

А 84

Центральное бюро секции
ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ РАБОТНИКОВ ПРИ Ц. К. Ж. Д.

В. В. АРНОЛЬД
ПРОФЕССОР

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ Эйнштейна

ОБЩИЕ ОСНОВАНИЯ

В. В. АРНОЛЬД

ПРОФЕССОР

ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИИ
И ИНСТИТУТА ГРАЖДАНСКИХ ИНЖЕНЕРОВ

Дар
СУВОРОВА С.Г.
Заместителя
главного редактора журнала
«Успехи физики»

72
Д 84

**ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
ЭЙНШТЕЙНА**

ОБЩИЕ ОСНОВАНИЯ

С. Суворов



Общие основания
теории относительности
ЭЙНШТЕЙНА

Оглавление.

	Стран.
Предисловие	6
Литература	8
Введение	15
§ 1. Принцип относительности классической механики (принцип инвариантности ускорений при Галилеевых преобразованиях координат).	19
§ 2. Физика эфира и принцип постоянства скорости света (принцип инвариантности световой волны)	31
§ 3. Специальная теория относительности Эйнштейна.	48
§ 4. Четырехмерный мир Минковского.	77
§ 5. Основания общей теории относительности Эйнштейна.	92
§ 6. Общие заключения	108

Предисловие.

Предлагаемая работа представляет собою изложение доклада, прочитанного автором в конце 1923 г. в двух открытых заседаниях Центрального Бюро Секции Инженерно-Технических Работников транспорта. Доклад этот был сделан по предложению Председателя ЦБСИТ инженера И. Н. Борисова, указавшего в своей вступительной речи на то, что вопросы „техники мироздания“ не могут считаться чуждыми нашим техникам, и его же инициативе обязан появлением в свет в виде отдельного издания.

Первый доклад был посвящен общему изложению тех идей, которые были внесены Эйнштейном в современное научное мировоззрение, второй же имел целью подвести под эти идеи более точный и научный фундамент, включая сюда преобразования Лорентца, служащие математическим обоснованием специальной теории, и общие основания метрики неевклидовой геометрии, к которой приводит общая теория.

В предлагаемой работе, в целях достижения более строгого хода мысли, пришлось слить оба доклада в одно целое, с параллельным изложением как математической, так и чисто физической стороны вопроса. Самая тема заставляет предполагать у читателя наличие хотя бы элементарных знаний по аналитической геометрии и теоретической механике.

Профессор Арнольд.

Петроград,
февраль 1924.

Литература

ПО ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.

Литература по теории относительности как на иностранных языках, так и на русском (на последнем, преимущественно, общего характера) в настоящее время чрезвычайно велика. За последние годы появилось очень большое количество книг, брошюр и журнальных статей, относящихся к теории Эйнштейна, среди которых, на ряду с работами исключительного значения и ценности, встречается (особенно среди брошюр с попытками популярного изложения) не мало изданий сравнительно невысоких достоинств.

Предлагаемый перечень совершенно не претендует на полноту; это просто список тех из работ, известных автору, которые могут, по его мнению, помочь интересующимся данным вопросом несколько ориентироваться среди массы печатного материала.

1.

А) Основные работы, излагающие вопрос в полном его объеме и в строго-научной форме, предназначенные для читателя, вполне владеющего высшим анализом (в частности, тензорным анализом).

Здесь, прежде всего, необходимо указать на основные работы самого Einstein'a:

1. A. Einstein. Die formalen Grundlagen der allgemeiner Relativitätstheorie. См. Berliner Sitzungsber. 1914, 1915, 1916, 1917 и 1918

Очень полное и строго научное изложение теории, приведенное притом в определенную систему, дается в 2-х томах труда Берлинского проф. Laue:

2. M. Laue. Die Relativitätstheorie. Braunschw. 1921.

Обе приведенные выше работы (Einstein'a и Laue) требуют очень основательных математических сведений. В работе Laue, в частности, подробно изложена теория мировых векторов и тензоров, вся электродинамика теории относительности, геометрия Риманова пространства, Эйнштейнова теория тяготения и теория материи Ми.

Далее можно указать:

3. H. A. Lorentz. On Einstein Theory of Gravitation. Amsterdam, 1916.

4. Hilbert. Die Grundlagen der Physik, 1916.

5. H. Weyl. Raum-Zeit-Materie. Berlin, 1923.

Работа Weyl'я—одна из самых лучших книг по теории относительности. В § 40 Weyl дополняет теорию Einstein'a исследованием электромагнитного поля.

Наиболее важные оригинальные мемуары по теории относительности соединены вместе в издании Teubner'a:

6. Lorentz - Einstein - Minkowsky. Das Relativitätsprinzip, 1919.

7. A. S. Eddington. Report on the relativity theory of gravitation. London, 1920.

8. De Sitter. On Einstein theory of gravitation. Monthly notices, oct. 1916, dec. 1916, nov. 1917.

De Sitter подробно останавливается на астрономических следствиях теории Einstein'a.

К этой же категории надо отнести небольшую работу F. Klein'a хотя она касается не всей теории относительности, но лишь одного из геометрических ее оснований. Чрезвычайно сжато написанная, работа эта по своей глубине и ширине обобщений является исключительно ценной, но требует от читателя очень серьезных математических сведений. Труд этот имеется и в русском переводе:

9. Ф. Клейн. О геометрических основаниях Лорентцовой группы. (Новые идеи в математике, сборник № 5. Петроград, 1914).

II.

В) Работы, излагающие вопрос строго-математически и научно, но в более общем виде и конспективно, а потому требующие от читателя лишь общей математической подготовки.

10. A. S. Eddington. Space, Time, Gravitation, 1921.

Одно из лучших изложений теории Einstein'a, особо подробно останавливающееся на обобщениях. Имеется французский (Rossgol) и русский переводы:

Эддингтон. Пространство. Время. Тяготение. Петроград, 1923.

11. P. Langevin. Le principe de relativité. Bull. de la Soc. des electriciens, dec. 1919.

12. Jean Becquerel. Le principe de relativité et la théorie de la gravitation. Paris, 1922.

13. A. Kopff. Grundlagen der Einsteinschen Relativitätstheorie. 1921.

14. Max Born. Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen. 1922.

Есть русский перевод:

Борн. Теория относительности Эйнштейна и ее физические основы. Петроград, 1923.

15. H. Minkowsky. Raum und Zeit. Leipz. 1908.

Есть русский перевод:

Минковский. Пространство и время. (Новые идеи в математике. Сборник № 5. Петроград, 1914).

Знаменитый мемуар, обобщающий результаты специальной теории относительности в геометрическом их толковании.

16. Freundlich. Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie. 1920.

17. H. Thirring. Die Idee der Relativitätstheorie. Wien. 1922.

18. Jean Becquerel. Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein. Paris, 1922.

Одна из лучших работ по ясности и сжатости изложения. Носит очень конспективный характер. (См. выше № 12).

19. А. Бриль. Принцип относительности. Пер. с немецк. (Новые идеи в математике. Сборник № 7, 1914 г.).

20. М. Лауе. Принцип относительности. Пер. с немецк. (Новые идеи в математике. Сборник № 5, 1914 г.).

21. Р. Кармикаль. Теория относительности. Анализ ее постулатов. Пер. с немецк. (Новые идеи в математике. Сборник № 5, 1914 г.).

22. Кайе. Уравнения принципа относительности и геометрия. Пер. с франц. (Новые идеи в математике. Сборник № 7, 1914 г.).

Предыдущие четыре работы (Бриль, Лауе, Кармикаль и Кайе) относятся только к специальной теории относительности.

23. Witte. Raum und Zeit im Lichte der neueren Physik. Braunschweig, 1920.

24. A. Haas. Einführung in die Theoretische Physik. Berlin, 1921.

25. Проф. Васильев, А. В. Пространство, время, движение. Петроград, 1923.

Наиболее полное изложение, принадлежащее русскому ученому. Очень подробный и поучительный исторический очерк основ принципа относительности.

III.

В) Работы, стремящиеся выяснить преимущественно философскую сторону теории Эйнштейна, не требующие от читателя особой математической подготовки, но предполагающие известную общую подготовку по теории познания.

26. Э. Кассирер. Теория относительности Эйнштейна. Перев. с немецк. Петр. 1922.

Кассирер полностью принимает учение Эйнштейна.

27. А. Бергсон. Длительность и одновременность. (По поводу теории Эйнштейна). Перев. с франц. Петр. 1923.

Бергсон, имея, в сущности, почти метафизический уклон, стоит на точке зрения, несколько отличной от точки зрения Эйнштейна.

28. Moritz Schlick. Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. 1922.

Есть русский перевод в издании т-ва „Мир“: Теория относительности и ее философское истолкование. Москва, 1923. Шлик. Пространство и время в современной физике. В этом же издании помещены статьи на ту же тему — Базарова, Богданова и Юшкевича.

К этой же категории можно, пожалуй, отнести стоящую совершенно особняком работу проф. Богораза.

29. Проф. Богораз, В. П. (Тан). Эйнштейн и религия. Москва, 1923.

Эта книга представляет попытку приложения некоторых следствий теории к вопросам из области развития религиозных идей.

IV.

Г) Работы, дающие общее представление об идеях Эйнштейна.

30. A. Einstein. Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig, 1922.

Есть русский перевод:

* Эйнштейн. Принцип относительности. (Научное книгоизд. в Петр.).

31. A. Einstein. Geometrie und Erfahrung. Berlin, 1921.

Есть русский перевод:

* Эйнштейн. Геометрия и опыт. (Научное книгоизд. в Петр.).

32. A. Einstein. Äther und Relativitätstheorie. Berlin, 1920.

Есть русский перевод:

* Эйнштейн. Эфир и относительность.

33. R. Lämmel. Die Grundlagen der Relativitätstheorie. Berlin, 1921.

34. Проф. Хвольсон, О. Д. Теория относительности А. Эйнштейна и новое миропонимание. Петр. 1922.

Лучшая книга на русском языке для начинающего изучать идеи Эйнштейна.

35. Проф. Фридман, А. А. Мир, как пространство и время. Петр. 1923.

36. Проф. Фредерикс, В. К. Общий принцип относительности. Усп. физ. наук, т. II, вып. 2, 1921 г.

37. Проф. Лондон, Е. С. Принцип относительности. Петр. 1923.

38. Феликс Ауербах. Пространство, время, материя и энергия. Введение в теорию относительности. Пер. с немецк. Москва, 1922.

39. Акад. Лазарев, П. П. Физические основания принципа относительности. Москва, 1922.

40. Н. Идельсон. Новое учение о тяготении (Всеобщий принцип относительности). „Мироведение“. 1922 г. № 1.

Краткие, но очень ясные тезисы к докладу.

41. Проф. Арнольд, В. В. Инерция и тяготение с точки зрения теории относительности Эйнштейна. Петр. 1923.

V.

Д) Работы авторов, стоящих на различных с Эйнштейном точках зрения.

42. Liénard. Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation. Leipz. 1918.

43. Морозов, Н. Принцип относительности и абсолютное. Петр. 1920.

VI.

Е) Работы по неевклидовой геометрии (без отношения к идеям Эйнштейна).

Литература по неевклидовой геометрии чрезвычайно обширна так как изложение различных геометрических систем не входит в прямые задачи этой книги, ограничимся указанием двух работ:

44. F. Klein. Nichteuklidische Geometrie. (2 тома). Литограф. изд. Göttingen, 1893.

Одна из лучших книг, очень строго и научно изложенная; требует для чтения основательных математических знаний.

45. Р. Бонола. Неевклидова геометрия (пер. с итальянск.). Петр. 1910. Общий критико-исторический обзор и общая характеристика предмета.

VII.

Ж) Работы самого общего характера.

46. Шарль Нордман, астроном Парижск. Обсерв., Эйнштейн и вселенная. Пер. с франц. Москва, 1923.

47. А. Мошковский. Альберт Эйнштейн. Беседы с Эйнштейном о теории относительности и общей системе мира. Перев. с немецк. Москва, 1922.

48. Шмидт, Гарри. Теория относительности и наше представление о вселенной. Перев. с нем. Москва, 1922.

Примечание. Теория относительности, представляя собою одно из величайших достижений современной научной мысли, не может, по самой сути своей, быть правильно понята (хотя бы в наиболее существенных своих частях) путем чтения, без всякой предварительной подготовки, одной или двух популярных брошюр, в изобилии ныне выходящих в свет. Новые идеи требуют от желающих понять их некоторой общей подготовки и некоторых усилий, так как идеи эти в корне изменяют многие из наших обычных воззрений. Из обширного списка приведенных

выше работ можно рекомендовать читателю, желающему сравнительно полно (но в общих чертах) ознакомиться с новыми воззрениями, следующий порядок чтения (на русском языке): 1) Хвольсон, № 34 по списку; 2) Борн, № 14 по списку; 3) Эддингтон, № 10 по списку. Далее идет глубоко интересная, но уже более специальная область, которая обычному читателю будет едва-ли по силам. Давшему себе труд прочитать предлагаемую ниже работу автора можно, повидимому, сразу перейти к упомянутому выше труду Эддингтона.

Арнольд.

Введение.

... „Кормчий науки должен неизменно бодрствовать, несмотря на все благополучие своего плавания; над ним неизменно должны сиять звезды, по которым он намечает свой путь среди океана неизвестного. В переживаемое нами время созвездия на небе нашей науки изменились, и вспыхнула новая звезда, по блеску не имеющая себе равной“...

Проф. У м о в. Характерные черты и задачи современной естественно-научной мысли.

Нет ни малейшего сомнения в том, что современное нам поколение стоит на пороге нового научного мировоззрения; действительно, нашему поколению выпало на долю стать свидетелем глубочайшего переворота в области всего положительного знания и было суждено пережить незакончившийся еще и поныне исключительный и бурный подъем научного творчества, связанный с коренной переоценкой самых глубоких основ научного естествознания и с созиданием новых идей и новых путей их развития.

Этот творческий период явился завершением того глубокого внутреннего кризиса, к которому, в результате целого ряда противоречий, пришла в итоге последних десятилетий современная нам научная мысль в своем искании истины; этот кризис являлся настолько глубоким и серьезным, что еще в самых первых годах текущего столетия один из величайших умов

нашего времени Анри Пуанкаре ¹⁾ вынужден был признать наличие „общего разгрома“ основных принципов точного знания и поставить на обсуждение тревожный вопрос о том, остается ли еще что-либо незыблемым среди этих „развалин математической физики“.

В настоящее, однако, время на месте этих развалин мы различаем уже вполне определенные контуры нового здания, с вершины которого открывается неожиданный вид на картину мира, кажущегося нам в первый момент совершенно новым и непривычным; лишь приглядевшись, мы с некоторым недоверием убеждаемся в том, что мир остался прежним, а коренному изменению подверглась только наша точка зрения на него. Это новое научное здание, столь глубоко изменившее нашу точку зрения на мир, т. е. все наше мировоззрение, построено на фундаменте нового всеобъемлющего теоретического „принципа“—*теории относительности*, созданной на наших глазах Альбертом Эйнштейном, бывшим еще недавно инженером в Швейцарском Департаменте Патентов, а ныне членом Берлинской Академии Наук, где Эйнштейн явился преемником Вант-Гоффа.

Подготовленный трудами Лорентца ²⁾, установленный гениальными работами Эйнштейна ³⁾, облеченный, в части своей, в изящную и смелую математическую форму Минковским ⁴⁾ и развитый Вейлем ⁵⁾ новый взгляд на основные понятия механики, вытекающий из принципа относительности, выяснил неизбежность коренного изменения незыблемых до сего времени воззрений на пространство, время, массу, энергию инерцию и тяготение, т. е. на самые глубокие основы окружающих нас явлений.

Традиционное различие между *пространством* и *временем* по новой теории оказывается совершенно условным, и оба эти

¹⁾ H. Poincaré. La valeur de la Science. 1905, стр. 206 (L'avenir de la Physique mathématique).

²⁾ H. A. Lorentz. On Einstein Theory of Gravitation. 1916.

³⁾ A. Einstein. Die formalen Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie, 1914.

⁴⁾ H. Minkowsky. Raum und Zeit.

⁵⁾ Weyl. Raum, Zeit, Materie, 1918.

понятия неразрывно сливаются вместе в нераздельный четырехмерный „пространственно-временный мир“.

Равномерно текущее космическое абсолютное *время*, всегда и везде тождественное и неизменное, теряет свою отвлеченность и универсальность: течение времени в движущейся системе оказывается более медленным, чем в покоящейся системе; понятия: „раньше“ или „позже“, „медленнее“ или „скорее“—теряют свой прежний смысл, и „одновременность“ двух событий приобретает условный характер: события, одновременные с одной точки зрения, оказывается, можно при известных условиях счесть разновременными—с другой.

Размеры тел также теряют свой абсолютный характер: отрезок, измеряемый во время своего движения (по своему направлению), дает меньший результат измерения (длины), чем тот же отрезок, измеряемый в покое.

Постоянная до сего времени *масса* тела теряет свою неизменность и удивительным образом оказывается зависящей от скорости движения, увеличиваясь с увеличением скорости.

Понятие *массы* сливается, в конечном итоге, с понятием *энергии*, а понятие *инерции*—с понятием *тяготения*.

Само космическое *пространство*, по взглядам общей теории относительности, теряет свою однородность, приобретая в определенных областях так называемую неевклидову структуру, при чем характер этой структуры оказывается различным и зависящим от размещения в данной области пространства тяготеющих масс; в свою очередь, характер структуры данной области пространства оказывается определяющим характер физических явлений в этой области, что, в сущности говоря, превращает *физику* в часть *геометрии* в широком смысле этого слова.

Даже этого, далеко не полного перечня главнейших формальных следствий, вытекающих из новой теории, достаточно, чтобы увидеть, каких жертв требует новое воззрение от нашего привычного мышления, опирающегося в своих обычных суждениях на так называемый „здоровый смысл“. Но на пути научного искания истины нашим руководителем мы должны признать единственно наш *разум*, опирающийся, в пределах возможного, на наш *опыт*, а „здоровый смысл“ сегодняшнего дня

весьма часто перестает быть „здравым смыслом“ дня завтрашнего: припомним, что в свое время шарообразность земли признавалась многими не только противной замыслу божью, но также и противоречащей здравому смыслу, заставляя бл. Августина отрицать на основании „здорового смысла“ того времени возможность существования антиподов, т. е. людей, ходящих вверх ногами по потолку и не падающих вниз.

Еще не настало время для полной оценки всей глубины того переворота, который произведен в области физико-математических знаний установлением принципа относительности; но уже и теперь можно с достоверностью предсказать, что идеям Эйнштейна суждено, повидимому, сыграть роль главного фундамента философско-научного мировоззрения ближайших поколений.

§ 1.

Принцип относительности классической механики.

(Принцип инвариантности ускорений при Галилеевых преобразованиях координат).

Классическая механика, — механика Ньютона, — полагает, что мы и вся существующая и мыслимая нами вселенная находится в некотором неподвижном и неизменном *абсолютном пространстве*; предметы, неизменно сохраняющие свое положение в этом пространстве, находятся, по воззрениям классической механики, в *абсолютном покое*, а изменяющие свое в нем положение — в *абсолютном движении*; сравнивая между собою одинаковые или различные движения двух тел, находящихся в абсолютном движении, классическая механика устанавливает *относительные движения* и *относительный покой* двух тел по отношению друг к другу.

Мы называем, вообще говоря, *относительными* такие суждения, которые мы считаем *справедливыми лишь условно*, т. е. верными лишь по отношению к чему-либо другому, а не представляющими собою самостоятельную и независимую истину. В сущности, все наблюдения и суждения нашей обыденной жизни большей своей частью условны. Когда я, например, утверждаю: „я стоял на высокой горе“, — я, собственно говоря, хочу сказать этим лишь то, что холм, на котором я стоял, был *выше*, чем окружающая его местность и большая часть ближайших холмов; если бы та же самая гора вдруг оказалась, например, среди альпийских вершин, ту же самую мысль мне пришлось бы, пожалуй, выразить в совершенно обратной форме, сказав: „я стоял на небольшом холме“.

Особенно ясно видна эта относительность в наших обычных суждениях, касающихся длительности промежутков времени: чрезвычайно длительный, с одной точки зрения, срок может быть назван, с другой точки зрения, очень коротким.

Надо при этом отметить, что прогресс науки и развитие интеллекта переводит с течением времени все большее и большее число фактов и утверждений из „квалифицированной“ категории абсолютных, т. е. верных безусловно, в обычный разряд относительных: земля, — которая, по представлению древних, находилась в абсолютном покое, — оказалась в движении относительно солнца, направление „вниз“ потеряло свой абсолютный характер, получив смысл лишь по отношению к центру земли, и т. д. — При столь успешном стремлении развенчивать все „абсолютное“, можем ли мы, вообще, говорить об абсолютном покое или абсолютном движении или указать эти случаи в опыте? Последнее, очевидно, даже в случае существования абсолютного покоя, связано с непреодолимыми практическими затруднениями: объекты нашего земного наблюдения движутся вместе с землей относительно солнца, поэтому покой относительно земли представляет собою покой относительный; солнечная система вместе с землей, в свою очередь, несется с громадной скоростью к созвездию Геркулеса, так что покой относительно солнечной системы не есть еще покой абсолютный; вся наша необъятная по размерам звездная система (Млечный Путь), как и другие видимые нами туманные пятна со всеми видимыми нами объектами нашего небесного наблюдения, с течением времени, как известно, меняют свое положение среди других туманностей.

Из этого ясно, что в опыте и наблюдении нам даны лишь относительные движения и относительный покой, и искать признаков абсолютности движения или покоя приходится лишь косвенным путем. Такой косвенный путь, хотя и не достигающий своей цели полностью, действительно и имеется.

Для уяснения этого пути представим себе, в виде примера, большой дирижабль, плавающий в сравнительно высоких слоях атмосферы выше облачного покрова, скрывающего от дирижабля землю. Пусть воздухоплаватели замечают, что облака под ними и воздух кругом них бегут им навстречу;

из этого наблюдения (единственного, которое можно произвести) следует вывод (единственный, который можно сделать), констатирующий факт относительного движения дирижабля и облаков. Каково же состояние движения дирижабля относительно земли? Обстоятельства наблюдения пока не дают возможности сделать по этому вопросу никакого вывода: может быть, дирижабль стоит неподвижно относительно земли, облака же (попав во встречное течение) бегут под ним ему навстречу; или, может быть, дирижабль движется вперед относительно земли, а облака (находясь в спокойной зоне) остаются неподвижно висящими над землею, а потому и кажутся с дирижабля убегающими назад. Оба эти предположения одинаково законно укладываются в рамки единственного наблюдаемого с дирижабля факта, а именно — относительного движения дирижабля и облаков.

Нельзя ли, однако, путем каких-либо других наблюдений, производимых с дирижабля над другими происходящими на нем явлениями, установить, находится ли в действительности дирижабль в движении или в покое по отношению к земле. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо вспомнить, что, согласно воззрениям классической механики, все физические явления объясняются воздействием на материальные тела так называемых сил, что появление и наличие этих сил имеет своим следствием возникновение и присутствие ускорений в движении этих материальных тел и что наблюдаемые при этом ускорения, согласно основному закону Ньютона, пропорциональны вызвавшим их силам. Таким образом, всякое появление ускорения служит признаком того, что в явлении появились новые силы, а отсутствие ускорения свидетельствует о том, что силы остались прежними.

Поэтому, наблюдая любое явление в неподвижном дирижабле и потом наблюдая то же самое явление в равномерно и прямолинейно движущемся дирижабле и имея в виду, что оба эти случая соответствуют постоянной скорости $v = 0$ или $v = \text{const}$, т. е. отсутствию ускорения, — мы не должны будем заметить никакой разницы в явлениях, т. к. в обоих случаях в явлении остаются принимающими участие те же самые силы. Наблюдая, однако, то же самое явление в дирижабле, движущемся ускоренно или замедленно, т. е. неравномерно или

непрямолинейно, мы сейчас же обнаружим (или почувствуем) существенную разницу в явлениях, т. к. в этом случае к *прежним силам, принимавшим участие в явлении, прибавятся новые силы*, появившиеся в виду появления ускорения, при чем эти новые силы и внесут в явление новые черты, не бывшие ранее.

Отсюда ясно, что при помощи наблюдений, производимых над явлениями, происходящими в дирижабле, мы сможем установить лишь наличие или отсутствие ускоренного или замедленного движения, но *отличить покой от равномерного прямолинейного движения (с любой постоянной скоростью) никоим образом не сможем*¹⁾.

