ПОДВОДНЫЕ РОБОТЫ

ТЕХНИКА ОСВОЕНИЯ ОКЕАНА

ПОДВОДНЫЕ РОБОТЫ

ТЕХНИКА
ОСВОЕНИЯ
ОКЕАНА

Роботом называют кибернетическое комплексное устройство, имеющее внутреннюю память и самостоятельно ориентирующееся в окружающей обстановке.

Еще вчера понятие «робот» было связано с научной фантастикой и казалось чрезвычайно далеким от действительности. Сегодня уже можно говорить о создании второго поколения роботов, в том числе и подводных. Появление этих устройств стало возможным благодаря последним достижениям науки и техники, стремительному развитию информационно-вычислительных систем.

В настоящее время, когда особенно остро стоит проблема замены труда человека машинным, исследователи работают над созданием роботов третьего поколения. Эти устройства будут самостоятельно решать все задачи, связанные с тактикой и даже стратегией поведения. Мощная память позволит им анализировать и распознавать образы внешней среды, а также свободно ориентироваться при ее изменении. Фактически исследователи должны создать системы, обладающие искусственным интеллектом.

ПОДВОДНЫЕ РОБОТЫ

Под общей редакцией
В. С. ЯСТРЕБОВА

Издательство
«Судостроение»
Ленинград, 1977

Scan AAW

УДК 629.128.4
П44

Авт.: В. С. ЯСТРЕБОВ, М. Б. ИГНАТЬЕВ,
Ф. М. КУЛАКОВ, В. В. МИХАЙЛОВ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ:
В. И. БАРАНЦЕВ. В. М. ГАВРИЛОВ,
А. Н. ДМИТРИЕВ,
И. Б. ИКОННИКОВ (ответственный редактор),
Б. В. ИСУПОВ, В. В. СЕРЕБРЯКОВ,
К. В. СУВОРОВ, Н. П. ЧИКЕР,
А. И. ШАПОШНИКОВ, А. П. ЮРНЕВ,
В. С. ЯСТРЕБОВ

Подводные роботы. Под общей редакцией В. С. Ястребова. Л., «Судостроение», 1977.
368 с. с ил.

Изложены задачи исследований Мирового океана с использованием информационно-вычислительных систем и роботов. Рассмотрена методика исследований океана, приведены примеры построения автоматизированных систем и подводных роботов. Проанализированы задачи функционирования роботов, а также системы динамического удержания судна длительное время в одной точке. Рассмотрены структура, алгоритмическое и аппаратурное обеспечение подводных роботов-манипуляторов копирующего типа и роботов-манипуляторов с ЭВМ. В заключении намечены перспективы развития подводных роботов.

Ил. 79. Литерат. 97 назв.

Рецензенты:
канд. техн. наук Г. К. КРЫЛОВ,
член-корр. АН СССР,
докт. техн. наук Е. П. ПОПОВ

П $\frac{31805-029}{048(01)-77}$ 25—77

© Издательство «Судостроение», 1977 г.

ОТ АВТОРОВ

В настоящей монографии впервые сделана попытка систематизировать имеющиеся материалы, посвященные роботам вообще, и разработать некоторые элементы зарождающейся теории подводных роботов. Проанализированы возможности и направления использования подводных роботов с целью океанологических исследований, систематизирован материал более чем двухсот публикаций. Достаточно подробно рассмотрена структура подводного робота, приведены основные сведения о математических моделях его подсистем.

Значительное внимание уделено новым принципам управления, таким как супервизорное, даны рекомендации, основанные на результатах практической работы с телеуправляемыми подводными аппаратами и роботами в морских условиях. Теория метода супервизорного управления иллюстрирована примерами структурной реализации и моделирования. Рассмотренные методы управления манипуляторами подводных роботов основаны на дискретных и непрерывных алгоритмах экстремизации.

В заключении намечены основные направления развития технических средств освоения океана.

ВВЕДЕНИЕ

Еще вчера понятие «робот» было связано с научной фантастикой и казалось чрезвычайно далеким от действительности. Однако сегодня накопленный опыт в создании технических систем позволяет перейти к синтезированию роботов, в том числе и подводных.

В понятие «подводный робот» вкладывается нечто новое, отличающееся от существующих понятий «машина», «механизм», «автоматическая система». Подводный робот — это кибернетическое комплексное устройство, имеющее внутреннюю память и самостоятельно ориентирующееся в окружающей обстановке.

На данном этапе развития роботов оказалось целесообразным классифицировать их по поколениям. Принято различать три поколения подводных роботов. К первому, наиболее примитивному, поколению относят практически все телеуправляемые, буксируемые и обитаемые подводные аппараты, хотя, строго говоря, телеуправляемые и обитаемые аппараты — это объекты ручного управления. Можно считать, что в настоящее время процесс развития и совершенствования подводных роботов первого поколения заканчивается.

В ряде стран начаты исследования по созданию систем и элементов подводных роботов второго поколения, коренными отличиями которых являются:

иерархичность структуры системы управления;

наличие вычислительно-управляющего комплекса;

наличие памяти;

возможность постоянной корректировки модели внешней среды и внутреннего состояния;

возможность обучения элементарным навыкам;

возможность вмешательства оператора в процесс деятельности подводного робота на высших стратегическом и тактическом уровнях.

Как видим, подводный робот второго поколения характеризуется адаптивным поведением, действует самостоятельно при выполне-

нии всех чисто механических операций, особенно утомительных для человека. При этом подводный робот действует под руководством оператора, который осуществляет постоянное стратегическое и тактическое вмешательство в его поведение. Примером подводного робота второго поколения является робот с супервизорным управлением. Участие оператора в управлении сводится к указанию цели и лаконичного задания. Выход к цели и все манипуляции подводный робот осуществляет самостоятельно. Оптимальные параметры движения, последовательность работы приводов и т. п. подводный робот определяет на основе предварительного обучения, постоянного анализа условий внешней среды и параметров своего внутреннего состояния.

Подводный робот третьего поколения — это система, обладающая искусственным интеллектом. Участие человека в управлении таким роботом сведено к минимуму. Оператор лаконично выдает роботу общее задание. Все задачи, связанные с тактикой и даже стратегией поведения, подводный робот решает самостоятельно. Он обладает мощной памятью, позволяющей анализировать и распознавать образы внешней среды, а также свободно ориентироваться при ее изменении. Такой робот способен к адаптации, смене действий, накоплению опыта общения с внешней средой и использованию этого опыта для выполнения заданной операции.

Системы наблюдения, локации, чувствительности, связанные воедино, замкнуты на логические вычислительные устройства. Все это будет способствовать созданию в памяти подводного робота внутренней модели внешнего мира. Такой робот может выполнять практически бесконечное многообразие последовательных действий и почти мгновенно менять программу.

Однако это — будущее. Пока же предстоит решить многие технические проблемы создания подводных роботов, а также не менее существенные и сложные проблемы методологического характера.

Чрезвычайно важно максимально расширить область использования подводных роботов как первого, так и второго поколения в исследованиях Мирового океана. Выявить все первоочередные задачи, которые либо невозможно, либо очень трудно решить обычными методами,— значит найти правильные, наиболее оптимальные направления развития и совершенствования подводных роботов.

Во-первых, существует такая область использования подводных роботов, в которой их применение не вызывает сомнений. Это аварийно-спасательные и подводно-технические работы, в осуществлении которых подводные роботы практически всегда оказываются наиболее эффективными.

Во-вторых, применение подводных роботов в такой области, как океанология, имеет ряд преимуществ перед традиционными методами исследований Мирового океана с надводных судов.

Подводный робот позволяет:

А. Непосредственно наблюдать изучаемое явление.

Океанолог, работая с надводного судна, практически не знает точного местоположения спущенного на глубину прибора или устройства для отбора проб, и значительная часть выводов относительно свойств океана основана на немногочисленных измерениях или на образцах, взятых на ощупь.

Б. Выполнять селективный отбор проб.

Океанолог, получив такое средство, как, например, манипулятор, из пассивного наблюдателя и регистратора явлений, скрытых под водой, становится активным исследователем: он оказывается способным выбирать и отвергать, извлекать и сохранять.

В. Монтировать измерительные и регистрирующие приборы на дне, контролировать их действия.

Благодаря подводным аппаратам, работа которых контролируется, возможны точная установка приборов на дне и их обслуживание. Подводные аппараты могут также использоваться для монтажа и периодической проверки работоспособности штатных стационарных приборов, опускаемых с судна, или наблюдений, выполняемых стандартными измерительными устройствами.

Г. Проводить комплексные наблюдения.

В самом деле, используя средства фотографирования, прямого наблюдения, измерения параметров среды и отбора проб, подводный аппарат дает возможность одновременного комплексного изучения явления.

Кроме вышеназванных основных преимуществ подводных аппаратов не следует забывать и о второстепенных, например таких, как инвариантность по отношению к поверхностным волновым возмущениям, что способствует повышению точности глубоководных измерений.

Для того чтобы наиболее рационально использовать подводные роботы в исследованиях Мирового океана, по-видимому, необходимо тщательно проанализировать и систематизировать все направления исследований, в которых были применены подводные обитаемые, телеуправляемые и буксируемые аппараты. Такой анализ позволит определить прежде всего основные тактические возможности этих средств, оценить полученные результаты. Зная это, а также технические возможности подводных роботов, легко будет наметить направления их развития. Кроме того, подобный анализ и систематизация позволят в полной мере оценить накопленный материал и сделать практические рекомендации на будущее.

ГЛАВА 1

ПОДВОДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МИРОВОГО ОКЕАНА, ЗАДАЧИ И МЕТОДИКИ

§ 1. Анализ исследований Мирового океана с помощью подводных аппаратов

Стремление исследователей океана перейти к прямым наблюдениям способствовало внедрению в практику подводных аппаратов. В 1844 г. французский натуралист профессор Милн-Эдвардс впервые погрузился в море возле Сицилии для исследования подводного мира.

Советские биологи в 30-х годах XX в. использовали водолазное снаряжение для научных наблюдений в рыбопромысловых районах. Геолог профессор М. В. Кленова в 1927 г. погрузилась на глубину 45 м в водолазном колоколе около Севастополя, чтобы провести визуальные наблюдения и собрать образцы грунта.

В этот же период подводные работы были проведены в Италии, Франции и США. Летопись спусков ученых под воду была продолжена профессором Вильямом Бибом (США). Он погрузился в батисфере у Бермудских островов на 960 м.

С 50-х годов интерес к подводным работам начал расти, и в настоящее время в мире насчитывается уже более ста исследовательских подводных аппаратов. Морские геологические исследования с помощью батискафа «Триест» (США) были впервые проведены в 1957 г. Подобные работы были выполнены и другими появившимися подводными аппаратами.

Подводные телеуправляемые аппараты с целью океанологических исследований начали использоваться только в последние годы. С помощью автономных телеуправляемых аппаратов типа «Си Дрон» (США) [89] и буксируемых [92] выполнены многочисленные измерения параметров среды и работы по картографированию дна. Подводные телеуправляемые аппараты с манипуляторами применялись в исследовательских целях эпизодически. Так, с помощью телеуправляемого подводного аппарата «Краб» (СССР) [39] проводили геологические исследования в 1972—1974 гг. в Средиземном море и Тихом океане, с помощью аналогичного аппарата КУРВ (США) — биологические исследования [53], а донный телеуправляемый аппарат РУМ (США) начиная с 1970 г. систематически применяют при проведении океанологических работ [77]. Гораздо чаще в океанологических исследованиях используют автономные

подводные обитаемые аппараты. Следует заметить, что возможности подводных обитаемых и необитаемых аппаратов весьма близки: и те, и другие могут проводить измерения, брать пробы воды и грунта, осуществлять монтаж донных измерительных приборов и контролировать их работу. Общим для этих аппаратов можно считать возможность:

а) прямого наблюдения;

б) селективного отбора проб и выполнения монтажных работ;

в) целенаправленных перемещений у дна и в толще воды;

г) регистрации параметров среды с помощью измерительного комплекса приборов;

д) стабилизации траектории движения;

е) динамического позиционирования над объектом работ или точкой на дне.

Динамическое позиционирование телеуправляемых аппаратов обеспечивается либо при условии динамического позиционирования судна (например, «Гломар Челенджер») [62], либо при использовании промежуточного якоря на кабеле связи [39].

Однако между подводными обитаемыми и телеуправляемыми аппаратами имеются и различия.

Телеуправляемый аппарат, получая питание с носителя, может находиться под водой неограниченное время (при условии неподвижности носителя), а обитаемый аппарат — ограниченное.

Площадь, обследуемая телеуправляемым аппаратом, из-за кабельной связи с судном-носителем ограничена. Автономные аппараты этого ограничения не имеют.

Телеуправляемый аппарат вследствие малых размеров способен взять меньшее количество проб, чем обитаемый.

Телеуправляемый аппарат более маневренный, чем обитаемый аппарат, имеющий большую массу, и может работать в различных узкостях.

Объем информации, получаемой исследователем в обитаемом аппарате, больше, чем объем информации, передаваемой на судно обеспечения телеуправляемым аппаратом, вследствие ограниченных возможностей канала связи.

Кроме того, телеуправляемый аппарат меньше влияет на изучаемую среду.

Чтобы нагляднее представить весь существующий обширный материал по применению подводных аппаратов, необходимо выполнить соответствующую классификацию, систематизировать материал по основным группам. Такими группами, по нашему мнению, могут быть группа дисциплин и группа условий исследований.

А. ГРУППА ДИСЦИПЛИН

Подводные аппараты использовали для океанологических и рыбохозяйственных целей, при проведении нефтеразведки, аварийно-спасательных и подводно-технических работ.

В этой связи было бы важно оценить удельный вес использования подводных аппаратов в интересах каждой из перечисленных дисциплин. В работе сотрудников Вудс-Холлского океанографического института Р. Д. Болларда и К. О. Эмери [42] приводятся некоторые косвенные сведения, которые тем не менее позволяют получить сравнительную характеристику. Авторы в качестве критерия оценки сфер применения используют число публикаций, посвященных подводным аппаратам, правда, только обитаемым. Результаты следующие. Из 346 публикаций на долю работ, посвященных использованию подводных аппаратов для гидрогеологических исследований, приходится 89, на долю работ по гидробиологии — 74, по гидроакустике — 34, по физической океанографии — 19 и на долю работ по геофизике — 14 публикаций. Рыбохозяйственным исследованиям посвящено 45 публикаций, всем прочим областям — 74.

Анализ имеющихся данных [42] показывает, что подводные аппараты чаще всего использовали при выполнении гидрогеологических и гидробиологических работ, так как для их осуществления не требуется вообще специальной аппаратуры, либо применяются наиболее распространенные и освоенные приспособления: манипуляторы, фотоустановки, киноаппаратура. При этом не требуется длительного зависания подводного аппарата над точкой, точной ориентации и стабилизации. Примерно тем же арсеналом приборов пользуются при проведении рыбохозяйственных исследований.

Для выполнения гидроакустических исследований необходима уникальная и сложная аппаратура.

Океанографические и геофизические работы могут быть проведены:

при наличии на подводном аппарате специальной высокоточной измерительной аппаратуры;

при точной стабилизации подводного аппарата, динамическом позиционировании в точке пространства и ориентации в пространстве.

Как показывает анализ, очень немногие подводные аппараты оснащены уникальной измерительной аппаратурой и могут обеспечить проведение измерений параметров среды с высокой точностью.

Рассмотрим, какие исследования выполняли с помощью подводных аппаратов за все время их существования. При этом оценим важность полученных данных.

Гидрогеологические исследования. С помощью подводных аппаратов проводили:

визуальные наблюдения для описания микрорельефа дна и его структуры;

картографирование дна с помощью приборов;

селективный отбор проб грунта и образцов пород.

Картографирование дна, которое выполняли в различных, сложных по рельефу районах океана и с близкого расстояния, оказалось детальным [45]. Попутно обычно изучали состав, строение

и физико-химические свойства пород, слагающих дно. Наиболее распространены визуальные наблюдения дна через иллюминатор с помощью телевизионных установок с последующей записью изображения на видеомагнитофоны — стереофотографирование и киносъемка [45]. Эти исследования сопровождаются селективным отбором образцов грунта, коренных пород с помощью манипуляторов и трубок, а также отбуриванием кернов [66].

Во время работы подводного аппарата «Алюминаут» (рис. 1), например, на глубине 1200 м были собраны образцы железомарган-

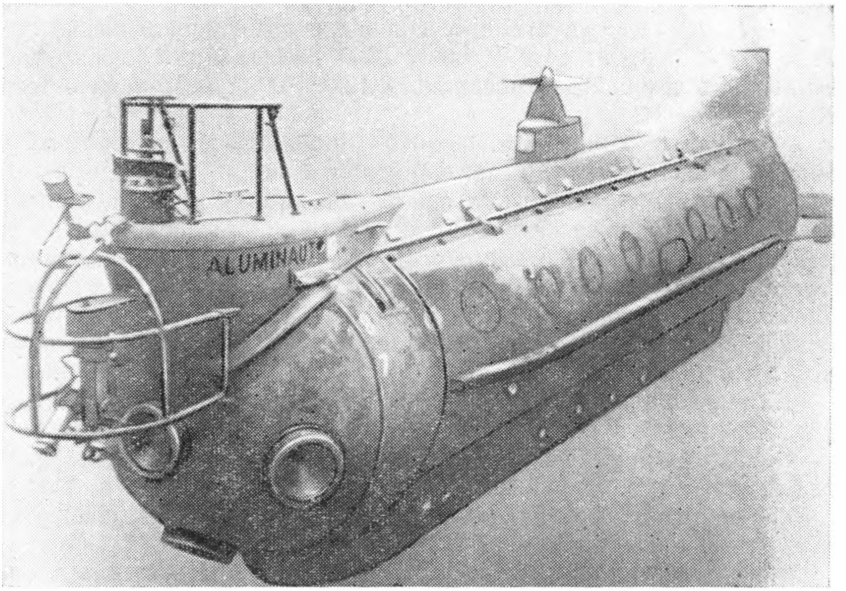


Рис. 1. Подводный обитаемый аппарат «Алюминаут» (США)

цевых конкреций и рудных образований с содержанием меди, никеля, кобальта [72]. Во время плавания подводного телеуправляемого аппарата «Краб» были собраны пробы грунта на подводных вулканических горах в Тирренском море и Тихом океане в районе Гавайских островов. Некоторые подводные аппараты оборудованы устройством для дробления коренных пород [76].

Особенно эффективными подводные аппараты оказались при изучении каньонов. Как выяснилось, результаты исследований каньонов с поверхности резко отличались от тех, которые были получены при непосредственном наблюдении. Так, в процессе изучения каньонов Ла-Холья и Скриппса у Западного побережья США были выявлены особенности, которые невозможно установить при исследовании косвенными методами [68]. Удалось изучить мелкомасштабные нерегулярности дна, исследовать природу дон-

ных отложений и характер их распределения. С подводных аппаратов исследовалась также стратиграфия по склонам, наблюдались и оценивались динамические процессы в них. Этот метод позволил изучить динамику течений и потоков осадков по дну каньона с литорали в океанский бассейн. Было установлено, например, что следы ряби на дне — результат деятельности течений [68]. Особый интерес и вместе с тем трудность представляют собой исследования глубоководных желобов в океане. Для этих целей использовали глубоководные аппараты «Триест» (США) и «Архимед» (Франция). Наконец, изучали подводные плато, например Блейк-Плато, с целью поиска залеганий марганца и фосфора, впадины с целью выяснения их происхождения, определяли природу рифоподобных валов на внешних кромках шельфа [42]. В последние годы подводные аппараты использовали для разведки донных месторождений газа [84]. Подобные изыскания ведутся с помощью подводных аппаратов и в Арктике [64].

Гидробиологические исследования. С помощью подводных аппаратов проводили:

визуальные и инструментальные исследования распределения бентосных форм;

изучение и селективный отбор проб планктона и бентоса;

исследование биологических шумов.

Эти исследования, подобно гидрогеологическим, осуществляли преимущественно методом визуальных наблюдений через иллюминаторы с помощью телевизионных установок и последующей регистрацией на видеомагнитофон, а также с помощью стереофотографирования и киносъемки. В гидробиологических исследованиях в основном использовали подводные аппараты «Дипстар-4000» (США), «Пайсис» (Канада) (рис. 2), «Бен Франклин» (США), «Кабмарин» (США). С «Дипстара», например, проводили киносъемку пелагических и донных организмов [50]. С помощью подводного аппарата «Бен Франклин» изучали поведение морских звезд на дне. По результатам наблюдений была составлена карта их перемещения во времени [42].

С помощью подводного телеуправляемого аппарата «Краб» были собраны с вершин подводных вулканических гор в Средиземном море образцы растений и донных животных.

Весьма интересный комплекс биологических наблюдений был выполнен с помощью буксируемого аппарата РУФАС (рис. 3) (США). Исследовался рифовый район вдоль побережья Флориды с целью изучения его строения, распределения моллюсков, морских черепах и крабов. Была составлена подробная карта распределения этих животных, а также получено большое количество цветных фотографий на станциях. Одна из модификаций подводного телеуправляемого аппарата КУРВ приспособлена для сбора образцов донных живых организмов [53]. Подводные аппараты «Кабмарин» и «Алюминаут» использовали при изучении популяции моллюсков, офиур, морских звезд.

В процессе дрейфа подводного аппарата «Бен Франклин» исследовали интенсивность обрастания морскими организмами корпуса подводного аппарата, иллюминаторов и датчиков приборов [85], а также вели поиск звукорассеивающих слоев микроорганизмов. Как показал дрейф, подобные слои отсутствуют в районе действия Гольфстрима [71].

Важное значение имеют исследования зон распределения планктона, проводимые с помощью подводного аппарата «Синкай» (Япония). При горизонтальном и вертикальном движении аппарата велся отлов планктона.

С помощью подводных аппаратов «Пайсис» и «Бен Франклин» были выполнены многочисленные записи естественного биологического шума моря. Собственные шумы подводного аппарата крайне незначительные, поэтому результаты этих работ оказались весьма эффективными [51].

Исследования по физической океанографии. Подводные аппараты используют преимущественно при изучении циркуляции придонных слоев воды, в том числе влияния на дно океана процессов водообмена [42]. Чрезвычайно важное научное значение имеет исследование мелкомасштабной изменчивости параметров течения, скорости, солености и температуры в толще вод. Эти сведения практически невозможно получить при исследованиях с надводного судна. Многочисленные измерения характеристик турбулентности проводили в процессе дрейфа подводного аппарата «Бен Франклин» [85].

Большой интерес представляют исследования с помощью красящих веществ придонных течений и их влияния на донную поверхность, которые были проведены с помощью киносъемки в областях с пересеченным рельефом дна [68].

Подводным аппаратом «Дипстар-4000» изучалось распределение взвеси осадков в районе со сложным профилем дна вследствие изменения придонных течений. Датчики для измерения скорости течения устанавливали на грунте с помощью телеуправляемого подводного аппарата РУМ (США) и подводного аппарата «Пайсис». Измерения in situ проводятся с высокой точностью. Так, например, с помощью подводного аппарата «Бен Франклин» удалось установить точное значение скорости течения Гольфстрим — оно составляет 5, а не 2 уз, как считали ранее [71].

Перечисленные исследования осуществляли как обитаемыми, так и телеуправляемыми аппаратами «Дипквест», «Дипстар», «Пайсис», «Алюминаут», «Бен Франклин», «Спурв» (рис. 4), «Си Дрон». На них были установлены роторы Савониуса для измерения относительной скорости и направления течений; термисторные датчики для измерения температуры воды; электросолемеры для определения солености воды; датчики давления для определения гидростатического давления воды.

Почти всегда измеряли скорость звука в воде гидроакустическими методами и отстояние аппарата от грунта. Как правило,

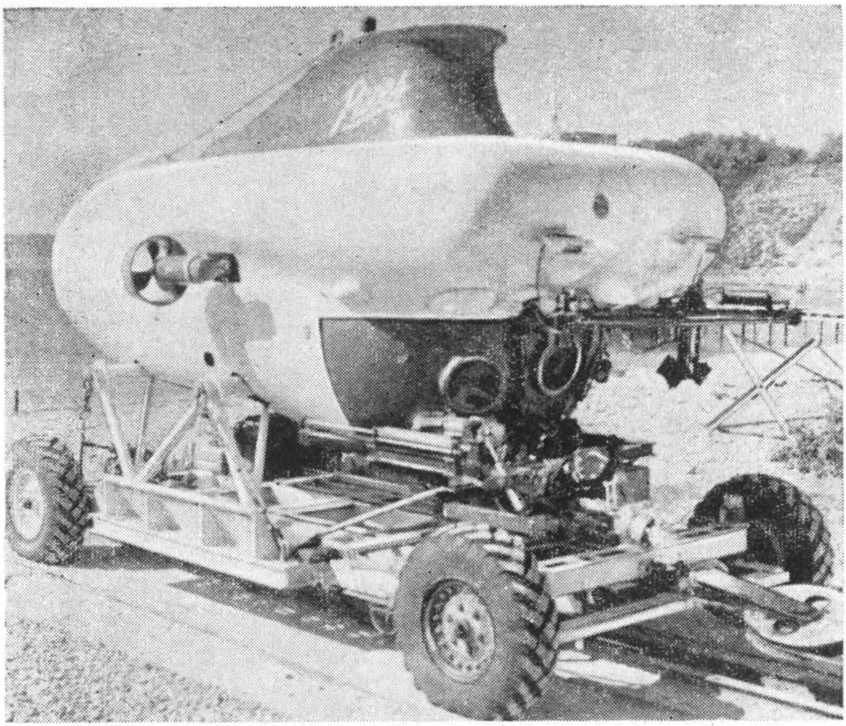


Рис. 2. Подводный аппарат «Пайсис» (Канада)

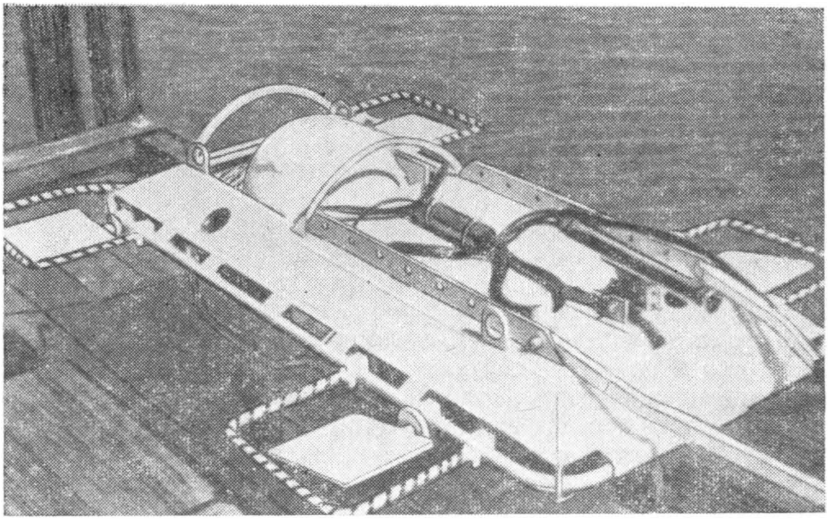


Рис. 3. Подводный буксируемый аппарат РУФАС (США)

измеренные параметры регистрировались в цифровом коде на магнитной ленте для последующей обработки на ЦВМ.

Геофизические исследования. Они обычно сопутствуют гидрогеологическим исследованиям. Подводные аппараты используют в основном при проведении следующих операций:

профилирование микрорельефа дна акустическими методами [81] и методом специального фотографирования, который использовался на подводном аппарате «Дипстар-4000» [81];

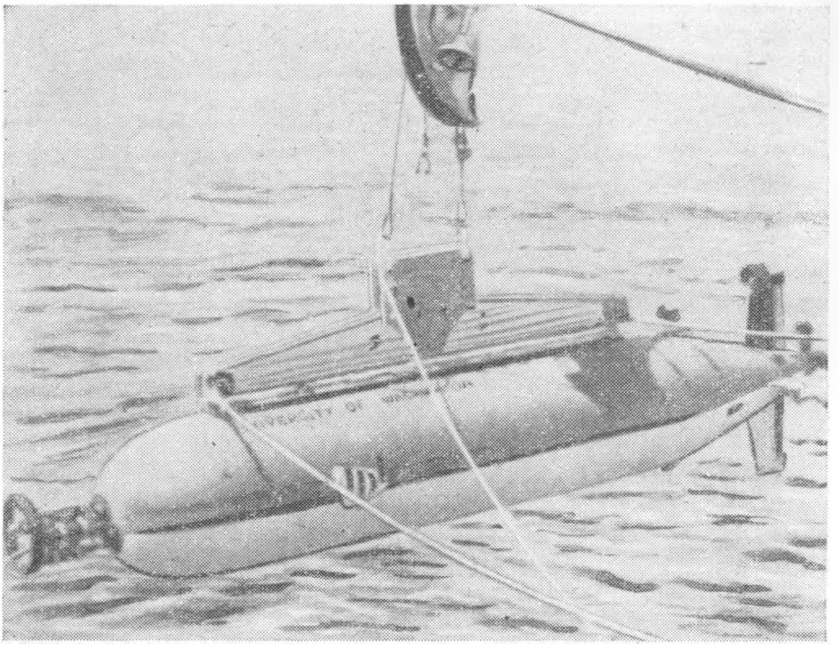


Рис. 4. Подводный робот «Спурв» (США)

измерение земного магнитного поля и его местных аномалий [86];

измерение гравитационного поля и его местных аномалий [86].

Результаты перечисленных исследований оказались более точными, чем результаты, получаемые при проведении работ с надводного судна, благодаря стабилизации аппаратов. Последние могут быть также использованы для установки на дне ряда геофизических приборов. Так, подводным аппаратом «Алюминаут» было поставлено десять донных станций для измерения гравитационного поля [42].

Уникальные работы были выполнены аппаратом «Дипквест» по изучению твердости и состава грунта с помощью специального

бура [86], а с помощью автономных донных приборов был осуществлен сбор проб грунта.

Подводным аппаратом «Бен Франклин», который удерживался на расстоянии 10 м от дна, был исследован профиль осадочной толщи (до 100 м) [85].

В геофизических исследованиях наибольшее применение нашли подводные аппараты «Дипстар-4000», «Синкай», «Бен Франклин». Подводными аппаратами УАРС, УНИТОУ и ПС-1 (США) была выполнена подледная разведка месторождений нефти и газа [88, 90].

Геохимические исследования. Подводные аппараты применяют при исследовании физических и химических свойств воды и осадков на границе их раздела [81].

При этом осуществляют:

взятие проб воды в придонном слое специальными батометрами и взвеси осадков;

взятие проб осадков грунтовыми трубками, желательно, герметично закрывающимися;

измерение температуры в придонных слоях воды [55] и в осадочном слое грунта с помощью термисторных датчиков температуры [50];

определение pH в осадках на глубину до 1 м.

Помимо перечисленного специального оборудования подводный аппарат должен иметь многофункциональный манипулятор для взятия проб воды в придонном слое и точной установки датчиков температуры на поверхности дна и в глубине грунта. Комплексные исследования взвесей осадков в придонном слое проводились подводным аппаратом «Куросио» (Япония). Были отобраны пробы взвесей специальными батометрами на различных расстояниях от дна и определены гидрологические и гидрооптические характеристики, а в самих пробах выделены органические и неорганические компоненты.

Гидроакустические исследования. Они, подобно геофизическим, тесно связаны, с одной стороны, с гидробиологическими, а с другой — с гидрогеологическими исследованиями. Основной целью их является:

составление акустических карт океанического дна при движении подводного аппарата на малом ходу и в дрейфе [89];

изучение закономерности затухания акустических сигналов в донных отложениях;

изучение уровня реверберации у дна [85].

С целью разработки акустической модели дна на основе сопоставления данных о топографии грунта проводятся измерения отражения рассеяния и ослабления звука.

С целью выявления и исследования природы звукорассеивающих слоев проводится изучение:

глубоководных рассеивающих слоев акустическими методами [51], в частности изучение зависимости свойств рассеивающего слоя от частоты звуковых колебаний;

акустических характеристик обитателей глубоководных рассеивающих слоев, в частности определение реверберационной громкости отдельных биологических рассеивателей [71];

биологического строения глубинных рассеивающих слоев путем анализа количественной информации о физических параметрах проб, имеющих отношение к рассеиванию звука [93].

При исследовании физических свойств воды как среды, проводящей звук, изучаются:

влияние гидрологических факторов на звуковую проводимость в придонных слоях воды;

акустические свойства воды в глубинных слоях течений, например Гольфстрима;

зависимость скорости звука от глубины;

поверхностная реверберация на границе водораздела.

Кроме того, с помощью подводных аппаратов проводится исследование шумов окружающей среды и их природы, в частности изучение шумов, генерируемых поверхностным волнением, животными.

Результаты этих исследований, выполненных с подводных аппаратов, оказались намного точнее результатов измерений, проводимых с надводного судна. Так, при изучении взаимодействия звука со дном с надводного судна были получены результаты, существенно расходящиеся с результатами измерений, выполненных подводным аппаратом, на котором был установлен излучатель, а прием отраженного от дна сигнала принимался на судне.

И неудивительно, так как, например, при изучении закономерностей затухания акустического сигнала в донных осадках подводный аппарат «Дипстар-4000» вводил в грунт на глубину до 0,6 м штангу с датчиками — приемниками сигнала. Им же определялись зависимости реверберации от частоты и других характеристик передаваемых сигналов, а также от влияния дна, поверхности моря и звукорассеивающих слоев.

Комплексные исследования, выполненные с помощью аппаратов «Дипстар-4000» и «Архимед», позволили установить, что, хотя вблизи дна влияние температуры на скорость звука невелико, оно сказывается на отражении звука вверх (усиливает его) и способствует созданию звукового канала в придонной области.

По-видимому, интерес представляют и исследования звукорассеивающих свойств льда, проводившиеся с подводного аппарата «Пайсис» [63].

В гидроакустических исследованиях использовали главным образом подводные аппараты «Дипстар-4000», «Бен Франклин», «Триест», «Пайсис», «Си Дрон-1», «Пингвин» (ФРГ).

Гидрооптические исследования. Подводные аппараты, способные к точной стабилизации в толще воды, выполняли:

измерения прозрачности воды [45];

исследования распространения естественного светового поля;

измерения интенсивности поглощения света водой как по глубине, так и в горизонтальном направлении [45, 85].

Подобные исследования длительное время выполнялись с надводных судов, однако отсутствие хорошей стабилизации измерительных приборов существенно сказывалось на качестве получаемых результатов. Гидрооптические измерения успешно проводились аппаратами «Северянка», «Алюминаут», «Дипстар», «Алвин» (рис. 5), «Куросио», «Бен Франклин». Как показали, например, исследования, проведенные аппаратами «Дипстар» и «Алвин» у Багамских островов, дневной свет проникает на глубину до 700 м. Кроме того, установлено, что за счет меньшего рассеивания при естественном освещении на глубине 180 м дальность видимости была больше, чем при искусственном [96].

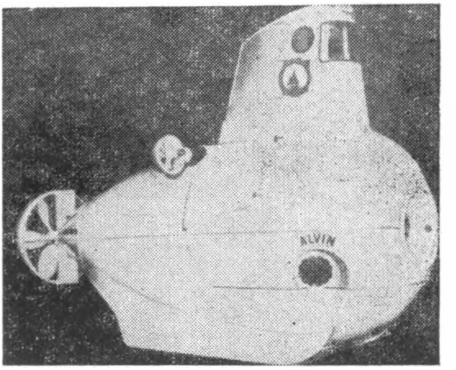


Рис. 5. Подводный аппарат «Алвин» (США)

Исследования в интересах рыбного хозяйства. Целью этих работ является:

поиск районов концентраций отдельных видов промысловых рыб;

наблюдение и изучение поведения отдельных видов промысловых рыб, моллюсков и ракообразных, их реакция на свет и звук;

изучение планктонных сообществ, их вертикального распределения, определение тонкой структуры скоплений;

исследование звуков, издаваемых скоплениями рыб, для разработки методов их поиска с помощью шумопеленгаторов;

наблюдение за поведением разноглубинного трала.

В их проведении преимущественно участвовали подводные аппараты «Северянка» (СССР), ТИНРО-2 (СССР), «Эшера» (Турция), «Алюминаут», «Куросио-2», «Дипстар-4000», «Алвин» (США).

Например, подводный аппарат «Северянка» исследовал поведение атлантической сельди и распределение планктона [2], аппарат «Эшера» был использован при изучении планктонных сообществ тунца и организмов, которые составляют его кормовую базу [42]. Во время работы подводного аппарата «Алюминаут» удалось найти новые районы скопления норвежских омаров и красных глубоководных креветок [57].

Аварийно-спасательные и подводно-технические работы. Поиск затонувших объектов ведется обычно с помощью гидролокаторов бокового обзора, кино-, фото- и телеаппаратуры, которые в последние годы стали практически обязательными на подводных аппаратах.

Напомним об удачно завершенных поисках водородной бомбы у берегов Испании [58], остатков подводной лодки США «Трешер»,

подводной лодки «Скорпион» [52], затонувших подводных аппаратов «Алвин» (США) [44] и «Пайсис-III» (Канада) [84], SP-3000 [49], остатков затонувшего самолета [74], об оказании помощи подводному аппарату «Дипквест» (США), потерявшему ход [91].

После обнаружения объекта аппарат выполняет различные по сложности операции. Например, подъем с грунта затонувших торпед аппаратами «Пайсис», «Алюминаут» и КУРВ осуществляется без особых затруднений, так как для выполнения этой операции не требуется сколько-нибудь длительного зависания подводного аппарата над торпедой. Как правило, она захватывается манипулятором аппарата почти с ходу.

Для проведения каких-либо операций по монтажу или демонтажу на объекте требуется длительная неподвижность подводного аппарата, сохранить которую в условиях течения, значительных кренов и дифферентов трудно. Так, известно лишь об участии подводного телеуправляемого аппарата КУРВ в подъеме водородной бомбы и подводного аппарата «Пайсис-III». При проведении этих операций функции КУРВ ограничивались закреплением за объект троса-проводника [58].

Следует отметить, что для выполнения аварийно-спасательных и монтажных работ на дне чаще всего используют телеуправляемые аппараты [44], которые меньше по размерам и массе, более маневренны, следовательно, оказываются в аварийных условиях более эффективными.

Аварийно-спасательные и подводно-технические работы, проводившиеся подводными аппаратами, сводятся к следующему:

оказание помощи затонувшим объектам [91];

поиск и подъем с грунта различных объектов, помощь в подъеме донных измерительных приборов [63];

осмотр подводных сооружений и гидроакустических систем ПЛО, резка металлоконструкций, например при подъеме судов [70];

монтаж трубопроводов нефтяных скважин [73];

обслуживание нефтяных скважин [80];

прокладка и осмотр подводных кабелей [80].

Б. ГРУППА УСЛОВИЙ

Анализ существующих материалов по использованию подводных аппаратов показывает, что они действуют в следующих установившихся режимах:

движение над грунтом или в толще воды по определенному закону;

движение над грунтом или в толще воды при буксировке надводным судном;

движение в дрейфе;

статическое положение — режим зависания над точкой дна.

Желательно, чтобы подводные аппараты могли маневрировать в локальном пространстве.

Рассмотрим подробно, какие из задач решаются подводными аппаратами в каждом из этих режимов.

Движение над грунтом или в толще воды по определенному закону. Этот режим движения подводного аппарата необходим прежде всего при картографировании дна, поиске затонувших объектов, проведении гидрологических разрезов, обследовании дна при биологических и геологических, а также рыбохозяйственных исследованиях.

Картографирование дна в настоящее время проводится фото- и киноаппаратами, гидролокаторами, сейсмографами. Обычно эта аппаратура дублируется аппаратурой теленаблюдения с записью изображения на магнитную или кинопленку.

Иногда используется магнитометрическая и гравиметрическая аппаратура, которая осуществляет измерение земного магнитного поля и местных аномалий, а также измерение гравитационного поля.

С помощью сканирующего локатора бокового и кругового обзора ведется обнаружение объектов, с помощью гидроакустического — оцениваются закономерности отражения акустических сигналов от дна при движениях аппарата на близких от него расстояниях [92]. Одновременно проводятся акустические измерения расстояния до дна.

Весь этот комплекс аппаратуры позволяет получить всесторонние данные об исследуемом районе, на основании которых не только составляется карта микрорельефа дна, но и определяются закономерности изменения геофизических параметров разреза.

При выполнении гидрологического разреза у дна или в толще воды измеряются стандартные гидрологические параметры: температура воды, соленость, относительная скорость и направление течения.

Ряд подводных аппаратов оборудован измерительной аппаратурой для регистрации скорости звука в воде. На некоторых установлены батометры для взятия проб воды [55] или аппаратура для измерения прозрачности воды [45] и освещенности на разных глубинах.

Движение над грунтом или в толще воды при буксировке надводным судном. Обычно буксировка подводного аппарата используется для получения данных по разрезу. Возможности подводного аппарата менять траекторию движения в этом случае ограничены и определяются параметрами движения судна.

С помощью буксируемых подводных аппаратов исследуются изотермические слои, измеряются пульсации скорости и температуры, мгновенная скорость, пульсации электропроводности, а также градиент оптического коэффициента преломления воды. Кроме того, определяются средние значения температуры воды, скорость звука, электропроводность, прозрачность воды, исследуются также биолюминесценция и флюоресценция моря. Очень интересные результаты по гидробиологии получены буксируемым

подводным аппаратом РУФАС (США) при обследовании коралловых рифов вдоль побережья Флориды.

Чаще всего вся информация, получаемая буксируемым подводным аппаратом, передается по кабелю для обработки на судовую ЦВМ.

Движение в дрейфе. В этом режиме работал подводный аппарат «Бен Франклин», продрейфовавший в Гольфстриме 2400 км в течение 31 дня. В процессе дрейфа измерялись направление и скорость течения, температура и их пульсации, соленость воды и ее акустические свойства в глубинных слоях течения. Кроме того, фиксировалась интенсивность солнечной радиации и прозрачность вод. Изучались одновременно глубоководные рассеивающие слои [71] и оценивалась степень обрастания корпуса аппарата и отдельных его элементов морскими организмами [85]. Определялись геофизические параметры, например магнитное поле Земли и его аномалии [45], исследовался рельеф дна с помощью гидролокатора бокового обзора и методом акустического сейсмопрофилирования.

Следует заметить, что режим движения подводного аппарата в дрейфе позволяет проводить комплексные исследования среды, причем возможно чередование режима дрейфа с зависанием подводного аппарата у грунта для точных измерений абсолютных значений параметров, например для оценки закономерностей затухания и отражения акустических сигналов в донных отложениях и изучения профиля осадочной толщи [88], взятия проб грунта, образцов коренных пород, бентосных форм.

Учитывая незначительные скорости дрейфа, надежную и точную стабилизацию подводного аппарата по глубине и собственные кинематические и позиционные параметры, данный режим можно рассматривать как идеальный для измерений и исследований водной среды.

Статическое положение над точкой грунта. Основной помехой для получения точных результатов измерений параметров подводной среды с надводного судна является влияние поверхностного волнового возмущения на измерительный прибор. Подводный аппарат практически может быть абсолютно неподвижен при стоянии на грунте, зависании над ним на якоре, зависании над грунтом с помощью системы динамического позиционирования. Это позволяет выполнять прецизионные магнитометрические, гравиметрические, гидрооптические измерения и исследования придонного слоя. Так, находясь в неподвижном состоянии на расстоянии 10 м над грунтом, подвижный аппарат «Бен Франклин» смог провести точные измерения профиля осадочной толщи на глубине до 100 м [85].

Подводный аппарат может доставить, а застабилизировавшись, установить на грунте геофизические, гидрологические, гидрооптические и гидроакустические приборы. При этом возникают идеальные условия для взятия проб воды в придонном и осадочном слоях, селективного отбора образцов грунта, донной флоры и фауны. Создаются необходимые условия для проведения аппаратом разно-

образных аварийно-спасательных и подводно-технических работ.

Благодаря системе динамического позиционирования подводный аппарат может сохранять практически любое произвольное положение над грунтом неограниченное время.

Следует заметить, что из всех рассмотренных состояний подводного аппарата статическое до сих пор труднее обеспечивать вследствие сложности компенсации возмущений со стороны течения и других факторов.

§ 2. Классификация подводных роботов

Классифицировать материал о подводных роботах, по-видимому, можно, во-первых, на основе всей обширной информации, которая относится к существующим подводным аппаратам. При этом классификацию следует проводить с целью определения перспективных научных задач исследования океана и проведения работ на глубине с помощью подводных роботов.

Во-вторых, основываясь на систематизированном материале и прогнозируя направления развития подводных роботов, прежде всего развитие методики их использования, можно осуществить также некоторую перспективную классификацию.

Итак, подводные роботы могут быть разделены:

А. **По типу выполняемых исследований и работ** на следующие виды:

гидрофизические;
геологические;
биологические;
поисковые;
рабочие.

Гидрофизические роботы проводят исследования физики океана. В эту категорию могут быть отнесены подводные роботы, измеряющие гидрологические параметры, оптические характеристики водной среды и выполняющие гидроакустические исследования.

На этих роботах имеются измерители: течений; температуры; солености; скорости звука в воде; отражения и затухания скорости звука, в том числе в осадочном слое; прозрачности воды;

батометры;

аппаратура для магнитной записи измеряемых параметров.

Геологические роботы выполняют картирование дна океана, геодезические исследования дна, сбор образцов грунта и геохимические измерения. В последнее время наблюдается стремление к комплексному изучению явлений. Поэтому, наряду с аппаратурой для геофизических исследований, подводный робот, очевидно, должен иметь и аппаратуру для гидробиологических работ.

Геологические роботы имеют следующую аппаратуру:

кино- и фотоустановки;

телевизионную систему наблюдения и записи;

магнитометрическую аппаратуру;
сейсмопрофилограф;
гидролокатор бокового обзора;
измерители температуры в осадочном слое;
аппаратуру для измерения силы тяжести земли.

Биологические подводные роботы кроме чисто биологических исследований практически могут выполнять часть программы геологических роботов (визуальные наблюдения и селективный отбор планктона или бентосных форм [78]).

Следует заметить, что данная классификация весьма условна, так как один и тот же подводный робот в зависимости от поставленной задачи может выполнять самые различные функции.

Поисковые подводные роботы предназначены для осуществления поиска под водой затонувших объектов. Эти специализированные роботы нацелены на конкретную работу. Обычно они оборудованы фото- и киноаппаратурой, телевизионной системой, магнитометром. Получаемая информация либо передается на обеспечивающее судно сразу, либо фиксируется для дальнейшей обработки после всплытия.

Рабочие роботы — специализированные системы, предназначенные для проведения на грунте или на затонувшем объекте монтажных и ремонтных операций. Роботы этого типа могут использоваться также для установки измерительной аппаратуры на грунт, обслуживания нефтяных скважин, обследования подводных кабелей и трубопроводов, прокладки подводных кабелей на дне (рис. 6, 7).

В оборудование рабочих роботов обычно входят:
манипуляторы, иногда со сменным инструментом;
телевизионная система наблюдения;
специализированное оборудование, в зависимости от задания.

Б. **По способу движения в водной среде** подводные работы могут быть разделены на следующие типы:
плавающие;
шагающие;
перемещающиеся по грунту с постоянным контактом.

Подавляющее большинство подводных роботов, очевидно, должно перемещаться в водной среде за счет плавания.

Плавающие роботы обладают преимуществами, а именно:
одинаковой маневренностью у дна и в толще воды;
возможностью зависания в толще вод и в связи с этим возможностью длительного дрейфа по течению;
сравнительно простой конструкцией движителей и системы управления ими;
созданием исчезающе малых возмущений грунта дна и придонных слоев воды.

Кроме того, плавающие подводные аппараты обладают и недостатками:
необходимостью иметь плавучесть близкой к нейтральной,

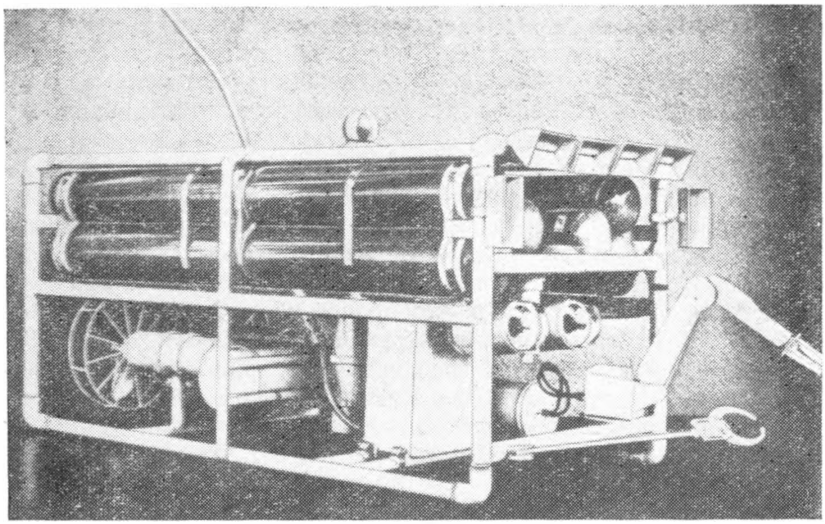


Рис. 6. Подводный телеуправляемый аппарат «Эрик» (Франция)

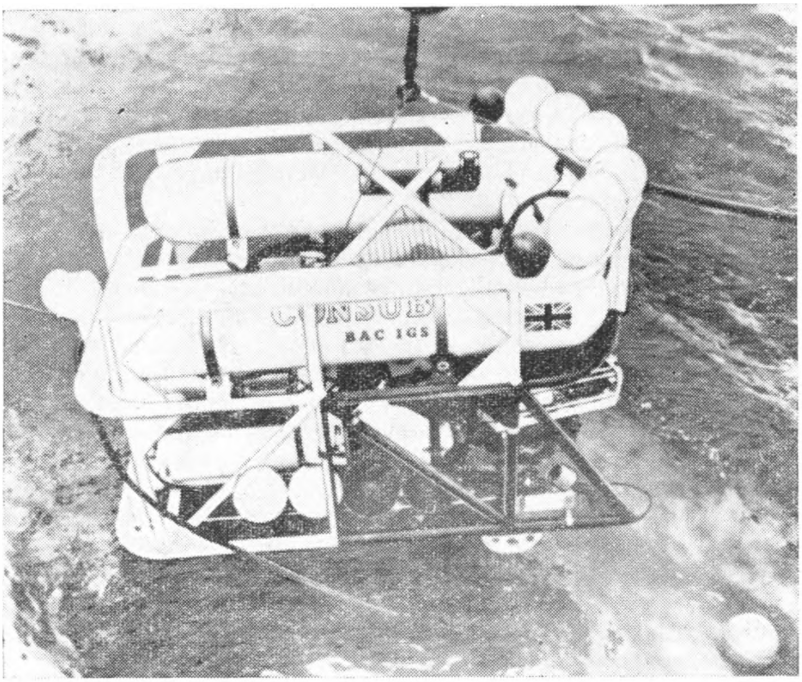


Рис. 7. Подводный телеуправляемый аппарат «Консаб» (Англия)

вследствие чего определяющим при проектировании становится критерий минимума массы систем робота;

необходимостью компенсации массы принятых на борт образцов и объектов;

сложностью обеспечения статического положения над точкой грунта.

Последний недостаток имеет существенное значение, так как возможность подводного робота длительно оставаться в неподвижном состоянии у дна определяет точность измеряемых параметров и условия проведения операций на дне.

Шагающие подводные роботы пока еще не созданы, хотя возможность их конструирования не раз обсуждалась. Основными преимуществами этого способа перемещения являются:

высокая проходимость и маневренность при сложном рельефе дна;

высокая стабильность положения на дне;

простота приема на борт проб, образцов и объектов.

К недостаткам можно отнести:

ограниченность горизонта перемещения;

образование существенных возмущений грунта и придонных слоев воды;

сложность управления движением, большое число агрегатов на борту, ЦВМ в том числе.

Роботы, перемещающиеся по грунту, должны иметь постоянный контакт с ним, поэтому данный способ движения может быть реализован либо в виде гусеничного [77] и колесного шасси, либо в виде цепного кольца — гайдропа [95]. Закольцованная цепь накинута на две звездочки, одна из которых приводит ее в движение. Нижняя часть кольца цепи лежит на грунте и выполняет роль гайдропа.

Подводный робот с гусеничным и колесным ходом, как показывает практика, вызывает еще большее возмущение грунта и придонного слоя, обладает меньшей проходимостью и маневренностью, чем шагающий. Остальные качества их идентичны.

Перемещение с помощью цепного кольца занимает промежуточное положение между способом плавания и ползания. Роботы с таким способом движения обладают теми же достоинствами, что и плавающие, и, кроме того, возможностью длительно сохранять статическое положение над точкой грунта.

Недостатками их являются:

ограниченность горизонта перемещения;

возмущения дна и придонных слоев воды;

ограниченная маневренность;

необходимость иметь плавучесть, близкую к нейтральной;

необходимость компенсации силы тяжести принятых на борт образцов, проб и объектов.

Очевидно, возможно и создание симбиотической системы: плавающей за счет движителей и локально перемещающейся по грунту

с помощью цепного кольца. Такая система сможет двигаться на различных горизонтах, увеличится ее маневренность, однако она будет по-прежнему оказывать возмущения на донный слой воды и грунта, сохранятся и два последних недостатка.

В. **По способу электропитания** различают следующие типы роботов:

привязные;

автономные.

Привязные подводные роботы имеют силовой кабель в качестве канала, по которому передается электропитание с судна обеспечения. Такой способ, естественно, ухудшает характеристики робота. Кабельная линия вносит определенные возмущения, ограничивает пространство обслуживания. В то же время подводные роботы привязного типа обладают неограниченной автономностью по энергопитанию и имеют достаточно надежный канал связи.

Привязные буксируемые роботы могут иметь как автономное питание, так и получать его с судна по кабелю.

При очень больших длинах кабеля (свыше 2 км) приходится размещать источник электроэнергии либо на самом роботе, либо на якоре, от которого к роботу идет плавучий участок силового кабеля.

Автономные подводные роботы имеют бортовой источник электроэнергии, обычно в виде аккумуляторной батареи. Такие роботы могут обследовать существенно большие пространства, перемещаться как у дна, так и в толще воды, двигаться по любой заданной траектории.

Г. **По виду информационной связи** подводные аппараты делятся на следующие типы:

кабельные;

с гидроакустической связью.

Передача информации по кабельному каналу связи является надежной. Для передачи значительного объема информации применяют системы уплотнения канала связи, обычно с частотно-временным разделением. По каналу связи передается видеоинформация, информация управления и информация о работе систем.

Информационная связь с автономными подводными роботами обычно осуществляется по гидроакустическому каналу, который характеризуется существенным затуханием и нестабильностью параметров. При наличии звукорассеивающих слоев связь с подводным роботом часто прерывается или ухудшается. Кроме того, объем информации, который можно передать по гидроакустическому каналу, обычно невелик. Громадные сложности возникают при передаче видеоинформации с больших глубин. Реальным, по-видимому, остается использование гидроакустического канала для связи с подводным роботом второго поколения, так как объем передаваемой информации как в ту, так и в другую сторону существенно уменьшится.

Д. **По способу достижения статического состояния** различают следующие типы роботов:

якорные;

с динамическим позиционированием;

жесткого закрепления.

Удержание подводного робота над точкой на грунте с помощью якоря — широкоизвестный и наиболее простой способ. Однако робот в этом случае оказывается подвешенным пассивно. На его положение могут оказывать воздействия возмущения со стороны течения, работающего манипулятора и пр. Все это затрудняет проведение операций на грунте.

Система динамического позиционирования была применена для удержания в точке длительное время надводных судов («Тритон», «Гломар Челенджер») [56, 62]. Для активного удержания подводных аппаратов система динамического позиционирования была разработана впервые в Институте океанологии АН СССР им. П. П. Ширшова [39].

Преимущества способа активного удержания подводного робота над грунтом состоят прежде всего в высокой стабильности положения в условиях разнообразных возмущений. Кроме того, такая система позволяет роботу сравнительно просто принять любое произвольное положение над объектом, удобное для работы или измерений. Наконец, система динамического позиционирования подводного робота вносит сравнительно малые возмущения в придонный слой воды и грунта. Очевидно, что подобная система удержания удобна как для проведения точных измерений параметров среды, так и для выполнения работ манипуляторами.

Существует также возможность надежной фиксации роботов на грунте или объекте путем создания определенной отрицательной плавучести и, как следствие, покладки на грунт, обычно только за счет упора винтов. При всех способах жесткой фиксации подводного робота неизбежно возникает существенное возмущение среды или донной поверхности, что отрицательно сказывается на измерениях и работе манипуляторами.

Приведенная классификация существующих подводных аппаратов позволяет наметить перспективу развития роботов, предназначенных для проведения океанологических исследований и подводных работ.

Прежде всего, развитие подводных роботов будет осуществляться по поколениям: первому, второму и третьему.

Роботы первого поколения — это жестко запрограммированные системы типа «Си Дрон», «Пингвин» и др., программа действия которых в воде определена заранее.

Роботы второго поколения способны к адаптивному поведению. Программа их действия может меняться в зависимости от внешних условий. Поэтому сбор данных о внешнем мире и их анализ — основа их функционирования.

Наконец, роботы третьего поколения — вполне самостоятельные системы. Общение с человеком у них происходит только на высшем стратегическом уровне. Это — системы, обладающие искусственным интеллектом.

Конечно, непосредственные наблюдения человеком происходящих событий и явлений всегда, даже при появлении роботов третьего поколения, будут оставаться наиболее предпочтительными.

По широте решаемых задач подводные роботы могут быть разделены на комплексные и узкоспециализированные.

Очевидно, в дальнейшем будут нужны и комплексные подводные роботы, предназначенные, например, для измерений большого числа параметров исследуемой среды, и узкоспециализированные, предназначенные для выполнения рабочих операций по монтажу приборов или обслуживанию нефтяных скважин. Строго говоря, должен быть штат роботов, подобно тому, как это организовано на производстве.

По коммуникабельности различают подводные роботы, действующие самостоятельно и в группе.

Это деление практически тесно связано с предыдущим. В самом деле, если подводный робот универсален, например предназначен для проведения комплексных измерений среды, то чаще всего он будет действовать самостоятельно, хотя и не исключена возможность групповых исследований в ряде точек пространства. В этом случае подводные роботы должны иметь возможность обмена информацией между собой о совершаемых действиях с целью уточнения дальнейшей программы на основе получаемых результатов.

Подводные роботы, предназначенные для проведения рабочих операций, являясь по своей структуре узкоспециализированными, безусловно, будут чаще всего действовать группами. Возможна и иерархическая структура организации работ. В этом случае основная система, обладающая наибольшими вычислительными возможностями и интеллектом, замыкает на себя рабочую группу узкоспециализированных подводных роботов, обладающих существенно меньшими «мыслительными» способностями. Вполне возможно, что подобная структура взаимоотношений роботов окажется наиболее оптимальной при осуществлении исследований среды.

В связи с этим подводные роботы также могут быть разделены на следующие типы:

рабочие;

информационные;

обслуживающие измерительную аппаратуру;

консультирующие (роботы-консультанты).

Рабочие подводные роботы предназначены для выполнения узкого круга тяжелых операций по монтажу, демонтажу, установке приборов.

Информационные роботы собирают данные о состоянии внешней среды, условиях работы приборов и механизмов на дне, проводят комплексные океанологические исследования. Всю ин-

формацию, проанализированную соответствующим образом, они сообщают в основной вычислительно-управляющий центр головного робота.

Узкоспециализированные роботы, предназначенные для обслуживания измерительной аппаратуры, установленной на дне, будут заменять в ней блоки, собирать блоки, хранящие информацию.

Очевидно, при создании подводных робототехнических систем определяющим должен быть модульный принцип построения. Каждый робот должен состоять из неизменяемой части, обеспечивающей его передвижение в среде и основные «рефлекторные» навыки, и специальной.

Особое положение должны занимать подводные роботы-консультанты. Вполне понятно, что узкоспециализированные подводные роботы не могут иметь большого объема памяти бортового вычислительно-управляющего комплекса. В обыденной обстановке он им просто не требуется. Однако могут возникать ситуации, в которых такой робот не в состоянии самостоятельно принять решение вследствие ограниченного объема вычислительных средств. В этом случае наиболее целесообразно воспользоваться возможностями робота-консультанта.

Конечно, это — перспективная структура, но, по нашему мнению, уже сейчас необходимо намечать общую схему взаимосвязи и специализации роботов в робототехнических системах.

Подводные роботы могут быть разделены также по виду контакта с изучаемой средой или объектом.

Если перед подводным роботом стоит задача сбора образцов грунта или проведения конкретных рабочих операций, например с аппаратурой нефтяных скважин, то контакт может быть только прямым.

Если же подводный робот выполняет измерения, например гидрологических параметров, или ведется сейсмопрофилирование, то прямого контакта с дном, вызывающего ответные реакции (силовые), не возникает. Такая система может быть названа системой с дистанционным контактом.

§ 3. Перспективы использования роботов в океанологических исследованиях и подводно-технических работах

Проведенный анализ позволяет составить перечень возможных тем исследований океана, в выполнении которых подводные роботы могут быть основным средством его изучения. Следует сразу же заметить, что подводные роботы, как бы совершенны они ни были, эффективны только при изучении мелкомасштабных процессов в локальных пространствах. Правда, подводные роботы позволяют проводить комплексные исследования и измерения, что

очень важно для воссоздания действительной картины процесса или явления.

Подводный робот, как никакое другое средство, обеспечивает высокую точность проведения измерений благодаря своей способности стабилизироваться в пространстве и быть инвариантным по отношению к возмущениям со стороны поверхностного волнения.

Подводный робот способен также строить программу своих действий в соответствии с внешней обстановкой.

Наконец, подводный робот может не только хранить большой массив полученной информации, но и частично обрабатывать ее и даже «осмысливать». С учетом этих характерных качеств подводного робота и следует проводить анализ перспектив изучения океана и осуществление подводно-технических работ с их помощью.

С надводных судов океанологические исследования обычно выполняются следующими способами:

а) постановкой буйков, дрейфующих и заякоренных;

б) буксированием измерительных приборов;

в) зондированием путем спуска на тросе или трос-кабеле или свободного автономного спуска;

г) донной установкой приборов;

д) дистанционным измерением.

Как было показано выше, подводный робот способен успешно выполнять любую из этих работ. Анализ программ исследований океана необходимо проводить только с учетом фактора эффективности применения подводного робота по той или иной дисциплине океанологии.

Проблемы современной океанологии, по-видимому, необходимо решать путем:

а) сбора динамической информации;

б) проведения наблюдений одновременно во многих точках пространства морей и океанов на большой площади;

в) проведения наблюдений объектов в определенный момент времени, а также изучения различныхп араметров на основании измеренных данных.

В отличие от предыдущего рассмотрение будем проводить по основным проблемам исследований Мирового океана с конкретизацией, по возможности, необходимого режима действий подводного робота в процессе общения с изучаемым явлением. В зависимости от решаемой задачи будем определять также требования к параметрам движения и стабилизации подводного робота.

А. ФИЗИКА ОКЕАНА

Наиболее перспективными можно считать следующие исследования:

циркуляции и переноса вод;

тонкой структуры физических полей в океане.

В решении отдельных вопросов этих задач подводный робот может оказать существенную помощь.

Измерения физических параметров среды могут проводиться бортовой аппаратурой и автономными донными приборами, расставленными подводным роботом и собираемыми по окончании измерений.

Исследования физических полей океана могут включать измерения:

характеристик перемещения водной массы — скорость течения и направление;

температуры;

солености;

электропроводности;

концентрации радиоактивных веществ;

гидрооптических характеристик;

акустических характеристик.

При этом следует учесть, что с помощью бортовой измерительной аппаратуры подводного робота можно изучать пространственную неравномерность характеристик среды, а при определенных условиях и короткопериодные временны́е изменения в фиксированной точке пространства (в статическом положении подводного робота без дрейфа).

В процессе движения подводного робота в горизонтальном направлении возможно изучение микроструктуры полей по горизонту. Одновременно должно проводиться исследование временно́й структуры физических полей путем использования буйковой станции или второго подводного робота, находящегося в статическом режиме над грунтом без дрейфа.

Временна́я изменчивость характеристик среды, и особенно их длиннопериодные колебания, могут быть изучены только при расстановке донной измерительной аппаратуры.

В процессе исследований физических полей океана подводный робот может обеспечить измерение средних значений характеристик, их пространственной неравномерности (градиенты изменений в придонном слое, слое скачка, на сложном рельефе), временно́й изменчивости (пульсации и спектры коротко- и длиннопериодных колебаний).

Температуру в слое скачка следует измерять с дискретностью 5 мин при вертикальном движении подводного робота. Это позволит зафиксировать спектр колебаний температуры с периодом от 5 до 20 с. Градиент температуры в придонном слое нужно измерять в точках на удалении от дна 0,1; 1,0; 2,0 м и т. д. и завершать их приблизительно на расстоянии 50 м от дна. В этом случае точность измерений температуры должна быть не ниже сотых долей градуса.

Вдали от гидрологических фронтов горизонтальный градиент температуры среды на глубинах 500—1000 м составляет примерно 10^{-2} град/милю. Следовательно, при исследовании пространственных пульсаций температуры необходимо обеспечить точность

измерений в несколько тысячных долей градуса. Так как вертикальный градиент температуры в этом слое составляет примерно 10^{-3} град/м, точность стабилизации подводного робота должна быть не ниже $\pm$ 1 м. Эти же требования нужно выполнять и при исследовании временнóй микроструктуры поля температур. По мере увеличения глубины требования к точности стабилизации подводного робота должны повышаться. Очевидно, во всех случаях она должна быть не ниже 0,1 м.

Одной из важных проблем при изучении физических полей с помощью подводного робота является устранение влияния физических полей, индуцированных роботом. Уменьшить это влияние можно, вынеся измерительные датчики на специальные штанги и кронштейны в сторону от робота, проводя измерения по ходу подводного робота либо устанавливая донную измерительную аппаратуру.

При исследовании пограничного слоя у дна измеряют:

скорости и направления течений (на ходу и на стóпе);

электропроводность (на ходу и на стóпе);

температуру (на ходу и на стóпе);

температуру в осадках (автономным прибором);

градиент температур по горизонтали (на ходу) и глубине,

а также изучают:

процессы обмена солей (на стóпе);

распространение тепла в воде;

тепловые потоки от дна (на стóпе);

распространение акустических сигналов и отражений.

При исследовании локальных временных структур придонных океанических вод изучают:

временную микроструктуру поля температуры на стóпе (точность не ниже $2 \cdot 10^{-6}$ К);

микропульсации течений на стóпе (точность не ниже 10^{-4} м/с);

микропульсации электропроводности (на стóпе) (точность не ниже 0,75 меин/м);

микропульсации солености (на стóпе).

При исследовании характеристик физических полей в толще вод:

измеряют скорости звука в любом направлении (на ходу);

изучают шумы в океане в разные сезоны (на стóпе); микропульсации давления на различных глубинах (на стóпе); пространственную микроструктуру поля температур (на ходу); микропульсации солености; закономерности структуры горизонтальной и вертикальной циркуляции вод, переноса вод, тепла, солей (на ходу и на стóпе);

исследуют статистические характеристики распределения гидрооптических полей в океане — определяют показатели ослабления в режиме стратификации и при горизонтальном движении, рассеивающих и поляризационных свойств воды, угловые характеристики (на стóпе); распространение естественного светового излу-

чения через границу раздела для различных глубин (на сто́пе);

определяют концентрации взвешенных частиц по данным рассеяния (на ходу);

изучают биолюминесценцию и флюоресценцию океана (на ходу);

измеряют уровень радиоактивности в толще вод (на ходу); проникновение космического излучения (на ходу и на сто́пе);

определяют диффузию радиоактивных примесей (на сто́пе).

Очевидно, что перечисленные исследования могут быть выполнены подводными роботами всех трех типов: буксируемыми, автономными и рабочими.

Б. ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА ОКЕАНА

Исследования с использованием подводного робота могут проводиться следующими методами:

визуальным наблюдением, фото- и киносъемкой;

измерениями характеристик с помощью аппаратуры;

отбором проб грунта с помощью манипуляторов, грунтовых трубок, керноотборников.

При этом обычно выполняются либо систематические наблюдения и измерения в заранее выбранных точках, либо свободный поиск интересных районов с последующим выполнением в них возможно большего объема работ.

Систематические наблюдения можно проводить, например, по прямой от берега в пределах рабочей глубины подводного робота. При этом с целью получения точного профиля глубину необходимо регистрировать с точностью до 1%. На опорных площадках, расположенных через определенные интервалы глубин, требуется отбирать пробы осадочного грунта (колонка диаметром 0,6—0,8 м и длиной от 0,40 до 1,00 м), основных пород (один образец до 2—3 кг). Число проб вдоль профиля должно равняться примерно 50. При работе на опорных площадках необходимо предварительно фотографировать и зондировать грунт бортовым сейсмопрофилографом.

При проведении этих работ важное значение имеет точность навигации подводного робота. Точность определения истинного положения подводного робота по горизонтали должна составлять 10 м. При обнаружении интересных районов могут проводиться всесторонние исследования (всеми имеющимися средствами) особенностей рельефа и структуры грунта. Такими районами могут быть каньоны, нефтяные зоны, выходы гидротермальных вод и т. п.

При исследовании осадочных пород изучают:

микрорельеф осадочного слоя;

взвешенные вещества в воде;

формирование минеральных комплексов в донных осадках;

состав и закономерности распределения в донных осадках микрофлоры и микрофауны;

динамику переноса осадочных пород;

физико-химические характеристики осадочных пород;

микроструктуру осадочного слоя;
прочность и скорость сдвига осадочного слоя;
стратификацию придонного слоя акустическим методом;
определяют температурный градиент грунта.

Исследование рифтовых зон включает:

изучение структуры рифтовых зон (на ходу), рудоносных образований, гидротермальных активностей и тонкой структуры геофизических полей в рифтовых зонах;

обследование структуры коренных пород глубоководных желобов, обнажений коренных пород и выявление структурных закономерностей их выходов;

разведку источников пресных и гидротермальных вод;
магнитотеллурические зондирования.

При картировании дна проводят:

гидролокационную съемку дна;
точные измерения гравитации и ее аномалии;
гравиметрические опорные измерения (на стóпе);
точные магнитометрические измерения;
сейсмозондирование дна;
исследование распределения звука в грунте.

Перечисленные исследования могут выполняться подводными роботами всех типов. Однако наибольшее число задач решают подводные роботы-манипуляторы.

В. ХИМИЯ ОКЕАНА

Геохимические исследования связаны с изучением процессов, происходящих в осадочных слоях, с измерением концентрации различных элементов и веществ в толще воды и придонных слоях, а также с изучением процессов обмена между осадочным слоем и придонными слоями воды.

Основным методом выполнения этих работ является отбор проб грунта и воды для последующего лабораторного анализа или инструментальное измерение параметров in situ. Как и в предыдущем случае, исследования могут проводиться методом систематических наблюдений либо методом свободного поиска особо интересных районов, например выходов подземных вод, где очень важно взять пробы воды и грунта.

Взятие проб осадочного грунта может производиться грунтовыми трубками диаметром до 0,20 м и длиной до 1 м. В качестве инструмента для отбора проб грунта используют дночерпатель, захватывающий пробу на глубину до 0,25 м. Количество проб грунта обычно доходит до 10, объемом не менее 2—3 л. Особый интерес представляют пробы грунта, взятые с наклонных поверхностей, так как традиционными способами выполнить это чрезвычайно трудно. Следует обязательно предварительно сфотографировать район взятия проб.

Отбор проб воды в придонном слое непосредственно у грунта и в верхнем его полужидком слое оказывается чрезвычайно важным

для специалистов. Пробы нужно отбирать на расстоянии 0; 0,10; 0,30; 0,50 и 1,00 м от грунта. При этом необходимо, чтобы робот не вносил возмущений в среду, приводящих к ее перемешиванию.

При проведении градиентных наблюдений в придонном слое необходимо отбирать пробы воды объемом до 30 л на строго фиксированных расстояниях от дна через каждые 1—2 м по вертикали. Точность расстояний от грунта должна выдерживаться в пределах ± 1 м. Объем проб взвесей должен быть не менее 8 л.

Гидрохимические исследования, например определение содержания O_2 и pH, могут проводиться также путем измерения и регистрации параметров in situ с помощью бортовой аппаратуры или отделяемых измерительных комплексов, как при выполнении систематических горизонтальных разрезов, так и вертикальных. Одновременно необходимо регистрировать и физические параметры среды: температуру, электропроводность, соленость и т. п. Для нормальной работы датчиков O_2 и pH, устанавливаемых на подводном роботе, необходимо обеспечить скорость набегающего потока не менее 0,10 м/с. Датчик O_2 обладает некоторой инерционностью — до 60 с, датчик pH — до 30 с, точность измерения концентрации O_2 — 0,1 мл/л.

С помощью отделяемых измерительных комплексов можно, например, исследовать процессы диффузии газов из донных осадков в придонный слой воды. Для этого нужно выполнить длительные многосуточные измерения концентраций основных компонентов на изолированном участке дна и в придонном слое воды.

Перспективным следует считать:

изучение физико-химических процессов в современных осадках и влияние их на распределение и концентрирование элементов в донных отложениях;

исследование химических процессов на границе с дном путем изучения проб воды в придонном слое и проб верхнего слоя осадков;

градиентные исследования в придонном слое;

измерение донного окислительно-восстановительного потенциала, содержания O_2 и pH по глубине и площади, концентраций растворенных в толще воды газов стратифицированно;

исследование на сложном рельефе, в местах, разделенных резкими среднемасштабными поднятиями дна, и в местах с существенными изменениями типа осадков;

изучение маломасштабных аномалий по глубине, а также процессов диффузий газов на границе раздела.

Г. БИОЛОГИЯ ОКЕАНА

Применение подводного робота может дать наибольший эффект при исследованиях бентосных форм, планктонных сообществ, биологической структуры звукорассеивающих слоев, которые также проводятся либо в виде систематических наблюдений

на разрезах, либо в режиме свободного поиска. По-видимому, метод систематических наблюдений в данном случае будет более предпочтителен.

Наблюдение и фотографирование интересных участков дна проводятся на разрезах и обычно предшествуют отбору образцов бентосных форм. Необходимо, чтобы съемка дна была масштабной и позволяла судить о характере микрорельефа дна и размерах объектов (отдельные организмы, грунты всех типов).

Число проб на разрезе должно быть не менее 20. Пробы грунта могут браться дночерпателями, площадь захвата которых не менее 0,05 м^2 и глубина захвата — не менее 0,20 м. Собирая прикрепленные к скалистому грунту организмы, следует полностью соскабливать весь биологический материал с заданной площади.

Точность определения глубины при этих исследованиях должна составлять до 2%, а местоположения на разрезе ± 10 м. Одновременно с отбором проб необходимо регистрировать основные гидрологические параметры и освещенность.

Исследование состава и процессов миграции планктонных сообществ может проводиться как путем отбора проб воды по глубине, так и инструментальными измерениями (оптическими и акустическими).

Изучение звукорассеивающих слоев должно проводиться акустическими методами.

Перспективными следует считать следующие работы:

районирование шельфа, склона и ложа океана по донной фауне;

выявление экологических и географических закономерностей распределения глубоководной фауны океана;

исследование вертикальной структуры фитопланктона сообществ океана в связи с процессом новообразования органического вещества;

измерение биомассы фито- и зоопланктона оптическим и количественным методами;

изучение структуры и передвижения звукорассеивающих слоев.

Д. ОСВОЕНИЕ ПИЩЕВЫХ РЕСУРСОВ ОКЕАНА

Исследования в рыбохозяйственных целях могут быть как визуальными, так и инструментальными. Каждая взятая проба должна обязательно сопровождаться измерением основных гидрологических характеристик водной среды.

Подавляющее большинство биологических исследований океана прямо или косвенно связано с решением проблемы освоения его пищевых ресурсов, однако рыбохозяйственные исследования все же имеют некоторые особенности.

Практически все наблюдения и взятия проб проводятся при статическом положении подводного робота. Систематические разрезы выполняются на малой скорости либо в дрейфе.

Перспективным следует считать изучение: биологии скоплений и поведения промысловых глубоководных ракообразных; поведения рыб в районах концентрации кормовых животных; распределения и структуры бентосных сообществ; поведения и миграции рыб на границах ледовых полей; распределения и поведения планктонных, макропланктонных и донных животных, являющихся кормовой базой промысловых объектов; реакции морских организмов на свет, звук, электрополе и другие физические раздражители;

проведение спектрального анализа биологических шумов;

исследование работы разноглубинных и донных тралов.

Е. ПОДВОДНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Использование подводных роботов по мере их развития для проведения операций под водой будет расширяться. Однако для этого необходимо повысить их автономность, в том числе и энергопитание, увеличить сроки пребывания на глубине. Существенные затруднения возникают с обменом информацией между подводным роботом и оператором, поэтому канал связи должен соответствующим образом обрабатывать информацию, подлежащую передаче, и быть надежным. Только при выполнении этих требований подводный робот приобретет значительную самостоятельность и сможет принимать решения при минимальном общении с оператором. Очевидно, что подобные его характеристики возможны лишь при достижении высокой степени функциональной и технической отработки всех систем.

Работы под водой весьма разнообразны: это и обслуживание донной измерительной аппаратуры, и подводных нефтяных скважин, обеспечение прокладки и ремонта подводных кабелей, строительно-монтажные работы и участие в аварийно-спасательных операциях.

Для осуществления всех этих операций нужны высокофункциональные манипуляторы, а для нормального функционирования робота необходима надежная и точная стабилизация его положения над объектом. Экспериментами установлено, что точность выдерживания положения подводного робота в пространстве (динамического позиционирования) не должна быть ниже 0,01 м.

§ 4. Средства обеспечения подводных роботов

Первые подводные телеуправляемые аппараты — роботы — спускали на трос-кабеле с надводного судна. Эта наиболее простая схема работы аппаратов позволяла осуществлять поверхностный осмотр дна и выполнять некоторые элементарные операции по сбору образцов грунта или захвату затонувших объектов. Вследствие дрейфа судна обеспечения посадка аппарата на дно или зависание его над точкой дна практически исключались либо

составляли по продолжительности считанные минуты. По такой схеме работали подводные телеуправляемые аппараты КУРВ-I, «Краб», ТЕЛЕНОТ-1.

Вполне понятно, что ни о каких сколько-нибудь сложных операциях под водой при таких условиях работы не могло быть и речи. И все же подводным аппаратом КУРВ-I, например, было собрано значительное количество затонувших торпед, а аппаратом «Краб» проведены геологические разрезы с отбором многочисленных проб на ряде вулканических гор Средиземного моря и в Тихом океане.

В связи с потерей водородной бомбы у берегов Испании во время катастрофы самолета США, происшедшей в 1961 г., возникла необходимость применения подводного телеуправляемого аппарата КУРВ-II с более современным обеспечением. Основная трудность проведения длительных работ под водой обычно обусловлена непрерывным дрейфом судна обеспечения. Поэтому в рассматриваемой операции судно удерживалось от дрейфа специальным буксиром. Благодаря этому подводный аппарат смог найти лежавшую на дне бомбу и выполнить ряд операций по ее остропке и подъему на поверхность.

Судно обеспечения может длительное время сохранять свое положение на поверхности практически неизменным, удерживаясь на глубоководных якорях. Так, подводный телеуправляемый аппарат СОРД успешно работал в таких условиях на глубинах до 1800 м.

Однако обе рассмотренные схемы обеспечения оказываются достаточно сложными и нерентабельными. Очевидно, что судно обеспечения целесообразнее всего удерживать в заданной точке акватории активно, с помощью специальных подруливающих устройств. Такая система удержания положения получила название динамического позиционирования.

Применяются две схемы удержания судна с помощью системы динамического позиционирования. Так, на французском судне «Тритон», предназначенном для глубоководных исследований, в качестве движителей используются два циклоидальных винта Войт-Шнайдера. Благодаря им судно обладает хорошей маневренностью, особенно на малых скоростях. Система динамического позиционирования состоит из инклинометра, установленного на кабеле между лебедкой судна и якорем. Инклинометр измеряет угловые отклонения судна относительно якоря, полученные результаты обрабатываются судовой ЭВМ, которая далее формирует соответствующие команды на движители судна. В этой схеме якорная система не является прочной, способной удерживать судно, она служит только целям измерения происходящих отклонений судна от заданной точки. Однако на больших глубинах подобная система измерений оказывается неэффективной.

На американском бурильном судне «Гломар Челенджер» используется безъякорная система удержания. Она эффективно действует на глубинах до 6000 м. Система динамического позиционирования состоит из устанавливаемых в 6 м от грунта двух (в послед-

нее время — одного) гидроакустических маяков и четырех судовых гидрофонов. Излучаемые маяками звуковые сигналы принимаются гидрофонами, и по этой информации осуществляется измерение расстояний между гидрофонами и маяками. Обработка информации производится с помощью ЭВМ, которая выполняет вычисления текущих координат судна относительно выбранной позиции. Если судно отклоняется от заданной точки, то ЭВМ подает соответствующие команды — и с помощью туннельных подруливающих

Рис. 8. Подводный аппарат «ОСА» (СССР)

устройств оно возвращается в первоначальное положение. Система динамического позиционирования судна «Гломар Челенджер» может работать в трех режимах: автоматическом, полуавтоматическом и ручном (в случае полного отключения ЭВМ).

Анализируя опыт использования подводных аппаратов (рис. 8) для выполнения работ под водой, можно выделить четыре возможные схемы обеспечения (рис. 9).

Первая схема А подробно рассмотрена выше, и ее недостатки очевидны.

Вторая схема Б предполагает наличие специального якорного устройства, закрепленного в непосредственной близости от робота, и плавучего участка кабельной линии, примыкающей к роботу. Такая схема позволяет существенно снизить уровень поверхност-

ных возмущений на робот, а также обеспечивает точную координацию его у грунта. Если между судном и подводным роботом сохраняется кабельный канал связи, то дрейф судна необходимо компенсировать за счет увеличения длины трос-кабеля. Информация о необходимости потравливать трос-кабель может быть получена, например, от датчика его натяжения, установленного на судне, или датчика наклона трос-кабеля, размещенного в месте присоединения его к якорю.

В обеих схемах между судном обеспечения и подводным роботом существует кабельная связь. Включение во вторую схему системы динамического позиционирования судна создает идеальные условия для проведения длительных работ под водой. Судно про-

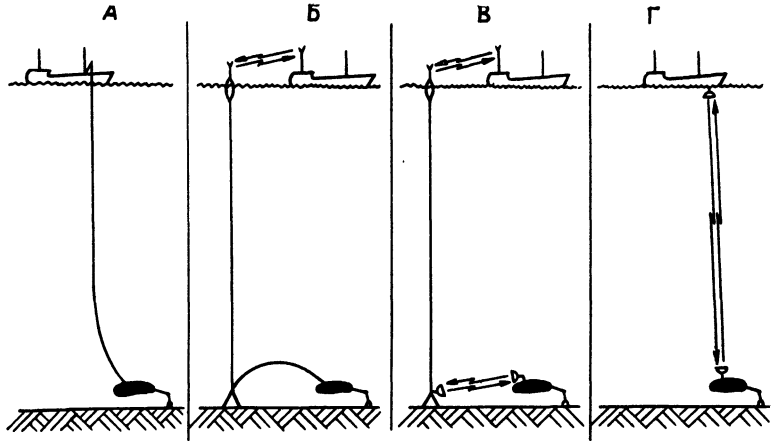


Рис. 9. Схема обеспечения работ подводных роботов

должительное время сохраняет заданное положение, а волновые возмущения не передаются по кабельному каналу связи к подводному роботу.

Однако суда обеспечения, оборудованные системой динамического позиционирования, довольно дороги и пока что являются редкими. Система же обеспечения работ подводного робота должна быть такой, чтобы ее можно было использовать практически с любого судна (независимо от его водоизмещения и энерговооруженности), без сложной специальной подготовки. В самом деле, подводный робот является мобильным средством, которое может быть достаточно быстро применено и с минимальными затратами. Иными словами, стоимости подводного робота и судовых систем обеспечения должны быть согласованы.

Исходя из этих требований наиболее целесообразными оказываются схемы обеспечения, в которых отсутствует кабельная связь между судном и подводным роботом, а передача информации осуществляется по радиоканалу через эфир. С этой целью на судне

обеспечения устанавливают радио- и телеаппаратуру, а на поверхностном буе, связанном с роботом кабельным каналом, монтируют передающую аппаратуру. Дрейфуя вблизи буйковой постановки подводного робота, судно обеспечения имеет гарантированно надежную с ним информационную связь. При такой схеме обеспечения подводный робот приобретает существенно большую автономность.

Замена кабельного канала связи гидроакустическим предусмотрена в схеме Г. Подводный робот в этом случае становится полностью автономным. Большую трудность представляет передача видеоинформации по гидроакустическому каналу связи. Этот канал значительно более узкополосный, чем кабельный, поэтому по нему можно передавать телевизионное изображение с существенно пониженной частотой кадров и пониженным числом строк.

Промежуточное положение занимает схема типа В. Кабельный канал связи сохранен в виде буйковой станции. Передача информации от буя к обеспечивающему судну происходит по радиоканалу, а от подводного робота к донному якорю — по гидроакустическому.

Проведенные исследования и эксперименты показывают, что непрерывное телевизионное изображение при этом практически трансформируется в неподвижные изображения, передаваемые последовательно. Учитывая сравнительно низкую динамичность обычно наблюдаемых на дне событий, по-видимому, можно повысить информативность принимаемого изображения за счет передачи только изменяющихся частей наблюдаемого поля.

Нужно отметить, что вопрос передачи качественного телевизионного изображения по ультразвуковому каналу с больших глубин в настоящее время все еще остается проблематичным.

В ближайший период наиболее целесообразной будет, вероятно, схема обеспечения работ типа Б. Выше подробно рассмотрены подводные роботы-манипуляторы, поведение которых на дне координирует человек, анализируя прежде всего телевизионное изображение обстановки.

Из всех рассмотренных выше подводных роботов они оказываются наиболее сложными.

Подводные информационные роботы, особенно первого поколения, не требуют каких-либо специальных устройств для обеспечения их работы в толще воды и у дна. Их спуск в заданный район осуществляется автоматически по программе; действия в изучаемом районе также программируются.

Координация действий подводного информационного робота и обмен информацией между ним и человеком осуществляются обычно с помощью гидроакустической аппаратуры связи. Поскольку в процессе работы подводного информационного робота не требуется передачи телевизионной информации, ограниченность полосы гидроакустического канала связи не препятствует общению человека с роботом.

ГЛАВА 2

СТРУКТУРА ПОДВОДНОГО РОБОТА

Подводный робот состоит из трех основных систем: эффекторной, сенсорной и вычислительно-управляющей. *Эффекторная* система содержит средства активного воздействия робота на окружающую среду: перемещения в толще воды, у дна и по дну; выполнения операций — манипуляторы, керноотборники, батометры и т. п.

Сенсорная система подводного робота является «органом чувств», предназначенным для сбора всесторонней информации о внешнем мире и работе систем. Благодаря этой системе у подводного робота в процессе общения с окружающей обстановкой и создается внутренняя модель внешнего мира.

Вычислительно-управляющая система подводного робота представляет собой комплекс средств переработки и анализа разносторонней информации, как внешней, так и внутренней, на основании чего формируются функции управления для эффекторной системы. Во время работы подводный робот, независимо от его автономности, должен общаться с оператором.

Способы и системы связи подводного робота с оператором остаются пока что наименее отработанными. В этой области предстоят большие теоретические и экспериментальные исследования. Некоторые из возможных решений рассматриваются в этой главе.

В зависимости от глубины погружения и длительности действий робота под водой возможен ряд принципиально различных схем энергетического обеспечения. Определяющими, как правило, оказываются массогабаритные характеристики энергетической системы, поэтому часто при создании подводного робота приходится оптимизировать все его системы по критерию минимального потребления энергии.

§ 5. Общая компоновка подводного робота

Существующие подводные аппараты отличаются по внешнему виду, количеству и типу движителей, их расположению, что объясняется практически полным отсутствием разработанных принципов их проектирования. Это прежде всего относится к выбору внешней формы.

Выбор формы подводного робота. Для того чтобы подойти к решению вопроса обоснованно, уточним еще раз режимы поведения подводных роботов в зависимости от их типа.

Автономные роботы предназначены для сбора информации на разрезах. Для них основным режимом является режим движения в толще воды по плавной траектории.

Рабочие роботы-манипуляторы предназначены для измерений параметров среды в режиме зависания либо для проведения работ с помощью манипулятора, чаще всего также в режиме зависания или при установке на грунт. Для подводных роботов этого типа характерны резкие изменения траектории движения и значительные изменения скоростей движения во всех направлениях. Преимущественным для них является движение в горизонтальной плоскости. Длительные передвижения в вертикальной плоскости возможны только в процессе спуска до дна. Рабочие вертикальные передвижения в продольной плоскости в режиме поиска, как правило, кратковременны, так как все внимание приковано ко дну и объектам на нем. В режиме же зависания над объектом работ и маневрирования около него направления движения выделить трудно — они все равноценны. Это и обусловливает выбор оптимальной формы подводных роботов обоих типов.

Известно [51], что геометрическим образом кинетической энергии идеальной жидкости является эллипсоид. Кинетическая энергия в направлении главных осей эллипсоида имеет максимальное или минимальное значение по сравнению с ее значениями относительно других направлений. При этом тело, движущееся с постоянной скоростью вдоль этих главных направлений в идеальной несжимаемой жидкости, находится в равновесии под действием гидродинамических сил. Если тело движется в направлении минимального значения кинетической энергии и получает малое отклонение $d\alpha$, то производная $dT/d\alpha$ имеет тот же знак, что и само отклонение. Момент M, отклонивший тело в идеальной жидкости на угол $d\alpha$, определяется величиной $dT/d\alpha$, поэтому получает тот же знак, что и отклонение. Следовательно, движение в этом случае будет неустойчивым. Если тело движется в направлении максимальной кинетической энергии, то знаки $dT/d\alpha$ и M будут противоположны знаку $d\alpha$. В этом случае движение будет устойчивым.

Автономный подводный робот должен устойчиво двигаться по главной траектории. Следовательно, для него оптимальна форма вытянутого в направлении движения тела вращения, т. е. веретенообразная форма.

Рабочие подводные роботы должны обладать устойчивым движением в вертикальном направлении и хорошей маневренностью в горизонтальной плоскости. Этим требованиям наилучшим образом отвечает эллипсоид вращения. В самом деле, в направлении вертикальной оси OY эллипсоид имеет максимум кинетической энергии — движение в этом направлении устойчивое. В направлениях осей OX и OZ значения кинетических энергий равны и минимальны — движения неустойчивы, а маневренность в этой плоскости наилучшая.

Расположение манипуляторов. Анализируя построенные подводные аппараты, обитаемые и телеуправляемые, можно заметить прежде всего, что место расположения манипуляторов на них одинаковое. В этом, вероятно, в полной мере проявился антропоморф-

ный подход при конструировании. Все манипуляторы обычно находятся в передней части аппаратов, около средств наблюдения. Однако такое расположение манипуляторов неудобно: они не защищены от случайных ударов, создают помехи при движении над грунтом, часто затеняют зону видения. При этом возникают значительные трудности с расположением и устройством бункера для хранения собранных образцов и с расположением светильников.

Переднее положение манипулятора не дает каких-либо существенных преимуществ: оператору безразлично, с какого места аппарата он наблюдает за дном и работает манипулятором. По-видимому, точка крепления манипулятора должна находиться как можно ближе к центру величины подводного робота. Это обеспечит стабильность его положения в пространстве, так как предотвратит возникновение значительных возмущений со стороны манипулятора. Во всяком случае эти возмущения будут значительно меньше, чем при традиционной установке манипулятора в передней части аппарата. Учитывая это, на телеуправляемых подводных плавающих роботах целесообразно располагать прочные корпуса, движители и агрегаты по периферии и оставлять свободной внутреннюю центральную часть (рис. 10). В этом случае манипулятор оказывается в средней части робота. Он хорошо и надежно защищен от случайных ударов, зона его работы полностью свободна и хорошо обозреваема, бункер может быть удобно размещен в той же свободной зоне. Внутреннее расположение телевизионной системы позволяет размещать светильники на значительном расстоянии от нее.

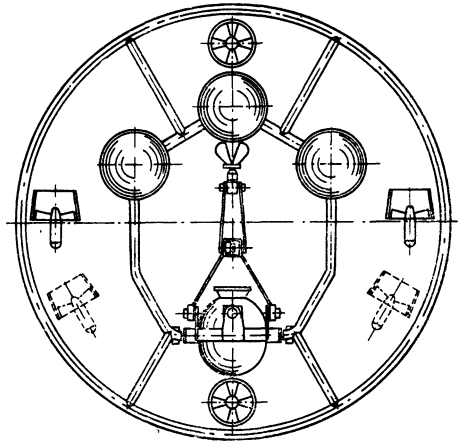


Рис. 10. Схема компоновки подводного плавающего робота

При такой компоновке подводного робота легко выполнить и требование, предъявляемое к его внешней форме — форме эллипсоида вращения. Следует заметить, что технологически, а часто и функционально, целесообразнее вместо единого прочного корпуса на подводном роботе иметь несколько прочных корпусов меньшего объема, предназначенных для отдельных систем. Лучше всего использовать сферические прочные корпуса, закрепленные на пространственной раме робота.

Число и расположение движителей. Подводный робот является свободно плавающим в пространстве телом, обладающим шестью степенями свободы. Он может двигаться не только в заданном

направлении, точно придерживаясь выбранной траектории, но и функционировать в режиме компенсации внешних возмущений, например со стороны работающего манипулятора. Эти возмущающие воздействия носят произвольный характер, они разнообразны по амплитуде и направлению. Задачей движительного комплекса в этом случае является стабилизация положения подводного робота — его динамическое позиционирование. Очевидно, все шесть обобщенных координат робота должны быть контролируемыми. Возможны два способа решения.

Во-первых, может быть принята схема, в которой число движителей равно числу обобщенных координат. В этом случае каждая пара движителей перемещает подводный робот по двум обобщенным координатам (поступательное движение и вращение). Очевидно, что это не оптимальный способ решения проблемы.

Во-вторых, возможна схема, в которой используются поворотные движители, например винтовые движители в поворотных насадках. В этом случае число движителей оказывается меньше числа контролируемых координат робота. В конструктивном отношении эта схема более удобна, чем предыдущая.

Для управления движением подводного робота по шести координатам достаточно трех движителей в сочетании с устройством, позволяющим вращать вектор упора. Движители расположены по отношению друг к другу под углами 120° в одной плоскости (см. рис. 10). Однако в этом случае для реализации прямолинейных движений потребуется пересчетная схема, позволяющая формировать необходимый суммарный вектор упора движителей.

Четыре движителя, обеспечивающие вращение векторов упора и расположенные под прямыми углами в одной плоскости, позволяют обойтись без пересчетной схемы. Управление движением подводного робота в этом случае упрощается и сокращается количество аппаратуры управления.

Очевидно, что выбор схемы зависит от конкретных условий и конструктивных особенностей подводного робота.

Компоновка манипуляторов, телевизионной передающей аппаратуры и светильников. От расположения манипуляторов — основного рабочего органа подводного робота — зависит его эффективность. Помимо собственных характеристик манипулятора (число степеней свободы, их распределение, динамические возможности и т. п.) важно учесть совместное положение манипулятора, телевизионной передающей аппаратуры и светильников.

Как показывает анализ, наиболее предпочтительно конструктивно объединить в единую систему манипулятор и прочный корпус передающей телевизионной аппаратуры (см. рис. 10). В этом случае упрощается, например, техническая реализация системы супервизорного управления манипулятором, сравнительно просто решается вопрос о контроле за процессом укладки собранных образцов в бункер и расположении бункера на подводном роботе.

Облегчается программирование движений манипулятора и увеличивается точность выхода к цели, если ось плечевого шарнира манипулятора проходит через плоскость фотокатода передающей трубки телевизионной камеры. Для увеличения размеров зоны обслуживания и подвижности манипулятора необходимо, чтобы он имел две степени свободы в плечевом шарнире относительно прочного корпуса передающей телевизионной аппаратуры. По-видимому, прочный корпус должен вращаться вместе с манипулятором, что обеспечит наклон всей системы в вертикальной плоскости. Это необходимо для улучшения обзора дна при различных отстояниях от него подводного робота.

Исследованиями установлено [5], что для обеспечения дальности видимости и качества изображения под водой с помощью телевизионной аппаратуры светильники необходимо располагать таким образом, чтобы между наблюдаемым объектом и объективом передающей телевизионной аппаратуры был минимальный объем воды. Поэтому требуется отнести светильники от телевизионной передающей камеры. Одновременно с этим нужно так расположить светильники, чтобы отраженный частицами воды свет не попадал в объектив телевизионной камеры и в то же время сами светильники находились как можно ближе к объекту наблюдений.

По нашему мнению, схема компоновки подводного робота, приведенная на рис. 10, позволяет решить эти вопросы.

В самом деле, вынося светильники в переднюю часть подводного робота и располагая их в самой нижней его части, мы обеспечиваем засветку минимального объема воды.

Трудности возникают обычно при определении размеров зон видения дна и зоны обслуживания манипулятора. При поиске и обследовании дна необходимо обеспечить наибольшую полосу осмотра. В этом режиме подводный робот должен двигаться на расстоянии 1,5—2 м от грунта. При таком отстоянии от грунта и при соответствующей оптике ширина полосы достигает 2 м. Качество изображения дна гарантируется. По-видимому, для осуществления детального обследования дна или поиска объекта этого достаточно. После обнаружения объекта и стабилизации положения подводного робота над ним наблюдаемая площадь существенно уменьшается, так как расстояние до дна сокращается до 0,5—1,0 м. В этот период происходит детальный осмотр объекта или рельефа дна в непосредственной к нему близости. Как показывает практика, для лучшего рассмотрения стремятся сцентровать наблюдаемый объект на телевизионном экране, поэтому вполне достаточной оказывается площадь наблюдаемой поверхности дна 0,5 м^2. Учитывая, что подводный робот должен обладать способностью сохранять статическое положение над грунтом и точно перемещаться в локальной области, увеличивать наблюдаемую площадь дна практически не требуется: всегда существует возможность сдвинуться в любом направлении и продолжить осмотр следующего участка дна. Как видим, не следует стремиться к созданию манипуляторов большого размера

с целью увеличения обслуживаемой ими зоны. Последняя должна быть не меньше наблюдаемой площади дна.

Таким образом, способность подводного робота к длительному динамическому позиционированию и точному изменению положения в локальной области существенно упрощает требования как к размерам наблюдаемой площади дна, так и к площади, обслуживаемой манипулятором.

Отстояние подводного робота от дна непосредственно зависит от выбранных размеров манипулятора.

Итак, при проектировании подводных роботов необходимо определить, во-первых, угол зрения телевизионной передающей камеры (максимально возможный), во-вторых, размеры манипулятора (исходя из общей компоновки подводного робота), в-третьих, оптимальное расстояние до дна (получается, как результат выбора первых двух величин).

Подводный робот может общаться с обследуемым объектом как в режиме динамического позиционирования, так и при покладке на грунт на предусмотренные для этого в его конструкции фермы. Наличие посадочных ферм затрудняет плавание и маневрирование подводного робота у дна, а иногда и работу манипуляторов. Очевидно, что нижнюю часть робота (пространство под манипулятором) необходимо оставлять свободной, для этого следует создавать специальные убирающиеся фермы-шасси. Это позволит оптимальным образом обеспечить оба статических положения подводного робота над дном.

§ 6. Средства движения подводного робота

Способы перемещения подводных роботов под водой различны. Чаще всего используется способ плавания. Однако в последние годы все большее внимание привлекают иные способы перемещения подводных аппаратов у дна, а точнее сказать, по дну. Созданы проекты и построены аппараты на колесных [47] и гусеничных шасси [77], которые в ряде случаев оказываются более удобными, чем плавающие. Однако их используют только тогда, когда определяющей является большая отрицательная плавучесть (их основное преимущество), а большие возмущения, вносимые в среду (их недостаток), не играют существенной роли. Заслуживают внимания шагающие по грунту подводные роботы, так как они обладают большой отрицательной плавучестью, хорошей маневренностью и проходимостью по поверхности дна сложного рельефа.

Удельная мощность шагающего шестиопорного робота, движущегося со скоростью 5 км/ч без вертикальных смещений центра тяжести, при массе 1500 кг и длине шага 1 м, составляет 0,02 л. с./кг. Это значительно меньше удельных мощностей колесных и гусеничных машин.

Шагающий подводный робот лучше адаптируется к рельефу дна за счет дискретной колеи и возможности постановки опоры в произвольную точку. Такой подводный робот легко может пере-

шагивать через неровности дна, трещины, взбираться на уступы, перемещаться в сильно загроможденных местах. Измерительная аппаратура и манипуляторы, установленные на роботе, находятся в наиболее благоприятных условиях, так как вертикальные колебания центра тяжести происходят плавно, а платформа робота может сохранять горизонтальное положение.

Возмущения, вносимые во внешнюю среду таким подводным роботом, оказываются меньше, чем вносимые колесными и гусеничными шасси, благодаря возможности выбора подходящего места для постановки опор. Следует отметить, что движение шагающего подводного робота в илистых районах все же будет малоэффективным, а возмущения, вносимые во внешнюю среду, существенными. Поэтому, очевидно, шагающие подводные роботы следует использовать в тех случаях, когда эффективность плавания более низка, например в рифовых зонах с чрезвычайно пересеченным рельефом дна и нагромождениями скальных пород. В этих районах всегда очень важно суметь взять образцы коренных пород. Это можно сделать, либо предварительно раздробив их, либо отбурив керны. В обоих случаях необходима надежная фиксация подводного робота на дне, что обычно достигается созданием значительной отрицательной плавучести. Необходимой отрицательной плавучестью обладают шагающие подводные роботы. Проблемы надежного и длительного сохранения статического положения над объектом для такого робота не существует.

В условиях часто встречающегося илистого дна предпочтительно, а иногда единственно возможно перемещаться путем плавания. Плавающие подводные роботы обладают большой маневренностью и могут обследовать значительные площади дна. Над объектом работ они могут удерживаться за счет создания режима динамического позиционирования [39]. Для того чтобы возмущения, вносимые во внешнюю среду со стороны работающих движителей, были минимальными, нужно, чтобы робот обладал некоторой положительной плавучестью. В этом случае движители для удержания робота у дна будут создавать гидродинамический поток в направлении от дна, что предотвратит взмучивание придонных слоев воды. Для исследования районов дна океана, где осадочные породы находятся во взвешенном состоянии, пригодны только плавающие подводные роботы, способные как угодно близко подойти к границе взвеси, взять пробы воды, измерить мутность и т. п.

В качестве движителей плавающих подводных роботов следует использовать средства активного управления, способные эффективно перемещать аппарат в любых направлениях в пространстве в широком диапазоне скоростей. Как было рассмотрено ранее, средства активного управления должны обеспечивать требуемую величину упора движителя и изменения его направления в пространстве. Равнодействующая векторов упоров, создаваемых движителями подводного робота, определяет движение робота в заданном направлении с необходимой скоростью и ускорением.

Для расчета управляемости подводного робота, перемещающегося под действием средств активного управления, необходимо решить систему из шести уравнений:

$$\Sigma F_{xi}=0; \quad \Sigma M_{xi}=0;$$
$$\Sigma F_{yi}=0; \quad \Sigma M_{yi}=0;$$
$$\Sigma F_{zi}=0; \quad \Sigma M_{zi}=0.$$

Эти уравнения позволяют найти, например, зависимости упоров движителей и угла дрейфа подводного робота β от скорости движения, т. е. позволяют исследовать возможность его маневрирования в определенных внешних условиях. Подобные задачи решает вычислительно-управляющий комплекс системы автоматического управления движением подводного робота.

В качестве средств активного управления подводным роботом можно использовать винты с насадками на поворотных колонках, водометные поворотные и крыльчатые движители.

Наиболее простым в конструктивном отношении средством активного управления является винт с насадкой. По маневренным качествам подводные аппараты с винтами в насадках, вращаемые поворотными колонками, уступают подводным аппаратам с крыльчатыми движителями, но имеют значительно более простую и надежную конструкцию.

Для расчета локального маневра, совершаемого подводным роботом с винтом в насадке, необходимо знать силы упоров каждого движителя в швартовном режиме работы. Иными словами, требуется определить связь между углом, на который поворачивается насадка, и величиной, а также направлением вектора упора.

В качестве силовых приводов винтов применяются погружные электродвигатели, например асинхронный двигатель с фазным ротором или электродвигатель постоянного тока, и гидравлические моторы. Для облегчения массы конструкции движителя и повышения надежности его работы устанавливают погружные электродвигатели, работающие в среде жидкого диэлектрика, например керосина Т-1.

При применении гидромоторов в качестве двигателя винта значительно сокращаются размеры и масса как самого двигателя, так и регулирующей аппаратуры [37].

Система регулирования частоты вращения с гидроприводом может быть объемной и дроссельной.

На рис. 11 показана структурная схема системы объемного управления гидравлическим двигателем. В качестве гидродвигателя обычно используются аксиально-поршневые двигатели с постоянным наклоном шайбы [26]. Насосная станция системы объемного регулирования содержит электропривод, связанный с аксиально-поршневым насосом переменной производительности. Количество жидкости, подаваемой насосной станцией, определяет

частота вращения гидравлического мотора и, следовательно, частоту вращения винта.

Производительность насоса регулируют гидравлическим усилителем. В качестве первого каскада усиления обычно используется система сопло—заслонка, второго — золотниковый механизм, с которым связан силовой гидравлический цилиндр, перемешающий люльку блока цилиндров насоса и изменяющий его производительность на выходе.

Обычно насосную станцию и регулирующую аппаратуру конструктивно выполняют в виде единого блока, вследствие чего возникают заметные трудности при его расположении на подводном роботе и создании условий для нормальной работы. Каждый гидро-

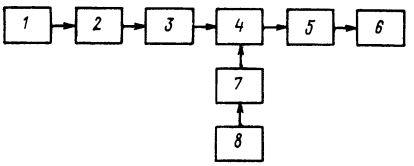


Рис. 11. Схема объемного регулирования частоты вращения винта:

1 — рукоятка управления; *2* — сопло—заслонка; *3* — привод люльки; *4* — люлька; *5* — гидромотор; *6* — винт; *7* — насос; *8* — электродвигатель

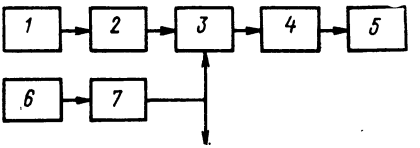


Рис. 12. Схема дроссельного регулирования частоты вращения винта:

1 — рукоятка управления; *2* — сопло—заслонка; *3* — золотник; *4* — гидромотор; *5* — винт; *6* — электродвигатель; *7* — насос;

привод винта имеет автономную насосную станцию и электропривод к ней.

Как показывает анализ, система объемного регулирования гидропривода по сравнению с электроприводом дает ощутимый выигрыш только в размерах и массе привода винта.

Бо́льшими преимуществами обладает система дроссельного регулирования (рис. 12). В качестве привода винта здесь также используется гидравлический мотор. Насосная станция с постоянной или переменной производительностью создает поток жидкости, который регулируется отдельным блоком гидравлического распределителя. Структурно он аналогичен рассмотренному в системе объемного регулирования.

В этой системе имеется одна насосная станция, которая обеспечивает питание всех или нескольких винтовых движителей. При этом энергия, потребляемая электроприводом насосной станции, используется более экономично. Учитывая, что движители редко работают на полную мощность, мощность насосной станции можно выбрать несколько меньшей, чем суммарная мощность насосных станций в системе объемного регулирования. Коэффициент одновременности работы движителей подводных аппаратов может быть принят равным 0,70—0,75, но к. п. д. системы объемного

регулирования несколько выше к. п. д. системы дроссельного регулирования, что следует учитывать при создании подводных роботов с автономным бортовым источником питания.

Методы динамического анализа и синтеза систем объемного и дроссельного регулирования в настоящее время детально разработаны и изложены в ряде монографий [27, 30].

Однако система регулирования движителей подводных роботов имеет одну существенную особенность: вентиляторный режим нагрузки исполнительного двигателя, аналитическое исследование которого обычно представляет значительные сложности вследствие его нелинейности. Пренебрежение нелинейностью характеристики нагрузки при расчете, как показывают исследования, приводит к существенным расхождениям с результатами эксперимента [36]. Наиболее приемлемым является метод математического моделирования, позволяющий осуществить анализ и синтез системы регулирования с учетом реальной нелинейной характеристики нагрузки движителей подводного робота.

В качестве средств активного управления подводным роботом используют, правда, редко, крыльчатые движители, например на подводном аппарате «ОСА» (СССР). Это один из наиболее распространенных типов движителей, применяемых как подруливающее средство на морских судах. Он сочетает в себе свойства движителя регулируемого шага и органа управления с высоким быстродействием изменения величины упора и его направления в пространстве, поэтому является чрезвычайно эффективным средством маневрирования. При вращении движителя ось каждой лопатки по отношению к воде совершает вращательное и поступательное движение вместе с ротором.

Таким образом, результирующая траектория движения оси лопасти представляет циклоидальную кривую. При работе движителя без нагрузки все лопасти имеют по отношению к потоку нулевой угол атаки, а хорды лопастей в любой точке траектории оказываются перпендикулярны прямой, которая соединяет рассматриваемую точку с узловой точкой циклоиды. Эта точка называется центром управления. В зависимости от режима работы и геометрических параметров движителя центр управления может располагаться на окружности лопастей, вне ее и внутри нее. Обычно используется только движитель, центр управления которого лежит внутри окружности лопастей.

При повороте лопастей создается угол атаки их по отношению к потоку, при этом центр управления смещается в сторону от основного диаметра, совпадающего с направлением движения. В результате возникают силы упора, переменные не только по величине, но и по направлению. Основной геометрической характеристикой крыльчатого движителя является относительный эксцентриситет: отношение расстояния центра управления от оси движителя к его радиусу. При наибольшем эксцентриситете движитель создает максимальный упор. Экспериментальные исследования показали, что

с увеличением эксцентриситета движителя возрастает его к. п. д. Обычно наибольший эксцентриситет равен 0,60—0,65.

В качестве приводов крыльчатых движителей можно применять электро- и гидромоторы. При этом преимущество крыльчатых движителей состоит в том, что привод работает с постоянной частотой вращения. Изменяют угол атаки лопастей движителей обычно гидравлическим приводом дроссельного управления, подобным рассмотренному ранее.

По-видимому, использование крыльчатых движителей в качестве средств активного управления подводным роботом перспективно, так как они обладают хорошими динамическими характеристиками. Это дает возможность повысить качество динамического позиционирования подводного робота. Кроме того, конструктивные особенности крыльчатых движителей позволяют отказаться от необходимости вращения всего движителя (например, при использовании винта с поворотной насадкой), что иногда упрощает их установку на подводном роботе. Существенными препятствиями для их широкого распространения пока остаются сложность конструкции и повышенные требования к точности ее изготовления.

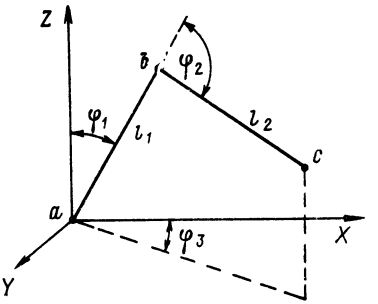


Рис. 13. Двухзвенная модель конечности животного

Рассмотрим некоторые вопросы структуры шагающих подводных роботов. Конструктивно их выполняют в виде платформы, на которой размещают измерительную и управляющую аппаратуру, манипуляторы, вычислительно-управляющий комплекс и аппаратуру видения. Платформа удерживается на шарнирных опорах. В конструкциях существующих шагающих роботов устанавливают до шести опор. Число степеней свободы каждой опоры обычно выбирается равным трем. В этом случае корпус робота в пределах зоны манипулирования может принимать произвольное положение, а разворот его происходит без проскальзывания опор. Подвижность роботов с опорами более простой кинематики уменьшается.

Как известно, у насекомых число степеней свободы ног равно 12—18, у человека — 26. Нога животного обычно состоит из двух или более основных звеньев и сложной стопы. Подвижность основных звеньев позволяет выводить стопу в произвольную точку манипуляционной зоны и разворачивать пальцы стопы по направлению движения.

Рассмотрим двухзвенную модель конечности животного, имеющей шарнир с двумя степенями свободы в точке закрепления бедра l_1 и шарнир в колене (рис. 13) с одной степенью свободы. Основные параметры выберем таким образом, чтобы обеспечить

максимальный объем манипуляционного пространства при ограничениях на суммарную длину звеньев и их углы разворота. Движение конечности в плоскости, проходящей через l_1—l_2, описывается уравнениями

$$X_c = l_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + l_2 \cos \varphi_1;$$
$$Y_c = l_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + l_2 \sin \varphi_1$$

при ограничениях

$$\varphi_{1\,max} \geqslant \varphi_1 \geqslant \varphi_{1\,min};$$
$$\varphi_{2\,max} \geqslant \varphi_2 \geqslant \varphi_{2\,min};$$
$$l_1 + l_2 = \text{const}.$$

Площадь манипуляционной зоны

$$V = \Phi(Xdy - Ydx) = (\varphi_{1\,max} - \varphi_{1\,min})\, l_1 l_2 (\cos \varphi_{2\,max} - \cos \varphi_{2\,min}).$$

Максимальный размер площади достигается при

$$\varphi_{2\,min} = \pi - \frac{\Delta\varphi_2}{2};$$

$$\varphi_{2\,max} = \varphi + \frac{\Delta\varphi_2}{2}, \quad l_1 = l_2,$$

где

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_{2\,max} - \varphi_{2\,min}.$$

Зависимость V от изменения углов φ_1 и φ_3 — прямая, увеличения $\Delta\varphi_1 = \varphi_{1\,max} - \varphi_{1\,min}$ и $\Delta\varphi_3 = \varphi_{3\,max} - \varphi_{3\,min}$ приводят к увеличению манипуляционной зоны.

На рис. 14 показаны зоны манипулирования для некоторых структур при $l_1 + l_2 = 1$, $\Delta\varphi_1 = 1{,}0$ рад, $\Delta\varphi_2 = 1{,}57$ рад. Для оптимальной кинематической структуры (рис. 14, *а*) $l_1 = l_2 = 0{,}5$, $\varphi_{2\,min} = 0{,}75$ рад, $\varphi_{2\,max} = 2{,}35$ рад, $V = 1$; для структуры, изображенной на рис. 14, *б*, при $l_1 = 0{,}37$, $l_2 = 0{,}63$, $\varphi_{2\,min} = 0{,}75$ рад, $\varphi_{2max} = 0{,}35$ рад, $V = 0{,}89$; для структуры, показанной на рис. 14, *в*, при $l_1 = l_2 = 0{,}5$, $\varphi_{2min} = -0{,}75$ рад, $\varphi_{2max} = 0{,}75$ рад, $V = 0{,}33$.

Конечности насекомых, позвоночных животных, а также человека состоят из двух основных звеньев и имеют структуру, близкую к оптимальной (рис. 14, *а*). Можно предположить, что в процессе эволюции происходил отбор структур с максимальным объемом зоны манипуляции. Небольшие отклонения размеров конечностей животных от оптимальных связаны с влиянием других факторов. Например, при $\varphi_{2max} = 3{,}15$ рад вытянутая нога работает как одно звено, что обеспечивает жесткость скелетной структуры и разгрузку мышц ног в покое и при ходьбе (в течение некоторых фаз шага). Это же, очевидно, повлияло на формирование ноги человека. При $\varphi_{2max} = 3{,}15$ рад также происходит разгрузка мышц локтевого сустава человеческой руки во время переноски грузов. Отме-

тим, что для конечностей человека при $\Delta\varphi_2 \cong 2{,}35$ рад и при $\varphi_{2min} = 0{,}75$ рад, $\varphi_{2\,max} = 3{,}15$ рад размер манипуляционной зоны близок к максимальному, получаемому при $\varphi_{2min} = 0{,}37$ рад, $\varphi_{2max} = 2{,}75$ рад.

Конструкция стопы ноги животных чрезвычайно сложна, она обеспечивает плавность сопряжения фаз опускания и подъема ноги с опорной фазой. Работа стопы, на долю которой приходится наиболь-

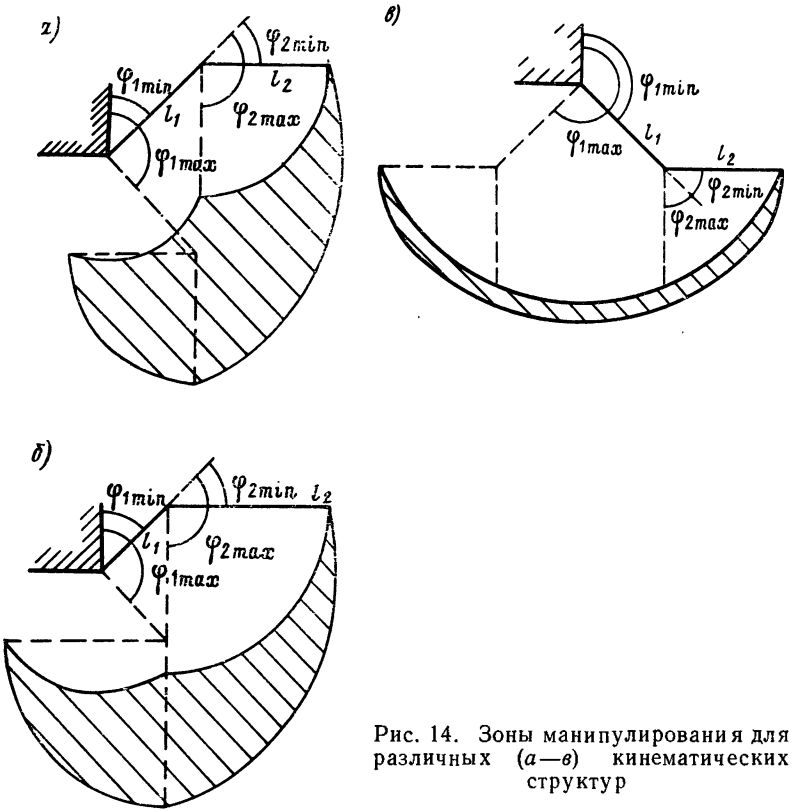


Рис. 14. Зоны манипулирования для различных (*а*—*в*) кинематических структур

шее число степеней свободы, еще мало исследована. Можно предположить, что осевая подвижность бедра необходима не столько для максимизации зоны манипуляции, сколько для создания оптимальных условий работы сложной ориентированной стопы. За счет подвижности бедра при изменении направления движения те стопы ног, на которые животное опирается, сохраняют хороший контакт с поверхностью, а стопы поднятых ног ориентируются по направлению поворота.

У насекомых число ног обычно равно шести. Это позволяет реализовать множество походок, при которых насекомое опирается одновременно не менее чем на три ноги. Задача устойчивости

движения решается просто, так как сводится к статической задаче устойчивости — поддержанию проекции центра масс внутри выпуклого многоугольника опор. Чем шире постановка ног насекомого, тем больше его устойчивость, но меньше проходимость.

У млекопитающих с четырьмя опорами большинство походок включает статически неустойчивые фазы. При стабилизации их движения решается сложная динамическая задача, что возможно при наличии развитой нервной системы. Однако проходимость в этом случае увеличивается как за счет использования статически неустойчивых положений (при сохранении устойчивости в динамике), так и за счет более узкой постановки ног (практически до совпадения следовых дорожек у некоторых видов животных).

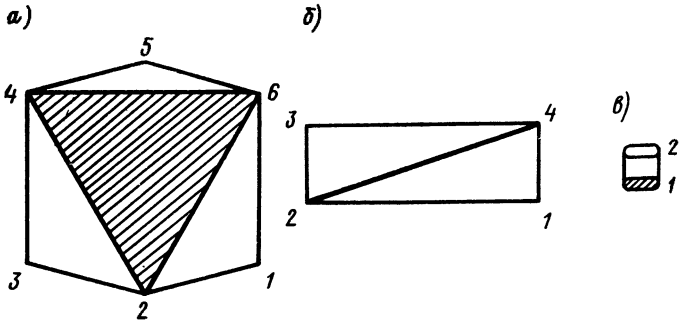


Рис. 15. Опорные поверхности шести- (*а*), четверо- (*б*) и двуногих живых организмов (*в*)

Система передвижения человека более адаптивна, и положение корпуса и рук меньше зависит от внешних условий за счет сокращения опорной поверхности (рис. 15). Утрируя, можно сказать, что система перемещения насекомого характеризуется опорной поверхностью, у четвероногих позвоночных животных поверхность вырождается в линию, у человека линия вырождается в точку. В соответствии с этим угловое положение корпуса насекомого будет зависеть от микрорельефа местности, у четвероногого животного только положение продольной оси зависит от рельефа, корпус человека сохраняет вертикальное положение независимо от рельефа и испытывает при передвижении лишь вертикальные колебания. Вертикальное положение облегчает выполнение разворотов за счет уменьшения момента инерции относительно вертикальной оси и дает преимущество при перемещении в сложных условиях.

Однако реализация двухопорного движения связана с решением сложных динамических задач и невозможна без участия совершенной нервной системы. Скоростные возможности человека и его способности к переносу грузов хуже, чем у четвероногих животных.

Большинство живых организмов имеет продольную симметрию и передвигается в основном в направлении оси симметрии. Лишь

некоторые классы организмов (пауки, крабы) практически могут перемещаться в любом направлении без разворота корпуса. Продольная ориентация позволяет упростить управление движением ног за счет использования общих программ и облегчает их синхронизацию и построение походки. Кинематическая структура системы перемещения многих животных (как шести-, так и четвероногих) такова, что при движении по относительно ровной поверхности стопы их задних ног ставятся вблизи того места, где до этого находились стопы передних. Это повышает проходимость, поскольку постановка передних ног может контролироваться зрительно. Человек может зрительно контролировать движение каждой ноги.

На основании высказанных соображений можно сделать заключение. Потенциально наилучшей системой передвижения для робота-манипулятора является двухопорная, а для робота—перевозчика грузов четырехопорная. Однако при этом требуется решить сложные теоретические задачи динамической стабилизации и обработки зрительной информации с помощью мощной управляющей вычислительной машины. В противном случае эти роботы утрачивают свое основное преимущество — реализацию статически неустойчивых походок.

