технике можно создать интерферометры с применением спиновых волн. По принципу действия различают линейные и нелинейные интерферометры. Настоящий подраздел посвящен описанию нелинейных интерферометров.

Основные отличия нелинейного интерферометра от линейного заключаются в следующем. В плечах линейного интерферометра содержатся линейные элементы, характеристики которых не зависят от мощности проходящего через них сигнала. Они изменяют фазу сигнала при приложении к ним внешнего управляющего воздействия, например электрического напряжения. В плечах нелинейного СВЧ интерферометра содержатся нелинейные спин-волновые фазовращатели, фаза сигнала на выходе которых зависит от мощности проходящего через них сигнала.

В общем случае схема нелинейного спин-волнового интерферометра аналогично показанной на рис. 7.3,а. Он состоит из делителя СВЧ мощности (в общем случае с произвольным коэффициентом деления), четырех переменных аттенуаторов А11, А12, А21 и А22, двух нелинейных фазовращателей НФВ1 и НФВ2 и сумматора СВЧ мощности (с коэффициентом деления 0,5). Сверхвысокочастотный сигнал мощности P_{in} на входе интерферометра делится в определенной пропорции на два сигнала, которые проходят через разные плечи нелинейного интерферометра, приобретают разные фазовые набег, а затем на выходе складываются и интерферируют. Приобретаемые в каждом из нелинейных фазовращателей фазовые набег изменяются при увеличении мощности входного сигнала, а вместе с ними изменяется и разность фаз интерферирующих сигналов, которая определяет уровень выходного сигнала нелинейного интерферометра.

При увеличении амплитуды прямых объемных и обратных объемных спиновых волн их фазовый набег уменьшается, а при увеличении амплитуды поверхностных спиновых волн – увеличивается (см. рис. 5.3). В связи с этим для увеличения чувствительности нелинейного интерферометра к значению входного сигнала целесообразно в разных

плечах интерферометра использовать нелинейные фазовращатели, у которых зависимости изменения фазового набега от амплитуды имеют разные знаки. Такая ситуация реализуется в двух случаях:

- если в одном плече используется фазовращатель на прямых объемных СВ, а в другом – фазовращатель на поверхностных СВ;
- если в одном плече используется фазовращатель на обратных объемных СВ, а в другом – фазовращатель на поверхностных СВ.

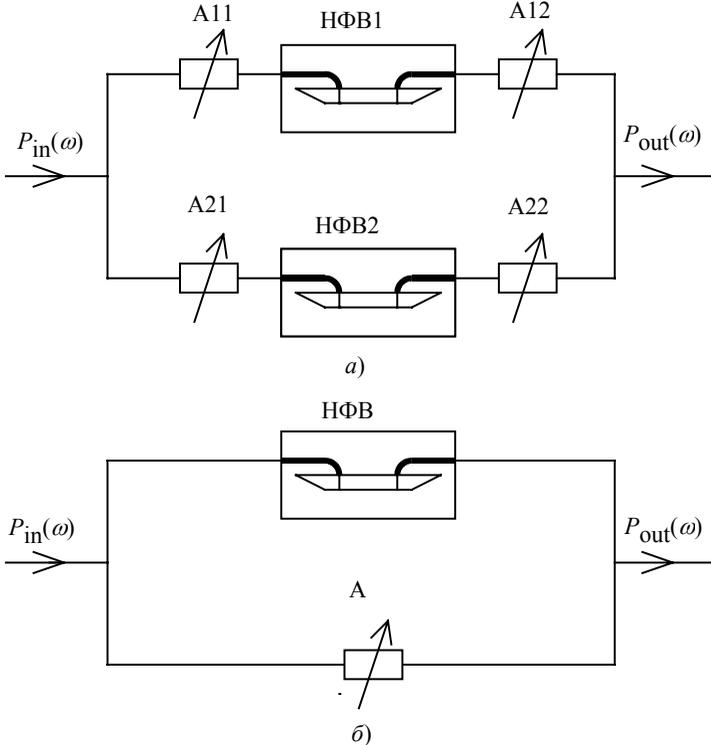


Рис. 7.3. Блок-схемы нелинейных интерферометров с двумя фазовращателями (а) и с одним фазовращателем (б)

Переменные аттенюаторы служат для изменения амплитуд сигналов, складывающихся на выходе нелинейного интерферометра. Так, в дальнейшем будет показано, что практически интересной является ситуация, когда складывающиеся сигналы имеют одинаковые амплитуды. Тогда при синфазном сложении сигналов их амплитуда будет максимальной, а при противофазном сложении они будут подавляться до нуля. Данную ситуацию можно реализовать путем правильного подбора величин ослабления в переменных аттенюаторах.

Если нелинейный спин-волновой фазовращатель использовать только в одном плече интерферометра, а в другом – один переменный аттенюатор, то получим интерферометр упрощенного вида, схема которого показана на рис. 7.3,б.

Комплексный коэффициент передачи нелинейного интерферометра рассчитывается по формуле

$$\dot{H}(\omega, P_{in}) = \sqrt{H_p(\omega, P_{in})} \cdot \exp[i\varphi(\omega, P_{in})], \quad (7.3)$$

где $H_p(\omega, P_{in})$ – передаточная функция устройства по мощности, равная $\varphi(\omega, P_{in})$ – фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами;

$$H_p(\omega, P_{in}) = \frac{1}{4} [H_1(\omega, P_{in1}) 10^{(A_{11}+A_{12})/10} + H_2(\omega, P_{in2}) 10^{(A_{21}+A_{22})/10} + 2\sqrt{H_1(\omega, P_{in1})H_2(\omega, P_{in2})} 10^{(A_{11}+A_{12}+A_{21}+A_{22})/20}] \cos[\Delta\varphi(\omega, P_{in21})], \quad (7.4)$$

$$\Delta\varphi(\omega, P_{in21}) = \varphi_2(\omega, P_{in2}) - \varphi_1(\omega, P_{in1}), \quad (7.5)$$

$$P_{in1} = 0,5P_{in} \cdot 10^{A_{11}/10}, \quad (7.6)$$

$$P_{in2} = 0,5P_{in} \cdot 10^{A_{21}/10}, \quad (7.7)$$

$$H_1(\omega, P_{in1}) = H_{in1}(\omega) \cdot H_{FF1}(\omega, P_{in1}) \cdot H_{out1}(\omega), \quad (7.8)$$

$$H_2(\omega, P_{in2}) = H_{in2}(\omega) \cdot H_{FF2}(\omega, P_{in2}) \cdot H_{out2}(\omega). \quad (7.9)$$

Подчеркнем, что коэффициент передачи нелинейного интерферометра является функцией как частоты, так и мощности входного сигнала P_{in} . В выражениях (7.4)–(7.9) A_{11} , A_{12} , A_{21} и A_{22} – ослабления сигналов (выраженные в децибелах) в переменных аттенюаторах; H_1 и H_2 – коэффициенты передачи фазовращателей; P_{in} – входная мощность интерферометра; P_{in1} и P_{in2} – входные мощности сигналов на входе фазовращателей НФВ1 и НФВ2, соответственно; $\Delta\varphi$ – разность фаз сигналов, интерферирующих на выходе устройства; φ_1 и φ_2 – полные фазовые набегі СВЧ сигналов, прошедших через первое и второе плечи интерферометра. Разность фаз $\Delta\varphi$ является функцией как P_{in1} , так и P_{in2} (для краткости записи обозначено функция от P_{in21}).

Фазочастотную характеристику нелинейного интерферометра можно рассчитать по формуле

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0, & 0 < \varphi \leq \pi/2 \\ \pi - \varphi_0, & \pi/2 < \varphi \leq \pi \\ \pi + \varphi_0, & \pi < \varphi \leq 3\pi/2 \\ 2\pi - \varphi_0, & 3\pi/2 < \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (7.10)$$

где

$$\varphi_0 = \arctg \frac{\left| \sin(\varphi_1) + \sqrt{\frac{P_{out2}}{P_{out1}}} \sin(\varphi_2) \right|}{\left| \cos(\varphi_1) + \sqrt{\frac{P_{out2}}{P_{out1}}} \cos(\varphi_2) \right|}, \quad (7.11)$$

P_{out1} и P_{out2} – мощности сигналов, интерферирующих на выходе интерферометра.

В качестве примера на рис. 7.4 показаны результаты расчета АЧХ и ФЧХ нелинейного интерферометра с помощью формул (7.4) и (7.10). Из зависимостей видно, что фазочастотная характеристика интерферометра имеет вид, несвойственный линейным СВЧ приборам. Так, ФЧХ интерферометра, в котором интерферируют сигналы одинаковых амплитуд (рис. 7.4,б), имеет скачки на 180° , а ФЧХ интерферометра, в котором реализуется интерференция сигналов разных амплитуд (рис. 7.4,з), оказывается немонотонной. Отметим, что изменяя затухание аттенюатора, вид фазочастотной характеристики можно регулировать

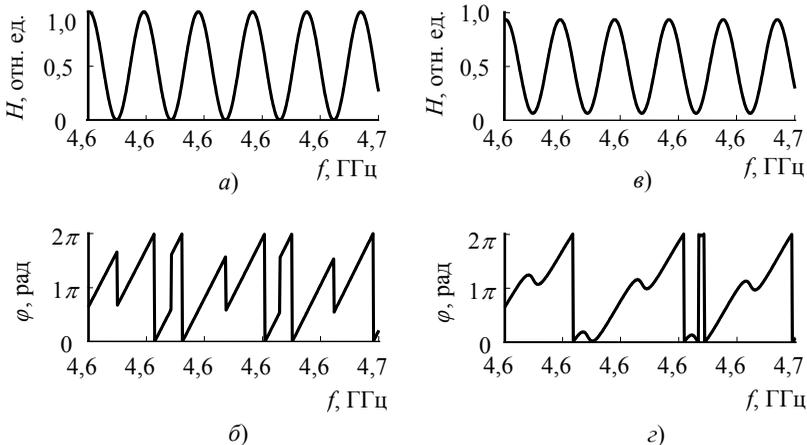


Рис. 7.4. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики нелинейного интерферометра

При выводе выражения (7.4) и (7.10) сумма двух колебаний рассматривалась с помощью метода комплексных амплитуд. Расчет амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик интерферометров по этим выражениям показывает, что амплитудно-частотная характеристика интерферометра имеет вид чередующихся максимумов и минимумов (см. рис. 7.4, *а* и *в*), наблюдаемые на тех частотах, на которых сигналы, прошедшие разные плечи интерферометра, складываются соответственно синфазно или противофазно. При одинаковой мощности складывающихся сигналов, в точках минимума значения АЧХ равны нулю, а ФЧХ претерпевает скачок на 180° .

Моделирование АЧХ и ФЧХ интерферометров по формулам (7.4) и (7.10) также показывает, что при увеличении уровня мощности СВЧ сигнала амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики нелинейного интерферометра в отличие от линейного смещаются по частоте.

Нелинейный спин-волновой интерферометр можно использовать для подавления как непрерывных, так и импульсных СВЧ сигналов. На рис. 7.5 показаны теоретическая и экспериментальная передаточные характеристики устройства, в конструкции которого был использован нелинейный фазовращатель на основе нормально намагниченной пленки ЖИГ. Нелинейный фазовращатель имел следующие конструктивные параметры: расстояние между антеннами спиновых волн 6 мм, толщина пленки ЖИГ 9,64 мкм, намагниченность насыщения 1750 Гс, внешнее магнитное поле 2955 Э. Из рис. 7.5 ясно, что входной СВЧ сигнал мощностью 34 мВт практически полностью подавляется, в то время как сигнал меньшей мощности проходит на выход интерферометра.

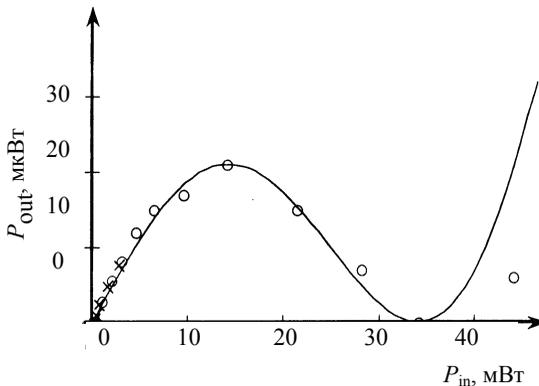


Рис. 7.5. Передаточная характеристика нелинейного интерферометра:
— — расчет, \circ — экспериментальные данные

Подавление импульсных СВЧ сигналов различной амплитуды в нелинейном интерферометре демонстрируют осциллограммы на рис. 7.6.

Эксперименты показали, что в нелинейном интерферометре возможно подавление импульсных СВЧ сигналов, если ширина основного лепестка спектра сигнала меньше, чем разность частот между соседними максимумами амплитудно-частотной характеристики интерферометра. Так, на осциллограммах рис. 7.6 длительность СВЧ импульсов была равна 3 мкс. Следовательно, ширина основного лепестка спектра сигнала была много меньше разности частот между максимумами амплитудно-частотной характеристики нелинейного интерферометра, которая составляла 7 МГц. Поэтому, как показано на рис. 7.6,з, входной импульс такой длительности практически полностью подавлялся.

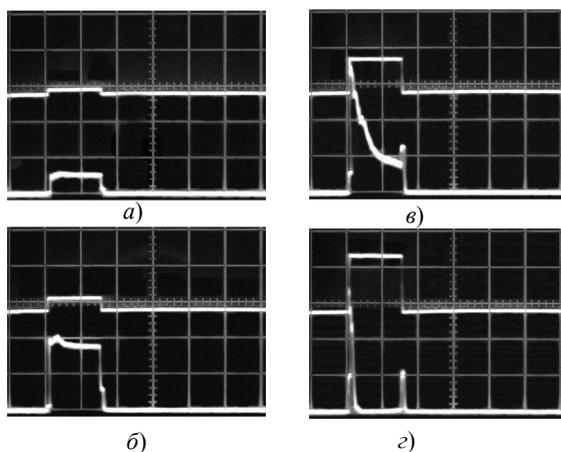


Рис. 7.6. Осциллограммы входных (а, в) и выходных (б, з) СВЧ импульсов. Масштаб по оси времени – 2 мкс/дел

На фронтах подавленных СВЧ импульсов наблюдались короткие пики, обусловленные неодинаковым временем распространения сигналов в различных плечах интерферометра. Это подтвердил численный расчет времени задержки сигнала в нелинейном спин-волновом фазовращателе. Кроме того, в формирование первого пика дополнительный вклад вносил процесс развития нелинейности спиновых волн, что выражалось во всплеске мощности первого пика.

С помощью нелинейного спин-волнового интерферометра можно реализовать амплитудно-селективное подавление радиопульсов СВЧ диапазона. Такая функция несвойственна традиционным СВЧ приборам. Остановимся на ней подробнее.

Типичная передаточная характеристика нелинейного спин-волнового интерферометра имеет вид, показанный на рис. 7.7,а. Если входной сигнал представляет собой последовательность импульсов высокой и низкой мощности (рис. 7.7,б), то первые должны эффективно подав-

ляться, а вторые – проходить на выход устройства практически без искажения формы (рис. 7.7,в).

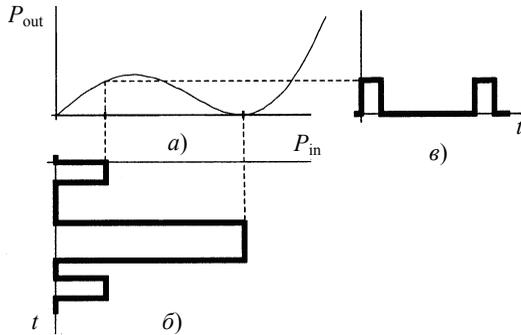


Рис. 7.7. Характеристика передачи нелинейного интерферометра (а), входной (б) и выходной (в) СВЧ сигналы

Амплитудно-селективное подавление радиоимпульсов наблюдалась экспериментально (рис. 7.8). Сверхвысокочастотный сигнал в форме периодической последовательности прямоугольных импульсов с двумя различными мощностями подавали на вход интерферометра. Несущая частота импульсов была равна 3485 МГц. Длительность импульсов меняли от 1 до 50 мкс, а период следования импульсов – от 5 до 500 мкс.

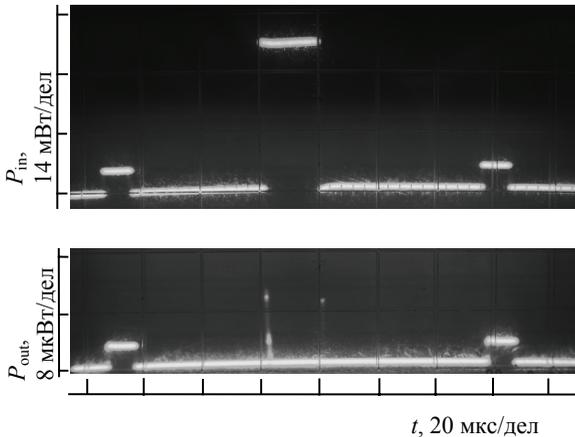


Рис. 7.8. Амплитудно-селективное подавление радиоимпульсов

Как видно из рис. 7.8, импульсы высокой мощности подавлялись при увеличении их мощности до 34 мВт, в то время как импульсы низкой мощности проходили через нелинейный интерферометр практиче-

ски без искажения. Таким образом, нелинейный интерферометр выполнял амплитудно-селективное подавление СВЧ импульсов.

3.3. Нелинейные направленные ответвители

Направленные ответвители находят применение в различных сверхвысокочастотных и оптических системах передачи и обработки информации, например для ответвления части мощности из одного канала в другой. Многочисленные конструкции линейных направленных ответвителей используются как в технике СВЧ [58–60], так и в интегральной оптике [61].

Принцип действия линейного направленного ответвителя иллюстрирует рис. 7.9,а. Сигнал, подаваемый на порт 1, разделяется между портами 2 и 3. При идеальном ответвителе мощность, ответвленная в порт 4, равна нулю. Рабочие характеристики линейных направленных ответвителей, такие как переходное ослабление и направленность, не зависят от уровня мощности ответвляемого сигнала. Иными словами, сигналы низкой и высокой мощности, проходящие через линейный направленный ответвитель, характеризуются одинаковым переходным ослаблением.

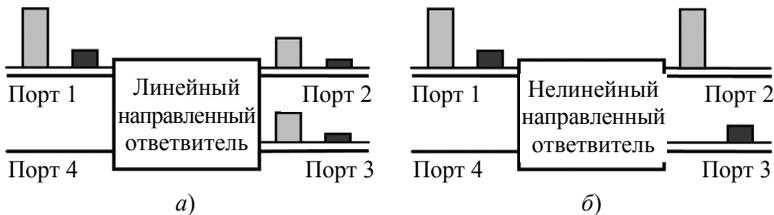


Рис. 7.9. Схемы направленных ответвителей:
а – линейного, б – нелинейного

Нелинейные направленные ответвители (рис. 7.9,б) служат для переключения, мультиплексирования и демультимплексирования сигналов. В настоящее время различные типы нелинейных направленных ответвителей задействованы в интегральной оптике [14, 62]. Отличительной особенностью таких устройств является зависимость переходного ослабления от уровня мощности сигнала, поданного на порт 1. В идеальном ответвителе это приводит к тому, что входные сигналы сравнительно низкой мощности приходят только на порт 3, а входные сигналы сравнительно высокой мощности – только на порт 2, как показано на рис. 7.9,б. Иными словами, с помощью нелинейного направленного ответвителя входной сигнал можно переключать с одного канала на другой изменяя его мощность.

Рассмотрим вначале принципы конструирования СВЧ нелинейных направленных ответвителей. Типичный СВЧ направленный ответвитель в виде шлейфного квадратурного моста (рис. 7.10) имеет четыре порта и состоит из четырех СВЧ линий передачи: ЛП1–ЛП4. Если за входной порт взять порт 1, то СВЧ сигналы на выходных портах 2–4 будут определяться суммой сигналов, прошедших через эти линии передачи. Поэтому на выходных портах будет происходить интерференция сигналов, приходящих с разных линий передачи.

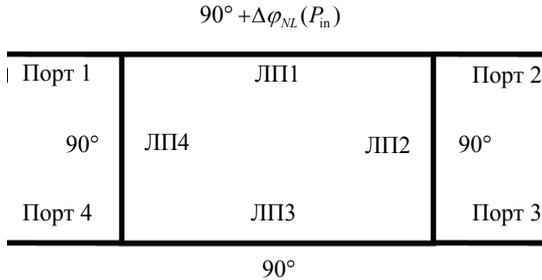


Рис. 7.10. Схематическое изображение шлейфного направленного ответвителя

В линейном направленном ответвителе ЛП1–ЛП4 представляют собой стандартные линейные линии передачи (например, микрополосковые). Фазовые сдвиги СВЧ сигналов, прошедших через такие линии передачи, имеют постоянные значения для различных уровней мощности входных сигналов. Поэтому разности фаз сигналов, интерферирующих в выходных портах, не зависят от мощностей входных сигналов. Таким образом, переходное ослабление является постоянной величиной.

Рассмотрим теперь, как следует модифицировать описанную конструкцию, чтобы направленный ответвитель стал нелинейным. Для этого необходимо выполнить два условия:

- при увеличении входной мощности разность фаз сигналов, интерферирующих в портах 2 и 3, должно изменяться на 180° , чтобы синфазная интерференция сигналов могла меняться на противофазную;
- интерферирующие сигналы должны иметь одинаковые мощности.

Чтобы выполнить первое условие, необходимо вместо линейной линии передачи ЛП1 использовать нелинейный спин-волновой фазовращатель на основе пленки ЖИГ. Такой фазовращатель обеспечивает изменение фазового набега сигнала $\Delta\varphi_{NL}$ при увеличении уровня мощности. Чтобы выполнить второе условие, необходимо рассчитать ослабление СВЧ сигнала в элементах схемы нелинейного направленного ответвителя.

Рассмотрим теперь практическую реализацию устройства (рис. 7.11). Четыре элемента С1–С4, служившие для разделения и сложения СВЧ сигналов, были сконструированы из стандартных коммерческих делителей (сумматоров) СВЧ мощности и аттенуаторов. Чтобы получить одинаковые мощности сигналов, интерферирующих на портах 2 и 3, между точками, обозначенными двузначными цифрами были рассчитаны ослабления сигналов с учетом потерь, вносимых компонентами, использованными в элементах С1–С4. В табл. 7.1 приведены рассчитанные значения ослаблений.

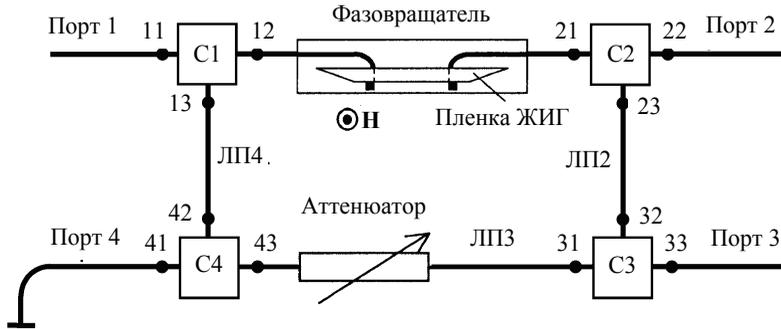


Рис. 7.11. Блок-схема экспериментального макета нелинейного направленного ответвителя на спиновых волнах

Таблица 7.1. Ослабление сигнала в элементах С1–С4

Элемент	Направление распространения	Ослабление, дБ
С1	11→12	12
	11→13	12
	12→13	40
С2	21→22	18
	21→23	6
	23→22	6
С3	31→32	6
	31→33	12
	32→33	12
С4	42→43	6
	42→41	12
	41→43	12

В качестве линии передачи ЛП1 был использован нелинейный спин-волновой фазовращатель, присоединенный к точкам 12 и 21. Он был изготовлен из монокристаллической пленки ЖИГ толщиной $L = 5,2$ мкм, выращенной методом жидкофазной эпитаксии на подложке галлий-гадолиниевого граната толщиной 0,5 мм. Намагниченность насыщения M составляла 1750 Гс. Для возбуждения и приема спиновых волн использовались микрополосковые антенны шириной 50 мкм и длиной 2 мм, расположенные на расстоянии $d = 5$ мм друг от друга. Пленка ЖИГ располагалась непосредственно на микрополосковых антеннах. По микрополосковым линиям с волновым сопротивлением 50 Ом СВЧ мощность подводилась к возбуждающей антенне и отводилась от приемной антенны. Нелинейный фазовращатель размещался между полюсами постоянного магнита в однородном магнитном поле напряженностью 2910 Э, которое было направлено по нормали к плоскости пленки. Такая ориентация поля обеспечивала возбуждение в пленке ЖИГ прямых объемных спиновых волн.

Функции линии передачи ЛП2 и ЛП4 выполняли два коаксиальных кабеля. Первый кабель был подключен между точками 23 и 32, а второй – между точками 13 и 42. Кабели имели такую длину, чтобы СВЧ сигнал рабочей частоты приобретал в них фазовый набег, равный 90° . В качестве линии передачи ЛП3 было использовано последовательное соединение переменного аттенюатора и коаксиального кабеля. Эти элементы были расположены между точками 43 и 31. Длина кабеля была выбрана такой, чтобы фазовый набег сигнала рабочей частоты, прошедшего аттенюатор и кабель, был равен 90° . Ослабление сигнала в переменном аттенюаторе было равно ослаблению сигнала в нелинейном фазовращателе. К порту 4 была подключена согласованная нагрузка.

Рассмотрим принцип работы прибора при низком уровне входной мощности. Входной СВЧ сигнал, подаваемый на порт 1, делится элементом С1 на два сигнала, которые распространяются в направлении портов 2, 3 и 4. Фазовый набег СВЧ сигнала, прошедшего нелинейный спин-волновой фазовращатель от точки 12 до точки 21, зависит от фазового набега спиновых волн. На рабочей частоте он равен $90^\circ + 360^\circ n$, где $n = 0, 1, 2, \dots$ Фазовый набег сигнала, прошедшего линии передачи ЛП4, ЛП3 и ЛП2 от точки 13 к точке 23, равен 270° в диапазоне рабочих частот прибора. Поэтому на рабочей частоте разность фаз сигналов, интерферирующих в элементе С2, равна $180^\circ + 360^\circ n$. Таким образом, мощность сигнала на выходе из порта 2 практически равна нулю за счет противофазной интерференции сигналов.

Вместе с тем, фазовый набег СВЧ сигнала, прошедшего нелинейный фазовращатель и линию передачи ЛП2 от точки 12 до точки 32, равен $180^\circ + 360^\circ n$. Другой сигнал, прошедший линии передачи ЛП4 и ЛП3 от точки 13 до точки 31, приобретает набег фазы равный 180° . В этом

случае разность фаз последних двух сигналов, интерферирующих в элементе С3, равна $360 \cdot n^\circ$. Иными словами, имеет место синфазная интерференция сигналов. Таким образом, мощность сигнала на выходе из порта 3 имеет максимальное значение.

Рассмотрим теперь принцип работы СВЧ нелинейного направленного ответвителя при сравнительно высоких уровнях СВЧ мощности. В соответствии с принципами конструирования прибора увеличение уровня входной мощности приводит к изменению фазового набега СВЧ сигнала, прошедшего нелинейный спин-волновой фазовращатель. Ранее уже было показано, что дифференциальный нелинейный фазовый сдвиг более 180° существует за счет собственной нелинейности интенсивных спиновых волн. Поэтому на рабочей частоте разность фаз сигналов, интерферирующих в элементе С2, может быть изменена на $360^\circ n$, в то время как разность фаз сигналов, интерферирующих в элементе С3, изменится на значение $180^\circ + 360^\circ n$. Таким образом, если на порт 1 подать СВЧ сигнал сравнительно низкой мощности, то выходной сигнал появится только на порте 3. Если же на порт 1 подать СВЧ сигнал сравнительно высокой мощности, достаточной для изменения нелинейного фазового набега на 180° , то выходной сигнал появится только на порте 2.

Частотные зависимости коэффициентов передачи S_{21} и S_{31} были измерены для различных уровней мощности входного непрерывного СВЧ сигнала. Мощность изменялась в диапазоне от +5 до +25 дБм. Необходимо отметить, что потери, вносимые в СВЧ тракт экспериментальным прототипом нелинейного направленного ответвителя, были большими из-за того, что для его макетирования в элементах С1–С4 использовались аттенюаторы. Вносимые потери можно значительно уменьшить, если предлагаемую конструкцию реализовать в микрополосковом исполнении.

На рис. 7.12 показаны характеристики S_{21} и S_{31} , измеренные для сравнительно низкого (+8 дБм) и сравнительно высокого (+21 дБм) уровней мощности. Характеристики имеют форму повторяющихся максимумов и минимумов. Такая форма характеристик обусловлена тем, что фазовый набег СВЧ сигнала в нелинейном фазовращателе изменяется с частотой намного быстрее, чем в других элементах нелинейного направленного ответвителя. Поэтому сигналы в элементах С2 и С3 на одних частотах интерферируют синфазно, а на других – противофазно. На рабочей частоте $f_0 = 3,3584$ ГГц минимальное значение S_{21} и максимальное значение S_{31} наблюдаются для низкого уровня входной СВЧ мощности, равного +8 дБм. Увеличение мощности до значений, лежащих выше +12 дБм, приводит к смещению характеристик вверх по частоте. Такое смещение обусловлено изменением разности фаз сигналов, интерферирующих в элементах С2 и С3. В описываемом эксперименте

изменение разности фаз на 180° существовало при входной мощности +21 дБм. Поэтому при такой мощности на частоте f_0 наблюдались максимум характеристики S_{21} и минимум характеристики S_{31} .

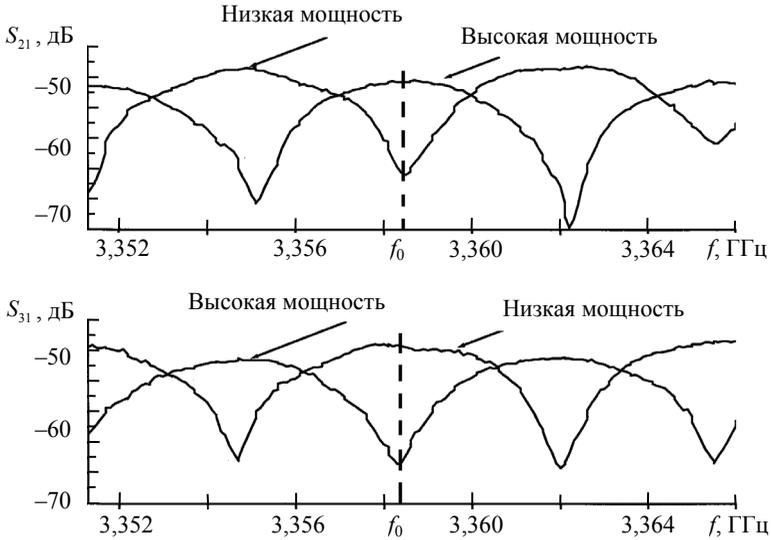


Рис. 7.12. Частотные зависимости S -параметров нелинейного направленного ответвителя для низкого и высокого уровней входного сигнала

Из описанных результатов следует, что S -параметры нелинейного направленного ответвителя являются функциями мощности входного СВЧ сигнала. Зависимости коэффициентов передачи S_{21} и S_{31} от уровня входной мощности P_{in} , измеренные на частоте $f_0 = 3,3584$ ГГц, показаны на рис. 7.13, где кружки и треугольники – результаты измерений, а сплошные линии – результаты численного расчета на основе теории нелинейного фазового набега интенсивных спиновых волн. Как видно из рис. 7.13, увеличение мощности входного СВЧ сигнала приводит к изменению значений S_{21} и S_{31} примерно на 15 дБ. Такое поведение коэффициентов передачи подтверждает тот факт, что разработанный нелинейный направленный ответвитель является прибором, у которого переходное ослабление зависит от уровня мощности сигнала.

Рассмотрим теперь импульсный режим работы нелинейного направленного ответвителя. Описанное поведение коэффициентов передачи S_{21} и S_{31} при изменении уровня мощности входного сигнала говорит о следующем. Если входной сигнал нелинейного направленного от-

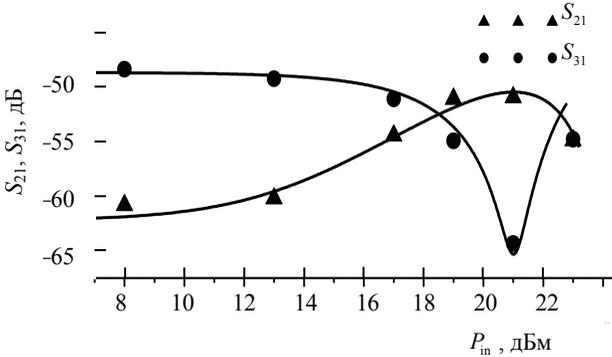


Рис. 7.13. Зависимости S -параметров от мощности входного сигнала, измеренные на частоте $f_0 = 3,3584$ ГГц

ветвителя представляет собой последовательность СВЧ импульсов низкой и высокой мощности, то импульсы низкой мощности должны появляться на одном выходе прибора, а импульсы высокой мощности — на другом выходе. Иными словами, нелинейный направленный ответвитель должен выполнять функцию нелинейного переключения СВЧ импульсов. Данное положение было экспериментально подтверждено.

Результаты измерений входного сигнала в виде периодической последовательности прямоугольных СВЧ импульсов показаны на рис. 7.14. Верхние и нижние треки соответствуют сигналам на выходе из портов 3 и 2. Импульсы, несущая частота которых f_0 была равна 3,3584 ГГц, подавались на порт 1 ответвителя. Входные СВЧ импульсы, пиковая мощность которых составляла +8 дБм, после прохождения через прибор появлялись только на порте 3 (рис. 7.14,а). Увеличение мощности входных импульсов приводило к подавлению импульсов на выходе из порта 3 и ответвлению их на порт 2. Входные СВЧ импульсы полностью переключались с порта 3 на порт 2, когда их пиковая мощность составляла +21 дБм (рис. 7.14,е). Осциллограммы для промежуточных значений мощности +12, +17, +19 и +20 дБм, отражающие динамику переключения импульсов, показаны на рис. 7.14,б–д.

Результаты измерений для входного сигнала, представлявшего собой последовательность импульсов низкой и высокой мощности, показаны на рис. 7.15. Мощность входных импульсов (рис. 7.15,а) составляла +8 и +21 дБм. Видно, что импульсы низкой мощности появляются только на порте 3 (верхний трек на рис. 7.15,б), а импульсы высокой мощности — только на порте 2 (нижний трек на рис. 7.15,б).