Мы можем, разумеется, обобщить полученные нами результаты, дав их в более общей форме, так как относительное движение дирижабля и облаков имело, конечно, характер лишь частного примера, взятого в целях наглядности; все сказанное относится, очевидно, к относительному движению двух каких угодно тел или, говоря шире, к относительному движению двух любых систем или средин.

Из всего изложенного непосредственно следует, что, наблюдая явления природы *внутри какой-либо замкнутой среды*, мы, основываясь только на этих наблюдениях,—никогда не сможем установить, находится ли *сама среда*, в которой происходит явление, в состоянии покоя или в состоянии равномерного и прямолинейного движения; мы сможем лишь, на основании этих наблюдений, установить, движется ли наша среда ускоренно или нет,—т. е. решить вопрос о величине *ускорения* среды, но, в случае отсутствия ускорения, различить случай покоя от случая равномерного прямолинейного движения, т. е. решить вопрос о величине *скорости* равномерного движения среды, на основании этих наблюдений, мы никогда не сможем.

¹⁾ В частности, при трогании дирижабля с места, т. е. при переходе из состояния покоя в состояние равномерного прямолинейного движения,—пассажиры почувствуют *толчок*: это и будет проявлением ускорения; при установившемся равномерном и прямолинейном движении пассажиры не будут чувствовать ничего (случайные толчки исключаются) и, наконец, при остановке почувствуется новый обратный первому толчок, вызванный новым появлением обратных первым сил, объясняемых появлением замедления.

Этот чрезвычайно важный для дальнейшего вывод, полученный нами на основании приведенных выше общих соображений, представляет собою, в сущности говоря, прямое следствие основных положений механики Ньютона и может быть легко установлен и формулирован в простой математической форме.

Основной закон динамики, на котором можно обосновать и построить все здание классической механики Ньютона, может быть, как известно, представлен в виде следующего уравнения, имеющего векториальный характер:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F}, \dots \dots \dots (1),$$

где m обозначает собою массу движущейся точки и $\mathbf{w}$ ускорение, приобретенное движущейся точкой под влиянием действия силы $\mathbf{F}$; при этом масса m является неизменной величиной, характеризующей данную точку. Этот закон, будучи изложен в точной формулировке, гласит: „ускорение $\mathbf{w}$, сообщаемое свободной материальной точке массы m приложенною к точке силою $\mathbf{F}$, имеет направление этой силы и равно величине силы $\mathbf{F}$, деленной на массу m данной точки“, или, в краткой и условной формулировке: „Сила $\mathbf{F}$ равняется произведению из массы m на ускорение $\mathbf{w}$ “.

Выбрав в пространстве определенную и неподвижную систему S трех взаимно перпендикулярных координатных осей, обозначая в этой системе через x, y, z —три переменные координаты движущейся точки и через X, Y, Z —три проекции силы $\mathbf{F}$ на три координатные оси и замечая, что проекции ускорения $\mathbf{w}$ на те же оси выражаются, как известно, вторыми производными координат по времени, т. е. соответственно величинами

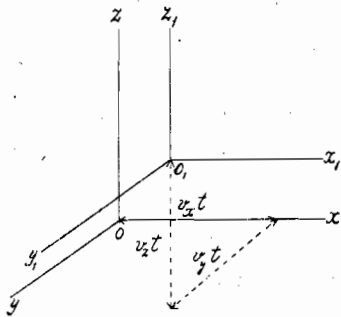
$$\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2} \text{ и } \frac{d^2z}{dt^2},$$

мы можем, как известно, разложить движение точки m в пространстве на составляющие движения по трем координатным осям данной системы и заменить уравнение (1) системою следующих трех уравнений, из которых каждое может быть рассматриваемо, как уравнение прямолинейного движения проекции

данной точки на одну из координатных осей по этой координатной оси:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= X \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= Y \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= Z \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2).$$

Возьмем теперь, вместо выбранной нами неподвижной координатной системы S , другую, подвижную координатную систему S_1 , состоящую из трех новых взаимноперпендикулярных координатных осей, соответственно параллельных прежним координатным осям, и положим, что новая координатная система S_1 перемещается в пространстве, двигаясь по отношению к прежней координатной системе прямолинейно и равномерно со скоростью v . Посмотрим, какую форму примут выражающие основной закон динамики уравнения (2), если мы будем рассматривать движения точки по отношению к новой координатной системе S_1 .



Черт. 1.

Обозначая (черт. 1) в новой координатной системе S_1 через x_1, y_1, z_1 , — три новые переменные координаты движущейся точки m в ее движении относительно новых осей и через X_1, Y_1, Z_1 , новые проекции силы F на эти новые оси и имея в виду, что новая система S_1 движется по отношению к старой системе S равномерно и что новые оси параллельны старым, — получим следующие очевидные

соотношения между прежними (x, y, z) и новыми (x_1, y_1, z_1) координатами точки m и между прежними (XYZ) и новыми (X_1, Y_1, Z_1) проекциями силы F :

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad x &= x_1 + v_x t, \\ y &= y_1 + v_y t, \\ z &= z_1 + v_z t \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3),$$

где v_x, v_y и v_z представляют собою проекции постоянной скорости v на оси x, y, z ,

и

$$2) \quad X = X_1, \quad Y = Y_1 \quad \text{и} \quad Z = Z_1 \dots \dots \dots (4').$$

Равенства (3') представляют собою уравнения равномерного движения новой системы S_1 по отношению к прежней системе S с данною нам постоянной скоростью

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2};$$

с помощью этих равенств (носящих название „Галилеевого преобразования“), можно перейти от прежних обозначений положения точки (в прежней системе x, y, z) к новым обозначениям ее положения (в новой системе x_1, y_1, z_1) и обратно. Равенства (4') имеют место в силу взаимной параллельности прежних и новых осей.

Дифференцируя дважды каждое из равенств (3'), легко получим:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_1}{dt} + v_x, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy_1}{dt} + v_y, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz_1}{dt} + v_z \dots \dots (5')$$

и

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x_1}{dt^2}, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2 y_1}{dt^2}, \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt^2} \dots \dots \dots (6').$$

При наличии равенств (6') и (4'), уравнения (2) примут для новой координатной системы S_1 вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= X_1 \\ m \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= Y_1 \\ m \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= Z_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2'),$$

т. е. сохраняют и в новой координатной системе S_1 свою прежнюю форму.

Совершенно иной результат будет получен нами, если, взамен выбранной нами неподвижной координатной системы S , мы возьмем такую новую подвижную координатную систему S_2 ,

которая будет перемещаться в пространстве, двигаясь по отношению прежней координатной системе S *неравномерно*. В виде примера рассмотрим (в целях упрощения вопроса) тот частный случай, когда при этом движении новые оси сохраняют свою параллельность прежним, а ускорение движения остается постоянным, т. е. рассмотрим частный случай *прямолинейного равноускоренного* движения системы S_2 по отношению к системе S с постоянным ускорением α .

Исходя из того, что новая система S_2 движется по отношению к старой системе S *равноускоренно*, легко установить, что соотношения между прежними (xyz) и новыми (x_2, y_2, z_2) координатами точки m и между прежними (XYZ) и новыми (X_2, Y_2, Z_2) проекциями силы F будут в этом случае следующие:

$$1) \quad x = x_2 + \frac{\alpha_x t^2}{2}, \quad y = y_2 + \frac{\alpha_y t^2}{2}, \quad z = z_2 + \frac{\alpha_z t^2}{2} \quad (3'')$$

где α_x , α_y и α_z представляют собою проекции постоянного ускорения α на оси xyz ,

$$2) \quad X = X_2, \quad Y = Y_2 \text{ и } Z = Z_2 \dots \dots \dots (4'')$$

Равенства (3'') представляют собою уравнения равноускоренного движения новой системы S_2 по отношению к прежней системе S с данным нам постоянным ускорением

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2}$$

и начальной скоростью, равною нулю. Равенство (4'') имеет место в силу взаимной параллельности прежних и новых осей.

Дифференцируя дважды каждое из равенств (3''), получим:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_2}{dt} + \alpha_x t, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy_2}{dt} + \alpha_y t, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz_2}{dt} + \alpha_z t \quad (5'')$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x_2}{dt^2} + \alpha_x, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y_2}{dt^2} + \alpha_y, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z_2}{dt^2} + \alpha_z \quad (6'')$$

При наличии равенств (6'') и (4'') уравнения (2) примут для новой координатной системы S_2 вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2x_2}{dt^2} &= X_2 - m\alpha_x \\ m \frac{d^2y_2}{dt^2} &= Y_2 - m\alpha_y \\ m \frac{d^2z_2}{dt^2} &= Z_2 - m\alpha_z \end{aligned} \right\} \dots \dots (2'')$$

т. е. *изменяют в новой координатной системе S_2 свою прежнюю форму*¹⁾.

Из изложенного выше следует, что основной закон классической механики (а следовательно и все выводы из него, т. е. все законы механики) не меняет своей формулировки и *сохраняет полностью свою силу*, когда мы переходим от рассмотрения движения точки в неподвижной координатной системе (S) к рассмотрению этого движения в *прямолинейно и равномерно* движущейся координатной системе (S_1) и *существенно видоизменяется* только тогда, когда мы переходим от рассмотрения движения точки в неподвижной координатной системе (S) к рассмотрению этого движения в координатной системе (S_2), имеющей *неравномерное* движение.

Другими словами, установленные классической механикой законы движения преобразуются в законы, выраженные в *той же* математической форме, если от одной системы координатных осей перейти к другой, движущейся *прямолинейно и равномерно* относительно первой. При этом, в виду того, что все явления природы, по механическому воззрению, могут быть (условно) сведены к явлениям движения некоторой среды, — полученному выводу можно придать также и более широкую формулировку:

„Законы, управляющие явлениями природы, не зависят от того, находится ли та координатная система, относительно которой эти явления наблюдаются, в состоянии *покоя* или в состоянии *прямолинейного равномерного движения*. Важно лишь,

¹⁾ В этом случае к прежней силе (XYZ) прибавилась еще сила инерции $(-m\alpha_x, -m\alpha_y, -m\alpha_z)$.

чтобы эта система не обладала *ускоренным* или *замедленным движением*, так как лишь присутствие ускорения движения координатной системы способно видоизменить в этой системе формулировку законов природы“.

В этом общем положении и лежит основная причина установленной нами выше невозможности разрешить путем эксперимента и наблюдения *внутри* какой-либо системы вопрос о том, находится ли данная система в состоянии *покоя*, или состоянии *равномерного прямолинейного движения*.

Положим теперь, что наблюдатель, находящийся в некоторой среде *A*, например, в первом дирижабле, путем наблюдения явлений, происходящих в этой среде, пришел, на основании изложенных выше соображений, к заключению, что ускорение этой среды равно нулю; из двух возможных для наблюдателя выводов из этого факта один заключается в том, что среда *A* находится в абсолютном покое ($v=0$), а другой—в том, что среда движется равномерным и прямолинейным движением ($v=\text{const}$); не будучи в состоянии, на основании изложенного выше, уловить какой-либо признак этого движения в окружающих его явлениях, наблюдатель психологически предпочтет считать среду *A* абсолютно неподвижной. Наблюдая при этом какую-либо другую среду *B*, например, второй дирижабль, перемещающуюся относительно среды *A* равномерно и прямолинейно, этот наблюдатель припишет среде *B* свойства абсолютного равномерного и прямолинейного движения.

Обратно, наблюдатель, находящийся в этой второй среде *B*, таким же путем придет к заключению об абсолютном покое своей среды *B* и, следовательно, припишет свойства абсолютного и прямолинейного движения среде *A*.

Оба наблюдателя, с своих точек зрения, будут одинаково правы, так как истина заключается лишь в том утверждении, что *относительное* перемещение среды *A* по отношению к среде *B*, а следовательно и *относительное* перемещение среды *B* по отношению к среде *A*, представляет собою *равномерное и прямолинейное движение*, вопрос же о том, которая из этих сред *A* или *B* находится в *абсолютном покое*, да и находится ли, вообще говоря, одна из этих сред в абсолютном покое или, может быть, обе эти среды одновременно находятся

в абсолютном равномерном и прямолинейном движении с различными скоростями,—*не может быть разрешен никаким наблюдением или опытом*, так как всякий опытный эксперимент будет отнесен к некоторой системе и может дать ответ лишь о движении среды по отношению к этой системе, оставляя совершенно открытым вопрос о том, находится ли сама эта система в абсолютном покое, или в абсолютном прямолинейном и равномерном движении.

Говоря короче, как это и было установлено выше путем общих соображений, всякий эксперимент может привести нас лишь к понятию об *относительном* покое какой либо системы; будет ли при этом этот относительный покой на самом деле истинным или *абсолютным* покоем, или *абсолютным* равномерным и прямолинейным движением,—этого не может обнаружить никакой опыт и никакое наблюдение. На этом основании все координатные системы, отнесенные к любой среде, находящейся в *неускоренном* движении, одинаково равноправны, и особой привилегированной *абсолютной* координатной системы, находящейся в истинном или абсолютном покое, установлено быть не может.

Этот вывод представляет собою наиболее общую формулировку, так называемого, „*принципа относительности классической механики*“. Глубочайшие корни этого, давно уже известного основного принципа,—как это ясно из предыдущего изложения,—скрываются, как об этом было уже упомянуто выше, в том обстоятельстве, что законы, управляющие явлениями, выявляют собою связь между *силами* природы, а силы,—по воззрениям механики Ньютона,—связаны лишь с понятием об *ускорении* и совершенно не связаны с понятием о скорости: поэтому изменить замечаемые нами силы может лишь появление ускорения, а, значит, процесс равномерного и прямолинейного движения всей системы (когда ускорения равны нулю) не может иметь какого-либо влияния на силы, а следовательно и на формулировку законов природы.

Изложенное указывает нам способ выразить принцип относительности классической механики в простой математической форме.

Действительно, мы видели, что, согласно этому принципу, законы природы, выраженные в двух прямолинейно и равно-

мерно движущихся друг относительно друга системах, имеют одинаковую форму. Но мы видели также, что форма законов зависит от выражения сил, принимающих участие в явлении, т. е. от выражения ускорений. Отсюда следует, что принцип относительности механики Ньютона требует, чтобы, при переходе от рассмотрения какого-либо явления в одной системе A_1 к рассмотрению того же явления в другой системе A_2 , движущейся относительно первой системы прямолинейно и равномерно, выражения ускорений сохраняли бы свой прежний вид, или, как говорят, чтобы ускорения при этом переходе оставались *инвариантными*.

Другими словами—принцип относительности классической механики требует, чтобы, при переходе от системы A_1 к системе A_2 , движущейся равномерно и прямолинейно относительно первой, имели место следующие равенства:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{d^2x_2}{dt^2}, \quad \frac{d^2y_1}{dt^2} = \frac{d^2y_2}{dt^2} \quad \text{и} \quad \frac{d^2z_1}{dt^2} = \frac{d^2z_2}{dt^2} \dots \dots (7).$$

В этой формулировке принцип относительности механики Ньютона сведен к *принципу инвариантности ускорений при Галилеевых преобразованиях координат*.

§ 2.

Физика эфира и принцип постоянства скорости света.

(Принцип инвариантности световой волны).

Принцип относительности классической механики—в том общем виде, в котором этот принцип был формулирован в предыдущем параграфе,—не вызывал никаких сомнений и не требовал никаких дополнений до тех пор, пока в науке господствовала *атомистическая механика*, стремившаяся сводить все процессы природы к *движениям элементарных частиц* (атомов материи или материальных точек), обусловленным взаимодействием этих частиц, т. е. вызванным силами, действующими на расстоянии; в этот период (примерно до середины прошлого столетия) духовный мир физики, по словам проф. Класена¹⁾, „был заполнен представлениями Ньютоновской механики“. Всякое явление природы, по атомистическому воззрению, сводилось, в сущности, к тем или иным *движениям* более или менее сложной системы материальных точек и задача объяснения явления состояла в подыскании и построении соответствующей явлению „механической модели“.

Наиболее слабым пунктом этого классического воззрения—оказавшегося, однако, в общем чрезвычайно плодотворным и давшего в свое время исключительные по ценности результаты, на которых в значительной мере и основано современное состояние физико-математических наук,—является, несомненно, допущение существования *сил, действующих на расстоянии*. Согласно новым идеям, основанным преимущественно на взгля-

¹⁾ J. Klassen. Zeitschrift für den physik und chem. Unterricht. Sept. 1910 стр. 257.

дах Фарадея и Максвелла, Ньютоновское „действие на расстоянии“ [actio in distans] признавалось неудовлетворяющим разумному объяснению явлений природы, и силы, действующие на расстоянии, были сданы в архив и заменены *силами действия „полей“*; согласно этому воззрению, каждая сила мыслилась, как напряжение в некоторой непрерывной *среде*, а потому *понадобилось заполнить все пространство между атомами материи особой субстанцией*—гипотетическим эфиром, движения и деформации в котором воспринимаются нами в виде явлений природы, а напряжения в виде сил. В дальнейшем, особенно в работах Лорентца, самое понятие о материальном атоме свелось к представлению об определенной и своеобразной группе так называемых „электронов“, а понятие об электроне, как элементарном источнике электрического напряжения в эфире—к представлению движения узловых точек линий напряжений.

Таким образом „*атомистическая механика Ньютона*“ (имеющая дело с материальными атомами и силами, действующими на расстоянии), как научное обоснование общей картины мироздания, была заменена „*физикой мирового эфира*“ (имеющей дело с деформациями и напряжениями в эфире), которую, по справедливости, можно было назвать „*физикой эфира Лорентца*“¹⁾.

Основой этого воззрения, как указано выше, является эфир, как непрерывная субстанция, заполняющая все мировое пространство. Введение в научное мировоззрение понятия о мировом эфире оказалось богатым весьма разнообразными последствиями; в числе наиболее неожиданных и крайне серьезных мы отметим лишь одно, которое нас в данный момент исключительно и интересует: ближайшее изучение физики мирового эфира сейчас же показывает, что *самое допущение существования эфира* (по крайней мере, в его прежнем виде) *подвергает серьезному сомнению принцип относительности*

¹⁾ Повидимому, все явления, кроме тяготения, можно будет свести к электродинамике эфира; с этой точки зрения МИ (Mie, Lehrbuch der Elektrizität und Magnetismus, Stuttgart, 1910) свой новый курс электричества называет „экспериментальной физикой мирового эфира“.

классической механики в той его формулировке, которая была приведена выше. На этом факте, в виду его важности, необходимо остановиться возможно подробнее, что мы и сделаем в дальнейшем изложении.

Допустив существование мирового эфира, непрерывно заполняющего все пространство (а значит и все межуатомное пространство, заключающееся внутри тел), мы неизбежно должны, прежде всего, задаться естественным и весьма важным вопросом: *участвует ли эфир, заполняющий пространство внутри какого-либо тела, в движении этого тела*, или же, обратно, этот эфир, при движении тела, не принимает участия в этом движении и остается в покое. Другими словами, мы должны сделать выбор между двумя гипотезами: гипотезой „*увлекаемого эфира*“ (гипотеза Гертца) и гипотезой „*покоющегося эфира*“ (гипотеза Лорентца).

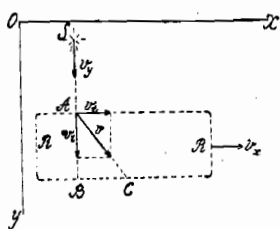
Единственным надежным способом разрешения этого центрального вопроса является *путь научного эксперимента и научного наблюдения действительных фактов*. Необходимо при этом отметить, что наиболее удобными для наблюдения и опыта явлениями физики эфира являются оптические¹⁾; поэтому проще всего, идя экспериментальным путем, начинать изучение физики эфира с изучения законов распространения в эфире тех колебательных движений, которые воспринимаются нами в виде светового луча; с этой точки зрения мировой эфир может быть назван „*светоносным*“ эфиром.

Целый ряд опытов над распространением световых волн с *полной очевидностью показывает, что при движении тел заключающийся в них эфир остается неподвижным*, т. е. что гипотеза „*увлекаемого эфира*“ должна быть отвергнута. Наиболее ярко и просто это подтверждается общеизвестным явлением так называемой *абберации неподвижных звезд*.

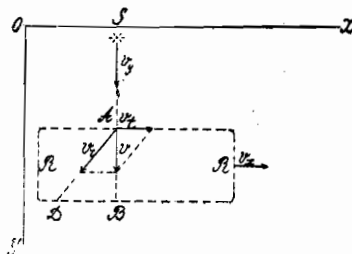
Для выяснения этого явления положим (черт. 2), что световой луч SA , двигаясь в неподвижном эфире по направлению оси Y^{08} со скоростью v_y , входит в точке A в прозрачную среду R , движущуюся в направлении оси X^{08} со скоростью v_x .

¹⁾ Оптические явления представляют собою частный случай явлений электромагнитных.

В случае, если прозрачная среда R в своем движении по оси X^{08} увлекает в том же направлении и находящийся в ней эфир (гипотеза „увлекаемого“ эфира), световой луч, в дальнейшем своем ходе, будет участвовать одновременно в двух движениях: 1) в относительном (по отношению к среде R) движении с относительной скоростью $v_r = v_y$, направленной по оси Y^{08} , и 2) в переносном (вместе со средой R) движении с переносной скоростью $v_t = v_x$, направленной по оси X^{08} ; истинная скорость V светового луча, т. е. скорость абсолютного движения светового луча по отношению к неподвижному эфиру,



Черт. 2.

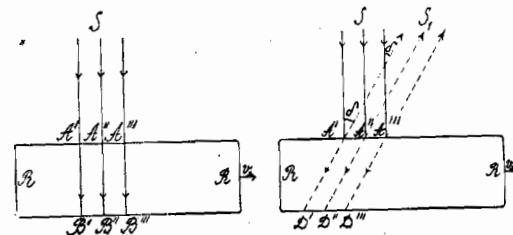


Черт. 3.

будет в этом случае равна по величине и направлению диагонали параллелограмма со сторонами v_r и v_t . Таким образом, *относительной траекторией* луча (т. е. траекторией по отношению к движущейся прозрачной среде R) будет вертикальная прямая AB , а *абсолютной траекторией* того же луча (т. е. траекторией по отношению к неподвижному эфиру) будет наклонная прямая AC .

В случае (черт. 3), если прозрачная среда R в своем движении по оси X^{08} не увлекает за собою находящийся в ней эфир (гипотеза „неподвижного“ эфира), световой луч, в дальнейшем своем ходе, не будет участвовать в переносном движении и будет двигаться, по-прежнему, только в направлении оси Y^{08} , при чем при таких условиях скорость v_y останется его истинною скоростью, т. е. будет абсолютною скоростью V по отношению к неподвижному эфиру. Имея при этом в виду,

что переносная скорость v_t прозрачной среды по отношению к неподвижному эфиру, по-прежнему, равняется v_x и замечая, что, по общему правилу, абсолютная скорость V представляет собою диагональ параллелограмма со сторонами v_r и v_t , легко найдем, что относительная скорость v_r светового луча, т. е. скорость его по отношению к движущейся среде R , выразится по величине и направлению стороною параллелограмма с диагональю $V = v_y$ и с другою стороною $v_t = v_x$. Таким образом, *относительной траекторией* луча (т. е. траекторией по отношению к движущейся прозрачной среде R) будет в этом случае, наклонная прямая AD , а *абсолютной траекторией* того же луча (т. е. траекторией по отношению к неподвижному эфиру) будет вертикальная прямая AB .



Черт. 4.

Положим теперь (черт. 4), что на прозрачную среду R движущуюся в направлении оси X^{08} (со скоростью v_x) падает пучек параллельных лучей, двигающихся по направлению оси Y^{08} (со скоростью v_y), т. е. исходящих из бесконечно удаленной светящейся точки (неподвижной звезды) S . Согласно изложенному выше, траекториями относительного движения каждого из лучей этого пучка внутри среды будут в случае гипотезы увлекаемого эфира (случай 1) вертикальные прямые $A'B'$, $A''B''...$, а в случае гипотезы неподвижного эфира (случай 2) — наклонные прямые $A'D'$, $A''D''...$ Очевидно, глаз наблюдателя, расположенного внутри среды R , отнесет источник раздражения к предмету, находящемуся в направлении *попадания в глаз* светового луча, т. е. увидит неподвижную звезду в направлении

продолжения траектории относительного движения; другими словами, в случае первом, наблюдатель видит звезду S в направлении $B'A'$, $B''A''$..., т. е. в направлении оси Y^{08} , а во втором случае в направлении $D'A'$, $D''A''$..., т. е. в направлении, составляющем некоторый угол δ с осью Y^{08} . Таким образом, в случае гипотезы *увлекаемого* эфира кажущееся направление на звезду (относительная траектория относительно прозрачной среды) совпадает по направлению с истинным направлением на звезду (абсолютная траектория относительно неподвижного эфира), а в случае гипотезы неподвижного эфира кажущееся направление на звезду составляет с истинным направлением на звезду угол δ , т. е. звезда кажется такому наблюдателю *смещенной* на угол δ *вперед* по направлению движения прозрачной среды и связанного с нею наблюдателя.

