

ПОЛИТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО,
состоящее при ИМПЕРАТОРСКОМЪ Техническомъ Училищѣ.

СТРОПИЛА.

Изысканіе рациональныхъ типовъ прямолинейныхъ
стропильныхъ фермъ и

ТЕОРІЯ АРОЧНЫХЪ ФЕРМЪ.

Дѣйствительнаго члена Политехническаго Общества,

ИНЖЕНЕРЪ-МЕХАНИКЪ

В. Г. Ш у х о в а.

МОСКВА.

Высочайше утвержд. „Русское Т-во печати. и изд. дѣла“. Чистые пруды, соб. д.
1897.

Работы инженеръ-механика

В. Г. Шухова,

изданныя Политехническимъ Обществомъ:

1. **ТРУБОПРОВОДЫ** и примѣненіе ихъ къ нефтяной промышленности. 1895. Цѣна 1 р. 50 к.
2. **НАСОСЫ** прямого дѣйствія и ихъ компенсація. Изданіе 2-е. 1897. Цѣна 1 р.
3. **СТРОПИЛА.** Цѣна 3 р.

Готовятся къ печати и будутъ изданы въ ближайшемъ будущемъ его же работы:

4. **РЕЗЕРВУАРЫ.**
5. **ПЕРЕГОНКА НЕФТИ.**
6. **МОСТЫ.**

Печатано по распоряженію Совѣта Политехническаго О-ва.

Вице-предсѣдатель О-ва профессоръ П. Худяковъ.



Отъ вице-предсѣдателя Политехническаго Общества.

Зданія Всероссійской художественно-промышленной выставки 1896 года въ Н.-Новгородѣ не только представляли собою превосходные образцы художественнаго творчества русскихъ зодчихъ, но и свидѣтельствовали о высокомъ состояніи у насъ въ Россіи научной и практической стороны строительнаго искусства.

Наблюдателя поражали какъ легкія арочныя стропила, которыя перекрывали главное зданіе машиннаго отдѣла и были исполнены *С.-Петербургскимъ металлическимъ заводомъ*, такъ и оригинальныя по новизнѣ формы и легкости конструціи арочныя и висячія сѣтчатыя покрытія системы Шухова, которыя были впервые введены въ практику строительнаго дѣла и представлевы въ цѣломъ рядѣ зданій выставки строительной конторой инженера А. В. Барн.

Сѣтчатыя покрытія Шухова обращали на себя особенное вниманіе потому, что съ одинаковою легкостью и удобствомъ они находили себѣ примѣненіе при самыхъ разнообразныхъ формахъ зданія въ планѣ и при самыхъ разнообразныхъ пролетахъ; они были собраны изъ уголковъ и желѣза-зетъ, изъ полосъ съ такими поперечными сѣченіями и на такихъ взаимныхъ разстояніяхъ, какія мы привыкли встрѣчать только въ обрѣштинахъ обыкновенныхъ стропиль. Такая сѣтчатая поверхность, состоящая, такъ сказать, изъ одной обрѣшетины, не опиралась на какія-либо стропильныя фермы, а покоилась непосредственно на стѣнахъ и колоннахъ зданій, отчего многіе и называли эти покрытія Шухова *крышами безъ стропиль*.

Описанію этихъ оригинальныхъ сѣтчатыхъ покрытій мы посвятили въ свое время небольшую статью, помѣщенную въ журналѣ „*Техническій Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности*“ (1896 г., № 5) подъ заглавіемъ „*Новые типы металлическихъ и деревянныхъ покрытій для зданій по системѣ инженера Шухова*“.

Культура какой-либо отрасли промышленной дѣятельности должна измѣряться однако не случайной новизной выставочныхъ экспонатовъ,

а общимъ состояніемъ разсматриваемой дѣятельности и сознательнымъ отношеніемъ дѣателей въ работѣ ихъ на томъ пути, который привелъ ихъ къ даннымъ нововведеніямъ.

Конструкція сѣтчатыхъ покрытій была удачно создана и закончена, оригинальность ихъ открыто признавалась всѣми, и преимущества ея въ смыслѣ малаго вѣса, необычной легкости изготовленія и дешевизны были проверены опытнымъ путемъ на цѣломъ рядѣ примѣровъ при самыхъ разнообразныхъ условіяхъ въ заданіи. Но этимъ закончиться дѣлю не могло.

Интересъ, возбужденный сѣтчатыми покрытіями и съ практической и съ теоретической стороны, оказался настолько значительнымъ, что явилась настоятельная потребность имѣть сознательное отношеніе къ этому вопросу не только одному даровитому конструктору, создавшему систему сѣтчатыхъ покрытій безъ стропиль, но и потребителямъ ихъ, и цѣлой плеядѣ инженеровъ, имѣющихъ прямое и непосредственное отношеніе къ строительному дѣлу.

Въ силу этого, какъ профессоръ Императорскаго Техническаго Училища и какъ вице-предсѣдатель Политехническаго Общества, призванный стоять на стражѣ интересовъ науки и ея практическихъ примѣненій, въ данномъ случаѣ я счелъ своимъ долгомъ обратиться къ инженеру А. В. Бари, почетному члену Политехническаго Общества, съ просьбою—разрѣшить Обществу опубликованіе тѣхъ трудовъ нашего уважаемаго сочлена В. Г. Шухова, которые имѣютъ непосредственное отношеніе къ созданной имъ системѣ сѣтчатыхъ покрытій, явившихся у него результатомъ самостоятельнаго анализа стропильныхъ фермъ.

А. В. Бари и В. Г. Шуховъ отвѣсили къ этой моей просьбѣ съ полнымъ вниманіемъ и сочувствіемъ. Весь нужный для этого матеріалъ приведенъ былъ В. Г. Шуховымъ въ порядокъ и переданъ мнѣ для общаго редактированія и напечатанія въ трудахъ Политехническаго Общества, для которыхъ эта интересная и цѣнная работа, безспорно, является лучшимъ украшеніемъ.

П. Худяковъ.

ОТЪ АВТОРА.

При составленіи проекта стропиль первымъ и самымъ важнымъ вопросомъ является вопросъ о выборѣ той или другой системы фермъ, о выборѣ числа ея узловъ или панелей, о расположеніи прогоновъ и, наконецъ, о выборѣ разстоянія между фермами.

Употребленіе графическаго способа расчета значительно упрощаетъ, можно сказать, дѣлаетъ почти автоматическимъ самый процессъ расчета усилий въ разныхъ частяхъ фермы, но при этомъ у проектирующаго сооруженіе не получается отвѣта на вопросъ о наивыгоднѣйшемъ расположеніи связей фермъ и деталей крыши, и составителю проекта не дается возможности слѣдить за измѣненіемъ вѣса каждой отдѣльной части фермы въ зависимости отъ ея системы и геометрическаго положенія отдѣльных ея частей.

Въ нижеслѣдующемъ предложеньіи выработанный мною аналитическій расчетъ стропильныхъ фермъ, который даетъ отвѣтъ на вопросы *объ опредѣленіи усилий, воспринимаемыхъ на себя различными частями фермы, объ опредѣленіи вѣса этихъ частей и о назначеніи въ проектѣ наивыгоднѣйшаго геометрическаго расположенія всѣхъ частей фермы, при которомъ вѣсъ употребленнаго на устройство фермы матеріала былъ бы наименьшій.*

Всестороннее рѣшеніе такой задачи представляетъ большія трудности, благодаря вѣйшему разнообразію системъ стропильныхъ фермъ, причемъ это разнообразіе обусловливается не только архитектурными требованіями и конструктивными особенностями, вытекающими изъ свойствъ строительнаго матеріала фермъ, но и побочными соображеніями конструктора, вносящаго личный художественный вкусъ въ расположеніе элементовъ проектируемыхъ нѣхъ стропиль. Поэтому здѣсь мы дѣлаемъ

попытку разрѣшенія поставленной выше основной задачи въ примѣненіи
ея только къ наиболее употребительнымъ въ практикѣ системамъ стро-
нить — съ прямолинейнымъ и криволинейнымъ внѣшнимъ абрисомъ кровли,
опирающейся на стѣны прямоугольнаго въ планѣ зданія.

Трудъ редактированія этой работы любезно принялъ на себя вице-
предсѣдатель Политехническаго Общества проф. П. К. Худяковъ.

Вл. Шуховъ.

Форма стропиль.

Каждая стропильная ферма может быть рассматриваема, как простая треугольная, состоящая из двух симметрично расположенных наклонных ног, прямых или виволинейно изогнутых в одной плоскости; верхние концы этих ног связаны шарниром и образуют конек крыши, а нижние опираются на стены и соединяются между собою затяжкой для уничтожения распора стѣнъ.

Будетъ-ли ферма прямая (фиг. 1) или криволинейная (фиг. 2), мы представимъ ее себѣ нагруженной равномерно.

Пусть обозначают:

q — равномерную нагрузку на ферму, отнесенную к погонной единице длины горизонтальной проекции фермы,

V_1 и V_0 — давления отъ фермы на опоры,

H — усьліе горизонтальнаго распора или натяженіе затыжки у ферми.

x — y — координаты произвольного сечения фермы,

M — сгибающий момент въ произвольномъ сѣченіи фермы,

2l — длина фермы и

f — высота или подъем фермы.

Въ случаѣ равномернаго распредѣленія нагрузки находимъ:

Давленія на опоры

$$V_1 = V_2 = g.l.$$

Моменты всех сил справа или слева от среднего сечения S фермы дают:

$$H.f = ql \cdot l - ql \cdot \frac{l}{2},$$

Откуда

$$H = q \cdot \frac{l^2}{2f} \dots \dots \dots 1.$$

летворяющей условію, выражаемому формулой 5, сгибающій моментъ назовемъ чрезъ M_1 . Тогда изъ формулъ 5 и 7

$$M_1 = p \cdot \frac{x(l-x)}{4} \dots \dots \dots 10.$$

При $x = \frac{l}{2}$ получимъ наибольшее значеніе этого момента

$$\max. M = p \cdot \frac{l^2}{16} \dots \dots \dots 11.$$

Въ произвольномъ сѣченіи ненагруженной части фермы, координаты котораго x_1 и y , причемъ

$$x_1 = 2l - x,$$

сгибающій моментъ для прямой фермы будетъ:

$$M = V_2 \cdot x_1 - H \cdot y, \text{ или}$$

$$M = \frac{1}{4} \cdot pl \cdot x_1 - \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{l^2}{f} \cdot x_1 \cdot \frac{f}{l} = 0$$

для всѣхъ точекъ отъ B до C (фиг. 1). Но такъ какъ стропильная ферма попеременно и съ правой и съ лѣвой стороны можетъ подвергаться односторонней нагрузкѣ, поэтому обѣ ея половины должны быть рассчитаны по моменту, наибольшее значеніе котораго дано въ формулѣ 9.

Для параболической фермы, удовлетворяющей условію, выраженному формулой 5, при одностороннемъ нагруженіи фермы сгибающій моментъ въ произвольномъ сѣченіи ненагруженной части фермы будетъ

$$M_1 = V_2 \cdot (2l - x) - \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{l^2}{f} \cdot (2lx - x^2) \cdot \frac{f}{l^2},$$

или

$$M_1 = \frac{1}{4} p(2l - x) \cdot (l - x) \dots \dots \dots 12.$$

Наибольшее значеніе этого момента получится при $x = \frac{3}{2} l$. Оно будетъ

$$\max. M_1 = - p \cdot \frac{l^2}{16} \dots \dots \dots 13.$$

Слѣдовательно, обѣ стороны параболической фермы должны быть рассчитаны по сгибающему моменту, наибольшее значеніе котораго равно

$$p \cdot \frac{l^2}{16}.$$

Разсмотрѣніе формулъ 4, 9, 11 и 13 приводитъ насъ къ слѣдующимъ заключеніямъ:

1) Выраженіе наибольшаго сгибающаго момента, какъ для прямой фермы, такъ и для параболической, не зависитъ отъ величины ихъ подъема f .