Шестиопорная система обладает несколько меньшей проходимостью и скоростью, однако стабилизацию ее выполнить намного проще. При движении «вслепую», руководствуясь лишь данными тактильных датчиков, робот сможет перемещать манипулятор к объекту, длительно оставаясь абсолютно неподвижным, т. е. он представляет собой идеальную платформу для прецизионных измерений параметров среды.

Подвижность шагающего робота в горизонтальном направлении практически такая же, как и плавающего, а вот в вертикальном существенно ограничена: зависит от кинематической структуры и размеров звеньев опор и не может превышать удвоенной длины опоры.

Каждое звено опоры шагающего подводного робота приводится в движение гидроприводом. Могут быть использованы приводы вращательного типа (квадранты) или гидравлические цилиндры. Управлять их движением можно с помощью гидравлической системы дроссельного регулирования, в качестве гидравлических распределителей можно использовать двухкаскадные гидроусилители типа сопло — заслонка. Масса движительной части шагающего подводного робота будет больше, чем плавающего. Повысится и сложность системы. Отказ даже одного привода в шарнире опоры будет ограничивать возможности всей системы. Поэтому при внедрении подводных шагающих роботов особое внимание должно быть уделено повышению надежности исполнительных механизмов и всей системы в целом.

Известные в настоящее время проекты шагающих роботов условно сводятся к трем классам.

К первому классу относятся роботы с жестким программированием, координация движения опор и их перемещение выполняются по программе, реализуемой механическими или электронными шаблонами. Процесс шагания осуществляется по двигательному стереотипу, оптимальному по затратам энергии на перемещение, однако совершенно не учитывающего непрерывно меняющиеся условия дна. Примером таких устройств является «стопоходящая машина Чебышева», которая состояла из четырех лямбдообразных механизмов и могла двигаться только по прямой, преодолевая лишь очень незначительные препятствия. Опора механизма перемещалась по траектории, близкой к траектории движения ноги человека.

Ко второму классу относятся шагающие устройства, в основу которых положен педипуляторный принцип. В подобных шагающих устройствах ноги человека-оператора связаны через следящие системы с механизмами, являющимися аналогом ног. В шагающих устройствах этого класса человек сам учитывает непрерывно меняющиеся условия, выбирает траекторию и определяет закон движения опор, решает задачу сохранения равновесия. Очевидно, большим недостатком таких устройств является быстрая и значительная утомляемость оператора.

К третьему классу относятся адаптивные шагающие машины, в систему управления которых включена ЭВМ. Информационная система адаптивной машины содержит датчики для определения положения звеньев опор, пространственного положения машины, усилий и моментов в опорах, а также систему обзора местности.

В такой супервизорной системе управления оператор задает скорость и направление движения машины в соответствии с условиями местности и оценивает обстановку. Движение отдельных опор, их синхронизация и поддержание устойчивости машины выполняется автоматически по программе ЭВМ в соответствии с информацией, поступающей от датчиков. В проектах автономных шагающих роботов предполагается возложить на ЭВМ решение всех задач, связанных с перемещением шагающей машины.

В Советском Союзе интенсивно ведется разработка и исследование на ЭВМ алгоритмов управления шагающего устройства [1, 3, 21, 27, 28]. В США такие работы проводятся группой Мак-Ги в университете г. Колумбуса (штат Огайо) [60, 61], в Югославии— М. Вукобратовичем [6, 93]. В Японии ведутся работы по созданию двухопорного робота ВАБОТ под руководством Тадатеуду [94].

Проведенный анализ приводит к мысли о целесообразности разработки и применения комбинированных движительных систем. Можно представить такую гипотетическую структуру автономного подводного робота, в которой средства плавания сочетаются со средствами шагания или ползания по дну. Такой робот будет иметь большее водоизмещение, чем подводные роботы с кабельным каналом связи, так как он должен содержать, помимо автономного

энергопитания, и систему анализа обстановки и принятия решений.

Глобальные перемещения подобного робота, совершаемые с целью поиска или программных измерений параметров среды и наблюдений, будут ссуществляться путем плавания, локальные перемещения с целью ориентации у объекта работ и проведения операций, особенно в условиях сильно пересеченного рельефа, будут выполняться путем шагания или иными способами контактного перемещения по дну. Поэтому далее будет уделено равное внимание анализу развитых средств перемещения подводных роботов в воде, таких как плавание, и перспективных, таких как шагание.

§ 7. Манипуляторы подводного робота

Манипулятор подводного робота структурно может быть представлен двумя частями: кинематической структурой и алгоритмом управления.

Кинематическая структура созданных подводных манипуляторов весьма разнообразна, и чаще всего она бывает подчинена тем задачам, которые манипулятор должен решать. Сколько-нибудь обоснованно научный подход к синтезу кинематической структуры манипуляторов наметился лишь в последние годы [18, 32]. Основным принципиальным вопросом является выбор оптимального числа степеней свободы кинематической цепи и последовательности их распределения по звеньям. Учитывая, что манипулятор должен работать со свободным телом в пространстве, его схват, очевидно, должен перемещаться в направлении трех координат и вращаться относительно них. Максимально необходимое число степеней свободы должно быть равно шести, не считая степени свободы схвата. От того, в какой последовательности распределено по звеньям число степеней свободы, существенным образом зависят возможности схвата манипулятора приближаться к объекту по произвольной траектории и в произвольном положении, т. е. его универсальность. Анализ возможных кинематических схем показывает, что существует, по крайней мере, одна, которая удовлетворяет сформулированным требованиям.

Итак, шесть степеней свободы следует распределить таким образом (рис. 16), чтобы плечевой шарнир характеризовался ротацией и сгибанием (две кинематические пары пятого класса), локтевой шарнир — сгибанием (одна кинематическая пара пятого класса), кистевой — ротацией, сгибанием и схват — ротацией (три кинематические пары пятого класса). При увеличении числа степеней свободы, например при ротации предплечья, улучшаются характеристики манипулятора. Для оценки степени совершенства кинематической структуры манипулятора обычно пользуются двумя обобщенными критериями. Первый критерий — угол сервиса манипулятора — позволяет оценить возможности работы манипуля-

тора в различных зонах исследуемой области. Функционально угол сервиса выражает отношение телесного угла, в пределах которого схват может приблизиться к объекту, к 4π.

Второй критерий — степень маневренности манипулятора — характеризует способность подхода схвата к объекту при произвольных траекториях движения остальных звеньев манипулятора. Рассмотренная кинематическая схема манипулятора характеризуется степенью маневренности, равной единице. В самом деле, если представить себе схват, неподвижно закрепленный в произвольной точке пространства, то это не нарушит подвижности звеньев плеча и предплечья. Значит, схват может приближаться к объекту не по одной траектории движения звеньев, а по бесчисленному их множеству.

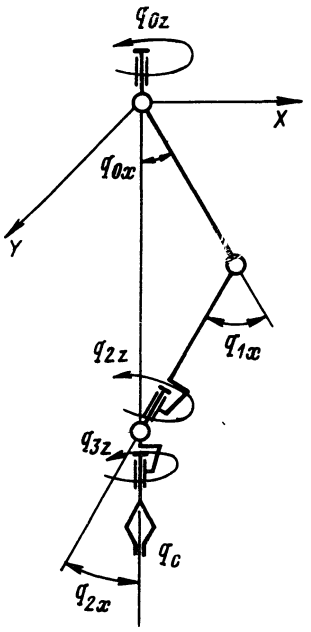


Рис. 16. Кинематическая схема манипулятора

Требование универсальности манипулятора подводного робота является основным и главным, так как программа работ является чрезвычайно обширной и разносторонней.

При создании манипуляторов предстоит решить не только вопрос о выборе числа степеней свободы, но и вопрос о размерах манипулятора (размерах его звеньев). Увеличение размеров звеньев манипулятора ведет к повышению их массы, что, в свою очередь, сказывается на качестве управления. По-видимому, следует стремиться к тому, чтобы манипулятор по размерам не слишком отличался от рук человека и сохранялись основные соотношения размеров звеньев кинематической и биокинематической цепей. Анализ показывает, что особенно жесткие требования должны быть предъявлены к размерам звена схвата. Чем они меньше, тем большего угла сервиса при тех же углах поворота звеньев манипулятора можно достичь.

Размеры зоны обслуживания следует расширять не за счет увеличения размеров манипулятора, а за счет использования локомоционных возможностей подводного робота. На стационарно закрепляемых роботах, не имеющих возможности изменить свое положение относительно рабочей зоны, следует устанавливать специальные выносные устройства для манипулятора. Выигрыш в габаритах и массе очевиден.

Не менее важен вопрос выбора пределов изменения обобщенных координат манипулятора. Его следует решать исходя из размеров зон обслуживания, видения и удобства работы.

Ранее рассматривалось определение размеров звеньев и пределов изменения обобщенных координат по критерию максимума манипуляционной зоны. Решение задачи выбора конструктивных параметров манипулятора чрезвычайно затруднено из-за необходимости учета большого числа требований. Обычно для подводных роботов предел изменения обобщенных координат в кистевом шарнире принимают равным для сгибания $\pm 1{,}57$ рад, для ротации — 3,15 рад и более, в локтевом шарнире для сгибания — не менее 3,15 рад, в плечевом шарнире для сгибания — до 2,0 рад, а для ротации — в зависимости от конструктивных особенностей подводного робота.

Существует большое число конструкций манипулятора, отличающихся по типу привода, его исполнению и схеме расположения, а также способу передачи вращающих моментов. Подобное многообразие конструктивных решений кинематической схемы манипулятора прежде всего говорит об отсутствии научно обоснованного подхода к проектированию. Как правило, созданные манипуляторы — это уникальные конструкции, которые невозможно преобразовать, чтобы, например, увеличить число степеней свободы и т. п. Очевидно, что в создании манипуляторов должен быть использован модульный принцип. Задавая полезную нагрузку, которая прикладывается к схвату, легко рассчитать потребные вращающие моменты приводов звеньев манипулятора. При этом соотношения вращающих моментов остаются постоянными независимо от величины полезной нагрузки и, как показывают результаты моделирования, составляют

$$M_{\text{плеча}} = 2M_{\text{локтя}} = 6M_{\text{кисти}}.$$

Следовательно, могут быть разработаны малогабаритные силовые приводы, как электрические, так и гидравлические, для комплекса вращающих моментов, с помощью которых достаточно быстро и просто может быть синтезирована любая кинематическая цепь с любым числом степеней свободы и их распределением. Важно только, чтобы унифицированный силовой привод имел обобщенный выход: поворачивающийся вал, создающий момент вращения.

Рассмотрим далее методы управления манипуляторами, которые могут быть применены для подводных роботов.

Подавляющее большинство подводных аппаратов оборудовано манипуляторами, которыми управляют путем подачи отдельных команд на каждый привод и изменения направления вращения валов силовых приводов. В настоящее время применяются система управления частотой вращения валов силовых приводов, а также командные мнемонические рукоятки. Несмотря на эти усовершенствования, метод управления оставался несовершенным. Используя в качестве органа управления рукоятки, можно одновременно оперировать несколькими степенями свободы, правда, в небольшом рабочем объеме, ограниченном движениями рукоятки. В этом объеме, который гораздо меньше, чем возможное пространство

обслуживания исполнительного органа, управлять с помощью рукоятки одновременно несколькими степенями свободы удобнее, чем с помощью тумблеров. Вне этого объема вследствие несоответствия реального положения манипулятора его изображению на экране дисплея при управлении требуются дополнительные умственные и физические усилия оператора, что замедляет работу. Если орган управления — не рукоятка, то для выполнения параллельного движения нескольких степеней свободы исполнительного органа (обычно двух) требуется длительное обучение оператора.

Максимальные скорости перемещения схвата в таких устройствах составляют 0,15 м/с. Эта цифра ориентировочная, поскольку обдумывание плана действий и сами рабочие движения на перенос схвата должны осуществляться одновременно, что замедляет перенос схвата к цели, по крайней мере, в два раза по сравнению с максимально возможными скоростями при работе в пустом пространстве. Если возникает вероятность столкновения исполнительного органа с другими объектами, то необходимы более точные действия оператора. При этом практически невозможно одновременно работать с двумя манипуляторами.

Параметры манипулятора с учетом ограничений, вносимых таким методом управления, следующие: максимальная скорость перевода схвата — 0,15 м/с; средняя скорость переноса — 0,07 м/с; средняя степень одновременности работы нескольких степеней свободы — 1,3; эффективность использования двух манипуляторов — 1,0.

Командный метод управления манипулятором был улучшен в Массачусетском технологическом институте (США). Передача всех преобразований на ЭВМ позволила повысить качество управления и увеличить число одновременно работающих приводов манипулятора [69].

Создание системы управления манипулятором в коде движений было следующим шагом в развитии и совершенствовании методов управления. При новом способе управления задающий орган определяет необходимое изменение положения манипулятора, т. е. манипулятор стремится занять согласованное положение, при котором ошибка по всем степеням свободы сведется к нулю.

В качестве задающего органа используют командные рукоятки, позволяющие совершать движения в соответствии со степенями свободы манипулятора в малой зоне. При этом управление осуществляется по положению.

Задающий орган другого типа геометрически и кинематически идентичен манипулятору.

Поскольку в коде движений одностороннего действия можно управлять положением манипулятора, возникает вопрос, что следует понимать под управлением по положению при геометрически несходных кинематических цепях. Если задающий орган и манипулятор не идентичны, согласование их степеней свободы в соотношении один к одному оказывается невозможным. В этом случае

необходимо в контур управления включить ЭВМ, которая осуществляет соответствующий пересчет координат и подает сигналы на приводы манипулятора.

Многие характеристики манипулятора при таком способе управления отличаются от характеристик манипулятора, управляемого в коде раздельных команд. Практически полное участие в движении всех степеней свободы здесь осуществляется без длительной тренировки оператора, который действует в коде движений своей собственной руки, однозначно связанной с манипулятором.

Однако оператор не получает обратных сигналов от манипулятора в виде ответного движения, поэтому он оказывается свободным в выборе движений и не ощущает ограничений своим действиям. Это часто приводит к несовпадению движений задающего органа манипулятора с требуемыми, а следовательно, к ошибкам. Единственным способом исправления такого положения оказывается обучение и тренировка оператора, направленные на ограничение свободы его действий и выработку автоматизма применительно к конкретному манипулятору.

В результате максимальная скорость перемещения схвата не превышает 0,45 м/с, а средняя — 0,25 м/с. Даже если оператор управляет одновременно двумя задающими органами, эффективность работы остается все же сравнительно низкой, поскольку он должен внимательно следить за тем, чтобы не выйти за предельные характеристики системы.

Ряд копирующих манипуляторов одностороннего действия оснащен силовыми или тактильными датчиками. Это приводит к улучшению системы, поскольку позволяет управлять усилием на схвате манипулятора и в ряде случаев даже различать формы предметов. При этом становится возможным манипулировать даже с таким хрупким объектом, как яйцо, не повредив его, и, следовательно, управлять в коде движений двустороннего действия.

В этом случае появляется два информационных канала между задающим органом и манипулятором. Параметром обратной связи может быть либо положение, либо усилие. Оператор ощущает силы, действующие на манипулятор во время работы. Управление оказывается возможным как со стороны задающего органа, так и со стороны манипулятора.

Просто тактильное очувствление само по себе недостаточно. Манипулятор двустороннего действия не только передает усилия оператору, но также позволяет согласовывать его действия с геометрией объекта. Такие операции, как открывание люка, перемещение рычага, соединение двух деталей, трудно качественно проделать, не пользуясь системой двустороннего действия.

Метод управления двустороннего действия позволяет существенно повысить скорости перемещения схвата, поскольку обратная связь предотвращает превышение допустимой скорости движения задающего органа. Средняя скорость перемещения схвата составляет уже около 0,60 м/с. Более того, при работе с таким манипуля-

тором не нужно специально обучать оператора устранять поломки. Поэтому возможно одновременное управление всеми степенями свободы двух манипуляторов. Два манипулятора, управляемые одним оператором, могут работать совместно, в частности поднимать груз, который по весу превышает грузоподъемность одного из них. Эти способы управления неприемлемы для современных подводных роботов в подобном виде, однако их анализ позволяет правильно понять, от каких действий оператор должен быть освобожден и заменен ЭВМ, а какие должны полностью остаться в его ведении.

Ручной способ управления манипулятором, даже наиболее совершенный, имеет недостатки: во-первых, оператор должен компенсировать недостаток сенсорной информации при управлении или неадекватность передаваемых усилий и моментов путем усиления психической и физической деятельности; во-вторых, он должен выполнять повторяющиеся утомительные действия, к которым он, вообще говоря, мало приспособлен.

Учитывая, что подводный робот действует в существенно неорганизованной и неупорядоченной среде, передать функции управления манипулятором полностью ЭВМ, т. е. полностью запрограммировать его действия, оказывается пока невозможным. Очевидно, необходимо управлять манипулятором на разных уровнях, т. е. осуществлять управление в комбинированном коде.

Так, например, однообразные операции удобнее выполнять автоматически с помощью предварительно записанных подпрограмм или на ЭВМ, обученной необходимым действиям от оператора. Система должна непрерывно информировать оператора о качестве работы с помощью ряда сенсорных систем и дисплеев, при этом должна быть предусмотрена возможность вмешательства оператора в процесс управления. Оператор при этом может подавать команды:

на индикацию объекта, включая подсистему целеуказания;

в коде движений, задаваемые либо рукояткой управления, либо с помощью команд другого уровня.

ЭВМ получает инструкции от оператора и преобразует их в двигательные команды на приводы манипуляторов. Для этого в памяти ЭВМ должен быть записан заранее запрограммированный каталог типовых операций. План работы передается дистанционно удаленной исполнительной ЭВМ (если она имеется), которая и управляет манипуляторами робота, получая информацию от сенсорных датчиков и выполняя максимум операций. Если ЭВМ не справляется с управлением самостоятельно, то она может обратиться за помощью к высшему уровню управления — командной ЭВМ и оператору. При такой организации процесса управления человек в любую минуту может прибегнуть к ручному управлению, а затем снова передать эти функции ЭВМ, используя символические команды. Во время ручного управления оператор перестает быть супервизором и становится обычным оператором манипулятора. Если ЭВМ

успешно справляется с выполнением работы, то оператор может в это время планировать следующие операции, используя в ряде случаев предсказательные и моделирующие способности командной ЭВМ.

Подсистема целеуказания и манипулятор с набором сенсорных датчиков расположены на дистанционно удаленной, исполнительной стороне подводного робота. Датчики должны различать прикосновения схвата к предметам, свойства поверхностей и мощность усилий, прикладываемых к манипулятору. Поскольку различные виды сенсорных датчиков дополняют друг друга, нет необходимости в том, чтобы они были очень точными. Вместе с исполнительной ЭВМ датчики позволяют найти объект, правильно взять его и переместить в нужное место даже при наличии препятствий. Такая автономная система может выполнять простейшие повторяющиеся операции, например завертывание — отвертывание гаек или подсоединение шланга, гораздо быстрее, нежели это может сделать оператор при ручном управлении. Очевидно, что сначала человек выполняет эту операцию сам для задания основных инструкций автономной системе, а затем с помощью подсистемы целеуказания будет лишь определять месторасположение объектов, с которыми нужно производить подобные операции.

На первом этапе, в режиме обучения, автономная система действует как пассивный наблюдатель, пытающийся «понять», как происходит управление манипулятором со стороны оператора, и разработать свое «представление» об окружающей среде. Она устанавливает взаимосвязь между управляющими действиями оператора и окружающей средой. После приобретения такого пассивного опыта внутренняя цепь начинает брать на себя бóльшую часть управления. На втором этапе оператор действует в основном как инициатор, позволяя автономной системе самой управлять манипулятором. И наконец, на третьем этапе функции оператора сведены к работе в качестве супервизора, т. е. к выработке стратегии работы и контролю за работой манипулятора. Причем время принятия решений должно быть сведено к минимуму. Автономная система, очевидно, должна быть устроена так, чтобы иметь возможность «забывать», чему она была обучена, и записывать в памяти новые задачи вместо старых. Это свойство обусловливает возможность адаптации робота к окружающей среде и к новым принципам работы оператора, решающего новую задачу.

При создании супервизорной системы управления подводного робота необходимо:

во-первых, разработать средства связи оператора и ЭВМ;

во-вторых, сконструировать исполнительную часть так, чтобы она могла самостоятельно решать некоторые задачи.

Для того чтобы можно было управлять манипулятором в супервизорном режиме, оператор должен прежде всего разделить задачи на ряд более мелких, которые автоматическая подсистема управления способна решать сама. Если подсистема может выполнить

большую часть общей задачи, процесс решения задачи целиком не составляет труда. Если, однако, части задачи таковы, что оператор решает их, практически не задумываясь, появляются определенные трудности при их формализации и постановке на ЭВМ. Поэтому необходимо предусматривать два метода управления в рамках одного робота: аналогового, в котором существует некоторая степень геометрического или динамического подобия между движениями руки оператора и движениями манипулятора, и символического, в котором команды управления выражаются на формальном языке, понятном ЭВМ. При этом символы должны быть настолько простыми, чтобы оператор мог легко составлять из них слова и даже целые фразы. Этот метод управления должен быть достаточно информативным и, наконец, удобным для интерпретации на ЭВМ. Аналоговые команды могут быть использованы не только для непосредственного управления манипулятором, но и применяться в супервизорном управлении.

Способ интерпретации двигательных образов должен выбираться оператором с использованием символического кода. Для обмена информацией между ЭВМ и оператором желательно иметь также различные средства наглядного отображения — дисплеи, так как образы, представленные геометрически, человек понимает гораздо быстрее, чем записанные в виде алфавитно-числовых символов. Успешно выполненную операцию не обязательно представлять оператору полностью, достаточно иметь просто лаконичный ответ «правильно».

Исполнительная часть подводного робота-манипулятора должна иметь некоторую независимость в действиях. Для этого она должна получать информацию и на ее основе самостоятельно принимать решения.

Для выработки ряда последовательностей действий и выбора одной из них, необходимой для решения поставленной задачи, автономная подсистема должна иметь достаточное «представление» об окружающей среде, а также получать информацию о состоянии манипулятора. Количество информации об окружающей среде определяет число вероятных направлений движений схвата и возможности движения по каждому направлению. Направления движения зависят в основном от специфики решаемой задачи. Возможности движения по заданному направлению определяются, с одной стороны, загруженностью среды объектами, а с другой, качеством обратных связей системы управления. Например, чтобы слегка коснуться объекта схватом, необходимо или очень точно знать его расположение в пространстве, или иметь качественную тактильную информацию для определения момента соприкосновения. Поскольку часто окружающая среда изменяется в процессе работы, обратные связи должны менять внутреннее представление робота об окружающей среде. Это необходимо прежде всего для того, чтобы ЭВМ могла выработать последовательность действий, направленных на решение поставленной задачи, оценить эффект действия каждой

последовательности и, наконец, выбрать необходимую последовательность.

Все возможные последовательности элементарных действий должны быть различимы между собой по применимости. Совершенно ясно, что ряд последовательностей будет весьма большим, особенно для сред с несколькими препятствиями. Число вариантов настолько велико, что пригодность эвристических методов вызывает сомнение. Только оператор может ставить подцели, причем довольно близкие к текущему процессу, и так, чтобы автономная система могла найти пути их выполнения. В таких случаях предпочтительнее использовать рекурсивные процедуры. Без них каждый случай — особенный, а наличие громадного числа программ, записанных в памяти исполнительной ЭВМ, становится совершенно необходимым.

Очевидно, что тип и частота взаимодействия оператора и ЭВМ зависят от решаемой задачи и уровня интеллекта автономной подсистемы.

Управление в комбинированном коде позволяет существенно улучшить возможности управления в коде движений. Такая система, например, обеспечивает сохранение постоянства усилия схвата, автоматическое поджатие схвата при проскальзывании объекта и тому подобные действия, которые обычно выполняет оператор при управлении манипулятором в коде движений с отражением усилий.

Для реализации рассмотренного метода управления манипуляторами подводного робота необходимо решить прежде всего проблему создания системы математического обеспечения, которая бы объединяла подсистему целеуказания, сенсорную подсистему и символический или какой-либо иной язык. Очевидно, что она должна решаться в несколько этапов с широким использованием как аналитических методов, так и методов моделирования и исследований на реально разработанных подводных роботах-манипуляторах. Ниже рассматриваются некоторые подходы к решению этой проблемы.

В заключение рассмотрим алгебраический подход к описанию разомкнутых шарнирных кинематических структур (рис. 17), удобный для построения математических моделей манипуляторов и опор шагающих подводных роботов.

В качестве обобщенных координат при построении модели шарнирной структуры будем использовать углы разворота звеньев в шарнирах и длины звеньев (при использовании телескопических звеньев переменной длины).

Введем системы координат X_i, Y_i, Z_i, связанные со звеньями l_i того же номера. Начало координат совместим с точкой C_i, ось X_i — с направлением звена l_i, ось Y_i — с осью одного из шарниров.

Вращение звена l_i в шарнире C_{i+1} приведет к повороту всей системы $l_i, \ldots, l_1$, а на кинематической модели вращение звена l_i приведет к повороту i-й системы координат и всех связанных с ней систем от $(i-1)$ до 1 относительно системы $(i+1)$. Изменение

длины звена l_i приведет к параллельному переносу осей (i, . . . , 1)-й системы координат.

Обозначим через $\mathbf{A}_i$ матрицу преобразования из i в (i + 1)-ю систему координат. Тогда в матричной форме выражение для координат конечной точки C_0 в системе XYZ определится в виде

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{A}_3 [\mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2) + \mathbf{L}_3] = \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{L}_1 + \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{L}_2 + \mathbf{A}_3\mathbf{L}_3, \tag{2.1}$$

где $\mathbf{L}_i = \begin{pmatrix} l_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ — вектор сдвига осей i-й системы координат.

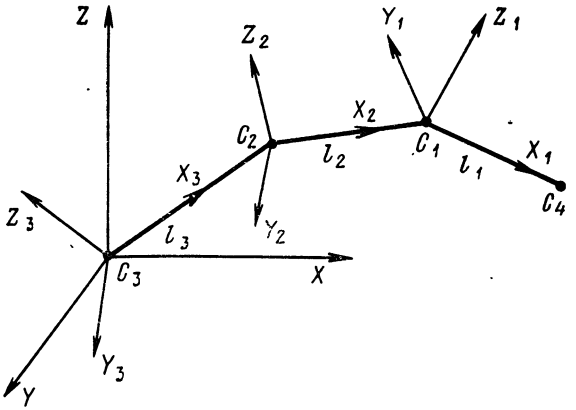


Рис. 17. Разомкнутый шарнирный механизм: C_1 — стопа опоры или схват манипулятора (конечная точка системы); C_2, C_3, C_4 — шарниры с произвольными степенями свободы; l_1, l_2, l_3 — звенья переменной длины

Можно написать итерационную формулу для определения координат конечной точки n-звенной кинематической системы относительно (n + 1)-го звена

$$\begin{pmatrix} X_{j+1} \\ Y_{j+1} \\ Z_{j+1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_j \left\{ \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \tag{2.2}$$

$$j = \overline{1, n},$$

где

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку матрица, определяющая преобразование прямоугольных координат, ортогональна, то справедливо и обратное соотношение

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \mathbf{A}_j^T \begin{pmatrix} X_{j+1} \\ Y_{j+1} \\ Z_{j+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицу $\mathbf{A}_i$ будем задавать в виде $\mathbf{A}_{\gamma i}$, $\mathbf{A}_{\beta i}$, $\mathbf{A}_{\alpha i}$. Направление осей Y_i и Z_i в шарнире выбираем в зависимости от конструкции шарнира и закрепления датчиков положения таким образом, чтобы между координатным преобразованием и вращением в шарнире имело место взаимно-однозначное соответствие. Для шарнира с одной степенью свободы и $\mathbf{A}_{\alpha i} = \mathbf{I}$ может быть принят произвольный выбор углов разворота: $\gamma_i = \text{var}$, $\mathbf{A}_{\beta i} = \mathbf{I}$ или $\beta_i = \text{var}$, $\mathbf{A}_{\gamma i} = \mathbf{I}$.

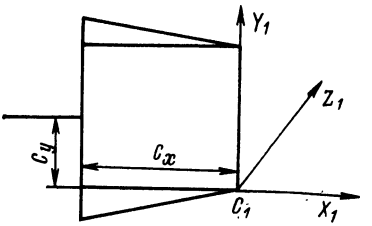


Рис. 18. Система координат схвата манипулятора

Если кинематическая структура служит для перемещения схвата манипулятора, то конечная точка C_1 может быть помещена на конце одной из губок схвата, и система координат $X_1Y_1Z_1$ ориентирована согласно рис. 18.

Положение граничных точек в системе XYZ будет задаваться уравнениями

$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_1 \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{pmatrix},$$

где

$$C_y = \pm |C_y|.$$

Рассмотрим примеры описания некоторых кинематических структур.

Пример 1 (рис. 19).

а)
$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{z_1}\mathbf{A}_{y_1}\begin{pmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1\cos\gamma_1\cos\beta_1 \\ -l_1\sin\gamma_1\cos\beta_1 \\ l_1\sin\beta_1 \end{pmatrix};$$

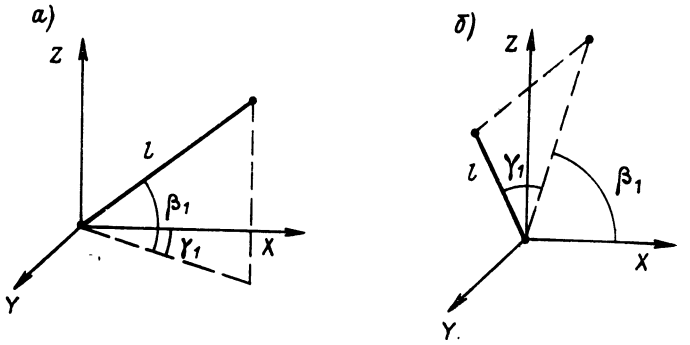


Рис. 19. Однозвенные структуры:
а — с ориентацией относительно оси *X*; *б* — с ориентацией относительно оси *Z*

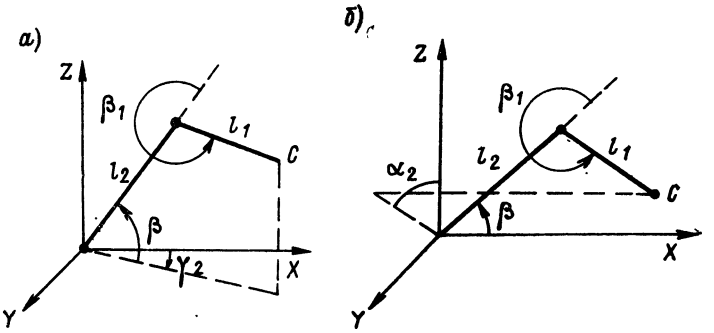


Рис. 20. Двухзвенные кинематические структуры:
а — с ориентацией относительно оси *X*; *б* — с ориентацией относительно оси *Z*

б)
$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{y_1}\mathbf{A}_{z_1}\begin{pmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1\cos\gamma_1\cos\beta_1 \\ -l_1\sin\gamma_1 \\ l_1\cos\gamma_1\sin\beta_1 \end{pmatrix}.$$

Пример 2 (рис. 20, *а*).

$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{z_2}\mathbf{A}_{y_2}(\mathbf{A}_{y_1}\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2) =$$

$$= \begin{pmatrix} [l_1\cos(\beta_1+\beta_2) + l_2\cos\beta_2]\cos\gamma_2 \\ [l_1\cos(\beta_1+\beta_2) + l_2\cos\beta_2]\sin\gamma_2 \\ l_1\sin(\beta_1+\beta_2) + l_2\sin\beta_2 \end{pmatrix}.$$

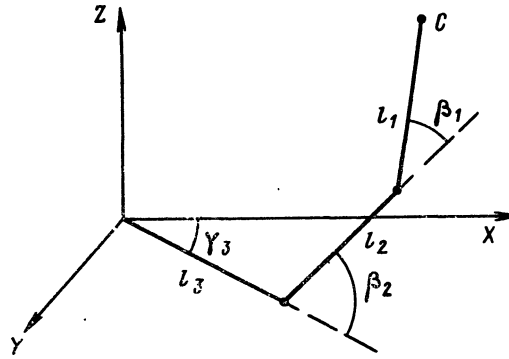


Рис. 21. Трехзвенная кинематическая структура

Пример 3 (рис. 20, *б*).

$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{x_2}\mathbf{A}_{y_2}(\mathbf{A}_{y_1}\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2) =$$

$$= \begin{pmatrix} l_1\cos(\beta_1+\beta_2) + l_2\cos\beta_2 \\ [l_1\sin(\beta_1+\beta_2) + l_2\sin\beta_2]\sin\alpha_2 \\ [l_1\sin(\beta_1+\beta_2) + l_2\sin\beta_2]\cos\alpha_2 \end{pmatrix}.$$

Пример 4 (рис. 21).

$$\begin{pmatrix} X_{C_1} \\ Y_{C_1} \\ Z_{C_1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{z_3}[\mathbf{A}_{y_2}(\mathbf{A}_{y_1}\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2) + \mathbf{L}_3] =$$

$$= \begin{pmatrix} [l_1 \cos(\beta_1+\beta_2)+l_2\cos\beta_2+l_3]\cos\gamma_3 \\ -[l_1\cos(\beta_1+\beta_2)+l_2\cos\beta_2+l_3]\sin\gamma_3 \\ l_1\sin(\beta_1+\beta_2)+l_2\sin\beta_2 \end{pmatrix}. \qquad (2.3)$$

Рассмотрим построение модели в декартовой системе координат. Для структуры, представленной на рис. 21, запишем уравнения звеньев в системе координат XYZ:

$$\left.\begin{aligned} &(X_1-X_2)^2+(Y_1-Y_2)^2+(Z_1-Z_2)^2-l_1^2=0; \\ &(X_2-X_3)^2+(Y_2-Y_3)^2+(Z_2-Z_3)^2-l_2^2=0; \\ &X_3^2+Y_3^2+Z_3^2-l_3^2=0. \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

Система уравнений (2.4) не позволяет получить в явном виде зависимости координат точек кинематической структуры от углов разворота звеньев. Поэтому учет ограничений подвижности шарниров в этой модели сводится к наложению дополнительных связей, например, в виде поверхностей $F(x, y, z)$.

Так, структура, изображенная на рис. 20, *а*, будет описываться уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &(X_1-X_2)^2+(Y_1-Y_2)^2+(Z_1-Z_2)^2-l_1^2=0; \\ &X_2^2+Y_2^2+Z_2^2-l_2^2=0; \\ &(X_1-X_2)/X_1-(Y_1-Y_2)/Y_1=0. \end{aligned}\right\}$$

Третье уравнение системы характеризует ограничения в шарнирах C_2 и C_3, вследствие которых точки C_1, C_2 и C_3 при любом движении остаются в плоскости, проходящей через ось Z.

Углы разворота звеньев определяются из соотношений

$$\beta_1=\beta_2+\arcsin[(Z_2-Z_1)/l_1];$$
$$\beta_2=\arcsin(Z_2/l_2);$$
$$\gamma_2=\operatorname{arctg}(X_2/Y_2).$$

Если сравнить модели, соответствующие уравнениям (2.1) и (2.4), то оказывается, что их можно использовать для описания кинематических структур. При этом первая модель позволяет непосредственно получить зависимость положения звеньев от углов их разворота. Вторая модель связывает положение звеньев с их декартовыми координатами, поэтому для определения углов требуется провести дополнительные расчеты.

Ограничения на изменение углов разворота в первой модели вводят, добавляя систему неравенств:

$$\varphi_{i\,\min} \leqslant \varphi_i \leqslant \varphi_{i\,\max},$$

где φ_i — произвольный угол разворота звена.

Ограничение степеней подвижности в шарнирах сводится к замене некоторых переменных координатных преобразований константами.

Учет угловых ограничений во второй модели производить сложнее. Он сводится к наложению дополнительных связей, а не исключению переменных, как в первом случае.

Учет ограничений подвижности системы, имеющих вид поверхностей в декартовой системе координат, во второй модели производится простым добавлением новых уравнений к системе (2.4). В первой модели для учета этих ограничений потребуется вычислить координаты промежуточных точек структуры по уравнениям (2.1).

§ 8. Сенсорная система подводного робота и обработка информации о внешней среде

Сенсорные системы подводных роботов представляют собой устройства сбора и обработки информации. Рассмотрим некоторые общие требования, которые должны предъявляться к этим устройствам. Информация, получаемая от датчиков, должна быть лаконичной, поскольку одна ЭВМ может обслуживать одновременно несколько роботов и может быть установлена на самом подводном роботе. В то же время объем информации от датчиков робота должен обеспечивать некоторую избыточность, необходимую для его надежной работы. Тогда, несмотря на выход из строя отдельного датчика или даже целой группы, робот сможет функционировать, правда, с меньшей точностью, большими затратами времени и т. д.

Аппаратура преобразования сигналов устройств сбора информации в большинстве случаев находится на некотором удалении от чувствительных элементов. Это обстоятельство налагает определенные требования на величину выходного сигнала и характеристики кабельной линии. Обычно передача сигналов от датчиков, расположенных на рабочих органах робота, осуществляется по кабельному каналу связи. Поэтому целесообразно предусмотреть возможность использования для этих целей датчиков бесконтактного типа или же передавать информацию по нескольким каналам.

Для сбора информации предназначены устройства сбора информации о состоянии рабочих органов и состоянии внешней среды.

Основными параметрами движения подводного робота являются линейные и угловые перемещения звеньев манипулятора, его движителей, линейные и угловые перемещения самого робота, координаты. Соответствующие скорости и ускорение звеньев определяются с помощью специальных датчиков.

Кратко охарактеризуем датчики угловых и линейных перемещений.

Потенциометры применяют для измерения угловых перемещений. Они преобразуют угол поворота в напряжение. Точность прецизионных потенциометров достигает 0,01—0,05%, раз-

решающая способность — 0,05—0,01%. Потенциометры с повышенной разрешающей способностью, как правило, имеют увеличенные габариты: диаметр равен $6 \cdot 10^{-2}$—$15 \cdot 10^{-2}$ м, высота — $5 \cdot 10^{-2}$ — $9 \cdot 10^{-2}$ м. Малые габариты и очень высокую разрешающую способность имеют многооборотные спиральные потенциометры. Основные недостатки потенциометрических датчиков — износ проволоки и щеток; ограниченная разрешающая способность и низкая чувствительность по напряжению. Однако датчики этого типа весьма удобны для работы в системах подводных роботов.

У трансформаторных преобразователей угловых перемещений отмеченные недостатки отсутствуют. Наибольшее распространение имеют вращающиеся трансформаторы и сельсины, позволяющие получать напряжения переменного тока, пропорциональные тригонометрическим функциям угла поворота или же самому углу. Следует отметить, что однозначная зависимость выходного напряжения у них в функции угла поворота ограничена интервалом 2π.

Недостатком трансформаторных преобразователей является сравнительно низкая точность воспроизведения функции угла поворота, не превышающая в большинстве случаев 0,1—0,2%, и значительные размеры, затрудняющие их использование под водой.

Индуктивные датчики также можно использовать для измерения линейных перемещений. Однако применять их для непосредственного измерения перемещений можно только при движении подвижного звена в пределах $8 \cdot 10^{-2}$—$10 \cdot 10^{-2}$ м. Для повышения точности измерения обычно применяют датчики дифференциального типа с двумя катушками. Основной недостаток этих датчиков заключается в нелинейности их характеристик. Они также имеют значительные размеры, что затрудняет их использование при измерении значительных перемещений.

Для измерения линейных и угловых перемещений можно использовать дискретные датчики, т. е. датчики, у которых выходная величина представляется числом импульсов. Если требуется различать направление изменения измеряемой величины, то применяют двухфазную систему воспринимающих элементов. Дискретные датчики целесообразно использовать в сочетании с цифровой ЭВМ, так как в этом случае отпадает необходимость в аналого-кодовом преобразователе.

Следует заметить, что на подводных аппаратах и манипуляторах наибольшее распространение получили потенциометры, которые просто герметизируются и отличаются стабильностью характеристики при переменном гидростатическом давлении.

Для общения с внешней средой, сбора информации о ней на подводном роботе имеется многогранная сенсорная система. Она может быть условно представлена двумя подсистемами: макро- и микроструктуры внешней среды. При движении по дну должна быть получена информация о его строении и особенностях на сравни-

тельно большой площади. После обработки и анализа этой информации подводный робот переходит к исследованиям выбранной локальной области.

Одной из основных является визуальная сенсорная система. Из-за наличия оптически мутных сред, встречающихся в придонных областях, сенсорная подсистема макроструктуры должна содержать локационные установки бокового или кругового обзора, которые позволяют получить картину рельефа дна с больших расстояний с удовлетворительной разрешающей способностью.

Подсистема микроструктуры внешней среды должна иметь телевизионную и ультразвуковую системы — систему звуковидения, обеспечивающую наблюдение дна в мутных средах. Для детального изучения объекта и выполнения с ним операций манипуляторы подводных роботов оборудованы тактильными сенсорными датчиками, а детальное представление о микроформах участка дна или объема могут быть получены с помощью различных локационных систем близкого действия.

К визуальным сенсорным системам предъявляется ряд специальных требований. Так, распознавание разнообразных пространственных объектов должно происходить в реальном масштабе времени. Эти требования могут быть успешно выполнены при разрешении ряда проблем.

Во-первых, необходимо решить проблему идентификации входной информации, связанную с распознаванием объекта. Обычно распознавание трехмерного объекта осуществляется методом выделения его контуров на плоском изображении. В этом случае в качестве критерия используется различие в яркости отдельных видимых поверхностей. На начальном этапе распознавания важно, чтобы яркость каждой точки изображения кодировалась.

Остановимся более подробно на одном из способов обработки зрительной информации [9]. Возможен структурный подход к созданию модели восприятия, если чувствительный орган представляет собой бинокулярную телевизионную систему, а внешняя среда — отдельно расположенные объекты типа камней. В структурной модели низшим уровнем считаются освещенность и координаты ячеек ретины, а высшим — формируемое понятие «объект» с характеристиками, указывающими координаты геометрического центра тяжести, направление главных осей и размеры предмета по осям. Модификации этой модели могут учитывать текстуру и цветовые свойства предмета, наличие плоских граней и т. п.

Иерархическая структура задается формальным языком, определяемым грамматикой, состоящей из следующих символов: 1) множества основных символов V_T; 2) множества неосновных символов V_H ($V_H \cap V_T = \varnothing$); 3) начального символа $I \in V_H$; 4) множества правил вывода P типа подстановки ($Z \to \omega$).

Опишем формальный язык. Предположим, что один источник света освещает объект, тогда для каждой строки изображения можно выделить фон — светлую часть — темную часть — фон.

Основной символ языка — ТОЧКА (U, E), где U — расстояние от начала разворачиваемой строки до рассматриваемой ячейки ретины; E — освещенность данной ячейки. Неосновные символы первого уровня: ФОН (U), СВЕТ (U_0, U), ТЕМ (U^0, U), где U_0 — расстояние от начала строки до первой ячейки соответствующей последовательности; U — расстояние от начала строки до последней рассмотренной ячейки. Символы следующего уровня представляют собой комбинации символов предыдущего уровня: ФОНСВЕТ (U, U), ФОНТЕМ (U_0, U), ФОНСВЕТЕМ (U_0, U), ФОНТЕСВЕТ (U_0, U), ФОНТЕНСВЕТЕМ (U_0, U), где U_0 — расстояние от начала строки до первого перепада освещенности; U — расстояние до последней рассматриваемой ячейки.

Символ СТРОКА ($U_н$, $U_к$) представляет собой объединение символов предыдущих уровней, в котором первым символом является ФОН ($U_н$), последним — ФОН ($U_к$), а между ними нет ни одного символа ФОН.

Кроме описанных выше вводятся еще три неосновных символа: ФРАГМЕНТ, ПЯТНО, ИЗОП, снабженные идентификаторами П или Л, обозначающими правое или левое изображение. И наконец, основной символ грамматики — ОБЪЕКТ (X_0', Y_0', Z_0', a, b, c, α), где X_0', Y_0', Z_0' — координаты геометрического центра тяжести объекта, a, b, c — размеры по главным осям объекта; α — угол между одной из главных осей и осью $O'Z'$ пространственной системы координат.

Введено шесть групп правил вывода, при этом три из них относятся к низшим уровням системы обработки.

1. *Группа полных правил*, предназначенных для описания объектов, целиком находящихся в поле зрения, а их тени — вблизи объектов.

1. ТОЧКА (U_0, $E_ф$) ТОЧКА ($U+\Delta U$, $E_ф$) → ФОН ($U_0 + \Delta U$).

2. ТОЧКА (U_0, $E_ф$) ТОЧКА ($U_0 + \Delta U$, $E_с$) → ФОНСВЕТ (U_0, $U_0 + \Delta U$).

. . . . . .

9. ФОНТЕМ (U_0, U) ТОЧКА ($U + \Delta U$, $E_с$) → ФОНТЕНСВЕТ (U_0, $U + \Delta U$).

. . . . . .

18. ФОНТЕНСВЕТЕМ (U_0, U) ТОЧКА ($U + \Delta U$, $E_ф$) СТРОКА (U_0, $U + \Delta U$).

2. *Группа усеченных правил* предназначена для описания объектов, не попадающих в поле зрения, когда тени объектов падают друг на друга. Структура правил такая же, только символ СТРОКА можно образовывать, если первый или последний символ является не символом ФОН, а символом рамки изображения.

3. *Группа правил запрета* предназначена для подавления влияния длинных теней и позволяет прерывать построение понятий, если тени перекрывают фон.

ФОНСВЕТЕМ (U_0, U) ТОЧКА ($U + \Delta U$, E_c) → СТРОКА (U_0, $U + \Delta U$).

4. *Группа управляющих правил* позволяет выработать и подать на генератор управляющие сигналы развертки, если строка развертки дошла до рамки изображения.

5. *Группа специальных правил* позволяет получать символ ФРАГМЕНТ и ПЯТНО. ФРАГМЕНТ — это символ, выражающий понятие СТРОКА в системе координат изображения. Понятие ПЯТНО является результатом рекурсивной процедуры пристройки ФРАГМЕНТОВ.

6. *Группа правил высшего уровня* включает правила получения монокулярных образов объектов, понятие ИЗОП и правило для выработки понятия ОБЪЕКТ. Понятие ИЗОП характеризует положение геометрического центра тяжести и четырех базовых точек плоского изображения. Правила порождения понятия ИЗОП «работают» после того, как все ФРАГМЕНТЫ объединены в ПЯТНА. Понятие ОБЪЕКТ образуется на основе информации, полученной от обработки понятий ИЗОП (правого и левого).

Известны также другие способы обработки зрительной информации для решения манипуляционных задач.

Процесс распознавания, основанный на восприятии полосок контурных линий объема, хорошо программируется, если вначале распознаются простые и ясные части, а затем — более сложные.

Распознавание может осуществляться, например, с помощью диссектора изображения на основе иерархической программы. Информация об изображении, полученная при помощи диссектора изображений, обычно состоит из большого числа точек (около 100 000), каждая из которых характеризует уровень освещенности соответствующего участка сцены. Для ускорения процесса выбирают одну точку на каждом участке площадью 8 × 8 точек, т. е. сжатая информация состоит из 1/64 от общего числа точек первоначального изображения. Для нахождения контура эту информацию сканируют до тех пор, пока не будет найдена контурная точка. Определение контурной точки основано на следующем простом допущении: между освещенностью объектов и фона имеется достаточное различие. Затем проверяют, не является ли эта точка ложной, возникшей под действием помех. Если она действительно является контурной точкой, то нужно следовать вдоль контура. Подобным образом находят некоторое множество контурных точек. Затем информация об изображении снова сканируется до тех пор, пока не будет получена контурная линия. Таким образом находят все множества контурных точек, каждое из которых анализируют в отдельности.

Во-вторых, необходимо решить проблему создания пространственного образа объекта, связанную с использованием проективных

преобразований. При работе сенсорной системы подводного робота, так же, как при работе человеческого глаза, должен формироваться пространственный образ предметов по его проекциям. Для этого необходимо использовать бинокулярные системы видения, широко разрабатываемые в настоящее время.

В-третьих, подводный робот должен определять его размеры, а также расстояние до объекта, т. е. необходимо решить проблему измерений. Это можно сделать, в частности, с помощью телевизионной передающей камеры, используемой в качестве визуального датчика, и сравнительно простой операционной схемы, которая выполняет арифметические операции с целью выделения из видеосигнала информации о пространственном положении объекта.

Система действует следующим образом. Изображение объекта, освещенного ярче, чем фон, проецируется на светочувствительную поверхность телевизионной передающей трубки типа видикон. Допустим, что изображение объекта делится на две части, левую и правую, вертикальной линией. Если присвоить каждой точке изображения фона значение 0, а каждой точке изображения объекта в левой и правой полуплоскостях значения — 1 и 1 соответственно, то при суммировании их результирующая величина будет соответствовать разности площадей левой и правой частей изображения объекта.

Если то же изображение разделить на две части, верхнюю и нижнюю, горизонтальной линией и присвоить каждой точке изображения фона значение 0, а каждой точке изображения объекта в верхней полуплоскости и нижней полуплоскости соответственно значения — 1 и 1, то их сумма будет соответствовать разности площадей верхней и нижней частей изображения объекта.

Если вертикальную и горизонтальную линии провести таким образом, чтобы суммы значений полуплоскостей были равны нулю, то точка пересечения этих линий будет лежать приблизительно в центре изображения объекта. Например, для круга эта точка совпадает с центром круга, а для фигуры, имеющей точку симметрии ограничивающего ее контура, эта точка совпадает с точкой симметрии. Она называется центром площади.

Основными условиями реализации такой системы являются:

1) контраст освещенности фона и объекта;

2) освещенность визуальной сцены в пределах 300—100 000 лк;

3) наличие только одного объекта в поле видения передающих камер;

4) площадь двухмерного изображения, получающегося в результате проекции изображения на светочувствительную поверхность передающей трубки, должна быть не менее 0,2% площади всей светочувствительной поверхности. При удалении объекта от передающих камер на расстояние 1 м его площадь должна составлять $5 \cdot 10^{-4}$ м^2.

Проблема восстановления невидимых частей объекта является, по-видимому, наиболее сложной. Следует заметить, что она приоб-

ретает особую важность для подводных роботов, так как в ряде случаев образец на дне может быть виден только частично (большая часть его находится под поверхностным слоем ила). Недостаточность информации об образце может возникнуть и из-за плохой видимости, а также в связи с ограничениями и искажениями, вносимыми каналом связи.

Решение этих проблем находится в непосредственной зависимости от методов обработки информации. Используемые в настоящее время методы обработки визуальной информации можно разделить на метод предварительной обработки и метод распознавания образа.

Задача предварительной обработки видеоинформации сводится к отбору необходимых признаков из очень большого числа входной информации и к их передаче в форме, позволяющей проводить обработку с целью распознавания образов и формирования модели окружающей среды. Предварительная обработка обычно состоит из трех этапов: выбор поля видения, выделение контура, выделение прямых линий. При этом поступающий от телевизионной передающей камеры видеосигнал анализируется лишь частично, подобно информации, поступающей от сетчатки глаза человека. Если площадь объекта больше поля видения сенсорной системы, то по командам от ЭВМ смещается оптическая ось этой системы.

Метод дифференциального оператора [77] позволяет выделить контур, подобно тому, как это осуществляется в сетчатке глаза. Основными недостатками этого метода являются низкая помехоустойчивость и малый допустимый разброс параметров. Для того чтобы результаты обработки дифференциальным оператором совпадали с теми, которые получаются в результате обработки изображения, поступающего с сетчатки глаза, была предложена гамма-коррекция.

Разработан ряд алгоритмов, позволяющих обнаруживать объект в телевизионном изображении, поступающем от передающей камеры, и прослеживать их границы.

Бионический подход к решению проблемы предварительной обработки визуальной информации привел к разработке методов моделирования нейронных структур и синтеза искусственных нейронных сетей.

Математическое обеспечение, описывающее процесс латерального торможения, приводящий к подчеркиванию и выделению контуров, было разработано в работах [66, 67]. Л. Сутро [82, 83] рассматривает проблему автоматической обработки визуальной информации роботом с целью его ориентации в неупорядоченной и априорно неизвестной окружающей среде. Для предварительной обработки визуальной информации были использованы нейронные структуры на пороговых логических элементах.

Однако, как известно, метод получения графического рисунка визуальной сцены на основе телевизионного изображения требует большой загрузки ЭВМ из-за сложности предварительной его обработки. В работе [40] предложен существенно более простой

метод получения графического рисунка, названный методом лучевого сектора.

Лучевой сектор, образованный разверткой лазерного луча в плоскости (обычно вертикальной), проецируют на поверхность исследуемого объекта, в результате чего получается группа линий пересечения лучевого сектора с поверхностью объекта для разных углов проекции, позволяющий определить форму и особенности поверхности этого объекта. Исследователи неоднократно отмечали перспективность применения лазерного луча для получения плоского лучевого сектора с малым углом расхождения луча. При помощи этого метода было получено изображение с расстояния 1—2 м от объекта и разрешающей способностью примерно 0,1%.

Для реализации метода из одного конца горизонтальной базовой линии на объект направляется лучевой сектор. На другом конце этой линии устанавливается фотоаппарат, оптическая ось которого строго перпендикулярна плоскости лучевого сектора. Преимуществами этого метода, позволяющего определять форму произвольных криволинейных поверхностей, являются:

1) возможность получать тонкие линии пересечения, в результате чего обеспечивается высокая разрешающая способность системы. Кроме того, соблюдение перпендикулярности оптической оси фотоаппарата к плоскости лучевого сектора позволяет при вычислениях ограничиваться сравнительно простыми соотношениями;

2) простота кодирования яркости входного изображения (для этого достаточно одного бита, 0 либо 1, поскольку не требуется учитывать промежуточные значения яркости);

3) оперативность обработки данных.

В качестве визуального датчика в существующих визуальных сенсорных системах чаще всего используются передающие телевизионные трубки видикон и диссектор изображения со стереонасадками. Обрабатывают телевизионное изображение на ЭВМ с большой оперативной памятью. Например, в Стенфордском университете для этой цели использована ЭВМ типа PDP-6, оперативная память которой рассчитана на 131 тысячу машинных слов длиной 36 бит и дополнительную память на 11 миллионов слов на магнитных дисках. В Стенфордском исследовательском институте использована ЭВМ CDC-940. В отдельных случаях для решения упрощенных задач распознавания визуальных образов вместо телевизионных передающих трубок применяют фотодиодные матрицы.

Эффективными визуальными датчиками в водной среде являются также локаторы бокового и кругового обзора, а на малых расстояниях — звуковизорные системы.

Локаторы бокового и кругового обзора позволяют детально обследовать район дна, так как рельефно воспроизводят все предметы и изменения профиля. Диаграмма направленности акустического излучения формируется узкой полоской в горизонтальной плоскости (до 0,02 рад) и широкой в вертикальной (до 0,5—0,7 рад). Подобно рассмотренному выше лазерному

лучевому сектору, импульсы звукового излучения высвечивают узкие полоски дна в пределах диаграммы направленности. При этом от дна приходят обратные эхо-сигналы. В каждый момент времени эхо-сигнал отражается от участка дна, площадь которого в отдельных случаях может быть не более 0,1 м^2.

В условиях сильного замутнения воды для детального осмотра грунта используют звуковизорные системы. Отраженное от дна акустическое колебание фокусируется на матрицу приемников, создавая на каждом из них сигнал, соответствующий изображению одного элемента разрешения. Производя поочередно снятие сигнала с каждого элемента матрицы приемников и подавая их после усиления на кинескоп, можно воссоздать визуальное изображение поверхности дна. Рабочие частоты в системах звуковидения выбирают обычно в диапазоне нескольких мегагерц. Так как звуковые колебания такой частоты в воде сильно затухают, дальность видения обычно ограничена несколькими метрами. Именно поэтому звуковизорная система является средством детального обследования локальных областей дна.

Основываясь на рассмотренном методе лучевого сектора, можно предложить следующий алгоритм анализа подводным роботом макроструктуры дна [97]. Находясь на расстоянии 10 м и более от дна, подводный робот, прежде чем перейти к конкретным действиям, должен проанализировать наблюдаемый рельеф дна, т. е. составить батиметрическую карту рельефа. В качестве визуальной сенсорной системы для этих целей предназначен локатор кругового обзора. С его помощью видимая часть местности последовательно разделяется концентрически сканирующим (с определенным шагом) узким лучевым сектором. В результате каждого пересечения луча локатора с поверхностью дна образуется круговой профиль его поверхности. Однако в память ЭВМ поступает не вся информация о каждом профиле сечения, а лишь координаты точек перегиба, в которых производная функция рельефа равна нулю. В результате такого сканирования создается матрица, приближенно характеризующая рельеф исследуемого участка дна. Эта матрица остается в памяти машины для последующего анализа, который проводится ЭВМ таким образом: в соседних сечениях точки перегиба, наиболее близкие по всем трем координатам X, Y, Z, соединяются отрезками прямых, для которых в векторной форме записи

$$(\overline{R}-\overline{R}_1)(\overline{R}_2-\overline{R}_1)=0,$$

где $\overline{R}_1$ — радиус-вектор i-й точки первого сечения; $\overline{R}_2$ — радиус-вектор j-й точки второго сечения.

Очевидно, что точность воссоздания рельефа будет зависеть от шага сечений. Алгоритм должен предусматривать возможность изменения шага сканирования в зависимости от угла наклона в пространстве вычисленных отрезков прямой. Эта процедура

позволит дифференцированно исследовать различные по рельефу участки дна.

Итак, предварительная обработка видеоинформации позволяет получить контурный рисунок визуальной сцены, который кодируется в виде списка пространственных углов, прямых линий и точек. Поскольку для обработки визуальной информации в настоящее время чаще всего используются ЭВМ, наибольшее применение нашли списочные структуры представления информации, а также алгоритмические языки, позволяющие работать с этими списками, например язык ЛИСП [59]. Проблема распознавания визуальных образов, относящаяся к проблеме создания искусственного интеллекта, решается по-разному. Так, в работе А. Газмэна [46] изложен ряд эвристических правил и приемов, позволяющих автоматически осуществлять разбиение визуальной сцены на составляющие ее отдельные трехмерные тела. В [75] описывается машинное представление сцен, состоящих из нескольких простых трехмерных объектов, согласно которому осуществляется идентификация объектов с их описанием и указанием пространственного положения. В этом случае описание достаточно сложно, поэтому желательно группировать подобные объекты и характеризовать их терминами общих и индивидуальных свойств. Если необходимо смоделировать движение объекта, достаточно запомнить информацию, относящуюся только к нему. В работе [48] описывается эвристическая система анализа сцен по неполным контурным рисункам. Существует и бионический подход к проблеме распознавания визуальных образов [82, 83].

Весьма перспективен, по-видимому, метод распознавания на основе симбиотической системы [40]. Путем координированной обработки визуальной и тактильной информации удается успешно формировать образ недостаточно четко видимых объектов, что делает такую систему эффективной при распознавании объектов под водой. Система может быть реализована в двух вариантах: в виде незамкнутой системы и в виде замкнутой системы с обратной связью, содержащей обучающиеся устройства.

В незамкнутой симбиотической системе выходной сигнал от визуального сенсорного датчика служит входным сигналом для тактильного датчика. В этом случае визуальный сигнал обрабатывают только для того, чтобы найти положение объекта или той части его, изображение которой нечетко. После этого тактильный датчик движется к объекту и ощупывает его невидимую часть, в результате формируется детекторная матрица объекта. Она представляет собой весовую функцию, положительные веса которой сконцентрированы вокруг найденного тактильным датчиком контура объекта. После обработки этой матрицы тактильная информация преобразуется в визуальный сигнал, представляющий собой более четкое изображение сцены. Эта обработка проводится только для краев объекта. Таким образом, распознавание объектов в незамкнутой системе происходит поэтапно:

1) определяются границы объекта и направления оптической оси визуального сенсорного датчика. Изображение объекта может быть полностью или частично нечетким;

2) находится нечеткая часть путем разбиения плоскости изображения на области;

3) тактильный датчик движется к объекту и ощупывает нечетко представленную часть, выделенную на плоскости изображения;

4) строится детекторная матрица объекта на основе полученных результатов;

5) преобразуется тактильная информация в видеосигнал для отображения визуальной информации на дисплее;

6) повторяются этапы три—пять до тех пор, пока заданная часть изображения не станет достаточно четкой.

Для создания замкнутой симбиотической системы в эту незамкнутую систему добавляют канал обратной связи с выхода тактильного датчика на вход визуального датчика. Благодаря этому выходной сигнал тактильного датчика может влиять на выходной сигнал визуального датчика в последующие моменты времени, например, может контролироваться уровень яркости изображения или выбор способа сканирования.

Тактильная сенсорная система обычно состоит из схвата манипулятора с закрепленными на нем тактильными датчиками. Следует заметить, что получение и обработка тактильной информации роботами исследованы пока еще недостаточно.

В настоящее время вкладывается различное содержание в понятие «тактильное ощущение» применительно к человеку и роботу. Обычно под тактильным ощущением человека понимают ощущение прикосновения, при котором чувствуют давление, вибрацию, боль, тепло и холод. При разработке и проектировании искусственных тактильных сенсорных датчиков в настоящее время под тактильным ощущением понимается только ощущение прикосновения и давления. Разработано большое число разнообразных тактильных датчиков, которые при соприкосновении с поверхностью исследуемого объекта подают электрический сигнал. В зависимости от характера выходной информации различают датчики касания, давления и проскальзывания [34, 35], а в зависимости от формы электрического сигнала — дискретные датчики (например, двухпозиционные микропереключатели) и аналоговые (например, пьезоэлектрические преобразователи).

Человек при тактильном распознавании находящегося в его руке предмета может определить его пространственную форму, твердость, вес, температуру.

Манипулятор робота при тактильном распознавании в настоящее время определяет только пространственную форму предмета и его пространственную ориентацию. Схват манипулятора касается различных участков поверхности исследуемого тела. Тактильные датчики, соприкасаясь с поверхностью тела, формируют информацию о координатах точки соприкосновения, силе сжатия объекта

схватом, проскальзывании объекта относительно тактильных датчиков. На основании этой информации ЭВМ создает пространственный тактильный образ исследуемого тела.

Основными достоинствами метода тактильного распознавания образов считают:

а) отсутствие необходимости в освещении исследуемого объекта;

б) сравнительно малый объем информации, поступающей от тактильных датчиков и обрабатываемой ЭВМ для получения тактильного образа.

Это позволяет обрабатывать информацию простым вычислительным устройством за короткий период времени.

Основными недостатками метода тактильного распознавания являются:

а) длительное время ощупывания для получения достаточной информации об исследуемом объекте;

б) длительный и сложный поиск объекта в рабочем пространстве манипулятора;

в) возможность повреждения объекта при ощупывании схватом манипулятора (поэтому необходимы тактильные датчики с чувствительностью в несколько граммов);

г) сложность поисков специфических участков, характеризующих особенности формы тела.

В настоящее время ведется разработка:

1) отдельных тактильных датчиков и тактильных сенсоров. Под тактильным сенсором в этом случае понимается функционально независимое устройство, содержащее группу определенным образом соединенных между собой тактильных датчиков, исследующих тактильную поверхность — рецептивное поле. Как правило, тактильный сенсор обеспечивает предварительную обработку тактильной информации, поступающей от тактильных датчиков;

2) алгоритмов обработки поступающей тактильной информации для формирования и распознавания пространственного образа исследуемого объекта и его пространственной ориентации, в том числе алгоритмы управления манипулятором с целью сбора этой информации;

3) симбиотических систем распознавания образов, использующих, в частности, тактильную информацию.

Уже создано большое число тактильных датчиков, различающихся по форме выходного электрического сигнала. При использовании дискретных тактильных датчиков типа двухпозиционных микровыключателей упрощается схемная реализация системы получения тактильной информации, поскольку не требуется аналого-цифрового преобразования исходной информации о соприкосновении схвата манипулятора с объектом. Кроме того, уменьшается количество передаваемых данных, а следовательно, и время их обработки, что позволяет применять более простое вычислительное устройство. Однако в этом случае увеличивается период сбора этих данных (большая часть времени затрачивается на перемеще-

ние схвата манипулятора в процессе обследования поверхности объекта). Получить больше данных за одно соприкосновение почти невозможно из-за высокой плотности размещения датчиков. Аналоговые тактильные датчики типа пьезоэлектрических преобразователей позволяют за одно прикосновение получить значительно больше информации и тем самым уменьшить долю непроизводительно затрачиваемого на перемещение схвата времени, однако в этом случае необходимы аналого-цифровые преобразователи информации, а их использование в системах подводного робота сопряжено с большими трудностями.

При бионическом подходе к проектированию тактильного сенсора [14, 17] на основе анализа структуры и функции кожного покрова руки человека создаются математические модели кожного покрова и нервных окончаний в нем, которые достаточно точно описывают основные процессы и явления, происходящие в кожном покрове руки человека при его соприкосновении с предметом. При моделировании на ЭВМ установлено, что когда рука прикасается к объекту, нервные окончания на одних участках кожного покрова получают более сильные раздражения, чем на других. При этом имеет место эффект латерального торможения, т. е. усиливается выходное напряжение на участках поверхности кожного покрова с сильным возбуждением нервных окончаний и уменьшается выходное напряжение на участках со слабым возбуждением. Благодаря этому можно первично обработать тактильную информацию — определить контуры кромок и выступающих частей объекта, что облегчает их распознавание и выделение.

Для предварительной обработки и распознавания формы поверхности тела, соприкасающейся с рецептивным полем, использован метод переменного порога [17], согласно которому пространственный образ представляется в виде ряда двухмерных (плоских) образов и соответствующих им значений порога. Последние последовательно вводятся в ЭВМ и суммируются. В результате образуется трехмерный образ, с заранее заданной точностью аппроксимирующий пространственную форму части объекта, контактирующей с рецептивным полем.

Процесс распознавания в этом случае может быть реализован по иерархическому принципу и имеет три уровня:

а) распознавание формы поверхности части предмета, соприкасающейся с рецептивным полем;

б) распознавание в результате охвата объекта схватом;

в) распознавание при помощи ощупывания предмета схватом.

При этом важно правильно выбрать соотношения между площадью рецептивного поля и площадью распознаваемого образа. Конструктивный подход к определению этого соотношения дан в работах [15, 16].

В работе [7] описан также эксперимент по распознаванию формы поверхности тела при помощи классического метода построения гиперплоскостей, разграничивающих множество распознаваемых

объектов на отдельные категории — подмножества, в которые входят одинаковые объекты. Распознавание осуществлялось манипулятором с 22 закрепленными на нем тактильными датчиками — микровыключателями. Результаты эксперимента показали целесообразность регулирования длины губок схвата в соответствии с размерами исследуемого тела.

Получение тактильной информации связано с необходимостью измерения усилий. Наибольшее распространение имеют два метода измерения усилий: преобразование усилия в деформацию чувствительного элемента и преобразование усилия в перемещение подвижной части чувствительного элемента.

Рабочая поверхность датчика должна быть износоустойчивой и выдерживать большие перегрузки, т. е. обладать высокой механической прочностью.

Часто оказывается, что площадь приложения внешнего усилия меньше площади рабочей поверхности отдельного датчика. В этих случаях измеренная величина не должна зависеть от точки приложения усилия. Это предъявляет определенные требования к конструкции датчика.

Рассмотрим некоторые типы преобразователей и возможности их использования для создания тактильных датчиков. Простейшим датчиком является контактный, т. е. датчик, в котором механическое перемещение преобразуется в замкнутое или разомкнутое состояние контактов. Контакты являются наиболее ответственной частью датчика. От материала, конструкции, режима их действия зависят надежность и стабильность работы датчика во времени. Выбор материала контактов определяется прежде всего контактным усилием, значение которого колеблется в широких пределах: 0,001—0,02 Н (для высокочувствительных маломощных контактных преобразователей). Для большинства обычных материалов контактов оптимальное усилие составляет 0,03 Н. Следует обращать особое внимание на износоустойчивость контактов. Наиболее коррозионно-стойкими являются контакты из золота и платины, которые могут применяться при малых контактных усилиях (0,01—0,02 Н), но их твердость и, соответственно, износоустойчивость невелики. Наиболее распространенным материалом для маломощных контактов является серебро. Под действием электрической искры серебряные контакты покрываются оксидной пленкой, которая электропроводна и легко разрушается при усилиях 0,05—1,0 Н.

Контактные датчики могут использоваться в качестве тактильных на подводных роботах при их соответствующей защите от морской воды.

Следует заметить, что от среды, в которой функционирует подводный робот, во многом зависят и принципы действия тактильных датчиков и локационных систем. Далеко не все известные тактильные датчики могут быть использованы для работы в среде, характеризующейся давлением в сотни атмосфер, малой прозрачностью,

высокой электропроводностью и коррозионной активностью. С наибольшим успехом, по-видимому, можно применять датчики с магнитоуправляемыми герметичными контактами.

Магнитоуправляемый контакт представляет собой стеклянную капсулу, внутри которой нейтральный газ или вакуум. В капсулу впаяны пластинки из ферромагнитного материала, контактные поверхности которых имеют специальное покрытие, уменьшающее их износ. При действии на капсулу внешнего магнитного поля контакты замыкаются. Магнитоуправляемые контакты обладают большим быстродействием (время срабатывания — 3 мкс, отпускания — 0,8 мкс), допускают большое число включений (до 10^8), работают в широком диапазоне температур окружающей среды, обладают вибро- и удароустойчивостью и могут длительно находиться в условиях высоких внешних давлений. Недостатком датчика является необходимость обеспечения достаточно сильного внешнего магнитного поля.

В качестве тактильных датчиков на подводных роботах, по-видимому, можно применять и индуктивные, использующие зависимости индуктивности системы от магнитного сопротивления зазора в магнитопроводе. Индуктивные датчики отличаются надежностью в работе, высокой чувствительностью и малыми габаритами.

Возможные способы локации под водой еще более ограничены. Сканирующие локационные устройства предназначаются для обнаружения объектов в рабочей зоне подводного робота и определения их координат. В настоящее время достаточно хорошо разработаны оптические локационные устройства, акустические и устройства, использующие ионизирующие излучения. Для подводных роботов наибольший интерес представляют акустические локационные устройства. Два других типа применяют ограниченно. Практический интерес представляют также струйные локационные системы, которые по изменению давления истечения жидкости определяют приближение к исследуемой поверхности на расстояние нескольких сантиметров. Локационные сканирующие системы позволяют выявить микрорельеф участка дна или образца.

Данные о местности снимаются в виде матрицы $\mathbf{A} = \|a_{ij}\|$, где каждый элемент a_{ij} характеризует определенный элемент поверхности. Если поверхность горизонтальная, то все $a_{ij} = 0$. В противном случае элемент a_{ij} равен высоте препятствия, соответствующего координатам. Очевидно, элементы a_{ij} могут принимать и отрицательные значения (на пониженных участках).

Кроме того, подобная система позволяет регистрировать цвет и текстуру каждого элемента поверхности и записывает их в виде такой же матрицы. Принцип работы ультразвукового локатора (рис. 22) заключается в следующем: сканирующее устройство развертывает луч от источника по исследуемой поверхности. Сопряженное сканирующее устройство следит за световым пятном, которое в исходном состоянии фокусируется с помощью объектива

в центр фотопотенциометра. Если горизонтальная поверхность ровная, то отраженный сфокусированный луч оказывается неподвижным относительно фотопотенциометра, и последний выдает сигнал, равный нулю. Если поверхность неровная, то луч будет смещаться по фотопотенциометру, на выходе которого будет возникать сигнал γ, пропорциональный изменению рельефа местности по отношению к некоторому нулевому. Прямое и сопряженное сканирующие устройства приводятся в действие от общего приводного двигателя. С него снимаются мгновенные значения углов сканирования α и β, определяющие величины $i = f_1(\alpha, \beta)$. При сканиро-

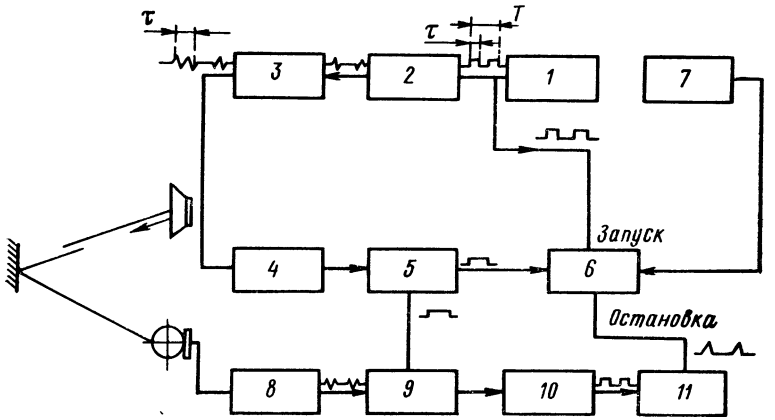


Рис. 22. Блок-схема ультразвукового локатора:

1 — генератор импульсов; *2* — генератор несущей частоты; *3* — усилитель мощности; *4* — цепь задержки; *5* — генератор стробирующих импульсов; *6* — счетчик импульсов; *7* — мультивибратор; *8* — избирательный усилитель; *9* — схема разрешения; *10* — детектор; *11* — формирователь.

вании трещин, ям луч не всегда достигает их дна. Поэтому информация может быть неполной, особенно на дальних участках поверхности, где угол между лучом и поверхностью мал. Прибор в принципе позволяет выявить наличие таких участков местности, но для этого необходимо вместе с величиной γ регистрировать также величину ее производной, а также моменты пропадания луча. Существенную информацию несет и первая производная яркости отраженного луча.

Матрица рельефа **А** может быть сформирована не только сканирующей системой, но, например, группой неподвижных датчиков, в определенном порядке размещенных на схвате манипулятора. Для визуального представления части поверхности микрорельефа перспективным может оказаться метод ультразвуковой голографии.

Рассмотрим один из возможных и одновременно наиболее простой вариант размещения датчиков на рабочем органе манипулятора (рис. 23). В шарнирах манипулятора располагаются датчики положения потенциометрического типа, определяющие угловые

положения звеньев, и датчики усилий, измеряющие полезные усилия в приводах звеньев. На внешней и внутренней поверхностях схвата располагаются тактильные датчики, регистрирующие соприкосновение определенной части поверхности схвата с объектами внешней среды. Датчики ближнего обнаружения регистрируют объекты, расположенные вблизи боковых поверхностей схвата, а локационные датчики измеряют расстояние от концов губок схвата до обнаруженных объектов внешней среды. На рис. 23 показана конструкция схвата с расположенными на нем датчиками. Тактильные датчики — контактного типа с жесткой рабочей по-

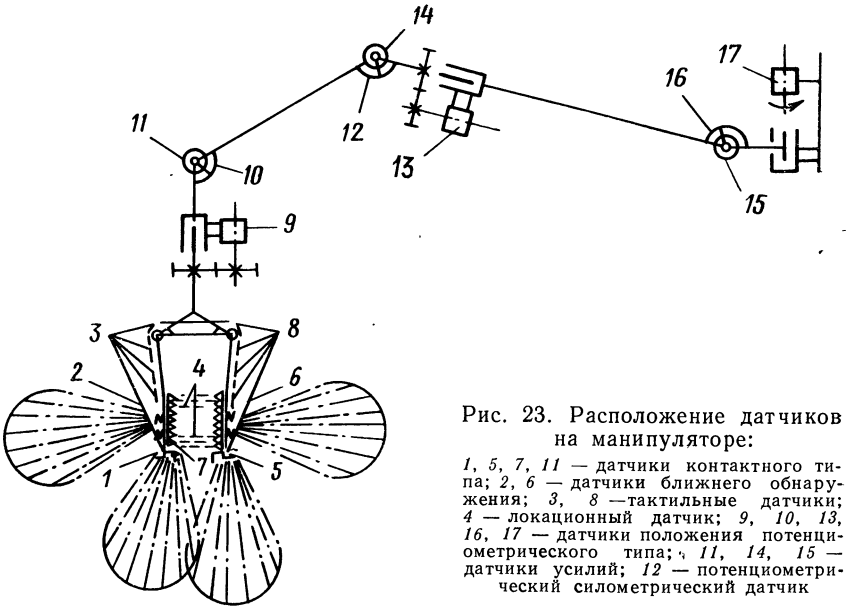


Рис. 23. Расположение датчиков на манипуляторе:

1, 5, 7, 11 — датчики контактного типа; *2, 6* — датчики ближнего обнаружения; *3, 8* — тактильные датчики; *4* — локационный датчик; *9, 10, 13, 16, 17* — датчики положения потенциометрического типа; *11, 14, 15* — датчики усилий; *12* — потенциометрический силометрический датчик

верхностью и порогом срабатывания 0,10—0,15 Н. Датчики контактного типа выполнены в виде «дверцы» с неподвижной осью. Порог чувствительности их — около 0,30 Н в средней части контактируемой поверхности и зависит от места приложения усилия. Потенциометрический силометрический датчик, расположенный на тяге привода звеньев схвата, выдает сигнал, пропорциональный усилию сжатия звеньев.

И в заключение скажем несколько слов об информационном обеспечении шагающих устройств. О состоянии шагающего устройства информируют датчики: звеньев, измеряющие угловые координаты органов перемещения; усилий в приводах; горизонта, измеряющие угловые отклонения координат, связанных с платформой шагающего устройства, от координат, связанных с горизонтом (гировертикаль). О состоянии внешней среды информируют датчики тактильные, фиксирующие соприкосновение опоры органа

перемещения с поверхностью; локационные, измеряющие высоту платформы над поверхностью; локационные, измеряющие высоту опорной части над поверхностью.

Для того чтобы целесообразно использовать информацию, получаемую от датчиков, необходимо организовать систему обработки чувствительной информации. Структура этой системы (как и структура всего робота) построена по иерархическому принципу, причем, чем выше уровень обработки информации, тем меньше ее избыточность и тем больше обобщенные характеристики передаются на следующие уровни.

Обработанная информация поступает на разные уровни системы управления роботов. Так, информация о положении звеньев манипулятора обрабатывается системой с одним уровнем обработки, на выходе которого имеются сигналы, пропорциональные величинам углов между звеньями манипулятора. Эта информация поступает в низшие уровни системы управления манипуляторов, поскольку она необходима прежде всего для управления движениями манипулятора (используется как сигнал обратной связи о положении звеньев).

Обработанная тактильная информация необходима для управления манипулятором и для формирования пространственных образов исследуемых объектов или микрорельефа поверхности.

На основе полученной информации об окружающей среде формируются пространственные тактильные образы на более высоком уровне с целью формирования модели окружающей среды, принятия решения о целесообразном поведении робота в этой среде и т. п. Кроме того, полученные таким образом тактильные образы могут отображаться на дисплее оператора в системе супервизорного управления подводным роботом. В работах, посвященных непосредственному управлению манипулятором на основании тактильной информации [26], рассмотрены сравнительно простые алгоритмы обработки тактильной информации и управления манипулятором. Эти алгоритмы реализованы на ЭВМ и позволяют манипулятору выполнять:

а) перемещение в заданном направлении при наличии препятствий;

б) поиск заданного объекта в рабочей зоне манипулятора;

в) захват объекта манипулятором и регулирование силы сжатия хрупкого объекта по сигналам от тактильных датчиков проскальзывания, если масса объекта — переменная величина.

В работе [75] проанализирован алгоритм тактильного распознавания пространственного образа при помощи манипулятора с пятью степенями свободы, которые подразделены на две группы: одни позволяют осуществить перемещение схвата манипулятора в пределах рабочего пространства, другие — сжимание и разжимание двух губок схвата (по одной степени свободы на каждую губку). На конце каждой губки имеется тактильный датчик в виде контакта, замыкание которого сигнализирует о соприкосновении

губки с поверхностью тела. Манипулятором управляла ЭВМ, оперативная память которой зафиксирована на магнитных сердечниках емкостью 32 тысячи слов и на двух магнитных дисках емкостью 273 тысячи слов каждый.

Программа распознавания состоит из двух частей: подпрограммы управления манипулятором и главной программы распознавания. Подпрограмма управления манипулятором на основании полученных данных выдает на аналого-цифровой преобразователь управляющие команды по каждой степени свободы, а при поступлении сигналов от тактильных датчиков вычисляет их положение в декартовой системе координат, после чего передает управление главной программе распознавания. Последняя, получив необходимые данные, осуществляет распознавание формы предмета и выдает результаты на построчно-печатающее устройство и координатный графопостроитель. Обмен данными между обеими программами происходит через общий участок памяти с метками (для данных, вводимых в программу управления манипулятором; для вывода результатов распознавания из главной программы распознавания).

Подпрограмма управления манипулятором начинает работать, как только на общий участок памяти с меткой поступили исходные данные для управления манипулятором. Эти данные записываются раздельно для каждой степени свободы. Управляющее воздействие по каждой степени свободы реализуется отдельными малыми порциями: после выдачи команды на перемещение манипулятора по данной степени свободы, соответствующей очередной порции управляющего воздействия. Следующая команда не выдается до тех пор, пока привод не отработает предыдущую команду. При выполнении команды «разжать схват» схват раздвигается (управление осуществляется также малыми порциями), а в момент полного раскрытия его выдается сигнал о завершении выполнения команды. При выполнении команды «сжать схват» также контролируется состояние тактильных датчиков. При обнаружении объекта в схвате по положению тактильных датчиков вычисляются их координаты, которые записываются в общий участок памяти. При управлении манипулятором по степени свободы для вертикального перемещения схвата осуществляется одновременно и управление по степени свободы, с тем чтобы компенсировать криволинейность траектории перемещения схвата.

Как известно, все многообразие наблюдаемых предметов можно разделить на предметы, отличающиеся по своим размерам и по форме. В первом случае различие образов предметов может быть устранено соответствующим масштабированием образов. Во втором — все многообразие форм предметов может быть сведено к нескольким основным геометрическим формам, таким, как шар, круговой цилиндр, круговой конус, трехгранная призма, четырехугольная пирамида и т. д., соответствующей комбинацией которых с заданной степенью точности может быть аппроксимирована реальная форма практически любого объекта.

Таким образом, предложенная программа распознавания рассчитана только на эти основные геометрические формы. Пространственная ориентация распознаваемого объекта также ограничена, поскольку при пересечении даже таких геометрических форм плоскостью под произвольным углом могут получиться в сечении сложные фигуры.

В связи с этим пространственная ориентация распознаваемых тел выбирается такой, чтобы в сечении получились наиболее простые фигуры.

Число разновидностей распознаваемых кривых сильно влияет на процесс и результаты. В работе [75] ограничились распознаванием только двух типов линий: прямой и кривой, являющейся частью окружности, для чего был использован метод контроля расстояния и угла.

Существенную часть алгоритма распознавания пространственных образов составляет алгоритм распознавания плоского образа, получающегося в результате ощупывания тела при фиксированной координате. После обнаружения объекта схватом манипулятора поступают данные о расположении группы точек на линии воображаемого среза распознаваемого тела плоскостью, параллельной плоскости и сдвинутой относительно нее на величину шага, причем по отдельности распознаются группы точек, полученных левой и правой частями схвата. Распознавание осуществляется согласно методу контроля расстояния и угла.

Для распознавания линии необходимо не менее трех точек. Для повышения точности и надежности желательно иметь больше точек. Эксперимент показал, что оптимальным числом можно считать четыре—пять точек, полученные по отдельности от левой и правой частей схвата, так как при дальнейшем увеличении числа точек существенных изменений в распознавании образа не происходит.

Если в результате распознавания получаются прямые линии, то тело в этой плоскости среза имеет угол, который вычисляется по уравнениям этих линий. Если получается сочетание прямой и дуги окружности, то распознать тело этим методом невозможно. Если получаются дуги окружности, то считается, что выявлена кривая (учитывая вышеприведенные ограничения на форму и пространственную ориентацию распознаваемых тел), которая аппроксимируется окружностью. Координаты центра и радиус ее можно вычислить.

Таким образом, пространственный образ можно рассматривать как результат наложения друг на друга плоских образов, каждый из которых соответствует определенной координате распознаваемого. Это упрощает метод распознавания и, кроме того, при рассмотрении параллельных срезов пространственного образа позволяет использовать без изменения алгоритм распознавания плоских фигур. В этом случае результаты будут тем точнее, чем больше число плоскостей среза.

Как было показано выше, для распознавания плоского образа в плоскости одного среза необходимы данные о пяти точках, полученные от каждой части схвата. Если исключить случай, когда необходимо знать высоту тела, то можно ограничиться тремя точками. Следовательно, для распознавания трехмерного образа необходимы пространственные координаты 30 точек, а это представляет существенные трудности.

Для подводных роботов особо важное значение имеет слепой поиск образцов пород или объектов с целью их захвата, так как довольно часто возможна полная потеря видимости из-за взмучивания придонных слоев воды. По этой проблеме в последнее время опубликован ряд работ. Так, в работе [13] рассмотрен алгоритм поиска и взятия образца только на основании тактильной информации. В качестве тактильных датчиков использованы микропереключатели.

Так как в этом случае визуальная информация отсутствует, то важное значение имеет предыстория контакта схвата с объектом, т. е. подводный робот для определения положений схвата относительно объекта должен иметь специальные программы. Тогда он сможет автоматически отыскать траектории поисковых движений. Такая информация может быть введена путем целеуказания образца, лежащего на грунте в тот начальный момент, пока еще вода прозрачна и дно просматривается оператором.

В проведенных исследованиях предполагалось, что объект может находиться относительно первоначально установленного положения с ошибкой, лежащей внутри некоторой области. Прежде чем перейти к программе «захват», робот сравнивает заданное положение и текущее положение схвата и, если это расстояние велико, переводит схват в положение, достаточно близкое к положению, занимаемому объектом. Далее робот переходит к программе «захват». В этом случае для захвата манипулятором объекта необходимы поисковые движения в узкой области (так называемый ближний поиск).

Поиск в более широкой области необходим в том случае, если задана только общая информация относительно положения объекта и существует опасность в процессе выполнения движений по захвату при развороте удалиться от объекта или если утеряна информация о положении объекта (так называемый поиск в широкой области).

Поиск в широкой области необходимо проводить последовательно и начинать с края так, чтобы исследовать всю рабочую область. Траектории поисковых движений зависят от конструкции робота. Так, для манипулятора с прямоугольной системой координат эффективным оказывается спиральный поиск, начинающийся из точки, в которой находился схват. Для манипуляторов с цилиндрической и полярной системой координат естественнее начинать поиск со стороны корпуса манипулятора, чтобы избежать его столкновения с объектом.

§ 9. Система связи оператора с подводным роботом

Эффективность функционирования подводного робота во многом определяется характером разделения функций управления и переработки информации между человеком и вычислительной машиной, непосредственно воздействующей на исполнительные органы робота. В свою очередь это разделение зависит от особенностей системы связи человека и робота, с помощью которой осуществляется взаимодействие между ними. Система связи должна быть организована таким образом, чтобы обеспечить использование только тех функциональных возможностей человека, которые имеют явное превосходство перед соответствующими возможностями ЭВМ. Таким образом, при проектировании системы связи человека с роботом приходится решать типичную задачу инженерной психологии о разделении функций между человеком и машиной.

При этом возникает вопрос, в каком отношении человек превосходит ЭВМ и в каком уступает ей. Большинство исследователей [20, 22] признает за машиной преимущества в точности осуществления разнообразных операций, особенно повторных; скорости реакции; скорости выполнения таких действий, как счет, выдача дискретных сигналов управления; скорости приема и переработки информации; длительности непрерывной работы с сохранением заданного режима.

Человек превосходит современную ЭВМ в способности восприятия некоторых видов информации, переработки информации, в обучении и самообучении, способности предвидения, планирования и принятия решений; многообразии, пластичности и гибкости обработки сенсорной информации.

Как видим, ЭВМ целесообразно использовать для планирования и выполнения однообразных и утомительных для человека действий, таких как перенесение предмета, движение в заданном направлении и т. п. Человек должен решать более сложные задачи и помогать роботу в сложных ситуациях.

Команды, которые робот может выполнять автономно, составляют смысловую основу проблемно-ориентированного языка, на котором человек-оператор должен общаться с роботом.

Таким образом, основная задача оператора заключается в формулировке на выходном языке правильных фраз, соответствующих выполнению той или иной манипуляционной задачи или задачи движения, включающей в себя целый ряд различных подзадач, выражаемых с помощью команд-приказов. Для точного формулирования этих задач необходимо учитывать особенности окружающей среды. Иными словами, оператору, быстро и полно воспринимающему особенности окружающей среды, необходимо передавать визуальную информацию в виде реального изображения — картины окружающей среды, т. е. использовать принцип «картинности» [20]. Кроме визуальной информации оператор использует

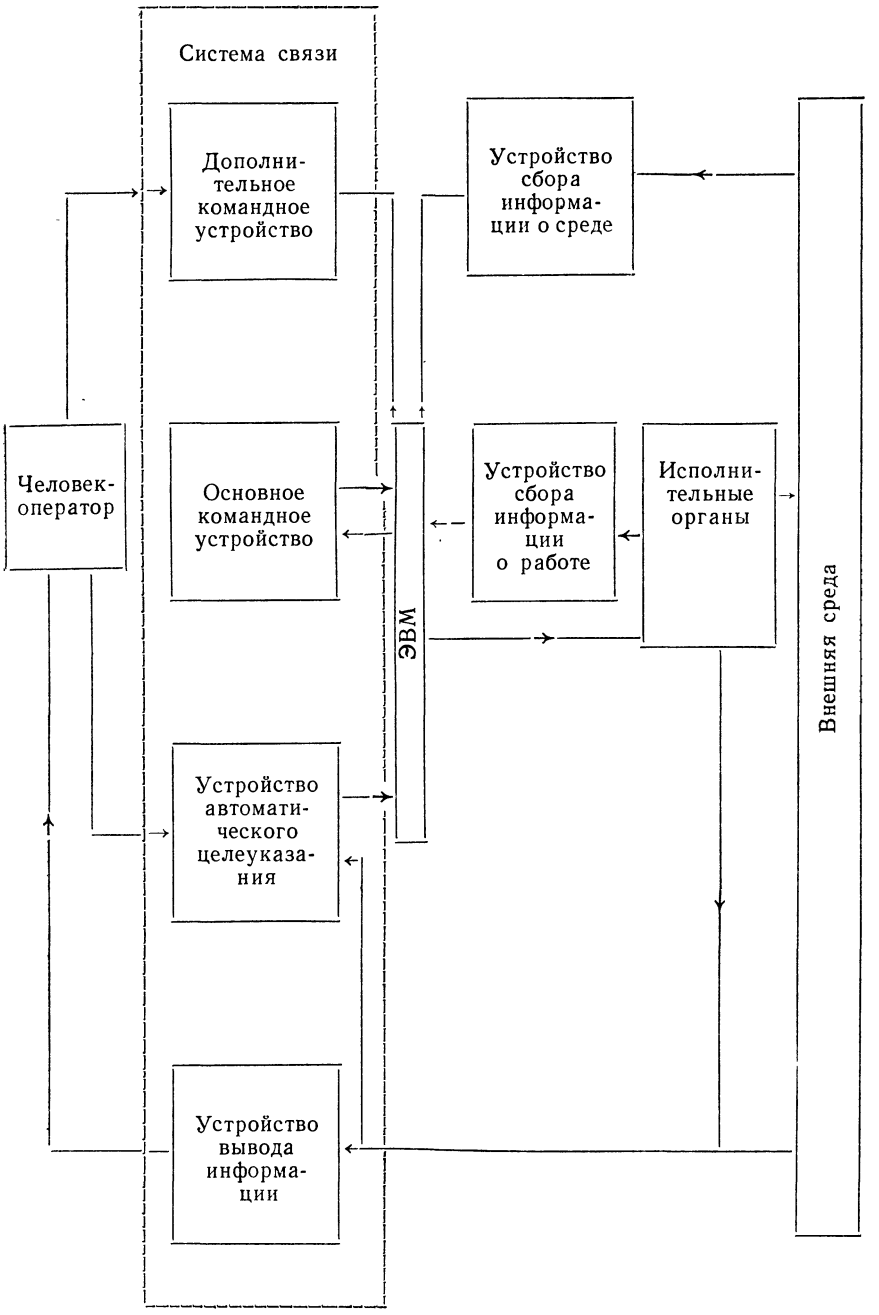


Рис. 24. Обобщенная блок-схема управления подводным роботом

и некоторые другие виды информации, особенно важные при управлении перемещением робота в пространстве.

Человеку целесообразно поручить и некоторые виды обработки визуальной информации, связанной с задачами распознавания, а также ввод результатов обработки этой информации в ЭВМ, так как машинное распознавание образов связано пока еще с большими техническими трудностями.

Наконец, возможности человека как звена в системе управления должны быть использованы при поиске выхода из заранее непредвиденных или аварийных ситуаций. С этой целью система связи должна обеспечить человеку доступ к любому уровню управления, включая самые низшие, и возможность осуществлять управление на языке этого уровня.

Общая структура системы связи человека с роботом в наиболее полном виде, а также схема взаимодействия этой системы с системой управления подводным роботом представлены на рис. 24. В систему связи человека с роботом входят все обычные, широко используемые устройства связи человека с ЭВМ (телетайпы, перфокарты, перфоленты и т. п.). Остановимся на специфических устройствах.

Система связи человека с подводным роботом состоит из четырех основных блоков. Первый блок — основное командное устройство — предназначен для ввода программ в ЭВМ на входном языке. Второй — устройство вывода информации — используется для визуального наблюдения за состоянием окружающей среды и исполнительных органов подводного робота. Если робот движущийся, то в этот блок могут быть включены датчики, измеряющие параметры его движения, скорость, пройденный путь, курс, крен, дифферент и т. д. Третий блок — устройство автоматического целеуказания — позволяет оператору распознавать особенности среды, в которой функционирует подводный робот, выявлять цели и препятствия и вводить их координаты в ЭВМ. Четвертый блок — дополнительное командное устройство — предназначен для ввода элементарных команд управления роботом, которые оператору удобнее задавать в «коде движений» руки (например, с помощью аналога руки), чем символически (на проблемно-ориентированном языке). Это устройство обычно используется при возникновении аварийных или непредвиденных ситуаций.

Следует отметить, что состав системы связи человека с роботом, объем и сложность аппаратуры, входящей в нее, существенно зависят от назначения и класса задач, для решения которых он предназначен. Так, если роботы используются для исследований в океане, т. е. если задачи, решаемые ими, достаточно сложны, разнообразны и требуется высокая надежность, то целесообразно иметь систему связи в полном объеме, а также специальную приемно-передающую аппаратуру для осуществления связи на больших расстояниях.

Если нужно решать простые задачи и выполнять однообразные, несложные, многократно повторяемые действия, то достаточно иметь

так называемый робот с памятью, снабженный упрощенной системой связи в виде дополнительного командного устройства. С помощью этого устройства человек-оператор обучает робота требуемому действию. Различные упрощения системы связи могут быть достигнуты за счет использования одной и той же аппаратуры для выполнения различных функций системы связи. Например, одна и та же приемно-передающая телевизионная аппаратура может быть использована как в устройстве вывода визуальной информации, так и в устройстве автоматического целеуказания.

Наиболее простым и хорошо известным из перечисленных устройств является устройство вывода информации. В состав его, если к системе связи не предъявляются специальные повышенные требования, могут входить стандартные промышленные телевизионные установки, а для измерения параметров движения — стандартные лаги, счетчики лага, гирокомпасы. Остальные устройства более оригинальны, и их интересно рассмотреть подробнее.

В качестве основного командного устройства в простейших случаях целесообразно использовать обычный телетайп. Однако более удобным является специальное визуальное командное устройство, описанное ниже. В ближайшей перспективе командное устройство можно будет создавать в виде устройства ввода команд в ЭВМ с помощью голоса человека-оператора.

Рассмотрим возможный вариант визуального командного устройства. Операционная часть этого устройства включает в себя световое перо и два экрана электронно-лучевых трубок: программирования и составленных программ. В нижней части экрана программирования высвечиваются наименования всех возможных команд, таких, как ВЗЯТЬ, ПЕРЕМЕСТИТЬ и т. п.; в верхней части — список, расшифровывающий ту команду, на которую оператор указал световым пером (например, для команды ПЕРЕМЕСТИТЬ расшифровывающий список будет содержать слова В ТОЧКУ, В РАЙОН и т. д.). В свою очередь некоторые слова из списка модификаций основных команд могут иметь свои модификации второго порядка, список которых появляется на экране при указании световым пером на одну из основных модификаций.

Экран составленных программ служит устройством вывода текста программ, составленных с помощью светового пера, экрана программирования, а если необходимо, и экрана целеуказания. Процесс составления программ оператором заключается в выборе определенной последовательности команд с их модификациями путем указания световым пером на экране программирования. Экран целеуказания можно использовать для ввода информации, уточняющей модификации команд. Например, чтобы заставить подводный робот двигаться к заданной цели, необходимо составить фразу ИДТИ В ТОЧКУ (X, Y, Z). Команда ИДТИ и ее расшифровка В ТОЧКУ появляются на экране программирования при указании световым пером этих слов. Уточнение модификации В ТОЧКУ высвечивается на экране после указания соответствующей цели

на экране. Если координаты цели известны оператору заранее, то он может ввести их на экран составленных программ, не пользуясь системой целеуказания, а набирая соответствующие числа из списка цифр от 0 до 9, который появляется на экране программирования после указания на модификацию.

Поскольку все возможные слова и фразы набираются из ограниченного, заранее заданного числа стандартных символов, целесообразно использовать трубку с так называемой маской, позволяющей отображать на экране буквы и символы стандартного формата. Применение такой трубки упрощает программное и аппаратурное обеспечение командного устройства.

Выбор символа определяется заданием двух напряжений на вертикальных и горизонтальных электродах, выбором символов, с помощью которых широкий пучок электронов, испускаемых электронным прожектором, перемещается на тот участок маски, где находится требуемый символ. Положение символа на экране трубки задается напряжениями вертикальных и горизонтальных отклоняющих пластин. Получение на экране слова, группы слов или целого списка слов (например, всех обобщенных команд) осуществляется с помощью последовательного вывода из ЭВМ определенного массива чисел, хранящихся в памяти машины, каждое из которых несет информацию о наименовании символа и положении его на экране. Каждое число, выведенное из ЭВМ, поступает в дешифраторы наименования и положения символа, где из него в цифровой форме выделяется соответствующая информация о наименовании символа и его положении. Аналого-цифровые преобразователи превращают цифровой код в соответствующие напряжения, подаваемые на электроды выбора символа и отклоняющие электроды электронно-лучевой трубки.

Чтобы получить немерцающие изображения, процесс отображения на экране трубки делают регенеративным (с частотой 25 Гц). Для этого генератор циклов вырабатывает сигналы прерывания, с приходом которых из ЭВМ поступает заданный массив чисел для отображения. Блок синхронизации управляет яркостью электронного луча, включая максимальную яркость на время около 0,5 мкс только в моменты полного установления напряжений, соответствующих символу и его положению на электродах электронно-лучевой трубки; в остальное время яркость луча минимальная.

При управлении действиями подводного робота путем целеуказания оператор свободен от необходимости постоянно участвовать в работе цепи обратной связи, которая включает удаленный исполнительный орган и функционирует в реальном масштабе времени. Вместо этого оператор управляет на иерархически более высоком уровне, отдавая команды обобщенного характера и полагая, что удаленный орган должным образом выполняет сенсорные действия, обрабатывает сигналы обратной связи.

Основное достоинство такого способа управления — высокое быстродействие в условиях значительных задержек кодирования

и передачи сигналов и большой скорости поступления информации по обратной связи.

Световое перо, с помощью которого оператор формирует команды для робота, представляет собой приемник света в специальном корпусе (фотоэлектронный умножитель). Для увеличения разрешающей способности перед приемником света устанавливается линза.

Работа программы, обслуживающей основное командное устройство, начинается с вывода из памяти ЭВМ массива чисел, со-

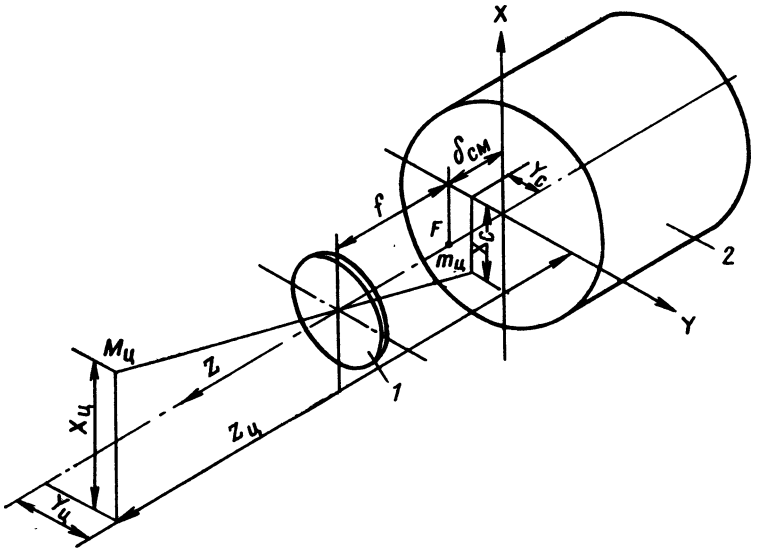


Рис. 25. Схема ввода изображения на светочувствительный слой передающей телевизионной трубки: XYZ — система координат, связанная с корпусом робота; $M_ц$ — цель; $m_ц$ — проекция цели на экран передающей трубки; f — фокусное расстояние объектива
1 — объектив; *2* — передающая телевизионная трубка

ответствующих основному списку обобщенных команд. Регенеративный вывод отображения этого списка прекращается по сигналу прерывания со светового пера, указывающего на один из основных приказов сигнала. Затем ЭВМ переходит к выполнению специальной подпрограммы, которая начинается с операции ввода в ЭВМ информации о положении светового пера на экране. Далее по этой информации устанавливаются адреса начала и конца массива, соответствующего слову, отмеченному световым пером. Затем определяется положение этого слова на экране составленных программ. Цель следующей операции — выяснить, имеет ли эта команда модификации. Если имеет, то определяются адреса начала и конца массива, соответствующего списку модификаций команды. После этого последовательно выполняют операции вывода массивов

чисел, соответствующих найденному списку модификаций, списку команд на экране программирования и массивов, соответствующих словам, ранее записанным на экране составленных программ, а также новому слову, отмеченному световым пером. Все эти операции вывода повторяются циклически с частотой 15 Гц вплоть до прерывания их новым сигналом, поступающим от светового пера.

Если указанное слово (команда) не имеет подчиненного ему списка модификаций, то следуют операции вывода на экран программирования прежнего списка модификаций, списка команд, старой фразы и слова, указанного световым пером на экране составленных программ. Так как в этом случае фраза закончена, то программа циклического вывода на экране может прерываться не только световым пером, но и кнопкой «исполнение», по сигналу которой ЭВМ приступает к исполнению программы, записанной на экране составленных программ.

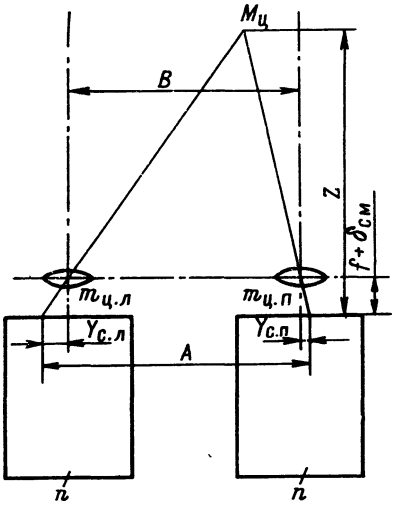


Рис. 26. Схема ввода изображения на светочувствительный слой передающей телевизионной трубки при стереоскопическом измерении дальности:

$M_ц$ — цель; $m_{ц.л}$, $m_{ц.п}$ — изображение цели на левой и правой телевизионных трубках соответственно; A — расстояние между изображением целей на обеих телевизионных трубках; B — базовое расстояние

Устройство автоматического целеуказания состоит из приемно-передающей телевизионной аппаратуры. Операционной частью этого устройства (рис. 25) служит телевизионный экран приемной части аппаратуры и специальный индикатор, с помощью которого оператор может указывать на экране разнообразные цели, в качестве индикатора можно использовать световое перо. Прикасаясь к экрану световым пером в месте нахождения цели, оператор вводит тем самым в ЭВМ три параметра, по которым ЭВМ вычисляет положение цели в системе координат реального пространства, связанной с корпусом робота. Этими параметрами являются две координаты X_c, Y_c, определяющие положение изображения цели на светочувствительном слое передающей телевизионной трубки, или пропорциональные им координаты цели $X_э$, $Y_э$ на экране приемной телевизионной трубки. Третьим параметром, однозначно определяющим расстояние от цели Z до плоскости ее изображения на светочувствительном слое передающей телевизионной трубки, может служить одна из двух величин. Например,

величина смещения изображения цели при вводе его через две разные оптические системы, смещенные относительно друг друга, $\Delta_{см} = A - B$ (рис. 26), если используется стереоскопический способ измерения дальности.

При использовании способа, основанного на автоматической оптической фокусировке, таким параметром служит величина смещения объектива $\delta_{см}$, обеспечивающая максимальную детальность изображения на светочувствительном слое передающей телевизионной трубки относительно такого ее положения, при котором имеет место максимальная детальность бесконечно удаленного изображения. При этом детальность телевизионного изображения определяется, как количество пересечений «в одну сторону» дифференцированным видеосигналом заданного порога, подсчитанного за время телевизионного кадра или части кадра.

Пространственные координаты цели, привязанные к передающей телевизионной трубке, как это показано на рис. 25, 26, выражаются через определенные выше параметры следующим образом:

$$X_ц = k_1\left(\frac{Z_ц}{f+\delta_{см}} - 1\right)X_э = \left(\frac{Z_ц}{f+\delta_{см}} - 1\right)X_c;$$

$$Y_ц = k_1\left(\frac{Z_ц}{f+\delta_{см}} - 1\right)Y_э = \left(\frac{Z_ц}{f+\delta_{см}} - 1\right)Y_c;$$

$$Z_ц = \frac{(f+\delta_{см})(B+\Delta_{см})}{\Delta_{см}},$$

где k_1 — коэффициент пропорциональности между изображением на экране приемной телевизионной трубки и на светочувствительном слое передающей; B — базовое расстояние между оптическими системами.

Таким образом, для того чтобы определить координаты цели в пространстве, ЭВМ должна произвести вычисление по вышеуказанным формулам. В случае необходимости определения положения цели в координатной системе, отличной от системы $X_ц Y_ц Z_ц$, в ЭВМ вводится подпрограмма преобразования координат.

На рис. 27 представлена блок-схема автоматического целеуказателя, с помощью которой в ЭВМ вводятся параметры $X_э$, $Y_э$, $\delta_{см}$.

В соответствии с принципом работы этой схемы величина $X_э$ определяется числом строк от начала кадра до положения на кадре светового пера; это число записывается в счетчике X. Величина $Y_э$ характеризуется числом импульсов со специального генератора импульсов за время, соответствующее прохождению электронного луча на телевизионном экране от места положения пера до конца строки. Это число записывается в счетчике Y.

Работа части схемы определения $X_э$ и $Y_э$, показанная на рис. 27, происходит следующим образом. Счетчик начинает считать строчные импульсы, поступающие от блока формирования строчных импульсов, с момента, соответствующего началу специального

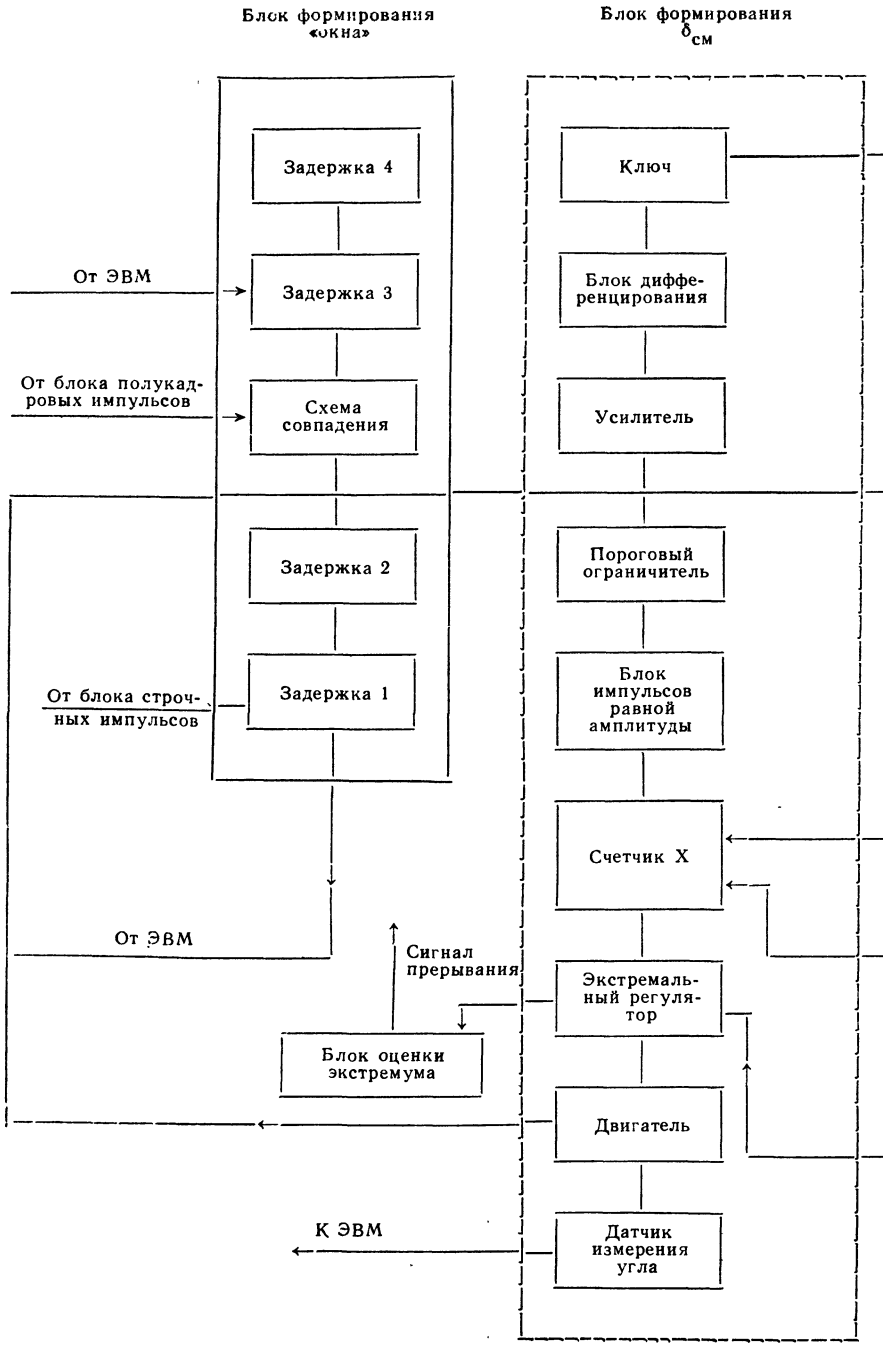
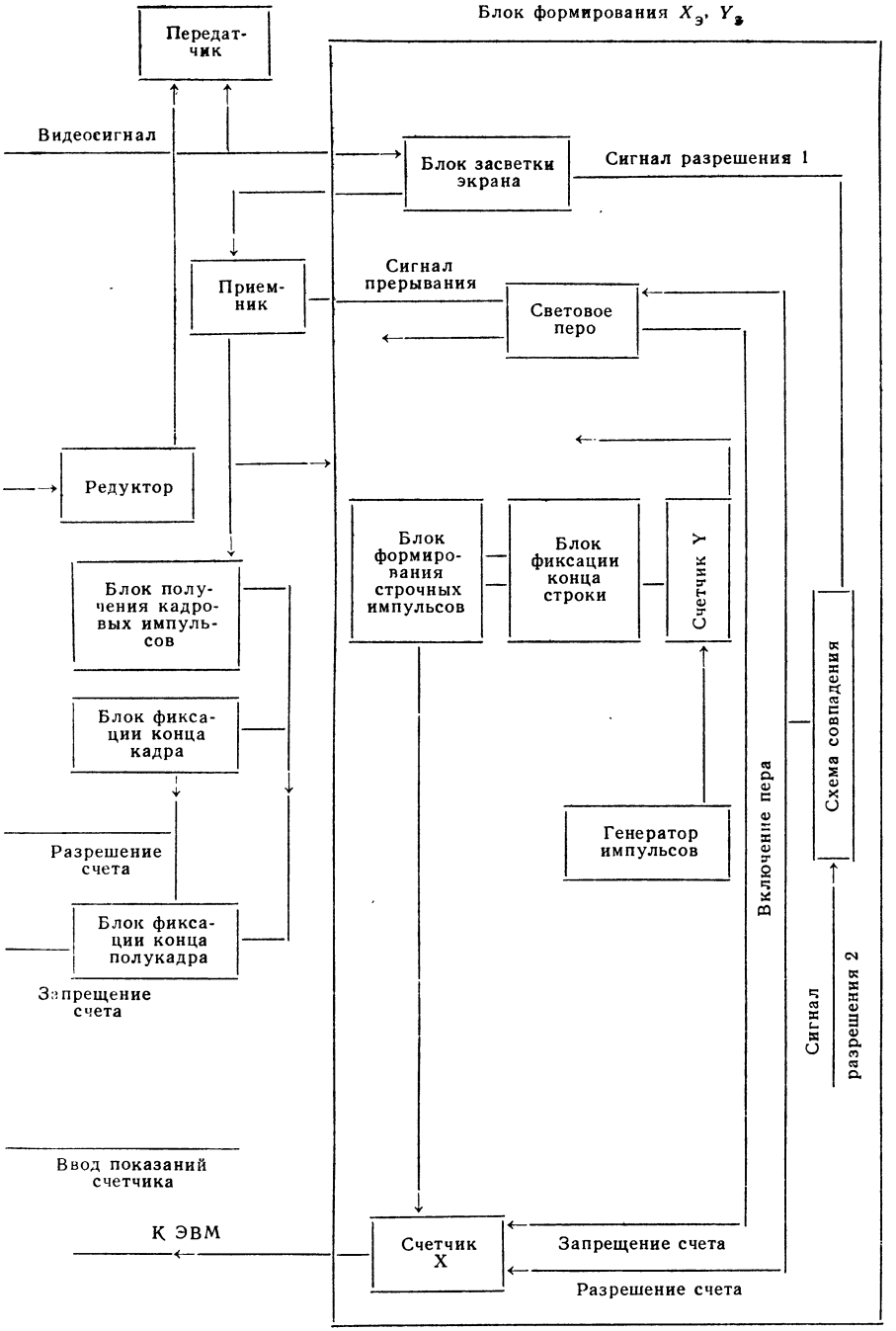


Рис 27. Блок-схема автоматического целеуказания



при однокамерной оптической фокусировке.

кадра «засветки экрана», который генерируется блоком засветки экрана каждые n полукадров развертки. В этот момент блок засветки экрана через схему совпадения, связанную со счетчиком Y, выдает сигнал разрешения счета; второй разрешающий сигнал постоянного напряжения на нее выдается в момент соприкосновения светового пера с плоскостью экрана и держится до тех пор, пока перо касается экрана. Это обеспечивается специальным контактом пера, срабатывающим при его соприкосновении с экраном. При наличии одновременно двух разрешающих сигналов схема совпадения включает счетчик строчных импульсов Y и световое перо. После этого перо способно реагировать на световой импульс в момент прохождения электронного луча по экрану приемной части телевизионной установки. В этот момент световое перо выдает импульсный сигнал. Очевидно, величина этого импульса не зависит от яркости цели на экране, так как импульс снимается во время кадра «засветки экрана», когда кадровая развертка осуществляется лучом постоянной (максимальной) яркости. Сигнал от светового пера производит следующие операции: останавливает счетчик (число, записанное на нем, соответствует числу строк от начала кадра до положения на кадре светового пера); включает систему прерывания ЭВМ с целью считывания показаний счетчиков X и Y; включает счетчик Y, который начинает считать импульсы, поступающие от генератора. Счетчик включается импульсами, соответствующими концам строк, которые формируются блоком фиксации конца строки. При этом счетчик выключится первым же импульсом после появления сигнала со светового пера; на счетчике запишется число импульсов за время прохождения электронного луча от места положения пера до конца соответствующей строки.

Следует отметить, что время считывания ЭВМ показаний счетчика X всегда больше времени заполнения счетчиков Y, поэтому к моменту начала операции считывания со счетчика Y последний оказывается уже заполненным. Это позволяет обходиться одной командой прерывания для ввода в ЭВМ как параметра $X_э$, так и параметра $Y_э$. Величина $\delta_{см}$ определяется углом поворота двигателя, смещающего положение объектива относительно положения, соответствующего фокусировке на бесконечность, до положения, соответствующего максимальной детальности изображения цели. Этот угол измеряется с помощью специального датчика, помещенного на валу двигателя. Максимальная детальность изображения цели достигается с помощью однокамерной оптической фокусировки с релейным экстремальным регулированием. Такая система по сравнению с другими системами однокамерной автофокусировки при прочих равных достоинствах наиболее проста.

Работа части схемы определения $\delta_{см}$, обведенная на рис. 27 пунктиром, осуществляется следующим образом. Видеосигнал через ключ поступает на блок формирования, в котором происходит обработка видеосигнала в соответствии с приведенным выше определением детальности, т. е. видеосигнал дифференци-

руется, усиливается и подается на пороговый ограничитель, а затем через схему формирования импульсов равной амплитуды — на счетчик. На счетчике запоминается число импульсов за постоянное время, равное, например, времени полукадра. Это число, пропорциональное детальности, вводится в экстремальный регулятор в момент прихода импульса конца полукадра и запоминается в нем на время измерения следующего значения детальности. Показания счетчиков в этот же момент сбрасываются на ноль, и счетчик готов для нового измерения. Экстремальный регулятор, воздействующий на двигатель, поворачивает вал двигателя к положению, соответствующему значению максимальной детальности. Это значение фиксируется блоком оценки экстремума, который включает систему прерывания ЭВМ с целью измерения показания датчика углового положения. Для измерения дальности только на части кадра — прямоугольном «окне», непосредственно захватывающем цель,— используется блок формирования «окна» (рис. 28). Последний открывает ключ и пропускает видеосигнал на формирователь только во время прохождения электронного луча по части строк, соответствующей «окну». Сигнал «открыть ключ» должен, очевидно, состоять из пачки импульсов, следующих с частотой кадров; частота следования импульсов равна частоте строк. Длительность каждого импульса в пачке определяет длину выбранной части строки, а ее длительность — высоту выбранной части кадра. Длительность импульса в пачке регулируется схемой задержки 4 (см. рис. 27), а длительность пачки — схемой задержки 2. Схемы задержки 1 и 3 необходимы для того, чтобы «окно» можно было перемещать как по строке, так и по кадру. Величина этого перемещения соответствует значениям $X_э$ и $Y_э$, определенным с помощью светового пера. Соответствующие величины задержки вычисляются ЭВМ и вводятся в блок формирования «окна» для установления задержки схем 3 и 4.

При стереоскопическом способе измерения величину смещения может определять оператор. Для этого он световым пером должен два раза ввести в ЭВМ параметры $X_э$ и $Y_э$, вначале при передаче ее на экран приемной трубки через одну оптическую систему, затем через другую, смещенную относительно первой. Если оптические системы взаимно параллельны и их оптические оси находятся в одной плоскости развертки, то значение $\Delta_{см}$ пропорционально $(X_{э1} - Y_{э2})$. Автоматически определить $\Delta_{см}$ можно, использовав так называемый корреляционный способ. Он может быть реализован с помощью двух взаимно параллельных передающих трубок с оптическими осями, находящимися в одной плоскости развертки. При этом величина определяется временем задержки первого видеосигнала относительно второго, при котором достигается максимальная корреляция между ними. Очевидно, что $\Delta_{см}$ пропорциональна Δt.

Дополнительное командное устройство для управления манипуляторами подводного робота может быть

выполнено в виде кинематической цепи — аналога манипулятора. При этом возможны два способа управления. Первый способ предполагает управление путём копирования положения задающего органа. ЭВМ при этом не используется. Второй способ реализации дополнительного командного устройства, предполагающий использование ЭВМ, более рационален. Командная рукоятка, имеющая то же число степеней свободы, что и манипулятор, задает не положение исполнительного органа, а его скорость и направле-

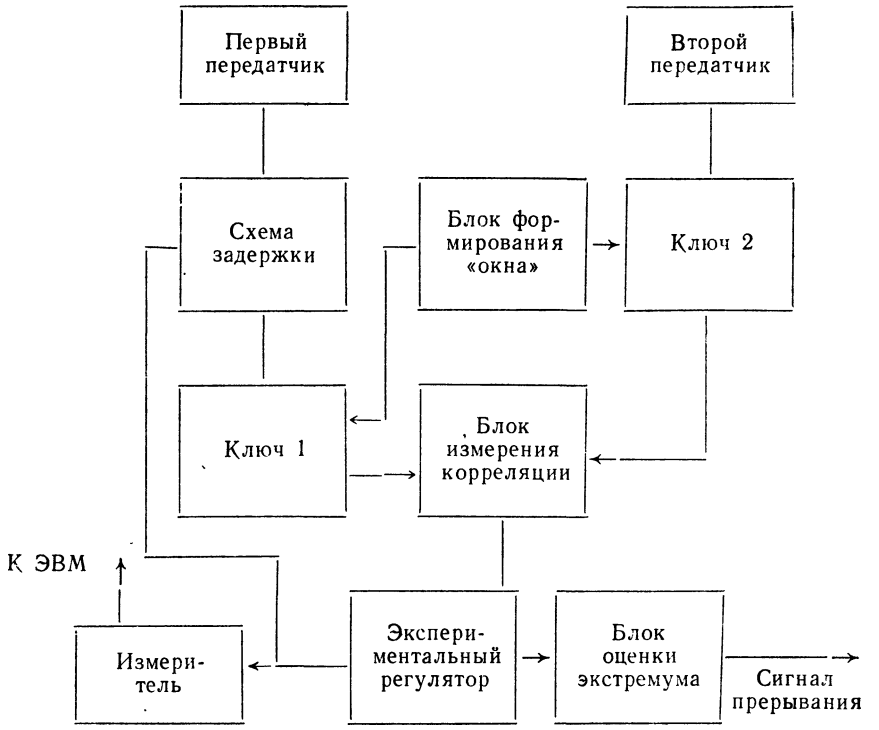


Рис. 28. Блок-схема автоматического измерения параметра сдвига изображения при стереоскопическом способе измерения дальности.