В сущности, все наблюдения над неподвижными звездами, производимые земными наблюдателями, происходят в описанных выше условиях: роль прозрачной, движущейся среды R играет при этом земная атмосфера, увлекаемая землею при движении последней по ее орбите. Опыт показывает, что все неподвижные звезды, наблюдаемые с земной поверхности, *кажутся смещенными на угол δ в направлении движения земли*; явление это известно под именем *абберации неподвижных звезд*, открыто еще Брэдлеем (1728) и установлено бесчисленными и непреложными наблюдениями¹⁾.

¹⁾ Угол абберации δ зависит, очевидно, от отношения величины скорости c , (скорость распространения светового луча в атмосфере) к величине скорости v_z (скорость движения земли по ее орбите) и от взаимного направления этих скоростей друг относительно друга; так как при этом скорость v_z движения земли по ее орбите непрерывно меняется по направлению и величине, то угол абберации δ любой неподвижной звезды также непрерывно меняется и по величине и, главное, по направлению смещения, в зависимости от положения земли на ее орбите. Можно легко показать, что за время полного оборота земли по ее орбите кажущееся положение неподвижной звезды опишет полный эллипс около истинного ее положения. Брэдлей, наблюдая абберацию звезды γ Драсонис нашел, что звезда эта в течение года описывает эллипс с большой осью, равной приблизительно 20" впоследствии было установлено, что подобное кажущееся движение одновременно совершают все неподвижные звезды.

Явление абберации неподвижных звезд с полной определенностью указывает, что гипотеза *„увлекаемого“* эфира должна быть безусловно отвергнута и что эфир (если только таковой существует) не участвует в движении материальных тел, т. е. должен быть принят за абсолютно неподвижную среду¹⁾.

Выше было упомянуто, что гипотеза *„увлекаемого“* эфира принадлежит Гертцу; действительно, знаменитый Гертц, открывший электрические волны, предполагал, что световые колебания (луч света) уносятся движущейся массой воздуха. Обратно, Лорентц, творец электронной теории, построил свою физику на гипотезе *„покоющегося“* эфира. Указанные выше наблюдения и опыты должны быть признаны решающими; они безусловно несовместимы с теорией Гертца и вполне подтверждают теорию Лорентца, получающую экспериментальную поддержку; таким образом, *представление об абсолютно неподвижном эфире является основным представлением новой физики и неизбежным следствием целого ряда безупречных научных экспериментов.*

Нетрудно сейчас же увидеть, что новые взгляды в корне колеблют установленный в § 1 принцип относительности Ньютоновой механики; действительно, если эфир существует, — он должен, согласно суждениям, приведенным в § 2, не принимать участия ни в каком движении материи, т. е. быть в абсолютном покое. Поэтому, *координатная система, неизменно связанная с покоящимся эфиром, получает значение абсолютно-неподвижной координатной системы, находящейся в „истинном“ покое*; таким образом, равноправность всех координатных систем, неизменно связанных с любыми средами, находящимися в неускоренном движении, как будто бы отпадает и коорди-

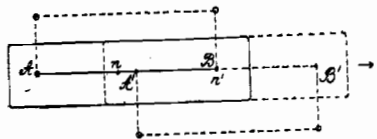
¹⁾ Целый ряд других весьма строгих и безукоризненных опытов (оптические опыты Физо, Майкельсона и Морлея, Эри и Лоджа — основанные на наблюдении явления интерференции света, а равно и электродинамические опыты Роулэнда, Рентгена, Эйхенвальда и Вильсона) также вполне определенно отвергает теорию *„увлекаемого“* эфира и вполне согласуется с предположением о том, что эфир не принимает участия в движении тел.

натная система, связанная с покоящимся эфиром, получает, *вопреки принципу относительности*, очевидное привилегированное значение; покой относительно этой системы претендует на название абсолютного покоя, а равномерное движение по отношению к этой системе — на название абсолютного равномерного движения.

Очевидно, что при этом, вопреки тому же принципу относительности, открывается, как будто бы, явная возможность, наблюдая оптические и электродинамические явления в движущейся среде, т. е. чисто экспериментальным путем, установить, исходя из абсолютной неподвижности эфира, характер движения этой среды относительно покоящегося эфира, т. е. разрешить вопрос не только о том, движется ли эта среда ускоренно или нет (как это было в Ньютоновой механике), но и *экспериментально отличить абсолютный покой всей среды от равномерного и прямолинейного движения ее*.

Совершенно понятно, что при этих условиях все усилия экспериментаторов, прежде всего, должны были направиться к попыткам открыть истинный, т. е. абсолютный характер наблюдаемых нами явлений.

Теоретическая сторона этих попыток очень проста: если световой луч (световая волна) распространяется с определенной



Черт. 5.

скоростью в эфире и если этот эфир абсолютно неподвижен, то скорость света во всякой неподвижной среде будет совпадать со скоростью света в эфире, а скорость света во всякой подвижной среде, движущейся относительно эфира, будет,

очевидно, отличаться от скорости света в эфире, при чем скорость света в подвижной среде будет меньше скорости света в эфире, если направление движения среды совпадает с направлением светового луча, и скорость света в подвижной среде будет больше скорости света в эфире, если направление движения среды противоположно направлению светового луча. Действительно (черт. 5) пусть световой луч, распространяясь в неподвижном эфире, в единицу времени проходит путь AB ;

пусть в эту же единицу времени подвижная среда, в которой распространяется луч, переместится по направлению распространения луча на величину $AA' = BB'$; следовательно, через единицу времени, световой луч, достигнув точки B в неподвижном эфире, в движущейся среде достигает только точки n , так как с точкой B эфира в этот момент будет совпадать точка n движущегося тела; другими словами, путь, проходимый (в единицу времени) световым лучем в эфире, будет AB , а путь, проходимый (в единицу времени) световым лучем в подвижной среде, будет $An < AB$, т. е. скорость распространения света в направлении движения среды будет меньше, чем скорость распространения света в покоящейся среде. Таким же рассуждением легко доказать, что скорость распространения света в направлении, противоположном движению среды, будет больше, чем скорость распространения света в покоящейся среде. Из изложенного с очевидностью следует, что скорость распространения света в движущейся среде *по направлению движения среды должна быть меньше*, чем скорость распространения света во всяком другом направлении, а скорость распространения света *в направлении, противоположном движению среды — больше*, чем скорость распространения света во всяком другом направлении.

Если этот вывод правилен, то его практически вполне возможно проверить экспериментальным путем; действительно, наша земля, с окружающей ее атмосферой и всеми лабораторными приборами, в любой момент движется по своей орбите с определенной скоростью в определенном направлении: очевидно, если приведенный выше вывод верен, то *наблюдаемая при помощи наших приборов скорость распространения светового луча будет зависеть от направления распространения луча относительно направления движения земли в момент опыта*, т. е. оптические явления должны будут зависеть от направления распространения луча относительно направления движения земли в момент опыта, или, другими словами, оптические явления должны будут зависеть от ориентировки наших приборов. Величина средней скорости земли в движении по ее орбите равняется, как известно, $3 \cdot 10^6 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$; хотя

эта величина и не велика по сравнению со скоростью света в пустоте, равной $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, но все же не настолько мала, чтобы влияние ее на явление могло остаться незамеченным при научно обставленном эксперименте.

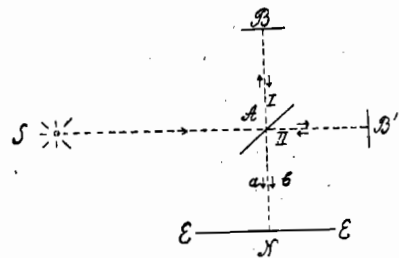
Выяснению этого вопроса был посвящен знаменитый интерференционный опыт Майкельсона и Морлея ¹⁾, схема установки которого была следующая (черт. 6):

Лучи, идущие из светящейся точки S , в точке A разделялись при помощи прозрачного зеркала (стекла) на два пучка: 1) первый пучек,

отразившись от стекла A и затем от зеркала B , возвращался опять к стеклу A , проходя через которое давал первый луч (а), направленный к экрану E ; 2) второй пучек, пройдя через стекло A , отражался от зеркала B' , возвращался опять к стеклу A и, отражаясь от него, давал второй луч (б), направленный к тому же экрану E . Оба луча (а) и (б), идя вместе, интерферировали, при чем расположение на экране интерференционных полос зависело, очевидно, от той разности хода, которая приобретена обоими пучками лучей при прохождении путей, соответственно равных ABA и $AB'A$. Но эта разность хода, согласно вышеизложенному, должна зависеть от ориентировки прибора и быть одной, в случае совпадения с направлением движения земли линии AB , и другой, в случае совпадения с направлением движения земли линии AB' ; таким образом ориентировка прибора должна была отразиться на положении интерференционных полос.

В виду исключительной важности этого опыта, необходимо остановиться на нем несколько подробнее.

В сущности, нахождение разницы в ходе лучей на путях ABA и $AB'A$ (где равные по величине пути $ABA = AB'A = L$



Черт. 6.

отличаются лишь по своей ориентировке) сводится к нахождению разницы во времени, необходимом для прохождения светом одного и того же пути L в двух направлениях: 1) в направлении движения земли (направление $\overrightarrow{AB'}$) и обратно и 2) в направлении, перпендикулярном движению земли (направление $\uparrow AB \downarrow$), и обратно.

Пусть свет движется от точки A к точке B' в направлении $\overrightarrow{AB'}$ движения земли и затем обратно от точки B' к точке A в обратном направлении. Расстояние между точками A и B' остается неизменно равным L , но обе точки движутся вместе с землей в направлении $\overrightarrow{AB'}$ со скоростью v . Обозначая через c скорость распространения света в неподвижном эфире и через t_1 и t_2 — промежутки времени, необходимые, соответственно, для прохождения прямого пути $\overrightarrow{AB'}$ и обратного $\overleftarrow{B'A}$, получим следующие очевидные равенства:

$$ct_1 = L + vt_1,$$

так как за время t_1 точка B' успеет уйти от догоняющего ее светового луча на расстояние vt_1 , что увеличит путь светового луча на величину vt_1 ,
и

$$ct_2 = L - vt_2,$$

так как за время t_2 точка A успеет подойти навстречу идущему к ней лучу на расстояние vt_2 , что уменьшит путь светового луча на величину vt_2 .

Отсюда имеем:

$$t_1 = \frac{L}{c-v}, \quad t_2 = \frac{L}{c+v}$$

и время T_1 , необходимое для прохождения всего пути $\overrightarrow{AB'A}$ (туда и обратно), определится равенством:

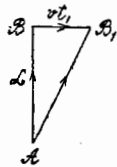
$$T_1 = t_1 + t_2 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c} \left[1 + \frac{v^2}{c^2} \right],$$

если ограничиться величинами второго порядка малости.

¹⁾ A. Michelson and Morley, American Journ. of Science, (3), 34. 1887.

Пусть теперь (черт. 7) свет движется от точки A к точке B и затем обратно от точки B к точке A в направлениях, перпендикулярных движению земли.

Сохраняя прежние обозначения, мы легко придем к заключению, что истинный путь AB , проходимый светом за время t_1 , будет гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами L и vt_1 , откуда для прямого хода получим:



$$c^2 t_1^2 = L^2 + v^2 t_1^2$$

и, аналогично этому равенству, для обратного хода получим:

Черт. 7.

$$c^2 t_2^2 = L^2 + v^2 t_2^2$$

Так как прямой и обратный путь, очевидно, равны, то

$$t_1 = t_2 = t,$$

т. е.

$$t = \frac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

и время T_2 , необходимое для прохождения всего пути (туда и обратно), определится равенством:

$$T_2 = t_1 + t_2 = 2t = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2L}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \right],$$

если ограничиться величинами второго порядка малости.

Таким образом, разность времен ΔT прохождения светом одного и того же пути L , различно ориентированного в отношении движения земли, выразится следующим образом:

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{L}{c} \frac{v^2}{c^2} \dots \dots \dots (8)$$

Эту именно разность [или, что то-же, разность хода в направлениях $\overrightarrow{AB}A$ и $\overleftarrow{ABA}$] и стремились обнаружить Майкельсон и Морлей в своих опытах.

Несмотря на исключительно совершенную обстановку опыта¹⁾, особую тщательность его выполнения и весьма большое число повторных наблюдений, никакого смещения интерференционных полос отмечено не было, а значит не было обнаружено ни малейшей разницы в ходе обоих лучей, т. е. ΔT оказалось практически равным нулю. Другими словами, ориентировка прибора не оказала никакого влияния на наблюдаемую скорость распространения света, т. е. опытами Майкельсона и Морлея с полной достоверностью было установлено, что свет в движущихся средах распространяется с той же скоростью, как и в неподвижном эфире. Это положение может быть названо „принципом постоянства скорости света“. Сила этого принципа заключается в его экспериментальном происхождении и заслуга его установления всецело принадлежит Майкельсону и Морлею.

Мы можем облечь принцип постоянства скорости света в простую математическую форму, введя понятие о световой сферической волне и условиях ее распространения.

Положим, что в некоторой точке $(x_0 y_0 z_0)$ однородной и изотропной среды находится источник (центр) колебаний (световых или каких либо иных), распространяющихся с одинаковой скоростью c по всем направлениям; в этом случае говорят, что точка $(x_0 y_0 z_0)$ служит центром сферической волны, изотропно распространяющейся в пространстве со скоростью c . Очевидно, что все точки (xyz) среды, находящиеся на поверхности этой волны, выражаемой уравнением:

$$[x - x_0]^2 + [y - y_0]^2 + [z - z_0]^2 = c^2 t^2,$$

одновременно приходят в движение и одновременно находятся в одноименных фазах.

¹⁾ Зеркала были установлены на каменной плите, плававшей в ртути, и весь прибор находился в медленном и постоянном вращении, $L = 11$ метров.

²⁾ Это уравнение, как известно, представляет собою уравнение шара с центром в точке $(x_0 y_0 z_0)$ и с переменным радиусом ct , где ct есть, очевидно, путь, проходимый распространяющимся колебательным движением в течение t секунд.

Равенство:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - c^2 t^2 = 0$$

носит название уравнения сферической волны.

Положим теперь, что вся среда *вместе с центром колебания* движется равномерно со скоростью q по направлению оси Z^{00} : в этом случае новые координаты (x_1, y_1, z_1) будут, как это указано выше, связаны с прежними (x, y, z) следующими равенствами:

$$x_1 = x, \quad y_1 = y, \quad z_1 = z + qt \\ (x_1)_0 = x_0, \quad (y_1)_0 = y_0, \quad (z_1)_0 = z_0 + qt$$

(уравнения равномерного движения среды вместе с центром по оси Z^{00} или Галилеевы преобразования), и мы легко убедимся, что в этом случае уравнение волны в новых координатах x_1, y_1, z_1 сохранит тот же вид, как и в прежних x, y, z ; действительно, подставляя в уравнение волны вместо старых координат их значения в новых координатах, в этом случае имеем:

$$[x - x_0]^2 + [y - y_0]^2 + [z - z_0]^2 - c^2 t^2 = \\ = [x_1 - (x_1)_0]^2 + [y_1 - (y_1)_0]^2 + [z_1 + qt - (z_1)_0 - qt]^2 - c^2 t^2 = \\ = [x_1 - (x_1)_0]^2 + [y_1 - (y_1)_0]^2 + [z_1 - (z_1)_0]^2 - c^2 t^2.$$

Это значит, что волна, в случае равномерного движения среды *вместе с источником колебаний*, сохранит свой сферический вид.

Положим теперь, что вся среда движется равномерно по оси Z^{00} со скоростью q , а центр колебаний не принимает участия в этом движении и остается неподвижным (это, очевидно, равносильно предположению, что центр колебаний движется равномерно по оси Z^{00} со скоростью $(-q)$, а сама среда остается неподвижной). В этом случае новые координаты (x_1, y_1, z_1) будут связаны с прежними (x, y, z) следующими равенствами:

1) уравнения равномерного движения среды (Галилеево преобразование):

$$x_1 = x, \quad y_1 = y, \quad z_1 = z + qt$$

2) уравнение неподвижности центра:

$$(x_1)_0 = x_0, \quad (y_1)_0 = y_0, \quad (z_1)_0 = z_0$$

и уравнение волны в новых координатах x_1, y_1, z_1 , как в этом легко убедиться, не сохранит того вида, который оно имело в прежних координатах x, y, z ; действительно, в этом случае имеем:

$$[x - x_0]^2 + [y - y_0]^2 + [z - z_0]^2 - c^2 t^2 = \\ = [x_1 - (x_1)_0]^2 + [y_1 - (y_1)_0]^2 + [z_1 - qt - (z_1)_0]^2 - c^2 t^2 = \\ = [x_1 - (x_1)_0]^2 + [y_1 - (y_1)_0]^2 + [z_1 - (z_1)_0]^2 - 2[z_1 - (z_1)_0]qt + \\ + [q^2 - c^2]t^2;$$

другими словами, уравнение волны, имевшее раньше вид:

$$[x - x_0]^2 + [y - y_0]^2 + [z - z_0]^2 = c^2 t^2,$$

получает теперь вид:

$$[x_1 - (x_1)_0]^2 + [y_1 - (y_1)_0]^2 + [z_1 - (z_1)_0]^2 = kt^2 + pt.$$

Это значит, что в случае, если центр *не разделяет* движения среды, то волна теряет свой сферический характер, т. е. *перестает иметь вид шара*.

Примером сказанного может служить распространение звуковых колебаний: если источник звука участвует в движении среды, то звуковые волны имеют сферический характер; если же источник звука не участвует в движении среды (например, источник звука движется в покоящемся воздухе: свист приближающегося паровоза), то звуковые волны не имеют сферического характера.

Рассмотренный выше принцип постоянства скорости света, вытекающий из опытов Майкельсона и Морлея, неожиданно устанавливает для световых (и вообще электромагнитных) волн удивительное исключение из этого общего правила: действительно, опыты Майкельсона и Морлея показывают, что свет распространяется с одной и той же скоростью и в покоящейся и в движущейся средах или, другими словами, что *скорость света в данной среде останется одной и той же независимо от того, находится ли источник света в относительном покое или же движется по отноше-*

нию к этой среде. Это значит, что, в исключение из общего правила, световая волна сохраняет в данной среде свой сферический характер, если даже источник света не разделяет движения среды.

Теперь мы можем очень легко формулировать принцип постоянства скорости света в простой математической форме.

Положим для этого, что мы имеем две координатных системы: $(x y z)$ и $(x_1 y_1 z_1)$, из которых одна $(x y z)$ — неподвижна, а другая $(x_1 y_1 z_1)$ как-то движется относительно первой. Координату времени при рассмотрении явления в неподвижной системе обозначим через t , а при рассмотрении явлений в подвижной — через t_1 . Пусть в начальный момент (т. е. при $t = t_1 = 0$) начала координат обеих систем совпадают с одной и той же точкой $(0, 0, 0)$ и в этой точке находится неподвижный источник света.

На основании изложенного выше, мы знаем, что принцип постоянства скорости света требует, чтобы световая волна сохраняла свой шаровой вид как в неподвижной системе $x y z$, так и в подвижной $x_1 y_1 z_1$; так как уравнение сферической волны с центром в точке $(0, 0, 0)$ в неподвижной системе имеет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0,$$

а в подвижной системе:

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 = 0,$$

то принцип постоянства скорости света требует, чтобы связь между координатами в неподвижной системе $(x y z)$ и координатами в подвижной системе $(x_1 y_1 z_1)$ была такова, чтобы существовало равенство:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 \dots \dots (9)$$

Это равенство и является, очевидно, математической формулировкой принципа постоянства скорости света, который, таким образом, в этой форме может быть назван *принципом инвариантности* световой волны, так как при этом условии световая волна будет сферической и в первой (неподвижной) и во второй (подвижной) системах,

Принцип постоянства скорости света, многократно затем проверенный и не подлежащий ныне никакому сомнению, оказался в первый момент совершенно неожиданным и в корне подрывающим гипотезу „неподвижного“ эфира Лорентца. Лучшее всего этот принцип согласуется, очевидно, с гипотезой „увлекаемого“ эфира Гертца; однако, гипотеза Гертца, как указано выше, всецело отвергается рядом убедительных экспериментов и, в частности, наличием явления абберации неподвижных звезд.

Мы присутствуем, таким образом, при любопытной картине крушения стройного здания „физики мирового эфира“: гипотеза „неподвижного“ эфира противоречит безупречным и многократно проверенным опытам Майкельсона и Морлея, а гипотеза „увлекаемого“ эфира — бесчисленным и столь же точным опытам ряда других ученых и, хотя бы, явлению абберации неподвижных звезд. Необходимый шаг, который неизбежно следует сделать в таком положении, заключается в *устранении самого эфира*, в том, по крайней мере, смысле слова, который придавался этому понятию раньше; шаг этот сделан Эйнштейном и должен быть принят с облегчением: слишком далека от человеческого мышления гипотеза абсолютного покоя и слишком чуждо человеческому разуму всякое сомнение в правильности принципа относительности Ньютоновской механики.

§ 3.

Специальная теория относительности Эйнштейна.

Подводя итог всему сказанному выше, мы можем формулировать выводы обоих предыдущих параграфов в следующей форме.

Имея две координатных системы S и S_1 —одну (S), принимаемую нами за неподвижную, и другую (S_1), движущуюся относительно первой равномерно и прямолинейно,—мы можем, на основании выводов предыдущих параграфов, утверждать:

1)—что законы, управляющие явлениями природы, в обеих этих системах имеют одинаковую формулировку и одинаковый вид,

и 2) — что световая волна, распространяющаяся от неподвижного центра колебаний, сохраняет как в неподвижной системе, так и в подвижной, свой сферический характер.

Первое утверждение представляет наиболее общую формулировку теоретического *принципа относительности* Ньютона и может быть, согласно изложенному выше, сформулировано в виде математического условия *инвариантности* (при переходе от выражения явления в координатах x, y, z первой системы к выражению того же явления в координатах x_1, y_1, z_1 второй системы) *ускорений*.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x_1}{dt^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y_1}{dt^2}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z_1}{dt^2} \quad \dots \quad (7)$$

Второе утверждение является наиболее удобной формулировкой эмпирического *принципа постоянства скорости света* и может быть выражено в математической форме в виде условия *инвариантности* (при переходе от рассмотрения световой волны в координатах x, y, z первой системы к рассмотрению той

же волны в координатах x_1, y_1, z_1 второй системы) *световой волны*,

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2t_1^2 \quad \dots \quad (9)$$

Для упрощения выкладок будем пользоваться в дальнейшем тем частным случаем, когда оси обеих систем в начальный момент движения совпадают и когда подвижная система движется относительно неподвижной равномерным движением по оси Z^{08} , что, очевидно, соответствует случаю

$$x = x_1 \text{ и } y = y_1.$$

При этих условиях оба приведенные выше условия приобретают вид:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z_1}{dt^2} \quad \dots \quad \text{условие инвариантности ускорений} \quad \dots \quad (7')$$

и

$$z^2 - c^2t^2 = z_1^2 - c^2t_1^2 \quad \dots \quad \text{условие инвариантности волны} \quad \dots \quad (9')$$

Чрезвычайно легко убедиться, что оба эти условия несовместны друг с другом. Действительно, пользуясь, согласно воззрениям классической механики, понятием об абсолютном и неизменно текущем космическом времени, т. е., принимая, что течение времени одинаково в обеих системах, мы должны положить $t = t_1$; при этом очевидном для нас условии, *условие инвариантности волны*

$$z^2 - c^2t^2 = z_1^2 - c^2t_1^2 \quad \dots \quad (9'')$$

принимает вид:

$$z^2 = z_1^2,$$

т. е.

$$z = \pm z_1,$$

а последнее равенство, очевидно, несовместно с *условием инвариантности ускорений*

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z_1}{dt^2} \quad \dots \quad (7''),$$

так как это равенство, после двукратного интегрирования, последовательно дает:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz_1}{dt} + q$$

и

$$z = z_1 + qt + q_1,$$

где q и q_1 представляют собою произвольные постоянные интегрирования.