2) При односторонней нагрузкѣ на ферму расчетный сгибающій моментъ для параболической фермы вдвое меньше, чѣмъ для прямой фермы.

Въ случаѣ односторонней нагрузки на ферму, не существуетъ такого вида кривой, при которомъ бы можно было имѣть $M=0$.

Въ самомъ дѣлѣ, если приравняемъ нулю общее выраженіе сгибающаго момента (см. форм. 7) при односторонней нагрузкѣ, то получимъ:

$$y = \frac{f \cdot (3l - 2x)}{l^2} \dots \dots \dots 14.$$

Это есть ур-іе параболы, вершина которой однако не совпадаетъ съ вершиною параболы, представляемой ур-іемъ 5. Если ферма будетъ имѣть видъ параболы, отвѣчающей ур-ію 14, то моменты для точекъ нагруженной стороны фермы будутъ равны нулю, но зато ненагруженная сторона этой фермы будетъ давать отрицательные моменты, абсолютная величина которыхъ больше, чѣмъ для параболы, построенной по ур-ію 5; наибольшее значеніе сгибающаго момента для этой новой фермы получится при $x_1 = \frac{l}{2}$ (при началѣ координатъ въ точкѣ B на фиг. 2), и оно будетъ вдвое больше, чѣмъ для параболы, представляемой ур-іемъ 5.

Путемъ подобныхъ же выкладокъ и разсужденій не трудно доказать, что всякое отклоненіе отъ параболической фермы, представляемой ур-іемъ 5, съ цѣлію уменьшенія сгибающихъ моментовъ нагруженной стороны, непремѣнно вызоветъ увеличеніе сгибающихъ моментовъ ненагруженной стороны фермы, и наоборотъ.

Слѣдовательно, для односторонней равномерной нагрузки параболическая форма стропиль есть наимыгоднѣйшая.

Назовемъ чрезъ S — сжимающее усиліе въ произвольномъ сѣченіи фермы, координаты котораго x и y . При равномерной нагрузкѣ q по всей длинѣ будемъ имѣть (см. фиг. 1).

$$S = H \cdot \cos \alpha + (V_1 - q \cdot x) \cdot \sin \alpha \dots \dots \dots 15.$$

У опоры, гдѣ $x=0$, сжимающее усиліе будетъ

$$H \cdot \cos \alpha + V_1 \cdot \sin \alpha.$$

Въ вершинѣ фермы, гдѣ $x=l$, сжимающее усиліе будетъ

$$H \cdot \cos \alpha.$$

Наконецъ, въ сѣченіи наибольшаго сгибающаго момента, т.-е. при $x=\frac{l}{2}$, сжимающее усиліе будетъ

$$H \cdot \cos \alpha + q \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin \alpha.$$

Во всѣхъ точкахъ прямой фермы будемъ имѣть

$$\operatorname{tg} \alpha = f:l.$$

Для параболы же, удовлетворяющей ур-ію 5, получится

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = 2f \cdot \frac{l-x}{l^2}$$

и въ сѣченіи наибольшаго сгибающаго момента, т.-е. при $x=\frac{l}{2}$, и здѣсь также получимъ

$$\operatorname{tg} \alpha = f:l.$$

Слѣдовательно, въ сѣченіи наибольшаго момента сжимающее усиліе одинаково, какъ въ прямой, такъ и въ параболической фермахъ.

Такимъ образомъ, сравненіе фермъ прямыхъ и криволинейныхъ показываетъ, что ферма, испытывающая наименьшее напряженіе матеріала, должна при равномерной нагрузкѣ имѣть форму параболы. А потому, если конструктору предоставленъ свободный выборъ поверхности крыши, то для полученія наименьшаго вѣса стропилья слѣдуетъ остановиться на фермахъ параболическихъ, и отыскивать какой-либо другой видъ фермъ меньшаго вѣса въ такихъ случаяхъ бесполезно.

Разсмотрѣнныя выше простыя треугольныя фермы могутъ быть сдѣланы или изъ сплошныхъ балокъ постоянного и переменнаго сѣченій, или же, съ цѣлю увеличенія момента сопротивленія, имъ придастся опредѣленная система раскосовъ.

Сплошныя балки могутъ быть употреблены для небольшихъ пролетовъ, въ случаѣ прямой фермы—не болѣе 4—5 *mt.*, а для арочныхъ фермъ—не болѣе 10—12 *mt.* При дальнѣйшемъ увеличеніи пролетовъ необходимо употреблять раскосныя фермы.

При сплошныхъ балкахъ, по найденнымъ расчетнымъ величинамъ *M* и *S* и при выбранномъ допускаемомъ напряженіи матеріала, опредѣляется модуль сопротивленія, по которому и отыскивается соответственный профиль желѣза въ имѣющихся таблицахъ. Двутавровая форма

профиля является въ этомъ случаѣ наиболѣе выгодною. Вообще же нужно выбирать такое сѣченіе, которое при данномъ модулѣ даетъ наименьшій вѣсъ.

При расчетѣ на сжатіе надо вводить поправку отъ длины сжимаемыхъ частей.

Въ отношеніи выбора желѣза для ногъ, подверженныхъ сгибанію и сжатію, изданныя Вѣледюбскимъ и Богуславскимъ таблицы даютъ полный матеріалъ для проектированія, и останавливаться на примѣрахъ этого расчета здѣсь мы считаемъ излишнимъ.

Прямолинейныя раскосныя стропильныя фермы.

Подраздѣленіе фермъ.

Раскосныя стропильныя фермы съ прямыми ногами могутъ быть подраздѣлены на 2 класса:

Фермы 1-го класса имѣютъ подъ каждой ногой тяги и раскосы, длина которыхъ увеличивается по мѣрѣ удаленія отъ опоръ къ коньку. Примѣрами такихъ фермъ могутъ служить англійскія и американскія фермы, изображенныя на фиг. 3, 4 и 5.

Фермы 2-го класса имѣютъ тяги и раскосы, симметрично расположенные относительно середины ноги. Примѣромъ такихъ фермъ можетъ служить ферма *Полонсо* (фиг. 6).

Фермы 1-го класса.

Опредѣленіе усилій, передающихся на раскосы и тяги въ m -ой панели.

Пусть обозначаютъ:

$2l$ — пролетъ раскосной фермы 1-го класса,

$2n$ — число ея панелей,

q — равномерно распределенная нагрузка, приходящаяся на погонную единицу длины въ горизонтальной проекціи фермы.

Тогда на каждый верхній узелъ фермы будетъ передаваться грузъ.

$$\theta = q \cdot \frac{l}{n}.$$

Нагрузка можетъ быть передаваема на ферму двояко:

1) нагрузка можетъ лежать непосредственно на верхнемъ поясѣ фермы; тогда части пояса, расположенныя между узлами, будутъ испытывать сгибаніе отъ лежащей на нихъ нагрузки; въ этомъ случаѣ обрѣзетина находится непосредственно на верхнемъ поясѣ фермы;

2) нагрузка передается въ узлахъ фермы посредствомъ прогоновъ, на которыхъ покоится обрѣшетина *).

Въ дальнѣйшихъ выводахъ мы будемъ предполагать существованіе 1-го способа передачи нагрузки, т. е. непосредственное распредѣленіе на верхнемъ поясѣ фермы.

Давленіе на опоры будетъ

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q \cdot l.$$

Пусть обозначаютъ:

$c_1 c_2 c_3 \dots c_{n-1}$ — длины раскосовъ,

$u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1}$ — сжимающія усилія въ раскосахъ,

$x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-1}$ — проекціи длинъ раскосовъ на горизонталь,

$h_1 h_2 h_3 \dots h_{n-1}$ и h_n — разстояніе отъ верхнихъ узловъ фермы до оси затяжки, гдѣ $h_n = f$ — подъемъ врыши,

$d_1 d_2 d_3 \dots d_{n-1}$ — длины тягъ,

$t_1 t_2 t_3 \dots t_{n-1}$ — усилія растяженія въ тягахъ,

$S_0 S_1 S_2 S_3 \dots S_{n-1}$ — усилія сжатія въ частяхъ верхняго пояса.

$T_0 T_1 T_2 \dots T_{n-1}$ — усилія растяженія въ частяхъ нижняго пояса.

Длина пояса сжатія будетъ

$$s = \sqrt{f^2 + l^2}$$

Введемъ обозначенія

$$\frac{s}{n} = b \quad \text{и}$$

$$\frac{l}{n} = a$$

Тогда

$$b : a = s : l.$$

Изъ всей фермы выдѣлимъ m -ную панель (фиг. 7), ограниченную частью пояса сжатія съ усиліемъ S_m , пояса растяженія съ усиліемъ T_m , раскосами c_m и c_{m+1} и имѣющую тягу d_m .

Если m -ый узелъ, т. е. точка e (фиг. 7), отстоитъ отъ опоры фермы на разстояніе g , гдѣ

$$g = m \cdot \frac{l}{n},$$

*) Въ этомъ случаѣ ферма воспринимаетъ на себя въ узлахъ сосредоточенные грузы, а прогоны испытываютъ на себѣ нагибающее дѣйствіе нагрузки.

тогда моментъ вѣшнихъ силъ для узла e запишется такъ:

$$M_m = V_1 \cdot g - q \cdot \frac{g^2}{2},$$

или

$$M_m = q \cdot l^2 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{2n-m}{2n} \dots \dots \dots 16.$$

Натяженіе $(m-1)$ -ой части нижняго пояса будетъ опредѣляться равенствомъ

$$T_{m-1} \cdot h_m = M_m,$$

но

$$h_m = f \cdot \frac{m}{n},$$

слѣдовательно

$$T_{m-1} = q \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2n-m}{2n} \dots \dots \dots 16.a.$$

Такимъ же образомъ изъ ур-ія моментовъ вѣшнихъ силъ относительно $(m+1)$ -го узла, т.-е. точки f (фиг. 7), будемъ имѣть:

$$T_m = q \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2n-m-1}{2n} \dots \dots \dots 17.$$

Для панели 0 (фиг. 3, 4 и 5), гдѣ $m=0$, усиліе въ нижнемъ поясѣ будетъ

$$T_0 = q \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2n-1}{2n} \dots \dots \dots 17.a.$$

Для равновѣсія усилій, дѣйствующихъ на узелъ e_1 (фиг. 7), необходимо, чтобы алгебраическая сумма проекцій ихъ на горизонталь равнялась нулю; слѣдовательно, разность натяженій

$$T_{m-1} - T_m = q \cdot \frac{l^2}{2n \cdot f}$$

должна равняться суммѣ горизонтальныхъ проекцій усилій растяженія t_m тяги d_m и сжатія u_m раскоса e_m , т.-е.

$$t_m \cdot \cos \gamma + u_m \cdot \cos \beta = q \cdot \frac{l^2}{2n \cdot f} \dots \dots \dots 18.$$

Изъ чертежа (фиг. 7) видно, что

$$u_m \cdot \cos \beta : t_m \cdot \cos \gamma = x_m : e_1 e_2$$

$$e_1 e_2 : e_1 e_3 = h_m : h_{m+1} = m : (m+1)$$

$$e_1 e_3 = a - x_m.$$

Слѣдовательно

$$u_m \cdot \cos \beta : t_m \cdot \cos \gamma = x_m \cdot (m+1) : m(a - x_m) \quad . \quad . \quad . \quad 19.$$

Рѣшая ур-ія 18 и 19, получимъ:

$$u_m \cdot \cos \beta = \frac{q \cdot l^2}{2n \cdot f} \cdot \frac{(m+1) \cdot x_m}{m \cdot a + x_m}$$

$$t_m \cdot \cos \gamma = \frac{q \cdot l^2}{2n \cdot f} \cdot \frac{m(a - x_m)}{m \cdot a + x_m}$$

Но

$$\cos \beta = x_m : c_m$$

$$\cos \gamma = (a - x_m) : d_m,$$

слѣдовательно, усилие сжатія въ произвольномъ раскосѣ будетъ вычисляться по формулѣ:

$$u_m = \frac{q l^2}{2n \cdot f} \cdot (m+1) \cdot \frac{c_m}{m \cdot a + x_m} \quad . \quad . \quad . \quad 20,$$

а для опредѣленія усилия растяженія въ произвольной тѣлѣ получимъ формулу:

$$t_m = \frac{q \cdot l^2}{2n \cdot f} \cdot m \cdot \frac{d_m}{m \cdot a + x_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21.$$

Опредѣлимъ теперь усилие сжатія въ верхнемъ поясѣ.