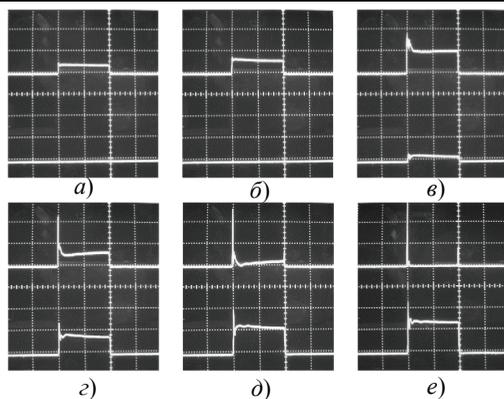


Рис. 7.14. Нелинейное переключение СВЧ импульсов в нелинейном направленном ответвителе

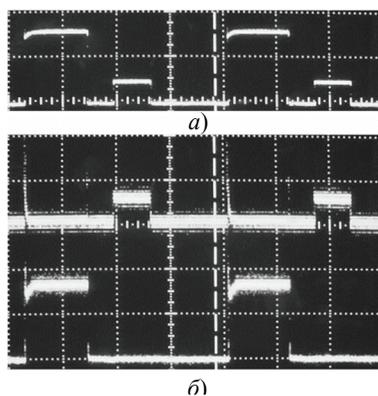


Рис. 7.15. Сигналы на входе нелинейного направленного ответвителя (*a*), а также выходах (*б*) из порта (верхний трек) 3, на его и из порта (нижний трек) 2

8. Спиновое эхо

8.1. Основы теории магнитного резонанса

Классическая теория ядерного магнитного резонанса (ЯМР) основана на уравнениях Блоха*, внесшего существенный вклад в ее развитие и получившего за это Нобелевскую премию по физике в 1952 г. Существуют стационарные и импульсные методы наблюдения сигналов ЯМР. Спиновое эхо является импульсным методом наблюдения сигналов ЯМР [63, 64].

В методе магнитного резонанса используются переходы между энергетическими уровнями атомных частиц, вызываемые магнитной составляющей электромагнитного поля. Различают ядерный магнитный резонанс (ЯМР) и электронный парамагнитный резонанс (ЭПР), которые описываются одинаковыми математическими моделями, учитывающими взаимодействие магнитных моментов ядер (ЯМР) или электронов (ЭПР) с возбуждающим магнитным полем. Рассмотрим основные понятия теории магнитного резонанса в терминах ЯМР.

Известно [63], что ядро обладает моментом количества движения $\mathbf{J}_я = \hbar \mathbf{I}_я$, где $\mathbf{I}_я$ – момент количества движения частицы, выраженный в единицах $\hbar = h/2\pi$, h – постоянная Планка, а также параллельным ему магнитным моментом

$$\boldsymbol{\mu}_я = \gamma \mathbf{J}_я = \gamma \hbar \mathbf{I}_я, \quad (8.1)$$

где γ – гиромагнитное отношение для данного вида ядра.

Если ядро находится во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{B}_a , то энергия взаимодействия магнитного момента $\boldsymbol{\mu}_я$ с полем

$$\mathcal{E} = -(\boldsymbol{\mu}_я, \mathbf{B}_a). \quad (8.2)$$

Пусть $\mathbf{B}_a = e_z B_0$, тогда $\mathcal{E} = -\mu_z B_0 = -\gamma \hbar I_z B_0$. Проекция I_z квантована и может принимать значения $m_I = I, I-1, \dots, -I$, так что разрешенные значения энергии взаимодействия

$$\mathcal{E} = -\gamma \hbar B_0 m_I. \quad (8.3)$$

* Феликс Блох – американский физик, внесший вклад в создание основ теории и осуществивший первые эксперименты по исследованию ЯМР, за что был удостоен в 1952 г. Нобелевской премии совместно с Эдуардом Пёрселлом. Он также впервые ввел понятие спиновых волн.

Максимальное значение проекции механического момента ядра, выраженное в единицах \hbar , называют спином ядра I .

В постоянном магнитном поле ядро со спином $I = 1/2$ может находиться в одном из двух энергетических состояний, соответствующих $m_I = \pm 1/2$. При этом, с одной стороны, разность энергий этих уровней $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = -\gamma\hbar B_0(-1/2) - (-\gamma\hbar B_0)(1/2) = \gamma\hbar B_0$. Поскольку, с другой стороны, $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = \hbar\omega_0$, то в результате получается условие магнитного резонанса

$$\omega_0 = \gamma B_0, \quad (8.4)$$

связывающее резонансную частоту ω_0 с магнитной индукцией B_0 и гиромангнитным отношением γ данного ядра или электрона.

Рассмотрим поведение ядра с магнитным моментом $\mu_{\text{я}}$ в магнитном поле с индукцией \mathbf{B}_a с позиций классической механики. Скорость изменения механического момента

$$\mathbf{L} = d\mathbf{J}_{\text{я}}/dt \quad (8.5)$$

равна вращающему моменту. Для частицы с магнитным моментом $\mu_{\text{я}}$, помещенной в магнитное поле \mathbf{B}_a , вращающий момент определяется соотношением

$$\mathbf{L} = [\mu_{\text{я}}, \mathbf{B}_a]. \quad (8.6)$$

На основании (8.1)–(8.6) можно записать уравнение движения магнитного момента $\mu_{\text{я}}$ в магнитном поле \mathbf{B}_a :

$$d\mu_{\text{я}}/dt = \gamma[\mu_{\text{я}}, \mathbf{B}_a].$$

Обычно в поле \mathbf{B}_a находится большая группа ядер одного вида. При этом удобно оперировать макроскопической величиной – намагниченностью \mathbf{M} , которая определяется как сумма магнитных моментов $\mu_{\text{я}}$, находящихся в единице объема вещества:

$$\mathbf{M} = \sum_i \mu_{\text{я}i}. \quad (8.7)$$

Используя (8.7), уравнение движения (8.6) можно преобразовать в уравнение движения вектора намагниченности [63]:

$$d\mathbf{M}/dt = \gamma[\mathbf{M}, \mathbf{B}_a]. \quad (8.8)$$

8.2. Уравнения Блоха

Если поместить парамагнитное вещество в постоянное магнитное поле $\mathbf{B}_a = B_0\mathbf{e}_z$, то в состоянии равновесия индуцируется намагниченность, параллельная приложенному магнитному полю

$$M_z = M_0 = \chi_0 B_0,$$

где χ_0 – статическая магнитная восприимчивость.

Выведенный из состояния равновесия вектор намагниченности начинает вращаться вокруг продольной оси z , причем этот процесс в принятой модели будет продолжаться бесконечно.

Однако в реальных ситуациях естественно ожидать, что существует механизм возврата вектора намагниченности с течением времени в исходное состояние равновесия параллельно полю $B_0 \mathbf{e}_z$. Такой механизм связан, главным образом, с взаимодействием магнитных моментов ядер с решеткой и называется спин-решеточной, или продольной, релаксацией. При этом предполагается, что продольная компонента M_z приближается к равновесному значению со скоростью, пропорциональной отклонению M_z от равновесного значения M_0 [63]:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1}. \quad (8.9)$$

Введенный параметр T_1 называют временем спин-решеточной, или продольной, релаксации.

Если ненамагниченное вещество, у которого $M_x = M_y = M_z = 0$, поместить в момент времени $t = 0$ в магнитное поле $B_0 \mathbf{e}_z$, то, проинтегрировав (8.9), получим решение $M_z(t) = M_0 [1 - \exp(-t/T_1)]$, в соответствии с которым идет процесс установления стационарного состояния.

При установлении стационарного состояния должны уменьшаться поперечные компоненты M_x и M_y вектора намагниченности, выведенного из состояния равновесия. Такой процесс связан с взаимодействием магнитных моментов ядер между собой и называется спин-спиновой, или поперечной, релаксацией. Затухание поперечных компонент описывается уравнениями [63]

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2}; \quad (8.10)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2}, \quad (8.11)$$

где T_2 – параметр, называемый временем спин-спиновой, или поперечной, релаксации. В принятой модели компоненты M_x и M_y вектора намагниченности, прецессирующего вокруг оси x , с течением времени затухают по экспоненциальному закону $\exp(-t/T_2)$.

Модифицированные уравнения движения вектора намагниченности \mathbf{M} во внешнем магнитном поле \mathbf{B}_a с учетом спин-спиновой и спин-решеточной взаимодействий в форме (8.9)–(8.11) называются уравнениями Блоха [63, 64]:

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma [\mathbf{M}, \mathbf{B}_a]_x - \frac{M_x}{T_2};$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma [\mathbf{M}, \mathbf{B}_a]_y - \frac{M_y}{T_2}; \quad (8.12)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma [\mathbf{M}, \mathbf{B}_a]_z + \frac{M_0 - M_z}{T_1}.$$

Времена продольной и поперечной релаксаций связаны соотношением $T_1 \geq T_2$ и зависят от вида ядер и от условий, в которых они находятся.

Необходимыми условиями существования эха, как уже упоминалось, являются нелинейность в процессе взаимодействия поля с веществом и неоднородность параметров среды. Примером первого условия является нелинейная зависимость между вектором намагниченности и возбуждающим магнитным полем. Второе условие соблюдается, если индукция поляризующего магнитного поля $B_z \mathbf{e}_z$ неоднородна в объеме образца, помещенного в это поле (ранее рассматривалось однородное поляризующее магнитное поле $B_0 \mathbf{e}_z$). В силу неоднородности магнитного поля B_z резонансная частота магнитных моментов ядер в отличие от однородного случая (8.4) будет также неоднородной $\omega = \gamma B_z$.

Введем функцию $g(\omega)$, описывающую плотность вероятности распределения магнитных моментов по частоте и называемую функцией формы неоднородно уширенной линии поглощения. Эта функция удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) d\omega = 1.$$

Рассмотрим группу магнитных моментов, частота которых лежит в бесконечно узкой полосе частот $d\omega$ вокруг частоты ω , и назовем ее изохроматой. Статический магнитный момент изохроматы будет равен

$$M_0 g(\omega) d\omega. \quad (8.13)$$

Статическая намагниченность всех изохроматических групп находится интегрированием (8.13) по частоте:

$$M_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) d\omega = M_0. \quad (8.14)$$

Среднее значение частоты магнитного резонанса $\omega_0 = \gamma B_0$, где B_0 – среднее значение B_z в объеме образца. Ширина неоднородно уширенной линии поглощения ЯМР $\Delta\omega_L = 2\pi\Delta F_L$.

Чтобы вывести магнитные моменты из состояния термодинамического равновесия, наряду с постоянным поляризующим магнитным полем $B_z \mathbf{e}_z$, задающим направление продольной оси, к образцу прикладывается переменное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}_1(t)$ и частотой ω_0 в поперечной плоскости. Для эффективного взаимодействия с вектором намагниченности это поле должно иметь круговую поляризацию, совпадающую с направлением прецессии вектора намагниченности.

Обычно же возбуждение спиновой системы осуществляется линейно-поляризованным полем

$$\mathbf{B}_1(t) = 2B(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] \mathbf{e}_x, \quad (8.15)$$

где $B(t)$ и $\phi(t)$ – функции, описывающие законы изменения амплитуды и фазы колебания.

Это линейно-поляризованное колебание можно представить в виде суммы двух колебаний с круговой поляризацией, вращающихся в разные стороны. Можно показать, что вблизи резонанса составляющей поля, вращающейся в противоположную по отношению к направлению прецессии сторону, можно пренебречь. Тогда можно считать, что в поперечной плоскости действует поле с круговой поляризацией

$$\mathbf{B}_1(t) = B(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] \mathbf{e}_x - B(t) \sin[\omega_0 t + \phi(t)] \mathbf{e}_y, \quad (8.16)$$

с амплитудой в два раза меньшей, чем в (8.15).

В дальнейшем удобно перейти к новой системе координат с осями x', y', z' , вращающейся вокруг оси \mathbf{e}_z с частотой ω_0 в направлении вращения поля (8.16). Связь производных $d\mathbf{M}/dt$ в неподвижной и вращающейся системах координат имеет вид

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)_{\text{вр}} + [\boldsymbol{\omega}_0, \mathbf{M}], \quad (8.17)$$

где $(d\mathbf{M}/dt)_{\text{вр}}$ – производная во вращающейся системе координат, а

$$\boldsymbol{\omega}_0 = -\omega_0 \mathbf{e}_z. \quad (8.18)$$

С учетом (8.8) можно переписать (8.17) в виде

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)_{\text{вр}} = \gamma \left[\mathbf{M}, \left(\mathbf{B}_a + \frac{\boldsymbol{\omega}_0}{\gamma} \right) \right], \quad (8.19)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_a(t) &= B(t) \cos[\phi(t)] \mathbf{e}_{x'} - B(t) \sin[\phi(t)] \mathbf{e}_{y'} + B_z \mathbf{e}_z = \\ &= B_{x'}(t) \mathbf{e}_{x'} + B_{y'}(t) \mathbf{e}_{y'} + B_z \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (8.20)$$

На основании (8.18)–(8.20) можно представить уравнения Блоха (8.12) во вращающейся системе координат [64]:

$$\begin{aligned}\frac{dM_{x'}}{dt} &= \Omega M_{y'} - R_{y'}(t)M_z - \frac{M_{x'}}{T_2}; \\ \frac{dM_{y'}}{dt} &= -\Omega M_{x'} + R_{x'}(t)M_z - \frac{M_{y'}}{T_2}; \\ \frac{dM_z}{dt} &= R_{y'}(t)M_{x'} - R_{x'}(t)M_{y'} + \frac{M_0 - M_z}{T_1},\end{aligned}$$

где $\Omega = \gamma B_z - \omega_0 = \omega - \omega_0$, а $R_{x', y'}(t) = \gamma B_{x', y'}(t)$.

Введем комплексные поперечные компоненты:

$$\begin{aligned}\tilde{M} &= M_{x'} - iM_{y'}; \quad \tilde{R} = R_{x'} - iR_{y'}; \\ \tilde{M}^* &= M_{x'} + iM_{y'}; \quad \tilde{R}^* = R_{x'} + iR_{y'}.\end{aligned}$$

для которых уравнения Блоха во вращающейся системе координат примут вид [9]

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{M}}{dt} &= \left(i\Omega - \frac{1}{T_2} \right) \tilde{M} - i\tilde{R}(t)M_z; \\ \frac{d\tilde{M}^*}{dt} &= -\left(i\Omega + \frac{1}{T_2} \right) \tilde{M}^* + i\tilde{R}^*(t)M_z; \\ \frac{dM_z}{dt} &= -i\frac{\tilde{R}^*(t)\tilde{M}}{2} + i\frac{\tilde{R}(t)M^*}{2} - \frac{M_z}{T_1} + \frac{M_0}{T_1}.\end{aligned}\tag{8.21}$$

В общем случае система (8.21) объединяет линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами и не имеет точного аналитического решения.

8.3. Двухимпульсный режим возбуждения

В 1949 г. американский студент-физик Эрвин Хан впервые наблюдал спиновое эхо [65]. Оно возникало в результате воздействия на магнитное вещество двух радиопульсов магнитного поля с задержкой во времени (рис. 8.1) и впоследствии стало широко применяться в качестве импульсного метода наблюдения сигналов ЯМР.

В греческой мифологии Эхо – нимфа, которая была из-за своей болтливости наказана женой Зевса Герой: она не могла вести разумный разговор, а лишь повторяла чужие слова. Эхо влюбилась в Нарцисса,

однако не могла с ним беседовать и стала сохнуть от неразделенной любви. От нее остался лишь один голос, повторяющий чужие слова...

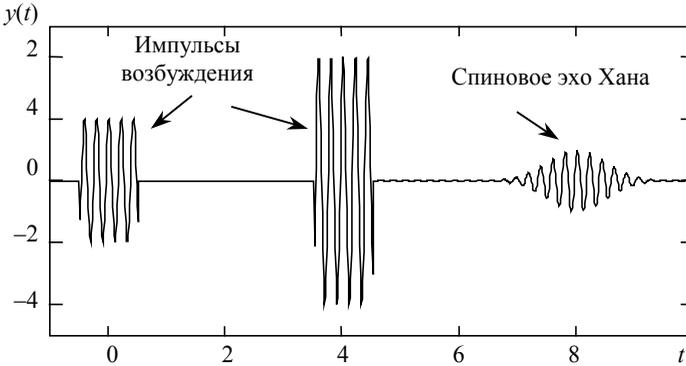


Рис. 8.1. Временная диаграмма возбуждения спинового эха Хана

В этом мифе древние пытались объяснить физическое явление эхо, заключающееся в отражении звуковых волн от препятствия. Аналогичные явления могут происходить и с радиоволнами. Однако спиновое эхо принципиально отличается от линейного эха отражательного типа. Для его существования не требуются волны и препятствия. Необходимыми условиями существования нелинейного эха являются наличие нелинейного взаимодействия поля с веществом, а также наличие неоднородности некоторых параметров вещества.

Прежде чем перейти к математическому описанию процесса формирования эха, опишем этот процесс качественно. При наблюдении сигналов магнитного резонанса парамагнитный образец помещают в неоднородное продольное магнитное поле $B_z \mathbf{e}_z$, которое создает в образце намагниченность $M_0 \mathbf{e}_z$, ориентированную вдоль оси z . Эта намагниченность в соответствии с (8.13) и (8.14) является суммарной намагниченностью изохромат, характеризующихся различными резонансными частотами $\omega = \gamma B_z$. Пусть, например, имеются три изохроматы с частотами $\omega_1 = \omega_0$, $\omega_2 = \omega_0 + \Omega_1$, $\omega_3 = \omega_0 - \Omega_1$ и магнитными моментами $M_0/3$, так что результирующая намагниченность равна M_0 .

На рис. 8.2 представлена временная диаграмма огибающих импульсов возбуждения и первичного эха. Сами импульсы возбуждения и эхо представляют собой радиоимпульсы (см. рис. 8.1). В моменты $t = 0$ и $t = t_2$ на образец воздействуют двумя линейно-поляризованными импульсами магнитного поля с частотой ω_0 , создаваемыми катушкой индуктивности, ось которой совпадает с осью x неподвижной системы координат. Как уже упоминалось, в резонансном взаимодействии участву-

ет одна из двух составляющих круговой поляризации магнитного поля, на которые раскладывается линейно-поляризованное поле.

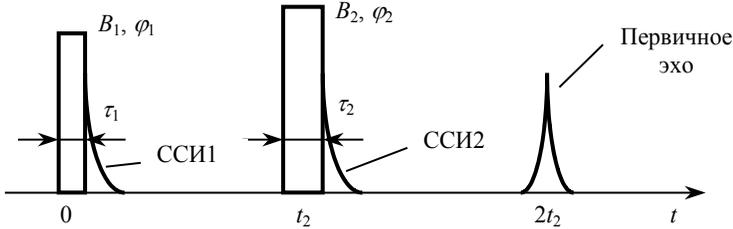


Рис. 8.2. Двухимпульсный режим возбуждения первичного эха

Пусть импульсы возбуждения представляют собой прямоугольные радиоимпульсы с амплитудами круговой поляризации B_1 и B_2 и начальными фазами $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Пусть также их длительности τ_1 и τ_2 удовлетворяют условиям

$$\tau_1, \tau_2 \ll (\Delta F_L)^{-1}; \quad (8.22)$$

$$\tau_1, \tau_2 \ll T_1, T_2. \quad (8.23)$$

Такие импульсы будем называть дельтаобразными в том смысле, что их свойства схожи со свойствами дельта-функции Дирака: они являются достаточно короткими импульсами, спектр которых примерно постоянен в полосе частот, обратно пропорциональной длительности импульса. Условие (8.22) позволяет не учитывать процессы расфазировки магнитных моментов изохромат во время действия импульсов возбуждения. Если, к тому же, выполняются условия $t_2 \ll T_1, T_2$, то можно не учитывать и процессы релаксации.

В дальнейшем удобно рассматривать процесс формирования первичного эха во вращающейся с частотой ω_0 системе координат. В этой системе поле круговой поляризации, соответствующее импульсам возбуждения, будет неподвижным, ориентированным вдоль оси x' .

На рис. 8.3,а показано положение магнитных моментов трех изохромат, соответствующее положению термодинамического равновесия перед действием первого импульса возбуждения в момент $t = 0$. Вектор магнитной индукции \mathbf{B}_1 направлен вдоль оси x' и в соответствии с (8.21) создает вращающий момент, поворачивающий магнитные моменты изохромат вокруг оси x' с частотой γB_1 . Если выбрать параметры первого импульса возбуждения такими, чтобы угол поворота был равен

$$\alpha_1 = \gamma B_1 \tau_1 = \pi / 2, \quad (8.24)$$

то все магнитные моменты окажутся повернутыми на угол $\pi/2$ и в поперечной плоскости в момент окончания импульса сформируется намагниченность $(M_0/3) \mathbf{3} = M_0$, ориентированная вдоль оси y' (рис. 8.3,б).

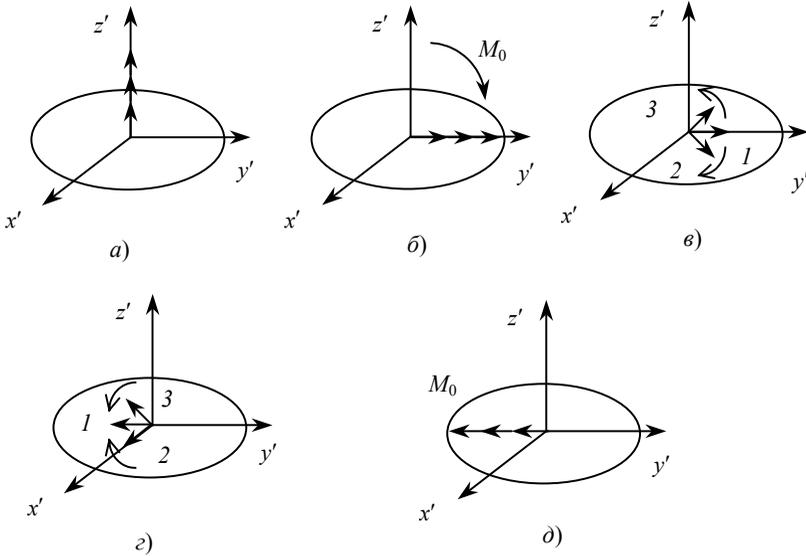


Рис. 8.3. Векторные диаграммы формирования первичного эха

По окончании первого импульса начинается прецессия трех магнитных моментов с частотами $\omega_1 = \omega_0$; $\omega_2 = \omega_0 + \Omega_1$ и $\omega_3 = \omega_0 - \Omega_1$ вокруг поляризирующего поля. Во вращающейся системе координат первый магнитный момент будет неподвижен и ориентирован вдоль оси y' , а два других момента будут вращаться вокруг оси z' в противоположных направлениях (рис. 8.3,в) с частотой Ω_1 . При этом фазы второго и третьего магнитных моментов относительно оси y' будут линейно нарастать со временем: $\pm\Omega_1 t$.

По окончании первого импульса возбуждения прецессирующие магнитные моменты создадут в катушке ЭДС, которая спадает по мере расфазировки векторов (затухающий сигнал свободной индукции (ССИ) см. на рис. 8.2).

В момент t_2 включают второй импульс возбуждения, также ориентированный во вращающейся системе координат вдоль оси x' . К этому времени фазы магнитных моментов второй и третьей изохромат будут равны $\pm\Omega_1 t_2$. Вновь возникает вращающий момент, который поворачивает три вектора, соответствующих магнитным моментам изохромат, вокруг оси x' с частотой γB_2 . Если параметры второго импульса таковы, что

$$\alpha_2 = \gamma B_2 \tau_2 = \pi, \quad (8.25)$$

то все три вектора повернутся вокруг оси x' на угол π и вновь окажутся в поперечной плоскости (рис. 8.3,з).

По окончании второго импульса возбуждения начинается процесс сближения векторов. Поскольку интервал сближения равен интервалу расхождения, то в момент $t = 2t_2$ все три вектора сойдутся (рис. 8.3,д) и сформируют максимальный вектор намагниченности в поперечной плоскости, равный M_0 . Эта поперечная намагниченность создаст в катушке ЭДС, соответствующую первичному или двухимпульсному эху.

В столь простой векторной модели были рассмотрены три изохроматические группы магнитных моментов, однако реально в процессе формирования эха участвует очень большое количество изохромат. Под действием возбуждающих импульсов их магнитные моменты также испытывают повороты на углы $\pi/2$ и π . После первого импульса возбуждения происходит их расфазирование, а после второго – фазировка. Этот процесс заканчивается в момент времени $t = 2t_2$, когда фазы всех магнитных моментов изохромат совпадут.

Условия (8.24) и (8.25), как будет показано далее, не обязательны, однако при их выполнении амплитуда эха будет максимальной. Наряду с ССИ1 по окончании второго импульса возбуждения формируется также ССИ2 (рис. 8.2).

Проанализируем процесс формирования двухимпульсного эха, используя решения уравнений Блоха на интервалах, на которых действуют импульсы возбуждения, и на свободных от них интервалах. В результате для интервала, на котором возникает эхо, следует последовательно решать систему дифференциальных уравнений. При этом момент окончания предыдущего интервала определяет начальные условия для последующего интервала. Решение удобно представить в матричном виде, используя аппарат переходных матриц состояния [66].

Решение уравнений Блоха (8.21) для свободных интервалов времени, когда $\vec{R}(t) = \vec{R}^*(t) = 0$, можно представить в матричном виде:

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{V}(t, t_0, \Omega) \mathbf{M}(t_0, \Omega) + \mathbf{V}_n(t, t_0), \quad (8.26)$$

где

$$\mathbf{V}(t, t_0, \Omega) = \begin{bmatrix} \exp[(i\Omega - 1/T_2)(t - t_0)] & 0 & 0 \\ 0 & \exp[-(i\Omega + 1/T_2)(t - t_0)] & 0 \\ 0 & 0 & \exp[-(t - t_0)/T_1] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \tilde{M} \\ \tilde{M}^* \\ M_z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_H(t, t_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \{1 - \exp[-(t-t_0)/T_1]\} \end{bmatrix}.$$

Из (8.26) следует, что поперечные компоненты \tilde{M} и \tilde{M}^* совершают круговое движение вокруг продольной оси и одновременно уменьшаются по амплитуде по экспоненциальному закону

$$\tilde{M}(t, \Omega) = \exp[(i\Omega - 1/T_2)(t-t_0)] \tilde{M}(t_0, \Omega).$$

Продольная компонента вектора намагниченности стремится к равновесному значению

$$M_z(t, \Omega) = \exp[-(t-t_0)/T_1] M_z(t_0, \Omega) + M_0 \{1 - \exp[-(t-t_0)/T_1]\}.$$

При решении уравнений Блоха (8.21) для дельтаобразных импульсов с частотой заполнения ω_0 следует воспользоваться условиями (8.22) и (8.23), тогда уравнения Блоха упрощаются:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{M}}{dt} &= -i\tilde{R}M_z; \\ \frac{d\tilde{M}^*}{dt} &= i\tilde{R}^*M_z; \\ \frac{dM_z}{dt} &= -i\frac{\tilde{R}^*\tilde{M}}{2} + i\frac{\tilde{R}M^*}{2}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Система (8.27) объединяет линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Ее решение в момент окончания импульса, заданного на симметричном интервале $-\tau/2, \tau/2$, можно представить в виде произведения переходной матрицы \mathbf{A} на вектор начальных условий [66], т.е.

$$\mathbf{M}(\tau/2, \Omega) = \mathbf{A}(\tau/2, -\tau/2) \mathbf{M}(-\tau/2, \Omega), \quad (8.28)$$

$$\mathbf{A}\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \exp(i2\varphi) - i \sin \alpha \exp(i\varphi) \\ \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \exp(-i2\varphi) & \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) & i \sin \alpha \exp(-i\varphi) \\ -\frac{i}{2} \sin \alpha \exp(-i\varphi) & \frac{i}{2} \sin \alpha \exp(i\varphi) & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

$$\alpha = R\tau, \quad \tilde{R} = R \exp(i\varphi). \quad (8.29)$$

Для определения состояния вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$ по окончании второго импульса возбуждения (см. рис. 8.2) необходимо последовательно использовать решение (8.28) для интервалов, на которых действуют дельтаобразные импульсы, и (8.26) для свободных интервалов. При этом решение для предыдущего интервала времени является начальным условием для последующего:

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{B}_n^{(2)} + \mathbf{B}^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} \left[\mathbf{B}_n^{(1)} + \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{M}(-\tau_1/2) \right]. \quad (8.30)$$

Здесь цифры в скобках указывают порядковый номер импульса возбуждения и следующего за ним свободного интервала. Начальные условия для первого импульса соответствуют термодинамическому равновесию:

$$\mathbf{M} \left(-\frac{\tau_1}{2} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \end{bmatrix}. \quad (8.31)$$

Умножив переходную матрицу $\mathbf{A}^{(1)}$ на вектор начальных условий (8.31), получают состояние вектора \mathbf{M} после первого импульса возбуждения. Это состояние является начальным условием в (8.30) для свободного интервала после первого импульса возбуждения. Записанное в квадратных скобках в (8.30) выражение является начальным условием для второго импульса возбуждения, и т.д. При этом в алгоритме (8.30) используется формальная запись переходных матриц \mathbf{A} с элементами $a_{ik}(\Omega)$ и явный вид матриц \mathbf{B} и \mathbf{B}_n (8.26).

Сигнал эха индуцируется поперечной компонентой вектора намагниченности, поэтому в (8.30) интерес представляет состояние поперечной компоненты намагниченности $\tilde{M}(t, \Omega)$ вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$. В двухимпульсном режиме возбуждения $\tilde{M}(t, \Omega)$ содержит три составляющие

$$\tilde{M}(t, \Omega) = \sum_{n=1}^3 \tilde{m}_n(t, \Omega),$$

которые соответствуют двум ССИ, формируемым после первого и второго импульсов возбуждения, а также сигналу двухимпульсного эха 1–2, возникающему в момент $t = 2t_2$.

Двухимпульсному эху 1–2 ($n = 2$) соответствует отклик

$$\begin{aligned} \tilde{m}_2(t, \Omega) = & M_0 a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp[i\Omega(t - 2t_2 + \tau_1/2)] \times \\ & \times \exp[(-1/T_2)(t - \tau_1/2 - \tau_2)]. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Комплексная огибающая сигнала двухимпульсного эха определяется интегрированием всех изохромат (8.32) с весом, определяемым функцией низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения $g(\Omega) = g(\omega - \omega_0)$:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_e(t) = & M_0 \exp\left(-\frac{1}{T_2}\right) \left(t - \tau_2 - \frac{\tau_1}{2}\right) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp\left[i\Omega\left(t - 2t_2 + \frac{\tau_1}{2}\right)\right] d\Omega. \end{aligned} \quad (8.33)$$

После подстановки элементов матрицы \mathbf{A} в их явном виде (8.29) в выражение (8.33) получают комплексную огибающую сигнала двухимпульсного эха при его возбуждении дельтаобразными импульсами

$$\begin{aligned} \tilde{M}_e(t) = & i2\pi M_0 \exp(-t/T_2) \sin \alpha_1 \sin^2(\alpha_2/2) \times \\ & \times G(t - 2t_2) \exp\left[i(-\varphi_1 + 2\varphi_2)\right], \end{aligned} \quad (8.34)$$

где $G(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) \exp(i\Omega t) dt$ – обратное преобразование Фурье от функции низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения; $\alpha_i = R_i \tau_i$ – площадь огибающей i -го импульса возбуждения, определяющая угол поворота вектора намагниченности под действием данного импульса.

Из (8.34) видно, что амплитуда двухимпульсного эха достигает максимального значения, если параметры импульсов возбуждения соответственно равны $\alpha_1 = \gamma B_1 \tau_1 = \pi/2$ и $\alpha_2 = \gamma B_2 \tau_2 = \pi$, что соответствует условиям (8.24) и (8.25). В противном случае амплитуда двухимпульсного эха будет иметь меньшее значение.

Эхо-сигнал возникает в момент времени $t = 2t_2$, а его форма определяется обратным преобразованием Фурье от функции $g(\Omega)$. Кроме того, с увеличением интервала t_2 между импульсами возбуждения амплитуда эха уменьшается по закону $\exp(-2t_2/T_2)$. В соответствии с (8.34) начальная фаза двухимпульсного эха равна

$$\varphi_e = \pi/2 - \varphi_1 + 2\varphi_2.$$

8.4. Трехимпульсный режим возбуждения

Рассмотрим возбуждение образца тремя дельтаобразными импульсами, удовлетворяющими условиям (8.22) и (8.23). На рис. 8.4 показана временная диаграмма огибающих импульсов возбуждения и стимулированного (трехимпульсного) эха в трехимпульсном режиме возбуждения.

Для определения состояния вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$ на интервале $t \geq t_3 + \tau_2/2$ после третьего импульса возбуждения следует дополнить алгоритм, описанный при рассмотрении двухимпульсного режима возбуждения, соответствующими преобразованиями [16]

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{B}_n^{(3)} + \mathbf{B}^{(3)} \mathbf{A}^{(3)} \left\{ \mathbf{B}_n^{(2)} + \mathbf{B}^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} \left[\mathbf{B}_n^{(1)} + \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{M}(-\tau_1/2) \right] \right\}.$$

Поперечная компонента вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$ в трехимпульсном режиме содержит 9 слагаемых:

$$\tilde{M}(t, \Omega) = \sum_{n=1}^9 \tilde{m}_n(t, \Omega).$$

Эти сигналы соответствуют трем ССИ, возникающим после каждого импульса возбуждения (позиции 1, 2, 4 на рис. 8.4), трем двухимпульсным эхо-сигналам, формируемым каждой парой импульсов возбуждения (позиции 3, 7, 8), комбинационному эху (позиция 5), стимулированному или трехимпульсному эху (позиция 6). Девятое слагаемое, как правило, физически нереализуемо и поэтому не представлено на рис. 8.4.