Совершенно очевидно, что оба полученных равенства

$$\begin{aligned} z &= \pm z_1 \\ z &= z_1 + qt + q_1 \end{aligned}$$

явно друг с другом несовместны.

Этот результат, с несомненной очевидностью, свидетельствует нам своим безупречным математическим языком о *взаимном противоречии принципа относительности классической механики и принципа постоянства скорости света* и настоятельно требует от нас либо отказа от одного из этих принципов, либо приемлемого объяснения несовместимости указанных двух уравнений, представляющих математическую формулировку этих принципов.

Однако, отказаться от теоретического принципа относительности классической механики, т. е. признать реальное наличие абсолютного покоя, значило бы, повидимому, не только выйти за пределы доступного нам опыта и наблюдения, но и встать в коренное противоречие с глубоко заложенными в нас методами разумного мышления, не вмещающего понятия об абсолютном. С другой стороны, возражать против эмпирического принципа постоянства скорости света, значило бы закрывать глаза на факт, настойчиво выдвигаемый многократными и безукоризненными научными экспериментами.

Таким образом, перед наукою встала повелительная необходимость благополучного разрешения создавшегося накопленными за последнее время научными фактами кризиса путем устранения нетерпимого далее противоречия между обоими одинаково безупречными принципами.

Это и было сделано Эйнштейном, при чем теория его, разрешающая это противоречие, получила название *специальной теории относительности*.

Сделать приведенные выше уравнения

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt^2} \dots \dots \dots (7')$$

и

$$z^2 - c^2 t^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2 \dots \dots \dots (9')$$

совместными, т. е., примирить принцип относительности классической механики с принципом постоянства скорости света при равенстве $t = t_1$ оказалось, как мы видели, невозможным.

Благодаря той степени интуиции, которая, повидимому, составляет удел только подлинной гениальности, Эйнштейн сделал смелый шаг в совершенно новом направлении: он счел возможным *отказаться от привычного равенства $t = t_1$* , т. е., установил в неподвижной и подвижной системах различные способы отсчета времени. Это сделано им, в первоначальной стадии развития теории, в форме установления понятия о *местном времени*, т. е. путем принятия, что *время t_1* , наблюдаемое в какой-либо точке подвижной системы, зависит от *места* этой точки, т. е., в рассматриваемом случае от координаты z_1 .

Таким образом, прежнее равенство

$$t_1 = t,$$

выражающее *абсолютное* космическое время, независимое от места его наблюдения, Эйнштейн заменил равенством:

$$t_1 = \varphi [t, z_1],$$

выражающим *местное* время, или (решая это уравнение относительно t) равенством

$$t = F [t_1, z_1].$$

Физическое значение понятия о местном времени мы выясним в дальнейшем, задавшись в настоящий момент целью дать пока лишь математическую формулировку проблемы.

Задачу, ставшую перед Эйнштейном, можно формулировать так:

Какой вид должна иметь функция

$$t = F [t_1, z_1]$$

для того, чтобы равенства

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt^2}$$

и

$$z^2 - c^2 t^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2$$

были совместны?

Задавая линейным видом функции F , т. е., предполагая, что

$$t = az_1 + bt_1,$$

где a и b суть подлежащие определению коэффициенты, и заметив, что равенств

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt^2}$$

путем двукратного интегрирования приводится к виду

$$z = z_1 + qt^* ,$$

имеем систему трех равенств:

$$z^2 - c^2 t^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2 \dots (I)$$

$$z = z_1 + qt \dots (II)$$

$$t = az_1 + bt_1 \dots (III)$$

Из двух последних уравнений (II) и (III) мы, теоретически говоря, сможем определить два искомых коэффициента, a и b , в виде функций остальных пяти величин z , z_1 , t , t_1 и q , входящих в эти два уравнения. Подставляя полученные значения a и b в уравнение (III), получим:

$$t = f_1 [z, z_1, t, t_1, q] \dots (IV),$$

а подставив значение t из этого равенства в равенство (II), получим:

$$z = f_2 [z, z_1, t, t_1, q] \dots (V)$$

Решая уравнение (IV) относительно t и уравнение (V) относительно z , имеем:

$$t = F_1 [z, z_1, t_1, q] \dots (VI)$$

$$z = F_2 [z_1, t, t_1, q] \dots (VII)$$

Теперь, пользуясь уравнением (I), в которое входят величины

$$z, z_1, t, t_1 \text{ и } c,$$

*) В сущности в результате двукратного интегрирования мы получим, как это указывалось выше, равенство $z = z_1 + qt + q_1$, но, приняв, что в начальный момент начала координат обеих систем совпадают (т. е., взяв $z = z_1$ при $t = 0$), получим $q_1 = 0$; очевидно при этом, что q представляет собою постоянную скорость равномерного движения второй системы относительно первой.

исключим из уравнения (VI) величину z и из уравнения (VII) величину t . Тогда, окончательно, получим:

$$t = \varphi_1 [z_1, t_1, q, c] \dots (VIII)$$

и

$$z = \varphi_2 [z_1, t_1, q, c] \dots (IX)$$

Проделав эти элементарные математические выкладки в действительности, получим, что функции φ_1 и φ_2 равенств (VIII) и (IX) имеют вид *)

$$t = \frac{kq}{c^2} z_1 + kt_1 \dots (*)$$

$$z = kz_1 + kqt_1 \dots (**),$$

*) Равенства эти можно вывести путем следующих выкладок и рассуждений: имея три основные уравнения:

$$z^2 - c^2 t^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2 \dots (I)$$

$$z = z_1 + qt \dots (II)$$

и

$$t = az_1 + bt_1 \dots (III),$$

прежде всего подставляем значение t из равенства (III) в равенство (II); тогда получим:

$$z = kz_1 + gt_1 \dots (IV')$$

Для определения коэффициентов a , b , k , g , подставим значения t из равенства (III) и z из равенства (II) в уравнение (I):

$$[kz_1 + gt_1]^2 - c^2 [az_1 + bt_1]^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2,$$

т. е.

$$[k^2 - c^2 a^2] z_1^2 + [g^2 - c^2 b^2] t_1^2 + 2[gh - c^2 ab] z_1 t_1 = z_1^2 - c^2 t_1^2.$$

Для того, чтобы это равенство было тождеством, т. е. было справедливо при любых значениях z_1 и t_1 , необходимо, чтобы коэффициенты у одинаковых степеней одних и тех же букв в левой и правой частях этого равенства были тождественно равны между собою, т. е., чтобы существовали равенства;

$$k^2 - c^2 a^2 = 1, g^2 - c^2 b^2 = -c^2, gh - c^2 ab = 0 \dots (a)$$

Прежде, чем идти дальше, примем во внимание следующее обстоятельство.

Мы считаем первую систему zt неподвижной, а вторую систему $z_1 t_1$ равномерно движущейся относительно первой со скоростью $+q$, при чем мы нашли, что

$$z = kz_1 + gt_1 \dots (II')$$

Но, согласно принципу относительности классической механики, с тем же правом мы можем считать вторую систему $z_1 t_1$ неподвижной, а первую систему zt — равномерно движущейся относительно второй, но в обратном

где коэффициент k представляет собою сокращенное обозначение выражения

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}}$$

направлении, т. е. со скоростью $-q$, а потому, аналогично ур. (II'), мы имеем право написать

$$z_1 = kx - gt \dots \dots \dots (II'')$$

с той только разницею, что в уравнение (II'') войдет знак $-$, а в уравнение (II')—знак $+$.

Если мы будем теперь рассматривать точку $z_1 = 0$ (т. е. согласно нашему первому предположению, начало подвижных координат), то для этой точки координата x будет изменяться по закону $x = qt$, так как начало подвижных координат движется равномерно со скоростью q относительно неподвижной системы; следовательно, подставляя в равенство (II'') $z_1 = 0$, мы должны поставить в него $x = qt$, в силу чего получим:

$$0 = kqt - gt,$$

т. е.

$$g = kq \dots \dots \dots (1)$$

Возвращаясь теперь к полученным выше трем равенствам (а) и подставляя в них на основании только что полученного равенства (1) $g = kq$, получим:

т. е.

$$k^2 - c^2 a^2 = 1, \quad k^2 q^2 - c^2 b^2 = -c^2, \quad k^2 q - c^2 ab = 0 \dots \dots \dots (a'),$$

$$c^2 a^2 = k^2 - 1, \quad c^2 b^2 = k^2 q^2 + c^2, \quad c^4 a^2 b^2 = k^4 q^2 \dots \dots \dots (a'')$$

Из этих трех уравнений определим три неизвестных k , a и b :

1) Умножая первое из этих равенств на второе, получим:

$$c^4 a^2 b^2 = [k^2 - 1] \cdot [k^2 q^2 + c^2].$$

Сравнивая последнее равенство с третьим, т. е. с равенством

$$c^4 a^2 b^2 = k^4 q^2,$$

имеем:

$$k^4 q^2 = [k^2 - 1] \cdot [k^2 q^2 + c^2].$$

Открывая скобки в правой части и приводя подобные члены, получим:

$$k^2 [c^2 - q^2] = c^2,$$

или

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2 - q^2}.$$

т. е.

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}} \dots \dots \dots (2)$$

Первое из этих равенств (уравнение (*)) и служит решением формулированной выше основной задачи Эйнштейна об отыскании вида функции

$$t = F(t_1, z_1),$$

удовлетворяющей обоим равенствам

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt_1^2}$$

и

$$z^2 - c^2 t^2 = z_1^2 - c^2 t_1^2.$$

Таким образом, для того, чтобы примирить принцип относительности классической механики с принципом постоянства

2) Из равенства первого (a'') при этом условии имеем:

$$a^2 = \frac{k^2 - 1}{c^2} = \frac{1}{c^2} \left[\frac{c^2}{c^2 - q^2} - 1 \right] = \frac{q^2}{c^2 [c^2 - q^2]} = \frac{q^2}{c^2 \cdot \frac{c^2}{k^2}} = \frac{k^2 q^2}{c^4},$$

откуда:

$$a = \frac{kq}{c^2} \dots \dots \dots (3)$$

3) Наконец, из равенства третьего (a'') при условии (3) получим:

$$c^4 \cdot \frac{k^2 q^2}{c^4} \cdot b^2 = k^4 q^2$$

или

$$b^2 = k^2,$$

откуда

$$b = \pm k \dots \dots \dots (4)$$

Найдя, таким образом, все искомые коэффициенты a , b , k , g , мы можем представить наши основные равенства

$$t = az_1 + bt_1$$

и

$$z = kz_1 + gt_1$$

в конечной форме в виде следующих приведенных уже выше равенств

$$t = \frac{kq}{c^2} z_1 + kt_1 \dots \dots \dots (*),$$

$$z = kz_1 + kqt_1 \dots \dots \dots (**),$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}}$$

скорости света, Эйнштейн должен был отказаться от прежнего *абсолютного времени*, т. е. от равенства

$$t = t_1$$

и заменить его *временем местным*, т. е. равенством

$$t = \frac{kq}{c^2} z_1 + kt_1.$$

Второе из полученных выше равенств (уравнение (**)) выражает собою ту связь, которая должна существовать между координатой z условно-неподвижной системы и координатой z_1 подвижной (равномерно и прямолинейно движущейся относительно первой) системы для того, чтобы одновременно были удовлетворены как принцип относительности механики Ньютона, так и принцип постоянства скорости света.

Оба эти равенства (*) и (**), удовлетворяющие обоим упомянутым принципам, носят названия *Лорентцовых преобразований* и заменяют собою в теории Эйнштейна приведенные выше *Галилеевы преобразования*, которые, как мы видели, удовлетворяя принципу относительности классической механики, противоречат принципу постоянства скорости света.

Исследуя полученные нами уравнения, прежде всего отметим, что при $c = \infty$ (т. е. при предположении о бесконечно большой скорости распространения света) равенство

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}}$$

дает $k = 1$, а коэффициент $\frac{kq}{c^2}$ обращается в нуль. При этом оба полученные нами уравнения (*) и (**) переходят в уравнения

$$\begin{aligned} z &= z_1 + qt_1 \\ t &= t_1, \end{aligned}$$

т. е. принимают прежний вид.

Таким образом, мы видим, что предположение $c = \infty$ превращает Лорентцовы преобразования в Галилеевы преобразования, удовлетворяющие принципу относительности классической механики, но, вообще говоря, не удовлетворяющие принципу постоянства скорости света. При этих условиях

Галилеево преобразование оказывается частным случаем ($c = \infty$) более общего преобразования Лорентца.

Для упрощения формул возьмем за единицу времени не секунду, а промежуток времени, в c раз меньший; тогда вместо величин t и t_1 в наши формулы надо ввести величины в c раз меньшие, т. е. величины $\frac{t}{c}$ и $\frac{t_1}{c}$, а вместо величины скорости q — величину в c раз большую, т. е. qc , так как при той же единице длины и при уменьшении в c раз единицы времени, величина единицы скорости, очевидно, будет в c раз больше.¹⁾

При этих новых единицах времени уравнения инвариантности световой волны и Лорентцовы преобразования примут вид:

$$\begin{aligned} z^2 - t^2 &= z_1^2 - t_1^2 \\ z &= kz_1 + kqt_1 \end{aligned} \quad (A)$$

$$t = kqz_1 + kt_1 \quad (B),$$

где

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - q^2}}$$

Решив относительно величин z_1 и t_1 уравнения, выражающие *неподвижные* координаты (z, t) в виде функций подвижных координат (z_1, t_1), т. е., пользуясь только что полученными формулами (A) и (B), мы легко получим обратные формулы, выражающие *подвижные* координаты (z_1, t_1) в виде функций неподвижных координат (z, t):

$$z_1 = kz - kqt \quad (A')$$

и

$$t_1 = -kqz + kt \quad (B')$$

Рассмотрим теперь поближе *физическое значение* полученных нами результатов.

Пусть два наблюдателя одновременно наблюдают одно и то же явление; первый наблюдатель неизменно связан с принимаемой нами за неподвижную первой координатной системой

¹⁾ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}}$

S и выражает результаты своих наблюдений в координатах z и t ; второй наблюдатель неизменно связан со второй координатной системой S_1 , равномерно и прямолинейно движущейся (по направлению оси Z^{00}) относительно первой системы, и выражает результаты своих наблюдений в координатах z_1 и t_1 .

Ни один из этих наблюдателей не может непосредственно стать на точку зрения другого наблюдателя, т. е. непосредственно получить при помощи *своих наблюдений* результаты, выраженные в координатах чужой системы, так как каждый наблюдатель неизменно связан со своей координатной системой и может производить свои наблюдения только в своей системе. Но,—не будучи в состоянии получить результаты, выраженные в координатах чужой системы, путем *непосредственного наблюдения*,—каждый из этих наблюдателей сможет получить эти результаты (выраженные в чужой системе) *из своих результатов* (выраженных в своей системе) путем *вычисления*, если только ему известно, как чужие координаты связаны с его координатами; эта именно связь и дается в механике Эйнштейна установленными выше Лорентцовыми преобразованиями (A), (B) или (A'), (B').

Поэтому наблюдатель неподвижной системы S , *непосредственно* наблюдая в своей системе какое-либо явление (т. е. непосредственно измеряя z и t) и желая составить себе понятие о результатах наблюдения того же явления наблюдателем подвижной системы S_1 (т. е. желая получить z_1 и t_1), должен будет по своим координатам z и t *вычислить* чужие координаты z_1 и t_1 , пользуясь при этом установленными выше формулами перехода от (zt) к $(z_1 t_1)$:

$$z_1 = kz - kqt \dots \dots \dots (A')$$

$$t_1 = -kqz + kt \dots \dots \dots (B')$$

Точно также наблюдатель подвижной системы S_1 будет наблюдать явление путем непосредственного измерения z_1 и t_1 и, желая представить себе результаты наблюдения того же явления наблюдателем неподвижной системы, должен будет

вычислить по своим координатам z_1 и t_1 чужие координаты z и t , пользуясь обратными формулами перехода от $(z_1 t_1)$ к (zt) :

$$z = kz_1 + kqt_1 \dots \dots \dots (A)$$

$$t = kqz_1 + kt_1 \dots \dots \dots (B)$$

Будет ли, однако, этот результат *вычислений* одного наблюдателя численно совпадать с *непосредственными наблюдениями* другого наблюдателя? Совпадает ли, например, мое умозаключение (вычисление) о Ваших ощущениях с Вашими действительными ощущениями (наблюдениями)?

Нам легко будет убедиться, что в механике Ньютона, в которой формулами вычисления служат Галилеевы преобразования, это совпадение полностью имеет место (т. е. *непосредственным наблюдениям* *придается абсолютный характер*), а в механике Эйнштейна,—где мы пользуемся Лорентцовыми преобразованиями, это совпадение отсутствует (т. е. *результаты непосредственного наблюдения имеют лишь относительный характер*).

Для уяснения этого допустим, что первый наблюдатель неизменно связан с началом координат первой системы S (т. е. для первого наблюдателя имеем $z=0$), а второй наблюдатель неизменно связан с началом координат второй системы S_1 , (т. е. для него имеем $z_1=0$). Пусть первый наблюдатель для какого-либо явления отметит по своим наблюдениям *свое* время t , а второй наблюдатель для *того же* явления отметит по своим наблюдениям *свое* время t_1 ¹⁾.

Как должен поступить первый наблюдатель, непосредственно отметивший по своим наблюдениям момент t , чтобы получить результат чужого наблюдения того же явления, произведенного вторым наблюдателем, т. е., чтобы получить число t_1 ?

Оставаясь в области классической механики, он должен вычислить величину t_1 , пользуясь Галилеевым преобразованием, в котором $t_1 = t$, а переходя к механике Эйн-

¹⁾ Предполагается, что при наблюдении течения времени начальный момент для обоих наблюдателей был общим; можно, например, принять, что начальный момент соответствовал совпадению обеих систем, т. е. принять, что в момент совпадения начала неподвижной и подвижных систем $t = t_1 = 0$.

штейна, ему придется воспользоваться Лорентцовым преобразованием, в котором, согласно равенству (B'),

$$t_1 = -kqz + kt \dots \dots \dots (B').$$

Нетрудно видеть, что в классической механике исключается даже самая постановка приведенного выше вопроса, так как в самом преобразовании Галилея $t_1 = t$ заключается уже, в сущности говоря, ответ на этот вопрос: преобразование Галилея,—постулируя абсолютный характер единого космического времени,—заранее считает численные результаты всех (своих и чужих) „правильных“ наблюдений времени, относящихся к одному и тому же явлению, друг другу тождественными.

Совершенно иначе обстоит дело в механике Эйнштейна. Пользуясь равенством

$$t_1 = -kqz + kt \dots \dots \dots (B'),$$

первый наблюдатель (для которого $z = 0$, так как он находится в начале координат первой системы S) должен будет подставить в него вместо z нуль, т. е. в результате своего вычисления получит

$$t_1 = kt.$$

Эта формула показывает, что первый наблюдатель, отметив свое наблюдение t , придет к заключению, что чужое наблюдение t_1 , отмеченное для того же явления вторым наблюдателем, будет в k раз больше, чем его.

На этом факте, в виду центрального значения его для специальной теории относительности, необходимо остановиться подольше.

Чрезвычайно важно заметить, что оба наблюдателя вели свои наблюдения времени, исходя из некоторого общего начального момента; этот общий начальный момент соответствовал, по нашим предположениям, тому моменту, когда оба начала обеих координатных систем совпадали между собою, т. е., когда оба наблюдателя находились в одном и том же месте; пусть в этот момент часы обоих наблюдателей имели одно и то же показание—нуль.

В дальнейшем первый наблюдатель ($z = 0$) остался со своими часами неподвижным, а второй наблюдатель ($z_1 = 0$) стал со своими часами равномерно двигаться по оси $z^{0в}$, причем в известный момент оба эти наблюдателя одновременно отметили (каждый на своих часах) момент начала одного и того же события; первый наблюдатель непосредственно отметил показание своих часов, равное t (пусть, например, $t = 2$ ч.), и, руководствуясь изложенными выше соображениями, пришел, путем вычисления, к заключению, что отмеченное в этот момент вторым наблюдателем показание его часов должно равняться не t , а $t_1 = kt$, т. е. должно быть в k раз больше, чем t (пусть, например, результат вычисления даст $t_1 = 4$ ч.).

К какому выводу придет при этом первый наблюдатель ¹⁾?

Он в праве будет рассуждать таким образом:

„Тот промежуток времени, который оценен моими часами, как *двухчасовой*, должен быть оценен (по моим вычислениям) часами подвижного наблюдателя, как *четырёхчасовой* промежуток. Так как мне известно: 1) что мои вычисления правильны и 2) что те и другие часы одинаково „верны“, то единственное объяснение этого странного факта заключается в том, что в наших системах *течение самого времени имеет почему-то различный характер*. Если те события, которые укладываются „у меня“ в двухчасовой промежуток времени, требуют „у него“ четырехчасового промежутка, т. е., другими словами, если „мое“ время пробегает для меня данный цикл событий в 2 часа, а „его“ время пробегает для него *тот же* цикл событий в 4 часа,—то значит, „его“ *время течет вдвое медленнее, чем „мое“*.

Несмотря на всю кажущуюся парадоксальность этого вывода, он будет единственно правильным выводом из установленной выше замены Галилеева преобразования $t_1 = t$ Лорентцовым преобразованием

$$t_1 = -kqz + kt.$$

Что же вызывает это странное с первого взгляда замедление течения времени в системе второго наблюдателя? Так как

¹⁾ В том, конечно, предположении, что и подвижные и неподвижные часы идут „верно“, т. е. правильно отрегулированы и обладают одинаковым ходом.

единственное отличие второй системы от первой заключается в том, что первую мы считаем системой неподвижной, а вторую равномерно и прямолинейно *движущейся*, то мы в праве сделать отсюда общий вывод, что *единственной причиной замедления течения времени во второй системе может явиться ее движение*.

Таким образом, первый наблюдатель, непосредственно измеряя свое время t и вычисляя по формулам Лорентца преобразования чужое время t_1 , придет, исходя из состояния покоя для своей системы и состояния движения для чужой, к общему заключению, что *течение времени в движущейся системе будет медленнее, чем в покоящейся*.

Встанем, однако, теперь на точку зрения второго наблюдателя, неизменно связанного с подвижной системой S_1 . Второй наблюдатель (для которого $x_1 = 0$, так как он находится в начале второй системы S_1), непосредственно наблюдая в своей системе момент наступления какого либо события (т. е. непосредственно отмечая соответствующее этому моменту показание t_1) и желая составить себе понятие о результатах наблюдения над моментом наступления того же явления наблюдателя неподвижной системы S (т. е. желая получить t), должен будет, как это было установлено выше,—вычислить искомое им значение t , пользуясь для этого равенством

$$t = kqz_1 + kt_1 \dots \dots \dots (B),$$

Подставляя в это равенство $z_1 = 0$, что соответствует месту нахождения наблюдателя, этот наблюдатель в результате своего вычисления получит

$$t = kt_1.$$

Эта формула показывает, что и второй наблюдатель, отметив свое наблюдение t_1 , придет к заключению, что *чужое* наблюдение t , отмеченное для того же явления первым наблюдателем, должно быть в k раз больше, чем его наблюдение.

Этот вывод ($t = kt_1$) второго наблюдателя, будучи диаметрально противоположен по смыслу приведенному выше выводу ($t_1 = kt$) первого наблюдателя, совершенно аналогичен ему по форме, а потому все приведенные выше рассуждения первого наблюдателя целиком и текстуально будут повторены и

вторым наблюдателем. Имея при этом в виду, что, согласно принципу относительности классической механики, состояние покоя не отличимо от состояния равномерного и прямолинейного движения, и учитывая, что, на основании этого, второй наблюдатель в праве будет счесть (и, не замечая признаков своего движения, действительно и сочтет) себя неподвижным, а первого наблюдателя равномерно и прямолинейно движущимся, мы видим, что заключение второго наблюдателя, основанное на непосредственном измерении своего времени t_1 и на вычислении (по формулам Лорентца преобразования) чужого времени t , будет по форме тождественно с подробно разобранным выше заключением первого наблюдателя. Оба эти наблюдателя сойдутся, таким образом, в утверждении, что *течение времени в движущейся системе будет медленнее, чем в покоящейся*. Различие их точек зрения (превращающее тождественность их утверждений в прямую их противоположность) будет заключаться лишь в том, что каждый из них припишет состояние *покоя*—своей системе, а состояние равномерного и прямолинейного *движения*—чужой системе.