Горизонтальная слагающая усилия S_m сжатія верхняго пояса равняется усилию $(m - 1)$ -ой части нижняго пояса за вычетомъ горизонтальной слагающей m -го раскоса *); а само усилие сжатія будетъ равно горизонтальной его слагающей, умноженной на $s : l$; слѣдовательно

$$S_m = \frac{q \cdot l \cdot s}{2n \cdot f} \left(2n - m - \frac{(m+1) \cdot x_m}{m \cdot a + x_m} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22.$$

Замѣтимъ, что для панели, имѣющей знакъ 0, усилие сжатія не зависитъ отъ положенія раскоса и будетъ опредѣлиться по формулѣ (см. 17а):

$$S_0 = \frac{q l s}{f} \cdot \frac{2n - 1}{2n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22,а$$

*) Помимо геометрической очевидности, въ этомъ можно убѣдиться также изъ разсмотрѣнія моментовъ дѣйствующихъ внѣшнихъ силъ.

Определение вѣса m -ой панели.

При измененіи x отъ $x=0$ до $x=a$ будутъ изменяться и усиія и длина разсмотрѣнныхъ четырехъ частей панели фермы, и задача прямолинейныхъ фермъ строится сводится въ дальнѣйшемъ къ опредѣленію такого значенія x , при которомъ сумма вѣсовъ этихъ четырехъ частей наименьшая.

Обозначимъ чрезъ

k — коэффициентъ прочнаго сопротивленія матеріала фермы при растяженіи,

k_1 — то же при сжатіи въ раскосахъ,

k_2 — то же при сжатіи въ поясахъ.

Если P будетъ усиіе, растягивающее или сжимающее одну изъ частей фермы, то общее выраженіе для площади поперечнаго сѣченія растянутой части будетъ $P:k$, а для сжатой — $P:k_1$ или $P:k_2$.

Если λ будетъ длина расчитываемой части, а γ — вѣсъ кубической единицы матеріала, то вѣса матеріала, входящаго въ составъ частей фермы, будутъ имѣть видъ одного изъ слѣдующихъ выраженій:

$$\frac{P}{k} \cdot \lambda \cdot \gamma, \text{ или } \frac{P}{k_1} \cdot \lambda \cdot \gamma, \text{ или } \frac{P}{k_2} \cdot \lambda \cdot \gamma.$$

Разбивая ферму на $2n$ равныхъ по длинѣ частей, опредѣлимъ вѣсъ, входящій въ составъ той части, которая лежитъ между перпендикулярами h_m и h_{m+1} .

Пусть

$$\frac{k}{k_1} = \beta \qquad \frac{k}{k_2} = \beta_1.$$

Вѣсъ раскоса будетъ

$$V_c = u_m \cdot c_m \cdot \frac{\beta \cdot \gamma}{k},$$

но

$$c_m^2 = h_m^2 + x_m^2,$$

слѣдовательно, пользуясь формулой 20, получимъ для опредѣленія вѣса раскоса:

$$V_c = \frac{q l^2}{2nf} \cdot (m+1) \cdot \frac{h_m^2 + x_m^2}{m \cdot a + x_m} \cdot \frac{\beta \cdot \gamma}{k}.$$

Такимъ же путемъ вѣсъ тяги d_m при помощи формулы 21 будетъ вычисляться такъ:

$$V_t = \frac{q l^2}{2nf} \cdot m \cdot \frac{h_{m+1}^2 + (a - x_m)^2}{m \cdot a + x_m} \cdot \frac{\gamma}{k}.$$

Вѣсъ m -ой части пояса сжатія будетъ (см. формулу 22):

$$V_s = \frac{qls}{2nf} \cdot b \left(2n - m - \frac{(m+1) \cdot x_m}{m \cdot a + x_m} \right) \frac{\beta_1 \cdot \gamma}{k}.$$

Поясъ растяженія съ длиною x_m будетъ имѣть вѣсъ (см. формулу 16,а):

$$\frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{2n-m}{2n} \cdot x_m \cdot \frac{\gamma}{k},$$

а вѣсъ пояса растяженія съ длиною $e_1 e_3$ (фиг. 7) при помощи формулы 17 вычислится такъ:

$$\frac{ql^2}{f} \cdot \frac{2n-m-1}{2n} \cdot \frac{\gamma}{k} (a - x_m).$$

Соединивъ два послѣдніе вѣса въ одно общее выраженіе, получимъ вѣсъ пояса растяженія между перпендикулярами h_m и h_{m+1} , т. е. на длинѣ a . Это будетъ вѣсъ

$$V_a = \frac{ql^2}{2nf} \left[(2n - m - 1) \cdot \frac{a}{k} + \frac{x_m}{k} \right] \cdot \gamma$$

Полный вѣсъ m -ой панели, не принимая во вниманіе вѣса скрѣпленій въ узлахъ, можно написать теперь такъ:

$$Z = \frac{ql^2}{2nf} \cdot \frac{\gamma}{k} (A + B + C + D) \dots \dots \dots 23,$$

гдѣ A , B , C и D —слагаемыя, вошедшія въ сумму при образованіи ея изъ перечисленныхъ и разсмотрѣнныхъ выше четырехъ ея частей:

$$A = \frac{h_m^2 + x_m^2}{m \cdot a + x_m} (m+1) \beta$$

$$B = \frac{h_{m+1}^2 + (a - x_m)^2}{m \cdot a + x_m} m$$

$$C = \frac{s}{l} \cdot b \cdot \beta_1 \left(2n - m - \frac{(m+1) x_m}{m \cdot a + x_m} \right)$$

$$D = (2n - m - 1) \cdot a + x_m.$$

Опредѣленіе наивыгоднѣйшаго расположенія нижнихъ узловъ фермы.

При измѣненіи x отъ 0 до a , вѣсъ панели фермы будетъ измѣняться. Найдемъ условіе, которому должно удовлетворять расположеніе нижнихъ узловъ фермы при наименьшемъ ея вѣсѣ. Для полученія этого

условія надо взять 1-ю производную отъ Z по x и приравнять ее нулю. Отбрасывая постоянныя величины, придется брать 1-ю производную отъ выраженія дроби, у которой знаменатель равенъ

$$m \cdot a + x,$$

а числитель пишется такъ:

$$m[h_{m+1}^2 + (a - x)^2] + \beta(m+1)(h_m^2 + x^2) - \\ - \frac{s}{l} \cdot b \cdot \beta_1(m+1)x + x(m \cdot a + x).$$

Выраженіе 1-й производной, обращенной въ нуль, послѣ первыхъ преобразованій напишется такъ:

$$\frac{x^2}{m^2 \cdot a^2} - \frac{2x}{m \cdot a} + \frac{1 + \frac{1}{m} + \frac{h_{m+1}^2}{m \cdot a^2}}{(m+1)(\beta+1)} - \\ - \frac{\frac{\beta \cdot h_m^2}{m^2 \cdot a^2} + \frac{s}{l} \cdot \frac{b \cdot \beta_1}{a \cdot m}}{\beta+1} = 0 \dots \dots \dots 24$$

Но

$$b : a = s : l$$

$$\frac{h_{m+1}^2}{a^2} = (m+1)^2 \cdot \frac{h^2}{a^2 \cdot n^2} = \frac{h^2}{l^2} (m+1)^2$$

$$\frac{h_m^2}{a^2} = m^2 \cdot \frac{h^2}{l^2}$$

Вводя значеніе этихъ величинъ въ формулу 24, получимъ,

$$\frac{x^2}{m^2 \cdot a^2} + \frac{2x}{m \cdot a} - \frac{h^2}{l^2} - \frac{1 + \beta_1}{m(1+\beta)} \cdot \left(\frac{h^2}{l^2} + 1 \right) = 0,$$

откуда

$$\frac{x}{m \cdot a} = \sqrt{\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right) \left(1 + \frac{1}{m} \cdot \frac{1 + \beta_1}{1 + \beta}\right)} - 1,$$

или окончательно

$$x_m = m \cdot a \left[\frac{s}{l} \sqrt{1 + \frac{1}{m} \cdot \frac{1 + \beta_1}{1 + \beta}} - 1 \right] \dots \dots \dots 25.$$

Это и есть искомое условіе. Но такъ какъ усилія въ раскосахъ растутъ съ возрастаніемъ ихъ длины, поэтому для упрощенія послѣд-

наго вывода можно было бы принять, что β_1 постоянно для всѣхъ раскосовъ сжатія и равно β . При этомъ допущеніи получимъ:

$$x_m = m \cdot a \left[\sqrt{\frac{m+1}{m}} - 1 \right] \dots \dots \dots 26.$$

Ферму, удовлетворяющую условію 26, будемъ называть *раціональной фермой*.

При существованіи условія 26 сравнимъ вѣсъ раціональной фермы съ вѣсомъ другихъ наиболѣе употребительныхъ типовъ фермъ, а именно съ вѣсомъ фермъ

съ вертикальными стойками (фиг. 4), гдѣ $x_m = 0$

съ вертикальными тягами (фиг. 5), гдѣ $x_m = a$

и съ вѣсомъ фермъ *Полонсо* при числѣ панелей, равномъ четнымъ степенямъ 2.

Фермы раціональныя.

$$x = m \cdot a \left[\sqrt{\frac{m+1}{m}} - 1 \right]$$

Введемъ обозначеніе:

$$\frac{q l^2}{2n f} = E.$$

Сводъ всѣхъ данныхъ для расчета усилій въ этихъ фермахъ представляется въ такомъ видѣ:

Сжатіе раскосовъ

$$u_m = E \cdot (m+1) \frac{c_m}{m \cdot a + x_m}.$$

Натяженіе тягъ

$$t_m = E \cdot m \cdot \frac{d_m}{m \cdot a + x_m}.$$

Сжатіе верхняго пояса

$$S_m = E \cdot \frac{s}{l} \left[2n - m - \frac{(m+1) \cdot x_m}{m \cdot a + x_m} \right].$$

Сжатіе верхняго пояса панели o

$$S_o = E \cdot \frac{s}{l} (2n - 1).$$

Въсь *всѣхъ раскосовъ* получится, взявши сумму $n - 1$ такихъ членовъ, въ которыхъ m будетъ измѣняться отъ 1 до $n - 1$. Эта сумма будетъ:

$$N. \beta \sum_1^{n-1} [r(1 + 2m) \sqrt{m(m+1)} - 2m(m+1)]. \quad . \quad 29.$$

Совершенно подобнымъ же образомъ *всѣхъ* $n - 1$ *тягъ* получится въ видѣ той же суммы, представляемой формулой 29, только безъ коэффициента β . Эта послѣдняя сумма, не написанная здѣсь, пусть имѣетъ текущій нумеръ 30.

Часть вѣса $N. n^2$ пояса растяженія и $N. n^2. r^2$ пояса сжатія представляютъ собою ту величину вѣса, которую имѣла бы ферма безъ раскосовъ.