Стимулированному эху соответствует слагаемое [66]

$$\begin{aligned} \tilde{m}_6(t, \Omega) = & M_0 a_{13}^{(3)}(\Omega) a_{32}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp \left[i\Omega \left(t - t_3 - t_2 + \frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{2} \right) \right] \times \\ & \times \exp \left[-\frac{1}{T_1} \left(t_3 - t_2 - \frac{\tau_2 + \tau_3}{2} \right) - \frac{1}{T_2} \left(t - t_3 + t_2 - \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8.35)$$

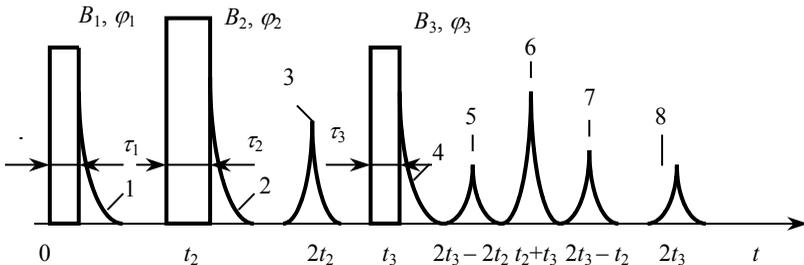


Рис. 8.4. Трехимпульсный режим возбуждения

После подстановки элементов матриц \mathbf{A} (8.29) в явном виде и интегрирования по всем изохроматическим группам с весом $g(\Omega)$ получим выражение, описывающее комплексную огибающую стимулированного эха:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_s(t) = & i\pi M_0 \exp\left[-\frac{t-t_3+t_2}{T_2} - \frac{t_3-t_2}{T_1}\right] \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 G(t-t_2-t_3) \times \\ & \times \exp[i(-\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)]. \end{aligned} \quad (8.36)$$

Из (8.36) следует, что трехимпульсное эхо формируется в момент времени $t = t_2 + t_3$ и зависит от положения всех трех импульсов возбуждения на временной оси (за начало отсчета принят $t_1 = 0$). Максимальная амплитуда эха соответствует параметрам импульсов возбуждения, при которых $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha = \gamma B \tau = \pi/2$. Если в (8.36) подставить момент формирования эха $t = t_2 + t_3$, то множитель, учитывающий релаксационное затухание, будет определяться выражением $\exp[-2t_2/T_2 - (t_3 - t_2)/T_1]$.

Затухание связано как с поперечной релаксацией, характеризуемой временем T_2 , так и с продольной, характеризуемой временем T_1 . Поперечная релаксация имеет место на интервалах между первым и вторым импульсами возбуждения, а также между третьим импульсом возбуждения и стимулированным эхом. Суммарная длительность этих интервалов равна $2t_2$. На интервале длительностью $t_3 - t_2$ между вторым и третьим импульсами возбуждения идет процесс продольной релаксации. Форма сигнала стимулированного эха, как и первичного эха, определяется обратным преобразованием Фурье функции $g(\Omega)$. Наконец фаза стимулированного эха определяется соотношением $\phi_s = (\pi/2) - \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$.

Трехимпульсный режим возбуждения и трехимпульсное эхо нашли наиболее широкое применение в спиновых процессорах, основанных на эффекте эха.

Наряду с двух- и трехимпульсными режимами возбуждения эхо существуют также алгоритмы с большим числом импульсов возбуждения.

8.5. Решение уравнений Блоха при возбуждении сложными сигналами

В общем случае система уравнений Блоха (8.21) представляет собой систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка с зависимыми от времени коэффициентами, которые, как правило, не удается решить точно. Однако можно найти прибли-

женное решение. Для этого предположим, что длительность сигнала $\tau \ll T_1, T_2$. Тогда в уравнениях (8.21) можно не учитывать релаксационные члены и уравнения примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{M}}{dt} &= i\Omega\tilde{M} - i\tilde{R}(t)M_z; \\ \frac{d\tilde{M}^*}{dt} &= -i\Omega\tilde{M}^* + i\tilde{R}^*(t)M_z; \\ \frac{dM_z}{dt} &= -i\frac{\tilde{R}^*(t)\tilde{M}}{2} + i\frac{\tilde{R}(t)M^*}{2}. \end{aligned} \quad (8.37)$$

Пусть сигнал $\tilde{R}(t)$ действует на симметричном интервале времени $-\tau/2 \leq t \leq \tau/2$. Введем новый вектор

$$\mathbf{m}(t, \Omega) = \begin{bmatrix} \tilde{m}(t, \Omega) \\ \tilde{m}^*(t, \Omega) \\ m_z(t, \Omega) \end{bmatrix},$$

связанный с исходным $\mathbf{M}(t, \Omega)$ матричным соотношением

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \boldsymbol{\beta}(t, \Omega)\mathbf{m}(t, \Omega), \quad (8.38)$$

$$\text{где } \boldsymbol{\beta}(t, \Omega) = \begin{bmatrix} \exp[i\Omega(t + \tau/2)] & 0 & 0 \\ 0 & \exp[-i\Omega(t + \tau/2)] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

После подстановки (8.38) в (8.37) получим новую систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{m}}{dt} &= -i\tilde{R}(t)\exp\left[-i\Omega\left(t + \frac{\tau}{2}\right)\right]m_z(t); \\ \frac{d\tilde{m}^*}{dt} &= -i\tilde{R}^*(t)\exp\left[i\Omega\left(t + \frac{\tau}{2}\right)\right]m_z(t); \\ \frac{dm_z}{dt} &= -\frac{i}{2}\tilde{R}^*(t)\exp\left[i\Omega\left(t + \frac{\tau}{2}\right)\right]\tilde{m}(t) + \frac{i}{2}\tilde{R}(t)\exp\left[-i\Omega\left(t + \frac{\tau}{2}\right)\right]\tilde{m}^*. \end{aligned}$$

Эту систему можно представить в матричной форме:

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \mathbf{F}(t) \mathbf{m}.$$

В момент окончания импульса $t = \tau/2$ при известных начальных условиях $\mathbf{m}(-\tau/2, \Omega)$ решение описывается матричным уравнением

$$\mathbf{m}\left(\frac{\tau}{2}, \Omega\right) = \mathbf{A}'\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) \mathbf{m}\left(-\frac{\tau}{2}, \Omega\right). \quad (8.39)$$

Матрицу $\mathbf{A}'(\tau/2, -\tau/2, \Omega)$ можно определить по формуле Магнуса [13]

$$\mathbf{A}'\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) = \exp\left\{\sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{D}_j\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right)\right\},$$

где первый член суммы имеет вид

$$\mathbf{D}_1\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -iS(\Omega)\exp(-i\Omega\tau/2) \\ 0 & 0 & iS^*(\Omega)\exp(i\Omega\tau/2) \\ -\frac{i}{2}S^*(\Omega)\exp(i\Omega\tau/2) & \frac{i}{2}S(\Omega)\exp(-i\Omega\tau/2) & 0 \end{bmatrix},$$

$S(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(t)\exp(-i\Omega t) dt$ – спектральная плотность комплексной огибающей сигнала возбуждения.

Пусть $|S(\Omega)| \ll 1$, что соответствует малосигнальному или линейному режиму возбуждения. Представим матричную экспоненту рядом

$$\mathbf{A}'\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) \approx \exp \mathbf{D}_1 = \mathbf{I} + \mathbf{D}_1 + \frac{\mathbf{D}_1^2}{2!} + \frac{\mathbf{D}_1^3}{3!} + \dots, \quad (8.40)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица.

Практической границей малосигнального режима принято считать уровень спектра $|S(\Omega)| \leq \pi/6$. Ограничившись в (8.40) тремя первыми членами, получим

$$\mathbf{A}'\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) \approx \begin{bmatrix} 1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{4} & \frac{1}{4}S^2(\Omega)\exp(-i\Omega\tau) & -iS(\Omega)\exp\left(-i\frac{\Omega\tau}{2}\right) \\ \frac{1}{4}[S^*(\Omega)]^2\exp(i\Omega\tau) & 1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{4} & iS^*(\Omega)\exp\left(i\frac{\Omega\tau}{2}\right) \\ -\frac{i}{2}S^*(\Omega)\exp\left(i\frac{\Omega\tau}{2}\right) & \frac{i}{2}S(\Omega)\exp\left(-i\frac{\Omega\tau}{2}\right) & 1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{2} \end{bmatrix}.$$

Возвращаясь к старым переменным, а также учитывая, что $\mathbf{m}(-\tau/2, \Omega) = \mathbf{M}(-\tau/2, \Omega)$, на основании (8.38), (8.39) получаем для малосигнального режима возбуждения [16]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\left(\frac{\tau}{2}, \Omega\right) &= \boldsymbol{\beta}\left(\frac{\tau}{2}\right)\mathbf{A}'\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right)\mathbf{M}\left(-\frac{\tau}{2}, \Omega\right) = \\ &= \mathbf{A}\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right)\mathbf{M}\left(-\frac{\tau}{2}, \Omega\right), \end{aligned}$$

где переходная матрица

$$\mathbf{A}\left(\frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}, \Omega\right) \approx \begin{bmatrix} \left[1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{4}\right]\exp(i\Omega\tau) & \frac{1}{4}S^2(\Omega) & -iS(\Omega)\exp\left(i\frac{\Omega\tau}{2}\right) \\ \frac{1}{4}[S^*(\Omega)]^2 & \left[1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{4}\right]\exp(-i\Omega\tau) & iS^*(\Omega)\exp\left(-i\frac{\Omega\tau}{2}\right) \\ -\frac{i}{2}S^*(\Omega)\exp\left(i\frac{\Omega\tau}{2}\right) & \frac{i}{2}S(\Omega)\exp\left(-i\frac{\Omega\tau}{2}\right) & 1 - \frac{|S(\Omega)|^2}{2} \end{bmatrix}. \quad (8.41)$$

Аналогичное решение может быть получено и методом последовательных приближений.

Используя (8.41), можно определить комплексную огибающую двухимпульсного эха в малосигнальном режиме при возбуждении двумя произвольными по форме сигналами со спектрами комплексных огибающих $S_1(\Omega)$ и $S_2(\Omega)$. Для этого необходимо подставить в (8.33) соответствующие элементы матрицы \mathbf{A} . В результате получим

$$\begin{aligned} \tilde{M}_e(t) &\approx i \frac{M_0}{4} \exp \left[-\frac{1}{T_2} \left(t - \tau_2 - \frac{\tau_1}{2} \right) \right] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2^2(\Omega) \exp[-i\Omega(t - 2t_2)] d\Omega. \end{aligned}$$

Для коротких по сравнению с временами релаксации импульсов это выражение можно упростить [9]:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_e(t) &\approx i \frac{M_0}{4} \exp \left[-\frac{2t_2}{T_2} \right] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2^2(\Omega) \exp[-i\Omega(t - 2t_2)] d\Omega. \end{aligned} \quad (8.42)$$

Если взять преобразование Фурье от (8.42), то спектральная плотность комплексной огибающей двухимпульсного эха станет равной

$$\begin{aligned} S_e(\Omega) &\approx i \frac{\pi}{2} M_0 \exp \left[-\frac{2t_2}{T_2} \right] g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2^2(\Omega) \exp(-i\Omega 2t_2) = \\ &= K_e g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2^2(\Omega) \exp(-i\Omega 2t_2), \end{aligned} \quad (8.43)$$

где $K_e = i(\pi/2)M_0 \exp(-2t_2/T_2)$.

Подставив соответствующие элементы матрицы \mathbf{A} (8.41) в (8.35), при тех же ограничениях найдем комплексную огибающую стимулированного эха

$$\begin{aligned} \tilde{M}_s(t) &\approx i \frac{M_0}{2} \exp \left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2} \right] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2(\Omega) S_3(\Omega) \exp[-i\Omega(t - t_2 - t_3)] d\Omega \end{aligned} \quad (8.44)$$

и ее спектральную плотность [66]

$$\begin{aligned} S_s(\Omega) &\approx i\pi M_0 \exp \left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2} \right] \times \\ &\times g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2(\Omega) S_3(\Omega) \exp[-i\Omega(t_2 + t_3)] = \\ &= K_s g(\Omega) S_1^*(\Omega) S_2(\Omega) S_3(\Omega) \exp[-i\Omega(t_2 + t_3)], \end{aligned} \quad (8.45)$$

$$K_s = i\pi M_0 \exp \left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2} \right].$$

Уравнения Блоха (8.21) представляют собой систему линейных дифференциальных уравнений в общем случае с зависящими от времени коэффициентами, которые определяются видом сигналов возбуждения. Точное аналитическое решение можно найти лишь в тех случаях, когда эти коэффициенты не зависят от времени либо являются кусочно-независимыми.

Так, известно решение уравнений Блоха для простых прямоугольных радиоимпульсов длительностью $\tau \ll T_1, T_2$ [66]. На его основе можно также получать соответствующие аналитические решения для возбуждения спиновых систем фазоманипулированными сигналами, комплексную огибающую которых можно рассматривать как кусочно-независимую функцию времени.

9. Функциональные возможности спиновых эхо-процессоров

9.1. Алгоритмы обработки сигналов в спиновых процессорах

Устройства, в основе работы которых лежит эффект фазированного или нелинейного эха, часто называют эхо-процессорами. Они являются многофункциональными и позволяют выполнять ряд интегральных преобразований над сигналами в реальном времени [67–70].

Режим работы процессора и его функциональные возможности определяются:

- числом импульсных сигналов возбуждения, среди которых выделяют информационные и управляющие;
- видом сигналов возбуждения;
- выбором типа эхо или ССИ;
- хронологией следования информационных и управляющих сигналов.

Будем считать, что длительности сигналов возбуждения удовлетворяют условию $\tau \ll T_1, T_2$, ширина спектра информационных сигналов не превосходит ширины линии поглощения рабочего вещества спинового процессора: $\Delta F \leq \Delta F_L$. Для простоты будем полагать, что неоднородно уширенная линия представляет собой идеальный полосовой фильтр, а ее низкочастотный эквивалент описывается выражением

$$g(\Omega) = \begin{cases} g_0, & |\Omega| \leq \Delta\omega_L/2; \\ 0, & |\Omega| > \Delta\omega_L/2. \end{cases}$$

При реализации ряда алгоритмов обработки наряду с информационными сигналами используются и управляющие, чаще всего дельтаобразный импульс с параметрами α и φ и со спектром, почти постоянным в пределах частотного интервала, занимаемого неоднородно уширенной линией $g(\Omega)$. Матрица \mathbf{A} , описывающая решение для этого вида импульсов, определяется (8.29).

Рассмотрим функциональные возможности спиновых процессоров в двухимпульсном режиме возбуждения.

Зеркальная управляемая задержка сигналов. Огибающие импульсов возбуждения представлены на рис. 9.1. В этом алгоритме первый импульс возбуждения $R_1(t)$ – информационный со спектром комплексной огибающей $S_1(\Omega)$, а второй – управляющий дельтаобразный $R_\delta(t-t_2)$ с амплитудой R_δ и длительностью τ_δ . Этот импульс управляет поворотом магнитных моментов изохромат на угол $\alpha_2 = \gamma R_\delta \tau_\delta$.

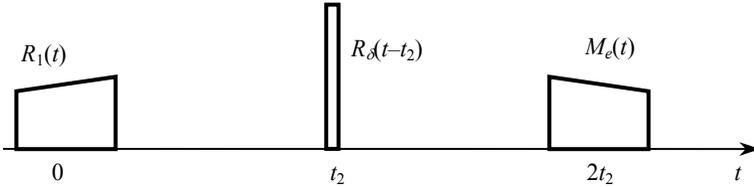


Рис. 9.1. Алгоритм зеркальной задержки сигнала

Спектральная плотность комплексной огибающей двухимпульсного эха в малосигнальном приближении определяется выражением (8.43). Однако в данном случае режим возбуждения второго (дельтаобразного) импульса не является малосигнальным. Поэтому при определении спектральной плотности двухимпульсного эха (8.43) необходимо заменить элемент матрицы $a_{12}^{(2)}(\Omega)$ из (8.41) соответствующим элементом матрицы (8.29). В результате

$$\begin{aligned}
 S_e(\Omega) &\approx i2\pi M_0 g_0 \sin^2\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \exp\left[-\frac{2t_2}{T_2}\right] \times \\
 &\times S_1^*(\Omega) \exp(i2\phi_2) \exp(-i\Omega 2t_2) = \\
 &= 2\dot{K}(\Omega) \sin^2\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) S_1^*(\Omega) \exp(i2\phi_2), \tag{9.1}
 \end{aligned}$$

где $\dot{K}(\Omega) = i\pi M_0 g_0 \exp(-2t_2/T_2) \exp(-i\Omega 2t_2)$.

Из (9.1) следует, что эхо-сигнал представляет собой зеркальное отображение сигнала с задержкой его на время $2t_2$. Максимальная амплитуда эха достигается при $\alpha_2 = \pi$. Кроме того, эхо-отклик получает дополнительный фазовый сдвиг $(\pi/2 + 2\phi_2)$.

Автосвертка. Если поменять местами информационный и управляющий сигналы, как это представлено на рис. 9.2, то можно выполнить автосвертку информационного сигнала. При этом спектральная плотность комплексной огибающей двухимпульсного эха имеет вид

$$S_e(\Omega) \approx i \frac{\pi}{2} M_0 g_0 \sin(\alpha_1) \exp\left[-\frac{2t_2}{T_2}\right] S_2^2(\Omega) \exp(-i\phi_1) \exp(-i\Omega 2t_2) = \\ = \frac{1}{2} \dot{K}(\Omega) \sin(\alpha_1) S_2^2(\Omega) \exp(-i\phi_1).$$

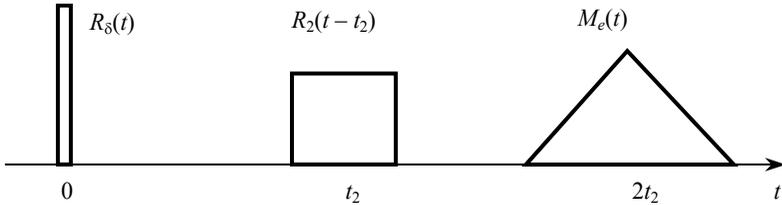


Рис. 9.2. Алгоритм автосвертки сигнала

Амплитуда эха максимальна при $\alpha_1 = \gamma R_\delta \tau_\delta = \pi/2$, фазовый сдвиг эхо-сигнала равен $(\pi/2 - \phi_1)$.

Когда оба сигнала имеют произвольную форму, а режим является малосигнальным, спектральная плотность эхо-сигнала определяется выражением (8.43), которое сочетает операции корреляции первого сигнала с автосверткой второго $\hat{R}_1(t) \otimes \hat{R}_2(t) * \hat{R}_2(t)$.

Сжатие сигналов с линейной частотной модуляцией. Двухимпульсный режим возбуждения позволяет реализовывать согласованную фильтрацию ЛЧМ сигналов с произвольной шириной спектра $\Delta F \leq \Delta F_L$ и длительностью $\tau \ll T_1, T_2$. Известно, что фильтр, согласованный с сигналом, спектральная плотность которого $S_1(\Omega)$, имеет коэффициент передачи $K(\Omega) = \dot{c} S_1^*(\Omega) e^{-i\Omega t_0}$, где \dot{c} – произвольная комплексная постоянная, а t_0 – время задержки. В результате на выходе согласованного фильтра спектральная плотность сигнала $S_{\text{сф}}(\Omega) = \dot{c} |S_1(\Omega)|^2 e^{-i\Omega t_0}$ совпадает по форме со спектральной плотностью корреляционной функции сигнала. Модуль спектральной плотности сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), база которого $\Delta F_1 \tau_1 \gg 1$, приближенно постоянен на интервале $[-\Delta F_1/2, \Delta F_1/2]$. Фазовый спектр на том же интервале с точностью до постоянной имеет квадратичный характер $\phi_1(\Omega) = -\Omega^2 / (2\mu_1)$, где $\mu_1 = 2\pi \Delta F_1 / \tau_1$. Поскольку спектральная плотность двухимпульсного эха пропорциональна $S_1^*(\Omega) S_2^2(\Omega)$, то для формирования эхо-сигнала со спектральной плотностью $|S_1(\Omega)|^2$ необ-

ходимо в качестве второго, управляющего, сигнала возбуждения использовать также ЛЧМ сигнал с параметрами

$$\Delta F_2 = \Delta F_1, \quad \tau_2 = \tau_1/2. \quad (9.2)$$

При этом $\mu_2 = 2\mu_1$, а $\varphi_2(\Omega) = -\Omega^2/(2\mu_2) = -\Omega^2/(4\mu_1)$, и при формировании произведения $S_1^*(\Omega)S_2^2(\Omega)$ фазовые спектры сомножителей оказываются равными по размеру и противоположными по знаку. При этих условиях эхо-сигнал совпадает по форме с корреляционной функцией ЛЧМ сигнала. На рис. 9.3 показаны огибающие сигналов возбуждения. Наклонные пунктирные линии символизируют линейное изменение частоты. Формирование сжатого сигнала в момент времени $2t_2$ качественно можно также представить как результат когерентного сложения двухимпульсных эхо-сигналов от изохроматических групп, последовательно возбуждаемых двумя ЛЧМ сигналами. При выполнении условий (9.2) эти элементарные эхо-отклики когерентно складываются в момент времени $2t_2$.

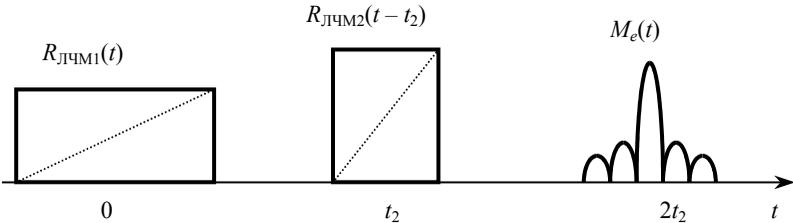


Рис. 9.3. Алгоритм сжатия ЛЧМ сигнала

Второй ЛЧМ сигнал в данном алгоритме можно рассматривать как управляющий, определяющий коэффициент передачи согласованного фильтра. Меняя его параметры ΔF_2 , τ_2 , а также частоту $f_0 = \omega_0/2\pi$, можно согласовывать фильтр с различными ЛЧМ сигналами.

Более широкими функциональными возможностями обладает трехимпульсный режим возбуждения спинового процессора. В мало-сигнальном режиме спектральная плотность комплексной огибающей стимулированного эха, описываемая выражением (8.45), определяется операциями корреляции и свертки сигналов $\tilde{R}_1(t) \otimes \tilde{R}_2(t) * \tilde{R}_3(t)$. Рассмотрим основные алгоритмические возможности трехимпульсного режима работы спиновых процессоров.

Управляемая задержка сигналов. В данном случае один из трех импульсов возбуждения является информационным, а два оставшихся – управляющими, в качестве которых обычно используют дельтаобразные

импульсы. При использовании дельтаобразных сигналов в выражении для спектральной плотности стимулированного эха (8.45) необходимо заменить матричные элементы в (8.35) соответствующими элементами матрицы (8.29). Фактически следует заменить $S(\Omega)$ на $\sin \alpha \exp(i\varphi)$ и $S^*(\Omega)$ на $\sin \alpha \exp(-i\varphi)$.

Рисунок 9.4 иллюстрирует алгоритм зеркальной задержки произвольного сигнала $R_1(t)$. Второй и третий импульсы возбуждения являются при этом дельтаобразными управляющими. Спектральная плотность комплексной огибающей стимулированного эха равна

$$S_s(\Omega) \approx i\pi M_0 g_0 \exp\left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2}\right] \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 S_1^*(\Omega) \times \\ \times \exp\left[i(\varphi_2 + \varphi_3)\right] \exp\left[-i\Omega(t_2 + t_3)\right].$$

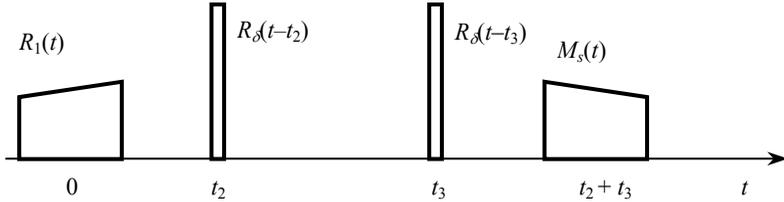


Рис. 9.4. Алгоритм зеркальной задержки сигнала

Сигнал задерживается на время $t_0 = t_2 + t_3$ и инвертируется во времени. Максимум амплитуды соответствует параметрам $\alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$. Фазовый сдвиг для эхо-отклика равен $(\pi/2 + \varphi_2 + \varphi_3)$.

В отличие от двухимпульсного режима возбуждения трехимпульсный позволяет также выполнить управляемую задержку сигналов без инверсии во времени (рис. 9.5).

Спектральная плотность комплексной огибающей стимулированного эха (см. рис. 9.5,а) равна

$$S_s(\Omega) \approx i\pi M_0 g_0 \exp\left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2}\right] \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 S_2(\Omega) \times \\ \times \exp\left[i(\varphi_3 - \varphi_1)\right] \exp\left[-i\Omega(t_2 + t_3)\right]. \quad (9.3)$$

В данном случае эхо-сигнал задерживается на время t_3 относительно входного сигнала в момент времени t_2 . Меняя t_3 , можно изменять время задержки входного сигнала. Для получения максимальной

амплитуды эха необходимо иметь $\alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$. Фазовый сдвиг эхо-сигнала равен $\pi/2 - \varphi_1 + \varphi_3$.

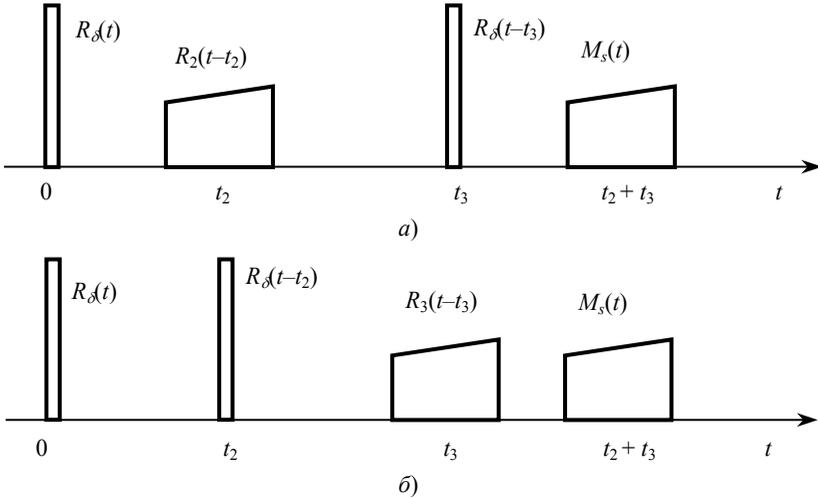


Рис. 9.5. Алгоритм задержки сигнала

Спектральную плотность эхо-сигнала для алгоритма на рис. 9.5,б легко получить из (9.3), если поменять местами индексы 2 и 3 везде, кроме моментов времени t_2 и t_3 . В этом алгоритме время задержки определяется параметром t_2 .

Сравнение алгоритмов задержки на рис. 9.5 показывает, что при одинаковой задержке в первом случае амплитуда эхо-сигнала, как правило, больше, так как с увеличением t_3 она падает медленнее, чем с увеличением t_2 , поскольку $T_1 \geq T_2$. С другой стороны, в первом случае можно достичь больших времен задержки, чем во втором при одинаковой амплитуде эха.

Иногда для снижения пиковой мощности управляющих сигналов вместо дельтаобразных импульсов используют сложные, например ЛЧМ сигналы (рис. 9.6). В этом случае первый и третий импульсы возбуждения представляют собой одинаковые ЛЧМ сигналы с базой $\Delta F_1 \tau_1 = \Delta F_3 \tau_3 \gg 1$, так что произведение их спектров в (8.45) с учетом комплексного сопряжения постоянно в некоторой полосе частот. Таким образом, спектр эхо-сигнала пропорционален $S_2(\Omega)$. Этот алгоритм эквивалентен алгоритму, представленному на рис. 9.5,а, однако мощность управляющих ЛЧМ сигналов может быть снижена в $\tau_{\text{ЛЧМ}}/\tau_\delta$ раз по

сравнению с мощностью дельтаобразных сигналов ($\tau_{\text{ЛЧМ}}$ – длительность ЛЧМ сигнала). Такой способ, в частности, используется в устройствах на основе электронного спинового эха.

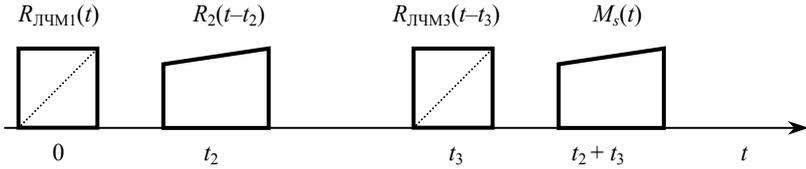


Рис. 9.6. Задержка сигнала с использованием ЛЧМ-импульсов

Свертка сигналов. Для получения свертки двух сигналов $\tilde{R}_2(t) * \tilde{R}_3(t)$ достаточно использовать перед этими сигналами дельтаобразный импульс (рис. 9.7). При этом спектральная плотность комплексной огибающей эха будет

$$S_s(\Omega) \approx i\pi M_0 g_0 \exp\left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2}\right] \sin \alpha_1 S_2(\Omega) S_3(\Omega) \times \exp(-i\varphi_1) \exp[-i\Omega(t_2 + t_3)]. \quad (9.4)$$

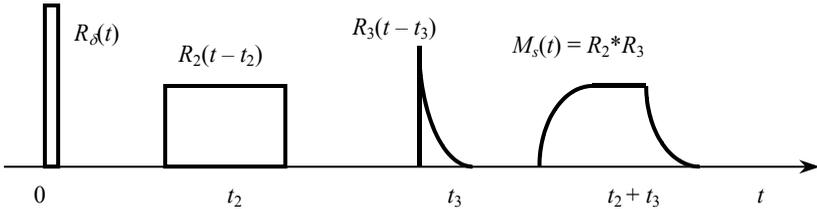


Рис. 9.7. Алгоритм свертки двух сигналов

Входящее в (9.4) произведение спектров $S_2(\Omega) S_3(\Omega)$ можно также рассматривать как результат прохождения одного из сигналов, например $\tilde{R}_2(t)$, через фильтр с коэффициентом передачи $K(\Omega) = S_3(\Omega)$. Меняя вид сигнала $\tilde{R}_3(t)$, можно изменять коэффициент передачи фильтра и таким образом управлять им.

Корреляционная обработка сигналов. Для формирования взаимокорреляционной функции двух сигналов используют алгоритмы, представленные на рис. 9.8 и 9.9. В первом случае после импульсов с комплексными огибающими $\tilde{R}_1(t)$ и $\tilde{R}_2(t)$ подают дельтаобразный импульс. При этом спектральная плотность комплексной огибающей эхо-сигнала

$$S_s(\Omega) \approx i\pi M_0 g_0 \exp\left[-\frac{t_3 - t_2}{T_1} - \frac{2t_2}{T_2}\right] \sin \alpha_3 S_1^*(\Omega) S_2(\Omega) \times \\ \times \exp(i\phi_3) \exp[-i\Omega(t_2 + t_3)],$$

что соответствует во временной области функции взаимной корреляции двух сигналов $\tilde{R}_1(t) \otimes \tilde{R}_2(t)$. Если первый и второй сигналы одинаковы, то получают автокорреляционную функцию сигнала $\tilde{R}(t) = \tilde{R}_1(t) = \tilde{R}_2(t)$. В случае, представленном на рис. 9.9, получают взаимную корреляцию функций $\tilde{R}_1(t) \otimes \tilde{R}_3(t)$.

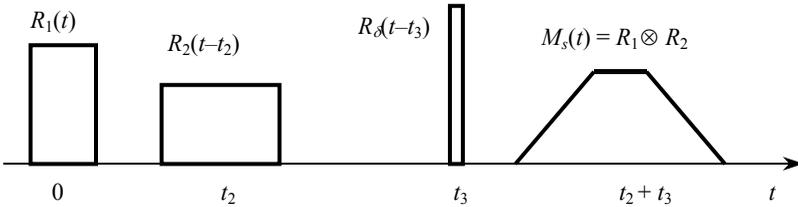


Рис. 9.8. Алгоритм взаимной корреляции 1-го и 2-го сигналов

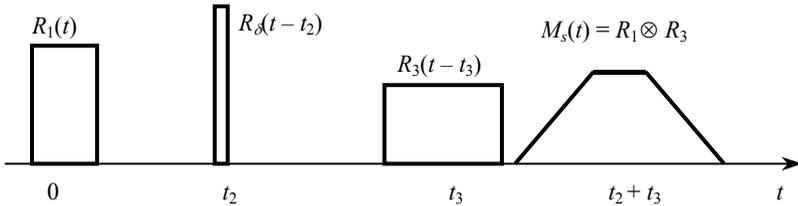


Рис. 9.9. Алгоритм взаимной корреляции 1-го и 3-го сигналов

Спектральный анализ сигналов. Если в алгоритме, реализующем операцию задержки сигнала $\tilde{R}_2(t)$ (рис. 9.10), заменить третий дельтаобразный импульс возбуждения ЛЧМ сигналом, то при выполнении

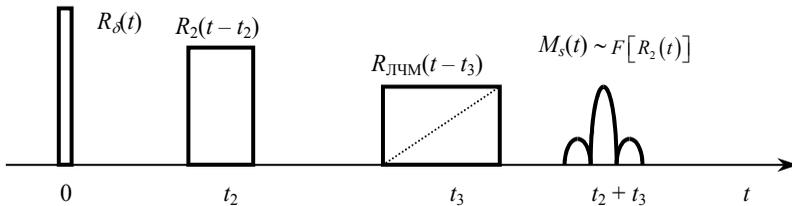


Рис. 9.10. Алгоритм преобразования Фурье

нии условия $\tau_2 \ll (\tau_{\text{ЛЧМ}}/\omega_d)^{1/2}$, где $\tau_{\text{ЛЧМ}}$ и ω_d – длительность и девиация частоты ЛЧМ сигнала, можно получить эхо, совпадающее по форме со спектром второго импульса (преобразование Фурье) $F[R_2(t)]$.

По принципу действия такой анализатор спектра относится к анализаторам дисперсионного типа. Возникающая в нем задержка является линейной функцией частоты. Ее появление обусловлено в данном случае заменой дельтаобразного импульса на управляющий ЛЧМ сигнал.

Управляемая согласованная фильтрация. Формирование сверток и корреляционных функций сигналов в ЭП определяет возможность создания управляемых согласованных фильтров для сигналов произвольного вида, в том числе с изменяющейся структурой (а не только для ЛЧМ сигналов, как это имеет место в двухимпульсном режиме). На рис. 9.11 введены три алгоритма управляемой согласованной фильтрации.