ние движения. Таким образом осуществляется управление по вектору скорости. При этом с каждой из степеней свободы рукоятки связан потенциометр, сигнал от которого определяет скорость изменения соответствующей координаты манипулятора. Характерно, что командная рукоятка устанавливает скорость и направление движения манипулятора [69].

Управление исполнительными органами робота с помощью такого командного устройства предусматривает использование тактильных датчиков, установленных на схвате, при срабатывании одного из которых движение прекращается. Дополнительное ко-

мандное устройство может быть снабжено и специальным регулятором, устанавливающим предельную величину приращения по каждой из координат; при достижении этого приращения движение по данной координате прекращается, даже если не сработали тактильные датчики. Для осуществления нового движения необходимо установить командную рукоятку сначала в исходное положение, а затем снова сместить в сторону требуемого движения.

§ 10. Энергетическая система подводного робота

Способ подачи электроэнергии в значительной степени определяется типом подводного робота.

Известны подводные роботы с автономным бортовым источником питания; дистанционной подачей электроэнергии по кабелю; комбинированным питанием.

Первый тип системы используется на автономных, а иногда и буксируемых подводных аппаратах. В качестве источника электроэнергии применяется обычно аккумуляторная батарея (кислотная, серебряно-цинковая, щелочная). Последние годы в литературе все чаще обсуждается возможность использования на подводных аппаратах различного типа топливных элементов. Аккумуляторные батареи обычно помещаются в герметичный непрочный корпус, в который затем заливается диэлектрическая жидкость. Благодаря специальной эластичной мембране давление диэлектрической жидкости и электролита аккумуляторной батареи выравнивается и становится таким же, как забортное гидростатическое давление. В некоторых конструкциях погружных аккумуляторных батарей диэлектрическая жидкость заливается непосредственно в аккумулятор, поверх электролита, на который затем устанавливают специальный эластичный компенсатор с клапаном.

Второй тип системы энергоснабжения используется на буксируемых и телеуправляемых подводных аппаратах. Электроэнергия подается на аппарат обычно по силовым жилам кабеля. В зависимости от длины кабеля выбирается величина напряжения, подаваемого с судна обеспечения. Чаще всего применяют источники переменного напряжения, которое трансформируется и выпрямляется на борту подводного аппарата.

С увеличением длины кабеля для повышения его прочности сокращают число и сечение жил. При больших длинах кабеля, свыше 2000 м, устанавливают источники электроэнергии повышенного напряжения, чтобы максимально возможно уменьшить величину тока. Однако в этом случае требуется повысить безопасность судна обеспечения. Тем не менее пока это — единственный приемлемый способ решения проблемы.

По мере увеличения рабочих глубин подводных роботов, имеющих кабельный канал связи с поверхностью, рассмотренный

способ передачи электроэнергии оказывается все более неэффективным. Так, для связи на глубину 4000—6000 м можно использовать практически только однокоаксиальные трос-кабели. По этой единственной электрической паре должны быть переданы информация на борт судна (видеоинформация и телеметрия) и информация управления на подводный робот и электропитание, что, естественно, представляет определенные трудности.

При третьем, комбинированном, типе системы электроснабжения (рис. 29) судно обеспечения *1* связано с подводным роботом однокоаксиальным трос-кабелем *2*. Между судном и подводным роботом в непосредственной близости к последнему устанавливается специальный энергоякорь *3*. С помощью этого устройства можно:

зафиксировать точку на дне;

устранить влияние на подводный робот поверхностного волнения;

устранить влияние на подводный робот основного участка кабеля.

Кроме того, можно установить на энергоякоре аккумуляторную батарею или иной источник электроэнергии необходимой мощности;

существенно ограничить мощность передаваемой по кабельной линии электроэнергии.

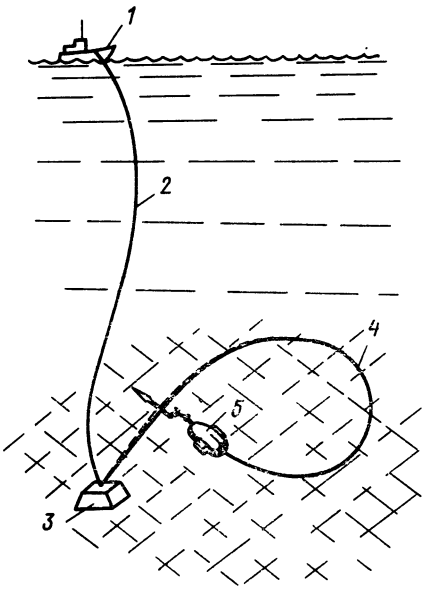


Рис. 29. Схема работы подводного робота у дна

Эта электроэнергия предназначена только для подзарядки аккумуляторной батареи и, следовательно, для увеличения времени активных действий подводного робота на грунте.

Между энергоякорем и подводным роботом *5* вводится плавающий участок кабельной линии *4* небольшой длины.

Предлагаемая схема позволяет создать подводный робот небольших размеров и массы модульного типа, так как часть необходимого оборудования может быть расположена на энергоякоре. Короткая кабельная линия между якорем и подводным роботом позволяет упростить аппаратуру, устанавливаемую на роботе, уменьшить ее размеры и массу. Как вариант этой системы можно использовать схему подводного робота модульного типа, действующего с подводного аппарата большего водоизмещения (8000—10 000 кг), обитаемого или необитаемого типа. В первом случае модулем

управляет оператор, а подводный аппарат выполняет роль энергоякоря, во втором — в прочном корпусе может быть размещена ЭВМ, которая руководит всеми действиями модуля-робота.

ГЛАВА 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОСНОВНЫХ СИСТЕМ ПОДВОДНОГО РОБОТА

Подводный робот — это комплекс сложнейших систем, математическое описание которых даже с известной степенью приближения часто представляет существенные трудности. Следует заметить, что аналитические методы описания динамики подводных роботов находятся еще в начальной стадии разработки.

По существу, удается составить простые математические модели динамики движения плавающего робота для некоторых частных режимов, а подчас даже для какой-то их части.

Математические модели динамики подводных роботов, несмотря на их приближенность, тем не менее могут служить основой для создания внутренней «мыслительной» структуры робота. При этом, конечно, нужно учитывать, что для различных уровней управления требуются математические модели весьма различной точности.

Существование подводного робота в режиме активных действий сопряжено с воздействием на него внешних силовых возмущающих моментов. Если подводный робот имеет кабельную связь с поверхностным или подводным носителем, то возмущения от нее при его перемещениях достигают значительных значений. Работа манипулятором также приводит к существенным возмущениям, которые оказываются серьезной помехой при выполнении роботом целенаправленных действий.

Поэтому разработка математической модели динамики кабельной линии связи оказывается чрезвычайно необходимой, создание же работоспособной математической модели динамики манипулятора позволяет организовать многостороннюю структурную связь математических моделей носителя и манипулятора.

Особенно важно использовать единые методы динамического представления моделей систем подводного робота, например метод уравнений Лагранжа II рода. Это создает большие удобства при последующей реализации математических моделей и операций с ними.

Методы решения динамических задач управления роботами разработаны слабо. В настоящей главе изложены два подхода к решению этой актуальной задачи.

§ 11. Динамическая модель плавающего робота

Плавающий подводный робот испытывает действие статических и динамических нагрузок. Статические нагрузки складываются из сил тяжести и сил гидростатического давления. Равнодействующая сил тяжести G приложена в центре тяжести и направлена вниз, а равнодействующая сил гидростатического давления Q приложена в центре робота и направлена вверх. Подводный робот находится в состоянии статического равновесия, если G равна Q и точки приложения этих сил лежат на одной вертикали. Однако практически такого состояния не бывает. Поэтому уравнение статики подводного робота имеет вид

$$\gamma V - G = P, \tag{3.1}$$

где P — остаточная плавучесть.

Остаточная плавучесть объясняется переменностью величин силы тяжести и плавучести подводного робота. Масса робота может меняться в связи с принятием на борт собранных образцов пород и найденных объектов, а также сбрасыванием отделяемого балласта. Плавучесть может меняться в зависимости от гидрологических условий среды. При этом уравнять точно значение силы тяжести и плавучести подводного робота чрезвычайно трудно.

Для дальнейшего анализа динамики подводного робота как носителя введем инерциальную и связанную системы координат.

Инерциальную систему прямоугольных осей координат $\xi\zeta\eta$ выберем с началом на объекте работ. Введем связанную систему осей координат XYZ с началом в центре робота. За продольную ось примем ось X с положительным направлением в носовую часть робота, за поперечную — ось Z с положительным направлением на правый борт и за вертикальную—ось Y с положительным направлением вверх. Положительными направлениями сил будем считать направления, соответствующие осям, а положительными углами и моментами — те, что вращают подводный робот против часовой стрелки. Ориентацию связанных осей координат относительно инерциальных определим углами дифферента ψ, крена θ и курса φ. При этом системы инерциальных и подвижных осей координат функционально оказываются связанными.

В принятой системе координат сумма моментов сил тяжести подводного робота относительно осей связанной системы

$$\left.\begin{aligned} M_x^G &= G \cdot y_c \cdot \cos\psi \sin\theta; \\ M_y^G &= 0; \\ M_z^G &= G \cdot y_c \cdot \sin\psi, \end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

где $y_c = h$ — величина метацентрической высоты, которая определяет остойчивость подводного робота.

Соответственно проекции вектора силы остаточной плавучести подводного робота на связанные оси координат выглядят следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} D_x^p &= P\sin\psi; \\ D_y^p &= P\cos\psi\cdot\cos\theta; \\ D_z^p &= -P\cos\psi\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

Весьма важной качественной характеристикой подводного робота является его динамическая остойчивость. Сохранение подводным роботом устойчивого равновесия при действии на него динамических возмущений оказывается одним из первых требований. Подводный робот постоянно находится под воздействием разнообразных по характеру возмущений со стороны внешней среды (течений), работающего манипулятора, буксируемой кабельной линии связи и т. п.

Возмущения со стороны течения обычно стационарны и могут быть достаточно легко компенсированы. Сложнее стабилизировать положение подводного робота, испытывающего воздействия со стороны кабельной линии и работающего манипулятора. Возмущения со стороны буксируемой кабельной линии в наибольшей степени проявляются в начальный момент движения подводного робота. Быстрое перемещение его из одной точки в другую может вызвать появление значительных углов динамического дифферента или крена. Правильно выбрав точку закрепления кабельной линии к корпусу подводного робота, можно заметно уменьшить влияние создаваемых ею возмущений. В процессе работы манипулятора на робот передаются динамические возмущения, при этом характер их довольно разнообразен и зависит от режима функционирования манипулятора. Всякая операция начинается с ориентации схвата относительно объекта работ. В этот период нагрузка на приводы определяется собственными массовыми и инерционными характеристиками движущихся звеньев, а также силами сопротивления среды.

Собственно рабочая операция начинается с момента силового контакта манипулятора с объектом. Силовые воздействия при этом имеют самый разнообразный характер: от плавно изменяющегося до скачкообразного и даже импульсного. Помимо этого весьма часто возникают случайные возмущения нагрузки. Они действуют в сравнительно короткий промежуток времени, но амплитудное значение их обычно существенное. Такие возмущения возможны при выпадении из схвата переносимого груза или зацеплении манипулятора за препятствие и мгновенном его освобождении.

На подводный робот действуют также силы динамического взаимодействия с окружающей средой. Они имеют инерционную и вихревую природу. Движение робота связано с преодолением инерции самого аппарата и присоединенной к нему массы жидкости.

Инерционность подводного робота характеризуется его массой M и энергией $\|\mathbf{I}\| = \|\mathbf{I}_{ij}\|_1^3$. Инерционное влияние невязкой жидкости может быть оценено величиной присоединенной массы. В обобщенном виде инерционное влияние характеризуется матрицей присоединенной массы $\|\mathbf{\Lambda}\| = \|\mathbf{\Lambda}_{ij}\|_1^6$.

Гидродинамические силы и моменты сил сопротивления движению подводного робота в вязкой жидкости, имеющие вихревую природу, определяются следующими зависимостями:

$$\left.\begin{aligned} D_x^{\text{г}} &= C_x \frac{\rho V^2}{2} S; \quad M_x^{\text{г}} = m_x \frac{\rho V^2}{2} SL; \\ D_y^{\text{г}} &= C_y \frac{\rho V^2}{2} S; \quad M_y^{\text{г}} = m_y \frac{\rho V^2}{2} SL; \\ D_z^{\text{г}} &= C_z \frac{\rho V^2}{2} S; \quad M_z^{\text{г}} = m_z \frac{\rho V^2}{2} SL. \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

Как известно, безразмерные коэффициенты силы и моментов сопротивления являются сложными нелинейными функциями параметров движения робота, которые зависят, в свою очередь, от режима его движения.

В случае пространственного движения гидродинамические силы и моменты сил сопротивления характеризуются общими функциональными зависимостями

$$D^{\text{г}} = D^{\text{г}}(V_x, V_y, V_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \alpha, \beta);$$
$$M^{\text{г}} = M^{\text{г}}(V_x, V_y, V_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \alpha, \beta),$$

где α и β — углы атаки и дрейфа.

Эти уравнения существенно нелинейны, и их анализ возможен лишь при соответствующей линеаризации. Рассматривая малые приращения векторов гидродинамических сил и моментов, можно записать

$$\left.\begin{aligned} \Delta D^{\text{г}} &= \left[\frac{\partial C_i}{\partial \alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0} \Delta\alpha + \frac{\partial C_i}{\partial \beta}\bigg|_{\beta=\beta_0} \Delta\beta\right] \frac{\rho V^2}{2} S + \frac{\partial C_i}{\partial \omega}\bigg|_{\omega=\omega_0} \times \\ &\quad \times \Delta\omega \frac{\rho V^2}{2} S + C_i \rho V S \Delta V; \\ \Delta M^{\text{г}} &= \left[\frac{\partial m_i}{\partial \alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0} \Delta\alpha + \frac{\partial m_i}{\partial \beta}\bigg|_{\beta=\beta_0} \Delta\beta\right] \frac{\rho V^2}{2} SL + \frac{\partial m_i}{\partial \beta}\bigg|_{\omega=\omega_0} \times \\ &\quad \times \Delta\omega \frac{\rho V^2}{2} SL + m_i \rho V S L \Delta V. \end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

Здесь S и L — соответственно площадь и характерный размер подводного робота.

Так как скорость течения обычно не равна нулю, число Рейнольдса для подводного робота с характерным размером 2,0 м и более оказывается достаточно большим (10^5 и более); безразмерные

гидродинамические коэффициенты при изменении скорости потока остаются неизменными.

Перейдем к рассмотрению полных уравнений динамики подводного робота в связанной системе координат. При этом будем считать, что подводный робот (в соответствии с выводами гл. 2, § 5) имеет форму эллипсоида вращения. Будем считать также, что центр величины и центр тяжести робота лежат на оси Y, а оси симметрии его совпадают с осями связанной системы координат и являются главными центральными осями инерции. В качестве обобщенных координат системы примем проекции на связанные оси вектора скорости центра величины V_x, V_y, V_z и вектора угловой скорости робота ω_x, ω_y, ω_z.

Дифференциальные уравнения движения подводного робота получим из уравнений сил и момента количества движения, которые через кинетическую энергию робота записываются в следующем виде:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial V}=\overline{D}; \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \omega}=\overline{M}^D,$$

где $\overline{D}$ — вектор внешних сил; $\overline{M}^D$ — вектор момента внешних сил.

С учетом сделанных допущений запишем уравнение кинетической энергии подводного робота

$$T=\frac{1}{2}M\begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix}'\times\begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix}+M\begin{vmatrix} V_x & V_y & V_z \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 0 & Y_c & 0 \end{vmatrix}+$$

$$+\frac{1}{2}\begin{vmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{vmatrix}'\times\begin{vmatrix} I_{xx} & & 0 \\ & I_{yy} & \\ 0 & & I_{zz} \end{vmatrix}\times\begin{vmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{vmatrix}. \qquad (3.6)$$

При этом для эллипсоида вращения $I_{xx}=I_{zz}\neq I_{yy}$, а для симметричного тела вращения относительно оси X $I_{yy}=I_{zz}\neq I_{xx}$.

Кинетическая энергия, сообщаемая аппаратом частицам жидкости, может быть представлена в следующем виде:

$$T_m=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix}'\times\begin{vmatrix} \lambda_{11} & & 0 \\ & \lambda_{22} & \\ 0 & & \lambda_{33} \end{vmatrix}\times\begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix}+$$

$$+\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{vmatrix}'\times\begin{vmatrix}\lambda_{44} & & 0\\ & \lambda_{55} & \\ 0 & & \lambda_{66}\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{vmatrix}, \qquad (3.7)$$

где λ_{ii} — присоединенная масса жидкости, кг.

Окончательно суммарная кинетическая энергия

$$T=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}V_x\\ V_y\\ V_z\end{vmatrix}'\times\begin{vmatrix}M+\lambda_{11} & & 0\\ & M+\lambda_{22} & \\ 0 & & M+\lambda_{33}\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}V_x\\ V_y\\ V_z\end{vmatrix}+$$

$$+M\begin{vmatrix}V_x & V_y & V_z\\ \omega_x & \omega_y & \omega_z\\ 0 & Y_c & 0\end{vmatrix}+\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}I_{xx}+\lambda_{44} & & 0\\ & I_{yy}+\lambda_{55} & \\ 0 & & I_{zz}+\lambda_{66}\end{vmatrix}\times$$

$$\times\begin{vmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{vmatrix}. \qquad (3.8)$$

Уточним далее некоторые кинематические соотношения. Проекции вектора угловой скорости подводного робота на связанные с ним оси находятся в функциональной зависимости от углов крена, дифферента и курса. Эти кинематические уравнения имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}\omega_x&=\dot\theta+\dot\varphi\sin\psi;\\ \omega_y&=\dot\varphi\cos\theta\cos\psi+\dot\psi\sin\theta;\\ \omega_z&=\dot\psi\cos\theta-\dot\varphi\cos\psi\sin\theta.\end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

Проекции вектора скорости центра величины подводного робота находятся в функциональной зависимости от углов атаки и дрейфа.

$$\left.\begin{aligned}V_x&=V\cos\alpha\cos\beta;\\ V_y&=-V\sin\alpha\cos\beta;\\ V_z&=V\sin\beta.\end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

Беря частные и полные производные от выражения суммарной кинетической энергии и подставляя их в левые части уравнений

динамики подводного робота, запишем

$$\left.\begin{aligned}
&(M+\lambda_{11})\dot{V}_x - My_c\dot{\omega}_z + (M+\lambda_{23})\,\omega_y V_z + My_c\omega_x\omega_y - \\
&\quad -(M+\lambda_{22})\,\omega_z V_y = D_x;\\
&(M+\lambda_{22})\dot{V}_y + (M+\lambda_{11})\,\omega_z V_x - (M+\lambda_{33})\,\omega_x V_z - \\
&\quad - My_c\left(\omega_z^2+\omega_x^2\right) = D_y;\\
&(M+\lambda_{33})\dot{V}_z + My_c\dot{\omega}_x + (M+\lambda_{22})\,\omega_x V_y - (M+\lambda_{11})\,\omega_y V_x + \\
&\quad + My_c\omega_y\omega_z = D_z;\\
&(I_{xx}+\lambda_{44})\,\dot{\omega}_x + My_c\dot{V}_z + [(I_{zz}+\lambda_{66}) - (I_{yy}+\lambda_{55})]\,\omega_z\omega_y + \\
&\quad + (\lambda_{33}-\lambda_{22})\,V_yV_z - My_c(V_x\omega_y - V_y\omega_x) = M_x;\\
&(I_{yy}+\lambda_{55})\,\dot{\omega}_y + (\lambda_{11}-\lambda_{33})\,V_yV_z = M_y;\\
&(I_{zz}+\lambda_{66})\,\dot{\omega}_z - My_c\dot{V}_x + [(I_{yy}+\lambda_{55}) - (I_{xx}+\lambda_{44})]\,\omega_x\omega_y + \\
&\quad + (\lambda_{22}-\lambda_{11})\,V_xV_y + My_c(V_y\omega_z - V_z\omega_y) = M_z.
\end{aligned}\right\} \quad (3.11)$$

Полученная система уравнений является существенно нелинейной, поэтому использовать ее в качестве динамической модели для управления подводным роботом практически трудно. Следует заметить, что корректную математическую модель динамики подводного аппарата удается разработать вообще лишь для некоторых частных режимов движения.

В нашем случае некоторую помощь может оказать линеаризация полученной системы уравнений. Однако и эта мера не позволяет получить универсальную динамическую модель. Тем не менее для ряда частных режимов такая линеаризованная модель оказывается работоспособной и в известной степени адекватной этим режимам поведения подводного робота.

Так, автономные, буксируемые и рабочие подводные роботы достаточно часто находятся в режиме сравнительно длительного движения в толще воды и придонном слое с малыми (возмущенными или управляемыми) изменениями траектории, следовательно, векторы скорости $\overline{V}$ и $\overline{\omega}$ мало отклоняются от их установившихся значений. Для подобного режима приближенная динамическая модель подводного робота может быть получена в виде линеаризованных дифференциальных уравнений возмущенного движения.

Автономные и рабочие подводные роботы в процессе длительных измерений параметров среды в точке или выполнения заданных операций могут находиться в режиме динамического позиционирования над дном с малыми (возмущенными или управляемыми) отклонениями параметров от их установившихся значений. Для отдельных этапов такого режима приближенная модель подводного робота также может быть получена в виде линеаризованных дифференциальных уравнений возмущенного движения.

Подобные динамические модели, безусловно, оказываются лишь грубым приближением к действительным процессам, однако они могут служить первичной основой для создания системы «внутреннего мира» робота. Важно, чтобы математическая модель, во-первых, не была слишком громоздкой и, во-вторых, приближенно отражала основные режимы поведения подводного робота при соответствующих дискретных изменениях значений начальных условий.

Рассмотрим подробно структуру уравнений динамики подводного робота для первого из названных выше режимов. Будем считать для упрощения, что все три типа роботов имеют форму тел вращения: автономные и буксируемые — относительно оси XX, рабочие — относительно оси YY. В этом случае и при симметрично расположенных движителях вращательные производные безразмерных коэффициентов сил гидродинамического сопротивления оказываются равными нулю. Не равны нулю будут те вращательные производные безразмерных коэффициентов моментов, у которых одинаковы индексы при m и ω. В таком случае

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta D_x^{\text{г}} = \left[\frac{\partial C_x}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial C_x}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}S + C_x\rho V S\Delta V_x;\\
&\Delta D_y^{\text{г}} = \left[\frac{\partial C_y}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial C_y}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}S + C_y\rho V S\Delta V_y;\\
&\Delta D_z^{\text{г}} = \left[\frac{\partial C_z}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial C_z}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}S + C_z\rho V S\Delta V_z;\\
&\Delta M_x^{\text{г}} = \left[\frac{\partial m_x}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial m_x}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}SL + \frac{\partial m_x}{\partial \omega_x}\frac{\rho V}{2}SL\Delta\omega_x +\\
&\quad + m_x\rho V SL\Delta V_x;\\
&\Delta M_y^{\text{г}} = \left[\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial m_y}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}SL + \frac{\partial m_y}{\partial \omega_y}\frac{\rho V}{2}SL\Delta\omega_y +\\
&\quad + m_y\rho V SL\Delta V_y;\\
&\Delta M_z^{\text{г}} = \left[\frac{\partial m_z}{\partial \alpha_0}\Delta\alpha + \frac{\partial m_z}{\partial \beta_0}\Delta\beta\right]\frac{\rho V^2}{2}SL + \frac{\partial m_z}{\partial \omega_z}\frac{\rho V}{2}SL\Delta\omega_z +\\
&\quad + m_z\rho V SL\Delta V_z.
\end{aligned}\right\} \quad (3.12)$$

Будем также считать, что течение существует, так что вектор скорости

$$\overline{V} = \overline{V}_{\text{п. р}} + \overline{V}_{\text{т}}.$$

Далее осуществим разложение в ряд Тейлора по степеням малых отклонений ΔV и $\Delta\omega$ левых частей уравнений (3.12). При этом примем во внимание учтенные при определении инерционных сил составляющие позиционных моментов присоединенных масс. Для подводного робота, имеющего форму эллипсоида вращения, обору-

дованного манипулятором и буксирующего плавучий участок кабельной линии:

$$\left.\begin{aligned}
&A_{11}\Delta\dot{V}_x+B_{13}\Delta V_x-A_{12}\Delta\dot{\omega}_z-A_{17}\Delta\omega_z-P_p\Delta\psi+A_{14}\Delta\omega_y+\\
&\quad+A_{13}\Delta V_z+A_{15}\Delta\omega_x+A_{16}\Delta V_y=\Delta D_x-B_{11}\Delta\alpha-\\
&\quad-B_{12}\Delta\beta-\Delta D_x^{\text{м}}-\Delta D_x^{\text{к}};\\
&A_{21}\Delta\dot{V}_y+B_{23}\Delta V_y+A_{22}\Delta V_x+A_{23}\Delta\omega_z-A_{24}\Delta\omega_x-A_{25}\Delta V_z=\\
&\quad=\Delta D_y-B_{21}\Delta\alpha-B_{22}\Delta\beta-P_p-\Delta D_y^{\text{м}}-\Delta D_y^{\text{к}};\\
&A_{31}\Delta\dot{V}_z+B_{33}\Delta V_z+A_{32}\Delta\dot{\omega}_x+A_{34}\Delta\omega_x+P_p\Delta\theta-A_{35}\Delta V_x+\\
&\quad+A_{36}\Delta\omega_y+A_{37}\Delta\omega_z+A_{33}\Delta V_y=\Delta D_z-B_{31}\Delta\alpha-\\
&\quad-B_{32}\Delta\beta-\Delta D_z^{\text{м}}-\Delta D_z^{\text{к}};\\
&A_{41}\Delta\dot{\omega}_x+(A_{46}+B_{43})\Delta\omega_x+Gy_c\Delta\theta+A_{42}\Delta V_z+A_{43}\Delta\omega_y+\\
&\quad+A_{44}\Delta\omega_z+A_{47}\Delta V_y+(A_{45}+B_{44})\Delta V_x=\\
&\quad=\Delta M_x-B_{41}\Delta\alpha-B_{42}\Delta\beta-\Delta M_x^{\text{м}}-\Delta M_x^{\text{к}};\\
&A_{51}\Delta\dot{\omega}_y+B_{53}\Delta\omega_y+B_{54}\Delta V_y=\Delta M_y-B_{51}\Delta\alpha-B_{52}\Delta\beta;\\
&A_{61}\Delta\dot{\omega}_z+(A_{65}+B_{63})\Delta\omega_z+Gy_c\Delta\psi-A_{62}\Delta\dot{V}_x+A_{63}\Delta\omega_y+\\
&\quad+A_{64}\Delta\omega_x+A_{66}\Delta V_y-(A_{67}-B_{64})\Delta V_z=\\
&\quad=\Delta M_z-B_{61}\Delta\alpha-B_{62}\Delta\beta-\Delta M_z^{\text{м}}-\Delta M_z^{\text{к}}.
\end{aligned}\right\}\quad(3.13)$$

Систему уравнений (3.13) можно представить в более удобном для моделирования матричном виде

$$\mathbf{A}\Delta\ddot{\mathbf{Q}}+\mathbf{B}\Delta\dot{\mathbf{Q}}+\mathbf{C}\Delta\mathbf{Q}=\mathbf{D},$$

где $\Delta\mathbf{Q}$, $\Delta\dot{\mathbf{Q}}$, $\Delta\ddot{\mathbf{Q}}$ — вектор-функции обобщенных координат и их производных размерностью 6×1

$$\Delta\mathbf{Q}=\begin{vmatrix}\Delta X\\ \Delta Y\\ \Delta Z\\ \Delta\varphi\\ \Delta\psi\\ \Delta\theta\end{vmatrix};\quad \Delta\dot{\mathbf{Q}}=\begin{vmatrix}\Delta\dot{X}\\ \Delta\dot{Y}\\ \Delta\dot{Z}\\ \Delta\dot{\varphi}\\ \Delta\dot{\psi}\\ \Delta\dot{\theta}\end{vmatrix};\quad \Delta\ddot{\mathbf{Q}}=\begin{vmatrix}\Delta\ddot{X}\\ \Delta\ddot{Y}\\ \Delta\ddot{Z}\\ \Delta\ddot{\varphi}\\ \Delta\ddot{\psi}\\ \Delta\ddot{\theta}\end{vmatrix}.$$

Здесь $\mathbf{A}$ — квадратная (6×6) матрица инерционных коэффициентов; $\mathbf{B}$ — квадратная (6×6) матрица коэффициентов сопротивления; $\mathbf{C}$ — квадратная (6×6) матрица коэффициентов

восстановления; **D** — вектор-функция упоров движителей и внешних возмущений размерности 6×1.

Для возмущенного движения подводного робота кинематические уравнения связи (3.9) и (3.10) при условии сохранения в них членов не выше первого порядка малости можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\omega_x = \Delta\dot{\theta}; \quad \Delta V_x = V; \\ &\Delta\omega_y = \Delta\dot{\varphi}; \quad \Delta V_y = -V\Delta\alpha; \\ &\Delta\omega_z = \Delta\dot{\psi}; \quad \Delta V_z = V\Delta\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

В правую часть уравнений (3.13) введены члены, учитывающие силы и моменты сил возмущений от буксируемого кабеля $\Delta D^{к}$, $\Delta M^{к}$ и работающего манипулятора $\Delta D^{м}$, $\Delta M^{м}$. Кроме того, в них включены проекции сил и моментов, создаваемых движителями подводного робота.

Рассмотрим далее режим динамического позиционирования подводного робота над объектом.

Особенностью этого режима возмущенных движений подводного робота является прежде всего то, что установившиеся значения скоростей подводного робота $\overline{V}$ и $\overline{\omega}$ равны нулю. В связи с этим уравнения (3.13) претерпевают ряд изменений.

Рассмотрим левую часть уравнений. Члены левой части уравнений отражают инерционные свойства подводного робота. Поэтому при разложении их в ряд Тейлора по степеням малых отклонений ΔV и $\Delta\omega$ сохраняются, очевидно, лишь те члены, коэффициенты которых не содержат установившихся значений V и ω. Следовательно, в уравнениях возмущенного движения будут учтены инерционные свойства подводного робота в малом. Так как присоединенная масса отражает эффект изменений величины кинетической энергии части жидкости, обтекающей подводный робот, а также благодаря наличию определенной скорости течения, в уравнениях динамики сохранятся члены, отражающие эффект присоединения массы. В самом деле, рассмотрим первый член уравнения проекций на ось X:

$$(M+\lambda_{11})(V_{xр}+V_{xт}) = MV_{xр}+MV_{xт}+\lambda_{11}V_{xр}+\lambda_{11}V_{xт}.$$

Выполнив разложение в ряд Тейлора, получим

$$M\,\Delta V_{xр}+MV_{xт}+\lambda_{11}\,\Delta V_{xр}+\lambda_{11}V_{xт} = (M+\lambda_{11})\,\Delta V_{xр}+(M+\lambda_{11})\,V_{xт}.$$

Последний член постоянен. Рассматривая правые части уравнений (3.12), видим, что они также претерпевают изменения. В самом деле, поскольку $\overline{V} = \overline{V}_р + \overline{V}_т$, а вектор скорости $\overline{V}_р$ в установившемся движении равен нулю, при разложении в ряд Тейлора вместо последних членов имеем

$$C_x\rho V_т S\,\Delta V_{xр} + C_x\rho V_т^2 S,$$

где $C_x\rho V^2 + S = \text{const}$.

Полученная динамическая модель возмущенного движения подводного робота для первого режима была представлена в аналоговой форме на АВМ. Это позволило проверить работоспособность модели и отладить ее в режиме движения подводного робота к цели при реализации алгоритма супервизорного управления.

Моделировался режим движения подводного робота к цели и исследовались процессы малых изменений обобщенных координат

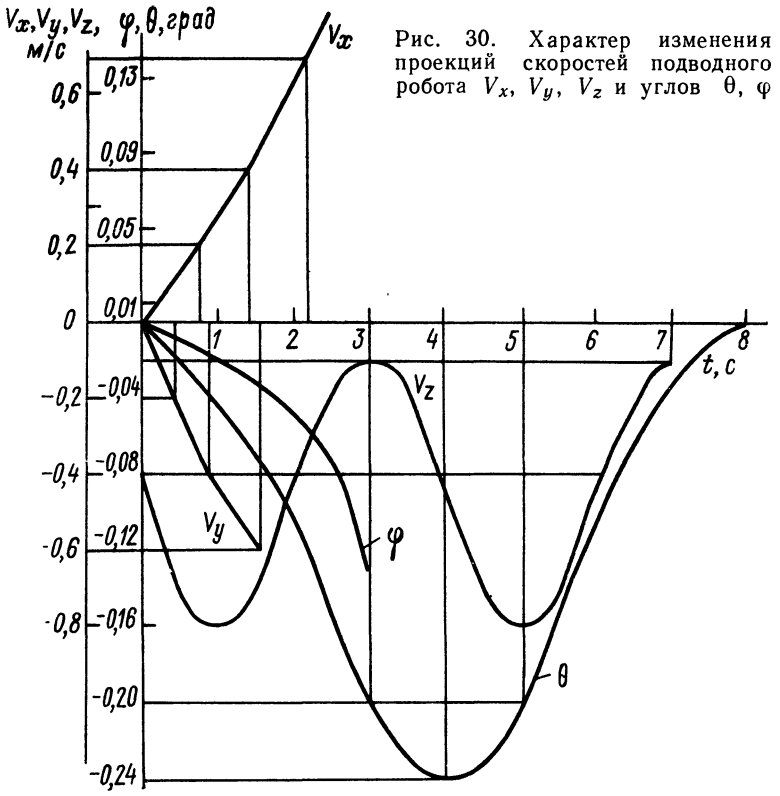


Рис. 30. Характер изменения проекций скоростей подводного робота V_x, V_y, V_z и углов θ, φ

его при малом изменении вектора упора движителей. На рис. 30 показан характер изменения обобщенных координат V_x, V_y, V_z, θ, φ при резком изменении вектора упора правого движителя.

Для того чтобы полученная линеаризованная математическая модель плавающего робота была работоспособной в основных режимах его поведения, ее нужно представить на аналого-цифровом комплексе. В этом случае ЦВМ для каждого режима или его этапа осуществляет расчет соответствующих значений постоянных коэффициентов уравнений (3.13) и начальных условий.

§ 12. Динамическая модель подводного манипулятора

Для построения математической модели в качестве расчетной схемы примем кинематическую цепь манипулятора, о которой говорилось в гл. 2, § 7. Шарниры этой кинематической цепи образованы последовательным соединением вращательных пар V класса. Оси вращения пар в плечевом и кистевом шарнирах коллинеарны. В локтевом шарнире кинематическая цепь имеет одну вращательную пару V класса. Следовательно, положение кинематической цепи в пространстве характеризуется шестью степенями свободы: двумя — в плечевом шарнире, одной — в локтевом и тремя — в кистевом.

В качестве обобщенных координат системы примем углы между шарнирно-соединенными звеньями q_{ij}, где i означает номер шарнира, а j — ось, вокруг которой происходит вращение звена. В качестве инерциальной системы координат выберем прямоугольную систему координат $OXYZ$, начало которой поместим в шарнир плеча манипулятора. Подвижные системы координат свяжем постоянно со звеньями, расположив оси Z по осям звеньев [38].

Последовательный поворот связанной системы координат вокруг оси Z на угол q_{0z} и оси X на угол q_{0x} в плечевом шарнире может быть осуществлен матрицей поворота

$$\mathbf{E}_{00}=\begin{vmatrix} \cos q_{0x}\cos q_{0z} & \cos q_{0x}\sin q_{0z} & -\sin q_{0x} \\ -\sin q_{0z} & \cos q_{0z} & 0 \\ \sin q_{0x}\cos q_{0z} & \sin q_{0x}\sin q_{0z} & \cos q_{0x} \end{vmatrix}. \qquad (3.15)$$

Поворот связанной системы координат вокруг оси X_1 на угол q_{1x} в локтевом шарнире может быть осуществлен матрицей поворота

$$\mathbf{E}_{11}=\begin{vmatrix} \cos q_{1x} & 0 & -\sin q_{1x} \\ 0 & 1 & 1 \\ \sin q_{1x} & 0 & \cos q_{1x} \end{vmatrix}. \qquad (3.16)$$

В кистевом шарнире осуществляется последовательный поворот вокруг оси Z_2 на угол q_{2z}, вокруг оси X_2 на угол q_{2x} и вокруг оси Z_3 на угол q_{3z}. При последнем повороте губки схвата ориентируются относительно объекта работ подобно седьмой степени свободы — раскрытию схвата. С целью упрощения структуры получаемой математической модели манипулятора будем рассматривать третье звено как тонкий стержень. При этом нас прежде всего будет интересовать положение в пространстве конца схвата. Независимо от значений обобщенных координат q_{3z} и q_c момент инерции третьего звена кинематической цепи будет практически постоянным. Следовательно, принятое допущение не скажется сколько-нибудь существенно на оценке динамики системы.

Поворот на углы q_{2z} и q_{2x} может быть осуществлен матрицей поворота $\mathbf{E}_{22}$, подобной $\mathbf{E}_{00}$, а поворот на угол q_{3z} вокруг оси Z_3 — следующей матрицей поворота:

$$\mathbf{E}_{33}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_{3z} & \sin q_{3z} \\ 0 & -\sin q_{3z} & \cos q_{3z} \end{vmatrix}. \qquad (3.17)$$

Преобразование инерциальной системы координат XYZ путем ее последовательных поворотов вокруг осей Z_0, X_0, X_1, Z_2, X_2, Z_3 на углы q_{0z}, q_{0x}, q_{1x}, q_{2z}, q_{2x}, q_{3z} осуществляется произведением матриц

$$\mathbf{E}_{03}=\mathbf{E}_{33}\mathbf{E}_{22}\mathbf{E}_{11}\mathbf{E}_{00}.$$

Положение звеньев кинематической цепи манипулятора в инерциальной системе координат XYZ определяется следующими векторными уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} \overline{R}_{02}^{(0)}&=\overline{R}_{01}^{(0)}+\overline{R}_{12}^{(1)}; \\ \overline{R}_{03}^{(0)}&=\overline{R}_{01}^{(0)}+\overline{R}_{12}^{(1)}+\overline{R}_{23}^{(2)}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

Верхние индексы означают, в какой системе координат рассматривается вектор-радиус.

Обозначим единичные орты, определяющие положения координатных систем e^{ik}, где индекс i будет означать номер шарнира, с которым совпадает начало системы координат, а индекс k — номер звена, с которым эта координатная система неизменно связана. Для инерциальной системы координат единичный орт обозначим e^{00}. В этом случае члены векторных уравнений можно выразить через их проекции на соответствующие оси:

$$\left.\begin{aligned} R_{01}^{(0)}&=X_{01}e_1^{01}+Y_{01}e_2^{01}+Z_{01}e_3^{01}; \\ R_{02}^{(0)}&=X_{02}e_1^{02}+Y_{02}e_2^{02}+Z_{02}e_3^{02}; \\ R_{12}^{(1)}&=X_{12}e_1^{12}+Y_{12}e_2^{12}+Z_{12}e_3^{12}; \\ R_{23}^{(2)}&=X_{23}e_1^{23}+Y_{23}e_2^{23}+Z_{23}e_3^{23}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.19)$$

Связанные оси координат будем располагать таким образом, чтобы оси Z совпадали со звеном. В этом случае составляющие вектор-радиусов могут быть определены матрицами-столбцами

$$\mathbf{R}_{01}=\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{01} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{R}_{12}=\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{12} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{R}_{23}=\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{23} \end{vmatrix}, \qquad (3.20)$$

где l_{01}, l_{12}, l_{23} — длины звеньев кинематической цепи манипулятора, м.

В векторных уравнениях (3.18), (3.19) выполним преобразования с целью приведения всех членов к инерциальной системе координат и в матричной записи получим

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}_{02} &= \mathbf{E}_{00}\mathbf{R}_{01} + \mathbf{E}_{01}\mathbf{R}_{12}; \\ \mathbf{R}_{03} &= \mathbf{E}_{00}\mathbf{R}_{01} + \mathbf{E}_{01}\mathbf{R}_{12} + \mathbf{E}_{02}\mathbf{R}_{23}. \end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

Используя векторные уравнения (3.18), (3.19), можем определить скорости звеньев кинематической цепи манипулятора. Дифференцируя уравнения с учетом постоянства проекций X_{12}, Y_{12}, Z_{12} и X_{23}, Y_{23}, Z_{23}, получим соотношения

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\overline{R}_{02}}{dt} &= \frac{d\overline{R}_{01}}{dt} + X_{12}\frac{d\overline{e}_1^{12}}{dt} = Y_{12}\frac{d\overline{e}_2^{12}}{dt} + Z_{12}\frac{d\overline{e}_3^{12}}{dt}; \\ \frac{d\overline{R}_{03}}{dt} &= \frac{d\overline{R}_{01}}{dt} + X_{12}\frac{d\overline{e}_1^{12}}{dt} + Y_{12}\frac{d\overline{e}_2^{12}}{dt} + Z_{12}\frac{d\overline{e}_3^{12}}{dt} + \\ &+ X_{23}\frac{d\overline{e}_1^{23}}{dt} + Y_{23}\frac{d\overline{e}_2^{23}}{dt} + Z_{23}\frac{d\overline{e}_3^{23}}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{3.22}$$

В этих выражениях производные вектор-радиусов $\overline{R}_{01}$, $\overline{R}_{02}$, $\overline{R}_{03}$ являются скоростями кинематической цепи. Проекции X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, X_{02}, Y_{02}, Z_{02} определяются выражениями (3.18) и (3.19). Неизвестными в выражениях (3.22) являются производные от единичных орт связанных систем координат.

Согласно [21], эти векторы могут быть представлены в форме

$$\frac{de_m^{ik}}{dt} = -\sum_{e=1}^{n} \omega_{me} e_e^{ik}, \tag{3.23}$$

где $\check{\omega}_{me}$ — элементы кососимметричной матрицы угловой скорости звена.

Продифференцировав вектор в связанной системе координат по известным правилам, векторные уравнения скорости окончательно запишем в виде

$$\left.\begin{aligned} \overline{V}_1 &= \overline{\omega}_0\overline{R}_{01}; \\ \overline{V}_2 &= \overline{\omega}_0\overline{R}_{01} + \overline{\omega}_1\overline{R}_{12}; \\ \overline{V}_3 &= \overline{\omega}_0\overline{R}_{01} + \overline{\omega}_1\overline{R}_{12} + \overline{\omega}_2\overline{R}_{23} \end{aligned}\right\} \tag{3.24}$$

Зная матрицы поворота, преобразующие системы координат, можем определить угловую скорость каждого звена кинематической цепи, пользуясь выражением

$$\check{\omega}_i = \mathbf{E}_{ij}\mathbf{E}'_{ij},$$

где штрих означает транспонирование матрицы.

Используя матричную форму записи, уравнения скорости шарниров кинематической цепи манипулятора можем переписать таким образом:

$$\left.\begin{aligned}
V_1^2 &= [\check{\omega}_0 R_{01}]' [\check{\omega}_0 R_{01}]; \\
V_2^2 &= [\mathbf{E}_{00}\omega_0 \hat{R}_{01}]' [\mathbf{E}_{00}\check{\omega}_0 R_{01}] + [\check{\omega}_1 R_{12}]' \times \\
&\times [\check{\omega}_1 R_{12}] + 2 [\mathbf{E}_{00}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\check{\omega}_1 R_{12}]; \\
V_3^2 &= [\mathbf{E}_{01}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\mathbf{E}_{01}\check{\omega}_0 R_{01}] + [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_1 R_{12}]' \times \\
&\times [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_1 R_{12}] + [\check{\omega}_2 R_{23}]' [\check{\omega}_2 R_{23}] + \\
&+ 2 [\mathbf{E}_{01}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_1 R_{12}] + 2 [\mathbf{E}_{01}\check{\omega}_0 R_{01}]' \times \\
&\times [\check{\omega}_2 R_{23}] + 2 [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_1 R_{12}]' [\check{\omega}_2 R_{23}].
\end{aligned}\right\} \quad (3.25)$$

Манипулятор как объект управления является многомерной системой со сложной структурой взаимных перекрестных связей. Эта его особенность существенно затрудняет создание математической модели, адекватно отражающей динамические процессы. В настоящее время создан ряд методов анализа динамики манипуляторов, основанных на использовании ЭВМ большой мощности [19, 32]. Разработка метода динамического описания манипулятора как многозвенной пространственной системы тесно связана с необходимостью лабораторной отработки создаваемых алгоритмов управления подводными роботами и самого математического обеспечения. Очевидно, что математическая модель манипулятора, с одной стороны, должна отражать основные особенности его структуры, а с другой — быть достаточно простой, чтобы можно было пользоваться ею при разработке и реализации алгоритмов управления. Нами предложен гибридный метод анализа динамики манипулятора. В основу его положено динамическое описание кинематической цепи манипулятора с помощью уравнений Лагранжа II рода. Получаемые нелинейные уравнения далее линеаризуются, приобретая сравнительно простую структуру. Эта система уравнений набирается на АВМ.

Вполне естественно, что эти уравнения, вернее, значения их коэффициентов, справедливы лишь для малой области изменения обобщенных координат. В связи с этим возникает проблема в определении численных значений коэффициентов уравнений для всех других сочетаний обобщенных координат. Эта операция выполняется ЭВМ.

Таким образом оказывается возможным анализировать динамику возмущенных движений манипулятора в любом его положении в пространстве.

При выводе уравнений динамики манипулятора считаем связи, наложенные на систему, склерономными и пренебрегаем эффектом относительного движения подвижных элементов силовых приводов, связанных со звеньями.

Кинетическая энергия кинематической цепи манипулятора определяется суммой кинетических энергий ее звеньев. Первое звено может рассматриваться как твердое тело, имеющее одну неподвижную точку. Кинетическая энергия его в матричной форме

$$\mathbf{T}_1 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_0' \cdot \mathbf{I}^0 \cdot \boldsymbol{\omega}_0, \tag{3.26}$$

где $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\omega}'$ — матрица-столбец и матрица-строка угловой скорости звена; $\mathbf{I}^0$ — матрица инерции звена.

С учетом принятого расположения неизменно связанных со звеном осей координат, являющихся главными осями инерции, матрица инерции будет диагональной. Угловая скорость ω_0 определена ранее матрицей (3.26).

Кинетическая энергия второго звена

$$\mathbf{T}_2 = \frac{1}{2} M_2 [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_0 R_{01}] +$$

$$+ M_2 [\mathbf{E}_{11}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\check{\omega}_1 R_{12}] + \frac{1}{2}\omega_1' \mathbf{I}^{(1)} \omega_1. \tag{3.27}$$

Соответственно кинетическая энергия третьего звена

$$\mathbf{T}_3 = \frac{1}{2} M_3 [\mathbf{E}_{12}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\mathbf{E}_{12}\check{\omega}_0 R_{01}] +$$

$$+ \frac{1}{2} M_3 [\mathbf{E}_{22}\check{\omega}_1 R_{12}]' [\mathbf{E}_{22}\check{\omega}_1 R_{12}] +$$

$$+ M_3 [\mathbf{E}_{12}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\mathbf{E}_{22}\check{\omega}_1 R_{12}] + M_3 [\mathbf{E}_{12}\check{\omega}_0 R_{01}]' [\check{\omega}_2 R_{23}] +$$

$$= M_3 [\mathbf{E}_{22}\check{\omega}_1 R_{12}]' [\check{\omega}_2 R_{23}] + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_2' \mathbf{I}^{(2)} \boldsymbol{\omega}_2. \tag{3.28}$$

В этих выражениях элементы матриц $\boldsymbol{\omega}_i$ являются квазискоростями. Для упрощения дальнейших выражений будем пока оперировать с квазискоростями, имея в виду, что они являются линейными однородными формами обобщенных скоростей, коэффициенты которых зависят от обобщенных координат:

$$\omega^{nk} = \sum_{j=x,\,z} \sum_{i=0}^{2} \omega_{ij}^{nk} q_{ij}. \tag{3.29}$$

Исполнительный орган подводного манипулятора перемещается в вязкой среде. Возникающие при этом силы сопротивления зависят от скорости движения и угла набегания потока. В соответствии с принципом обратимости скорость обтекающего потока совпадает по величине и направлению со скоростью перемещения обтекаемого тела. Рассмотрим с этих позиций характер потоков, обтекающих каждое звено манипулятора.

Первое звено кинематической цепи совершает вращательное движение относительно точки O. Скорость потока, обтекающего это звено, равна векторной сумме скоростей $\overline{V}_{0x} + \overline{V}_{0z}$. Второе звено участвует в сложном движении: перемещении точки *1* со скоростью V_1 и вращении вокруг этой точки. То же самое справедливо и для третьего звена. Следовательно, второе и третье звенья обтекают разнонаправленные потоки, которые суммируются. В соответствии с циркуляционно-отрывной теорией обтекания будем рассматривать гидродинамические силы сопротивления и, следовательно, скорости потока в виде отрывной и циркуляционной составляющих. Учитывая, что картина обтекания манипулятора пространственная, отрывную составляющую представим в виде двух компонент, направленных по осям X и Y. Таким образом, для каждого звена кинематической цепи манипулятора необходимо определить проекции скоростей движения звеньев на неизменно связанные с ним оси координат.

Вектор вращательной скорости точек первого звена зависит от расстояния их до центра вращения. Рассматривая бесконечно малый элемент звена манипулятора dl, расположенный на расстоянии l_{01}^T от центра вращения, и интегрируя полученное выражение, найдем

$$F_1 = \frac{1}{6} C_{90} dl\rho \left[l_{01}^2 \left(\omega_0^{13}\right)^2 + l_{01}^2 \left(\omega_0^{23}\right)^2 \right]. \qquad (3.30)$$

Обозначим выражение в скобках V_{1n}^2.

Диссипативную функцию первого звена найдем, проинтегрировав выражение (3.30):

$$\Phi_1 = \frac{1}{18} C_{90} dl_{01} \rho V_{1n} V_{1n}^2. \qquad (3.31)$$

Вектор вращательной скорости второго звена определяется его проекциями на неизменно связанные со звеном оси координат. Проекции вектора переносной скорости на оси второго звена характеризуются матрицей поворота $\mathbf{E}_{11}$.

Выполнив рассмотренную выше процедуру, найдем диссипативную функцию второго звена кинематической цепи манипулятора

$$\Phi_2 = \frac{1}{6} C_{90} dl_{12} \rho V_{2n}^x \left(V_{2n}^x\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{6} C_{90} dl_{12} \rho V_{2n}^y \left(V_{2n}^y\right)^2 + \frac{1}{6} C_0 \pi dl_{12} \rho V_2^z \left(V_2^z\right)^2. \qquad (3.32)$$

Третье звено кинематической цепи манипулятора при движении испытывает гидродинамическое воздействие суммы потоков в результате изменения всех шести обобщенных координат. Оно перемещается с некоторой переносной скоростью полюса *2* и, кроме того, вращается относительно него.

Переносная скорость движения полюса 2 определяется двумя составляющими $\overline{\omega}_0\,\overline{R}_{01}$ и $\overline{\omega}_1\,\overline{R}_{12}$. Преобразование векторов этих скоростей в систему связанных с третьим звеном осей координат может быть выполнено матрицами поворота. В итоге диссипативная функция третьего звена кинематической цепи манипулятора

$$\Phi_3 = \frac{1}{6} C_{90}\, dl_{23}\rho V_{3n}^{x} \left(V_{3n}^{x}\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{6} C_{90}\, dl_{23}\rho V_{2n}^{y} \left(V_{3n}^{y}\right)^2 + \frac{1}{6} C_0 \pi\, dl_{23}\rho V_3^{z} \left(V_3^{z}\right)^2. \qquad (3.33)$$

Теперь определим обобщенные силы системы. Для удобства будем искать их из уравнения мощности

$$N = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \dot{q}_i + \sum_{i=1}^{n} F_i \frac{dR_i}{dt}. \qquad (3.34)$$

Учитывая, что связи склерономны, получим

$$N = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \dot{q}_i.$$

Выражение мощности представим через квазискорости ω_i:

$$N = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \omega_i,$$

где P_i — обобщенные силы, отнесенные к квазикоординате.

Обобщенные силы P_i связаны с обобщенными силами, отнесенными к обобщенным координатам, соотношением

$$Q_j = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ij} \cdot P_i,$$

где ω_{ij} — коэффициенты однородных линейных соотношений, связывающих обобщенные координаты с квазикоординатами.

Эти коэффициенты определяются матрицами угловых скоростей звеньев кинематической цепи.

Считаем, что кинематическая цепь манипулятора находится под воздействием моментов нагрузки от массы звеньев, которые уравновешиваются моментами, создаваемыми соответствующими исполнительными приводами.

Для первого звена кинематической цепи

$$N_1 = \overline{m}_1 \omega_0, \qquad (3.35)$$

где $\overline{m}_1$ — главный момент сил тяжести звена относительно связанных с ним осей координат:

$$\overline{m}_1 = \overline{R}_{01} \cdot \overline{P}_1.$$

Представим вектор $\overline{R}_{01}$ кососимметричной матрицей

$$\check{\mathbf{R}}_{01}=\begin{vmatrix} 0 & -l_{01} & 0 \\ l_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Проекции вектора $\overline{P}_1$ на связанные оси звена определим через матрицу поворота $\mathbf{E}_{00}$:

$$P_1=\mathbf{E}_{00}P_1=\begin{vmatrix} P_1 & \varepsilon_{13}^{00} \\ & 0 \\ P_1 & \varepsilon_{33}^{00} \end{vmatrix}.$$

Вектор главного момента

$$m_1=(\check{R}_{01}\mathbf{E}_{01}P_1)=\begin{vmatrix} & 0 & \\ P_1 & l_{01} & \varepsilon_{13}^{00} \\ & 0 & \end{vmatrix}.$$

Мощность звена

$$N_1=P_1l_{01}\begin{vmatrix} & 0 & \\ \varepsilon_{13}^{00} & & \omega_0^{13} \\ & 0 & \end{vmatrix}. \qquad (3.36)$$

Для второго звена кинематической цепи уравнение мощности запишем

$$N_2=\overline{G}_2\overline{V}_1+\overline{m}_2\overline{\omega}_1, \qquad (3.37)$$

где $\overline{G}_2$ — главный вектор сил тяжести; $\overline{V}_1$ — вектор скорости полюса *1*.

Главный вектор сил тяжести второго звена в системе связанных со звеном осей

$$G_1=\mathbf{E}_{01}P_2=P_2\begin{vmatrix} \varepsilon_{13}^{01} \\ \varepsilon_{23}^{01} \\ \varepsilon_{33}^{01} \end{vmatrix}.$$

Выполняя ту же последовательность действий, что и для первого звена, найдем мощности второго и третьего звеньев:

$$
\left.
\begin{aligned}
N_2 &= P_2 l_{01} \begin{vmatrix} \varepsilon_{13}^{01}\left(\varepsilon_{11}^{11}\omega_0^{13}+\varepsilon_{12}^{11}\omega_0^{23}\right) \\ \varepsilon_{23}^{01}\left(\varepsilon_{21}^{11}\omega_0^{13}+\varepsilon_{22}^{11}\omega_0^{23}\right) \\ \varepsilon_{33}^{01}\left(\varepsilon_{31}^{11}\omega_0^{13}+\varepsilon_{32}^{11}\omega_0^{23}\right) \end{vmatrix} + P_2 l_{12} \begin{vmatrix} \varepsilon_{23}^{01} & \omega_1^{32} \\ \varepsilon_{31}^{01} & \omega_1^{13} \\ & 0 \end{vmatrix}; \\
N_3 &= P_3 l_{01} \begin{vmatrix} \varepsilon_{13}^{02}\left(\varepsilon_{11}^{12}\omega_0^{13}+\varepsilon_{12}^{12}\omega_0^{23}\right) \\ \varepsilon_{23}^{02}\left(\varepsilon_{21}^{12}\omega_0^{13}+\varepsilon_{22}^{12}\omega_0^{23}\right) \\ \varepsilon_{33}^{02}\left(\varepsilon_{31}^{12}\omega_0^{13}+\varepsilon_{32}^{12}\omega_0^{23}\right) \end{vmatrix} + \\
&+ P_3 l_{12} \begin{vmatrix} \varepsilon_{13}^{02}\left(\varepsilon_{11}^{22}\omega_1^{13}+\varepsilon_{12}^{22}\omega_1^{23}\right) \\ \varepsilon_{23}^{02}\left(\varepsilon_{21}^{22}\omega_1^{13}+\varepsilon_{22}^{22}\omega_1^{23}\right) \\ \varepsilon_{33}^{02}\left(\varepsilon_{31}^{22}\omega_1^{13}+\varepsilon_{32}^{22}\omega_1^{23}\right) \end{vmatrix} + P_3 l_{23} \begin{vmatrix} \varepsilon_{23}^{02} & \omega_2^{32} \\ \varepsilon_{31}^{02} & \omega_2^{13} \\ & 0 \end{vmatrix}.
\end{aligned}
\right\} \quad (3.38)
$$

Матрицы преобразований координат, элементы которых входят в выражения мощностей, находят по основным матрицам (3.15) — (3.17). Полученные выражения для T, Φ и N могут быть подставлены в уравнения Лагранжа II рода.

Как условились ранее, будем рассматривать возмущенные движения манипулятора при малых изменениях обобщенных координат. В качестве возмущений могут рассматриваться как малые приращения управлений, переводящие систему в новое положение, близкое к первоначальному, так и малые возмущающие нагрузки, вызывающие малые приращения обобщенных координат.

В связи с этим упростим выражения для T, Φ и N путем расположения их в ряд Тейлора по степеням малых отклонений обобщенных координат.

Приращения кинетической энергии в этом случае запишем в известной квадратичной форме

$$
\left.
\begin{aligned}
\Delta T_1 &= \frac{1}{2} A_1^{0x} \cdot \Delta \dot{q}_{0x}^2 + \frac{1}{2} A_1^{0z} \cdot \Delta \dot{q}_{0z}^2; \\
\Delta T_2 &= \frac{1}{2} \sum_{\gamma=x}^{z} \sum_{k=0}^{1} \sum_{j=x}^{z} \sum_{i=0}^{1} A_2^{ijk\gamma} \Delta \dot{q}_{ij} \Delta \dot{q}_{k\gamma}, \quad A_2^{1x1z} = 0; \\
\Delta T_3 &= \frac{1}{2} \sum_{\gamma=x}^{z} \sum_{k=0}^{2} \sum_{j=x}^{z} \sum_{i=0}^{2} A_3^{ijk\gamma} \Delta \dot{q}_{ij} \Delta \dot{q}_{k\gamma}, \quad A_3^{2x2z} = 0.
\end{aligned}
\right\} \quad (3.39)
$$

Коэффициенты A в этих уравнениях постоянны.

В уравнениях, определяющих диссипативную функцию системы, необходимо линеаризовать выражения проекций абсолютных скоростей звеньев на связанные с ними оси координат. Диссипативные

функции были получены нами в предположении, что сила гидродинамического сопротивления пропорциональна квадрату скорости перемещения звена.

Так как скорости перемещения звеньев манипулятора приняты нами весьма малыми, силы трения жидкости становятся существенно больше сил инерции ее частиц. Поэтому сила сопротивления звеньев манипулятора в проекциях ее на оси связанных с ними систем координат будет

$$F_i^x = n_x V_i^x;$$

$$F_i^y = n_y V_i^y;$$

$$F_i^z = n_z V_i^z.$$

Соответственно этому диссипативная функция

$$\Phi_i = \frac{1}{2} n_x \left(V_i^x\right)^2 + \frac{1}{2} n_y \left(V_i^y\right)^2 + \frac{1}{2} n_z \left(V_i^z\right)^2. \qquad (3.40)$$

Задача состоит в линеаризации выражений проекций скоростей звеньев на оси связанной с ними системы координат.

Разложим выражения $\left(V_i^x\right)^2$, $\left(V_i^y\right)^2$ и $\left(V_i^z\right)^2$ в ряд Тейлора в окрестности произвольной совокупности значений обобщенных координат. В разложениях будем сохранять члены не выше второго порядка малости. Проекции скоростей выражены через квазискорости и элементы соответствующих матриц поворота. В разложениях элементов матриц поворота следует оставить лишь члены нулевого порядка малости.

Приращения диссипативных функций, записанные в обобщенных координатах

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\Phi_1 &= \frac{1}{2} B_1^{0x0x} \Delta\dot{q}_{0x}^2 + \frac{1}{2} B_1^{0z0z} \Delta\dot{q}_{0z}^2;\\
\Delta\Phi_2 &= \frac{1}{2} \sum_{\gamma=x}^{z} \sum_{k=0}^{1} \sum_{j=x}^{z} \sum_{i=0}^{1} B_2^{ijk\gamma} \Delta\dot{q}_{ij} \Delta\dot{q}_{k\gamma}, \quad B_2^{1x1z} = 0;\\
\Delta\Phi_3 &= \frac{1}{2} \sum_{\gamma=x}^{z} \sum_{k=0}^{2} \sum_{j=x}^{z} \sum_{i=0}^{2} B_3^{ijk\gamma} \Delta\dot{q}_{ij} \Delta\dot{q}_{k\gamma}, \quad B_3^{2x2z} = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.41)$$

В уравнениях, определяющих мощность системы, необходимо линеаризовать нелинейные элементы матриц-столбцов, составленных из квазискоростей и элементов матриц поворота.

Разложение элементов матриц поворота в ряд Тейлора необходимо проводить с сохранением только членов первого порядка малости так, чтобы при умножении элементов матриц в уравнениях мощности получались члены, превышающие второй порядок малости.

Выражения приращений мощности звеньев манипулятора теперь могут быть записаны через приращения обобщенных координат

$$\left.\begin{aligned}
\Delta N_1 &= C_1^{0x0x}\,\Delta\dot{q}_{0x}\Delta q_{0x} + C_1^{0z0x}\,\Delta\dot{q}_{0z}\,\Delta q_{0x};\\
\Delta N_2 &= \sum_{\gamma=x}^{z}\sum_{k=0}^{1}\sum_{j=x}^{z}\sum_{i=0}^{1} C_2^{ijk\gamma}\,\Delta\dot{q}_{ij}\,\Delta q_{k\gamma},\quad C_2^{ij0z}=0;\\
\Delta N_3 &= \sum_{\gamma=x}^{z}\sum_{k=0}^{2}\sum_{j=x}^{z}\sum_{i=0}^{2} C_3^{ijk\gamma}\,\Delta\dot{q}_{ij}\Delta q_{k\gamma},\quad C_3^{ij0z}=0.
\end{aligned}\right\}\qquad(3.42)$$

В этих уравнениях коэффициенты $C^{ijk\gamma}$ постоянны.

В соответствии с полученными выражениями обобщенных инерционных сил, сил сопротивления и позиционных сил и учитывая, что в положении равновесия кинетическая энергия, диссипативная функция и мощность звеньев имеют нулевое значение, а первые производные $\partial N/\partial\dot{q}_i$ равны нулю, можем записать дифференциальное уравнение возмущенного движения в следующей матричной форме:

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C}\mathbf{Q} = \mathbf{M}, \qquad (3.43)$$

где **A** — квадратная матрица инерционных коэффициентов;
B — квадратная матрица коэффициентов сопротивления;
C — квадратная матрица коэффициентов восстановления;
Q — вектор-функция обобщенных координат;
M — вектор-функция моментов исполнительных приводов.

Представим уравнения (3.43) в виде структурно-динамической схемы, записав его предварительно в операторном виде:

$$\mathbf{A}p^2\mathbf{Q}(p) + \mathbf{B}\cdot p\cdot\mathbf{Q}(p) + \mathbf{C}\cdot\mathbf{Q}(p) = \mathbf{M}(p).$$

Решение матричного линейного изображающего уравнения получим в виде

$$\mathbf{Q}(p) = \mathbf{M}(p)\,\frac{1}{\mathbf{A}\cdot p^2 + \mathbf{B}\cdot p + \mathbf{C}}; \qquad (3.44)$$

где $\mathbf{Q}(p)$ — вектор-функция изображения приращений обобщенных координат.

От обобщенных координат системы к перемещению схвата L сможем перейти, пользуясь выражением

$$L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

или в приращениях

$$\Delta L = W_x(p)\,\Delta X + W_y(p)\,\Delta Y + W_z(p)\,\Delta Z,$$

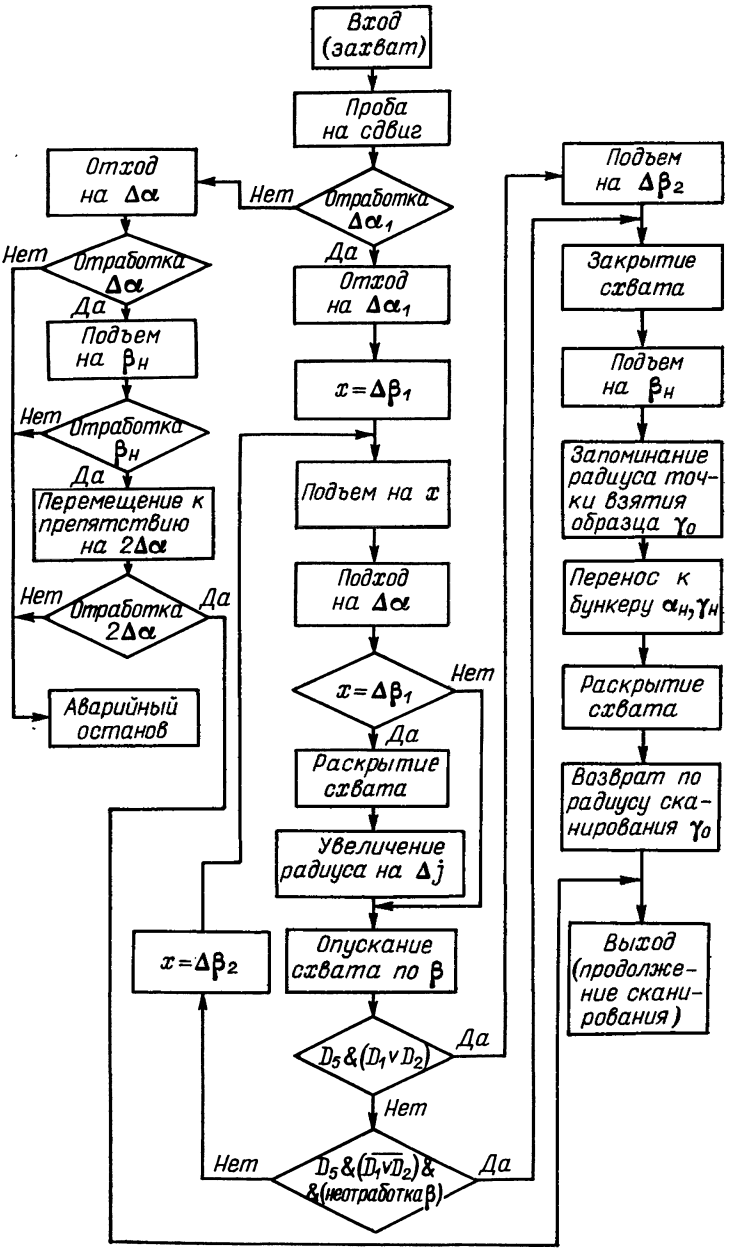


Рис. 31. Структурная схема программы «поиск»

где

$$W_x(p) = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}};$$

$$W_y(p) = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}};$$

$$W_z(p) = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}.$$

Приращение координат

$$\Delta X = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=x}^{z} W_{ijx}(p)\, \Delta q_{ij};$$

$$\Delta Y = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=x}^{z} W_{ijy}(p)\, \Delta q_{ij};$$

$$\Delta Z = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=x}^{z} W_{ijz}(p)\, \Delta q_{ij}.$$

Полученная математическая модель манипулятора подводного робота может быть представлена в аналого-цифровой форме на соответствующих АВМ и ЦВМ. При этом в зависимости от значений обобщенных координат на ЭВМ должны вычисляться матрицы **A**, **B**, **C**. С целью проверки работоспособности математической модели динамики манипулятора и ее отладки в различных режимах нами было проведено аналого-цифровое моделирование на ЭМУ-10 и БЭСМ-6.

Подобный метод машинного моделирования уравнений динамики манипулятора представляется исключительно эффективным даже при исследовании столь сложной многомерной структуры. Использование аналоговой вычислительной техники позволяет оперативно изучить влияние любого из параметров системы, ЦВМ при этом обеспечивает высокую скорость вычисления элементов матриц уравнения динамики манипулятора.

В качестве практической реализации алгоритма супервизорного управления манипулятором подводного робота был разработан аналого-цифровой комплекс. В этой работе использовался манипулятор несколько более простой кинематической структуры — в нем отсутствовала степень свободы по обобщенной координате q_{3z}.

Система предназначена для реализации целеуказания обнаруженного образца породы произвольной формы, выхода схвата в район, заданный оператором, поиска в локальной зоне, тактильного исследования участка дна и обнаруженного образца, его взятия и перенесения в бункер. На рис. 31 и 32 представлены структурные схемы, разработанные инженером Н. Н. Телешовым, алгоритмов «поиск» и «захват», которые были практически реализованы на одном из подводных роботов Института океанологии АН СССР.

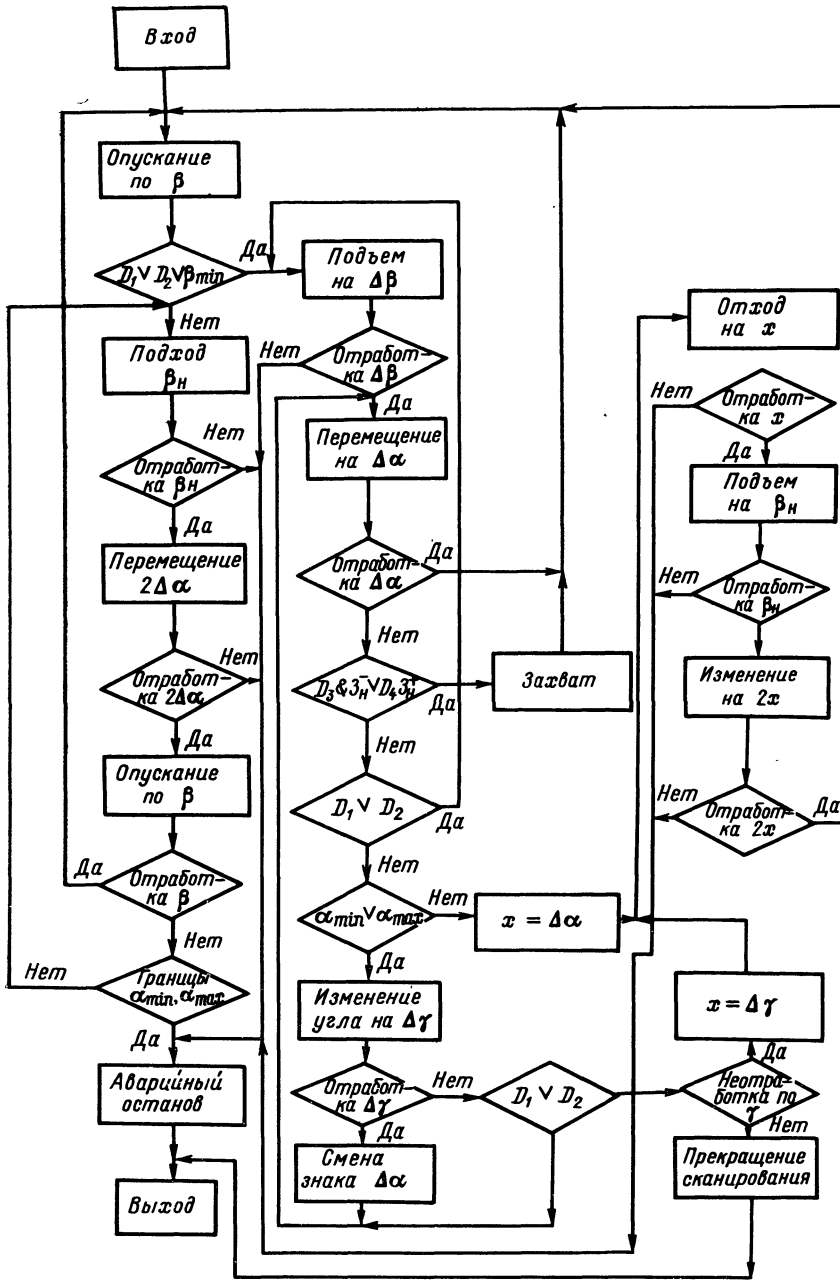


Рис. 32. Структурная схема программы «захват»

§ 13. Математическая модель подводного шагающего робота

При построении кинематической модели подводного шагающего робота, как и для плавающего робота, будем использовать две системы координат: инерционную систему $X^A Y^A Z^A$, центр которой закреплен в произвольной точке пространства, а плоскость $X^A O Y^A$ параллельна плоскости горизонта, и связанную систему XYZ. Начало этой системы поместим в центре тяжести робота E, плоскость XEY совместим с плоскостью платформы, ось EX направим по продольной оси вперед. Взаимное расположение осей координат будет определяться матрицей перехода

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \mathbf{A} \begin{vmatrix} X^A - X_E^A \\ Y^A - Y_E^A \\ Z^A - Z_E^A \end{vmatrix} \qquad \mathbf{A} = \mathbf{A}(\psi, \theta, \varphi),$$

где X_E^A, Y_E^A, Z_E^A — координаты центра тяжести робота; ψ — угол крена; θ — угол дифферента; φ — угол курса.

Матрица преобразования может быть записана в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x \cdot \mathbf{A}_y \cdot \mathbf{A}_z,$$

где

$$\mathbf{A}_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{A}_y = \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{A}_z = \begin{vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Проанализируем общее описание шагающего робота в системе координат $X^A Y^A Z^A$. В качестве примера будем рассматривать шестиопорный робот с двухзвенной опорой (рис. 33).

Платформа в плане имеет вид круга радиусом R, а опоры равномерно распределены по окружности. Считаем, что центр тяжести

робота совпадает с центром круга E. Тогда платформа робота будет описываться уравнениями

$$\left.\begin{aligned}
&\left(X^A_{a_i}-X^A_E\right)^2+\left(Y^A_{a_i}-Y^A_E\right)^2+\left(Z^A_{a_i}-Z^A_E\right)^2-R^2=0;\\
&\begin{vmatrix} X^A_{a_j}-X^A_E, & Y^A_{a_j}-Y^A_E, & Z^A_{a_j}-Z^A_E\\ X^A_{a_1}-X^A_E, & Y^A_{a_1}-Y^A_E, & Z^A_{a_1}-Z^A_E\\ X^A_{a_2}-X^A_E, & Y^A_{a_2}-Y^A_E, & Z^A_{a_2}-Z^A_E \end{vmatrix}=0;\\
&\left(X^A_{a_k}-X^A_{a_{(k+1)}}\right)^2+\left(Y^A_{a_k}-Y^A_{a_{(k+1)}}\right)^2+\\
&\quad+\left(Z^A_{a_k}-Z^A_{a_{(k+1)}}\right)^2-R^2=0,\\
&i=\overline{1,6},\quad j=\overline{3,6},\quad k=\overline{1,5}.
\end{aligned}\right\}\qquad(3.45)$$

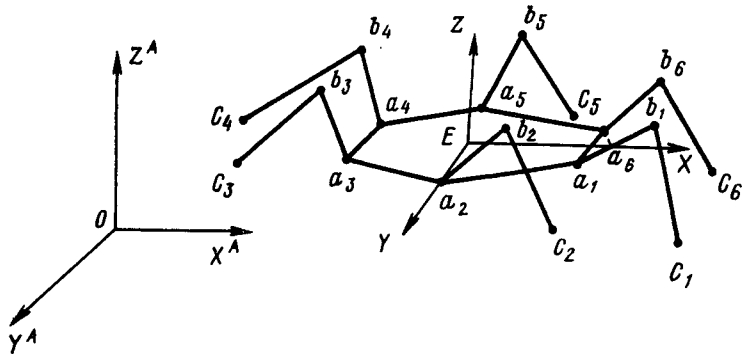


Рис. 33. Структура шестиопорного шагающего робота

Структура каждой из опор характеризуется уравнениями вида

$$\left.\begin{aligned}
&\left(X^A_{b_n}-X^A_{a_n}\right)^2+\left(Y^A_{b_n}-Y^A_{a_n}\right)^2+\left(Z^A_{b_n}-Z^A_{a_n}\right)^2-l_2^2=0;\\
&\left(X^A_{c_n}-X^A_{b_n}\right)^2+\left(Y^A_{c_n}-Y^A_{b_n}\right)^2+\left(Z^A_{c_n}-Z^A_{b_n}\right)^2-l_1^2=0;\\
&\begin{vmatrix} X^A_{c_n}=X^A_{a_n}, & Y^A_{c_n}-Y^A_{a_n}, & Z^A_{c_n}-Z^A_{a_n}\\ X^A_{b_n}-X^A_{a_n}, & Y^A_{b_n}-Y^A_{a_n}, & Z^A_{b_n}-Z^A_{a_n}\\ A, & B, & C \end{vmatrix}=0,
\end{aligned}\right\}\qquad(3.46)$$

где A, B, C — коэффициенты плоскости платформы из уравнения (3.45); $n=\overline{1,6}$.

В (3.46) последнее уравнение определяет подвижность в шарнире b_n.

Полученные уравнения (3.45) и (3.46), число которых равно 33, связывают 57 переменных и определяют кинематическую структуру робота.

Введем дополнительные ограничения, определяемые условиями перемещения робота. Будем предполагать, что движение робота задается проекцией траектории центра тяжести на плоскость, X^AOY^A и средней высотой платформы над поверхностью

$$F_1\left(X_E^A,\ Y_E^A\right)=0; \tag{3.47}$$

$$Z_E^A-Z_{l_{\text{ср}}}^A=H_{\text{ср}}=\text{const}. \tag{3.48}$$

Зададим скорость перемещения робота

$$V=\left[\left(\frac{dX_E^A}{dt}\right)^2+\left(\frac{dY_E^A}{dt}\right)^2+\left(\frac{dZ_E^A}{dt}\right)^2\right]^{1/2}=\text{const}. \tag{3.49}$$

Определим далее угловое положение робота. Например, будем стремиться к тому, чтобы плоскость платформы была горизонтальна, а поперечная плоскость, проходящая через центр тяжести, была нормальна к траектории $F_1\left(X_E^A,\ Y_E^A\right)=0$ (платформа робота ориентируется по вектору скорости). Эти условия определяются следующими связями:

$$\psi=0;\quad \theta=0,\quad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{dY_E^A}{dX_E^A} \tag{3.50}$$

или в декартовой системе координат

$$\left.\begin{aligned} &Z_{a1}^A-Z_E^A=0;\\ &Z_{a2}^A-Z_E^A=0;\\ &a\left(X_{a1}^A-X_{a2}^A\right)+b\left(Y_{a1}^A-Y_{a2}^A\right)=0; \end{aligned}\right\} \tag{3.51}$$

где

$$a=\frac{dX_E^A}{dt};\qquad b=\frac{dY_E^A}{dt}.$$

Условия (3.51) могут быть переписаны в форме

$$\left.\begin{aligned} &Z_{a1}^A-Z_E^A=\Delta_1;\\ &Z_{a2}^A-Z_E^A=\Delta_2;\\ &a\left(X_{a1}^A-X_{a2}^A\right)-b\left(Y_{a1}^A-Y_{a2}^A\right)=\Delta_3. \end{aligned}\right\} \tag{3.52}$$

Положение стоп опор будет зависеть от походки робота. Рассмотрим статически устойчивую походку, при которой робот опирается по меньшей мере на три опоры, а остальные переносятся вперед. Если стопы всех шести опор стоят на поверхности, то при отсутствии проскальзывания

$$X_{c_i}^A=\text{const};\quad Y_{c_i}^A=\text{const};\quad Z_{c_i}^A=\text{const};\ i=\overline{1,6}.$$

Теперь система уравнений (3.45) — (3.52) будет полностью определена. Если положение платформы задать в виде (3.51) и не фиксировать скорости движения $\dot{V}$, то система уравнений (3.45) — (3.47), (3.51), (3.52) будет содержать четыре избыточных переменных, что позволит задать дополнительные условия на поведение робота

$$\Delta_1 \to 0; \quad \Delta_2 \to 0; \quad \Delta_3 \to 0$$

и регулировать скорость движения, например, в зависимости от ошибок следящих систем.

Если одна или несколько опор подняты, то соответствующие ограничения системы (3.52) снимаются. Для таких свободных опор должны быть заданы дополнительные условия движения, обеспечивающие перемещение точек c_i в сторону движения робота:

$$\left.\begin{aligned} &F_{2_j}\left(X^A_{c_j},\ Y^A_{c_j},\ Z^A_{c_j}\right)=0;\\ &F_{3_j}\left(X^A_{c_j},\ Y^A_{c_j},\ Z^A_{c_j}\right)=0;\\ &V_j=\left[\left(\frac{dX^A_{c_i}}{dt}\right)^2+\left(\frac{dY^A_{c_j}}{dt}\right)^2+\left(\frac{dZ^A_{c_j}}{dt}\right)^2\right]^{1/2}. \end{aligned}\right\} \quad (3.53)$$

Вид траекторий может определяться из условий минимальных затрат энергии, простоты управления и т. п.

Рассмотрим связь между координатами точек a_i, b_i, c_i и углами поворота звеньев l_{1i}, l_{2i}. Для определения углов потребуется перейти от абсолютной к относительной системе координат XYZ, связанной с роботом

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{A}\begin{pmatrix} X^A - X^A_E \\ Y^A - Y^A_E \\ Z^A - Z^A_E \end{pmatrix}.$$

Тогда углы разворота звеньев (в соответствии с обозначениями § 7)

$$\left.\begin{aligned} &\beta_{2i}=\arcsin\frac{Y_{b_i}}{l_2};\\ &\gamma_{2i}=\operatorname{arctg}\frac{Z_{b_i}-Z_{a_i}}{X_{b_i}-X_{a_i}};\\ &\beta_{1i}=\arcsin\frac{Y_{b_i}-Y_{c_i}}{l_1}+\beta_{2i}. \end{aligned}\right\} \quad (3.54)$$

Рассмотрим математическую модель шагающего подводного робота, использующую относительную систему координат для описания кинематической структуры и абсолютную для задания траектории движения и углового положения его платформы. В

качестве переменных будем использовать декартовы и обобщенные угловые координаты. Кинематическая структура (см. рис. 33) опор робота в относительной системе координат характеризуется:

$$\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{a_i} + [l_1 \cos(\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \cos\beta_{2i}] \cos\gamma_{2i}; \\ Y_{a_i} + [l_1 \cos(\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \cos\beta_{2i}] \sin\gamma_{2i}; \\ Z_{a_i} + l_1 \sin(\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \sin\beta_{2i}, \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

$$i = \overline{1,6}; \quad X_{a_i} = \text{const}; \quad Y_{a_i} = \text{const}; \quad Z_{a_i} = \text{const}.$$

Будем предполагать, как и ранее, что траектория задается проекцией центра тяжести робота на плоскость $X^A O Y^A$

$$F(X_E^A, Y_E^A) = 0;$$

$$H_{\text{ср}} = Z_E^A - Z_{\text{ср}}^A = \text{const},$$

скорость

$$V = \left[\left(\frac{dX_E^A}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY_E^A}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dZ_E^A}{dt} \right)^2 \right]^{1/2},$$

а угловое положение платформы определяется условиями (3.50):

$$\psi = 0; \quad \theta = 0; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{dY_E^A}{dX_E^A}.$$

Движение стоп опор, стоящих на дне, в относительной системе координат задается уравнениями

$$\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} X_{c_i}^A - X_E^A \\ Y_{c_i}^A - Y_E^A \\ Z_{c_i}^A - Z_E^A \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

где

$$X_{c_i}^A = \text{const}; \quad Y_{c_i}^A = \text{const}; \quad Z_{c_i}^A = \text{const}.$$

Движение свободных опор описывается уравнениями

$$\left. \begin{aligned} & F_4(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = 0; \\ & F_5(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = 0; \\ & V_{c_i} = \left[\left(\frac{dX_{c_i}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY_{c_i}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dZ_{c_i}}{dt} \right)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.57)$$

Сравним приведенные модели шагающего подводного робота. Преимуществами первой модели можно считать:

1. Общий подход и единая система переменных для решения всех задач, как динамических, так и траекторных.

2. Простой учет ограничений в виде произвольных поверхностей, заданных в абсолютной системе координат на подвижность подводного робота.

К недостаткам этой модели относятся:

1. Сложность вычисления углов разворота звеньев опор.

2. Сложность учета угловых ограничений в шарнирах.

3. Большое число промежуточных переменных как следствие использования декартовых координат.

Преимущества второй модели состоят в следующем:

1. Большая компактность, связанная с меньшим числом промежуточных переменных.

2. Удобство задания угловых ограничений.

3. Простота вычислений углов разворота звеньев опор.

4. Естественное сочетание с локальным планом и оператором, работающим в координатах робота.

Недостатки второй модели связаны со сложностью задания ограничений в виде произвольных поверхностей.

Рассмотрим далее вопрос о числе переменных, необходимых для управления шагающим подводным роботом.

Приведенные выше уравнения составлены при условии, что шагающий робот представляет собой систему шести разомкнутых кинематических цепей — опор. Это справедливо, однако, лишь для опор, выполняющих перенос. Отсутствие проскальзывания в стопах эквивалентно наложению дополнительных связей в относительной системе координат. При опоре на 1, 3 и 5-ю цепи

$$\left(X_{c_i}-X_{c_k}\right)^2+\left(Y_{c_i}-Y_{c_k}\right)^2+\left(Z_{c_i}-Z_{c_k}\right)^2=C_{i_k}^2; \qquad (3.58)$$

$$i=1,3; \quad k=3,5; \quad i\neq k.$$

Общее число параметров, определяющих положение робота при отсутствии проскальзывания, равно шести. Это три координаты центра масс и три угловые координаты платформы. Системы (3.47)—(3.50), (3.58) для подводного робота на трех опорах содержат девять уравнений и являются зависимыми, поэтому некоторые из уравнений (3.57) могут быть исключены, а соответствующие координаты стопы при этом будут определяться связями (3.58). При исключении уравнений ранг матрицы Якоби должен быть равен шести. Поэтому при положении на трех опорах нельзя, например, полностью исключить координаты стопы одной из опор или три одинаковые координаты всех трех опор.

Вместо декартовых координат условия исключения могут быть применены к угловым координатам звеньев. Физический смысл исключения углов из управления движением робота состоит в том, что на соответствующие приводы шарниров не подаются управляю-

щие сигналы, а положение этих шарниров характеризуется совокупностью внешних связей.

Выбор углов, удовлетворяющих условию разрешимости системы, неоднозначен и определяется дополнительными условиями. Например, можно попытаться упростить конструкцию приводов, задавая движение с помощью тех углов, скорость изменения которых почти постоянна в некотором интервале. При выходе за указанный интервал управление передается другим группам шарниров. Конструкция приводов при этом должна обеспечивать всего два режима движения; с постоянной скоростью и свободное. Реализация такой системы управления облегчается при увеличении числа опор и их шарниров.

В подводном роботе с гидроприводами шарниров опор к. п. д. шарниров зависит от углов поворота звеньев. Поэтому можно выбрать для управления ту группу шарниров, углы поворота которых соответствуют наибольшему к. п. д.

Естественно, что при использовании любого критерия для выбора управляющих углов должны обеспечиваться устойчивость робота и условие независимости системы уравнений относительно выбранных углов.

Применяя минимально необходимое число углов, нужно учитывать, что при проскальзывании опор и нарушении условий (3.58) подводный робот может потерять устойчивость и завалиться. Кроме того, нагрузка на приводы шарниров опор оказывается неравномерной. Поэтому при движении по сложному рельефу и при переносе грузов может оказаться выгоднее управлять всеми шарнирами опор.

§ 14. Пространственная динамическая модель буксируемой кабельной линии связи

Возмущения от буксируемой кабельной линии связи в ряде случаев могут существенным образом влиять на стабильность поведения подводного робота. Особенно важно компенсировать эти возмущения в моменты динамического позиционирования робота над объектом работ. Следовательно, динамическая модель плавающего участка кабельной линии должна найти свое отражение в математическом обеспечении адаптивного поведения подводного робота. Как отмечалось ранее [29], аналитические исследования гибких нитей для рассматриваемой нами схемы прежде не проводились и использовавшиеся методы анализа и описания не могли быть развиты и применены для подобной задачи. Это, естественно, создает определенные трудности, особенно при анализе динамического поведения кабельной линии в пространстве.

Для аналитического описания кабельной линии воспользуемся методами уравнений Лагранжа II рода. При выводе применим известный метод приближения, который использовался для плоского

варианта перемещения и был предложен в работе [29]. Заменяем плавучую гибкую нить многозвенником. Однако в отличие от плоского случая каждый шарнир обеспечивает разворот звена в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

В связи с тем что последовательность преобразований подробно была представлена для плоского случая, а также учитывая возможности получения рекуррентных формул для элементов матриц (3.44), выведем уравнения динамики для трехмерного пространства в обобщенном виде без подробной записи матриц управления, перейдя сразу к рекуррентным формулам их элементов.

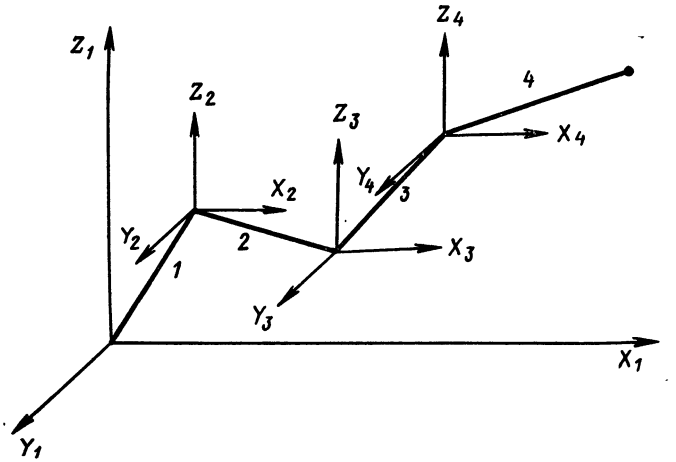


Рис. 34. Схема координат шарнирного многозвенника

Будем использовать неподвижную систему координат, центр которой расположен на неподвижном конце плавучего участка (в первом шарнире), и подвижные системы координат, центры которых расположены в шарнирах звеньев, а оси параллельны осям неподвижной системы (рис. 34).

Считаем, что каждое звено многозвенника совершает поступательное движение вместе с шарниром того же номера и вращение в шарнире.

Углы разворота i-звена отсчитываются в системе координат, связанной с шарниром того же номера, и являются обобщенными координатами системы.

Угол α_i — угол между i-звеном и его проекцией на плоскость X_i, Y_i.

Угол β_i — угол между осью X_i и проекцией звена на плоскость X_i, Y_i.

На рис. 35 изображено i-звено и скорости его движения в проекциях на координатные оси X_i, Y_i, Z_i. Скорость произвольной

точки B звена будет определяться выражением

$$\tilde{V}_{x_i} = V_{x_i}^{(0)} - \dot{\alpha}_i \tilde{l} \sin\alpha_i \cos\beta_i - \dot{\beta}_i \tilde{l} \cos\alpha_i \sin\beta_i = V_{x_i}^{(0)} + \tilde{V}_{x_i}^{(1)};$$

$$\tilde{V}_{y_i} = V_{y_i}^{(0)} - \dot{\alpha}_i \tilde{l} \sin\alpha_i \sin\beta_i + \dot{\beta}_i \tilde{l} \cos\alpha_i \cos\beta_i = V_{y_i}^{(0)} + \tilde{V}_{y_i}^{(1)};$$

$$\tilde{V}_{z_i} = V_{z_i}^{(0)} + \dot{\alpha}_i \tilde{l} \cos\alpha_i = V_{z_i}^{(0)} + \tilde{V}_{z_i}^{(1)},$$

где $V_{x_i}^{(0)}$, $V_{y_i}^{(0)}$, $V_{z_i}^{(0)}$ — составляющие скорости, определяемые перемещением i-шарнира; $\tilde{V}_{x_i}^{(1)}$, $\tilde{V}_{y_i}^{(1)}$, $\tilde{V}_{z_i}^{(1)}$ — составляющие скорости,

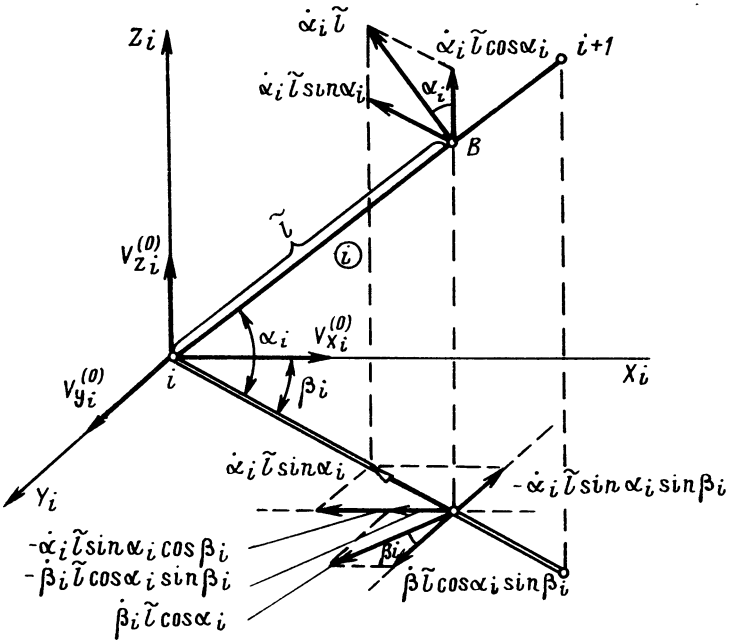


Рис. 35. Скорость точки B i-звена в проекциях на координатные оси

определяемые вращением i-звена; $\tilde{l}$ — расстояние точки B от начала координат.

Для конца звена $\tilde{l} = l$ и проекции скорости

$$V_{x_i} = V_{x_i}^{(0)} + V_{x_i}^{(1)};$$

$$V_{y_i} = V_{y_i}^{(0)} + V_{y_i}^{(1)};$$

$$V_{x_1}^{(0)} = V_{y_1}^{(0)} = V_{z_1}^{(0)} = 0, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Скорость движения i-го шарнира равна скорости движения конца (i—1)-го звена и определяется выражением

$$V_{x_i}^{(0)} = V_{x_{(i-1)}}^{(0)} + V_{x_{(i-1)}}^{(1)};$$
$$V_{y_i}^{(0)} = V_{y_{(i-1)}}^{(0)} + V_{y_{(i-1)}}^{(1)};$$
$$V_{z_i}^{(0)} = V_{z_{(i-1)}}^{(0)} + V_{z_{(i-1)}}^{(1)};$$
$$V_{x_1}^{(0)} = V_{y_1}^{(0)} = V_{z_1}^{(0)} = 0, \quad i = 1, \ldots, n$$

или

$$\left.\begin{aligned} V_{x_i}^{(0)} &= -\sum_{j=1}^{i-1} (\dot{\alpha}_j l \sin\alpha_j \cos\beta_i + \dot{\beta}_j l \cos\alpha_j \sin\beta_j); \\ V_{y_i}^{(0)} &= \sum_{j=1}^{i-1} (-\dot{\alpha}_j l \sin\alpha_j \sin\beta_j + \dot{\beta}_j l \cos\alpha_j \cos\beta_j); \\ V_{z_i}^{(0)} &= \sum_{j=1}^{i-1} \dot{\alpha}_j l \cos\alpha_j, \quad i = 1, \ldots, n. \end{aligned}\right\}$$

Кинетическая энергия i-звена вычисляется по формуле

$$T_i = \frac{1}{2}\int_0^l m\tilde{V}_i^2\, d\tilde{l} = \frac{1}{2} m \int_0^l \left(\tilde{V}_{x_i}^2 + \tilde{V}_{y_i}^2 + \tilde{V}_{z_i}^2\right) d\tilde{l},$$

или в проекциях

$$T_{x_i} = \frac{1}{2} M \left(V_{x_i}^{(0)\,2} + V_{x_i}^{(0)} V_{x_i}^{(1)} + \frac{1}{3} V_{x_i}^{(1)\,2}\right) = \frac{1}{2} M V_{x_i}^{(\text{пр})\,2};$$

$$T_{y_i} = \frac{1}{2} M \left(V_{y_i}^{(0)\,2} + V_{y_i}^{(0)} V_{y_i}^{(1)} + \frac{1}{3} V_{y_i}^{(1)\,2}\right) = \frac{1}{2} M V_{y_i}^{(\text{пр})\,2};$$

$$T_{z_i} = \frac{1}{2} M \left(V_{z_i}^{(0)\,2} + V_{z_i}^{(0)} V_{z_i}^{(1)} + \frac{1}{3} V_{z_i}^{(1)\,2}\right) = \frac{1}{2} M V_{z_i}^{(\text{пр})\,2},$$

где $M = m \cdot l$; m — масса участка линии единичной длины.

Для многозвенника в целом

$$T_x = \sum_{i=1}^{n} T_{x_i}; \quad T_y = \sum_{i=1}^{h} T_{y_i}; \quad T_z = \sum_{i=1}^{n} T_{z_i};$$
$$T = T_x + T_y + T_z.$$

Для сокращения записи при выборе уравнений вместо T_x, T_y и T_z будем использовать нормированную кинетическую энергию

$$\tilde{T}_x = \frac{2T_x}{M}; \quad \tilde{T}_y = \frac{2T_y}{M}; \quad \tilde{T}_z = \frac{2T_z}{M}.$$

Определим производные $\partial\tilde{T}/\partial\alpha$, $\partial\tilde{T}/\partial\beta$, $\partial\tilde{T}/\partial\dot{\alpha}$, $\partial\tilde{T}/\partial\dot{\beta}$, необходимые для составления уравнений Лагранжа. Для составляющей $\tilde{T}_x$

$$\left.\begin{array}{ll}\dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\alpha_1}=\dfrac{\partial V_{x_1}}{\partial\alpha_1}a_{1x}; & \dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\beta_1}=\dfrac{\partial V_{x_1}}{\partial\beta_1}a_{1x};\\ \dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\alpha_2}=\dfrac{\partial V_{x_2}}{\partial\alpha_2}a_{2x}; & \dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\beta_2}=\dfrac{\partial V_{x_2}}{\partial\beta_2}a_{2x};\\ \dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\alpha_3}=\dfrac{\partial V_{x_3}}{\partial\alpha_3}a_{3x}; & \dfrac{\partial\tilde{T}_x}{\partial\beta_3}=\dfrac{\partial V_{x_3}}{\partial\beta_3}a_{3x},\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \end{array}\right\}\qquad(3.59)$$

где (например, для четырехзвенника)

$$a_{1x}=6\frac{2}{3}V_{x_1}+5V_{x_2}+3V_{x_3}+V_{x_4};$$

$$a_{2x}=5V_{x_1}+4\frac{2}{3}V_{x_2}+3V_{x_3}+V_{x_4};$$

$$a_{3x}=3V_{x_1}+3V_{x_2}+2\frac{2}{3}V_{x_3}+V_{x_4};$$

$$a_{4x}=V_{x_1}+V_{x_2}+V_{x_3}+V_{x_4}.$$

Точно такие же выражения получаются для производных по $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$. Для составляющих кинетической энергии $\tilde{T}_y$ и $\tilde{T}_z$ выражения производных могут быть получены из (3.59) заменой индексов x соответственно на y или z.

Запишем значения производных для составляющих скорости входящих в выражение (3.59):

$$\frac{\partial V_{x_i}}{\partial\alpha_i}=-\dot{\alpha}_i l\cos\alpha_i\cos\beta_i+\dot{\beta}_i l\sin\alpha_i\sin\beta_i;$$

$$\frac{\partial V_{x_i}}{\partial\dot{\alpha}_i}=-l\sin\alpha_i\cos\beta_i\dot{\alpha}_i;$$

$$\frac{\partial V_{x_i}}{\partial\beta_i}=\dot{\alpha}_i l\sin\alpha_i\sin\beta_i-\dot{\beta}_i l\cos\alpha_i\cos\beta_i;$$

$$\frac{\partial V_{x_i}}{\partial\dot{\beta}_i}=-\dot{\beta}_i l\cos\alpha_i\sin\beta_i;$$

$$\frac{\partial V_{y_i}}{\partial\alpha_i}=-\dot{\alpha}_i l\cos\alpha_i\sin\beta_i-\dot{\beta}_i l\sin\alpha_i\cos\beta_i;$$

$$\frac{\partial V_{y_i}}{\partial\alpha_i}=-\dot{\alpha}_i l\sin\alpha_i\sin\beta_i;$$

$$\frac{\partial V_{z_i}}{\partial \alpha_i} = -\dot{\alpha}_i l \sin \alpha_i; \quad \frac{\partial V_{z_i}}{\partial \dot{\alpha}_i} = \dot{\alpha}_i l \cos \alpha_i;$$

$$\frac{\partial V_{z_i}}{\partial \beta_i} = \frac{\partial V_{z_i}}{\partial \dot{\beta}_i} = 0.$$

Для удобства записи первых членов уравнение Лагранжа обозначим

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \dot{\alpha}_i}\right) - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \alpha_i} = \tilde{a}_{\alpha_i};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \dot{\beta}_i}\right) - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \beta_i} = \tilde{a}_{\beta_i}$$

или в проекциях

$$\tilde{a}_{\alpha_i} = \tilde{a}^x_{\alpha_i} + \tilde{a}^y_{\alpha_i} + \tilde{a}^z_{\alpha_i};$$

$$\tilde{a}_{\beta_i} = \tilde{a}^x_{\beta_i} + \tilde{a}^y_{\beta_i} + \tilde{a}^z_{\beta_i};$$

где

$$a^x_{\alpha_i} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \tilde{T}_x}{\partial \dot{\alpha}_i}\right) - \frac{\partial \tilde{T}_x}{\partial \alpha_i} \text{ и т. д.}$$

В качестве примера можем записать для четырехзвенника

$$\tilde{a}^x_{\alpha_1} = a_{1x}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_1}}{\partial \dot{\alpha}_1} - \frac{\partial V_{x_1}}{\partial \alpha_1}\right)\right] + \frac{\partial V_{x_1}}{\partial \dot{\alpha}_1} \cdot \frac{da_{1x}}{dt};$$

$$\tilde{a}^x_{\alpha_2} = a_{2x}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_2}}{\partial \dot{\alpha}_2} - \frac{\partial V_{x_2}}{\partial \alpha_2}\right)\right] + \frac{\partial V_{x_2}}{\partial \dot{\alpha}_2} \cdot \frac{da_{2x}}{dt};$$

$$\tilde{a}^x_{\alpha_3} = a_{3x}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_3}}{\partial \dot{\alpha}_3} - \frac{\partial V_{x_3}}{\partial \alpha_3}\right)\right] + \frac{\partial V_{x_3}}{\partial \dot{\alpha}_3} \cdot \frac{da_{3x}}{dt},$$

$$\tilde{a}^x_{\alpha_4} = a_{4x}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_4}}{\partial \dot{\alpha}_4} - \frac{\partial V_{x_4}}{\partial \alpha_4}\right)\right] + \frac{\partial V_{x_4}}{\partial \dot{\alpha}_4} \cdot \frac{da_{4x}}{dt}.$$

Аналогичные выражения получаются для производных по β и по $\dot{\beta}$ заменой в уравнениях α и $\dot{\alpha}$ на β и $\dot{\beta}$, а также для других составляющих кинетической энергии заменой индекса x на y и z.

После подстановки производных и дифференцирования по t получим, что разности, стоящие в скобках, равны нулю для всех составляющих кинетической энергии:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_i}}{\partial \dot{\alpha}_i}\right) - \frac{\partial V_{x_i}}{\partial \alpha_i} = 0;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V_{x_i}}{\partial \dot{\beta}_i}\right) - \frac{\partial V_{x_i}}{\partial \beta_i} = 0.$$

Таким образом,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \tilde{T}_x}{\partial \dot{\alpha}_i}\right)-\frac{\partial \tilde{T}_x}{\partial \alpha_i}=\frac{\partial V_{x_i}}{\partial \dot{\alpha}_i}-\frac{da_{x_i}}{dt}.$$

Аналогичные выражения получаются для производных по β, а также для $\tilde{T}_y$ и $\tilde{T}_z$.

После выполнения всех подстановок первые члены уравнения Лагранжа II рода можно представить в матричной форме

$$\mathbf{A}_{\alpha}^{x}=\mathbf{B}_{1x}\mathbf{D}\left[\ddot{\boldsymbol{\alpha}}_x+\ddot{\boldsymbol{\beta}}_x+\left(\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1^2+\dot{\boldsymbol{\beta}}_1^2\right)+\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1\dot{\boldsymbol{\beta}}_1\right];$$

$$\mathbf{A}_{\beta}^{x}=\mathbf{B}_{2x}\mathbf{D}\left[\ddot{\boldsymbol{\alpha}}_x+\ddot{\boldsymbol{\beta}}_x+\left(\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1^2+\dot{\boldsymbol{\beta}}_1^2\right)+\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1\dot{\boldsymbol{\beta}}_1\right];$$

где (для четырехзвенника)

$$\mathbf{B}_{1x}=\begin{Vmatrix} \sin\alpha_1 & \cos\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\alpha_2 & \cos\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\alpha_3 & \cos\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\alpha_4 & \cos\beta_4 \end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{D}=l^2\begin{Vmatrix} 6\frac{2}{3} & 5 & 3 & 1 \\ 5 & 4\frac{2}{3} & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 2\frac{2}{3} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{2}{3} \end{Vmatrix};$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}}_x=\begin{Vmatrix} \ddot{\alpha}_1\sin\alpha_1\cos\beta_1 \\ \ddot{\alpha}_2\sin\alpha_2\cos\beta_2 \\ \ddot{\alpha}_3\sin\alpha_3\cos\beta_3 \\ \ddot{\alpha}_4\sin\alpha_4\cos\beta_4 \end{Vmatrix};$$

$$\ddot{\boldsymbol{\beta}}_x=\begin{Vmatrix} \ddot{\beta}_1\cos\alpha_1\sin\beta_1 \\ \ddot{\beta}_2\cos\alpha_2\sin\beta_2 \\ \ddot{\beta}_3\cos\alpha_3\sin\beta_3 \\ \ddot{\beta}_4\cos\alpha_4\sin\beta_4 \end{Vmatrix};$$

$$(\dot{\alpha}_1^2+\dot{\beta}_1^2)=\left\|\begin{matrix}(\dot{\alpha}_1^2+\dot{\beta}_1^2)\cos\alpha_1\cos\beta_1\\(\dot{\alpha}_2^2+\dot{\beta}_2^2)\cos\alpha_2\cos\beta_2\\(\dot{\alpha}_3^2+\dot{\beta}_3^2)\cos\alpha_3\cos\beta_3\\(\dot{\alpha}_4^2+\dot{\beta}_4^2)\cos\alpha_4\cos\beta_4\end{matrix}\right\|;$$

$$\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_1=\left\|\begin{matrix}-2\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_1\sin\alpha_1\sin\beta_1\\-2\dot{\alpha}_2\dot{\beta}_2\sin\alpha_2\sin\beta_2\\-2\dot{\alpha}_3\dot{\beta}_3\sin\alpha_3\sin\beta_3\\-2\dot{\alpha}_4\dot{\beta}_4\sin\alpha_4\sin\beta_4\end{matrix}\right\|;$$

$$\mathbf{B}_{2x}=\left\|\begin{matrix}\cos\alpha_1 & \sin\beta_1 & 0 & 0 & 0\\0 & \cos\alpha_2 & \sin\beta_2 & 0 & 0\\0 & 0 & \cos\alpha_3 & \sin\beta_3 & 0\\0 & 0 & 0 & \cos\alpha_4 & \sin\beta_4\end{matrix}\right\|.$$

Проведя подобные преобразования для остальных составляющих кинетической энергии и проведя индуктивный вывод общих формул для n-звенника, можем записать окончательное выражение для первых членов уравнений Лагранжа

$$\left.\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_\alpha=\mathbf{B}_{1x}\mathbf{D}\,(\ddot{\alpha}_x+\ddot{\beta}_x+\dot{\alpha}_x^2+\dot{\beta}_x^2-\dot{\alpha}_x\dot{\beta}_x)+\\+\mathbf{B}_{1y}\mathbf{D}\,(\ddot{\alpha}_y+\ddot{\beta}_y+\dot{\alpha}_y^2+\dot{\beta}_y^2+\dot{\alpha}_y\dot{\beta}_y)+\\+\mathbf{B}_{1z}\mathbf{D}\,(\ddot{\alpha}_z+\dot{\alpha}_z^2);\\\tilde{\mathbf{A}}_\beta=\mathbf{B}_{2x}\mathbf{D}\,(\ddot{\alpha}_x+\ddot{\beta}_x+\dot{\alpha}_x^2+\dot{\beta}_x^2+\dot{\alpha}_x\dot{\beta}_x)+\\+\mathbf{B}_{2y}\mathbf{D}\,(\ddot{\alpha}_y+\ddot{\beta}_y+\dot{\alpha}_y^2+\dot{\beta}_y^2+\dot{\alpha}_y\dot{\beta}_y),\end{aligned}\right\}\qquad(3.60)$$

где $\mathbf{B}_{1x}$, $\mathbf{B}_{1y}$, $\mathbf{B}_{1z}$, $\mathbf{B}_{2x}$, $\mathbf{B}_{2y}$ — диагональные матрицы размером $(n\times n)$, элементы которых вычисляются по формулам

$$b_{1x}^{ii}=\sin\alpha_i\cos\beta_i;\quad b_{1y}^{ii}=\sin\alpha_i\sin\beta_i;\quad b_{1z}^{ii}=\cos\alpha_i;$$

$$b_{2x}^{ii}=\cos\alpha_i\sin\beta_i;\quad b_{2y}^{ii}=-\cos\alpha_i\cos\beta_i;\quad b_{2z}^{ii}=\sin\alpha_i,$$

$$i=1,\ .\ .\ .\ ,\ n.$$

Матрицы $\ddot{\alpha}_x$, $\ddot{\alpha}_y$, $\ddot{\alpha}_z$, $\ddot{\beta}_x$, $\ddot{\beta}_y$, $\dot{\alpha}_x^2$, $\dot{\alpha}_y^2$, $\dot{\beta}_x^2$, $\dot{\beta}_y^2$, $\dot{\alpha}_z^2$, $\dot{\alpha}_x\dot{\beta}_x$ $\dot{\alpha}_y\dot{\beta}_y$ — столбцевые размером $(n\times 1)$, элементы которых вычисляются по

формулам

$$\ddot{\alpha}_x^i = \ddot{\alpha}_i \sin\alpha_i \cos\beta_i; \quad \dot{\alpha}_x^{2\,(i)} = \dot{\alpha}_i^2 \cos\alpha_i \cos\beta_i;$$
$$\ddot{\alpha}_y^i = \ddot{\alpha}_i \sin\alpha_i \sin\beta_i; \quad \dot{\alpha}_y^{2\,(i)} = \dot{\alpha}_i^2 \cos\alpha_i \sin\beta_i;$$
$$\ddot{\alpha}_z^i = \ddot{\alpha}_i \cos\alpha_i; \quad \dot{\alpha}_z^{2\,(i)} = -\dot{\alpha}_i^2 \sin\alpha_i;$$
$$\ddot{\beta}_x^i = \ddot{\beta}_i \cos\alpha_i \sin\beta_i; \quad \dot{\beta}_y^{2\,(i)} = \dot{\beta}_i^2 \cos\alpha_i \sin\beta_i;$$
$$\ddot{\beta}_y^i = -\ddot{\beta}_i \cos\alpha_i \cos\beta_i; \quad \dot{\alpha}_x\dot{\beta}_x^{(i)} = -2\dot{\alpha}_i \dot{\beta}_i \sin\alpha_i \sin\beta_i.$$
$$\dot{\beta}_x^{2\,(i)} = \dot{\beta}_i^2 \cos\alpha_i \cos\beta_i; \quad \dot{\alpha}_y\dot{\beta}_y^{(i)} = 2\dot{\alpha}_i\dot{\beta}_i \sin\alpha_i \cos\beta_i;$$
$$i = 1, \ldots, n.$$

D — квадратная матрица размером $(n \times n)$, элементы которой вычисляются по формулам

$$\left.\begin{aligned} d^{ij} &= l^2(n-2i+1) && \text{при} \quad i>j; \\ d^{ij} &= d^{ji} && \text{при} \quad i<j; \\ d^{ij} &= l^2\left(n-2i+\frac{2}{3}\right) && \text{при} \quad i=j. \end{aligned}\right\} \tag{3.61}$$

Уравнения могут быть приведены к матричной форме, в которой выделены вторые производные

$$\mathbf{A}_\alpha = \mathbf{N}_{11}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{N}_{12}\ddot{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{N}_{13};$$
$$\mathbf{A}_\beta = \mathbf{N}_{21}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{N}_{22}\ddot{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{N}_{23},$$

где все матрицы **N** квадратные размером $(n \times n)$. Элементы матриц вычисляются по формулам

$$n_{11}^{ij} = d^{ij}\,[\sin\alpha_i \sin\alpha_j \cos(\beta_i+\beta_j) + \cos\alpha_i \cos\alpha_j];$$
$$n_{12}^{ij} = d^{ij}\,[\sin\alpha_i \cos\alpha_j \sin(\beta_j-\beta_j)];$$
$$n_{13}^{ij} = d^{ij}\,[(\dot{\alpha}_j^2+\dot{\beta}_j^2)\cos\alpha_i \cos\alpha_j \cos(\beta_i-\beta_j) - \dot{\alpha}_j^2 \cos\alpha_i \cos\alpha_j +$$
$$+ 2\dot{\alpha}_j\dot{\beta}_j \sin\alpha_i \sin\alpha_j \sin(\beta_i-\beta_j)];$$
$$n_{21}^{ij} = d^{ij} \cos\alpha_i \sin\alpha_j \sin(\beta_i-\beta_j);$$
$$n_{22}^{ij} = d^{ij} \cos\alpha_i \cos\alpha_j \cos(\beta_i-\beta_j);$$
$$n_{23}^{ij} = d^{ij}\,[(\dot{\alpha}_j^2+\dot{\beta}_j^2)\cos\alpha_i \cos\alpha_j \sin(\beta_i-\beta_j) - 2\dot{\alpha}_j\dot{\beta}_j \cos\alpha_i \times$$
$$\times \sin\alpha_j \cos(\beta_i-\beta_j)];$$

d^{ij} — элементы числовой матрицы **D**, вычисленной по формулам (3.61); $\ddot{\boldsymbol{\alpha}}$, $\ddot{\boldsymbol{\beta}}$ — столбцевые матрицы соответствующих производных

размером $(n \times 1)$

$$\ddot{\alpha} = \begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{\alpha}_n \end{bmatrix}; \quad \ddot{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \ddot{\beta}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{\beta}_n \end{bmatrix}.$$

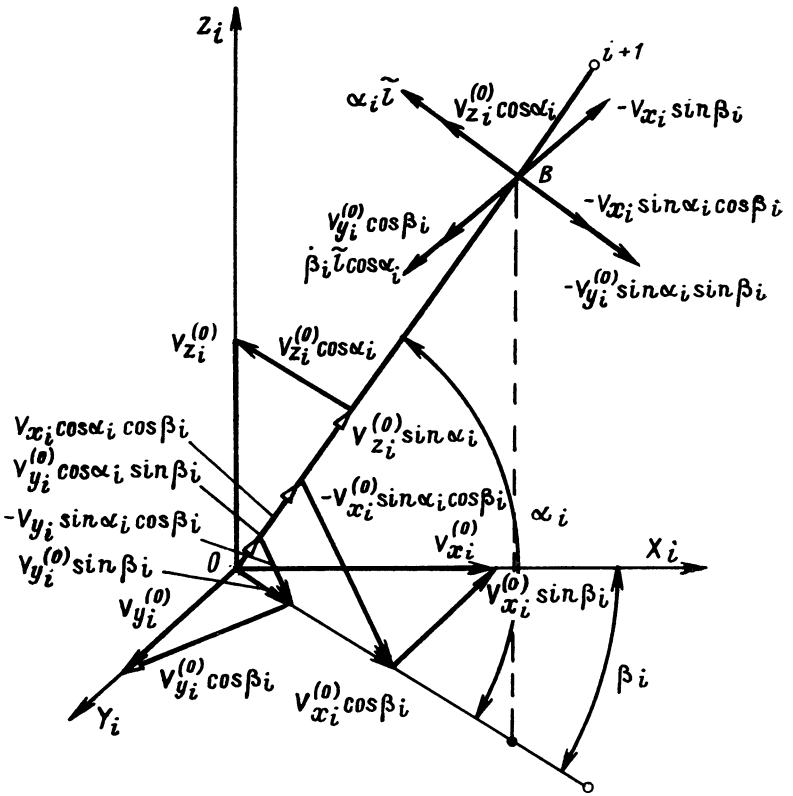


Рис. 36. Разложение скоростей точки B на касательную и нормальную составляющие

Определим далее силы гидродинамического сопротивления звеньев кабельной линии. Сила гидродинамического сопротивления j-звена складывается из нормальной и осевой составляющих

$$\psi_{ij} = \frac{\partial \Phi_{\eta j}}{\partial \dot{\alpha}_i} + \frac{\partial \Phi_{\tau j}}{\partial \dot{\alpha}_i},$$

где

$$\frac{\partial \Phi_{\eta j}}{\partial \dot{\alpha}_i} = \frac{1}{2} K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})} \frac{\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\alpha}_i};$$

$$\frac{\partial \Phi_{\tau j}}{\partial \dot{\alpha}_i} = \frac{1}{2} K_{0}^{(j)} V_{\tau j}^{(\text{пр})} \frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\alpha}_i};$$

$K_{90}^{(j)}$ и $K_0^{(j)}$ — коэффициенты нормальной и осевой составляющих сил сопротивления j-звена.

Перейдем к определению осевой и нормальной составляющих приведенной скорости звеньев. На рис. 36 показаны все составляющие скорости j-звена и их разложение на касательную $V_{\tau j}$ и нормальные составляющие: $V_{\alpha\eta j}$, лежащую в плоскости, перпендикулярной плоскости X_jY_j, и $V_{\beta\eta j}$, лежащую в плоскости, параллельной X_jY_j.

В результате сложения всех составляющих скоростей для точки B получим следующие выражения нормальных и касательных составляющих скорости этой точки в указанных плоскостях:

$$V_{\alpha\eta j} = \dot{\alpha}_j \bar{l} + V_{zj}^{(0)} \cos\alpha_j - V_{xj}^{0} \cos\beta_j \sin\alpha_j - V_{yj}^{(0)} \sin\beta_j \sin\alpha_j;$$

$$V_{\beta\eta j} = \dot{\beta}_j \bar{l} \cos\alpha_j + V_{yj}^{(0)} \cos\beta_j - V_{xj}^{(0)} \sin\beta_j;$$

$$V_{\tau j} = V_{xj}^{(0)} \cos\beta_j \cos\alpha_j + V_{zj}^{(0)} \sin\alpha_j + V_{yj}^{(0)} \sin\beta_j \cos\alpha_j.$$

Или

$$V_{\alpha\eta j} = \dot{\alpha}_j \bar{l} + V_{\alpha\eta j}^{(0)};$$

$$V_{\beta\eta j} = \dot{\beta}_j \bar{l} \cos\alpha_j + V_{\beta\eta j}^{(0)};$$

$$V_{\tau j} = V_{\tau j}^{(0)}.$$

Найдем приведенные скорости, используя выражения для нормальной и касательной сил гидродинамического сопротивления, действующих на i-звено:

$$dR_{\eta j} = C_{90}^{(j)} \frac{\rho}{2} D^* V_{\eta j}^2 d\bar{l} = C_{90}^{(j)} \frac{\rho}{2} D^* \left(V_{\eta\alpha j}^2 + V_{\beta\eta j}^2\right) d\bar{l} =$$

$$= C_{90}^{(j)} \frac{\rho}{2} D^* \left[\left(\dot{\alpha}_j \bar{l} + V_{\alpha\eta j}^{(0)}\right)^2 + \left(\dot{\beta}_j \bar{l} \cos\alpha_j + V_{\beta\eta j}^{(0)}\right)^2\right] d\bar{l};$$

$$dR_{\tau j} = C_0^{(j)} \frac{\rho}{2} D^* V_{\tau j}^2 d\bar{l} = C_0^{(j)} \frac{\rho}{2} D^* V_{\tau j}^{(0)\,2} d\bar{l},$$

где D^* — диаметр кабеля; ρ — массовая плотность воды. Проинтегрировав по длине звена, получим выражение полных сил, выраженных через приведенные скорости:

$$R_{\eta j} = \int_0^l dR_{\eta j} = K_{90}^{j} \left[\left(V_{\alpha\eta j}^{(0)\,2} + V_{\alpha\eta j}^{(0)} \dot{\alpha}_j l + \frac{1}{3} \dot{\alpha}_j^2 l^2\right) + \right.$$

$$\left. + \left(V_{\beta\eta j}^{(0)\,2} + V_{\beta\eta j}^{(0)} \dot{\beta} l \cos\alpha_j + \frac{1}{3} \dot{\beta}_j^2 l^2 \cos^2\alpha_j\right)\right];$$

$$R_{\tau j}=\int_0^l dR_{\tau j}=K_{(0)}^{(j)}V_{\tau j}^{(0)\,2}.$$

Отсюда найдем выражение приведенных скоростей

$$\left.\begin{aligned}
&V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}=V_{\alpha\eta j}^{(\text{пр})\,2}+V_{\beta\eta j}^{(\text{пр})\,2};\\
&V_{\alpha\eta j}^{(\text{пр})\,2}=V_{\alpha\eta j}^{(0)\,2}+V_{\alpha\eta j}^{(0)}\dot{\alpha}_j l+\frac{1}{3}\dot{\alpha}_j^2 l^2;\\
&V_{\beta\eta j}^{(\text{пр})\,2}=V_{\beta\eta j}^{(0)\,2}+V_{\beta\eta j}^{(0)}\dot{\beta}_j\cos\alpha_j+\frac{1}{3}\dot{\beta}_j^2 l^2\cos^2\alpha_j;\\
&V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}=V_{\tau j}^{(0)\,2}.
\end{aligned}\right\}\qquad(3.62)$$

Полная сила гидродинамического сопротивления многозвенника равна сумме сил сопротивления его звеньев

$$\psi_{\alpha i}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(K_{90}^{(j)}V_{\eta j}^{(\text{пр})}\frac{\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial\dot{\alpha}_i}+K_0^{(j)}V_{\tau j}^{(\text{пр})}\frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial\dot{\alpha}_i}\right).\qquad(3.63)$$

Аналогичную формулу получаем для производных по $\dot{\beta}_i$. Запишем выражения для производных от квадратов приведенных скоростей

$$\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}=\begin{cases}\dfrac{\partial V_{\alpha\eta j}^{(0)}}{\partial\dot{\alpha}_j}\left(2V_{\alpha\eta j}^{(0)}+\alpha_j l\right)+\dfrac{\partial V_{\beta\eta j}^{(0)}}{\partial\dot{\alpha}_j}\left(2V_{\beta\eta j}^{(0)}+\beta_j\cos\alpha_j\right), & i<j;\\[2ex] V_{\alpha\eta j}^{(0)}l+\dfrac{2}{3}\dot{\alpha}_j l^2, & i=j;\\[2ex] 0, & i>j.\end{cases}$$

$$\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}=\begin{cases}\dfrac{\partial V_{\alpha\eta j}^{(0)}}{\partial\dot{\beta}_j}\left(2V_{\alpha\eta j}^{(0)}+\dot{\alpha}_j l\right)+\dfrac{\partial V_{\beta\eta j}^{(0)}}{\partial\dot{\beta}_i}\left(2V_{\beta\eta j}^{(0)}+\beta_j l\cos\alpha_j\right), & i<j;\\[2ex] V_{\beta\eta j}^{(0)}l+\dfrac{2}{3}\dot{\beta}_j l^2\cos^2\alpha_j; & i=j;\\[2ex] 0, & i>j;\end{cases}$$

$$\frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial\dot{\alpha}_j}=\begin{cases}2V_{\tau j}^{(0)}\dfrac{\partial V_{\tau j}^{(0)}}{\partial\dot{\alpha}_i}, & i<j;\\ 0, & i\geqslant j;\end{cases}$$

$$\frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial\dot{\beta}_i}=\begin{cases}2V_{\tau j}^{(0)}\dfrac{\partial V_{\tau j}^{(0)}}{\partial\dot{\beta}_i}, & i<j;\\ 0, & i\geqslant j.\end{cases}$$

Подставим в эти выражения значения производных от нормальных и касательных составляющих скоростей

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial V^{(0)}_{\alpha\eta j}}{\partial \dot\alpha_i} = \frac{\partial V^{(0)}_{zj}}{\partial \dot\alpha_i}\cos\alpha_j - \frac{\partial V^{(0)}_{x}}{\partial \dot\alpha_i}\sin\alpha_j\cos\beta_j - \\
&\quad - \frac{\partial V^{(0)}_{yj}}{\partial \dot\alpha_i}\sin\alpha_j\cos\beta_j; \\
&\frac{\partial V^{(0)}_{\beta\eta j}}{\partial \dot\alpha_i} = \frac{\partial V^{(0)}_{yj}}{\partial \dot\alpha_i}\cos\beta_j - \frac{\partial V^{(0)}_{xj}}{\partial \dot\alpha_i}\sin\beta_j; \\
&\frac{\partial V^{(0)}_{\tau j}}{\partial \dot\alpha_i} = \frac{\partial V^{(0)}_{xj}}{\partial \dot\alpha_i}\cos\alpha_j\cos\beta_j + \frac{\partial V^{(0)}_{yj}}{\partial \dot\alpha_i}\cos\alpha_j\sin\beta_j + \\
&\quad + \frac{\partial V^{(0)}_{zj}}{\partial \dot\alpha_i}\sin\alpha_j.
\end{aligned}\right\} \quad (3.64)$$

Производные по $\dot\beta_i$ записывать не будем, так как они отличаются от приведенных лишь аргументом β_i вместо $\dot\alpha_i$ (3.64).