Въ самомъ дѣлѣ, какъ мы видѣли (см. форм. 1), натяженіе тягъ, связывающихъ подошвы ногъ фермы безъ раскосовъ, равно $q l^2 : 2f$ длина тягъ — $a. n$; слѣдовательно, вѣсъ матеріала затяжки будетъ

$$\frac{q l^2}{2f} \cdot \frac{n. a}{k} \cdot \gamma = N. n^2.$$

Нога у фермы безъ подкосовъ будетъ разсчитываться по силѣ сжатія $q. l^2. r : 2f$, длина ноги $a. n. r$; слѣдовательно вѣсъ ея будетъ

$$N. n^2. r^2. \beta.$$

При существованіи раскосовъ у фермы, въ поясахъ ея получается добавочный вѣсъ матеріала

$$N. r. \sum \sqrt{m(m+1)} \quad \text{и}$$

$$N. r. \beta \sum \sqrt{m(m+1)}.$$

Эти двѣ послѣднія величины отличаются одна отъ другой только коэффициентомъ β , какъ и вѣса раскосовъ и тягъ (см. форм. 29 и 30). Но такъ какъ β выражаетъ собою отношеніе принятыхъ коэффициентовъ прочнаго сопротивленія матеріала, слѣдовательно, отличительное свойство рациональныхъ фермъ заключается въ томъ, что въ нихъ

сумма произведеній усилий на длину раскосовъ сжатія равна суммѣ произведеній усилий на длину тягъ растяженія;

такое же соотношеніе существуетъ и относительно добавочныхъ усилий поясовъ.

Складывая предыдущія выражения въсовъ отдѣльных частей, не принимая во вниманіе вѣса скрѣпленій въ узлахъ, получимъ вѣсъ половины фермы въ слѣдующемъ видѣ:

$$V = 2N(1 + \beta) \left[r \sum_1^{n-1} (m+1) \sqrt{m(m+1)} + \sum_1^{n-1} m(m+1) \right] + \\ + N \cdot n^2 (1 + r^2 \cdot \beta) \dots \dots \dots 31.$$

Съ точностію, достаточною для цѣлей практики, можно принять, что

$$\sum_1^{n-1} (m+1) \sqrt{m(m+1)} = \sum_1^{n-1} \left(m^2 + \frac{3}{2}m + \frac{1}{3} \right).$$

Тогда

$$V = 2N(1 + \beta) \sum_1^{n-1} \left[(r-1)(m+m^2) + r \left(\frac{m}{2} + \frac{1}{3} \right) \right] + \\ + N \cdot n^2 (1 + r^2 \cdot \beta) \dots \dots \dots 32.$$

Произведя въ формулѣ 32 суммирование, вмѣсто алгебраической суммы, имѣющей своимъ коэффициентомъ $2N(1 + \beta)$, получимъ слѣдующее выраженіе:

$$(n-1) \left[\frac{1}{3} + \frac{n}{4} + (r-1) \cdot n \cdot \left(\frac{2n-1}{6} + \frac{1}{2} \right) \right].$$

Послѣ этого

$$V = \frac{ql}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[1 + r^2 \cdot \beta + 2(\beta+1) \frac{n-1}{n} \left(\frac{r}{4} + \frac{r}{3n} + (r-1) \frac{n+1}{3} \right) \right] \dots 33.$$

И окончательное послѣднее слагаемое въ скобкѣ предыдущаго выраженія можно написать такъ:

$$\frac{\beta+1}{3} \left(1,5r + 2n(r-1) + \frac{2}{n} \left(1 - \frac{3r}{4} \right) - \frac{2r}{n^2} \right) \dots \dots 34.$$

Наивыгоднѣйшее расположеніе раскосовъ было найдено нами для случая равномерной нагрузки, дѣйствующей по всему пролету фермы, а между тѣмъ стропила, кромѣ такой нагрузки подвергаются еще одно-стороннему дѣйствію вѣтра.

Усілія въ раскосахъ, какъ это можно прослѣдить по сдѣланному выводу, не зависятъ отъ того, дѣйствуетъ-ли нагрузка съ одной стороны, или она распространяется по всей фермѣ, такъ какъ разность натяженій нижняго пояса, по которой опредѣляются усилія въ раскосахъ, остается величиной постоянною въ обоихъ случаяхъ.

Добавочное натяжение въ поясахъ фермъ уменьшится при этомъ на нѣкоторую постоянную величину, которая не войдетъ въ выраженіе производной при опредѣленіи *min.* вѣса.

Нагрузка отъ вѣтра вообще представляетъ собою сравнительно небольшую часть общей нагрузки, на которую рассчитываются стропила, поэтому безъ особой погрѣшности можно принимать для расчета поясовъ нагрузку отъ дѣйствія вѣтра продолженною и на другую сторону.

Въ стропилахъ же съ большимъ подъемомъ дѣйствіе вѣтра слѣдуетъ брать, какъ одностороннюю нагрузку, въ противномъ случаѣ поперечные размѣры частей стропилъ выйдутъ излишне большими.

Англійскія фермы съ вертикальными раскосами.

$$x = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{фиг. 4.}$$

Сводъ всѣхъ данныхъ для расчета усилій въ этихъ фермахъ получимъ изъ предыдущихъ общихъ формулъ, полагая въ нихъ

$$x = 0.$$

$$U_m = \frac{ql}{2n} (m + 1),$$

такъ какъ при

$$x_m = 0$$

$$c_m = h_m = f \cdot \frac{m}{n}$$

и

$$a = \frac{l}{n}.$$

Натяженіе тязъ

$$t_m = \frac{ql}{2f} \sqrt{a^2 + h_{m+1}^2}.$$

Сжатіе верхняго пояса

$$S_m = \frac{ql^2}{2n \cdot f} \cdot r (2n - m).$$

Сжатіе верхняго пояса панели *O*

$$S_0 = S_1 = \frac{ql^2}{2n \cdot f} \cdot r (2n - 1).$$

Натяжение нижняго пояса

$$T_m = \frac{ql^2}{2n \cdot f} \cdot (2n - m - 1).$$

Натяжение нижняго пояса панели O

$$T_0 = \frac{ql^2}{2nf} (2n - 1).$$

Подобно предыдущему найдемъ и вѣсъ всѣхъ частей.

Вѣсъ нижняго пояса

$$\begin{aligned} N \cdot \sum_0^{n-1} (2n - m - 1) &= N \cdot \left(\frac{3}{2} n^2 - \frac{n}{2} \right) = \\ &= \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2n} \right) \dots \dots \dots 35 \end{aligned}$$

Вѣсъ верхняго пояса

$$\begin{aligned} N \cdot r^2 \cdot \beta \sum_0^{n-1} (2n - m - 1) + N \cdot r^2 \cdot \beta (2n - 1) &= \\ &= N \cdot r^2 \beta \left(\frac{3}{2} n^2 + \frac{n}{2} - 1 \right) = \\ &= \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot r^2 \cdot \beta \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{n^2} \right) \dots \dots \dots 36. \end{aligned}$$

Вѣсъ стоекъ

$$\begin{aligned} \frac{ql}{2n} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \cdot \frac{f}{n} \sum_1^{n-1} m(m+1) &= \\ &= \frac{ql \cdot f}{6} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \left(n - \frac{1}{n} \right) \dots \dots \dots 37. \end{aligned}$$

Вѣсъ тягъ

$$\begin{aligned} \frac{ql}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot \sum_1^{n-1} \left(\frac{l^2}{n^2} + \frac{(m+1)^2 \cdot f^2}{n^2} \right) &= \\ &= \frac{ql}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{n-1}{n^2} \left(s^2 + f^2 \cdot n \cdot \frac{2n+5}{6} \right) \dots \dots \dots 38. \end{aligned}$$

Полный вѣсъ полуфермы будетъ

$$\begin{aligned} V &= \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[\frac{3}{2} (1 + r^2 \cdot \beta) + \frac{r^2 \cdot \beta - 1}{2n} - \frac{r^2 \cdot \beta}{n^2} + \frac{n-1}{n^2} \cdot r^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f^2}{l^2} \left(\frac{1}{3n} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6n} + \frac{\beta}{3} \cdot \frac{n^2 - 1}{n} \right) \right] \dots \dots \dots 39. \end{aligned}$$

И окончательно

$$V = \frac{q l^3}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[1 + r^2 \cdot \beta + \frac{\beta + 1}{3} \left\{ 1,5 \cdot r^2 + \frac{1 + 0,5 \cdot r^3}{n} + \right. \right. \\ \left. \left. + n(r^2 - 1) - \frac{3r^2}{n^2} \right\} \right] \dots \dots \dots 40.$$

Фермы съ вертикальными тягами.

$$x = a \dots \dots \dots \text{фиг. 5.}$$

Сводъ всѣхъ данныхъ для расчета усилій въ этихъ фермахъ получимъ изъ предыдущихъ общихъ формулъ, полагая въ нихъ $x=a$. Тогда

$$c_m^2 = h_m^2 + a^2$$

$$d_m = h_{m+1}.$$

Сжатіе наклонныхъ раскосовъ

$$U_m = \frac{q l}{2n \cdot f} \sqrt{l^2 + f^2 \cdot m^2}.$$

Натяженіе вертикальныхъ тягъ

$$t_m = \frac{q l}{2n} \cdot m.$$

Средняя тяга имѣетъ вдвое большее натяженіе сравнительно съ тѣмъ, что даетъ эта послѣдняя формула, такъ какъ эта тяга (d_1 на фиг. 5) совмѣщаетъ въ себѣ двѣ тяги двухъ полуфермъ.

Сжатіе верхняго пояса

$$S_m = \frac{q l^2}{2n f} (2n - m - 1).$$

Сжатіе верхняго пояса панели O

$$S_0 = \frac{q l^2}{2n \cdot f} (2n - 1).$$

Натяженіе нижняго пояса

$$T_m = \frac{q l^2}{2n f} (2n - m - 1).$$

Натяжение нижнего пояса панели O

$$T_0 = \frac{ql^2}{2nf} (2n-1).$$

Длина нижнего пояса панели O равна $2a$. Вѣсъ нижнего пояса выразится такъ

$$\begin{aligned} N(2n-1) + N \sum_1^{n-1} (2n-m-1) = \\ = \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2n} - \frac{1}{n^2} \right) 41. \end{aligned}$$

Вѣсъ верхнего пояса

$$\begin{aligned} N \cdot r^2 \cdot \beta \sum_0^{n-1} (2n-m-1) = \\ = \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot r^2 \cdot \beta \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2n} \right) 42. \end{aligned}$$

Вѣсъ раскосовъ

$$\frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\beta\gamma}{k} \cdot \frac{n-1}{n^2} \left(1 + \frac{f^2}{l^2} \cdot \frac{n(2n-1)}{6} \right) 43$$

Вѣсъ тѣлъ

$$\begin{aligned} \frac{ql}{2n} \cdot \frac{\beta\gamma}{k} \cdot \frac{f}{n} \cdot \sum_1^{n-1} m(m+1) = \\ = \frac{ql}{2n^2} \cdot \frac{\beta\gamma}{k} \cdot f \cdot \frac{n(n^2-1)}{3} = \\ = \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{f^2}{l^2} \cdot \frac{1}{3} \left(n - \frac{1}{n} \right) 44. \end{aligned}$$

Вѣсъ полуфермы при $x=a$ будетъ

$$V = \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[\frac{3}{2} (1 + r^2 \cdot \beta) - \frac{r^2 \cdot \beta - 1}{2n} - \frac{1}{n^2} + K \right],$$

гдѣ

$$\begin{aligned} K = \frac{f^2}{3l^2} \left(n - \frac{1}{n} \right) + \frac{n-1}{n^2} \left(\beta \cdot \frac{f^2}{6l^2} \cdot n(n-1)(2n-1) + 1 \right) = \\ = \beta \cdot \frac{n-1}{n^2} + \frac{f^2}{l^2} \left(\frac{\beta \cdot n}{3} - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{6n} + \frac{n^2-1}{3n} \right). \end{aligned}$$

И окончательно

$$\begin{aligned} V = \frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[1 + r^2 \cdot \beta + \frac{\beta+1}{3} \left\{ 1,5 + n(r^2-1) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{n} (2,5 - r^2) - \frac{3}{n^2} \right\} \right] 45. \end{aligned}$$

Фермы 2-го класса.