Из трех сигналов возбуждения один – информационный, представляющий аддитивную смесь сигнала и помехи, с комплексной огибающей $\tilde{R}(t) = \tilde{R}_c(t) + \tilde{n}(t)$, один – дельтаобразный (название алгоритма соответствует порядку следования дельтаобразного импульса в возбуждающей серии импульсов) и еще один – управляющий.

Управляющий сигнал с точностью до постоянного множителя \dot{c} должен совпадать с сигналом $\tilde{R}_c(t)$, причем в случае, иллюстрируемом рис. 9.11,а, управляющий сигнал, к тому же, еще должен быть инвертирован во времени в отличие от алгоритмов, представленных на рис. 9.11,б и в. Это обусловлено тем, что первый алгоритм основан на операции свертки, а второй и третий – на операции корреляции двух сигналов. Следует отметить, что согласованная фильтрация выполняется в течение времени, определяемого длительностью информационного импульса.

Управляемые согласованные фильтры целесообразны в системах с изменяющейся структурой сигнала. При этом следует подчеркнуть, что изменение вида сигнала может быть как преднамеренным, так и непреднамеренным. Примером непреднамеренного изменения характеристик сигнала может служить радиолокационная станция, зондирующий сигнал которой может изменять свой вид из-за нестабильности электрических и температурных режимов, а также из-за старения элементов. Если в качестве управляющего сигнала процессора использовать зондирующий сигнал станции, то в каждом периоде зондирования фильтр будет согласован не со штатным сигналом станции, а с сигналом, фактически излученным в данном периоде зондирования. Также важно подчеркнуть, что зондирующим сигналом могут быть реализации шума, запоминаемые в спиновом процессоре в каждом периоде зондирования или выборки псевдослучайного процесса.

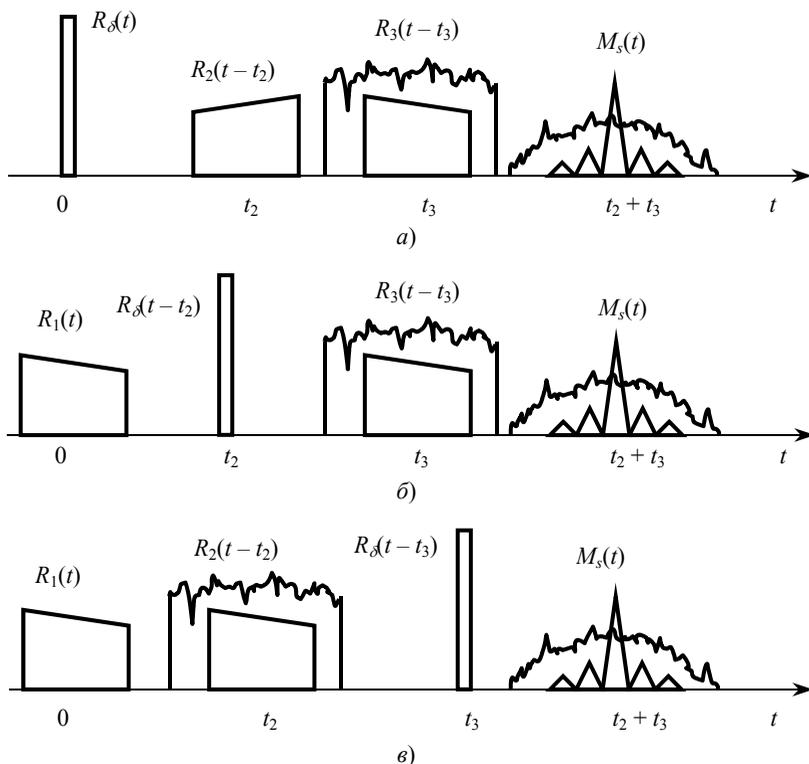


Рис. 9.11. Алгоритмы согласованной фильтрации сигнала

Все рассматриваемые алгоритмы могут быть реализованы в одном устройстве, что свидетельствует о многофункциональности спиновых процессоров. Следует отметить, что описанные алгоритмы обработки радиосигналов можно использовать и для сигналов светового диапазона с помощью фотонных процессоров.

9.2. Параметры спиновых эхо-процессоров

Основными информационными параметрами спиновых процессоров являются: рабочая частота f_0 ; ширина полосы пропускания ΔF ; максимальная длительность обрабатываемых сигналов τ_{\max} ; время памяти t_{Π} ; энергетические параметры: мощности сигналов возбуждения $P_{\text{в}}$ и эхо-сигналов $P_{\text{с}}$; динамический диапазон по выходу D ; и переходное затухание K ; энерго-весовые и конструктивные характеристики [71, 72].

Частотные характеристики спиновых процессоров определяются формой неоднородно уширенной линии поглощения рабочего вещества,

а его центральная частота f_0 и полоса пропускания ΔF соответственно равны центральной частоте и ширине линии поглощения.

Поскольку ограничения, накладываемые на длительность сигналов, а также релаксационные искажения связаны в первую очередь с процессами поперечной релаксации, то максимальная длительность сигналов условно принимается равной времени поперечной релаксации $\tau_{\max} = T_2$.

Время памяти системы характеризует максимальное время хранения информации о записанном сигнале и связано с временем продольной релаксации. Целесообразно пояснить сказанное на примере алгоритма управляемой задержки сигнала (см. рис. 9.5). Второй импульс, вводимый в процессор в момент времени t_2 , задерживается на время t_3 . Изменяя момент подачи третьего импульса, можно изменять время задержки. Однако, как видно из (9.3), амплитуда эха пропорциональна $\exp(-t_3/T_1)$. Таким образом, увеличение t_3 сопровождается экспоненциальным затуханием амплитуды отклика с характерным временем T_1 . Следовательно, временем продольной релаксации определяется время памяти процессора. Чем больше T_1 , тем на большее время можно запомнить информацию.

Следует также отметить, что время продольной релаксации T_1 характеризует процесс возвращения спиновой системы в исходное состояние после каждого цикла возбуждения эха. Можно определить интервал времени, в течение которого устанавливается исходное состояние, как $(2...3)T_1$. Таким образом, параметр T_1 определяет также максимальную частоту повторения циклов возбуждения, равную $[(2...3)T_1]^{-1}$. В принципе эта частота может быть выше указанной. При этом с ростом частоты повторения амплитуда эхо-сигнала будет уменьшаться из-за неполного восстановления равновесной намагниченности M_0 . Кроме того, может возникнуть межпериодная интерференция эхо-сигналов, не описанная в литературе.

Таким образом, параметры линии поглощения и времена релаксации используемого рабочего вещества определяют информационные параметры процессоров.

В табл. 9.1 приведены параметры процессоров, использующих различные виды ядер [72]. Обычно для ЯМР выделяют два класса рабочих веществ: немагнитные и магнитоупорядоченные. В немагнитных веществах частота ЯМР и ЭПР и ширина линии определяются соответственно средним значением индукции внешнего магнитного поля B_0 и его неоднородностью ΔB_z , а также гиромангнитным отношением γ ядра или электрона. Так, для ЯМР на протонах f_0 [МГц] = 42,58 B_0 [Т], а в случае ЭПР f_0 [ГГц] = 28,0 B_0 [Т].

Таблица 9.1. Параметры процессоров на основе фазированного эха

Тип эха и вещество	f_0 , МГц	ΔF_L , МГц	T_1 , мкс	T_2 , мкс	D , дБ
Ядерное спиновое ЯМР ^{59}Co в ТМП кобальта	216	10	150	25	100
Ядерное спиновое ЯМР ^{59}Co в ТМП Fe-Co-Ni	150...280	5...40, до 80	100...200	25	90
Ядерное спиновое ЯМР ^{57}Fe в ТМП Fe-Ni	50	20	10^4	$3 \cdot 10^2$	45
Ядерное спиновое ЯМР ^{57}Fe в феррите NiFe_2O_4	70	2.5	$3 \cdot 10^3$	500	60
Ядерное спиновое ЯМР ^{57}Fe в феррите $\text{Li}_{0.5}\text{Fe}_2\text{O}_4$	70	3.5	$3 \cdot 10^3$	700	60
Ядерное спиновое ЯМР ^{55}Mn в MnFe_2O_4	600	5...20	50	15	70
Электронное спиновое TiO_2 (4.2 К)	10^4	150	–	40	>100

Примечание: ТМП – тонкие магнитные пленки.

Обычные значения индукции B_0 , которые получают в лабораторных условиях, достигают 0,1...1 Т. Что касается ЭПР, то отличительной особенностью этого вида магнитного резонанса в отличие от ЯМР являются довольно короткие времена поперечной релаксации $T_2 \sim 10^{-5} \dots 10^{-8}$ с даже при гелиевых температурах. Исключением является электронное спиновое эхо от Е-центров в SiO_2 . В нем T_2 не зависит от температуры в диапазоне 4,2...300 К и составляет около 40 мкс. Существенным достоинством процессоров на электронном спиновом эхе является работа в сантиметровом диапазоне волн.

Частоты ЯМР для ядер водорода и фтора лежат в диапазоне 4...50 МГц, а ширина линии определяется, в основном, неоднородностью внешнего магнитного поля и может лежать в пределах 0,1... 10^5 Гц. Однако существенным недостатком как ЭПР, так и ЯМР в парамагнитных средах является необходимость создания сильных поляризующих магнитных полей. Это обстоятельство, а также неудовлетворительные энергетические характеристики парамагнитных рабочих сред не позволяют использовать их при создании малогабаритных спиновых процессоров.

Эту задачу удалось решить с помощью ЯМР в магнитоупорядоченных рабочих средах (ферромагнетики, антиферромагнетики, ферри-магнетики) [73, 74]. Электронная магнитная решетка таких веществ является упорядоченной. Влияние упорядоченной электронной системы на ядерную можно представить как воздействие локального магнитного поля, индукция которого на ядрах 3d-элементов может достигать $10^2 \dots 10^3$ Т. Частоты ЯМР в магнитоупорядоченных веществах лежат в

широком диапазоне от единиц мегагерц до 7 ГГц (в ферромагнитном гольмии).

Вторая особенность ЯМР в магнитоупорядоченных материалах связана с эффектами усиления внешнего радиочастотного магнитного поля, а также эхо-сигнала, формируемого колебаниями поперечной компоненты ядерной намагниченности. Эти обстоятельства также способствуют существенному улучшению энергетических показателей спиновых процессоров и обеспечивают возможность их миниатюризации.

Обе особенности ЯМР в магнитоупорядоченных средах объясняются сверхтонким взаимодействием электронной и ядерной спиновой систем. При этом возмущение одной из систем приводит к возмущению другой и наоборот. Возбуждение в этих средах отличается от возбуждения в парамагнитных тем, что на ядра действует не внешнее магнитное поле, а поперечная составляющая сверхтонкого поля, создаваемого колебаниями электронной намагниченности под действием внешнего поля \mathbf{B}_1 . Таким образом, на ядерную намагниченность действует поле $\eta_1 \mathbf{B}_1$, где η_1 – коэффициент усиления.

Далее сформированная в ядерной системе поперечная намагниченность посредством сверхтонкого взаимодействия возбуждает колебания электронной намагниченности, которые индуцируют ЭДС в катушке резонансного контура процессора. Поскольку намагниченность электронной системы значительно больше ядерной, то эхо-сигналы усиливаются в η_2 раз. В магнитоупорядоченных веществах коэффициенты усиления могут составлять $10^2 \dots 10^5$. Это объясняется тем, что процесс перемагничивания обусловлен смещением доменных границ. Если же перемагничивание происходит методом вращения, то значение коэффициента усиления несколько меньше. В последнем случае $\eta_1 = \eta_2 = \eta$.

Еще одна особенность спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных рабочих сред связана с неоднородностью внутреннего коэффициента усиления η . При этом различные ядра испытывают различную степень насыщения даже при однородном внешнем возбуждающем поле. Чтобы учесть неоднородность этого параметра, сначала определяют сигнал спинового эха для парамагнитной модели рабочего вещества, вводят в нее коэффициент усиления и полученный результат усредняют с помощью заданной плотности вероятности $p(\eta)$. Хотя вид закона распределения $p(\eta)$ обычно точно не известен, его определяют по результатам экспериментов. Форма эхо слабо зависит от вида этой функции, поэтому к ее определению не предъявляются жесткие требования.

В диапазоне до 100 МГц может быть использован ЯМР ядер ^{51}V , ^{53}Cr , ^{57}Fe , ^{61}Ni , ^{155}Gd , ^{157}Gd , ^{19}F в различных химических соединениях и сплавах. Времена релаксации T_1 и T_2 в зависимости от температуры мо-

гут достигать $10^{-2} \dots 10^{-1}$ с. Среди перечисленных ядер следует выделить ядра железа ^{57}Fe , которые даже при естественной концентрации изотопа 2,2% дают достаточно интенсивные эхо-сигналы. При обогащении изотопом ^{57}Fe интенсивность сигнала возрастает пропорционально концентрации изотопа в единице объема. Характерные при комнатных температурах параметры ЯМР изотопа ^{57}Fe : $f_0 = 40 \dots 80$ МГц, $\Delta F = 0.1 \dots 10$ МГц, T_1 и $T_2 = 10^{-2} \dots 10^{-3}$ с. Предельное значение базы обрабатываемых сигналов может достигать 10^4 . Чаще всего из веществ данного типа используются ферриты со структурой шпинели с ядрами ^{57}Fe [75].

В диапазоне 100...700 МГц следует выделить ЯМР ядер ^{55}Mn , ^{59}Co , ^{63}Cu , ^{65}Cu , ^{151}Eu , и ^{147}Sm в различных соединениях. Типичные времена релаксации $10^{-5} \dots 10^{-3}$ с. Из ядер этой группы следует выделить ядра ^{55}Mn и ^{59}Co , поскольку они формируют интенсивные эхо-сигналы и характеризуются 100-процентной концентрацией данного изотопа. Для ^{55}Mn $f_0 \approx 530$ МГц, $\Delta F \approx 10$ МГц, T_1 и $T_2 \approx 10$ мкс.

При использовании ЯМР ^{59}Co $f_0 \approx 200$ МГц, $\Delta F \approx 10 \dots 40$ МГц и более, $T_1 \approx 50 \dots 250$ мкс, $T_2 \approx 30$ мкс. Соответствующая база сигналов – около 10^3 .

В данном частотном диапазоне хорошо зарекомендовали себя рабочие среды на основе тонких магнитных пленок кобальта и его сплавов с резонансом на ядрах ^{59}Co [76]. Тонкой магнитной пленкой называют структуру, толщина магнитного слоя которой соизмерима с линейными размерами доменов в монокристаллах. Обычно толщина пленки колеблется от 20 до 1000 нм.

В массивных магнитоупорядоченных средах сигнал ЯМР формируется благодаря ядрам, расположенным в доменных границах, объем которых составляет 1...5% объема рабочего вещества. Процесс перемагничивания этих материалов обусловлен смещением доменных границ. В ТМП же процесс перемагничивания происходит в результате вращения, когда домены образца меняют ориентацию магнитного момента. В этом случае сигналы эха формируются всеми ядрами домена, что увеличивает активный объем материала, сопровождающийся ростом мощности эхо-сигналов. Коэффициент усиления в ТМП обратно пропорционален полю анизотропии

$$\eta = H_n / H_a,$$

где H_n – величина сверхтонкого магнитного поля на ядре, а H_a – величина поля наведенной анизотропии. Так, в тонких поликристаллических пленках кобальта $H_n = 211$ кЭ, а $H_a = 30$ кЭ, что дает $\eta \approx 7 \cdot 10^3$. В отличие от пленок в монокристаллах поле анизотропии на один-два порядка выше, поэтому коэффициенты усиления в пленках больше, чем в массивных образцах.

Для увеличения мощности эхо-сигналов пленки делают многослойными, а также пакетируют.

Среди пленочных сред можно выделить пленки кобальта с резонансом на ядрах ^{59}Co , для которых $f_0 = 217$ МГц, $\Delta F \approx 10$ МГц, $T_1 \approx 50 \dots 250$ мкс, $T_2 \approx 25 \dots 28$ мкс. Переходное затухание K – около 30 дБ.

Внедрение в ферромагнитную матрицу кобальта примесей железа и никеля (сплав Fe-Co-Ni) позволяет существенно расширить линию поглощения ядер ^{59}Co в этом сплаве по сравнению с чистым кобальтом. Для этих пленок $f_0 = 195$ МГц, а полоса частот $\Delta F \approx 30 \dots 40$ МГц и может быть доведена до 80 МГц, времена релаксации остаются примерно теми же.

В диапазоне частот 700...7000 МГц используют ЯМР редкоземельных элементов, которые требуется охлаждать до температуры жидкого гелия. Типовые значения времен релаксации составляют $10^{-6} \dots 10^{-4}$ с. Предельное значение базы, правда, невелико – около 10^2 .

Несомненный интерес представляют процессоры на основе ЭПР в парамагнитном образце на основе двуокиси титана (рутила), обогащенного никелем. Дело в том, что внутреннее электрическое поле в кристалле рутила расщепляет энергетический уровень никеля, и сигналы спинового эха формируются без приложения поляризирующего магнитного поля. Правда, чтобы достичь времен релаксации $T_2 \approx 40$ мкс, приходится охлаждать кристалл до температур жидкого гелия. При этом $f_0 = 8,25$ ГГц, $\Delta F \approx 150$ МГц, что соответствует базе около 6000.

Ферримагнитное эхо, механизм формирования которого основан на ангармоничности и отличается от механизма формирования спинового эха, наблюдалось в монокристаллах железиттриевого граната. При $f_0 \sim 10$ ГГц и $\Delta F \approx 450$ МГц длительность сигналов невелика – ~ 1 мкс. Отличительной особенностью данного вида эха является усиление эхо-сигнала (до 50 дБ), который значительно превышает первый импульс возбуждения.

Структурная схема спинового процессора [66] (рис. 9.12) содержит два ключа К1 и К2, сумматор Σ , усилитель сигналов возбуждения, резонансную систему с рабочим веществом РС с РВ, усилитель эхо-сигналов, генератор управляющих сигналов ГУС, генератор дельтаобразных импульсов ГДИ, генератор импульсов тока ГИТ, а также блок синхронизации и управления.

Блок синхронизации и управления задает хронологию следования управляющих сигналов и дельтаобразных импульсов, вырабатываемых ГУС и ГДИ, а также управляет работой ключей К1 и К2, служащих для временного стробирования входных и выходных сигналов процессора.

На вход ключа К1 поступает информационный сигнал, который стробируется по времени, поскольку спиновые процессоры обрабатывают импульсные радиосигналы. При этом шумовой процесс и (или)

помеха, на фоне которых производится прием полезного сигнала, ограничиваются по времени. После ключа К1 входной сигнал, поступив на сумматор Σ , объединяется с управляющим и дельтаобразным импульсами, после чего усиливается до требуемого уровня в усилителе сигналов возбуждения и подается на РС с РВ.

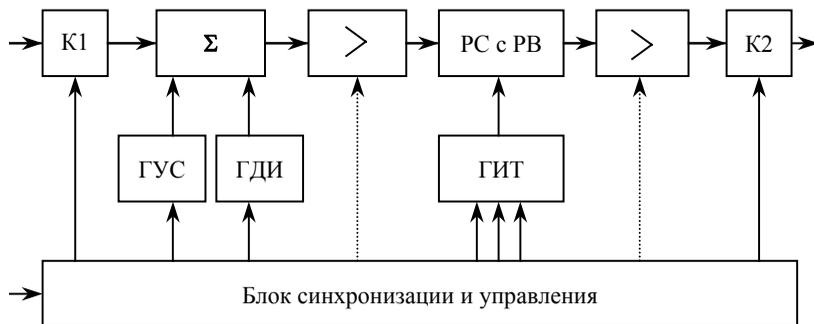


Рис. 9.12. Структурная схема спинового процессора

Центральным узлом спинового процессора является РС с РВ. Чаще всего она представляет собой резонансный контур, в катушке индуктивности которого расположено рабочее вещество. Параметры контура должны быть согласованы по частоте с параметрами неоднородно уширенной линии поглощения. Возбуждаемые эхо-сигналы усиливаются в усилителе эхо-сигналов, после чего также стробируются по времени ключом К2 для отделения выходных сигналов процессора от входных, поскольку спиновый процессор является двухполюсником.

Импульсы тока, вырабатываемые генератором импульсов тока ГИТ, поступают на катушку стирания и создают дополнительные импульсы магнитного поля для подавления паразитных сигналов процессора. Если процессор работает в трехимпульсном режиме возбуждения, то паразитными являются все ССИ, а также двухимпульсные эхо. Иногда нужные отклики выделяют с помощью метода временной селекции, паразитные отклики подавляют компенсационными методами. В этом случае процессор содержит два канала без использования генератора импульсов тока. Блок синхронизации и управления задает хронологию работы ГИТ, а также, если требуется, вырабатывает импульсы управления для введения ВАРУ в усилители с целью коррекции релаксационных искажений.

Одна из проблем, связанных с работой спиновых процессоров, касается паразитных сигналов и методов их подавления. Среди этих методов можно выделить:

– метод временного разделения сигналов. Самый простой, однако имеет весьма ограниченное применение, поскольку далеко не всегда

можно создать условия, при которых полезные и паразитные отклики процессора не перекрываются во времени;

– метод, основанный на создании дополнительных магнитных полей, с помощью которых нарушают процессы фазировки изохромат и тем самым разрушают паразитные сигналы. Дает хорошие результаты в магнитоупорядоченных средах, особенно в ТМП, где коэффициент подавления мешающих откликов доходит до 60 дБ и более, что вполне достаточно в большинстве режимов обработки;

– компенсационный метод. Требуется создания еще по крайней мере одного дополнительного резонатора с рабочим веществом. Далее за счет начальных фаз возбуждающих сигналов обеспечивают такие условия возбуждения, при которых полезные эхо-сигналы резонаторов суммируются в фазе, а паразитные – в противофазе. Положительным моментом этого метода является увеличение амплитуды полезного сигнала за счет суммирования эхо-сигналов двух резонаторов.

Приведем методику оценки параметров спиновых процессоров с парамагнитными рабочими веществами.

1. Рабочее вещество выбирают исходя из заданных длительностей обрабатываемых сигналов τ и ширины их спектра ΔF . При этом выбранное вещество должно удовлетворять следующим требованиям: $T_2 \geq \tau$; $\Delta F_L \geq \Delta F$.

Для вещества, удовлетворяющего им, можно оценить энергетические параметры процессора. Первоначальная оценка этих параметров проводится для двухимпульсного режима возбуждения дельтаобразными импульсами, поворачивающими вектор намагниченности на 90 и 180° (см. рис. 8.2).

2. Мощностью 90-градусного дельтаобразного импульса, который создает линейно-поляризованное магнитное поле, равна

$$P_\delta = (\pi \Delta F_L)^3 V / (\mu_0 \gamma^2),$$

где V – объем вещества в резонансной системе.

3. Максимальная мощность двухимпульсного эхо-сигнала

$$P_e = \omega_0 Q V \mu_0 M_0^2 / 2, \quad (9.5)$$

где Q – добротность неоднородно уширенной линии поглощения.

4. По найденным значениям мощностей возбуждения и эхо можно определить переходное затухание в децибелах:

$$K_\delta = 10 \lg (P_\delta / P_e).$$

5. Динамический диапазон процессора D_δ в децибеллах ограничен сверху максимальной мощностью эхо-сигнала P_e , а снизу – мощностью шумов усилителя эхо-сигналов $P_{ш}$, пересчитанной к его входу,

$$D_{\delta} = 10 \lg(P_e/P_{\text{ш}}).$$

Динамический диапазон спинового процессора является одной из основных его характеристик. Проще всего определить динамический диапазон для двух- или трехимпульсного режимов возбуждения парамагнитной модели рабочего вещества дельтаобразными импульсами. Так, для двухимпульсного режима возбуждения 90- и 180-градусными импульсами получают максимально возможную амплитуду двухимпульсного эха (8.34). В трехимпульсном режиме возбуждения 90-градусными импульсами максимальная амплитуда эха будет в два раза меньше (8.36). При этом мощность стимулированного эха P_s будет в 4 раза меньше мощности первичного эха P_e . Максимальный уровень эха определяет верхнюю границу динамического диапазона, нижняя граница определяется уровнем собственных шумов усилителя эхо-сигналов с подключенной на его вход резонансной системой с рабочим веществом. При возбуждении спинового эха сложными сигналами верхняя граница динамического диапазона, определяемая максимальным уровнем эхо-сигнала, может измениться. Прежде всего, эта граница зависит от алгоритма работы процессора.

10. Спиновые эхо-процессоры на основе магнитоупорядоченных сред

10.1. Подавление паразитных сигналов

Изменение локальных частот ЯМР в магнитоупорядоченных веществах под действием дополнительных нерезонансных импульсных магнитных полей позволяет, с одной стороны, количественно оценивать неоднородности магнитной структуры, а с другой – выделять любой тип эхо или ССИ за счет подавления остальных откликов спиновой системы. Структурная селекция откликов используется в устройствах обработки сигналов на основе эффекта спинового эха, в частности при реализации алгоритмов согласованной и субоптимальной фильтрации.

Рассмотрим влияние амплитуды, длительности и формы нерезонансного импульсного магнитного поля на амплитуду ядерного спинового эха в магнитоупорядоченных веществах [66]. Экспериментально установлено, что в тонких магнитных пленках кобальта уменьшение амплитуды двухимпульсного эха под действием нерезонансного импульсного магнитного поля на интервале между импульсами возбуждения вызвано нарушением фазовой когерентности внутри изохроматических групп ядерных спинов за счет неоднородного изменения локальных частот ЯМР.

Причиной является изменение сверхтонких полей на ядрах, обусловленное движением микромагнитной структуры, которое представляет собой изменение ориентации магнитных моментов в образце. Вращение этих моментов приводит к изменению дипольных составляющих сверхтонких полей, создаваемых ими на ядрах. При этом сдвиг локальной частоты ЯМР \mathcal{W} , вызванный нерезонансным импульсным магнитным полем h , и исходная локальная частота ЯМР оказываются независимыми. В общем случае учитывался нелинейный характер изменения сдвига частоты \mathcal{W} от напряженности внешнего нерезонансного магнитного поля h . Это дало возможность объяснить эффекты, не поддающиеся интерпретации в рамках линейного приближения. Нелинейный же характер изменения локальных частот ЯМР в магнитоупорядоченных веществах под действием внешнего магнитного поля вытекает, в частности, из угловой зависимости частоты ЯМР на границе домена, где ли-

нейная зависимость наблюдается лишь для ядер, находящихся в центре этой области.

Эквивалентные фазы откликов. Будем считать, что после каждого резонансного импульса возбуждения H_i на магнитоупорядоченное вещество воздействуют нерезонансным импульсом продольного магнитного поля произвольной формы $h_i(t)$ (скорость изменения этого поля $dh_i(t)/dt$ ограничена, чтобы не вызвать инверсии населенностей ядерных спинов), где i – номер импульса. На рис. 10.1 показана временная диаграмма двухимпульсного режима возбуждения.

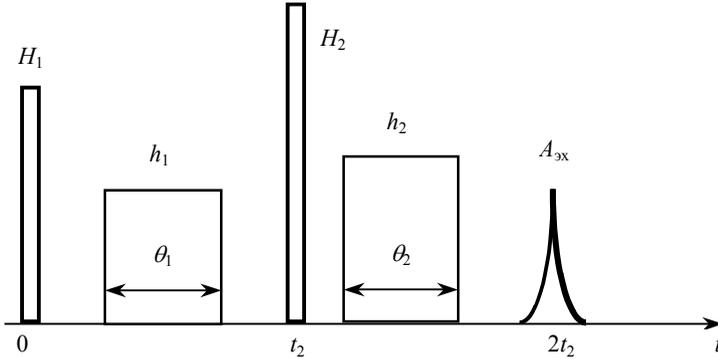


Рис. 10.1. Временная диаграмма двухимпульсного режима возбуждения первичного эха и дополнительных видеоимпульсов магнитного поля h_i длительностью θ_i

Под действием импульса $h_i(t)$ фаза поперечной компоненты магнитного момента изменится на значение

$$\Psi_i = \int_{t_i}^{t_i+t_{ki}} W_i(t) dt, \quad (10.1)$$

где t_i – момент начала воздействия нерезонансного импульса h_i ; $W_i(t)$ – закон изменения сдвига локальной частоты ЯМР, вызванного импульсом $h_i(t)$; t_{ki} – момент его окончания.

Эквивалентные фазы ССИ после первого и второго импульсов возбуждения, а также после двухимпульсного эха 1–2 определяются соотношением

$$\Psi_{эп} = \Psi_2 + p_n \Psi_1, \quad (10.2)$$

для которого значения фазового коэффициента в зависимости от типа отклика p_n приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1. Фазовые коэффициенты откликов в двухимпульсном режиме возбуждения

Тип отклика	n	p_n
ССИ ₁	1	1
ССИ ₂	2	0
1–2	3	–1

Следует иметь в виду, что соотношение (10.2) справедливо для временных интервалов, находящихся справа от импульса h_2 . Если же какой-либо отклик либо его часть формируется раньше, чем импульс h_i , то для данного отклика либо для его части следует положить в (10.1) $\Psi_i = W_i = h_i = 0$.

Как видно из рис. 10.2, в трехимпульсном режиме возбуждения физически реализуемый отклик может содержать три ССИ, три двухимпульсных эхо-сигнала 1–2, 2–3 и 1–3, одно трехимпульсное эхо 1–2–3, а также комбинационное эхо (1–2)–3, формируемое в момент времени $2(t_3 - t_2)$, если $2t_2 < t_3$. Эквивалентные фазы этих откликов, если они расположены справа от импульса h_3 , определяются соотношением

$$\Psi_{эп} = \Psi_3 + q_n \Psi_2 + p_n \Psi_1, \quad (10.3)$$

для которого значения фазовых коэффициентов приведены в табл. 10.2. Если какой-либо отклик или его часть формируется раньше, чем импульс h_i , то для них $\Psi_i = W_i = h_i = 0$. Так, $\Psi_3 = W_3 = h_3 = 0$ для эха 1–2, показанного на рис. 10.2. В таблице также указано как правило физически нереализуемое эхо в момент времени $t_3 - t_2$, содержащееся в решении для поперечной компоненты вектора намагниченности.

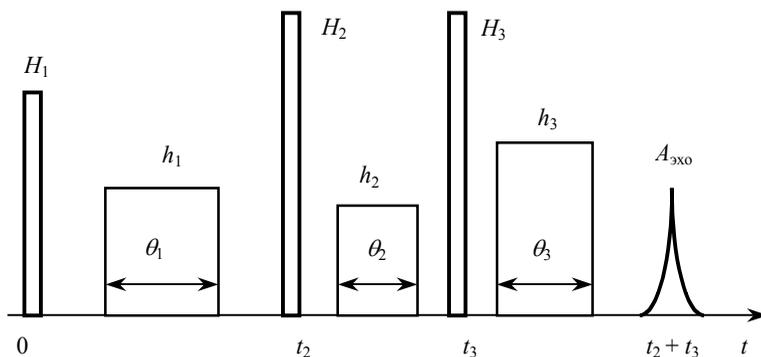


Рис. 10.2. Временная диаграмма трехимпульсного режима возбуждения стимулированного эха и дополнительные видеомпульсы магнитного поля h_1 , h_2 и h_3

Таблица 10.2. Фазовые коэффициенты откликов в трехимпульсном режиме возбуждения

Тип отклика	n	p_n	q_n
ССИ ₁	1	1	1
ССИ ₂	2	0	1
1–2	3	–1	1
ССИ ₃	4	0	0
(1–2)–3	5	1	–1
1–2–3	6	–1	0
2–3	7	0	–1
1–3	8	–1	–1
Нереализуемый	9	1	0

Изменение локальных частот и усреднение эквивалентных фаз откликов. В силу неоднородности W в объеме образца с учетом независимости исходной частоты ЯМР и сдвига частоты W необходимо усреднить значения эквивалентных фаз откликов $\Psi_{эп}$. Для этого необходимо знать вид функции $W = f(h)$. Иногда в некоторых эта зависимость предполагается линейной, т.е. $W = \lambda h$, где λ – коэффициент, характеризуемый распределением $g(\lambda)$. В этом случае усреднение фаз сводится к усреднению по этому параметру. Однако реальная зависимость $W = f(h)$ оказывается более сложной, изменяющейся от ядра к ядру в зависимости от магнитной структуры.

Представим функцию $W = f(h)$ в некотором диапазоне изменения h степенным рядом

$$W \approx \sum_{s=1}^{\nu} \lambda_s h^s, \quad (10.4)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu$ – зависимые коэффициенты, характеризующиеся в объеме образца ν -мерным распределением $g_\nu(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu)$. Тогда, согласно (10.1) и (10.4), можно записать

$$\psi_i = \sum_{s=1}^{\nu} \lambda_s \alpha_{si}, \quad (10.5)$$

$$\alpha_{si} = \int_{t_i}^{t_i + T_{ki}} h_i^s(t) dt. \quad (10.6)$$

В результате эквивалентные фазы откликов соответствующих типов, вызванные наличием нерезонансного импульсного магнитного поля, согласно (10.2), (10.3) и (10.5) могут быть представлены в виде

$$\psi_{\text{эп}} = \sum_{s=1}^{\nu} \lambda_s \beta_{sn}, \quad (10.7)$$

где для двух- и трехимпульсного режимов возбуждения соответственно используются соотношения

$$\beta_{sn} = \alpha_{s2} + p_n \alpha_{s1}; \quad (10.8)$$

$$\beta_{sn} = \alpha_{s3} + q_n \alpha_{s2} + p_n \alpha_{s1}. \quad (10.9)$$

Амплитуда отклика n -го типа изменяется под действием приложенного нерезонансного магнитного поля в соответствии со средним значением эквивалентной фазы $\langle \psi_{\text{эп}} \rangle$ в (10.7)

$$I_n = I_{n0} |P_\nu(\beta_{1n}, \dots, \beta_{\nu n})|, \quad (10.10)$$

где I_{n0} – амплитуда отклика n -го типа в отсутствие нерезонансного магнитного поля;

$$P_\nu(\beta_{1n}, \dots, \beta_{\nu n}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp[j(\lambda_1 \beta_{1n} + \dots + \lambda_\nu \beta_{\nu n})] g_\nu(\lambda_1, \dots, \lambda_\nu) d\lambda_1 \dots d\lambda_\nu$$

– ν -мерная характеристическая функция, соответствующая распределению $g_\nu(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu)$.