Так как вопрос об относительности характера времени является основным вопросом специальной теории Эйнштейна, а полученные нами, на основании преобразований Лорентца, результаты в корне противоречат нашим привычным взглядам на неизменно однообразное течение абсолютного и единого Ньютоновского времени, то на полученных выводах необходимо остановиться несколько подробнее, уяснив себе *физическое* значение полученных результатов.

Для большей ясности изложения, переходя от математической формулировки к установлению ее физического значения, перейдем от общих рассуждений к наглядному примеру, к которому мы прибегали уже в § 1, и заменим абстрактные неподвижную и подвижную координатные системы S и S_1 конкретными телами: за основное тело (неподвижную систему) возьмем, например, *поле* и за движущееся тело (подвижную систему)—возьмем равномерно и прямолинейно пролетающий над этим полем *дирижабль*.

Положим, что точка A' дирижабля находится над точкой A поля и точка B' дирижабля над точкой B поля, при чем длина дирижабля, т. е. расстояние, $A'B' = AB = r$.

Пусть из точки A' дирижабля идет световой луч в точку B' .

Мы будем наблюдать это явление сначала с привычной для нас точки зрения наблюдателя, стоящего на поле, т. е. неизменно связанного с неподвижной системой.

Прежде всего рассмотрим, какой *путь* в этом явлении проходит наш световой луч.

В случае, если дирижабль стоит над полем неподвижно, путь, который придется пройти лучу, чтобы притти из точки A' в точку B' , равняется, очевидно, $AB = r$.

В случае, если дирижабль равномерно движется в направлении хода луча, путь, который придется пройти лучу, чтобы притти из точки A' в точку B' , будет больше прежнего пути: действительно, за время прохождения лучем прежнего расстояния r , дирижабль, — с точки зрения наблюдателя, стоящего на поле, — *успеет несколько продвинуться вперед* и луч света „догонит“ уходящую от него точку B' не над прежнею точкою B поля, а над некоторою дальнейшею точкою C , отстоящей от точки B на некоторое добавочное расстояние r' , а потому путь луча в этом случае будет уже не $AB = r$, а $AB + BC = r + r'$.

Таким образом, путь, проходимый лучем внутри дирижабля от точки A' до точки B' , *благодаря продвижению дирижабля вперед*, с точки зрения наблюдателя, стоящего на поле, как-бы *растягивается*; путь этот равняется r в покоящемся дирижабле и превращается для наблюдателя, стоящего на поле, в $r + r'$ в случае движения дирижабля по направлению хода луча.

Рассмотрим теперь, продолжая стоять на точке зрения неподвижного наблюдателя, — какой *промежуток времени* необходим лучу, чтобы пройти в дирижабле расстояние $A'B'$ в покое и в движении. Каким образом сможем мы путем непосредственного наблюдения установить этот промежуток? Очевидно, нам придется, заметив по часам, находящимся в точке A' , момент выхода светового луча из этой точки, отметить на часах, находящихся в точке B' , момент прихода светового луча в эту

точку и, считая, что и те и другие часы правильно отрегулированы (т. е. обладают тождественным ходом), сравнить показания этих часов.

Пусть в начальный момент выхода луча из точки A' показание часов в точке A' (а также и показание часов в той точке A поля, над которой в этот момент будет находиться точка A' дирижабля) будет α .

Если дирижабль стоит над полем неподвижно, то лучу света для того, чтобы попасть в точку B' (находящуюся над точкой B), надо будет пройти путь, равный $AB = r$, на что, при скорости света равной c , лучу понадобится $\frac{r}{c}$ секунд; поэтому, в момент прихода луча в точку B' , находящуюся над точкой B , часы в точке B' (как и часы в точке B) будут показывать

$$\left[\alpha + \frac{r}{c} \right].$$

Если же дирижабль находится в движении, то лучу света, для достижения точки B' (которая в этом случае к моменту прихода в нее луча *успеет продвинуться вперед* и будет находиться уже не над точкой B , а над точкой C) придется пройти путь, равный $AC = r + r'$, на что понадобится

$$\left[\frac{r}{c} + \frac{r'}{c} \right]$$

секунд; поэтому, в момент прихода луча в точку B' , находящуюся над точкой C , часы в точке B' (как и часы в точке C) будут показывать больше, чем прежде, а именно:

$$\text{не } \left[\alpha + \frac{r}{c} \right], \text{ а } \left[\alpha + \frac{r}{c} + \frac{r'}{c} \right].$$

Таким образом, наблюдатель, стоящий на поле (т. е. наблюдатель, неизменно связанный с неподвижной системой), придет к несомненному для него заключению, что лучу, идущему из точки A' в точку B' , понадобится для достижения точки B' пройти в неподвижном дирижабле *меньший* путь ($AB = r$), чем в движущемся дирижабле ($AC = r + r'$), т. е., другими словами, что

при одном и том же показании α часов в точке A' в момент выхода из этой точки светового луча, часы в точке B' покажут в момент прибытия светового луча в эту точку меньшее время

$$\left[\alpha + \frac{r}{c} \right],$$

если дирижабль был в покое, чем если дирижабль был в движении; в последнем случае часы в точке B' покажут в момент прибытия луча в эту точку время

$$\left[\alpha + \frac{r}{c} + \frac{r'}{c} \right].$$

Оставим теперь привычную для нас точку зрения наблюдателя, неизменно связанного с неподвижной системой, и представим себе точку зрения наблюдателя на дирижабле, т. е. наблюдателя, неизменно связанного с движущейся системой.

Все явления, происходящие в его системе, в силу принципа относительности классической механики, должны протекать для него совершенно одинаково как в случае покоя дирижабля, так и в случае его равномерного и прямолинейного движения; кроме того, скорость распространения света, в силу принципа постоянства скорости света, должна быть для него одна и та же как в неподвижном, так и в подвижном дирижабле. Поэтому, заметив на часах в точке A' в момент выхода из этой точки светового луча показание, равное α , наблюдатель на дирижабле в момент прихода этого луча в точку B' обнаружит на часах в точке B' показание, равное $\alpha + \frac{r}{c}$ как в случае покоя, так и в случае движения дирижабля, так как в обоих этих случаях путь луча внутри дирижабля, т. е. длина дирижабля, оставался равным r .

Поэтому наблюдатель, находящийся на дирижабле (т. е. наблюдатель, связанный с подвижной системой), придет к заключению, что лучу, идущему из точки A' в точку B' , понадобится для достижения точки B' пройти один и тот же путь r как в покоящемся, так и в движущемся дирижабле, т. е., другими словами, что при одном и том же показании (α) часов в точке A' в момент выхода из этой точки светового луча, часы в

точке B' покажут в момент прибытия светового луча в эту точку одно и то же время

$$\left[\alpha + \frac{r}{c} \right],$$

будет ли дирижабль в покое или в движении.

Это заключение наблюдателя, находящегося на дирижабле, будет совершенно совпадать с заключением наблюдателя, находящегося в поле, лишь в том случае, если дирижабль стоит неподвижно над полем, т. е. если в момент прибытия луча в точку B' дирижабля эта точка находится над точкой B поля. Если же дирижабль движется, т. е. в момент прихода луча в точку B' дирижабля эта точка успеет уйти вперед и будет находиться над точкой C поля, то заключения обоих наблюдателей, как мы видели, разойдутся: наблюдатель в поле, приняв во внимание, что часы в точке A' в момент выхода из нее светового луча показывали α , придет к заключению, что верные часы в точке B' должны в момент прибытия в нее светового луча показывать время

$$\alpha + \frac{r}{c} + \frac{r'}{c},$$

а наблюдатель на дирижабле—на том же основании придет к заключению, что верные часы в точке B' должны показывать в тот же момент меньшее время, а именно только

$$\alpha + \frac{r}{c}.$$

Таким образом, неподвижный наблюдатель придет к заключению, что часы подвижного наблюдателя (на дирижабле), по сравнению с его часами (на поле),—отстают, т. е. идут медленнее; при этих условиях неподвижный наблюдатель, считая свои часы верными, сделает наиболее легкий для себя вывод, что часы подвижного наблюдателя неверны.

Для того, чтобы разобраться в вопросе о причинах расхождения часов первого наблюдателя с часами второго наблюдателя, надо отдать себе отчет, каким приемом первый наблюдатель составлял свои суждения о продолжительности того

или иного промежутка времени. Из изложенного выше мы видим, что суждения эти он основывал на сравнении показания двух часов: первых, находящихся в точке A' , и вторых, находящихся в точке B' .

Таким образом, весь вопрос, в сущности, свелся к наблюдению и сравнению показаний двух часов, находящихся в *различных* точках. Очевидно, *разность показаний* двух часов (по одним из которых отмечено *начало* какого-либо события, а по другим *конец* его) будет только тогда выражать собою *продолжительность* этого события, если служащие для наблюдения часы регулированы нами таким образом, что одновременным событиям соответствуют одинаковые показания на тех и на других часах, т. е. если служащие для наблюдения часы регулированы нами, как говорят, *синхронно*.

При этих условиях правильная регулировка часов, при помощи которых мы производим наблюдения, приобретает решающее значение для результатов.

Убедиться в том, что двое часов, находящихся *в одном месте*, регулированы синхронно, очевидно, очень просто, так как показания обоих часов мы видим сразу и одновременно. Как же, однако, убедиться в синхронной регулировке двух часов, находящихся *в двух различных точках* M и N ?

Способ перенесения из точки M в точку N часов, предвзвешенно сверенных с часами в точке M , очевидно, является неприемлемым, так как у нас не имеется никакой уверенности, что *акт переноса* часов не оказывает действия на их ход.

Самый простой и надежный способ—это *оптический способ световых сигналов*, основанный на принципе постоянства скорости света: в определенный момент, когда показание часов в точке M равно α , из этой точки посылают в точку N световой сигнал: если расстояние $MN = R$ и скорость света равна c , то луч света для прохождения пути MN должен употребить время, равное $\frac{R}{c}$; поэтому, в момент получения сигнала в точке

N , часы, связанные с этой точкой, должны показывать $\alpha + \frac{R}{c}$; при этих условиях часы в точках M и N мы можем считать регулированными синхронно.

Пусть таким способом приведены в взаимную связь часы в трех (лежащих на одной прямой) точках A , B и C поля (неподвижной системы), при чем

$$AB = r \text{ и } BC = r_1.$$

Это значит, что в момент выхода светового луча из A часы в точке A показывают время $t_A = \alpha$, в момент прихода луча в B часы в точке B показывают время

$$t_B = \alpha + \frac{r}{c}$$

и в момент прихода луча в C часы в точке C показывают время

$$t_C = \alpha + \frac{r}{c} + \frac{r_1}{c}.$$

Пусть в соответствии с разобранным выше примером, над полем *стоит неподвижно* дирижабль, при чем точка A' дирижабля совпадает с точкой A поля и точка B' дирижабля совпадает с точкой B поля, так что

$$A'B' = AB = r.$$

Тогда, очевидно,

$$t_{A'} = t_A \text{ и } t_{B'} = t_B.$$

Но если дирижабль *движется* в направлении движения света, то часы, связанные с подвижной точкой B' , покажут, очевидно, *прежнее* время $t_{B'}$, не тогда, когда луч света уже придет в *новое* положение точки B' , а значительно раньше, а именно, когда свет придет в *прежнее* положение точки B' , т. е. в точку B (ибо они отрегулированы на расстояние $r = AB = A'B'$); тогда же, когда свет достигнет нового положения точки B' (т. е. точки C), часы, связанные с точкой B' , успеют уйти вперед и покажут уже другое время

$$t_{B'} = t_C > t_B.$$

Таким образом время, которое будет показывать находящиеся на дирижабле в точке B' часы (так называемые *под-*

вижные часы) в момент прихода в эту точку светового луча, будет совпадать с тем временем, которое в этот момент будут показывать часы, находящиеся в той точке поля (так называемые *неподвижные часы*), с которой в данный момент совпадает точка B' движущегося дирижабля.

Это значит, что регулировка часов на поле (на основном теле) и на дирижабле (на подвижном теле) произведена неподвижным наблюдателем неодинаковыми приемами: в то время, как часы на поле он регулировал оптически, часы на дирижабле мысленно регулировались им по тем часам на поле, над которыми пролетал дирижабль; значит, *в этой регулировке неподвижный наблюдатель отдал полю* (т. е. основному телу или своей системе) *явное преимущество перед дирижаблем* (т. е. движущимся телом или чужой системой).

Такое предпочтение, между тем, совершенно не обосновано, так как согласно принципу относительности классической механики и поле и дирижабль являются совершенно равноправными системами, и нет никаких оснований регулировать часы на дирижабле по часам на поле.

Поэтому-то именно показание подвижных часов, *правильно* отрегулированных *подвижным* наблюдателем оптическим методом в подвижной системе (вне всякой зависимости от неподвижной системы), и разошлось с показаниями подвижных часов, *произвольно* отрегулированных для дирижабля *неподвижным* наблюдателем по часам своей неподвижной системы.

Так как в неподвижном дирижабле точка B' находилась под точкой B поля, то показание *правильно* отрегулированных подвижных часов в точке B' дирижабля, где бы эти часы ни находились, остается, разумеется, *всегда* тождественным показанию неподвижных часов в точке B поля. Поэтому, наблюдать событие в неподвижной точке C поля по часам (совпадающей с этой точкой C) подвижной точки B' , — как это делал в нашем примере неподвижный наблюдатель, — это значит то же самое, что наблюдать события в неподвижной точке C по часам, отрегулированным по неподвижной точке B поля; последнее же равносильно предположению, что световой луч, идя от точки A , достигает точек B и C одновременно, т. е. равносильно предположению, что свет распространяется со скоростью

$c = \infty$, что, очевидно, неверно; если же свет для прохождения расстояния BC требует времени

$$\tau = \frac{BC}{c} \neq 0,$$

то подвижные часы B' , находясь над точкой C , но будучи отрегулированы по неподвижной точке B , — будут показывать на величину τ *меньше*, чем часы, связанные с точкой C и отрегулированные по этой точке, т. е. с точки зрения наблюдателя, считающего, очевидно, неподвижные часы (свои) в точке C правильными, подвижные (чужие) часы в точке B' будут идти медленнее, т. е. *время в движущемся дирижабле будет, по мнению неподвижного наблюдателя, течь медленнее, чем в поле и в дирижабле покоящемся*.

Таким образом этот вывод всецело объясняется тем, что в нашем способе регулировки часов мы отдали предпочтение неподвижным часам, т. е. стали на сторону неподвижного наблюдателя в поле, а не подвижного — в дирижабле.

Однако, на основании всего изложенного, мы имеем полное право стать на сторону наблюдателя, находящегося на дирижабле, и регулировать все часы дирижабля оптически, а все часы поля — по тем часам дирижабля, с которыми в данный момент совпадают по месту часы дирижабля. На основании таких же рассуждений легко убедиться, что в этом случае наблюдатель, находящийся в равномерно движущемся дирижабле, сочтет свой дирижабль находящимся в покое, а поле равномерно — движущимся в обратном направлении, и придет к обратному заключению, что время в движущемся, по его мнению, поле будет течь медленнее, чем в его неподвижном дирижабле.

В этом лишении понятия времени его абсолютного значения и в установлении взамен его понятия о *местном времени*, т. е. в установлении связи временной координаты t с пространственной координатой z (или в общем случае, с пространственными координатами x, y, z) и находится *самая сущность принципа относительности* в его новой формулировке; в этом, весьма плодотворном понятии и скрывается объяснение всех тех парадоксальностей, которые мы встречаем, развивая следствия из теории Эйнштейна.

Перейдем теперь к дальнейшим выводам из установленных нами формул Лорентцовых преобразований.

Положим, что в начальный момент, т. е. при $t = t_1 = 0$, начало координат O системы S и начало координат O_1 системы S_1 совпадают между собою, при чем совпадают между собою и и оси z и z_1 .

Возьмем какую-либо точку A на этих осях, определяемую в первой системе равенством

$$z_A = OA$$

и во второй

$$(z_1)_A = O_1A.$$

С нашей точки зрения, в виду совпадения между собою точек O и O_1 , длины OA и O_1A равны, т. е.

$$z_A = (z_1)_A.$$

Однако, желая выяснить взгляд на это неподвижного наблюдателя системы S и воспользоваться для этого, согласно изложенному выше, равенством

$$z_1 = kz - kqt \dots \dots \dots (A')$$

при $t = 0$, (что соответствует рассматриваемому нами начальному моменту) получим:

$$(z_1)_A = kz_A,$$

т. е.

$$z_A = \frac{(z_1)_A}{k}.$$

Это значит, что наблюдатель, находящийся в первой системе S , примет

$$z_A < (z_1)_A,$$

т. е. что наблюдателю, находящемуся в первой системе, отрезок z , измеренный в неподвижной системе S , покажется меньшим, чем *тот же* отрезок z_1 , измеренный в движущейся системе S_1 .

Желая выяснить точку зрения подвижного наблюдателя и пользуясь для этого равенством (A)

$$z = kz_1 + kqt_1 \dots \dots \dots (A)$$

при $t_1 = 0$ получим;

$$z_A = k(z_1)_A$$

$$(z_1)_A = \frac{z_A}{k}.$$

Таким образом наблюдатель, находящийся во второй системе S_1 примет

$$(z_1)_A < z_A,$$

т. е. наблюдателю, находящемуся во второй системе, отрезок z_1 , измеренный в его системе S_1 , покажется также меньшим, чем *тот же* отрезок z , измеренный в чужой системе S .

Другими словами, наблюдатель одной системы, приняв определенный отрезок за свой метр, придет к заключению, что наблюдатель другой системы оценит этот же отрезок за величину, большую метра, а следовательно, что „метр“ наблюдателя другой системы будет *меньше* его „метра“. Это значит, что обоим наблюдателям будет казаться, что чужие длины сокращаются, а так как, кроме того, оба наблюдателя будут с одинаковым правом уверены, что собственная система находится в покое, а чужая — в движении, то каждому из них будет казаться, что *отрезки в чужой, движущейся системе становятся короче, чем в его собственной покоящейся*.

Этот результат с первого взгляда не менее парадоксален, чем предыдущий, и представляет из себя, в сущности, прямое следствие предыдущего. Для выяснения этого вопроса положим, что свет пробегает в покоящейся среде отрезок $AB = r$ в t секунд. Так как время в движущейся среде, согласно изложенному выше, течет, по мнению неподвижного наблюдателя, медленнее, то этот же отрезок AB , в случае его движения, свет пробежит в *меньшее число секунд*, а именно в $t_1 < t$ ¹⁾.

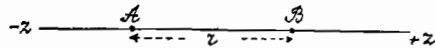
Однако, скорость распространения света в обоих случаях одна и та же и равна c . Как же объяснить, что свет, распространяясь с *одной и той же* скоростью, проходит отрезок AB

¹⁾ Правильнее сказать: в виду более медленного течения времени в движущейся среде за время пробегания светом движущегося отрезка AB успеет, по мнению неподвижного наблюдателя, пройти меньше единиц времени, чем при пробегании светом того же отрезка в покое.

в покое в более долгий срок, чем в движении? *Очевидно, только тем, что отрезок в движении сокращается.*

Таким образом, неподвижный наблюдатель, считая, что его собственный метр верен, скажет, что метр на дирижабле короче его метра. Если он поймет, что его метр ничем не вернее, чем метр на дирижабле, ему придется признать, что длины (отрезки) в движущейся по направлению этих отрезков системе сокращаются.

Дальнейшее весьма любопытное изменение вводит новая теория в понятие *одновременности* двух событий, протекающих в двух различных точках пространства. Положим, что в точках A и B одновременно происходят два события. „Одновременность“ этих событий заключается, собственно говоря, в следующем: когда в точке A совершается первое событие, то показание находящихся в ней часов тождественно с показанием часов, находящихся в точке B , когда в ней совершается второе событие.



Черт. 8.

Однако, совершенно ясно, что, обнаружив одновременность обоих событий при помощи часов, регулированных в одной системе, мы должны признать эти события разновременными по часам, регулированным в другой системе, так как показания этих часов в одной и той же точке пространства не будут, как мы видели, тождественны; а так как все системы регулировки, как это установлено выше, равноправны, то два события, происходящие в различных точках пространства, можно (при известных условиях) превратить в одновременные, путем надлежащего выбора той системы, в которой мы будем регулировать наши часы.

Для пояснения этого положения приведем следующий пример: Пусть (черт. 8) в неподвижной среде в точке A в момент t совершается событие $[A]$ и затем, спустя некоторое время, в точке B в момент t_B совершается событие $[B]$.

События $[A]$ и $[B]$ будут разновременны, и разница между временами наступления этих событий равна $t_B - t_A = \tau$. Допустим теперь, что вся наша среда движется в направлении AB со скоростью v . Тогда соотношения между новыми значениями времен наступления в точках A и B тех же событий, т. е. значения $(t_1)_A$ и $(t_1)_B$ определяются, как известно, установленными выше формулами (A).

$$t_A = kq(z_1)_A + k(t_1)_A,$$

т. е.

$$(t_1)_A = \frac{t_A - kq(z_1)_A}{k}$$

$$t_B = kq(z_1)_B + k(t_1)_B,$$

т. е.

$$(t_1)_B = \frac{t_B - kq(z_1)_B}{k}.$$

Отсюда имеем:

$$(t_1)_B - (t_1)_A = \frac{1}{k} [t_B - t_A] - q[(z_1)_B - (z_1)_A].$$

Но, согласно изложенному выше,

$$(z_1)_A = \frac{z_A}{k} \quad \text{и} \quad (z_1)_B = \frac{z_B}{k},$$

т. е.

$$(z_1)_B - (z_1)_A = \frac{1}{k} [z_B - z_A] = \frac{r}{k},$$

где $r = z_B - z_A$ представляет собою расстояние между точками A и B , и, кроме того

$$t_B - t_A = \tau.$$

Следовательно:

$$(t_1)_B - (t_1)_A = \frac{\tau - qr}{k}$$

Но q , как это упомянуто выше, равно $\frac{v}{c}$;

Следовательно:

$$(t_1)_B - (t_1)_A = \frac{\tau - \frac{v}{c} r}{k};$$

при

$$\tau - \frac{v}{c} r = 0,$$

т. е. при

$$v = \frac{cr}{\tau}$$

$$(t_1)_B - (t_1)_A = 0,$$

т. е. события $[A]$ и $[B]$, одновременные в неподвижной системе S [так как $t_B - t_A = \tau$], можно сделать одновременными в подвижной системе S_1 [так как $(t_1)_B - (t_1)_A = 0$], если заставить систему S_1 двигаться в направлении от A к B со скоростью

$$v = \frac{cr}{\tau}.$$

Чрезвычайно важным и существенно новым является дальнейшее следствие новой теории:

Все вышеприведенные формулы, как мы видели, содержат коэффициент

$$k = \sqrt{1 - q^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

поэтому, для того, чтобы результаты были вещественны, необходимо, чтобы $\frac{v^2}{c^2}$ было меньше 1, т. е. $v < c$; это значит, что действительная, реальная скорость ни одного вещественного тела не может превзойти скорости света c : другими словами, скорость света представляет собою высший предел всех возможных реальных скоростей.

§ 4.

Четырехмерный мир Минковского.

Изложенные в предыдущих параграфах соображения указывают нам, что развитие новой теории происходило, главным образом, на почве критики понятия об абсолютном космическом времени и что центральным пунктом новых воззрений является установление относительности этого понятия, т. е. установление зависимости течения времени от состояния движения всей системы наших наблюдений.

Эта связь понятия времени с явлением движения, т. е. с явлением перемены места в пространстве, — выражаемая на математическом языке преобразованиями Лорентца, в которые входят как пространственные координаты x, y, z , так и временная координата t , — соединяет столь разнородные до сего времени понятия, как *время и пространство*, в одно неразрывное целое. Эта органическая связь времени и пространства, сливающая оба эти понятия в неразрывную амальгаму „пространственно-временного мира“, облечена талантливым и недавно умершим Гёттингентским математиком Германом Минковским в изящную математическую форму, наглядно иллюстрирующую Лорентцовы преобразования. В известной своей речи о пространстве и времени¹⁾ Минковский, усиленно подчеркивая ту внутреннюю связь, которая всегда и везде неизбежно существует для нашего восприятия между пространством и временем, указывал, что предметом нашего реального восприятия являются всегда „места“ и „времена“, связанные

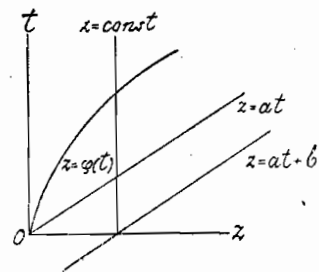
¹⁾ Minkowsky. Raum und Zeit.