Въ разсмотрѣнныхъ выше фермахъ раскосы и тяги каждой послѣдующей панели принимаютъ на себя дѣйствіе нагрузокъ всѣхъ предыдущихъ панелей. Въ фермахъ 2-го класса (сист. *Полонсо*, фиг. 6) этого нѣтъ, такъ какъ онѣ состоятъ изъ ряда симметричныхъ и подобныхъ треугольных фермъ, опирающихся на узлы слѣдующихъ фермъ числомъ вдвое меньше, а эти послѣднія опираются на слѣдующій рядъ фермъ числомъ опять вдвое меньше и т. д. При устройствѣ такихъ фермъ, совпадающіе по направленію тяги и пояса двухъ послѣдующихъ рядовъ фермъ совмѣщаются въ одно цѣлое.

Хотя разсмотрѣніе усилий и вѣса для фермъ *Полонсо* можетъ быть получено указаннымъ выше общимъ путемъ, но проще будетъ для полученія искомымъ результатовъ воспользоваться отличительнымъ ея геометрическимъ свойствомъ.

Рациональныя фермы 2-го класса.

Каждая элементарная ферма (фиг. 8)—на подобіе фермы *Полонсо*—состоитъ изъ двухъ панелей. Для полученія наивыгоднѣйшаго расположенія раскосовъ въ этомъ случаѣ, надо въ выраженіе x , дающее *min* вѣса и представляемое формулой 26, подставить $m = 1$. Тогда получимъ

$$x = a \cdot r \cdot \sqrt{2} - a \dots \dots \dots 46.$$

Затѣмъ будемъ имѣть

$$c_m = \sqrt{h_m^2 + a_m^2 (r\sqrt{2} - 1)^2} = a_m \sqrt{3r^2 - 2\sqrt{2}r}$$

$$d_m = \sqrt{4h_m^2 + a_m^2 (2 - r\sqrt{2})^2} = a_m \sqrt{6r^2 - 4\sqrt{2}r}$$

Усиліе стойки

$$U_m = q \cdot a_m \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{c_m}{a_m \cdot r\sqrt{2}} = q \cdot a_m \cdot \frac{l}{f} \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{1}{r}\sqrt{2}}.$$

Усилие наклонной тяги

$$t_m = q \cdot a_m \cdot \frac{l}{2f} \cdot \frac{d_m}{a_m \cdot r\sqrt{2}} = q \cdot a_m \cdot \frac{l}{2f} \sqrt{3 - \frac{2}{r}\sqrt{2}}.$$

Вѣсъ стойки

$$V_c = \frac{\gamma}{k} \cdot \beta \cdot q \cdot a_m^2 \cdot \frac{l}{f} \left(\frac{3r}{\sqrt{2}} - 2 \right).$$

Вѣсъ наклонной тяги

$$V_t = \frac{\gamma}{k} \cdot q \cdot a_m^2 \cdot \frac{l}{f} \left(\frac{3r}{\sqrt{2}} - 2 \right).$$

Для средней стойки и тяги $a_m = \frac{l}{2}$. Такихъ стоекъ и наклонныхъ тягъ—по одной.

Для двухъ стоекъ и двухъ тягъ второго порядка имѣемъ $a_m = \frac{l}{4}$.

Для четырехъ стоекъ и 4-хъ тягъ третьего порядка имѣемъ $a_m = \frac{l}{8}$

и т. д.

Общій вѣсъ стоекъ будетъ

$$\frac{\gamma}{k} \cdot \beta \cdot \frac{q l^3}{4f} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) \left(\frac{3r}{\sqrt{2}} - 2 \right).$$

Общій вѣсъ наклонныхъ тягъ выразится такъ

$$\frac{\gamma}{k} \cdot \frac{q l^3}{4f} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) \left(\frac{3r}{\sqrt{2}} - 2 \right).$$

Напряжение горизонтальныхъ тягъ, составляющихъ нижній поясъ будетъ равно

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot a_m \cdot \frac{l}{f}.$$

Длина горизонтальной тяги

$$a_m + x = a_m \cdot r\sqrt{2},$$

за исключеніемъ тяги O , для которой $x = 0$ и длина которой равна l .

Общее выраженіе вѣса горизонтальной тяги

$$V_a = \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{q l}{f} \cdot \frac{r}{\sqrt{2}} \cdot a_m^2.$$

Для тяги 1-й надо положить въ этой формулѣ $a_m = \frac{l}{2}$, для второй — $\frac{l}{4}$, для третьей — $\frac{l}{8}$ и т. д.

Для горизонтальной тяги O вѣсъ будетъ

$$\frac{\gamma}{k} \cdot \frac{q l^3}{2f}.$$

Полный вѣсъ горизонтальныхъ тягъ будетъ

$$\frac{\gamma}{k} \cdot \frac{q l^3}{4f} \left[2 + \frac{r}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) \right].$$

Усилие лѣвой половины пояса сжатія каждой элементарной фермы будетъ

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot a_m \cdot \frac{s}{f} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{l}{f} \cdot r \cdot a_m,$$

длина ея

$$S_m = r \cdot a_m.$$

Усилие правой половины пояса сжатія по общей формулѣ равно

$$q \cdot \frac{l}{f} \cdot r \cdot a_m \left(\frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{r \sqrt{2}} \right).$$

Сумма этихъ усилій обѣихъ половинъ верхняго пояса

$$q \cdot \frac{l}{f} \cdot a_m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

и вѣсъ ихъ

$$q \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{\beta \cdot r}{\sqrt{2}} \cdot a_m^2.$$

Для фермы 1-й въ этихъ формулахъ надо подставить $a_m = \frac{l}{2}$, для фермы второй — $\frac{l}{4}$ для третьей — $\frac{l}{8}$ и т. д.

Поясъ сжатія фермы O составляетъ исключеніе. Длина его равна $l \cdot r$, усилие его

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{l^2}{f} \cdot r,$$

и вѣсъ пояса O равенъ

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{q l^3}{f} \cdot r^2.$$

Общій вѣсъ пояса сжатія всѣхъ элементарныхъ фермъ будетъ

$$\frac{q l^3}{4 f} \cdot \frac{\beta \cdot \gamma}{k} \left[2 r^2 + \frac{r}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) \right].$$

Сумма

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2 \left(1 - \frac{1}{n} \right),$$

гдѣ n —число панелей, кратное степенямъ 2, т. е. 2, 4, 8, 16... и т. д.

Общій вѣсъ всѣхъ частей *половины* рациональной фермы 2-го класса будетъ

$$\frac{q l^3}{2 f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[1 + \beta \cdot r^2 + 2(\beta + 1)(r\sqrt{2} - 1) \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right] \dots \dots \dots 47.$$

На фиг. 8 изображена рациональная симметричная ферма съ числомъ панелей $2n = 16$.

Обыкновенныя фермы Полонсо.

Обыкновенно ферму Полонсо строятъ, придавая стойкамъ направление, перпендикулярное къ поясу сжатія (фиг. 6).

Въ этомъ случаѣ

$$x = h_m \cdot \frac{f}{l} = a_m \cdot \frac{f^2}{l^2}$$

$$c_m = r \cdot \frac{f}{l} \cdot a_m$$

$$d_m = a_m + x = r^2 \cdot a_m$$

Усилие стойки

$$u_m = q \cdot \frac{1}{r} \cdot a_m.$$

Усилие наклонныхъ тягъ

$$t_m = \frac{q l}{2 f} a_m.$$

Усилия и длины нижняго пояса равны усилиямъ и длинамъ наклонныхъ тягъ.

Поясъ O имѣетъ то же усилие, что и въ предыдущемъ случаѣ.

Усилие 1-ой лѣвой половины пояса сжатія равно

$$\frac{1}{2} q \cdot \frac{s}{f} \cdot a_m.$$

Усиліе 2-ой правой половины пояса сжатія

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{s}{f} \cdot a_m - q \cdot \frac{f}{s} \cdot a_m.$$

Сумма обоихъ усилій пояса сжатія дасть

$$q \cdot \left(\frac{s}{f} - \frac{f}{s} \right) \cdot a_m.$$

Поясъ фермы O имѣетъ сжимающее усиліе, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, равнымъ:

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{l^2}{f} \cdot r.$$

Вѣса всѣхъ частей, аналогично съ предыдущимъ, получаютъ въ слѣдующемъ видѣ:

Вѣсъ стоекъ или раскосовъ

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{ql}{4} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \cdot f \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) = \\ &= \frac{qlf}{2} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \left(1 - \frac{1}{n} \right). \end{aligned}$$

Сумма вѣсовъ тигъ и пояса растяженія, исключая панель O , получается такъ:

$$V_t + V_a = \frac{ql}{2f} \cdot s^2 \cdot \frac{\gamma}{k} \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Вѣсъ пояса сжатія безъ панели O

$$V_s = \frac{ql}{2} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \cdot s \left(\frac{s}{f} - \frac{f}{s} \right) \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Вѣсъ пояса сжатія панели O

$$\frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \cdot r^2.$$

Вѣсъ пояса растяженія панели O

$$\frac{ql^2}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k}.$$

Сумма вѣсовъ пояса сжатія и стоекъ

$$\frac{ql}{2f} \cdot \frac{\beta \gamma}{k} \cdot s^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Замѣняя

$$s^2 = r^2 \cdot l^2,$$

общій вѣсъ обыкновенной полуфермы *Полонсо* (фиг. 6), у которой стойки перпендикулярны къ ногѣ, получимъ равнымъ:

$$V = \frac{q l^3}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \left[r^2 \cdot \beta + r^2 (1 + \beta) \left(1 - \frac{1}{n} \right) + 1 \right] \dots \dots \dots 48.$$

Не трудно видѣть, что вѣсъ обоихъ видовъ фермъ *Полонсо*, т. е. рациональной и обыкновенной, по формуламъ 47 и 48 получится одинаковымъ при условіи

$$\frac{r^2}{2} = r\sqrt{2} - 1,$$

откуда

$$r = \sqrt{2},$$

т. е. обыкновенная ферма *Полонсо* удовлетворяетъ условію *min* вѣса только тогда, когда стропильная нога составляетъ съ горизонталю уголъ въ 45° .

Сводъ данныхъ для опредѣленія усилій въ частяхъ раціональной и обыкновенной фермъ Полонсо.

Этотъ сводъ данныхъ приведенъ здѣсь для обѣихъ фермъ съ числомъ панелей 16, т. е. при $n=8$. Фермы Полонсо съ числомъ панелей болѣе 16 строить не слѣдуетъ, т. к. онѣ представляются мало выгодными.

На фиг. 8 изображена ферма раціональная, а на фиг. 9—обыкновенная, у которой стойки перпендикулярны къ ногѣ фермы.

Въ треугольникахъ между отдѣльными элементами фермы поставлены цифры 1, 2.....14, 15, пользуясь которыми весьма удобно дѣлаются обозначенія различныхъ частей фермы.

Напр., стойка hi на фиг. 8 будетъ носить названіе стойки 10—11, тяга ik (фиг. 8) будетъ тягою 14—15, поясъ сжатія he (фиг. 8) будетъ поясомъ 12, поясъ растяженія kl (фиг. 8) будетъ поясомъ 7 и т. д.

Ферма раціональная — фиг. 8, число панелей $2n=16$.

Усилія въ поясъ сжатія вычисляются по общей формулѣ вида

$$\frac{1}{16} \cdot q l^2 \cdot \frac{r}{f} \left(A + \frac{B}{r\sqrt{2}} \right),$$

гдѣ A и B — величины, переменныя для различныхъ панелей и выбираемыя изъ слѣдующей таблички:

Панель	1	2	5	6	8	9	12	13
Величина A . . .	15	13	11	9	7	5	3	1
„ B . . .	0	2	4	6	8	10	12	14

Усилія въ поясъ растяженія вычисляются по общей формулѣ вида

$$C \cdot \frac{q l^2}{f}.$$

Для панели . . .	1	3	7	15
Величина C . . .	$\frac{15}{16}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

Натяжение въ тросахъ вычисляется по общей формулѣ вида

$$D \cdot \frac{ql^2}{f} \sqrt{3 - \frac{2\sqrt{2}}{r}}.$$

Для тягъ .	2—3; 9—10; 4—5; 11—12	4—7; 10—14	6—7; 8—14	14—15	11—15	13—15
Величина D	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$

Силы сжатія стоекъ вычисляются по формулѣ

$$E \cdot \frac{ql^2}{f} \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{r}}.$$

Для стоекъ .	7—14	3—4; 10—11	1—2; 5—6; 8—9; 12—13
Величина E.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Ферма обыкновенная — фиг. 9, число панелей $2n=16$.