Для отклика n -го типа коэффициент подавления

$$K_n = 20 \lg |P_\nu(\beta_{1n}, \dots, \beta_{\nu n})|^{-1}. \quad (10.11)$$

Из свойств характеристической функции следует, что

$$|P_\nu(\beta_{1n}, \dots, \beta_{\nu n})| \leq P_\nu(0, \dots, 0) = 1. \quad (10.12)$$

Очевидно, что при $\beta_{sn} = 0$ для всех s $1 \leq s \leq \nu$ нерезонансное магнитное поле не влияет на n -й тип отклика. В остальных случаях происходит уменьшение амплитуды отклика.

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Влияние нерезонансного импульсного магнитного поля на спиновое эхо от ядер ^{59}Co в тонких магнитных пленках поликристаллического кобальта исследовалось при напряженности поля наведенной анизотропии H_k около 2000 А/м и толщине слоя порядка 100 нм. Поле h было ориентировано перпендикулярно оси легкого намагничивания (ОЛН) пленки и параллельно возбуждающему полю (рис. 10.3,а). В процессе экспериментов определялась зависимость амплитуды эхо-сигналов от длительности, амплитуды и формы нерезонансного магнитного поля. На рис. 10.3,б представлена временная диаграмма импульсов возбуждения двухимпульсного эха и дополнительный видеоимпульс магнитного поля $h_1 = h$

длительностью $\theta_1 = \theta$, а на рис. 10.4 – экспериментальные зависимости коэффициента подавления K_3 (см. (10.11)), от длительности прямоугольного импульса θ_1 при различных значениях h_1 для двухимпульсного эха 1–2, $n = 3$. Здесь же для сравнения эффективности подавления эхоткликов в пленочных и массивных средах представлена характеристика подавления, соответствующая порошковому кобальту (для $h = 1790$ А/м). Как видно из представленных графиков, для одинакового подавления в пленочных средах требуется напряженность магнитного поля в 40 раз меньшей, чем для порошкового материала. Это еще одно преимущество тонкопленочных сред при их использовании в качестве рабочих сред спиновых процессоров по сравнению с массивными средами.

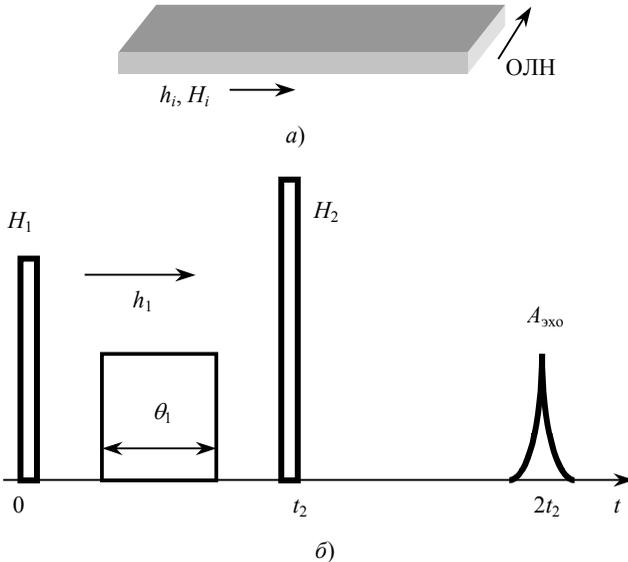


Рис. 10.3. Тонкая магнитная пленка с ориентацией магнитных полей (а) и временная диаграмма импульсов возбуждения первичного эха и дополнительного видеоимпульса магнитного поля (б)

Если ограничиться квадратичной аппроксимацией $v = 2$ в (10.4) для $h_i \ll H_k$, то для двухимпульсного эха $n = 3$ в соответствии с (10.6), (10.8) и табл. 10.1 получим:

$$\beta_{13} = \alpha_{12} - \alpha_{11} = \int_{t_2}^{t_2+t_{k2}} h_2(t) dt - \int_{t_1}^{t_1+t_{k1}} h_1(t) dt; \quad (10.13)$$

$$\beta_{23} = \alpha_{22} - \alpha_{21} = \int_{t_2}^{t_2+t_{k2}} h_2^2(t) dt - \int_{t_1}^{t_1+t_{k1}} h_1^2(t) dt. \quad (10.14)$$

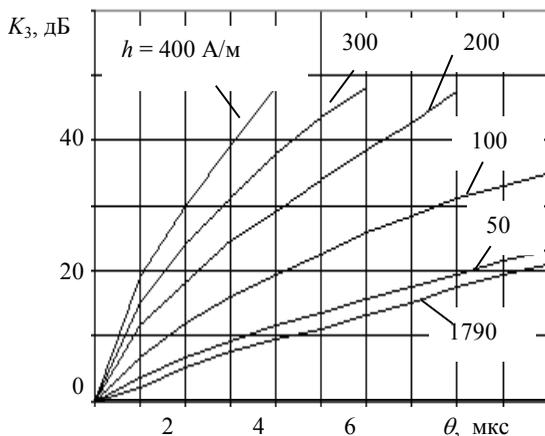


Рис. 10.4. Характеристики подавления K_3 от длительности импульса $\theta_1 = \theta$ при различных значениях $h_1 = h$ для двухимпульсного эха 1–2, $n = 3$ в тонких магнитных пленках кобальта

Для прямоугольных импульсов длительностью θ_i выражения (10.13) и (10.14) переходят в соотношения:

$$\beta_{13} = h_2\theta_2 - h_1\theta_1;$$

$$\beta_{23} = h_2^2\theta_2 - h_1^2\theta_1.$$

Из (10.12)–(10.14) следует, что амплитуда двухимпульсного эха не зависит от нерезонансного импульсного магнитного поля, если импульсы h_1 и h_2 идентичны. Если же импульсы имеют одинаковую площадь $\beta_{13} = 0, \beta_{23} \neq 0$, то амплитуда эха уменьшается по сравнению с исходной, что наблюдается экспериментально. В то же время в рамках линейной аппроксимации амплитуда эха не должна уменьшаться. В показанном на рис. 10.3 случае $h_2 = 0, \alpha_{12} = 0, \alpha_{22} = 0, \alpha_{11} = h_1\theta_1, \alpha_{21} = h_1^2\theta_1$. Таким образом, согласно (10.10) спад амплитуды двухимпульсного эха определяется модулем характеристической функции $|P_2(-h_1\theta_1, -h_1^2\theta_1)| = |P_2(-\alpha_{11}, -\alpha_{21})|$.

Если вместо импульса h_1 подать импульс h_2 , идентичный импульсу h_1 , то в силу того, что $\alpha_{12} = \alpha_{11}$ и $\alpha_{22} = \alpha_{21}$, а $|P_2(\alpha_{12}, \alpha_{22})| = |P_2(-\alpha_{11}, -\alpha_{21})|$, амплитуда эха останется такой же, как и в предыдущем случае.

На рис. 10.5 представлена временная диаграмма возбуждения двухимпульсного эха, а на рис. 10.6 – экспериментальная зависимость коэффициента подавления K_3 двухимпульсного эха от длительности импульса θ при различных значениях h для случая, когда импульс h_1

представляет собой два разнесенных во времени разнополярных прямоугольных импульса с параметрами $h_{11} = -h_{12} = h$ и $\theta_{11} = \theta_{12} = \theta$.

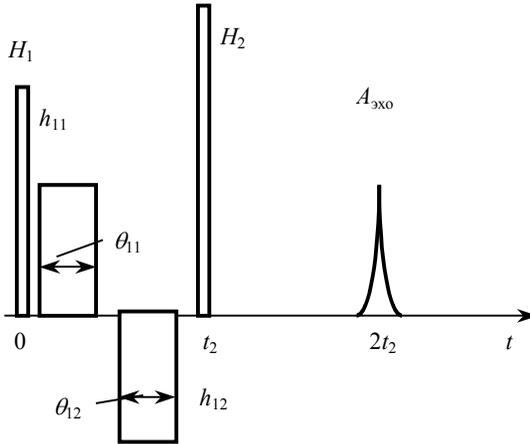


Рис. 10.5. Временная диаграмма возбуждения двухимпульсного эха для случая, когда импульс h_1 состоит из двух разнополярных импульсов

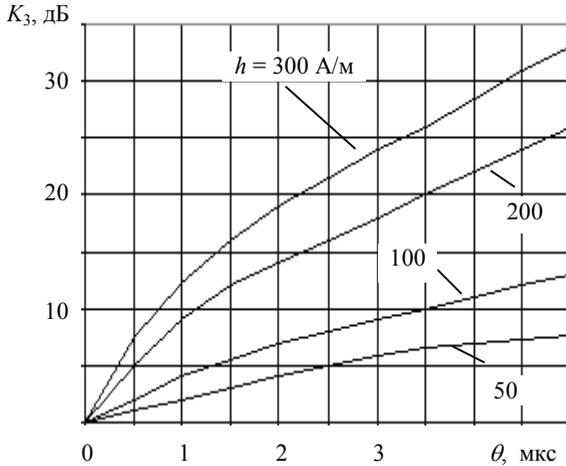


Рис. 10.6. Характеристики подавления K_3 при $h_{11} = -h_{12} = h$ и $\theta_{11} = \theta_{12} = \theta$

Тогда, согласно (10.13), (10.14), $\beta_{13} = 0$, а $\beta_{23} = -2h^2\theta$. Коэффициент подавления определяется модулем характеристической функции $|P_2(0, -2h^2\theta)| = |P_{\lambda_2}(-2h^2\theta)|$, где P_{λ_2} – одномерная характеристическая функция, соответствующая одномерной функции распределения $g(\lambda_2)$.

В рассматриваемом случае одинаковые коэффициенты получают при $h^2\theta = \text{const}$. Отметим, что в данном эксперименте имеет место компенсация фазовых набегов, вызванных нечетными членами суммы в (10.7). Следует заметить, что в условиях линейной аппроксимации в данном эксперименте амплитуда двухимпульсного эха не должна меняться. Следовательно, предположение о нелинейном характере изменения сдвига частоты правомерно.

На рис. 10.7 представлена временная диаграмма возбуждения двухимпульсного эха, а на рис. 10.8 – экспериментальная зависимость коэффициента подавления K_3 от длительности импульса θ при различных значениях h для импульсов h_1 и h_2 , являющихся прямоугольными и имеющими разную полярность, т.е. $h_1 = -h_2 = h$ и $\theta_1 = \theta_2 = \theta$. При этом, в соответствии с (10.13) и (10.14), $\beta_{13} = -2h\theta$, а $\beta_{23} = 0$. Коэффициент подавления определяется модулем характеристической функции $|P_2(-2h\theta, 0)| = |P_{\lambda_1}(-2h\theta)|$, где P_{λ_1} – одномерная характеристическая функция, соответствующая распределению $g(\lambda_1)$. В данном случае равные коэффициенты подавления получаются при одинаковых площадях $h\theta = \text{const}$. В отличие от предыдущего случая в данном эксперименте происходит компенсация фазовых набегов, вызванных четными членами суммы (10.7).

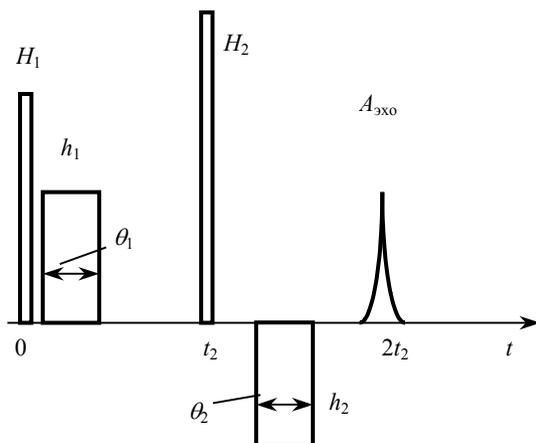


Рис. 10.7. Временная диаграмма возбуждения двухимпульсного эха для прямоугольных импульсов h_1 и h_2 разной полярности

Таким образом, изменение полярности импульса h_2 на противоположную не только не приводит к восстановлению амплитуды двухимпульсного эха, но и увеличивает коэффициент подавления по сравнению со случаем, представленным на рис. 10.4.

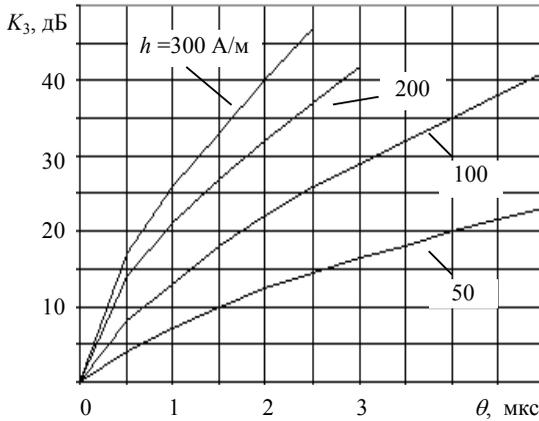


Рис. 10.8. Характеристики подавления K_3 при $h_1 = -h_2 = h$ и $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

Изменяя форму нерезонансного импульсного магнитного поля, его амплитуду и длительность, можно получать вид $|P_2(\beta_{13}, \beta_{23})|$ в различных сечениях.

Очевидно, что при больших коэффициентах подавления в случае, иллюстрируемом рис. 10.5 и 10.6, сигнал эха формируется ядрами с линейным законом изменения частоты, поскольку квадратичный член вызывает расфазировку. Эти ядра могут находиться в центре доменных границ.

Для трехимпульсного эха ($n = 6$) согласно (10.9) и табл. 10.2 при квадратичной аппроксимации справедливы соотношения

$$\beta_{16} = \alpha_{13} - \alpha_{11}; \beta_{26} = \alpha_{23} - \alpha_{21}.$$

В частности, для прямоугольных импульсов $\beta_{16} = h_3\theta_3 - h_1\theta_1$; $\beta_{26} = h_3^2\theta_3 - h_1^2\theta_1$. Таким образом, влияние импульсов h_1 и h_3 на амплитуду трехимпульсного эха аналогично влиянию импульсов h_1 и h_2 на амплитуду двухимпульсного эха. В рамках данной теории амплитуда трехимпульсного эха не зависит от импульса h_2 , так как между вторым и третьим импульсами возбуждения информация о трехимпульсном эхе хранится в продольных компонентах вектора намагниченности и потери когерентности не происходит. Экспериментально наблюдаемая зависимость амплитуды трехимпульсного эха от импульса h_2 оказалась слабой. Максимальное уменьшение амплитуды составляло около 2,5 дБ при $h_2 = 300$ А/м и $\theta_2 = 6$ мкс. При меньших значениях h_2 и θ_2 спад амплитуды был еще меньше.

С помощью нерезонансного импульсного магнитного поля можно выделить отклик любого типа за счет подавления остальных. Для этого

необходимо выполнить условия $\beta_{1n} = \beta_{2n} = 0$. В частности, для выделения трехимпульсного эха (см. рис. 10.2) необходимо подать три импульса h_1 , h_2 и h_3 , две из которых – h_1 и h_3 – должны быть одинаковыми. Параметры, форму и полярность импульса h_2 можно варьировать.

При увеличении h до значений, соизмеримых с полем наведенной анизотропии, следует учитывать более высокую степень аппроксимации, нежели квадратичная.

Следует подчеркнуть, что эффективность подавления нежелательных откликов не зависит от формы сигналов возбуждения. Поэтому полученные в режиме возбуждения дельтаобразными импульсами результаты распространяются на любые алгоритмы обработки сигналов в спиновых процессорах на основе магнитоупорядоченных сред, в том числе и на алгоритмы согласованной и субоптимальной фильтрации.

10.2. Амплитудные характеристики спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных сред в режиме согласованной фильтрации

При создании управляемых согласованных фильтров на базе процессоров, основанных на эффекте спинового эха, возникает вопрос о выборе параметров управляющих и информационных сигналов, а также о динамическом диапазоне процессора. Нелинейность спиновой системы, обусловленная эффектом насыщения, является одной из основных причин ограничения динамического диапазона процессора и возникновения нелинейных искажений [77–83].

Определим амплитудные характеристики спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных сред, что позволит сформулировать требования к параметрам управляющих сигналов, а также найти верхнюю границу динамического диапазона процессора в режиме согласованной фильтрации.

Тонкие ферромагнитные пленки кобальта и его сплавов, используемые в качестве рабочих сред спиновых процессоров, являются магнитоупорядоченными веществами. На таких веществах ЯМР характеризуется некоторыми особенностями [73, 74], обусловленными сверхтонким взаимодействием электронной и ядерной магнитных систем:

- не требуются внешние полярирующие магнитные поля;
- в η раз усиливается внешнее магнитное поле;
- в η раз усиливаются сами сигналы ЯМР, индуцированные колебаниями поперечной компоненты ядерной намагниченности.

Последние два эффекта характеризуются внутренним коэффициентом усиления η , который в тонких магнитных пленках с одноосной

анизотропией определяется отношением сверхтонкого поля на ядре к полю наведенной анизотропии. По имеющимся данным, среднее значение внутреннего коэффициента усиления $\langle \eta \rangle$ в пленках кобальта составляет около $8 \cdot 10^3$, что существенно улучшает динамический диапазон и переходное затухание таких процессоров по сравнению с парамагнитными аналогами.

Внутренний коэффициент усиления η является неоднородным параметром среды и характеризуется плотностью вероятности его распределения $p(\eta)$. Для учета неоднородности внутреннего коэффициента усиления сначала определяют сигнал спинового эха для парамагнитной модели, затем в нее вводят коэффициент усиления η и усредняют полученный результат.

Рассмотрим четыре закона распределения внутреннего коэффициента усиления $p(\eta)$ (рис. 10.9):

односторонний экспоненциальный закон

$$p(\eta) = \frac{1}{\eta_0} \exp\left(-\frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad \eta \geq 0, \quad \langle \eta \rangle = \eta_0 = 10^4;$$

односторонний нормальный закон

$$p(\eta) = \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_\eta^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_\eta^2}\right), \quad \eta \geq 0, \quad \langle \eta \rangle = 10^4, \quad \sigma_\eta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \langle \eta \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot 10^4;$$

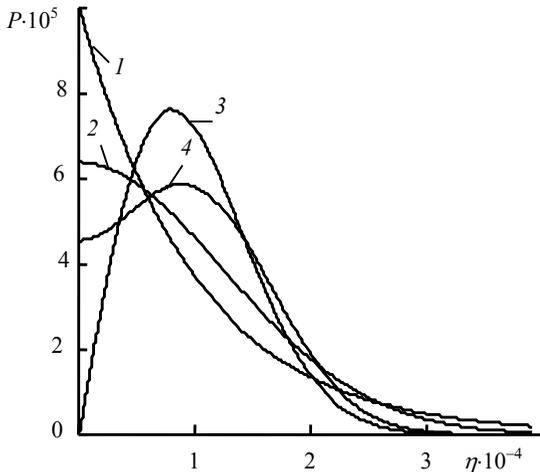


Рис. 10.9. Плотности вероятностей распределения внутреннего коэффициента усиления η для одностороннего экспоненциального закона (1); одностороннего нормального закона (2); закона Рэлея (3); закона распределения модуля нормальной случайной величины (4)

закон Рэлея

$$p(\eta) = \frac{\eta}{\sigma_\eta^2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_\eta^2}\right), \quad \eta \geq 0, \quad \langle \eta \rangle = 10^4, \quad \sigma_\eta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \langle \eta \rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot 10^4;$$

закон распределения модуля нормальной случайной величины

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} \left\{ \exp\left[-\frac{(\eta - \eta_0)^2}{2\sigma_\eta^2}\right] + \exp\left[-\frac{(\eta + \eta_0)^2}{2\sigma_\eta^2}\right] \right\},$$

$$\eta \geq 0, \quad \langle \eta \rangle = 10^4, \quad \eta_0 = 9,5 \cdot 10^3, \quad \sigma_\eta = 7 \cdot 10^3.$$

Параметры законов выбраны таким образом, что среднее значение коэффициента усиления $\langle \eta \rangle = 10^4$. При этом первые два закона являются монотонно убывающими функциями η , в то время как для третьего и четвертого с ростом η функция $p(\eta)$ сначала возрастает, а затем падает.

На рис. 8.4 показан классический алгоритм возбуждения стимулированного спинового эха тремя одинаковыми короткими дельтаобразными радиоимпульсами с амплитудой магнитной индукции $B(t)$, каждый из которых производит поворот вектора намагниченности на угол α . При этом нормированная к статическому значению вектора намагниченности M_0 средняя амплитуда стимулированного эха определяется выражением

$$\langle A_s(\alpha) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\infty \eta \sin^3(\alpha\eta) p(\eta) d\eta. \quad (10.15)$$

Отметим, что для парамагнитной модели максимальное значение нормированной амплитуды стимулированного эха равно $1/2$ при $\alpha = \pi/2$.

Как видно из зависимостей $\langle A_s(\alpha) \rangle$ для четырех законов распределения (рис. 10.10), наличие коэффициента усиления увеличивает максимальное значение $\langle A_s \rangle$ до значений $\sim 2 \cdot 10^3 \dots 3 \cdot 10^3$ при $\alpha \sim 10^{-4}$. Это примерно в 2 раза меньше, чем для однородного коэффициента усиления η , равного $\eta = 10^4$. В этом случае $A_s = 5 \cdot 10^3$.

Амплитудные характеристики процессора в режиме согласованной фильтрации целесообразно проанализировать для шумоподобных сигналов с равномерным спектром, например для белого гауссовского шума. Временная диаграмма работы процессора, реализующего этот алгоритм, представлена на рис. 9.9. Здесь первый шумовой импульс $\sigma_1 s(t)$ длительностью τ является управляющим, а третий $\sigma_3 s(t - t_3)$ – информационным.

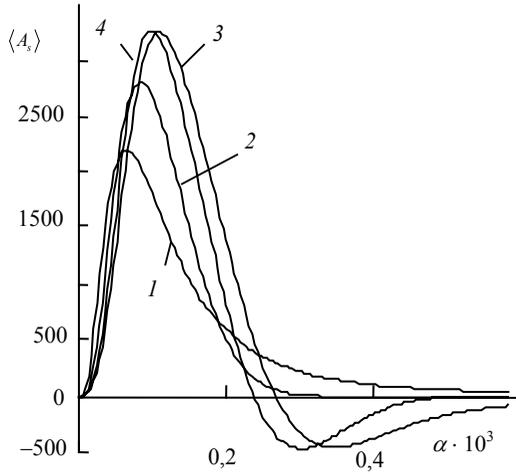


Рис. 10.10. Амплитудные характеристики возбуждения стимулированного спинового эха в среде с неоднородным коэффициентом усиления для законов распределения, показанных на рис. 10.9

При этом оба они сформированы одним источником белого гауссовского шума $s(t) = \gamma B(t)$ со спектральной плотностью мощности $N_0 = 1 \text{ рад}^2/\text{с}$, где γ – гиромагнитное отношение; $B(t)$ – индукция магнитного поля; σ_1 и σ_3 – безразмерные коэффициенты, определяющие спектральные плотности мощности первого и третьего импульсов; t_3 – время задержки третьего импульса. Второй также управляющим импульс является дельтаобразным импульсом с параметрами, соответствующими углу поворота α , и временем задержки t_2 .

Анализ отклика спинового процессора при воздействии на его вход белого гауссовского шума производится на основе модели, описываемой стохастическими уравнениями Блоха [78]. Ранее было показано, что для алгоритма, представленного на рис. 9.12, нормированное значение средней амплитуды эха при однородном внутреннем коэффициенте усиления η описывается выражением [66]

$$A_s(\alpha, \sigma_1, \sigma_3, \eta) = \eta \frac{b \sin(\alpha \eta)}{2\sqrt{a^2 + 2b^2}} [\exp(r_2 \tau) - \exp(r_3 \tau)], \quad (10.16)$$

где $a = \eta^2 \frac{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}{4}$, $b = \eta^2 \sigma_1 \sigma_3$, $r_{2,3} = -\frac{3}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2b^2}$.

Для модели с неоднородным характером внутреннего коэффициента усиления требуется выполнить усреднение выражения (10.16)

$$\langle A_s(\alpha, \sigma_1, \sigma_3) \rangle = \int_0^{\infty} A_s(\alpha, \sigma_1, \sigma_3, \eta) p(\eta) d\eta. \quad (10.17)$$

На рис. 10.11 представлены амплитудные характеристики спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных сред $\langle A_s(\sigma_3) \rangle$, определенные путем численного интегрирования выражения (10.17) для четырех законов распределения $p(\eta)$, показанных на рис. 10.9.

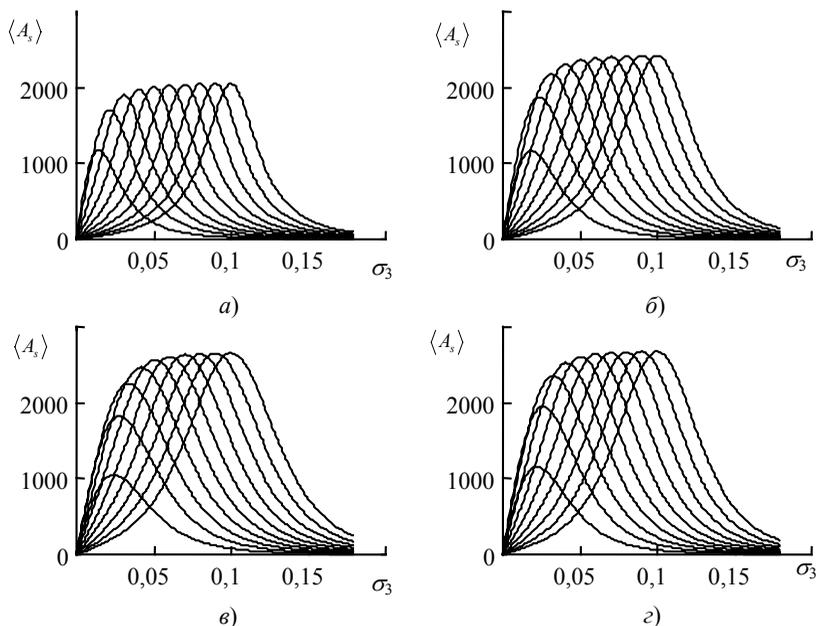


Рис. 10.11. Амплитудные характеристики спинового процессора в режиме согласованной фильтрации для среды с неоднородным коэффициентом усиления при различных уровнях управляющего сигнала $\sigma_1 = 0,01, 0,02, \dots, 0,1$ (слева направо) при длительности шумовых импульсов $\tau = 10$ мкс

Параметр α для дельтаобразного импульса соответствует максимальному значению $\langle A_s \rangle$ в классическом алгоритме (см. рис. 10.10).

Все амплитудные характеристики имеют нелинейный характер. С ростом σ_3 средняя амплитуда сигнала сначала растет, достигает максимума, а затем падает. Прежде всего следует отметить, что рассматриваемые амплитудные характеристики слабо зависят от закона распределения $p(\eta)$. Максимальные средние амплитуды в алгоритме согласованной фильтрации (см. рис. 10.11) составляют 80...90% соответствующей дан-

ному закону распределения максимальной амплитуды эха в классическом алгоритме с дельтаобразными импульсами (ср. с рис. 10.10). Таким образом, по известному динамическому диапазону процессора в классическом алгоритме можно определить динамический диапазон в алгоритме согласованной фильтрации с шумоподобными сигналами.

Для обеспечения линейного алгоритма согласованной фильтрации необходим линейный начальный участок амплитудной характеристики $\langle A_s(\sigma_3) \rangle$. При этом параметр σ_1 , определяющий уровень управляющего сигнала, выбирается исходя из возможности получения наибольшей амплитуды эха. В рассматриваемых случаях для этого необходимо выполнить следующие условия: $\sigma_1 \approx 0,03 \dots 0,05$ и $\sigma_3 \leq 0,03 \dots 0,05$, в зависимости от закона распределения. Дальнейшее увеличение уровня управляющего сигнала σ_1 нецелесообразно, так как приводит к незначительному росту амплитуды выходного сигнала процессора, однако при этом начальный участок характеристики $\langle A_s(\sigma_3) \rangle$ становится уже нелинейным и амплитуда эха на этом участке может быть значительно меньше, чем в предлагаемом режиме. Верхняя граница линейного участка динамического диапазона процессора в режиме согласованной фильтрации составляет 75...85% максимального динамического диапазона в классическом алгоритме возбуждения стимулированного спинового эха (10.15).

10.3. Согласованная фильтрация сигнала, фазоманипулированного M -последовательностью

Рассмотрим результаты моделирования работы спинового процессора на основе тонких магнитных пленок кобальта при обработке сложных сигналов фазоманипулированных M -последовательностями [84].

Комплексная огибающая стимулированного эха в отсутствие релаксации определяется выражением

$$\tilde{m}_s(t) = M_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\Omega) \exp[i\Omega(t - t_2 - t_3)] d\Omega,$$

$$S_s(\Omega) = g(\Omega) a_{13}^{(3)}(\Omega) a_{32}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp\left(i\Omega \frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{2}\right),$$

где $a_{kl}^{(n)}$ – элемент переходной матрицы для n -го импульса возбуждения; $g(\Omega)$ – низкочастотный эквивалент неоднородно уширенной линии поглощения.

При моделировании возбуждения стимулированного эха используются импульсы двух видов: фазоманипулированные 127-элементной

M -последовательностью радиоимпульсы и короткие когерентные импульсы, которые будем называть дельтаобразными.

При формировании фазоманипулированных импульсов когерентная несущая радиоимпульса модулируется по фазе, принимающей два значения: 0 и π . Для этого используется бинарная M -последовательность, образуемая на выходе регистра сдвига, состоящего из N ячеек и охваченного обратными связями. Так, регистр из 7 ячеек имеет $2^7 = 128$ состояний, одно из которых (нулевое) – запрещенное. Таким образом, на выходе регистра формируется псевдослучайная бинарная последовательность элементарных импульсов длительностью τ , состоящая из 0 и 1 длиной 127 элементов.

Элементы переходной матрицы спиновой системы для элементарного импульса M -последовательности имеют вид [66]

$$\begin{aligned}
 a_{22}^* = a_{11} &= \frac{R^2 + (R^2 + 2\Omega^2) \cos \beta\tau}{2\beta^2} + i \frac{\Omega \sin \beta\tau}{\beta}, \\
 a_{21}^* = a_{12} &= \frac{\tilde{R}^2}{\beta^2} \sin^2 \left(\frac{\beta\tau}{2} \right), \\
 a_{23}^* = a_{13} &= \frac{2\tilde{R}\Omega}{\beta^2} \sin^2 \left(\frac{\beta\tau}{2} \right) - i \frac{\tilde{R} \sin \beta\tau}{\beta}, \\
 a_{32}^* = a_{31} &= \frac{\tilde{R}^* \Omega}{\beta^2} \sin^2 \left(\frac{\beta\tau}{2} \right) - i \frac{\tilde{R}^* \sin \beta\tau}{2\beta}, \\
 a_{33} &= \frac{\Omega^2 + R^2 \cos \beta\tau}{\beta^2},
 \end{aligned} \tag{10.18}$$

где $\beta^2 = R^2 + \Omega^2$, $\tilde{R} = R \exp(i\varphi)$, R – амплитуда, φ – начальная фаза импульса. При этом символу 1 соответствует фаза несущей $\varphi = 0$, а символу 0 – фаза $\varphi = \pi$.

Переходная матрица для всего фазоманипулированного импульса определяется путем перемножения матриц элементарных импульсов (10.18) с учетом алгоритма формирования M -последовательности в регистре сдвига и его начального состояния, принятого равным 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1 от входа к выходу. Результирующая длительность фазоманипулированного импульса равна $\tau_M = 127\tau$.

Дельтаобразные импульсы представляют собой прямоугольные радиоимпульсы с амплитудой R_δ и начальной фазой φ_δ . Их длительности τ_δ удовлетворяют условию $\tau_\delta \ll (\Delta F_L)^{-1}$, где ΔF_L – ширина неоднородно уширенной линии, а свойства аналогичны свойствам дельта-функции Дирака: они являются достаточно короткими импульсами,

спектр которых примерно постоянен в полосе частот, обратно пропорциональной длительности импульса. Представляющие дальнейший интерес при моделировании возбуждения стимулированного эха элементы переходной матрицы для дельтаобразного импульса имеют вид (8.29).

Обычно для получения максимальной амплитуды стимулированного эха используют 90-градусные импульсы, для которых $\alpha = \pi/2$.

Пусть первый и второй импульсы возбуждения будут дельтаобразными. При этом $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$, $\varphi_{\delta 1} = 0$, а $\varphi_{\delta 2} = -\pi/2$. Третий импульс возбуждения является фазоманипулированным.

Объектом моделирования выбраны тонкие поликристаллические ферромагнитные пленки кобальта с резонансом ядер ^{59}Co , для которых центральная частота линии поглощения 217 МГц, а ее ширина 10 МГц. Неоднородно уширенная линия $g(\Omega)$ поглощения моделируется гауссовской функцией с параметром $\sigma_g = 2\pi \cdot 10^7$ рад/с.

Длительность элементарного импульса M -последовательности $\tau = 0,1$ мкс, что соответствует равенству ширины спектра этого импульса $\Delta F = \tau^{-1}$ ширине неоднородно уширенной линии пленок кобальта. Длительность фазоманипулированного импульса при этом составляет $\tau_3 = 12,7$ мкс.

На рис. 10.15 показана нормированная к значению M_0 комплексная огибающая стимулированного эха для амплитуды фазоманипулированного импульса $R_3 = 10^5$ рад/с. Внутренняя временная диаграмма соответствует хронологии воздействия импульсов возбуждения.

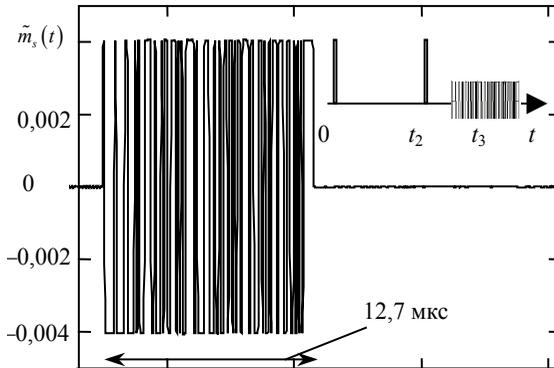


Рис. 10.15. Комплексная огибающая выходного сигнала процессора в режиме управляемой линии задержки и временная диаграмма сигналов возбуждения

При выбранных параметрах фаз дельтаобразных импульсов комплексная огибающая стимулированного эха является действительной

знакопеременной функцией, о фазовой манипуляции которой свидетельствует изменение знака. В этом режиме сигнал стимулированного эха повторяет фазоманипулированный импульс возбуждения.