Для получения полных выражений производных от квадратов приведенных скоростей произведем подстановку производных от скоростей шарниров для нормальной и касательной составляющих (3.64) в выражении (3.63). В результате получим

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\eta j}}{\partial \dot\alpha_i} = l\left(2V^{(0)}_{\alpha\eta j} + \dot\alpha_j l\right)[\cos\alpha_j\cos\alpha_i + \sin\alpha_i\sin\beta_j \times \\
&\quad \times \cos(\beta_i+\beta_j)] + l\left(2V^{(0)}_{\beta\eta j} + \dot\beta_j l\cos\alpha_j\right)\sin\alpha_i\sin(\beta_i-\beta_j); \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\eta j}}{\partial \dot\beta_i} = l\left(2V^{(0)}_{\alpha\eta j} + \dot\alpha_j l\right)\cos\alpha_i\sin\alpha_j\sin(\beta_i-\beta_j) + \\
&\quad + l\left(2V^{(0)}_{\beta\eta j} + \dot\beta_j l\cos\alpha_j\right)\cos\alpha_i\cos(\beta_i-\beta_j); \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\tau j}}{\partial \dot\alpha_i} = lV^{(0)}_{\tau j}[\cos\alpha_i\sin\alpha_j - \sin\alpha_i\cos\alpha_j\cos(\beta_i-\beta_j)]; \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\tau j}}{\partial \dot\beta_i} = lV^{(0)}_{\tau j}\cos\alpha_i\cos\alpha_j\sin(\beta_i-\beta_j), \quad i<j; \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\eta j}}{\partial \dot\alpha_i} = V^{(0)}_{\alpha\eta j}l + \frac{2}{3}\dot\alpha_j l^2; \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\eta j}}{\partial \dot\beta_i} = V^{(0)}_{\beta\eta j}l + \frac{2}{3}\dot\beta_j l^2\cos^2\alpha_j; \\
&\frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\tau j}}{\partial \dot\alpha_i} = \frac{\partial V^{(\text{пр})\,2}_{\tau j}}{\partial \beta_i} = 0, \quad i=j.
\end{aligned}\right\} \quad (3.65)$$

При $i > j$ все производные равны нулю.

Окончательно выражение для силы гидродинамического сопротивления многозвенника может быть представлено в матричной форме

$$\left.\begin{aligned} \psi_\alpha &= \frac{1}{2}(\mathbf{D}_{1\alpha}\mathbf{K}_{90} + \mathbf{D}_{2\alpha}\mathbf{K}_0); \\ \psi_\beta &= \frac{1}{2}(\mathbf{D}_{1\beta}\mathbf{K}_{90} + \mathbf{D}_{2\beta}\mathbf{K}_0), \end{aligned}\right\} \tag{3.66}$$

где $\mathbf{D}_{1\alpha}$, $\mathbf{D}_{2\alpha}$, $\mathbf{D}_{1\beta}$, $\mathbf{D}_{2\beta}$ — квадратные матрицы размером $(n \times n)$, элементы которых определены выше и являются частными производными от приведенных скоростей по угловым скоростям, т. е.

$$d_{1\alpha}^{ij} = \frac{\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\alpha}_i}; \quad d_{2\alpha}^{ij} = \frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\alpha}_i};$$

$$d_{1\beta}^{ij} = \frac{\partial V_{\eta j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\beta}_i}; \quad d_{2\beta}^{ij} = \frac{\partial V_{\tau j}^{(\text{пр})\,2}}{\partial \dot{\beta}_i}.$$

В выражении (3.66) $\mathbf{K}_{90}$ и $\mathbf{K}_0$ — столбцевые матрицы размером $(n \times 1)$, элементы которых

$$K_{90}^j = K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})};$$

$$K_0^j = K_0^{(j)} V_{\tau j}^{(\text{пр})}.$$

Для полных сил гидродинамического сопротивления можно использовать также другое матричное представление

$$\psi_\alpha = \frac{1}{2} l (\breve{\mathbf{D}}_{1\alpha}\mathbf{K}_1 + \breve{\mathbf{D}}_{2\alpha}\mathbf{K}_2 + \breve{\mathbf{D}}_{3\alpha}\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4);$$

$$\psi_\beta = \frac{1}{2} l (\breve{\mathbf{D}}_{1\beta}\mathbf{K}_1 + \breve{\mathbf{D}}_{2\beta}\mathbf{K}_2 + \breve{\mathbf{D}}_{3\beta}\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_5),$$

где $\breve{\mathbf{D}}$ — матрицы размером $(n \times n)$; $\mathbf{K}$ — матрицы размером $(n \times 1)$.

Элементы матриц $\breve{\mathbf{D}}$ при $i \geqslant j$ равны нулю, а при $i < j$ определяются выражениями

$$\breve{d}_{1\alpha}^{ij} = \cos\alpha_i \cos\alpha_j + \sin\alpha_i \sin\alpha_j \cos(\beta_i + \beta_j);$$

$$\breve{d}_{2\alpha}^{ij} = \sin\alpha_i \sin(\beta_j - \beta_i);$$

$$\breve{d}_{1\beta}^{ij} = \cos\alpha_i \sin\alpha_j \sin(\beta_i - \beta_j);$$

$$\breve{d}_{2\beta}^{ij} = \cos\alpha_i \cos(\beta_i - \beta_j);$$

$$\breve{d}_{3\alpha}^{ij} = \cos\alpha_i \sin\alpha_j - \sin\alpha_i \cos\alpha_j \cos(\beta_i - \beta_j);$$

$$\breve{d}_{3\beta}^{ij} = \cos\alpha_i \cos\alpha_j \sin(\beta_j - \beta_i).$$

Элементы матриц **K**

$$K_1 = K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})} \left(2V_{\alpha\eta j}^{(0)} + \dot{\alpha}_j l\right);$$

$$K_2 = K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})} \left(2V_{\beta\eta j}^{(0)} + \dot{\beta}_j l \cos\alpha_j\right);$$

$$K_3 = K_0^{(j)} V_{\tau j}^{(0)\,2};$$

$$K_4 = K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})} \left(V_{\alpha\eta j}^{(0)} + \frac{2}{3}\dot{\alpha}_j l\right);$$

$$K_5 = K_{90}^{(j)} V_{\eta j}^{(\text{пр})} \left(V_{\beta\eta j}^{(0)} + \frac{2}{3}\dot{\beta}_j l \cos^2\alpha_j\right).$$

Перейдем к нахождению обобщенных сил, соответствующих восстанавливающим силам, действующим на систему. Роль восстанавливающих сил играют силы плавучести звеньев Q, силы тяжести P; плавучесть аппарата Q_a, управляющие силы D_x, D_y и D_z (рис. 37).

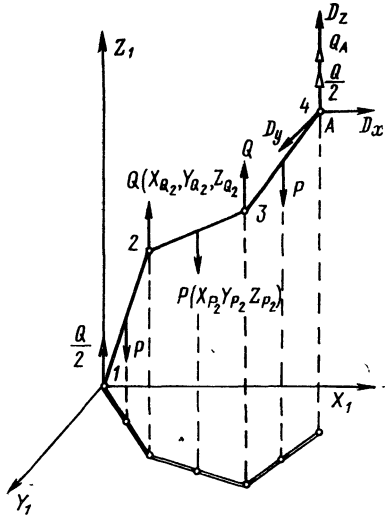


Рис. 37. Восстанавливающие силы шарнирного многозвенника

1—4 — номера шарниров

Обобщенные силы определим как коэффициенты при вариациях соответствующих обобщенных координат в выражении суммы элементарных работ всех восстанавливающих сил, записанные через обобщенные координаты. Обозначим обобщенные силы через F_j, тогда сумма элементарных работ

$$\sum_{j=1}^{n} \delta A_j = \sum_{j=1}^{n} F_j \delta\alpha_i + \sum_{j\neq 1}^{n} F_j \delta\beta_i.$$

Если X_j; Y_j; Z_j — координаты точек приложения сил в неподвижной декартовой системе координат, то виртуальные перемещения этих точек будут иметь вид полных дифференциалов

$$\delta X_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial X_j}{\partial \alpha_i} \delta\alpha_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial X_j}{\partial \beta_i} \delta\beta_i. \qquad (3.67)$$

Аналогично записываются дифференциалы δY_j и δZ_j.

Умножив выражение (3.67) на проекции восстанавливающих сил F_{x_j}, F_{y_j} и F_{z_j} и просуммировав их по всем j, получим сумму элементарных работ

$$\sum_{j=1}^{n} \delta A_j = \sum_{i=1}^{n} \delta\alpha_i \sum_{j=1}^{n} \left(F_{x_j} \frac{\partial X_j}{\partial \alpha_i} + F_{y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial \alpha_i} + F_{z_j} \frac{\partial Z_j}{\partial \alpha_i}\right) +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\delta\beta_i\sum_{j=1}^{n}\left(F_{x_j}\frac{\partial X_j}{\partial\beta_i}+F_{y_j}\frac{\partial Y_j}{\partial\beta_i}+F_{z_j}\frac{\partial Z_j}{\partial\beta_i}\right).$$

Полученные в выражениях множители у вариаций обобщенных координат являются обобщенными силами

$$F_{\alpha_i}=\sum_{j=1}^{n}\left(F_{x_j}\frac{\partial X_j}{\partial\alpha_i}+F_{y_j}\frac{\partial Y_j}{\partial\alpha_i}+F_{z_j}\frac{\partial Z_j}{\partial\alpha_i}\right);$$

$$F_{\beta_i}=\sum_{j=1}^{n}\left(F_{x_j}\frac{\partial X_j}{\partial\beta_i}+F_{y_j}\frac{\partial Y_j}{\partial\beta_i}+F_{z_j}\frac{\partial Z_j}{\partial\beta_i}\right).$$

Для пространственного многозвенника координаты точек приложения сил

$$X_{Q_k}=\sum_{j=1}^{k}l\cos\alpha_j\cos\beta_j;$$

$$Y_{Q_k}=\sum_{j=1}^{k}l\cos\alpha_j\sin\beta_j;$$

$$Z_{Q_k}=\sum_{j=1}^{k}l\sin\alpha_j;$$

$$X_{P_k}=X_{Q_k}-\frac{l}{2}\cos\alpha_k\cos\beta_k;$$

$$Y_{P_k}=Y_{Q_k}-\frac{l}{2}\cos\alpha_k\sin\beta_k;$$

$$Z_{P_k}=Z_{Q_k}-\frac{l}{2}\sin\alpha_k;$$

$$X_A=X_{Q_n};\quad Y_A=Y_{Q_n};\quad Z_A=Z_{Q_n}.$$

Здесь k — номер звена, n — число звеньев.

Виртуальные перемещения этих точек в направлении действия сил

$$\delta Z_{Q_k}=\sum_{i=1}^{k}l\cos\alpha_i\delta\alpha_i;$$

$$\delta Z_{P_k}=\delta Z_{Q_k}-\frac{l}{2}\cos\alpha_k\delta\alpha_k;$$

$$\delta X_A=-\sum_{i=1}^{k}l\,(\sin\alpha_i\cos\beta_i\delta\alpha_i+\cos\alpha_i\sin\beta_i\delta\beta_i);$$

$$\delta Y_A=-\sum_{i=1}^{k}l\,(\sin\alpha_i\sin\beta_i\delta\alpha_i-\cos\alpha_i\cos\beta_i\delta\beta_i);$$

$$\delta Z_A=\sum_{i=1}^{k}l\cos\alpha_i\delta\alpha_i.$$

Выполнив соответствующие подстановки, получим выражения обобщенных сил, действующих на систему:

$$\left.\begin{aligned} F_{\alpha_i} &= l\left[\left(n+\frac{1}{2}-i\right)(Q-P)\cos\alpha_i+(D_z+Q_A)\cos\alpha_i-\right.\\ &\quad -D_x\sin\alpha_i\cos\beta_i-D_y\sin\alpha_i\sin\beta_i;\\ F_{\beta_i} &= -D_x l\cos\alpha_i\sin\beta_i+D_y l\cos\alpha_i\cos\beta_i,\ i=1,\ .\ .\ .\ ,\ n. \end{aligned}\right\} \quad (3.68)$$

В результате проделанных преобразований получены формулы для определения членов уравнения Лагранжа II рода, составленных для шарнирного многозвенника кабельной линии. В общем виде

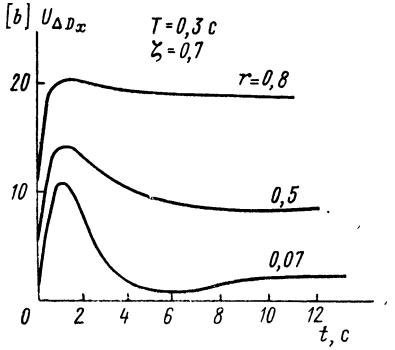


Рис. 38. Характер изменения силы ΔD_x

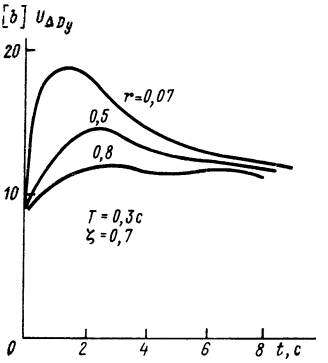


Рис. 39. Характер изменения силы ΔD_y

уравнения могут быть представлены в матричной форме

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}M\ddot{\mathbf{A}}\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\psi}_\alpha-\mathbf{F}_\alpha=0;\\ &\frac{1}{2}M\ddot{\mathbf{A}}\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\psi}_\beta-\mathbf{F}_\beta=0, \end{aligned}\right\} \quad (3.69)$$

где $\mathbf{A}$ и $\boldsymbol{\psi}$ и $\mathbf{F}$ — матрицы, для которых формулы определения элементов представлены в (3.60), (3.66), (3.68).

Для удобства решения уравнений на ЭЦВМ выражения (3.69) можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{N}_{11}\ddot{\boldsymbol{\alpha}}+\mathbf{N}_{12}\ddot{\boldsymbol{\beta}}=\frac{2}{M}(\mathbf{F}_\alpha-\mathbf{N}_{13}-\boldsymbol{\psi}_\alpha);$$

$$\mathbf{N}_{21}\ddot{\boldsymbol{\alpha}}+\mathbf{N}_{22}\ddot{\boldsymbol{\beta}}=\frac{2}{M}(\mathbf{F}_\beta-\mathbf{N}_{23}-\boldsymbol{\psi}_\beta).$$

И наконец, перейдя к обобщенной переменной, понижающей порядок уравнений, их можно свести к виду

$$\mathbf{A}\dot{\gamma}=\mathbf{B}(\alpha_1,\ \beta_1,\ \gamma)+\mathbf{C}(\dot{\alpha},\ \dot{\beta},\ d),$$

где

$$\dot{\alpha}=\gamma_1;\quad \dot{\beta}=\gamma_2;$$

B — матрица нелинейных правых частей; **C** — матрица, включающая управляющие силы.

Полученное весьма полное уравнение динамики пространственной кабельной линии существенно нелинейно, и использование его в качестве математической модели для решения задач управления представляет значительные трудности. Вполне допустимо пользоваться для этой цели приближенными линеаризованными уравнениями динамики кабельной линии.

Следует заметить, что наиболее существенное влияние кабельная линия оказывает в режимах локального маневрирования робота у объекта работ. В связи с этим целесообразно рассматривать уравнения возмущенного движения кабельной линии, характеризующиеся малыми приращениями обобщенных координат, скоростей и ускорений. В этом случае нелинейное уравнение (3.69) вырождается в линейное, где элементы матриц постоянны [39].

В виде упрощенной модели рассматривалась кабельная линия, аппроксимированная четырьмя шарнирно-соединенными звеньями. С целью проверки работоспособности модель была представлена в аналоговой форме на АВМ. Практическое значение имела отработка режима динамического влияния кабельной линии на подводный робот при малых возмущенных движениях последнего относительно статического стабилизированного положения. Результаты решения задачи представлены на рис. 38, 39.

§ 15. Методы решения динамических задач управления подводным роботом

Способы осуществления движения подводного робота и конструктивные особенности его эффекторной системы могут существенно влиять на сложность решения динамических задач управления. Генеральная задача — обеспечение точного движения подводного робота по заданной траектории к цели — является общей, независимой от способа движения. Однако частные задачи в значительной степени зависят от способа перемещения подводного робота. Для плавающего робота важно, например, длительно поддерживать неизменным статическое положение над объектом работ в период активного взаимодействия манипуляторов с ним, т. е. поддерживать режим зависания. Для шагающего подводного робота, постоянно опирающегося на поверхность дна, необходимо длительно поддерживать устойчивым движение по дну в процессе переноса опор.

Вполне очевидно, что для управления подводным роботом должны использоваться динамические модели различной точности. В самом деле, на локальном уровне планирования движения (третий уровень управления) достаточно иметь упрощенную динамическую модель, позволяющую оценить допустимые скорости, ускорения, угловые положения робота при движении. Для шагающего робота, например, в этой модели клиренс и постановка опор могут считаться

фиксированными или зависящими друг от друга величинами. На основе упрощенной модели можно рассчитывать предельные упоры винтов и моменты, возникающие при маневрировании робота.

На уровне программной кинематики (второй уровень управления) можно ограничиться динамическим контролем положения. Для плавающего робота — это контроль качества динамического позиционирования робота над объектом, для шагающего — динамический контроль условий устойчивости движения по траектории.

В последнем случае следует использовать модель, учитывающую положение центра масс робота, а для шагающего робота — положение опорного многоугольника.

Такая модель служит для проверки статического положения устойчивости, а именно: для постоянного контроля соотношения сил плавучести, тяжести, течения и развиваемых движителями упоров, обеспечивающих устойчивое положение плавающего робота в заданной точке, и постоянного контроля условия прохождения вектора равнодействующей всех сил через область устойчивости (выпуклый многоугольник с вершинами в точках касания опор) для шагающего робота. При этом, если соотношение сил становится критическим или если вектор сил подходит к границе области устойчивости, то вырабатывается сигнал, который служит для принятия экстренных мер, предотвращающих потерю заданного положения или опрокидывание робота (изменение скорости, перераспределение величин сил, ускорение переноса опор, уменьшение клиренса и т. д.).

Возможны два подхода к решению задач динамики для управления движением шагающего подводного робота. Один основан на составлении уравнений сил и моментов, используемых для описания движения свободного твердого тела [27].

Уравнения движения корпуса робота в этом случае имеют вид

$$m\ddot{\xi}=\sum_i N_{i\xi}+F_\xi;\quad m\ddot{\eta}=\sum_i N_{i\eta}+F_{\eta i};$$

$$m\ddot{\zeta}=\sum_i N_{i\zeta}+F_\zeta;$$

$$A\dot{\omega}_x=M_x-(C-B)\,\omega_y\omega_z;$$

$$B\dot{\omega}_y=M_y-(A-C)\,\omega_x\omega_z;$$

$$C\dot{\omega}_z=M_z-(B-A)\,\omega_x\omega_y.$$

Пусть $OXYZ$ — относительная система координат, связанная с корпусом робота; $O\xi\eta\zeta$ — абсолютная система координат; ξ, η, ζ — координаты центра масс в абсолютной системе координат; ψ, θ, γ — углы наклона осей X, Y, Z относительно абсолютно ориентированных осей с началом в центре масс; $\overline{N}_i$ — вектор реакции среды или поверхности дна в точке опоры; $\overline{F}$ — равнодействующая остальных сил, приложенных к роботу; A, B, C — моменты инер-

ции корпуса; $\overline{M}$ — вектор момента всех сил, приложенных к роботу относительно центра масс.

Для шагающего робота

$$M = \sum_i [\bar{r}_{c_i}, \overline{N}_i] + \overline{M}_F,$$

где r_{c_i} — радиус-вектор точек опоры; $\overline{M}_F$ — момент сил, не являющихся реакциями опор.

Реакции поверхности в точках опоры, например шагающего робота (рис. 40), определяются следующим образом:

$$N_x = \frac{M_\alpha \sin\alpha}{L_1} + \frac{M_\beta L_2 - M_q L_1}{l_1 l_2 \sin q} \cos\alpha;$$

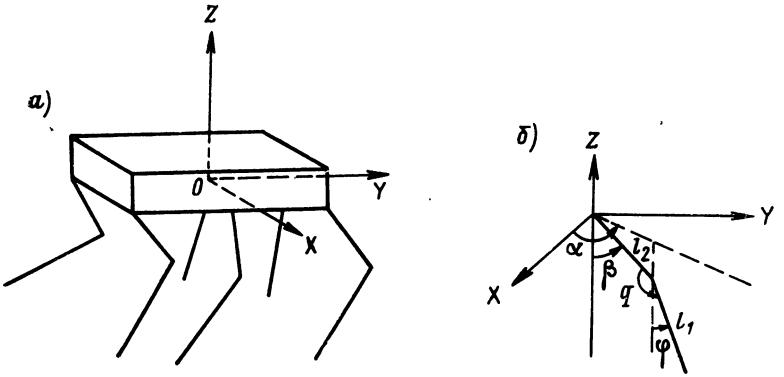


Рис. 40. Модель шагающего робота (*а*) и кинематика опоры (*б*)

$$N_y = \frac{M_\alpha \cos\alpha}{L_1} + \frac{M_\beta L_2 - M_q L_2}{l_1 l_2 \sin q} \sin\alpha;$$

$$N_z = -\frac{M_\beta L_3 - M_q L_4}{l_1 l_2 \sin q};$$

$$L_1 = l_1 \sin\varphi + l_2 \sin\beta; \quad L_2 = l_1 \sin\varphi;$$

$$L_3 = l_1 \cos\varphi + l_2 \cos\beta; \quad L_4 = l_1 \cos\varphi,$$

где M_α, M_β, M_q — управляющие шарнирные моменты; $\varphi = q + \beta - \pi$.

Для определения обобщенных координат робота Q выполняется численное интегрирование уравнений движения с учетом значений вектора момента сил и реакций поверхности.

Задача реализации программной кинематики формулируется как задача управления упорами движителей или шарнирными моментами опор, находящихся в опорной фазе, которые обеспечивают выход фазовых координат на программную кривую

$$Q_н = Q_н(t); \quad \dot{Q}_н = \dot{Q}_н(t)$$

в фазовом пространстве обобщенных координат.

Уравнения движения записываются в виде

$$\ddot{Q} = U + V, \tag{3.70}$$

где U — правые части уравнений, разрешенных относительно вторых производных при отсутствии возмущений; V — добавочный член, отражающий все реальные возмущения.

Для коррекции возмущений используется многошаговый алгоритм управления, в котором параметры управления U рассчитываются в дискретные моменты времени t_k таким образом, чтобы обеспечивался выход на программную кривую к следующему дискретному моменту:

$$Q(t_{k+1}) = Q_{\text{п}}(t_{k+1}); \quad \dot{Q}(t_{k+1}) = \dot{Q}_{\text{п}}(t_{k+1}).$$

При этом предполагают, что в момент t_k возмущения известны. Решения отыскиваются в виде линейной функции времени

$$U = a_k + b_k(t - t_k),$$

где

$$a_k = \frac{2}{T}\left[\frac{3}{T}(Q_{\text{н}} - Q_{\text{п}}) - (\dot{Q}_{\text{н}} - \dot{Q}_{\text{п}})\right];$$

$$b_k = \frac{6}{T^2}\left[(\dot{Q}_{\text{н}} - \dot{Q}_{\text{п}}) - \frac{2}{T}(Q_{\text{н}} - Q_{\text{п}})\right];$$

$$\dot{Q}_{\text{п}} = \dot{Q}(t_k) + \int_0^T V dt;$$

$$Q_{\text{п}} = Q(t_k) + \dot{Q}(t_k)\,T + \int_0^T \int_0^t V(\tau)\,d\tau dt.$$

Возмущающая функция V также полагается линейной:

$$V(t) = C_{k-1} + d_{k-1}(t - t_{k-1}).$$

Если фазовая точка выходит за пределы ε — полосы вдоль линии перехода, то рассчитываются поправки возмущения и производится новая коррекция управления и т. д.

Главный вектор сил и главный момент реакций опорной поверхности при движении вдоль линии перехода для каждого текущего момента определяются по уравнениям

$$\left.\begin{aligned} N_\xi &= mU_\xi - F_\xi; & M_{NX} &= A(\tilde{U}_\theta \cos\gamma + \tilde{U}_\psi \cos\theta \sin\gamma) - M_{FX}; \\ N_\eta &= mU_\eta - F_\eta; & M_{NY} &= B(\tilde{U}_\gamma + \tilde{U}_\psi \sin\theta) - M_{FY}; \\ N_\zeta &= mU_\zeta - F_\zeta; & M_{NZ} &= C(\tilde{U}_\psi \cos\theta \cos\gamma - \tilde{U}_\theta \sin\gamma) - M_{FZ}, \end{aligned}\right\} \tag{3.71}$$

где $\tilde{U}_\psi = U_\psi + U_{g\psi}$; $\tilde{U}_\theta = U_\theta + U_{g\theta}$; $\tilde{U}_\gamma = U_\gamma + U_{g\gamma}$; U_ξ, U_η, U_ψ, U_θ, U_γ, U_ζ определяются из уравнений (3.62):

$$U_{g\psi}=\frac{1}{\cos\theta}\,\omega_y\left(\frac{C+B-A}{C}\,\omega_x\cos\gamma+\right.$$

$$\left.+\frac{A+B+C}{A}\,\omega_z\sin\gamma\right)-2(\omega_z\sin\gamma+\omega_x\cos\gamma)(\omega_z\cos\gamma-\omega_x\sin\gamma)\,\mathrm{tg}\,\theta;$$

$$U_{g\theta}=\omega_y\left(\frac{A+B-C}{A}\,\omega_z\cos\gamma-\right.$$

$$\left.-\frac{C+B-A}{C}\,\omega_x\sin\gamma\right)-(\omega_z\cos\gamma-\omega_x\sin\gamma)^2\sin\theta;$$

$$U_{g\gamma}=\frac{A-C}{B}\,\omega_x\omega_z+(\omega_z\cos\gamma-\omega_x\sin\gamma)(\omega_x\cos\gamma+\omega_z\sin\gamma)-U_{g\psi}\sin\theta.$$

Выбор управляющих шарнирных моментов выполняется неоднозначно. Это позволяет учесть дополнительные ограничения. Например, если несущая способность грунта недостаточно изучена, желательно выровнять величину реакций в опорах, т. е. выбор управляющих моментов производить по критерию

$$\min\max_i|\bar{N}_i|.$$

Для движения по поверхности с малым коэффициентом трения желательно поместить реакции опор как можно глубже внутри конуса трения, что позволит использовать критерий

$$\min\max\frac{|\bar{N}-\bar{\nu}_i(\nu_i N_i)|}{(\nu_i N_i)},$$

где ν_i — единичный вектор внешней нормали к поверхности в точке опоры.

Помимо рассмотренного возможен и другой подход к управлению в динамике, основанный на использовании уравнений Лагранжа II рода с последующей линеаризацией. Именно этот метод использован в работах Мак-Ги [60] для управления четырехопорным шагающим роботом. Каждая из опор этого робота (рис. 41) имеет три степени свободы и может вращаться вокруг продольной и поперечной осей в «бедренном» шарнире и изменять свою длину.

Четырехопорный шагающий робот — весьма сложный объект, который описывается системой дифференциальных уравнений 12-го порядка. Для того чтобы разобраться в вопросах управления таким объектом, первоначально была рассмотрена более простая задача стационарного позиционного управления, когда робот стоит на месте, а движители обеспечивают поддержание устойчивого равновесия этого положения. Исследование проводилось для системы уравнений динамики, линеаризованной вблизи положения равновесия. После решения этой задачи была поставлена задача управления прямолинейным движением робота с постоянной скоростью.

При этом были сделаны следующие допущения: массой опор можно пренебречь по сравнению с массой корпуса; в точках соприкосновения опор с грунтом не могут быть приложены моменты.

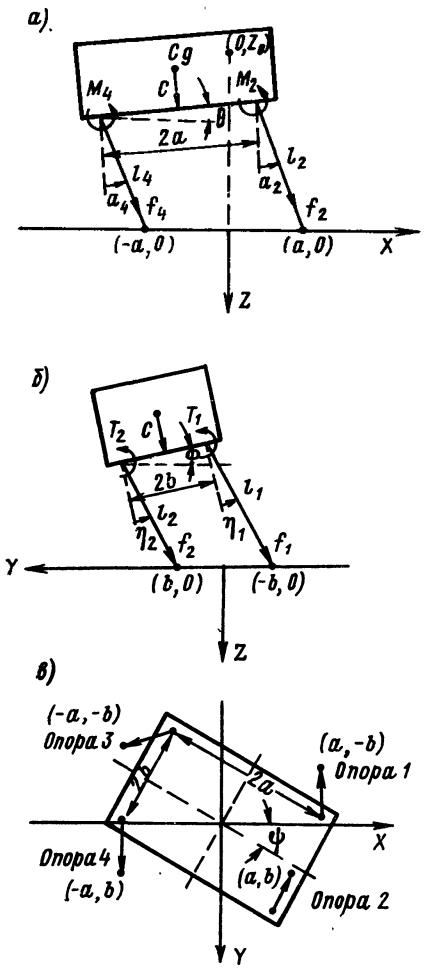


Рис. 41. Конструктивная схема четырехопорного шагающего робота: *а* — вид сбоку в плоскости XZ; *б* — вид спереди в плоскости YZ; *в* — вид сверху в плоскости XY

Рассмотрим получение уравнений динамики робота для движения в плоскости ZY с учетом принятых ограничений.

Потенциальная энергия системы $V = -mgZ$.

Кинетическая энергия

$$T = \frac{1}{2} m\dot{X}^2 + \frac{1}{2} m\dot{Z}^2 + \frac{1}{2} I_y \dot{\theta}^2, \tag{3.72}$$

где $\dot{X}$, $\dot{Z}$ — координаты центра тяжести; $\dot{\theta}$ — угол подъема корпуса машины; m — масса корпуса; I_y — момент инерции относительно поперечной оси Y.

Отсюда уравнение Лагранжа будет иметь вид

$$L = T - U = \frac{1}{2} m\dot{X}^2 + \frac{1}{2} m\dot{Z}^2 + \frac{1}{2} I_y \dot{\theta}^2 + mgZ; \tag{3.73}$$

дифференциальные уравнения движения

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{X}} - \frac{\partial L}{\partial X} = Q_x;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} - \frac{\partial L}{\partial Z} = Q_z;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta.$$

Здесь Q_i — коэффициенты функции обобщенной работы:

$$\delta W = Q_x \delta_x + Q_z \delta_z + Q_\theta \delta_\theta. \tag{3.74}$$

Выполнив дифференцирование, получим

$$m\ddot{X} = Q_x; \quad m\ddot{Z} - mg = Q_z; \quad I_y \ddot{\theta} = Q_\theta. \tag{3.75}$$

Функция виртуальной работы для этой системы может быть представлена в виде

$$\delta W = -2(M_2\delta\alpha_2 + M_4\delta\alpha_4 + f_2\delta l_2 + f_4\delta l_4),$$

где коэффициент 2 учитывает левую группу опор.

Из сравнения этих уравнений с (3.75) получим

$$\left.\begin{aligned} Q_x &= -2\left(M_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial X} + M_4\frac{\partial\alpha_4}{\partial X} + f_2\frac{\partial l_2}{\partial X} + f_4\frac{\partial l_4}{\partial X}\right); \\ Q_z &= -2\left(M_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial Z} + M_4\frac{\partial\alpha_4}{\partial Z} + f_2\frac{\partial l_2}{\partial Z} + f_4\frac{\partial l_4}{\partial Z}\right); \\ Q_\theta &= -2\left(M_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial\theta} + M_4\frac{\partial\alpha_4}{\partial\theta} + f_2\frac{\partial l_2}{\partial\theta} + f_4\frac{\partial l_4}{\partial\theta}\right). \end{aligned}\right\} \quad (3.76)$$

Для окончания вывода нелинейных уравнений необходимо вычислить частные производные правых частей (3.76). Выполним линеаризацию правых частей. Учитывая, что при отсутствии нарушения равновесия $M_2 = M_4 = 0$, получим для линеаризованных уравнений

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial X} = \frac{\partial\alpha_4}{\partial X} = -\frac{1}{l_0},$$

где l_0 — длина опоры в положении равновесия при $\theta = 0$, $Z = Z_0$, $X = 0$.

Следовательно,

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial Z} = \frac{\partial\alpha_4}{\partial Z} = 0;$$

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial\theta} = \frac{\partial\alpha_4}{\partial\theta} = -\frac{C + l_0}{l_0}.$$

Значение сил в положении равновесия

$$f_i = -\frac{mg}{4}.$$

Длина опор (см. рис. 41)

$$l_2 = [X^2 + Z^2 + C^2 - 2a(X - a)(1 - \cos\theta) - 2a(C + Z)\sin\theta + \\ + 2CX\sin\theta + 2CZ\cos\theta]^{1/2};$$

$$l_4 = [X^2 + Z^2 + 2a(X + a)(1 - \cos\theta) + 2a(C + Z)\sin\theta + \\ + 2CX\sin\theta + 2CZ\cos\theta]^{1/2}.$$

Разложив в ряд Тейлора производные от этих двух выражений и отбросив члены выше первого порядка, получим

$$\frac{\partial l_2}{\partial X} = \frac{\partial l_4}{\partial X} = \frac{X + C\theta}{l_0}; \quad \frac{\partial l_2}{\partial Z} = \frac{\partial l_4}{\partial Z} = -1;$$

$$\frac{\partial l_2}{\partial\theta} = a + \frac{C}{l_0}[X + (C + l_0)\theta]; \quad \frac{\partial l_2}{\partial\theta} = -a + \frac{C}{l_0}[X + (C + l_0)\theta].$$

Подставив полученные результаты в (3.75), запишем линеаризованные уравнения для малых отклонений в плоскости XZ

$$m\ddot{X} = mg\frac{X + C\theta}{l_0} + \frac{1}{l_0}\sum_{i=1}^{4} M_i;$$

$$m\ddot{Z} = mg + \sum_{i=1}^{4} f_i;$$

$$I_y\ddot{\theta} = \frac{C + l_0}{l_0}\sum_{i=1}^{4} M_i + 2a(f_4 - f_2) + mgC\frac{X + (C + l_0)\theta}{l_0}.$$

Соответственно уравнения для малых отклонений в плоскости YZ (см. рис. 41) имеют вид

$$-m\ddot{Y} = -mg\frac{Y - C\Phi}{l_0} + \frac{1}{l_0}\sum_{i=1}^{4} T_i;$$

$$I_x\ddot{\Phi} = \frac{C + l_0}{l_0}\sum_{i=1}^{4} T_i + 2b(f_2 - f_1) - mgC\frac{Y - (C + l_0)\Phi}{l_0}.$$

Произведем учет вращения корпуса робота вокруг оси Z. Для этого движения

$$\left.\begin{aligned} &L = T = \frac{1}{2} I_z\dot{\psi}^2;\\ &I_z\ddot{\psi} = Q_\psi;\\ &Q_\psi = -\sum_{i=1}^{4} f_i\frac{\partial l_i}{\partial\psi} - \sum_{i=1}^{4} M_i\frac{\partial\alpha_i}{\partial\psi} - \sum_{i=1}^{4} T_i\frac{\partial\eta_i}{\partial\psi}. \end{aligned}\right\} \quad (3.77)$$

Дифференцируя, получим

$$\frac{\partial l}{\partial\psi} = \frac{a^2 + b^2}{l_0}\psi; \quad \frac{\partial\alpha_1}{\partial\psi} = \frac{\partial\alpha_3}{\partial\psi} = \frac{b}{l_0}; \quad \frac{\partial\alpha_2}{\partial\psi} = \frac{\partial\alpha_4}{\partial\psi} = -\frac{b}{l_0};$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial\psi} = \frac{\partial n_2}{\partial\psi} = \frac{a}{l_0}; \quad \frac{\partial n_3}{\partial\psi} = \frac{\partial n_4}{\partial\psi} = -\frac{a}{l_0},$$

где $\partial l/\partial\psi$ линеаризовано около значения $\psi = 0$, другие производные рассчитывали при $\psi = 0$. Подставим найденные выражения в (3.68)

$$I_z\ddot{\psi} = mg\frac{a^2 + b^2}{l_0}\psi - \frac{b}{l_0}(M_1 + M_3 - M_2 - M_4) -$$

$$-\frac{a}{l_0}(T_1 + T_2 + T_3 - T_4).$$

Полученные результаты соответствуют симметричному расположению моментов

$$T_1 = T_2 = -T_3 = -T_4;$$
$$M_1 = M_3 = -M_2 = -M_4.$$

В дальнейшем предполагаем, что для исследуемого вида движения всегда выполняются условия симметрии моментов.

Эти уравнения позволяют построить систему управления с обратной связью для стабилизации робота и управления перемещением в позиционном режиме. Зададим сигналы управления пропорциональными разностям и производным от разностей действительных длин опор и углов и длин опор и углов идеализированной кинематической модели

$$\left.\begin{aligned} M_i &= C\alpha\alpha_i + C_{\dot\alpha}\dot\alpha_i; \\ T_i &= C_n n_i + C_{\dot n}\dot n_i; \\ f_i &= C_l(l_i - l_0) + C_{\dot l}\dot l_i - \frac{mg}{4}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.78)$$

Такой вид сигналов управления достаточен для стабилизации четырехопорного робота. Однако для управления движением желательно включить в эти сигналы информацию о вращении корпуса робота во фронтальной плоскости YZ

$$T_i = C_n n_i + C_{\dot n}\dot n_i + C_\Phi\Phi + C_{\dot\Phi}\dot\Phi.$$

Для дальнейшего анализа необходимо произвести линеаризацию моментов с учетом

$$\left.\begin{aligned} \alpha_i &= -\frac{X + (C + l_0)\theta}{l_0}; \\ l_1 = l_2 &= -(Z + C) + \alpha\theta; \\ l_3 = l_4 &= -(Z + C) - \alpha\theta \end{aligned}\right\} \qquad (3.79)$$

Окончательно, используя (3.70) и учитывая линеаризацию уравнений, получим уравнения для малых колебаний в контуре с обратной связью

$$\ddot X = C_1 X + C_2\dot X + C_3\theta + C_4\dot\theta;$$
$$\ddot Z = C_5(Z - Z_0) + C_6\dot Z;$$
$$\ddot\theta = C_7 X + C_8\dot X + C_9\theta + C_{10}\dot\theta,$$

где

$$C_1 = \frac{g}{l_0} - \frac{4C_\alpha}{ml_0^2}; \quad C_2 = -\frac{4C_{\dot\alpha}}{ml_0^2};$$

$$C_3 = \frac{C_g}{l_0} - \frac{4C_\alpha(C + l_0)}{ml_0^2}; \quad C_4 = -\frac{4C_{\dot\alpha}(C + l_0)}{ml_0^2};$$

$$C_5 = -\frac{4C_l}{m}; \quad C_6 = -\frac{4C_{\dot l}}{m};$$

$$C_7=\frac{mgC}{I_y l_0}-\frac{4C_\alpha (C+l_0)}{I_y l_0^2}; \quad C_8=-\frac{4C_\alpha (C+l_0)}{I_y l_0^2};$$

$$C_9=\frac{mgC (C+l_0)}{I_y l_0}-\frac{4C_\alpha (C+l_0)^2}{I_y l_0^2}-\frac{4a^2 C_l}{I_y};$$

$$C_{10}=-\frac{4C_{\dot\alpha} (C+l_0)^2}{I_y l_0^2}-\frac{4a^2 C_{\dot l}}{I_y}.$$

Для движения в плоскости YZ

$$n_i=\frac{Y-(C+l_0)\Phi}{l_0};$$

$$l_1=l_3=-(Z+C)+b\Phi; \; l_2=l_4=-(Z+C)-b\Phi$$

и уравнения для отклонений при замыкании контура обратной связи

$$\ddot Y=C_{11}Y+C_{12}\dot Y+C_{13}\Phi+C_{14}\dot\Phi;$$

$$\ddot\Phi=C_{15}Y+C_{16}\dot Y+C_{17}\Phi+C_{18}\dot\Phi,$$

где

$$C_{11}=\frac{g}{l_0}-\frac{4C_n}{ml_0^2}; \quad C_{12}=-\frac{4C_{\dot n}}{ml_0^2};$$

$$C_{13}=-\frac{Cg}{l_0}+\frac{4C_n (C+l_0)}{ml_0^2}-\frac{4C_\Phi}{ml_0};$$

$$C_{14}=\frac{4C_{\dot n} (C+l_0}{ml_0^2}-\frac{4C_{\dot\Phi}}{ml_0}; \quad C_{15}=-\frac{mgC}{I_x l_0}+\frac{4(C+l_0)C_n}{l_0^2 I_x};$$

$$C_{16}=\frac{4(C+l_0)C_{\dot n}}{l_0^2 I_x}; \quad C_{17}=\frac{mgC(C+l_0)}{I_x l_0}-\frac{4C_n (C+l_0)^2}{I_x l_0^2}-$$

$$-\frac{4b^2 C_l}{I_x}+\frac{4(C+l_0)C_\Phi}{I_x l_0};$$

$$C_{18}=-\frac{4C_{\dot n}(C+l_0)^2}{I_x l_0^2}-\frac{4b^2 C_{\dot l}}{I_x}+\frac{4(C+l_0)C_{\dot\Phi}}{I_x l_0}.$$

Наконец, для вращения в плоскости XY при $l_i=l_0$

$$\alpha_1=\alpha_3=\frac{b}{l_0}\psi; \quad \alpha_2=\alpha_4=-\frac{b}{l_0}\psi;$$

$$n_1=n_2=\frac{a}{l_0}\psi; \quad n_3=n_4=-\frac{a}{l_0}\psi.$$

После линеаризации имеем

$$\ddot{\psi} = C_{19}\psi + C_{20}\dot{\psi},$$

где

$$C_{19} = -4\,\frac{b^2C_\alpha + a^2C_n}{I_z l_0^2} + \frac{mg\,(a^2+b^2)}{I_z l_0};$$

$$C_{20} = -4\,\frac{b^2C_{\dot{\alpha}} + a^2C_{\dot{n}}}{I_z l_0^2}.$$

Собственные числа для Z

$$\lambda_1 = -\frac{C_6}{2} - \left(\frac{C_6^2}{4} - C_5\right)^{1/2}; \quad \lambda_2 = -\frac{C_6}{2} + \left(\frac{C_6^2}{4} - C_5\right)^{1/2},$$

для ψ

$$\lambda_3 = -\frac{C_{20}}{2} - \left(\frac{C_{20}^2}{4} - C_{19}\right)^{1/2}; \quad \lambda_4 = -\frac{C_{20}}{2} + \left(\frac{C_{20}^2}{4} - C_{19}\right)^{1/2}.$$

Для конкретной системы каждая из пар собственных чисел может быть действительной или комплексной в зависимости от C_i. Для того чтобы обеспечить стабильное позиционное управление, необходимо и достаточно (для малых перемещений) выбрать компоненты управляющего вектора из условия получения отрицательных действительных частей собственных чисел уравнений.

Во время передвижения робота действительные углы разворота шарниров отличаются от идеальных и результирующие ошибки используются для вычисления корректирующих моментов вращения. Если коэффициент усиления в контуре обратной связи достаточно велик, то проблема управления роботом будет сводиться к проблеме стационарного позиционного управления.

ГЛАВА 4

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ

Многоуровневость структуры системы управления подводного робота является одной из характерных его особенностей. Эта особенность делает систему управления существенно более сложной, принципиально отличной от обычных систем автоматического управления. Каждому уровню системы управления под-

водным роботом присущи свои цели и методы управления, что делает задачу исследования чрезвычайно трудной.

Подводный робот является универсальной системой, характеризующейся избыточностью. Носитель, манипуляторы подводного робота — это все системы с избыточностью, системы многоцелевые. Попытки исследования подобных систем классическими методами с целью определения управляющих функций к успеху не приводят.

Очевидно, необходимо использование иных, принципиально новых методов, например метода избыточных переменных. Возможность применения этого метода проиллюстрирована при решении задач управления манипулятором подводного робота.

§ 16. Принципы построения движений биологических объектов

Манипуляторы и шагающие механизмы роботов являются моделями конечностей биологических объектов. Поскольку в процессе эволюции природа выработала совершенные механизмы управления движением сложных кинематических систем, при синтезе роботов имеет смысл обратиться к структуре биологических систем управления движениями. Основная особенность структуры кинематических систем биологических объектов заключается в наличии у них большого числа степеней свободы. При этом приведение конечностей биологических объектов в движение осуществляется с помощью огромного числа мышц, сигналы управления к которым поступают по нервным (афферентным) волокнам. В связи с наличием большого числа мышц, нервных волокон, неоднозначной зависимости между импульсами, идущими по нервным волокнам, и напряжением мышц, а также некоторых других факторов управление движениями не может осуществляться по разомкнутому принципу.

Известно, что мозг непрерывно получает сигналы от чувствительных (афферентных) систем о состоянии мышц. (В данном контексте рассматриваем только мышечную систему.) Была выдвинута гипотеза, что управление движениями происходит на основе так называемого принципа сенсорных коррекций [4], заключающегося в следующем. Мозг, программируя некоторое движение, через эфферентные нервные волокна подает управляющие сигналы на мышцы, которые приводятся в действие. Одновременно с этим через афферентные системы обратно в мозг поступают сигналы о текущем состоянии исполнительной системы. На основании полученной информации мозг вырабатывает новые управляющие воздействия. Таким образом, е расстройства эфферентных систем вызывают в основном нарушние типа паралича, а расстройства афферентных систем — нарушение координации. Следует отметить одно чрезвычайно важное обстоятельство: любое движение осуществляется при участии практически всех афферентаций

Правда, в каждом частном случае те или другие из них приобретают решающее значение. Именно поэтому, несмотря на выход из строя одной или нескольких сенсорных систем, биологический объект может продолжать осуществлять целенаправленную деятельность. Сенсорные синтезы предложено называть [4] уровнями построения движений.

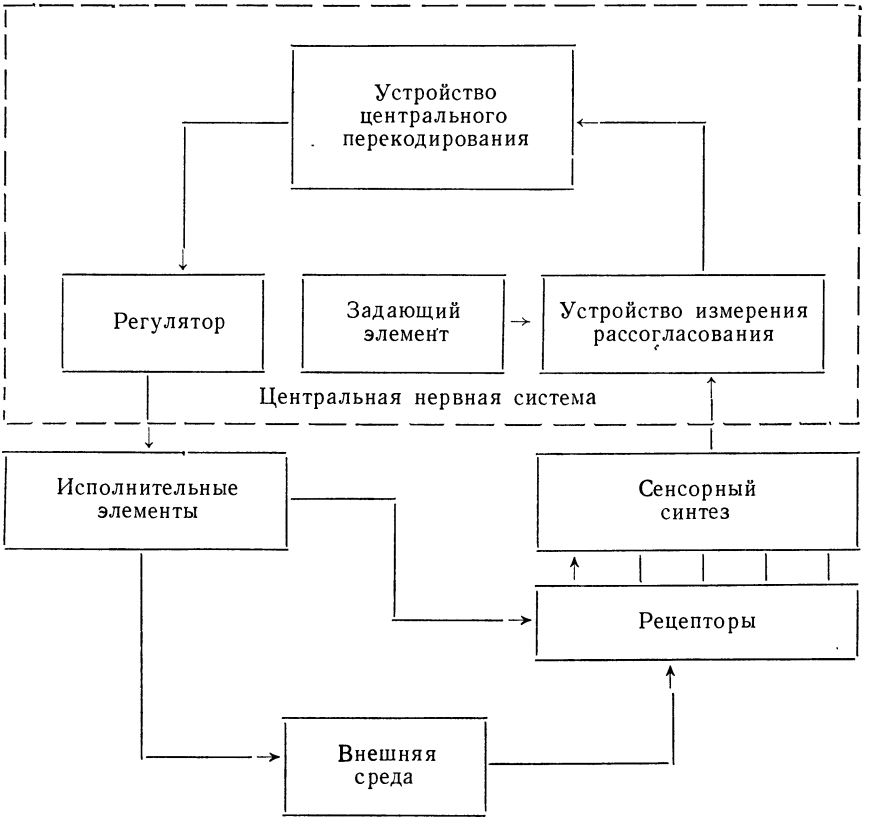


Рис. 42. Блок-схема биологической системы управления движением

Структуру системы управления движениями биологических объектов можно представить в виде блок-схемы (рис. 42). Основными элементами системы являются: 1) исполнительные элементы (мышцы); 2) задающий элемент, служащий для задания системе очередной подцели; 3) рецепторы, воспринимающие состояние внешней и внутренней среды; 4) устройство измерения рассогласования между очередной подцелью и текущим состоянием системы; 5) устройство центрального перекодирования, вырабатывающее управ-

ляющие сигналы; 6) регулятор, непосредственно управляющий исполнительными элементами системы.

Следует отметить еще одну особенность биологических систем управления движениями: они имеют сложную иерархическую структуру. Высший уровень иерархии адекватен смысловой структуре двигательного акта, при этом для каждого конкретного двигательного акта высший уровень может быть разным. Чем сложнее движение, тем более многочисленные сенсорные коррекции необходимы для его выполнения. Уровни, подчиненные высшему, названы фоновыми. Фоновые уровни обеспечивают непосредственное выполнение двигательного акта. Обычно человеком осознается только высший уровень, действия же фоновых уровней остаются за порогом сознания. Чем выше уровень, тем выше его осознанность. Если необходимо взять какой-либо предмет, то человек может это сделать левой или правой рукой, взять предмет за верх или за боковую сторону и т. д. Все это человек осознает, но напряжения мышц и проприоцептивную информацию (информацию о состоянии мышц) он осознавать не может.

Иногда высший уровень находит в низших уровнях готовые коррекционные механизмы, которые используются в качестве фоновых. Однако значительно чаще фоновые механизмы строятся непосредственно для выполнения данного двигательного акта. Готовые фоновые механизмы, лежащие в низших уровнях, есть, по сути дела, так называемые автоматизмы. Пока автоматизм не выработался, данный двигательный акт находится под контролем сознания, и лишь после того как акт начинает выполняться неосознанно (автоматически), высший уровень перестает принимать участие в его контроле.

Большой интерес для раскрытия структуры иерархической системы управления движениями имеет принцип наименьшего взаимодействия [6], сущность которого заключается в следующем. Сложная многоуровневая система управления движениями представляет собой совокупность подсистем, обладающих относительной автономией. Каждая из них имеет свою «личную» задачу, состоящую в уменьшении взаимодействия с внешней средой; последняя для данной подсистемы состоит из среды, внешней по отношению ко всей системе, и из остальных подсистем. Сложные системы управления могут состоять из нескольких уровней, каждый из которых включает ряд таких подсистем. При организации управления движениями важную роль играет использование таких особенностей двигательной задачи, которые могут упростить управление: уменьшить число независимых управляемых эффекторных параметров и упростить переработку поступающей информации.

Стремление к такому упрощению является проявлением принципа наименьшего взаимодействия [19].

Координированность движений достигается тем, что каждому двигательному акту соответствует сравнительно небольшое число связанных групп мышц [6]. Для управления каждой такой группой

необходима одна степень свободы управляющей системы. Большое значение при этом имеют так называемые синергии — классы движений, которые имеют близкие кинематические характеристики, совпадающие активные мышечные группы и ведущие типы афферентаций [6]. Следовательно, несмотря на то, что в построении участвует огромное множество мышц, число управляющих переменных невелико. В связи с этим задача управления заметно упрощается.

Наиболее интересными свойствами биологических систем управления движениями для синтеза систем управления движениями роботов являются:

1) иерархичность структуры;

2) восприятие внешней и внутренней среды большим числом сенсорных систем:

3) принцип сенсорных коррекций;

4) принцип наименьшего взаимодействия между уровнями.

В экспериментальной психологии описаны две формы обобщенности двигательного поведения: ответов и действий при переходе из одной ситуации в другую. Под обобщенностью ответов имеют в виду то общее, что проявляется в различных вариациях движений, направленных на выполнение одной и той же цели. А под обобщенностью действий понимают то общее, что проявляется при движениях, направленных на достижение разных целей. Обобщенность действий является проявлением особенностей программирования движений.

Все эти особенности построения движений находят свое отражение во взаимозаменяемости исполнительных органов при выполнении движений, т. е. одна и та же программа движений может быть выполнена различными исполнительными органами. Например, человек может писать правой, левой рукой или же с помощью ног. При этом основные особенности почерка индивидуума сохраняются.

Универсальность функционирования имеет место на всех уровнях поведенческих актов, начиная от манипуляторных действий и кончая функциями человека-оператора как управляющего звена системы человек—машина. Границы универсальности определяются лишь временными характеристиками переработки информации, пределами пространственной досягаемости и энергетическими ограничениями. Никаких других ограничений универсальности действий со стороны жесткой конструкции нервной и скелетно-мышечной систем обнаружить нельзя.

Вариативность и универсальность управления движениями обеспечивает высокую надежность функционирования биологической системы, позволяет реализовать множество различных вариантов движений и свободно заменить один (почему-либо не осуществимый) вариант другим. Надежность связана с запасом возможностей, т. е. с избыточностью. Так, введение организованных помех, снижающих процесс распознавания букв перцептивным устройством на 85%, оказывает совершенно ничтожное воздействие на дея-

тельность человека. Однако локальная точность достижения цели для биологических систем при отсутствии сигналов от датчиков обратной связи довольно низкая (5—10% от величины динамического диапазона).

§ 17. Анализ уровневой структуры системы управления подводным роботом

Особенностью сложных систем управления роботом, как уже было сказано, является иерархичность их структуры и наличие управляющих воздействий, связанных с переработкой большого количества информации. В связи с этим возникает задача математически описать состояние управляемых элементов, передачи информации, процессов ее переработки, выдачи управляющих сигналов и т. п.

Если пользоваться обычными методами математического описания функционирования элементов таких систем, то получаются чрезвычайно сложные, громоздкие и малообозримые соотношения. Поэтому в настоящее время наиболее целесообразным методом анализа сложных систем представляется моделирование на вычислительных машинах процессов их функционирования. ЭВМ оказываются незаменимыми и при синтезе систем управления. Система управления подводным роботом-манипулятором является типичным примером сложной системы, имеющей иерархическую структуру.

Наиболее общим подходом для анализа и синтеза подобных систем является лингвистический подход. Такой подход позволяет, во-первых, в структуре системы выделить отдельные уровни, описываемые своими языками со словарем и грамматическими правилами, во-вторых, рассматривать процесс достижения цели системой как процесс перевода с языка одного уровня на другой, в-третьих, ввести для количественной характеристики этого процесса понятия изоморфного и гомоморфного переводов, идиоматики различных языковых уровней, неопределенности задания, меры сложности переводов с одного уровня на другой и т. д.

Например, сложность автоматизации проектирования определяется затратами на перевод с соответствующих уровней. Эти затраты определяются во многом объемом трансляции. Чтобы уменьшить сложность трансляции, пытаются разрабатывать по возможности близкие языки.

Итак, система управления подводным роботом имеет многоуровневую иерархическую структуру, каждый уровень которой характеризуется своим словарем и грамматикой. Передача управления с одного уровня на другой представляет собой перевод слова (фразы) с одного языка на другой.

Рассмотрим k-й уровень иерархической системы управления. Пусть словарь этого уровня состоит из n_1 символов $A_1, A_2, \ldots, A_n$, а грамматика из r_1 правил $F_1^k, F_2^k, F_{r_1}^k \ldots$ Эти правила позво-

ляют объединять символы языка k-го уровня в некоторые слова, например:

$$F_1^k: A_1 \to A_2A_3;$$
$$F_2^k: A_4A_1A_2 \to A_4A_5A_2.$$

Таким образом, используя ту или иную последовательность правил, можно построить слово (фразу) на языке k-го уровня.

Пусть (k—1)-й уровень имеет словарь $B_1, B_2, \ldots, B_{n2}$ и грамматику, состоящую из правил $F_1^{k-1}, F_2^{k-1}, \ldots, F_{r2}^{k-1}$, используя которые можно построить слова типа $B_1B_3B_4$. Применяя эти правила в различной последовательности, можно построить огромное число слов (или фраз) на языке данного уровня, каждое из которых представляет собой некоторую команду управления, которая должна быть передана на более низкий уровень.

Задача передачи команды управления с одного уровня на другой будет заключаться в переводе слова, записанного на языке одного уровня, на язык другого уровня. Поэтому кроме алфавита и правил обоих языков необходимо иметь еще и транслятор, т. е. правила перевода с одного языка на другой. Если иерархическая система управления состоит из уровней, то, значит, она должна иметь t словарей, t грамматик и (t—1) трансляторов.

При рассмотрении лингвистической структуры алгоритмов управления подводными роботами следует разделить языки управления на две большие группы: входные и программирования, на которых описываются подпрограммы поведения робота.

Рассмотрим кратко некоторые входные языки, которые можно использовать для подводных роботов. Наиболее подходящим на первый взгляд является естественный язык — русский, английский и т. п. Ученые, работающие в области связи человека с вычислительной машиной, считают, что общение на естественных языках неудобно, так как для разговора машин, сконструированных в разных странах, необходимы машины-полиглоты.

Б. Гурфинкель [7] предложил построить единый «язык машин» и придать ему некоторую фонетическую структуру. Основные свойства этого языка следующие:

1) в основу фонетики положены открытые слоги (БА, ДУ, МИ и т. д.);

2) во избежание фонетической неопределенности глухие и звонкие слоги типа СО и ЗО должны быть равнозначными;

3) отношение между словами должно выражаться не суффиксами и окончаниями, а с помощью служебных частиц.

Известен метод общения человека с вычислительной машиной при помощи светового пера. Человек может рисовать на экране электронно-лучевой трубки, писать слова, фразы, и вся эта информация будет автоматически вводиться в память вычислительной машины. Для связи с ЭВМ удобно использовать графические языки для записи движений роботов. Человек-оператор сможет прямо на

экране электронно-лучевой трубки записывать последовательность движений робота, которые вслед за этим будут выполняться автоматически.

По своей структуре входные языки можно разбить на ранги, или уровни. К низшему рангу относятся языки, позволяющие описывать движения в ходе операций (например, «ПРАВАЯ ОПОРА НА 0,10 М ВПЕРЕД»), языки иероглифического типа и т. п. Запрограммировать сложное задание с помощью входного языка низшего ранга чрезвычайно сложно. Для этого предназначены языки более высоких рангов, которые позволяют отдавать команды в обобщенном виде: «СОБРАТЬ ВСЕ ОБРАЗЦЫ ПОРОД РАЗМЕРОМ ДО 0,1 М».

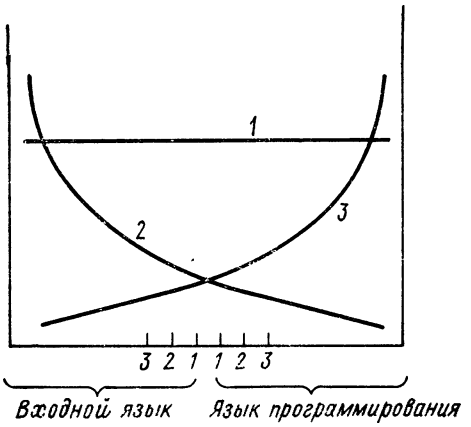


Рис. 43. Диаграмма изменения неопределенности задания для входных языков и языков программирования:

1 — смысловое содержание задания; *2* — неопределенность в формулировке задания; *3* — количество знаков в формулировке задания

Перейдем к рассмотрению языков программирования подводных роботов, т. е. языков, с помощью которых составляются различные подпрограммы их поведения. Эти языки совершенно не обязательно знать пользователю, так же как не обязательно знать структуру стандартных подпрограмм, имеющихся в библиотеке стандартной программы данной ЭВМ, а достаточно лишь уметь к ним обращаться.

Языками программирования роботов могут являться любые математические языки (дифференциальных уравнений, теории конечных автоматов и т. п.). С их помощью решаются задачи определения оптимальных траекторий при движении подводного робота от одной точки пространства к другой, препятствий, управления движениями нескольких манипуляторов.

Языки программирования также можно разделить на ранги, или уровни. При этом к языкам высшего ранга относятся наиболее сложные языки для программирования двигательных задач.

Например, задача отыскания на грунте образцов коренных пород размером (в одном направлении) $5 \cdot 10^{-2}$ м очень неопределенна, и ее можно решать самыми различными способами. Та же задача, записанная на входном языке низшего ранга, менее неопределенна (передвигать схват направо до конца зоны обслуживания; если встретится препятствие, определить, образец ли это; если это образец коренных пород, то больше ли его размер $5 \cdot 10^{-2}$ м, и т. д.).

При записи задачи в коде движений неопределенность будет совсем небольшой. Обратная зависимость получается для количества знаков, используемых для формулировки задания. Очень сложное задание можно выразить на «языке пользователей» высшего ранга буквально несколькими словами или даже знаком (иероглифом), в то время как на языке кода движений количество знаков стремится к бесконечности (рис. 43).

Большое значение имеет мощность языка данного уровня. Следуя [96], будем считать, что язык k-го уровня более мощен, чем язык уровня (k—1), если одна команда языка уровня k переводится в несколько команд уровня (k—1). Тогда оператор, задав какую-либо команду на языке k-го уровня, может предоставить ЭВМ выбрать лучший вариант. При этом возникают следующие трудности. Во-первых, задачи перевода команд с одного уровня на другой могут чрезвычайно загрузить ЭВМ, что, естественно, отрицательно сказывается на системе управления подводным роботом. Чтобы избежать этого, оператор должен заранее разбить задачу на некоторые подцели, что резко уменьшит число анализируемых альтернатив [96].

Во-вторых, команды могут стать настолько громоздкими, что оператору будет чрезвычайно трудно их использовать.

В настоящее время для отдельных проблемно-ориентированных систем разработаны языки разных уровней, хорошо согласованные друг с другом.

§ 18. Подводный робот как многоцелевая система с избыточностью

Как было отмечено выше, характерной чертой биологических систем является их универсальность, которая достигается за счет избыточности. Роботы-манипуляторы — это многоцелевые устройства, поэтому их кинематические схемы содержат значительно больше степеней свободы, чем необходимо для выполнения определенной работы.

На рис. 44 изображена кинематическая схема манипулятора, где X_i, Y_i, Z_i — координаты шарниров. Каждый шарнир имеет одну или две угловые степени свободы, изменяя которые с помощью автоматизированного привода, можно изменять положение схвата манипулятора так, чтобы выполнить некоторую работу (взять образец породы с грунта и перенести его в заданное место и т. д.).

Для выработки сигналов, управляющих приводами манипулятора, необходимо построить ее математическую модель. Система алгебраических уравнений с переменными — координатами шарниров — и может быть такой моделью:

$$(X_i - X_{i+1})^2 + (Y_i - Y_{i+1})^2 + (Z_i - Z_{i+1})^2 = l_i^2;$$
$$i = 0,\ 1,\ \ldots,\ n,$$

где l_i — длины соответствующих стержней.

Определение координат шарниров в функции от координат схвата X_n, Y_n, Z_n, которые обычно задаются на верхнем уровне управления, и составляет главную задачу управления манипулятором [8, 9, 12]. Для ее решения необходимо решить систему уравнений, в которых число переменных больше числа уравнений связи.

$$F_j(X_1, X_2, \ldots, X_n) = 0; \quad j = 1, 2, \ldots, m, \quad m \leqslant n.$$

Разница в числе переменных n и уравнений m называется естественной избыточностью таких систем [8].

При разработке соответствующих алгоритмов управления необходимо учитывать, что рассматриваемые системы обладают естественной избыточностью, что позволяет использовать метод избыточных переменных для управления ими на некоторых уровнях иерархической системы управления. И автоматический манипуля-

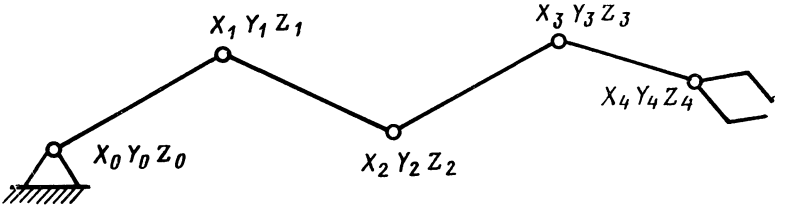


Рис. 44. Кинематическая схема манипулятора

тор, и плавающий или шагающий робот являются многоцелевыми системами. Например, при управлении механическими опорами могут быть выданы задания — преодолеть расщелины, перешагнуть через камни, двигаться по ровному дну. Поэтому, прежде чем переходить к анализу структуры управления этими системами, попытаемся сформулировать некоторые общие принципы использования избыточности в них.

1. *Принцип концентрации усилий.* Многоцелевая система мобилизует все свои ресурсы для достижения какой-то одной конкретной цели, при этом элементы системы, предназначенные для работы при достижении других целей, выступают как избыточные и используются для улучшения качественных показателей решения основной задачи. Этот принцип совпадает с принципом доминанты, характерным для биологических систем.

2. *Принцип неоднородности.* Многоцелевая система может существовать только как многоуровневая структура, между уровнями которой существуют отношения подчиненности. Иерархическая структура не может быть реализована в однородной структуре. По такому принципу может быть решена задача построения движений у человека и животных.

3. *Принцип перемены цели в качестве средства приспособления к окружающей среде.* По сравнению с одноцелевыми системами за счет перемены цели в соответствии с изменяющейся обстановкой

многоцелевые системы имеют большие преимущества. По такому принципу организуется работа в вычислительных системах с разделением времени, в которых задачи заказчиков пропускаются через процессор таким образом, чтобы обеспечить максимальную производительность.

4. *Принцип совместимости.* Цели для разных уровней должны частично пересекаться, а сами уровни многоцелевой системы должны быть совместимы по языку, т. е. должна существовать возможность перевода фраз с языка одного уровня на язык другого уровня.

5. *Принцип ведущего слабого звена.* В системе для достижения цели объединяются слабые и сильные звенья, поэтому для максимального использования всех возможностей сильные звенья подстраиваются под слабые, так как адаптационные возможности последних меньше.

На практике эти принципы реализуются с помощью эвристических приемов. Математическая модель облегчает их осуществление. Например, принцип концентрации усилий реализуется с помощью сведения задачи достижения цели к достижению глобального экстремума.

Рассмотренные системы представляют собой единство конструкции, энергии и информации, в неоднородной структуре которого возможны обменные соотношения между этими компонентами. Например, требования к механической части манипулятора, управляемого непосредственно оператором, оказываются значительно выше по сравнению со случаем, когда оператор управляет манипулятором с помощью вычислительной машины, алгоритмы которой корректируют многие дефекты механической системы. Здесь появление нового уровня — вычислительной машины — позволяет уменьшить затраты на конструктивном уровне за счет увеличения затрат на информационном уровне.

В отличие от системы с искусственно введенной избыточностью, где исходная задача погружена в расширенную систему, в многоцелевых системах с естественной избыточностью каждая из задач погружена во множество пересекающихся задач, которые и образуют расширенную систему. В результате этого в таких системах отсутствуют элементы, введенные только для увеличения надежности или других показателей качества решения отдельной задачи. Это увеличивает эффективность таких систем. Рассмотрим простую математическую модель.

Имеем систему с тремя иерархическими уровнями $У_1$, $У_2$, $У_3$, где $У_1$ — первый низший уровень. Достижение цели на этом уровне заключается в том, чтобы сумма элементов a_{ijk} равнялась определенной величине A_α; на уровне $У_2$ — в том, чтобы сумма элементов b_{ijk} достигала величины B_β; на уровне $У_3$ — в том, чтобы сумма элементов c_{ijk} равнялась величине c_j, где i, j, k — индексы цели, на достижение которой в соответствии с принципом доминанты может быть ориентирована вся система.

Тогда если достигается цель с индексом i, то на всех уровнях элементы объединяются таким образом, чтобы

$$\sum_{i=1}^{n_{1i}} a_{ijk} = A_i; \quad \sum_{i=1}^{n_{2i}} b_{ijk} = B_i; \quad \sum_{i=1}^{n_{3i}} c_{ijk} = C_i.$$

Если достигается цель с индексом $_j$, то

$$\sum_{j=1}^{n_{1j}} a_{ijk} = A_j; \quad \sum_{j=1}^{n_{2j}} b_{ijk} = B_j; \quad \sum_{j=1}^{n_{3j}} c_{ij} = C_j.$$

Каждый из элементов может входить в эти суммы при достижении различных целей в многоцелевой системе, но в одноцелевой системе — только в сумму для какой-либо одной цели, т. е. элементы со смешанными индексами равны нулю.

Далее, для достижения цели всей системой необходимо определить суммы

$$A_i + B_i + C_i; \quad A_j + B_j + C_j; \quad A_k + B_k + C_k,$$

тогда можно будет найти обменные соотношения между уровнями.

Развитие теории многоцелевых систем еще только начинается. В последнее время в связи с научно-техническим прогрессом появилось большое количество многоцелевых систем, которые, повидимому, смогут избежать быстрого морального старения.

§ 19. Уровни управления подводным роботом-манипулятором

При ручном управлении роботом-манипулятором без посредничества вычислительной машины оператор с помощью специальных ручек управления посылает электрические сигналы на приводы манипулятора, заставляя его тем самым выполнять различные движения. Этот способ управления, называемый управлением в коде движений,—очень сложен. Оператор быстро утомляется, а точные движения вообще не может выполнять.

При отсутствии визуальной информации о перемещениях манипулятора качество управления резко ухудшается, несмотря на информацию от других датчиков.

В разработанных в настоящее время программах для управления движением робота-манипулятора можно выделить три уровня.

Входными командами первого, низшего, уровня являются управляющие сигналы для каждого из приводов механической системы. На выходе этого уровня получаем заданное механическое движение подводного робота или одной из его систем.

Входными командами второго уровня являются команды, задающие различные движения схвату манипулятора, типа: «привести схват в желаемое положение», «переместить схват в заданном направлении или по заданной траектории». Частные случаи этих команд: найти, взять, перенести, положить, при этом «взять» можно только

найденный или указанный образец на дне; перенести можно только взятый образец; «положить» можно только взятый или перенесенный образец; «взять» можно либо одним, либо двумя манипуляторами и т. д. С помощью вычислительной машины осуществляется расшифровка этих команд, их перевод на входной язык низшего уровня.

Входными командами третьего, высшего, уровня являются сложные команды типа «установить на дне заданным образом измерительный прибор», «выполнить замену блока записи параметров среды» и т. д. На этом, наименее разработанном уровне должна осуществляться сложная логическая обработка информации об окружающей среде и положении подводного робота. На выходе этого уровня имеем набор входных команд для второго уровня.

Информация о взаимном расположении частей манипулятора, о соприкосновении с дном или донными приборами используется на всех уровнях. Оператор осуществляет управление на высшем уровне и может вмешиваться в управление и на других уровнях.

При необходимости осуществлять точные движения приходится очень сильно уменьшать приращение переменных, и программы, построенные с помощью кинематического языка (КИЯЗ), становятся громоздкими. Естественно, возникает мысль использовать дифференциальное исчисление для описания второго уровня. Но попытки определить с помощью классических методов механики управляющее воздействие на приводы различных шарниров манипулятора до сих пор к успеху не привели, так как эта задача сводится к обратным задачам для уравнения Лагранжа и весьма сложна для практической реализации.

Метод избыточных переменных позволяет решить эту проблему управления. Действительно, если кинематические цепи манипулятора описываются конечными уравнениями, то можно определить структуру эквивалентных им дифференциальных уравнений с неопределенными коэффициентами и, задавая соответствующим образом эти произвольные коэффициенты, задавать самые разнообразные движения системе. При этом сохраняется значительная свобода выбора в выполнении тех или иных движений, по аналогии с движениями человеческого тела.

Избыточность в структуре эквивалентных уравнений может быть использована для борьбы с помехами, для перераспределения управляющих сигналов при выходе из строя отдельных исполнительных приводов, для регулирования темпа движения по аналогии с системами с коррекцией аргумента, а также для осуществления различных целенаправленных движений.

Кинематические схемы манипуляторов включают звенья, обладающие вращательным и поступательным движением и имеющие до 10 степеней свободы.

В качестве примера рассмотрим манипулятор подводного робота (рис. 45), где l_i — длина звеньев $i = 1, 2, 3, 4$ с гидроцилиндрами, измеряемая в пределах $l_{i0} \pm 35$ мм; a_i, b_i — звенья, длина

которых не изменяется. Удобнее рассматривать в качестве изменяемых координат не длину звеньев, а углы $\alpha_i = i = 1, 2, 3, 4$.

Связь между ними определяется с помощью уравнений

$$l_i^2 = a_i^2 + b_i^2 - 2a_i b_i \cos a_i; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

или с помощью уравнений Пфаффа

$$2l_i dl_i + 2ab \sin \alpha_i d\alpha_i = 0; \quad i = 1, 2, 3, 4. \tag{4.1}$$

В соответствии с этой конструктивной схемой построена кинематическая схема (рис. 46). Координаты схвата манипулятора (точка C) определяются с помощью уравнений

$$\left.\begin{aligned} X_{\text{сх}} &= l_1 \sin\alpha_1 \sin\alpha_2 + l_2 \sin\beta_1 \sin\beta_2 + l_3 \sin\gamma_1 \sin\gamma_2; \\ Y_{\text{сх}} &= l_1 \sin\alpha_1 \cos\alpha_2 + l_2 \sin\beta_1 \cos\beta_2 + l_3 \sin\gamma_1 \cos\gamma_2; \\ Z_{\text{сх}} &= l_1 \cos\alpha_1 + l_2 \cos\beta_1 + l_3 \cos\gamma_1, \end{aligned}\right\} \tag{4.2}$$

где

$$\beta_1 = \alpha_1 + \beta_1'; \quad \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_3;$$
$$\gamma_1 = \alpha_1 + \beta_1'' + \alpha_4;$$
$$\gamma_2 = \alpha_1 + \alpha_3 + \gamma_2';$$

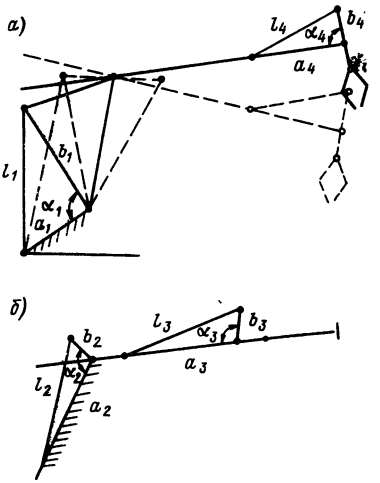


Рис. 45. Конструктивная схема манипулятора *а* — вид сбоку; *б* — вид сверху

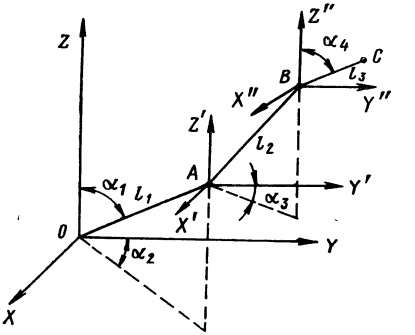


Рис. 46. Кинематическая схема манипулятора

$$\beta_1' = \text{const}; \quad \beta_1'' = \text{const}; \quad \gamma_2' = \text{const};$$
$$l_1 = \text{const}; \quad l_2 = \text{const}; \quad l_3 = \text{const}.$$

Продифференцировав эти уравнения, получим три уравнения Пфаффа. Если задана скорость точки C, то эти уравнения имеют вид

$$\sum_{i=1}^{4} Q_{ij} d\alpha_i - \varphi_j dt = 0; \quad j = 1, 2, 3, \tag{4.3}$$

где Q_{ij} — функции α_i, $i = 1, 2, 3, 4$;

$$\varphi_1 = \dot{X}_{\text{сх}}; \quad \varphi_2 = \dot{Y}_{\text{сх}}; \quad \varphi_3 = \dot{Z}_{\text{сх}}.$$

Для уравнений Пфаффа (4.1) и (4.3) может быть построена эквивалентная система дифференциальных уравнений с неопределенными коэффициентами, число которых в данном случае для $n = 9$, $n = 7$ будет равно $s = C_n^{m+1} = 9$. Наибольший интерес представляет уравнение для времени. Полагая $t = X_9$, получим

$$\frac{dX_9}{dt} = U_2D_{1234567} + U_3D_{1234568} + U_4D_{1234578} + U_5D_{1234678} + U_6D_{1235678} + \\ + U_7D_{1245678} + U_8D_{1345678} + U_9D_{2345678} = 1.$$

Коэффициенты U_s могут быть любыми, но это уравнение синхронности должно обязательно выполняться. При выходе из строя привода по любой одной переменной структура может быть перестроена так, что скорость по этой переменной будет равна нулю.

Уравнение (4.1) можно и не присоединять к системе (4.2). Тогда нужно организовать их решение в отдельном вычислительном блоке.

Часто затруднительно задавать скорости в виде фиксированных функций времени. В этих случаях в рассмотрение следует ввести сами переменные $X_{сх}$, $Y_{сх}$, $Z_{сх}$. Эквивалентная система дифференциальных уравнений, построенная по уравнениям (4.2), тогда будет содержать $s = C_7^4 = 35$ произвольных коэффициентов, которые могут быть назначены так, чтобы осуществить различные режимы. Например, можно обеспечить такое движение, при котором

$$\frac{dX_{сх}}{dt} > 0, \quad \frac{dY_{сх}}{dt} = \frac{dZ_{сх}}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{dX_{сх}}{dt} = \frac{dZ_{сх}}{dt} = 0, \quad \frac{dY_{сх}}{dt} < 0$$

и т. д.

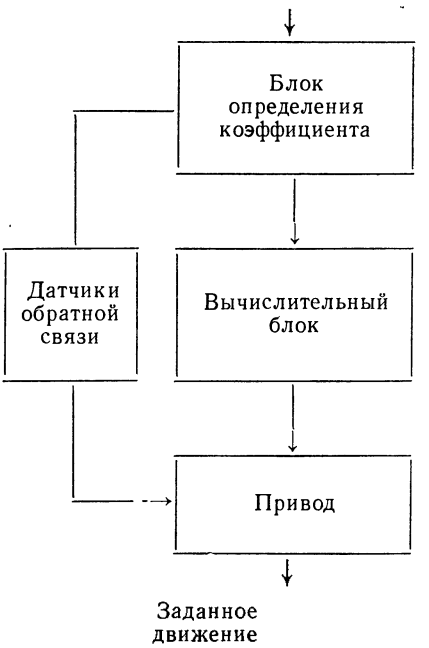


Рис. 47. Схема управления движением манипулятора

Если задана фиксированная точка, к которой должен приблизиться схват манипулятора, то, введя дополнительную переменную

$$\Delta = (X_ц - X_{сх})^2 + (Y_ц - Y_{сх})^2 + (Z_ц - Z_{сх})^2,$$

где $X_ц$, $Y_ц$, $Z_ц$ — координаты цели, можно присоединить это уравнение к уравнениям (4.2), тогда для этой исходной системы в

эквивалентной системе дифференциальных уравнений будет содержаться $s = C_8^5 = 56$ произвольных коэффициентов, которые могут быть заданы так, чтобы значение Δ устойчиво стремилось к нулю.

Аналогичным образом задаются коэффициенты U_s при движении в заданном направлении, по заданной кривой или поверхности.

На рис. 47 изображена блок-схема алгоритма управления манипулятором при использовании метода избыточных переменных.

Блок привода — первый уровень управления. Второй уровень представляет собой часть вычислительного блока, в котором решаются дифференциальные уравнения с неопределенными коэффициентами, и блоки определения коэффициентов, которые могут либо задаваться с высшего уровня, либо изменяться в зависимости от сигналов обратной связи.

Во всех рассмотренных случаях в структуре дифференциальных уравнений после задания движения остаются произвольные коэффициенты, которые могут быть использованы для оптимизации динамических свойств системы. Например, с помощью подбора свободных коэффициентов можно минимизировать затраты кинетической энергии при выполнении заданного движения.

Таким образом, с помощью неопределенных коэффициентов оказывается возможным управлять манипулятором при задании траектории в виде пересечения и поверхностей направления движений в довольно общем виде; требований минимизации и максимизации расстояния между заданной точкой и схватом.

§ 20. Структура оперативного пространства низшего уровня

Априорное программирование. Аналитическое конструирование системы управления подводным роботом начинается с операции ориентирования этого объекта, т. е. с выделения входных и выходных параметров в исходном неориентированном его описании. Самым простым подходом к решению этой задачи является назначение таких управляющих воздействий, которые полностью совпадают с выходными параметрами. Этот простейший метод программирования движений роботов-манипуляторов получил название априорного программирования. В этом случае конструктор-разработчик заранее определяет все действия робота при некоторых изменениях внешней среды. Если внешняя среда изменяется не предусмотренным конструктором образом, то робот либо не может функционировать совсем, либо работает неправильно, либо вообще выходит из строя. Это происходит в тех случаях, когда человек не может вмешаться в действие робота.

В качестве примера рассмотрим простую программу для управления манипулятором подводного робота с тремя степенями свободы [10], предназначенного для сбора образцов коренных пород на дне океана (рис. 48). Схват манипулятора снабжен тактильными датчиками, фиксирующими момент попадания образца между губ-

ками схвата, соприкосновение правой или левой губок схвата (или обеих вместе) с образцом, соприкосновение внешней поверхности схвата с ним. Манипулятор подводного робота может выполнять следующие действия: определять возможность взятия образца;

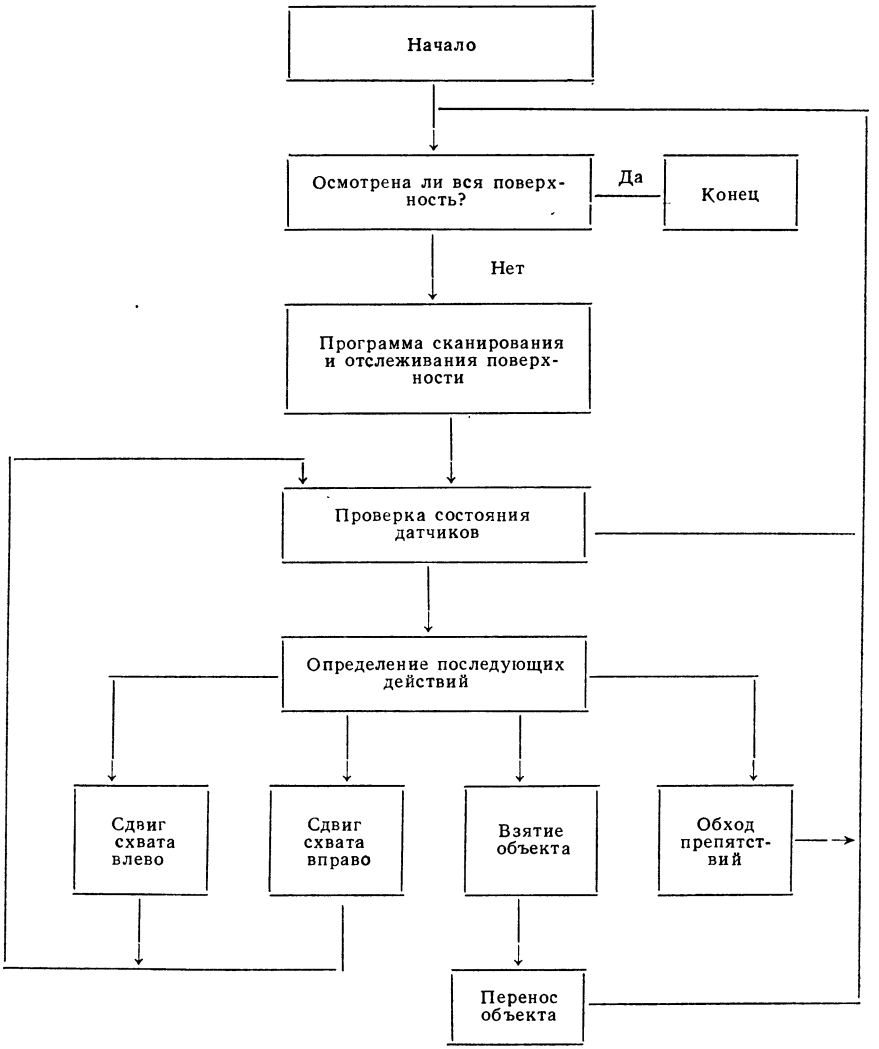


Рис. 48. Блок-схема программы сбора образцов

выбирать положение схвата, удобное для взятия образца; брать образец и переносить его в заданную область; возвращать схват в позицию, в которой было прервано сканирование.

Рассмотрим принцип построения этой программы. Начиная с некоторой начальной точки, схват манипулятора производит

сканирование пространства. Для того чтобы отслеживать поверхность любого профиля, схват все время совершает колебательные движения, касаясь поверхности на каждом шаге сканирования. После того как будет обследована вся поверхность, схват возвращается в исходную точку. Одновременно со сканированием на каждом шаге происходит опрос чувствительных систем схвата (тактильных датчиков), и в зависимости от их состояния робот совершает одно из действий: 1) обход препятствия, если схват не может сдвинуть объект, которого он коснулся; 2) взятие образца, если последний попал между губками схвата; 3) один шаг влево (вправо), если сработал левый (правый) датчик на нижней поверхности схвата. Это означает, что образец касается только одной из губок схвата. Когда образец взят, схват переносит его в заданную точку пространства и продолжает поиск других образцов.

Достоинство априорного программирования заключается в его простоте, недостаток — в невозможности построить на его основе сколько-нибудь сложную систему, способную взаимодействовать с реальной внешней средой, меняющейся непредусмотренным образом. Метод используется либо в очень простых случаях, либо как часть каких-нибудь более сложных методов. По сути дела, любая сложная система управления роботом имеет набор типовых подпрограмм, таких, как передвижение в заданную точку, поворот, поиск и т. п. Составить определенные типовые подпрограммы несложно. Главная трудность заключается в разработке структуры системы, способной наиболее рационально использовать блоки типовых подпрограмм для достижения глобальной цели в реальной внешней среде.

Структурный подход к синтезу низшего уровня системы управления движениями. В настоящее время наука о языке сделала большой шаг вперед в выяснении логической структуры языка — перешла от качественных описаний к точному структурному анализу. Необходимость в решении конкретных задач автоматического перевода с одного естественного языка на другой и разработка алгоритмических языков привели к значительному обогащению содержания и увеличению практической ценности методов, разработанных в лингвистике, которые, в свою очередь, оказываются в значительной степени полезными при рассмотрении других систем [29].

Остановимся кратко на двух типах моделей, разработанных в лингвистике: непосредственных составляющих и трансформационной. Модель непосредственных составляющих позволяет составлять предложения следующим образом. К цепочке элементов из множества начальных цепочек применяются определенные грамматические правила. Переходя от более общих понятий к частным, получаем конечную (терминальную) цепочку, к которой уже невозможно применить ни одно грамматическое правило. Грамматика непосредственных составляющих не вполне адекватна структуре языка в целом, так как в ней невозможны многие естественные обобщения и упрощения правил образования предложений. С помощью

этого метода составляют не все предложения, а только простейшие, или ядерные.

Поэтому была разработана более сложная, трансформационная модель. В соответствии с ней предложения получают, применяя трансформационные правила к ядерным предложениям или к предложениям, ранее полученным в результате трансформаций.

По аналогии с трансформационной моделью языка считаем, что система управления движениями обладает грамматикой движений, состоящей из конечной последовательности основных правил, позволяющих строить простейшие (ядерные) движения, и конечной последовательности трансформационных правил, с помощью которых формируются более сложные движения. Другими словами, управляющее устройство системы управления движениями состоит из двух «механизмов»; один из них позволяет строить небольшое число основных (ядерных) движений; другой, трансформируя ядерные движения и комбинируя их, позволяет строить двигательные акты любой сложности.

В биологических объектах в качестве ядерных движений можно рассматривать функциональные синергии, а сложный двигательный акт будет представлять собой комплекс синергий. Следовательно, при выполнении высшего двигательного акта управляющее устройство должно управлять лишь ограниченным числом некоторых обобщенных переменных (синергиями). При этом задача управления заметно упрощается.

Рассмотрим кинематическую систему, состоящую из звеньев, соединенных друг с другом при помощи шарниров и имеющую r степеней подвижности. В этом случае устройство управления при построении двигательного акта должно управлять r переменными. В произвольный момент времени k эти переменные имеют значения $\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, \ldots, \alpha_{rk}$. Можно считать, что слово $\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, \ldots, \alpha_{rk}$ описывает состояние системы в момент времени k, а $M_k = M\ (\alpha_{1,k}, \alpha_{2,k}, \ldots, \alpha_{r,k})$ — обобщенная координата точки (например, конца кинематической системы) в r-мерном пространстве. Задача управления заключается в том, чтобы преобразовать начальное слово $\alpha_{10}, \alpha_{20}, \ldots, \alpha_{r0}$ в некоторое конечное (терминальное) слово $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \ldots, \alpha_{rn}$, соответствующее $M\ (\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \ldots, \alpha_{rk}) = M_n$, где M_n — конечное значение обобщенной координаты точки.

Следовательно, в любой дискретный момент времени значения каждой переменной либо не изменяются по отношению к предыдущему моменту времени, либо увеличиваются, либо уменьшаются. Введем три оператора $t_{0,i}$, $t_{1,i}$, $t_{2,i}$, относящиеся только к переменным, записанным после них. Причем $t_{0,i}$ не изменяет, $t_{1,i}$ увеличивает, $t_{2,i}$ уменьшает значения соответствующих переменных. И наконец, введем алфавит А, состоящий из символов s_f, где f — признак того или иного двигательного акта.

Рассмотрим плоскую кинематическую систему, изображенную на рис. 49. Совершенно произвольно разобьем все возможные на-

правления движения точки A (конец кинематической системы) в плоскости на четыре направления, определяемые следующими соотношениями:

$$s_1 : R_A(t+\Delta t) > R_A(t); \quad \theta_A = \text{const};$$
$$s_2 : R_A = \text{const}; \quad \theta_A(t+\Delta t) < \theta_A(t);$$
$$s_3 : R_A(t+\Delta t) < R_A(t); \quad \theta_A = \text{const};$$
$$s_4 : R_A = \text{const}; \quad \theta_A(t+\Delta t) > \theta_A(t).$$

Очевидно, что все остальные направления движения в плоскости могут быть образованы комбинациями из перечисленных че-

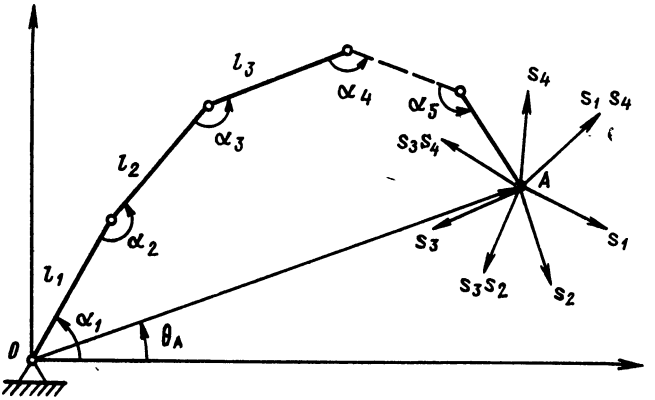


Рис. 49. Модель плоской кинематической системы: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r$ — переменные (углы между сочленениями); $l_1, l_2, \ldots, l_r$ — стержни, соединенные последовательно с помощью шарниров; A — конечная точка кинематической системы

тырех движений. Движения s_1, s_2, s_3, s_4 назовем простыми, а их комбинации — сложными.

Для пространственной кинематической системы движения s_1, s_2, s_3, s_4 можно определить как перпендикулярные движения на поверхности сферы радиусом R_A; кроме того, необходимо добавить движения: s_5 — выход за пределы сферы; s_6 — вход внутрь нее.

Правила образования основных ядерных движений (набора простых движений) заложены в памяти системы управления априорно или же в процессе обучения данной системы движению.

Положим, что любое сложное движение представляет собой трансформации одного или нескольких ядерных движений, т. е. их определенную комбинацию, подвергнутую ряду преобразований (трансформаций).

Предположим, что все переменные, управляющие движением системы, разбиты на три группы: увеличивающие свое значение.

уменьшающие свое значение и не изменяющие своего значения при выполнении шага движения.

Для совершения основных (ядерных) движений необходимы следующие четыре правила:

$$F_1 : \mathbf{A} \to s_i;$$

$$F_2 : s_i \to t_0\alpha_{a_1,\,k}, \ldots, \alpha_{a_l,\,k} g t_1 \alpha_{a_{l+1},\,k}, \ldots$$

$$\ldots, \alpha_{a_{l+m},\,k}\, g t_2 \alpha_{a_{l+m+1},\,k}, \ldots, \alpha_{a_{l+m+q},\,k};$$

$$F_3 : t_p\alpha_{a_1,\,k}\alpha_{a_2,\,k}, \ldots, \alpha_{a_m,\,k} \to$$

$$\to t_p\alpha_{a_1,\,k} t_p \alpha_{a_2,\,k}, \ldots, t_p\alpha_{a_m,\,k};$$

$$F_4 : t_0, \ldots, t_0t_1, \ldots, t_1t_2, \ldots, t_2\alpha_{a_m,\,k} \to$$

$$\to t_0, \ldots, t_0t_1, \ldots, t_1t_2, \ldots, t_2\alpha_{a_m,\,k+b_1+b_2+b_3};$$

$$t_0\alpha_{a_m,\,k+1} = t_0\alpha_{a_m,\,k};$$

$$t_1\alpha_{a_m,\,k+1} = t_1\left(\alpha_{a_m,\,k} + V_{a_m,\,i}\right);$$

$$t_2\alpha_{a_m,\,k+1} = t_2\left(\alpha_{a_m,\,k} - V_{a_m,\,i}\right),$$

где $\mathbf{A}$ — алфавит, состоящий из символов: $s_1, s_2, \ldots, s_p$; $i = 1, 2, \ldots$; h — номер основного (ядерного) движения;

$$a_m = 1, 2, \ldots, r; \quad p, b_1, b_2, b_3 = 1, 2, 3;$$

g — слово, служащее для разделения групп переменных; $V_{a_m,i}$ — элемент матрицы $\mathbf{V}$, число строк которой равно числу переменных, а число столбцов — числу основных движений.

Каждый элемент матрицы $\mathbf{V}$ есть значение приращения переменной для данного ядерного движения. Правило F_4 позволяет изменять значения каждой переменной. Очевидно, что в более общем случае правило F_4 может не только требовать простого увеличения или уменьшения значения переменной, но и рекомендовать стратегию изменения каждой переменной или групп переменных.

Для того чтобы построить любой сложный двигательный акт, необходимо ввести следующие трансформационные правила:

$$T_1 : s_j \to s_i; \qquad T_8 : R_1 \to R_0R_1;$$

$$T_2 : s_i \to s_i g_1 s_j; \qquad T_9 : R_1 \to R_2R_1;$$

$$T_3 : s_i \to R_0s_i; \qquad T_{10} : R_2 \to R_0R_2;$$

$$T_4 : s_i \to R_1s_i; \qquad T_{11} : R_2 \to R_1R_2;$$

$$T_5 : s_i \to R_2s_i; \qquad T_{12} : R_0Gt_2 \to Gt_0;$$

$$T_6 : R_0 \to R_1R_0; \qquad T_{13} : R_1Gt_0 \to Gt_1;$$

$$T_7 : R_0 \to R_2R_0; \qquad T_{14} : R_2Gt_1 \to Gt_2;$$

$$T_{15}: t_{p1}\alpha_{a_m,\ k}, \ldots, \alpha_{a_{m+n},\ k} G t_{p2}\alpha_{a_m,\ k}, \ldots, \alpha_{a_{m+n},\ k} \to$$
$$\to t_{p1}t_{p2}\alpha_{a_m,\ k}, \ldots, \alpha_{a_{m+n},\ k} G,$$

где R_0, R_1, R_2 — операторы; g_1 — разделитель; G — произвольное слово; p_1, $p_2 = 0, 1, 2$.

В качестве примера рассмотрим плоскую кинематическую систему, состоящую из r звеньев, соединенных последовательно и имеющих по одной степени свободы (см. рис. 49). Введем некоторое ограничение на значения переменных α_h—$0 < \alpha_h \leqslant \pi$ $(h = \overline{1, r})$ и примем, что переменные разбиты на две группы для начального и конечного движения.

Если предположить, что в процессе обучения выработалось одно ядерное движение s_1, то, применяя трансформационные правила к этому движению, получим движения s_2, s_3 и s_4, а применяя трансформации к движениям s_1, s_2, s_3 и s_4, получим их комбинации s_1s_2, s_2s_3, s_3s_4, s_4s_1.

Пример 1. Построение движения s_1.

$$\mathbf{A} \xrightarrow{F_1} s_2 \xrightarrow{F_2} t_2\alpha_{1,k} g t_1\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{F_3} t_2\alpha_{1,k} g t_1\alpha_{2,k} \ldots t_1\alpha_{r,k} \xrightarrow{F_4}$$
$$\to t_2\alpha_{1,\ k+1} g t_1\alpha_{2,\ k+1} \ldots t_1\alpha_{r,\ k+1}.$$

Пример 2. Построение движения s_2.

$$\mathbf{A} \xrightarrow{F_1} s_2 \xrightarrow{T_3} R_0s_2 \xrightarrow{T_7} R_2R_0s_2 \xrightarrow{T_{10}} R_0R_2R_0s_2 \xrightarrow{T_6} R_1R_0R_2R_0s_2 \xrightarrow{T_9}$$
$$\to R_2R_1R_0R_2R_0s_2 \xrightarrow{T_1} R_2R_1R_0R_2R_0s_1 \xrightarrow{F_2}$$
$$\to R_2R_1R_0R_2t_2\alpha_{1,k} g t_1\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{T_{12}}$$
$$\to R_2R_1R_0R_2t_0\alpha_{1,k} g t_1\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{T_{14}}$$
$$\to R_2R_1R_0t_0\alpha_{1,k} t_2\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{T_{12}}$$
$$\to R_2R_1t_0\alpha_{1,k} g t_0\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{T_{13}}$$
$$\to R_2t_1\alpha_{1,k} t_0\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{T_{14}}$$
$$\to t_2\alpha_{1,k} g t_0\alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k} \xrightarrow{F_3} t_2\alpha_{1,k} g t_0\alpha_{2,k} \ldots t_0\alpha_{r,k} \xrightarrow{F_4}$$
$$\to t_2\alpha_{1,\ k+1} \ldots t_0\alpha_{r,\ k+1}.$$

Итак, в результате применения основных и трансформационных правил слово $\alpha_{1,k}, \alpha_{2,k} \ldots \alpha_{r,k}$, описывающее состояние системы в момент времени k, преобразуется в слово $\alpha_{1,\ k+1}\alpha_{2,\ k+1} \ldots \alpha_{r,\ k+1}$, описывающее состояние системы в момент времени $(k + 1)$.

Аналогичным способом можно рассматривать структуру более сложных движений, которые образуются либо в процессе обучения, либо закладываются в память системы оператором.

Подобным же образом может быть построен и любой другой уровень системы управления поведением подводного робота.

Пусть $s_ц$ — фраза, поступающая на уровень ω с уровня $(\omega + 1)$ и определяющая цель, которая должна быть достигнута на этом уровне; s_0 — фраза, описывающая текущее состояние уровня ω. Пусть, далее, существует грамматика G_ω для уровня ω, т. е. свод правил, позволяющих совершать преобразование $s_0 \to s^1 \to \ldots \to s_ц$. Если $s_ц$ относится к ядерной подсистеме, то набор правил, переводящих s_0 в $s_ц$, известен; в противном случае он подбирается при решении данной задачи.

Метод избыточных переменных. Очевидно, что подводный робот может быть описан в виде системы конечных или дифференциальных уравнений.

Назначение выходных переменных и входных параметров в основных соотношениях определяется при постановке задачи. Как известно [8, 9], системы с избыточностью могут быть описаны конечными уравнениями Пфаффа, причем число переменных в них равно или больше числа уравнений связи. Уравнения Пфаффа являются квазилинейными уравнениями относительно дифференциалов переменных, а конечные уравнения могут быть приведены к квазилинейному виду дифференцированием либо выделением выходных переменных среди групп слагаемых в уравнениях. Таким образом, для определения структуры уравнений системы с избыточностью необходимо исследовать квазилинейные системы с неопределенностью, что представляет нетривиальную задачу.

Пусть поведение системы с избыточностью задано в виде

$$\underset{(m \times n)}{\mathbf{Q}} \quad \underset{(n \times 1)}{\mathbf{X}} = \underset{(m \times 1)}{\mathbf{O}}; \quad n > m, \tag{4.4}$$

где $\underset{(m \times n)}{\mathbf{Q}} = \| q_{ij} \|_{m,\, n}$ — матрица коэффициентов;

$\underset{(n \times 1)}{\mathbf{X}} = \| x_j \|_{n,\, 1}$ — матрица-столбец выходных переменных или дифференциалов.

При исследовании таких систем в алгебре избавляются от неопределенности путем разделения переменных систем на группу главных и группу свободных переменных, при этом число главных переменных меньше числа уравнений связи или равно ему. Главные переменные определяются в функции от свободных переменных и матриц коэффициентов. В этом случае исследуется частная система, полученная из общей системы (4.4), что при отсутствии априорной информации о коэффициентах q_{ij} приводит к плохой обусловленности или некорректности решения. Будем строить общее решение системы (вектор X) в функции от коэффициентов q_{ij} и группы новых переменных U — произвольных коэффициентов [8, 9]. Задавая конкретные значения этим коэффициентам, получим частные решения системы, т. е. определим различные поведения в заданных многообразиях.

Исследование будем вести методом математической индукции. Вначале рассмотрим одно уравнение

$$\sum_{j=1}^{n} Q_j X_j = 0. \tag{4.5}$$

Ограничимся достаточно общим случаем, когда функции представлены в виде линейных комбинаций функций Q_j. Будем искать их:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} C_{ji} Q_i, \tag{4.6}$$

где $C_{ji} = C_{ji}(t, X_1 X_2 \ldots X_n)$ — непрерывные функции.

Подставим (4.6) в (4.5) и приведем подобные члены:

$$C_{11}Q_1Q_1 + (C_{12} + C_{21}) Q_1Q_2 + \ldots + (C_{1n} + C_{n1}) Q_1Q_n +$$
$$+ C_{22}Q_2Q_2 + \ldots + (C_{2n} + C_{n2}) Q_2Q_n + \ldots + C_{nn}Q_nQ_n = 0. \tag{4.7}$$

Поскольку в общем случае предполагается линейная зависимость произведений Q_iQ_j, то для удовлетворения (4.7) при всех t коэффициенты перед произведением должны обращаться в нуль, отсюда

$$C_{ij} = 0; \quad i = j; \quad C_{ij} = -C_{ji};$$
$$i \neq j; \quad i, j = 1, 2, \ldots, n,$$

т. е. матрица коэффициентов является кососимметричной, с нулями на главной диагонали

$$\begin{Vmatrix} 0 & C_{12} & C_{13} & \ldots & C_{1n} \\ -C_{12} & 0 & C_{23} & \ldots & C_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -C_{1n} & -C_{2n} & -C_{3n} & \ldots & 0 \end{Vmatrix}. \tag{4.8}$$

Всего число различных ненулевых коэффициентов

$$s_1 = \frac{1}{2}(n^2 - n) = C_n^2.$$

Если

$$\sum_{j=1}^{n} Q_j' X_j = 0; \quad \sum_{j=1}^{n} Q_j'' X_j = 0,$$

то в соответствии с изложенным выше, с одной стороны,

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} C_{ji} Q_i', \tag{4.9}$$

а с другой —

$$X_j = \sum_{j=1}^{n} d_{ji} Q_i'', \tag{4.10}$$

где C_{ij}, d_{ji} — произвольные непрерывные функции времени и координат.

Очевидно, коэффициенты C_{ji} можно считать в этом случае линейными комбинациями Q''_j:

$$C_{ji} = \sum_{k=1}^{n} C_{jik} Q''_k. \tag{4.11}$$

Подставив (4.10) в (4.9), получим

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1} C_{jik}. \tag{4.12}$$

Матрица $\|C_{ji}\|$ имеет вид (4.8), поэтому

$$\sum_{k=1}^{n} C_{jik} Q''_k = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n;$$

$$\sum_{k=1}^{n} C_{jik} Q''_k = -\sum_{k=1}^{n} C_{ijk} Q''_k,$$

$$i \neq j, \ i, \ j = 1, 2, \ldots, n.$$

Поскольку величины Q_k вообще линейно-независимы, то

$$\left.\begin{aligned} &C_{ijk} = 0, \quad i = j; \\ &C_{jik} = -C_{ijk}, \quad i \neq j, \ i, \ j, \ k = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

Аналогичным способом из (4.10) получаем

$$\left.\begin{aligned} &C_{jik} = 0; \quad i = k; \\ &C_{kij} = -C_{jik}; \quad i \neq j; \quad i, \ j, \ k = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned}\right\} \tag{4.14}$$

Из (4.13) и (4.14) следует, что

$$C_{ijk} = -C_{jik} = C_{kij} = -C_{ikj} = C_{jki} = -C_{kji}, \tag{4.15}$$

если все числа i, j и k различные, и

$$C_{ijk} = 0; \quad i, \ j, \ k = 1, 2, \ldots, n,$$

если хотя бы в два из них равны между собой. Значит, из всех элементов матрицы $\|C_{ijk}\|$ не обращаются в нуль только те, у которых индексы разные. Такие тройки индексов образуют множество размещений A_n^3. Если учесть, что все коэффициенты, у которых тройки индексов различаются между собой лишь порядком, равным между собой по абсолютной величине, то количество различных произвольных коэффициентов будет меньше в (4.8). Тройки, отличающиеся лишь порядком, образуют множество перестановок p_3. Отсюда получаем, что число s_2 всех различных ненулевых произвольных коэффициентов C_{ijk} равно числу сочетаний из n по 3:

$$s_2 = \frac{A_n^3}{p_3} = C_n^3. \tag{4.16}$$

Определим закон изменения знака в группах коэффициентов с одинаковыми тройками индексов. Рассмотрим множество коэффи-

циентов с индексами i, j, k. Пусть $i<j<k$ и $C_{ijk}=U$. Из (4.15) имеем

$$C_{ijk}=U; \qquad C_{ikj}=-U;$$
$$C_{jik}=-U; \qquad C_{jki}=U;$$
$$C_{kij}=U; \qquad C_{kji}=-U.$$

Теперь можем написать матрицу $\|C_{ijk}\|$ для любого n. Например, матрица для $n=3$ будет иметь вид

i \ j \ k	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	U_1	0	$-U_1$	0
2	0	0	$-U_1$	0	0	0	U_1	0	0
3	0	U_1	0	$-U_1$	0	0	0	0	0

а уравнение в соответствии с этой матрицей будет иметь вид

$$X_1=U_1\left(Q_2'Q_3''-Q_3'Q_2''\right);$$
$$X_2=-U_1\left(Q_1'Q_3''-Q_3'Q_1''\right);$$
$$X_2=U_1\left(Q_1'Q_2''-Q_2'Q_1''\right).$$

Аналогичным образом определяется структура уравнений для X_j при $j=1, 2, \ldots, n$ для любого числа исходных уравнений вида

$$\sum_{j=1}^{n} Q_j'' X_j=0 \ \ldots \ \sum_{j=1}^{n} Q_j^m X_j=0$$

с любым числом переменных $n>m$. Число произвольных коэффициентов в этом случае

$$s=C_n^{m+1}.$$

На основании изложенного выше был предложен следующий алгоритм определения структур уравнений с неопределенными коэффициентами.

Пусть требуется найти дифференциальные уравнения, решение которых располагается на поверхностях

$$F_j(X_1, X_2, X_3, X_4)=0; \quad j=1, 2. \tag{4.17}$$

Вначале назначаются произвольные коэффициенты, число которых в данном случае $C_4^3=4$,

$$U_1 \to (123); \quad U_2 \to (124); \quad U_3 \to (134); \quad U_4 \to (234).$$

Эта запись означает, что коэффициент U_1 соответствует сочетанию 123, коэффициент U_2 — 124 и т. д. Коэффициенты, которые соответствуют сочетаниям, содержащим 1, располагаются в первой строке; коэффициенты, которые соответствуют сочетаниям, содержащим 2, располагаются во второй строке, т. е.

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dX_1}{dt} &= U_1D_{23}^1 + U_2D_{24}^1 + U_3D_{34}^1;\\
\frac{dX_2}{dt} &= -U_1D_{13}^2 - U_2D_{14}^2 + U_4D_{34}^2;\\
\frac{dX_3}{dt} &= U_1D_{12}^3 - U_3D_{14}^3 - U_4D_{24}^3;\\
\frac{dX_4}{dt} &= U_2D_{12}^4 + U_3D_{13}^4 + U_4D_{23}^4.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.18)$$

Здесь D — сумма из произведений частных производных от функций (4.17) по переменным, индексы которых входят в нижний индекс буквы D:

$$D_{12} = \frac{\partial F_1}{\partial X_1}\frac{\partial F_2}{\partial X_2} - \frac{\partial F_1}{\partial X_2}\frac{\partial F_2}{\partial X_1}.$$

Верхний индекс буквы D означает строку системы уравнений.

Знаки перед членами уравнений (4.18) определяют по следующему правилу: рассматривают порядок верхних и нижних индексов у буквы D, например, против часовой стрелки. Если имеется нечетное число нарушения порядков, то перед этим членом ставят минус, в других случаях — плюс. Рассмотрим индексы членов верхней строки: 123, 124, 134. Как видим, в них нет нарушений, поэтому ставим знак плюс; во второй строке имеем индексы 213, 214. Здесь одно нарушение (2 больше 1), поэтому ставим знак минус; 243 — нарушений нет, ставим знак плюс и т. д.

Заметим, что решения уравнений (4.18) удовлетворяют (4.17) лишь в том случае, если начальные условия системы (4.18) соответствуют уравнению (4.17).

Наличие неопределенных коэффициентов в структуре уравнений позволяет управлять поведением такой системы, оставаясь на заданных многообразиях. Например, для задания движения координаты X_4 к максимуму можно положить

$$U_2 = D_{12}; \quad U_3 = D_{13}; \quad U_4 = D_{23}.$$

После этого система (4.18) преобразуется к виду

$$\frac{dX_1}{dt} = U_1D_{23} + D_{12}D_{24} + D_3D_{34};$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -U_1D_{13} + D_{23}D_{34} - D_{12}D_{14};$$

$$\frac{dX_3}{dt} = U_1 D_{12} - D_{13} D_{14} - D_{23} D_{24};$$

$$\frac{dX_4}{dt} = (D_{12})^2 + (D_{13})^2 + (D_{23})^2,$$

где правая часть последнего уравнения является знакопостоянной положительной функцией, благодаря чему и обеспечивается устойчивое движение к максимуму координаты X_4. Разнообразные примеры задания произвольных коэффициентов для осуществления различных движений в заданных многообразиях приведены в работе [9].

Рассмотрим еще один пример. Требуется найти общее решение уравнения

$$X_1^2 + X_2^2 = 2pX_3.$$

Получить исходную квазилинейную форму можно двумя путями.

Во-первых, путем дифференцирования получим

$$2X_1 dX_1 + 2X_2 dX_2 - 2p dX_3 = 0.$$

Отсюда в соответствии с вышеописанной методикой

$$\frac{dX_1}{dt} = U_1 \cdot 2X_2 + U_2(-2p);$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -U_1 \cdot 2X_1 + U_3(-2p);$$

$$\frac{dX_3}{dt} = -U_2 \cdot 2X_1 - U_3 \cdot 2X_2.$$

Проинтегрировав полученные уравнения для начальных условий $X_{10}^2 + X_{20}^2 = 2pX_{30}$, получим траектории на поверхности заданного параболоида вращения.

Во-вторых, в исходном уравнении можно выделить выходные переменные и входные параметры q_i:

$$q_1 X_1 + q_2 X_2 + q_3 X_3 = 0,$$

где

$$q_1 = X_1; \quad q_2 = X_3; \quad q_3 = -2p.$$

Общие решения тогда имеют вид

$$\begin{Vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} q_2 & q_3 & 0 \\ -q_1 & 0 & q_3 \\ 0 & -q_1 & -q_2 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Vmatrix}.$$

Задавая различные значения коэффициентам U_s, получим различные точки на параболоиде вращения.

В качестве последнего примера рассмотрим уравнение в частных производных второго порядка

$$A\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}+2B\frac{\partial^2 Z}{\partial X\partial Y}+C\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}+a\frac{\partial Z}{\partial X}+b\frac{\partial Z}{\partial Y}+cZ=F,$$

где A, B, C, a, b, c — дифференцируемые функции X, Y, t. Обозначив

$$Q_1=A(X,\ Y,\ t);\quad Q_2=2B(X,\ Y,\ t);\quad Q_3=C(X,\ Y,\ t);$$
$$Q_4=a(X,\ Y,\ t);\quad Q_5=b(X,\ Y,\ t);\quad Q_6=c(X,\ Y,\ t);$$
$$Q_7=F(X,\ Y,\ t);\quad p_1=\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2};\quad p_2=\frac{\partial^2 Z}{\partial X\partial Y};\quad p_3=\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2};$$
$$p_4=\frac{\partial Z}{\partial X};\quad p_5=\frac{\partial Z}{\partial Y};\quad p_6=Z;\quad p_7=1,$$

получим квазилинейную формулу

$$\sum_{j=1}^{7}Q_ip_i=0,$$

из которой найдем уравнение для всех p_i через Q_i и произвольные коэффициенты в соответствии с нашей методикой. В данном случае число произвольных коэффициентов равно $2i$, функции p_i будут иметь вид

$$p_1=\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}=U_1\cdot 2B+U_2C+U_3a+U_4b+U_5c-U_6F;$$
$$p_2=\frac{\partial^2 Z}{\partial X\partial Y}=-U_1A+U_7C+U_8a+U_9b+U_{10}c-U_{11}F;$$
$$p_3=\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}=-U_2A-U_7\cdot 2B+U_{12}a+U_{13}b+U_{14}c-U_{15}F;$$
$$p_4=\frac{\partial Z}{\partial X}=-U_3A-U_8\cdot 2B-U_{12}C+U_{16}c-U_{18}F;$$
$$p_5=\frac{\partial Z}{\partial Y}=-U_4A-U_9\cdot 2B-U_{13}C-U_{16}a+U_{19}c-U_{20}F;$$
$$p_6=Z=-U_5A-U_{10}\cdot 2B-U_{14}C-U_{17}a-U_{19}b-U_{21}F;$$
$$p_7=1=-U_6A-U_{11}\cdot 2B-U_{15}C-U_{18}a-U_{20}b-U_{21}c.$$

Неопределенные коэффициенты в структуре этих уравнений можно использовать для удовлетворения начальных и краевых условий и для определения значений искомой функции Z в интересующих точках. Уравнения в частных производных позволяют описывать роботы, построенные из надувных конструкций.

Следует заметить, что при построении общего решения уравнений использованы все линейные комбинации частных решений. Структура полученного общего решения является равноправной относительно миноров коэффициентов исходных уравнений, что

позволяет, в частности, задавать любые движения на исходных многообразиях. Структура уравнений, которая получена при использовании лишь минимально необходимого числа частных решений исходной однородной системы уравнений, составляющих фундамент системы решений, будет содержать меньшее число произвольных коэффициентов, но она не будет равноправной относительно всех миноров коэффициентов исходных уравнений. Рассмотрим пример.

Если исходное уравнение

$$\sum_{i=1}^{3} Q_i dX_i = 0,$$

то полученное по нашему методу общее решение будет иметь вид

$$\frac{\partial X_1}{dt} = U_1 Q_2 + U_3 Q_3;$$

$$\frac{\partial X_2}{\partial t} = -U_1 Q_1 + U_3 Q_3;$$

$$\frac{dX_3}{dt} = -U_2 Q_1 - U_3 Q_2.$$

Общее решение, полученное как линейная комбинация двух частных решений, составляющих фундаментальную систему, можно представить в виде

$$\frac{dX_1}{dt} = U_1 Q_2 + U_2 Q_3;$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -U_1 Q_1;$$

$$\frac{dX_3}{dt} = U_2 Q_1.$$

§ 21. Структура системы управления перемещением подводного робота

Шагающий подводный робот перемещается по дну с целью транспортировки объектов и измерительной аппаратуры, а также выполнения работ с помощью манипуляторов. Эта общая цель может быть разделена на подцели. Прежде чем их сформулировать, отметим, что способ перемещения подводного робота не оказывает влияния на алгоритм его поведения и структуру управления. Поэтому дальнейшие общие положения, обсуждаемые в этом параграфе, являются вполне справедливыми для всех подводных роботов, в том числе и плавающих.

Подцель 1-го ранга — глобальная ориентация подводного робота и прокладка основной условно проходимой траектории из начальной точки в конечную точку следования.

Подцель 2-го ранга — локальная ориентация робота, прокладка локальной траектории и определение параметров его движения.

Подцель 3-го ранга — построение кинематической программы движения опор или программы работы пропульсивных движителей, которые обеспечивают перемещение робота по заданной траектории и реализацию заданных параметров движения.

Подцель 4-го ранга — выработка моментов для реализации заданного перемещения опор или реализации закона изменения упора движителей и силовая разгрузка робота.

В соответствии с подцелями может быть построена многоуровневая иерархическая система управления подводным роботом. Пронумеруем уровни в обратном порядке: первый уровень будет служить для реализации подцелей 4-го ранга и т. д.

На первом уровне выполняется отработка углов поворота звеньев опор или ориентация суммарного вектора упора движителей путем отработки углов ориентации движителей. При решении этой задачи система управления соответствует обычной системе автоматического регулирования, имеющей ограниченные возможности для адаптации. На этом уровне может быть поставлена задача о силовой разгрузке приводов шарниров робота. Силовая разгрузка повышает адаптационные возможности робота, он приобретает способность выбора движущих моментов для решения указанной задачи.

Вторая задача, которая может быть поставлена на этом уровне,— это расчет моментов, реализующих заданную программную кинематику при наличии возмущающих сил [27].

На втором уровне производится определение углов поворота звеньев опор или движителей, которые обеспечивают устойчивое движение подводного робота в соответствии с заданными параметрами (скоростью, ускорением центра масс, угловыми положениями корпуса, клиренсом) и формирование походки.

При определении локальных критериев на втором уровне будем использовать принцип наибольшей адаптивности (лабильности) при произвольных внешних воздействиях. Реализация его приводит к постановке задачи об оптимальном расположении опоры в манипуляционной зоне. Оптимальным будем считать такое расположение опоры, которое обеспечивает их наибольшую подвижность. Для стоящей опоры — это будет расположение в центральной части зоны.