Усилия въ поясъ сжатія вычисляются по формулѣ

$$\frac{15ql^2}{16f} \cdot r - F \cdot \frac{qf}{r}.$$

Для панели . . .	1	2	5	6	8	9	12	13
Величина F . . .	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$

Усилия въ поясъ растяжения вычисляются такъ

$$H \cdot \frac{ql^2}{f}.$$

Для панели . . .	1	3	7	15
Величина H . . .	$\frac{15}{16}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

Натяжение въ тросахъ вычисляется по формулѣ

$$K \cdot \frac{ql^2}{f}.$$

Для тягъ .	2—3; 9—10; 4—5; 11—12	4—7; 10—14	6—7; 8—14	14—15	11—15	13—15
Величина K.	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$

Силы сжатія стоекъ вычисляются по формулѣ

$$N \cdot q \cdot \frac{l}{r}.$$

Для стоекъ .	7 — 14	3 — 4; 10 — 11	1 — 2; 5 — 6; 8 — 9; 12 — 13
Величина N.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Данныя для сравненія вѣса фермъ 1-го и 2-го класса

Въ выраженіяхъ вѣса пяти разсмотрѣнныхъ нами фермъ 1-го и 2-го класса, т. е. въ формулахъ

33, 40, 45, 47 и 48,

имѣется одинъ общій членъ вида

$$\frac{q l^3}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} (1 + r^2 \cdot \beta),$$

т. е. вѣсъ треугольной фермы безъ раскосовъ и тягъ. Вычитая эту постоянную величину изъ формулъ вѣса, получимъ сравнительныя выраженія тѣхъ частей вѣса разныхъ полуфермъ, которыя зависятъ отъ расположенія или раскосовъ, или добавочную величину къ вѣсу треугольной фермы безъ раскосовъ и тягъ. Для краткости будемъ называть эту величину просто добавочнымъ вѣсомъ отъ раскосовъ и тягъ.

Выведемъ обозначеніе:

$$\Phi = \frac{q l^3}{2f} \cdot \frac{\gamma}{k} \dots \dots \dots 49.$$

Величины добавочнаго вѣса будутъ:

Въ рациональной фермѣ 1-го класса (см. формулы 33 и 34), гдѣ x опредѣляется по форм. 26:

$$\Phi \cdot \frac{\beta + 1}{3} \left(1,5 r + 2n(r - 1) + \frac{2}{n} \left(1 - \frac{3r}{4} \right) - \frac{2r}{n^2} \right) \dots \dots 50.$$

Въ фермѣ $x = 0$ (см. форм. 40):

$$\Phi \cdot \frac{\beta + 1}{3} \left(1,5 r^2 + \frac{1 + 0,5 r^2}{n} + n(r^2 - 1) - \frac{3r^2}{n^2} \right) \dots \dots 51.$$

Въ фермѣ $x = a$ (см. форм. 45):

$$\Phi \cdot \frac{\beta + 1}{3} \left(1,5 + n(r^2 - 1) + \frac{2,5 - r^2}{n} - \frac{3}{n^2} \right) \dots \dots 52.$$

Въ фермѣ Полонсо рациональной (см. форм. 47):

$$\Phi \cdot 2(\beta + 1)(r\sqrt{2} - 1)\left(1 - \frac{1}{n}\right) \dots \dots \dots 53.$$

Въ фермѣ Полонсо обыкновенной (см. форм. 48):

$$\Phi \cdot (\beta + 1)\left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot r^2 \dots \dots \dots 54.$$

Изъ разсмотрѣнія всѣхъ этихъ формулъ видно, что величины добавочнаго вѣса во всѣхъ фермахъ пропорціональны $(\beta + 1)$.

Для нагляднаго сравненія между собою формулъ 50, 51 52, 53 и 54 въ дальнѣйшемъ вычислена величина множителя, который слѣдуетъ за Φ въ каждой формулѣ. Этотъ множитель названъ чрезъ A .

При вычисленіи A принято, что:

- 1) Подъемъ крыши f составляетъ $\frac{1}{5}$ ея пролета $2l$, т. е.

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{2,5} = 0,4.$$

- 2) Числовое значеніе

$$r = \frac{b}{a} = \frac{s}{l} = \sqrt{\frac{l^2 + f^2}{l^2}} = 1,077.$$

$$r^2 = 1,16.$$

- 3) Отношеніе прочнаго сопротивленія на разрывъ и на сжатіе = 1.5. Въ практикѣ расчета стропиль, принимая во вниманіе поправку коэффициента сжатія по формулѣ Шварцъ-Ранкина, величина β колеблется отъ 1,25 до 1,65. Какъ замѣчено ранѣе, измѣненіе β влияетъ однообразнымъ образомъ на измѣненіе добавочнаго вѣса всѣхъ разсмотрѣнныхъ фермъ.

Принявши въ основаніе расчета, при сравненіи фермъ между собою, вышеприведенныя числовыя величины, числовое значеніе коэффициента A будемъ вычислять по формуламъ:

Ферма рациональная:

$$A = \frac{1}{3} \left(4,0388 + 0,385 + \frac{0,9613}{n} - \frac{5,385}{n^2} \right).$$

Ферма

$$x = 0$$

$$A = \frac{1}{3} \left(4,35 + 0,4n + \frac{3,95}{n} - \frac{8,7}{n^2} \right).$$

Ферма

$$x = a$$

$$A = \frac{1}{3} \left(3,75 + 0,4n + \frac{3,35}{n} - \frac{7,5}{n^2} \right).$$

Ферма Полонсо рациональная

$$A = 2,6144 \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Ферма Полонсо обыкновенная

$$A = 2,9 \cdot \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Добавочный вѣсъ фермъ

$$A \cdot \Phi = A \cdot \frac{q l^3}{2 f} \cdot \frac{\gamma}{k}.$$

Таблица величинъ A для сравненія между собою добавочнаго вѣса фермъ.

n	Фермы первого класса.			Фермы Полонсо.	
	Рациональ- ная.	$x = 0.$	$x = a.$	Рациональ- ная.	Обыкновен- ная.
2	1,3077	1,65	1,45	1,307	1,45
4	1,8387	2,1313	1,9063	1,9607	2,175
8	2,3979	2,6359	2,4172	2,2875	2,5375
16	3,4209	3,6543	3,4434	2,4509	2,7187

Примѣчаніе къ таблицѣ величинъ A . Формулы вѣсовъ всѣхъ полуфермъ, рассмотрѣнныхъ нами, представляютъ собою точныя выраженія, за исключеніемъ формулы вѣса для рациональной фермы 1-го класса, при составленіи которой точный процессъ суммированія замѣненъ приближеннымъ, болѣе простымъ, дающимъ результатъ съ точностью, достаточною для цѣлей практики. Но для полученія данныхъ для болѣе точнаго сравненія между собою вѣса различныхъ фермъ, въ таблицѣ и для рациональной фермы высчитаны величины A *точнымъ образомъ*, не пользуясь данною здѣсь приближенной формулой.

Изъ таблицы величинъ A видно, что, при увеличеніи числа панелей отъ 2 до 8, вѣса добавочныхъ частей фермъ (подкосовъ и тягъ) увеличиваются почти въ 1,8 раза.

Вѣсъ полуфермы безъ раскосовъ, при выбранныхъ нами величинахъ β и r , будетъ

$$\Phi(1 + r^2 \cdot \beta) = 2,74 \cdot \Phi.$$

Вѣсъ раціональной фермы 1-го класса съ двумя панелями будетъ

$$\Phi(2,74 + 1,31) = 4,05 \cdot \Phi,$$

а съ восемью панелями

$$\Phi(2,74 + 2,40) = 5,14 \cdot \Phi.$$

Отсюда ясно, насколько важенъ вопросъ о выборѣ числа панелей для даннаго пролета.

Сравненіе добавочныхъ вѣсовъ полуфермъ, приведенныхъ въ таблицѣ величинъ A , показываетъ, что:

1) вѣса **раціональныхъ фермъ 1-го и 2-го класса почти одинаковы** при числѣ панелей до восьми (т. е. до $n=4$);

2) при числѣ панелей болѣе 8 **раціональныя фермы 2-го класса легче раціональныхъ фермъ 1-го класса**;

3) изъ остальныхъ фермъ, употребляемыхъ въ практикѣ, фермы съ вертикальными тягами ($x=a$) по своему вѣсу ближе всего подходятъ къ раціональнымъ,—и потому именно, что при выбранныхъ нами величинахъ r и β числовое значеніе x близко подходитъ къ a .

Такъ какъ по отношенію къ сборкѣ и установкѣ между рассмотрѣнными нами фермами нѣтъ никакой разницы, то въ практическомъ отношеніи стоимость фермъ можетъ быть принимаема почти пропорціоною вѣсу употребляемаго на нихъ матеріала. Слѣдовательно, вообще говоря,

раціональныя стропильныя фермы дешевле, чѣмъ фермы, обыкновенно употребляемыя въ практикѣ.

Изъ той же таблицы видно, что *разной разницы между вѣсами фермъ, правильно рассчитанныхъ, не получается*, такъ что, въ силу практическимъ соображеній (подвѣса потолочныхъ балокъ, передачи сосредоточенныхъ грузовъ и проч.), постановка каждой фермы можетъ быть оправдана, даже и при нѣсколько увеличенномъ ея вѣсѣ.

Поправки въ теоретической формулѣ вѣса фермы.

Примѣняя вышеприведенныя формулы къ практическимъ расчетамъ, необходимо принять въ соображеніе величины коэффициентов β и β_1 , которые для простоты нашихъ выводовъ были взяты равными. На самомъ дѣлѣ, если для расчета сжатыхъ частей фермы пользоваться формулой *Шварц-Ринкина*, то для фермъ 2-го класса, какъ имѣющихъ меньшія длины сжатыхъ раскосовъ, коэффициентъ β будетъ меньше, чѣмъ для фермъ 1-го класса, слѣдовательно, и вѣсъ сжатыхъ стоекъ первыхъ фермъ будетъ меньше.

Равнымъ образомъ, при употребленіи готоваго матеріала на издѣліе стропиль, нѣтъ иногда практической возможности придавать каждому раскосу и каждой тягѣ свои отдѣльные размѣры, получающіеся по расчету, вслѣдствіе чего получается отступленіе отъ теоретическаго вѣса; и это отступленіе для раскосовъ фермъ 1-го класса всегда будетъ больше, чѣмъ для фермъ *Полонсо*.

Увеличеніе вѣса противъ высчитанной теоретической его величины приходится дѣлать, имѣя въ виду слѣдующее:

1) Стыки поясовъ и прикрѣпленія раскосовъ при заклепочныхъ соединеніяхъ ослабляютъ рабочее сѣченіе частей, примѣрно, на 15—20%. Въ случаѣ употребленія шарнирныхъ соединеній этого ослабленія нѣтъ, но зато работа шарнирныхъ соединеній въ стропилахъ стоитъ гораздо дороже заклепочныхъ.

2) Невозможность подобрать желѣзо строго пропорціонально усиліямъ, дѣйствующимъ въ панеляхъ, заставляетъ употреблять одинаковыхъ размѣровъ матеріалъ для двухъ и трехъ панелей, несмотря на разныя усилія, дѣйствующія въ нихъ.

3) Каждый стыкъ для связи поясовъ съ раскосами и тягами требуетъ для себя опредѣленнаго добавочнаго количества матеріала.

Какой бы родъ соединеній ни быть выбранъ для фермъ, самую цѣнную часть работы составляетъ выполненіе стыка.