вместе, а не место и время в отдельности. Теория Эйнштейна, по образному выражению Минковского, обратила пространство и время, рассматриваемые отдельно и независимо, — в тени и сохранила самостоятельность только за их соединением.

Это соединение, называемое Минковским „миром“, и представляет собою ту арену, на которой происходят все временно-пространственные явления, т. е. все события окружающего нас мира. Так как каждое событие совершается в некоторой пространственной точке, определяемой тремя пространственными координатами x, y, z , и в некоторый момент времени, определяемый временной координатой t , то пространственно-временный мир Минковского представляет собою непрерывное многообразие (континуум) четырех измерений, где координаты x, y, z, t могут изменяться от $-\infty$ до $+\infty$. Совокупность четырех чисел — частных значений переменных x, y, z, t — определяет собою *мировую точку*, являющуюся основным элементом этого мира; таким образом, пространственно-временный мир представляет собою четырехмерную совокупность мировых точек. Этот мир, по теории Минковского, заполнен некоторой „субстанцией“; так как речь идет о формальной картине мира, то нет никакой необходимости создавать какую-либо физическую гипотезу и сейчас же определять характер этой субстанции, называя ее именем вещества, электричества и т. п.: для нас „субстанция“ есть нечто, составляющее содержание четырехмерно-пространственно-временного мира. Мы будем рассматривать некоторую субстанциональную точку, находящуюся в данный момент t_1 в некоторой пространственной точке x_1, y_1, z_1 , т. е. совпадающую с мировой точкой x_1, y_1, z_1, t_1 ; пусть через некоторый промежуток времени, в следующий момент t_2 , эта субстанциональная точка будет в другой пространственной точке x_2, y_2, z_2 , т. е. будет совпадать с другой мировой точкой x_2, y_2, z_2, t_2 ; так как непрерывному изменению координаты t будет отвечать непрерывное изменение координат x, y, z , то субстанциональная точка будет описывать в четырехмерном мире некоторую, в общем случае, кривую линию, называемую *мировой линией*.

Мы получаем, таким образом, по словам Минковского, способ изображения „вечной жизни“ субстанциональной точки в виде кривой линии в четырехмерном мире, точки которой однозначно соответствуют изменениям параметра t от $-\infty$ до $+\infty$. Этим приемом весь физический мир разлагается на мировые линии, при чем физические законы находят свое выражение в виде взаимоотношений между мировыми линиями. Пересечение двух мировых линий в одной мировой точке свидетельствует о пространственном и временном совпадении в этой точке двух субстанциональных точек, т. е. о некотором „явлении“ в широком смысле слова: таким образом, наблюдение нами явлений сводится к восприятию пересечения мировых линий¹⁾.

Пространственно-временный мир, как всякое четырехмерное многообразие, не может быть изображен в нашем трехмерном пространственном мире; поэтому, для достижения большей наглядности изучения его, предположим, что мы рассматриваем частный случай, когда две координаты остаются постоянными, т. е. когда $x=y=\text{const.}$; в этом случае мы рассматриваем не все четырехмерное многообразие (x, y, z, t) сразу, а как бы *двумерное сечение* (z, t) этого многообразия; тогда, отвлекаясь от двух пространственных измерений x и y , которые остаются неизменными, мы можем изобразить все соотношения этого *условного* двумерного мира z, t на плоском чертеже, откладывая на оси абсцисс расстояние z и по оси ординат время t .



Черт. 9.

Прежде всего, мы легко можем установить на этом чертеже вид различных мировых линий этого многообразия (черт. 9).

¹⁾ Если бы при таких условиях мы могли провести мировые линии всех субстанциональных точек Вселенной (т. е. атомов, электронов, или, говоря шире, вообще центров колебаний), то мы имели бы, — по весьма удачному выражению проф. В а с и л ь е в а, — „историю всей Вселенной в ее прошедшем и ее будущем“.

Очевидно, что для покоящейся субстанциональной точки координата z меняться не будет, т. е. $z = \text{const.}$; это уравнение в системе zt представляет, очевидно, уравнение прямой, параллельной оси t . Для субстанциональной точки, двигающейся равномерно, отношение пути z к времени t сохраняет постоянную величину, т. е. в общем случае зависимость z от t имеет линейный характер $z = at + b$; это уравнение представляет собою общее уравнение прямой, наклонной к оси t .

Наконец, для субстанциональной точки, двигающейся неравномерно, зависимость z от t будет выражаться различными не линейными функциями, очевидно, представляющими в системе zt уравнения различных кривых.

Таким образом, покоящимся и равномерно движущимся субстанциональным точкам в пространственно-временном мире Минковского соответствуют прямые мировые линии, а неравномерно движущимся субстанциональным точкам — кривые мировые линии.

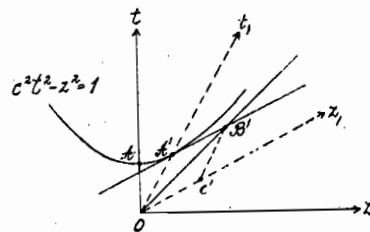
Все предыдущие рассуждения и построения настоящего параграфа одинаково возможны как в старой механике Ньютона, так и в новой механике Эйнштейна. Существенно новое заключается лишь в том, что в старой механике направления осей z и t по существу своему совершенно несравнимы и абсолютно независимы (самый вопрос о возможности такой зависимости в механике Ньютона прямо немыслим, в виду абсолютно самостоятельного характера течения космического времени, и условною ортогональностью осей z и t особо подчеркивается отсутствие всякой между ними связи), а в новой механике направления осей z и t оказываются органически между собою связанными и находящимися в тесной зависимости друг от друга.

Действительно, согласно изложенному выше, теория Эйнштейна утверждает, что формулировка законов природы не изменяется от перехода рассмотрения явления природы в системе zt (или, полнее, $xuzt$) к рассмотрению этого же явления в системе $z_1 t_1$ (или полное — $x_1 y_1 z_1 t_1$), если только связь между прежними координатами zt и новыми координатами $z_1 t_1$ такова, что этот переход оставляет инвариантным (т. е. неизменным) уравнение сферической волны,

т. е. выражение $z^2 - c^2 t^2$ (или полное $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$), как того требует принцип постоянства скорости света; из вышеизложенного мы знаем, между прочим, что этому требованию удовлетворяет связь zt и $z_1 t_1$, определяемая Лорентцовыми преобразованиями.

Отсюда непосредственно вытекает вывод: рассматривая какое-либо событие в пространственно-временном мире Минковского в координатной системе zt , мы в праве заменить данную систему zt новой системой $z_1 t_1$ лишь в том случае, если в новой системе выражение $z^2 - c^2 t^2$ сохранит свой прежний вид. Минковский показал, что это условие удовлетворяется лишь при таких изменениях в направлении (и масштабе) оси z , которые связаны с соответствующими одновременными и совершенно определенными изменениями направления (и масштаба) и оси t .

При этом Минковским указано и само построение, — чрезвычайно простое и наглядное, — при помощи которого можно по данным осям zt построить новые оси $z_1 t_1$, сохраняя при этом в новой координатной системе прежний вид выражения $z^2 - c^2 t^2$.



Черт. 10.

Построение это заключается в следующем (черт. 10)¹⁾:

В прямоугольной координатной системе zt строим гиперболу $c^2 t^2 - z^2 = 1$ и ее ассимптоты.

Так как это равенство при $z = 0$ дает $t = \frac{1}{c}$, то очевидно, что эта гипербола пересечет ось t в точке A , для которой расстояние $OA = \frac{1}{c}$. При помощи этой вспомогательной гиперболы мы можем построить ось z_1 , если нам дано направление оси t_1 . Пусть данное нам направление новой оси t_1 пересекает гиперболу в точке A' ; проводим через точку A' касательную к гиперболе до пересечения ее в точке B' с ассимптотой и

¹⁾ См. Герман Минковский. Пространство и время. Гл. I.

дополняем образовавшийся при этом треугольник OA^1B^1 до параллелограмма $OA^1B^1C^1$, определяя направление линии OC^1 .

Можно показать, что взяв ось OA^1 за новую ось t_1 , [с масштабом $OA^1 = \frac{1}{c}$] и построенную изложенным выше приемом ось OC^1 за новую ось z , [с масштабом $OC^1 = 1$], мы получим таковую косоугольную систему $z_1 t_1$, в которой выражение $z^2 - c^2 t^2$ имеет тот же вид, что и в прежней прямоугольной системе *), т. е. для которой будет существовать равенство:

$$z_1^2 - c^2 t_1^2 = z^2 - c^2 t^2.$$

Имея в виду, что, следуя этому методу, мы сможем для любого направления оси t_1 найти определенное направление соответствующей ей оси z_1 , мы можем прийти к выводу, что условная гипербола $c^2 t^2 - z^2 = 1$ играет в этом построении роль масштабной кривой, позволяющей по любой оси t_1 находить соответствующую ей ось z_1 , сохраняя при этом инвариантность выражения $z^2 - c^2 t^2 = 1$ **).

Переходя от плоскости к трехмерному пространству, а затем и к четырехмерному миру [при чем гипербола превратится в гиперboloид, а затем в аналог гиперboloида в четырехмерном мире], мы таким же способом сможем определить направление и остальных двух осей x_1 и y_1 , сохраняющее инвариантность выражения $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$.

Сохранение инвариантности выражения $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$, согласно изложенному выше, указывает на полную равноправность всех построенных таким образом координатных систем для равноценного выражения в них всех явлений природы, а это, в свою очередь, показывает, что принятая нами система взаимноортогональных координат $xyz t$, при помощи которой мы „арифметизируем“ четырехмерный мир Минковского, не

*) Это и сделано Минковским; останавливаться на этом доказательстве здесь мы не будем.

**) Нетрудно видеть, что при $c = \infty$, расстояние $OA = \frac{1}{c} = 0$, гипербола (и ось z_1) сливается с осью z , а ось t_1 сливается с осью t ; отсюда видно, что случай взаимной перпендикулярности осей zt (показывающий в сущности их независимость) есть предельный случай, соответствующий бесконечно большой скорости распространения света.

является единственно возможной и законной, но что на ряду с этой системой существует бесконечное количество определенным образом построенных систем косоугольных координат $x_1 y_1 z_1 t_1$, столь же приемлемых для правильной арифметизации мира, как и система $xyz t$.

В этом воззрении совершенно ясно выделяется относительный характер понятия времени, в чем, как об этом упоминалось выше, и заключается центральный пункт специальной теории относительности; действительно, любую (с известными, впрочем, ограничениями и оговорками) ось t_1 мы можем принять, взамен оси t , за ось времени: это повлечет за собою лишь необходимость соответственного изменения направлений пространственных осей xyz и заменит в четырехмерном мире ортогональную систему $xyz t$ косоугольной системой $x_1 y_1 z_1 t_1$, взаимные направления осей которой будут подчинены определенным условиям.

Из дальнейших примеров мы легко увидим, как при помощи построений Минковского можно в наглядной геометрической форме иллюстрировать все упомянутые выше аналитические выводы Эйнштейна.

Выше было отмечено, что покоящейся субстанциональной точке в четырехмерном мире соответствует мировая линия в виде прямой, параллельной оси t , а равномерно двигающейся — в виде прямой, наклонной к оси t . Положим, что данная субстанциональная точка, рассматриваемая нами в координатной системе $xyz t$, находится в равномерном движении, т. е., что ее мировая линия представляет прямую, наклонную к оси t ; взяв за новое направление оси t_1 направление, параллельное этой мировой линии (т. е., приняв за ось t_1 радиус вектор OA^1 масштабного гиперboloида, параллельный мировой линии данной точки), мы перейдем, согласно изложенному выше приему, к новой координатной системе $x_1 y_1 z_1 t_1$, в которой рассматриваемая нами мировая линия окажется параллельной новой оси t_1 , и, значит, в которой субстанциональная точка окажется в покое. Этот результат приводит нас к основной аксиоме, выражающей в сущности, как это мы видели выше в § 1, принцип относительности классической механики.

Равномерно движущаяся субстанция всегда может быть рассматриваема как покоящаяся при соответствующем выборе времени и пространства.

Таким образом [возвращаясь опять, для наглядности, от четырехмерного мира $x y z t$ к условному двумерному многообразию $z t$], переход от прямоугольной системы $z t$ к косоугольной системе $z_1 t_1$, выражает собою переход от системы, в которой находились в покое субстанциональные точки, имеющие мировую линию направления OA , к системе, в которой в покое находятся *другие* субстанциональные точки, в прежней системе находившиеся в состоянии равномерного движения, а именно субстанциональные точки, имеющие мировую линию направления OA^1 ; это значит, что переход от системы $z t$ к системе $z_1 t_1$ выражает, в сущности, переход от точки зрения одного наблюдателя (принимаемого нами за неподвижного) к точке зрения второго наблюдателя, равномерно двигающегося относительно первого. Это обстоятельство дает нам возможность наглядно и сразу же обнаружить и оценить на схеме Минковского то явление, которое, по мнению неподвижного наблюдателя, оказывает скорость v движения системы на масштабы времени и длины этой системы; действительно, чем быстрее движется система $z_1 t_1$, тем более наклонное положение занимает соответствующая ей ось t_1 , стремящаяся при $v=c$, как это легко доказать, слиться с асимптотой масштабной гиперболы, т. е. тем больше, по сравнению с прежней единицей времени OA , ее новые единицы времени OA^1 и тем меньше, по сравнению с прежней единицей длины OC , ее новые единицы длины OC^1 , т. е. тем больше, по мнению неподвижного наблюдателя, *замедляется в движущейся системе течение времени и сокращаются масштабы*, как этого требует новая теория.

Мы видели выше, что условием равноправности всех координатных систем четырехмерного пространственно-временного мира Минковского является инвариантность выражения:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \dots \dots \dots (a).$$

Эта инвариантность, как мы знаем, представляет собою следствие принципа постоянства скорости света и является, в сущности, постулатом сферичности световой волны с центром

колебаний в начале координат и с начальным моментом колебаний, равным нулю; если же мы примем, что координаты центра колебаний $x_0 y_0 z_0$ и начальный момент t_0 отличны от нуля [отчего, разумеется это выражение не потеряет своей инвариантности], то выражение это, очевидно, примет вид:

$$[x - x_0]^2 + [y - y_0]^2 + [z - z_0]^2 - c^2 [t - t_0]^2 \dots \dots (b).$$

Положим теперь, что мы наблюдаем в четырехмерном мире Минковского два мировых события: одно в мировой точке $x_1 y_1 z_1 t_1$ и другое в мировой точке $x_2 y_2 z_2 t_2$.

Мы можем рассматривать совокупность этой пары явлений в разнообразнейших координатных системах, лишь бы во всех этих системах выражение (b) оставалось инвариантным, т. е. лишь бы введение новых систем не меняло значения этого инварианта для любых двух точек нашего мира, т. е. лишь бы сохраняло свою силу равенство:

$$[x_1 - x_2]^2 + [y_1 - y_2]^2 + [z_1 - z_2]^2 - c^2 [t_1 - t_2]^2 = \text{const.}$$

Обозначая эту постоянную через $-S^2$ и вводя обозначения

$$[x_1 - x_2]^2 + [y_1 - y_2]^2 + [z_1 - z_2]^2 = L^2 \text{ и } t_1 - t_2 = T^2,$$

получим:

$$S^2 = c^2 T^2 - L^2 \dots \dots \dots (d).$$

Замечая, что выражение S^2 , зависящее от координат двух точек четырехмерного мира, должно оставаться инвариантным, т. е. неизменным, при любой возможной системе наблюдения, мы в праве заключить, что выражение это характеризует некоторое *основное* отношение этих двух точек, свойственное взаимному их расположению, а не *случайное* отношение, зависящее от системы наблюдателя; этот инвариант носит название *мирового интервала двух мировых точек*, играя в четырехмерном пространственно-временном мире эту же роль, которую в трехмерном пространственном мире играет „*расстояние*“ между двумя точками.

Ланжевэн ¹⁾, сравнивая два мировых события A и B , отличает по характеру интервала три различных случая:

¹⁾ См. J. Becquerel, Theorie d'Einstein.

1. Квадрат интервала отрицателен, т. е. $S^2 < 0$; отсюда следует, что:

$$L^2 = |x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 > c^2 T^2.$$

В этом случае расстояние L между точками, в которых происходят события, больше, чем путь cT , который пробегает луч света в течение промежутка времени, разделяющего эти события. Простой расчет [основанный на применении преобразований Лорентца] показывает, что в этом случае последовательность этих двух событий неопределенна: существует бесчисленное множество систем отчета, в которых событие A предшествует событию B , бесчисленное множество систем, где событие A , наоборот, следует за событием B и, наконец, существует одна система, где событие A одновременно событию B . Два такие события, которые путем соответствующего выбора системы отсчета могут быть приведены к совпадению *во времени* образуют так называемую *пару в пространстве*. Пространственное расстояние между ними L будет наименьшим в той системе отсчета, в которой оба эти события совпадают *во времени*, так как при постоянном и отрицательном

$$S^2 = c^2 T^2 - L^2,$$

расстояние $L^2 = c^2 T^2 - S^2$ достигает своего minimum'a [равного по абсолютной величине S^2] при $T=0$, т. е. при совпадении этих событий *во времени*.

2. $S=0$, т. е. $L=cT$. Если $S=0$, то во всех системах расстояние L между точками, в которых происходят события, точно равно пути, проходимому световым лучом за промежуток времени, разделяющий эти события. Оба события находятся по термину Ланжевэна в *абсолютном совпадении*.

3. Квадрат интервала положителен, т. е. $S^2 > 0$; отсюда следует, что $L^2 < c^2 T^2$, т. е. расстояние L между точками короче, чем путь cT , который пробегает световой луч в течение промежутка времени, разделяющего эти события. При помощи несложных выкладок, пользуясь формулами Лорентца, можно показать, что в этом случае порядок последовательности этих событий вполне определен и что ни в одной системе отсчета события эти нельзя сделать одновременными, т. е. при-

вести их в совпадение *во времени*; но зато в определенной системе их возможно привести в совпадение *в пространстве* и расчет показывает, что система эта будет той, в которой промежуток времени, их разделяющий, будет иметь свой minimum.

Такие события образуют *пару во времени*.

Так как порядок последовательности *пар в пространстве* [$S^2 < 0$] неопределен, то события, образующие такую пару, не могут стоять в причинной зависимости друг от друга, так как причина и следствие для разных наблюдателей обменялись бы в этом случае своими местами, что, очевидно, противоречит понятию о причинности.¹⁾ Обратно, *пары во времени* ($S^2 > 0$) по тем же соображениям могут (но, очевидно, не всегда должны) быть в причинной связи. Таким образом, *инвариант S^2* , по словам Ланжевэна, *указывает на возможность взаимного влияния или взаимодействия между двумя мировыми событиями*.

Мы видели, что четырехмерный пространственно-временный мир Минковского является четырехмерным многообразием трех пространственных *хуз* и одной временной t координат и что все законы природы остаются инвариантными при переходе от координат $хузt$ к любым другим координатам x_1, y_1, z_1, t_1 , лишь бы при этом переходе оставалось неизменным выражение

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2.$$

Эту инвариантность всех законов природы по отношению к линейным преобразованиям координат, оставляющим неизменной функцию $x^2 + y^2 + z^2 + c^2$ [т. е. по отношению к преобразованиям Лорентца], Минковский назвал *мировым постулатом*; таким образом, мировой постулат Минковского представляет собою, в сущности, не что иное, как лишь обобщенную, но сжатую формулировку исходного пункта специальной теории относительности Эйнштейна.

Введя вместо времени t новую переменную τ , связанную с временем соотношением

$$\tau = ct \sqrt{-1},$$

¹⁾ В противном случае, явилась бы возможность „телеграфировать в прошлое“ (пример Эйнштейна).

мы получим для четырехмерного пространственно-временного мира

$$x \ y \ z \ \tau$$

инвариант в виде выражения

$$x^2 + y^2 + z^2 + \tau^2,$$

так как из равенства

$$\tau = ct \sqrt{-1}$$

имеем

$$c^2 t^2 = -\tau^2,$$

а, следовательно, инвариантное выражение

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

может быть представлено в виде

$$x^2 + y^2 + z^2 + \tau^2.$$

В этой формулировке исчезает всякое формальное отличие между тремя пространственными и временной координатами и, подчеркивая отсутствие этого отличия заменой букв x, y, z буквами x_1, x_2, x_3, x_4 , мы можем формулировать мировой постулат в наиболее общем его виде в форме *утверждения инвариантности законов природы четырехмерного мира x_1, x_2, x_3, x_4 при всех преобразованиях координат, оставляющих неизменным выражение*

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2.$$

Так как всякое преобразование координат сводится к переходу от прежней координатной системы к новой, т. е. к установлению новой системы отсчета или новой *метрики*, то мировой постулат утверждает, что *мир есть такое четырехмерное многообразие, метрика которого должна оставлять инвариантным выражение $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$* , или, говоря языком исчисления бесконечно малых, выражение

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2.$$

Мы знаем, что наше обычное Евклидово пространство представляет собою трехмерное многообразие x, y, z , в котором можно выражать законы геометрии в бесконечно разнообразных координатных системах; однако, мы знаем, что законы

геометрии трехмерного мира x, y, z сохраняют свою форму только при таких координатных преобразованиях, которые оставляют неизменным выражение

$$dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

представляющее, как известно, собою квадрат „расстояния“ ds между двумя точками, так как в противном случае, при переходе от одной координатной системы к другой, „расстояние“ между точками фигуры изменится, т. е. фигура исказится, а, следовательно, законы геометрии, выраженные в двух координатных системах, не останутся тождественными, т. е. инвариантными. Таким образом, вспомнив, что наше *пространство* [в котором находят выражение *геометрические законы*] есть такое трехмерное многообразие $[x_1, x_2, x_3]$, метрика которого оставляет инвариантным выражение $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$, и, установив, что четырехмерный мир Минковского [в котором осуществляются наши *физические явления*] есть такое четырехмерное многообразие $[x_1, x_2, x_3, x_4]$, метрика которого оставляет инвариантным выражение $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$, — мы в праве заключить, что *физика* нашего трехмерного мира в новом воззрении становится *геометрией* четырехмерного пространственно-временного мира Минковского.

Действительно, в формуле этой четырехмерной *геометрии*, благодаря равенству

$$x_4 = ct \sqrt{-1},$$

т. е.

$$dx_4 = c \sqrt{-1} dt,$$

входит *физическая* постоянная нашего трехмерного мира, а именно — скорость c распространения света.¹⁾

Поясним сказанное примером.

В геометрии четырехмерного пространства мы можем, по аналогии с трехмерным пространством, говорить о длине „линии“ этого пространства, определяя длину участка мировой линии между двумя мировыми точками A и B , как предел суммы (т. е. интеграл) бесконечно большого числа бесконечно малых

¹⁾ Мы можем избежать термина скорость (вводящего за собой пространство и время), если под c будем подразумевать отношение между электростатическими и электромагнитными единицами электричества.

интервалов между бесконечно близкими событиями, расположенными по данной мировой линии при переходе от события A к событию B ¹⁾. Таким образом длина участка мировой линии между событиями A и B определится значением

$$\int_A^B dS \text{ или } \int_A^B [cdT - dL],$$

так как выше было установлено, что

$$dS = cdT - dL.$$

В виде первого примера положим, что мировая линия представляет собою мировую (т. е. пространственно-временную) *линию распространения светового луча*; очевидно, по самому определению этой линии, — что пространственное расстояние dL между любыми двумя точками этой линии точно равно cdT , где dT есть промежуток времени между выходом луча света из первой точки (событие A) и проходом луча во вторую точку (событие B), т. е. что для линии распространения луча света $dL = cdT$.

Очевидно, что при этом условии для таких линий

$$dS = cdT - dL = 0,$$

т. е. для мировой линии *распространения света*

$$\int_A^B ds = 0,$$

или, другими словами, в нашем четырехмерном мире, оказывается, имеются *геометрические мировые линии нулевой длины, физически соответствующие траектории световых лучей*.