Для подводного робота, находящегося в движении, горизонтальное перемещение опоры будет задаваться верхним уровнем управления, и оптимизировать можно лишь вертикальное расположение опоры. Местоположение стопы в манипуляционной зоне при этом будет влиять на последовательность введения опор в оптимальную область. Наибольшим «приоритетом» пользуются опоры, стопы которых находятся в передней части манипуляционной зоны, наименьшим — в задней части, независимо от того, выполняют ли они рабочее движение или холостой перенос. В первой фазе шага

производится введение опор в оптимальную зону, однако во второй — эти опоры могут быть выведены из оптимальной зоны.

Постановка задачи об оптимальном расположении опор возможна лишь при условии, если верхний уровень управления определяет допустимый диапазон возможных значений параметров движения робота.

Если эти параметры задаются однозначно (например, при манипулировании), то задача о локальной оптимизации снимается.

Динамическая задача на втором уровне управления сводится к контролю заданного положения на траектории (плавающий робот) или к контролю устойчивости шагающего подводного робота, которая оценивается по расстоянию равнодействующей возмущающих сил, сил тяжести и инерции от границ опорного многоугольника. При подходе к границе устойчивости возможна автоматическая коррекция с помощью изменения вектора скорости корпуса и ускорения переноса очередной группы опор.

На третьем уровне производится построение локального плана в пределах «видимости» датчиков ближней локации, прокладка траектории и определение параметров движения робота в соответствии с глобальной условно проходимой траекторией, реальными условиями с учетом динамических свойств робота и специальных, заданных оператором, приказов («движение с максимальной скоростью», «экономичный режим движения») и т. п. При преодолении, например, препятствий в загроможденных местах намечаются следовая дорожка — точки постановки опор. Параметрами движения являются: скорость, ускорение центра масс, клиренс, радиус разворота, угловое положение корпуса робота (при прямолинейном движении и поворотах), задаваемые в виде граничных значений, которые определяют допустимый диапазон изменения этих величин.

Для определения параметров движения на третьем уровне можно использовать динамическую модель идеализированного робота, вся масса которого сосредоточена в корпусе. Массу корпуса полагаем равной массе реального робота, а моменты инерции — равными реальным моментам инерции при среднем фиксированном положении опор.

Планировать параметры движения в локальной области с учетом динамических свойств подводного робота необходимо как при движении в нормальных условиях, когда препятствия преодолеваются за счет адаптивных возможностей нижних уровней управления, так и при движении в сложных условиях с построением следовой дорожки. В первом случае движение происходит со значительной скоростью, поэтому необходимо заранее рассчитать режимы торможения, разгона и прохождения поворотов, обеспечивающие движение по выбранной траектории. Во втором случае скорости невелики, но возможны ситуации, когда движение может происходить лишь у границы устойчивости робота. Контроль одних лишь статических условий устойчивости здесь может оказаться недостаточным для обеспечения надежного движения подводного

робота. Идеализированная модель существенно проще динамической модели реального робота, поэтому ее можно использовать для оперативного расчета параметров непосредственно в процессе его движения. Коррекция ошибок идеализированной модели выполняется на втором уровне управления при динамическом контроле устойчивости, где вектор действующих сил определяется непосредственно по сигналам, поступающим от датчиков усилий в опорах.

На четвертом уровне управления производится построение плана области, в которой предполагается движение подводного робота, определение непроходимых зон и прокладка сети условных траекторий в соответствии с выполняемым заданием.

Транспортный подводный робот предназначен для движения по «бездорожью», нагромождениям, завалам и т. п. Поэтому фактическая траектория движения в локальной области почти всегда будет отличаться от глобальной. Локальная траектория должна лишь приблизительно (за исключением особых точек) выдерживаться, что и достигается с помощью периодической проверки положения робота навигационными системами или по внешним ориентирам. Это позволяет аппроксимировать глобальную траекторию движения простыми аналитическими кривыми.

Движение в локальной области определяется рядом условий, имеющих различное значение в зависимости от выполняемой задачи. Их можно представить как условия устойчивости, проходимости, подвижности и комфорта.

Условие устойчивости шестиопорной машины сводится к постоянному соблюдению статической устойчивости, предохраняющей робот от опрокидывания.

Условие проходимости определяет задание параметров движения в сложных ситуациях, узкостях и т. п. при обязательном выполнении требования устойчивости движения робота.

Условие подвижности сводится к расположению опор в оптимальной части манипуляционной зоны, что обеспечивает роботу наилучшие условия для маневрирования при обязательном выполнении условий устойчивости и проходимости.

Условие комфорта сводится к поддержанию горизонтального расположения корпуса и наименьших вертикальных колебаний при обеспечении условий устойчивости и проходимости.

Движения подводного робота могут быть заданы следующим образом.

1. Поступательное движение в трехмерном пространстве, совершаемое при выполнении экспериментов, преодолении препятствий и т. п., может быть задано вектором скорости в абсолютной или относительной системе координат.

2. Движение с ориентацией по вектору скорости может быть задано такими параметрами, как линейная скорость V и радиус кривизны R или V и угловая скорость ω в плоскости горизонта или плоскости платформы робота, а также клиренсом.

Движение шагающего робота может происходить при различном расположении плоскости платформы, в частности:

1) при горизонтальном. Платформа робота движется плоскопараллельно и вращается вокруг вертикальной оси Z. Небольшой наклон платформы (возникающий из-за проскальзывания опор) автоматически корректируется в процессе движения;

2) при нормальном вектору равнодействующей сил инерции, т. е. ось Y наклонена вперед при разгоне, назад при замедлении и к центру при движении по кривой. Такое положение платформы обеспечивает наибольшую устойчивость подводного робота за счет автоматического изменения траектории свободного переноса опор относительно абсолютной системы координат и сдвига опорного треугольника (рис. 50);

3) при оптимальном использовании манипуляционного пространства опор, обеспечивающего наибольшую подвижность роботу. Частным случаем является расположение платформы параллельно плоскости, в которой расположены стопы опор (программа их движения жесткая). Такое управление движением робота может использоваться как резервное при выходе из строя ЭВМ или датчиков касания стоп и датчиков положения платформы.

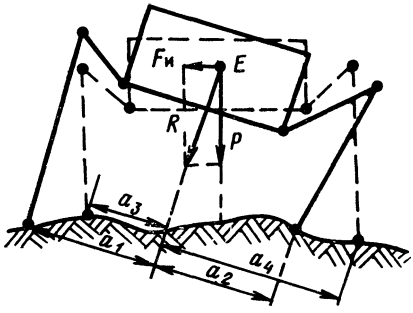


Рис. 50. Расположение корпуса машины нормально вектору равнодействующей сил инерции

Рассмотрим вопрос о месте человека в системе управления шагающим подводным роботом. В педипуляторных системах управления человек непосредственно выполняет все действия, связанные с перемещением каждой опоры, выбирает место постановки опор на грунт и осуществляет их постановку при свободной фазе движения, т. е. решает задачи, связанные с первым и вторым уровнями управления. Работа оператора при этом чрезвычайно утомительна, напряженна и однообразна. Эту работу могут выполнять бортовой вычислительный комплекс, обладающий малыми габаритами и высокой надежностью. Проблемы, связанные с автоматизацией управления на третьем и четвертом уровнях, сейчас также интенсивно исследуются, особенно в связи с необходимостью создания автономных движущихся космических роботов. Однако вопросы, связанные с представлением информации о местности, ее обработкой, идентификацией препятствий, еще недостаточно изучены теоретически. Практически реализовать в настоящее время можно лишь простейшие варианты соответствующих систем. Поэтому наиболее рациональным представляется участие оператора в управлении на третьем уровне. Роль человека при этом сводится к осмотру и оценке местности и выбору направления и скорости

движения подводного робота в соответствии с глобальной траекторией, внешними условиями и динамическими возможностями самого робота.

В сложных ситуациях оператор может вмешиваться в работу и на более низких уровнях управления.

§ 22. Задание движения подводному роботу

Траектория движения центра тяжести подводного робота в автоматическом режиме задается аналитически уравнением плоской кривой $F_1\left(X_E^A,\ Y_E^A\right) = 0$ в абсолютной системе координат и расстоянием нижней его точки до дна.

На отдельных участках траектория центра тяжести может задаваться в трехмерном пространстве как линия пересечения двух поверхностей:

$$\left.\begin{aligned} F_2\left(X_E^A,\ Y_E^A,\ Z_E^A\right) &= 0; \\ F_3\left(X_E^A,\ Y_E^A,\ Z_E^A\right) &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (4.19)$$

Скорость робота зависит от особенностей поставленной задачи и условий передвижения. Может задаваться максимальная скорость для реально существующих условий перемещения или произвольная скорость, причем величина скорости изменяется автоматически в зависимости от динамических возможностей робота и внешних условий. Наибольшие сложности возникают при задании движения шагающему подводному роботу, так как эта система характеризуется большим числом управляемых координат, чем плавающий робот. Если, например, направление движения для каждой из опор подводного робота задается вектором скорости, то регулировка осуществляется изменением ее модуля V, входящего в виде множителя в правые части дифференциальных уравнений алгоритма управления. При неявном задании скорости регулировка может осуществляться изменением аргумента интегрирования τ таким образом, чтобы

$$\left(\frac{dX_E^A}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dY_E^A}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dZ_E^A}{d\tau}\right)^2 - U^2 \to 0.$$

Определим траекторию движения стопы опоры в относительной системе координат XYZ, если движение центра тяжести происходит по кривой (4.19).

Значения относительных координат стопы имеют вид

$$\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} X_{c_i}^A - X_E^A \\ Y_{c_i}^A - Y_E^A \\ Z_{c_i}^A - Z_E^A \end{pmatrix}, \tag{4.20}$$

где $\mathbf{A}$ — матрица перехода от абсолютной системы координат к относительной; $X_{c_i}^A$, $Y_{c_i}^A$, $Z_{c_i}^A$ — координаты точки касания i-й опоры.

Используем для задания положения платформы робота угол курса φ, угол дифферента θ, угол крена ψ.

Таким образом, переменными координатного преобразования являются углы поворота платформы робота ψ, θ, φ, координаты стопы опоры $X_{c_i}^A$, $Y_{c_i}^A$, $Z_{c_i}^A$ и центра тяжести робота X_E^A, Y_E^A, Z_E^A. Координаты стопы на каждом шаге постоянны, а положение центра тяжести задается уравнениями траектории (4.19).

В дифференциальной форме уравнения (4.20) примут вид

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \frac{d\mathbf{A}}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i}^A - X_E^A \\ Y_{c_i}^A - Y_E^A \\ Z_{c_i}^A - Z_E^A \end{pmatrix} - \mathbf{A}\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_E^A \\ Y_E^A \\ Z_E^A \end{pmatrix}. \tag{4.21}$$

Раскрыв выражение (4.21), получим

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \left(\frac{d\mathbf{A}_x}{dt}\mathbf{A}_y + \mathbf{A}_x\frac{d\mathbf{A}_y}{dt}\right)\mathbf{A}_z\begin{pmatrix} X_{c_i}^A - X_E^A \\ Y_{c_i}^A - Y_E^A \\ Z_{c_i}^A - Z_E^A \end{pmatrix} +$$

$$+\mathbf{A}_x\mathbf{A}_y\left[\frac{d\mathbf{A}_z}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i}^A - X_E^A \\ Y_{c_i}^A - Y_E^A \\ Z_{c_i}^A - Z_E^A \end{pmatrix} - \mathbf{A}_z\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_E^A \\ Y_E^A \\ Z_E^A \end{pmatrix}\right]. \tag{4.22}$$

В качестве примера рассмотрим движение подводного шагающего робота в трехмерном пространстве.

1. Поступательное движение платформы робота. Опишем движение стопы в дифференциальной форме

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = -\mathbf{A}_x\mathbf{A}_y\mathbf{A}_z\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_E^A \\ Y_E^A \\ Z_E^A \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \end{pmatrix} \text{ для всех } i. \tag{4.23}$$

В частности, при $\mathbf{A}_x = \mathbf{A}_y = \mathbf{A}_z = 1$

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = -\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_E^A \\ Y_E^A \\ Z_E^A \end{pmatrix}. \tag{4.24}$$

2. Произвольное движение платформы робота. Движение складывается из поступательного движения центра тяжести робота и вращения вокруг трех осей координат

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Z_{c_i} \\ -Y_{c_i} \end{pmatrix}\omega_\psi + \mathbf{A}_x\begin{pmatrix} Z_{c_i}^{\theta\varphi} \\ 0 \\ -X_{c_i}^{\theta\varphi} \end{pmatrix}\omega_\theta +$$

$$+\mathbf{A}_x\mathbf{A}_y\begin{pmatrix} Y_{c_i}^{\varphi} \\ -X_{c_i}^{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}\omega_\varphi - \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \end{pmatrix}, \tag{4.25}$$

где верхний индекс у X, Z, Y означает выполненное вращение координат

$$(X^\varphi,\ Y^\varphi,\ Z^\varphi)^T = \mathbf{A}_z^T(X,\ Y,\ Z)^T; \quad X_{c_i}^{\psi\theta\varphi} = X_{c_i}.$$

Угловые скорости в относительной системе координат

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \mathbf{A}_x\mathbf{A}_y\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_\varphi \end{pmatrix} + \mathbf{A}_x\begin{pmatrix} 0 \\ \omega_\theta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_\varphi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -\omega_\varphi \sin\theta + \omega_\psi \\ \omega_\varphi \sin\psi\cos\theta + \omega_\theta\cos\psi \\ \omega_\varphi\cos\psi\cos\theta - \omega_\theta\sin\psi \end{pmatrix}.$$

Теперь

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{c_i}\omega_z - Z_{c_i}\omega_y \\ Z_{c_i}\omega_x - X_{c_i}\omega_z \\ Y_{c_i}\omega_y - Y_{c_i}\omega_x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \end{pmatrix}. \tag{4.26}$$

Таким образом, произвольное движение робота характеризуется вектором скорости центра тяжести (задаваемый проекциями на координатные оси) и угловыми скоростями вращения платформы ω_ψ, ω_θ, ω_φ (или ω_x, ω_y, ω_z).

3. Наклон платформы робота относительно плоскости горизонта при $\omega_\varphi = 0$.

Опишем движение стоп

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{c_i}\omega_\theta \sin\psi - Z_{c_i}\omega_\theta \cos\psi \\ X_{c_i}\omega_\theta \sin\psi - Z_{c_i}\omega_\psi \\ X_{c_i}\omega_\theta \cos\psi - Y_{c_i}\omega_\psi \end{pmatrix}. \qquad (4.27)$$

Вместо вращения платформы робота вокруг осей X и Y можно описать вращение вокруг одной оси — линии пересечения плоскости XEY и плоскости $X_E^\varphi\ Y_E^\varphi$ — подвижной системы координат, связанной с XYZ отношением

$$(X,\ Y,\ Z)^T = \mathbf{A}_x\mathbf{A}_y\left(X^\varphi,\ Y^\varphi,\ Z^\varphi\right).$$

Положение оси вращения определяется уравнением

$$X/\sin\theta - Y/\sin\psi\cos\theta = 0.$$

Тогда для каждой из опор запишем уравнение движения

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{\ i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\Omega \\ 0 & 0 & \cos\Omega \\ \sin\Omega & -\cos\Omega & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{\ i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix}\omega, \qquad (4.28)$$

где $\Omega = \operatorname{arctg}\left[(\sin\theta/\cos\theta)\sin\psi\right]$ ω — угловая скорость вращения платформы робота.

Стабилизация платформы в горизонтальной или произвольно заданной плоскости может выполняться автоматически, если угловые координаты ψ и φ отклоняются от заданных.

Рассмотрим алгоритмы управления подводным шагающим роботом на втором уровне — управления движениями звеньев опор (см. рис. 21).

Для определения углов поворота звеньев опор запишем дифференциальные уравнения, эквивалентные системе (4.20):

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \left[\begin{matrix} \left[-l_1\sin(\beta_{1i}+\beta_{2i})\left(\frac{d\beta_{1i}}{dt}+\frac{d\beta_{2i}}{dt}\right) - \rightarrow\right. \\ \left[-l_1\sin(\beta_{1i}+\beta_{2i})\left(\frac{d\beta_{1i}}{dt}+\frac{d\beta_{2i}}{dt}\right) - \rightarrow\right. \\ l_2\cos(\beta_{1i}+\beta_{2i})\left(\frac{d\beta_{1i}}{dt}+\frac{d\beta_{2i}}{dt}\right) + \rightarrow \end{matrix}\right.$$

$$\rightarrow -\left(l_2\sin\beta_{2i}\frac{d\beta_{2i}}{dt}\right)\Big]\cos\gamma_{2i} - [l_1\cos(\beta_{1i}+\beta_{2i}) + \rightarrow$$

$$\rightarrow -\left(l_2\sin\beta_{2i}\frac{d\beta_{2i}}{dt}\right)\Big]\sin\gamma_{2i} - [l_1\cos(\beta_{1i}+\beta_{2i}) + \rightarrow$$

$$\rightarrow + l_2 \cos \beta_{2i} \frac{d\beta_{2i}}{dt}$$

$$\left.\begin{aligned} &\rightarrow + l_2 \cos \beta_{2i}] \sin \gamma_{2i} \frac{d\gamma_{2i}}{dt} \\ &\rightarrow + l_2 \cos \beta_{2i}] \cos \gamma_{2i} \frac{d\gamma_{2i}}{dt} \end{aligned}\right] . \qquad (4.29)$$

Разрешим полученную систему относительно производных:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\beta_{2i}}{dt} = \frac{(V_{ix} \cos \gamma_{2i} + V_{iy} \sin \gamma_{2i}) \cos (\beta_{1i} + \beta_{2i}) + V_{iz} \sin (\beta_{1i} + \beta_{2i})}{l_2 \sin \beta_{1i}}; \\ &\frac{d\beta_{1i}}{dt} = \frac{d\beta_{2i}}{dt} - \frac{(V_{ix} \cos \gamma_{2i} + V_{iy} \sin \gamma_{2i}) \cos \beta_{2i} + V_{iz} \sin \beta_{2i}}{l_1 \sin \beta_{1i}}; \\ &\frac{d\gamma_{2i}}{dt} = \frac{V_{ix} \sin \gamma_{2i} - V_{iy} \cos \gamma_{2i}}{A}, \end{aligned}\right\} \qquad (4.30)$$

где

$$A = l_1 \cos (\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \cos \beta_{2i};$$

$$\begin{pmatrix} V_{ix} \\ V_{iy} \\ V_{iz} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_c \end{pmatrix}.$$

Полученная система уравнений позволяет определить скорости изменения углов поворота звеньев опоры (или приращения углов) в зависимости от составляющих вектора скорости стопы опоры и начальных значений углов.

Кроме непосредственного вычисления скоростей изменения углов поворота звеньев опор, можно использовать алгоритмы, основанные на методе подбора. Координаты стопы определяются уравнениями

$$\begin{pmatrix} X_{c_i} \\ Y_{c_i} \\ Z_{c_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{a_i} + [l_1 \cos (\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \cos \beta_{2i}] \cos \gamma_{2i} \\ Y_{a_i} + [l_1 \cos (\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \cos \beta_{2i}] \sin \gamma_{2i} \\ Z_{a_i} + l_1 \sin (\beta_{1i} + \beta_{2i}) + l_2 \sin \beta_{2i} \end{pmatrix}, \qquad (4.31)$$

где X_{a_i}, Y_{a_i}, Z_{a_i} — константы.

Для подбора углов можно применять различные методы. Рассмотрим некоторые из них. Наиболее простой способ подбора состоит в использовании рассогласований координат стопы, которые

необходимы для непосредственной отработки углов поворота звеньев опоры:

$$\Delta X_{c_i} = X_{c_i} - \tilde{X}_{c_i};$$
$$\Delta Y = Y_{c_i} - \tilde{Y}_{c_i};$$
$$\Delta Z = Z_{c_i} - \tilde{Z}_{c_i},$$

где X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i} — вычисленные, а $\tilde{X}_{c_i}$, $\tilde{Y}_{c_i}$, $\tilde{Z}_{c_i}$ — действительные значения координат.

Рассмотрим построение системы для двух способов отсчета углов поворота звеньев опор. При первом способе датчики β_2, γ_2 измеряют поворот звена l_2 относительно корпуса робота, а датчик β_1 — поворот звена l_1 относительно звена l_2 (рис. 20). В этом случае

$$\left.\begin{aligned} \Delta X &= -(a_1\Delta\beta_1 + a_3\Delta\beta_2)\cos\gamma_2 - a_4\sin\gamma_2\Delta\gamma_2; \\ \Delta Y &= -(a_1\Delta\beta_1 + a_3\Delta\beta_2)\sin\gamma_2 + a_4\cos\gamma_2\Delta\gamma_2; \\ \Delta Z &= a_2\Delta\beta_1 + a_4\Delta\beta_2, \end{aligned}\right\} \qquad (4.32)$$

где $a_1 = l_1\sin(\beta_1+\beta_2)$; $a_3 = l_1\sin(\beta_1+\beta_2) + l_2\sin\beta_2$;
$a_2 = l_1\cos(\beta_1+\beta_2)$; $a_4 = l_1\cos(\beta_1+\beta_2) + l_2\cos\beta_2$.

Из уравнений видно, что для отработки γ_2 могут использоваться сигнал ΔX или ΔY, а для β_1 и β_2 — все три сигнала ΔX, ΔY, ΔZ. Устойчивость отработки угла γ_2 зависит лишь от его значений и коэффициента a_4 — проекции опоры на плоскость XOY. Устойчивость отработки угла β_2 зависит от положения радиуса-вектора $\overline{ac}$, т. е. определяется величиной углов γ_2 и ψ, где

$$\psi = \arccos Z_c / \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2}.$$

Устойчивость отработки угла β_1 зависит от величины суммарного угла $\bar{\beta}_1 = \beta_1 + \beta_2$ и γ_2. Особой точкой является точка $a=0$.

Приращения углов и декартовы координаты связаны нелинейными зависимостями. У границы устойчивости большие изменения угла приводят к малым изменениям отслеживаемой координаты, что вызывает сильное возмущение координаты, не участвующей в отработке данного угла. Сигналы отработки будем выбирать в зависимости от их чувствительности к изменениям тех или иных углов. Коэффициенты чувствительности для переменных X, Y, Z опреде-

ляются выражениями

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial X}{\partial \beta_1} = -a_1 \cos \gamma_2; \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = -a_1 \sin \gamma_2; \quad \frac{\partial Z}{\partial \beta_1} = a_2; \\
&\frac{\partial X}{\partial \beta_2} = -a_3 \cos \gamma_2; \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_2} = -a_3 \sin \gamma_2; \quad \frac{\partial Z}{\partial \beta_2} = a_4; \\
&\frac{\partial X}{\partial \gamma_2} = -a_4 \sin \gamma_2; \quad \frac{\partial Y}{\partial \gamma_2} = a_4 \cos \gamma_2.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.33)$$

Таким образом, сигнал отработки для угла γ выбирают из сравнения $\sin \gamma$ и $\cos \gamma$. Если $|\sin \gamma| > |\cos \gamma|$, то для отработки используется сигнал ΔX, если неравенство не выполняется, то ΔY. При этом обеспечивается наибольшая чувствительность выбранного сигнала к изменению угла γ. Другой сигнал будет обладать наибольшей чувствительностью к изменению углов β_1 и β_2. Сигналы отработки для этих углов выбрать сложнее, так как максимальной чувствительностью по отношению к ним может обладать одна и та же переменная. В этом случае сравнивают некоторые функции потерь для двух вариантов включения сигналов. При оценке потерь по разности коэффициентов чувствительности будет поддерживаться наибольшая точность в определении координат стопы.

Рассмотрим второй способ отсчета. Положение звеньев определяется углами $\tilde{\beta}_1$, β_2, γ_2, где угол $\tilde{\beta}_1$ задает разворот звена l_1 относительно оси Z, связанной с корпусом робота.

Теперь

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta X = -(b_1 \Delta \tilde{\beta}_1 + b_3 \Delta \beta_2) \cos \gamma_2 - b_4 \Delta \gamma_2 \sin \gamma_2; \\
&\Delta Y = -(b_1 \Delta \tilde{\beta}_1 + b_3 \Delta \beta_2) \sin \gamma_2 + b_4 \Delta \gamma_2 \cos \gamma_2; \\
&\Delta Z = b_2 \Delta \tilde{\beta}_1 + \beta_4 \Delta \beta_2,
\end{aligned}\right\} \qquad (4.34)$$

где

$$b_1 = l_1 \sin \tilde{\beta}_1; \quad b_3 = l_2 \sin \beta_2;$$
$$b_2 = l_1 \cos \tilde{\beta}_1; \quad b_4 = l_2 \cos \beta_2.$$

В этом случае устойчивость отработки будет зависеть непосредственно от величины $\tilde{\beta}_1$, β_2 и γ_2.

Коэффициенты чувствительности для переменных X, Y, Z равны коэффициентам при $\Delta \tilde{\beta}_1$, $\Delta \beta_2$, $\Delta \gamma_2$ системы (4.34). Сигнал отработки угла γ_2 выбирают так же, как и в рассмотренном ранее примере, путем сравнения значений $\sin \gamma_2$ и $\cos \gamma_2$ или пропорциональных им величин X_c и Y_c. Сигналы отработки для углов $\tilde{\beta}_1$ и β_2 выбирают на основе анализа потерь. Сигнал отработки при движении в плоскости XOZ выбирают из сравнения проекций на ось Z звеньев l_1 и l_2. Если $|l_1 \sin \tilde{\beta}_1| < |l_2 \sin \beta_2|$, то для отработки угла $\tilde{\beta}_1$ используют ΔZ, а для β_2 — ΔX, в противном случае сигналы

отработки переключаются: для β_1 используются ΔX, для β_2 — ΔZ.

Можно использовать и другие способы построения системы отработки углов, например вычисление углов по уравнениям, полученным в результате преобразования (4.31):

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg} Y_{c_i}/X_{c_i};$$

$$\beta_1 = \arcsin\left(l_1^2 + l_2^2 - X_{c_i}^2 - Y_{c_i}^2 - Z_{c_i}^2\right)/2l_1l_2;$$

$$\beta_2 = \arccos Z_{c_i}/\sqrt{X_{c_i}^2 + Y_{c_i}^2 + Z_{c_i}^2} -$$

$$-\arcsin l_1 \cos\beta_1/\sqrt{X_{c_i}^2 + Y_{c_i}^2 + Z_{c_i}^2}.$$

Система отработки углов поворота звеньев i-й опоры и вычисления координат ее стопы представляют собой программы движения опоры в зависимости от параметров движения корпуса подводного робота. Этот вычислительный модуль можно реализовать программно, если используется одна бортовая ЦВМ для решения всех задач, или аппаратурно, если используется комплекс вычислительных устройств с бортовой ЦВМ.

Рассмотрим алгоритмы движения опор при их свободном переносе.

Свободным переносом опор, или холостым ходом, будем называть перенос опор вперед по движению подводного робота для выполнения следующего шага. Движение опоры при холостом ходе складывается из следующих фаз: подъема, выдвижения вперед и опускания вниз. Выделим также фазы отрыва и касания, в которых происходит сопряжение траекторий и скоростей холостого и рабочего движений. Точка касания опоры определяет начальные условия для рабочего шага, т. е. положение траектории рабочего движения в манипуляционном пространстве опоры. По траектории холостого переноса стопа должна попасть в оптимальную область касания, что позволяет наилучшим образом использовать манипуляционное пространство опоры. Для выполнения этого условия нужно либо изменить клиренс машины, либо угловое положение платформы. Попасть в оптимальную область можно различными путями, выбор которых определяется такими критериями, как простота программы реализации, минимизация вращающего момента робота или расхода энергии и т. п.

Рассмотрим способы задания траектории холостого переноса и сопряжение движения в граничных точках.

Для определения траектории движения стопы при холостом переносе можно задать некоторую траекторию движения, приводящую стопу в область оптимального касания, и определить параметры вектора скорости подобно тому, как это делалось для рабочего движения опоры (траекторный синтез). При этом обеспечивается единство алгоритмов управления для рабочего и свободного движений.

Можно упростить вычисления при холостом переносе, подобрав такую последовательность движений шарниров, при которой опора выполняет все фазы холостого движения — поднимается вверх, переносится вперед и опускается вниз (метод подбора углов). Выбор траектории холостого переноса может быть связан с оптимизацией некоторого динамического критерия — минимизацией кинетической энергии, момента вращения робота и т. п.

Траекторию холостого хода будем задавать как линию в трехмерном пространстве:

$$\left.\begin{aligned} F_1(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = 0; \\ F_2(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = 0. \end{aligned}\right\} \quad (4.35)$$

В качестве примера зададим траекторию при движении робота с ориентацией по вектору скорости. Движение стопы опор при холостом переносе будем рассматривать в плоскости XOY

$$F_1(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = Z_{a_i} - d_i = 0.$$

Вторая функция будет определять траекторию стопы на плоскости. Для эллиптической траектории

$$F_2(X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}) = aX_{c_i}^2 + cZ_{c_i}^2 + 2dX_{c_i} + 2lZ_{c_i} + f = 0.$$

Эллипс расположен так, чтобы одна из вершин, лежащих на большой оси, соответствовала положению стопы в начале фазы холостого движения, а большая ось располагалась параллельно плоскости платформы XOY. Параметры эллипса определяются через наибольшую высоту подъема опоры h и шаг l следующим образом:

$$a = h^2; \quad l = l^2/4; \quad d = h^2 X_{c_i 0}; \quad l = (l^2/4) Z_{c_i 0};$$

$$f = h^2 X_{c_i 0}^2 + (l^2/4) Z_{c_i 0}^2 - h^2 l^2/4,$$

где $X_{c_i 0}$, $Z_{c_i 0}$ — координаты стопы в начале фазы холостого хода.

Величину шага и точку отрыва выбирают так, чтобы наилучшим образом использовать манипуляционное пространство. При движении по горизонтальной поверхности касание будет происходить в точке b на большой оси эллипса. Однако при движении по неровной поверхности величина шага может сильно изменяться.

Дифференциальные уравнения, описывающие движение стопы, имеют вид

$$\left.\begin{aligned} dX_{c_i}/dt &= U(cZ_{c_i} + l); \\ dY_{c_i}/dt &= 0; \\ dZ_{c_i}/dt &= U(-aX_{c_i} - d), \end{aligned}\right\} \quad (4.36)$$

где коэффициент U определяет скорость движения по траектории.

При использовании кусочно-линейной траектории (рис. 51) на первом участке:

$$F_2 = X_{c_i} - d_3 = 0;$$

на втором

$$F_2 = Z_{c_i} - d_4 = 0;$$

на третьем

$$F_2 = X_{c_i} - d_5 = 0,$$

т. е. скорость стопы на первом участке определяется проекцией V_z, на втором — проекцией V_x, на третьем — проекцией V_z, другие составляющие равны нулю. Движение на первом участке ограничивается высотой подъема опоры h на втором — шагом l, на третьем участке движение заканчивается при касании поверхности. Величина шага постоянна и не зависит от положений точки касания, однако изломы траектории могут вызвать динамические перегрузки.

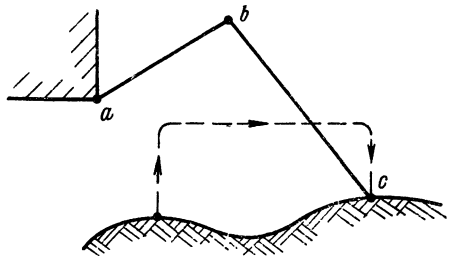


Рис. 51. Движение опоры по кусочно-линейной траектории при холостом переносе

Рассмотрим теперь сопряжение холостого и рабочего движений в точках касания и отрыва опор подводного робота от дна.

Фазы отрыва и касания обычно вводятся для того, чтобы исключить поломку опор о препятствия вблизи опорной поверхности и сделать движение подводного робота более плавным.

В этих фазах горизонтальная составляющая скорости стопы равна нулю и вектор скорости стопы

$$\overline{V}_{\text{сопр}} = \alpha \overline{V}_{xx} + \overline{V}_p,$$

где $\overline{V}_{xx}$ — вектор скорости холостого движения; $\overline{V}_p$ — вектор скорости рабочего движения стопы; α — коэффициент сопряжения.

Длительность фаз сопряжения будет зависеть от свойств поверхности дна, по которой перемещается робот. При движении по ровной поверхности их длительность можно уменьшить; если поверхность дна покрыта камнями или изрыта ямами, то фазу следует удлинить. Для уменьшения скорости соприкосновения опоры с поверхностью дна желательно выбрать $\alpha \ll 1$, однако это приводит к удлинению фазы касания и нерациональному использованию манипуляционного объема опоры. При $\alpha \cong 1$ длительность фазы касания сокращается, но поступь робота становится тяжелой, увеличиваются динамические перегрузки.

Вероятность соприкосновения опоры с препятствием может быть определена для различных типов поверхностей дна и длин фаз сопряжения, а следовательно, может быть установлена и длительность фаз при вычисленных статистических характеристиках поверхности дна. Для того чтобы стабилизировать длительность фазы сопряжения, можно использовать датчики высоты любого типа, укрепленные на стопе опоры. Наиболее простой конструкцией обладает датчик касания с гибким щупом. Когда расстояние между поверхностью дна и опорой будет равно длине щупа, датчик сработает, зафиксировав начало (при опускании) или окончание (при

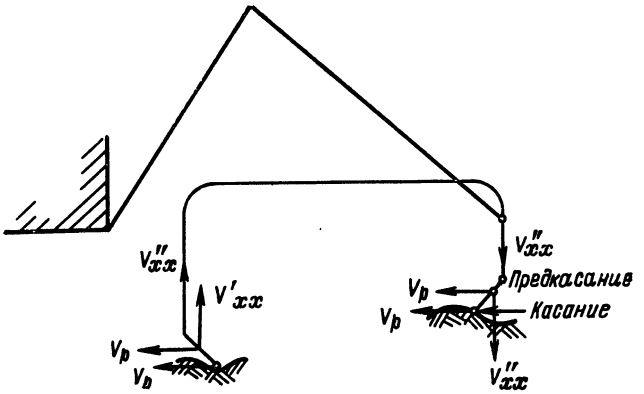


Рис. 52. Сопряжение рабочего и свободного движений

подъеме) фазы сопряжения. Вертикальная составляющая скорости при опускании изменится таким образом, чтобы произошло мягкое касание, т. е. в точке касания нормальная составляющая скорости была близка к нулю (рис. 52).

§ 23. Построение алгоритмов управления подводным шагающим роботом с использованием метода избыточных переменных

По уравнениям, описывающим движение корпуса и опор робота, может быть построена система дифференциальных уравнений с неопределенными коэффициентами. Эту систему можно использовать для построения алгоритмов управления исполнительными приводами шарниров θ_1^i, θ_2^i, θ_3^i при $i = 1, 2, \ldots, 6$ в зависимости от параметров движения платформы, которые задаются с верхнего уровня управления, а также в зависимости от выбранного типа походки робота и рельефа дна. Ввиду громоздкости этих алгоритмов рассмотрим идеализированную модель, в которой все точки θ_i, $i = 1, 2, \ldots, 6$ совпадают с точкой 0, т. е. вместо семи

точек платформы проанализируем движение одной точки с координатами X_0, Y_0, Z_0.

В этом случае справедливы лишь уравнения опор

$$\left.\begin{aligned} X_{c_i} &= X_0 + k_i' \left[l_1 \sin \theta_1^i + l_2 \sin \left(\theta_2^i - \theta_1^i\right) \right] \sin \theta_3^i; \\ Y_{c_i} &= Y_0 + k_i'' \left[l_1 \sin \theta_1^i + l_2 \sin \left(\theta_2^i - \theta_1^i\right) \right] \cos \theta_3^i; \\ Z_{c_i} &= Z_0 + l_1 \cos \theta_1^i - l_2 \cos \left(\theta_2^i - \theta_1^i\right), \end{aligned}\right\} \qquad (4.37)$$

$$i = 1, 2, \ldots, 6.$$

Построим систему дифференциальных уравнений с неопределенными коэффициентами для уравнений (4.37). В этих уравнениях координаты X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i} являются заданными функциями времени, скорости точки 0 с координатами X_0, Y_0, Z_0 также задаются, требуется определить дифференциальные уравнения для координат θ_1^i, θ_2^i, θ_3^i при $i = 1, 2, \ldots, 6$.

Для системы из 18 уравнений с 22 переменными (координаты X_0, Y_0, Z_0, θ_1^i, θ_2^i, θ_3^i при $i = 1, 2, \ldots, 6$ и время t) эквивалентная система с неопределенными коэффициентами будет содержать $s = C_{zz}^{19} = 1540$ коэффициентов, что говорит о многообразии возможных движений шестиопорного робота. Если же и координаты X_0, Y_0, Z_0 полагать заданными функциями времени, то будем иметь систему с 19 переменными (координаты θ_1^i, θ_2^i, θ_3^i и время t), в эквивалентной системе будет лишь один произвольный коэффициент, который можно определить из дифференциального уравнения для t. Рассмотрим этот самый простой случай подробнее, для чего преобразуем уравнение (4.54), обозначив:

$$\theta_1^i = X_i; \quad \theta_2^i = X_{i+1}; \quad \theta_3^i = X_{i+2};$$
$$t = X_{19}; \quad i = 1, 2, \ldots, 6.$$

После дифференцирования получим

$$\left.\begin{aligned} & k_i' l_2 \sin X_{i+2} \cos (X_i - X_{i+1})\, dX_i + k_i' \left[l_1 \cos X_{i+1} - \right. \\ & \quad \left. - l_2 \cos (X_i - X_{i+1}) \right] \sin X_{i+2}\, 2dX_{i+1} + \\ & \quad + k_i' \left[l_1 \sin X_{i+1} + l_2 \sin (X_i - X_{i+1}) \right] \cos X_{i+2} dX_{i+2} + \\ & \quad + \left(\dot{X}_0 - \dot{X}_{c_i}\right) dX_{19} = 0; \\ & k_i'' l_2 \cos X_{i+2} \cos (X_i - X_{i+1})\, dX_i + k_i'' \left[l_1 \cos X_{i+1} - \right. \\ & \quad \left. - l_2 \cos (X_i - X_{i+1}) \right] \cos X_{i+2} dX_{i+1} + k_i'' \left[l_1 \sin X_{i+1} + \right. \\ & \quad \left. + l_2 \sin (X_i - X_{i+1}) \right] \sin X_{i+2} dX_{i+2} + \\ & \quad + \left(\dot{Y}_0 - \dot{Y}_{c_i}\right) dX_{19} = 0; \\ & l_2 \sin (X_i - X_{i+1})\, dX_i - \left[l_2 \sin (X_i - X_{i+1}) + \right. \\ & \quad \left. + l_1 \sin X_{i+1} \right] dX_{i+1} + \left(\dot{Z}_0 - \dot{Z}_{c_i}\right) dX_{19} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (4.38)$$

Эквивалентная система дифференциальных уравнений будет иметь вид

$$\left.\begin{array}{l} dX_1/dt = U_1 D^1_{2,3,4,\ldots,19}; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ dX_{19}/dt = U_1 D^{19}_{1,2,3,\ldots,18}. \end{array}\right\} \qquad (4.39)$$

Из последнего уравнения этой системы может быть определен коэффициент

$$U_1 = 1/D_{1,2,3,\ldots,18}.$$

Представляет большой интерес анализ этого коэффициента. В соответствии с уравнениями (4.39) можно определить, когда обращается в нуль его знаменатель, и так подобрать конструктивные параметры робота, чтобы исключить появление особых точек в рабочих режимах.

В правые части уравнений для dX_j/d_t, при $j = 1, 2, \ldots, 8$, в числители войдут члены, содержащие в качестве множителей:

$$(\dot{X}_0 - \dot{X}_i); \quad (\dot{Y}_0 - \dot{Y}_{c_i}); \quad (\dot{Z}_0 - \dot{Z}_{c_i}),$$

которые задают, исходя из принятой походки и требований к скорости перемещения центра тяжести робота и из условий соблюдения его равновесия. Для того чтобы найти величину внешних сил, которые необходимо развивать в шарнирах опор робота для перемещения с заданной скоростью, можно из уравнений скоростей после дифференцирования рассчитать ускорения координат $\dot{X}_j$ при $j = 1, 2, \ldots, 18$ и учесть инерционные массы и реакции. Такой анализ позволяет выяснить, реализуемы ли скорости $\dot{X}_0$, $\dot{Y}_0$, $\dot{Z}_0$ и походки, которые задаются $\dot{X}_{c_i}$, $\dot{Y}_{c_i}$, $\dot{Z}_{c_i}$ при $i = 1, 2, \ldots, 6$. Таков общий алгоритм определения уравнения подводного шагающего робота. Подробный анализ алгоритма выходит за рамки этой работы.

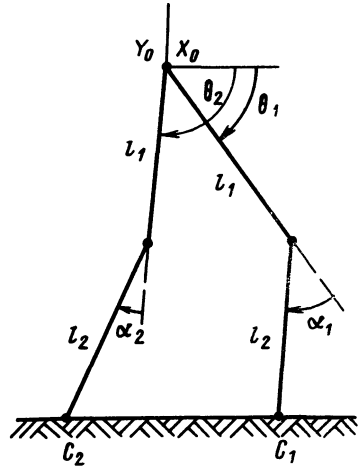


Рис. 53. Схема двухопорной шагающей машины

В качестве простого примера рассмотрим уравнения для гипотетического двухопорного робота (рис. 53)

$$Y_{c_i} = Y_0 + l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\alpha_1 - \theta_1);$$

$$Z_{c_i} = Z_0 + l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \theta_1);$$

$$Y_{c_i} = Y_0 - l_1 \sin\theta_2 - l_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2);$$
$$Z_{c_i} = Z_0 + l_1 \cos\theta_2 - l_2 \cos(\alpha_2 - \theta_2).$$

После их дифференцирования получим

$$l_2 \cos(\alpha_1 - \theta_1)\, d\alpha_1 + [l_1 \cos\theta_1 - l_2 \cos(\alpha_1 + \theta_1)]\, d\theta_1 + (\dot{Y}_0 - \dot{Y}_{c_i})\, dt = 0;$$
$$l_2 \sin(\alpha_1 - \theta_1)\, d\alpha_1 - [l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\alpha_1 - \theta_1)]\, d\theta_1 + (Z_0 - \dot{Z}_{c_i})\, dt = 0;$$
$$-l_2 \cos(\alpha_2 - \theta_2)\, d\alpha_2 + [l_2 \cos(\alpha_2 - \theta_2) - l_1 \cos\theta_2]\, d\theta_2 + (\dot{Y}_0 - \dot{Y}_{c_i})\, dt = 0;$$
$$l_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2)\, d\alpha_2 - [l_1 \sin\theta_2 - l_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2)]\, d\theta_2 + (\dot{Z}_0 - \dot{Z}_{c_i})\, dt = 0.$$

Структура эквивалентных дифференциальных уравнений в этом случае будет иметь вид

$$dX_1/dt = U_1 D_{2345}; \quad dX_2/dt = -U_1 D_{1345};$$
$$dX_3/dt = U_1 D_{1245}; \quad dX_4/dt = -U_1 D_{1235};$$
$$dX_5/dt = U_1 D_{1234},$$

где

$$X_1 = \alpha_1; \; X_2 = \theta_1; \; X_3 = \alpha_2; \; X_4 = \theta_2; \; X_5 = t.$$

Метод избыточных переменных может быть применен к шагающим роботам любой конструкции, с любыми числом опор и числом степеней свободы каждой опоры. В эквивалентных системах дифференциальных уравнений в этом случае будет содержаться не один, а много произвольных коэффициентов, и для облегчения анализа системы следует использовать методы аналитического программирования.

Идея использования теории конечных автоматов для управления движением шагающего робота впервые появилась в работе [61].

Опора шагающего робота представляет собой разомкнутую кинематическую цепь, состоящую из нескольких звеньев. Каждое звено может находиться (по допущению авторов), по крайней мере, в четырех состояниях: свободное (полностью расслабленное), зафиксированное (полностью сжатое), уменьшенное и увеличенное. В связи с этим авторы включили в систему силовые приводы, способные принимать указанные выше состояния. Такие элементы названы ими кибернетическими исполнительными органами.

Таким образом, кибернетический исполнительный орган есть элемент комбинационной схемы (элемент без памяти) с двумя двоичными входами и одним непрерывным.

Если кибернетический исполнительный орган вращает звено, то его входом являются электрические сигналы, а выходом — изменение угла поворота звена. Поскольку на углы поворота звена

всегда наложены некоторые ограничения, то достижимое множество точек s для исполнительного механизма определяется формулой

$$Z \in s \leftrightarrow \forall_z \in [Z_a Z_b],$$

где Z — произвольное положение исполнительного органа; s — множество достижимых положений; Z_a, Z_b — ограничения на его положения.

В данной системе в качестве обратной связи используются дискретные сигналы о положении звеньев в пространстве. Для описания связи между сигналами обратной связи и положением исполнительного органа введено множество $T \subset s$, состоящее из всех тех точек s, информация из которых подается обратно управляющему устройству. (Следует отметить, что при непрерывном управлении $T = s$, при дискретном — $T \subset s$.) Элементы множества названы точками решения. Рассматриваемая система управления обладает низкими адаптационными возможностями, а сложность ее быстро возрастает с увеличением мощности указанных множеств. Поэтому подобные системы не являются перспективными для создания адаптивного шагающего робота.

§ 24. Алгоритмы предварительной прокладки маршрута робота

При перемещении автономного робота у дна или по дну океана необходимо определить траекторию движения и его параметры, т. е. скорости, ускорения, угловое положение корпуса, а также следовую дорожку. Для решения этих задач реальная обстановка должна отображаться в информационной системе робота на планах разного масштаба. Траектория и параметры движения в локальной области определяются с помощью крупномасштабного плана (локального плана дна). На этом плане должны отражаться препятствия значительно меньших размеров, чем размер корпуса робота (соизмеримые, например, с размером стопы шагающего робота), чтобы предотвратить проваливание в ямы, трещины, поломку опор, винтов, потерю устойчивости и опрокидывание. Требование, предъявляемое к величине локальной области, зависит от динамических возможностей робота, который должен успеть затормозить или развернуться, если при анализе плана будет обнаружено препятствие на пути движения. План может быть однокадровым или многокадровым. Однокадровый план позволяет реализовать дискретный режим движения робота: съемку и анализ плана, движение в пределах кадра и т. д. При многокадровом плане движение может быть непрерывным, так как в этом случае при прохождении ближайшего кадра плана производится «наращивание» его самым удаленным кадром. Указанные условия опреде-

ляют требования, которые предъявляются к системе локальной видимости робота.

Для предотвращения блужданий робота и захода в тупики служат так называемые глобальные планы рангов 1, 2 и т. д., где большему рангу соответствует меньший масштаб.

План большего ранга служит для отображения и обхода препятствий, соизмеримых с размерами плана меньшего ранга. На глобальном плане строится условно проходимая траектория, оптимальная по длине, расходу энергии на перемещение или по какому-либо другому критерию. На плане наивысшего ранга должны помещаться начальная и конечная точки маршрута. В простейшем случае задача перемещения робота может решаться при наличии одного глобального плана.

Рассмотрим количественное обоснование размеров зоны глобальной видимости в зависимости от макроструктуры дна. Количественные данные о связи радиуса зоны глобальной видимости с характером микрорельефа дна для равномерного закона распределения препятствий приведены в [11].

В качестве характеристики размеров зоны выбрана зависимость нормированной длины траектории перемещения робота от радиуса зоны

$$\varphi = \frac{l}{L}(r,\ d,\ N),$$

где l — начальное расстояние до цели; L — апостериорная длина траекторий; r — радиус зоны глобальной видимости; d — диаметр препятствий; N — удельная плотность препятствий на местности.

Исследовалось изменение функции φ в зависимости от r для равномерного закона распределения препятствий на местности при различных значениях параметров модели — диаметра препятствий и их удельной плотности. Зависимость φ от r носит гиперболический характер:

$$\varphi = A - \frac{B}{r + C},$$

где A, B, C — коэффициенты, зависящие от d и N.

Стационарность процесса обеспечивается при $l \gg d$. При всех сочетаниях параметров d и N, ограниченных условием $d \cdot N \leqslant 5 \cdot 10^4$, отклонение функции φ от соответствующих асимптот при r, равном 100—200 диаметрам корпуса робота, не превышает 3%. Для оценки значимости глобальной системы видимости было проведено сравнение средней длины пути робота, снабженного глобальной системой видимости, при r, равном 100 корпусам робота, с локальной системой видимости при r, равном трем корпусам. Средняя длина пути в первом случае оказалась в 1,4 раза короче.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что для используемого закона распределения препятствий и $l \gg d$

радиус зоны глобальной видимости, равный 100 корпусам робота, можно считать близким к оптимальному, поскольку в широком диапазоне характеристик моделей он приводит к траекториям, близким к кратчайшим.

При длинных маршрутах истинная протяженность трассы l может быть много больше размеров глобального плана ранга 1. В этом случае весь маршрут делится на участки l_{ij}^{k} и прокладка траектории от его начальной точки i до конечной j может рассматриваться в качестве подцели, решаемой на глобальном плане ранга k. Условие $l \gg d$ также может нарушаться в пределах плана ранга k, в этом случае для сходимости процесса построения траектории движения нужно перейти к плану более высокого ранга.

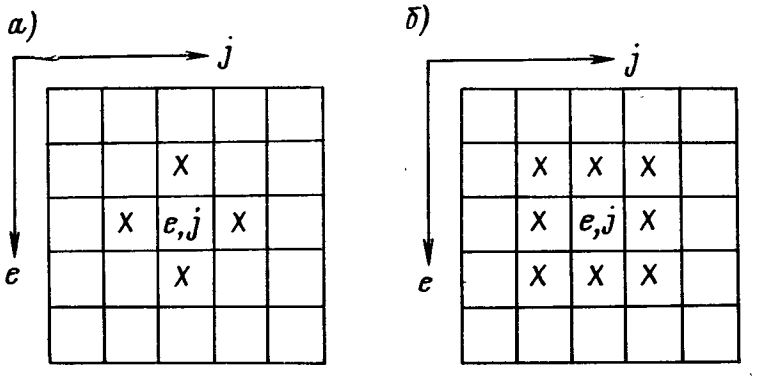


Рис. 54. Варианты трасс:
а — ортогональные; *б* — ортогонально-диагональные

Приступим к анализу алгоритмов прокладки траектории на глобальном плане. Большинство из них разработано применительно к задаче трассировки печатных плат в радиоэлектронике, однако их с равным основанием можно интерпретировать как алгоритмы прокладки маршрута робота на плане местности.

А. Волновой алгоритм Форда—Ли [24, 31]. Задача прокладки маршрута по этому алгоритму сводится к распространению волны на плоскости из заданной точки. Модель местности представляется в виде дискретной сетки, ячейки которой прямоугольны и имеют равные размеры. Величина ячейки выбирается не меньше, чем размер корпуса робота, препятствия представляются в виде запрещенных для распространения волны ячеек.

Возможны два варианта трасс: ортогональные принятой опорной сетке и ортогональные вместе с диагональными. В первом случае для произвольной ячейки $P_{e,j}$ соседними считаются ячейки $P_{e+1,j}$; $P_{e-1,j}$; $P_{e,j-1}$; $P_{e,j+1}$ (рис. 54, *а*), а во втором случае к ним добавляются ячейки $P_{e+1,j+1}$, $P_{e-1,j+1}$; $P_{e-1,j-1}$; $P_{e+1,j-1}$ (рис. 54, *б*). Для того чтобы определить, существует ли трасса

между двумя ячейками P_a и P_b, строится числовая волна от ячейки P_a (начало трассы) к P_b (концу трассы). Вводится некоторая функция $\varphi(P)$, значение которой определяет путевую координату. Алгоритм прокладки маршрута выполняется в следующем порядке.

1. В начале трассы P_a ставится начальное значение функции $\varphi(P_a)$ — начальная путевая координата.

2. Просматриваются все соседние с P_a ячейки. Ячейка считается свободной, если она не занята препятствиями. Свободной соседней ячейке присваивается координата $\varphi(P_i) = \varphi[(P_a) + 1]$, которая запоминается. Все ячейки с одинаковыми путевыми координатами образуют фронт волны.

3. На каждом K-м шаге просматриваются все ячейки фронта волны, заносятся путевые координаты в свободные ячейки и запоминаются координаты ячеек K-го фронта. Волна распространяется до тех пор, пока не достигнет P_b или в $(K + 1)$-м фронте будут отсутствовать свободные ячейки. В первом случае трасса существует, а во втором — отсутствует. Трассу образует множество соседних ячеек, соединяющих ячейки P_a и P_b.

После построения числовой волны с занесением путевых координат выбор трассы происходит следующим образом:

1. Просматриваются все площадки, соседние с концом трассы P_b, и выбирается та ячейка P_i, в которой путевая координата $\varphi(P_i)$ минимальна.

2. Просматриваются все ячейки, соседние с ячейкой P_i, и выбирается ячейка с минимальной путевой координатой.

Процесс повторяется до достижения ячейки P_a. Совокупность выбранных ячеек определяет искомую трассу, длина которой всегда минимальна.

Для выбора кратчайшей трассы достаточно следить за изменением путевой координаты $\varphi(P_i)$ в соседних ячейках. При выборе пути в каждой ячейке «весом» φ_s необходимо найти ячейку «весом» φ, отличая ее от ячеек «весом» φ_s и φ_{s+1}, т. е. при построении волны достаточно занести в эти ячейки «вес» φ, вычисленный от путевой координаты по модулю (не меньше трех). Это позволяет сократить затраты разрядов памяти на индексы путевых координат.

Так как решение задачи о минимальной трассе неоднозначно, вводят дополнительные показатели, характеризующие качество трасс (например, число перегибов). Возможная граф-схема алгоритма показана на рис. 55. Пример работы алгоритма показан на рис. 56 (здесь препятствия представлены заштрихованными ячейками).

Достоинство волнового алгоритма состоит в эффективном использовании всей площади модели, что особенно важно для сложной микроструктуры местности типа лабиринтной.

Однако применение метода в системе управления роботом затруднено, так как, во-первых, для реализации алгоритма требуется большая емкость памяти. Так, для решения задачи прокладки трассы в зоне глобальной видимости, ограниченной радиусом в 100

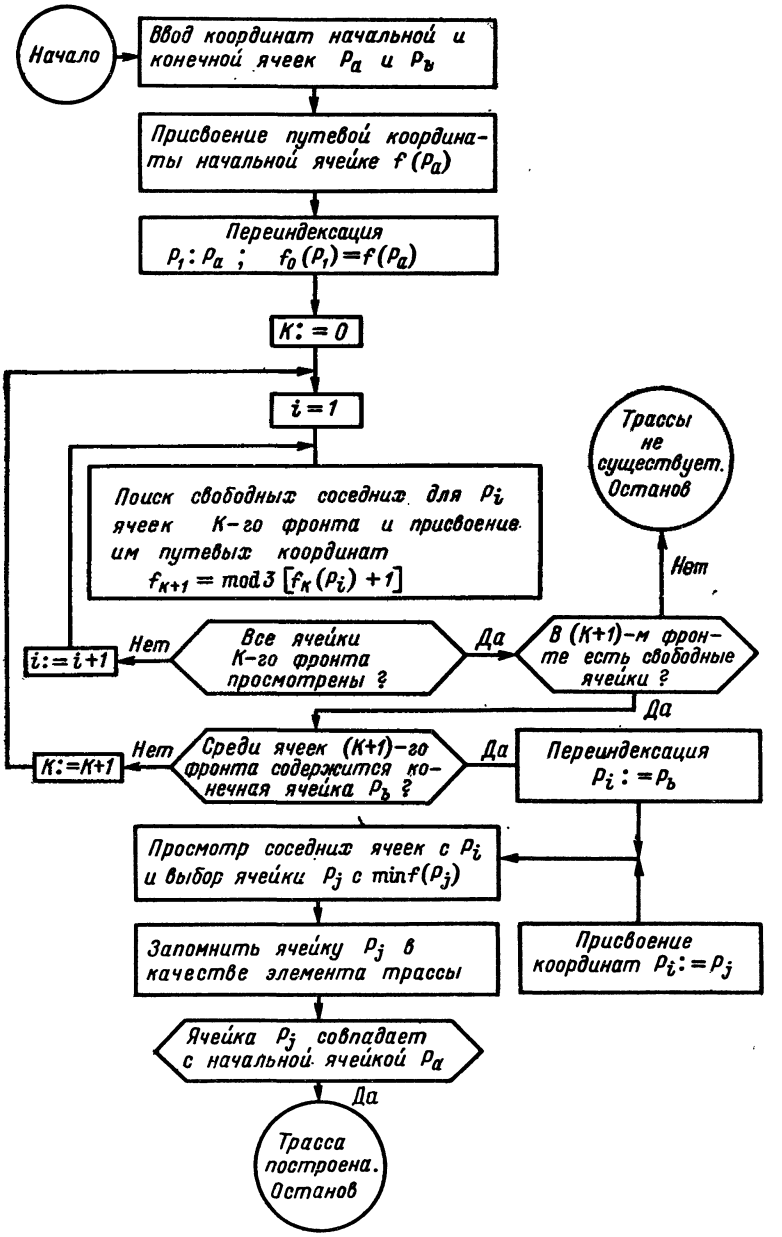


Рис. 55. Граф-схема волнового алгоритма прокладки трассы

ячеек, требуется память в 20 килобайт. Это соответствует самому эффективному варианту программы, когда основным критерием ее качества являются затраты памяти для реализации.

Во-вторых, для распространения волны необходимо значительное время, особенно если ведется борьба за экономию памяти и на модели мало препятствий.

В-третьих, дискретное пространство направления не всегда дает кратчайшую траекторию, которая к тому же может иметь лишние изломы.

Существует несколько модификаций волнового алгоритма, например: алгоритм со встречной волной, с ограничением площади распространения волны, лучевой алгоритм и т. д. В них увеличение быстродействия процесса прокладки маршрута и уменьшение затрат памяти происходит за счет потери оптимальности трасс.

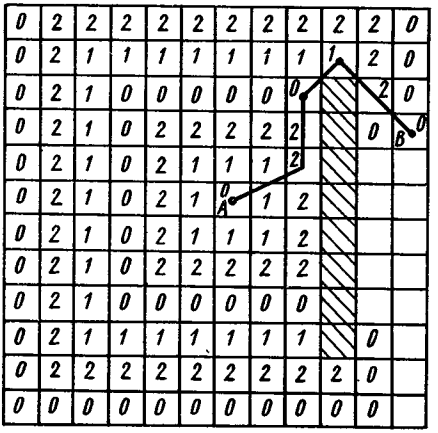


Рис. 56. Прокладка трассы с использованием волнового алгоритма

Б. Алгоритм Мура [65]. Модель местности представляется в виде плоского направленного графа G (X, V). Множество дуг графа состоит из двух подмножеств $V = V_1 \cup V_2$, где V_1 — множество дуг, соответствующее границам модели и препятствий, а V_2 — множество дуг, изображающих проходы, узкие для объекта. Множество вершин графа G есть объединение вершин дуг множества V, а также вершины начального Y_0 и конечного (желаемого) положения робота $Y_к$. Запретная для робота область должна находиться слева от дуги, если смотреть по ее направлению. При таком изображении модели местности каждая вершина $x \in X$ на графе инцидентна двум дугам: входящей и выходящей.

Основная идея алгоритма заключается в построении вспомогательного графа видимости R (Z, V) и выборе путей уже на этом графе. Вершины Z_k, $Z_l \in R$ (Z, V) соединяются ребром $V_{k,l}$, если вершина $X_k \in G$ видна из вершины $X_l \in G$, и наоборот.

Различают прямую видимость и косвенную. Считаем, что две вершины X_k и X_l непосредственно «видны друг другу», если они соответствуют концам одной дуги графа G, либо прямая, соединяющая эти вершины, не пересекает дуг графа G. В данном случае эти вершины являются 1-соседями. Если для множества вершин

$$\{X_1, X_2, \ldots, X_n\} \in G$$

пары вершин

$$\{X_1, X_2\}, \{X_2, X_3\}, \ldots, \{X_{n-1}, X_n\}$$

являются 1-соседями, то считается, что вершина X_1 видна косвенно из X_n, и наоборот. Косвенная взаимная видимость двух вершин X_1, X_n означает, что в графе видимости R существует путь, соединяющий вершины Z_1 и Z_n. Для формального определения взаимной видимости вершин вводятся понятия ребер типа I и II. Расположение вершин X_1, $X_l \in U_l$ по отношению к некоторой вершине X_m также может быть двух типов. Если внутренность треугольника $X_1X_lX_m$ расположена слева от ребра U_l, то ребро относится к типу I, в противном случае — к типу II. Принимается по определению, что вершина $X_k \in G$ не видна из вершины X_l, если оба инцидентных вершине ребра X_k являются ребрами типа 1 по отношению к вершине X_l, в противоположном случае вершина X_k потенциально видна.

Основная процедура определения видимых вершин в алгоритме реализуется в два этапа. На первом все множество вершин графа G разделяется на два подмножества: X^{i*} — подмножество вершин, потенциально видных из x_i, и X^{i**} — подмножество вершин, заведомо не видных из вершины x_i. Такое разделение можно произвести на основе определения потенциальной видимости вершин.

На втором этапе на основе определения прямой видимости из множества X^{i*} выделяются 1-соседи вершины x_i. В алгоритме Мура указанная двухэтапная процедура применяется многократно. Необходимо заметить, что во многих случаях нужно строить не весь граф R, а лишь часть, до того момента, когда в множество вершин попадает вершина y_k. После того как граф видимости построен, в нем выбирают путь, приводящий из y_0 в y_k и удовлетворяющий тому или иному критерию.

Данный алгоритм позволяет получить действительно кратчайшие траектории (в отличие от предыдущего алгоритма). К недостаткам можно отнести неоправданно большой перебор вариантов (а значит, и дополнительные затраты памяти и времени) при построении графа видимости, когда в нем участвуют заведомо ненужные вершины графа модели (например, вершины, лежащие на границах модели). В результате быстродействие алгоритма резко падает, а затраты памяти растут при усложнении макроструктуры местности.

В. Модифицированный волновой алгоритм. Это усложненный вариант волнового алгоритма, обладающий более широкими возможностями для оценки качества прокладки трассы [24]. В нем в процессе распространения волны, помимо путевой координаты, как в алгоритме А, каждой ячейке дискретного поля приписывается определенный «вес», вычисленный по какому-либо правилу. Благодаря этому происходит дифференцирование ячеек внутри каждого фронта и более тонкое дифференцирование трасс. Предположим,

что исходная модель местности задается в виде прямоугольной матрицы **A** топографических замеров, элементы которой для удобства пронумерованы в линейку с помощью одного индекса. Зададим высоту элементарной площадки местности a_i номера i по отношению к некоторому нулевому уровню. Пусть a_0 есть начальная позиция робота, а a_k — конечная, желаемая, позиция. Матрица **A** представляется в виде графа $G(X, V)$, где X — множество вершин графа. При этом середина элементарной площадки местности изображается вершиной $x_i \in G$.

Множество V есть множество ребер графа, определенное следующим образом. Соседними элементами матрицы **A** считаются элементы, расположенные рядом либо в одной строке, либо в столбце. Если для двух соседних элементов матрицы **A** справедливо соотношение $|a_i - a_l| < \varepsilon$ (порог преодолеваемой роботом высоты), то вершины $x_i, x_l \in X$ соединены ребром, в противном случае ребро между этими вершинами отсутствует. Таким образом, граф G определяет множество допустимых для робота траекторий движения. Рассмотрим одно из возможных правил присвоения «весов» вершинам графа для получения путей, имеющих минимальную длину, минимум спусков, подъемов и поворотов. Поскольку эти требования при выборе конкретных трасс могут вступать в противоречие, они ранжируются и совместно учитываются аддитивным образом. Вершины $x_i, x_j \in X$, соединенные одним ребром (x_i, x_j), называются 1-соседями; двумя ребрами — 2-соседями и n ребрами — n-соседями. «Вес» каждой вершины

$$m_i = \min\{1 + m_{i-1} + |\gamma(x_i, x_{i-1})| + \delta_i + \theta_i\}; \quad m_0 = 0,$$

где m_0 — «вес» начальной вершины; m_{i-1} — «вес» вершины x_{i-1}, являющейся 1-соседом вершины x_i. Величина $\gamma(x_i, x_{i-1})$ определяется следующим образом: $\gamma(x_i, x_{i-1}) = a_i - a_{i-1}$. Для того чтобы определить знак γ, принимают положительными направления матрицы **A**: строк — вправо, столбцов — вверх, при этом за начало этой системы координат принимается элемент матрицы **A**, расположенный в ее левом нижнем углу.

$$\delta_i = \begin{cases} 0, \text{ если } i = 1 \text{ или } \operatorname{sign}\gamma(x_i, x_{i-1}) = \operatorname{sign}\gamma(x_{i-1}, x_{i-2}); \\ \gamma(x_i, x_{i-1}) \text{ или } \gamma(x_{i-1}, x_{i-2}), \text{ или оба равны } 0 \\ \text{(выбирается одно из трех условий} \\ 1, \text{ если } \operatorname{sign}\gamma(x_i, x_{i-1}) \neq \operatorname{sign}\gamma(x_{i-1}, x_{i-2}). \end{cases}$$

Коэффициент $\delta_i = 0$, если на соответствующем участке a_{i-2}, a_{i-1}, a_i местность горизонтальна либо имеет постоянный спуск или подъем; в противном случае $\delta_i = 1$.

$$\theta_i = \begin{cases} 0, \text{ если } i = 1 \text{ или } a_i \text{ и } a_{i-2} \text{ принадлежат одной или одному} \\ \text{столбцу матрицы } \mathbf{A}; \\ 1 \text{ в противоположном случае.} \end{cases}$$

Этот фактор учитывает прямолинейность трассы на участке a_{i-2}, a_{i-1}, a_i; I' есть подмножество множества вершин графа, являющихся 1-соседями вершины x_i. Если в вершину x_i ведут пути из нескольких вершин $x_{i-1} \in I'$, то вершине придается «вес» вершины с меньшим весом.

В остальном процесс распространения волны в этом алгоритме аналогичен процессу простого волнового алгоритма. Прокладка пути после распространения волны выполняется так же, как в пер-

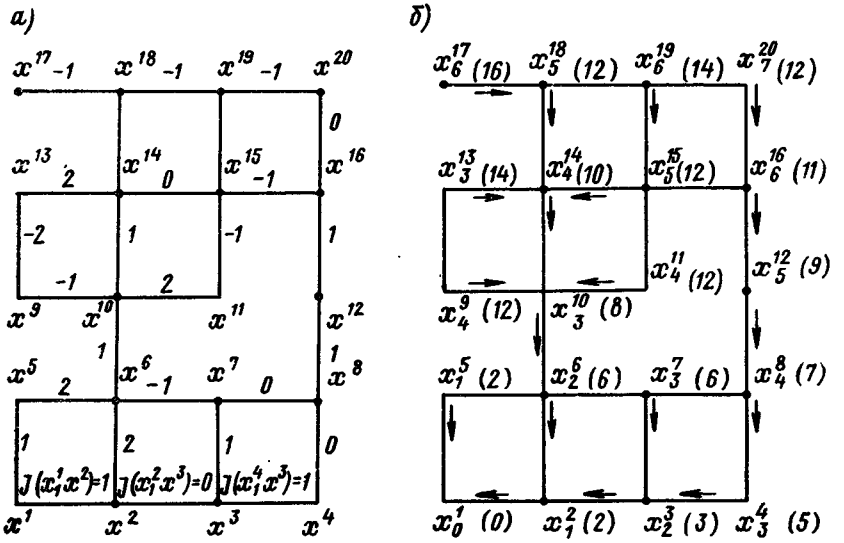


Рис. 57. Прокладка трассы с помощью модифицированного волнового алгоритма:
а — граф $G(X, V)$; *б* — взвешенный граф

вом алгоритме. Отличие состоит в том, что выбор перехода от текущей вершины к 1-соседней осуществляется по минимальному «весу». Рассмотрим пример использования алгоритма для исходной матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{Vmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{Vmatrix}.$$

Начальная позиция соответствует элементу $a_{5,1} = 0$, а конечная — $a_{1,4} = 4$. Граф G, построенный по матрице $\mathbf{A}$ при $\varepsilon = 3$, изображен на рис. 57, *а*. На графе начальной точке соответствует вершина x', а конечной точке x^{20}. На ребрах графа указаны вычис-

ленные значения функций $\gamma\left(x_i, x_{i-1}\right)$ для $\forall \in [1, 20]$. Начальной вершине x_0^1 присваиваем «вес» $m_0^1 = 0$. Нижний индекс у обозначения вершины показывает, каким соседом является рассматриваемая вершина по отношению к начальной (рис. 57, *б*). «Вес» вершин указан в скобках у их обозначения. Путевые координаты показаны стрелками. Двигаясь от конечной вершины x_7^{20} к 6-соседу, 5-соседу и т. д. в соответствии с путевыми координатами (стрелками), получим искомую траекторию, проходящую через вершины x_0^1, x_1^2, x_2^3, x_3^4, x_4^2, x_5^{12}, x_6^{16}, x_7^{20}.

Достоинства алгоритма были указаны ранее. Недостатки алгоритма такие же, как и простого волнового алгоритма, лишь в еще более усугубленной форме.

ГЛАВА **5**

СУПЕРВИЗОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ

В предыдущих главах были подробно рассмотрены вопросы, относящиеся в основном к структуре подводных роботов. В этой главе переходим к изложению методов синтеза тактического уровня управления подводным роботом.

Основными факторами, которые необходимо принимать во внимание при разработке многоуровневой системы управления подводным роботом, являются свойства внешней среды, в которой он должен функционировать, а также особенности, характер и разнообразие операций, для выполнения которых он предназначен. Если внешняя среда полностью детерминирована и нужно длительно выполнять многократно повторяющиеся стереотипные операции, как, например, в промышленности, то автоматически выполнять эту работу могут роботы первого поколения. В отдельных случаях удается добиться достаточно надежного автономного выполнения операций и в среде, не полностью детерминированной. Так, подводный робот способен автономно функционировать, если он выполняет только одну операцию: взятие проб воды в придонном слое или проб грунта в конкретно заданном районе. Если же робот предназначен для проведения широкого набора часто меняющихся и даже заранее не запланированных работ в недетерминированной среде, то возможна полная автономия функционирования только «интеллектуальных» роботов.

К сожалению, пока робототехника не располагает ни техническими средствами, ни теорией, ни даже конструктивными идеями, позволяющими рассчитывать на создание в ближайшее время ро-

ботов, приближающихся по своим возможностям к интеллектуальным возможностям человека. Поэтому сегодня для выполнения разнообразных операций в недетерминированной среде приходится использовать те функциональные свойства человека, которые превосходят соответствующие свойства ЭВМ, непосредственно управляющей роботом.

На данном этапе развития систем управления роботами наиболее эффективным оказывается супервизорный метод управления. Он удобен тем, что глобальные решения принимает человек, который окончательно осмысливает обстановку. Такая структура управления хорошо согласуется с принятой методикой проведения океанологических исследований. Конечно, существует ряд программных исследований, когда требуется лишь информация о существенных отклонениях от предполагаемых величин измерений, либо когда нужно выполнить лишь отбор проб и т. п. Эти операции вполне удовлетворительно могут выполнить подводные роботы первого поколения. Подавляющее же большинство задач океанологических исследований требует постоянного участия специалиста, но на высшем, стратегическом уровне управления.

Взаимодействие человека и робота с супервизорным управлением осуществляется на уровне достаточно емких по смыслу типовых команд — целей управления.

От характера разделения функций между человеком и ЭВМ, непосредственно управляющей роботом, зависит эффективность его использования.

Из сопоставления функциональных возможностей человека и современных ЭВМ вытекает, например, целесообразность следующего разделения. ЭВМ, управляющая роботом, обеспечивает автономное выполнение команд, сводящихся к разнообразным перемещениям в пространстве как самого робота, так и его манипулятора с учетом особенностей окружающей среды, в данном случае различных препятствий.

Человек же, используя технические средства общения, формирует из этих команд инструкции по выполнению работ, а также в сложных ситуациях вмешивается в действия ЭВМ, осуществляя «помощь» в управлении роботом. При этом человек решает задачи, связанные с распознаванием образов, оценкой сложных ситуаций, планированием и прогнозированием, принятием нетривиальных решений и т. д.

Таким образом, организация управления роботом, контролируемого со стороны человека, во-первых, связана с выбором системы типовых команд и разработкой методов их автономной реализации в реальном масштабе времени на базе соответствующей системы управления, во-вторых, — с выбором удобных для оператора способов общения и аппаратуры.

Практически все самостоятельные в функциональном отношении подсистемы подводного робота, такие, как манипулятор или носитель, могут управляться супервизорно. При этом структура

и алгоритм управления оказываются абсолютно идентичными, так как математические модели объектов управления одинаковые. Это позволяет создавать обобщенные принципы и структуры вычислительно-управляющих комплексов. В дальнейшем элементы теории супервизорного управления рассматриваются на примере наиболее сложной структурной подсистемы подводного робота — системы манипулятора.

Для того чтобы подойти к решению задачи синтеза многоуровневой системы управления манипулятором подводного робота, необходимо прежде всего формализовать типовые команды, которые задают движения манипулятору. Как будет показано далее, достаточно полный список типовых команд, с помощью которых может быть описан широкий спектр операций, включает три класса (каждому из них соответствует определенная форма записи).

Для осуществления синтеза системы управления манипулятором требуется формализовать ограничения, которые необходимо учитывать при выполнении команд. Эти ограничения отражают в основном особенности внешней среды, например расположение препятствий в рабочей зоне манипулятора. Информация, упорядоченная определенным образом, образует модель внешней среды.

Используя эти данные о командах и ограничениях, а также динамическое описание механической части манипулятора с приводами, можно решить задачу синтеза системы управления манипулятором и, следовательно, задачи управления трех классов, соответствующих трем классам типовых команд.

§ 25. Типовые команды формирования движений и их формализация

Под *типовой командой* формирования движений будем понимать такую, в соответствии с которой манипуляторы подводного робота выполняют некоторое характерное движение — элементарную операцию.

Управление подводным роботом должно быть построено таким образом, чтобы реализация каждой типовой команды могла осуществляться автономно, без участия человека.

Тогда, очевидно, и любая более сложная операция, разложимая на элементарные, может быть выполнена автономно. При построении входного языка управления роботом типовые команды можно использовать как основные операторы этого языка. С помощью проблемно-ориентированного языка управления роботом человек может строить командные фразы — инструкции, соответствующие разнообразным достаточно сложным операциям, которые должен выполнять робот. Помимо основных операторов — типовых команд, в состав этого языка могут войти и другие, так называемые вспомогательные команды, не связанные непосредственно с формированием движений, а также операторы условного и безуслов-

ного переходов, операторы цикла и т. д. Последние предназначаются, в частности, для более компактной записи командных фраз и характерны для множества других языков. Поэтому в дальнейшем основное внимание будет уделено анализу типовых команд.

При выборе типовых команд необходимо учитывать следующее:

1. Команды должны быть универсальными, т. е. одни и те же команды в разных комбинациях и последовательности должны быть пригодны для выполнения самых разнообразных сложных работ. (Это требование отвечает задаче синтеза робота как многоцелевой системы.)

2. Команды должны определять цель, поставленную перед роботом, а не способ достижения этой цели. Правило достижения цели должно быть заложено в программу-интерпретатор типовых команд; для компактности программного обеспечения желательно, чтобы этот интерпретатор был общим для всех команд.

3. Команды, с одной стороны, не должны быть слишком элементарными, чтобы их последовательность (директива), соответствующая какой-либо сложной работе, не была слишком длинной и составление этой директивы оператором не было слишком утомительной процедурой. С другой стороны, типовые команды не должны быть слишком сложными, чтобы интерпретирующая их программа соответствовала возможностям современных ЭВМ, как по объему памяти, так и по быстродействию.

4. Команды должны иметь гибкую структуру, т. е. допускать модификацию не за счет изменения программы-интерпретатора, а благодаря введению в нее некоторой дополнительной информации.

5. Команды должны быть представлены на естественном языке. Для большинства существующих и проектируемых промышленных роботов типовыми командами являются команды, задающие конечные значения обобщенных координат манипулятора (относительных угловых или линейных перемещений в каждом шарнире). Эти команды универсальны, так как, располагая ими, в конечном счете, всегда можно осуществить двигательный акт любой степени сложности. Однако они слишком элементарны, поэтому, с одной стороны, любая сколько-нибудь сложная операция требует весьма большой последовательности таких команд, с другой стороны, с их помощью чрезвычайно неудобно конструировать целенаправленный двигательный акт, так как человек не приспособлен к переводу движения из пространства обобщенных координат робота-манипулятора в естественное пространство положений рабочего инструмента, что особенно сильно проявляется при большом числе степеней свободы.

Поэтому ограничиться использованием только этих команд, несмотря на значительную простоту их машинной реализации, для роботов второго поколения, в том числе подводных, нельзя вследствие их элементарности. Лишь в промышленных роботах первого поколения, которые обычно выполняют многократно повторяющиеся операции в течение длительного времени, достаточен подбор

только таких типовых команд, так как программирование новых операций в этом случае осуществляется редко и затраты времени и усилий оператора не являются определяющими.

Однако нельзя признать целесообразным и выбор слишком сложных типовых команд, таких, как «построить сооружение», «осуществить контроль функционирования устройства» и т. д. Это объясняется не только чрезвычайной сложностью машинной реализации подобных команд, но и тем, что они не обладают свойством универсальности, т. е. такие укрупненные команды слишком специфичны и их затруднительно использовать для составления других разнообразных директив.

Наиболее рационально в качестве типовых команд подводного робота второго поколения, задающих его поведение, использовать команды, сводящиеся к нахождению определенного пространственного положения или множества пространственных положений, которые должен приобрести в конце операции рабочий инструмент, закрепленный на конце манипулятора подводного робота (схват, батометр, гайковерт и т. д.). Заданное пространственное положение может быть статическим или динамическим, т. е. зависеть от времени. При таком выборе типовых команд удается ограничиться их небольшим набором для представления весьма широкого класса рабочих операций. Причем директивы, построенные на основе этих команд и соответствующие достаточно сложным операциям, не будут слишком длинными.

Дополнительно дифференцировать команды можно, задавая способ достижения конечного пространственного положения, под которым понимается траектория движения инструмента в пространстве, закон его движения во времени. Следует отметить, что для подводного робота второго поколения можно применять и команды, задающие обобщенные координаты, а также команды для инструмента: открытие—закрытие схвата и батометра, включение—выключение вращения гайковерта или керноотборника и т. д.

Необходимое пространственное положение рабочего инструмента может быть определено как абсолютно (в неподвижной координатной системе X_1^0, X_2^0, X_3^0), так и относительно (когда оно задается относительно некоторых «целевых» объектов внешней среды, которые определены в системе координат X_1^n, X_2^n, X_3^n, связанной с рабочим инструментом). Для удобства будем обозначать (рис. 58) оси координат, связанные со звеньями манипулятора X_1^i, X_2^i, X_3^i, где i — номер звена, индекс 0 соответствует неподвижной системе координат, связанной с корпусом манипулятора.

В обоих случаях заданное пространственное положение представляется вектором $w_{зд}^{п}$, если оно единственно, или множеством векторов $W_{зд}^{п*} \subset W_R^{п}$, если существует несколько или бесконечное число подходящих пространственных положений, удовлетворяющих данной команде, где $W_R^{п}$—R-мерное эвклидово пространство положения инструмента.

Компонентами этих векторов для абсолютного задания являются координаты некоторой характеристической точки рабочего инструмента в неподвижной системе координат $X^0_{х.т}$, остальные компоненты — направляющие косинусы $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ или углы Эйлера φ, ψ, ϑ, которые определяют вращение координатной системы инструмента относительно неподвижной системы координат. При относительном задании первые три компонента вектора соответствуют координатам некоторой «целевой» точки $X^n_ц$, принадлежащей объекту внешней среды, в координатной системе рабочего инструмента, причем координаты этой точки соответствуют положению инструмента после выполнения данной команды; остальные ком-

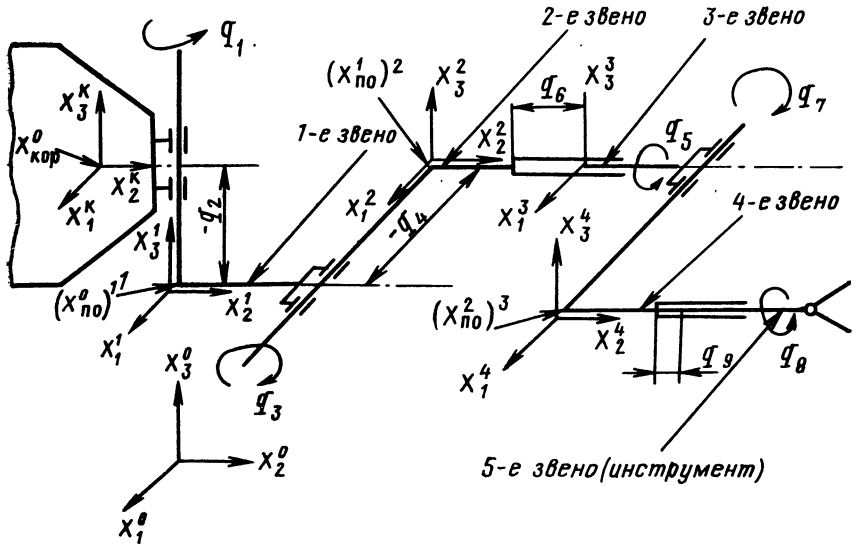


Рис. 58. Обобщенная кинематическая схема манипулятора

поненты, которые характеризуют поворот координатной системы, связанной с инструментом, относительно неподвижной координатной системы, те же, что и при абсолютном задании.

Компоненты, которые соответствуют направляющим косинусам, выраженные через обобщенные координаты q_p, могут быть представлены следующей зависимостью:

$$\vec{\alpha}_n = \left(\prod_n^1 \alpha_{j,\, j-1} \right) \alpha_0, \tag{5.1}$$

где $\vec{\alpha}_n$, α_0 — матрицы направляющих косинусов n-го звена и корпуса в инерциальной системе координат соответственно.

Зависимость входящих в (5.1) значений $\alpha_{p,\, p-1}$ от q_p определяется матрицами направляющих косинусов системы p-го звена относительно $(p-1)$-го.

Для получения зависимости φ, ψ, ϑ от q_p воспользуемся известными соотношениями [21], связывающими направляющие косинусы с углами Эйлера. В соответствии с ними

$$\left.\begin{aligned}
(\vec{\alpha}_n)_{11} &= \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\vartheta;\\
(\vec{\alpha}_n)_{12} &= \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\cos\vartheta;\\
(\alpha_n)_{13} &= \sin\varphi\sin\vartheta;\\
(\vec{\alpha}_n)_{21} &= -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi\cos\vartheta;\\
(\vec{\alpha}_n)_{22} &= -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\cos\vartheta;\\
(\vec{\alpha}_n)_{23} &= \cos\varphi\sin\vartheta;\\
(\vec{\alpha}_n)_{31} &= \sin\vartheta\sin\psi;\\
(\vec{\alpha}_n)_{32} &= -\sin\vartheta\cos\psi;\quad (\vec{\alpha}_n)_{33} = \cos\vartheta.
\end{aligned}\right\} \tag{5.2}$$

Учитывая, что пределы изменения углов Эйлера ограничены ($-\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi$; $0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi$; $-\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi$), выразим их с помощью (5.2) в явном виде через направляющие косинусы

$$\left.\begin{aligned}
\varphi &= [\operatorname{sign}(\vec{\alpha}_n)_{13}]\arccos(\vec{\alpha}_n)_{32}\Big/\sqrt{1-(\vec{\alpha}_n)_{33}^2};\\
\vartheta &= \arccos(\vec{\alpha}_n)_{33};\\
\psi &= [\operatorname{sign}(\vec{\alpha}_n)_{31}]\arccos(\vec{\alpha}_n)_{32}\Big/\sqrt{1-(\vec{\alpha}_n)_{33}^2}.
\end{aligned}\right\} \tag{5.3}$$

При $(\vec{\alpha}_n)_{33} = \pm 1$ углы φ и ψ определяются следующим выражением:

$$\psi + [\operatorname{sign}(\vec{\alpha}_n)_{33}]\,\varphi = -\arcsin(\vec{\alpha}_n)_{12}. \tag{5.4}$$

Таким образом, искомая зависимость φ, ψ, ϑ от q_p будет иметь место, если в (5.3) заменить величины $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ их выражениями через q_p с помощью (5.1) и (5.44).

Координаты характеристической точки инструмента $X^0_{\text{х. т}}$ можно выразить через обобщенные координаты, используя формулу прямого преобразования координат:

$$X^0_{\text{х. т}} = (X^0_{\text{п}})^n + \vec{\alpha}'_n X^n_{\text{х. т}}, \tag{5.5}$$

где $X^n_{\text{х. т}}$ — координаты характеристической точки рабочего инструмента в его координатной системе.

Полюс n-го звена инструмента $(X^0_{\text{п}})^n$ в координатной системе корпуса выражается через обобщенные координаты последователь-

ным применением формулы преобразования координат

$$(X_{\text{п}}^{0})^{n} = X_{\text{кор}}^{0} + \sum_{i=1}^{n} \vec{\alpha}'_{i-1} (X_{\text{п}0}^{i-1})^{i} + \sum_{i=1}^{n} \vec{\alpha}'_{i-1} q^{2i}, \tag{5.6}$$

где $(X_{\text{п}0}^{i-1})^{i}$ — полюс i-го звена в координатной системе (i—1)-го звена; $X_{\text{кор}}^{0}$ — полюс корпуса в инерциальной системе координат; q^{2i} — вектор линейного перемещения i-го звена относительно (i—1) в координатах (i—1)-го звена.

Учитывая (5.5) и (5.6), окончательно получим

$$X_{\text{х. т}}^{0} = \vec{\alpha}'_{n} X_{\text{х. т}}^{n} + X_{\text{кор}}^{0} + \sum_{i=1}^{n} \vec{\alpha}'_{i-1} (X_{\text{п}0}^{i-1})^{i} + \sum_{i=1}^{n} \vec{\alpha}'_{i-1} q^{2i}. \tag{5.7}$$

Координаты целевой точки объекта внешней среды $X_{\text{ц}}^{n}$ в координатной системе рабочего инструмента выразятся через обобщенные координаты с помощью формулы обратного преобразования координат и формулы (5.6) как

$$X_{\text{ц}}^{n} = \vec{\alpha}_{n} [X_{\text{ц}}^{0} - (X_{\text{п}}^{0})^{n}] = \vec{\alpha}_{n} (X_{\text{ц}}^{0} - X_{\text{кор}}^{0}) - \sum_{i=1}^{n} {}^{n\leftarrow}\alpha_{i-1} (X_{\text{п}0}^{i-1})^{i} -$$

$$- \sum_{i=1}^{n} {}^{n\leftarrow}\alpha_{i-1} q^{2i}, \tag{5.8}$$

где $X_{\text{ц}}^{0}$ — координаты целевой точки в неподвижной системе координат;

$${}^{n\leftarrow}\alpha_{i-1} = \prod_{n}^{i} \alpha_{j,\, j-1}. \tag{5.9}$$

Использовав формулы прямого и обратного преобразования координат, нетрудно получить формулы для координат отдельных точек внешней среды, окружающей робот, выраженных:

а) в неподвижной системе координат через обобщенные координаты робота и координаты этих точек в системах координат отдельных звеньев:

$$\left.\begin{aligned} X^{0} = \vec{\alpha}'_{p} X^{p} + (X_{\text{п}}^{0})^{p} = \vec{\alpha}'_{p} X^{p} + X_{\text{кор}} + \\ + \sum_{i=1}^{p} \vec{\alpha}'_{i-1} (X_{\text{п}0}^{i-1})^{i} + \sum_{i=1}^{p} \vec{\alpha}'_{i-1} q^{2i}; \end{aligned}\right\} \tag{5.10}$$

б) в системах координат отдельных звеньев через обобщенные координаты и координаты этих точек в неподвижной системе координат:

$$X^{p} = \vec{\alpha}_{p} [X^{0} - (X_{\text{п}}^{0})^{p}] = \vec{\alpha}_{p} (X^{0} - X_{\text{кор}}^{0}) -$$

$$-\sum_{i=1}^{p} {}^{p\leftarrow}\alpha_{i-1}\left(X_{\text{п}0}^{i-1}\right)^{i}-\sum_{i=1}^{p} {}^{p\leftarrow}\alpha_{i-1}q^{2i}; \qquad (5.11)$$

$$ {}^{p\leftarrow}\alpha_{i-1}=\prod_{p}^{i}\alpha_{j,\,j-1}. \qquad (5.12)$$

Все типовые команды и соответствующие им элементарные операции могут быть подразделены на три класса.

К *первому классу* относятся типовые команды, которые полностью определяются заданием статического конечного положения рабочего инструмента в пространстве, т. е. неизменного во времени положения.

Ко *второму классу* принадлежат типовые команды, которые определяются не только конечным положением рабочего инструмента, но и способом достижения этого положения, однако без учета темпа движения, т. е. без предъявления каких-либо требований к закону изменения обобщенных координат робота во времени.

К *третьему классу* относятся типовые команды, отличающиеся от операций первых двух классов заданием темпа движения. Обобщенные координаты манипулятора, выполняющего этот класс операций, должны быть связаны динамическими соотношениями.

Основные типовые команды первого класса:

1) «переместить рабочий инструмент в заданную точку пространства $W_{\text{зд}}^{\text{п}}$»;

2) «переместить рабочий инструмент в заданную область пространства $W_{\text{зд}}^{\text{п}*}$».

По первой типовой команде рабочий инструмент должен принять такое пространственное положение, при котором, во-первых, некоторая характеристическая точка инструмента $X_{\text{х. т}}^{0}$ совмещается с заданной неподвижной точкой или целевая точка $X_{\text{ц}}^{n}$ внешней среды приобретает относительно инструмента заданное положение $X_{\text{ц. зд}}^{n}$. Во-вторых, направляющие косинусы $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ или углы Эйлера, характеризующие вращение координатной системы инструмента относительно неподвижной системы координат, принимают заданные постоянные значения: соответственно $(\vec{\alpha}_n)_{ij}^{\text{зд}}$ и $\varphi_{\text{зд}}$, $\psi_{\text{зд}}$, $\vartheta_{\text{зд}}$.

В соответствии с этим заданное пространственное положение, т. е. рассматриваемая типовая команда, может быть полностью определена целевыми векторами.

При абсолютном задании пространственного положения — векторами:

1-й вид:

$$w_{\text{зд}}^{\text{п}}=\left[X_{1\text{х. т. зд}}^{0},\ X_{2\text{х. т. зд}}^{0},\ X_{3\text{х. т. зд}}^{0},\ (\vec{\alpha}_n)_{11}^{\text{зд}},\ \ldots,\ (\vec{\alpha}_n)_{33}^{\text{зд}}\right]; \qquad (5.13)$$

2-й вид:

$$w_{\text{зд}}^{\text{п}}=\left(X_{1\text{х. т. зд}}^{0},\ X_{2\text{х. т. зд}}^{0},\ X_{3\text{х. т. зд}}^{0},\ \varphi_{\text{зд}},\ \psi_{\text{зд}},\ \vartheta_{\text{зд}}\right). \qquad (5.14)$$

Следует отметить, что девять направляющих косинусов, входящих в (5.14), связаны шестью уравнениями ортогональности и ортонормированности.

При относительном задании пространственного положения векторами:

1-й вид:

$$w^{\text{п}}_{\text{зд}} = \left[X^{n}_{1\text{ц. зд}},\ X^{n}_{2\text{ц. зд}},\ X^{n}_{3\text{ц. зд}},\ (\vec{\alpha}_n)^{\text{зд}}_{11},\ \ldots,\ (\vec{\alpha}_n)^{\text{зд}}_{33}\right]; \qquad (5.15)$$

2-й вид:

$$w^{\text{п}}_{\text{зд}} = \left(X^{n}_{1\text{ц. зд}},\ X^{n}_{2\text{ц. зд}},\ X^{n}_{3\text{ц. зд}},\ \varphi_{\text{зд}},\ \psi_{\text{зд}},\ \vartheta_{\text{зд}}\right). \qquad (5.16)$$

Текущее положение рабочего инструмента будет, очевидно, характеризоваться векторами $w^{\text{п}} \in W^{\text{п}}_{R}$ той же структуры с компонентами, равными текущим значениям $X^{0}_{\text{х. т}}$, $X^{n}_{\text{ц}}$, φ, ψ, ϑ, $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$.

При абсолютном задании векторами:

1-й вид:

$$w^{\text{п}} = \left[X^{0}_{1\text{х. т}},\ X^{0}_{2\text{х. т}},\ X^{0}_{3\text{х. т}},\ (\vec{\alpha}_n)_{11},\ (\vec{\alpha}_n)_{12},\ \ldots,\ (\vec{\alpha}_n)_{33}\right]; \qquad (5.17)$$

2-й вид:

$$w^{\text{п}} = \left(X^{0}_{1\text{х. т}},\ X^{0}_{2\text{х. т}},\ X^{0}_{3\text{х. т}},\ \varphi,\ \psi,\ \vartheta\right). \qquad (5.18)$$

При относительном задании векторами:

1-й вид:

$$w^{\text{п}} = \left[X^{n}_{1\text{ц}},\ X^{n}_{2\text{ц}},\ X^{n}_{3\text{ц}},\ (\vec{\alpha}_n)_{11},\ \ldots,\ (\vec{\alpha}_n)_{33}\right]; \qquad (5.19)$$

2-й вид:

$$w^{\text{п}} = \left(X^{n}_{1\text{ц}},\ X^{n}_{2\text{ц}},\ X^{n}_{3\text{ц}},\ \varphi,\ \psi,\ \vartheta\right). \qquad (5.20)$$

Из условия равенства векторов текущего положения инструмента заданным при замене $w^{\text{п}}$ на $w^{\text{п}}(q)$, т. е. при замене компонент вектора $w^{\text{п}}$ их значениями, выраженными через обобщенные координаты с помощью формул (5.1), (5.3), (5.7), (5.44) при абсолютном задании положения инструмента, или формул (5.1), (5.3), (5.8), (5.44) при относительном, получаются равенства типа

$$w^{\text{п}}_{\text{зд}} - w^{\text{п}}(q) = 0. \qquad (5.21)$$

Они определяют множество $G^* \subset G_m$ векторов обобщенных координат q, при достижении которого выполняется заданная команда (здесь G_m — m-мерное эвклидово пространство обобщенных координат), и формализуют данную команду, определяя цель управления. Равенства называют целевыми условиями.

Отметим, что в общем случае, когда размер вектора q больше шести, полученные целевые условия удовлетворяют бесконечному множеству значений векторов q; при этом имеется в виду, что изменения угловых обобщенных координат ограничены диапазоном $\pm\pi$.

Вторая рассматриваемая типовая команда соответствует такому перемещению рабочего инструмента, при котором, во-первых, одна или несколько характеристических точек инструмента должны попасть в заданную, обычно выпуклую, область пространства (выпуклый параллелепипед) или, что аналогично, одна или несколько целевых точек внешней среды должны попасть в заданную выпуклую часть пространства, связанную с координатной системой инструмента; во-вторых, трехмерный вектор углов Эйлера, характеризующий вращение координатной системы инструмента относительно неподвижной системы координат, должен принадлежать заданному выпуклому параллелепипеду.

Если имеется t характеристических $\left(X^0_{\text{х. т}}\right)^h$ или целевых $\left(X^n_{\text{ц}}\right)$ точек ($h = 1, 2, \ldots, t$), то эти условия определяются следующими двумя типами неравенств:

$$b^h < \left(X^0_{\text{х. т}}\right)^h < a^h;$$
$$b^{t+1} < (\varphi, \psi, \vartheta) < a^{t+1}$$

или

$$b^h < \left(X^n_{\text{ц}}\right)^h < a^h;$$
$$b^{t+1} < (\varphi, \psi, \vartheta) < a^{t+1};$$
$$a^h = a; \quad b^h = b \text{ при } h = 1, 2, \ldots, t,$$

где a, b, a^{t+1}, b^{t+1} — трехмерные векторы верхних и нижних границ параллелепипедов заданных значений характеристических, целевых точек и углов Эйлера соответственно.

Вместо неравенств, задающих углы Эйлера, можно использовать неравенства

$$b^{t+1} < [(\vec{\alpha}_n)_{11}, (\vec{\alpha}_n)_{12}, \ldots, (\vec{\alpha}_n)_{33}] < a^{t+1},$$

которые определяют область задания направляющих косинусов, характеризующих вращение инструмента. Отметим, что в данном случае a^{t+1} — девятимерные векторы.

Если внести в рассмотрение векторы, характеризующие текущее положение рабочего инструмента:

$$w = \left[\left(X^0_{\text{х. т}}\right)^1, \left(X^0_{\text{х. т}}\right)^2, \ldots, \left(X_{\text{х. т}}\right)^t, (\vec{\alpha}_n)_{11}, \ldots, (\vec{\alpha}_n)_{33}\right]; \quad (5.22)$$
$$w = \left[\left(X^0_{\text{х. т}}\right)^1, \left(X^0_{\text{х. т}}\right)^2, \ldots, \left(X^0_{\text{х. т}}\right)^t, \varphi, \psi, \vartheta\right] \quad (5.23)$$

(абсолютное представление положения инструмента, 1 и 2-й виды);

$$w = \left[\left(X^n_{\text{ц}}\right)^1, \left(X^n_{\text{ц}}\right)^2, \ldots, \left(X^n_{\text{ц}}\right)^t, (\vec{\alpha}_n)_{11}, \ldots, (\vec{\alpha}_n)_{33}\right]; \quad (5.24)$$
$$w = \left[\left(X^n_{\text{ц}}\right)^1, \left(X^n_{\text{ц}}\right)^2, \ldots, \left(X^n_{\text{ц}}\right)^t, \varphi, \psi, \vartheta\right] \quad (5.25)$$

(относительное представление, 1 и 2-й виды), то можно записать

$$A < w < B, \tag{5.26}$$

где $A = (a^1, a^2, \ldots, a^{t+1})$; $B = (b^1, b^2, \ldots, b^{t+1})$ есть $(3t + 3)$- или $(3t + 9)$-мерные ограничивающие векторы, выбираемые в зависимости от вида задания текущего вектора w.

В предыдущем случае пространство $W_R^{\text{п}}$ положений рабочего инструмента было двенадцати- или шестимерным ($R = 12$ или $R = 6$) в зависимости от вида задания $\dot{W}^{\text{п}}$. В данном случае пространство $W_R^{\text{п}}$ положений — $(3t + 3)$- или $(3t + 9)$-мерное. Неравенства (5.26) определяют множество $W_{\text{зд}}^* \subset W_R$ векторов w, соответствующих выполнению команды.

При замене w на $w(q)$, т. е. компонент вектора w их значениями, выраженными через обобщенные координаты с помощью (5.1), (5.3), (5.7) (5.8), (5.44), получаем целевые условия, формализующие команду и определяющие множество $G^* \subset G_m$ векторов q, при достижении которого выполняется заданная команда.

Целесообразно ввести в рассмотрение целевую вектор-функцию заданного положения инструмента

$$F_{\text{зд}}(w) = (F^1, F^2, \ldots, F^h, \ldots, F^t, F^{t+1}), \tag{5.27}$$

где $F^h = (F_1^h, F_2^h, F_3^h)$ — трехмерный вектор $(h = 1, 2, \ldots, t)$; $F^{t+1} = (F_1^{t+1}, F_2^{t+2}, F_3^{t+3})$ или $F^{t+1} = (F_{11}^{t+1}, F_{12}^{t+1}, \ldots, F_{33}^{t+1})$ трех- или девятимерные векторы в зависимости от вида задания w.

Составляющие $F_{\text{зд}}(w)$ равны

$$\left.\begin{aligned}
F_i^h &= \begin{cases} a_i \text{ при } (X_{i\text{х.т}}^0)^h,\ (X_{i\text{ц}}^n)^h > a_i; \\ b_i \text{ при } (X_{i\text{х.т}}^0)^h,\ (X_{i\text{ц}}^n)^h < b_i; \\ (X_{i\text{х.т}}^0)^n,\ (X_{i\text{ц}}^n) \text{ при } b_i < (X_{i\text{ц}}^n)^h,\ (X_{i\text{х.т}}^0)^h < a_i; \end{cases} \\
F_{ij}^h &= \begin{cases} a_{ij}^{t+1} \text{ при } (\vec{\alpha}_n)_{ij} > a_{ij}^{t+1}; \\ b_{ij}^{t+1} \text{ при } (\vec{\alpha}_n)_{ij} < b_{ij}^{t+1}; \\ (\vec{\alpha}_n)_{ij} \text{ при } b_{ij}^{t+1} < (\vec{\alpha}_n)_{ij} < a_{ij}^{t+1} \end{cases} \\
\text{или} \quad & \\
F_i^{t+1} &= \begin{cases} a_1^{t+1}, a_2^{t+1}, a_3^{t+1} \text{ при } \varphi, \psi, \vartheta > a_1^{t+1}, a_2^{t+1}, a_3^{t+1}; \\ b_1^{t+1}, b_2^{t+1}, b_3^{t+1} \text{ при } \varphi, \psi, \vartheta < b_1^{t+1}, b_2^{t+1}, b_3^{t+1}; \\ \varphi, \psi, \vartheta \text{ при } b_1^{t+1}, b_2^{t+1}, b_3^{t+1} < \varphi, \psi, \vartheta < a_1^{t+1}, \\ \qquad a_2^{t+1}, a_3^{t+1}. \end{cases}
\end{aligned}\right\} \tag{5.28}$$

Очевидно, с помощью $F_{\text{зд}}(w)$ целевые условия, формализующие данную команду, можно представить как

$$F_{\text{зд}}(w) - w = 0 \quad \text{или} \quad \varepsilon(w) = |F_{\text{зд}}(w) - w|^2 = 0,$$

а при замене w на $w(q)$ — как

$$\varepsilon(q) = |\varepsilon[w(q)] - w(q)|^2. \qquad (5.29)$$

Рассмотренные типовые команды первого класса соответствуют разнообразным элементарным операциям по переводу манипулятора в заданное пространственное положение, переносу образцов грунта или инструментов. Вторая типовая команда является более общим случаем и превращается в первую, если верхняя и нижняя границы неравенства (5.26) совпадают, а число характеристических или целевых точек сокращается до одной. Благодаря возможности варьирования нижними и верхними границами, команда, представленная таким образом, приобретает дополнительную гибкость и позволяет описать большее количество элементарных операций, чем с помощью команды в первом представлении. В их число входит одна из типичнейших элементарных операций подготовки взятия предмета, например образца породы, со дна. Действительно, если целевыми точками $(X_{ц}^{n})^{h}$ считать точки, принадлежащие предмету, а границы

$$a^h = a = (a_1^0,\ a_2^0,\ a_3^0) + X_{х.т}^{n};$$

$$b^h = b = (-a_1^0,\ -a_2^0,\ -a_3^0) + X_{х.т}^{n},\quad h = 1, 2, \ldots, t,$$

соответствующими рабочей области, заключенной между губками схвата (рис. 59), и не ограничивать компоненты вектора w, соответствующие вращению схвата $(a^{t+1},\ b^{t+1}$ — произвольны$)$, то целевое условие (5.26) будет эквивалентно условию нахождения всех известных точек объекта между губками схвата, т. е. «взятию».

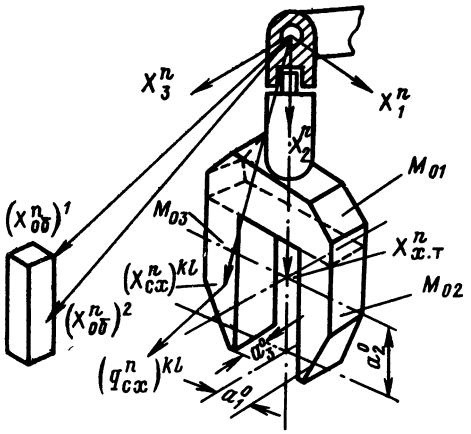


Рис. 59. Положение схвата манипулятора при выполнении операций «взятие предмета»

Примеры типовых команд второго класса:

1) «переместить инструмент в заданную область $W_{зд}^{*}$ по прямой»;

2) «переместить рабочий инструмент в заданную область $W_{зд}^{*}$ коллинеарно»;

3) «переместить рабочий инструмент в заданную область $W_{зд}^{*}$ на заданном расстоянии от поверхности».

Формализация всех перечисленных команд осуществляется с помощью целевых условий (5.25), (5.29), к которым должны быть добавлены дополнительные соотношения, накладывающие ограничения на текущие значения обобщенных координат манипулятора.

В соответствии с этим для первой команды дополнительные ограничения, формализующие команду, можно представить равенством

$$(\overset{\vee}{X}{}^0_{зд} - X^0_н)(X^0_{х.\,т} - X^0_н) = 0, \qquad (5.30)$$

которое определяет прямую в трехмерном пространстве, проходящую через точки заданного $X^0_{зд}$ и начального $X^0_н$ положений манипулятора, и соответствует требованию совпадения с этой прямой точки рабочего инструмента $X^0_{х.\,т}$.

Это равенство, где $(\overset{\vee}{X}{}^0_{зд} - X^0_н)$ — косоугольная матрица, соответствующая вектору $(X^0_{зд} - X^0_н)$, а $X^0_{х.\,т}$ выражается через обобщенные координаты с помощью (5.7), эквивалентно трем скалярным равенствам, определяющим множество допустимых текущих значений q.

По второй типовой команде рабочий инструмент должен перемещаться коллинеарно, и дополнительные ограничения, формализующие эту команду, представляются тремя скалярными равенствами

$$\varphi - \varphi_н = 0; \quad \psi - \psi_н = 0: \quad \vartheta - \vartheta_н = 0, \qquad (5.31)$$

где φ; ψ, ϑ; $\varphi_н$; $\psi_н$, $\vartheta_н$ — текущие и начальные значения углов Эйлера соответственно.

Вместо них могут быть также использованы три уравнения, связывающие любые три направляющие косинуса матриц $\vec{\alpha}_n$ или $\vec{\alpha}'_n$, например:

$$(\vec{\alpha}'_n)_{i2} - (\vec{\alpha}'_n)_{i2н} = 0; \; i = 1, 2, 3, \qquad (5.32)$$

где $(\vec{\alpha}'_n)_{i2}$, $(\vec{\alpha}'_n)_{i2н}$ — текущие и начальные значения направляющих косинусов, являющихся элементами второго столбца матрицы $\vec{\alpha}'_n$.

Эти равенства, в которых φ, ψ, ϑ и $(\vec{\alpha}'_n)_{i2}$ выражаются через обобщенные координаты с помощью выражений (5.1), (5.3), (5.44), определяют множество допустимых в процессе выполнения операции текущих значений q.

По третьей из перечисленных типовых команд перемещается характеристическая точка рабочего инструмента на заданном расстоянии d от некоторой поверхности. Дополнительное ограничивающее условие, формализующее эту команду, представляется скалярным равенством

$$D(q) - d = 0,$$

где $D(q)$ — функция обобщенных координат, равная расстоянию характеристической точки до поверхности.

Зависимость этих дополнительных ограничений от обобщенных координат легко выявить, если известна поверхность, вдоль которой необходимо перемещать инструмент. Так, для плоской поверхности ограничение будет иметь вид

$$\left(X^0_{\text{х. т}} - X^0_{\text{пов}}\right) \cdot \frac{q_{\text{пов}}}{|q_{\text{пов}}|} - d = 0, \tag{5.33}$$

где $X^0_{\text{х. т}}$ определяется через обобщенные координаты с помощью (5.7), $\frac{q_{\text{пов}}}{|q_{\text{пов}}|}$ — единичный вектор, нормальный к плоскости в точке $X^0_{\text{пов}}$.

По-разному комбинируя уже перечисленные или любые новые дополнительные ограничения на текущие значения обобщенных координат, можно образовывать новые типовые команды этого класса, типа «переместить манипулятор в заданную область коллинеарно, на заданном расстоянии от поверхности» или «переместить манипулятор в заданную область по прямой, коллинеарно» и т. д.

Таким образом, образование типовых команд с помощью ограничений на способ переноса инструмента открывает дополнительные возможности их модификации, т. е. увеличивается гибкость структуры типовых команд.

Возможные типовые команды третьего класса:

1) «переместить инструмент в подвижную область $W^*_{\text{зд}}(t)$»;

2) «переместить инструмент в заданную точку $w^{\text{п}}_{\text{зд}}$ с заданной скоростью $v(t)$»;

3) «переместить манипулятор в заданную точку $w^{\text{п}}_{\text{зд}}$ коллинеарно, по прямой, с заданной скоростью $v(t)$».

Первая из перечисленных команд отличается от соответствующей команды первого класса лишь тем, что выпуклая область задания положения инструмента перемещается в пространстве. Поэтому формализация ее осуществляется неравенствами (5.26), границы A и B которых являются функциями времени, или равенством

$$F_{\text{зд}}(w, t) - w = 0. \tag{5.34}$$

Здесь $F_{\text{зд}}(w, t)$ — целевая вектор-функция команды, определяемая соотношениями (5.27), (5.28), в которых a^h и b^h — функции времени, удовлетворяющие (в соответствии с требованиями сохранения неизменности во времени размеров области) соотношениям

$$b^h(t) = a^h(t) - \left(a^h_{\text{н}} - b^h_{\text{н}}\right); \; h = 1, 2, \ldots, t+1,$$

где $a^h_{\text{н}}$, $b^h_{\text{н}}$ — границы области в начальный момент времени.

Для формализации второй типовой команды может быть использовано целевое условие (5.21) в совокупности с дополнительным условием, задающим модуль вектора скорости движения характеристической точки инструмента:

$$v(t) = \left|\dot{X}^0_{\text{х. т}}\right|.$$

Третья приведенная типовая команда формализуется теми же соотношениями, что и предыдущая, а также (5.30), (5.31), как и при выполнении аналогичной команды второго класса.

Примерами элементарных операций, соответствующих командам третьего класса, являются «взятие подвижных объектов, например морских звезд» (первая команда); «перенос предметов в заданном ритме» (вторая команда); «взятие проб грунта грунтоотборной трубкой»; «инструмент — грунтоотборная трубка — должен двигаться с заданной скоростью по прямой коллинеарно» (третья команда) и т. д.

В заключение рассмотрим несколько сложных операций, которые могут быть реализованы с помощью приведенных выше типовых команд. Каждой такой операции соответствует командная фраза, составленная на проблемно-ориентированном языке, основным оператором которого является типовая команда.

Смена рабочего инструмента. Эта одна из самых распространеннейших операций является частью более сложных операций, для выполнения которых требуются различные инструменты, например грейферный схват, грунтоотборная трубка, скребок для взятия проб, батометр.

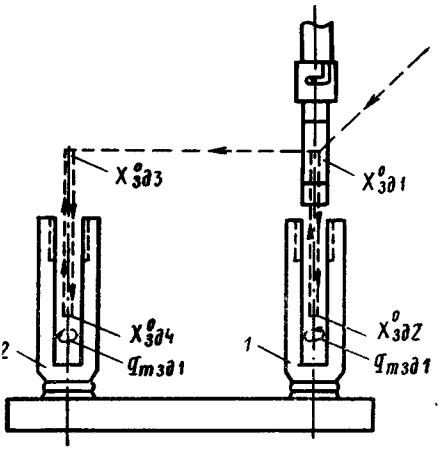


Рис. 60. Операция смены рабочего инструмента манипулятора

Чтобы выполнить эту операцию, во-первых, нужно старый инструмент, закрепленный на манипуляторе, вынуть из держателя *1* (рис. 60), во-вторых, присоединить к манипулятору новый инструмент, находящийся в держателе *2*.

Первой части операции соответствует следующая последовательность типовых команд:

1. «Переместить рабочий инструмент в точку $(X^0_{зд1}, \varphi_{зд1}, \psi_{зд1}, \vartheta_{зд1})$».

По этой команде характеристическая точка инструмента совмещается с точкой $(X^0_{зд1}, \varphi_{зд1}, \psi_{зд1}, \vartheta_{зд1})$, находящейся точно над держателем на его оси симметрии, относительно системы координат которого поворачивается подвижная система координат инструмента так, что при коллинеарном движении схвата по оси симметрии держателя инструмент попадает в него.

2. «Переместить инструмент в точку $(X^0_{зд2})$ коллинеарно», т. е. при $\varphi - \varphi_н = 0$; $\psi - \psi_н = 0$; $\vartheta - \vartheta_н = 0$.

По этой команде инструмент попадает в держатель. Искусственные ограничивающие условия $\varphi-\varphi_н = 0$; $\psi-\psi_н = 0$; $\vartheta-\vartheta_н = 0$ обеспечивают коллинеарное движение рабочего инструмента в точку $X^0_{зд2}$, находящуюся внутри держателя на его оси симметрии.

3. «Переместить инструмент в точку $(q_{1\,зд1}, \ldots, q_{m\,зд1})$», т. е. при $q_{i\,зд1} = \text{const}$; $i \neq m$.

По этой команде изменяется m-я обобщенная координата q_m, в результате чего поворачивается последнее звено инструмента. При этом сам инструмент, заторможенный держателем, выходит из байонетного соединения вместе с последним звеном.

4. «Переместить инструмент в точку $X^0_{зд1}$ коллинеарно».

По этой команде освобожденный от инструмента конец звена манипулятора выходит из держателя.

В соответствии со следующими четырьмя командами решается вторая подзадача — происходит присоединение нового инструмента.

5. «Переместить инструмент в точку $(X^0_{зд3}, \varphi_{зд3}, \psi_{зд3}, \vartheta_{зд3})$».

По этой команде, аналогичной первой, конец звена манипулятора занимает заданное положение под держателем *2*, в котором находится новый инструмент.

6. «Переместить инструмент в точку $(X^0_{зд4})$ коллинеарно».

По этой команде, аналогичной команде 2, инструмент в держателе входит в соединение со звеном, которым оканчивается манипулятор.

7. «Переместить инструмент в точку $(q_{1\,зд2}, \ldots, q_{m\,зд2})$».

Происходит байонетное соединение звена манипулятора инструмента.

8. «Переместить инструмент в точку $(X^0_{зд3})$ коллинеарно».

По этой команде манипулятор с новым инструментом выходит из держателя.

Поскольку операция смены инструмента весьма распространена, целесообразно хранить постоянно в памяти ЭВМ командную фразу, соответствующую этой операции.

Сканирование над поверхностью. Перемещение по отрезку траектории $\Delta X_{прод}$ будем называть продольным перемещением, по $\Delta X_{пп}$ — поперечным.

Эта операция позволяет осуществлять разнообразные работы в зависимости от типа используемого инструмента.

С помощью скребка можно снять верхний слой грунта, с помощью телекамеры детально осматривать поверхность, над которой происходит сканирование.

Как и в предыдущем случае, операция начинается со смены инструмента. Далее выполняются следующие команды:

1. «Переместить инструмент в точку $(X_{зд}, \varphi_{зд}, \psi_{зд}, \vartheta_{зд})$». По этой команде рабочий инструмент располагается над поверхностью на заданном от нее расстоянии d в определенном пространственном положении.

2. «Перевести инструмент в точку $(X_{тек} + \Delta X_{прод})$ колли-

неарно, на заданном расстоянии d от поверхности», т. е. при ограничениях (5.33), (5.32).

По этой команде происходит коллинеарное продольное перемещение инструмента над поверхностью, при котором характеристическая точка его должна из некоторого текущего положения $X_{\text{тек}}$, соответствующего значению X, после выполнения предыдущей команды попасть в $X = X_{\text{тек}} + \Delta X_{\text{прод}}$, оставаясь на заданном расстоянии d от поверхности.

Команды 3, 4, 5, как и 2, задают коллинеарное перемещение рабочего инструмента на заданном расстоянии от поверхности, соответственно в точки $(X_{\text{тек}} + \Delta X_{\text{пп}})$; $(X_{\text{тек}} - \Delta X_{\text{прод}})$; $(X_{\text{тек}} + \Delta X_{\text{пп}})$, что соответствуют поперечному, обратному продольному и повторному поперечному движению рабочего инструмента.

6. «Перейти n раз к команде 2». Эта вспомогательная команда завершает n-кратный цикл команд, формирующих сканирующее движение над поверхностью. Она позволяет сократить командную фразу, соответствующую сканированию, и записать ее с помощью всего шести операторов.

Вместо команды 6 может быть использована другая вспомогательная команда, а именно:

7. «Перейти к $(n + 1)$-й команде при $q_i = q_{i\,\max}$ или $F_{i\,\text{мп}} \geqslant F_{i\,\max}$. Эти условия возникают при достижении одной из обобщенных координат q_i предельного значения или при возрастании момента в одном или нескольких приводах до предельной величины, т. е. при столкновении манипулятора с препятствием.

Эта команда восстанавливает процесс сканирования, после чего переходят к следующей команде в цикле.

Сбор образцов породы на дне. Эта операция предусматривает обнаружение интересных объектов на поверхности дна заданной площади, их сбор и складывание в бункер. Для ее выполнения можно воспользоваться описанной выше фразой «сканирование над поверхностью», которая должна быть дополнена следующими командами:

8. «Перейти к команде 9 при условии СПЕЦ».

К этой вспомогательной команде переходят, например, при срабатывании специальных устройств сбора информации, с помощью которых обнаруживается интересный объект на поверхности дна: объект правильной формы, просто сдвигаемый с места и т. д. Команда требует перехода к новой фразе, начинающейся с команды 9.

9. «Переместить рабочий инструмент в заданную область пространства, определяемую неравенствами $b_i < \left(X^n_{i\text{ц}}\right)^h < a_i$», где $\left(X^n_{i\text{ц}}\right)^h$ — h-я точка, принадлежащая предмету, в координатах схвата; a_i, b_i — граничные размеры области между губками схвата.

Эта команда соответствует операции введения предмета в рабочую область схвата.

10. «Закрыть схват».

11. «Переместить рабочий инструмент в точку сбора предметов $X^0_{сб}$».

12. «Открыть схват».

13. «Перейти один раз к i-й команде».

Команды 10, 11, 12, 13 соответствуют взятию предмета, переносу его в место сбора $X^0_{сб}$ и восстановлению сканирования, прерванного на i-й команде соответственно.

§ 26. Модель внешней среды подводного робота

При выполнении типовых команд всех трех классов необходимо учитывать обязательные ограничения двух видов.

Первый вид ограничений определяется конструктивными особенностями манипулятора робота и состоит в установлении границ q_{max} и q_{min} на предельные значения обобщенных координат

$$q_{i\,min} \leqslant q_i \leqslant q_{i\,max};\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

или

$$\left.\begin{aligned} \psi^{k+}_{i0} &= q_i - q_{i\,max} \leqslant 0; \\ \psi^{k-}_{i0} &= -q_i + q_{i\,min} \leqslant 0,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m. \end{aligned}\right\} \qquad (5.35)$$

Второй вид ограничений обусловлен особенностями внешней среды, в которой функционирует подводный робот. Параметры, определяющие эти ограничения, заранее могут быть неизвестными и должны быть выявлены информационной системой робота в процессе его функционирования.

Чтобы выполнить определенные выше типовые команды, вполне достаточно сведений о пространственном расположении препятствий. Они необходимы для того, чтобы сам подводный робот или манипулятор не столкнулись с препятствиями, являющимися единственными «помехами» при выполнении типовых команд.

Таким образом, модель внешней среды, достаточная для обеспечения автономного функционирования подводного робота в рамках определенных выше типовых команд, должна содержать лишь информацию о пространственном расположении препятствий.

Реальные препятствия внешней среды будем приближенно представлять с помощью (рис. 61):

а) плоскостей, ограничивающих полупространства, допустимого положения манипулятора;

б) отдельных точек, принадлежащих препятствиям, обычно резко выступающим.

При выполнении команды манипулятор, находясь в допустимой области пространственных положений, не должен сталкиваться с этими плоскостями и точками. При такой аппроксимации препятствий конкретное текущее состояние модели среды может быть выявлено даже с помощью простейших рецепторов в виде тактильных датчиков и датчиков ближней локации.

Если в качестве рецепторов используются датчики момента усилий приводов, то препятствия можно выявлять путем измерения моментов и усилий, создаваемых одним или несколькими приводами манипулятора при столкновении с препятствием.

Величины моментов и усилий в приводах в процессе выполнения типовой команды не должны превышать некоторых заданных критических величин.

При аппроксимации препятствия с помощью плоскости условие отсутствия соприкосновения с ней рабочего органа будет иметь вид

$$\left(X^0 - X^0_{\text{пов}}\right)\cdot q^0_{\text{пов}} \leqslant 0 \text{ для всех } X^0 \in M, \tag{5.36}$$

где $q^0_{\text{пов}}$ — нормаль к плоскости в точке $X^0_{\text{пов}}$; M — область пространства, занимаемая манипулятором.

Область M всегда можно аппроксимировать (с некоторым запасом) объединением h выпуклых областей, например параллелепипедов:

$$M = \bigcup_p M_p, \quad p = 1, 2, \ldots, n,$$

где M_n и M_p — параллелепипеды, аппроксимирующие рабочий инструмент и p-е звено манипулятора соответственно (см. рис. 61).

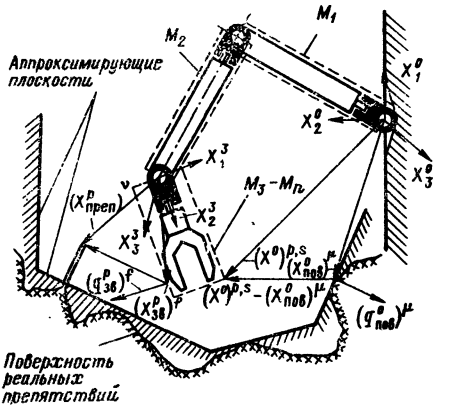


Рис. 61. Пример учета реальных препятствий внешней среды с помощью аппроксимирующих плоскостей и отдельных точек на поверхности выступающих препятствий

Пусть $(X^0)^{p,s}$ $(s = 1, 2, \ldots, m;\ p = 1, 2, \ldots, n)$ есть s-я вершина p-го параллелепипеда. Тогда обязательные ограничения эквивалентны требованию, согласно которому ни одна из $(m \times n)$ вершин каждого аппроксимирующего параллелепипеда не должна соприкасаться с плоскостью. Это соответствует выполнению системы $(m \times n)$ неравенств вида

$$\left.\begin{aligned} &\left[(X^0)^{p,s} - X^0_{\text{пов}}\right]\cdot q^0_{\text{пов}} \leqslant 0, \\ &s = 1, 2, \ldots, m, \quad p = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned}\right\} \tag{5.37}$$

В общем случае препятствия аппроксимируются пересечением μ полупространств допустимых положений манипулятора, ограниченных k плоскостями. Пересечение образует выпуклую область, внутри которой находится манипулятор. Эта область представляется системой $m \times n \times k$ неравенств вида

$$\left.\begin{aligned} &\psi^{\text{I}}_{p,s,\mu} = \left[(X^0)^{p,s} - (X^0_{\text{пов}})^{\mu}\right]\cdot (q^0_{\text{пов}})^{\mu} \leqslant 0, \\ &s = 1, 2, \ldots, m, \quad p = 1, 2, \ldots, n, \quad \mu = 1, 2, \ldots, k, \end{aligned}\right\} \tag{5.38}$$

где $(q^0_{\text{пов}})^{\mu}$ — нормаль к μ-й плоскости в точке $(X^0_{\text{пов}})^{\mu}$.