Въ случаѣ заклепочныхъ швовъ, стыки берутся фасонной или прямой формы, выкраиваются изъ листового желѣза и представляютъ собою наиболѣе трудную часть работы по изготовленію стропиль. Для малыхъ размѣровъ фермъ, пролетомъ до 4 саж., стыки дѣлаются изъ листовъ

отъ $\frac{1}{4}$ до $\frac{5}{16}$ дюйма, при бѣльшихъ пролетахъ—отъ $\frac{3}{8}$ до $\frac{1}{2}$ д.

Хотя вѣсь стыковъ и зависитъ отъ усилій, но эта зависимость выражается въ слабой степени: при малой величинѣ пролета вѣсь стыка, конечно, будетъ меньше, чѣмъ для большого, но зато относительная его стоимость въ общей цѣнѣ издѣлія стропиль для большого пролета будетъ меньше, чѣмъ для малого. Изъ цѣлаго ряда примѣровъ расчета стропиль выяснилось, что вѣсь добавочнаго матеріала стыковъ надо считать не мевѣе 1 пуда на каждую панель.

Передача нагрузки на фермы.

Стропила, установленныя на мѣсто, принимаютъ на себя нагрузку передающуюся на кровельный матеріалъ, покоющійся на обрѣштинахъ. Передача отъ нихъ давленія на фермы дѣлается или непосредственно, если обрѣштина лежитъ на поясѣ фермы, или же посредствомъ прогоновъ, которые принимаютъ на себя равномерную нагрузку отъ обрѣштинны, а затѣмъ передаютъ ее на узлы фермы въ видѣ сосредоточенныхъ нагрузокъ.

Въ 1-мъ случаѣ, т. е. когда обрѣштина лежитъ непосредственно на фермѣ, поясъ сжатія у фермы подвергается дѣйствию сгибающихъ моментовъ отъ равномерной нагрузки, лежащей между двумя смежными узлами пояса; при этомъ величина сгибающаго момента каждой панели верхняго пояса будетъ

$$\frac{q_0 \cdot e \cdot a^2}{8} = \frac{q_0 \cdot e}{8} \cdot \frac{l^2}{n^2} \dots \dots \dots 55,$$

если q_0 будетъ нагрузка на квадр. единицу площади крыши,

e — разстояніе между фермами и

$a = \frac{l}{n}$ — длина панели.

Въ случаѣ прогоновъ, идущихъ вдоль крыши по узламъ фермъ, поясъ сжатія ихъ не испытываетъ на себѣ сгибающаго дѣйствія. Оно передается въ этомъ случаѣ на прогоны, и величина сгибающаго момента для прогона будетъ

$$q_0 \cdot a \cdot \frac{e^2}{8} \dots \dots \dots 56.$$

Въ зависимости отъ разстоянія между стропильными фермами можно рѣшить вопросъ, что будетъ выгоднѣе — ставить-ли прогоны или класть обрѣштинку непосредственно на верхній поясъ фермы.

Не принимая въ расчетъ матеріала, который пойдетъ на обрѣ-
шетины, всегда окажется выгоднѣе класть послѣднюю непосредственно
на пояса стропиль; но если принять во вниманіе также и вѣсъ обрѣ-
шетины, то окажется, что, если разстояніе между узлами фермъ меньше
разстоянія между самими фермами, выгоднѣе ставить продольный про-
гонъ. Но при этомъ вѣсъ матеріала, затраченнаго на прогоны, всегда
будетъ больше, чѣмъ вѣсъ добавочнаго матеріала въ поясѣ сжатія,
появляющагося вслѣдствіе сгибанія пояса нагрузкою.

Определение числа панелей фермы.

При данномъ пролетѣ фермы вѣсь растягиваемыхъ и сжимаемыхъ частей ея возрастаетъ по мѣрѣ увеличенія числа панелей n . Вѣсь добавочнаго матеріала въ поясѣ сжатія, появляющагося вслѣдствіе сгибанія пояса нагрузкою, наоборотъ, уменьшается по мѣрѣ увеличенія n ; кромѣ того, одновременно съ этимъ повышается и допускаемая величина сопротивленія въ поясѣ сжатія, вслѣдствіе уменьшенія длины панелей. И надо выбрать n такимъ образомъ, чтобы стоимость всего устройства была min .

Задача объ опредѣленіи наивыгоднѣйшаго числа панелей въ общемъ алгебраическомъ видѣ представляетъ большія затрудненія, поэтому здѣсь мы остановимся на разсмотрѣніи числового примѣра, предполагая, что обрѣштина лежитъ непосредственно на верхнемъ поясѣ и состоитъ изъ сплошныхъ досокъ шириною 6 дюйм.

Нагрузка на прышу отъ вѣтра, снѣга, провѣльнаго желѣза и обрѣштины, при среднихъ уклонахъ крыши отъ $\frac{1}{6}$ до $\frac{1}{4}$ пролета, выходитъ не болѣе 1 пуда на 1 квадр. футъ (около 175 килогр. на 1 кв. mt). Вѣсь идущаго по крышѣ человѣка (5 пуд.) можно предположить передающимся на 2 смежныхъ обрѣштины, т. е. на полосу сплошной обрѣштины шириною въ 12 дм.

Пусть e выражаетъ въ фут. разстояніе между стропильными фермами. Тогда сгибающій моментъ, который передается на полосу обрѣштины въ 12 дм. шириною, будетъ

$$M = \frac{e^2 \cdot 12}{8} + \frac{5e \cdot 12}{4} \text{ пудо-дм.}$$

Прочное сопротивленіе дерева сгибанію примемъ въ 30 пуд. на 1 кв. дм. Тогда модуль сопротивленія доски обрѣштины въ 12 дм. шириною будетъ

$$W = \frac{12 \cdot d^2}{6} = \frac{e^2}{20} + \frac{e}{2}$$

Откуда толщина досокъ въ дюймахъ

$$\delta = \sqrt{\frac{e^2}{40} + \frac{e}{4}},$$

гдѣ e — въ фут. Принимая вѣсъ 1 куб. фут. дерева = 1 пуд., *отъ* 1 квадр. фута обрѣшетинъ получимъ равнымъ

$$\frac{1}{12} \sqrt{\frac{e^2}{40} + \frac{e}{4}} \text{ пуд.}$$

При $e = 7$ фут. $\delta = 1,72$ дм.

$e = 10$ „ $\delta = 2,25$ „

Обыкновенно обрѣштина дѣлается не толще $1\frac{3}{4}$ дм., поэтому и разстояніе между фермами принимаютъ въ 7 фут.

Если обрѣштина лежитъ на прогонахъ, то разстояніе между ними по горизонтали равно разстоянію a между узлами фермы, и *отъ* 1 квадр. фута обрѣштинъ будетъ

$$\frac{1}{12} \sqrt{\frac{a^2}{40} + \frac{a}{4}} \text{ пуд.}$$

Если a болѣе e , то вѣсъ обрѣштинъ, лежащей непосредственно на фермахъ, будетъ меньше, чѣмъ при существованіи прогоновъ; а если a будетъ менѣе e , тогда, наоборотъ, вѣсъ обрѣштинъ, лежащей на прогонахъ будетъ меньше, чѣмъ безъ нихъ, но зато въ этомъ случаѣ прибавляется еще вѣсъ прогоновъ.

Съ точностью, достаточною для нашихъ разсужденій, зависимость между величинами сгибающаго момента и вѣсомъ сопротивляющейся ему балки можетъ быть получена изъ тѣхъ таблицъ, которыя даютъ вѣсъ и модули сопротивленія разныхъ сортовъ желѣза, употребляемаго въ постройкѣ сжатія.

Разсмотримъ случай примѣненія двутавровыхъ балокъ, нормальные профили которыхъ, выработанные Обществомъ германскихъ инженеровъ, имѣютъ слѣдующіе модули сопротивленія W въ куб. дм. и вѣсъ v въ пуд. на 1 погонный футъ:

N балки.	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
W куб. дм.	1,2	1,6	2,1	2,65	3,36	4,13	5,05	6	7,2	8,5	9,9
v пуд. .	0,12	0,133	0,154	0,18	0,21	0,234	0,266	0,3	0,333	0,368	0,407

Съ достаточною точностію зависимость между вѣсомъ 1 погон. фута балки и ея модулемъ сопротивленія можетъ быть выражена формулою

$$v = 0,12 \sqrt{W} \dots \dots \dots 57.$$

Можно было имѣсто этой найти и болѣе строгую зависимость, прибавляя во 2-й части нѣкоторое постоянное, причемъ тогда измѣнится, конечно, и коэффициентъ 0,12. Но полученное такимъ образомъ болѣе точное выраженіе не окажетъ никакого вліянія на опредѣленіе числа панелей, потому что n не измѣняется непрерывно, а должно быть цѣлымъ числомъ.

По форм. 55 величина сгибающаго момента каждой панели верхняго пояса будетъ

$$M = \frac{q_0 \cdot e}{8} \cdot \frac{l^2}{n^2} \cdot 12 \text{ пудо-дм.}$$

Принимая коэффициентъ прочнаго сопротивленія желѣза сгибанію въ 300 пуд. на 1 кв. дм., получимъ

$$W = \frac{q_0 \cdot e}{200} \cdot \frac{l^2}{n^2}$$

$$v = 0,0084 \cdot \frac{l}{n} \sqrt{q_0 \cdot e}.$$

Вѣсъ балки, употребленной на полупролетъ длиною l , получится

$$0,0084 \cdot \frac{l^2}{n} \sqrt{q_0 \cdot e} \dots \dots \dots 58.$$

При употребленіи желѣза, имѣющаго въ сѣченіи видъ буквы зетъ, зависимость между вѣсомъ 1 погон. фута въ пуд. и модулемъ сопротивленія въ куб. дюйм. можетъ быть выражена тою-же формулою 57, какъ легко усмотрѣть изъ данныхъ слѣдующей таблицы для нормальныхъ профилей желѣза-зетъ:

N профиля. .	3	4	5	6	8	10	12
W куб. дм. .	0,25	0,41	0,64	0,9	1,7	2,7	4,2
v пуд. . .	0,061	0,078	0,097	0,114	0,16	0,207	0,25

Иногда сѣченію стропильной ноги придаютъ однотавровую форму, образуя ее склепываніемъ двухъ уголковъ и одной вертикальной полосы между ними. Измѣняя въ этомъ случаѣ размѣры полосы можно измѣ-

нять соответственно и W для нея, предполагая, что весь сгибающий моментъ воспринимается только одною полосою. При высотѣ полосы h и толщинѣ ея δ модуль ея будетъ .

$$W = \frac{\delta \cdot h^3}{6} \text{ куб. дм.}$$

Вѣсъ 1 погон. фута желѣзной полосы съ размѣрами $\delta \times h$ будетъ

$$v = 0,093 \delta \cdot h = 0,228 \sqrt{\delta} \cdot \sqrt{W}.$$

Толщина полосы δ .	Величина $0,228 \sqrt{\delta}$.
$\frac{5}{16}$ дм.	0,127
$\frac{1}{4}$ "	0,114
$\frac{3}{8}$ "	0,137

Данныя этой таблички показываютъ, что формулу 57 можно примѣнять и въ этомъ случаѣ съ достаточною точностью. Поэтому во всѣхъ случаяхъ возможно будетъ также примѣненіе и формулы 58. Замѣняя въ ней

$$q_0 \cdot e = q,$$

вѣсу нагрузки, отнесенному къ 1 длины пролета, получимъ вѣсъ балки, сопротивляющейся дѣйствию сгибающихъ моментовъ, на каждую полуферму—въ видѣ

$$0,0084 \cdot \frac{l^2}{n} \sqrt{q} \dots \dots \dots 58, a.$$

Пользуясь этимъ выраженіемъ, не трудно рѣшить вопросъ и о наимыгоднѣйшемъ расположеніи обрѣшетины, прогоновъ и стропильныхъ фермъ. Для этого нужно будетъ внести выраженіе 58, a въ формулу вѣса фермъ, данныя выше, взять 1-го производную вѣса по n и приравнять ее нулю.