При малых уровнях импульсов возбуждения имеет место линейный режим, при котором представляющие интерес для изучения формы стимулированного эха элементы переходной матрицы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_{13}(\Omega) &= a_{23}^*(\Omega) \approx -iS(\Omega) \exp\left(i\frac{\Omega\tau_M}{2}\right); \\ a_{32}(\Omega) &\approx \frac{i}{2}S(\Omega) \exp\left(-i\frac{\Omega\tau_M}{2}\right), \end{aligned} \quad (10.19)$$

где $S(\Omega)$ – спектральная плотность комплексной огибающей импульса возбуждения.

В рассматриваемом случае фазоманипулированный импульс является третьим по счету, и его влияние описывается коэффициентом $a_{13}^{(3)}(\Omega)$, пропорциональным спектральной плотности его комплексной огибающей. Отметим, что если в исходном алгоритме (рис. 10.15) поменять местами первый и третий импульсы возбуждения, то форма стимулированного эха станет зеркально отраженной, т.е. эхо инвертируется во времени. Это объясняется тем, что в этом случае влияние фазоманипулированного импульса описывается коэффициентом $a_{23}^{(1)}(\Omega)$, пропорциональным $S^*(\Omega)$. Отметим также, что если фазоманипулированный импульс поставить на место второго импульса, то описывающий его влияние коэффициент $a_{32}^{(2)}(\Omega)$ вновь будет пропорционален $S(\Omega)$, и эхо будет повторять форму фазоманипулированного импульса без инверсии во времени.

На рис. 10.16 исходный алгоритм возбуждения стимулированного эха представлен для случая $R_3 = 2 \cdot 10^6$ рад/с, характерного для нелинейного относительно фазоманипулированного режима сигнала. Условия (10.19) перестают выполняться. Эхо уже отличается по форме от исходного фазоманипулированного сигнала, в частности его длительность становится в 2 раза большей. Отметим, что если поменять местами первый и третий импульсы возбуждения, то эхо, изображенное на рис. 10.16, инвертируется во времени. Если же поменять местами второй и третий импульсы, то форма эха в отличие от линейного режима изменится. Это объясняется тем, что в нелинейном режиме коэффициенты $a_{13}^{(3)}(\Omega)$ и $a_{32}^{(2)}(\Omega)$ могут существенно различаться.

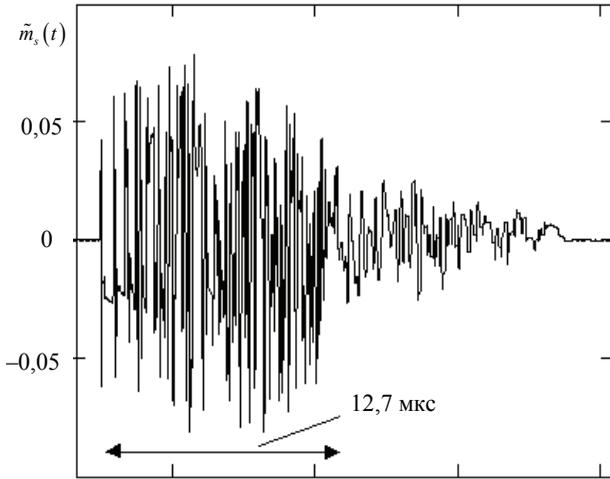


Рис. 10.16. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме

Теперь рассмотрим возбуждение стимулированного эха двумя идентичными (регистр сдвига запускается из одного и того же начального состояния, оговоренного ранее) фазоманипулированными импульсами (импульсы 1 и 3) и дельтаобразным импульсом (импульс 2). Будем называть этот алгоритм Дельта 2, поскольку дельтаобразный импульс подается вторым по счету. Соответствующая временная диаграмма комплексных огибающих импульсов возбуждения и нормированная к значению M_0 комплексная огибающая стимулированного эха представлены на рис. 10.17.

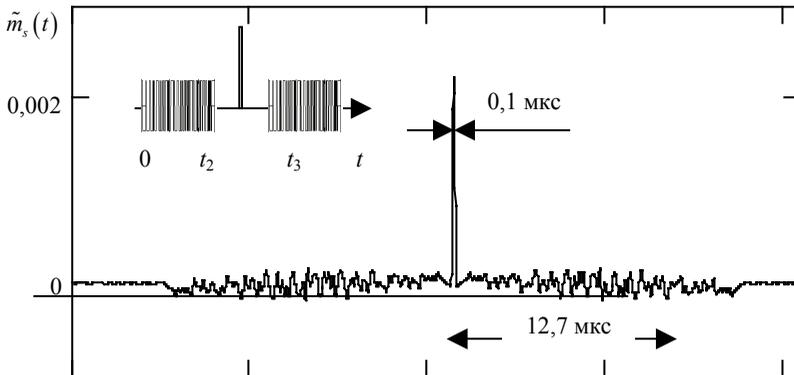


Рис. 10.17. Комплексная огибающая стимулированного эха в линейном режиме и временная диаграмма импульсов возбуждения

При этом амплитуды фазоманипулированных импульсов $R_1 = R_3 = R = 10^5$ рад/с. Данный режим является линейным для указанных импульсов, и они запоминаются в виде неинвертированного во времени третьего импульса (как на рис. 10.15) и такого же, но инвертированного первого импульса. При этом произведению спектральных коэффициентов $a_{23}^{(1)}(\Omega)a_{13}^{(3)}(\Omega) \approx |S(\Omega)|^2$ во временной области соответствует стимулированное эхо в виде корреляционной функции фазоманипулированного 127-элементной M -последовательностью сигнала. Таким образом, отклик является симметричным, его суммарная длительность равна 25,4 мкс, а длительность корреляционного пика, равная 0,1 мкс, соответствует длительности элементарного импульса τ . Максимум корреляционного пика формируется в момент времени $t_2 + t_3$.

Если поменять местами второй и третий импульсы возбуждения, то получим алгоритм Дельта 3, поскольку дельтаобразный импульс станет третьим по счету импульсом возбуждения. При $R_1 = R_2 = R = 10^5$ рад/с режим относительно фазоманипулированных импульсов остается линейным, а эхо – таким же, как в алгоритме Дельта 2.

При увеличении амплитуд фазоманипулированных импульсов в алгоритме Дельта 2 до значений, выходящих за границу линейного режима, комплексная огибающая стимулированного эха также представляет собой автокорреляционную функцию, но не исходного фазоманипулированного сигнала, а сигнала, нелинейно преобразованного спиновой системой. Это объясняется тем, что при $R_1 = R_3$ имеет место соотношение $a_{13}^{(3)}(\Omega) = [a_{23}^{(1)}(\Omega)]^*$. Так при $R_1 = R_3 = R = 2 \cdot 10^6$ рад/с форма стимулированного эха будет определяться корреляционной функцией импульса, показанного на рис. 10.16.

При различных амплитудах двух фазоманипулированных импульсов стимулированное эхо будет совпадать по форме с функцией взаимной корреляции запомненных спиновой системой сигналов. Так, например, если $R_1 = 2 \cdot 10^6$ рад/с, а $R_3 = 10^5$ рад/с, то это будет функция взаимной корреляции сигналов, изображенных на рис. 10.15 и 10.16.

На рис. 10.18 показана комплексная огибающая стимулированного эха для алгоритма Дельта 2 при $R_1 = 2 \cdot 10^6$ рад/с и $R_3 = 3 \cdot 10^6$ рад/с. Если поменять местами второй и третий импульсы возбуждения, то перейдем к алгоритму Дельта 3 при $R_1 = 2 \cdot 10^6$ рад/с и $R_2 = 3 \cdot 10^6$ рад/с. Форма стимулированного эха представлена на рис. 10.19. Как видно из графиков, в нелинейном режиме эти два алгоритма могут существенно различаться.

Форма эха соответствует функции взаимной корреляции двух нелинейно преобразованных спиновой системой фазоманипулированных сигналов.

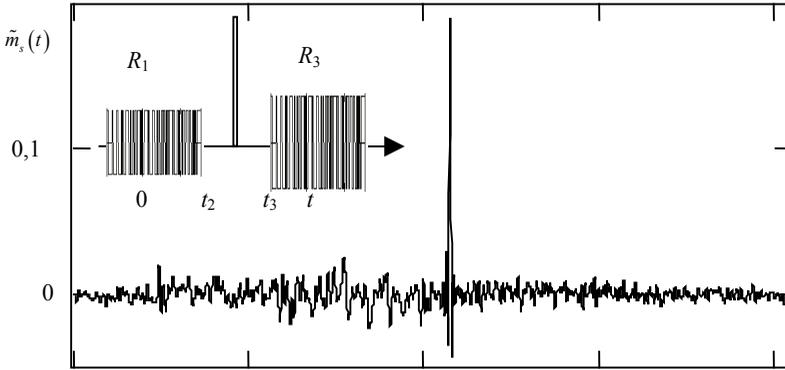


Рис. 10.18. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме и временная диаграмма импульсов возбуждения (алгоритм Дельта 2)

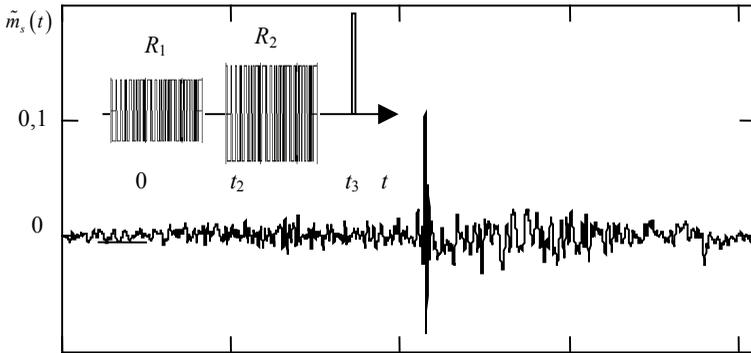


Рис. 10.19. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме и временная диаграмма импульсов возбуждения (алгоритм Дельта 3)

Различие этих алгоритмов в нелинейном режиме также хорошо прослеживается по зависимостям амплитуды корреляционного пика стимулированного эха $m_k = \tilde{m}_s(t_2 + t_3)$ от амплитуды фазоманипулированного импульса (рис. 10.20). Обе характеристики совпадают в линейном режиме при $R < 10^6$ рад/с. При больших значениях амплитуд импульсов R характеристики сильно различаются. В алгоритме Дельта 2 с ростом R амплитуда эха нарастает, затем стабилизируется, достигая значения 0,313. В алгоритме Дельта 3 амплитуда эха нарастает до максимального значения 0,19, а затем падает.

На рис. 10.21 представлены зависимости амплитуды корреляционного пика стимулированного эха $m_k = \tilde{m}_s(t_2 + t_3)$ от амплитуды $R_3 = R$ для алгоритма Дельта 2 и от амплитуды $R_2 = R$ для алгоритма Дельта 3

при фиксированной амплитуде первого импульса $R_1 = 1,5 \cdot 10^6$ рад/с. Характеристики также совпадают в линейном режиме при $R < 10^6$ рад/с. В нелинейной области характеристики различаются количественно, в качественном же отношении с ростом амплитуды R они обе по достижении максимума спадают.

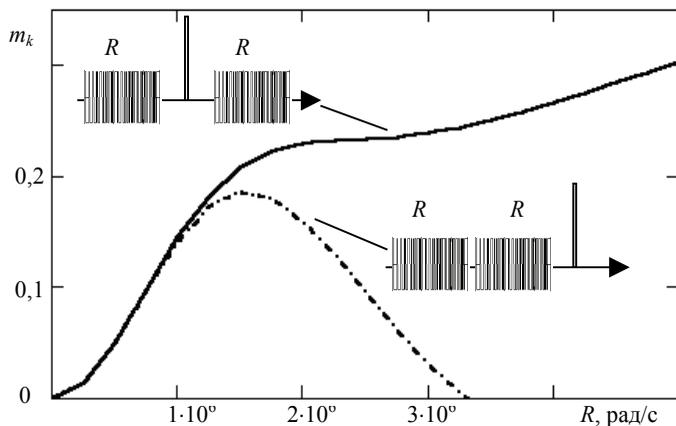


Рис. 10.20. Амплитудные характеристики зависимости корреляционного пика комплексной огибающей стимулированного эха от амплитуды R псевдослучайных импульсов и временные диаграмма импульсов возбуждения для алгоритмов Дельта 2 при $R_1 = R_2 = R$ и Дельта 3 при $R_1 = R_3 = R$

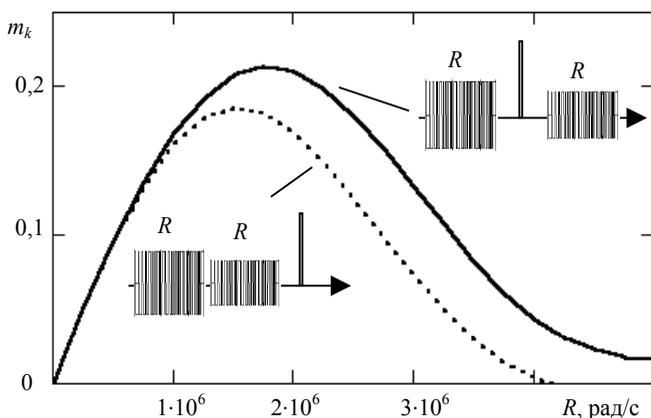


Рис. 10.21. Зависимости корреляционного пика комплексной огибающей стимулированного эха от амплитуды R псевдослучайных импульсов и временные диаграммы импульсов возбуждения для алгоритмов Дельта 2 и Дельта 3 при фиксированной амплитуде $R_1 = 1,5 \cdot 10^6$ рад/с

10.4. Управляемые согласованные фильтры на основе тонких магнитных пленок кобальта и его сплавов

Устройства оптимальной обработки сигналов, применяемые в системах радиосвязи, зачастую содержат согласованные фильтры, максимизирующие отношение сигнал/шум на выходе. Рассмотрим результаты экспериментальных исследований спиновых согласованных фильтров на основе тонкопленочных магнитных сред с резонансом на ядрах кобальта. Особое внимание уделяется динамическому диапазону спиновых процессоров, работающих в режиме управляемого согласованного фильтра. Нелинейность спиновой системы, обусловленная эффектом насыщения, приводит к ограничению динамического диапазона процессора.

Динамический диапазон спинового процессора D [85, 86] является одной из основных его характеристик. Он ограничен сверху максимальной мощностью эхо-сигнала P_e , а снизу – мощностью шумов усилителя эхо-сигналов $P_{ш}$, пересчитанной к его входу,

$$D = 10 \lg(P_e / P_{ш}) \text{ дБ.}$$

Для парамагнитной модели рабочего вещества проще всего определить динамический диапазон для двух- или трехимпульсного режима возбуждения дельтаобразными импульсами. Так, для двухимпульсного режима возбуждения 90- и 180-градусными импульсами максимально возможная амплитуда двухимпульсного эха номированная к значению равновесной намагниченности, равна 1, но только при стремлении длительности импульсов возбуждения к 0 [87]. В трехимпульсном режиме возбуждения 90-градусными импульсами максимальная амплитуда эха будет в два раза меньше, тогда как мощность стимулированного эха P_s будет в 4 раза меньше мощности первичного эха P_e . Максимальный уровень эха определяет верхнюю границу динамического диапазона, нижняя граница обусловлена уровнем собственных шумов усилителя эхо-сигналов с подключенной на его вход резонансной системой с рабочим веществом. При возбуждении спинового эха сложными сигналами верхняя граница динамического диапазона, определяемая максимальным уровнем эхо-сигнала, может измениться. Прежде всего, эта граница зависит от алгоритма работы процессора.

В [85, 86] рассмотрены особенности определения энергетических характеристик спиновых процессоров на основе магнитоупорядоченных сред, в том числе и верхняя граница динамического диапазона. При этом максимальная мощность эха наряду с центральной частотой ω_0 , добротностью неоднородно уширенной линии поглощения Q , объемом рабочего вещества V и намагниченностью M_0 для парамагнитной моде-

ли, зависит еще от внутреннего коэффициента усиления η , а также от параметров, имеющих смысл коэффициента заполнения резонансной системы с учетом неоднородности возбуждающего магнитного поля, а также от коэффициента, определяемого отношением объема излучающей части ко всему объему рабочего вещества. В предложенной модели поперечная компонента ядерной намагниченности, формирующая эхо, считалась заданной, зависящей от алгоритма работы процессора.

При использовании шумоподобных сигналов стало актуальным точное определение верхней границы динамического диапазона процессора.

Выберем объектом моделирования тонкие поликристаллические ферромагнитные пленки кобальта с резонансом ядер ^{59}Co . Эти пленки имеют центральную частоту линии поглощения 217 МГц, а ее ширина составляет $\Delta f = 10$ МГц. Неоднородно уширенная линия $g(\Omega)$ поглощения моделируется гауссовской функцией, $\sigma_g = 4 \cdot 10^7$ рад/с – среднеквадратическое отклонение.

На рис. 10.22 показаны зависимости амплитуд двухимпульсного и стимулированного эха от длительности импульсов возбуждения τ . При этом для двухимпульсного эха $\alpha_1 = \pi/2$, $\alpha_2 = \pi$, а для стимулированного эха $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$. Длительности всех импульсов возбуждения τ полагаются одинаковыми.

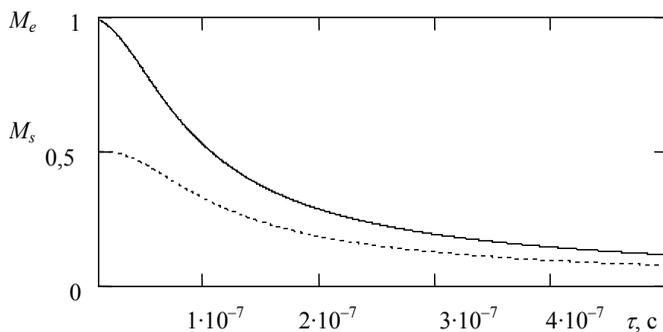


Рис. 10.22. Зависимости нормированной амплитуды двухимпульсного M_e (—) и трехимпульсного M_s (----) эха от длительности импульсов возбуждения τ

Из рис. 10.22 видно, что амплитуды двухимпульсного и стимулированного эха увеличиваются при стремлении длительности импульсов возбуждения τ к 0. Для согласованной с шириной спектра ЯМР по уровню 0,707 ширины спектра радиоимпульса его длительность $\tau = 0,1$ мкс. При такой длительности амплитуда двухимпульсного эха $M_e = 0,52$ (52% максимальной), а амплитуда стимулированного эха $M_s = 0,32$ (64%

максимальной). Чтобы амплитуда эха составляла 95% максимальной, длительность импульса возбуждения для двухимпульсного эха должна быть равна 21 нс, а для стимулированного эха 37 нс, т.е. по сравнению с согласованной длительностью она должна быть в 5 раз короче для двухимпульсного эха и в 3 раза короче для стимулированного.

Динамический диапазон спинового процессора при прочих равных условиях определяется алгоритмом его работы. Максимальный динамический диапазон кобальтовых процессоров в режиме возбуждения спинового эха дельтаобразными импульсами доходит до 90–100 дБ в двухимпульсном режиме. В частности, экспериментально достигнутое максимальное значение первичного эха при длительности импульсов 0,1 мкс составляет 0,5 В. Для получения такого динамического диапазона использовалось пакетирование от 60 до 80 пленок. Уровень собственных шумов спинового процессора на основе тонких многослойных поликристаллических магнитных пленок кобальта $\sigma_{ш} = 6$ мкВ. При этом динамический диапазон будет равен:

$$D = 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{\sigma_{ш}} = 20 \lg \frac{0,5}{6 \cdot 10^{-6}} \approx 98,4 \text{ дБ},$$

где $A_{\text{эхо max}}$ – максимальная амплитуда эха при возбуждении первичного эха дельтаобразными импульсами.

Этому динамическому диапазону соответствует нормированное значение двухимпульсного эха 0,43 [66, 87]. Для получения такого динамического диапазона использовалось пакетирование 80 пленок.

При уменьшении длительности импульса, динамический диапазон можно увеличить за счет расширения спектра импульсов возбуждения и более полного возбуждения всей линии поглощения. Выберем динамический диапазон, при котором амплитуда эха равна 0,9. Такому значению соответствует длительность импульсов $\tau = 4 \cdot 10^{-8}$ с. При этом

$$D' = D - 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{A'_{\text{эхо max}}} = 98,4 - 20 \lg \frac{0,43}{0,9} \approx 104,8 \text{ дБ},$$

т.е. динамический диапазон увеличится на 6,4 дБ.

Рассмотрим теперь алгоритм зеркальной задержки прямоугольного радиоимпульса (простой сигнал) длительностью $\tau_1 = 10$ мкс по трехимпульсной методике. Управляющие дельтаобразные импульсы здесь и в дальнейшем имеют длительность $\tau = 4 \cdot 10^{-8}$ с. При малых амплитудах импульсов возбуждения имеет место линейный режим, при котором практически все спектральные компоненты запоминаются без нелинейных искажений и отклик процессора соответствует задержанному с инверсией во времени радиоимпульсу. Однако амплитуда такого отклика

также мала. Для ее увеличения необходимо увеличить амплитуду информационного сигнала, но при этом параметры импульса выходят за границы линейного участка динамического диапазона, что приводит к провалу вершины импульса и появлению колебаний вне интервала действия входного радиоимпульса.

Используя результаты исследований, можно определить амплитуду импульса, соответствующую граничному режиму. Пусть допустимый провал вершины импульса составляет 80% максимума. При этом $\alpha = 0,34\pi$, где α – произведение амплитуды импульса R на его длительность τ . На рис. 10.23 показаны модуль спектральной плотности $S_s(\Omega)$ и комплексная огибающая трехимпульсного эха $\tilde{M}_s(t)$ в режиме зеркальной задержки прямоугольного импульса. Начальные фазы импульсов возбуждения приняты такими, что комплексная огибающая эха здесь и во всех последующих режимах является действительной, но знакопеременной функцией.

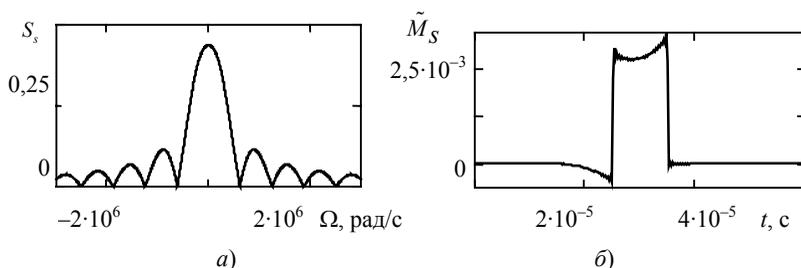


Рис. 10.23. Модуль спектральной плотности (а) и комплексная огибающая (б) стимулированного эха в режиме зеркальной задержки

Из рис. 10.23 видно, что максимальная амплитуда эха в этом режиме существенно меньше, чем в режиме возбуждения дельтаобразными импульсами и ее нормированное значение равно $3,46 \cdot 10^{-3}$. При этом динамический диапазон кобальтового процессора

$$D' = D - 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{A'_{\text{эхо max}}} = 56,5 \text{ дБ},$$

где D – динамический диапазон и $A_{\text{эхо max}}$ – максимальная амплитуда эха при возбуждении первичного эха дельтаобразными импульсами; $A'_{\text{эхо max}}$ – максимальная амплитуда эха в данном режиме.

Рассмотрим далее алгоритм корреляционной обработки сигналов, что позволяет создать управляемые согласованные фильтры для сигналов произвольного вида, в том числе с изменяющейся структурой. Здесь

первый и третий импульсы являются информационными, а второй импульс – дельтаобразный управляющий.

Проанализируем данный алгоритм для случая, когда амплитуды импульсов равны $R_1 = R_3$, а их длительности $\tau_1 = \tau_3 = 10$ мкс. Определим, при каком значении α амплитуда стимулированного эха примет максимальное значение, такое, что сохраняется вид автокорреляционной функции (треугольник).

При малых значениях амплитуд процессор работает в линейном режиме, и корреляционная функция имеет форму треугольника.

При поиске граничного значения амплитуды радиоимпульсов, выбрано значение $\alpha = 0,34\pi$ (как в рассмотренном ранее режиме задержки). Искажения в этом случае незначительно изменяют треугольный импульс. Такой режим является граничным. На рис. 10.24 показаны модуль спектральной плотности комплексной огибающей трехимпульсного эха (*a*) в режиме корреляционной обработки прямоугольного импульса и его комплексная огибающая (*b*).

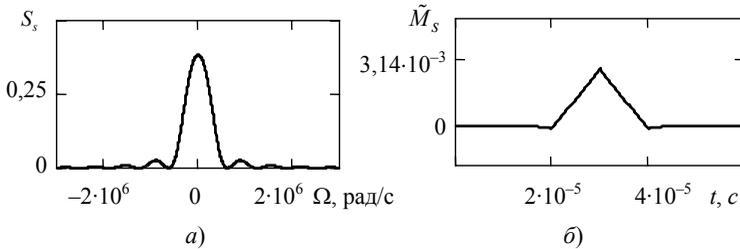


Рис. 10.24. Модуль спектральной плотности (*a*) и комплексная огибающая (*b*) стимулированного эха в режиме корреляционной обработки

В данном режиме динамический диапазон кобальтового процессора:

$$D' = D - 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{A'_{\text{эхо max}}} \approx 54,3 \text{ дБ},$$

т.е. меньше, чем в режиме задержки, так как третий мощный дельтаобразный импульс заменен слабым информационным.

Рассмотрим спиновой процессор на основе тонких магнитных пленок кобальта, обрабатывающие сложные фазоманипулированные M -последовательностями сигналы. При моделировании возбуждения стимулированного эха будем использовать два вида импульсов: фазоманипулированные 127-элементной M -последовательностью радиоимпульсы и короткие управляющие дельтаобразные импульсы.

При исследовании выполняются следующие условия: длительность сигналов возбуждения $\tau \ll T_1, T_2$, ширина спектра информацион-

ных сигналов $\Delta F \leq \Delta F_L$, т.е. не превосходит ширины линии поглощения рабочего вещества спинового процессора. Поскольку при этом $t_2 \ll T_1, T_2$, можно не учитывать процессы релаксации. Длительность информационного фазоманипулированного импульса принимаем равной 12,7 мкс, что соответствует 127 элементарным импульсам по 0,1 мкс.

Для получения максимальной амплитуды стимулированного эха будем использовать 90-градусные дельтаобразные импульсы, для которых $\alpha = \pi/2$.

Рассмотрим трехимпульсный алгоритм зеркальной задержки фазоманипулированного сигнала. Здесь первый импульс – информационный, а второй и третий – дельтаобразные управляющие.

При выбранных параметрах фаз дельтаобразных импульсов комплексная огибающая стимулированного эха является действительной знакопеременной функцией. Изменение знака свидетельствует о фазовой манипуляции стимулированного эха.

Определим граничный режим, при котором можно различить элементарные импульсы фазоманипулированного эха. Такой режим достигается при $\alpha = 0,1$ (рис. 10.25). При этом амплитуда эха достигает значения, равного 0,028.

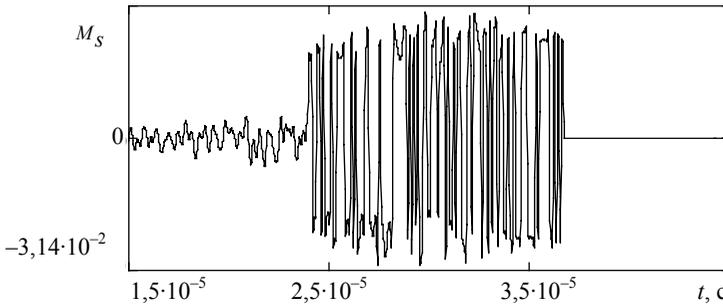


Рис. 10.25. Комплексная огибающая стимулированного эха в режиме зеркальной задержки сигнала, фазоманипулированного M -последовательностью

Для этого случая динамический диапазон

$$D' = D - 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{A'_{\text{эхо max}}} \approx 74,8 \text{ дБ.}$$

На основе полученного результата можно сделать вывод о том, что при возбуждении сложными сигналами динамический диапазон значительно выше, чем при возбуждении простыми сигналами. Это происходит из-за того, что спектр фазоманипулированного сигнала шире спектра простого прямоугольного сигнала такой же длительности. Следова-

тельно, возбуждается большая часть неоднородно уширенной линии. Кроме того, спектральная плотность сложного сигнала при одинаковых с простым сигналом амплитудах и длительностях имеет меньшую интенсивность, так что у сложного сигнала эффект насыщения наступает при больших амплитудах, чем у простого.

Рассмотрим режим корреляционной обработки сигналов, позволяющий создать управляемые согласованные фильтры для сигналов произвольного вида, в том числе с изменяющейся структурой. При этом первый и третий импульсы являются информационными сложными сигналами, а второй импульс – дельтаобразный управляющий.

Проанализируем данный алгоритм для случая, когда амплитуды и длительности импульсов равны $R_1 = R_3$, $\tau_{M1} = \tau_{M3} = 12,7$ мкс. Тогда эхо-сигнал имеет вид автокорреляционной функции.

При поиске оптимального значения амплитуды фазоманипулированного сигнала использовались результаты, полученные для режима задержки фазоманипулированного сигнала. Поэтому граничный режим достигается при $\alpha = 0,1$ (рис. 10.26). При этом амплитуда эхо достигает значения 0,2.

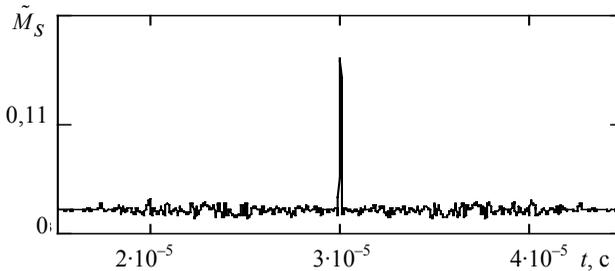


Рис. 10.26. Комплексная огибающая стимулированного эха в режиме формирования автокорреляционной функции сигнала, фазоманипулированного M -последовательностью

Таким образом, отклик является симметричным, его суммарная длительность равна 25,4 мкс, а длительность корреляционного пика равна 0,1 мкс, что соответствует длительности элементарного импульса τ . Максимум корреляционного пика формируется в момент времени $t_2 + t_3$.

В данном режиме динамический диапазон

$$D' = D - 20 \lg \frac{A_{\text{эхо max}}}{A'_{\text{эхо max}}} \approx 91,6 \text{ дБ},$$

т.е. больше, чем в режиме задержки за счет эффекта сжатия сигнала во времени в согласованном фильтре.

В ходе исследования было показано, что динамический диапазон зависит от многих параметров. Можно заметить влияние параметров и вида импульсов возбуждения на значение динамического диапазона. Так, при действии дельтаобразных сигналов, имеющих широкий спектр, возбуждается большая часть неоднородно уширенной линии, и при этом динамический диапазон достигает максимального значения. При возбуждении простым сигналом, спектр которого узок, возбуждается не вся линия, что приводит к уменьшению динамического диапазона. Использование же сложных сигналов приводит к его увеличению, так как спектр такого сигнала шире и эффект насыщения возникает при больших амплитудах сигнала.

Все рассмотренные алгоритмы могут быть реализованы в одном устройстве, что свидетельствует о многофункциональности спиновых процессоров.

Динамический диапазон процессора на основе ЯМР ядер ^{59}Co в тонких многослойных поликристаллических магнитных пленок сплава Fe-Co-Ni при одинаковом объеме магнитных сред несколько меньше, чем у кобальтового процессора. Это связано прежде всего с меньшим количеством ядер ^{59}Co , так как используемый сплав содержит 60% кобальта, 30% железа и 10% никеля, а также с большим уровнем собственных шумов процессора, так как его полоса частот в три раза больше. Разработанный процессор имел уровень собственных шумов 10 мкВ и динамический диапазон на 11 дБ меньше, чем у кобальтового процессора.

Хотя эффект эха присущ лишь системам с нелинейностью не ниже кубической, в режиме слабого сигнала, когда $|S(\Omega)| < \pi/6$, спиновая или фотонная система ведет себя в отношении каждого такого сигнала как линейная, запоминая спектр вводимого импульса без нелинейных искажений. При обеспечении этого условия для первого и второго (третьего) импульсов возбуждения реализуется алгоритм согласованной фильтрации (см. рис. 9.12, 9.13), причем коэффициент передачи фильтра может перестраиваться в зависимости от вида обрабатываемого сигнала. В этом случае возбужденное стимулированное эхо совпадает по форме с автокорреляционной функцией сигнала $R(t)$. На рис. 10.27...10.28 представлены осциллограммы стимулированного спинового эха на выходе кобальтового процессора, реализующего алгоритм управляемой согласованной фильтрации для различных сигналов [83].

На рис. 10.28 представлена осциллограмма отклика процессора, работающего в режиме согласованной фильтрации прямоугольного радиоимпульса длительностью 3 мкс.

На рис. 10.29 представлена осциллограмма отклика того же процессора, реализующего согласованную фильтрацию сигнала с линейной частотной модуляцией. Девиация частоты сигнала $F_d = 5$ МГц, длительность $\tau = 10$ мкс, масштаб $-0,2$ мкс/дел.