Эти неравенства формализуют препятствия, аппроксимированные плоскостями.

Перейти к явной зависимости неравенств (5.38) от обобщенных координат q можно, заменив $(X^0)^{p,s}$ в неподвижной системе координат его выражением (5.10) через обобщенные координаты, в которых X^p полагается равным $(X^p)^{p,s}$, где $(X^p)^{p,s}$ есть s-я вершина p-го звена, представленная в координатной системе этого звена. Значения $(X^p)^{p,s}$ заранее известны и определяются конструкцией манипулятора.

При аппроксимации препятствий точками $(X^0_{\text{преп}})^\nu$ на их поверхности (см. рис. 61) необходимо, чтобы эти точки не принадлежали области $M = \bigcup\limits_p M_p$, занимаемой манипулятором. Каждая область M_p описывается неравенствами

$$[X^p - (X^p_{\text{зв}})^f] \cdot (q^p_{\text{зв}})^f \leqslant 0;$$
$$f = 1, 2, \ldots, r; \quad p = 1, 2, \ldots, n,$$

где $(q^p_{\text{зв}})^f$ — нормаль к f-й грани p-го звена в точке $(X^p_{\text{зв}})f$ в системе координат этого звена.

Составляющие нормалей $q^p_{\text{зв}}$ и векторов $X^p_{\text{зв}}$ известны заранее и определяются конструкцией манипулятора. Условия обхода звеньями манипулятора препятствий выполняются, если точки, представляющие препятствия, не принадлежат области, занимаемой манипулятором, т. е. если $(X^p_{\text{преп}})^\nu \notin M_p$ при $p = 1, 2, \ldots, n$, $\nu = 1, 2, \ldots, l$, где $(X^p_{\text{преп}})^\nu$ — ν-я точка препятствия в системе координат p-го звена. Это имеет место в том случае, если для каждой из l точек $(X^p_{\text{преп}})^\nu$ и каждого аппроксимирующего параллелепипеда не удовлетворяются сразу все r неравенства

$$\psi^{\text{II}}_{p,f,\nu} = [(X^p_{\text{преп}})^\nu - (X^p_{\text{зв}})^f] \cdot (q^p_{\text{зв}})^f \leqslant 0, \tag{5.39}$$

где f — число граней аппроксимирующего параллелепипеда.

Переход в неравенствах (5.39) к явной зависимости от q возможен в результате подстановки вместо $(X^p_{\text{преп}})^\nu$ его значения (5.11), выраженного через q, в котором X^0 заменено вектором $(X^0_{\text{преп}})^\nu$, соответствующим ν-й точке препятствия в неподвижной системе координат. Система неравенств (5.39) формализует обязательные ограничения на обобщенные координаты, которые обусловлены препятствиями, аппроксимированными отдельными точками $(X^0_{\text{преп}})^\nu$. Их координаты определяются рецепторами манипулятора подводного робота.

Если рабочий инструмент — схват, т. е. если выполняется операция взятия, то последнее звено манипулятора аппроксимируется не одним, а объединением v выпуклых параллелепипедов: $M_{n\,\text{сх}} = \bigcup\limits_l M_{0l}$; $l = 1, 2, \ldots, v$, которые не включают в себя рабочую

область раскрытого схвата. Обозначим через $(q^n_{\text{сх}})^{k,l}$ нормаль к k-й грани l-го параллелепипеда в точке $(X^n_{\text{сх}})^{kl}$ на поверхности этой грани ($k = 1, 2, \ldots, \xi$). Тогда условия обхода схватом препятствий будут, очевидно, соответствовать одновременному неудовлетворению ξ неравенств (5.39) при $p = n$, в которых $(q^p_{\text{зв}})^f$ и $(X^p_{\text{зв}})^f$ заменены на $(q^n_{\text{сх}})^{k,l}$ и $(X^n_{\text{сх}})^{k,l}$. Условие обхода схватом целевого объекта соответствует дополнительной замене $(X_{\text{преп}})^v$ на $(X^n_{\text{об}})^h = (X^n_{\text{ц}})^h$, т. е.

$$\psi^{\text{III}}_{k,l,h} = \left[(X^n_{\text{об}})^h - (X^n_{\text{сх}})^{k,l}\right] \cdot (q^n_{\text{сх}})^{k,l} \leqslant 0; \tag{5.40}$$

$$h = 1, 2, \ldots, t; \; k = 1, 2, \ldots, \xi; \; l = 1, 2, \ldots, v.$$

При выявлении препятствий путем измерения моментов и усилий, развиваемых приводами манипулятора, обязательные ограничения позволяют устанавливать предельные значения этих усилий и моментов $F_{iq_{\max}}$, $F_{iq_{\min}}$ в каждом i-м приводе и формализуются неравенствами

$$\left.\begin{aligned} \psi^+_i(q) &= F_{iq} - F_{iq_{\max}} \leqslant 0; \\ \psi^-_i(q) &= -F_{iq} + F_{iq_{\min}} \leqslant 0, \; i = 1, 2, \ldots, m. \end{aligned}\right\} \tag{5.41}$$

Величины F_{iq} «слабо» зависят от обобщенных координат q_j, если манипулятор не соприкасается с препятствиями (имеются в виду малые значения $\partial F_{iq}/\partial q_j$). Эта зависимость F_{iq} от q_j, а также от $\dot{q}_j$ и $\ddot{q}_j$ без учета влияния диссипативных сил определяется левыми частями уравнения динамики манипулятора подводного робота. При столкновении манипулятора с препятствиями зависимость F_{iq} от q делается «сильной» и характеризуется в основном реакциями в местах соприкосновения его с объектами среды, но в явном виде она неизвестна. Однако определить эту зависимость можно в небольшой окрестности текущего значения обобщенных координат q^k, т. е. при $q - q^k < \Delta q$, где Δq — вектор допустимых приращений q. Для этого надо предположить непрерывную дифференцируемость F_{iq} по q_j в окрестности q^k.

Физически это возможно в двух случаях. Во-первых, если препятствия не являются абсолютно жесткими, т. е. после столкновения при $q = q^k$ с нарастанием моментов и усилий приводов возможна упругая деформация препятствий на величины, не превышающие Δq. Во-вторых, если элемент манипулятора, вошедший в соприкосновение с препятствием, не является абсолютно жестким. Например, при оперировании с предметами, на которые наложены механические связи (схват, перемещающий объект, стержень или блок записи параметров подводной среды, перемещаемые в направляющих), возможна упругая деформация внутренних

поверхностей губок схвата. С учетом этого предположения ограничения (5.41) в окрестности q^k можно представить зависимостями

$$\left.\begin{array}{c}(\partial F_{iq}/\partial q)\cdot\Delta q - F_{iq_{\max}} + F_{iq}(q^k) \leqslant 0;\\ [-(\partial F_{iq}/\partial q)]\cdot\Delta q + F_{iq_{\min}} - F_{iq}(q^k) \leqslant 0,\\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m.\end{array}\right\} \qquad (5.42)$$

Они будут формализовать ограничения на текущие значения обобщенных координат при выявлении препятствий путем измерения моментов и усилий.

Таким образом, для выявления явной зависимости (5.42) от q необходимо вычислить составляющие нормалей

$$\pm(\partial F_{iq}/\partial q_j) \approx \pm[F_{iq}(q^k+\Delta q) - F_{iq}(q^k)]/\Delta q_j;$$
$$j=1,\ 2,\ \ldots,\ m;\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

к гиперповерхностям, обусловленным ограничениями (5.41), и величины $F_{iq}(q^k)$. Это, в принципе, можно осуществить с помощью пробных шагов Δq_j по каждой из обобщенных координат q_j, определения F_{iq} и $\Delta F_{iq} = F_{iq}(q^k + \Delta q) - F_{iq}(q^k)$ в каждом приводе с помощью датчиков усилий и моментов. Нужно отметить, что описанный способ учета особенностей внешней среды является единственным при выполнении операции с предметами, на которые наложены механические связи, например при перемещении деталей в направляющих, повороте рычагов и т. д., ибо в этом случае ограничения на обобщенные координаты могут быть выявлены только с помощью датчиков усилий и моментов.

§ 27. Постановка задачи управления при реализации манипулятором подводного робота типовых команд

Для того чтобы манипулятор подводного робота реализовывал типовые команды, необходимо, в конечном счете, сформировать соответствующий этим командам вектор управляющих моментов и сил F_q, создаваемых приводами. Для этого требуется формировать вектор управлений приводами U. Он и обеспечивает достижение заданной типовой командой множества допустимых конечных обобщенных координат при сохранении их текущих значений и их производных в множествах допустимых значений, определяемых особенностями типовых команд, внешней среды и конструкции манипулятора. При этом обобщенные координаты q, управляющие моменты и силы F_q и их производные связаны уравнениями динамики манипулятора подводного робота и приводов.

В соответствии с тремя возможными классами команд выделяем три класса задач уравнения.

Задачи первых двух классов, которым соответствуют целевые условия и ограничения на обобщенные координаты, не зависящие

от времени, назовем стационарными, а задачи третьего класса — нестационарными.

Для всех этих задач общими являются следующие исходные данные.

1. Уравнения динамики манипулятора. Они связывают обобщенные координаты манипулятора с моментами и усилиями, развиваемыми соответственно приводами вращательных и поступательных движений манипулятора. Для любого манипулятора, состоящего из последовательно соединенных цилиндрических пар со взаимно перпендикулярными или параллельными осями, они могут быть представлены в форме

$$\mathbf{A}\ddot{q} + \sum_{1}^{m} (\dot{q}'\mathbf{D}_s\dot{q})\, e_s - \mathbf{H}_N = F_{M\pi} + F_{\text{в}}, \tag{5.43}$$

где $\dot{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_{2n-1}, q_{2n})$ — $(m \times 2n)$-мерный вектор обобщенных координат робота; составляющие q_{2i-1} соответствуют вращательным движениям, q_{2i} — поступательным; $F_{M\pi} = (M_1\pi_2, \ldots, M_{2n-1}, \pi_{2n})$ — $2n$-мерный вектор моментов M_{2i-1} и усилий π_{2i} приводов, изменяющих координаты q_{2i-1} и q_{2i} соответственно; $F_{\text{в}}$ — m-мерный вектор обобщенных возмущающих сил.

Величины, входящие в уравнение манипулятора, представляются следующими соотношениями:

$$\mathbf{A} = \sum_{1}^{n} (\mathbf{W}^p, \mathbf{V}^p)' \mathbf{B}^p (\mathbf{W}^p, \mathbf{V}^p),$$

где $(\mathbf{W}^p, \mathbf{V}^p)$ — матрицы размером $6 \times m$, в которых верхние три строки есть

$$\mathbf{W}^p = \boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}\mathbf{W}^{p-1} + \mathbf{I}^p; \quad \mathbf{W}^1 = \mathbf{I}^1;$$

$$p = 2, 3, \ldots, n,$$

а нижние три строки

$$\mathbf{V}^p = \boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}\mathbf{V}^{p-1} - \boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}\left[\left(\check{\mathbf{X}}_{\text{по}}^{p-1}\right)^p + \check{\mathbf{q}}^{2p}\right] + \mathbf{Z}^p; \quad p = 2, 3, \ldots, n;$$

$$\mathbf{V}^1 = \mathbf{Z}^1.$$

(Здесь $\boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}$ и $\boldsymbol{\alpha}_{1,\,0}$ — матрицы направляющих косинусов координатной системы p-го звена относительно $(p-1)$-го и соответственно 1-го звена относительно корпуса манипулятора, т. е. неподвижной системы координат; $\check{q}^{2p}$ — вектор линейного перемещения p-го звена относительно $(p-1)$-го; $(X_{\text{по}}^p)^{p-1}$ — полюс p-го звена в координатах $(p-1)$-го при $q^{2p} = 0$;

$$\mathbf{I}^p = \left\| i_{tk}^p \right\|; \quad t = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\mathbf{Z}^p = \left\| z_{tk}^p \right\|; \quad t = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \ldots, m,$$

где

$$i_{tk}^{p}=0 \text{ при } k\neq 2p-1;\ t\neq l;$$

$$z_{tk}^{p}=0 \text{ при } k\neq 2p;\ t\neq l;\ l=1,\ 2,\ 3,$$

при совпадении оси вращения для координаты q_{2p-1} или линейного перемещения q_{2p} с координатными осями X_1, X_2, X_3 соответственно, причем X_2 совпадает с осью шарнира, X_2 — с осью симметрии звена.

Благодаря отмеченным выше особенностям кинематики манипулятора матрицы $\boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}$, а также косоугольные матрицы $\check{\mathbf{q}}^{2p}$ $\left(\check{\mathbf{X}}_{\text{п}0}^{p-1}\right)^{p}$ имеют следующий вид:

$$\boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_{2p-1} & \sin q_{2p-1} \\ 0 & -\sin q_{2p-1} & \cos q_{2p-1} \end{Vmatrix};\quad \begin{Vmatrix} \cos q_{2p-1} & 0 & -\sin q_{2p-1} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin q_{2p-1} & 0 & \cos q_{2p-1} \end{Vmatrix};$$

$$\begin{Vmatrix} \cos q_{2p-1} & \sin q_{2p-1} & 0 \\ -\sin q_{2p-1} & \cos q_{2p-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}; \tag{5.44}$$

$$\check{\mathbf{q}}^{2p}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_{2p} \\ 0 & q_{2p} & 0 \end{Vmatrix};\quad \begin{Vmatrix} 0 & 0 & q_{2p} \\ 0 & 0 & 0 \\ -q_{2p} & 0 & 0 \end{Vmatrix};$$

$$\begin{Vmatrix} 0 & -q_{2p} & 0 \\ q_{2p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

соответственно при совпадении оси вращения координаты q_{2p-1} или q_{2p} с осями X_1, X_2, X_3;

$$\left(\check{\mathbf{X}}_{\text{п}0}^{p-1}\right)^{p}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \lambda_{p-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\lambda_{p-1} & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

где λ_{p-1} — длина $(p-1)$-го звена.

Величина

$$N=\left(N_1^1,\ N_2^1,\ N_3^1,\ \ldots,\ N_1^n,\ N_2^n,\ N_n^3\right),$$

а N_j^p — j-я составляющая силы тяжести p-го звена.

Величина

$$\mathbf{H}_N=(\mathbf{h}_{tp});\quad t=1;\quad p=1,\ 2,\ \ldots,\ n;$$

$\mathbf{h}_{tp}=\left[\left(\mathbf{W}^p\right)'\check{\mathbf{r}}_0^p+\left(\mathbf{V}^p\right)'\right]\boldsymbol{\alpha}_p$ — матрица размером 3×3,

где r_0^p, $\check{\mathbf{r}}_0^p$ — вектор точки приложения силы тяжести p-го звена и соответствующая ему косоугольная матрица; $\alpha_p = \prod_p \alpha_{i,\,i-1}\alpha_0$ и α_0 — матрицы направляющих косинусов p-го звена и корпуса относительно инерциальной системы координат соответственно.

Величина

$$\mathbf{D}_s = \|d_{dt}^s\|;\ d=1,\ 2,\ \ldots,\ m;\ t=1,\ 2,\ \ldots,\ m;$$

$$d_{dt}^s = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial a_{ds}}{\partial q_t} + \frac{\partial a_{ts}}{\partial q_d} - \frac{\partial a_{dt}}{\partial q_s}\right) = [d,\ t;\ s],$$

где a_{ij} — элемент матрицы $\mathbf{A}$.

2. Уравнения динамики приводов. Они устанавливают связь между управляющими сигналами U на входе приводов и вектором их моментов и усилий $F_{M\pi}$.

Для разных типов приводов существуют различные уравнения, однако все они укладываются в следующую обобщенную форму:

$$\mathbf{A}_{\text{п}} q^{(k+2)} + \mathbf{A}_F F_{M\pi}^{(k)} + \psi\left(F_{M\pi}^{(k-1)},\ \ldots,\ F_{M\pi}^{(1)},\ F_{M\pi},\ q^{(k+1)},\ \ldots,\ q\right) = U, \tag{5.45}$$

где $\mathbf{A}_{\text{п}}$ — матрица размером $2n \times 2n$; ψ — $2n$-мерная вектор-функция размером $2n \times 1$, зависящая от типа привода; U — $2n$-мерный вектор управления.

Вектор, создаваемый приводами и диссипативными силами:

$$F_{M\pi} = F_{\text{д}} - \mathbf{I}_{\text{д}}\ddot{q} - m(\dot{q}),$$

где $F_{\text{д}}$ — $2n$-мерный вектор сил, создаваемых приводами; $m(\dot{q})$ — вектор диссипативных сил; $\mathbf{I}_{\text{д}}$ — диагональная матрица приведенных к нагрузке моментов инерции приводов (для угловых координат q_{2p-1}) и масс приводов (для линейных координат q_{2p}).

Этот же вектор $F_{M\pi}$ без учета возмущающих сил $F_{\text{в}}$ соответствует левой части уравнения (5.43) и может быть легко исключен из уравнений (5.43) и (5.45), если полагать матрицу $\mathbf{A}_\Sigma = \mathbf{A}_F\mathbf{A} + \mathbf{A}_{\text{п}}$ неособенной.

Полученное в результате уравнение обобщенно описывает динамику механической части робота с учетом приводов

$$q^{(k+2)} = T\left(q^{(k+1)},\ \ldots,\ q,\ F_{\text{в}}^{(k)},\ \ldots,\ F_{\text{в}}\right) + \mathbf{A}_\Sigma^{-1}U, \tag{5.46}$$

где $T\left(q^{(k+1)},\ \ldots,\ q,\ F_{\text{в}}^{(k)},\ \ldots,\ F_{\text{в}}\right)$ — m-мерная вектор-функция возмущающих сил и обобщенных координат.

3. Априорно известные ограничения на текущие значения обобщенных координат. Они обусловлены конструкцией исполнительного органа и определяются неравенствами (5.36). Ограничения, обусловленные особенностями внешней среды, представляемые неравенствами (5.38) — (5.41), обычно априорно неизвестны.

В (5.38) — (5.41) можно сделать переход к аргументу q указанным выше способом. Учитывая это, ограничения, обусловленные

внешней средой, будем обозначать в виде $\psi_0(q) \leqslant 0$. Конструктивные ограничения совместно с ограничениями $\psi_0(q) \leqslant 0$ обозначим как $\psi(q) < 0$, где $\psi_0(q)$ — ν_1-мерный вектор, имеющий непрерывные, зависящие от q компоненты вместе со своими частными производными по q; $\psi(q)$ — $(\nu_0 + \nu_1)$-мерный вектор с непрерывными компонентами.

4. Априорно известные ограничения на вектор управления приводами

$$U_{\min} < U < U_{\max}.$$

Считаем U кусочно-непрерывной функцией, что отвечает реальным условиям.

Для типовых команд первого класса (задача управления первого класса) к вышеприведенным исходным данным (пп. 1—4) прибавляются следующие.

5. Целевые условия (5.29), определяющие независимое от времени множество $G^* < G_m$ допустимых конечных значений обобщенных координат q, которые соответствуют выполнению команды.

Для типовых команд второго класса к исходным данным пп. 1—5 добавляются данные п. 6.

6. Ограничения, характеризующие множества допустимых текущих значений обобщенных координат, которые соответствуют особенностям типовых команд второго класса. Они могут быть заданы системой равенств (5.30) — (5.33), а также любыми другими, отражающими особенности данной типовой команды. Так как в этих равенствах осуществлен переход к явной зависимости от q, будем обозначать этот тип ограничений как $K(q) = 0$, где $K(q)$ — ν_2-мерная вектор-функция, имеющая непрерывные составляющие вместе со своими частными производными по q. Реализация команды возможна при $\nu_2 < m$, где m — размер вектора q.

Для типовых команд третьего класса к исходным данным пп. 1—4 или 1—4 и 6 добавляются следующие:

7. Целевые условия (5.34), определяющие зависимое от времени множество $G^*(t) < G_m$ конечных значений обобщенных координат.

8. Динамические ограничения на текущие значения обобщенных координат. В общем случае их можно формализовать дифференциальными уравнениями или дифференциальными неравенствами

$$\left.\begin{aligned} &\varphi\left(q^{(r)}, q^{(r-1)}, \ldots, q, t\right) = 0; \\ &\Omega\left(q^{(r)}; q^{(r-1)}, \ldots, q, t\right) \leqslant 0, \end{aligned}\right\}$$

где φ и Ω — ν_3 и ν_4-мерные векторы соответственно.

Реализация команды в общем случае возможна при $\nu_3 < m$.

При выполнении команд третьего класса данные пп. 7 и 8 могут существовать как вместе, так и порознь; при отсутствии данных п. 7 следует использовать данные п. 5.

Задача управления состоит в формировании с помощью синтезированного устройства такого вектора управления в классе кусочно-непрерывных функций, который переводит вектор фазовых координат манипулятора $(q, q^{(1)}, \ldots, q^{(k+1)})$, связанных уравнениями динамики, из начального состояния $q(0) = q_н$ при $q^{(i)}(0) = q_н^{(i)}$; $i = 1, 2, \ldots, k+1$ в конечное $q_к \in G^*$ (последнее зависит от данных п. 5 при $q_к^{(i)} = 0$; $i=1, 2, \ldots, k+1$ для команд первого класса) или в конечное состояние $q_к \in G^*(t)$ (последнее зависит от данных п. 7 для команд третьего класса). Конечные значения векторов $q_к^{(i)}$; $i = 1, 2, \ldots, k+1$ в последнем случае принадлежат множествам $(G^*(t))^{(i)}$ обобщенных координат и их производных, которые определяются системой неравенств, получаемых дифференцированием i раз неравенств (5.26).

Этот перевод должен осуществляться с соблюдением ограничений на вектор управления U (с учетом данных п. 4), ограничений на обобщенные координаты, определяемых неравенствами (с учетом данных п. 3), а также следующих ограничений:

а) для задач второго класса $K(q) = 0$ (с учетом данных п. 6);

б) для задач третьего класса $\varphi(q^{(r)}, q^{(r-1)}, \ldots, q, t) = 0$ или $\Omega(q^{(r)}, q^{(r-1)}, \ldots, q, t) \leqslant 0$ (с учетом данных п. 8).

По существу, поставленная задача сводится к нахождению физически реализуемого закона управления

$$U = f(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, \ldots, F_в, \dot{F}_в, \ddot{F}_в \ldots),$$

который позволяет достичь цели при удовлетворении всех ограничивающих условий.

При проектировании системы управления роботом нужно учитывать следующее.

Синтезируемая система должна быть приспособленной, во-первых, к реализации большого многообразия типовых команд управления, отличающихся целевыми условиями, во-вторых, к удовлетворению огромного многообразия априорно неизвестных ограничений, определяемых внешней средой.

Кроме того, система управления должна рационально использовать избыточность, заложенную в исходную динамическую систему робота и приводов. Она обусловлена тем, что целевые условия (5.29), (5.34) соответствуют не одному, а множеству подходящих значений, а многообразие, образованное пересечением гиперповерхностей $K(q) = 0$ размером $(m-\nu_2) > 1$, определяет не единственную кривую в пространстве G_m. Неоднозначность решения задачи нахождения вектора управления позволяет рационально ее использовать в соответствии с принципом концентрации усилий [9]. При этом прежде всего целесообразно повысить вероятность выполнения команд в условиях нестандартной априорно неизвестной внешней среды.

§ 28. Модель многоуровневого управления

Для того чтобы не усложнять деталями изложение, рассмотрим сначала подход к решению задач управления первого и второго классов без учета ограничений на вектор управления U и ограничений (5.35), (5.38) — (5.40) типа неравенств на вектор q, обусловленных особенностями внешней среды и конструкции робота, применительно к динамической системе робота-манипулятора, описываемой уравнениями (5.46).

Учет ограничения типа неравенств не вносит ничего принципиально нового. Он осуществляется сведением неравенств к равенствам. При этом вводится в рассмотрение ζ-мерный вектор-функция $\psi(q_*)$ с положительными «гладкими» компонентами, в которой q_*—ζ-мерный вектор вспомогательных координат, а ζ — число ограничивающих неравенств. Тогда ограничения (5.38) — (5.40) можно заменить равенствами $\psi(q) + \psi(q_*) = 0$. Учет ограничений типа неравенств $U_{\min} < U < U_{\max}$ на вектор U осуществляется приемом, основанным на замене этого вектора вектор-функцией $\Phi(U)$ с открытой областью задания, значения которой удовлетворяют исходным ограничениям.

Можно утверждать, что вектор-функция $K(q)$ и функционал $\varepsilon(q)$ непрерывны, имеют непрерывные ограниченные частные производные по $(k+1)$-й включительно по составляющим вектора q. Гиперповерхности $K(q) = 0$ и $\varepsilon(q) = 0$ имеют общую область в m-мерном пространстве векторов q, т. е. образуют многообразие $\Omega_{k,\varepsilon}$ размерности $m-\nu-1$. Причем многообразие, образованное пересечением гиперповерхностей $K(q) = 0$, которому должно удовлетворять начальное значение вектора обобщенных координат q, образует связную область, пересекающуюся с целевой гиперповерхностью $\varepsilon(q)$. Очевидно, этой последней начальные значения вектора обобщенных координат всегда не удовлетворяют.

Изложенную задачу будем рассматривать как задачу построения «замыкания» для объекта управления, заданного уравнениями динамики робота-манипулятора (5.46), т. е. построения закона управления в функции фазовых координат робота $U = f(q, q^{(1)}, \ldots q^{(k+1)})$. Это «замыкание» должно обеспечить асимптотическую устойчивость процесса изменения вектора $(q, q^{(1)}, \ldots, q^{(k+1)})$ фазовых координат робота-манипулятора, во-первых, относительно целевого многообразия фазового пространства, определяемого пересечением гиперповерхностей $\varepsilon(q) = 0$, $(d^i\varepsilon/dt^i) = \varepsilon^{(i)}(q, \ldots, q^{(i)}) = 0$ * при $i = 1, 2, \ldots, k+1$, что обусловлено целью управления, во-вторых, относительно многообразия ограничений, опреде-

---

* Система дифференциальных уравнений описывает процесс $x(t)$, асимптотически устойчивый относительно многообразия Ω, если по любому $\varepsilon > 0$, меньшему фиксированного числа $h > 0$, можно подобрать такое $\eta \leqslant \varepsilon$, при котором из условия $\rho(x(0), \Omega) \leqslant \eta$ следует, что $\lim\limits_{t\to\infty}(x, \Omega) = 0$, где $\rho(x, \Omega)$— расстояние точки x до многообразия Ω.

ляемого пересечением гиперповерхностей $K(q) = 0$, $(d^iK/dt^i) = K^{(i)}(q, \ldots, q^{(i)}) = 0$ при $i = 1, 2, \ldots, k + 1$. Последнее необходимо, так как на практике из-за возмущений могут возникать отклонения начального и текущего значений вектора фазовых координат от требуемых, которые удовлетворяют многообразию ограничений. Поэтому должен существовать механизм, автоматически ликвидирующий эти отклонения.

Решение поставленной задачи в принципе можно свести к известной задаче формирования дифференциальных уравнений по заданным их частным интегралам. Этими частными интегралами является система равенств

$$\Gamma(q) - \Delta = 0, \tag{5.47}$$

где $\Gamma(q) = (\varepsilon(q), K(q))$ — $(\nu + 1)$-мерный вектор, а $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_{\nu+1})$ — $(\nu + 1)$-мерный вектор, характеризующий отклонения $K(q)$ и $\varepsilon(q)$ от нуля. Формируемыми дифференциальными уравнениями являются уравнения объекта (5.46) и уравнения отклонений

$$\Delta^{(k+2)} = U_*. \tag{5.48}$$

Предполагается, что гиперповерхности $\Gamma(q) - \Delta = 0$ образуют многообразие в $(m + \nu + 1)$-мерном пространстве векторов (q, Δ).

При формировании этих уравнений за счет соответствующего выбора вектора (U, U_*) необходимо дополнительно выполнить требования асимптотической устойчивости процесса, описываемого системой (5.48), (5.46), относительно многообразия, которое образовано пересечением гиперповерхностей

$$\Gamma(q) = 0; \quad \Gamma^{(i)}(q, \ldots, q^{(i)}) = 0; \quad \Delta = 0;$$
$$\Delta^{(i)} = 0 \text{ при } i = 1, 2, \ldots, k + 1.$$

При вполне определенном выборе начальных значений $q(0)$, $\Delta(0)$, $q^{(i)}(0)$, $\Delta^{(i)}(0)$ при $i = 1, 2, \ldots, k + 1$ можно утверждать, что если $(k + 1)$ раз продифференцированные по времени равенства (5.47) являются частными интегралами системы уравнений (5.48), (5.45) $(k + 2)$-го порядка, то и равенства $\Gamma(q) - \Delta = 0$ являются их частными интегралами. Это утверждение справедливо, если начальные значения удовлетворяют равенствам

$$\Gamma(q) - \Delta = 0; \quad \Gamma^{(i)} - \Delta^{(i)} = 0$$
$$\text{при } i = 1, 2, \ldots, k + 1.$$

В частности, такими начальными значениями могут быть $q^{(i)}(0) = 0$, $\Delta^{(i)} = 0$ при $i = 1, 2, \ldots k + 1$, обращающие в нуль равенства $\Gamma^{(i)} - \Delta^{(i)} = 0$, а также любые $q(0) < \infty$, которые всегда удовлетворяют равенствам $\Gamma(q) - \Delta = 0$, разрешимым относительно Δ за счет соответствующего выбора последних. Указанные

начальные значения соответствуют условиям выполнения типовых команд робота. В соответствии со сказанным, при определении искомых замыкающих уравнений вместо условия (5.47) будем рассматривать равенства

$$\Gamma^{(k+1)} - \Delta^{(k+1)} = 0 \tag{5.49}$$

и требовать, чтобы они были частными интегралами системы (5.45), (5.48).

В соответствии с известной работой Еругина, все множество систем дифференциальных уравнений, для которых (5.49) являются частными интегралами, должно удовлетворять следующему условию. Производные по времени от функций, стоящих в левых частях равенств (5.49), в силу синтезируемых уравнений должны равняться некоторым произвольным функциям R_i; $i = 1, 2, \ldots, \nu + 1$, обращающимся в нуль в точках, принадлежащих многообразиям, которые образованы пересечением гиперповерхностей (5.49). В частности, эти произвольные функции можно положить равными нулям: $R_i = 0$; $i = 1, 2, \ldots, \nu + 1$.

Продифференцировав по времени левые части (5.49) и приравняв их $R_i = 0$, получим (в форме, не разрешенной относительно высших производных) уравнения, которые определяют программу изменения вектора q при условии удовлетворения (5.49), а следовательно, и (5.47):

$$\Gamma^{(k+2)}\left(q, \ldots, q^{(k+2)}\right)\Delta^{k+2}(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\, q^{(k+2)} + \\ + \sum_{1}^{k+1} C^{i}_{(k+1)} \frac{d^{(i)}}{dt^{(i)}} (\partial\Gamma/\partial\mathbf{q}) q^{(k+2-i)} - \Delta^{(k+2)} = 0, \tag{5.50}$$

где $C^{i}_{(k+1)} = \dfrac{(k+1)!}{i!\,(k+1-i)!}$ — биноминальный коэффициент.

Заменив в (5.50) $q^{(k+2)}$ и $\Delta^{(k+2)}$ правыми частями уравнений (5.48), (5.46), получим $(\nu + 1)$ условий, которые надо использовать при формировании вектора (U, U_*) для того, чтобы (5.49), а следовательно и (5.47), были частными интегралами систем (5.46), (5.48). Поскольку вектор (U, U_*) имеет размерность $m + \nu + 1$, остается еще m свободно варьируемых составляющих вектора (U, U_*),[1] которые можно использовать для удовлетворения требования асимптотической устойчивости процесса, описываемого уравнениями (5.46), (5.48) относительно области: $\Gamma = 0$; $\Delta = 0$; $\Gamma^{(i)} = 0$; $\Delta^{(i)} = 0$; $i = 1, 2, \ldots, k + 1$.

Один из возможных путей удовлетворения этого требования — задать такой закон $U_* = \Phi\left(\Delta^{(k+1)}, \ldots, \Delta\right)$ изменения $\nu + 1$ уп-

[1] Полагаем, что ранг функциональной матрицы $\partial\Gamma/\partial\mathbf{q}$ (матрицы частных производных $\nu + 1$ составляющих вектора Γ по m составляющим вектора q) равен $\nu + 1$.

равлений, образующих вектор U_*, при котором уравнения (5.48) образуют автономную систему и описывают процесс с областью устойчивого равновесия при $\Delta = 0$; $\Delta^{(i)} = 0$; $i = 1, 2, \ldots, k+1$. Например, U_* можно задать так, чтобы уравнения (5.48) стали дифференциальными с постоянными коэффициентами вида $\Delta_i^{(k+2)} = -a_i\Delta_i^{(k+1)} - a_2\Delta_i^{(k)} - \ldots - a_{k+2}$; $i = 1, \ldots, \nu+1$. В процессе достижения «целевого» состояния $\varepsilon(q) = 0$; $\varepsilon^{(i)}(q) = 0$ должны удовлетворяться условия $K(q) = 0$; $K^{(i)} = 0$, для этого нужно выбрать уравнение, соответствующее отклонению $\Delta_1 = \varepsilon(q)$ от нуля, чтобы время переходного процесса установления этого отклонения было существенно больше времени установления остальных отклонений. Заменив в (5.50) $\Delta^{(k+2)}$ на вектор U_*, а этот последний, учитывая, что $\Delta^{(i)} = \Gamma^{(i)}$, — на $\Phi\left(\Delta^{(k+1)}, \ldots, \Delta\right) = \Phi\left(\Gamma^{(k+1)}, \ldots, \Gamma\right)$, получим $\nu+1$ так называемых дифференциальных уравнений программного движения

$$(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\, q^{(k+2)} = -\sum_{1}^{k+1} C_{(k+1)}^{i} \frac{d^{(i)}}{dt^{(i)}} (\partial\Gamma/\partial\mathbf{q}) q^{(k+2-i)} - \\ -\Phi\left(\Gamma^{(k+1)}, \ldots, \Gamma\right). \tag{5.51}$$

Эти уравнения определяют программу изменения вектора q, устойчивую относительно многообразия, характеризуемого пересечением гиперповерхностей $\Gamma(q) = 0$, $\Gamma^{(i)} = 0$; $i = 1, 2, \ldots, k+1$. Поскольку в общем случае $m \geqslant \nu+1$, то уравнения (5.51) имеют бесконечное множество возможных решений.

Для получения уравнений, из которых находят искомый вектор управления U, заменяем в (5.51) вектор $q^{(k+2)}$ его значением — правой частью равенств (5.46). Это даст $\nu+1$ линейных уравнений относительно m составляющих вектора U вида

$$\mathbf{G}U = L, \tag{5.52}$$

где

$$L = -(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\, T\left(q^{(k+1)}, \ldots, q, \Gamma^{(k+1)}, \ldots, \Gamma\right) - \\ -\sum_{1}^{k+1} C_{(k+1)}^{i} \frac{d^{(i)}}{dt^{(i)}} (\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\, q^{(k+2-i)} - \Phi\left(\Gamma^{(k+1)}, \ldots, \Gamma\right)^{1} - \\ -(\nu+1)\text{-мерный вектор};$$

$$\mathbf{G} = (\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\, \mathbf{A}_{\Sigma}^{-1} — \text{матрица размером } (\nu+1) \times m.$$

Общее решение линейной неоднородной системы (5.52) представляет собой искомый закон управления, который является суммой частных решений этой системы $U_ч$ и общего решения U_0 однородной системы $\mathbf{G}\,U = 0$. Чтобы удовлетворялись ограничения

$U_{\min} < U < U_{\max}$, частное решение полезно выбрать таким, при котором норма вектора U будет минимальной. Это имеет место, если определять $U_ч$ как

$$U_ч = \mathbf{G}^+ L,$$

где $\mathbf{G}^+$ — псевдообратная матрица матрицы $\mathbf{G}$. Поскольку ранг матрицы $\mathbf{G}$ совпадает с числом ее строк, то $\mathbf{G}^+ = (G'G)^{-1} G'$ и $U_ч = (G'G)^{-1} G'L$; что касается вектора U_0, который, очевидно, не нарушает программы движения, заданной условиями (5.51), то его можно представить в нескольких приемлемых формах.

Во-первых, в классической, как линейную комбинацию векторов, образованную фундаментальной системой решений,

$$U_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{\mathrm{I}}^{-1} \quad \mathbf{G}_{\mathrm{II}} \\ ---- \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} B,$$

где $\mathbf{G}_{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{G}_{\mathrm{II}}$ — $(\nu + 1) \times (\nu + 1)$-мерная матрица с нулевым дефектом и $(\nu + 1) \times (m-\nu-1)$-мерная матрица, образованные из $(\nu + 1) \times m$-мерной матрицы $\mathbf{G}$; $\mathbf{G}_{\mathrm{I}}^{-1}\mathbf{G}_{\mathrm{II}}$ — блок размером $(\nu + 1) \times (m-\nu-1)$; $\mathbf{E}$ — единичный блок размером $(m-\nu-1) \times (m-\nu-1)$ матрицы $\begin{pmatrix} \mathbf{G}_{\mathrm{I}}^{-1} \quad \mathbf{G}_{\mathrm{II}} \\ ---- \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}$, столбцы которой образуют фундаментальную систему решений; B — произвольный вектор размером $m-\nu-1$.

В форме проекции некоторого произвольного m-мерного вектора b на многообразие, определяемое системой $\mathbf{G}U = 0$,

$$U_0 = \left[\left(\mathbf{E} - (\mathbf{G}'\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{G}\right)\right] b,$$

где $\mathbf{E} - (\mathbf{G}'\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{G}$ — $m \times m$-мерная матрица проектирования.

Удовлетворить требование асимптотической устойчивости процесса, представляемого системой (5.46), (5.48) относительно многообразия, образованного пересечением гиперповерхностей $\Gamma(q) = 0$; $\Gamma^{(i)} = 0$; $\Delta = 0$; $\Delta^{(i)} = 0$, можно, использовав функцию Ляпунова. Это — второй возможный путь, в соответствии с которым на вектор управления (U, U_*) дополнительно к $\nu + 1$ условиям удовлетворения (5.50), накладывается еще одно — условие устойчивости относительно упомянутого многообразия. Согласно известной теореме об устойчивости, условие состоит в том, что производная по времени от некоторой скалярной функции V всюду одного знака, которая обращается в нуль на данном многообразии (знакоопределенная функция) и допускает бесконечно малый высший предел. В силу уравнений (5.46) и (5.48) она должна быть равна специально выбранной знакоопределенной функции противо-

положного знака — W. В качестве V, в принципе, можно использовать соответствующие функции $V\left(\Delta, \ldots, \Delta^{(k+1)}, \Gamma, \ldots, \Gamma^{(k+1)}\right)$, однако, учитывая связи Δ, $\Delta^{(i)}$ с Γ, $\Gamma^{(i)}$, а именно: $\Gamma - \Delta = 0$; $\Gamma^{(i)} - \Delta^{(i)} = 0$; $i = 1, 2, \ldots, k + 2$, эти функции можно заменить функциями $V\left(\Gamma, \ldots, \Gamma^{(k+1)}\right)$.

Такая замена позволяет одновременно освободиться от учета $(\nu + 1)$ связей (5.50) и ограничиться учетом единственного условия устойчивости

$$\sum_{0}^{k+1} \left(\partial V / \partial q^{(i)}\right) q^{(i+1)} = -W. \tag{5.53}$$

В качестве $V\left(\Gamma, \ldots, \Gamma^{(k+1)}\right)$ могут быть, в частности, использованы

$$V_0 = \frac{1}{2} \left| \mathbf{a}_0 \Gamma \right|^2;$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \left| \mathbf{a}_0 \Gamma + \mathbf{a}_1 \Gamma^{(1)} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \mathbf{a}_1 \Gamma^{(1)} \right|^2;$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \left| \mathbf{a}_0 \Gamma + \mathbf{a}_1 \Gamma^{(1)} + \mathbf{a}_2 \Gamma^{(2)} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \mathbf{a}_2 \Gamma^{(2)} \right|^2$$

соответственно для случаев $k + 1 = 0$; $k + 1 = 1$; $k + 1 = 2$, где $\mathbf{a}_i$ — диагональные матрицы произвольных постоянных положительных коэффициентов.

В качестве $-W$ можно выбрать

$$-W = -\sum_{0}^{k+1} \left| (i+1)\, \mathbf{a}_i \Gamma^{(i)} \right|^2 - \sum_{1}^{k+1} \mathbf{a}_{i-1} \Gamma^{(i)}, \mathbf{a}_i \Gamma^{(i)}; \quad k = 0, 1, 2,$$

где $\Gamma^{(i)} = \Gamma$ при $i = 0$; $\mathbf{a}_{i-1} \Gamma^{(i)}$, $\mathbf{a}_i \Gamma^{(i)}$ — скалярное произведение; принято $\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_1 = 2\mathbf{a}_0 \mathbf{a}_2$. Нетрудно показать, что в данном случае условие устойчивости $\dot{V} = -W$ выполнимо при

$$\left.\begin{aligned} &\Gamma^{(1)} = -\mathbf{a}_0 \Gamma \text{ для } k+1=0; \\ &\Gamma^{(2)} = -\mathbf{a}_1^{-1} \mathbf{a}_0 \Gamma - \left(2\mathbf{E} + \mathbf{a}_1^{-1} \mathbf{a}_0\right) \Gamma^{(1)} \text{ для } k+1=1; \\ &\Gamma^{(3)} = -\mathbf{a}_2^{-1} \mathbf{a}_0 \Gamma - \left(\mathbf{a}_2^{-1} \mathbf{a}_0 - 2\mathbf{a}_2^{-1} \mathbf{a}_1\right) \Gamma^{(1)} - \\ &\quad - \left(3\mathbf{E} + \mathbf{a}_2^{-1} \mathbf{a}_1\right) \Gamma^{(2)} \text{ для } k+1=2. \end{aligned}\right\} \tag{5.54}$$

Эти соотношения являются дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами относительно отклонений $\Delta = \Gamma(q)$, которые удовлетворяют условиям Липшица с областью устойчивости при $\Gamma = \Delta = 0$; $\Gamma^{(i)} = \Delta^{(i)} = 0$.

Таким образом, пришли к первому способу удовлетворения требования устойчивости, и для нахождения искомого вектора

управления при таком выборе V и $-W$ необходимо решить уравнение (5.52), в котором в качестве $\Phi\left(\Gamma^{(k+1)}, \ldots, \Gamma\right)$ использованы правые части уравнений (5.54). Однако другие возможные варианты задания V и $-W$ могут привести к иным способам нахождения искомого вектора управления U. Например, если оставить вид функции V прежним, а $-W$ задать для $k+1=1$ как

$$-W=-\left|\mathbf{d}\,(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})'\,\mathbf{a}_1\left(\mathbf{a}_0\Gamma+2\mathbf{a}_1\Gamma^{(1)}\right)\right|^2-\left|\mathbf{a}\Gamma^{(1)}\right|^2 \text{ при } \mathbf{a}_0=\mathbf{a}_1=\mathbf{a},$$

где $\mathbf{d}=\{d_1, \ldots, d_m\}$ — диагональная матрица произвольных положительных функций фазовых координат и времени, то условия устойчивости будут удовлетворяться при

$$q^{(2)}=-\mathbf{d}(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})'\,\mathbf{a}^2\Gamma-\left[\mathbf{E}+\mathbf{d}\,(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})'\,2\mathbf{a}^2\,(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\right]\mathbf{q}^{(1)}-\Delta\mathbf{q}^{(2)}. \tag{5.55}$$

Здесь $\Delta\mathbf{q}^{(2)}$ — квадратичная функция составляющих вектора $q^{(1)}$, которая находится из равенства $(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\ q^{(2)}=(d/dt)\ (\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\ q^{(1)}$, в частности, с помощью матрицы $(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})^+$, псевдообратной для матрицы $(\partial\Gamma/\partial q)$:

$$\Delta q^{(\ )}=(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})^+\frac{d}{dt}(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\,q^{(1)}=$$

$$=(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})^+\sum_1^m q_i^{(1)}\frac{\partial}{\partial q_i}(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})\,q^{(1)},$$

где $\frac{\partial}{\partial q_i}(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})$ — $(\nu+1)\times m$-мерная матрица частных производных матрицы $\partial\Gamma/\partial\mathbf{q}$ по q_i, а $q_i^{(1)}$—i-я составляющая $q^{(1)}$. Соотношения (5.55), как видим, являются дифференциальными уравнениями относительно вектора q, удовлетворяющими условиям Липшица, поскольку в данном случае составляющие вектор-функции $K(q)$ и функция $\varepsilon(q)$, которые образуют $\Gamma(q)$, ограничены, непрерывны и имеют непрерывные ограниченные производные по составляющим вектора q до $(k+1)$-й включительно.

Искомый вектор управления находится из уравнений, которые формируются путем замены в соотношениях, получаемых из условий устойчивости $\dot V=-W$, вектора $q^{(k+2)}$ его значением из уравнения (5.46). Частным случаем такого соотношения для $k+1=1$ является (5.55).

Эти уравнения определяют программу измерения вектора q, устойчивую относительно многообразий, характеризуемых пересечением $\Gamma=0$; $\Gamma^{(i)}=0$; $i=1, 2, \ldots, k+1$. Поскольку в области устойчивости $\Gamma=0$; $\Gamma^{(i)}=(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})q^{(1)}=0$, из структуры правой части уравнения (5.55) следует, что в этой области $q^{(1)}=q^{(2)}=0$.

В отличие от уравнений программного движения (5.51), для начальных значений q (0), $q^{(1)}$ (0) уравнения (5.55) определяют единственную траекторию q и по структуре менее громоздки, чем (5.51), по крайней мере, для рассмотренных случаев. Это, в свою очередь, позволяет получить более простое выражение для искомого вектора управлений U. Еще больше упростить это выражение можно, исключив из (5.55) член $\Delta q^{(2)}$. Неучет $\Delta q^{(2)}$ приводит к тому, что V становится отличным от выбранного — W на величину

$$\Delta\dot{V} = \dot{V} + W = (\mathbf{a}_0\Gamma + 2\mathbf{a}_1\Gamma^{(1)}),\ \mathbf{a}_1\,(\partial\Gamma/\partial\mathbf{q})^{+} \sum_{1}^{m} q_i^{(1)} \frac{\partial}{\partial q_i}(\partial\Gamma/\partial q_i)q^{(1)}.$$

Данная величина обращается в нуль при $\Gamma = 0$, $\Gamma^{(i)} = 0$ и стремится к нулю быстрее, чем остальные члены, так как зависит от более высоких степеней $q_i^{(1)}$, а это значит, что область устойчивости не изменяется. Зона допустимых с точки зрения обеспечения устойчивости значений фазовых координат q, $q^{(1)}$ сокращается и может быть определена из условия $\Delta\dot{V} \leqslant W$. Поскольку $\Delta\dot{V}$ является функцией меньших степеней $a_1 = a_2 = a$ (квадратов), чем первое слагаемое — W (четвертая степень), увеличение a приводит к расширению допустимых значений фазовых координат.

Закон управления, выведенный на основании изложенной методики, в принципе обеспечивает решение задачи управления, однако его практическая реализация связана с известными трудностями. Так, может потребоваться использовать ЦВМ в замкнутом контуре управления, поскольку в «замыкающие» уравнения входят сложные функциональные зависимости, которые необходимо вычислять достаточно точно.

Рациональнее использовать двухуровневый способ формирования закона управления. При этом высший тактический управляющий уровень (ТУУ) формирует вектор обобщенных координат q в процессе решения уравнений программного движения. Низший управляющий уровень (НУУ) с помощью найденного закона q формирует искомый закон управления U, который позволяет реализовать закон изменения обобщенных координат, полученный на ТУУ. Целесообразнее всего это осуществлять с помощью следящих приводов, формирующих вектор U в процессе отработки вектора q, используемого как задающий сигнал. Следящий привод манипулятора является хорошо изученным средством автоматизации, не требующим присутствия ЦВМ в замкнутом контуре управления; все это немаловажно для практического решения задачи.

Таким образом, предложенный двухуровневый способ формирования вектора управления U позволяет исключить ЦВМ из замкнутого контура управления, а также разбить объем всех необходимых вычислений на две части и вычислять параллельно каждую из них. В результате существенно увеличивается скорость расчетов.

Еще проще можно осуществлять формирование закона управления, если, допустив некоторые ошибки в отработке следящими приводами закона изменения q, организовать ТУУ как устройство решения уравнений программного движения пониженного порядка, например первого, а не $(k+2)$-го, как это следует из методики синтеза закона управления. Применение уравнений программного движения первого порядка практически оправдано, так как закон q в этом случае, очевидно, удовлетворяет требованию устойчивости относительно гиперповерхностей $K(q)=0$, т. е. обеспечивает достижение цели управления при удовлетворении ограничений. Ошибки отработки закона на НУУ из-за его меньшей «гладкости» по сравнению с законом, сформированным при решении уравнений программного движения $(k+1)$-го порядка, имеют, по крайней мере, тот же порядок, что и неизбежные динамические ошибки, возникающие, в частности, из-за возмущений $F_в$ при воспроизведении следящими приводами «гладкого» закона q, сформированного тактическим уровнем.

ГЛАВА 6

МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ ПОДВОДНОГО РОБОТА, ОСНОВАННЫЕ НА ДИСКРЕТНЫХ АЛГОРИТМАХ ЭКСТРЕМИЗАЦИИ

Одним из методов формирования закона изменения обобщенных координат ТУУ является метод, основанный на дискретных алгоритмах экстремизации. В рамках этого метода задача нахождения закона $q(t)$ рассматривается как задача математического программирования, и закон изменения $q(t)$ находится в виде дискретной последовательности аргументов функционала рассогласования $\varepsilon(q)$, приводящей его к минимуму (5.29). С этой целью могут быть использованы специальные алгоритмы минимизации, например алгоритмы, основанные на методе возможных направлений, которые позволяют найти глобальный минимум выпуклых и квазивыпуклых функционалов с учетом «выпуклых» ограничений, накладываемых на область задания аргумента. Эти алгоритмы удобно реализовать на универсальных управляющих ЦВМ.

При решении задачи синтеза ТУУ необходимы не только построение алгоритмического блока, осуществляющего собственно минимизацию функционала, но и разработка алгоритмов, подготавливающих входную информацию для блока экстремизации в результате обработки командной информации и информации о внешней среде. Кроме того, поскольку сходимость алгоритма экстремизации к глобальному минимуму, т. е. решение задачи управления, зависит от характера функционала рассогласования и ограниче-

ний на его аргумент, определяемых особенностями команд, внешней среды и конструкции робота, в главе изучаются свойства функционала и этих ограничений.

§ 29. Свойства функционала рассогласования

Функционал рассогласования для команд первого и второго классов, соответствующий перемещению рабочего инструмента в заданную область пространства $W^*_{зд}$, можно представить как

$$\varepsilon(w) = |F_{зд}(w) - w|^2, \tag{6.1}$$

где $F_{зд}(w)$ и w — соответственно целевая вектор-функция заданного и вектор текущего положения рабочего инструмента, определяемые выражениями (5.27) — (5.28), для $F_{зд}(w)$ и (5.22) — (5.25) для w.

Частный случай функционала (6.1), соответствующий перемещению в точку $w^п_{зд}$, получается, если границы неравенства (5.26), определяющие целевую область, совпадают, а число характеристических точек инструмента или целевых точек сокращается до одной. В этом случае $F_{зд}(w) = w^п_{зд}$ и функционал (6.1) вырождается в

$$\varepsilon^п(w^п) = |w^п_{зд} - w^п|^2, \tag{6.2}$$

где $w^п_{зд}$ и $w^п$ — определяются выражениями (5.13) — (5.20).

Функционал для типовых команд третьего класса имеет вид

$$\varepsilon_*(w, t) = |F_{зд}(w, t) - w|^2, \tag{6.3}$$

где $F_{зд}(w, t)$ соответствует целевым условиям (5.34).

Для перехода от функционалов $\varepsilon(w)$, $\varepsilon^п(w^п)$ к соответствующим функционалам $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$ и $\varepsilon^п(q) = \varepsilon[w^п(q)]$, т. е. для перехода в функционале к аргументу q, нужно заменить все компоненты w, $w^п$ их значениями, выраженными через q с помощью формул (5.22) — (5.25), (5.17) — (5.20), (5.1) — (5.9) и (5.44).

К характерным свойствам функционала общего вида $\varepsilon(w)$ относятся:

1. Непрерывность градиента $\partial\varepsilon/\partial w$.

2. Выпуклость. Действительно, скалярное произведение имеет вид

$$\frac{\partial\varepsilon(w^A - \lambda w^B)}{\partial w}\cdot w^B = 2\sum_{n=1}^{t+1}\sum_{i=1}^{3} w_i^{B,h}\left(F_i^h - w_i^h\right)\left(\frac{\partial F_i^h}{\partial w_i^h} - 1\right) +$$

$$+ 2\lambda\sum_{n=1}^{t+1}\sum_{i=1}^{3} w_i^{B,h}\left(1 - \frac{\partial F_i^h}{\partial w_i^h}\right),$$

где w^A и w^B — произвольные значения векторов w; w_i^h, $w_i^{B,h}$ —

компоненты векторов w^h, w^b; λ — скаляр, является неубывающей функцией λ.

3. Совпадение множества локальных минимумов с множеством глобальных, если область задания функционала $\tilde{W}$ выпукла.

Относительно связи свойств функционалов $\varepsilon(w)$ и $\varepsilon[w(q)] = \varepsilon(q)$, заданных соответственно в пространствах W_R и G_m, можно утверждать следующее.

Если $\varepsilon(w)$ — функционал, заданный на множестве $\tilde{W} \subset W_R$, у которого множество точек $w^* \in W^* \subset \tilde{W}$ локального минимума совпадает с множеством точек глобального минимума и в то же время $w = w(q)$ — открытое отображение, отображающее множества $G \subset G_m$ векторов q на $\tilde{W}$, то множество точек $q^* \in G^* \subset G$ локального минимума функционала $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$, заданного на G_m, совпадает с множеством глобальных минимумов. Назовем это свойство регулярностью функционала.

Данное утверждение позволяет установить свойства функционала $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$, соответствующего $\varepsilon(w)$, зная свойства последнего.

Рассмотрим свойства функционала (6.2) частного вида, когда его аргументом является шестимерный вектор $w^{\text{п}}$, определяемый (5.18) или (5.20). В пространстве W_R этот функционал выпукл и, следовательно, обладает свойством регулярности. Пусть соответствующий ему функционал $\varepsilon^{\text{п}}(q) = \varepsilon[w^{\text{п}}(q)]$ имеет открытую область задания $\tilde{G}$, а точка $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}_{\text{зд}}$ глобального минимума функционала $\varepsilon^{\text{п}}(w^{\text{п}})$ — принадлежит множеству

$$\tilde{W}^{\text{п}} = \{w^{\text{п}} \mid w^{\text{п}}\} = w^{\text{п}}(\tilde{q}); \quad q \in \tilde{G}.$$

Тогда, в соответствии с приведенным утверждением, достаточным условием регулярности $\varepsilon^{\text{п}}(q)$ является открытость отображения $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$. В открытой области задания q отображение, $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$ будет открыто, если ранг функциональной матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ равен размеру вектора $w^{\text{п}}$.

Найдем выражение для функциональной матрицы. Для большей определенности будем считать, что пространственное положение рабочего инструмента задается относительно, вектором

$$w^{\text{п}} = (X^n_{1\text{ц}}, X^n_{2\text{ц}}, X^n_{3\text{ц}}, \varphi, \psi, \vartheta).$$

Отображение $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$ в данном случае представляется выражением (5.8) для первых трех компонент $w^{\text{п}}$ и (5.3) — для остальных компонент. Известно, что функциональная матрица связывает полные дифференциалы $dw^{\text{п}}$ и dq таким образом:

$$dw^{\text{п}} = (\partial \mathbf{w}^{\text{п}}_{\text{п}}/\partial \mathbf{q}) \cdot dq, \tag{6.4}$$

поэтому столбцы этой матрицы могут быть определены как векторные коэффициенты при компонентах dq_i вектора dq.

Дифференциалы первых трех компонент в соответствии с (5.8)

$$dX^n_{\text{ц}} = \sum_{i=0}^{n} d^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1} P_i - \sum_{i=1}^{n} {}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1} e_i\, dq_{2i}, \tag{6.5}$$

где

$$P_0 = X^0_{\text{ц}} - X^0_{\text{кор}}; \quad P_i = -\left(X^{i-1}_{\text{п}0}\right)^i - e_i q_{2i},$$
$$i = 1, 2, \ldots, n;$$

$\boldsymbol{\alpha}_{i-1} = \overrightarrow{\boldsymbol{\alpha}}_n$; e_i — трехмерный орт, совпадающий с направлением линейного перемещения q_{2i}.

Поскольку дифференцируемая матрица

$$d^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1} = \left\| d\left({}^n\overleftarrow{\alpha}_{i-1}\right)_{kp} \right\|; \quad k = 1, 2, 3; \quad p = 1, 2, 3$$

с учетом (5.9), (5.44) представляется в виде

$$d^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1} = \sum_{j=i}^{n} (\partial^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1}/\partial \mathbf{q}_{2j-1})\, dq_{2j-1} =$$
$$= \sum_{j=i}^{n} {}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1}/\partial \mathbf{q}_{2j-1})^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1}\, dq_{2j-1};$$
$${}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_n = {}^{i-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{i-1} = E,$$

то

$$\left.\begin{aligned} d^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1} &= d\overrightarrow{\boldsymbol{\alpha}}_n = \sum_{j=1}^{n} (\partial\overrightarrow{\boldsymbol{\alpha}}_n/\partial \mathbf{q}_{2j-1})\, dq_{2j-1} = \\ &= \sum_{j=1}^{n} {}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1}/\partial \mathbf{q}_{2j-1})^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1}\, dq_{2j-1}; \\ {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1} &= \boldsymbol{\alpha}_{j-1,\, j-2} \cdots \boldsymbol{\alpha}_{1,0}\boldsymbol{\alpha}_0; \quad \boldsymbol{\alpha}_{0,\, -1} = \underline{\boldsymbol{\alpha}_0}; \end{aligned}\right\} \tag{6.6}$$

$$dX^n_{\text{ц}} = \sum_{j=1}^{n} {}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1}/\partial \mathbf{q}_{2j-1}) \varepsilon_j\, dq_{2j-1} - \sum_{j=1}^{n} {}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} e_j\, dq_{2j}, \tag{6.7}$$

где

$$\varepsilon_j = \boldsymbol{\alpha}_{j-1,\, j-2}\varepsilon_{j-1} + P_j;$$
$$\varepsilon_0 = X^0_{\text{ц}} - X^0_{\text{кор}} = P_0.$$

Таким образом, элементы i-й строки из первых трех строк матрицы $(\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q})$ для нечетных столбцов

$$\partial X^n_{i\text{ц}}/\partial q_{2j-1} = \left(\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}\right)_{i,\, 2j-1} = \left[{}^n\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j \left(\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1}/\partial \mathbf{q}_{\quad -1}\right) \varepsilon_j\right]_i; \tag{6.8}$$

для четных столбцов

$$\partial X^n_{i\text{ц}}/\partial q_{2j} = \left(\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}\right)_{i,\,2j} = \left({}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} e_j\right)_i;\ j = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n;$$
$$i = 1,\ 2,\ 3.$$

Элементы остальных трех строк $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ получим дифференцированием (5.3) и определением коэффициентов при dq_j в (6.4).

Элементы 4 и 5-й строк нечетных столбцов матрицы можно представить как

$$\left(\partial w^{\text{п}}/\partial q\right)_{i+3,\,2j-1} = \frac{1}{\left|(\vec{\alpha}_n)_{p,\,f}\right|}\left[\left({}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j \frac{\partial \alpha_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-1}}\, {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1}\right)_{km} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\frac{(\vec{\alpha}_n)_{km}}{\left[1-(\vec{\alpha}_n)^2_{33}\right]}\left({}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}} \frac{\partial \alpha_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-1}}\, {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1}\right)_{33}\right]; \tag{6.9}$$
$$i = 1,\ 2;\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

а элементы 6-й строки как

$$\left(\partial w^{\text{п}}/\partial q\right)_{6,\,2j-1} = -\frac{1}{\sqrt{1-(\vec{\alpha}_n)^2_{33}}}\left({}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j \frac{\partial \alpha_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-1}}\, {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1}\right)_{33},$$

где

$p = 1,\ f = 3,\ k = 2,\ m = 3$ для 4-й строки;
$p = 3,\ f = 1,\ k = 3,\ m = 2$ для 5-й строки.

Элементы четных столбцов последних трех строк матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ равны нулю.

При абсолютном задании пространственного положения рабочего инструмента вектором $w^{\text{п}} = \left(X^0_{1\,\text{х.т}},\ X^0_{2\,\text{х.т}},\ X^0_{3\,\text{х.т}},\ \varphi,\ \psi,\ \vartheta\right.$ отображение $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$ представляется выражением (5.7) и (5.3). Не приводя преобразований, запишем используемые в дальнейшем выражения для элементов $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\partial X^0_{i\,\text{х.т}}/\partial q_{2j-1} = \left(\partial w^{\text{п}}/\partial q\right)_{i,\,2j-1} = \\
&= \left[\vec{\boldsymbol{\alpha}}'_{j-1}\left(\partial \boldsymbol{\alpha}'_{j,\,j-1}/\partial \mathbf{q}_{2j-1}\right)\bar{\varepsilon}_j\right]_i; \\
&\partial X^0_{i\,\text{х.т}}/\partial q_{2j} = \left(\partial w^{\text{п}}/\partial q\right)_{i,\,2j} = \left(\vec{\boldsymbol{\alpha}}'_{j-1} e_j\right)_i, \\
&i = 1,\ 2,\ 3,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n, \\
&\text{где}\quad \bar{\varepsilon}_j = -P_{j+1} + \boldsymbol{\alpha}'_{j+1,\,j}\bar{\varepsilon}_{j+1}; \\
&P_j = -\left(X^{j-1}_{\text{п}0}\right)^j - e_j q_{2j}; \\
&\bar{\varepsilon}_n = X^{\text{п}}_{\text{х.т}};\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1.
\end{aligned}\right\} \tag{6.10}$$

Остальные элементы матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ такие же, как и элементы при относительном задании пространственного положения рабочего инструмента.

Из анализа функциональной матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ следует:

1. Для того чтобы ранг $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ был не меньше размерности вектора $w^{\text{п}}$, необходимо, чтобы размерность вектора обобщенных координат q была больше или равна размерности $w^{\text{п}}$, а число нечетных компонент q_{2j-1} вектора q было не меньше числа последних компонент вектора $w^{\text{п}}$.

2. При наличии кинематической схемы манипулятора, в которой предусмотрены линейные перемещения q_{2j} по всем трем координатным осям X_1, X_2, X_3 каких-либо трех и более звеньев, ранг $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ может быть меньше размерности $w^{\text{п}}$ при определенных значениях обобщенных координат q_{2j-1}, не зависящих от значений q_{2j}. Эти значения таковы, что все оси вращения, соответствующие обобщенным координатам q_{2j-1}, параллельны не более чем двум параллельным прямым.

3. При наличии кинематической схемы манипулятора, в которой не предусмотрены линейные перемещения, ранг функциональной матрицы может быть меньше размера вектора $w^{\text{п}}$ не только при условии предыдущего пункта, но и в следующих случаях:

при относительном задании положения инструмента, когда одновременно соблюдаются условия

$$\text{а)}\ X^0_{\text{ц}} = \mu \left(X^0_{\text{п}0}\right)^n; \tag{6.11}$$

$$\text{б)}\ q_{2l-1} = k\pi; \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \tag{6.12}$$

где μ — скаляр, а индекс $(2l-1)$ относится к обобщенным координатам, соответствующим угловым перемещениям вокруг осей, не совпадающих с осями X_2, совмещенными с продольными осями симметрии звеньев манипулятора. Эти два условия соответствуют случаю, когда оси X_2 всех звеньев совпадают и точка $X^0_{\text{ц}}$ находится на общей оси звеньев X_2. При абсолютном задании пространственного положения, если характеристическая точка лежит на оси X_2 (обычно ее удобно задавать именно на этой оси, являющейся осью симметрии инструмента), то достаточно одного из вышеприведенных условий, чтобы ранг матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{п}}/\partial \mathbf{q}$ стал меньше размера вектора $w^{\text{п}}$.

Таким образом, открытость отображений $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$ функционала (6.2) может нарушаться при значениях q, соответствующих перечисленным случаям. Зная их, можно всегда так изменить q, чтобы восстановить открытость отображения. Кроме того, поскольку открытость отображения $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}(q)$ является достаточным условием регулярности функционала $\varepsilon^{\text{п}}(q)$, то нарушение ее еще не значит, что имеется локальный минимум.

Рассмотрим теперь свойства функционала общего вида (6.1), аргумент которого w определяется соотношениями (5.22), (5.24), и установим его связь с соответствующим в пространстве G_m функционалом $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$. Функционал $\varepsilon(w)$ имеет обязательные ограничения на аргументы, вытекающие из условия неизменности расстояний между характеристическими или целевыми точками.

Эти ограничения связывают составляющие $\left(X^0_{i\,\text{х.т}}\right)^h$ или $\left(X^n_{i\text{ц}}\right.$ вектора w. Их получают с помощью (5.7) или (5.8), в которых соответственно $X^0_{\text{х.т}}$, $X^n_{\text{х.т}}$ заменяется на $\left(X^0_{\text{х.т}}\right)^h$, $\left(X^n_{\text{х.т}}\right)^h$, а $X^0_{\text{ц}}$ и $X^n_{\text{ц}}$ н $\left.X^0_{\text{ц}}\right)^h$ и $\left(X^n_{\text{ц}}\right)^h$:

$$\left(X^0_{\text{х.т}}\right)^h = \left(X^0_{\text{п}}\right)^n + \vec{\alpha}_n \left(X^n_{\text{х.т}}\right)^h; \tag{6.13}$$

$$\left(X^n_{\text{ц}}\right)^h = \vec{\alpha}_n \left(X^0_{\text{ц}}\right)^h - \vec{\alpha}_n \left(X^0_{\text{п}}\right)^n; h = 1,2,\ldots t. \tag{6.14}$$

Равенства (6.13) или (6.14), наряду с системой уравнений (5.2), которые связывают направляющие косинусы матрицы $\vec{\alpha}_n$ и углы Эйлера, являются обязательными ограничениями. Они представляют собой $(3t + 9)$ уравнений относительно $(3t + 15) = (3t + 3 + 9 + 3)$ переменных: $3t$ компонент векторов $\left(X^0_{\text{х.т}}\right)^h$ или $\left(X^n_{\text{ц}}\right)^h$ при $h = 1, 2, \ldots, t$, трех компонент $\left(X^0_{\text{п}}\right)^n$, девяти направляющих косинусов матрицы $\vec{\alpha}_n$ и переменных φ, ψ, ϑ. С помощью этих уравнений можно, в принципе, исключить $(3t + 9)$ неизвестных, выразив их через оставшиеся шесть. В качестве этих шести переменных можно взять координаты одной (первой) из t целевых или характеристических точек и углы Эйлера.

Таким образом, функционал общего вида (6.1), область задания которого определена равенствами (6.13) и (5.2) или (6.14) и (5.2), может быть сведен к функционалу $\bar{\varepsilon}(w^{\text{п}})$ с открытой областью задания, зависящему от шести переменных, причем тех же, от которых зависит вышерассмотренный функционал частного вида. Область задания функционала (6.1) не является выпуклой, так как часть гиперповерхностей, пересечением которых она определена, не выпукла. Ими являются гиперповерхности (5.2). Поэтому, в принципе, этот функционал может иметь локальные минимумы, не совпадающие с глобальными. Однако в действительности это не так, т. е. при любом значении аргумента функционала w существует направление Δw, уменьшающее функционал. Физически это означает, что если рабочий инструмент рассматривать как твердое тело, то всегда можно найти такое перемещение его, при котором уменьшается функционал рассогласования, т. е. сумма квадратов расстояний характеристических или целевых точек, а также направляющих косинусов или углов Эйлера до заданной целевой области при любом пространственном положении этих точек.

Таким перемещением инструмента может быть, например, коллинеарный перенос, если заданное положение инструмента определено как

$$b_i < \left(X_{i\text{ц}}^{n}\right)^{h} < a_i; \; j = 1, 2, \ldots, t; \; i = 1, 2, 3 \qquad (6.15)$$

и максимальное расстояние $\Delta_{\max}$ между целевыми точками $\left(X_{i\text{ц}}^{n}\right)^{h}$ внешней среды меньше $\min\,(a_i + b_i)$ при $i = 1, 2, 3$. Как видно из рис. 62, достижение инструментом данного положения, т. е. «введение» всех целевых точек внешней среды в область $b_i < X < a_i$, связанную с рабочим инструментом, осуществляется его коллинеарным переносом. Поэтому и функционал $\bar{\varepsilon}\,(w^{\text{п}})$ с открытой областью задания обладает свойством регулярности. Очевидно, свойства функционала $\varepsilon\,(q) = \bar{\varepsilon}\,[w^{\text{п}}\,(q)] = \varepsilon\,[w\,(q)]$ определяются осо-

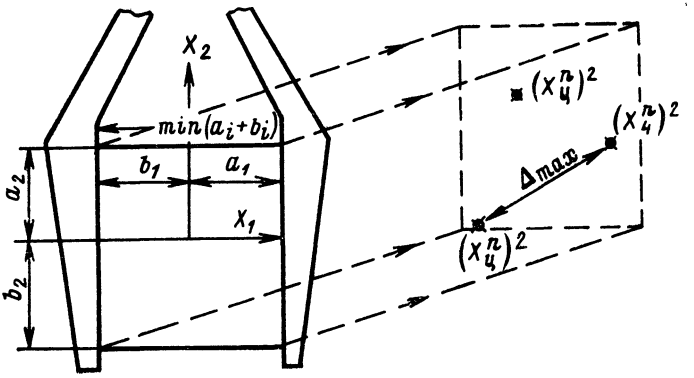


Рис. 62. Пример достижения инструментом заданного положения путем коллинеарного переноса

бенностями того же отображения $w^{\text{п}} = w^{\text{п}}\,(q)$, представляемого соотношениями (5.3), (5.6) или (5.2), (5.6). И поскольку $\bar{\varepsilon}\,(w^{\text{п}})$ не имеет точек локального минимума, не совпадающих с точками глобального, по аналогии с предыдущим случаем $\varepsilon\,(q)$ также будет обладать этим свойством. Отсутствие локальных минимумов в точках, где $w = w\,(q)$ не открыто, устанавливается при проверке $\bar{\varepsilon}\,(q)$, как это было сделано в предыдущем случае при рассмотрении функционала $\varepsilon^{\text{п}}\,(w^{\text{п}})$.

Для того чтобы учесть кинематические ограничения, необходимо увеличить размерность пространства положений инструмента W_R. Рассматривая для определенности случай относительного задания пространственного положения вектором w первого вида, будем считать компонентами векторов w^{y} этого пространства, помимо составляющих векторов $\left(X_{\text{ц}}^{n}\right)^{h}$ и элементов $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ матрицы $\vec{\boldsymbol{\alpha}}_n$, следующие величины: координаты полюсов $\left(X_{\text{п}}^{0}\right)^{p}$ звеньев ($p = 1, 2, \ldots, n$); элементы $\left(\alpha_{p,\,p-1}\right)_{ij}$ матриц $\boldsymbol{\alpha}_{p,\,p-1}$ ($p = 1, 2, \ldots, n$);

элементы $\vec{(\alpha_p)}_{ij}$ матриц $\vec{\alpha}_p$ $(p = 1, 2, \ldots, n)$; координаты X^2 векторов смещения полюсов звеньев $X^{2p} = q^{2p}$ $(p = 1, 2, \ldots, n)$.

Поскольку каждому из полюсов $(X^0_{\text{п}})^p$ и каждому из векторов X^{2p} и $(X^n_{\text{ц}})^h$ соответствуют 3 компоненты, а каждой матрице $\alpha_{p,\,p-}$ и $\vec{\alpha}_p$ 9 компонент, то (с учетом $p = 1, 2, \ldots, n$ и $h = 1, 2, \ldots, t$) вектор $w^{\text{у}} \in W^{\text{у}}_R$ имеет размер $(3t + 24n)$, где $W^{\text{у}}_R$ — пространство положений схвата увеличенной размерности. Вектор

$$w^{\text{у}} = [(X^n_{\text{ц}})^1, \ldots, (X^n_{\text{ц}})^t, (X^0_{\text{п}})^1, \ldots, (X^0_{\text{п}})^n,$$

$$\vec{(\alpha_n)}_{11}, \vec{(\alpha_n)}_{12}, \ldots, \vec{(\alpha_n)}_{33} \vec{(\alpha_p)}_{11}, \ldots, \vec{(\alpha_p)}_{33}, \ldots, \vec{(\alpha_1)}_{11}, \ldots$$

$$\ldots, \vec{(\alpha_1)}_{33} \vec{(\alpha_{n,\,n-1})}_{11}, \ldots, (\alpha_{n,\,n-1})_{33}, \ldots$$

$$\ldots, (\alpha_{1,0})_{11}, \ldots, (\alpha_{1,0})_{33}, X^2, X^4, \ldots, X^{2n}].$$

Очевидно, множество $\tilde{W}^{\text{у}} \subset W^{\text{у}}_R$ ограничений на аргумент $\varepsilon(w)$ является пересечением множеств, обусловленных кинематическими ограничениями $W^{\text{к}}$, конструктивными ограничениями $W^{\text{кн}}$, ограничениями среды $W^{\text{ср}}$ и ограничениями, связанными с особенностями типовых команд $W^{\text{ком}}$, т. е.

$$\tilde{W}^{\text{у}} = W^{\text{к}} \cap W^{\text{кн}} \cap W^{\text{ср}} \cap W^{\text{ком}}.$$

Кинематические ограничения, связывающие компоненты $w^{\text{у}}$, представляются следующими равенствами:

а) (6.14), которое соответствует $3t$ равенствам;

б) $3n$ равенствами типа

$$(X^0_{\text{п}})^p = (X^0_{\text{п}})^{p-1} + \alpha'_{p-1}[(X^{p-1}_{\text{п}0})^p + q^{2p}];$$
$$p = 1, 2, \ldots, n,$$

выражающих связь полюса $(X^0_{\text{п}})^p$ p-го звена с полюсом $(X^0_{\text{п}})^{p-}$ $(p-1)$-го звена;

в) (5.1) при замене в них n на $p = 1, 2, \ldots, n$, что позволяет получить $9n$ равенств;

г) $6n$ уравнениями ортогональности и ортонормированности между компонентами матриц $\alpha_{p,\,p-1}$;

д) группой $2n$ равенств, которые выражают свойство диагональных элементов матриц $\alpha_{p,\,p-1}$, определяемых (5.44), и компонент векторов $X^{2p} = q^{2p}$:

$$\left.\begin{array}{c}(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} = (\alpha_{p,\,p-1})_{jj};\ (\alpha_{p,\,p-1})_{kk} = 1;\\ X^{2p}_i = X^{2p}_j = 0,\ i \neq j \neq k,\ i = 1, 2, 3,\ k = 1, 2, 3,\ j = 1, 2, 3;\end{array}\right\} \quad (6.16)$$

$$-1 \leqslant (\alpha_{p,\,p-1})_{ii} \leqslant 1;\ i = 1, 2, 3. \quad (6.17)$$

Множество $W^{к}$ образовано пересечением гиперповерхностей, определяемых уравнениями связи $(X_{п}^{0})^{p}$ с $(X_{п}^{0})^{p-1}$, равенствами (6.16), (5.1) при замене n на p, а также множествами, определяемыми неравенствами (6.17) и соотношениями ортогональности и ортонормированности элементов матриц $\alpha_{p,\,p-1}$. Последние соотношения, как и (5.1), соответствуют невыпуклым гиперповерхностям, поэтому и $W^{к}$ невыпукло.

Следовательно, функционал $\varepsilon\,(w)$ на множестве $W^{к}$ может иметь локальные минимумы. В действительности, кинематические ограничения, представляющие $(3t + 22n)$ уравнений относительно $(3t + 24n)$ неизвестных, в принципе, позволяют выразить эти неизвестные через остальные $2n$. В качестве этих последних можно принять

$$(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} \text{ и } X_{k}^{2p};\ p = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \tag{6.18}$$

Таким образом, функционал $\varepsilon\,(w)$, который зависит от $(3t + 9)$ переменных, входящих в число $(3t + 24n)$ неизвестных и который задан на $W^{к}$, может быть сведен к функционалу $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ с областью задания, определяемой множеством (6.17). Последний зависит от $2n$ выбранных переменных, где w^{0} — вектор с компонентами (6.18).

В свою очередь, от $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ можно перейти к $\varepsilon\,(q) = \varepsilon^{0}\,[w^{0}\,(q)] = \varepsilon\,[w\,(q)]$, соответствующему функционалу (6.2) общего вида, заменив $(\alpha_{p,\,p-1})_{ii}$ и X_{k}^{2p} их выражениями через q. Очевидно, $X_{k}^{2p} = q_{2p}$; $(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} = \cos q_{2p-1}$ в соответствии с (5.44).

Поскольку, как выше было показано, $\varepsilon\,(q)$ обладает свойством регулярности, то $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ будет также регулярен, по крайней мере, при $-1 < (\alpha_{p,\,p-1})_{ii} < 1$, где отображение $q = q\,(w^{0})$, равное

$$q_{2p-1} = \arccos\,(\alpha_{p,\,p-1})_{ii};\ q_{2p} = X_{k}^{2p},$$

открыто.

Однако и при $\alpha_{ii} = \pm\,1$ функционал $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ не имеет локальных минимумов, что установлено проверкой $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ в этих точках. Это следует также из очевидного соотношения $\partial\,(\alpha_{p,\,p-1})_{ii}/\partial q_{2p-1} = -\sin q_{2p-1}$, из которого следует:

$$\partial\varepsilon/\partial q_{2p-1} = \frac{\partial\varepsilon^{0}}{\partial\,(\alpha_{p,\,p-1})_{ii}}\,\frac{\partial\,(\alpha_{p,\,p-1})_{ii}}{\partial q_{2p-1}} = \frac{\partial\varepsilon^{0}}{\partial\,(\alpha_{p,\,p-1})_{ii}}\,\sin q_{2p-1}.$$

Так как $\partial\varepsilon/\partial q_{2p-1}$ в точках $(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} = \pm\,1$, т. е. $q_{2p-1} = k\pi$ $(k = 0,\ 1,\ \ldots)$, имеет порядок малости, не меньший порядка $\sin q_{2p-1}$, градиент функционала $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ не может быть нулевым, а значит, при $(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} = \pm\,1$ функционал $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ не имеет стационарных точек. Таким образом, $\varepsilon^{0}\,(w^{0})$ обладает свойством регулярности, а следовательно, и соответствующий ему $\varepsilon\,(w)$, заданный на $W^{к}$, также регулярен.

Рассмотрим свойства множества $W^{ср}$, границы которого определяются неравенствами (5.38) — (5.40).

Для перехода в них к переменным, которые являются компонентами векторов $w^{\text{у}} \in W_R^{\text{у}}$, необходимо в (5.38) заменить $(X^0)^{p,s}$, а в (5.39) $\left(X^p_{\text{преп}}\right)^{\nu}$ их выражениями с помощью соотношений соответственно (5.10) и (5.11); в последнем неравенстве замен не требуется, так как переменная $\left(X^n_{\text{об}}\right)^h = \left(X^n_{\text{ц}}\right)^h$ есть компонента $w^{\text{у}}$. После замен получим следующие ограничивающие неравенства, определяющие $W^{\text{ср}} \subset W_R^{\text{у}}$:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{\alpha}'_p \left(X^p\right)^{p,s} \cdot \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} + \left(X^0_{\text{п}}\right)^p \cdot \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} - \left(X^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} \cdot \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} \leqslant 0, \\ &\mu = 1,\ 2,\ \ldots,\ k,\quad s = 1,\ 2,\ \ldots,\ m,\quad p = 1,\ 2,\ \ldots,\ n; \end{aligned}\right\} \quad (6.19)$$

$$\left.\begin{aligned} &\vec{\alpha}_p \left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu} \cdot \left(q^p_{\text{зв}}\right)^f - \vec{\alpha}_p \left(X^0_{\text{п}}\right)^p \cdot \left(q^p_{\text{зв}}\right)^f - \left(X^p_{\text{зв}}\right)^f \cdot \left(q^p_{\text{зв}}\right)^f \leqslant 0, \\ &f = 1,\ 2,\ \ldots,\ r,\quad \nu = 1,\ 2,\ \ldots,\ l,\quad p = 1,\ 2,\ \ldots,\ m, \end{aligned}\right\} \quad (6.20)$$

где $\left(X^p\right)^{p,s}$, $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}$ соответственно s-я вершина параллелепипеда, аппроксимирующего p-е звено в его координатах, и ν-я точка препятствия в неподвижной системе координат. Остальные величины известны из выражений (5.38) — (5.40).

Векторы $w^{\text{у}} \in W^{\text{ср}}$ должны удовлетворять (6.19) и быть такими, чтобы одновременно не выполнялись r неравенств системы (6.20) для каждого из l индексов ν и каждого из m индексов p, а также ζ неравенств системы (5.40) для каждого из ν индексов l и каждого из t индексов h.

Иными словами, множество $W^{\text{ср}}$ образовано пересечением трех множеств, определяемых ограничениями (6.19), (6.20), (5.40). Первое из множеств выпукло, так как образовано пересечением множеств, соответствующих линейным неравенствам относительно компонент вектора $w^{\text{у}} \in W_R^{\text{у}}$, а именно: координат $\left(X_{\text{п}}\right)^p$ и элементов $\vec{\alpha}_p$.

Второе множество, вообще говоря, невыпукло, так как представляет собой объединение $m \times l$ множеств, каждое из которых в свою очередь образовано объединением r невыпуклых множеств, определяемых нелинейными неравенствами. Третье множество невыпукло, так как соответствует объединению $m \times t \times v$ множеств, каждое из которых образовано объединением ζ множеств; в отличие от предыдущего случая каждое из неравенств (5.40) определяет выпуклое множество, так как его левая часть — линейная функция $\left(X^n_{\text{об}}\right)^h$.

Очевидно, что и $W^{\text{ср}}$ невыпукло. А это, в свою очередь, делает вероятным появление локальных минимумов функционала $\varepsilon(w)$, заданного на множестве $W^{\text{к}} \cap W^{\text{ср}}$. Для уменьшения этой вероятности целесообразно стремиться к аппроксимации внешней среды так, чтобы $W^{\text{ср}}$ было выпукло, т. е. представлять все препятствия с помощью пересечения выпуклых полупространств, определяемых линейными неравенствами (6.19) и (5.40).

В этом случае появление локальных минимумов $\varepsilon(w)$ возможно лишь на части множества $W^{к} \cap W^{ср}$, образованного пересечением границ этих множеств. Действительно, так как функционал $\varepsilon(w)$ выпукл, то он не имеет локальных минимумов на внутренней части $W^{к} \cap W^{ср}$, а также на его выпуклых границах, образованных $W^{ср}$. На границах $W^{к} \cap W^{ср}$, образованных $W^{к}$, также нет локальных минимумов, так как их нет на всем пространстве $W^{к}$. Появление этих минимумов возможно лишь на пересечении границ множеств $W^{к}$ и $W^{ср}$.

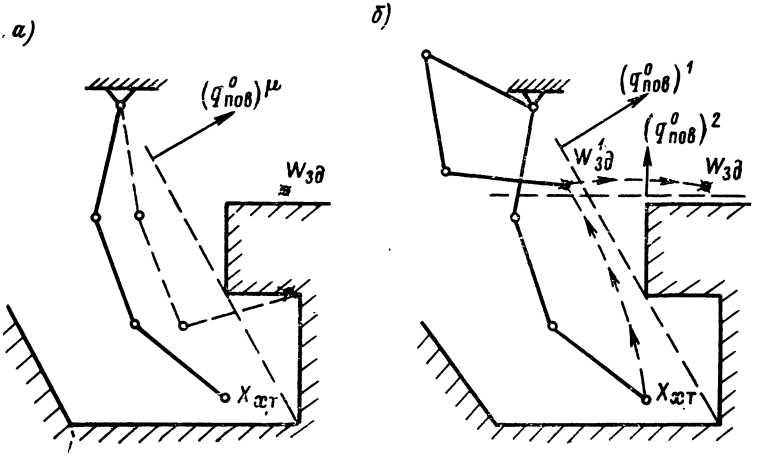


Рис. 63. Пример, когда препятствия не могут быть аппроксимированы с помощью пересечения выпуклых полупространств

К сожалению, в реальной среде под водой препятствия не всегда могут быть аппроксимированы выпуклым $W^{ср}$ с помощью пересечения выпуклых полупространств (рис. 63). Любая попытка такой аппроксимации, например с помощью плоскости, имеющей нормаль $(q^0_{пов})^{\mu}$ (рис. 63, *а*), приводит к тому, что заданная целевая точка $w_{зд}$ оказывается в запретной зоне положений манипулятора. Для того чтобы избежать этого, надо допустить невыпуклость множества, ограничивающего препятствия, например считать границей множества контур препятствия. Однако тогда возможно появление локального минимума функционала, заданного на этом множестве, т. е. «тупиковое» положение манипулятора в процессе движения к цели (на рис. 63, *а* показано пунктиром).

Для того чтобы сохранить выпуклость множества $W^{ср}$ и тем самым уменьшить вероятность «тупиковых» положений манипулятора, целесообразно использовать принцип движения к цели через промежуточные подцели. В данном случае он может быть реализован следующим образом.

В качестве первой подцели используется целевая точка $w^1_{зд}$ (рис. 63, *б*); в этом случае препятствия могут быть аппроксимированы выпуклым полупространством с внутренней нормалью $\left(q^0_{пов}\right)^1$. После того как манипулятор достиг подцели $w^1_{зд}$, ставится цель достичь $w_{зд}$, а препятствия аппроксимируются опять-таки выпуклым полупространством с внутренней нормалью $\left(q^0_{пов}\right)^2$.

Рассмотрим особенности множества $W^{ком}$, определяемого особенностями типовых команд второго класса. Элементы $w^у \in W^{ком}$ должны удовлетворять равенствам типа (5.30), (5.32), (5.33), определяющим наиболее распространенные способы переноса манипулятора в заданное пространственное положение.

Переход в (5.30), (5.33) к переменным, соответствующим компонентам векторов $w^у$ пространства $W^у_R$, осуществляется заменой $X^0_{х.\,т}$ с помощью (5.5). В результате вместо (5.30) и (5.33) получаем соответственно

$$\left(X^0_{зд} - X^0_н\right)\left[\left(X^0_п\right)^n + \vec{\alpha}'_n X^n_{х.\,т} - X^0_н\right] = 0 \qquad (6.21)$$

и

$$\left[\left(X^0_п\right)^n + \vec{\alpha}'_n X^n_{х.\,т} - X^0_{пов}\right] \cdot \frac{q_{пов}}{|q_{пов}|} - d = 0. \qquad (6.22)$$

Каждое из (6.21), (6.22), (5.32) соответствует трем линейным уравнениям относительно переменных $\left(X^0_{iп}\right)^n$, $\left(\vec{\alpha}'_n\right)_{ik}$, являющихся компонентами векторов $w^у \in W^у_R$. Поэтому множество $W^{ком}$, соответствующее дополнительным ограничивающим условиям (5.30), (5.32), (5.33), которые характеризуют особенности новых команд, является выпуклым, и появление локальных минимумов функционала $\varepsilon(w)$, заданного на $W^к \cap W^{ком}$, возможно по аналогии с предыдущим случаем лишь на пересечении границ множеств $W^к$ и $W^{ком}$. В случае задания функционала на $W^к \cap W^{ком} \cap W^{ср}$ локальные минимумы возможны еще и на пересечении границ $W^{ср}$ и $W^{ком}$, если $W^{ср}$ невыпукло.

Рассмотрим множество $W^{кн}$ конструктивных ограничений. Чтобы перейти в (5.35) к переменным, являющимся компонентами векторов $w^у \in W^у_R$, воспользуемся соотношением (5.44), с помощью которого $W^{кн} \subset W^у_R$ можно представлять системой следующих двух неравенств:

$$(q_{2p-1})_{min} < \arccos(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} < (q_{2p-1})_{max}; \qquad (6.23)$$
$$p = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Поскольку кр уговая функция $\arccos\left(\alpha_{p,\,p-1}\right)_{ii}$ является многозначной и нелинейной функцией компонент $\left(\alpha_{p,\,p-1}\right)_{ii}$ вектора $w^у \in W^у_R$, то каждое из множеств, определенных неравенствами (6.23), как и пересечение этих множеств, являющееся множеством

$W^{кн}$, невыпукло. Это значит, что функционал $\varepsilon(w)$, заданный на множестве $W^{к} \cap W^{кн}$, как и на $W^{к} \cap W^{ср} \cap W^{кн} \cap W^{ком}$, т. е. на $W^{у}$, вообще говоря, может иметь множество точек локального минимума, не совпадающее с множеством глобального минимума. Таким образом, вследствие конструктивных ограничений манипулятора подводного робота задаваемые команды могут оказаться невыполненными и могут появиться тупиковые положения.

На рис. 64 показан простейший пример такого случая. Конструктивные ограничения манипулятора с двумя степенями свободы определяются неравенствами $-135° < q_1 < +135°$; $-90° < q_3 < +90°$. $w^{п}_{зд} = X^{0}_{х.т.зд}$ — целевая точка, с которой должна быть совмещена характеристическая точка манипулятора $w^{п} = X^{0}_{х.т}$. При начальном положении манипулятора $X^{0}_{х.т.н}$ функционал $\varepsilon^{п}(w^{п})$, равный квадрату расстояния между точками $w^{п}_{зд}$ и $w^{п}$, будет, как видно из рисунка, уменьшаться при положительных приращениях обобщенных координат q_1 и q_3. В этом случае предельное тупиковое положение манипулятора, обусловленное конструктивными ограничениями и соответствующее локальному минимуму функционала, заданного на множестве $W^{к} \cap W^{кн}$, будет таким, как показано на рисунке. Команда при этом оказывается невыполненной, несмотря на то, что манипулятор в принципе может достичь точки $X^{0}_{х.т.зд}$ способом, который показан на рис. 64 пунктиром (это положение соответствует глобальному минимуму функционала).

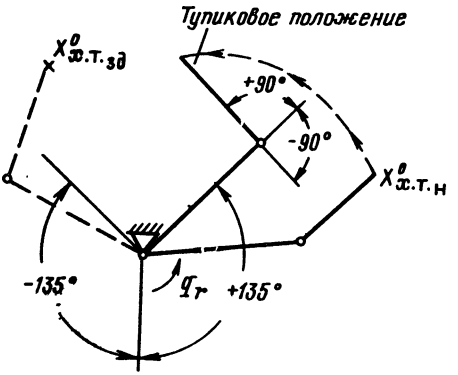


Рис. 64. Появление тупиковых положений манипулятора вследствие конструктивных ограничений на обобщенные координаты

Возможным, но не всегда выполнимым способом устранения локальных минимумов в этом случае является осуществление управления с помощью функционала

$$\varepsilon^{*}(q) = |q_{зд} - q|^{2}, \tag{6.24}$$

где $q_{зд}$, $q \in G_m$ — соответственно заданное и текущее значения обобщенных координат, так как ограничения (5.35) в пространстве G_m образуют выпуклое множество.

Однако найти вектор $q_{зд}$, требующий перевода заданного положения манипулятора из пространства W_R в G_m, сложно, что существенно затрудняет использование этого приема.

Выше были рассмотрены свойства функционала $\varepsilon(w)$, заданного на множестве $\tilde{W}^{\text{у}} \subset W_R^{\text{у}}$. Эти свойства во многом определяют свойства функционала $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$, заданного на $G_m = \{q \mid w^{\text{у}} = w^{\text{у}}(q),\ w^{\text{у}} \in \tilde{W}^{\text{у}}\}$.

Для того чтобы можно было связать свойства обоих функционалов, перейдем в функционале $\varepsilon(w)$ и соотношениях, определяющих множество $\tilde{W}^{\text{у}}$, к аргументу $w^{\text{о}}$ с компонентами (6.18) таким же способом, как это было проделано при рассмотрении $\varepsilon(w)$ на множестве $W^{\text{к}}$, т. е. исключением лишних переменных из соотношений (5.1), (6.15), (6.16), (6.17), а также из соотношений ортогональности и ортонормированности шести лишних направляющих косинусов матриц $\alpha_{p,\,p-1}$.

При этом функционал $\varepsilon(w)$ эквивалентно заменяется $\varepsilon^{\text{о}}(w^{\text{о}})$, заданным на $\tilde{W}^{\text{о}} = A^{\text{о}} \cap W^{\text{о. ср}} \cap W^{\text{о. ком}} \cap W^{\text{о. кн}}$, где $W^{\text{о. ср}}$, $W^{\text{о. ком}}$, $W^{\text{о. кн}}$ определяются соотношениями, соответствующими множествам $W^{\text{ср}}$, $W^{\text{ком}}$, $W^{\text{кн}}$, в которых старые переменные заменены новыми; множество $A^{\text{о}}$ определяется с помощью соотношения

$$-1 < (\alpha_{p,\,p-1})_{ii} < 1;$$

$$p = 1,\ 2,\ \ldots,\ n;\ i = 1,\ 2,\ 3.$$

От $\varepsilon^{\text{о}}(w^{\text{о}})$, заданного на $W^{\text{о}}$, можно перейти к функционалу $\varepsilon(q) = \varepsilon^{\text{о}}[w^{\text{о}}(q)]$, заданному на $\tilde{G} = G^{\text{ср}} \cap G^{\text{ком}} \cap G^{\text{кн}}$, где $G^{\text{ср}}$, $G^{\text{ком}}$, $G^{\text{кн}}$ — прообразы множеств $W^{\text{о. ср}}$, $W^{\text{о. ком}}$, $W^{\text{о. кн}}$ при использовании отображения $w^{\text{о}} = w^{\text{о}}(q)$ или прообразы $W^{\text{ср}}$, $W^{\text{ком}}$, $W^{\text{кн}}$ при использовании $w^{\text{у}} = w^{\text{у}}(q)$. Они соответствуют ограничениям на аргумент $\varepsilon(q)$ в пространстве G_m, обусловленном особенностями внешней среды, конструкции и команд.

Если функционал $\varepsilon(w)$, заданный на $\tilde{W}^{\text{у}}$, или, что эквивалентно, если $\varepsilon^{\text{о}}(w^{\text{о}})$, заданный на $\tilde{W}^{\text{о}}$, обладает свойством регулярности, то и $\varepsilon(q)$ на $\tilde{G}$ регулярен, так как $w^{\text{о}} = w^{\text{о}}(q)$ везде открыто, за исключением $(\alpha_{p,\,p-1})_{ii} = \pm 1$. Однако, как уже выше было показано, эти точки не являются локальными минимумами. Таким образом, функционалы $\varepsilon^{\text{п}}(w^{\text{п}})$, $\varepsilon(w)$, определяемые из выражений (6.1) и (6.2), и соответствующие им $\varepsilon^{\text{п}}(q) = \varepsilon[w^{\text{п}}(q$ и $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$ в открытой области задания обладают свойством регулярности, что гарантирует достижение глобального минимума при использовании методов математического программирования.

Если функционал $\varepsilon(w)$, заданный на множестве $W^{\text{у}}$, определяющем особенности среды, конструкции и команд, регулярен, то регулярен и соответствующий ему $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$, заданный на множестве $\tilde{G}$ — прообразе $W^{\text{у}}$, учитывающем те же ограничения, которые обусловлены средой и в общем случае могут соответствовать невыпуклому множеству $W^{\text{ср}}$, что может привести к нерегулярности функционала. Для уменьшения вероятности этого не-

обходимо стремиться к аппроксимации ограничений среды выпуклым множеством, что почти всегда удается сделать с помощью движения к цели через подцели. Конструктивные ограничения всегда соответствуют невыпуклому множеству $W^{кн}$, а ограничения, обусловленные дополнительными условиями при выполнении таких операций, как движение инструмента по прямой, коллинеарно, на заданном расстоянии от поверхности (команды второго класса), соответствуют выпуклому множеству $W^{ком}$.

В заключение приведем функционал (6.1) общего вида к конкретной форме, соответствующей наиболее распространенным операциям, совершаемым манипулятором подводного робота. В первую очередь этот функционал должен отражать особенности такой, часто повторяющейся операции, как взятие образца грунта или предмета. Поскольку для выполнения этой операции важно знать взаимное расположение объекта и схвата, удобнее использовать относительное задание пространственного положения рабочего инструмента. Вектор текущего положения можно представить соотношениями (5.24) или (5.25) в зависимости от вида задания положения инструмента; целевую функцию $F_{эд}(w)$ — соотношением (5.27), а ее компоненты F_i^h — соотношением (5.28), полагая, что границы, определяющие компоненты F_i^h ($h = 1, 2, \ldots, h$), равны $a_i = a_i^0 p_i^\eta + \bar{q}_i^\eta + X_{х.т}^n$; $b_i = X_{х.т}^\eta - a_i^0 k_i^\eta + \bar{q}_i^\eta$.

Очевидно,

$$F^h = \left(F_1^h, F_2^h, F_3^h\right) = F^h\left[\left(X_ц^n\right)^h, a^0, \bar{q}^\eta, p^\eta, k^\eta\right]$$

$$при\ h = 1, 2, \ldots, t$$

есть функции не только $\left(X_ц^n\right)^h$, но и границ a_i^0 рабочей области коэффициентов смещения $\bar{q}^\eta$, деформации p^η, k^η, постоянные значения которых соответствуют номеру η целевого условия.

Векторы $F^{t+1} = \left(F_1^{t+1}, F_2^{t+1}, F_3^{t+1}\right) = F^{+1}\left(\bar{\theta}, a^{t+1}, b^{t+1}\right)$ являются функциями векторов $\bar{\theta} = (\varphi, \psi, \vartheta)$ и границ $a^{t+1} = \left(a_1^{t+1}, a_2^{t+1}, a_3^{t+1}\right)$; $b^{t+1} = \left(b_1^{t+1}, b_2^{t+1}, b_3^{t+1}\right)$. Элементы $F_{ij}^{+1} = F_{ij}^{t+1} = (\vec{\alpha}_n)_{ij}$ векторов $F^{t+1} = \left(F_{11}^{t+1}, F_{12}^{t+1}, \ldots, F_{33}^{t+}\right)$ есть функции элементов $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ матрицы $\vec{\alpha}_n$ и границ a_{ij}^{t+1}, b_{ij}^{t+1}.

С учетом выбранных величин F^h ($h = 1, 2, \ldots, t + 1$) и w функционал (6.1) можно представить в виде

$$\varepsilon(w) = \sum_{h=1}^{t} \left|\bar{\Delta}_л^h\right|^2 + \langle \Delta_у, \Delta_у \rangle \tag{6.25}$$

или

$$\varepsilon(w) = \sum_{h=1}^{t} \left|\bar{\Delta}_л^h\right|^2 + \bar{\Delta}_у \cdot \bar{\Delta}_у, \tag{6.26}$$

где

$$\bar{\Delta}_л^h = (\bar{\Delta}_{1л}^h, \bar{\Delta}_{2л}^h, \bar{\Delta}_{3л}^h) = \{F^h[(X_ц^n)^h, a^0, \bar{q}^\eta, p^\eta, k^\eta] - (X_ц^n)^h\}; \quad (6.27)$$

$$\bar{\Delta}_у = (\bar{\Delta}_{1у}, \bar{\Delta}_{2у}, \bar{\Delta}_{3у}) = [F^{t+1}(\bar{\theta}, a^{t+1}, b^{t+1}) - \bar{\theta}]; \quad (6.28)$$

$$\Delta_у = \| F_{ij}^{t+1}[(\vec{\alpha}_n)_{ij}, a_{ij}^{t+1}, b_{ij}^{t+1}] - (\vec{\alpha}_n)_{ij} \|;$$
$$i = 1, 2, 3; \; j = 1, 2, 3; \quad (6.29)$$

$\langle \Delta_у, \Delta_у \rangle$ — скалярное произведение матриц; $\bar{\Delta}_л^h$, $\bar{\Delta}_у$, $\Delta_у$ — соответственно линейный и угловой векторы рассогласования и угловая матрица рассогласования.

Выражения (6.25), (6.26) назовем обобщенной формой функционала рассогласования. Она соответствует многим распространенным операциям.

При $t \geqslant 1$; $\Delta_у = 0$; $\bar{\Delta}_у = 0$, что эквивалентно заданию $a_i^{t+1} \to \infty$; $b_i^{t+1} \to \infty$; $k^\eta \neq 0$; $p^\eta \neq 0$; $\bar{q}^\eta$; $(X_ц^n)^h = (X_{об}^n)^h$, функционалы (6.25), (6.26) соответствуют операции взятия образцов (см. § 35). При $t = 1$, $\bar{q}^\eta = X_{ц.\,зд}^п - X_{х.\,т}$; $k^\eta = p^\eta = 0$; $a^{t+1} = b^{t+1}$ они представляют все операции перемещения инструментов в заданную точку пространства, которые можно задать вектором $w_{зд} = (\bar{q}_1^\eta, \bar{q}_2^\eta, \bar{q}_3^\eta, a_1^{t+1}, a_2^{t+1}, a_3^{t+1})$. При $t \geqslant 1$; $\bar{q}^\eta = X_{ц.\,зд} - X_{х.\,т}^n$; $k^\eta \neq 0$; $p^\eta \neq 0$; $a^{t+1} \neq 0$, $b^{t+1} \neq 0$ функционалы представляют операции перемещения инструмента в заданную область пространства; функционал (6.25) будет соответствовать операции «симметричного взятия» предмета в форме параллелепипеда (см. § 35), если в качестве $(X_ц^n)^h = (X_{об}^n)^h$ задать вершины параллелепипеда и если $\bar{q}^\eta = 0$, а $k^\eta = p^\eta$ при $\eta = 3$ задать такими, чтобы деформированная рабочая область в точности соответствовала предмету или была ей подобна.

В этом случае нуль функционала будет соответствовать симметричному положению объекта в форме параллелепипеда в схвате (оси симметрии рабочей области схвата и параллелепипеда совпадают). Эта операция входит как составная часть в более сложную операцию сбора и укладки предметов правильной формы. Она является подготовительной для ряда рабочих операций, например, предшествует операции навинчивания гайки.

§ 30. Алгоритмы экстремизации функционала

При выборе метода экстремизации и решения задачи управления тактического уровня необходимо учесть следующие обстоятельства:

1. В результате минимизации должен быть найден не только минимум функционала, но и путь к нему в пространстве аргумента с учетом ограничений на область задания аргумента. Иными словами, минимизирующая последовательность текущих значений

аргумента должна принадлежать множеству допустимых его значений, определяемому особенностями внешней среды, конструкции и команд.

2. Естественная избыточность исполнительной части подводного робота, проявляющаяся в данном случае в избытке числа обобщенных координат, должна быть рационально использована в соответствии с принципом концентрации усилий [9].

3. Метод минимизации должен быть применим в общем случае нелинейного математического программирования, поскольку область задания функционала в пространствах G_m, а также в W_R может быть невыпуклой, а сам функционал выпукл лишь в пространстве W_R, в пространстве же G_m о нем можно лишь сказать, что он обладает свойством регулярности.

Если ограничиться задачами управления первого и второго классов, когда целевые условия и ограничения, определяющие множества допустимых конечных и текущих значений обобщенных координат, не зависят от времени, то наиболее полно предъявляемым требованиям удовлетворяют градиентные методы минимизации с конечным шагом, в частности метод возможных направлений.[1]

При использовании этого метода заранее не устанавливается правило изменения обобщенных координат, а выбирается на каждом шаге минимизации так, чтобы уменьшить функционал при сохранении обобщенных координат, т. е. аргумента функционала, в допустимой области, которая характеризуется особенностями внешней среды, конструкции, типом команд и другими факторами. Причем правило изменения обобщенных координат на каждом шаге выбирается в определенном смысле оптимальным, например, таким, что для заданного по модулю приращения аргумента уменьшение функционала должно быть наибольшим.

Таким образом, выбранный метод, во-первых, удовлетворяет первому условию, т. е. позволяет находить пути к минимуму функционала в пространстве аргумента с учетом ограничений на область задания аргумента.

Во-вторых, он обусловливает проявление принципа концентрации усилий. Это выражается в том, что при произвольных факторах, затрудняющих процесс минимизации, т. е. выполнение команды, мобилизуется вся возможная маневренность манипулятора подводного робота, создаваемая избыточными степенями свободы, чтобы выполнить данную команду.

В-третьих, указанный метод применим и в случае нелинейных задач программирования, когда к функционалу и нелинейным ограничениям на его аргумент предъявлено лишь требование непрерывности градиента функционала и нормалей к ограничивающим гиперповерхностям. В этом случае метод обеспечивает достижение стационарной точки, если таковая существует. Эта точка не

---

[1] Возможно использование и метода барьеров.— *Прим. авт.*

обязательно является глобальным минимумом, она может быть локальным минимумом, седлом или какой-либо стационарной точкой. Однако в нашем случае априорное знание величины глобального минимума функционала позволяет обходить ложные стационарные точки.

Минимизация функционала рассогласования на основе предлагаемого метода может быть осуществлена с помощью двух алгоритмов экстремизации.

При использовании первого минимизируется функционал рассогласования $\varepsilon(q)$ в пространстве G_m при ограничениях, представленных в виде неравенств, явно зависящих от аргумента функционала q. Результатом минимизации является искомый закон изменения обобщенных координат, получаемый в виде дискретной последовательности аргумента функционала.

При использовании второго алгоритма экстремизации сначала минимизируется функционал $\varepsilon(w)$ в пространстве W_R при ограничениях, представленных в виде неравенств, которые зависят от аргумента w. Результатом минимизации является последовательность значений аргумента $w^0, w^1, w^2, \ldots, \in W_R$. При переходе к искомому закону изменения обобщенных координат q требуется отобразить эту последовательность аргументов w в последовательность аргументов $q_1^0, q^1, q^2, \ldots, \in G_m$. Для этого необходимо разрешать систему уравнений $w = w(q)$ относительно q для каждого члена минимизирующей последовательности $w^0, w^1, w^2, \ldots, w^к \ldots$

Будем минимизировать функционал $\varepsilon(q)$, заданный на множестве $\tilde{G} \subset G_m$. Пусть $\tilde{G} = G^{ср} \cap G^{кн}$, т. е. пока не будем учитывать ограничений типа равенств, соответствующих $G^{кон}$ и определяющих особенности типовых команд. Такая постановка задачи отвечает задаче управления первого класса, т. е. когда ограничения на аргумент функционала заданы неравенствами (5.31), (5.35), (5.38), (5.40).

Полагая вначале, что $G^{ср}$ определено пересечением множеств, описываемых каждым из этих неравенств, задачу программирования в данном случае запишем в виде

$$\min\{\varepsilon(q) | \psi_0(q) \leqslant 0,\ q_{\min} \leqslant q \leqslant q_{\max}\},$$

где $\psi_0 = (\psi^{I}, \psi^{II}, \psi^{III})$ — вектор размера $(n \times m \times k + n \times \times r \times l) = \nu_1$.

В соответствии с методом допустимых направлений процесс минимизации функционала $\varepsilon(q)$ сводится к построению такой минимизирующей последовательности $q^0, q^1, q^2, q^h, \ldots, \in \tilde{G}$ аргументов функционала, что $\varepsilon(q^0) > \varepsilon(q^1) > \varepsilon(q^2) > \ldots > \varepsilon(q^k)$.

Минимизация начинается с нахождения исходного допустимого значения аргумента $q^0 \in \tilde{G}$. В нашей задаче это значение всегда известно и соответствует начальным значениям обобщенных координат.

Каждое последующее значение аргумента функционала связано с предыдущим как

$$q^{k+1} = q^k + \mu \delta q^k, \tag{6.30}$$

где δq^k — вектор подходящего возможного направления в точке q^k; μ — длина шага.

Вектор подходящего возможного направления должен удовлетворять двум требованиям. Первое из них соответствует $q^k + \mu \delta q^k \in \tilde{G}$ при достаточно малом $\mu > 0$.

Для этого необходимо, чтобы

$$\delta q^k \in \delta \tilde{G} = \left\{ \delta q^k \middle| \frac{\partial \psi_{i0}(q^k)}{\partial q} \cdot \delta q^k \leqslant 0, \right.$$

$$\left. \delta q^k_{j+} \geqslant 0; \quad \delta q^k_{j-} \leqslant 0 \right\},$$

$$i \in I; \; j_+ \in J_+; \; j_- \in J_-,$$

где $\psi_{i0}(q)$ — i-я компонента вектора $\psi_0(q)$; $[\partial \psi_{i0}/(q^k)]\, \partial q^k$ — внешняя нормаль к гиперповерхности $\psi_{i0}(q) = 0$ в точке q^k; I — множество тех индексов i существенных ограничений, для которых $\psi_{i0}(q) = 0$; δq^k_{j+}, δq^k_{j-} — соответственно j_+-я и j_--я компоненты вектора δq^k; J_+, J_- — множество тех индексов j_+, j_- существенных ограничений, для которых соответственно $\psi^{k+}_{j0}(q) = 0$ и $\psi^{k-}_{j0}(q) = 0$.

Вторым требованием является

$$\frac{\partial \varepsilon(q^k)}{\partial q} \cdot \delta q^k < 0, \tag{6.31}$$

где $\partial \varepsilon(q^k)/\partial q$ — градиент функционала $\varepsilon(q)$ в точке q^k.

Подходящее возможное направление δq^k, удовлетворяющее этим двум требованиям, можно найти при решении вспомогательной задачи математического программирования.

В соответствии с этим введем в рассмотрение множество

$$\delta \tilde{G}' = \left\{ (\delta q^k, \sigma) \middle| \frac{\partial \psi_{i0}}{\partial q} \cdot \delta q^k + \theta_i \sigma \leqslant 0; \right. \tag{6.32}$$

$$\left. \delta q^k_{j+} \geqslant 0; \quad \delta q^k_{j-} \leqslant 0, \right\}$$

$$i \in I, \; j_+ \in J_+, \; j_- \in J_-,$$

где σ — скалярная переменная; θ_i — положительные числа для нелинейных $\psi_{i0}(q)$ и нули для линейных; $(\delta q^k, \sigma)$ — $(m+1)$-мерный вектор.

Вспомогательная задача программирования состоит в нахождении вектора δq^k, максимизирующего σ при следующих ограничениях:

$$(\delta q^k, \sigma) \in \tilde{G}'; \tag{6.33}$$

$$\frac{\partial \varepsilon(q^k)}{\partial q} \cdot \delta q^k + \sigma \leqslant 0 \tag{6.34}$$

и условии нормализации

$$\delta q^k \cdot \delta q^k \leqslant 1. \tag{6.35}$$

Очевидно, произвольный вектор $(\delta q^k, \sigma)$, удовлетворяющий (6.33) при $\sigma > 0$, определяет подходящее возможное направление, поскольку $\partial\psi_{i0}(q^k)/\partial q \cdot \delta q^k < 0$ при $i \in I$ и $\partial\varepsilon(q^k)/\partial q \cdot \delta q^k < 0$, что следует из (6.32) и (6.34) соответственно. Нормализация (6.35) избавляет от неограниченных решений задачи.

Точка q^k является минимумом $\varepsilon(q)$ на $\bar{G}$ в тех случаях, когда $\sigma \leqslant 0$ для всех $(\delta q^k, \sigma) \in \delta \bar{G}'$, удовлетворяющих условию (6.34).

Задача определения подходящего возможного направления спуска δq^k сводится к задаче выпуклого программирования частного вида

$$\max \{P \cdot y | \Phi y \leqslant 0,\ y \cdot y \leqslant 1\}, \tag{6.36}$$

где $y = (\delta q^k, \sigma)$; $P = (0, 0, \ldots, 1)$ — $(m+1)$-мерный вектор;

$$\Phi = \left\| \begin{array}{c:c} \partial\bar{\psi}_{i0}/\partial \mathbf{q} & \theta_i \\ \hdashline -\bar{\mathbf{e}}_{j+} & 0 \\ \hdashline \bar{\mathbf{e}}_{j-} & 0 \\ \hdashline \partial\varepsilon(q^k)/\partial q & 1 \end{array} \right\|. \tag{6.37}$$

Здесь Φ — матрица ограничений размером $(r_0 + 1) \times (m + 1)$; r_0 — суммарное число индексов $i \in I$, $j_+ \in J_+$; $j_- \in J_-$; $\partial\bar{\psi}_{i0}/\partial\mathbf{q}$ — блок матрицы Φ со строками $\partial\psi_{i0}(q^k)/\partial q$ при $i \in I$; $-\bar{\mathbf{e}}_{j+}$, $\bar{\mathbf{e}}_{j-}$ — блоки матрицы Φ, строками которых соответственно являются орты $-e_{j+}$ при $j_+ \in J_+$ и e_{j-} при $j_- \in J_-$.

Важно отметить, что при алгоритмической реализации процесса формирования матрицы Φ индексы i, j_+, j_- существенных ограничений должны соответствовать не абсолютно точному равенству нулю левых частей неравенств (5.37) — (5.40). Кроме того, в отличие от классической постановки задачи мы при выборе этих индексов должны учесть, что в общем случае $G^{\text{ср}}$ соответствует лишь пересечению множеств, определяемых неравенствами (5.35) и (5.38), но не (5.39), (5.40).

Учитывая сказанное, существенными будем считать ограничения, характеризуемые теми неравенствами (5.35), (5.38), для которых при данном значении аргумента функционала q^k имеет место

$$0 \leqslant -\psi^{\mathrm{I}}_{p,s,\mu} \leqslant \Delta_1; \tag{6.38}$$

$$p = 1, 2, \ldots, n;\ s = 1, 2, \ldots, m;\ \mu = 1, 2, \ldots, k;$$

$$\left.\begin{array}{l} 0 \leqslant -q_j^k + q_{j\,\max} \leqslant \Delta_1; \\ 0 \leqslant q_{j-}^k - q_{j-\min} \leqslant \Delta_1; \\ j_-,\ j = 1, 2, \ldots, m, \end{array}\right\} \tag{6.39}$$

где Δ_1 — малое положительное число.

В соответствии с условием обхода p-м звеном манипулятора точки $\left(X^{p}_{\text{преп}}\right)^{\nu}$, принадлежащей препятствию, неравенство рассматриваемой системы (5.39), относящейся к группе r неравенств, характеризуемых индексами p, ν, n, $f = 1, 2, \ldots, r$, является существенным ограничением, если, во-первых,

$$0 \leqslant -\psi^{\text{II}}_{p,\, f,\, \nu} \leqslant \Delta_1, \tag{6.40}$$

во-вторых, все левые части этой группы

$$-\psi^{\text{II}}_{p,\, f,\, \nu} \leqslant \Delta_1; \quad f = 1, 2, \ldots, r. \tag{6.41}$$

Очевидно, что при $\Delta_1 = 0$ условия (6.40), (6.41) соответствуют нахождению ν-й точки препятствия на одной из r граней или на одном ребре параллелепипеда, аппроксимирующего p-е звено.

При ограничениях (5.40), которые соответствуют обходу схватом h-й точки $\left(X^{n}_{\text{об}}\right)^{h}$, принадлежащей целевому объекту, неравенство, относящееся к группе неравенств, характеризуемых индексами h, l и $k = 1, 2, \ldots, \zeta$, можно считать существенным ограничением, если

$$0 \leqslant -\psi^{\text{III}}_{k,\, l,\, h} \leqslant \Delta_1; \tag{6.42}$$

$$-\psi^{\text{III}}_{k,\, l,\, h} \leqslant \Delta_1, \quad k = 1, 2, \ldots, \xi. \tag{6.43}$$

При $\Delta_1 = 0$ условия (6.42), (6.43) соответствуют нахождению h-й точки целевого объекта на одной из ξ граней, ребре или вершине l-го параллелепипеда, аппроксимирующего схват.

Задачу (6.36), как показано Зонлендейком, можно свести к задаче нахождения векторов U и V, удовлетворяющих соотношениям

$$\left.\begin{aligned} -\mathbf{\Phi}\mathbf{\Phi}'U + V = -\mathbf{\Phi}P; \\ U \geqslant 0; \; V \geqslant 0; \; U'V = 0. \end{aligned}\right\} \tag{6.44}$$

Искомое решение будет иметь вид

$$y_0 = (P - \mathbf{\Phi}'U)/|P - \mathbf{\Phi}'U|.$$

Задача (6.44) может решаться методом Хилдрета или Зонтендейка.

Для решения задачи (6.36) нами предложен еще один способ. Он основан на сведении задачи (6.36) к задаче нахождения расстояния точки P до конуса, порожденного внешними нормалями f_i. к плоскостям линейных ограничений исходной задачи (f_i. соответствует i-й строке матрицы $\mathbf{\Phi}$). Данная задача является задачей квадратичного программирования вида

$$\max\left\{ |P - X|^2 | X = \sum_{i=1}^{r+1} f_i. \; \beta_i, \; \beta_i \geqslant 0 \right\}. \tag{6.45}$$

Оказалось, что искомое решение задачи (6.36), которое должно быть вектором единичной длины, пока $Py > 0$ при $\Phi y \leqslant 0$, $y \cdot y \leqslant 1$,

можно представить через вектор X_0, который является решением задачи (6.45)

$$y_0 = (\delta q_0^k,\ \sigma_0^k) = (P - X_0)/|P - X_0|. \qquad (6.46)$$

Очевидно, $y_0 \perp X_0$ и $y_0 \cdot X_0 = 0$.

Решить задачу (6.45) можно методом нахождения расстояний точки P до последовательно выбираемых лучей, принадлежащих конусу ограничений, при использовании такого алгоритма выбора, который обеспечивает уменьшение расстояния до каждого последующего луча.

В качестве первого луча выбирается луч, совпадающий с первой нормалью $f_{1.} = V_1$ (рис. 65). Минимальное расстояние точки P до этого луча $d_1 = (P - X^1)$, где $X^1 = [P \cdot V_1/|V_1|^2]\ V_1$ при $P \cdot V_1 > 0$ и $X^1 = 0$ при $P \cdot V_1 \leqslant 0$. Второй луч берется совпадающим с вектором $V_2 = X^1 + \Delta X^1$, где $\Delta X^1 = k^1 (f_{2.} - X^1)$ при $0 < k^1 < 1$; $\Delta X^1 = f_{2.} - X^1$ при $k^1 \geqslant 1$; $\Delta X^1 = 0$ при $k^1 \leqslant 0$; $k^1 = [(P - X^1) \times (f_{2.} - X^1)]/|f_{2.} - X^1|^2$.

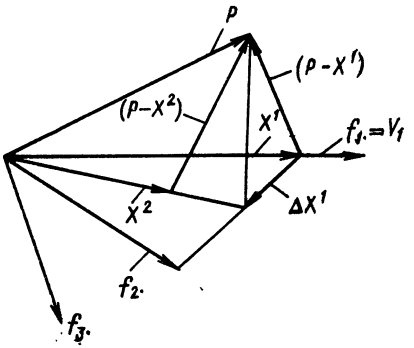


Рис. 65. Геометрическая интерпретация алгоритма решения задачи выбора подходящего возможного направления.

Минимальное расстояние точки P до этого луча $d_2 = |P - X|^2$, где $X^2 = [P \cdot V_2/|V_2|^2]\ V_2$ при $P \cdot V_2 > 0$; $X^2 = 0$ при $P \cdot V_2 \leqslant 0$. Очевидно, d_2 не может быть больше d_1.

На i-м шаге при $i = P\ (r_0 + 1) + j$, где P — целое; $(r_0 + 1)$ — число нормалей $f_{j.}$, имеем

$$X^i = [PV_i/|V_i|^2]\, V_i \text{ при } P \cdot V_i > 0;$$

$$X^i = 0 \text{ при } P \cdot V_i \leqslant 0;$$

$$V_i = X^i + \Delta X^i;\ \Delta X^i = k^i (f_{j.} - X^i)$$

$$\text{при } 0 < k < 1;$$

$$\Delta X^i = (f_{j.} - X^i) \text{ при } k \geqslant 1;$$

$$\Delta X^i = 0 \text{ при } k \leqslant 0;$$

$$k^i = [(P - X^i) \cdot (f_{j.} - X^i)]/|f_{j.} - X^i|^2. \qquad (6.47)$$

В качестве решения (6.45) принимается вектор X^i, если

$$|X^i - X^{i+(r_0+1)}| \leqslant \delta.$$

Предложенный алгоритм нахождения возможного направления вычислительно весьма прост, поэтому при его машинной реализации требуется меньший объем памяти ЭВМ, чем при использовании других алгоритмов.

После выбора подходящего возможного направления δq^k определяется длина шага μ, которая необходима для вычисления очередного члена минимизирующей последовательности функционала в соответствии с выражением (6.30):

$$\mu = \min(\mu', \mu''), \tag{6.48}$$

где

$$\mu' = \max\{\mu \mid q^k + \mu\delta q^k \in \tilde{G}\} \tag{6.49}$$

есть такое значение параметра, при котором луч $q^k + \mu q^k$ «протыкает» область $\tilde{G}$; μ'' соответствует значению μ, при котором достигается минимум функционала на луче $q^k + \mu\delta q^k$, т. е.

$$\varepsilon(q^k + \mu''\delta q^k) = \min_{\mu} \varepsilon(q^k + \mu\delta q^k). \tag{6.50}$$

Задачи определения μ' и μ'' одномерны. Для решения первой из них необходимо неравенства (5.35), (5.38) — (5.40) превратить в равенства, приравняв каждое из них скаляру Δ_1 и заменив в них q их значением $q^k + \mu'\delta q^k$, а затем решить относительно μ'.