В виде второго примера зададимся вопросом об отыскании так называемой геодезической линии четырехмерного пространства, т. е. линии кратчайшего интервала между двумя событиями. Задачи о кратчайших расстояниях решаются, как

¹⁾ Это определение длины участка мировой линии в четырехмерном пространстве, очевидно, соответствует определению длины участка обыкновенной линии в трехмерном пространстве, если понятия „мировая линия“ и „событие“ заменить понятиями „линия“ и „точка“.

известно, при помощи вариационного исчисления, путем приравнивания так называемой вариации δ выражения

$$\int_A^B ds$$

расстояния—нулю, т. е. характер геодезической линии определяется равенством

$$\delta \int_A^B ds = 0.$$

Следует отметить, что вариация функции равняется нулю не только в случаях minimum'a [т. е. в данном случае наличия кратчайшего интервала], но и в случаях maximum'a, [т. е. наличия длиннейшего интервала]. Подробный анализ показывает, что в рассматриваемом случае minimum'a нет [что и следовало ожидать при наличии линий нулевой длины, каковы пространственно-временные траектории световых лучей], но что зато существуют „длиннейшие“ линии, которым, как показывает тот же анализ, соответствуют линии, выражаемые уравнениями

$$\begin{aligned} x &= a_1 p + b_1 \\ y &= a_2 p + b_2 \\ z &= a_3 p + b_3 \\ t &= a_4 p + b_4 \end{aligned}$$

где p есть некоторый параметр.

Вид этих уравнений сразу же показывает, что эта мировая линия соответствует равномерному [$t = a_4 p + b_4$] движению по прямой пространственной линии [$x = a_1 p + b_1$, $y = a_2 p + b_2$, $z = a_3 p + b_3$], т. е. так называемой инерциальной траектории, так как, по закону инерции классической механики, равномерное и прямолинейное движение отвечает движению данной массы *по инерции*, т. е. при отсутствии действующих на массу сил.

Таким образом, оказывается, что в четырехмерном мире Минковского имеются геометрические *мировые линии наибольшей длины, т. е. наибольшего расстояния между двумя мировыми точками, и что эти линии физически соответствуют инерциональным траекториям масс, движущихся при отсутствии действующих на них сил*.

§ 5.

Главнейшие основания общей теории относительности.

(Инерция и тяготение).

Из всего изложенного выше мы видим, что специальная теория относительности,—являясь синтезом принципа относительности классической механики и эмпирически установленного принципа постоянства скорости света,—утверждает, что законы, управляющие всеми физическими явлениями как механическими, так и электродинамическими ¹⁾,—выражаются в совершенно одинаковой форме во всех системах (средах), относительно движения которых (по отношению друг к другу) *равномерно и прямолинейно*.

Таким образом, по этому воззрению, „состояние равномерного и прямолинейного движения“ имеет в мироздании какое-то особое, привилегированное положение, т. е. отсутствие ускорения почему-то придает движению особое значение, сообщая ему признаки какого-то *абсолютного* явления, выделяющегося среди других (ускоренных или замедленных) движений. Нетрудно видеть, что это привилегированное положение равномерного и прямолинейного движения, придающее этому движению характер *абсолюта*, составляет наиболее слабое место теории, претендующей на название теории *относительности*. При таких

¹⁾ Свет, как известно, представляет собою явление электромагнитное, и законы распространения света относятся к области электродинамики эфира. Принцип относительности классической механики имел силу в области чисто механических явлений; специальная теория относительности включила в сферу его применения также и область электродинамических явлений.

условиях является вполне естественным стремление раздвинуть узкие рамки специального принципа относительности и, отбросив ограничение его применимости частным случаем равномерного и прямолинейного движения, *попытаться утвердить его и для движений ускоренных и замедленных*, т. е. для всех вообще существующих и мыслимых движений. Если бы такая попытка оказалась успешной, принцип относительности,—охватывая собою все многообразие движений, явился бы действительно универсальным, мировым законом, управляющим не только специальной областью механики равномерного и прямолинейного движения, но и общей областью механики любых движений, т. е. превратился бы из *специального принципа* относительности в *общую теорию*.

Руководствуясь этим стремлением к обобщению, Эйнштейн положил в основание своих дальнейших исследований, приведших его к установлению общей теории относительности, новую гипотезу или, правильнее, новый постулат. Согласно этому постулату, *законы всех физических явлений должны выражаться в одинаковой форме во всех системах (средах)* независимо от того, находятся ли эти системы в состоянии относительного покоя или относительного движения как равномерного и прямолинейного, *так и неравномерного (ускоренного или замедленного) и криволинейного*.

Этот постулат является исходным пунктом общей теории относительности и принятие его связано с чрезвычайными формальными трудностями, преодоление которых оказалось возможным исключительно благодаря действительно гениальной интуиции Эйнштейна.

Прежде всего, придадим этому постулату несколько иную, более удобную для дальнейших выводов, форму, облегчающую уяснение его физического значения и неожиданно выявляющую глубочайшую связь, существующую между общей теорией относительности и *проблемой всемирного тяготения*; эта связь является одним из наиболее ценных мест новой теории, так как, благодаря этой связи, новой теории удалось попутно пролить хотя бы некоторый свет на характер неразгаданной до сего времени силы всемирного тяготения. В виду того, что вопрос о всемирном тяготении является центральным вопросом

общей теории относительности, мы остановимся на нем несколько подробнее.

Как известно, классическая механика приписывает „материи“, т. е. материальным телам, движущимся в пространстве, два основных свойства:

1) По *закону инерции*, материальное тело обладает так называемой „косностью“, т. е. стремится сохранить (по величине и по направлению) ту скорость, которой она обладает, *пассивно* сопротивляясь всякой внешней силе F , пытающейся изменить эту скорость; сила J возникающего при этом пассивного сопротивления [равная по величине и обратная по знаку, в виду закона равенства действия и противодействия, силе F], пропорциональна ускорению w [т. е. изменению скорости] и называется силой инерции.

2) Согласно *закону всемирного тяготения*, материальные тела связаны друг с другом так называемым взаимным „тяготением“, т. е. каждое тело стремится притягивать к себе равноускоренным движением всякое другое материальное тело, а следовательно, и, обратно, в свою очередь, притягиваться другими материальными телами; сила P *активного* влияния одного тела на другое пропорциональна получаемому телом ускорению w и называется силой тяготения или гравитационной силой.

Таким образом, мы видим, что, согласно основным законам механики Ньютона, и *сила инерции* J [т. е. та пассивная сила, с которой материальное тело сопротивляется всякой попытке изменить его скорость] и *сила тяготения* P [т. е. та активная сила, с которой материальное тело притягивается всяким другим материальным телом] *пропорциональны* одной и той же величине, а именно—наблюдаемому ускорению w данного тела.

Обозначая коэффициент пропорциональности в первом случае (для силы инерции) буквою m_i и во втором случае (для силы тяготения) буквою m_p , мы получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} -J &= m_i w, \\ P &= m_p w. \end{aligned}$$

По существу коэффициенты m_i и m_p , очевидно, не имеют ничего общего между собою: как указывалось выше, первый

из них m_i характеризует *пассивное сопротивление* данного тела действующим на него внешним силам, а второй — m_p — *активное воздействие* данного тела на другое. Нет решительно никаких логических и теоретических оснований считать оба эти коэффициента m_i и m_p тождественными.

Однако, несмотря на это, классическая механика это именно и делает, называя каждый из этих коэффициентов *массою* m данного тела, т. е. не делая различия между коэффициентом m_i , который следовало бы назвать *инертною* массою, и коэффициентом m_p , могущим быть названным *весомою* массою ¹⁾.

Следует ли, однако, отсюда, что, благодаря этому смешению понятий, выводы классической механики, будучи построены на произвольном допущении, оказываются в этом отношении опороченными? Отнюдь нет, и Эйнштейну принадлежит заслуга как выяснения этого недоразумения, так и (что главное) совершенно нового истолкования результатов его.

Действительно, если,—как это указано выше,—нет никаких теоретических оснований для того, чтобы а priori принять равенство инертной и весовой масс, то существует давно известный факт, который устанавливает это равенство путем *чисто опытным* и тем подводит опытный фундамент под произвольное построение классической механики. Факт этот заключается в том, что *все тела* (как это установлено в опыте с исчерпывающей достоверностью) *падают* (в пустоте) *одинаково быстро, т. е. с одинаковым ускорением*; численная величина этого ускорения на земной поверхности, как известно, равна $g = 981 \frac{\text{сант.}}{\text{сек.}^2}$. Этот простой и давно известный факт

¹⁾ Для уяснения полной произвольности этого предположения классической механики положим, что мы имеем два тела массы $m = 1$ и $m = 2$; это значит, что под влиянием любой данной силы первое тело получит вдвое большее ускорение, чем второе; значит ли это, однако, что первое тело должно почему-то притягивать к себе любое третье тело вдвое слабее, чем это будет делать второе? Совершенно ясно, что оба эти вопроса ничего общего между собою не имеют и что второй из них, относящийся к области тяготения, отнюдь не вытекает а priori из первого, относящегося к области инерции.

влечет за собою простое следствие исключительно большого принципиального значения ¹⁾).

Пусть тело инертной массы m_i и весомой массы m_p свободно падает под влиянием силы тяжести (на земной поверхности) с ускорением w . Сила, действующая на тело инертной массы m_i , движущейся с ускорением w , равна, как указано выше, $F = -J = m_i w$; с другой стороны, сила, действующая на тело весомой массы m_p , падающей на земной поверхности под влиянием силы тяжести, равна $P = m_p g$. Следовательно, для данного тела имеем:

$$m_i w = m_p g,$$

т. е.

$$w = \frac{m_p}{m_i} g.$$

Но опыт показывает, что ускорение w постоянно, т. е. что $w = const$; отсюда следует, что $\frac{m_p}{m_i} = k = const$, т. е. что весомая и инертная массы данного тела пропорциональны друг другу, а так как выбор единиц для m_p и m_i совершенно независим друг от друга и произволен, то никто не мешает нам в равенстве $m_p = k m_i$ признать $k = 1$, т. е. притти к выводу

$$m_i = m_p,$$

показывающему, что *инертная и весомая масса тел равны между собою* ²⁾).

Если инертная масса тела оказывается всегда численно равной, а следовательно тождественной его весомой массе, то оба столь различных до сего времени явления, как *инерция* и *тяготение*, оказываются, благодаря этому, не только имеющими общее происхождение, но и всецело сведенными друг к другу

или неразрывно между собою слитыми, так как отличить одно явление от другого, благодаря равенству $m_i = m_p$, мы не можем. Эмпирически установленное равенство $m_i = m_p$ возведено Эйнштейном в ранг принципа, сливающего воедино столь различные до сего времени понятия, как инерция и тяготение.

Если мы вспомним теперь, что под влиянием сил инерции материальные тела стремятся двигаться равномерно и прямолинейно, а под влиянием сил тяготения материальные тела движутся неравномерно и в общем случае криволинейно,—то мы легко поймем, что установленная выше тождественность инертной и весомой масс, сливая воедино инерцию и тяготение, тем самым объединяет в своем источнике встречающиеся в явлениях природы прямолинейное и равномерное движение (т. е. движение по инерции) с движениями неравномерными и криволинейными (т. е. с движением под влиянием сил) и дает, таким образом, конкретное содержание основной гипотезе общей теории относительности, постулирующей тождественную формулировку (т. е. инвариантность) законов природы, независимо от того, движется ли система отчета равномерно и прямолинейно или неравномерно и криволинейно.

Рассмотрим теперь подробнее одно из весьма важных следствий установленного выше равенства $m_i = m_p$, дающее возможность наметить путь дальнейшего развития общей теории относительности.

Положим, что некоторый наблюдатель находится в закрытом со всех сторон помещении, не имеющем общения с внешним миром; пусть, например, это будет *закрытый со всех сторон ящик* достаточных размеров, неподвижно стоящий на земной поверхности. Внутри этого ящика, очевидно, действует сила тяжести, непосредственно ощущаемая и наблюдаемая по ее действию нашим наблюдателем; другими словами, внутри ящика, как говорят, действует *поле тяготения* или *гравитационное поле*.

По каким признакам наблюдатель, находящийся внутри ящика, заметит присутствие этого гравитационного поля? Он увидит, что предметы, предоставленные самим себе, будут

¹⁾ Приходится, действительно, удивляться, как никто до Эйнштейна не заметил этого следствия; повидимому, нужен особый дар, чтобы уметь заметить новое в том, что особенно нам привычно.

²⁾ Более подробно этот вопрос изложен автором в другой его работе: см. Арнольд. Инерция и тяготение с точки зрения теории относительности Эйнштейна, § 3.

равноускоренно падать вниз, т. е. ко дну ящика (мы предполагаем отсутствие сопротивления движению, т. е. падение в пустоте), а подпертые чем-либо предметы (например, рукой наблюдателя или дном ящика) будут давить с определенной силою на подставку. Характер движения падающих и величина давления подпертых предметов будут зависеть от величины m_p весомой массы этих предметов.

Пусть теперь гравитационное поле в этом ящике почему-либо вдруг исчезнет (т. е. все предметы вдруг сделаются невесомыми), а сам ящик (вместе с наблюдателем, заключенным в нем) будет, благодаря какой-либо внешней силе, равноускоренно двигаться вверх, т. е. в направлении, обратном действию прежней силы тяжести, и при том с ускорением, равным по величине ускорению силы тяжести. Сможет ли наш наблюдатель, находящийся внутри ящика, обнаружить это исчезновение гравитационного поля в области его наблюдений? Предметы, находящиеся внутри ящика, будучи теперь невесомыми, останутся, очевидно, (по инерции) в покое, но весь ящик равноускоренно будет подниматься „вверх“, т. е. дно ящика будет равноускоренно приближаться к „покоящимся“ предметам; встретив эти предметы, дно ящика (или рука наблюдателя, или другие опоры, связанные с дном) увлечет эти предметы в своем движении, при чем, в силу инерции, эти предметы, сопротивляясь этому движению и стремясь остаться в покое, будут давить на дно (или руку) с определенной силой; величина этого давления будет зависеть от величины инертной массы m_i этих предметов.

Наблюдатель, находящийся *вне ящика*, очевидно, легко отличит этот случай от предыдущего, но наблюдатель, заключенный *внутри ящика*, отличить эти случаи не сможет: действительно, этот наблюдатель видит, в сущности, в обоих случаях ни что иное как *сближение предметов и дна ящика*, установить же, происходит ли движение предметов к неподвижному дну (т. е. явление падения, объясняемое присутствием гравитационного поля) или встречное движение дна к неподвижным предметам (т. е. поднятие ящика, объясняемое его ускоренным движением вверх)—этого наблюдатель не может.

В самом деле, ускорение w падающих предметов в первом случае равно (и обратно по направлению) ускорению поднимающегося дна ящика во втором случае. Давление предметов на дно (или руку наблюдателя) в первом случае (когда мы имеем дело с тяготением) равно произведению *весомой* массы на ускорение, т. е. $m_p w$, а во втором—(когда мы имеем дело с инерцией) произведению *инертной* массы на ускорение, т. е. $m_i w$; но в силу установленного выше равенства $m_i = m_p$, эти давления в обоих случаях одинаковы, т. е. $m_p w = m_i w$, почему *наблюдатель, находящийся внутри системы (ящика), никакими наблюдениями не сумеет отличить наличия гравитационного поля внутри его системы от прямолинейного равноускоренного движения всей системы* ¹⁾.

Этот вывод приводит нас к очень важному положению, названному Эйнштейном *принципом эквивалентности*: оказывается, что *равноускоренное прямолинейное движение системы и поле тяготения внутри системы*, с точки зрения формулировки физических явлений, друг другу *эквивалентны*, а следовательно неотличимы.

Положим теперь, что мы имеем материальное тело или, для упрощения, материальную точку, свободно движущуюся *вне гравитационного поля*, т. е. не подверженную действию сил тяжести. Такая предоставленная сама себе точка будет, как известно, двигаться по инерции, а следовательно, по основному закону инерции, сохранит состояние равномерного и прямолинейного движения; траектория такой точки будет траекторией инерциального движения, т. е. *прямой линией*.

Предположим теперь, что та же материальная точка будет двигаться *внутри определенного гравитационного поля*, т. е. будет находиться *под влиянием сил тяжести*. Так как в этом случае точка перестанет быть предоставленной самой себе и движение будет совершаться под влиянием сил, то движение

¹⁾ Необходимо отметить, что этот вывод оказалось возможным сделать исключительно благодаря установленному выше равенству $m_i = m_p$, иначе наблюдатель внутри ящика, отличая силу $m_p w$ от силы $m_i w$, смог бы отличить присутствие гравитационного поля от наличия равноускоренного движения всего ящика.

это, очевидно, перестанет считаться инерциальным, будет неравномерным и траектория его будет некоторой *кривой*. Здесь появление сил тяжести вызвало замену *прямолинейной* инерциальной траектории *криволинейною* гравитационною траекторией.

Однако, в силу эквивалентности поля тяготения равноускоренному движению всей системы, мы можем считать, что и во втором случае наша точка продолжает двигаться по инерции, т. е. сама по себе и без влияния сил тяжести, но лишь вся система наблюдения получает равноускоренное движение навстречу прежнему направлению силы тяжести. Очевидно, будем ли мы считать, что у нас имеется в наличии гравитационное поле, или предположим, что мы имеем дело с равноускоренным движением системы отсчета, траектория точки останется, разумеется, попрежнему, криволинейной. Существенная разница будет лишь в том, что в первом случае [воззрение Ньютона], т. е. при наличии гравитационного поля, движение точки не может быть уже названо движением по инерции [так как в явлении участвуют силы тяжести], а во втором случае [воззрение Эйнштейна], т. е. при отсутствии поля тяготения и замене его эквивалентным ему равноускоренным движением системы, *движение точки должно быть признано за движение по инерции* [так как никаких сил тяжести нет]¹⁾.

Значит, согласно воззрению Эйнштейна, оба движения [и прямолинейное и криволинейное] являются *движениями по инерции*; имея при этом в виду, что поля тяготения [с их динамическим характером], согласно принципу эквивалентности, всегда могут быть заменены равноускоренным движением системы отсчета [т. е. явлением *кинематического* характера], можно сказать, что, согласно Эйнштейну, *всякое* движение может быть названо *движением по инерции*, так как сила тяготения *всегда*²⁾ может быть исключена приданием всей системе равноускоренного движения.

1) Другими словами, динамическое объяснение криволинейности траектории (сила тяготения) заменено во втором случае *кинематическим* (равноускоренное движение системы).

2) В случае центральных полей тяготения, каково, например, тяготение земное, исключить *все* поле тяготения, очевидно, нельзя, т. к. координатная

Здесь мы подходим к центральному пункту общей теории относительности. Всякое движение материального тела по новым воззрениям есть движение по инерции; но инерциальная траектория будет *прямой* лишь в покоящейся или равномерно движущейся системе отсчета [по прежним воззрениям лишь *вне* поля тяготения], во всякой же системе, ускоренно-двигающейся [по прежним воззрениям в поле тяготения], — инерциальная траектория будет *кривой*.

Если это так, то классический закон механики Ньютона *общий* закон инерции, утверждающий, что тело предоставленное самому себе, т. е.двигающееся по инерции, *всегда* будет двигаться *по прямой*, есть закон неверный или, по крайней мере, *не общий*: он будет верен для покоящихся или равномерно и прямолинейнодвигающихся систем отсчета и, очевидно, не верен для систем,двигающихся неравномерно. Однако, основной постулат общей теории относительности требует, чтобы законы всех физических явлений [*а значит и закон инерции*] выражались совершенно *одинаково* как в покоящейся или равномерно и прямолинейно движущейся системе отсчета, так и вдвигающейся ускоренно.

Постулируя, таким образом, *обязательную прямолинейность инерциальной траектории* во всех системах отсчета, мы вынуждены, для сохранения закона инерции, как закона *общего*, отвергнуть обычное представление о „прямой“ и признать вместе с Эйнштейном, что *характер «прямой» [как траектории инерциального движения] существенно различен в областях гравитационного поля [т. е. вблизи тяготеющих масс] и в областях, свободных от тяготения.*

Мы видим теперь, что новая теория в ее общем виде существенно изменила нашу точку зрения на обычную физику и геометрию.

Действительно, эта теория прежде всего раздвинула рамки прежнего Ньютонова понятия о движении по инерции: новое Эйнштейново понятие о движении по инерции вклю-

система не может равноускоренно двигаться сразу *по всем* направлениям от центра тяготения; центральное поле можно исключить лишь в достаточно *малой* области и на достаточно *малое* время.

часть теперь и движение под влиянием сил тяжести. При этих условиях сохранить прежнюю формулировку закона инерции удалось, как мы видели, лишь ценою такого же расширения прежнего понятия о прямой: новое расширенное понятие „прямой“ включает теперь и прежнее понятие кривой.

В чем же заключается, в сущности, главная мысль новой теории?

Она заключается в чрезвычайно смелом и новом воззрении на *роль тяготеющих масс*.

Из изложенного выше мы видели, что прежняя классическая механика считала, что материальное тело в отсутствии тяготеющих масс [т. е. предоставленное самому себе и не притягиваемое другими телами] движется по инерции по прямой, вблизи же тяготеющих масс [т. е. под влиянием сил притяжения] траектория искривляется, превращаясь в кривую; *роль тяготеющих масс выражалась в этом случае в искривлении* в окружающей их области (силами тяготения) *инерциальной траектории*.

Новое воззрение, исключая из своего рассмотрения силы тяготения, считает, что всякое движение материального тела всегда может быть принято за движение по инерции по „прямой“. *Роль тяготеющих масс выражается в этом случае в изменении в окружающей их области характера пространства*, получающего вблизи этих масс особую структуру, меняющую в этой области характер „прямой“.

Каким, однако, образом можем мы говорить о различных „структурах“ пространства, когда полная однородность и изотропия окружающего нас „пространства“ является первой основой как школьной геометрии, так и всей обычной физики? Для уяснения себе этого вопроса, имеющего центральное положение в общей теории относительности, нам придется несколько углубить как самое понятие о „прямой“ линии, так и характер некоторых аксиом, лежащих в основании нашей геометрии.

Что называем мы, в сущности, „прямой“ линией? Обычное определение прямой, как кратчайшего расстояния между двумя точками [помимо того, что самая поверхностная критика вызывает уже ряд сомнений в этом определении, как основанном

на далеко не очевидной аксиоме], не имеет решительно никакого *физического* содержания; принимают, что физическим осуществлением „прямой“ является путь луча света; с другой стороны, ту же „прямолинейность“ физически приписывают инерциальной траектории. Но где же уверенность, что траектория луча свега и траектория материального тела, движущегося по инерции, или край линейки, действительно, соответствуют *одному и тому же* геометрическому образу, а именно—нашему „кратчайшему расстоянию между двумя точками“? Очевидно, доказать это в опыте невозможно.

Наше условное понятие о „прямой“ лучше всего выясняется, если мы попытаемся подойти поближе к самим источникам нашей обычной геометрии, построенной по дедуктивному методу Евклида. В первой книге своих „Элементов“ Евклид, как известно, устанавливает ряд определений, аксиом и постулатов, т. е. недоказуемых и неподлежащих доказательству положений, которые и служат ему исходными пунктами для всех дальнейших построений и выводов. Среди этих постулатов имеется знаменитый *V постулат*, на котором основывается вся теория параллельных линий, утверждающий, что *«через точку вне прямой можно провести только одну прямую параллельную данной»*.¹⁾ Было давно уже обращено внимание, что постулат этот далеко не очевиден; бесчисленные попытки доказать его, идущие от античности до Лежандра, показали лишь полную его произвольность, и первым, признавшим его недоказуемость и необязательность, был великий математик начала прошлого века Гаусс. Доказано, что с таким же правом мы можем заменить это произвольное утверждение другими, ему противоположными, столь же произвольными, но имеющими такое же право на существование, как и утверждение Евклида. Таких утверждений, отрицающих *V постулат*,

¹⁾ Этот постулат известен под названием „аксиомы о параллельных линиях“ и иногда приводится в виде XIII аксиомы; приведенная выше формулировка представляет не самый постулат, но прямое следствие из него. Определение параллельности Евклид дает в XXIII определении, называя параллельными такие прямые линии, которые лежат в одной плоскости и, будучи неограниченно продолжены в обе стороны, между собою не пересекаются.