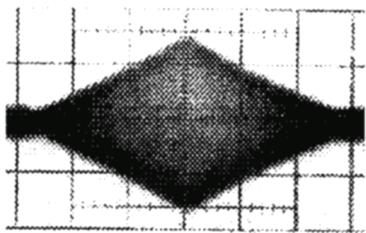


Рис. 10.27. Отклик управляемого согласованного фильтра для прямоугольного радиопульса

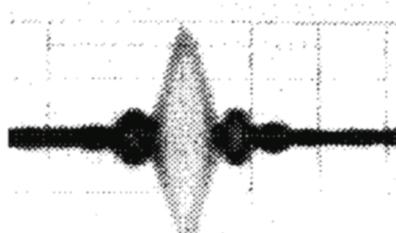


Рис. 10.28. Отклик управляемого согласованного фильтра для сигнала с линейной частотной модуляцией

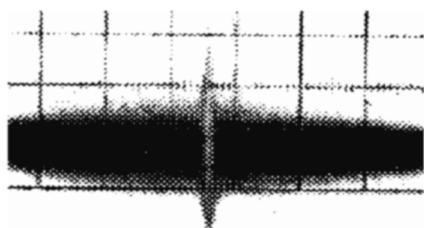


Рис. 10.29. Отклик управляемого согласованного фильтра для реализаций полосового белого гауссовского шума

Процессоры на основе спинового и фотонного эха позволяют организовать управляемую согласованную фильтрацию не только детерминированных, но и шумовых сигналов при условии ввода копии реализации шумового импульса в качестве опорного сигнала. На рис. 10.29 представлена осциллограмма отклика процессора, работающего в качестве согласованного фильтра, для импульса

полосового белого гауссовского шума длительностью $\tau = 8$ мкс. Ширина спектра шума $\Delta F = 8$ МГц, масштаб – 2 мкс/дел. В центре осциллограммы – острый корреляционный пик.

10.5. Субоптимальный приемник на базе спинового процессора на основе тонких магнитных пленок сплава железо–кобальт–никель

Рассмотрим краткую концепцию построения и результаты экспериментальных исследований разработанной системы передачи аналоговой информации сигналами с шириной спектра, на несколько порядков превышающей ширину спектра сообщения [88].

Структурная схема передающей части системы представлена на рис. 10.30,а. Аналоговое сообщение с выхода микрофона усиливается и преобразуется кодером, роль которого выполняет адаптивный дельта-

модулятор, в последовательность двоичных символов, следующих с частотой 60 кГц. Этими символами затем осуществляется манипуляция задержки передаваемого шумоподобного сигнала.

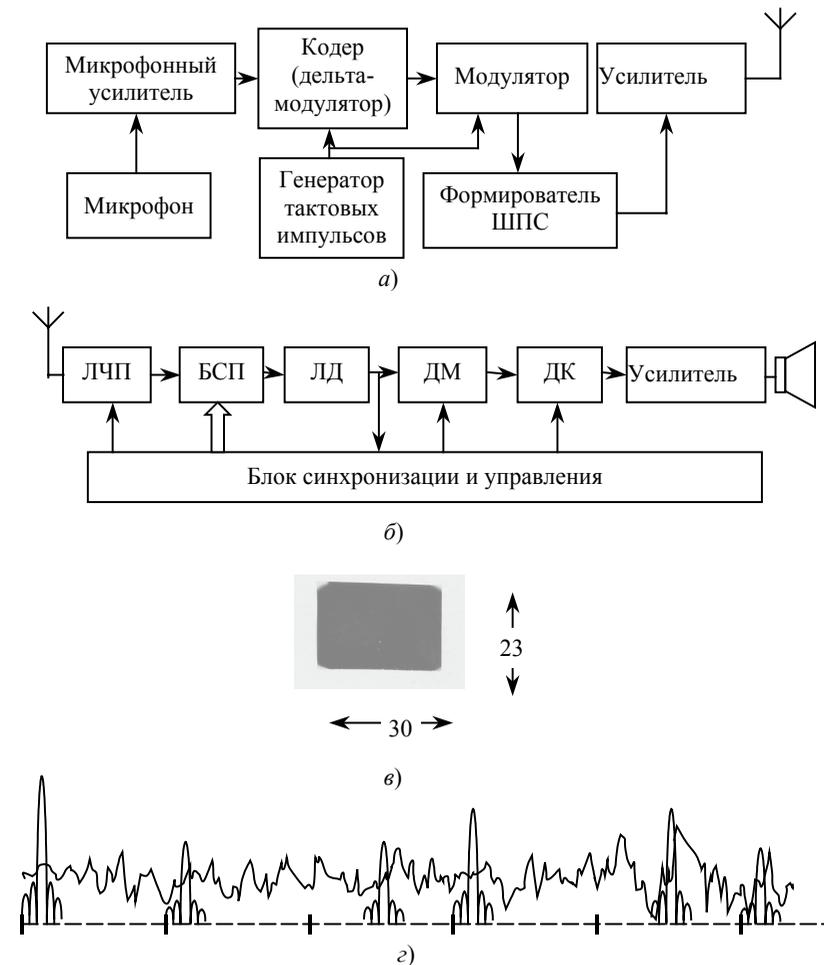


Рис. 10.30. Структурные схемы передающей (а) и приемной (б) частей системы передачи информации сигналами с расширенным спектром, тонкая магнитная пленка сплава железо–кобальт–никель (е) и временная диаграмма сигнальной и шумовой составляющих напряжения на выходе линейного детектора (з)

В приемной части системы (рис. 10.30,б) последовательность сигналов с внутримпульсной манипуляцией (ВИМ) усиливается линейной частью приемника (ЛЧП) и поступает на согласованный фильтр. Его

функцию выполняет блок спиновых процессоров (БСП) на основе тонких магнитных пленок сплава железо–кобальт–никель с резонансом ядер ^{59}Co .

Пленки напылены на слюдяную подложку (рис. 10.30,б), что позволило уменьшить толщину пакета, состоящего из 80 пленок. БСП реализован на двух попеременно работающих спиновых процессорах, работа которых основана на ядерном магнитном резонансе. Процессоры имеют центральную частоту 195 МГц и обрабатывают сигналы с шириной спектра 30 МГц. При длительности сигнала 12,5 мкс его база равна 375.

После амплитудного детектирования на выходе линейного детектора (ЛД) получают последовательность импульсов, задержка которых соответствует исходной ВИМ последовательности (рис. 10.30,в). Демодулятор (ДМ) представляет собой компаратор, который сравнивает уровни напряжений в два момента времени, соответствующие символам 1 и 0.

Далее двоичная последовательность поступает на декодер (ДК), функцию которого выполняет адаптивный дельта-модулятор, и на его выходе получают аналоговое сообщение.

Чувствительность приемного устройства равна 2 мкВ, что на 14 дБ меньше уровня его собственных шумов. Сквозные потери на обработку, определяющие проигрыш идеальному согласованному фильтру, составляют 2 дБ.

Наряду с согласованной фильтрацией сигналов спиновые процессоры реализуют алгоритм субоптимальной фильтрации широкополосных сигналов на фоне узкополосных помех, попадающих в полосу пропускания системы [89–91]. При этом слабые спектральные компоненты сигналов и помех подвергаются согласованной фильтрации, а спектральные компоненты, пораженные интенсивными узкополосными помехами, ограничиваются за счет эффекта насыщения, обусловленного нелинейностью спиновой системы. Одновременно подавляются и спектральные компоненты сигнала, пораженные узкополосными помехами.

Как следует из показаний селективного микровольтметра SMV 8.5 с полосой частот 120 кГц система сохраняла работоспособность при воздействии гармонической помехи на частоте, совпадающей с несущей частотой сигнала и превышающей уровень шума на 40 дБ, если уровень сигнала превышал пороговую чувствительность разработанной системы на 3 дБ. При пересчете к полосе частот 30 МГц отношение мощностей узкополосной помехи и шума составляет $P_n/P_{ш} = 40$ (16 дБ), а отношение мощностей шума и сигнала $P_{ш}/P_c = 14 - 3 = 11$ дБ.

На рис. 10.31 приведены нормированные к ядерной намагниченности M_0 спектральные характеристики комплексных огибающих помехи, шума и сигнала. Поскольку процессор работает в импульсном режиме,

гармоническая помеха преобразуется в прямоугольный радиоимпульс, длительность которого несколько больше длительности сигнала и равна 16,67 мкс.

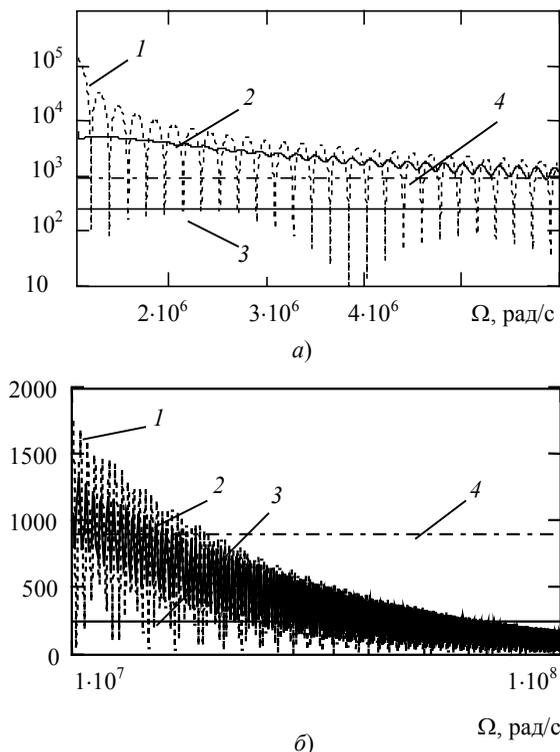


Рис. 10.31. Нормированные к значению ядерной намагниченности M_0 модули спектральных плотностей комплексных огибающих помехи на входе (1) и выходе (2) процессора, сигнала (3) и шума (4)

При описанных соотношениях $P_n/P_{ш}$ и $P_{ш}/P_c$ амплитуды помехи и сигнала установлены равными $R_n = 113,6$ рад/с и $R_c = 5$ рад/с, что обеспечивало нелинейное преобразование интенсивных спектральных компонент помехи, сосредоточенных вокруг первых лепестков. Распределение внутреннего коэффициента усиления η принято соответствующим одностороннему нормальному закону с параметром $\sigma_\eta = 8,77 \cdot 10^3$, среднее значение которого для тонких магнитных пленок кобальта $\langle \eta \rangle = 7 \cdot 10^3$. На рис. 10.31,а в логарифмическом масштабе по оси ординат представлены усредненные по параметру η спектры комплексной огибающей радиоимпульса помехи на входе 1 и выходе 2 процессора, здесь

же отмечены уровни модулей спектральных плотностей сигнала 3 и шума 4. Этот участок спектра (на рисунках указана только область положительных частот) подвергается сугубо нелинейной обработке. При этом модуль спектральной плотности помехи на выходе процессора подвергается выбеливанию, теряя лепестковую структуру, свойственную спектру его прямоугольной огибающей.

По мере роста частоты модуль спектральной плотности помехи уменьшается, появляются пульсации модуля спектральной плотности помехи на выходе процессора. Этой ситуации в логарифмическом масштабе по оси частот соответствует на рис. 10.31,б. Постепенно разница между входным 1 и выходным 2 спектрами уменьшается, что свидетельствует о том, что эти участки спектра подвергаются линейной обработке. Таким образом, спектральные компоненты сигнала и помехи, удаленные от центрального лепестка спектра помехи, запоминаются в процессоре без искажений. В процессе нелинейного преобразования энергия помехи в полосе 30 МГц уменьшилась в 48,9 раза.

При этом энергия сигнала уменьшается на $(\Delta f_n / \Delta f_c) \cdot 100\%$, где Δf_n – диапазон частот, соответствующий нелинейному режиму работы процессора; Δf_c – ширина спектра сигнала. Это обстоятельство определяет уменьшение чувствительности на 3 дБ по сравнению с пороговым значением 2 мкВ. Следует также отметить, что такие значения параметров соответствуют наихудшему с точки зрения помехоустойчивости случаю, когда несущие частоты сигнала и узкополосной помехи совпадают. При приближении частоты узкополосной помехи к границе полосы пропускания процессора энергия помехи станет в два раза меньше, равно как и полоса частот Δf_n , уменьшаются в два раза.

Таким образом, субоптимальный фильтр на основе спиновых процессоров наряду с согласованной фильтрацией выполняет нелинейную фильтрацию узкополосных помех с априорно неизвестными частотами.

11. Фононное и фотонное эхо

11.1. Эхо-явления и процессоры, их использующие

К настоящему времени известно довольно большое число различных нелинейных эхо-явлений: ядерное спиновое, электронное спиновое, фотонное (световое), фононное (электроакустическое или поляризационное), ферритмагнитное (магнитостатическое), квадрупольное, циклотронное, плазменно-волновое и другие виды эха. В 1972 г. вышел в свет обзор [92], в котором авторы впервые сформулировали необходимые условия существования эха:

– наличие нелинейности в процессе взаимодействия поля с веществом;

– наличие неоднородности некоторых параметров среды.

Следующая попытка ввести обобщающий эхо-явления термин была предпринята в обзоре [93], в котором авторы применили к этим явлениям термин «нелинейное эхо», подчеркивающий одно из необходимых условий существования этих эхо в отличие от обычного акустического эха, связанного с отражением волн.

В монографии [94] предложен термин «поляризационное эхо». Ранее этот термин имел более узкий смысл и подразумевал только эхо, обусловленные восстановлением динамической поляризации, в частности фононное или электроакустическое эхо в сегнето- и пьезоэлектриках. Авторы монографии попытались придать термину «поляризационное эхо» более широкий смысл. Как известно [94], в момент возникновения эха система возвращается в некоторое упорядоченное состояние, которое в начале цикла возбуждения нарушается. Это нарушение является обратимым. Авторы монографии [94] называют восстановление порядка в системе при формировании эха «поляризационным эхом», так как слово «поляризация» в физике означает наведение порядка среди некоторой совокупности предметов или частиц в веществе. В такой ситуации и появился термин «поляризационное эхо», который объединяет в широком смысле все известные эхо на спинах, эффективных спинах и осцилляторах, обнаруженные в последнее время методами квантовой электроники, квантовой акустики и квантовой оптики. Технические средства современной радиотехники, акустики и оптики позволяют наблюдать поляризационное эхо во многих веществах как в радио-, так и в световом диапазоне.

Поскольку ни один из рассмотренных ранее терминов не стал общепринятым, то в дальнейшем будет использован термин «фазированное эхо», отражающий процесс установления упорядоченного состояния системы при формировании эха за счет фазовых соотношений.

Близкий к этому термин «сфазированное эхо» использован авторами монографии [71], в которой рассмотрен широкий спектр вопросов, связанных с обработкой радиосигналов в процессорах, основанных на спиновом эхо. Среди процессоров, основанных на фазированном эхо, этот вид процессоров появился ранее других и поэтому к настоящему времени исследован наиболее полно. Среди других видов сигнальных процессоров, основанных на фазированном эхе, будут рассмотрены фоновые, также предназначенные для обработки сигналов радиодиапазона, и фотонные процессоры, позволяющие обрабатывать сигналы светового диапазона.

Процессоры, основанные на эффекте фазированного (нелинейного) эха, часто называют эхо-процессорами (ЭП). Эффект фазированного (нелинейного) эха проявляется в переизлучении веществом части энергии возбуждающего его импульсного электромагнитного поля с задержкой во времени. Процесс обработки сигналов происходит непосредственно в рабочем веществе процессора.

11.2. Фононные и фотонные процессоры

Фононное и фотонное эхо представляют интерес с точки зрения обработки информации. Первое из них может использоваться для обработки радиосигналов, в то время как второе – для обработки сигналов светового диапазона.

По характеру динамики фазированное эхо можно разделить на два класса [94]: спиновое и фотонное эхо – динамика углового момента; фононное эхо – состояние осциллятора.

Механизм формирования осцилляторного эха в системе осцилляторов, каждый из которых характеризуется некоторой величиной \mathbf{d} , и каким-либо образом сигнализирующей о состоянии осциллятора, поясняет рис. 11.1 [94]. Состояние осциллятора описывается точкой на фазовой плоскости (d_x, d_y) .

Под действием импульса переменного поля, направленного вдоль оси x , величина \mathbf{d} становится одинаковой для всех осцилляторов, а суммарный вектор \mathbf{D} оказывается направленным вдоль горизонтальной оси (рис. 11.1,а). Затем из-за различия собственных частот осцилляторов величины \mathbf{d} отдельных осцилляторов расходятся по фазе, и суммарный вектор \mathbf{D} распадается. На рис. 11.1,б представлены четыре изохронатические группы осцилляторов, которые к моменту подачи второго импульса t_2 имеют фазы $\mathbf{d}(\pi/2)$, $\mathbf{d}(\pi)$, $\mathbf{d}(3\pi/2)$, $\mathbf{d}(2\pi)$.

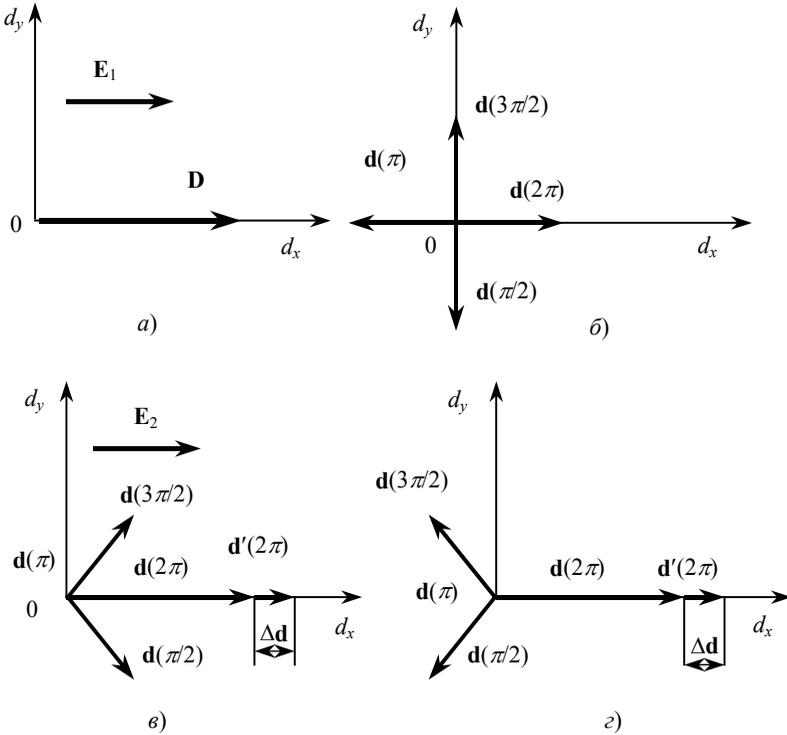


Рис. 11.1. Геометрическая модель формирования осцилляторного эха

Второй импульс переменного магнитного поля действует в том же направлении, что и первый. При линейном взаимодействии импульса с осцилляторами оказывается одинаковым для всех приращение величины Δd (см. рис. 11.1,в). При этом к моменту времени $t = 2t_2$ величины $d(2\pi)$ и $d(\pi/2) + d(3\pi/2)$ полностью компенсируют друг друга ($d(\pi) = 0$) и никакого эха не возникает (рис. 11.1,г).

При нелинейном взаимодействии импульса с осцилляторами (например, влияние импульса тем сильнее, чем больше величина d_x осциллятора) во время действия второго импульса приращение изохромата $d(2\pi)$ будет на Δd большее, чем у остальных изохромат, и займет на фазовой плоскости положение $d'(2\pi)$ (рис. 11.1,в). В этом случае к моменту времени $t = 2t_2$ компенсация величин $d'(2\pi)$ и $d(\pi/2) + d(3\pi/2)$ будет неполной и результирующая величина Δd излучит сигнал эха (рис. 11.1,г).

При возбуждении сложными сигналами при малых уровнях возбуждающих импульсов соотношения для двух- и трехимпульсного фо-

нонного эха окажутся такими же, как и для спинового эха (8.43), (8.45). По аналогии со спиновыми процессорами на эффекте фононного эха основана работа процессоров, выполняющих запоминание сигналов, корреляционный и спектральный анализ, управляемую фильтрацию, в том числе согласованную. Важным преимуществом этого вида эха является большое время памяти T_1 (статическое поляризационное эхо), а также то, что спектр акустических колебаний частиц в порошковых материалах (ферритах, ферромагнитных материалах, пьезоэлектриках) обычно значительно шире, чем при магнитном резонансе. Корреляционная обработка сигналов используется в устройствах распознавания сигналов в многоимпульсном режиме возбуждения фононного эха на больших интервалах времени (до нескольких суток). Следует отметить, что проблема стирания информации в фононных процессорах остается в известной степени открытой.

Фотонное эхо, как и спиновое, описывается в терминах динамики углового момента [94]. Если для спинового эха имеет место магнитодипольное взаимодействие электромагнитного поля с магнитными моментами частиц, то для фотонного эха оно заменяется электродипольным взаимодействием. При этом поглощение и излучение энергии наблюдается не в радио-, а в световом диапазоне. Несмотря на это механизм формирования фотонного эха имеет много общего с механизмом формирования спинового эха. При анализе явлений, связанных с фотонным эхом, часто используют векторную модель, аналогичную модели формирования спинового эха [95] (см. рис. 8.3). При этом вводят понятие псевдоэлектрического поля \mathbf{E} и псевдоэлектрического диполя \mathbf{P} . Псевдоэлектрическое поле помимо реальных поперечных компонент электрического поля содержит продольную составляющую, равную ω_0/γ_e , где ω_0 – частота резонансного перехода; $\gamma_e = 2p/\hbar$ – гироэлектрическое отношение, p – модуль дипольного момента резонансного перехода. Псевдоэлектрический диполь кроме поперечных составляющих включает в себя продольную $P_z = (\gamma_e \hbar/2)(N_1 - N_2)$, где N_1 и N_2 – населенности уровней двухуровневой системы. При этом оптические уравнения Блоха

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \gamma_e [\mathbf{P} \times \mathbf{E}] - \frac{P_x}{T_2} \mathbf{x} - \frac{P_y}{T_2} \mathbf{y} - \frac{P_z - P_0}{T_1} \mathbf{z}, \quad P_0 = \frac{\gamma_e \hbar}{2} N,$$

где N – активное число излучающих частиц в единице объема; \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} – орты декартовой системы координат. По внешнему виду эти уравнения совпадают с уравнениями Блоха в магнитном резонансе, что позволяет рассматривать два эти вида эха с общих позиций [96–98].

Таким образом, существует прямая аналогия описания спинового и фотонного эха, а также сигналов магнитной и световой индукции в

двухуровневых системах. Отличительной же особенностью фотонного эха является условие пространственного синхронизма, из которого определяется направление распространения эхо-отклика. Так, для двухимпульсного фотонного эха волновой вектор определяется выражением

$$\mathbf{k}_e = 2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1,$$

а для стимулированного эха

$$\mathbf{k}_e = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1,$$

где \mathbf{k}_i – волновой вектор i -го импульса возбуждения.

Пространственный синхронизм позволяет выделять полезные отклики в пространстве, а также отделять их от импульсов возбуждения, что невозможно в спиновых процессорах.

Первое экспериментальное наблюдение фотонного эха относится к 1964 г. С тех пор этот метод успешно используется в когерентной оптической спектроскопии [95].

В 1979 г. в кристалле фтористого лантана обнаружено долгоживущее фотонное эхо со временем памяти, достигающим 3...30 мин. Это обстоятельство привлекло внимание исследователей в США и в нашей стране и послужило началом работ в области создания оптических запоминающих устройств большой емкости [99–100]. Так, фирма Advanced Technology Laboratories разрабатывала запоминающее устройство емкостью 10^{15} бит с плотностью записи 10^{12} бит·см⁻³ и с временем записи-считывания около 1 нс.

Еще одно направление, связанное с обработкой информации на основе фотонного эха, связано с динамической голографией. При этом запись информации осуществляется «образами», заложенными в волновой фронт второго импульса возбуждения, с которым будет совпадать волновой фронт сигнала стимулированного эха.

Кроме того, фотонное эхо может быть использовано при создании аналоговых сигнальных процессоров светового диапазона, которые, как и спиновые сигнальные процессоры в радиодиапазоне, могут выполнять операции задержки, фильтрации, корреляционного и спектрального анализа.

В многоуровневых системах с неэквидистантным спектром, как и в спиновых процессорах, можно выполнять преобразование масштаба сигнала.

Среди существующих в этой области проблем следует отметить те же нелинейные эффекты (описанные при рассмотрении спиновых процессоров), связанные с насыщением и определяющие верхнюю границу динамического диапазона, а также позволяющие реализовать частотно-избирательное ограничение спектров сигналов.

11.3. Моделирование режимов работы фотонного эхо-процессора

Обычно для возбуждения фотонного эха используют когерентные световые импульсы длительностью τ . При этом ширина спектра импульсов возбуждения жестко связана с их длительностью и равна $\sim 1/\tau$. При увеличении длительности импульсов для снижения мощности возбуждения при сохранении их энергии происходит уменьшение ширины спектра. Используя сложные импульсы возбуждения и внутриимпульсную модуляцию, можно сделать независимыми длительность результирующего импульса и ширину его спектра. Для этого импульсы возбуждения можно сформировать путем модуляции фазы когерентного источника кодами Баркера. В последнее время интерес к такого рода режимам возбуждения фотонного эха возрос в связи с разработками фотонных эхо-процессоров, позволяющих осуществлять когерентную обработку сигналов светового диапазона в реальном масштабе времени [99, 100].

При моделировании режимов возбуждения первичного и стимулированного фотонного эха используются импульсы, модулированные 13-элементным кодом Баркера. N -элементный код Баркера представляет собой биполярный сигнал, принимающий значения, равные ± 1 , и состоящий из N элементарных импульсов, длительностью τ каждый [101]. Такой сигнал характеризуется равномерным уровнем боковых лепестков его корреляционной функции, в N раз меньших центрального пика. Ширина спектра такого сигнала определяется длительностью элементарного импульса τ , в то время как длительность результирующего импульса равна $\tau_B = N\tau$. Мощность такого импульса может быть в N раз меньше мощности немодулированного импульса при условии, что их энергии одинаковы.

Для анализа эхо-откликов используем оптические уравнения Блоха [4], которые удобно представить в системе координат, вращающейся вокруг продольной оси с частотой, равной несущей частоте импульса возбуждения ω_0 :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{P}}{dt} &= \left(i\Omega - \frac{1}{T_2} \right) \tilde{P} - i\tilde{R}(t)P_z; \\ \frac{d\tilde{P}^*}{dt} &= -\left(i\Omega + \frac{1}{T_2} \right) \tilde{P}^* + i\tilde{R}^*(t)P_z; \\ \frac{dP_z}{dt} &= -i\frac{\tilde{R}^*(t)\tilde{P}}{2} + i\frac{\tilde{R}(t)\tilde{P}^*}{2} - \frac{P_z}{T_1} + \frac{P_0}{T_1}, \end{aligned} \quad (11.1)$$

где \tilde{P} и P_z – комплексная поперечная и продольная компоненты вектора псевдополяризации; P_0 – равновесное значение вектора псевдополяризации; $\tilde{R}(t) = \gamma \tilde{E}(t)$ – комплексная огибающая импульса возбуждения длительностью τ , заданного на симметричном интервале и выраженная через гироэлектрическое отношение γ и комплексную огибающую электрического поля $\tilde{E}(t)$; $\Omega = (\omega - \omega_0)$ – расстройка частоты, ω – резонансная частота, ω_0 – центральная частота неоднородно уширенной линии поглощения, совпадающая с несущей частотой импульсов возбуждения, T_1, T_2 – времена продольной и поперечной релаксации.

При моделировании и анализе эхо-откликов целесообразно использовать формализм переходной матрицы состояния системы (вектора псевдополяризации). В этом случае определяют явный вид переходных матриц на свободных интервалах и формальный вид на интервалах действия импульсов возбуждения. Такой подход позволяет выделять в общем отклике системы, содержащем сигналы свободной индукции, первичные, стимулированные и другие эхо, нужный тип отклика, что в ряде случаев существенно облегчает решение задачи. В терминах формализма переходных матриц состояния проводится анализ двух- и трехимпульсных режимов возбуждения. Определяются комплексные огибающие первичного и стимулированного эхо-откликов.

Будем считать, что длительность импульсов возбуждения удовлетворяет условию $\tau_B, \tau \ll T_1, T_2$, при этом в (11.1) можно не учитывать релаксационные члены. Формальное решение (11.1) на момент окончания импульса, заданного на симметричном интервале $-\tau/2, \tau/2$, можно представить в виде произведения переходной матрицы \mathbf{A} на вектор начальных условий

$$\mathbf{P}(\tau/2, \Omega) = \mathbf{A}(\tau/2, -\tau/2, \Omega) \mathbf{P}(-\tau/2, \Omega), \quad (11.2)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \tilde{P} \\ \tilde{P}^* \\ P_z \end{bmatrix}.$$

Решение уравнений Блоха (11.1) для свободных интервалов времени, когда $\tilde{R}(t) = \tilde{R}^*(t) = 0$, описываются следующим образом

$$\mathbf{P}(t, \Omega) = \mathbf{B}(t, t_0, \Omega) \mathbf{P}(t_0, \Omega) + \mathbf{B}_n(t, t_0), \quad (11.3)$$

где

$$\mathbf{B}(t, t_0, \Omega) = \begin{bmatrix} \exp[(i\Omega - 1/T_2)(t - t_0)] & 0 & 0 \\ 0 & \exp[-(i\Omega + 1/T_2)(t - t_0)] & 0 \\ 0 & 0 & \exp[-(t - t_0)/T_1] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_n(t, t_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_0 \{1 - \exp[-(t - t_0)/T_1]\} \end{bmatrix}, \quad t_0 - \text{начало свободного интервала,}$$

совпадающее с моментом окончания импульса.

Рассмотрим двухимпульсный режим возбуждения фотонного эха. Для определения состояния вектора $\mathbf{P}(t, \Omega)$ на свободном интервале по окончании второго импульса возбуждения необходимо последовательно использовать решение (11.2) для интервалов, на которых действуют импульсы возбуждения, и решение (11.3) для свободных интервалов. При этом решение для предыдущего интервала времени является начальным условием для последующего:

$$\mathbf{P}(t, \Omega) = \mathbf{B}_n^{(2)} + \mathbf{B}^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} [\mathbf{B}_n^{(1)} + \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{P}(-\tau_1/2)], \quad (11.4)$$

где цифры в скобках указывают порядковый номер импульса возбуждения и следующего за ним свободного интервала, τ_1 – длительность первого импульса возбуждения. Аргументы матриц в правой части (11.4) для простоты опущены.

Начальные условия для первого импульса соответствуют термодинамическому равновесию и одинаковы для всех изохромат:

$$\mathbf{P}\left(-\frac{\tau_1}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_0 \end{bmatrix}.$$

Сигнал эха индуцируется поперечной компонентой вектора псевдополяризации, поэтому в (11.4) интерес представляет состояние поперечной компоненты $\tilde{P}(t, \Omega)$ вектора псевдополяризации $\mathbf{P}(t, \Omega)$. В двухимпульсном режиме возбуждения $\tilde{P}(t, \Omega)$ содержит три составляющие, которые представляют собой два сигнала свободной индукции, формируемые после первого и второго импульсов возбуждения в моменты времени $t_1 = 0$ и t_2 , и сигнал двухимпульсного эха, возникающий в момент $t = 2t_2$.

Двухимпульсному эху соответствует отклик

$$\begin{aligned} \tilde{p}_2(t, \Omega) = & P_0 a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp[i\Omega(t - 2t_2 + \tau_1/2)] \times \\ & \times \exp[(-1/T_2)(t - \tau_1/2 - \tau_2)], \end{aligned} \quad (11.5)$$

форма которого определяется элементами $a_{12}^{(2)}(\Omega)$ и $a_{23}^{(1)}(\Omega)$ соответствующих переходных матриц.

Комплексная огибающая сигнала двухимпульсного эха определяется интегрированием всех изохромат (11.5) с весом, определяемым функцией низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения $g(\Omega) = g(\omega - \omega_0)$:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_e(t) = & P_0 \exp\left(-\frac{1}{T_2}\right) \left(t - \tau_2 - \frac{\tau_1}{2}\right) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp\left[i\Omega\left(t - 2t_2 + \frac{\tau_1}{2}\right)\right] d\Omega. \end{aligned} \quad (11.6)$$

Определим явный вид переходной матрицы для импульса, соответствующего коду Баркера. Точное аналитическое решение уравнений Блоха, а значит и переходные матрицы удастся определить лишь для простых ситуаций, когда эти уравнения можно свести к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными или кусочно-постоянными коэффициентами. К последнему случаю относятся импульсы, модулированные кодами Баркера. Для решения поставленной задачи следует определить переходную матрицу вида (10.18) для элементарного импульса длительностью τ в пренебрежении релаксационными процессами.

Полагая, что значению $+1$ кода Баркера соответствует $\varphi = 0$, а значению -1 $\varphi = \pi$, и обозначая соответствующие переходные матрицы \mathbf{A}_{\pm} , можно определить результирующую переходную матрицу для 13-элементного кода Баркера [76], показанного на рис. 11.2 в виде внутреннего графика

$$\mathbf{A}_B(\tau, \Omega) = \mathbf{A}_+ \mathbf{A}_- \mathbf{A}_+ \mathbf{A}_- \mathbf{A}_+^2 \mathbf{A}_-^2 \mathbf{A}_+^5. \quad (11.7)$$

Рассмотрим возбуждение фотонного эха импульсом, модулированным кодом Баркера, в момент времени $t_1 = 0$ и следующим за ним в момент времени t_2 коротким импульсом длительностью $\tau_s \ll \tau$ и амплитудой R_s . Этот сверхкороткий импульс имеет практически постоянный спектр в диапазоне частот, занимаемом неоднородно уширенной линией. Его свойства близки к свойствам дельта-функции Дирака. Переходная матрица для этого дельтаобразного импульса имеет вид (8.29).

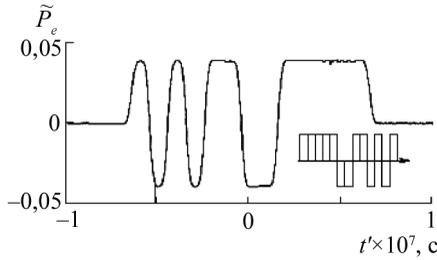


Рис. 11.2. Комплексная огибающая первичного эха в линейном режиме

Таким образом, подставив в (11.6) элемент $a_{23}^{(1)}(\Omega)$, полученный на основании (11.7) и (8.29), а также $a_{12}^{(2)}(\Omega) = \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \exp(i2\varphi)$ из, получим выражение, описывающее комплексную огибающую первичного эха. При этом $\tau_1 = \tau_B = 13\tau$.

В проводимых далее расчетах, проведенных численными методами, неоднородно уширенная линия поглощения и ее низкочастотный эквивалент $g(\Omega)$ являются гауссовскими с шириной $\sigma = 2\pi \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. Второй (дельтаобразный) импульс, характеризуемый параметрами $\alpha = \pi$, $\varphi = -\pi/4$, $\tau_2 = \tau_B$, выполняет поворот всех векторов на угол, равный 180° , как при классическом возбуждении первичного эха Хана.