Наименьший корень из наибольших корней каждого из этих уравнений и есть искомое μ', если $G^{\text{ср}}$ задано как пересечение множеств, определяемых неравенствами (5.35), (5.38) — (5.40). В общем случае μ' следует выбирать из наибольших корней уравнений, образованных с помощью неравенств (5.35), (5.38), и из наибольших корней лишь тех уравнений, образованных с помощью неравенств (5.39), (5.40) и характеризуемых соответственно индексами p, f, ν и k, l, h, для которых выполняются условия (6.40), (6.41) при данных p, ν и $f = 1, 2, \ldots, r$, а также (6.42), (6.43) при данных l, h и $k = 1, 2, \ldots, \xi$.

Отыскать корни в общем случае можно методом Ньютона. При этом значения векторов q^k и δq^k известны: q^k найдем на предыдущем шаге минимизации, а δq^k — при определении подходящего возможного направления.

Значение μ'' определяется, если $\partial\varepsilon(q^k + \mu'\delta q^k)/\partial q \cdot \delta q^k > 0$, в противном случае $\mu = \mu'$. Для того чтобы найти μ'', необходимо решить уравнение

$$\partial\varepsilon(q^k + \mu''\delta q^k)/\partial q \cdot \delta q^k = 0, \tag{6.51}$$

в котором μ'' — единственная переменная, а q^k и δq^k — известные векторы. Это также можно осуществить методом Ньютона.

При решении задачи управления тактического уровня робота практически целесообразным с точки зрения экономии машинной памяти оказалось нахождение μ методом простой итерации.

При этом задача сводится к вычислению значений $\partial\varepsilon(q)/\partial q$, $\psi_{i0}(q)$, $i = 1, 2, \ldots, \nu_1$ в точках $q^{k+1} = q^k + \mu\delta q^k$ при

$$\mu = \mu_t = \mu_{t-1} + \Delta\mu; \; t = 2, 3 \ldots; \; \mu_1 = 0.$$

Итерацию выполняют до тех пор, пока какое-либо из ограничений не превратится в существенное, т. е. не станет справедливым для текущего μ_t одно из условий: (6.38) или (6.39), или (6.40) и (6.41), или (6.42) и (6.43), или

$$0 \leqslant \partial\varepsilon(q^k + \mu_t\delta q^k)/\partial q \cdot \delta q^k \leqslant \Delta_2, \tag{6.52}$$

где Δ_2 — малое положительное число.

Значение μ_t, соответствующее окончанию итерации, принимают за приближенную величину искомого шага μ. Последовательность значений μ можно записать также, как $\mu_t = k_\mu \mu_{t-1}$, $t = 2, 3 \ldots$, где μ_1 — начальное значение μ; k_μ — коэффициент длины шага.

Для того чтобы в процессе итерации величины $\psi_{i0}(q)$, $(q_{i\,\max} - q)$, $(q - q_{j\,\min})$ не «проскакивали» область $[0, \Delta_2]$, необходимо выбрать достаточно малые величины $\Delta\mu$ и $|k_\mu - 1|$. Следует отметить, что при вычислении значений q^k по выражению (6.30) вместо δq^k иногда целесообразно использовать вектор $\delta \underset{*}{q}{}^k$, образующийся из δq^k путем умножения каждой компоненты δq_j^k на «весовой» коэффициент $k_{вj}$.

При этом, для того чтобы найти длину шага μ, величины $\varepsilon(q)$, q, $\psi_{i0}(q)$ необходимо вычислять в точках $q^{k+1} = q^k + \mu\delta \underset{*}{q}{}^k$.

Как ясно из изложенного, для подготовки работы алгоритма экстремизации необходимо сформировать матрицу ограничений $\mathbf{\Phi}$, которая используется при решении задачи (6.36), т. е. вычислении подходящего направления δq^k. Элементами $\mathbf{\Phi}$, помимо постоянных чисел θ_i, 1, 0, являются составляющие градиента функционала, а также внешних нормалей к гиперповерхностям существенных ограничений в пространстве G_m.

Для того чтобы построить матрицу $\mathbf{\Phi}$, необходимо осуществить следующие операции:

а) по вводимой оператором информации о типе команды вычислить градиент функционала рассогласования для текущего значения аргумента q^k;

б) по информации о внешней среде, введенной оператором и фиксируемой датчиками сбора информации, сформировать ограничивающие неравенства и выявить неравенства, соответствующие существенным ограничениям, найти внешние нормали к гиперповерхностям существенных ограничений для текущего значения q^k.

Первая задача решается программным блоком обработки командной информации (БОКИ), вторая — блоком обработки информации о внешней среде (БОИС).

Информация, формируемая этими блоками, является входной для третьего основного блока тактического управляющего уровня — блока экстремизации функционала.

Этот блок, соответствующий первому алгоритму экстремизации, включает следующие операции (рис. 66).

1. Формирование подходящего возможного направления δq^k в результате решения задачи (6.36). Информацией, необходимой для реализации этой операции, являются текущие значения обобщенных координат q^k и элементы матрицы ограничений Φ.

2. Проверка величины вспомогательной переменной σ, полученной в предыдущей процедуре. Если $\sigma < \Delta_1$, то Δ_1 заменяется на $\Delta_1/2$, что устраняет «зигзагообразное» движение к экстремуму. При этом, очевидно, могут измениться индексы j_+, j_-, p, s, μ, f, ν, k, l, h неравенств, соответствующих существенным ограничениям, т. е. структуру матрицы Φ. Поэтому он требует повторного расчета подходящего возможного направления δq^k, что предусмотрено последующей частью блок-схемы.

3. Формирование длины шага μ в результате решения задачи (6.48) — (6.50). Эта операция включает в себя более мелкие операции, а именно:

3а. Выявление индексов существенных ограничений путем проверки неравенств (6.38) и (6.39), (6.40) и (6.41), (6.42) и (6.43) для аргументов, $q^{k+1} = q^k + \mu_t \delta q^k$ при $\mu_t = \mu_{t-1} + \Delta\mu_1$, $\mu_1 = 0$ и формирование $\mu' = \mu_t \neq 0$, соответствующего первому выявленному существенному ограничению.

3б. Если имеются существенные ограничения, то осуществляется ввод признаков их наличия C_1, C_2, C_3, $C_4 = 1$ при удовлетворении условий (6.38) и (6.39), (6.40) и (6.41), (6.42) и (6.43) соответственно, а также ввод в БОКИ и БОИС индексов j, p, s, μ, f, ν, k, l, h, определяющих неравенства (5.35), (5.38) — (5.40), которые соответствуют существенным ограничениям.

После выполнения этой операции при $\overline{\zeta} \neq 1$ осуществляется переход к операции 4, где используется найденное $\mu_t = \mu'$. Если предыдущей операцией Δ_1 была заменена на $(\Delta_1/2)$ ($\zeta = 1$), то осуществляется переход к БОИС с целью уточнения матрицы Φ и последующего повторного вычисления δq^k. Отметим, что такое вычисление, если оно вообще имеет место, происходит, очевидно, на первом шаге итерации, т. е. при $\mu_t = 0$ и $q^{k+1} = q^k$.

3в. При отсутствии существенных ограничений (при $\overline{\zeta} = 1$) происходит ввод соответствующих признаков C_1, C_2, C_3, $C_4 = 0$ в БОКИ и БОИС, а затем обращение в БОКС с целью уточнения матрицы Φ и повторного вычисления δq^k.

3г. При отсутствии существенных ограничений осуществляется проверка условия (6.52), которое определяет минимум функционала на луче $q^k + \mu\delta q^k$, и формирование $\mu'' = \mu_t$, соответствующего выполнению этого условия. Для проверки необходимо обратиться к БОКИ с целью вычисления градиента $\partial\varepsilon\,(q^k + \mu q^k)/\delta q$. Если условие (6.52) не выполняется, то происходит возвращение к операции 3а, осуществляемой при новом значении μ_t, в противном случае происходит переход к операции 4.

4. Формирование очередного члена минимизирующей последовательности аргумента функционала в виде $q^{k+1} = q^k + \mu\delta q^k$ (команды для низшего управляющего уровня) и ввод q^{k+1} в буферное запоминающее устройство (БЗУ).

5. Проверка на достижение экстремума; если $\varepsilon\,(q^k) - \varepsilon\,(q^{k+1}) \leqslant \Delta$, где Δ — очень малая положительная величина, то процесс экстремизации прекращается, в противном случае

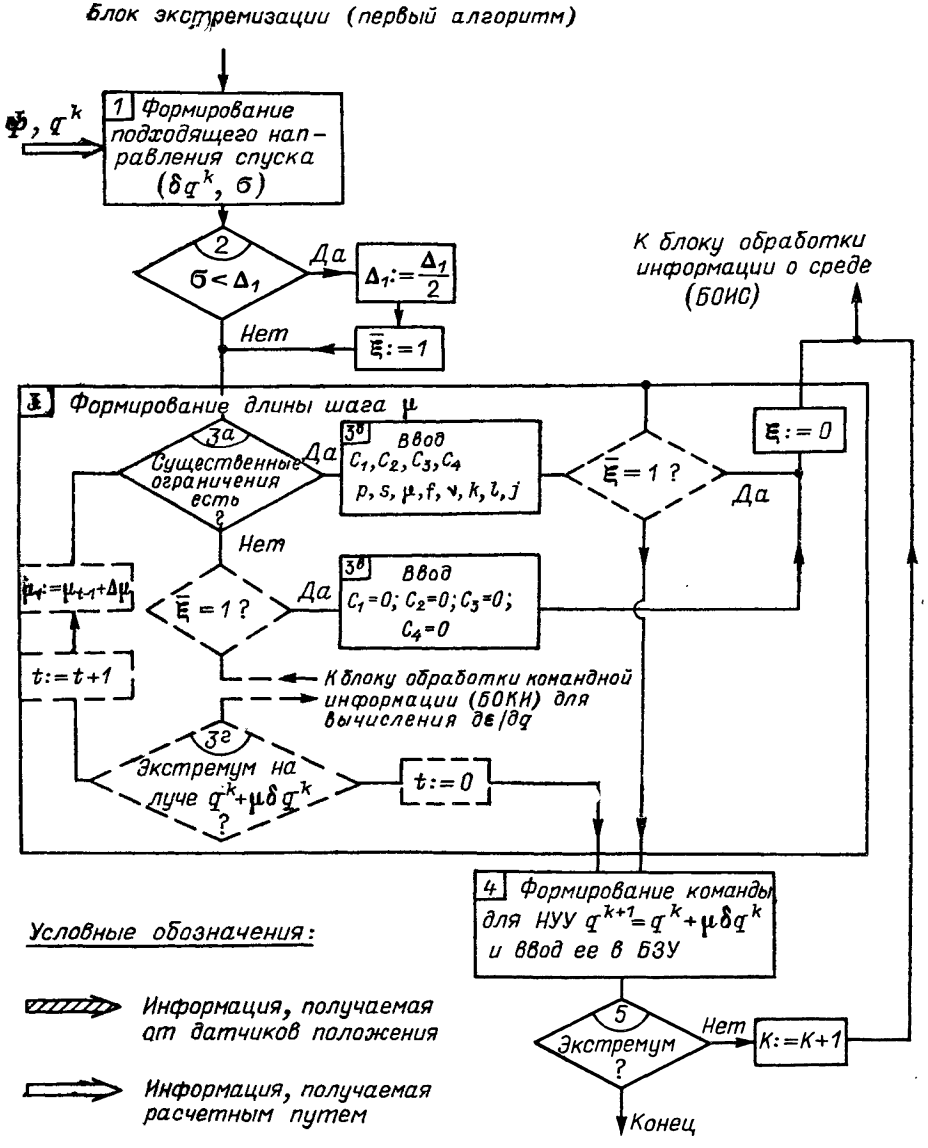
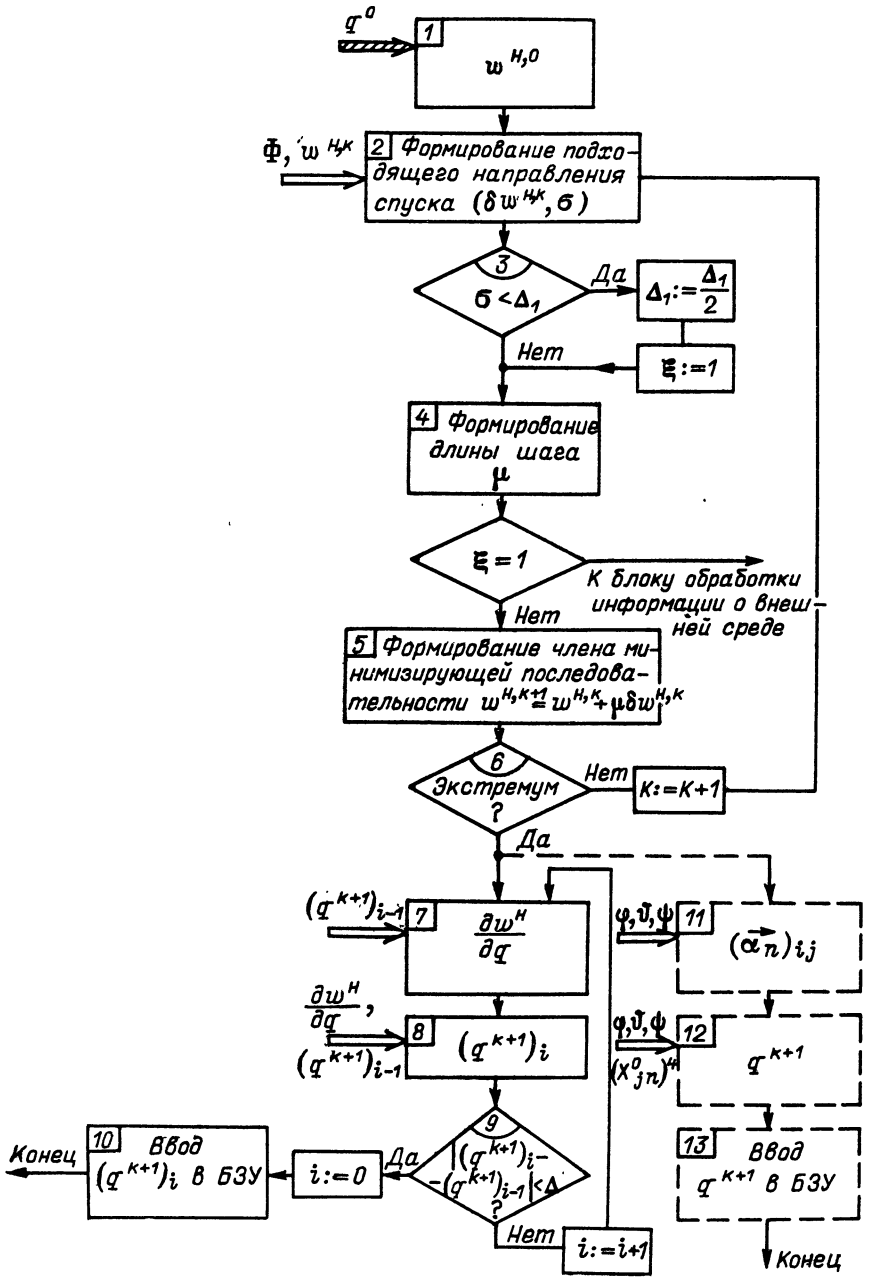


Рис. 66. Блок-схема алгоритма экстре

Блок экстремизации (второй алгоритм)



мизации функционала рассогласования

осуществляется переход к БОИС с целью подготовки следующего шага экстремизации.

Мы рассмотрели метод минимизации функционала применительно к задаче управления первого класса, когда ограничения на аргумент функционала задаются системой неравенств. В задачах второго класса в число ограничений входят равенства $K(q) = 0$, определяющие особенности типовых команд. Учет этих ограничений с заданной точностью, характеризуемой малым положительным числом Δ_3, осуществляется, если равенства $K(q) = 0$ заменить системой неравенств

$$\left.\begin{aligned} K_l(q) - \Delta_3 &\leqslant 0; \\ -K_l(q) - \Delta_3 &\leqslant 0, \quad l = 1, 2, \ldots, \nu_r, \end{aligned}\right\} \tag{6.53}$$

где $K_l(q)$—l-я компонента вектора $K(q)$.

Эти неравенства можно присоединить к неравенствам $\psi_0(q) \leqslant 0$ и считать их существенными ограничивающими неравенствами, если

$$-\Delta_3 \leqslant K_l(q) \leqslant \Delta_3, \quad l = 1, 2, \ldots, \nu_r. \tag{6.54}$$

В этом случае полностью применим рассмотренный выше метод минимизации.

Все рассуждения, относящиеся к минимизации функционала $\varepsilon(q)$ в пространстве G_m, очевидно, справедливы для минимизации функционала $\varepsilon(w)$ в пространстве W_R, если заменить во всех соотношениях аргумент q на w. Однако в данном случае необходимо учесть следующее обстоятельство.

Функционал $\varepsilon(w)$ в отличие от $\varepsilon(q) = \varepsilon[w(q)]$ не учитывает кинематических связей манипулятора и ограничений на аргумент (6.14), (6.15), вытекающих из условия неизменности расстояний между характеристическими или целевыми точками. Для того чтобы учесть ограничения, по крайней мере последней группы, потребовалось бы осуществлять минимизацию при удовлетворении равенств (6.14), (5.2) или (6.15), (5.2). Для упрощения процедуры минимизации целесообразно избежать этих ограничений путем замены функционала $\varepsilon(w)$ функционалом $\bar{\varepsilon}(w^{\text{п}})$. При этом $(3t + 3)$ или $(3t + 9)$ переменных, от которых зависит $\varepsilon(w)$, выражаются через шесть переменных путем исключения «лишних» из уравнений (6.14), (5.2) или (6.15), (5.2); тогда и функционал $\varepsilon(w)$ превращается в $\bar{\varepsilon}(w^{\text{п}})$, где $w^{\text{п}} = [X^0_{\text{х. т}})^1, \varphi, \psi, \vartheta]$ или $w^{\text{п}} = [(X^n_{\text{ц}})^1, \varphi, \psi, \vartheta]$, т. е. в качестве шести переменных берутся координаты первой из t целевых или характеристических точек и углы Эйлера. В данном случае в качестве этих шести переменных выбраны координаты полюса n-го звена $(X^0_{\text{п}})^n$ и углы Эйлера. Обозначим вектор, образованный этими компонентами, как $w^{\text{н}} = [(X^0_{\text{п}})^n, \varphi, \psi, \vartheta]$, а функционал — $\breve{\varepsilon}(w^{\text{н}})$.

В соотношениях, определяющих множество $\breve{W}^{\text{у}}$ ограничений на аргумент $\varepsilon(w)$, также можно перейти к новым переменным. Од-

нако это возможено только лишь в тех соотношениях, которые зависят от переменных $\left(X^0_{\text{х. т}}\right)^h$, $\left(X^n_{\text{ц}}\right)^h$, $\vec{\alpha}_n$ или могут быть приведены к зависимости от этих переменных. К таким соотношениям относятся неравенства (5.40) и (6.20) при значении индекса $p = n$, определяющие $W^{\text{ср}}$. Из соотношений, характеризующих $W^{\text{ком}}$, ими могут быть любые соотношения, описывающие законы движения в пространстве рабочего инструмента, в частности (5.32), (6.22), (6.21). В соотношениях, определяющих $W^{\text{к}}$ и $W^{\text{кн}}$, подобная замена невозможна, поэтому минимизация функционала в пространстве W_R выполняется при учете далеко не всех возможных ограничений на аргумент функционала. Это может привести к тому, что полученную в результате минимизации последовательность аргументов функционала не всегда удается реализовать в действительности, поскольку она соответствует либо кинематически или конструктивно неосуществимым положениям манипулятора, либо положениями, не реализуемым из-за неучтенных ограничений внешней среды.

Во втором алгоритме экстремизации найти минимизирующую последовательность аргумента $w^{\text{н}}$ — значит решить только первую часть задачи управления. Вторая часть состоит в получении по найденной последовательности аргумента $w^{\text{н}}$ последовательности аргумента q. Для этого требуется решить относительно q систему уравнений (5.6) и (5.3), в которых $\vec{\alpha}_{i-1}$, $\vec{\alpha}_n$ заменены их выражениями через q с помощью соотношений (5.44), (5.1), полагая в (5.1) $n = i-1$. Обозначим эту систему как

$$w^{\text{н}} = w^{\text{н}}(q). \tag{6.55}$$

Найти значения q для каждого полученного в процессе минимизации значения $w^{\text{н}}$, в принципе, можно двумя способами.

Первый основан на использовании метода Ньютона, второй предполагает нахождение точных решений, что не всегда возможно.

Рассмотрим первый способ нахождения последовательности аргументов q. Предположим, что на предыдущем шаге получен k-й член минимизирующей последовательности q^k, соответствующий $w^{\text{н, к}}$; кроме того, частично сделан $(k+1)$-й шаг, в результате чего стал известен $(k+1)$-й аргумент $w^{\text{н, к}+1}$, минимизирующий последовательности аргументов функционала $\tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}})$. Требуется определить соответствующий ему вектор q^{k+1}.

Запишем уравнение (6.55) для определения этого вектора как

$$w^{\text{н, к}+1} = w^{\text{н}}(q). \tag{6.56}$$

Поскольку вектор-функция $w^{\text{н}}(q)$ непрерывно дифференцируема, то в некоторой окрестности аргумента $q = q^k$, т. е. при $w^{\text{н}}\left(q^k\right) = w^{\text{н, к}}$, разложим ее по степеням малого вектора δq,

ограничиваясь линейными членами. Тогда уравнение (6.56) заменяется линейной системой уравнений относительно δq

$$w^{\text{н, к}+1} - w^{\text{н. к}} = \left[\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)/\partial \mathbf{q}\right] \delta q, \tag{6.57}$$

где $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)/\partial \mathbf{q}$ — функциональная матрица, элементы которой определяются соотношениями (6.9) и (6.10), причем в (6.10) полагается $X^{n}_{\text{х. т}} = \bar{\varepsilon}_{n} = 0$.

Система (6.57) позволяет определить δq, если ранг матрицы равен размеру вектора $w^{\text{н}}$. Причем аргумент $q^{k} + \delta q^{k} = \left(q^{k+1}\right)_{1}$ является первым приближением значения q^{k+1}. Второе приближение находим, решив те же уравнения (6.57), только заменив в них q^{k} новым значением $\left(q^{k+1}\right)_{1}$.

Процесс продолжаем до тех пор, пока левые части (6.57) не станут меньше Δ_4, где Δ_4 — вектор с малыми постоянными компонентами.

Описанная процедура, очевидно, соответствует способу приближенного нахождения корней методом Ньютона, если размерности векторов $w^{\text{н}}$ и q равны. За нулевое приближение искомого вектора q^{k+1} в данной процедуре принимается вектор q^{k}.

В нашем случае размер m вектора q может быть равен или больше размера шестимерного вектора $w^{\text{н}}$ (в противном случае второй алгоритм экстремизации неприменим). Учитывая это, получим с помощью (6.58) следующее выражение для первого приближенного вектора $\left(q^{k+1}\right)_{1} = \left\{\left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{I}};\ \left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{II}}\right\}$:

$$\left.\begin{aligned} \left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{I}} &= q^{k}_{\text{I}} + \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)}{\partial \mathbf{q}}\right)^{-1}_{\text{I}} \left[w^{\text{н, к}+1} - w^{\text{н, к}}\right] + \\ &+ \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)}{\partial \mathbf{q}}\right)^{-1}_{\text{I}} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{II}} \delta q_{\text{II}}; \\ \left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{II}} &= q^{k}_{\text{II}} + \delta q_{\text{II}}, \end{aligned}\right\} \tag{6.58}$$

где $\left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{I}}$ и $\left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{II}}$ — соответственно матрица размером 6×6 с нулевым дефектом, образованная шестью столбцами матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)/\partial \mathbf{q}$, и матрица размером $6 \times (m-6)$, образованная оставшимися столбцами матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}\left(\mathbf{q}^{k}\right)/\partial \mathbf{q}$; $\left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{I}}$ и $\left[\left(q^{k+1}\right)_{1}\right]_{\text{I}}$ — векторы, образованные соответственно 6 и $(m-6)$ составляющими вектора $\left(q^{k+1}\right)_{1}$; q^{k}_{II}, δq_{II} — векторы, образованные $(m-6)$ компонентами векторов q^{k} и δq.

При вычислении $\left(q^{k+1}\right)_{1}$ вектор δq_{II} может быть выбран произвольно, в частности, его можно положить равным нулю, что упростит выражение (6.58) и сделает его идентичным соответствующему выражению для первого приближения по методу Ньютона.

Второй способ нахождения минимизирующей последовательности аргументов q функционала применим в целом ряде частных случаев.

В § 34 рассмотрены отличительные особенности этих частных случаев, когда можно найти точное решение системы уравнений (6.55) в виде конечных формул, позволяющих вычислить обобщенные координаты для найденного в процессе минимизации вектора

$$w^{\text{н}}\left[\left(X_{\text{п}}^{0}\right)^{n},\ \varphi,\ \psi,\ \vartheta\right].$$

На основании изложенного приведем структурную схему формирований закона изменения обобщенных координат q при минимизации функционала $\tilde{\varepsilon}\left(w^{\text{н}}\right)$ в пространстве $W_R^{\text{н}}$ (второй алгоритм экстремизации).

Структурная схема (рис. 66) состоит из двух частей. Первая часть, включающая операции 1—6, аналогична блоку экстремизации функционала в пространстве G_m. Отличие ее состоит лишь в том, что входной информацией служит не значение аргумента q, а значения аргумента $w^{\text{н}}$ и матрицы $\mathbf{\Phi}^{\text{н}}$, отличной от $\mathbf{\Phi}$ тем, что элементами ее служат составляющие градиента функционала и внешних нормалей к гиперповерхностям существенных ограничений, соответствующие пространству $W_R^{\text{н}}$. Очевидно, выходной информацией этой части схемы является минимизирующая последовательность аргументов $w^{\text{н}}$.

Вторая часть структурной схемы отражает процесс решения трансцендентных уравнений (6.55) либо методом Ньютона, либо путем нахождения точного решения в виде конечных формул. При использовании метода Ньютона последовательно выполняются следующие процедуры (см. рис. 66).

7. Вычисление элементов функциональной матрицы $\partial\mathbf{w}^{\text{н}}/\partial\mathbf{q}$ по формулам (6.9), (6.10), соответствующим нулевому приближению вектора $q^{k+1} = q^{k}$, а также последующим приближением этого вектора: $(q^{k+1})_i$; $i = 1, 2 \ldots$

8. Вычисление первого приближения вектора q^{k+1} по формуле (6.58) и последующих приближений, если это требуется в соответствии с заданной точностью.

9. Проверка точности i-го приближения вектора $(q^{k+1})_i$ и возврат к операции 8, если точность недостаточна, или переход к следующей процедуре.

10. Ввод сформированного значения $(q^{k+1})_i$ в качестве команды для низшего управляющего уровня в БЗУ.

Если вторая часть блока экстремизации построена на основе метода точного решения уравнений (6.55), то получить искомые значения q^{k+1} можно, выполнив процедуры 11—13.

11. Вычисление направляющих косинусов $(\vec{\alpha}_n)_{ij}$ по формулам (5.3) для углов Эйлера, соответствующих найденному аргументу $w^{\text{н},\,\text{к}+1}$ функционала.

12—13. Нахождение обобщенных координат q^{k+1}, соответствующих аргументу $w^{н,\,к+1}$ (см. § 34), и ввод их в качестве команд в БЗУ.

До сих пор мы рассматривали задачу минимизации функционала применительно к стационарным задачам управления первого и второго классов. Для задач третьего класса применять описанные способы также можно, например, если функционал зависит от времени. Однако для достижения сходимости функционала к минимуму в этих случаях необходимо выполнять некоторые дополнительные условия.

Пусть задан функционал (6.3), соответствующий команде третьего класса. Предположим, что можно определить величины $F_{зд}(w, t)$, а значит, и $\varepsilon[w(q), t] = \varepsilon_*(q, t)$ для любых значений q и t. Тогда для некоторых значений обобщенных координат q^k и времени t^k можно вычислить величины $\partial\varepsilon_*(q^k, t^k)/\partial q$ и $\partial\psi_{i0}(q^k)/\partial q$, построив матрицу ограничений Φ, и определить с помощью вышеописанного первого алгоритма экстремизации вектор q^{k+1} в момент t_*^{k+1}, а затем физически реализовать его НУУ в момент t^{k+1}. Если при этом для любого k выполняется условие

$$\varepsilon_*(q^k, t^k) > \varepsilon_*(q^{k+1}, t^{k+1}), \tag{6.59}$$

то функционал сходится к минимуму, т. е. выполняется команда, формализованная данным функционалом.

Функционал $\varepsilon_*(q, t)$ непрерывно дифференцируем, поэтому при достаточной близости значений $\varepsilon_*(q^k, t^k)$ и $\varepsilon_*(q^{k+1}, t^{k+1})$ последнее можно с достаточной точностью представить, как

$$\varepsilon_*(q^{k+1}, t^{k+1}) \simeq \varepsilon_*(q^k, t^k) + \partial\varepsilon_*(q^k, t^k)/\partial q \cdot \Delta q^k + \\ + \partial\varepsilon_*(q^k, t^k)/\partial t \cdot \Delta t, \tag{6.60}$$

где

$$\Delta t = t^{k+1} - t^k; \quad \Delta q^k = q^{k+1} - q^k = \mu\delta q^k.$$

Заменив в (6.59) $\varepsilon_*(q^{k+1}, t^{k+1})$ его значением из (6.60) и разрешив (6.59) относительно Δt, получим

$$\Delta t < -\frac{\partial\varepsilon_*(q^k, t^k)/\partial q \cdot \mu\delta q^k}{\partial\varepsilon_*(q^k, t^k)/\partial t}. \tag{6.61}$$

Таким образом, на время вычисления членов минимизирующей последовательности $q^0, q^1, \ldots, q^k \ldots$ и их реализации накладываются обязательные ограничения (6.61), которые необходимы для обеспечения сходимости функционала.

По мере приближения к минимуму градиент функционала уменьшается, поэтому ограничение на время Δt становится все жестче.

При данном быстродействии ЭВМ (примерно 10^5 опер./с) и приводов манипулятора подводного робота, а также скорости измене-

ния $F_{зд}(q, t)$ существует критическое значение градиента, для которого неравенство (6.61) превращается в равенство. Это значение соответствует значению ошибки, т. е. отклонению достигнутого значения функционала от глобального минимума.

Таким образом, алгоритм минимизации в задачах управления третьего класса, характеризуемых функционалом, который зависит от времени, обеспечивают выполнение команды с ошибкой, определяемой быстродействием ЭВМ и приводов.

Значительно большие затруднения возникают при решении задач третьего класса с учетом динамических ограничений на текущие значения обобщенных координат (6.1). (Исходные данные — см. п. 8). В этом случае целесообразно использовать непрерывные алгоритмы экстремизации.

Сравнение двух предложенных алгоритмов показало: при использовании первого можно полностью учесть кинематические особенности манипулятора. При использовании второго, когда минимизируется функционал $\tilde{\varepsilon}(w^{н})$, для учета кинематических связей нужно вводить многочисленные нелинейные кинематические ограничения типа равенств, что чрезвычайно осложняет процесс минимизации. Кроме того, первый алгоритм позволяет лучше использовать маневренность манипулятора робота, создаваемую избыточными степенями свободы, так как закон изменения обобщенных координат устанавливается непосредственно в процессе минимизации функционала. При использовании второго алгоритма обобщенные координаты находятся при решении уравнений связи (6.55), при этом, чтобы сделать решение определенным, избыточные координаты приходится искусственно жестко определять. Достоинством второго алгоритма следует считать простоту вычислительных процедур при минимизации функционала $\tilde{\varepsilon}(w^{н})$. Благодаря этому, несмотря на затраты времени, необходимые для нахождения векторов q по известным $w^{н}$, происходит экономия времени. Существенным недостатком обоих методов является замедление сходимости к минимуму при значениях функционала, близких к минимальному. Это проявляется в резком уменьшении по модулю шагов минимизации и, как следствие, в увеличении числа шагов и времени минимизации.

Значительно меньше недостатков имеет третий вариант алгоритма — комбинированный, основанный на знании величины вектора положения w_{min}, соответствующего глобальному минимуму функционала. Вначале минимизация осуществляется по первому алгоритму до момента достижения значения функционала, близкого к глобальному минимуму. Последний шаг экстремизации — разрешение методом Ньютона уравнений связи этих координат с заранее известным вектором w_{min}. При этом множество мелких шагов вблизи глобального минимума заменяется одним, сделанным по методу Ньютона. Следует заметить, что описанные алгоритмы из-за нелинейности задачи программирования могут, в принципе,

сойтись к стационарной точке, которая не является глобальным минимумом. Однако в нашем случае априорное знание величины глобального минимума позволяет обходить ложные стационарные точки. Поскольку появление локальных минимумов обусловлено, как установлено, наличием ограничений, соответствующих невыпуклым областям допустимых значений аргумента функционала, целесообразно для повышения вероятности достижения глобального минимума использовать способ движения к цели через промежуточные подцели, выбранные таким образом, чтобы для каждой из них ограничения внешней среды были представлены выпуклыми множествами.

§ 31. Алгоритмы обработки командной информации и информации о среде

Подготовка входной информации для реализации алгоритмов экстремизации осуществляется блоками обработки командной информации и информации о внешней среде.

С помощью первого из блоков формируются составляющие градиента функционала, соответствующего данной команде, а также составляющие нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленные модификацией основной команды, т. е. способом переноса рабочего инструмента к цели, что характерно для команд второго класса.

Второй блок формирует составляющие нормалей к гиперповерхностям ограничений, определяемых особенностями внешней среды и конструкцией манипулятора подводного робота. Все эти величины являются элементами матрицы **Ф** и вычисляются в результате обработки командной информации, вводимой оператором, информации, собираемой устройствами сбора информации, а также априорно известной информации об особенностях конструкции.

Найдем выражение для составляющих градиента функционала $\partial\varepsilon/\partial q_j$, используемых при реализации первого алгоритма экстремизации. Будем искать их как коэффициенты при компонентах dq_j вектора dq в выражении полного дифференциала функционала

$$d\varepsilon = \partial\varepsilon/\partial q \cdot dq.$$

Продифференцировав функционал (6.25) первого вида в пространстве W_R, получим

$$d\varepsilon = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h} \cdot d\left(X_{ц}^{n}\right)^{h} + \langle \Delta_{у}, d\vec{\alpha}_{n} \rangle. \qquad (6.62)$$

Учитывая, что в соответствии с (6.27), (6.28) $d\overline{\Delta}_{л}^{h} = d\left(X_{ц}^{n}\right)^{h}$, $d\Delta_{у} = d\vec{\alpha}_{n}$ и заменяя эти величины в (6.25) их значениями из (6.6),

(6.7), найдем

$$\left.\begin{aligned} d\varepsilon = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h} \cdot \sum_{j=1}^{n} {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j} (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1} / \partial \mathbf{q}_{2j-1})\, \mathbf{E}_{j}^{h}\, dq_{2j-1} - \\ - \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h} \cdot \sum_{j=1}^{n} {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} e_{j} dq_{2j} + \\ + \sum_{j=1}^{n} < \Delta_{у}, {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j} (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1} / \partial \mathbf{q}_{2j-1})\, {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1} > dq_{2j-1}; \end{aligned}\right\} \quad (6.63)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E}_{j}^{h} = \boldsymbol{\alpha}_{j-1,\, j-2} \mathbf{E}_{j-1}^{h} + p_{j}; \\ \mathbf{E}_{0}^{h} = (X_{ц}^{0})^{h} - X_{кор}^{0}; \\ \vec{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} = {}^{j-1}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{-1} = \prod_{j-1}^{1} \boldsymbol{\alpha}_{i,\, i-1}, \quad \boldsymbol{\alpha}_{0}. \end{aligned}\right\} \quad (6.64)$$

Положим в первом слагаемом выражения (6.63)

$$\mathbf{A} = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h}; \quad \mathbf{C} = \mathbf{E}_{j}^{h},$$

а в третьем

$$\mathbf{A} = \Delta_{у}; \quad \mathbf{C} = \vec{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1}; \quad \mathbf{B} = {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j} (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1} / \partial \mathbf{q}_{2j-1}).$$

Тогда с учетом тождества

$$< A,\ BC > = < B,\ AC >$$

можно представить (6.63) в более компактной форме

$$\begin{aligned} d\varepsilon = \sum_{j=1}^{n} < {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j} (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1} / \partial q_{2j-1})\, \mathbf{N}_{j} > dq_{2j-1} - \\ - \sum_{j=1}^{n} {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} e_{j} \times \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h}\, dq_{2j}. \end{aligned} \quad (6.65)$$

Очевидно, коэффициенты при dq_{2j-1} и dq_{2j}, т. е. составляющие градиента $\partial\varepsilon/\partial q$, можно представить как

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{2j-1}} = < {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j} (\partial \boldsymbol{\alpha}_{j,\, j-1} / \partial \mathbf{q}_{2j-1}),\ \mathbf{N}_{j} > \text{(нечетные компоненты)}; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{2j}} = - {}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1} e_{j} \cdot \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h} \text{ (четные компоненты)}, \end{aligned}\right\} \quad (6.66)$$

где

$$\mathbf{N}_{j} = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{л}^{h} (\mathrm{E}_{i}^{h})' + \Delta_{у} (\vec{\boldsymbol{a}}_{j-1})'; \quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ m.$$

Приняв во внимание (6.64), получим для $\mathbf{N}_j$ следующее удобное для расчета на ЭВМ рекуррентное выражение:

$$\mathbf{N}_j = \mathbf{N}_{j-1}\boldsymbol{\alpha}'_{j-1,\,-2} + \mathbf{D}_j, \tag{6.67}$$

где

$$\mathbf{D}_j = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{\text{л}}^{h} p';$$

$$\mathbf{N}_0 = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{\text{л}}^{h} \left[(X_{\text{ц}}^{0})^{h} - X_{\text{кор}}^{0} \right]' + \Delta_{\text{у}};$$

$$p_j = -(X_{\text{п}0}^{j-1})^{j} - e_j q_{2j}.$$

При использовании обобщенной формы функционала второго вида (6.26) выражения (6.66), (6.67) для вычисления градиента функционала остаются справедливыми. Изменяется лишь $\mathbf{N}_0$.

При использовании второго алгоритма, когда минимизируется функционал $\tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}})$, необходимо сформировать составляющие градиента $\partial\tilde{\varepsilon}/\partial w^{\text{н}}$, которые записываются как коэффициенты при компонентах $dw_j^{\text{н}}$ вектора $dw^{\text{н}} = d\left[(X_{\text{п}}^{0})^{n},\ d\varphi,\ d\psi,\ d\vartheta\right]$ в выражении полного дифференциала

$$d\tilde{\varepsilon} = \partial\tilde{\varepsilon}/\partial w^{\text{н}} \cdot dw^{\text{н}}.$$

Учитывая (5.8), (6.27), продифференцируем функционал (6.26)

$$d\tilde{\varepsilon} = \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{\text{л}}^{h} \cdot d\vec{\boldsymbol{\alpha}}_n \left[(X_{\text{ц}}^{0})^{h} - (X_{\text{п}}^{0})^{h} \right] - (\vec{\boldsymbol{\alpha}}_n)' \sum_{h=1}^{t} \overline{\Delta}_{\text{л}}^{h} \cdot d\,(X_{\text{п}}^{0})^{h} + \overline{\Delta}_{\text{у}},\ d\overline{\Delta}_{\text{у}}.$$

Матрицу направляющих косинусов $\boldsymbol{\alpha}$ можно представить в виде

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}_{\varphi}\boldsymbol{\alpha}_{\psi}\boldsymbol{\alpha}_{\vartheta}, \tag{6.68}$$

где

$$\boldsymbol{\alpha}_{\varphi} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}; \quad \boldsymbol{\alpha}_{\psi} = \begin{Vmatrix} \cos\psi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{\vartheta} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Vmatrix}.$$

Тогда

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha} = d(\vec{\boldsymbol{\alpha}}_n) = \left(\frac{\partial\alpha_{\varphi}}{\partial\varphi}\right)\boldsymbol{\alpha}_{\vartheta}\boldsymbol{\alpha}_{\psi}\mathrm{d}\varphi + \boldsymbol{\alpha}_{\varphi}\left(\frac{\partial\alpha_{\vartheta}}{\partial\vartheta}\right)\boldsymbol{\alpha}_{\psi}d\vartheta + \\ + \boldsymbol{\alpha}_{\varphi}\boldsymbol{\alpha}_{\vartheta}\left(\frac{\partial\alpha_{\psi}}{\partial\psi}\right)d\psi. \tag{6.69}$$

Заменим в выражении для $d\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})$ величину $d(\vec{\alpha}_n)$ его значением из (6.69). Теперь, учитывая, что $d\overline{\Delta}_{\text{у}} = d\theta = (d\varphi,\ d\vartheta,\ d\psi)$, получим для коэффициентов при компонентах вектора $dw^{\text{н}}$ следующие выражения, являющиеся составляющими градиента $\partial\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})/\partial w^{\text{н}}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})}{\partial\left(X^0_{i\text{п}}\right)^n} = (\vec{\alpha}_n)_{\cdot i}\sum_{h=1}^{t}\overline{\Delta}^h_{\text{л}}, \quad i=1,\ 2,\ 3;\\
&\frac{\partial\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})}{\partial\varphi} = \overline{\Delta}_{1\text{у}} + \sum_{h=1}^{t}\frac{\partial\alpha_\varphi}{\partial\varphi}\,\alpha_\vartheta\alpha_\psi\left[\left(X^0_{\text{ц}}\right)^h - \left(X^0_{\text{п}}\right)^h\right]\cdot\overline{\Delta}^h_{\text{л}};\\
&\frac{\partial\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})}{\partial\vartheta} = \overline{\Delta}_{2\text{у}} + \sum_{h=1}^{t}\alpha_\varphi\,\frac{\partial\alpha_\vartheta}{\partial\vartheta}\,\alpha_\psi\left[X^0_{\text{ц}}\right)^h - \left(X^0_{\text{п}}\right)^h\right]\cdot\overline{\Delta}^h_{\text{л}};\\
&\frac{\partial\check{\varepsilon}(w^{\text{н}})}{\partial\psi} = \overline{\Delta}_{3\text{у}} + \sum_{h=1}^{t}\alpha_\varphi\alpha_\vartheta\,\frac{\partial\alpha_\psi}{\partial\psi}\left[\left(X^0_{\text{ц}}\right)^h - \left(X^0_{\text{п}}\right)^h\right]\cdot\overline{\Delta}^h_{\text{л}},
\end{aligned}\right\} \quad (6.70)$$

где $(\alpha_n)_{\cdot i}$ — i-й столбец матрицы $\vec{\alpha}_n$.

Для получения составляющих нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных способом переноса инструмента в заданное положение, воспользуемся выражениями (5.30), (5.32), (5.33). Эти выражения формализуют способ переноса рабочего инструмента, т. е. модифицируют команду первого класса, превращая ее в одну из характерных команд второго класса (см. гл. V, § 30).

Ограничения (5.30), соответствующие перемещению характеристической точки рабочего инструмента по заданной прямой, эквивалентны трем уравнениям $K_l(q) = 0$, $l = 1, 2, 3$, т. е. шести неравенствам вида (6.54). Этим неравенствам соответствуют три пары нормалей, которые отличаются лишь знаками. Компонентами l-й пары будут, очевидно, элементы l-й строки функциональной матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$. В соответствии с (6.54) выражение для j-й компоненты l-й пары нормалей можно представить как

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_j} = \pm\,\overline{C}^l_{\text{л}}\cdot\partial X^0_{\text{х. т}}/\partial q_j,$$

где $\overline{C}^l_{\text{л}} = \left(X^0_{\text{зд}}\check{-}X^0_{\text{н}}\right)_{l\cdot}$ — l-я строка косоугольной матрицы $\left(X^0_{\text{зд}}\check{-}X^0_{\text{н}}\right)$.

Учитывая, что $\partial X^0_{\text{х. т}}/\partial q_j$ определяется выражениями (6.10), по аналогии с нахождением выражений (6.66) получим следующие удобные для вычисления на ЭВМ выражения для компонент к l-й

паре гиперповерхностей ограничений, соответствующих требованию перемещения рабочего инструмента по прямой:

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_{2j-1}} = \pm \langle \vec{\alpha}'_{j-1} (\partial \alpha'_{j,\, j-1}/\partial \mathbf{q}),\ \overline{\mathbf{N}}^l_j \rangle \text{ (нечетные компоненты)}; \quad (6.71)$$

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_{2j}} = \pm \vec{\alpha}_{j-1} e_j \overline{C}^l_л; \quad j = 1,\ 2,\ .\ .\ .\ .,\ n \text{ (четные компоненты)}, \quad (6.72)$$

где

$$\overline{\mathbf{N}}^l_j = \overline{\mathbf{N}}^l_{j+1} \alpha_{j+1,\, j} + \overline{\mathbf{D}}^l_{j+1};\ \overline{\mathbf{N}}^l_{j+1} = 0;\ \overline{\mathbf{D}}^l_{j+1} = -\overline{\mathbf{C}}^l_л \overline{p}'_{j+1};$$

$$\overline{\mathbf{D}}^l_{n+1} = \overline{\mathbf{C}}^l_л (X^n_{х.\ т})' + \overline{\mathbf{C}}^l_у;\ p_j = -(X^{j-1}_{п0})^l - e_j q_{2j};$$

$\overline{C}^l_л$, $C^l_у$ — соответственно трехмерный линейный вектор и угловая матрица способа переноса инструмента размером 3×3; в данном случае: $\overline{C}^l_л = (X^0_{зд} - X^0_н)_l$; $\mathbf{C}^l_у = 0$. Ограничения (5.32), соответствующие коллинеарному перемещению рабочего инструмента, эквивалентны трем уравнениям и, следовательно, этим ограничениям, как и в предыдущем случае, адекватны три пары нормалей. Для l-й компоненты l-й пары справедливо

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_j} = \pm (\partial \vec{\alpha}'_n)_{l2} / \partial q_j; \quad l = 1,\ 2,\ 3.$$

Так как $\vec{\alpha}_n$ не зависит от координат с четными индексами, то все четные компоненты нормалей — нулевые. Выражения для нечетных компонент l-й пары будут иметь вид

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_{2j-1}} = \pm \partial (\vec{\alpha}'_n)_{l2} / \partial q_{2j-1} = \pm \left(\vec{\alpha}'_{j-1} \frac{\partial \alpha'_{j,\, j-1}}{\partial q_{2j-1}} {}^n\overleftarrow{\alpha}'_j \right)_{l2};$$

$$j = 1,\ 2,\ .\ .\ .\ .,\ n; \quad l = 1,\ 2,\ 3.$$

Нетрудно убедиться, что эти компоненты могут быть представлены и общими выражениями (6.71), (6.72), если в них положить

$$\overline{C}^l_л = 0; \quad \overline{\mathbf{C}}^1_у = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{C}^2_у = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}; \quad \mathbf{C}^3_у = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}. \quad (6.73)$$

Ограничения (5.30), характеризующие перемещение рабочего инструмента на заданном расстоянии от плоской поверхности дна,

эквивалентны одному уравнению, и им соответствует одна пара нормалей; j-я компонента этой пары представляется в виде

$$\frac{\partial K_l}{\partial q_j} = \pm\, q_{\text{пов}}/|\, q_{\text{пов}}\,| \cdot \partial X^0_{\text{х. т}}/\partial q_j.$$

Это выражение совпадает с выражениями (6.71), если $q_{\text{пов}}/|\, q_{\text{пов}}\,|$ заменить на $\overline{C}^l_{\text{л}}$. И следовательно, для компонент нормалей при перемещении инструмента на заданном расстоянии от поверхности дна также справедливы общие выражения (6.71), (6.72) при $\overline{C}^l_{\text{л}} = q_{\text{пов}}/|\, q_{\text{пов}}\,|$, $\mathbf{C}^l_{\text{у}} = 0$.

Полученные выражения (6.71), (6.72) для составляющих внешних нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных способом переноса инструмента, пригодны для первого алгоритма экстремизации. Чтобы получить соответствующие выражения для второго алгоритма, необходимо вместо матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$ рассматривать функциональную матрицу $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{w}^{\text{н}}$, образованную частными производными векторов правых частей (5.30), (5.32), (5.33) по компонентам $\left(X^0_{i\text{п}}\right)$, φ, ψ, ϑ вектора $w^{\text{н}}$.

Полагая, что характеристическая точка инструмента совпадает с его полюсом $X^0_{\text{х. т}} = \left(X^0_{\text{п}}\right)^n$, получим для компонент l-й строки матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{w}^{\text{н}}$, т. е. для компонент l-й нормали, следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial K_l}{\partial X^0_{i\text{п}}} = \overline{C}^l_{i\text{л}}; \quad \frac{\partial K_l}{\partial \varphi} = \overline{C}^l_{1\text{у}}; \\ &\frac{\partial K_l}{\partial \vartheta} = \overline{C}^l_{2\text{у}}; \quad \frac{\partial K_l}{\partial \psi} = \overline{C}^l_{3\text{у}}, \end{aligned}\right\} \tag{6.74}$$

где $\overline{C}^l_{i\text{л}}$, $\overline{C}^l_{i\text{у}}$ — i-е составляющие линейного и углового векторов способов переноса;

при перемещении рабочего инструмента по прямой

$$\overline{C}^l_{i\text{л}} = \left(X^0_{\text{зд}} - X^0_{\text{н}}\right)_{li};$$

$$\overline{C}^l_{i\text{у}} = 0; \quad l = 1,\ 2,\ 3; \quad i = 1,\ 2,\ 3;$$

при коллинеарном перемещении

$$\overline{C}^l_{i\text{у}} = 1 \quad \text{при } l = i = 1,\ 2,\ 3;$$

$$\overline{C}^l_{i\text{у}} = 0 \quad \text{при } l \neq i;$$

$$\overline{C}^l_{i\text{л}} = 0;$$

при перемещении на заданном расстоянии от по верхности дна

$$\overline{C}^l_{i\text{л}} = q_{i\ \text{пов}}/|\, q_{\text{пов}}\,|;$$

$$\overline{C}^l_{i\text{у}} = 0; \quad l = 1; \quad i = 1,\ 2,\ 3.$$

Выражение (6.74) в отличие от соответствующих выражений (6.71), (6.72) для нормалей в пространстве G_m просты, благодаря

этому упрощается экстремизация функционала при использовании второго алгоритма.

Полученные выражения для составляющих градиента функционала и нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных способом переноса инструмента, по существу, и определяют алгоритмы обработки командной информации. Весьма существенно, что структура этих выражений не зависит от типа команд, так как алгоритм обработки командной информации, а также алгоритм экстремизации универсальны. Поэтому соответствующие программы весьма компактны и одновременно позволяют реализовать самые разнообразные команды управления путем варьирования лишь необходимой командной информации.

Выражение составляющих нормалей при аппроксимации препятствий пересечением полупространств допустимого положения манипулятора подводного робота найдем из выражений (5.38). Продифференцировав левую часть этих выражений, получим

$$d\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu} = \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} \cdot \frac{(\partial X^0)^{p,\,s}}{\partial q}\, dq. \tag{6.75}$$

Откуда для j-й компоненты нормали справедливо

$$\partial\psi_{i0}/\partial q_j = \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu} \frac{\partial\,(X^0)^{p,\,s}}{\partial q_j}.$$

Величину $(X^0)^{p,\,s}$, т. е. s-ю вершину аппроксимирующего параллелепипеда p-го звена, можно рассматривать как характеристическую точку этого звена ($p \leqslant n$). И так как (6.10) соответствует характеристической точке n-го звена, то оно справедливо и для характеристической точки p-го звена при $j \leqslant p$. При $j > p$, очевидно, $\partial\,(X^0)^{p,\,s}/\partial q_j = 0$.

Учитывая это, по аналогии с нахождением выражения (6.66) получим следующие выражения для составляющих нормали к ограничивающей гиперповерхности, которая соответствует условию несоприкосновения s-й вершины $\left(X^p\right)^{p,\,s}$ аппроксимирующего параллелепипеда p-го звена с μ-м полупространством, ограниченным плоскостью с нормалью $\left|q^0_{\text{пов}}\right|^{\mu}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial q_{2j-1}} = \left\langle \vec{\alpha}'_{j-1}\,\frac{\partial\alpha'_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-1}},\ \mathbf{R}^{p,\,s,\,\mu}_j \right\rangle \text{ (нечетные компоненты);}\\
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial q_{2j}} = \vec{\alpha}'_{j-1} e_j \cdot \left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu},\quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ p \text{ (четные компоненты);}\\
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial q_j} = 0,\quad j = p+1,\ \ldots,\ n,
\end{aligned}\right\} \tag{6.76}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{R}_j^{p,\,s,\,\mu}=\mathbf{R}_{j+1}^{p,\,s,\,\mu}\boldsymbol{\alpha}_{j+1,\,j}+\mathbf{L}_{j+1}^{p,\,s,\,\mu};\quad \mathbf{R}_{p+1}^{p,\,s,\,\mu}=0;\\
&\mathbf{L}_{j+1}^{p,\,s,\,\mu}=-\left(q_{\text{пов}}^{0}\right)^{\mu}p_{j+1}';\\
&\mathbf{L}_{p+1}^{p,\,s,\,\mu}=\left(q_{\text{пов}}^{p}\right)^{\mu}\left[\left(X^{p}\right)^{p,\,s}\right]';\\
&p_{j+1}'=-\left(X_{\text{п}0}^{j-1}\right)^{j}-e_jq_{2j}.
\end{aligned}\right\}\qquad(6.77)$$

В случае аппроксимации препятствий векторами $\left(X_{\text{преп}}^{0}\right)^{\nu}$, которые соответствуют отдельным точкам на поверхности препятствий, для получения выражений составляющих нормалей к ограничивающим гиперповерхностям будем исходить из выражения (5.39). Учитывая, что $\left(X_{\text{преп}}^{p}\right)^{\nu}$ выражается через обобщенные координаты с помощью (5.67) при $\left(X_{\text{преп}}^{p}\right)^{\nu}=X^{p}$ и не приводя преобразований, аналогичных уже проделанным в этом параграфе, запишем выражения для составляющих нормали к гиперповерхности, которая соответствует условию несоприкосновения f-й грани аппроксимирующего параллелепипеда звена, имеющей нормаль $\left(q_{\text{зв}}^{p}\right)_f$, с ν-й точкой $\left(X_{\text{преп}}^{0}\right)^{\nu}$ препятствия:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\psi_{p,\,f,\,\nu}^{\text{II}}}{\partial q_{2j-1}}=\left\langle {}^{p}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j\frac{\partial\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-}},\ \overline{\mathbf{R}}_j^{p,\,f,\,\nu}\right\rangle \text{ (нечетные компоненты);}\\
&\frac{\partial\psi_{p,\,f,\,\nu}^{\text{II}}}{\partial q_{2j}}=-{}^{p}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_{j-1}e_j\left(q_{\text{зв}}^{p}\right)^{f},\quad j=1,\,2,\,\ldots,\,p \text{ (четные компоненты);}\\
&\frac{\partial\psi_{p,\,f,\,\nu}^{\text{II}}}{\partial q_j}=0,\quad j=p+1,\,\ldots,\,n,
\end{aligned}\right\}\qquad(6.78)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&\overline{\mathbf{R}}_j^{p,\,f,\,\nu}=\overline{\mathbf{R}}_{j-1}^{p,\,f,\,\nu}\boldsymbol{\alpha}_{i-1,\,i-2}'+\overline{\mathbf{L}}_j^{p,\,f,\,\nu};\\
&\mathbf{L}_j^{p,\,f,\,\mu}=\left(q_{\text{зв}}^{p}\right)^{f}p_j';\\
&\overline{\mathbf{L}}_0^{p,\,f,\,\mu}=\overline{\mathbf{R}}_0^{p,\,f,\,\nu}=\left(q_{\text{зв}}^{p}\right)^{f}\left[\left(X_{\text{преп}}^{0}\right)^{\nu}-X_{\text{кор}}^{0}\right]'.
\end{aligned}\right\}\qquad(6.79)$$

Если рабочим инструментом будет схват, то в этих выражениях $\left(q_{\text{зв}}^{p}\right)^{f}$ при $p=n$ заменяется на $\left(q_{\text{сх}}^{n}\right)^{k,\,l}$, если же препятствие — целевой объект, то $X_{\text{преп}}^{0}$ заменяется на $\left(X_{\text{об}}^{0}\right)^{h}$. Составляющие

нормалей к гиперповерхностям, определяемым конструктивными ограничениями (5.35), очевидно, равны

$$\frac{\partial\psi_{i0}^{k+}}{\partial q_j}=\begin{cases}0 \text{ при } i\neq j;\\ 1 \text{ при } i=j;\end{cases}\qquad \frac{\partial\psi_{.0}^{k-}}{\partial q_i}=\begin{cases}0 \text{ при } i\neq j;\\ -1 \text{ при } i=j.\end{cases} \tag{6.80}$$

Составляющие нормалей к гиперповерхностям (5.41) при выявлении препятствий путем измерения моментов приводов определяются выражениями (5.43).

При использовании в блоке экстремизации второго алгоритма, как уже было отмечено выше, оказывается возможным учесть лишь ограничения, обусловленные требованием несоприкосновения, только последнего из звеньев манипулятора (рабочего инструмента) с препятствиями и целевыми объектами. Этим ограничениям соответствуют неравенства (5.38), (5.39) при значении индекса звена $p = n$, а также неравенство (5.40).

Заменив в этих неравенствах $\left(X^0\right)^{p,\,s}$, $\left(X^p_{\text{преп}}\right)^{\nu}$, $\left(X^n_{\text{об}}\right)^{h}$ их значениями, выраженными через $\left(X^0_{\text{п}}\right)^{n}$ и $\vec{\alpha}_n$ с помощью (5.6) и (5.1), а затем, заменив $\vec{\alpha}_n = \alpha$ его выражением (6.68) через φ, ν, ψ, можно получить по аналогии с нахождением выражения (6.70) составляющие нормалей к гиперповерхностям ограничений.

Опуская преобразования, запишем выражения для составляющих нормали к гиперповерхности, которая соответствует:

условию несоприкосновения s-й вершины $\left(X^n\right)^{n,\,s}$ аппроксимирующего параллелепипеда n-го звена с μ-м полупространством, ограниченным плоскостью с нормалью $\left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial\left(X^0_{i\text{п}}\right)^n}=\left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu},\ i=1,\ 2,\ 3;\\
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial\varphi}=\alpha'_{\psi}\alpha'_{\vartheta}\,\frac{\partial\alpha'_{\varphi}}{\partial\varphi}\left(X^n\right)^{n,\,s}\left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu};\\
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial\psi}=\frac{\partial\alpha'_{\psi}}{\partial\psi}\,\alpha'_{\vartheta}\alpha'_{\varphi}\left(X^n\right)^{n,\,s}\left(q^p_{\text{пов}}\right)^{\mu};\\
&\frac{\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,\,s,\,\mu}}{\partial\vartheta}=\frac{\partial\alpha'_{\vartheta}}{\partial\vartheta}\,\alpha'_{\vartheta}\alpha'_{\psi}\left(X^n\right)^{n,\,s}\left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu};
\end{aligned}\right\} \tag{6.81}$$

условию несоприкосновения f-й грани аппроксимирующего параллелепипеда n-го звена, имеющей нормаль $\left(q^n_{\text{зв}}\right)^{f}$, с ν-й точкой пре-

пятствия $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\psi^{\text{II}}_{p,\,f,\,\mu}}{\partial\,(X_{i\text{п}})^n}=\left(\vec{\alpha}_n\right)_{\cdot i}\cdot\left(q^n_{\text{зв}}\right)^f,\quad i=1,\,2,\,3;\\
&\frac{\partial\psi^{\text{II}}_{p,\,f,\,\mu}}{\partial\varphi}=\frac{\partial\alpha_\varphi}{\partial\varphi}\,\alpha_\vartheta\alpha_\psi\left[\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}-\left(X^0_{\text{п}}\right)^n\right]\cdot\left(q^n_{\text{зв}}\right)^f;\\
&\frac{\partial\psi^{\text{II}}_{p,\,f,\,\mu}}{\partial\vartheta}=\alpha_\varphi\frac{\partial\alpha_\vartheta}{\partial\vartheta}\,\alpha_\psi\left[\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}-\left(X^0_{\text{п}}\right)^n\right]\cdot\left(q^n_{\text{зв}}\right)^f;\\
&\frac{\partial\psi^{\text{II}}_{p,\,f,\,\mu}}{\partial\psi}=\frac{\partial\alpha_\varphi}{\partial\varphi}\,\alpha_\vartheta\alpha_\psi\left[\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}-\left(X^0_{\text{п}}\right)^n\right]\cdot\left(q^n_{\text{зв}}\right)^f.
\end{aligned}\right\}\qquad(6.82)$$

Полученные выражения определяют алгоритмы обработки информации о внешней среде. Как и алгоритмы обработки командной информации и минимизации функционала, они также универсальны, т. е. структура полученных выражений не зависит от характера препятствий, благодаря этому программы подводного робота компактны.

§ 32. Способы ввода командной информации о среде

Выясним состав входной информации, необходимой для реализации алгоритмов обработки командной информации и информации о внешней среде, т. е. для вычисления полученных в § 31 выражений составляющих градиента функционала и нормалей к гиперповерхностям, обусловленным способом переноса инструмента, особенностями внешней среды и конструкции манипулятора. Как показывает анализ этих выражений, их алгоритмическая реализация возможна при наличии:

1. Командной информации, которая определяет тип задаваемой команды:

а) вектор смещения q^{η} и деформации k^{η}, p^{η} рабочей области;

б) число t целевых точек.

2. Уточняющей командной информации:

а) координаты целевых точек $\left(X^0_{\text{ц}}\right)'$ $(h=1,\,2,\,\ldots,\,t)$ в неподвижной системе координат;

б) значения углов Эйлера $\varphi_{\text{зд}}$, $\psi_{\text{зд}}$, $\vartheta_{\text{зд}}$ или направляющих косинусов $(\vec{\alpha}_n)_{ij\,\text{зд}}$ схвата или границы, их определяющие.

Эти два вида входной информации используются для вычисления градиента по выражениям (6.66), (6.67) и (6.70).

3. Командной информации о способе переноса инструмента (модификация основной команды), которая характеризует:

а) линейный вектор переноса $\overline{C}^l_{\text{л}}$;

б) угловой вектор переноса $\overline{C}^l_{\text{у}}$;

в) угловую матрицу переноса $\mathbf{C}_{\text{у}}$.

Этот вид информации используется для вычисления нормалей по выражениям (6.71), (6.72).

4. Информации о внешней среде, задающей:

а) нормали $\left(q^0_{\text{пов}}\right)^{\mu}$ к плоскостям, ограничивающим μ-е полупространства допустимых положений манипулятора;

б) точки $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}$, принадлежащие препятствиям.

Эти величины соответствуют существенным ограничениям и используются для вычисления нормалей по выражениям (6.76) — (6.82).

в) Величины моментов F_{iq}, развиваемых приводами; информация используется при вычислении нормалей по выражению (5.43).

5. Текущей информации, которая определяет:

а) обобщенные координаты q, по которым вычисляют входящие в выражения градиента и нормалей величины

$$^{n}\overleftarrow{\alpha}_j;\ \frac{\partial \alpha_{j,\,j-1}}{\partial q_{2j-1}};\ \alpha_{j,\,j-1};\ \overrightarrow{\alpha}_j;$$

$$^{p}\overleftarrow{\alpha}_j\ (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n),\ \alpha_{\varphi},\ \alpha_{\psi},\ \alpha_{\vartheta};$$

$$\left(X^0_{\text{п}}\right)^{n};$$

б) текущие значения углов Эйлера φ, ψ, ϑ и координат целевых точек $\left(X^n_{\text{ц}}\right)^{h}$ в системе координат инструмента; последняя величина вычисляется по выражению (5.8), если известно $\left(X^0_{\text{ц}}\right)^{h}$.

6. Постоянной информации о конструктивных и кинематических особенностях манипулятора подводного робота, задающей:

а) границы a^0_1, a^0_2, a^0_3 рабочей области схвата;

б) полюса j-х звеньев $\left(X^{j-1}_{\text{п}}\right)^{l} = (0,\ \lambda_{j-1},\ 0)$, в координатах $(j-1)$-х звеньев, полюс $\left(X^0_{\text{п}}\right)^{1}$ первого звена в координатах корпуса, полюс $X^0_{\text{кор}}$ корпуса;

в) координаты вершин параллелепипедов, аппроксимирующих звенья $\left(X^p_1\right)^{p,\,s}$ манипулятора в координатах соответствующих звеньев;

г) нормали к граням параллелепипедов, аппроксимирующих звенья $\left(q^p_{\text{зв}}\right)^{f}$ и схват $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{k,\,l}$;

д) предельные значения обобщенных координат $q_{\max}$, $q_{\min}$;

е) матрицу описания кинематики робота $\mathbf{R}$, с помощью которой для каждого j-го звена находятся орты e_j, определяющие структуру матриц $\alpha_{j,\,j-1}$ и векторов q^{2j}.

Перечисленная информация обеспечивает работу блоков, реализующих алгоритмы обработки командной информации, информации о среде, и блока экстремизации функционала, использующего входную информацию первых двух блоков, а следовательно, и функционирование подводного робота в целом.

Вся эта информация должна вводиться оператором и устройствами сбора информации. Чем проще для оператора процедура ввода, тем эффективнее управление роботом. Поэтому, во-первых, желательно свести к минимуму объем информации, вводимой оператором, за счет максимально возможного использования информации, поставляемой датчиками независимо от оператора. Во-вторых, нужно сделать максимально удобной для оператора процедуру ввода информации за счет применения специальных технических средств общения человека и робота (ТСОЧР).

Установим минимальный объем информации, который необходимо вводить оператору для управления подводным роботом. Из этого объема должна быть исключена постоянная информация о конструктивных и кинематических особенностях манипулятора подводного робота (см. п. 6), которая может быть заранее введена в память ЭВМ, обслуживающей робот. Может быть исключена также текущая информация об обобщенных координатах, информация о внешней среде (см. пп. 4 и 5).

Нетрудно показать, что эти виды информации можно вводить независимо от оператора с помощью простейших устройств, а именно: датчиков положения, моментов, тактильных и локационных.

Датчики первого вида, например потенциометрические, устанавливаемые в шарнирах звеньев, измеряют их относительные линейные и угловые перемещения, т. е. несут информацию об обобщенных координатах. Второй тип датчиков, например измерители тока, информируют о моментах привода, т. е. о внешней среде при выявлении препятствий путем измерения моментов приводов. Наконец, с помощью третьего типа датчиков могут быть определены величины $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^{\nu}$ и $(q_{\text{пов}})^{\mu}$, т. е. получена информация о среде при аппроксимации препятствий точками или плоскостями, ограничивающими полупространства допустимых положений манипулятора. Эти датчики располагаются на его поверхности. Идеальным считается покрытие всей поверхности звеньев манипулятора датчиками без «мертвых» зон, т. е. когда они как бы образуют кожный покров.

Каждому j-му тактильному датчику p-го звена, площадь чувствительной поверхности которого достаточно мала, соответствуют свои координаты $\left(X^p_{\text{д}}\right)^j$ в системе координат звена, а также свои значения индексов существенных ограничений p, f, ν или n, l, k и нормали $\left(q^p\right)^{p,f}$ и $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{k,l}$ к граням параллелепипедов, аппроксимирующих звенья и схват. Таким образом, срабатывание определенного тактильного датчика при столкновении манипулятора с препятствием, т. е. при $\left(X^p_{\text{д}}\right)^j = \left(X^p_{\text{преп}}\right)^{\nu}$, позволяет выполнить следующее:

а) ввести информацию о точке $\left(X^p_{\text{преп}}\right)^{\nu}$ препятствия в координатах звена или схвата ($p = n$), по которой с помощью выражения

(5.10) соответствующая подпрограмма вычисляет искомые координаты этой точки в неподвижной системе координат $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^\nu$;

б) выявить по сработавшим датчикам индексы существенных ограничений и соответствующие им величины $\left(q^p_{\text{зв}}\right)^i$, $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{k,\,l}$, которые используются при расчете нормалей к гиперповерхностям по выражениям (6.76) — (6.82). Последняя процедура легко реализуется, так как при срабатывании датчика всегда можно найти точку препятствия на одной из граней, ребре или вершине параллелепипеда аппроксимирующего звено или схват.

Таким же способом вводится информация и при срабатывании локационных датчиков. Отличие состоит в том, что координаты $\left(X^0_{\text{преп}}\right)^\nu$ в этом случае зависят не только от положения датчика на манипуляторе, но и от расстояния до предмета, определенного датчиком. Вторую величину, характеризующую препятствие, $\left(q^0_{\text{пов}}\right)^\mu$ можно сформировать по выявленным с помощью датчиков трем точкам препятствия $\left(X^0_{\text{пов}\,j}\right)^\mu$ ($j = 1, 2, 3$) при использовании подпрограммы вычисления выражения

$$\left(q^0_{\text{пов}}\right)^\mu = \left\{\left[\left(X^0_{\text{пов}}\right)_1\right]^\mu - \left(X^0_{\text{пов}}\right)^\mu_2\right\}\left[\left(X^0_{\text{пов}\,3}\right)^\mu - \left(X^0_{\text{пов}\,1}\right)^\mu\right]. \quad (6.83)$$

В ряде частных случаев с помощью тактильных и локационных датчиков можно получить уточняющую информацию в виде целевых точек $\left(X^0_{\text{ц}}\right)^h$. Например, при выполнении операции взятия образцов грунта со дна в момент столкновения схвата с объектом внешней среды осуществляется проверка принадлежности выявленной точки к целевой, т. е. к образцу, который следует взять, с помощью так называемой подпрограммы «пробы на сдвиг». Если объект сдвигается, то точка относится к целевой.

Ранее установлено, что из перечисленных шести видов входной информации, необходимой для функционирования манипулятора подводного робота, оператор должен вводить первые три. Для максимального упрощения функций оператора при вводе первого вида командной информации, которая определяет тип команды, в ЭВМ заранее вводятся списки значений k^η, p^η, q^η, t, соответствующие той или иной операции. Задание типа команды эквивалентно выбору адреса нужного списка. Это может быть выполнено с помощью телетайпа, а в простейших случаях с помощью кнопочного «пульта программирования», на котором обозначены типы команд-операций. Ввод уточняющей командной информации (целевых точек $\left(X^n_{\text{ц}}\right)^h$, углов Эйлера φ, ψ, ϑ и направляющих косинусов, задающих «вращение» инструмента) также может быть осуществлен с помощью телетайпа или пульта с набором цифр, если эта информация известна оператору в цифровой форме.

Однако на практике обычно такая информация отсутствует, известны лишь объекты внешней среды, которым должны принадле-

жать целевые точки. Для максимального удобства задания этих точек было предложено устройство целеуказания, принцип действия которого описан в [9]. В этом устройстве совмещены функции вывода и ввода информации, необходимой для управления манипулятором подводного робота. При этом для задания координат целевых точек оператору достаточно совместить специальный индикатор или световое перо с соответствующей точкой целевого объекта, высвеченной в числе других объектов на телевизионном экране специальной части системы целеуказания. Устройство целеуказания вырабатывает три параметра $X_э^h$, $Y_э^h$, $\delta_{см}^h$, характеризующие положение h-й целевой точки на экране и расстояние до нее в системе координат приемной телевизионной трубки, по которым с помощью специальной подпрограммы могут быть вычислены значения $(X_ц^0)^h$.

Очевидно, таким же способом в случае необходимости оператор может задавать и точки, принадлежащие препятствиям при вводе информации о внешней среде.

Для удобства ввода заданных углов Эйлера или направляющих косинусов могут быть использованы специальная рукоятка (дополнительное командное устройство), имеющая три взаимно перпендикулярные оси вращения, а также датчики, измеряющие углы поворота вокруг этих осей. Поворотом рукоятки в пространстве задается аналогичный поворот инструмента. Информация, снимаемая с датчиков, может быть пересчитана с помощью специальной подпрограммы в углы Эйлера или направляющие косинусы.

При задании командной информации о способах переноса инструмента функции оператора сводятся, во-первых, к выбору адреса подпрограммы формирования величин $\bar{C}_л^l$, $\bar{C}_y^l$, $\mathbf{C}_y$, которые соответствуют избранному способу переноса (в памяти ЭВМ хранится набор таких элементарных подпрограмм), во-вторых, если это необходимо, к вводу информации, используемой этими подпрограммами. Например, оператор указывает координаты характеристической точки инструмента $X_{х.т.зд}^0$ при движении его по прямой или вводит составляющие нормали $q_{пов}^0$ и поверхности, на определенном расстоянии от которой должен перемещаться инструмент.

Для задания этой информации также может быть использована система целеуказания.

§ 33. Программа тактического управляющего уровня

Алгоритмы обработки командной информации и информации о внешней среде, воплощенные в программные блоки, вместе с блоком экстремизации функционала образуют основу программ тактического управляющего уровня (ТУУ). Программное обеспечение ТУУ включает ряд вспомогательных подпрограмм,

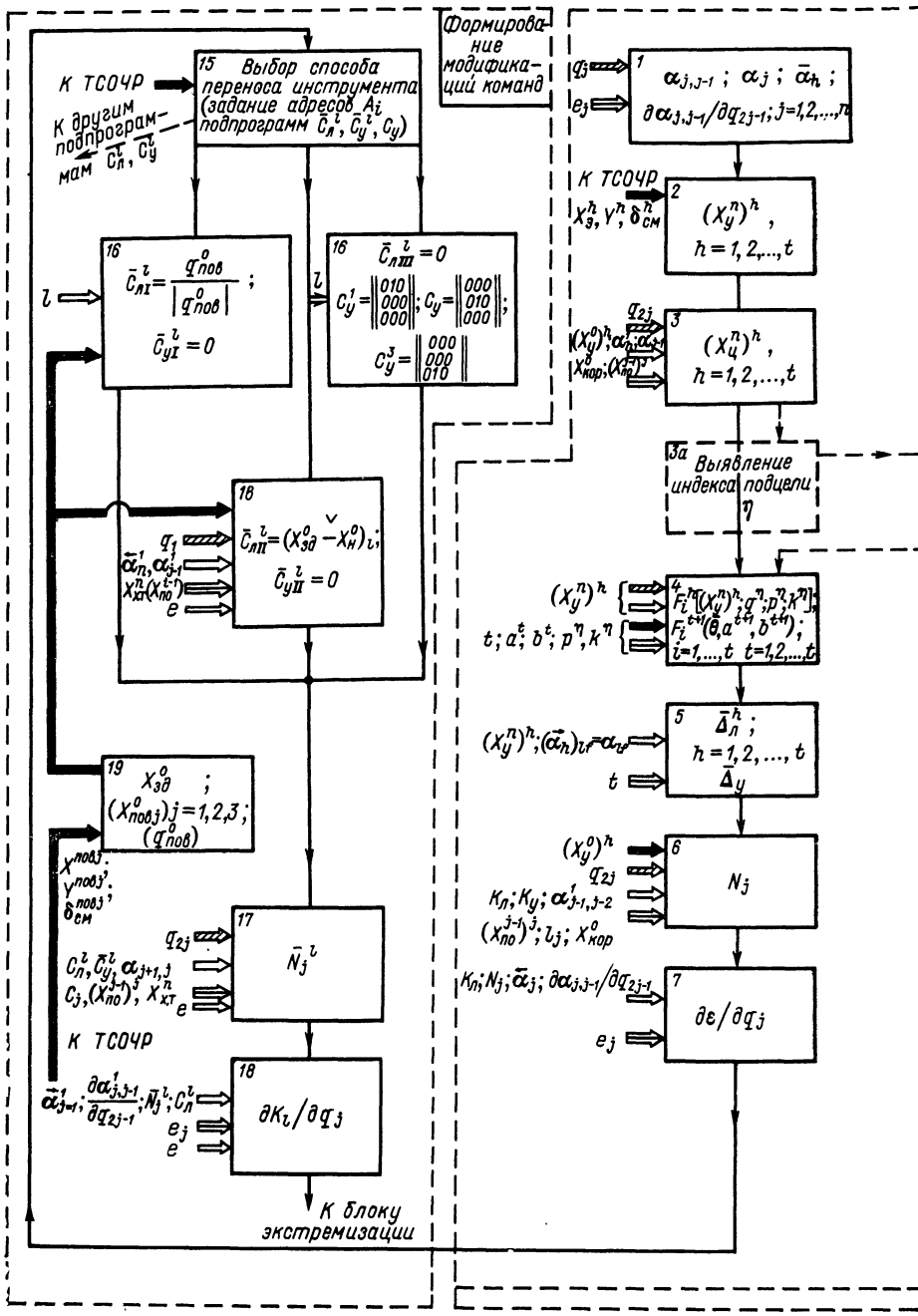
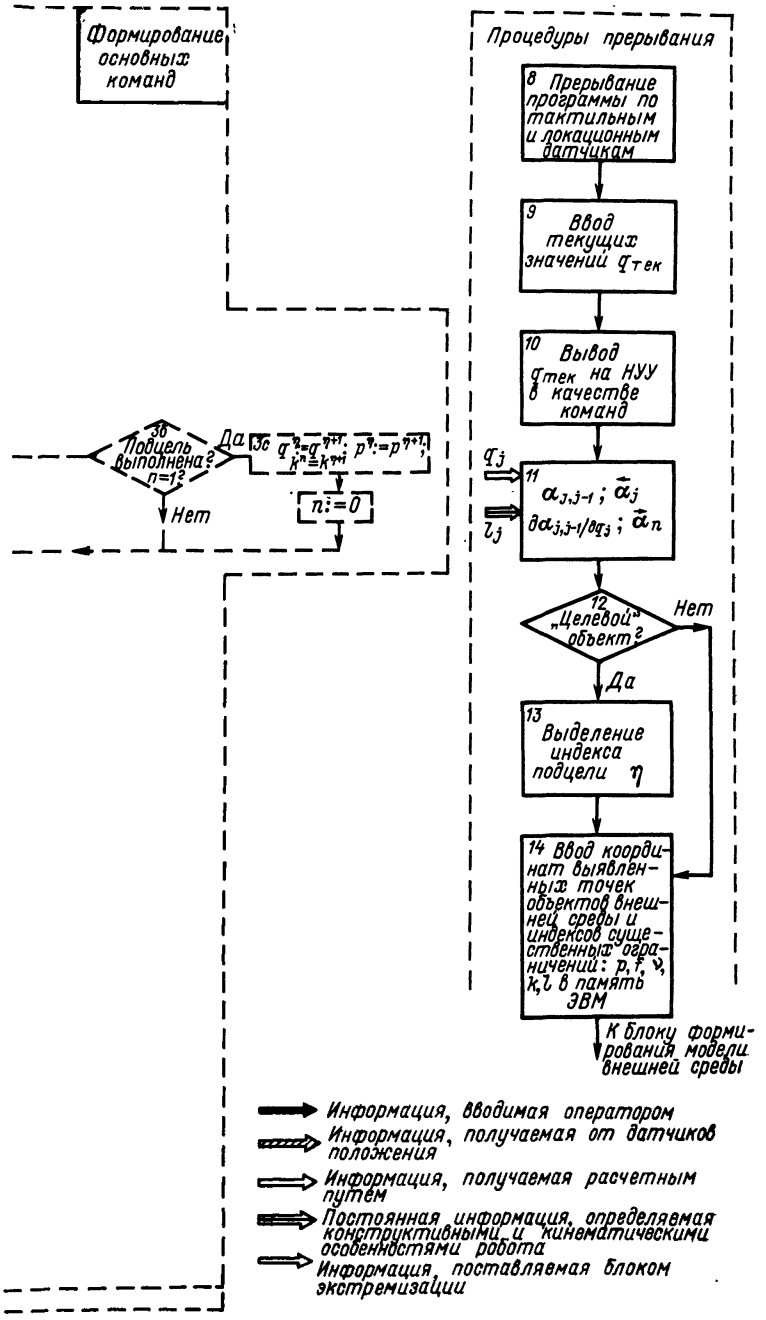


Рис. 67. Блок-схема обработки командной



информации и информации о внешней среде

упомянутых выше, например пересчета параметров $X_э^h$, $Y_э^h$, $\delta_{см}$ системы целеуказания в координаты $\left(X_ц^0\right)^h$ целевых точек внешней среды, расчета линейных $\overline{C}_л^l$ и угловых $\overline{C}_у$ векторов переноса, расчета нормалей $\left(q_{пов}^0\right)^\mu$ к плоскостям, ограничивающим полупространства допустимых положений манипулятора подводного робота [выражение (6.83)], подпрограмму «пробы на сдвиг» при определении целевых точек, подпрограммы, используемые при прерываниях программы в моменты срабатывания информационных датчиков и т. д. Работу всех этих подпрограмм и основных программных блоков координирует специальная программа-диспетчер в зависимости от типа выполняемой команды и способов ввода командной информации и информации о внешней среде.

Структура программы-диспетчера (операционной системы ТУУ) во многом определяется особенностями ЭВМ, на которой она должна быть реализована. Построение программы представляет самостоятельную техническую задачу, поэтому не будем касаться вопросов, связанных с ее синтезом.

Целесообразно, однако, для пояснения работы изученных алгоритмов рассмотреть соответствующие структурные схемы, в которые входят и некоторые вспомогательные подпрограммы и которые отражают возможные взаимодействия, осуществляемые программой-диспетчером между блоками основных алгоритмов и вспомогательными подпрограммами. Ранее нами уже была проанализирована блок-схема, иллюстрирующая программную реализацию алгоритма экстремизации функционала.

Блок-схема (рис. 67), соответствующая алгоритмам обработки командной информации, состоит из двух частей. Первая часть формирует составляющие градиента функционала, т. е. подготавливает информацию, необходимую для реализации команд первого класса (основных); вторая — формирует составляющие нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных способом переноса инструмента, т. е. подготавливает информацию, соответствующую модифицированной основной команде второго класса.

Первая часть блока включает следующие операции:

1. Формирование величин $\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}$, ${}^{n}\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j$, $\partial\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}/\partial\mathbf{q}_{2j-1}$, используемых в последующих расчетах.

2. Вычисление координат целевых точек $\left(X_ц^0\right)^h$ по параметрам $X_э^h$, $Y_э^h$, $\delta_{см}^h$, сформированным системой целеуказания, которая входит в технические средства общения человека и робота (ТСОЧР).

3. Вычисление координат целевых точек $\left(X_ц^n\right)^h$ в системе координат инструмента (n-е звено).

Для того чтобы была выполнена команда «взятие объекта», программа-диспетчер должна ввести в действие дополнительные операции:

3а. Выявление индекса подцели η, определяющего значения векторов деформации p^η, k^η и смещения q^η.

В соответствии с правилами, изложенными в § 33, если хотя бы одна точка $\left(X_{\text{ц}}^{n}\right)^{h}$ находится в зоне IV, то $\eta = 1$, если — в зоне III и нет точек в зоне IV, то $\eta = 2$ и т. д.

3б. Проверка признака П выполнения очередной подцели; значение признака $\text{П} = 1$ может формировать блок экстремизации функционала при выполнении очередной подцели, т. е. при достижении экстремума.

3в. Ввод новых коэффициентов деформации $p^{\eta+1}$, $k^{\eta+1}$ и смещения $q^{\eta+1}$, соответствующих $(\eta + 1)$-й подцели и используемых при вычислениях F_i^h (п. 4).

4. Формирование составляющих F_i^h $(h = 1, 2, \ldots, t + 1;$ $i = 1, 2, 3)$ целевой вектор-функции $F_{\text{зд}}$.

5. Формирование линейных $\overline{\Delta}_{\text{л}}^{h}$ $(h = 1, 2, \ldots, t)$ и угловых $\overline{\Delta}_{\text{у}}$ векторов рассогласования, а также угловой матрицы рассогласования $\mathbf{\Delta}_{\text{у}}$.

6. Формирование матриц $\mathbf{N}_j$.

7. Формирование составляющих градиента функционала $\partial\varepsilon/\partial q_j$.

8. Прерывание основной программы по срабатыванию соответствующих датчиков.

При автономном вводе информации о целевых точках с помощью тактильных или локационных датчиков программа-диспетчер обеспечивает выполнение нижеследующих операций после операции 8.

9. Ввод текущих значений обобщенных координат.

10. Вывод обобщенных координат в качестве команды на НУУ, в результате чего манипулятор фиксирует положение, соответствующее моменту срабатывания датчика.

11. Формирование величин $\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}$, $\overset{n\leftarrow}{\boldsymbol{\alpha}}_j$, $\partial\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}/\partial\mathbf{q}_{2j-1}$ и т. д. для обобщенных координат, соответствующих моменту прерывания.

12. Выявление целевого объекта, в простейшем случае — с помощью подпрограммы «пробы на сдвиг».

13. В случае идентификации точки объекта внешней среды как целевой осуществляется выявление индекса подцели, поскольку координаты этой точки $\left(X_{\text{ц}}^{n}\right)^{h}$ известны и соответствуют номеру тактильного датчика.

14. Ввод координат выявленных целевых точек $\left(X_{\text{ц}}^{n}\right)^{h}$ в память ЭВМ в качестве исходной информации для процедуры 4; ввод в память координат этих же точек и величин $\left(q_{\text{сх}}^{n}\right)^{k,\,l}$ или координат $\left(X_{\text{преп}}^{n}\right)^{\nu}$ и величин $\left(q_{\text{зд}}^{n}\right)^{k}$, а также индексов существенных ограничений n, k, l или n, f для использования этой информации в блоке обработки информации о внешней среде.

Вторая часть рассматриваемой блок-схемы включает следующие операции.

15. Выбор способа переноса инструмента, осуществляемый оператором с помощью ТСОЧР путем задания адресов A_i^0 подпрограммы формирования величин $\overline{C}_{\text{л}}^{l}$, $\overline{C}_{\text{у}}^{l}$, $\mathbf{C}_{\text{у}}^{l}$.

16. Реализацию подпрограммы вычисления величин $\overline{C}_л^l$, $\overline{C}_у{}^l$, $\mathbf{C}_у^l$, соответствующих заданному способу переноса. Для этого может потребоваться уточняющая информация о способе переноса, например нормаль $q_{пов}^0$ к плоскости, на заданном расстоянии от которой должен перемещаться рабочий инструмент. Она формируется по трем точкам $X_{пов\,j}^0$ при $j = 1, 2, 3$ по выражению (6.83) вспомогательной операцией (см. п. 19). Координаты $X_{пов\,j}^0$, в свою очередь, вычисляются по известным $X_э^{пов\,j}$, $Y_э^{пов\,j}$, $\delta_{см}^{пов\,j}$, сформированным системой целеуказания при участии оператора.

Значение индексов существенных ограничений l, определяющих, какой конкретно из векторов $\overline{C}_л^l$ и $\overline{C}_у^l$ должен быть вычислен, поставляются блоком экстремизации (см. п. 3а).

17. Формирование матриц $\overline{\mathbf{N}}_j^l$.

18. Формирование составляющих нормалей $\partial K_l/\partial q_j$ к гиперповерхностям существенных ограничений.

Приведенная структурная схема соответствует использованию блоком экстремизации первого алгоритма; на основании полученных в § 31 соотношений не представляет труда построить аналогичную блок-схему для второго алгоритма.

Алгоритм обработки информации о внешней среде включает следующие операции.

1. Формирование величин $\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}$, $\partial\boldsymbol{\alpha}_{j,\,j-1}/\partial\mathbf{q}_{2j-1}$ и т. д., используемых в последующих расчетах.

2. Вычисление координат отдельных точек на поверхности препятствий $\left(X_{преп}^0\right)^\nu$ по параметрам $X_э^\nu$, $Y_э^\nu$, $\delta_{см}^\nu$, сформированным системой целеуказания ТСОЧР, а также по координатам этих точек $\left(X_{преп}^p\right)^\nu$ в системе координат звеньев и обобщенным координатам q.

3. Формирование матриц $\overline{\mathbf{R}}_j^{p,\,f,\,\nu}$.

4. Формирование составляющих нормалей $\partial\psi_{p,\,f,\,\nu}^{II}/\partial q_j$ к гиперповерхностям существенных ограничений, характеризуемых неравенствами (5.39), левая часть которых удовлетворяет условиям (6.40), (6.41). Выявление индексов p, f, ν, l, k, соответствующих этим неравенствам, осуществляется блоком экстремизации (п. 3а), как и при выполнении операции 16 блока обработки командной информации.

5. Вычисление координат тройки точек $\left(X_{пов\,j}^0\right)^\mu$ при $j = 1$, 2, 3, принадлежащих μ-й плоскости, которая ограничивает полупространства допустимых положений манипулятора. Как и при выполнении операции 2, исходной информацией для расчета являются параметры $\left(X_э^{пов\,j}\right)^\mu$, $\left(Y_э^{пов\,j}\right)^\mu$, $\left(\delta_{см}^{пов\,j}\right)^\mu$.

6. Формирование нормалей $\left(q_{пов}^0\right)^\mu$ к ограничивающим плоскостям.

7. Формирование матриц $\mathbf{R}_j^{p,\,s,\,\mu}$.

8. Формирование составляющих нормалей $\partial\psi^{\mathrm{I}}_{p,s,\mu}/\partial q_j$ к гиперповерхностям существенных ограничений. Выявление индексов p, s, μ существенных ограничений осуществляется блоком экстремизации, как и в процедурах 3, 4.

9. Формирование составляющих нормалей $\partial\psi^{k+}_{i0}/\partial q_j$ и $\partial\psi^{k-}_{i0}/\partial q_j$ к гиперповерхностям существенных ограничений, обусловленных особенностями конструкции манипулятора подводного робота.

Выявление индекса j также осуществляется блоком экстремизации.

10. Прерывание основной программы по срабатыванию соответствующего датчика. При автономном вводе информации с помощью датчиков условимся аппроксимировать препятствие отдельными точками, т. е. исключим из рассмотрения ограничения, соответствующие неравенствам (5.38). В этом случае после операции 10 программа-диспетчер обеспечивает выполнение следующих операций.

11—12. Ввод и вывод текущих значений обобщенных координат, аналогично операциям 9, 10 блока обработки командной информации.

13. Ввод выявленных соответственно номеру сработавшего датчика координат точек препятствий $\left(X^{p}_{\text{преп}}\right)^{\nu}$, величин $\left(q^{p}_{\text{зв}}\right)^{f}$, $\left(q^{n}_{\text{сх}}\right)^{k,\,l}$ индексов существенных ограничений p, f, l, k в память ЭВМ в качестве исходной информации для операций 2, 3 формирования, $\left(X^{0}_{\text{преп}}\right)^{\nu}$ и $\overline{\mathbf{R}}^{p,f,\nu}$.

Далее для получения искомых составляющих нормалей $\partial\psi^{\mathrm{II}}_{p,s,\nu}/\partial q_j$ выполняются 1, 2, 3, 4-я операции рассматриваемой блок-схемы; отметим, что в данном случае величины $\boldsymbol{\alpha}_{j,j-1}$, $\overleftarrow{\boldsymbol{\alpha}}_j$ и т. д. вычисляются для значений обобщенных координат, соответствующих моменту прерывания.

Формирование нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных особенностями конструкции манипулятора, также удобно производить с помощью сигналов прерывания от датчиков положения манипулятора при достижении предельных значений обобщенных координат. В качестве таких датчиков могут быть использованы обычные конечные выключатели. В случае прерывания по сигналу от датчика i-й обобщенной координаты в соответствии с (6.80) все составляющие нормалей к гиперповерхностям конструктивных ограничений полагаются равными нулю, кроме составляющих $\partial\psi^{k+}_{i0}/\partial q_j = 1$ при $i = j$ или $\partial\psi^{k-}_{i0}/\partial q_j = -1$ при $i = j$, в зависимости от прерывания по достижении $q_{i\,\max}$ или $q_{j\,\min}$.

Таким образом, каждому конечному выключателю, прервавшему программу, при достижении $q_{i\,\max}$ или $q_{i\,\min}$ должен соответствовать индекс j_+ или j_-, определяющий правило формирования нормалей. При выполнении операции «взятие образца» структура блока не меняется. Отличие состоит лишь в правиле выявления индексов ν, k, l существенных ограничений, знание которых

необходимо при выполнении операции «взятие предмета». Это правило соответствует способу формирования ограничений на аргумент функционала при достижении подцелей, соответствующих операции «взятие образца». При индексе ν, соответствующем точке целевого объекта, и $p = n$ неравенства системы (5.39) будут соответствовать существенному ограничению, если удовлетворяется только условие (6.48), т. е. в данном случае не нужно дополнительно проверять группу ζ неравенств (6.43).

18. Прерывание программы.

Для выявления ограничений внешней среды при аппроксимации препятствий критическими моментами и усилиями, развиваемыми приводами (гл. 5, § 27), должны осуществляться операции, позволяющие сформировать составляющие нормалей $\partial F_{iq}/\partial q_j$ при $j = 1, 2, \ldots, m$; $i = 1, 2, \ldots, m$ к гиперповерхностям существенных ограничений. Эти операции включаются в работу программой-диспетчером после операции 18 при достижении критического момента или усилия, измеряемого соответствующим датчиком в i-м приводе. Эта операция, как и при срабатывании тактильных или локационных датчиков, выявляет существенные ограничения, соответствующие неравенствам (5.41), левая часть которых отличается от нуля менее чем на Δ_1.

19. Ввод текущих значений обобщенных координат.

20. Вывод этих же значений.

Эти операции аналогичны операциям 10 и 11, 14 и 15 этого же блока.

21. Вывод на НУУ в качестве команд обобщенных координат $q = q_{\text{тек}} + \Delta q$ (реализация «пробных шагов» по каждой из обобщенных координат) и измерение с помощью датчиков приращений моментов и усилий в приводах, обусловленных «пробными шагами».

22. Формирование нормали $\partial F_{iq}/\partial q_j$ гиперповерхности существенного ограничения в соответствии с (5.43).

Следует отметить, что вместо описанного способа учета ограничений при аппроксимации препятствий критическими моментами целесообразнее применять способ, основанный на использовании непрерывных алгоритмов экстремизации, описанный ниже.

На рис. 68 приведена блок-схема программы ТУУ в целом. Она отражает возможные связи между отдельными блоками, входящими в программное обеспечение ТУУ. Эти связи устанавливаются программой-диспетчером в зависимости от режима функционирования манипулятора подводного робота, который определяется характером взаимодействия с внешней средой, структурой командных фраз, соответствующих сложным операциям, и т. д. Сплошные линии показывают каналы ввода командной информации и информации о среде, задаваемой оператором с помощью ТСОЧР при функционировании манипулятора в режиме выполнения одиночных команд. При функционировании манипулятора в режиме выполнения командных фраз вся командная информация вводится в зону памяти, пересылками из которой ведает программа-диспетчер (канал ввода

показан на рис. 68 пунктиром). В задачу ее в этом случае входит реализация командной фразы (см. блок *1*). Эта программа координирует работу подпрограмм, в том числе и вводит командную информацию в блоки ее обработки, освобождая тем самым от этих задач оператора. Информация об очередной команде вводится только после выполнения предыдущей. По окончании ввода командной информации и информации о среде оператор дает сигнал об исполнении программы.

Работа программы начинается с ввода информации от датчиков положений манипулятора о начальном значении обобщенных координат q. Далее в результате работы блока обработки информации о среде *3* и блока обработки командной информации *4* составляется матрица ограничений **Ф**, которая несет всю необходимую информацию для блока экстремизации *5*. Следует отметить, что в отличие от программ этих блоков в данную структурную схему введены операции проверки наличия существенных ограничений ($C_i = 1$?), признаки которых, как выше было отмечено, формируются блоком экстремизации. Благодаря этому при отсутствии существенных ограничений экономится время вычисления. Работа блоков *3*, *4*, *5*, как видно на рис. 68, образует цикл. Очередная команда $q^{k+1} = q^k + \mu\delta q^k$ для НУУ, вводимая в БЗУ, вырабатывается в результате завершения очередного цикла.. Каждый цикл использует новые данные об обобщенных координатах, полученные в предыдущем цикле.

Выход из цикла осуществляется либо в результате достижения экстремума, после чего имеет место ожидание выполнения команд, накопленных в БЗУ, либо в результате прерывания программы по сигналам от датчиков сбора информации.

Прерывание программы по сигналам от датчиков положения (операция 6) происходит в момент выполнения НУУ очередной команды. Этот момент может фиксироваться по величинам рассогласования между значениями заданных и текущих значений компонент вектора q^k. Данный вид прерывания приводит к работе блока вывода очередной команды из БЗУ на низший уровень (операция 7). После этого происходит либо возвращение к старой программе (в место ее прерывания), либо к программе-диспетчеру, которая подготавливает блоки, входящие в программное обеспечение ТУУ, к выполнению следующей команды, указанной во фразе. Этот перевод к программе-диспетчеру осуществляется в том случае, если достигнут экстремум (операция 9) и выполнена вся накопленная в БЗУ последовательность команд для НУУ (операция 8). Прерывание программы по сигналам от других датчиков сбора информации происходит, если информация об окружающей среде, вводимая оператором в блоки программы тактического уровня, неполная. Поэтому модель среды, сформированная с помощью соответствующих блоков программы, которая отражает ограничения на аргумент функционала, также неполная.

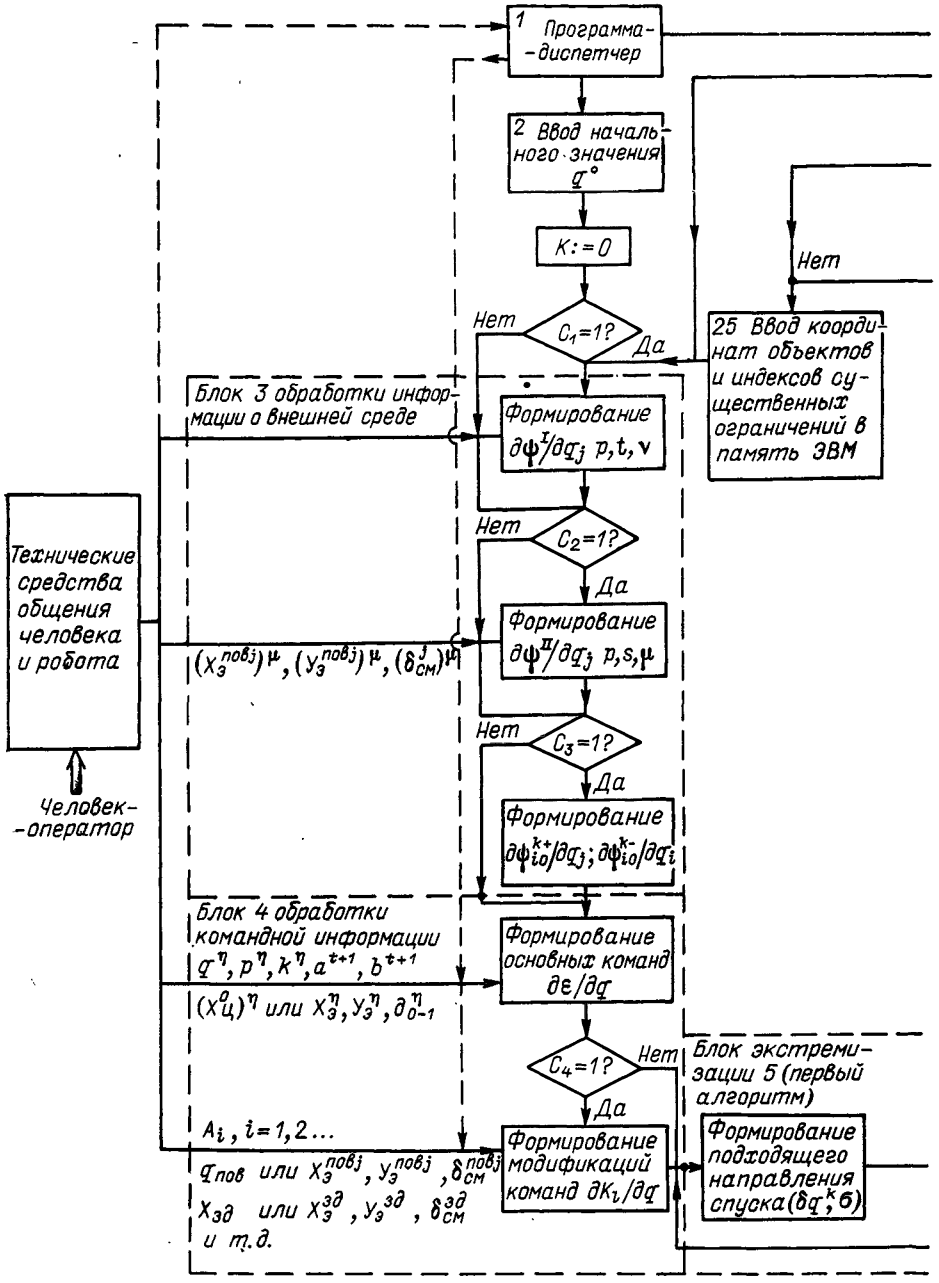
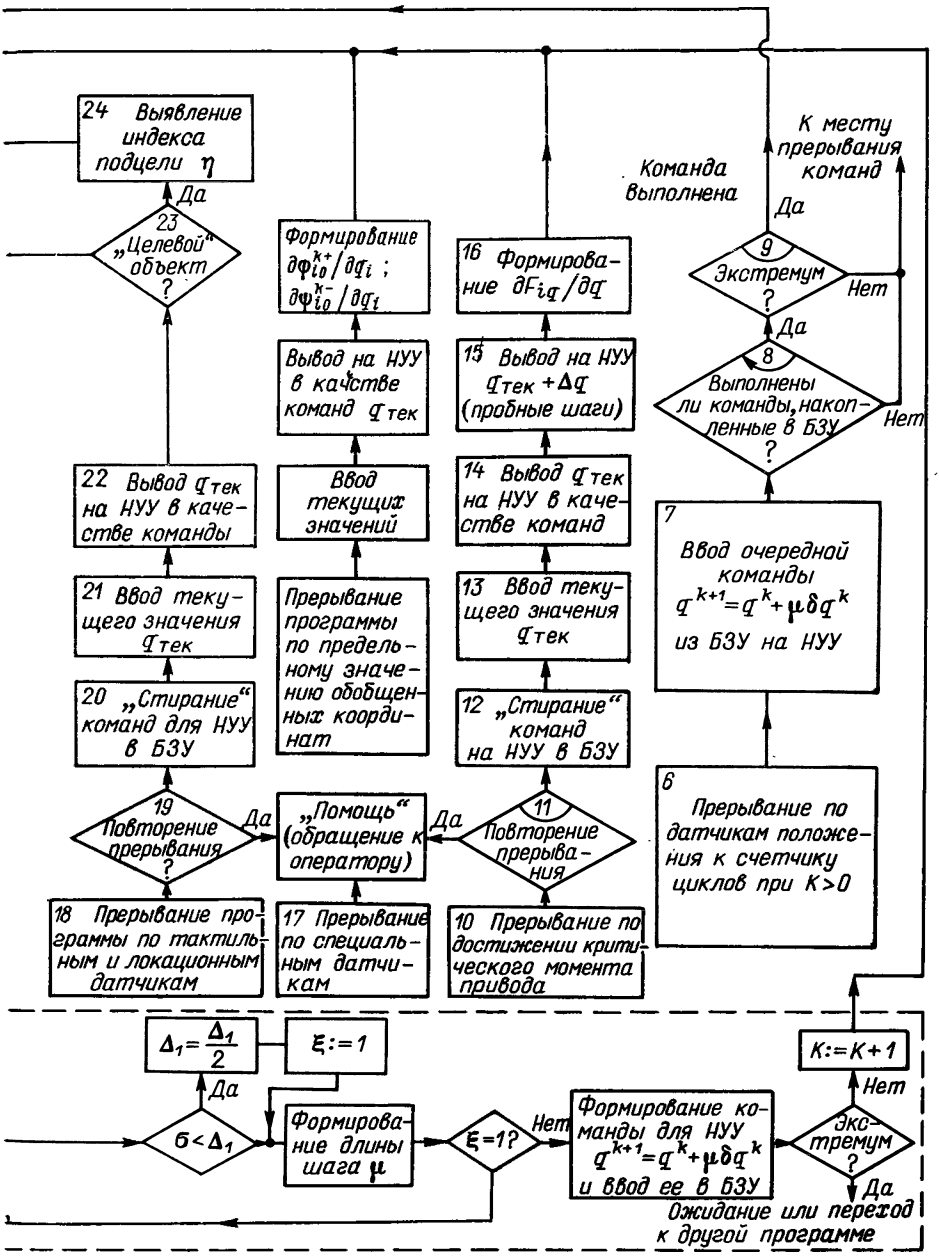


Рис. 68. Блок-схема



программы ТУУ

В связи с этим в процессе выполнения команд возможны непосредственные взаимодействия манипулятора подводного робота со средой с помощью информационных датчиков, что позволяет уточнить модель среды и выполнить команды.

В простейшем случае прерывание происходит по сигналам от датчиков измерения моментов в приводах (операция 10), если эти моменты достигают критической величины. Прерывание может происходить и по сигналам от тактильных датчиков или датчиков ближней локации, которые фиксируют предметы или препятствия, не отраженные первоначальной моделью среды.

Прерывание программы по сигналам от датчиков моментов особенно характерно при выполнении команд по переносу объектов с учетом наложенных механических связей (выдвижение стержня в направляющих, поворот рычага и т. д.), поскольку априорную информацию об этих связях получить весьма затруднительно. После прерывания следуют уже описанные при анализе блока обработки информации о внешней среде операции ввода—вывода текущих значений обобщенных координат 13, 14 и операции реализации пробных шагов и формирование нормалей $\partial F_{iq}/\partial q_j$ к гиперповерхностям существенных ограничений 15, 16. После чего происходит обращение к блоку обработки информации о внешней среде, т. е. возобновление основного цикла.

Прерывание программы по сигналам от тактильных или локационных датчиков (операция 18) осуществляется при соприкосновении манипулятора с целевыми объектами и препятствиями или при весьма близком нахождении от них. После прерывания следуют операции 19—22, аналогичные операциям 11—14. Наконец, после операций выявления целевого объекта 23, определения индекса η подцели 24, ввода координат выявленных точек объектов и индексов существенных ограничений 25 происходит возвращение к основному циклу минимизации через блок формирования модели внешней среды.

При прерывании программы по сигналам от датчиков, фиксации предельных значений обобщенных координат $q_{\min}$, $q_{\max}$ и происходит возобновление основного цикла.

При многократном повторении прерывания по сигналам от датчиков одного типа после выполнения каждой команды, выводимой на низший уровень, предусмотрено обращение за помощью к оператору (операция 11). Оператор вмешивается в процесс управления либо путем задания новой команды с помощью телетайпа или специального пульта и системы целеуказания, либо с помощью использования входящего в ТСОЧР дополнительного командного устройства — задающей рукоятки, позволяющей управлять манипулятором подводного робота в копирующем режиме или в режиме управления «по скорости». Предусматривается в более сложном случае прерывание программы по сигналам от специальных информационных устройств (операция 17), с помощью которых анализируются более тонкие особенности внешней среды.

При любом прерывании программы по сигналам от датчиков сбора информации о внешней среде следует операция уничтожения («стирания») команд 12, накопленных в БЗУ в процессе реализации циклов минимизации функционала, поскольку при формировании этих команд не учитывались особенности внешней среды, выявленные датчиком.

§ 34. Прямой способ формирования команд управления для низшего управляющего уровня

Рассмотренные в предыдущих параграфах этой главы способы формирования команд управления для НУУ пригодны для самых разнообразных кинематических схем манипуляторов и видов команд управления. Описываемый ниже так называемый прямой способ формирования команд управления для НУУ применим только в частных случаях, когда удается определить вектор обобщенных координат q_k, соответствующий нулевому минимуму функционалов (6.1), (6.2), путем нахождения точного решения трансцендентных уравнений, получаемых по конечным формулам из условия равенства этого функционала нулю. Это справедливо только для некоторых кинематических схем и видов команд. При прямом способе команды для НУУ формируются в процессе минимизации функционала весьма простого вида

$$\varepsilon_{\text{п}}\,|q| = |q_k - q|^2. \tag{6.84}$$

Минимизация функционала (6.84), как и функционала (6.1), производится методами, описанными в § 30. К достоинствам предлагаемого способа прежде всего относится значительное сокращение машинного времени формирования команд управления для НУУ и экономия памяти ЭВМ.

Это обусловлено чрезвычайной простотой выражений для составляющих градиента минимизируемого функционала (6.84), а именно:

$$\partial\varepsilon_{\text{п}}(q)/\partial q_j = 2\,(q_{jk} - q_j);\quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ m.$$

Дополнительная же процедура определения конечных значений обобщенных координат q_{jk}, как будет показано ниже, сводится к однократному применению формул менее сложной структуры, чем, например, формулы (6.66), (6.67), для составляющих градиента функционала, которые к тому же должны многократно использоваться при формировании команд для НУУ ранее изложенным способом.

Следует отметить, что указанное преимущество в значительной мере уменьшается при необходимости учета ограничений внешней среды, так как требуется формировать модель среды, т. е. вычислять составляющие нормалей к гиперповерхности существенных ограничений, которые определяются сложными выражениями (6.76) — (6.79).

Весьма существенным положительным свойством прямого способа является отсутствие локальных минимумов функционала (6.84), обусловленных конструктивными ограничениями. Это увеличивает вероятность сходимости функционала (6.84) к глобальному минимуму, т. е. вероятность выполнения команды.

Другим преимуществом рассматриваемого метода является простота обеспечения некоторых способов переноса рабочего инструмента, т. е. реализации команд второго класса, а следовательно, экономия машинного времени и памяти. При использовании вышеописанных приемов формирования команд для НУУ с целью обеспечения заданного способа приходится учитывать дополнительные ограничения вида (6.43) и минимизировать функционал (6.1), (6.2) с их учетом. Это, в частности, приводит к необходимости вычисле-

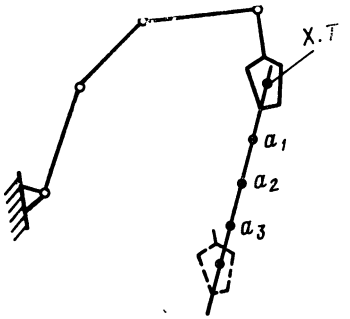


Рис. 69. Перенос характеристической точки рабочего инструмента по прямой при использовании прямого метода формирования команд на НУУ

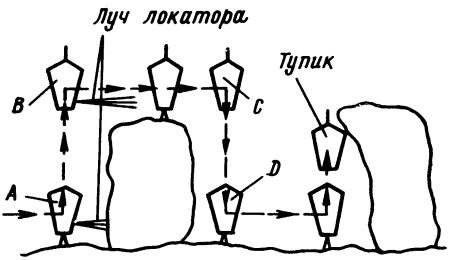


Рис. 70. Способ обхода препятствий при выполнении операций сканирования

ния по весьма сложным выражениям (6.71), (6.72) составляющих нормалей к гиперповерхностям существенных ограничений.

При прямом методе формирования команд для НУУ наиболее распространенные способы переноса рабочего инструмента (по заданной траектории в пространстве $W_R^н$ положений рабочего инструмента, коллинеарно и т. п.) могут быть реализованы следующим двухступенчатым приемом. Сначала в соответствии с требуемым способом переноса задается последовательность положений рабочего инструмента в пространстве $W_R^н$ на пути к цели. Это, как правило, осуществляется весьма просто, например, при перемещении характеристической точки рабочего инструмента по заданной прямой (рис. 69) необходимо с определенным шагом выбрать на этой прямой последовательность точек a_0, a_1, a_2 . . . и так задать последовательные положения рабочего инструмента, чтобы характеристическая точка в каждом положении инструмента совпадала с выбранными на прямой точками.

После этого находят значения обобщенных координат для каждого из заданных положений рабочего инструмента, которые и являются величинами, пропорциональными командам для НУУ. Эта задача сводится к решению уравнений, получаемых из условия равенства нулю функционалов вида (6.1), (6.2), соответствующих квадрату расстояния между каждым предыдущим и последующим положениями рабочего инструмента. Задаваемый способ переноса будет, очевидно, выдерживаться тем точнее, чем меньше расстояния между последовательными положениями инструмента.

Описанный прием, позволяющий строить движения рабочего инструмента по заданным траекториям в пространстве $W_R^{\text{н}}$ и при необходимости учета препятствий внешней среды, может быть использован вместо общего метода, описанного в § 31. Дополнительная трудность в этом случае состоит в нахождении траектории обхода препятствия рабочим инструментом. Реализация движения инструмента по найденной траектории осуществляется точно так же, как и в предыдущем случае. Этот прием упрощает вычислительные процедуры формирования команд для НУУ. Однако при этом теряется общность и единообразие учета особенностей внешней среды, характерных для ранее описанного метода.

Действительно, приходится формировать некоторые частные правила построения траекторий обхода препятствий манипулятором подводного робота, применимые только для данного класса внешней среды и типа информационного обеспечения робота. Но даже такие ограничения не дают полной гарантии обхода препятствий.

Пусть, например, схват манипулятора подводного робота оснащен ультразвуковыми локационными датчиками (рис. 70).

Среда данного класса, в которой функционирует подводный робот, характеризуется достаточно ровной поверхностью дна, на которой имеются препятствия в виде локальных выступов — камней. Возможным правилом построения траектории обхода этих препятствий при выполнении операции сканирования поверхности дна рабочим инструментом может быть следующее. При обнаружении препятствия боковым локационным датчиком (рис. 70, положение схвата A) задается коллинеарное перемещение рабочего инструмента по вертикальной траектории вверх до тех пор, пока локационный датчик «не потеряет» препятствия (положение схвата B). Далее следует продолжение движения схвата в заданном направлении до тех пор, пока нижний локационный датчик «не потеряет» препятствия (положение C), после этого следует перемещение рабочего инструмента вертикально вниз до срабатывания нижнего локационного датчика (положение D) и перемещение в заданном направлении. Описанный способ обхода препятствий был практически использован при построении движений манипулятора подводного робота, управляемого ЭВМ. Изменение пространства, т. е. класса среды, например появление препятствия типа «навес»,

делает описанное правило обхода препятствий неработоспособным (см. рис. 70).

Прямой способ формирования команд для НУУ применим лишь для некоторых видов кинематических схем манипулятора и типов команд тактического уровня. Характерной особенностью этих команд является возможность задания их с помощью одного вектора, размерность которого равняется числу обобщенных координат манипулятора робота. Это делает систему уравнений, получаемых из условия равенства функционала нулю, определенной, так как исключает бесконечное множество решений. При несоблюдении этих условий, когда число степеней свободы больше размерности вектора, задающего команду, приходится изыскивать специальные ограничивающие условия, делающие задачу определенной. Эти ограничения имеют необщий характер, что само по себе плохо, кроме того, далеко не рациональным образом используется избыточность манипулятора робота, а это, в свою очередь, исключает возможность проявления принципа концентрации усилий, характерного для градиентных методов формирования команд для НУУ. Помимо этого, кинематика манипулятора робота в этих случаях должна быть такой, чтобы уравнения, соответствующие ей и получаемые

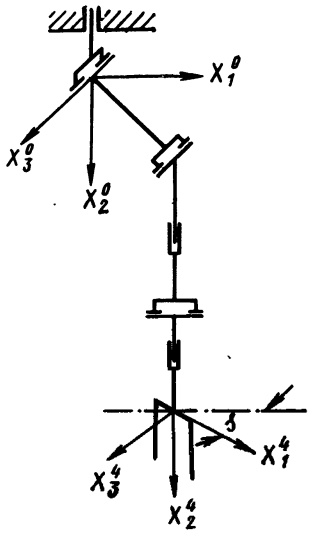


Рис. 71. Стандартное положение инструмента, при котором существенно упрощается выражение для обобщенных координат

из условия равенства функционалов (6.1), (6.2) нулю, можно было разбить на две или несколько подсистем, причем первая должна связывать только i из m обобщенных координат, вторая $i_1 + i_2$ и т. д. Это позволяет свести процесс нахождения корней уравнений к последовательному получению корней для более простых систем, включающих меньше неизвестных.

Как видно из изложенного, наиболее сложной задачей при прямом методе является нахождение точных решений уравнений, связывающих обобщенные координаты манипулятора и вектор, определяющий команду. Эти уравнения получают из условия равенства функционала нулю.

На рис. 71 приведена достаточно распространенная кинематическая схема манипулятора подводного робота, для которой удается найти точное решение указанных уравнений, определяющих типичную команду «переместить рабочий инструмент в заданную точку пространства».

Функционал рассогласования для этой команды в соответствии с (6.2) при абсолютном задании пространственного положения первого вида запишется как

$$\varepsilon^{\text{п}}(w^{\text{п}}) = |w^{\text{п}}_{\text{зд}} - w^{\text{п}}|^2,$$

где $w^{\text{п}}_{\text{зд}}$, $w^{\text{п}}$ определяются (5.13) и (5.17).

Из условия равенства этого функционала нулю, полагая характеристическую точку инструмента совпадающей с его полюсом $X^0_{\text{х. т}} = (X^0_{\text{п}})^n$, получим следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &X^0_{\text{х. т. зд}} - X^0_{\text{х. т}} = (X^0_{\text{п}})^n_{\text{зд}} - (X^0_{\text{п}})^n = 0; \\ &(\vec{\alpha}_n)_{ij\,\text{зд}} - (\vec{\alpha}_n)_{ij} = 0, \quad i = 1,\ 2,\ 3, \quad j = 1,\ 2,\ 3, \end{aligned}\right\} \tag{6.85}$$

где $(X^0_{\text{п}})^n$ и $(\vec{\alpha}_n)$ представляются соответственно выражениями (5.6) и (5.1).

В соответствии с общим методом описания кинематики манипулятора подводного робота можно считать, что манипулятор имеет шесть звеньев, однако три из них (1, 3, 5) вырождены, т. е. их длины равны нулю $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_5 = 0$.

Следовательно, в выражении (5.6) для $(X^0_{\text{п}})^n$ величины $(X^{i-1}_{\text{п}})^i = (0,\ \lambda_{i-1},\ 0) = 0$ при $i = 2,\ 4,\ 6$.

Кроме того, в рассматриваемом случае $q_2 = q_4 = q_6 = q_8 = q_{10} = q_{12} = 0$. Учитывая это и полагая, что координатная система корпуса манипулятора совпадает с неподвижной системой координат, т. е. $\alpha_0 = \mathbf{E}$, $X_{\text{кор}} = 0$, и полюс первого звена совпадает с началом координат неподвижной системы координат, т. е. $(X^0_{\text{п}})^1 = 0$, запишем на основании (5.6) первые три равенства системы (6.85) в следующем виде:

$$(X^0_{\text{п}})^n_{\text{зд}} = (X^0_{\text{п}})^6_{\text{зд}} = \vec{\alpha}'_2 (X^2_{\text{п}0})^3 + \vec{\alpha}'_4 (X^4_{\text{п}0})^5, \tag{6.86}$$

где в соответствии с (5.1)

$$\vec{\alpha}'_2 = \alpha'_0 \alpha'_{1,0} \alpha'_{2,1};$$

$$\vec{\alpha}'_4 = \alpha'_0 \alpha'_{1,0} \alpha'_{2,1} \alpha'_{3,2} \alpha'_{4,3}.$$

В соответствии с кинематикой манипулятора и выражениями (5.44)

$$\alpha'_{i,\,i-1} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_{2j-1} & -\sin q_{2j-1} \\ 0 & \sin q_{2j-1} & \cos q_{2j-1} \end{Vmatrix}; \quad i = 2,\ 3,\ 5 \tag{6.87}$$

$$\alpha'_{i,\,i-1} = \begin{Vmatrix} \cos q_{2j-1} & 0 & \sin q_{2j-1} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_{2j-1} & 0 & \cos q_{2j-1} \end{Vmatrix}.$$
$$i = 1,\ 4,\ 6$$

Заменив в (6.86) $\vec{\alpha}_2^1$ и $\vec{\alpha}_4^1$ их значениями из (6.87), получим первую подсистему трех уравнений относительно трех обобщенных координат q_1, q_3, q_5:

$$\left.\begin{aligned} (X^0_{1п})^6_{зд} &= \sin q_1 \sin q_3 \lambda_2 + \sin q_1 \sin (q_3 + q_5)\, \lambda_4; \\ (X^0_{2п})^6_{зд} &= \cos q_3 \lambda_2 + \cos (q_3 + q_5)\, \lambda_4; \\ (X^0_{3п})^6_{зд} &= \cos q_1 \sin q_3 \lambda_2 + \cos q_1 \sin (q_3 + q_5)\, \lambda_4, \end{aligned}\right\} \quad (6.88)$$

из которой находим

$$\left.\begin{aligned} \cos q_1 &= \frac{(X^0_{3п})^6_{зд}}{\pm\sqrt{[(X^0_{3п})^6_{зд}]^2 + [(X^0_{1п})^6_{зд}]^2}}; \\ \cos q_5 &= \frac{[(X^0_{1п})^6_{зд}]^2 + [(X^0_{2п})_{зд}]^2 + [(X^0_{3п})^6_{зд}]^2 - \lambda_2^2 - \lambda_4^2}{2\lambda_3\lambda_4}; \\ \cos q_3 &= \frac{(X^0_{2п})^6_{зд}(\lambda_2 + \cos q_5 \lambda_4) \pm \pm\lambda_4 \sqrt{\{[(X^0_{1п})^6_{зд}]^2 + [(X^0_{3п})^6_{зд}]^2\}(1 - \cos^2 q_5)}}{[(X^0_{1п})^6_{зд}]^2 + [(X^0_{2п})^6_{зд}]^2 + [(X^0_{3п})^6_{зд}]^2}. \end{aligned}\right\} \quad (6.89)$$

Если ограничиться пределами изменения обобщенных координат $-\pi \leqslant q_i \leqslant \pi$, то каждому из возможных значений косинусов обобщенных координат соответствуют два угла, отличающихся знаками. Для получения значений обобщенных координат, удовлетворяющих системе (6.88), подставляем полученные значения (6.89) в (6.88) и требуем их удовлетворения. В результате получаем следующие выражения знаков углов для выбранных возможных значений конусов:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sign} q_1 &= \operatorname{sign} \cos q_1\, (X^0_{1п})^6_{зд} / (X^0_{3п})^6_{зд}; \\ \operatorname{sign} q_3 &= \operatorname{sign} (X^0_{1п})^6_{зд} / (\lambda_1 + \lambda_2 \cos q_5); \\ \operatorname{sign} q_5 &= \operatorname{sign} (X^0_{1п})^6_{зд} / \cos q_3. \end{aligned}\right\} \quad (6.90)$$

Для того чтобы определить обобщенные координаты q_7, q_9, q_{11} через заданные направляющие косинусы $(\vec{\alpha}_n)_{ijзд}$ и найденные из (6.89) координаты q_1, q_3, q_5, воспользуемся второй группой уравнений (6.85), связывающих направляющие косинусы. Подставив компоненты $(\vec{\alpha}_n)_{21}$, $(\vec{\alpha}_n)_{22}$, $(\vec{\alpha}_n)_{23}$ матрицы $\vec{\alpha}_n = \vec{\alpha}_6$, выраженные через обобщенные координаты с помощью (5.1), (5.44), в соответст-

вующие уравнения системы (6.85), получим вторую подсистему из трех уравнений относительно q_7, q_9:

$$\left.\begin{aligned}
(\vec{\alpha}_6)_{21\,зд} &= \cos q_1 \sin q_7 \sin q_9 + \sin q_1 \sin (q_3+q_5) \cos q_9 + \\
&\quad + \sin q_1 \cos (q_3+q_5) \cos q_7 \sin q_9; \\
(\vec{\alpha}_6)_{22\,зд} &= \cos (q_3+q_5) \cos q_9 - \sin (q_3+q_5) \cos q_7 \sin q_9; \\
(\vec{\alpha}_6)_{23\,зд} &= -\sin q_1 \sin q_7 \sin q_9 + \cos q_1 \sin (q_3+q_5) \times \\
&\quad \times \cos q_9 + \cos q_1 \cos (q_3+q_5) \cos q_7 \sin q_9.
\end{aligned}\right\} \quad (6.91)$$

Введя вспомогательные переменные $X_1 = \sin q_7 \sin q_9$, $X_2 = \cos q_9$, $X_3 = \cos q_7 \sin q_9$, приведем систему (6.91) к линейному виду относительно этих переменных, что позволяет найти

$$\cos q_9 = (\vec{\alpha}_6)_{22\,зд} \cos (q_3+q_5) + \\ + [(\vec{\alpha}_6)_{21\,зд} \sin q_7 + (\vec{\alpha}_6)_{23\,зд} \cos q_5] \sin (q_3+q_5). \quad (6.92)$$

Из второго уравнения подсистемы (6.91) определим

$$\cos q_7 = \pm \frac{\cos (q_3+q_5) \cos q_9 - (\vec{\alpha}_6)_{22\,зд}}{\sin (q_3+q_5) \sqrt{1-\cos^2 q_9}}. \quad (6.93)$$

Из условия удовлетворения полученных значений косинусов уравнениям (6.91) находим выражения, определяющие знаки углов q_7 и q_9 для выбранных возможных значений косинусов:

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{sign} q_7 &= \operatorname{sign} \frac{(\vec{\alpha}_6)_{21\,зд} \cos q_1 - (\vec{\alpha}_6)_{23\,зд} \sin q_1}{\operatorname{sign} q_9}; \\
\operatorname{sign} q_9 &= \operatorname{sign} \frac{\cos (q_3+q_5) [\cos q_1 (\vec{\alpha}_6)_{23\,зд} + \sin q_1 (\vec{\alpha}_6)_{21\,зд}] - (\vec{\alpha}_6)_{22\,зд} \sin (q_3+q_5)}{\cos q_7}.
\end{aligned}\right\} \quad (6.94)$$

Последняя вспомогательная подсистема для определения q_{11} соответствует уравнениям

$$(\vec{\alpha}_6)_{11\,зд} - (\vec{\alpha}_6)_{11} = 0; \quad (\vec{\alpha}_6)_{31\,зд} - (\vec{\alpha}_6)_{31} = 0 \quad (6.95)$$

системы (6.85).