как в этом легко убедиться, может быть два: мы можем принять или, что «*через точку вне прямой можно провести две прямые, параллельные данной*», или, что «*через точку вне прямой нельзя провести ни одной прямой, параллельной данной*».

Заменяя V постулат *первым* из этих утверждений и сохраняя все прочие исходные пункты Евклида, мы можем построить последовательную и логически безукоризненную геометрию, существенно отличающуюся от Евклидовой геометрии. Этот путь был открыт почти одновременно и независимо друг от друга русским математиком Н. И. Лобачевским (1829) и венгерским офицером Болиай, а потому этот тип геометрии носит название геометрии Лобачевского—Болиай или, по терминологии Клейна, гиперболической геометрии.

Заменяя V постулат *вторым* из этих утверждений и сохраняя в силе все прочие аксиомы, мы можем построить столь же безукоризненную новую геометрическую систему, называемую геометрией Риманна или, согласно Клейну, эллиптической геометрией.

Обе эти геометрии,—геометрия Лобачевского—Болиай и геометрия Риманна,—будучи логически совершенно равноправны и равноценны с геометрией Евклида [относимой, по Клейну, к группе так называемой параболической геометрии], отличаются от нее целым рядом особенностей, весьма часто поражающих, на первый взгляд, своей парадоксальностью.

Так, например, в геометрии Евклида сумма углов треугольника равна двум прямым углам; оказывается, что в геометрии Лобачевского эта сумма меньше двух прямых углов, а в геометрии Риманна—больше.

Чрезвычайно трудно представить необычные образы этих геометрий в привычных нам формах Евклидова пространства; но оказывается, что самая парадоксальность некоторых из положений этих геометрических систем дает известные указания на возможность хотя бы условного их изображения в Евклидовых формах. Не имея возможности, не выходя из пределов нашей темы, подробно останавливаться на этих соображениях, ограничимся, в виде примера, случаем геометрии Риманна в области двух измерений. Мы видели выше, что

в геометрии Риманна сумма углов треугольника больше двух прямых углов; но мы знаем, что и в геометрии Евклида есть область двух измерений, в которой сумма углов треугольника тоже больше двух прямых углов: это—поверхность сферы (шара).

Вот эта-то поверхность сферы и представляет в Евклидовом мире некоторую аналогию с плоскостью Риманна, и многие из свойств плоской геометрии Риманна находят, как оказывается, свое условное отражение в свойствах сферической геометрии¹⁾.

В частности, роль „прямых“ (т. е. кратчайших расстояний между двумя точками) на сфере играют дуги больших кругов: эти дуги больших кругов имеют (по своим свойствам) некоторое сходство с „прямыми“ геометрии Риманна (псевдопрямыми). Так, например, мы видим, что любые два больших круга сферы пересекаются между собою; так и в геометрии Риманна любые „прямые“ одной плоскости пересекаются друг с другом, так как параллельных линий в геометрии Риманна (по самому исходному пункту ее) нет; далее, на сфере, два меридиана, будучи ортогональны (т. е. перпендикулярны) к экватору, пересекаются в полюсе; так и в геометрии Риманна две „прямые“, перпендикулярные третьей, также пересекутся; наконец, полная длина $2\pi r$ дуги большого круга на сфере есть величина конечная, зависящая от радиуса; точно так же в геометрии Риманна полная длина „прямой“ имеет конечную длину, что с Евклидовой точки зрения звучит совсем парадоксально.

Возвращаясь к общему вопросу о равноправности всех трех геометрических систем, позволим себе задать вопрос, какая же из этих трех геометрий является истинной? Решить этот вопрос путем *опыта* до последнего времени считалось безнадежным, так как наш опыт ограничен пространством весьма

¹⁾ Речь идет только об *условной* аналогии, а отнюдь не о тождестве: плоскость геометрии Риманна (так называемая „эллиптическая“ плоскость) принадлежит к числу так называемых односторонних поверхностей (она, действительно, имеет *только одну* сторону); а поверхность сферы есть двусторонняя поверхность, в которой мы отличаем две стороны: внутреннюю и внешнюю.

малых размеров, а точка пересечения параллельных (наличие или отсутствие которой надо проверить в опыте) может лежать неограниченно далеко; кроме того, как оказывается, чем меньше область наших наблюдений, тем меньше отличие положений геометрий Лобачевского и Риманна от положений геометрии Евклида. *Интуиция* более склонна вести нас в сторону геометрии Евклида; здесь, впрочем, выступает на первый план привычка нашего мышления и обычного опыта доступных нам малых областей. *Логически* все три системы равно безупречны и одинаково допустимы.

Хотя Гаусс и Лобачевский и пытались (впрочем, безуспешно) решить этот вопрос путем измерений (геодезических и звездных), однако, большинство ученых, во главе с Пуанкаре, считали вопрос о том, какая из трех геометрий истинна, праздным; они заменяли этот вопрос о *реальной истине* вопросом об *удобстве* и находили, что из трех одинаково логически законных геометрических систем система Евклида для практического пользования в наших условиях наиболее удобна, как, например, можно сказать, что для измерения расстояний между станциями километры или версты удобнее, чем миллиметры или дюймы.

Однако, работы Эйнштейна внесли в это воззрение существенно новое.

Выше мы видели, что согласно общей теории относительности, постулирующей обязательную прямолинейность инерциальной траектории во всех системах отсчета, характер „прямой“ (как траектории движения по инерции) существенно *различен* вблизи тяготеющих масс и в областях, свободных от тяготения. Подробный анализ показывает (и здесь мы стоим в самом центре новых воззрений), что *инерциальная „прямая“ в областях, свободных от тяготения, является Евклидовой прямой, а вблизи тяготеющих масс приобретает характер „прямой“ геометрии Риманна.*

Нетрудно видеть, какой глубокий переворот вносит эта теория в наше представление о структуре Вселенной.

Тяготение сливается с инерцией, силы теряют свое место в нашей картине мира: всякое движение становится движением по инерции. Пространство теряет свою однородность, получая

вблизи тяготеющих масс характер Риманнова пространства и сохраняя характер обычного Евклидова пространства лишь в областях, лишенных тяготеющих масс. Физические явления (например, вид инерциальной траектории) приобретают, по словам Хааза, характер геометрической необходимости, но зато присутствие материи (тяготеющих масс) принудительно обуславливает характер пространства в близлежащих областях; физика сливается воедино с геометрией.

Если теперь мы вспомним, что, основываясь на специальной теории относительности, Минковский дал нам картину мира в виде подробно разобранный выше четырехмерного пространственно-временного континуума, то мы должны будем признать теперь, что общая теория относительности вносит в эту картину существенное добавление: *четырёхмерный пространственно-временный мир Минковского оказывается носящим явно неевклидов характер.*

§ 6.

Общие заключения.

Подводя итог всему сказанному и пытаясь дать в заключение хотя бы самую общую характеристику теории относительности и ее значения, необходимо, прежде всего, возобновить в памяти и дать правильную оценку тем основным положениям, которые послужили исходными пунктами возникновения и развития новой теории.

Специальный принцип относительности, — применимый исключительно к таким системам, относительное движение которых *равномерно и прямолинейно*, — основан, как мы видели, на двух положениях.

Первым из этих положений является *принцип относительности классической механики*, утверждающий, что законы механики совершенно одинаковы как в системе покоящейся, так и в системе, движущейся равномерно и прямолинейно. Глубочайшие корни этого принципа, как мы видели, скрываются в том положении, что в выражения законов механики входят „силы“, а силы, по основному закону Ньютона, связаны прямой пропорциональностью с „ускорениями“, в виду чего, в случае равномерного и прямолинейного движения системы (что соответствует, очевидно, *отсутствию* появления ускорения), силы, принимающие участие в явлении, остаются прежними, а следовательно, остается прежним и все течение явления. Согласно этому принципу, никакими наблюдениями над механическими явлениями, *происходящими в среде, двигаю-*

щейся вместе с системой, нельзя обнаружить прямолинейное и равномерное движение самой системы и отличать его от покоя.

Вторым из этих положений является *принцип постоянства скорости света*. Принцип этот опирается на экспериментально установленный факт, свидетельствующий о том, что скорость света c (в пустоте), измеряемая как в системах покоящихся, так и в системах движущихся, всегда остается той же самой, т. е. что скорость распространения света в любой системе не зависит ни от движения этой системы, ни от движения в самой системе источника света. Этот факт, установленный впервые в результате опытов Майкельсона, — как бы он странен ни был, — требует к себе того отношения, которое заслуживают все бесспорно установленные *факты*: ему можно, пожалуй, удивляться, но его нельзя никоим образом отрицать, а следует принять и положить в число тех оснований, на которых необходимо строить наши гипотезы, если мы желаем, чтобы они отвечали фактам.

Синтезом этих двух положений и является специальная теория относительности. Возводя в ранг принципа, т. е. постулируя постоянство скорости света (положение второе), специальная теория Эйнштейна расширяет рамки принципа относительности Ньютона (положение второе), утверждая, что никакими вообще наблюдениями (*включая сюда и наблюдения над распространением света*), производимыми в любой системе, обнаружить равномерное и прямолинейное движение нельзя. Существенно новое в этой редакции заключается в привнесении в старую формулировку классической механики указания на невозможность обнаружения абсолютного движения *даже при помощи наблюдения над распространением света*, т. е. наблюдения над электромагнитными явлениями в так называемом „эфире“, каковым явлением по современной теории является свет; действительно, прежний принцип относительности этого совершенно не требовал: он постулировал лишь невозможность обнаружения абсолютного движения путем наблюдения над явлениями, происходящими в среде, *двигающейся вместе с системой*, а гипотетический эфир, как среда осуществления световых явлений, по принятой ранее теории Ло-

рентца, является внешней средой, не принимавшей участия в движении системы наблюдения.

Таким образом, специальная теория относительности, распространяя принцип относительности классической механики, имевший приложение лишь в области чисто механических явлений, на область явлений электродинамических, построена на надежном фундаменте неизбежно установленных опытных фактов, а следовательно, и все вытекающие из нее воззрения возникли на опытно-физической почве, в чем, разумеется, и заключается сила этих воззрений; психологическая основа специального принципа относительности лежит в отсутствии у человека особого „чувства абсолютного движения“ и вытекающей отсюда необходимости судить о состоянии движения своей системы лишь путем сравнения его с состояниями других систем, т. е. косвенным путем, приводящим лишь к относительному движению.

Центральным пунктом специальной теории Эйнштейна является коренное изменение нашего понятия о времени. Мы видели, что прямым следствием соединения принципа относительности Ньютона с принципом постоянства скорости света явилось неизбежное упразднение прежнего понятия об универсальном, космическом абсолютном времени и слияние понятий времени и пространства в четырехмерном пространственно-временном мире. Все остальные, иногда чрезвычайно парадоксальные следствия, — как-то: относительность понятия об одновременности, относительная произвольность направления условной оси времени, изменчивость масштабов, искажения формы, предельное ограничение реальных скоростей и т. п., — являются лишь результатами нового воззрения на время; совершенно при этом ясно, что подвергая кардинальному изменению понятие времени, мы тем самым должны подвергнуть столь же глубокому пересмотру и всю классическую динамику, так как во все ее выводы замешана координата t ; понятно поэтому, что „новая механика“ во всех своих выводах существенно отличается от механики классической.

Каким же, однако, образом, — если вся классическая механика построена на ложном понятии о времени (что, несомненно, должно быть признано ложным фундаментом всего здания), —

выводы классической механики, на которых основаны не только заключения точных наук, каковы астрономия и теоретическая и экспериментальная физика, но и построения почти всех прикладных знаний, каковы строительная и практическая механика, — могли в течение двух последних столетий являться главным фундаментом наших научных и практических достижений, давших во всех областях столь блестящие и одобренные практикой результаты? Не вызывает ли необходимость замены старой механики Ньютона новой, так называемой релятивной механикой необходимости проверки всех расчетов, положенных в свое время в основание технических завоеваний нашего времени?

Опасение это, конечно, должно быть отвергнуто; формулы классической механики, согласно воззрениям новой теории, могут быть рассматриваемы как *первое приближение* к формулам новой механики, при чем приближение это будет тем ближе к истине, чем меньше будет скорость v наблюдаемых нами движений, участвующих в рассматриваемом нами явлении, по сравнению со скоростью c распространения света. Действительно, при весьма малых значениях скорости v , по сравнению со значением скорости c света, коэффициент $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, входящий во все основные формулы специальной теории относительности (преобразование Лорентца), может быть без особой погрешности принят за единицу, и все формулы новой релятивной механики переходят при этих условиях в формулы старой классической механики.

Таким образом, все те явления, в которых участвуют движения с небольшими, сравнительно, скоростями, с достаточною практическою точностью укладываются в рамки обычной механики Ньютона, и заметные отклонения от законов этой механики обнаруживаются лишь при наличии скоростей, близких к скорости света. Так как скорость c света равняется $300.000 \frac{\text{километр.}}{\text{в секунду}}$, то наблюдаемые нами в наших машинах скорости являются весьма малыми по сравнению с этой величиной, а максимальная скорость движения курьерского поезда, не превышающая $120 \frac{\text{километр.}}{\text{в час}} = \frac{1}{30} \frac{\text{километр.}}{\text{в секунду}}$, является величиной исче-

зающе малой; даже скорость движения земли вокруг солнца не превышает $30 \frac{\text{километр.}}{\text{в секунду}}$, т. е. составляет всего 0,0001 скорости c . Таким образом, в условиях обычного опыта, величину $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ обычно можно принять за единицу и, следовательно, пользоваться, в виде *первого и достаточного для практики приближения*, формулами классической механики. В виде примера можно указать, что даже при скорости $v = 40 \frac{\text{километр.}}{\text{в сек.}}$ укорочение длины движущегося стержня, требуемое принципом относительности, не превзойдет 0,000001 доли первоначальной его длины.

Однако, картина существенно меняется, если мы имеем дело с явлениями, в которых участвуют движения со скоростями, близкими к скорости света, т. е. с так называемыми сублюминальными скоростями; таковы, например, скорости движения частиц радиоактивных веществ, достигающие $297.000 \frac{\text{километр.}}{\text{в сек.}}$. В этой области применение формул классической механики дало бы заведомо неверные результаты, и правильность применения формул релятивной механики получила полное подтверждение в целом ряде опытов.

Отметим, прежде всего, что, согласно требований специальной теории относительности, ни одна реальная скорость в наблюдаемом нами явлении не может быть больше, чем скорость c распространения света; мы видели, что это утверждение основывается на виде коэффициента $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, который при $v = c$ обращает элемент нашего наблюдения в мнимый. Наименее быстрым движением, известным нам, обладают частицы β лучей, испускаемых радиоактивными веществами; *Дарпс* показал, что эти лучи обладают целым рядом различных скоростей, приближающихся по своей величине к скорости света, но, — что особенно для нас интересно, — *никогда* этой скорости *не достигающих*; наибольшая наблюдаемая скорость не превышала $297.000 \frac{\text{километр.}}{\text{в сек.}}$, т. е., хотя и немного, но все же не достигала скорости $c = 300.000 \frac{\text{километр.}}{\text{в сек.}}$, в чем нельзя не видеть заме-

чательного совпадения с постулатом специальной теории относительности.

Далее, опыты *Кауфмана* и *Бюхерера* над теми же частицами β лучей, испускаемых радиоактивными веществами, а также чрезвычайно точные эксперименты *Гюи* и *Лаванши* над катодными лучами определенно подтвердили увеличение массы электронов при увеличении их скорости и притом в полном согласии с требованиями специального принципа относительности; в этих опытах величина v доходила до половины величины скорости c .

Наконец, в работах *Зоммерфельда* и в опытах *Пашена* выводы новой механики получили полное подтверждение в их приложении к условиям внутриатомного движения электронов, образующих, по теории *Бора*, своей совокупностью атом материи.

Переходя теперь к *общей теории относительности*, мы должны вспомнить, что исходным пунктом его служат, как мы видели, два следующие положения.

Первым из них является возведенный *Эйнштейном* в принцип опытный факт, утверждающий равенство весомой и инертной масс; этот принцип позволил *Эйнштейну* установить эквивалентность гравитационного поля, с одной стороны, и равноускоренного движения системы, с другой, т. е. заменить динамическую систему сил тяготения эквивалентным ей кинематическим явлением ускорения движения системы.

Второе положение состоит в гипотезе *Эйнштейна*, принятой им в убеждении отсутствия какого-либо абсолютного преимущества равномерного движения по сравнению с неравномерными; эта гипотеза, или, правильнее, постулат состоит в предположении существования возможности выразить законы всех физических явлений в такой форме, чтобы они были справедливы для всех систем, каково бы ни было их относительное движение.

Соединяя опытный принцип эквивалентности гравитационного поля и равномерно ускоренного движения системы (положение первое) с постулатом об однообразии формулировки

законов природы во всех системах, независимо от характера их движения (положение второе), общая теория относительности, признавая тождественными явление движения в покоящейся системе под влиянием сил тяготения с явлением движения при отсутствии сил тяготения в ускоренно движущейся системе, прилагает к обоим явлениям одинаковую формулировку закона инерции, т. е. утверждает, что *траектория движения в гравитационном поле представляет собою инерциальную траекторию, т. е. „прямую“*. Этим общая теория расширяет понятие прямой, придавая ей в гравитационном поле, т. е. в присутствии тяготеющих масс, явно неевклидов характер; благодаря этому, пространству (а следовательно и четырехмерному пространственно-временному миру) приписывается неоднородная структура, приобретающая в присутствии тяготеющих масс неевклидов характер, зависящий от распределения этих масс. Искривление траектории в гравитационном поле приписывается не действию сил тяготения, а влиянию на инерциальную траекторию структуры пространства. Подобно тому, как специальный принцип относительности слил воедино *время и пространство*, установив новый взгляд на понятие времени, общая теория относительности соединила *тяготение и инерцию*, установив новое воззрение на гравитационное поле.

Отсюда мы видим, что исходным пунктом общей теории относительности служат не исключительно опытные факты: значительная доля приходится и на чисто умозрительную гипотезу, выражающую лишь законное стремление к обобщению, но не опирающуюся на опыт. *В этом глубокое отличие значения общей теории от специального принципа*, выросшего всецело на опытно-физической почве, и это требует особо тщательной проверки общей теории путем подтверждения ее выводов путем наблюдения и эксперимента.

В настоящее время наука имеет уже целый ряд фактов, свидетельствующих о подтверждении выводов из общей теории относительности данными наблюдения.

Так, например, применяя выводы механики Эйнштейна к вычислению орбит планет солнечной системы, удалось найти причину хорошо известной, но необъясненной до сего времени, *аномалии в движении ближайшей к солнцу планеты Меркурия*.

Закон тяготения Ньютона требовал, что бы путь движения планеты вокруг солнца представлял собою эллиптическую траекторию; на самом деле, на основании точнейших астрономических наблюдений, давно известно, что большая ось эллиптической орбиты Меркурия медленно вращается около солнца, что, конечно, меняет действительную траекторию Меркурия и противоречит механике Ньютона. Это вращение орбиты Меркурия [или, как говорят, смещение его перигелия] с исчерпывающей полнотой разъяснено теорией Эйнштейна, в чем, конечно, нельзя не видеть подтверждения правильности его исходных пунктов ¹⁾.

Вторым, проверенным путем наблюдения выводом общей теории относительности является факт *отклонения световых лучей тяжелыми массами*. Так как пространство вблизи тяготеющих масс приобретает, согласно теории Эйнштейна, неевклидов характер, то и траектория светового луча, являющаяся „прямой“ в Евклидовом пространстве, вблизи тяготеющих масс должна превращаться в „прямую“ неевклидова пространства, т. е., с нашей точки зрения, искривляться.

Специальные наблюдения, произведенные над прохождением световых лучей, идущих от неподвижных звезд и проходящих вблизи от солнца, полностью подтвердили отклонение солнцем световых лучей, выразившееся в кажущемся смещении этих звезд в направлении от солнца ²⁾.

¹⁾ Смещение перигелия [перигелием называется наиболее близкая к солнцу точка орбиты] должно наблюдаться не только у Меркурия, но и у других планет; однако, теория показывает, что наибольшей, т. е. заметной величины, вращение орбиты должно достигать только у планет, близких к солнцу и с особо удлиненной орбитой. Такой именно планетой и является ближайшая к солнцу планета Меркурий, с чрезвычайно удлиненной орбитой, в которой астрономами и было установлено оставшееся необъяснимым вращение, равное от 40'' до 44'' в столетие; теория Эйнштейна приводит к выводу, что отступление строения пространства в области орбиты Меркурия от Евклидовой структуры [объясняемое влиянием в этой области тяготеющей массы солнца] должно вызвать вращение орбиты Меркурия в 43'' в столетие. Лучшего совпадения теории с практикой, очевидно, нельзя и требовать.

²⁾ Такие наблюдения могут производиться только во время полного солнечного затмения; они были сделаны двумя английскими экспедициями

Упомянем, наконец, не вдаваясь в подробности, о том, что, согласно выводам теории относительности, *спектральные линии* газов и паров, находящихся на солнце, должны быть несколько смещены в сторону красного конца спектра (этот вывод основан на том, что „продолжительность“ световых колебаний, идущих от газа или пара, на солнце и на земле будет различная, в виду изменения масштаба времени, требуемого теорией относительности). Вывод этот также полностью подтвержден последними наблюдениями ¹⁾.

Возвращаясь к общим соображениям об общей теории относительности, мы можем сказать, что психологическая основа ее лежит в отсутствии у человека особого „чувства тяготения“, так как убедиться, например, в том, притягивает его земля или нет, человек может только косвенным путем во время падения, т. е., двигаясь к земле, а не непосредственным ощущением, опираясь на землю.

Центральным пунктом общей теории относительности является новое воззрение на *тяготение*; неевклидов характер пространства и все вытекающие из него следствия являются лишь результатом нового взгляда на гравитационное поле.

Выше были изложены лишь самые общие основания и главные выводы нового учения, заново перестраивающего и сливающего воедино столь разнородные до сего области, как геометрия и физика. Очевидно, что дальнейшие выводы из этих посылок должны будут охватить собою все стороны нашего отношения к мирозданию и его понимания. Действительно, общая теория относительности дала сильнейший импульс к извлечению из добытого материала новых физических, космологических и, наконец, чисто философских следствий.

Сам Эйнштейн сделал попытку охватить все разнообразие механических законов единой, всеобъемлющей формулой

29 мая 1919 г. в Собрале (Бразилия) и на Принцевых островах (Зап. Африка); среднее смещение звезд оказалось равным $1,79''$, что очень близко подходит к выводам общей теории относительности, дающим для среднего сдвига $1,7''$.

¹⁾ Работы ПЕРО и ФАБРИ и БЮССОН'а (1921 г.).

вариационного исчисления (так называемой мировой интегральной функцией), с единственным инвариантом, каким является постоянная, характеризующая структуру пространства (так называемая кривизна пространства). Астрономы *Эддингтон* и *де Ситтер*, исходя из работ Эйнштейна, стремились определить вид и строение пространства Вселенной, потерявшего в их исследованиях характер бесконечности, но получившего признаки хотя и безграничной, но все же *замкнутой* системы ¹⁾.

Вейль, развивая метод Эйнштейна, создал новую электромагнитную теорию, требующую так же, как и Эйнштейн, в теории тяготения, признания неевклидовой структуры пространства. Представители философских течений не могли, конечно, не признать значения новых идей в области теории познания, и философы столь различных школ, как *Бергсон* и *Кассирер*, дали попытки философского истолкования новых идей Эйнштейна.

Разумеется, в неуклонном стремлении истинной науки к непрерывному движению вперед, работа ближайших поколений внесет, очевидно, в идеи Эйнштейна много нового и много ценного, проверив, расширив, а может быть, и видоизменив выводы новой теории, и, будем надеяться, сумеет открыть человеческой мысли новые горизонты и новые точки зрения; однако, — каков бы ни был ближайший путь дальнейшего развития научной мысли, — в настоящее время каждый, умеющий улавливать характерные черты современных научных исканий, должен будет согласиться с Беккерелем, утверждающим, что возврат к прежнему мировоззрению, — благодаря работам Эйнштейна, — является теперь уже невозможным ²⁾.

¹⁾ Следует отличать „бесконечность“ от „безграничности“: поверхность, например, шара, не имеет границ, но представляет величину конечную.

²⁾ Jean Becquerel, Exposé de la Théorie d'Einstein, 1922 г.