На рис. 11.2 комплексная огибающая первичного эха $\tilde{P}_e(t')$ (где $t' = t - 2t_2$) показана без учета релаксационного затухания, обусловленного экспоненциальным множителем в (11.6). В рассмотренном режиме параметры импульса, модулированного кодом Баркера, $R = 10^7 \text{ рад/с}$ и $\tau = 10^{-8} \text{ с}$. При этом принято $P_0 = 1$ и комплексная огибающая является безразмерной функцией.

На рис. 11.3 представлен результат моделирования комплексной огибающей первичного эха для аналогичного режима возбуждения, но при амплитуде первого импульса $R = 10^8 \text{ рад/с}$.

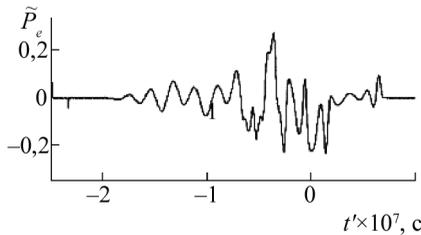


Рис. 11.3. Комплексная огибающая первичного эха в нелинейном режиме

Теперь рассмотрим режим возбуждения стимулированного эха. Для определения состояния вектора $\mathbf{P}(t, \Omega)$ на интервале после третьего импульса возбуждения следует продолжить алгоритм, описанный при рассмотрении двухимпульсного режима возбуждения, дополнив его соответствующими преобразованиями [66]:

$$\mathbf{P}(t, \Omega) = \mathbf{B}_n^{(3)} + \mathbf{B}^{(3)} \mathbf{A}^{(3)} \{ \mathbf{B}_n^{(2)} + \mathbf{B}^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} [\mathbf{B}_n^{(1)} + \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{P}(-\tau_1 / 2)] \}.$$

Поперечная компонента вектора $\mathbf{P}(t, \Omega)$ в трехимпульсном режиме содержит 9 слагаемых, соответствующих сигналам свободной индукции, возникающим после каждого импульса возбуждения, двухимпульсным эхо-сигналам, формируемым каждой парой импульсов возбуждения, стимулированному или трехимпульсному эху и другим откликам. Слагаемое, соответствующее стимулированному эху, имеет вид [66]

$$\begin{aligned} \tilde{p}_3(t, \Omega) &= P_0 a_{13}^{(3)}(\Omega) a_{32}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \times \\ &\times \exp \left[i\Omega \left(t - t_3 - t_2 + \frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{2} \right) \right] \times \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{T_1} \left(t_3 - t_2 - \frac{\tau_2 + \tau_3}{2} \right) - \frac{1}{T_2} \left(t - t_3 + t_2 - \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (11.8)$$

Комплексная огибающая стимулированного эха определяется интегрированием всех изохромат (11.8) с весом, определяемым функцией низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения

$$\tilde{P}_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) \tilde{p}_3(t, \Omega) d\Omega.$$

Пусть первый и третий импульсы возбуждения промодулированы кодами Баркера и характеризуются амплитудами R_1 и R_3 и длительностями $\tau_1 = \tau_2 = \tau_B = 13\tau$. Второй импульс возбуждения – дельтаобразный, у которого $\alpha = \pi/2$, $\varphi = -\pi/2$, $\tau_2 = \tau_3 \rightarrow 0$ – осуществляет поворот всех векторов на угол 90° . Соответствующий ему элемент переходной матрицы равен: $a_{32}^{(2)}(\Omega) = 0,5$.

На рис. 11.4, 11.5 показаны комплексные огибающие стимулированного эха $\tilde{P}_s(t'')$ (где $t'' = t - t_2 - t_3$) для $R_1 = R_3 = 10^7$ рад/с и $R_1 = R_3 = 10^8$ рад/с соответственно.

На рис. 11.6 представлена комплексная огибающая стимулированного эха для разных амплитуд $R_1 = 10^8$ и $R_3 = 10^7$ рад/с.

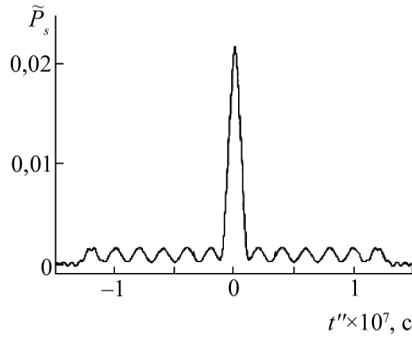


Рис. 11.4. Комплексная огибающая стимулированного эха в линейном режиме

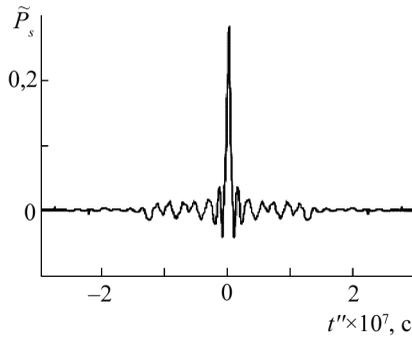


Рис. 11.5. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме

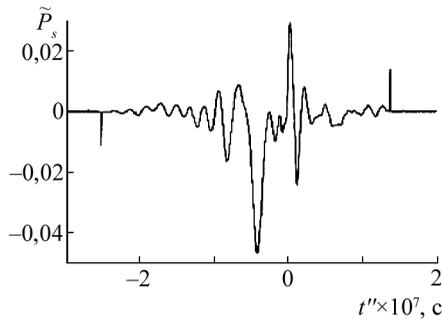


Рис. 11.6. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме для первого импульса и линейном режиме для третьего импульса

Как видно из рис. 11.7, при увеличении R_3 амплитуда эха сначала возрастает, при $R_3 = R_1 = 10^8$ рад/с достигает максимума, а затем падает, приобретая характер осцилляций.

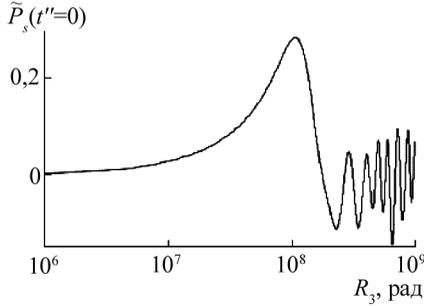


Рис. 11.7. Зависимость амплитуды стимулированного эха от амплитуды третьего импульса

В проведенных расчетах в качестве импульсов возбуждения были использованы импульсы, модулированные по фазе 13-элементным кодом Баркера. При этом длительность импульса была равна $\tau_B = N\tau$. Значение $N = 13$ соответствует максимальному из известных к настоящему времени числу N в кодах Баркера. Ширина спектра этих импульсов, определяемая как $1/\tau$, была выбрана равной ширине неоднородно уширенной линии $\sigma/2\pi = 10^8$ Гц. Длительность импульсов можно увеличить, если вместо кодов Баркера использовать M -последовательности. Переходные матрицы для сигналов, модулированных по фазе такими последовательностями, могут быть определены ранее описанными методами на основе переходной матрицы элементарного импульса.

Выбранные значения начальных фаз для сигналов, модулированных кодом Баркера, и для дельтаобразных импульсов не являются принципиальными, однако обеспечивают вещественный характер комплексной огибающей эха. Это облегчает графическое представление результатов.

Форма комплексной огибающей первичного эха зависит от коэффициента переходной матрицы $a_{23}^{(1)}(\Omega)$ в (11.6). В линейном режиме

$$a_{23}^{(1)}(\Omega) \approx iS_1^*(i\Omega) \exp\left(-\frac{i\Omega\tau_1}{2}\right), \quad (11.9)$$

где спектральная плотность комплексной огибающей первого импульса $\tilde{R}_1(t)$

$$S_1(i\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_1(t) \exp(-i\Omega t) dt.$$

В этом случае комплексная огибающая первичного эха повторяет форму первого импульса, но задерживается на время $2t_2$ и инвертируется во времени. Некоторые линейные искажения определяются конечной шириной линии $g(\Omega)$ и ее неравномерностью. Линейный режим сохраняется, пока выполняется условие $|S(i\Omega)| \leq 0,5$, в противном случае соотношение (11.9) перестает выполняться. Максимальное значение модуля спектральной плотности для первого импульса

$$|S(i\Omega)|_{\max} = S(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(t) dt = 5R_1\tau.$$

Длительности элементарного импульса $\tau = 10$ нс границе линейного режима будет соответствовать амплитуда первого импульса $R_1 = 10^7$ рад/с (см. рис. 11.2). Следует отметить, что данный режим может быть использован в фотонных эхо-процессорах для управляемой задержки сигналов с инверсией во времени.

Однако по мере увеличения амплитуды сигнала Баркера возникают нелинейные искажения, и форма эха перестает повторять исходный код (см. рис. 11.2). Следует также отметить, что длительность эха становится больше исходной длительности первого импульса $\tau_1 = \tau_B = N\tau = 0,13$ мкс и может достигать значения $2\tau_1$. Учет поперечной релаксации в соответствии с (11.6) приведет к экспоненциальному затуханию огибающей от начала эха к его концу с характеристическим временем T_2 .

При моделировании возбуждения стимулированного эха результаты также сильно зависят от амплитуд первого и третьего импульсов возбуждения R_1 и R_3 , определяющих степень линейности режима для каждого из этих импульсов. Так, для режима, иллюстрируемого на рис. 11.4 ($R_1 = R_3 = 10^7$ рад/с), параметры как первого, так и третьего импульсов соответствуют линейному режиму, и огибающая стимулированного эха совпадает по форме с корреляционной функцией 13-элементного кода Баркера. Отношение амплитуды центрального пика корреляционной функции к уровню ее боковых лепестков равно 13. Небольшие линейные искажения, как и в случае первичного эха, обусловлены функцией $g(\Omega)$, которая играет роль линейного фильтра. Учет поперечной и продольной релаксации приведет к появлению двух экспоненциальных множителей огибающей с характеристическими временами T_1 и T_2 , на которые домножается полученная комплексная огибающая.

При $R_1 = R_3 = 10^8$ рад/с первый и третий импульсы имеют параметры, выходящие за рамки линейного режима (см. рис. 11.5). Однако при $R_1 = R_3$ из свойств переходной матрицы следует, что

$$a_{13}^{(3)}(\Omega) = \left[a_{23}^{(1)}(\Omega) \right]^*.$$

И в этом случае комплексная огибающая стимулированного эха при $R_1 = R_3 = 10^8$ рад/с будет совпадать с корреляционной функцией, но уже не кода Баркера, а сигнала, претерпевшего нелинейные искажения (см. рис. 11.3).

При разных амплитудах импульсов (см. рис. 11.6) комплексная огибающая стимулированного эха будет соответствовать функции взаимной корреляции первого и третьего импульсов с учетом нелинейных искажений, если режим хотя бы одного из этих импульсов выходит за рамки линейного.

Следует также отметить, что если параметры обоих импульсов при $R_1 \neq R_3$ соответствуют линейному режиму, то комплексная огибающая стимулированного эха будет с точностью до константы совпадать с автокорреляционной функцией кода Баркера (см. рис. 11.3), поскольку элементы переходных матриц первого и третьего импульсов удовлетворяют соотношению

$$a_{13}^{(3)}(\Omega) \approx k \left[a_{23}^{(1)}(\Omega) \right]^* \approx -ikS_1(i\Omega) \exp\left(\frac{i\Omega\tau_1}{2}\right),$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Интерес представляет сравнение максимальной амплитуды стимулированного эха, которая при использовании импульсов, модулированных 13-элементным кодом Баркера, равна 0,292 и достигает этого значения при $R_1 = R_3 = 1,12 \cdot 10^8$ рад/с с максимальными амплитудами стимулированного эха при использовании других импульсов возбуждения.

Наибольшая амплитуда, равная 1/2, с помощью трех дельтаобразных импульсов

$$A_s = 0,5 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \sin \alpha_3,$$

если $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$.

Если вместо импульсов, модулированных кодами Баркера, использовать шумовые импульсы в виде белого гауссовского шума, максимальное значение амплитуды стимулированного эха может быть равно 1/4 [102] либо 1/3 [97] в зависимости от хронологии воздействия импульсов.

Меньшее значение максимальной амплитуды стимулированного эха при использовании импульсов, модулированных кодами Баркера, объясняется неравномерным характером их спектра. Максимальная амплитуда стимулированного эха может быть несколько увеличена, если увеличить ширину спектра этих импульсов за счет уменьшения длительности элементарного импульса τ . При этом, конечно, для сохранения их энергии потребуется увеличить амплитуду этих импульсов.

Отметим также возможность реализации режима задержки импульса, модулированного кодом Баркера без инверсии во времени на

основе стимулированного эха. Для этого в качестве первого и второго импульсов возбуждения можно задействовать два дельтаобразных импульса, а в качестве третьего – импульс, модулированный кодом Баркера. При этом в линейном режиме $a_{13}^{(3)}(\Omega) \approx -iS_3(i\Omega) \exp\left(\frac{i\Omega\tau_3}{2}\right)$.

Полученные результаты позволяют также проводить анализ работы процессоров, использующих фотонное и спиновое эхо для обработки сигналов светового и радиодиапазонов. В частности, это касается алгоритмов корреляционной обработки и согласованной фильтрации, для которых можно не только анализировать возникающие нелинейные эффекты, но и определять верхнюю границу динамического диапазона и границу линейного режима.

Заключение

В монографии рассмотрены теория сверхвысокочастотных спиновых волн в ферромагнитных пленках и применение таких пленок для разработки устройств СВЧ электроники. Описаны характеристики спиновых волн различных типов в свободных и экранированных ферромагнитных пленках, а также нелинейных спиновых волн в них. Изложены основы построения пленочных линейных и нелинейных спин-волновых устройств аналоговой обработки СВЧ сигналов; рассмотрены теоретические модели и экспериментальная реализация разработанных на настоящий момент сверхвысокочастотных устройств, в частности фильтров, линий задержки, фазовращателей, нелинейных фазовращателей, нелинейных интерферометров и нелинейных направленных ответвителей.

Научно-техническое направление, связанное с использованием линейных и нелинейных спин-волновых процессов для построения принципиально новых устройств СВЧ электроники, в настоящее время интенсивно развивается и является предметом живого интереса большого числа специалистов. Очевидно, что возможности практического применения спин-волновых процессов не исчерпываются устройствами, описанными в настоящей монографии. Нетрудно предвидеть, что в ближайшие годы будут разработаны новые устройства, принцип действия которых будет опираться на описанные физические процессы. В недалеком будущем они смогут найти применение в качестве элементной базы для разработки новых поколений сверхвысокочастотных информационно-телекоммуникационных приборов.

В монографии рассмотрены также эхо-процессоры, основанные на явлении нелинейного эха. Изложены элементы теории магнитного резонанса, а также импульсные методы возбуждения сигналов ядерного магнитного резонанса. В основе математического описания этих устройств лежат уравнения Блоха. Рассмотрено решение этих уравнений для ряда типовых задач, определены переходные матрицы состояния спиновой системы.

На основе полученных результатов описаны функциональные возможности эхо-процессоров, использующихся для обработки сигналов радиодиапазона, приведены структурная схема спинового эхо-процессора и параметры рабочих веществ для них.

Особое место уделено эхо-процессорам на основе магнитоупорядоченных рабочих сред, их особенностям, моделированию и применению.

Последняя глава монографии посвящена другим разновидностям нелинейного эха и, в частности, фотонному эхо и фотонным эхо-процессорам. Описание фотонного эха может проводиться на основе оптических уравнений Блоха, с математической точки зрения идентичных обычным уравнениям Блоха. В таких процессорах в отличие от спиновых имеет место не магнито-, а электродипольное взаимодействие поля с веществом. Поэтому опыт разработки спиновых эхо-процессоров может быть с успехом применен при разработке фотонных эхо-процессоров, используемых для обработки сигналов оптического диапазона. Это направление функциональной электроники представляется перспективным с точки зрения быстродействия, свойственного данному диапазону частот.

Литература

1. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
2. *Лакс Б., Баттон К.* Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики. М.: Мир, 1965.
3. *Исхак В.С.* Применение магнитостатических волн (обзор) / пер. с англ. // ТИИЭР. 1988. Т. 76. № 2. С. 86–104.
4. *Adam J.D., Back D.M., K.M. S.V. Bandara et al.* Physics of thin films. Thin films for advanced electronic devices. New York: Academic Press Inc, 1991.
5. *Circuits, Systems, and Signal Processing // Special issue.* 1985. V. 4. № 1–2.
6. Физика спин-волновых процессов в ферромагнитных пленках и слоистых структурах / Изв. вузов СССР. Сер. «Физика». Тематич. вып. 1988. Т. 31. № 11.
7. *Данилов В.В., Зависляк И.В., Балинский М.Г.* Спинволновая электродинамика. Киев: Лыбидь, 1991.
8. *Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П.* Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: СГУ, 1993.
9. Функциональные устройства обработки сигналов (Основы теории и алгоритмы): учебн. пособие для вузов / под ред. *Ю.В. Егорова.* М.: Радио и связь. 1997.
10. *Slavin A. Tiberkevich V.* Nonlinear Auto-Oscillator Theory of Microwave Generation by Spin-Polarized Current // IEEE Trans. Magn. 2008. V. 44. P. 1–44.
11. *Demidov V.E., Demokritov S.O., Rott K. et al.* Nano-optics with spin waves at microwave frequencies // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. № 23. Article 232503.
12. *Калиникос Б.А., Кошкиков Н.Г., Славин А.Н.* Солитоны огибающей и модуляционная неустойчивость дипольно-обменных волн намагниченности в пленках железиттриевого граната // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 2. С. 159–176.
13. *Remoissenet M.* Waves called solitons: Concepts and experiments. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
14. *Кивиарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. М.: Физматлит, 2005.
15. *Demokritov S.O., Demidov V.E., Dzyurko O. et al.* Bose-Einstein condensation of quasi-equilibrium magnons at room temperature under pumping // Nature. 2006. V. 443. P. 430.
16. *Демидов В.Е., Калиникос Б.А.* Спектр дипольно-обменных спиновых волн в касательно намагниченных слоистых структурах металл–сегнетоэлектрик–ферромагнетик–сегнетоэлектрик–металл // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 7. С. 8–17.
17. *Demidov V.E., Kalinikos B.A., Edenhofer P.* Dipole-Exchange Theory of Hybrid Electromagnetic-Spin Waves in Layered Film Structures // J. Appl. Phys. 2002. V 91. P. 10007.

18. *Барыбин А.А.* Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. М.: Наука, 1986.
19. *Stancil D.D.* Theory of magnetostatic waves. New York: Springer-Verlag, 1993.
20. *Damon R.W., Eshbach J.R.* Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V. 19. P. 308–320.
21. *Львов В.С.* Нелинейные спиновые волны. М.: Наука, 1987.
22. *Моносов Я.А.* Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971.
23. *Kalnikos B.A.* Dipole-exchange spin-wave spectrum of magnetic films // Linear and nonlinear spin waves in magnetic films and Superlattices / Ed. by M.G. Cottam. Singapore: World Scientific Publishing Company, Ltd. 1994.
24. *Ганн В.В.* Неоднородный резонанс в ферромагнитной пластинке // ФТТ. 1966. Т. 8. № 11. С. 3167–3172.
25. *Вендик О.Г., Чарторижский Д.Н.* Дисперсионное уравнение для неоднородных колебаний намагниченности в ферромагнитной пластине // ФТТ. 1970. Т. 12. № 5. С. 1538–1540.
26. *Вендик О.Г., Чарторижский Д.Н.* О влиянии граничных условий для вектора намагниченности на дисперсию спиновых волн в тонкой ферромагнитной пленке // Изв. ЛЭТИ. 1970. № 96. С. 1538–1540.
27. *Sparks M.* Ferromagnetic resonance in thin films. Theory of normal-mode frequencies // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. № 9. P. 3831–3856.
28. *Wolfram T., De Wames R.E.* Magnetoexchange branches and spin-wave resonance in conducting and insulating films: Perpendicular resonance // Phys. Rev. B. 1971. V. 4. № 9. P. 3125–3131.
29. *Демидов В.Е., Калиникос Б.А.* Тензорные функции Грина уравнений Максвелла плоскостной структуры металл–диэлектрик–ферромагнетик–диэлектрик–металл // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 16. С. 68–76.
30. *Саланкий Н.М., Ерухимов М.Ш.* Физические свойства и применение магнитных пленок. Новосибирск: Наука, 1975.
31. *Kalnikos B.A.* Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic films // IEE Proceedings, Pt. H. 1980. V. 127. № 1. P. 4–10.
32. *Калиникос Б.А.* Спектр и линейное возбуждение спиновых волн в ферромагнитных пленках // Изв. вузов СССР. Сер. «Физика». 1981. Т. 24. № 8. С. 42–56.
33. *Wilkinson J.A. Reinsch C.* Handbook for Automation of Linear Algebra. Berlin: Springer, 1976.
34. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ФМЛ, 1963.
35. *Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А.* Возбуждение распространяющихся волн намагниченности микрополосковыми антеннами // Изв. вузов СССР. Сер. «Физика». 1988. № 11. С. 24–53.
36. *Калиникос Б.А., Митева С.И.* Дисперсия дипольно-обменных спиновых волн в слоистой структуре // ЖТФ. 1981. Т. 26. № 10. С. 2213–2215.
37. *Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А.* Возбуждение спиновых волн в перпендикулярно намагниченных ферромагнитных пленках // ЖТФ. 1987. Т. 57. № 11. С. 2212–2220.
38. *Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А.* Самосогласованный расчет сопротивления излучения микрополосковых антенн спиновых волн в перпендикулярно намагниченной пленке // ЖТФ. 1988. Т. 58. № 2. С. 248–255.

39. *Дмитриев В.Ф., Калинин Б.А.* Самосогласованная теория возбуждения спиновых волн микрополосковой антенной в касательно намагниченной слоистой структуре // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 11. С. 2248–2258.
40. *Дмитриев В.Ф., Калинин Б.А., Ковшиков Н.Г.* Экспериментальное исследование комплексного сопротивления излучения спиновых волн // ЖТФ. 1986. Т. 56. № 11. С. 2169–2177.
41. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / под ред. *В.И. Вольмана*. М.: Радио и связь, 1982.
42. *Карпман В.И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1968.
43. *Кадошцев Б.Б., Карпман В.И.* Нелинейные волны // УФН. 1971. Т. 103. № 2. С. 193–232.
44. *Ваннэ Г.М.* СВЧ-устройства на магнитостатических волнах // Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. 1984. № 8 (1060). С. 60.
45. *Ishak W.S., Chang K.* Tunable microwave resonators using magnetostatic wave in YIG films // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1986. V. 34. № 12. P. 1383–1393.
46. *Лебедь Б.М., Лопатин В.П.* Магнитостатические колебания в ферритах и их использование в технике СВЧ // Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. 1978. № 12 (561). С. 41.
47. *Звездин А.К., Медников Л.М., Попков А.Ф.* Функциональные устройства на магнитостатических и магнитоакустических волнах // Электронная промышленность. 1983. № 8. С. 14–19.
48. *Никитов В.А., Никитов С.А.* Исследования и разработка устройств на магнитостатических спиновых волнах // Зарубежная электроника. 1981. № 2. С. 41–52.
49. *Adam J.D., Daniel M.R.* The status of the magnetostatic devices // IEEE Trans. Mag. 1981. V. 17. № 6. P. 2951–2956.
50. *Sethares J.C.* Magnetostatic wave devices and applications // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. P. 2646–2651.
51. *Chang K.W., Owens J.M., Carter R.L.* Linearly dispersive time control of magnetostatic surface waves by variable groundplane spacing // Electron. Lett. 1983. V. 19. № 14. P. 546–547.
52. *Morgenthaler F.R.* Nondispersive magnetostatic forward volume waves under field gradient control // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. № 3. P. 2652–2654.
53. *Sethares J.C., Owens J.M., Smith C.V.* M.S.W. nondispersive, electronically tunable time delay elements // Electron. Lett. 1980. V. 16. № 22. P. 825.
54. *Adam J.D., Daniel M.R., O'Keefe T.W.* Magnetostatic wave devices // Microwave Journal. 1982. V. 25. № 2. P. 95–99.
55. *Adkins L.R., Glass H.L., Stearns F.S.* et al. Electronically variable time delays using cascaded magnetostatic delay lines // J. Appl. Phys. 1984. V. 55. № 6. P. 2518–2520.
56. *Ustinov A.B., Demidov V.E., Kalinikos B.A.* Electronically tunable nondispersive magnetostatic wave delay line // Electronics Letters. 2001. V. 37. № 19. P. 1161–1162.
57. *Высоцкий С.Л., Казаков Г.Т., Кожевников А.В.* и др. Бездисперсионная линия задержки на магнитостатических волнах // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. № 15. С. 45–50.

58. *Collin R.E.* Foundations for Microwave Engineering. Singapore: McGraw-Hill, Inc., 1992.
59. *Harlan H.J.* Passive components: a brief history // *Microwave Journal*. 2005. V. 48. № 11. P. 22–34.
60. *Веселов Г.И., Егоров Е.Н., Алехин Ю.Н.* и др. Микроэлектронные устройства СВЧ. М.: Высшая школа, 1988.
61. *Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В.* Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. М.: Радио и связь, 1990.
62. *Jensen S.M.* The nonlinear coherent coupler // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1982. V. QE-18. № 10. P. 1580–1583.
63. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
64. *Эрнст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А.* ЯМР в одном и двух измерениях. М.: Мир, 1990.
65. *Hahn E.L.* Spin echoes // *Phys. Rev.* 1950. V. 80. № 4. P. 580–594.
66. *Баруздин С.А.* Нелинейное эхо и обработка сигналов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2011.
67. *Anderson A.G., Garwin R.L., Hahn E.L.* Spin echo serial storage memory // *J. Appl. Phys.* 1955. V. 26. № 11. P. 1324–1338.
68. *Franklin P.* Electron spins compress S-band pulses over 250:1 // *Microwaves*. 1969. V. 8, № 10. P. 13–20.
69. *Fagioli O., Casini G., Graziani P., Linari R.* Protons compress for radar // *Alta frequenza*. 1969. V. 38. № 2. P. 104-24-E – 107-24-E.
70. *Касаткин А.В., Протодьяконов А.М., Рассветалов Л.А.* и др. Спиновый эхо-процессор в системах связи // *Техника средств связи. Сер. «Техника радиосвязи»*. 1977. Вып. 3. С. 110–124.
71. *Лаврентьев Г.В., Куневич А.В.* Спиновые процессоры. М.: Ассоциация «Электропитание», 1996.
72. *Куневич А.В., Филиппов В.В.* Материалы для устройств на эффекте спинового эха // *Обзоры по электронной технике. Сер. 6. «Материалы»*. 1980. Вып. 7 (749).
73. *Куркин М.И., Туров Е.А.* ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применения. М.: Наука, 1990.
74. *Игнатченко В.А., Цифринович В.И.* Ядерные сигналы в магнитоупорядоченных средах. Новосибирск: Наука, 1993.
75. *Устинов В.Б., Рассветалов Л.А., Репников С.П.* Коэффициент усиления внешнего поля и времени релаксации ядер ^{57}Fe при наблюдении ЯМР в $\text{Ni Fe}_2\text{O}_3$ // *ФТТ*. 1968. Т. 10. № 2. С. 576–581.
76. *Устинов В.Б., Репников С.П., Сааков Э.О., Теряев В.А.* Ядерный магнитный резонанс в тонких кобальтовых пленках // *ФТТ*. 1968. Т. 10. № 5. С. 1589–1591.
77. *Баруздин С.А.* Корреляционные эхо при стохастическом возбуждении неоднородно уширенных двухуровневых систем // *ЖЭТФ*. 1997. Т. 112. Вып. 1 (7). С. 63–77.
78. *Баруздин С.А.* Насыщение двухуровневых систем в условиях импульсного стохастического резонанса // *ЖТФ*. 1999. Т. 69. № 12. С. 65–69.
79. *Bartholdi E., Wokaun A., Ernst R.R.* Theory of stochastic NMR spectroscopy. Application of the Ito and Stratonovich calculus // *Chem. Phys.* 1976. № 18. P. 57–84.

80. *Paff J., Blumich B.* Observation of a spin echo with wight noise excitation // *Phys. Rev. A.* 1991. V. 43. № 7. P. 3640–3644.
81. *Баруздин С.А.* Стохастическое возбуждение стимулированного спинового эха // *ЖТФ.* 1997. Т. 67. № 10. С. 100–104.
82. *Knight W., Keiser R.* The randomly driven Bloch equations // *J. Magn. Reson.* 1982. V. 48. P. 293–301.
83. *Баруздин С.А., Иванов В.А.* Нелинейные свойства спиновых и фотонных систем при возбуждении случайными и псевдослучайными сигналами // *Изв. вузов. Сер. «Электроника».* 1998. № 3. С. 121–126.
84. *Баруздин С.А.* Стимулированное спиновое эхо при возбуждении псевдослучайными импульсами // *ФТТ.* 2005. Т. 47. № 12. С. 2116–2120.
85. *Иванов А.В., Голощапов С.И., Паугурт А.П.* Излучение ядерной спиновой системы в упорядоченных магнетиках // *ЖТФ.* 1983. Т. 53. № 11. С. 2171–2177.
86. *Голощапов С.И., Паугурт А.П.* Амплитудные характеристики спиновых устройств на основе ЯМР // *ЖТФ.* 1985. Т. 55. № 12. С. 2361–2367.
87. *Баруздин С.А.* Влияние параметров импульсов возбуждения на амплитуду спинового эха // *Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ».* 2011. № 3. С. 3–8.
88. *Баруздин С.А.* Субоптимальный приемник для системы передачи информации сигналами с расширенным спектром // *Изв. вузов России. Радиоэлектроника.* СПб.: СПбГЭТУ. 1998. Вып. 2. С. 11–20.
89. *Баруздин С.А.* Нелинейные свойства спиновых и фотонных процессоров при стохастическом возбуждении // *Радиотехника и электроника.* 1998. Т. 43. № 6. С. 687–691.
90. *Баруздин С.А.* Нелинейные эффекты в управляемом согласованном фильтре на основе спинового процессора // *Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника.* 1998. Т. 41. № 5. С. 9–17.
91. *Баруздин С.А.* Подавление узкополосных гауссовских помех на основе импульсного насыщения неоднородно уширенных систем // *Радиотехника и электроника.* 2001. Т. 46. № 3. С. 328–334.
92. *Vachmann P., Sauer K., Wallis G.* Zeitliche Phasenmischungsechoes // *Fortschritte der Physik.* 1972. Bd. 20 № 3. P. 148–199.
93. *Корпел А., Чаттерджи М.* Нелинейное эхо, фазовое сопряжение, электронная голография // *ТИИЭР.* 1981. Т. 69. № 12. С. 22–43.
94. *Копвиллем У.Х., Пранц С.В.* Поляризационное эхо. М.: Наука, 1985.
95. *Манькин Э.А., Самарцев В.В.* Оптическая эхо-спектроскопия. М.: Наука, 1984.
96. *Baruzdin S.A.* Random noise processing using photon echo // *PECS 2001: Photon Echo and Coherent Spectroscopy / Ed. Vitaly V. Samartsev. Proc. of SPIE.* V. 4605. P. 119–123.
97. *Баруздин С.А.* Амплитудные характеристики возбуждения стимулированного фотонного эха шумовыми и когерентными импульсами // *Квантовая электроника.* 2001. Т. 31. № 8. С. 719–722.
98. *Баруздин С.А.* Нелинейные алгоритмы работы процессоров на основе спинового и фотонного эха // *Радиотехника.* 2003. № 4. С. 33–37.
99. *Rassvetalov L.A., Samartsev V.V.* Optical data processing on long-lived photon echo // *PECS 2001: Photon Echo and Coherent Spectroscopy / Ed. Vitaly V. Samartsev. Proc. of SPIE.* V. 4605. P. 111–118.

100. Самарцев В.В., Рассветалов Л.А. От долгоживущего фотонного эха и триггерного сверхизлучения к оптическим фазовым процессорам // Изв. АН. Сер. физическая. 2002. Т. 66. № 3. С. 294–296.
101. Баруздин С.А. Возбуждение спинового эха импульсами, модулированными кодами Баркера // Оптика и спектроскопия. 2005. Т. 99. № 4. С. 631–637.
102. Баруздин С.А. Стимулированное фотонное эхо при возбуждении некогерентными и когерентными импульсами // Оптика и спектроскопия. 2001. Т. 91. № 2. С. 276–282

Список условных сокращений

АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика
ГГГ	– гадолиний-галлиевый гранат
ЖИГ	– железо-иттриевый гранат
ЛЧМ	– линейная частотная модуляция
ООСВ	– обратная объемная спиновая волна
ПОСВ	– прямая объемная спиновая волна
ПСВ	– поверхностная спиновая волна
СВ	– спиновая волна
СВЧ	– сверхвысокие частоты
ССИ	– сигнал свободной индукции
ФВ	– фазовращатель
ЭП	– эхо-процессор
ЭПР	– электронный парамагнитный резонанс
ЯМР	– ядерный магнитный резонанс

Список основных обозначений

$\mathbf{A}(t, t_0, \Omega)$	– переходная матрица спиновой системы для интервала действия импульса возбуждения
$a_{ik}^{(n)}$	– элемент матрицы \mathbf{A} для n -го импульса возбуждения в момент его окончания
$\mathbf{B}(t, t_0, \Omega)$	– переходная матрица спиновой системы для свободного интервала
d	– расстояние между антеннами спиновых волн
$g(\Omega)$	– низкочастотный эквивалент неоднородно уширенной линии поглощения
h	– напряженность магнитного поля нерезонансных импульсов (импульсов стирания)
H_e	– напряженность постоянного внешнего магнитного поля
H_i	– напряженность постоянного внутреннего магнитного поля
k	– волновое число
L	– толщина ферромагнитного слоя
\mathbf{M}	– вектор намагниченности
$\tilde{M}_e(t)$	– комплексная огибающая двухимпульсного эха
$\tilde{M}_s(t)$	– комплексная огибающая трехимпульсного эха
M_0	– намагниченность насыщения ферромагнетика
m	– переменная составляющая намагниченности
$\tilde{R}(t)$	– комплексная огибающая импульса возбуждения
T_1	– время продольной релаксации
T_2	– время поперечной релаксации
ω	– циклическая частота
Ω	– расстройка частоты относительно несущей