С помощью (5.1), (5.44) приведем (6.95) к виду

$$(\vec{\alpha}_6)_{11\,зд} = (\vec{\alpha}_5)_{11} \cos q_{11} - (\vec{\alpha}_5)_{31} \sin q_{11}; \\ (\vec{\alpha}_6)_{31\,зд} = (\vec{\alpha}_5)_{31} \cos q_{11} + (\vec{\alpha}_5)_{11} \sin q_{11},$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&(\vec{\alpha}_5) = \alpha_{5,4}\alpha_{4,3}\alpha_{3,2}\alpha_{2,1}\alpha_{1,0};\\
&(\vec{\alpha}_5)_{11} = \cos q_1 \cos q_7 - \sin q_1 \cos (q_3 + q_5) \sin q_7;\\
&(\vec{\alpha}_5)_{31} = \cos q_1 \sin q_7 \cos q_9 - \sin q_1 \sin (q_3 + q_5) \sin q_9 +\\
&\qquad + \sin q_1 \cos (q_3 + q_5) \cos q_7 \cos q_9.
\end{aligned}\right\} \quad (6.96)$$

Откуда

$$\left.\begin{aligned}
&\cos q_{11} = \frac{(\vec{\alpha}_6)_{11\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{11\,\text{зд}} + (\vec{\alpha}_6)_{31\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{31}}{[(\vec{\alpha}_5)_{11}]^2 + [(\vec{\alpha}_5)_{31}]^2};\\
&\operatorname{sign} q_{11} = \operatorname{sign} \frac{(\vec{\alpha}_6)_{31\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{11} - (\vec{\alpha}_6)_{11\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{31}}{[(\vec{\alpha}_5)_{11}]^2 + [(\vec{\alpha}_5)_{31}]^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (6.97)$$

Вместо выражения (6.97) во избежание неопределенности при $(\vec{\alpha}_5)_{11} = (\vec{\alpha}_5)_{31} = 0$ можно воспользоваться нижеследующей формулой, полученной при решении уравнений

$$(\vec{\alpha}_6)_{12\,\text{зд}} - (\vec{\alpha}_6)_{12} = 0; \quad (\vec{\alpha}_6)_{32\,\text{зд}} - (\vec{\alpha}_6)_{32} = 0$$

системы (6.85):

$$\left.\begin{aligned}
&\cos q_{11} = \frac{(\vec{\alpha}_6)_{12\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{12} + (\vec{\alpha}_6)_{32\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{32}}{[(\vec{\alpha}_5)_{12}]^2 + [(\vec{\alpha}_5)_{32}]^2};\\
&\operatorname{sign} q_{11} = \operatorname{sign} \frac{(\vec{\alpha}_6)_{32\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{12} - (\vec{\alpha}_6)_{12\,\text{зд}}(\vec{\alpha}_5)_{32}}{[(\vec{\alpha}_5)_{12}]^2 + [(\vec{\alpha}_5)_{32}]^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (6.98)$$

Полученные формулы (6.89) — (6.94), (6.96) — (6.98) позволяют найти значения обобщенных координат для заданного положения рабочего инструмента, определяемого положением целевой точки пространства $(X_{\text{п}}^0)_{\text{зд}}^n$ и направляющими косинусами $(\vec{\alpha}_n)_{ij\,\text{зд}}$.

Из формул следует, что при данной кинематике манипулятора одной целевой точке $(X_{\text{п}}^0)_{\text{зд}}^n$ соответствуют четыре возможных набора углов q_1, q_3, q_5 и данному набору углов для заданной матрицы $(\vec{\alpha}_n)_{\text{зд}}$ соответствуют два подходящих набора углов q_7, q_9, q_{11}.

Для ряда стандартных положений рабочего инструмента выражения для обобщенных координат значительно упрощаются.

Пусть, например, матрица направляющих косинусов имеет вид

$$(\vec{\alpha}_6)_{\text{зд}} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{Vmatrix}, \text{ т. е.}$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{11\ зд} = \cos\varphi; \quad (\vec{\alpha}_6)_{22\ зд} = 1;$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{12\ зд} = 0; \quad (\vec{\alpha}_6)_{23\ зд} = 0;$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{31\ зд} = -\sin\varphi; \quad (\vec{\alpha}_6)_{21\ зд} = 0;$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{32\ зд} = 0.$$

Это положение манипулятора соответствует параллельности и совпадению по направлению координатной оси X_2 схвата с соответствующей осью X_2^0 неподвижной системы координат и повороту схвата вокруг этой оси на угол φ в положительном направлении (см. рис. 71).

Тогда из (6.92), (6.93) следует:

$$\cos q_9 = \cos(q_3 + q_5); \quad \cos q_7 = \pm 1.$$

Для $\cos q_7 = 1$ в соответствии с (6.94)

$$q_9 = -(q_3 + q_5); \quad q_7 = 0. \tag{6.99}$$

Из (6.96) следует $(\vec{\alpha}_5)_{11} = \cos q_1$; $(\vec{\alpha}_5)_{31} = \sin q_1$ и в соответствии с (6.97)

$$\cos q_{11} = \cos(\varphi + q_1); \quad \operatorname{sign} q_{11} = -\varphi - q_1, \tag{6.100}$$

т. е.

$$q_{11} = -\varphi - q_1.$$

Таким образом, существенно упростились формулы, по которым находят q_7, q_9, q_{11}.

Аналогично можно упростить уравнение для ряда других стандартных, но достаточно широко используемых при задании команд-операций положений манипулятора подводного робота. При этом значительно сокращается объем вычислений, и применение описанного метода становится еще более целесообразным.

В выражениях, определяющих обобщенные координаты, заданные значения направляющих косинусов можно заменить их представлениями в (5.2) через углы Эйлера. В таком виде формулы удобнее использовать, особенно если вращение инструмента задается углами Эйлера.

Наконец, направляющие косинусы $(\vec{\alpha}_n)_{ij\ зд}$ и целевую точку в выражениях, определяющих обобщенные координаты, можно заменить некоторыми другими величинами, через которые для какой-нибудь операции удобнее выразить положение рабочего инструмента. Рассмотрим, например, операцию взятия объектов прямоугольной формы, произвольно расположенных на плоской поверхности дна. Предположим, что с помощью сенсорной системы робота или при участии оператора, использующего систему целеуказания, удается найти координаты центра симметрии этих объектов $X_{пр}$ и угол β, характеризующий поворот предмета относительно неподвижной системы координат X_1^0, X_2^0, X_3^0 (рис. 72). Так как

поверхность плоская, то, очевидно, эти величины полностью определяют положение объекта в пространстве и через них удобно выразить обобщенные координаты, соответствующие положению схвата при взятии. Этим положением будем считать такое, когда центр симметрии раскрытого схвата совмещен с центром симметрии, объекта, а плоскость симметрии схвата, в которой находятся его координатные оси X_2^6, X_3^6, образуют с плоской поверхностью угол θ.

В положении взятия матрицу направляющих косинусов, характеризующую «вращение» координатной системы схвата относи-

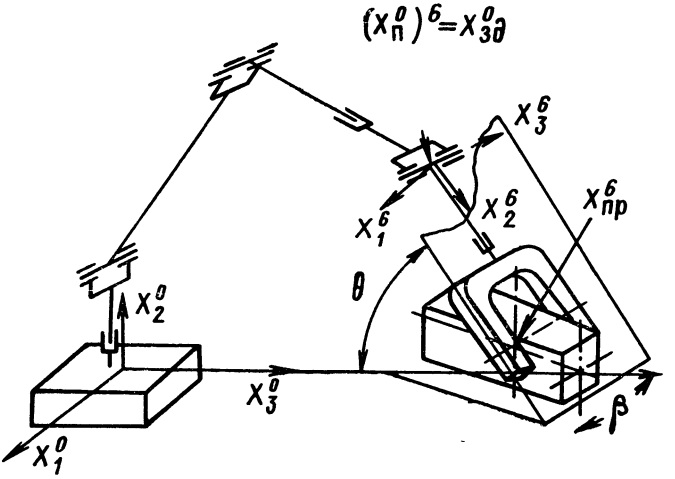


Рис. 72. Положение манипулятора, соответствующее выполнению операции «взятие предмета»

тельно неподвижной системы координат, можно представить произведением трех матриц

$$(\vec{\alpha}_6)_{зд} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90^\circ & \sin 90^\circ \\ 0 & -\sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{Vmatrix} \times$$

$$\times \begin{Vmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{Vmatrix}.$$

Таким образом, направляющие косинусы $(\vec{\alpha}_6)_{ij\,зд}$ в выражениях для обобщенных координат заменяются следующими выражениями через величину θ, характеризующую положение объекта в пространстве, и величину β:

$$(\vec{\alpha}_6)_{11\,зд} = \cos\beta; \quad (\vec{\alpha}_6)_{12\,зд} = \cos\theta\sin\beta; \quad (\vec{\alpha}_6)_{13\,зд} = -\sin\theta\sin\beta;$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{21\,зд}=0;\quad (\vec{\alpha}_6)_{22\,зд}=\sin\theta;\quad (\vec{\alpha}_6)_{23\,зд}=\cos\theta;$$

$$(\vec{\alpha}_6)_{31\,зд}=\sin\beta;\quad (\vec{\alpha}_6)_{32\,зд}=-\cos\theta\cos\beta;\quad (\vec{\alpha}_6)_{33\,зд}=\cos\beta\sin\theta.$$

Что касается точки $\left(X^0_ц\right)=X^0_{зд}$, с которой в положении взятия должен быть совмещен полюс инструмента $\left(X^0_п\right)^6$, то ее можно выразить через $X^6_{пр}$, θ, β и вектор $X_с=(0,\ X_{2с},\ 0)$, определяющий центр симметрии схвата в его координатной системе следующим образом:

$$\left(X^0_{1п}\right)^6_{зд}=X^6_{1\,пр}-X_{2с}\cos\theta\sin\beta;$$

$$\left(X^0_{2п}\right)^6_{зд}=X^6_{2\,пр}+X_{2с}\cos\theta;$$

$$\left(X^0_{3п}\right)^6_{зд}=X^6_{3\,пр}-X_{2с}\cos\theta\cos\beta.$$

§ 35. Операция подготовки взятия предметов, произвольно ориентированных в пространстве

Рассмотренные принципы организации управления манипулятором подводного робота позволяют автономно реализовать типовые команды формирования движений всех трех классов, охватывающих большое количество разнообразных элементарных операций.

В число этих операций входит одна из типичнейших элементарных операций подготовки взятия объекта, в том числе произвольно ориентированного в пространстве, которая является одной из возможных реализаций типовой команды первого класса второго типа «переместить рабочий инструмент в заданную область пространства $W^*_{зд}$». Она соответствует такому перемещению рабочего инструмента, при котором, во-первых, одна или несколько характеристических точек инструмента должны попасть в заданную, обычно выпуклую, область пространства, связанную с координатной системой рабочего инструмента, во-вторых, трехмерный вектор углов Эйлера, характеризующий вращение координатной системы инструмента относительно неподвижной системы координат, должен принадлежать заданному выпуклому параллелепипеду.

Действительно, если целевыми точками $\left(X^n_ц\right)^h$ в выражении (5.26) считать точки, принадлежащие предмету, а границы

$$a^h=a=\left(a^0_1,\ a^0_2,\ a^0_3\right)+X^n_{х.\,т};$$

$$b^h=b=\left(-a^0_1,\ -a^0_2,\ -a^0_3\right)+X^n_{х.\,т};$$

$$n=1,\ 2,\ .\ .\ .\ ,\ t$$

считать соответствующими рабочей области, заключенной между губками раскрытого схвата, и не ограничивать компоненты вектора w^{t+1}, соответствующие вращению схвата (a^{t+1}, b^{t+1} — произвольны), то целевые условия (5.26) или (5.29) будут эквивалентны

условию нахождения всех известных точек объекта между губками схвата. Это соответствует операции «подготовка взятия объекта».

Вместо операции простой «подготовка взятия объекта» можно рассматривать операцию «подготовка симметричного взятия объекта», например, в форме параллелепипеда, цилиндра и т. д. (рис. 73). Эта операция обычно входит как элемент в более сложные операции по сбору объектов правильной формы, произвольно ориентированных в пространстве, и упорядоченной их укладке. Она является подготовительной для ряда рабочих операций, например предшествует операции навинчивания гайки. Обобщенная форма функционала (6.25), (6.26) будет соответствовать указанной операции, если постоянные параметры, от которых она зависит, имеют следующие значения:

$$t \geqslant 1; \quad \Delta_y = 0; \quad \bar{\Delta}_y = 0,$$

что эквивалентно заданию

$$a_i^{t+1} \to \infty; \quad b_i^{t+1} \to -\infty;$$

$$k^\eta \neq 0; \quad p^\eta \neq 0; \quad \bar{q}^\eta \neq 0; \quad \left(X_ц^n\right)^h = \left(X_{об}^n\right)^h.$$

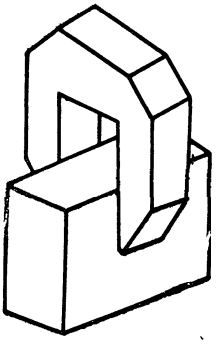


Рис. 73. Операция «подготовка взятия симметричного предмета» (в форме параллелепипеда)

При операции «подготовка симметричного взятия» объекта правильной формы, например параллелепипеда, в качестве $\left(X_ц^n\right)^h = \left(X_{об}^n\right)^h$ задаются вершины параллелепипеда $\bar{q}^\eta = 0$ при $\eta = 3$, а $k^\eta = p^\eta$ при $\eta = 3$ задаются такими, чтобы деформированная рабочая область, заключенная между губками раскрытого схвата, была подобна объекту, но меньше его или равна ему.

В этом случае, вероятно, нуль функционала рассогласования будет соответствовать симметричному положению объекта между губками схвата.

При выполнении операции «подготовка взятия образца» необходимо обеспечивать обход возможных локальных минимумов, т. е. тупиковых положений манипулятора, весьма вероятных при использовании изложенных выше экстремальных принципов управления. Это обусловлено тем, что рабочая область раскрытого схвата, характеризуемая размерами a_1^0, a_2^0, a_3^0, в которую должны быть введены все известные точки $\left(X_{об}^n\right)^h$ $(h = 1, 2, \ldots, t)$ объекта, подлежащего взятию, частично заключена между губками схвата. Поэтому если для этой операции при построении функционала использовать только одно целевое условие

$$-a^0 + X_{х.\,т}^n = b < \left(X_{об}^n\right)^h < a = a^0 + X_{х.\,т}^n,$$

где $a^0 = \left(a_1^0, a_2^0, a_3^0\right)$ — размеры рабочей области схвата, а $X_{х.\,т}^n$ — характеристическая точка схвата, совпадающая с центром рабочей

области в координатах схвата, то в процессе минимизации может быть получена такая последовательность значений обобщенных координат q, при которой произойдет столкновение объекта с губками схвата. Для уменьшения вероятности этого при реализации операции необходимо ввести нижеследующие промежуточные ограничения.

Первое вводят в тех случаях, когда одна, несколько или все точки, принадлежащие объекту, который должен быть взят, находятся в зоне IV (рис. 74). Оно соответствует требованию, чтобы все известные точки объекта $\left(X^n_{\text{об}}\right)^h$ $(h = 1, 2, \ldots, t)$ были совмещены с выпуклой областью X^*_{I} трехмерного пространства (рис. 75),

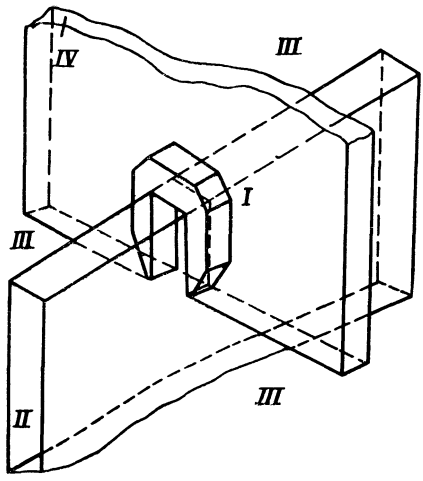


Рис. 74. Способ разбиения пространства вблизи схвата на зоны I—IV

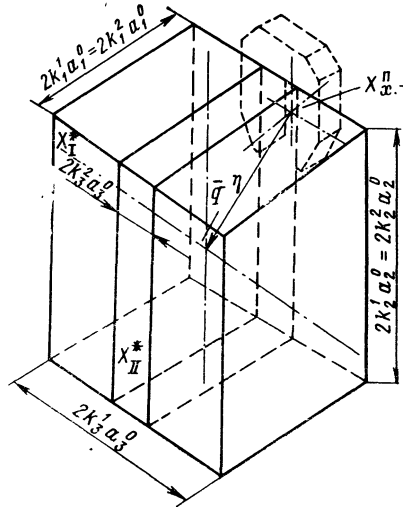


Рис. 75. Целевые области, соответствующие выводу целевых точек из зоны IV в зону III и из зоны III в зону II

смещенной относительно характеристической точки схвата $X^n_{\text{х. т}}$ на вектор $\bar{q} = (\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3)$. При этом положении схвата все известные точки объекта выходят из зоны IV и попадают в зоны III и II.

Промежуточные целевые условия определяются неравенствами

$$X^n_{\text{х. т}} - a^0_i k^\eta_i + \bar{q}^\eta_i < \left(X^n_{i\,\text{об}}\right)^t < a^0_i p^\eta_i + \bar{q}^\eta_i + X^n_{\text{х. т}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где $k^\eta_i = \left(k^\eta_1, k^\eta_2, k^\eta_3\right)$; $p^\eta_i = \left(p^\eta_1, p^\eta_2, p^\eta_3\right)$ — коэффициенты деформации рабочей области; η — номер целевого условия (индекс подцели).

Для первого целевого условия полагается $\eta = 1$, $\bar{q}^\eta = \bar{q}^1 = \left(\bar{q}^1_1, \bar{q}^1_2, \bar{q}^1_3\right)$, причем $\bar{q}^1_3 = 0$;

$$\bar{q}^1_1 = \operatorname{sign}\left[\left(X^n_{1\,\text{об}}\right)^h_{\max} + \left(X^n_{1\,\text{об}}\right)^h_{\min}\right]\left(k_1 a^0_1 + a^0_1\right);$$

$$\bar{q}^1_2 = k^1_2 a^0_2 - a^0_2; \quad k^1 = p^1.$$

При достижении этой подцели достаточно учитывать лишь ограничения, соответствующие выпуклому множеству $W^{\text{ср}}$, образованному пересечением выпуклых множеств, описываемых линейными неравенствами (5.40) при $k = 1$, $V = 1, 2, 3$.

Эти ограничения отвечают условию, при котором ни одна из h точек $\left(X^n_{\text{об}}\right)^h$ объекта, находящихся в зоне IV, не входит в соприкосновение с плоскостью, которая совмещена с первой гранью, принадлежащей одному из трех выпуклых параллелепипедов M_{0l}, аппроксимирующих схват (рис. 76, *а*). В зависимости от того, где находятся известные точки предмета — справа, слева или сверху от схвата — нормали к 1-й грани параллелепипедов обозначаются $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{1,1}$, $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{1,2}$, $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{1,3}$.

Второе промежуточное целевое условие ставится в тех случаях, когда некоторые точки объекта находятся в зоне III и ни одна из них не находится в зоне IV. Оно соответствует требованию, чтобы все известные точки объекта были совмещены с выпуклой областью X^*_{II} (см. рис. 76), смещенной относительно характеристической точки на тот же вектор, что область X^*_{I}, т. е. на $\overline{q}^{\eta} = \overline{q}^1 = \overline{q}^2$. Это целевое условие также описывается неравенствами (5.40), в которых коэффициенты деформации $k^{\eta} = k^1$ и $p^{\eta} = p^1$ заменены на

$$k^{\eta} = k^2 = \left(k^2_1,\ k^2_2,\ k^2_3\right)$$

и

$$p^{\eta} = p^2 = \left(p^2_1,\ p^2_2,\ p^2_3\right),$$

причем

$$k^2 = p^2 = \left(k^1_1,\ k^1_2,\ 1\right).$$

Второе промежуточное целевое условие соответствует такому положению схвата, при котором все точки объекта входят в зону II. При достижении этой подцели должны учитываться те же ограничения, что и при достижении предыдущей подцели, т. е. $W^{\text{ср}}$ образуется пересечением выпуклых множеств, описываемых неравенствами (5.40). Отличие состоит лишь в том, что плоскости, с которыми не должны соприкасаться точки объекта, совмещаются со второй или четвертой гранями второго параллелепипеда M_{02}, имеющими либо нормаль $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{2,2}$, либо $\left(q^n_{\text{сх}}\right)^{4,2}$, в зависимости от того, с какой стороны от схвата находится объект (рис. 76, *б*).

Основная цель — введение объекта в рабочую зону между губками схвата — ставится после того, как вторая подцель выполнена и все известные точки объекта находятся в зоне II. При этом учитываются ограничения, соответствующие требованию нахождения точек объекта в зоне II (рис. 76, *в*). Эта зона образована пересечением трех полупространств, ограничивающие плоскости которых

совпадают с внутренними гранями схвата, имеющими нормали $(q^n_{сх})^{3,1}$, $(q^n_{сх})^{3,2}$, $(q^n_{сх})^{3,3}$.

Очевидно, и в этом случае ограничения представляются неравенствами (5.40) при $h = 1, 2, \ldots, t$; $l = 1, 2, 3$; $k = 3$.

Такая последовательность промежуточных целевых условий позволяет аппроксимировать внешнюю среду выпуклым множеством $W^{ср}$ и практически исключает возможность столкновения схвата с объектом при выполнении указанной операции, если точки, принадлежащие ему, выбраны удачно, т. е. если они достаточно

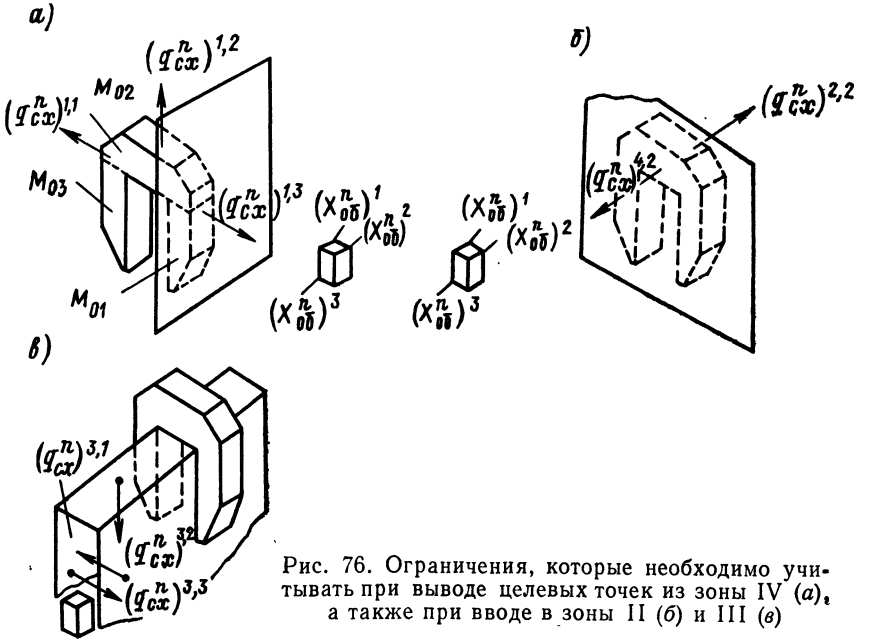


Рис. 76. Ограничения, которые необходимо учитывать при выводе целевых точек из зоны IV (*а*), а также при вводе в зоны II (*б*) и III (*в*)

полно представляют объект. Например, если объект — параллелепипед, то они должны быть вершинами этого параллелепипеда.

Для выполнения операции «подготовка взятия объекта», как и для выполнения любых других операций, задаваемых командами первого, второго и третьего классов, необходимо располагать всеми видами входной информации: командной, текущей, постоянной и информацией о внешней среде. Причем уточняющая командная информация — целевые точки $(X^0_ц)^h$ в данном случае являются координатами $(X^0_{об})^h$ некоторых точек на поверхности объекта, подлежащего взятию. Без этого вида информации невозможно выполнить данную операцию.

Указанную информацию, в принципе, может вводить оператор с помощью системы целеуказания. При частичном автономном выполнении этой операции (с участием оператора или без него)

координаты этих точек должны выявляться рецепторами манипулятора подводного робота (тактильные, локационные датчики) или с помощью видеоустройства. При полностью автономном выполнении операции с помощью рецепторов должна также устанавливаться принадлежность выявленных точек к объекту, подлежащему взятию, поскольку они, в принципе, могут принадлежать к случайным препятствиям, которые необходимо обойти.

Выполнение операции «подготовка взятия объекта» при вводе уточняющей информации оператором. Всю уточняющую командную информацию о координатах точек объекта, подлежащего взятию, вводит оператор с помощью системы целеуказания, задавая на экране целеуказания специальным индикатором одну или несколько выбранных им точек объекта. При этом для задания координат целевых точек оператору достаточно совместить специальный индикатор или световое перо с соответствующей точкой целевого объекта, высвеченного в числе других объектов на телевизионном экране операционной части системы целеуказания.

Устройство целеуказания вырабатывает три параметра $X_{э}^{h}$, $Y_{э}^{h}$, $\delta_{см}^{h}$, характеризующих положение h-й целевой точки в системе координат приемной части телевизионной трубки, по которым с помощью специальной подпрограммы могут быть вычислены $\left(X_{ц}^{0}\right)^{h}$. Очевидно, таким же способом при необходимости оператор может задавать и точки, принадлежащие препятствиям при вводе информации о внешней среде.

При выполнении операции «подготовка симметричного взятия» оператор должен выбрать на поверхности объекта вполне определенные точки. Например, если объект — параллелепипед, как было уже сказано, рационально задавать его вершины, если объект — цилиндр, то можно задавать координаты точек параллелепипеда, вписанного в цилиндр, или точки пересечения осевой линии цилиндра с его основанием. В последнем случае деформированную рабочую область схвата нужно представлять также в форме цилиндра с нулевым радиусом основания, т. е. в форме отрезка прямой.

Выполнение операции «подготовка взятия объекта» при частичном вводе уточняющей информации оператором. Оператор задает лишь приблизительное положение и конфигурацию объекта, подлежащего взятию, и одну точку, принадлежащую ему или находящуюся в непосредственной близости от него. Остальная уточняющая информация автономно пополняется рецепторами манипулятора подводного робота (тактильными и локационными датчиками).

Важно отметить, что в данном случае не требуется устанавливать принадлежность выявленных рецептором точек внешней среды объекту, подлежащему взятию, так как положение его указано оператором.

Для обеспечения выполнения операции при частичном участии оператора во вводе необходимой информации целесообразно на

схвате устанавливать локационные датчики с достаточно хорошей разрешающей способностью, от которой зависит точность симметричного взятия.

Собственно симметричный ввод объекта в рабочую область схвата в данном случае осуществляется после достижения второй подцели, т. е. когда все известные точки объекта входят в зону II, причем он находится в области действия локаторов.

Информация о координатах целевых точек объекта, необходимая для работы алгоритмов построения движения, должна поступать только от тех локаторов, которые измеряют расстояние до точек объекта, близких к его «краям».

Выявление этой информации осуществляется с помощью простого алгоритма сравнения показаний дальности смежных локаторов. При этом используется информация от локатора, находящегося ближе всего к объекту. Такой простой алгоритм позволяет с большой вероятностью выявить «края» объекта, если заранее известно положение поверхности (плоской), на которой находятся объекты, относительно неподвижной системы координат.

Очевидно, при формировании движения манипулятора на основе использования принципа минимизации расстояний отобранных таким образом точек до деформированной рабочей области схвата будет выполнено «симметрирование» объекта относительно деформированной рабочей области схвата, так как минимум функционала соответствует симметричному положению объекта внутри схвата.

Деформированную рабочую область в данном случае необходимо выбирать в виде плоского параллелепипеда. Следует заметить, что сбор уточняющей информации о положении и конфигурации объектов при выполнении операций «подготовка взятия объекта» и «подготовка симметричного взятия» может также осуществляться с помощью локационных датчиков, жестко связанных с неподвижной системой координат, а не со схватом манипулятора подводного робота, как это было описано выше.

Для уменьшения числа локаторов целесообразно применять сканирующие локационные датчики.

При использовании визуальных информационных устройств сбор уточняющей информации, необходимой для реализации операций «подготовка взятия объекта» и «подготовка симметричного взятия объекта», вообще говоря, связан с применением известных алгоритмов выделения контуров объектов, построения трехмерных объектов по двухмерному изображению, построения сцен. Эти алгоритмы весьма громоздки и пока не могут быть реализованы в реальном масштабе времени, если к ним предъявляются требования большой универсальности.

В частных случаях, когда об особенностях внешней среды многое априорно известно, указанные операции можно реализовать более простыми средствами.

Автономное выполнение операции «подготовка взятия предмета». Все рассмотренные принципы и аппаратура, обеспечивающие выполнение операции «подготовка взятия объекта» при частичном участии оператора, могут быть использованы и в данном случае. Однако для успешного функционирования манипулятора нужно дополнительно использовать алгоритмы выявления целевых объектов, подлежащих взятию среди остальных объектов внешней среды, что в общем случае представляет весьма сложную задачу. Если объекты обладают некоторыми характерными признаками, отличающими их от остальных объектов внешней среды, задача может быть решена весьма простыми техническими средствами. Таким признаком может, например, быть «сдвигаемость» объектов, подлежащих взятию. При этом целевой объект определяется с помощью так называемой подпрограммы «пробы на сдвиг». Если объект сдвигается, то он относится к целевому объекту. Другим признаком, позволяющим выявить цель, является окраска целевых объектов, резко контрастирующая с остальным фоном. С этой целью целесообразно специально метить объекты, например донные приборы, подлежащие взятию. При выполнении операции «симметричного взятия» целесообразно метить яркой краской характерные точки образца правильной формы, например, если предмет — цилиндр, то точки пересечения осевой линии цилиндра с его основаниями, если — параллелепипед, то его вершины.

Наконец, возможными признаками целевых объектов могут быть его магнитные свойства, температура и т. д.

ГЛАВА 7

МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ ПОДВОДНОГО РОБОТА, ОСНОВАННЫЕ НА НЕПРЕРЫВНЫХ АЛГОРИТМАХ ЭКСТРЕМИЗАЦИИ

Для минимизации функционалов рассогласования (6.1) — (6.3), т. е. для получения требуемого закона изменения обобщенных координат подводного робота, помимо методов математического программирования, могут быть использованы методы, основанные на так называемых эквивалентных дифференциальных уравнениях (ЭДУ). Они связывают требуемые значения обобщенных координат манипулятора подводного робота, их производные, а также некоторые вспомогательные переменные и их производные. Решение их аналогично решению задачи минимизации функционала методами математического программирования. ЭДУ должны:

1) описывать устойчивое движение, причем установившееся решение или его вынужденная составляющая должны соответствовать минимуму функционала рассогласования;

2) удовлетворять всем ограничениям, обусловленным особенностями команд, а также конструктивными особенностями робота и свойствами внешней среды.

Такими свойствами обладают синтезированные уравнения программного движения (5.51). Порядок ЭДУ в соответствии с условиями, приведенными в гл. 5, § 28, может быть снижен до первого для задачи управления первого и второго классов. Для задач третьего класса порядок может быть снижен до r-го, где r — порядок дифференциальных уравнений, формализующих динамические ограничения. В настоящей главе синтезируются ЭДУ пониженного порядка для ряда типичных задач управления первого, второго и третьего классов с учетом всех ограничений, в том числе и динамических. Рассмотрены условия устойчивости всех синтезированных уравнений и сходимости их решений к значениям, соответствующим минимуму функционала.

Применение аналогичных средств вычислительной техники, т. е. непрерывных алгоритмов, при решении ЭДУ, в принципе, позволяет существенно сократить время вычислений, не снижая их точности (при разумном сочетании их с дискретной вычислительной техникой). Поэтому проанализированы особенности структуры ТУУ, обусловленные непрерывными алгоритмами экстремизации.

§ 36. Синтез эквивалентных дифференциальных уравнений для стационарных задач управления

Определим структуру ЭДУ для задач управления первого класса при отсутствии ограничений на текущие значения обобщенных координат, обусловленных особенностями внешней среды и конструкции манипулятора подводного робота. Будем строить систему уравнений в форме

$$\dot{q} = f(q), \tag{7.1}$$

где $f(q)$ — m-мерный вектор правых частей (7.1), который должен быть найден.

В соответствии с вышеупомянутыми требованиями, предъявляемыми к системе ЭДУ, установившееся решение системы $q_{уст}$ должно соответствовать нулевому минимуму функционала рассогласования $\varepsilon(q)$ для данной команды, т. е. $q_{уст} \in G^*$, где G^* — множество векторов q, соответствующее нулевому минимуму $\varepsilon(q)$.

Иными словами, процесс, описываемый (7.1), должен быть устойчивым относительно многообразия $\varepsilon(q) = 0$. Для выполнения этого требования необходимо, чтобы производная по времени от некоторой скалярной знакоопределенной функции V, обращающейся в нуль на многообразии $\varepsilon(q) = 0$ и допускающей бесконечно

малый высший предел, в силу уравнений (7.1) была равна знакоопределенной функции — W (см. гл. 5, § 28). Положим

$$V = \varepsilon(q), \tag{7.2}$$

поскольку $\varepsilon(q)$ всюду положителен, однозначен, непрерывен и равен нулю только при $q \in G^*$.

Производная $\dot{V} = \dot{V}(q)$ в силу уравнений (7.1) может быть представлена как

$$\dot{V} = \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial q} f(q). \tag{7.3}$$

Любой функционал рассогласования можно выразить в функции аргумента $w^{\text{н}} = \left[(X^0_{1\text{п}})^n, (X^0_{2\text{п}})^n, (X^0_{3\text{п}})^n, \varphi, \psi, \vartheta\right]$, т. е. $\varepsilon(q) = \tilde{\varepsilon}[w^{\text{н}}(q)]$ (см. гл. 6, § 30), поэтому функцию $\dot{V}$ можно представить как

$$\dot{V} = \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}})}{\partial w^{\text{н}}} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}} f(q), \tag{7.4}$$

где $\partial\tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}})/\partial w^{\text{н}}$ — градиент функционала рассогласования $\tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}})$; составляющие его определяются выражениями (6.70); $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q}$ — функциональная матрица размером $6 \times m$ вектора $w^{\text{н}}$, элементы ее определяются выражениями (6.9), (6.10) при $X^n_{\text{х.т}} = \bar{\text{E}}_n = 0$.

Приравняв выражения (7.3) и (7.4) некоторой произвольной определенно отрицательной функции — W, можно получить уравнения для нахождения правых частей системы (7.1). Очевидно, $(m-1)$ функций f_i могут быть выбраны произвольно. Положим

$$-W = -W^{\text{I}} = \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial q} \cdot \mathbf{K}^{\text{I}} \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial q}, \tag{7.5}$$

где $\mathbf{K}^{\text{I}} = \{K^{\text{I}}_1, \ldots, K^{\text{I}}_m\}$ — диагональная матрица непрерывных положительных коэффициентов, имеющих непрерывные или равные нулю частные производные по q и t.

Тогда в соответствии с (7.3) равенство $\dot{V} = -W^{\text{I}}$ будет справедливо при $f = [-K^{\text{I}}\partial\varepsilon(q)/\partial q]$. В этом случае систему ЭДУ можно представить в виде

$$\dot{q} = -\mathbf{K}^{\text{I}} \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial q}. \tag{7.6}$$

Она будет соответствовать непрерывной модификации градиентного метода минимизации функционала рассогласования в пространстве G_m (гл. 6, § 30, первый алгоритм экстремизации), причем для составляющих градиента функционала $\partial\varepsilon(q)/\partial q$ справедливы выражения (6.66), (6.67).

Следует отметить, что функция — W в виде (7.5), строго говоря, является не определенно отрицательной, а только постоянно отрицательной. Это обусловлено тем, что у функционала $\varepsilon(q)$ сущест-

вуют особые точки, в которых $\partial\varepsilon(q)/\partial q = 0$ при $q \notin G^*$, а следовательно, и — $W^{\mathrm{I}} = 0$. Но поскольку эти точки не являются точками локального минимума (см. § 31), им не может соответствовать устойчивое равновесие системы (7.6), так как для них нельзя построить функцию Ляпунова. Поэтому синтезированная система (7.6) имеет область устойчивого равновесия только при $q \in G^*$.

Структура ЭДУ будет другой, если положим

$$-W = -W^{\mathrm{II}} = \frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\mathbf{w}^{\mathrm{H}})}{\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}}\,\mathbf{K}^{\mathrm{II}}\,\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\mathbf{w}^{\mathrm{H}})}{\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}}, \tag{7.7}$$

где $\mathbf{K}^{\mathrm{II}} = \{K_1^{\mathrm{II}}, K_2^{\mathrm{II}}, \ldots, K_6^{\mathrm{II}}\}$ — диагональная матрица непрерывных положительных коэффициентов, аналогичная $\mathbf{K}^{\mathrm{I}}$. Тогда в соответствии с (7.4) равенство $\dot{V} = -W^{\mathrm{II}}$ имеет место при

$$(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})\,f = -\mathbf{K}^{\mathrm{II}}\,\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(w^{\mathrm{H}})}{\partial w^{\mathrm{H}}}. \tag{7.8}$$

Будем считать, что ранг $\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q}$ во всей области изменения, $q \in G$ на пути к минимуму равен шести. В этом случае для правых частей системы (7.1)

$$f_{\mathrm{I}}^{6} = \left(\frac{\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial\mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}}^{-1}\mathbf{K}^{\mathrm{II}}\,\frac{\partial\varepsilon(w^{\mathrm{H}})}{\partial w^{\mathrm{H}}} + \left(\frac{\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial\mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}}^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial\mathbf{q}}\right)_{\mathrm{II}} f_{\mathrm{II}}^{m-6}, \tag{7.9}$$

где $(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{I}}$ — матрица размером 6×6, образованная шестью столбцами матрицы $\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q}$, которая имеет обратную матрицу при всех $q \in G$; $(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{II}}$ — матрица размером $6 \times (m-6)$, образованная $(m-6)$-ю столбцами матрицы $\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q}$, не вошедшими в $(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{I}}$; f_{I}^{6} и f_{II}^{m-6} —6- и $(m-6)$-мерные векторы, образованные теми компонентами вектора f, номера которых соответствуют номерам столбцов $\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q}$, использованных при составлении матриц $(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{I}}$ и $(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{II}}$ соответственно.

Составляющие вектора f_{II}^{m-6} можно выбирать произвольно, в частности, их можно положить равными нулю. Тогда искомая система ЭДУ будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} q_{\mathrm{I}} &= -(\partial\mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial\mathbf{q})_{\mathrm{I}}^{-1}\,\mathbf{K}^{\mathrm{II}}\,\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(w^{\mathrm{H}})}{\partial w^{\mathrm{H}}};\\ \dot{q}_{\mathrm{II}} &= f_{\mathrm{II}}^{m-6} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{7.10}$$

что соответствует непрерывной модификации второго алгоритма экстремизации (см. гл. 6, § 34). Это можно показать, осуществив предельный переход в выражении (6.58), определяющем обобщенные координаты манипулятора подводного робота в случае дискретной формы второго алгоритма экстремизации функционала. Действительно, при отсутствии ограничений на аргумент функционала, что соответствует рассмотренному случаю, величина $w^{\mathrm{H},\,k+1}$, полученная на $(k+1)$-м шаге минимизации $\tilde{\varepsilon}(w^{\mathrm{H}})$ в со-

ответствии с методом возможных направлений, равна $w^{н,к} - \mu \partial\tilde{\varepsilon}/\partial w^{н}$. Следовательно, величина $[w^{н,к+1} - w^{н,к}]$, входящая в (6.58), определяется как $-\mu\,[\partial\tilde{\varepsilon}\,(w^{н})/\partial w^{н}]$. Тогда, положив параметр $\mu = \Delta t$, $\delta q_{II} = 0$, т. е. $q_{II} = \text{const}$, осуществим в (6.58) предельный переход, устремив $\Delta t \to 0$. В результате придем к уравнениям (7.10).

Уравнения (7.10) можно представить в несколько иной форме, при которой исключается возможность нарушения условий существования решений системы ЭДУ. Подобное нарушение имеет место при q, удовлетворяющем равенству $\left|\dfrac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{I} = 0$, где $\left|\dfrac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{I}$ — определитель матрицы $(\partial \mathbf{w}^{н}/\partial \mathbf{q})_{I}$.

Модифицированную форму системы (7.10) получим, если положим произвольные коэффициенты K_i^{II} матрицы $\mathbf{K}^{II}$ равными

$$K_i^{II} = \left|\frac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{I}^{2} K_{i0}^{II}.$$

Тогда система (7.10) будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{I} &= -\left|\frac{\partial w^{н}}{\partial q}\right| \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{н}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{I} \mathbf{K}_0^{II}\, \frac{\partial\tilde{\varepsilon}\,(w^{н})}{\partial w^{н}}; \\ \dot{q}_{II} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (7.11)$$

где $(\partial \tilde{\mathbf{w}}^{н}/\partial \mathbf{q})_{I}$ — матрица алгебраических дополнений элементов матрицы $(\partial \mathbf{w}^{н}/\partial \mathbf{q})_{I}$; $\mathbf{K}_0^{II} = \{K_{10}^{II}, \ldots, K_{60}^{II}\}$ — диагональная матрица положительных непрерывных коэффициентов.

Как и в случае дискретного второго алгоритма экстремизации, непрерывный второй алгоритм, т. е. уравнения вида (7.4), не может быть реализован при числе степеней свободы $m < 6$, так как система (7.8), определяющая правые части дифференциальных уравнений (7.11), несовместна.

Недостатком структуры ТУУ, построенного на основе использования ЭДУ (7.11), является неполное использование естественной избыточности манипулятора подводного робота, проявляющееся при $m > 6$. Фактически управление осуществляется за счет шести выбранных степеней свободы. При этом, поскольку $K_i^{II} = |\partial w^{н}/\partial q|_{I}^{2} K_{i0}^{II}$, функция $\dot{V} = -W^{II}$ принимает нулевые значения и при $|\partial w^{н}/\partial q|_{I} = 0$. Поэтому система (7.11), вообще говоря, может иметь точку устойчивости равновесия при $|\partial w^{н}/\partial q|_{I} = 0$, не соответствующую минимуму функционала.

Для того чтобы увеличить вероятность достижения точки устойчивого равновесия, соответствующей минимуму функционала, необходимо предусмотреть перестройку структуры системы (7.11) при $|\partial \tilde{w}^{н}/\partial q|_{I} = 0$, если минимум функционала еще не достигнут, т. е. $\partial\tilde{\varepsilon}\,(w^{н})/\partial w^{н} \neq 0$. С этой целью можно выбрать шесть новых столбцов матрицы $\partial \mathbf{w}^{н}/\partial \mathbf{q}$ из общего числа m для образования но-

вой матрицы $(\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q})_{\text{Iн}}$, причем дефект этой матрицы должен быть равен нулю.

Практически моменты перестройки системы (7.11) на новую структуру определяются путем проверки величины функционала или его градиента $\partial \tilde{\varepsilon}(\omega^{\text{н}})/\partial \omega^{\text{н}}$ в точках равновесия при $\dot{q} = 0$. В простейшем случае алгоритм перестройки состоит в простом переборе возможных матриц $|\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q}|_{\text{I}}$ до нарушения равновесия системы.

Определим структуру ЭДУ при ограничениях

$$K(q) = 0 \tag{7.12}$$

на текущие значения обобщенных координат, заданных в виде равенств (задача управления второго класса); остальные ограничения отсутствуют.

В соответствии с общей постановкой задачи управления (см. § 28) $K(q)$ — p-мерный вектор; через p обозначено ν_2, причем $p < m$; составляющие его непрерывны и ограничены вместе с их частными производными по q.

Полагаем, что гиперповерхности $K(q) = 0$ и $\varepsilon(q) = 0$ образуют многообразие размерности $(m-p-1)$, а многообразие, образованное пересечением гиперповерхностей $K(q) = 0$, которому должно удовлетворять начальное значение вектора q, образует связную область, пересекающуюся с целевой гиперповерхностью $\varepsilon(q) = 0$. Это условие гарантирует непротиворечивость конечной цели движения и способа движения. Полагаем также, что функция $\varepsilon(q) + |K(q)|^2$ строго выпукла.

Как и в предыдущем случае, будем строить систему ЭДУ в форме (7.1). Решение этой системы должно удовлетворять ограничениям (7.12), а точка устойчивого равновесия — соответствовать минимуму функционала. Для этого будем синтезировать систему (7.1) таким образом, чтобы процесс, описываемый ею, был устойчив относительно целевого многообразия $\varepsilon(q) = 0$. Последнее условие необходимо, так как возможны случайные отклонения начального и текущего значений вектора фазовых координат от требуемого, удовлетворяющего $K(q) = 0$.

Рассуждая, как и в предыдущем случае, правые части системы (7.1) найдем из условия равенства некоторой положительно определенной функции обобщенных координат, обращающейся в нуль на многообразии, которое образовано пересечением гиперповерхностей $K(q) = 0$, $\varepsilon(q) = 0$, специально выбранной отрицательной функции — W, также обращающейся в нуль на этом многообразии.

Используем в качестве

$$V = \frac{1}{2}|\mathbf{a}\Gamma(q)|^2 = \mathbf{a}_1^2\varepsilon(q) + \frac{1}{2}|\mathbf{a}^* K(q)|^2,$$

где $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, \ldots, a_{p+1}\}$ — диагональная матрица произвольных постоянных коэффициентов, размером $(p+1) \times (p+1)$; $\mathbf{a}^* =$

$= \{a_2, a_3, \ldots, a_{p+1}\}$; $\Gamma(q) = [2\sqrt{\varepsilon(q)}, K(q)]$ — $(p+1)$-мерный вектор, первая составляющая которого есть $2\sqrt{\varepsilon(q)}$, остальными являются составляющие вектора $K(q)$.

Функцию — W можно задать в виде

$$-W = -\left|\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)' \mathbf{a}^2 \Gamma(q)\right|^2.$$

Так как по условию $\varepsilon(q) + |K(q)|^2$, а следовательно, $\frac{1}{2}|\mathbf{a}\Gamma(q)|^2$ строго выпуклы, то функция — W, равная квадрату модуля градиента функции V, является определенно отрицательной.

Нетрудно показать, что равенство $\dot{V} = -W$ в силу уравнений (7.1) можно удовлетворить, выбрав, например, $f(q) = -\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)' \mathbf{a}^2 \Gamma(q)$, что соответствует представлению ЭДУ в виде

$$\dot{q} = -\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)' \mathbf{a}^2 \Gamma(q), \tag{7.13}$$

или в развернутой записи

$$\dot{q}_i = -\left[a_1^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_i} + a_2^2 \frac{\partial K_1}{\partial q_i} K_1(q) + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + a_{p+1}^2 \frac{\partial K_p}{\partial q_i} K_p(q)\right]; \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{7.14}$$

Полученные уравнения удовлетворяют условиям Липшица, так как составляющие вектор-функции $K(q)$ и $\varepsilon(q)$ в нашем случае ограничены, непрерывны и имеют непрерывные ограниченные частные производные по q.

Соответствующий выбор произвольных постоянных коэффициентов a_j позволяет варьировать законом изменения $q(t)$. Одним из главных требований к $q(t)$, которые надо удовлетворить за счет выбора этих коэффициентов, заключается в том, чтобы в процессе достижения целевого состояния $\varepsilon(q) = 0$ удовлетворялись условия $K(q) = 0$. Очевидно, для выполнения этого условия в простейшем случае необходимо, чтобы a_j^2 $(j = 2, \ldots, p+1)$ были существенно больше a_1^2.

Для вычисления правых частей синтезированной системы уравнений (7.14) используются алгоритмы формирования составляющих $\partial\varepsilon/\partial q_j$ градиента функционала в соответствии с формулами (6.66), (6.67) и составляющих нормалей к гиперповерхностям ограничений, обусловленных способом переноса инструмента $\partial K_l/\partial q_j$, в соответствии с (6.71), (6.72).

Другая форма ЭДУ получится, если выбрать

$$-W = -\left|\mathbf{K}^{\text{н}}\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}\right)' \mathbf{b}^2 \Gamma\right|^2, \tag{7.15}$$

где $\mathbf{b} = \{b_1, \ldots, b_{p+1}\}$ — диагональные матрицы произвольных постоянных коэффициентов.

В этом случае равенство $\dot{V} = -W$ удовлетворяется при

$$\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}} f(q) = -\mathbf{K}^{\text{II}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}\right)' \mathbf{b}^2 \Gamma \tag{7.16}$$

и правые части $f(q)$ искомых ЭДУ получаются путем разрешения линейных относительно $f(q)$ уравнений (7.16).

Полагаем, что $m > 6$ и ранг матрицы $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q}$ равен шести во всей области $q \in \tilde{G} \subset G_m$, тогда ЭДУ имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{\text{I}} &= \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{I}}^{-1} \mathbf{K}^{\text{II}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}\right)' \mathbf{b}^2 \Gamma + \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{I}}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{II}} f_{\text{II}}^{m-6}; \\ \dot{q}_{\text{II}} &= f_{\text{II}}^{m-6}, \end{aligned}\right\} \tag{7.17}$$

аналогичный (7.10), если положить $f_{\text{II}}^{m-6} = 0$.

Для удовлетворения условий существования решений системы, которые могут нарушаться при $|\partial w^{\text{н}}/\partial q|_{\text{I}} = 0$, целесообразно, чтобы $K^{\text{II}} = |\partial w^{\text{н}}/\partial q|_{\text{I}}^2 K_0^{\text{II}}$. Тогда при f_{II}^{m-6} система (7.17) преобразуется к виду

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{\text{I}} &= -\left|\frac{\partial w^{\text{н}}}{\partial q}\right|_{\text{I}} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\text{I}} \mathbf{K}^{\text{II}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}\right)' \mathbf{b}^2 \Gamma; \\ \dot{q}_{\text{II}} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{7.18}$$

Для формирования правых частей системы (7.18) используются алгоритмы вычисления составляющих $\partial \varepsilon/\partial w^{\text{н}}$ градиента функционала, составляющих нормалей $\partial \mathbf{K}/\partial \mathbf{w}^{\text{н}}$, образующих матрицу $(\partial \Gamma/\partial w^{\text{н}})'$, а также $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q}_j$. Вычисления $\partial \varepsilon/\partial \mathbf{w}^{\text{н}}$ и $\partial \mathbf{K}/\partial \mathbf{w}^{\text{н}}$ осуществляются по формулам (6.70), (6.74), а $\partial w^{\text{н}}/\partial q_j$ — по формулам (6.9), (6.10).

Исключить возможность достижения системой устойчивого равновесия в точках, не соответствующих минимуму функционала т. е. при $|\partial w^{\text{н}}/\partial q|_{\text{I}} = 0$, можно, изменив структуру системы при достижении этих точек, как это было сделано при анализе уравнений (7.10).

При использовании матрицы

$$\left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)' \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)\right]^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)',$$

псевдообратной матрице $\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q}$, для определения $f(q)$ из (7.16) ЭДУ можно привести к следующему виду:

$$\dot{q} = \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} \mathbf{K}_{\text{II}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}\right)' \mathbf{b}^2 \Gamma + f_0, \tag{7.19}$$

где f_0 — решение однородной системы $(\partial \mathbf{w}^{\text{н}}/\partial \mathbf{q})\ f_0 = 0$ и может быть выражено в функции некоторого произвольного вектора в форме, например, аналогичной форме представления варьируемого

члена правых частей уравнений (7.17), т. е. как $f_0(q) = (f_{\mathrm{I}}, f_{\mathrm{II}})$. Здесь

$$f_{\mathrm{I}} = \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{II}} f_{\mathrm{II}}^{m-6},$$

где $f_{\mathrm{II}} = f_{\mathrm{II}}^{m-6}$ — произвольный $(m-6)$-мерный вектор.

Вектор f_0 можно представить и в форме проекции произвольного m-мерного вектора e на многообразие, определяемое системой $(\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}/\partial \mathbf{q})\, f(q) = 0$:

$$f_0 = \left[\mathbf{E} - \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)\right] e,$$

где $\mathbf{E} - \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{q}}\right)$ — $m \times m$-мерная матрица проектирования.

Наконец, если в качестве — V выбрать — $V = -2V = -|\mathbf{a}\Gamma|^2$, то равенство $\dot{V} = -W$ будет удовлетворяться при выполнении соотношений

$$\dot{\Gamma} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}} f(q) = -\mathbf{a}\Gamma, \tag{7.20}$$

являющихся системой из $(p+1)$ линейных неоднородных уравнений относительно $f(q)$.

ЭДУ в этом случае удобно представить с помощью псевдообратной матрицы

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} = \left[\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)' \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)\right]^{-1} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)'$$

в виде

$$\dot{q} = -\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} \mathbf{a}\Gamma + \varphi_0. \tag{7.21}$$

Здесь φ_0 — решение системы $(\partial \Gamma/\partial \mathbf{q})\, \varphi_0 = 0$ и может быть представлено как

$$\varphi_0 = \left[\mathbf{E} - \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)^{+} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{q}}\right)\right] p,$$

где p — произвольный m-мерный вектор.

Определим структуру ЭДУ при ограничениях на текущие значения обобщенных координат, заданных в виде неравенств, обусловленных особенностями среды и конструкции манипулятора подводного робота:

$$\psi(q) \leqslant 0. \tag{7.22}$$

В соответствии с общей постановкой задачи управления (с учетом исходных данных п. 3) $\psi(q)$ — p_1-мерный вектор с непрерывными компонентами, имеющими частные производные; для краткости через p_1 обозначено $\nu_0 + \nu_1$.

Полагаем, что среди множества вещественных значений q, удовлетворяющих (7.22), существует хотя бы одно, принадлежащее множеству G^* векторов q, соответствующих нулевому минимуму функционала $\varepsilon(q)$ (условие непротиворечивости конечной цели движения и ограничений).

Для этого вводим (см. гл. 5, § 28) в рассмотрение p-мерную вектор-функцию $\psi_*(q_*)$ с положительными компонентами p-мерного вспомогательного вектора-аргумента q_*, а система неравенств (7.22) заменяется системой равенств

$$\psi(q)+\psi_*(q_*)=\psi_\Sigma(q_0)=0, \tag{7.23}$$

где $q_0=(q_1 q_*)$ — $(m+p_1)$-мерный вектор.

Компонентами $\psi_*(q_*)$ могут, например, быть квадраты соответствующих компонент вектора q_*.

Очевидно, если заменить матрицу $\mathbf{K}(\mathbf{q})$ и вектор q, используемые в предыдущем случае, соответственно на $\psi_\Sigma(q)$ и q_0 и искать систему ЭДУ в форме

$$q_0=f_0(q_0),$$

то рассматриваемый случай будет в точности соответствовать предыдущему. ЭДУ получают заменой в (7.14), (7.18), (7.19) $K(q)$ на $\psi_\Sigma(q_0)$.

Элементы матрицы $\partial\psi_\Sigma/\partial\mathbf{q}_0=(\partial\psi/\partial\mathbf{q},\ \partial\psi_*/\partial\mathbf{q}_*)$, используемые в данном случае наряду с величинами $\partial\varepsilon/\partial q$, $\partial\mathbf{w}^{\text{н}}/\partial\mathbf{q}$ для формирования левых частей системы, вычисляются по формулам (6.76) — (6.80), (6.66), (6.67), (6.9), (6.10).

Следует, однако, заметить, что в предыдущем случае все решения ЭДУ применялись для формирования команд НУУ, а в данном случае для этой цели предназначаются лишь первые m решений, остальные — вспомогательные.

Наиболее общим случаем стационарной задачи управления является задача, которой соответствуют ограничения на текущие значения обобщенных координат, задаваемые как равенствами

$$K(q)=0,$$

так и неравенствами

$$\psi(q)\leqslant 0.$$

Синтез ЭДУ также сводится к решению (7.12) путем их ограничений, так как системы равенств и неравенств могут быть заменены одной системой равенств

$$\Gamma(q_0)=0, \tag{7.24}$$

где $\Gamma(q_0)=[\psi_\Sigma(q_0);\ K(q)]$ есть $(p+p_1)$-мерная вектор-функция.

Рассмотрим еще один практически возможный способ формирования команд для НУУ, основанный на использовании непрерывных алгоритмов. Его целесообразно применять в тех случаях, когда неизвестна или трудноопределима явная зависимость от обобщенных координат левой части ограничивающих неравенств (7.22)

или равенств (7.12), что влечет за собой большие затруднения в расчете элементов матриц $\partial\boldsymbol{\psi}/\partial\mathbf{q}$, $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$, которые необходимы для формирования левых частей ЭДУ. Сама величина $\psi(q)$ или $K(q)$ может быть весьма просто определена в непрерывном режиме.

При реализации этого способа учет ограничений типа неравенств производится только тогда, когда они становятся существенными, т. е. при

$$0 \leqslant -\psi_i(q) \leqslant \Delta_1; \quad i = 1, 2, \ldots, p_1. \tag{7.25}$$

Если в данный момент существенных ограничений нет, то требуемый закон q находят из решения ЭДУ (7.6) или (7.14).

Если в процессе решения этих уравнений появляется i-е существенное ограничение, т. е. оказывается справедливым одно i-е условие (7.25), то закон изменения i-й компоненты q_i вектора q должен быть построен таким образом, чтобы при изменении остальных компонент вектора q в соответствии с ЭДУ величина $\psi_i(q)$ не превышала нуля, т. е. чтобы i-е ограничивающее неравенство системы (7.25) не было нарушено.

Этого можно достичь, если в момент появления i-го существенного ограничения q_i будет формироваться не в процессе решения соответствующего ЭДУ, а в процессе стабилизации величины $\psi_i(q)$ на уровне Δ_1 с помощью системы регулирования, определенным образом синтезированной.

Рассмотрим принцип построения этой системы.

Величину $\psi_i(q)$ в окрестности вектора $q = q_{\text{сущ}}$, соответствующего моменту появления ограничения $\psi(q_{\text{сущ}}) = -\Delta_1$, с достаточной точностью можно представить как

$$\psi_i(q) = \psi_i(q_{\text{сущ}}) + \frac{\partial\psi_i}{\partial q_1}\Delta q_1 + \frac{\partial\psi_i}{\partial q_2}\Delta q_2 + \ldots + \frac{\partial\psi_i}{\partial q_i}\Delta q_i + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\partial\psi_i}{\partial q_m}\Delta q_m, \tag{7.26}$$

где $\Delta q = (\Delta q_1, \Delta q_2, \ldots, \Delta q_m)$ — вектор приращений обобщенных координат относительно точки $q_{\text{сущ}}$.

Уравнение (7.26) можно считать линеаризованным уравнением объекта регулирования с входной величиной Δq_i, возмущением

$$G_i = \frac{\partial\psi_i}{\partial q}\Delta q - \frac{\partial\psi_i}{\partial q_i}\Delta q_i$$

и легко измеримой выходной величиной

$$\Delta\psi_i = \psi_i(q) - \psi_i(q_{\text{сущ}}).$$

Если замкнуть объект через регулятор с передаточной функцией $k = \Delta q_i/\Delta\psi_i$, подавая на его вход в качестве эталона величину $-\Delta_1$, то полученная таким образом система стабилизации, если она устойчива, будет поддерживать величину $\psi_i(q)$ на уровне $-\Delta_1$. При этом, если передаточная функция k выбрана таким образом, что

при любом возмущении G_i величина $\{G_i/[1 + k(\partial\psi_i/\partial q_i)]\} < \Delta_1$, то ограничение $\psi_i(q) < 0$ никогда не будет нарушено. Система будет устойчива, если знаки k и $\partial\psi_i/\partial q_i$ совпадают.

При появлении нового j-го существенного ограничения начинает формироваться другая величина q_j с учетом требования обеспечения стабилизации величины $\psi_i(q)$ на уровне $-\Delta_1$.

Если при ограничениях типа неравенств системы стабилизации поддерживают величины $\psi_i(q)$ на уровне $-\Delta_1$, то при ограничениях типа равенств они должны точно таким же путем стабилизировать величины $K_i(q)$ на нулевом уровне. Причем стабилизация этих величин в отличие от предыдущего случая должна осуществляться в течение всего процесса реализации команды. Ошибка в удовлетворении условий $K_i(q) = 0$ не будет, очевидно, превышать значений

$$G_i^*/[1 + k(\partial K_i/\partial q_i)],$$

где

$$G_i^* = \Delta q(\partial K_i/\partial q) - \Delta q_i(\partial K_i/\partial q_i).$$

При вышеописанном способе построения системы следует иметь в виду следующие обстоятельства.

1. Вероятен такой закон изменения q, при котором функционал не будет уменьшаться, например, при наличии, по крайней мере, одного существенного ограничения, когда

$$-\frac{\partial\varepsilon(q)}{\partial q_i} q_i \leqslant \frac{\partial\varepsilon(q)}{\partial q_{\text{эду}}} \cdot \dot{q}_{\text{эду}},$$

где q_i — компонента q, формируемая регулятором системы стабилизации; $q_{\text{эду}}$ — вектор, компоненты которого находят при решении ЭДУ; $\partial\varepsilon(q)/\partial q_{\text{эду}}$ — градиент функционала без компоненты $\partial\varepsilon(q)/\partial q_i$.

2. В случае малости величин $\partial\psi_i/\partial q_i$, $\partial K_i/\partial q_i$ стабилизация величин $\psi_i(q)$, $K_i(q)$ за счет изменения составляющей q_i, как видно из (7.26), становится невозможной, что может привести к нарушению условия $\psi_i(q) < 0$ и возрастанию ошибки в обеспечении условия $K_i(q) = 0$ до недопустимой величины.

3. Стационарной точкой при реализации указанного способа является точка, соответствующая нулевым значениям тех составляющих $\partial\varepsilon(q)/\partial q_j$, которые формируются при решении ЭДУ, т. е. при $\partial\varepsilon(q)/\partial q_{\text{эду}} = 0$.

Для того чтобы увеличить вероятность достижения глобального минимума или, по крайней мере, достаточно приблизиться к нему, необходимо при формировании закона изменения q описанным способом предусмотреть возможность стабилизации величин $\psi_i(q)$ и $K_i(q)$ на уровнях $-\Delta_1$ и нуль за счет регулирования любой из компонент вектора q, что может быть осуществлено перестройкой структуры системы.

Эта перестройка выполняется в трех указанных случаях: при увеличении величины функционала, когда

$$\partial\varepsilon(q)/\partial q_{\text{эду}}\cdot q_{\text{эду}} \geqslant -\partial\varepsilon(q)/\partial q_i;$$

при невозможности компенсации $\psi_i(q)$ и $K_i(q)$ за счет изменения q_i, когда $\partial\psi_i(q)/\partial q_i$, $\partial K_i/\partial q_i$ малы;

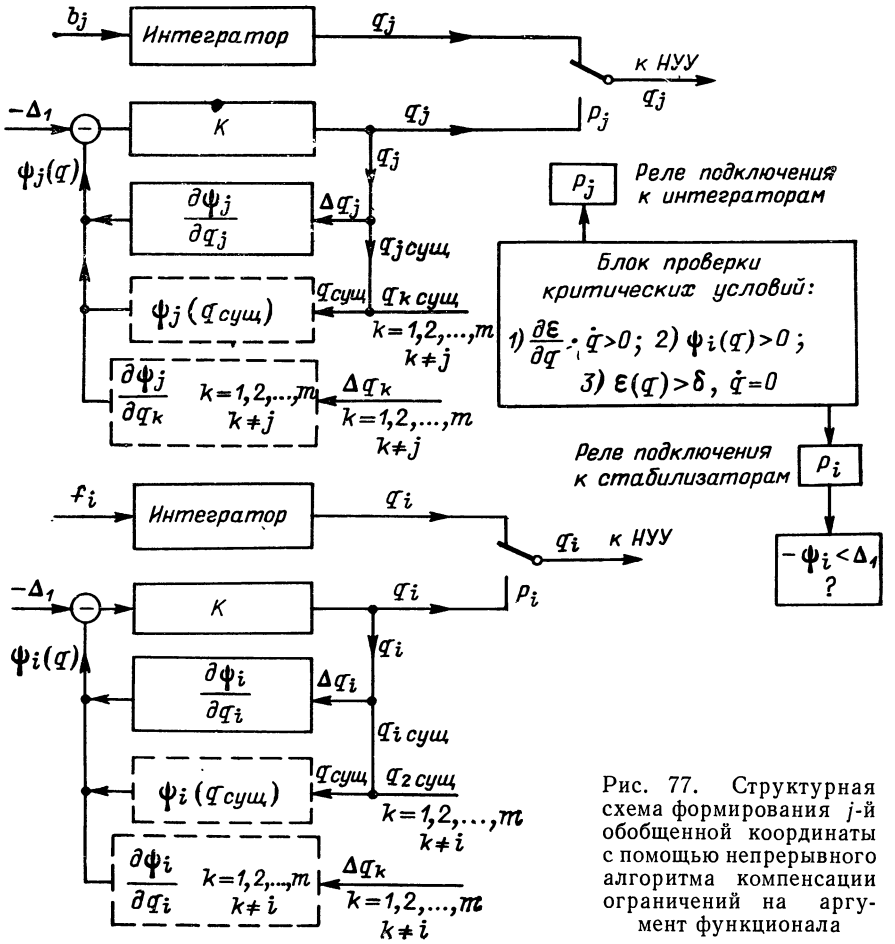


Рис. 77. Структурная схема формирования j-й обобщенной координаты с помощью непрерывного алгоритма компенсации ограничений на аргумент функционала

при достижении стационарной точки, значительно удаленной от точки минимума функционала, когда $\partial\varepsilon(q)/\partial q_{\text{эду}} = 0$.

Очевидно, для установления моментов перестройки, помимо измерения величин $\psi_i(q)$, необходимо непрерывно измерять величину функционала.

Структурная схема (рис. 77) формирования i-й компоненты вектора q поясняет способ получения требуемого закона изменения обобщенных координат при наличии ограничений типа нера-

венств. При $-\psi_i(q) \leqslant \Delta_1$ компонента q_i формируется в результате решения i-го ЭДУ систем (7.6) или (7.10). При $-\psi_i(q) > \Delta_1$ в результате срабатывания переключателя P_i происходит изменение структуры схемы, и q_i начинает формироваться в процессе стабилизации величины $\psi_i(q)$ на уровне $-\Delta_1$ замкнутым контуром с передаточной функцией $K(\partial\psi_i/\partial q_i)$, компенсирующим возмущения G_i.

При одном из трех вышеперечисленных условий блок проверки критических условий, во-первых, восстанавливает положение переключателя P_i, и q_i снова формируется в результате решения дифференциального уравнения, во-вторых, вызывает срабатывание переключателя P_j, что приводит к стабилизации величины $\psi_i(q)$ на уровне $-\Delta_1$ за счет регулирования величины q_i. Если критическое условие не ликвидируется, то указанный блок восстанавливает положение P_j и вызывает срабатывание нового переключателя P_k и т. д.

§ 37. Операции по перемещению объектов, на которые наложены механические связи

Принципы организации управления, основанные на непрерывных алгоритмах компенсации ограничений, позволяют реализовывать разнообразные операции с объектами, на которые наложены механические связи. Как уже было отмечено выше, особенности внешней среды манипулятора подводного робота в данном случае следует учитывать путем измерения моментов и усилий, возникающих в одном или нескольких приводах при выполнении операций. Ограничения внешней среды могут быть формализованы неравенствами (5.41).

Величины $\psi_i^+(q)$ и $\psi_i^-(q)$ определяются в результате измерения момента, развиваемого i-м приводом, и сравнения его с эталонными величинами, пропорциональными $F_{iq\,\max}$ и $F_{iq\,\min}$. При появлении существенного ограничения $-\psi_i^+(g) < \Delta_1$ или $-\psi_i^-(q) < \Delta_1$ величины $\psi_i^+(q)$ и $\psi_i^-(q)$ на уровне $-\Delta_1$ стабилизируются за счет регулирования i-й компоненты вектора q.

При реализации системы стабилизации величин $\psi_i^+(q)$ и $\psi_i^-(q)$ полезно обратить внимание на следующие обстоятельства.

1. Величины F_{iq} определяются не только обобщенными реакциями Q_i^R, обусловленными усилиями в местах соприкосновения манипулятора с препятствием и несущими информацию о нем, но и с силами инерции, тяжести звеньев и диссипативными, зависящими от обобщенных координат скоростей $\dot{q}$ и ускорений $\ddot{q}$. В данном случае эти силы являются помехами, искажающими информацию о внешней среде.

Для уменьшения влияния помех целесообразно измерять величины F_{iq} с некоторым запаздыванием по отношению к моменту

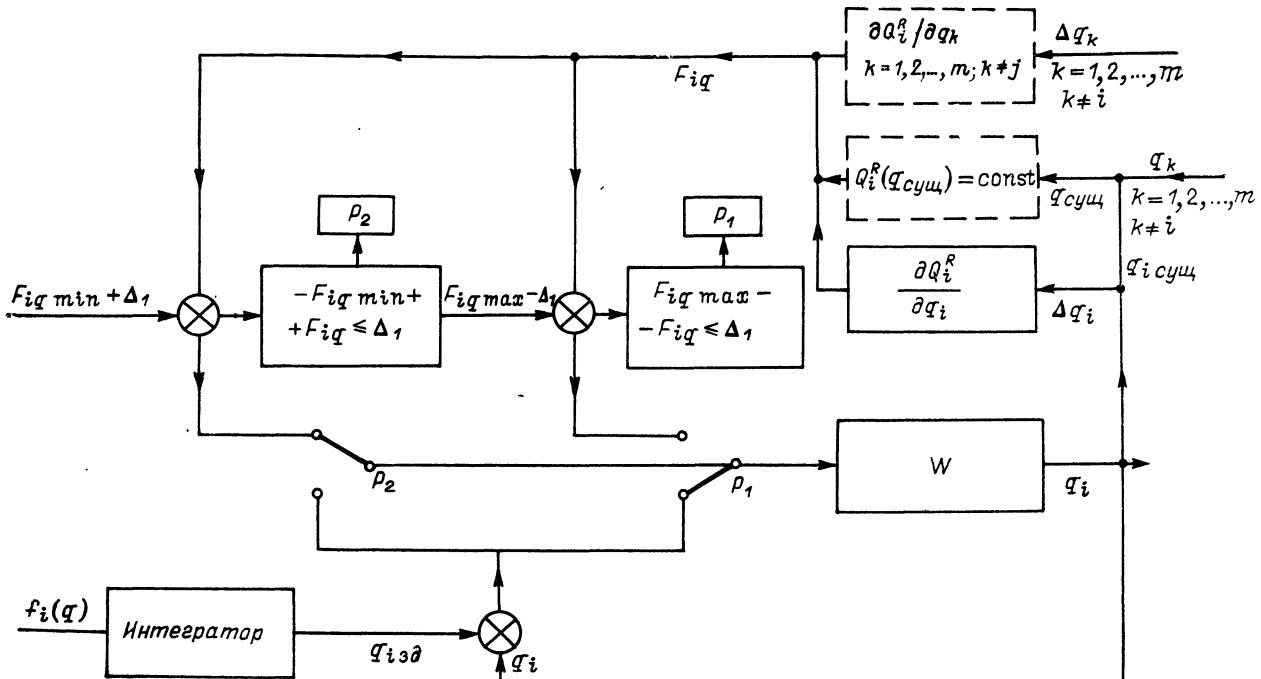


Рис. 78. Вариант структуры системы формирования i-й обобщенной координаты при манипуляциях с предметами, на которые наложены механические связи

столкновения манипулятора с препятствием, чтобы исключить возможность измерения динамического всплеска усилия привода в момент столкновения.

2. В контур стабилизации можно включить величины $\psi_i^+(q)$, $\psi_i^-(q)$ привода i-й обобщенной координаты и регулировать за счет изменения соответствующей обобщенной координаты, а не команды для НУУ, задающей изменение данной обобщенной координаты. При этом качественно улучшается процесс «обхода» препятствий, так как исключаются дополнительные ошибки в отработке требуемого закона изменения обобщенных координат, обусловленные неидеальной отработкой следящим приводом заданной команды.

На рис. 78 изображен вариант структуры системы формирования i-й обобщенной координаты манипулятора подводного робота. В соответствии с ним при появлении существенного ограничения $-\psi_i^+(q) = F_{iq\,\max} - F_{iq} < \Delta_1$ происходит срабатывание переключателя P_1 и обобщенная координата формируется в процессе стабилизации величины $\psi_i^+(q)$ на уровне $-\Delta_1$ или (что эквивалентно) величины F_{iq} на уровне $F_{iq\,\max} - \Delta_1$. Стабилизация осуществляется замкнутым контуром управления, в который входит привод с передаточной функцией W и элемент с передаточной функцией $\frac{\partial \psi_i^+}{\partial q_i} = \frac{\partial F_{iq}}{\partial q_i} \approx \frac{\partial Q_i^R}{\partial q_i}$, отражающей связь изменения усилия F_{iq} с изменением q_i. Заметим, что по аналогии с ψ_{iq}, представленной формулой (7.26):

$$F_{iq} \approx Q_i^R = Q_i^R \left(q_{\text{сущ}} + \frac{\partial Q_i^R}{\partial q_1} \Delta q_1 + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{\partial Q_i^R}{\partial q_p} \Delta q_p + \ldots + \frac{\partial Q_i^R}{\partial q_m} \Delta q_m \right).$$

При появлении существенного ограничения $-\psi_i^-(q) = F_{iq\,\min} + F_{iq} < \Delta_1$ происходит срабатывание P_2 и обобщенная координата q_i формируется в процессе стабилизации величины ψ_i^- или усилия F_{iq} на уровне $F_{iq\,\min} + \Delta_1$.

Следует отметить, что величина $\frac{\partial F_{iq}}{\partial q_i} \approx \frac{\partial Q_i^R}{\partial q_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ всегда положительна. Это обусловлено упругостью силы Q_i^R обобщенной реакции. Данное обстоятельство упрощает аппаратурное обеспечение устойчивости контура стабилизации, так как в процессе регулирования не требуется изменять знак передаточной функции W. В схеме возможность стабилизации величин ψ_i^+ и ψ_i^- за счет изменения обобщенных координат q_j $(j \neq i)$ отсутствует.

По-видимому, и такая упрощенная схема позволит достичь удовлетворительных результатов при реализации заданных операций, в частности операций с объектами, на которые наложены механические связи.

§ 38. Синтез эффективных дифференциальных уравнений для нестационарных задач управления

Определим структуру системы ЭДУ для задачи управления третьего класса, когда минимизируемый функционал (6.3) зависит от времени, а ограничения на текущие значения обобщенных координат отсутствуют. Рассматриваемый случай имеет место, когда конечное положение рабочего инструмента является функцией времени, например при операции взятия подвижных объектов.

Будем синтезировать ЭДУ в виде

$$\dot{q} = f(q, t) \tag{7.27}$$

таким образом, чтобы установившееся решение соответствовало нулевому минимуму $\varepsilon\,[w(q), t] = \varepsilon_*(q, t)$, т. е. принадлежало многообразию

$$\varepsilon_*(q, t) = 0,$$

которое должно быть устойчивым интегральным многообразием синтезируемой системы ЭДУ. В соответствии с теоремой об устойчивости интегральных многообразий необходимо, чтобы существовала определенно положительная функция $V_*(\varepsilon_*, t, q)$, производная которой в силу уравнений (7.27) была знакопостоянной или знакоопределенной отрицательной функцией.

Пусть

$$V_*(\varepsilon_*, t, q) = \varepsilon_*(q, t) = \varepsilon\,[w(q), t] = \tilde{\varepsilon}\left[w^{\text{н}}(q), t\right],$$

так как эта величина в соответствии со свойствами функционала является определенно положительной.

По аналогии с выражениями (7.3), (7.4) и в силу уравнений (7.27) $\dot{V}_*(\varepsilon_*, t, q)$ можно представить как

$$\dot{V}_*(\varepsilon_*, t, q) = \left[\frac{\partial \varepsilon_*(q, t)}{\partial q} f(q, t) + \frac{\partial \varepsilon_*(q, t)}{\partial t}\right] \tag{7.28}$$

или

$$\dot{V}_*(\varepsilon_*, t, q) = \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{\text{н}}, t)}{\partial w^{\text{н}}} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}^{\text{н}}}{\partial \mathbf{q}} f(q, t) + \frac{\partial \varepsilon_*(q, t)}{\partial t}\right]. \tag{7.29}$$

В полученных выражениях $f(q, t)$ надо выбрать так, чтобы $\dot{V}_*(\varepsilon_*, t, q)$ было, по крайней мере, постоянно отрицательно. Оно

будет постоянно отрицательно при

$$f(q,\ t) = -\mathbf{K}^{\mathrm{I}}\,\frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial q} + U, \tag{7.30}$$

где U — m-мерный вектор, определяемый равенством

$$-\frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial q}\cdot U = \frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial t}. \tag{7.31}$$

Тогда ЭДУ можно записать в виде

$$\dot{q} = \mathbf{K}^{\mathrm{I}}\,\frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial q} + U. \tag{7.32}$$

Полученное уравнение аналогично дифференциальным уравнениям (7.6) первого вида для стационарного случая и описывает устойчивое движение, причем установившееся решение соответствует минимуму функционала рассогласования. Действительно, стационарные точки, в которых $\dot{V}_*(\varepsilon_*,\ t,\ q)$ обращается в нуль, когда функционал еще не равен нулевому минимуму, не являются точками устойчивого равновесия системы (7.27), так как они не являются точками локального минимума функционала $\varepsilon_*(q_i,\ t)$.

Вектор U, входящий в виде слагаемого в правую часть системы (7.32), удобно найти через целевую вектор-функцию заданного $F_{\text{зд}}(w,\ t)$ и текущего w положений рабочего инструмента, если размер k-мерных векторов $F_{\text{зд}}(w,\ t)$ и w меньше m-числа обобщенных координат ($k<m$). Поскольку $\varepsilon_*(q,\ t) = |F_{\text{зд}}(w,\ t) - w|^2$,

$$\frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial t} = 2[F_{\text{зд}}(w,\ t) - w]\cdot\frac{\partial [F_{\text{зд}}(w,\ t) - w]}{\partial t};$$

$$\frac{\partial \varepsilon_*(q,\ t)}{\partial q} = 2\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}[F_{\text{зд}}(w,\ t) - w].$$

Из равенства (7.31) получим

$$U_{\mathrm{I}} = -\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{I}}^{-1}\frac{\partial [F_{\text{зд}}(w,\ t) - w]}{\partial t} -$$

$$-\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{I}}^{-1}\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{II}} U_{\mathrm{II}}, \tag{7.33}$$

где $\dfrac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}$ — функциональная матрица вектора $[F_{\text{зд}}(w,\ t) - w]$ размером $k \times m$; $\left\{\dfrac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{I}}$ и $\left\{\dfrac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{II}}$ — матрицы размером $k \times k$ с нулевым дефектом и $k \times (m-k)$ соответственно; первая образована k столбцами матрицы $\dfrac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}$, вторая — $(m-k)$ столбцами, не вошедшими в $\left\{\dfrac{\partial [\mathbf{F}_{\text{зд}}(\mathbf{w},\ \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{I}}$; U_{I}, U_{II} — k- и $(m-k)$-мерные векторы, образованные теми компонен-

тами вектора U, номера которых соответствуют номерам столбцов матрицы $\frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, t) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}$, использованных при составлении матриц $\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, t) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{I}}$ и $\left\{\frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, t) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}\right\}_{\mathrm{II}}$ соответственно.

Поскольку U_{II} произволен, то его для упрощения (7.33) можно положить равным нулю.

Для получения системы ЭДУ, аналогичных уравнениям (7.10) второго вида для стационарного случая, превратим функцию, $\dot{V}_*(\varepsilon_*, t, q)$, определяемую выражением (7.29), в постоянно отрицательную, положив

$$f(q, t) = (f_{\mathrm{I}}^{6}, f_{\mathrm{II}}^{m-6}) + U, \tag{7.34}$$

где

$$f_{\mathrm{I}}^{6} = -\left(\frac{\partial \mathbf{w}^{н}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}}^{-1} \mathbf{K}^{\mathrm{II}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{н}, t)}{\partial w^{н}} + \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{н}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{w}^{н}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{II}} f_{\mathrm{II}}^{m-6}; \tag{7.35}$$

$f_{\mathrm{II}}^{(m-6)}$ выбирается произвольно.

Выражение $f(q, t)$ отличается от выражения (7.9) для первого случая последним слагаемым U, которое может быть найдено из (7.31) или (7.33), а также вектором $\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{н}, t)}{\partial w^{н}}$, которым заменен вектор $\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{н})}{\partial w^{н}}$; обозначения в (7.35) те же, что и в (7.9). Полагая произвольно выбираемый вектор f_{II}^{m-6} нулевым, а матрицу произвольных положительных коэффициентов равной $\mathbf{K}^{\mathrm{II}} = \left|\frac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{\mathrm{I}}^{2} \mathbf{K}_{0}^{\mathrm{II}}$, получим ЭДУ в следующей форме:

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{\mathrm{I}} &= -\left|\frac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{\mathrm{I}} \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{w}}^{н}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{\mathrm{I}} \mathbf{K}_{0}^{\mathrm{II}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(w^{н}, t)}{\partial w^{н}} + U^{6}; \\ \dot{q} &= U^{m-6}, \end{aligned}\right\} \tag{7.36}$$

где U^{6}, U^{m-6} — векторы, образованные соответственно первыми шестью и последними $(m-6)$ компонентами вектора U, определяемые выражениями (7.31), (7.33).

В стационарном положении возможно ложное равновесие системы при $\left|\frac{\partial w^{н}}{\partial q}\right|_{\mathrm{I}} = 0$, когда минимум еще не достигнут. Чтобы исключить такое положение, необходимо соответственно перестроить структуру системы.

Следует отметить, что возможно нарушение условий существования решений уравнений (7.32) и (7.36) в отличие от статического

за счет второго слагаемого и правой части уравнений, когда определитель

$$\left| \frac{\partial [F_{зд}(w, t) - w]}{\partial q} \right|_{I} = 0.$$

Чтобы избежать этого нарушения, нужно изменить структуру уравнений в момент, когда $\left| \frac{\partial [F_{зд}(w, t) - w]}{\partial q} \right|_{I} < \gamma$, где γ — заранее заданное малое число. В соответствии с этим из столбцов матрицы $\frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}}$ формируется новая матрица $\left\{ \frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}} \right\}_{Iн}$, причем выбираются такие столбцы, чтобы определитель этой матрицы был больше γ.

Практически момент перестройки системы определяется величиной вектора q. Если хотя бы одна составляющая этого вектора больше некоторой заранее заданной величины, то структура системы изменяется. Алгоритм перестройки, как и в предыдущих статических случаях, состоит в переборе возможных матриц $\left. \frac{\partial [\mathbf{F}_{зд}(\mathbf{w}, \mathbf{t}) - \mathbf{w}]}{\partial \mathbf{q}} \right\}_{I}$ до появления первой подходящей.

§ 39. Особенности структуры тактического управляющего уровня при использовании непрерывных алгоритмов экстремизации

Для получения требуемого закона изменения обобщенных координат манипулятора подводного робота необходимо, как следует из вышеизложенного, решить систему ЭДУ, синтезированных для всех типовых задач управления. Использование аналоговых вычислительных средств гарантирует решение задачи управления в реальном масштабе времени, позволяет обеспечить одновременное управление группой роботов, наконец, создает определенные удобства в «стыковке» НУУ, представляющего собой аналоговую систему, с ТУУ. Однако при чисто аналоговой реализации ТУУ возникают затруднения, связанные с формированием сложных функциональных зависимостей, образующих правые части системы ЭДУ, в результате при вычислении появляются значительные ошибки. Более целесообразно в данном случае реализовать ТУУ на основе разумного сочетания аналоговых и дискретных средств вычислительной техники, т. е. создания гибридной вычислительной системы. При этом на цифровую вычислительную систему возлагается задача формирования правых частей ЭДУ, а также реализации чисто логических операций, связанных с переработкой командной и сенсорной информации, в результате чего, в конечном счете, изменяется вид и структура правых частей ЭДУ.

Аналоговая вычислительная система должна интегрировать вычисленные дискретными средствами правые части ЭДУ, т. е.

находить решение системы ЭДУ и выводить полученный закон изменения обобщенных координат на НУУ в качестве команд управления. Точность интегрирования (0,5%), легко достижимая аналоговыми средствами, оказывается вполне приемлемой для подавляющего большинства встречающихся на практике задач управления.

Из рассмотрения структуры ЭДУ (7.6) для стационарной задачи управления видно, что процедура формирования правых частей уравнений сводится к вычислению составляющих градиента минимизируемого функционала, т. е. к процедуре, которую выполняет блок обработки командной информации при использовании дискретных алгоритмов экстремизации. Очевидно, что интегрирование дифференциальных уравнений эквивалентно задаче, которую выполняет блок экстремизации функционала. Приблизительно к таким же выводам можно прийти при рассмотрении ЭДУ (7.14), (7.18), (7.19), для стационарных задач остальных типов. Действительно, построение правых частей уравнений в этих случаях требует, во-первых, нахождения составляющих градиента функционала $\partial\varepsilon(q)/\partial q$ и составляющих нормалей $\partial K_i/\partial q$ к гиперповерхностям ограничения, обусловленных особенностью команды, во-вторых, нахождения составляющих нормалей $\partial\psi/\partial q$ к гиперповерхностям ограничений, определяемых внешней средой. Обе эти задачи тождественны задачам, решаемым соответственно блоком обработки командной информации и блоком информации о внешней среде. Правда, для формирования правых частей уравнений необходима дополнительная процедура, связанная с перемножением векторов и матриц, составленных из найденных элементов, например, матрицы $(\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q})'$ на $K(q)$, как видно из выражения (7.14), но она требует значительно меньше машинного времени, чем первые две. Как и в первом случае, интегрирование дифференциальных уравнений эквивалентно нахождению минимизирующей последовательности аргумента функционала, осуществляемому блоком экстремизации с помощью дискретных алгоритмов.

Из сказанного следует, что при использовании гибридного вычислительного варианта построения ТУУ программный блок экстремизации функционала, применяемый в чисто дискретном варианте ТУУ, заменяется аппаратурным блоком интеграторов и экстремизация функционала выполняется в процессе решения дифференциальных уравнений непрерывным способом. Это приводит к сокращению общего времени вычислений, так как операция интегрирования осуществляется параллельно с вычислительной процедурой нахождения правых частей уравнений. Процесс выбора возможного направления, осуществляемый блоком экстремизации в дискретном варианте, занимает около 50% машинного времени формирования команд управления ТУУ, а если определяется длина шага μ итерационным путем,— значительно больше. Таким образом, исключение временных затрат на эту процедуру дает существенный эффект.

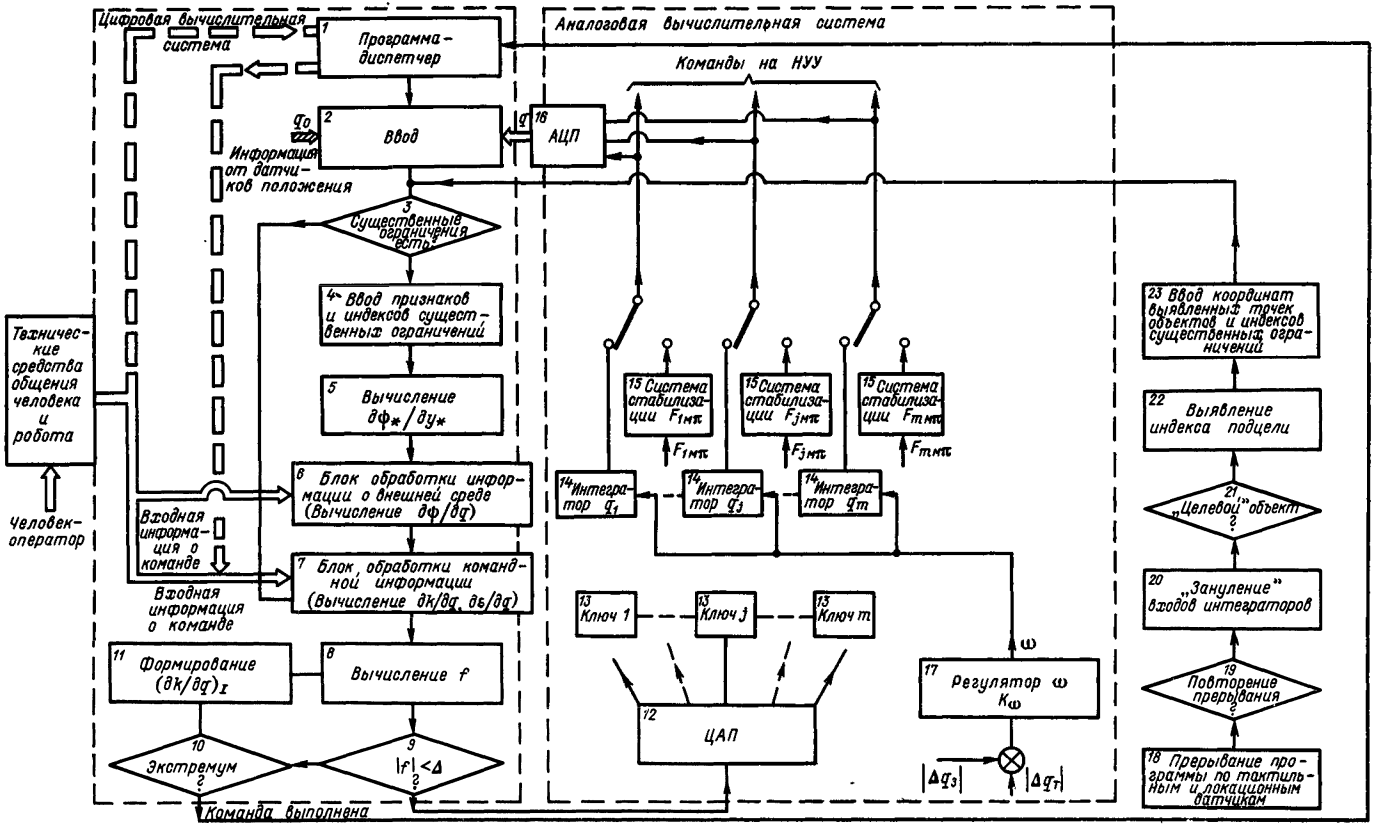


Рис. 79. Структура ТУУ, построенного как гибридная вычислительная система

Аналоговые средства находят дополнительное применение, если при решении стационарных задач управления используется способ учета ограничений, основанный на построении вспомогательной системы стабилизации правых частей $K(q)$, $\psi(q)$ ограничивающих равенств и неравенств.

При решении задач третьего класса с динамическими ограничениями целесообразно сохранить такое же разделение функций между аналоговыми и дискретными средствами, как и при решении стационарных задач. Важно подчеркнуть, что дискретные алгоритмы, основанные на методах математического программирования, в принципе, не позволяют решать нестационарные задачи, поэтому методы, основанные на нахождении решений ЭДУ, являются единственно возможными.

Для конкретного выявления особенностей построения ТУУ на основе использования непрерывных алгоритмов экстремизации рассмотрим вариант структуры ТУУ, организованной как гибридная вычислительная система (рис. 79).

Данный вариант ТУУ включает цифровую вычислительную систему, реализованную на стандартной универсальной или управляющей ЦВМ, и аналоговую систему, которая может быть построена на базе небольшой аналоговой ЭВМ.

Организация ввода командной информации и информации о среде, осуществляемая оператором с помощью технических средств общения человека с роботом, ничем не отличается от подобного процесса в случае дискретного варианта ТУУ. Обработка этой информации осуществляется ЦВМ так же, как и в дискретном варианте.

В программное обеспечение ЦВМ должны войти блоки обработки командной информации, информации о внешней среде, которые формируют элементы матриц $\partial\boldsymbol{\psi}/\partial\mathbf{q}$, $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$ и вектора $\partial\varepsilon(q)/\partial q$ (см. § 38), а также программа-диспетчер. Блок экстремизации исключается, однако две операции, входящие в него, включаются в программу цифровой вычислительной системы ТУУ. К ним относится операция 3 — выявление существенных ограничений, обусловленных внешней средой, и операция 4 — ввод в блок обработки информации о среде признаков наличия существенных ограничений и индексов существенных ограничений. Эти операции аналогичны операциям 3а, 3б блока экстремизации. Операции 3, 4 выполняют, чтобы уменьшить до минимума число одновременно учитываемых ограничивающих неравенств (5.38) — (5.40), что сокращает последующие вычисления. Следует заметить, что в отличие от операций 3а, 3б блока экстремизации в данном случае не требуется вводить существенные ограничения, обусловленные типом команд. Эти ограничения, определяемые равенствами $K(q) = 0$, все существенные, и при формировании правых частей ЭДУ используются все компоненты вектора $K(q)$ и элементы всех строк матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$.

В анализируемую программу, кроме того, вводится операция 5 — вычисление элементов функциональной матрицы вспомога-

тельной вектор-функции $\psi_*(q_*)$ с положительными компонентами, зависящей от вспомогательного аргумента q_*. С помощью этой функции неравенства (7.22) превращаются в равенства (7.23). Элементы $\partial\psi_*/\partial\mathbf{q}_*$ используются в операции 8 — формирование правой части ЭДУ.

Если каждую компоненту $\psi_{i*}(q_*)$ вектора $\psi_*(q_*)$ положить равной половине квадрата соответствующей компоненты аргумента q_*, т. е. $\psi_{i*}=\frac{1}{2}q_{i*}^2$, то $\frac{\partial\psi_{i*}}{\partial q_{i*}}=q_{i*}$, а остальные элементы $\frac{\partial\psi_{i*}}{\partial q_j}=0$ при $i\neq j$. Поскольку $\psi_*(q_*)$ должна превращать неравенство (7.22) в равенство (7.23),

$$\psi_{i*}(q_*)=-\psi_i(q)=\frac{1}{2}q_{i*}^2$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial\psi_{i*}}{\partial q_{i*}}=\sqrt{-2\psi_i(q)},$$

где $\psi_i(q)$ — отрицательная правая часть неравенства, соответствующего ограничению. Как видим, эта дополнительно вводимая операция элементарна.

Еще одна дополнительная операция 8, не имеющая аналога в дискретном варианте ТУУ, состоит в вычислении правых частей уравнений (7.18) по найденным элементам матриц $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$, $\partial\boldsymbol{\psi}/\partial\mathbf{q}$, $\partial\boldsymbol{\psi}_*/\partial\mathbf{q}_*$ и вектора $\partial\varepsilon(q)/\partial q$.

Если все правые части оказываются достаточно малыми $|f(q)|<\Delta$, где $|f(q)|$ — модуль вектора $f(q)$; Δ — положительно малое число, а экстремум функционала не достигнут, то в соответствии с рекомендациями о перестройке структуры ЭДУ (7.18), высказанными в § 36, необходимо из матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$ путем перебора ее столбцов образовать новую матрицу $(\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q})_{\text{Iн}}$, которой соответствует $|f(q)|>0$.

При реализации задачи управления с ограничениями типа неравенств (7.22) вместо матрицы $\partial\mathbf{K}/\partial\mathbf{q}$ используется

$$\frac{\partial\boldsymbol{\phi}_\varepsilon}{\partial\mathbf{q}_0}=\left(\frac{\partial\boldsymbol{\phi}}{\partial\mathbf{q}},\quad -\frac{\partial\boldsymbol{\phi}_*}{\partial\mathbf{q}_*}\right).$$

Вычислительная система ТУУ содержит следующие блоки.

Аналого-цифровой преобразователь, преобразующий вычисленные правые части дифференциальных уравнений, выраженные в цифровом коде, в аналоговые величины;

— интеграторы, формирующие требуемый закон изменения обобщенных координат;

— вспомогательные системы стабилизации, с помощью которых формируются обобщенные координаты при достижении моментами, развиваемыми приводами, критических значений;

— аналого-цифровой преобразователь, с помощью которого аналоговые величины q, сформированные интеграторами, преобразуются в цифровые и вводятся в цифровую часть вычислительной системы.

Считывание этих величин происходит в дискретные моменты времени, частота повторения которых зависит от времени вычисления правых частей дифференциальных уравнений.

Порядок этой величины при использовании в качестве цифровой части ЦВМ, например, типа «Днепр-1», имеющей быстродействие 10^4 опер/с в среднем, составляет 0,60 с (это время, идущее на вычисление составляющих градиента $\partial\varepsilon(q)/\partial q$ и элементов матрицы $\partial\boldsymbol{\phi}/\partial\mathbf{q}$) для манипулятора подводного робота с шестью степенями свободы при двух существенных ограничениях, обусловленных внешней средой. При использовании широко внедряемой в настоящее время ЦВМ типа «М-6000» из серии АСВТ, быстродействие которой — $2\cdot10^5$ опер/с, указанное время сократится до 0,030 с.

В случае прерывания программы по сигналам от тактильных или локационных датчиков вследствие непредвиденного взаимодействия робота с внешней средой цифровая вычислительная часть ТУУ реализует те же операции, что и в дискретном варианте ТУУ. Отличие состоит в способе фиксации значений обобщенных координат, соответствующих моменту срабатывания датчиков. В данном случае эта фиксация на время вычисления нового значения правых частей, соответствующих выявленным ограничениям, осуществляется путем «зануления» входов интеграторов с помощью ключей, связывающих ЦАП с интеграторами.

В гибридной вычислительной системе для реализации ТУУ в отличие от дискретного варианта исключены прерывания по датчикам моментов и положения. Задачи решаются путем непрерывного измерения этих моментов и стабилизации их на критическом уровне с помощью систем стабилизации.

Прерывание по датчикам положения в дискретном варианте применялось для минимизации динамической ошибки в воспроизведении следящими системами НУУ заданного ТУУ закона изменения обобщенных координат. Это можно осуществить с помощью управления аргументом интегрирования, который может быть любой функцией времени. Пусть дифференциальная связь между аргументом φ интеграторов и временем выражается как

$$d\varphi = \omega dt.$$

Тогда производная по времени требуемого закона изменения обобщенных координат определяется теми же уравнениями (7.14), в правую часть которых входит в виде множителя ω. Эту величину можно рассматривать как общий сомножитель компонент матрицы $\mathbf{a}^2$, от которого зависит правая часть уравнений и произвольное изменение которого не нарушает условий, когда решение уравнений будет удовлетворять всем ограничениям и иметь установившееся значение, соответствующее минимуму функционала.

Таким образом, величину ω можно изменять произвольно во времени. При увеличении ω скорость задаваемого закона изменения обобщенных координат будет увеличиваться и динамическая ошибка, обусловленная запаздыванием в отработке следящими системами приводов, будет возрастать, при уменьшении ω эта ошибка будет увеличиваться. Очевидно, можно задать допустимую величину модуля $|\Delta q|$ динамической ошибки и регулировать ω таким образом, чтобы поддерживать ее значение на заданном уровне.

Заключение

Освоение океана — важнейшая международная проблема. В настоящее время с океаном связаны надежды человечества на увеличение запасов природных ресурсов, в то время как освоение ресурсов космоса является задачей более далекого будущего. С расширением исследований Мирового океана продолжают развиваться и технические средства освоения глубин, в том числе обитаемые и необитаемые автоматические аппараты (подводные роботы). Затраты, связанные с обеспечением нормальных условий жизнедеятельности экипажа на глубоководных аппаратах, довольно велики, поэтому все больше внимания уделяется созданию подводных роботов. Это — магистральное направление развития техники подводных исследований.

Приведенный в монографии материал отражает состояние строительства подводных роботов на сегодняшний день. Успехи в этой области достигнуты главным образом за счет широкого использования вычислительной техники и совершенствования систем управления, однако имеется много сложных комплексных проблем, решение которых необходимо для дальнейшего совершенствования робототехнических комплексов. Одна из них связана с созданием новых конструкционных материалов, которые могли бы успешно работать на морском дне в агрессивной среде, другая — с созданием системы энергетического снабжения подводных аппаратов. По-видимому, только применяя атомные движительные комплексы, удастся создать роботы с неограниченным районом плавания. Это, в свою очередь, заставляет резко повысить требования к надежности функционирования всех систем подводного робота. Третья проблема связана с созданием совершенных систем искусственного интеллекта, которые в сочетании с развитыми сенсорными системами могут решать сложные задачи по подводному исследованию и строительству.

Успешное решение этих проблем во многом зависит от развития вычислительных средств. Одно совершенно очевидно — подводным роботам принадлежит большое будущее.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгоритмы управления адаптивной шагающей машиной.— «Труды науч. совета по кибернетике», 1969, вып. 15, с. 10—13. Авторы: М. Б. Игнатьев, Ф. М. Кулаков, А. А. Михайлов, В. В. Михайлов, Е. И. Юревич.

2. Ажажа В. Г. Опыт и перспективы применения подводных судов в рыбохозяйственных целях. М., ЦНИИТЭИРХ, 1969.

3. Артоболевский И. И., Умнов Н. В. Некоторые проблемы шагающих машин.— «Вестник АН СССР», 1969, № 2, с. 32—36.

4. Бернштейн И. А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности. М., «Медицина», 1966.

5. Вершинский Н. В. Подводное телевидение. М., «Энергия», 1961.

6. Вукобратович М. Искусственные локомоционные системы динамики, алгоритмы управления, устойчивость. Автореф. на соиск. учен. степени докт. техн. наук. М., 1972 (Ин-т машиноведения АН СССР).

7. Гурфинкель Б. Б. Некоторые соображения о языке для устного диалога человек—машина. Вычислительные системы.— «Мат-лы ко II Всесоюз. конфер.» Новосибирск, 1969, с. 73—76. (Ин-т математики СО АН СССР).

8. Игнатьев М. Б. Голономные автоматические системы. Л., «Наука», 1963.

9. Игнатьев М. Б., Кулаков Ф. М., Покровский А. М. Алгоритм управления роботами-манипуляторами. Л., «Машиностроение», 1972.

10. Игнатьев М. Б., Кулаков Ф. М., Ястребов В. С. Подводный манипулятор с автоматическим управлением от ЭВМ.— «Океанология», 1971, т. XI, вып. 3, с. 45—58.

11. Игнатьев М. Б., Петров В. И. Прокладка маршрутов перемещений информационного подвижного робота.— «Морское приборостроение», 1972, вып. 4, с. 16—18.

12. Информационные аспекты построения автономно-функционирующих устройств.— В кн.: «IV Симп. по проблеме избыточности в информ. системах». Л., 1970, с. 254—263. Авт.: Т. А. Иванова, М. Б. Игнатьев, Ф. М. Кулаков, Г. Н. Трубников, В. Н. Успенский, А. А. Халфен.

13. Какиура М., Сато К., Ямагути М. Управление роботом-манипулятором с тактильными датчиками.— «Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю», 1971, т. 7, № 1, с. 31—38. На япон. яз.

14. Киносита Г. Распознавание образов при помощи осязания.— «Кикот-но кэнкю», 1972, т. 24, № 1, с. 243—248. На япон. яз.

15. Киносита Г., Мори М. Упругая модель кожи и некоторые свойства обработки с переменным порогом информации, поступающей от искусственного тактильного сенсора.— «Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю», 1972, т. 8, № 4, с. 398—405. На япон. яз.

16. Киносита Г., Мори М. Метод определения расстояния между тактильными рецепторами при использовании большого числа рецепторных элементов.— «Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю», 1972, т. 8, № 5, с. 545—552. На япон. яз.
17. Киносита Г., Тахасэ К., Мори М. Распознавание образов при помощи искусственного тактильного сенсора.— «Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю», 1971, т. 7, № 1, с. 25—31. На япон. яз.
18. Кобринский А. Е., Степаненко Ю. А. Некоторые проблемы теории манипуляторов.— В кн.: Механика машин. М., «Наука», 1967, вып. 7—8, с. 15—24.
19. Коренев Г. В. Цель и приспособляемость движений. М., «Наука», 1974.
20. Ломов Б. Ф. Человек в системах управления. М., «Энергия», 1967.
21. Лурье А. И. Аналитическая механика. М., Физматгиз, 1965.
22. Мейстер Д., Рабидо Д. Инженерно-психологическая оценка при разработке систем управления. М., «Сов. радио», 1970.
23. Моделирование на ЦВМ шагающего аппарата.— «Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика», 1972, № 3, с. 315—326. Авт.: Д. Е. Охоцимский, А. К. Платонов, Г. К. Борович, Н. И. Карпов.
24. Морозов К. К., Одинцов В. Г. Использование ЭЦВМ при конструировании некоторых узлов радиоэлектронной аппаратуры. М., «Сов. радио», 1972.
25. Одум Ю. Основы экологии. М., «Мир», 1975.
26. Окада Т., Цутия С. Распознавание пространственных образов искусственной рукой.— «Дэнси тдзюцу сого кэнкюсё ихо», 1971, т. 35, № 3, с. 334—345. На япон. яз.
27. Осипов А. Ф. Объемные гидравлические машины. М., «Машиностроение», 1966.
28. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф., Алексеева Л. А. Алгоритм стабилизации движения автоматического шагающего аппарата.— «Мат-лы VI Симпозиума ИФАК. Докл. XI секции «Управление в пространстве». Ереван, 1974, с. 14—24.
29. Покровский А. М., Игнатьев М. Б., Кан Г. С. О структуре биологических систем управления движениями с точки зрения структурной лингвистики. Управление движениями. Л., «Наука», 1970.
30. Прокофьев В. Н., Данилов Ю. А., Кондаков Л. А. Аксиально-поршневой регулируемый гидропривод. М., «Машиностроение», 1969.
31. Рябов Г. Г. Волновой алгоритм и электрические соединения.— В кн.: «Вычислительная техника». Изд. Ин-та точной механики и вычислит. техники АН СССР, 1965, с. 120—129.
32. Степаненко Ю. А. Разработка методов анализа и элементов теории манипуляторов.— Дис. на соиск. учен. степени докт. техн. наук, 1971, (Ин-т машиноведения АН СССР).
33. Фабрикант Н. Я. Аэродинамика. М., «Наука», 1964.
34. Хасэгава К. Восприятие роботов.— «Дэнси дзайрё», 1972, № 4, с. 51—56. На япон. яз.
35. Цудзи С. Роботы и датчики информации.— «Кэйсоку тосэйге», 1973, т. 12, № 1, с. 40—45. На япон. яз.
36. Ястребов В. С. Исследование вопросов инженерной методики анализа и расчета дистанционных подводных манипуляторов.— В кн.: «Механика машин», 1971, вып. 27—28, с. 101—112.
37. Ястребов В. С. Об учете специфики среды при анализе и расчете систем управления подводных манипуляторов.— «Океанология», 1971, т. XI, вып. 1, с. 146—154.
38. Ястребов В. С. К вопросу о структуре кинематической цепи подводных манипуляторов. Деп. № 4015—72. М., 1972.
39. Ястребов В. С. Телеуправляемые подводные аппараты. Л., «Судостроение», 1973.

40. Ясухиро Д., Кавабе С. Распознавание трехмерных объектов методом сечений лазерным лучом.— «Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю», 1973, т. 9, № 1, с. 16—21. На япон. яз.
41. Activites du bathyscaphe «Archimede».— «Breves Nouv.» Françe, 1971, N 1129, p. 1135—1143.
42. Ballard R., Emery K. Research submersibles in oceanography.— «Marine Technol. Society J.», 1970, p. 310—322.
43. Bekker M. Off the Road Locomotion. Ann Arbor. Michigan. The University of Michigan Press, 1960.
44. Booda L. Navy currents.— «Undersea Technology», 1969, 10, N 9, p. 19.
45. Busby R. Ben Franklins oceanographic mission.— «Undersea Technology», 1969, 10, N 5, p. 64—67.
46. Cizman A. Decomposition of a visual scene into three dimentional bodies.— In: Automatic Interpretation and Classification of Images. N. Y., Academic Press, 1969, p. 243—276.
47. Daniell F. A havy-duty sea bed work vehicle.— «Ocean Industry», 1964, 4, N 3, p. 78—80.
48. Falk G. Scene analysis based on inperfect age data. 2 nd Intern. Joint Conf. on Artificial Intelligence. London. 1971, p. 8—16.
49. Froberville C. de. Ou en est le gruppe des bathyscaphe? Blues, 1971, N 12071, p. 12—14.
50. Good D. Deep submersible instrumentation for the measurment of physical and chemical properties at the sea—floor interface.— «Marine Sci. Instrum.», 1968, vol. 4, p. 252—259.
51. Haig K. Oceanographic instrumentation for Ben Franklin.— «Underwater Sci. and Technol. J.», 1970, 2, N 1, p. 11—16.
52. Helfer H. Its a thig? Its a bathtub? Its a fish?— «Our Navy», 1969, 64, N 9, p. 2—4, 6—7, 62.
53. Hoyt J. Biological collecting with a remote controlled underwater vehicle.— «Marine Technol. Society J.», 1970, 4, N 1, p. 65—66.
54. Klein-U-Boot Forschungsarbeiter.— «Technica» (BDR), 1971, 20, N 7, S. 1581—1582.
55. La Fond E. Decepstar studies of the sea floor interface.— «Naval Ship Syct. Command. Techn. News», 1967, 16, N 12, p. 34—37.
56. Las Triton pourra participer au sauvetage d'equipages de sousmarin.— «Air et Comos», 1970, 7, N 332, p. 21.
57. Markel A. Adventures with aliminant. SAE Proprints, 1969, SA. N 690967.
58. Marotta T. Nerve-gas coutliners inspected on the ocean bottom.— «Ocean Industry», 1971, 6, N 1.
59. McCarthy J. LISPI Programmers manual.— «Computation Center and Res. Lab. of Electronics», MIT, Press, 1965.
60. McGhee R., Pai A. An approach to Computer—Control for Legged Vehicles.— «J. of Terramechanics», 1974, vol. 11, N 2, p. 21—29.
61. McGhee R., Tomovic R. A finite state approach to the synthesis of bioengineering control system.— JEEE Trans. HFE, 1966, vol. 7, N 2.
62. McLerran A. Station keeping for deep sea drilling.— «Amer. Soc. of Mech. Eng.», 1971, N 69-WA/UnT-12, N 70, p. 75—80.
63. Milne A. A small research submarine in the Arctic.—«Arctic», 1969, 22, N 1, p. 69—70.
64. Modular submarine to explore undersea for gas and oil.— «Underwater Lett», 1972, N 279.
65. Moor E. Shortest path through a maze.— Annals of the Comp. Lab. of Harvard Univer., 1959, vol. 30, p. 312—320.
66. Moreno Diar R. An analitical model of group 2 gangalion cell in the frog's retina.— Report E—1858, 1965, Charles Stark Draper Lab., MIT.
67. Moreno Diar R. An analitical model of the «Bug Detector»

ganglion cell in the frogs retina.— In: Cybernatical Problems in Bionics, 1968, p. 481—491.
68. Morse R. Undersea Vehicle for Oceanography.— JCO pamphlet, 1965, Oct.
69. Nevins J., Sheridan T. The multi-model remote manipulator systems.— In: Remotely Manned Systems, California, 1973.
70. Niblok R. Submersible key to salvaging tug from 670-ft depth.— «Undersea Technology», 1969, 10, N 10, p. 40—42.
71. No Layer found by gulf trial.—«Navy Times», 1969, 10/X, p. 111—122.
72. Ocean mining faces problems — push in oceanography may yield solutions — «Mining Eng.», 1967, 19, N 8, p. 52—57.
73. Oceanologic. Annexes sous-marines d'intervention. — «J. Marine Marchande», 1969, 51, N 2566, p. 425—428.
74. Oceanology the weekly of ocean technology.— «Oceanology», 1969, 6, N 13, p. 103.
75. Paui R., Falk A. The computer representation of simply described scenes.— Proc. Illinois Graphics Conf., 1969, April.
76. Pelletier B. The submersible PISCES feasibility in the Canadian Arctik.— «Marit. Sedim.», 1968, 4, N 3, p. 69—72.
77. Sea bed vehicle.— «Mining Magasin», 1971., 125, N 3, p. 243.
78. Shihkai: is the full scale deep sea survey vessel. Zosen, 1969, 13, N10, p. 32—33.
79. Shipek K., Hascall M. New method for ocean botom microrelief prolifity Seahouse.— «News of Oceanology and Limnology», 1968, 3, N 4.
80. Small submarines.— «Shipbuild. Intern.», 1968, 10, N 12, p. 8—9.
81. Summary log of scallop location youth predicted catch rates of cape Kennedy Grounds, 1972, Georgia. Auth.: L. L. May, D. L. Sutherland, S. B. Drummond, J. B. Rivers.
82. Sutro L., Kilmer W. Development of visual contract and decision systems for a Mars Rover.— Report R 565, 1967, 28—30, 85—86. Cambridge, Charles Stark Draper Laboratory.
83. Sutro L., Kilmer W. Assembly computers to command and control a robot. Spring Joint Computer Conf., May 1969. Boston AFIPS, Conf. Proc., 1969, vol. 34, p. 113—137.
84. Talkington H. The US Navy Participation in the Rescue of the PISCES 111.— «Marine Technology Society J.», 1974, Jan., p. 63—67.
85. The Gulf Stream drift mission.— «Marine Eng. J.», July, p. 6—8.
86. The Underwater Letter, 1968, N 192.
87. Underseca observation: how deep the light.— «Sci. News», 1967, 92, N 25, p. 14—15.
88. Unmanned Arctic research submersible designed.— «Naval Research», 1971, 24, N 6, p. 25.
89. Unmaned untethered submersible designed for work to 20 000 feet.— «Undersea Technology», 1970, 11, N 5, p. 42—43.
90. Unmaned vehicle for under—ice seismic exploration.—«Undersea Technology», 1970, 11, N 2, p. 28.
91. Urbanek J. Gains in undersea science spotlighted by sub rescue.— «Electron. News», 1969, 14, N 731, p. 14.
92. V-fin family.— «Aerospace Technology», 1972, 21, N 7, p. 87.
93. Vukobratovic M., Frank A., Juricic D. On the stability of biped locomotion.— «JEEE Trans. Biomed. Eng.», 1970, Jan., vol. BME-17, p. 18—21.
94. Wabot-1.— «Bulletin of Science and Eng. Res.», 1973, N 62 (Laboratory Waseda University, Special Issue on Wabot).
95. Wiendieck K. Studie zur technischen Konzeption von Meersboden Fahrzengen.— «Meeres Technik», 1972, 3, N 2, p. 41—48.
96. Whithey D. State space models of remote manipulation tasks.— IEEE Trans. AC, 1969, vol. 14, N 6, p. 325—328.
97. Yastrebov V. Robots of the second generation.— Proceedinas of the VI IFAC, 1975, Boston, p. 313—316.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов 5
Введение 6

Глава 1. ПОДВОДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МИРОВОГО ОКЕАНА, ЗАДАЧИ И МЕТОДИКИ 9

§ 1. Анализ исследований Мирового океана с помощью подводных аппаратов . . . . . —
§ 2. Классификация подводных роботов 23
§ 3. Перспективы использования роботов в океанологических исследованиях и подводно-технических работах 30
§ 4. Средства обеспечения подводных роботов 38

Глава 2. СТРУКТУРА ПОДВОДНОГО РОБОТА 43

§ 5. Общая компоновка подводного робота . . . . . —
§ 6. Средства движения подводного робота 48
§ 7. Манипуляторы подводного робота 59
§ 8. Сенсорная система подводного робота и обработка информации о внешней среде 73
§ 9. Система связи оператора с подводным роботом 94
§ 10. Энергетическая система подводного робота 107

Глава 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОСНОВНЫХ СИСТЕМ ПОДВОДНОГО РОБОТА 109

§ 11. Динамическая модель плавающего робота 110
§ 12. Динамическая модель подводного манипулятора 120
§ 13. Математическая модель подводного шагающего робота . 134
§ 14. Пространственная динамическая модель буксируемой кабельной линии связи 140
§ 15. Методы решения динамических задач управления подводным роботом 157

Глава 4. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ . . . 167

§ 16. Принципы построения движений биологических объектов 168
§ 17. Анализ уровневой структуры системы управления подводным роботом 172
§ 18. Подводный робот как многоцелевая система с избыточностью 175
§ 19. Уровни управления подводным роботом-манипулятором 178
§ 20. Структура оперативного пространства низшего уровня . 182
§ 21. Структура системы управления перемещением подводного робота 196

§ 22. Задание движения подводному роботу 201
§ 23. Построение алгоритмов управления подводным шагающим роботом с использованием метода избыточных переменных 211
§ 24. Алгоритмы предварительной прокладки маршрута робота 215

Глава 5. СУПЕРВИЗОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ 224

§ 25. Типовые команды формирования движений и их формализация 226
§ 26. Модель внешней среды подводного робота 242
§ 27. Постановка задачи управления при реализации манипулятором подводного робота типовых команд 246
§ 28. Модель многоуровневого управления 252

Глава 6. МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ ПОДВОДНОГО РОБОТА, ОСНОВАННЫЕ НА ДИСКРЕТНЫХ АЛГОРИТМАХ ЭКСТРЕМИЗАЦИИ 260

§ 29. Свойства функционала рассогласования 261
§ 30. Алгоритмы экстремизации функционала 276
§ 31. Алгоритмы обработки командной информации и информации о среде 294
§ 32. Способы ввода командной информации о среде 303
§ 33. Программа тактического управляющего уровня 307
§ 34. Прямой способ формирования команд управления для низшего управляющего уровня 319
§ 35. Операция подготовки взятия предметов, произвольно ориентированных в пространстве 329

Глава 7. МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ ПОДВОДНОГО РОБОТА, ОСНОВАННЫЕ НА НЕПРЕРЫВНЫХ АЛГОРИТМАХ ЭКСТРЕМИЗАЦИИ 336

§ 36. Синтез эквивалентных дифференциальных уравнений для стационарных задач управления 337
§ 37. Операции по перемещению объектов, на которые наложены механические связи 349
§ 38. Синтез эффективных дифференциальных уравнений для нестационарных задач управления 352
§ 39. Особенности структуры тактического управляющего уровня при использовании непрерывных алгоритмов экстремизации 355

Заключение 361

Указатель литературы 362

Вячеслав Семенович Ястребов,
Михаил Борисович Игнатьев,
Феликс Михайлович Кулаков,
Владимир Валентинович Михайлов

ПОДВОДНЫЕ РОБОТЫ

Редактор Т. И. Ильичева
Художественные редакторы В. Т. Левченко и В. А. Пурицкий
Технический редактор Р. К. Чистякова
Корректор И. П. Острогорова
Оформление художника Б. Н. Осенчакова

ИБ № 274

Сдано в набор 18/VIII 1976 г. Подписано к печати 13/I 1977 г. М-19050. Формат издания 60×90 1/16. Бумага типогр. № 2. Усл. печ. л. 23,0 Уч.-изд. л. 25,2. Тираж 2500 экз. Заказ № 1746. Издательский № 3153—75. Цена 1 р. 53 к.

Издательство «Судостроение», 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8.

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 196126, Ленинград, Ф-126, Социалистическая ул., 14.

1р53и.