Выдѣляя постоянныя количества, независимыя отъ n и отбрасывая члены, содержащіе въ себѣ множителемъ величины $1:n$ и $1:n^2$, какъ почти не оказывающія вліянія на вѣсъ полуфермъ, значеніе изслѣдуемой

функции, отъ которой надо будетъ брать 1-ю производную, для рациональной фермы 1-го класса получимъ въ такомъ видѣ:

$$Z = 0,13 \cdot \Phi \cdot n + n + 0,00315 \cdot \sqrt{q} \cdot \frac{l^2}{n} \dots \dots \dots 59.$$

Min этой функции, а также и вѣса фермы, получится при значеніи n , опредѣляемомъ изъ формулы:

$$n^2 = \frac{0,0084 \cdot l^2 \cdot \sqrt{q}}{1 + 0,13 \cdot \Phi} \dots \dots \dots 60,$$

гдѣ Φ опредѣляется по формулѣ 49.

Принимая, какъ и ранѣе,

$e = 7$ фут. — разстояніе между стропилами,

$k = 300$ пуд. на 1 кв. дм. — допускаемое напряженіе въ желѣзѣ на растяженіе,

$\gamma = 0,093$ пуд. — вѣсъ погоннаго фута полосы желѣза съ сѣченіемъ въ 1 кв. дм.,

$q = 7$ пуд. — нагрузку на погонный футъ фермы въ горизонтальной ея проекціи (соотвѣтственно нагрузкѣ въ 1 пудъ на 1 кв. футъ) и

$\frac{l}{f} = 2,5$, найдемъ

$$\Phi = \frac{0,093 \cdot 7}{2 \cdot 300} \cdot \frac{l^2}{f} = 0,0027125 \cdot l^2$$

$$0,0084 \cdot l^2 \cdot \sqrt{q} = 0,022 \cdot l^2.$$

Тогда для рациональной фермы 1-го класса:

$$n^2 = \frac{22 \cdot l^2}{1000 + 0,35 \cdot l^2} \dots \dots \dots 61.$$

При $l = 7$	14	21	30	42	60 фут.
$n = 1$	2	3	4	5	6

Если l будетъ очень большая величина, то

$$n \approx \sqrt{\frac{22}{0,35}};$$

т.-е. тогда придется взять $n = 8$. Слѣдовательно, при взятыхъ нами нагрузкахъ и при разстояніи между фермами $e = 7$ фут., больше 8 на-

нелей на полупролетъ строить не выгодно, даже и при самыхъ большихъ пролетахъ.

Не трудно видѣть, что при полупролетахъ до 40 фут. число панелей пропорціонально $l:7$, и это будетъ приблизительно та цифра, которую выгоднѣе всего употреблять, какъ величину панели.

При малыхъ пролетахъ, если принимать вѣсь стыковъ менѣе вышедазной нами величины (1 пудъ на панель), панель выходить около 6 фут.

Если бы, при всѣхъ прочихъ одинаковыхъ данныхъ, взять разстояніе между стропильными фермами въ 14 фут., то нашли бы:

$$0,13 \Phi = 0,0007 \cdot l^2$$

$$0,0084 \cdot l^2 \cdot \sqrt{q} = 0,0314 \cdot l^2$$

$$n^2 = \frac{31 \cdot l^2}{1000 + 0,7 \cdot l^2} \dots \dots \dots 62.$$

Для $n = 1$	2	3	4	5	6
$l = 5,74$	11,9	19,1	28,4	43	79.

Когда l будетъ очень большая величина

$$n = \text{около } \sqrt{\frac{31}{0,7}}, \text{ принимаемъ } = 7.$$

Внося въ выраженіе вѣса раціональной фермы 1-го класса

$$n = \frac{l}{7},$$

гдѣ l — въ фут., при взятыхъ нами нагрузкахъ, подъемъ фермы и при разстояніи между стропилами въ 7 фут., получимъ:

вѣсъ полуфермы 1-го класса раціональной системы

$$V = 0,3 \cdot l + 0,011 \cdot l^2 + 0,00005 \cdot l^3 \dots \dots \dots 62,$$

гдѣ V — въ пуд., а l — въ фут.

Обращаясь теперь къ формулѣ вѣса раціональной фермы 2-го класса, не трудно видѣть, что здѣсь число панелей оказываетъ незначительное вліяніе на возрастаніе вѣса. Пренебрегая для краткости разсужденій этимъ вліяніемъ вовсе, придемъ къ тому, что здѣсь число панелей зави-

силь отъ вѣса стыка и вѣса матеріала балки, выносящей на себѣ сгибающее дѣйствіе силъ.

Принимая вѣсъ стыковъ на панель въ 1 пудъ и вѣсъ балки пояса по формулѣ 58, а, изъ выраженія 1-й производной отъ Z по n , обращеннаго въ нуль, найдемъ для рациональной фермы 2-го класса:

$$n = l \cdot \sqrt{0,022} = 0,15 \cdot l \dots\dots\dots 64.$$

Слѣдовательно, величина панели выходитъ здѣсь равною

$$a = \frac{l}{n} = 6,6 \text{ фут.}$$

Взявши

$$n = l : 6,6, \text{ гдѣ } l — \text{ въ фут.}$$

$$e = 7 \text{ фут.}$$

и принявши тѣ же данныя, что и ранѣе, относительно нагрузокъ и подъема крыши, получимъ:

вѣсъ полуфермы 2-го класса рациональной системы

$$V = 0,25 \cdot l + 0,01446 \cdot l^2 \dots\dots\dots 65$$

гдѣ

$$V — \text{ въ пуд., а } l — \text{ въ фут.}$$

Вѣса полуфермъ остальныхъ системъ также могутъ быть приведены въ формуламъ, подобнымъ 63 и 65. Не останавливаясь на этомъ, замѣтимъ только, что *наимыоднѣйшее значеніе n во всѣхъ рассмотрѣнныхъ здѣсь фермахъ 1-го класса одинаково.*

Предыдущія разсужденія велись въ предположеніи, что обрѣштина передаетъ дѣйствіе натрузки непосредственно на верхній поясъ фермы. Въ случаѣ устройства прогоновъ верхній поясъ не будетъ испытывать на себѣ сгибающаго дѣйствія силъ, а потому вышеприведенный способъ опредѣленія n здѣсь надо будетъ примѣнить къ отысканію наивыгоднѣйшей комбинаціи вѣса стропиль и вѣса обрѣштинны.

Въ случаѣ существованія прогоновъ величину панели также нельзя дѣлать болѣе 7 фут., такъ какъ при этомъ возрастаніе вѣса обрѣштинны и ея стоимости идетъ быстрѣе, чѣмъ уменьшеніе вѣса стропиль, обусловливаемое уменьшеніемъ числа панелей. Кромѣ того, если дать панели большіе размѣры, то верхній поясъ будетъ имѣть болѣе длинныя сжимающіяся части, и это вызоветъ возрастаніе поправочнаго коэффициента пояса сжатія.

Къ тѣмъ же числовымъ величинамъ длины панели (отъ 6 до 8 фут.) придемъ и въ случаѣ желѣзной обрѣштинны. Исключеніе составитъ только

случай употребленія волнистаго желѣза въ качествѣ кровельнаго матеріала, когда принятыя размѣры его таковы, что оно можетъ выносить обычную нагрузку на разстояніи 10 — 12 фут. Въ этомъ случаѣ и длину панелей также слѣдуетъ брать отъ 10 до 12 фут.

Если въ стропилахъ нижній поясъ не горизонталенъ, а имѣетъ слабый уклонъ, то поправка въ опредѣленіи наивыгоднѣйшаго расположенія панелей выходитъ очень незначительна, но вѣсъ стропиль значительно возрастаетъ, такъ какъ вмѣсто величины f подъема крыши въ формулы усилій и вѣса войдетъ разность подъёмовъ верхняго и нижняго поясовъ.

Расчетъ прямолинейной и параболической фермъ безъ раскосовъ въ случаѣ дѣйствія сосредоточенной нагрузки.

Сосредоточенными нагрузками являются въ заводскихъ зданіяхъ контръ-шафты приводовъ, привѣсы подъемныхъ механизмовъ для установки обрабатываемыхъ предметовъ и т. п.

Если въ точкѣ D , отстоящей опоры A (фиг. 1 и 2) на разстояніи z дѣйствуетъ сосредоточенный грузъ P , то въ произвольномъ сѣченіи, имѣющемъ координаты x и y и лежащемъ между точками A и D моментъ будетъ

$$M_1 = V_1 \cdot x - H \cdot y,$$

а въ сѣченіи, лежащемъ между D и B , выраженіе момента напишется такъ:

$$M_2 = V_2 (2l - x) - H \cdot y \dots \dots \dots 66.$$

При этомъ

$$V_1 = P \cdot \frac{2l - z}{2l}$$

$$V_2 = P \cdot \frac{z}{2l}$$

$$H = P \cdot \frac{z}{2f}.$$

Зависимость между y и x въ прямолинейной фермѣ будетъ

$$y = \frac{f}{l} \cdot x,$$

а въ параболической она дается уравненіемъ 5:

$$y = f \cdot \frac{2l \cdot x - x^2}{l^2}.$$

Внося эти значенія въ выраженія для M_1 и M_2 , будемъ имѣть для прямолинейной фермы между A и C (фиг. 1):

$$M_1 = P \cdot x \cdot \frac{l - z}{l}$$

$$M_2 = P \cdot z \cdot \frac{l - x}{l}.$$

А между сѣченіями C и B , гдѣ

$$y = f \cdot \frac{2l - x}{l},$$

ур-іе 66 обращается въ нуль.

Для параболической фермы

$$M_1 = P \cdot x \cdot \frac{l - z}{l} - P \cdot x \cdot z \cdot \frac{l - x}{2l^2}$$

$$M_2 = P \cdot z \cdot \frac{l - x}{l} - P \cdot x \cdot z \cdot \frac{l - x}{2l^2}.$$

Не трудно видѣть, что M_1 и M_2 для прямолинейной фермы будутъ положительны для всякаго x при произвольномъ z ; для параболической же фермы оба момента могутъ быть и положительны, и отрицательны. Положительными моментами въ разсматриваемомъ случаѣ будутъ тѣ, которые, деформируя балку, приближаютъ ее къ горизонталн AB , а отрицательными—тѣ, которые при деформациі удаляютъ ось балки отъ горизонталн AB .

Положительныя значенія M_1 для параболической фермы меньше, чѣмъ для прямолинейной, при произвольномъ z и для всѣхъ x .

Отрицательное значеніе M_1 можетъ быть для параболической фермы только въ случаѣ

$$z \text{ болѣе } \frac{2}{3} l.$$

Наибольшій положительный моментъ получается въ сѣченіи $x = z$, и величина его будетъ:

для прямой

$$M_1 = M_2 = P \cdot z \cdot \frac{l - z}{l} \dots \dots \dots 67$$

для параболы

$$M_1 = M_2 = P \cdot z \cdot \frac{l - z}{l} \cdot \frac{2l - z}{2l},$$

Слѣдовательно, если сосредоточенный грузъ приложенъ на разстояніи $\frac{8}{9}l$ отъ опоры, то моментъ, по которому надо рассчитывать прямолинейную ферму и параболическую, будетъ одинаковъ.

При z менѣе $\frac{8}{9}l$ моментъ въ параболической фермѣ меньше, чѣмъ въ прямой, при z болѣе $\frac{8}{9}l$ — обратно.

Въ практикѣ, при устройствѣ мастерскихъ, никогда не приходится нагружать стропила сосредоточенными грузами близко къ вершинѣ фермы.

Если же предвидится возможность перемѣщать сосредоточенный грузъ по всему пролету, то параболическая ферма будетъ легче прямой.

Для послѣдней въ этомъ случаѣ получимъ при $z = \frac{l}{2}$

$$\max. M_1 = P \cdot \frac{l}{4}.$$

а для параболы при $z = 0,423 \cdot l$.

$$\max. M_1 = \frac{P \cdot l}{5}.$$

Въ случаѣ двухъ грузовъ, симметрично расположенныхъ, получимъ:

для параболы

$$M_1 = P \cdot x \left(1 - \frac{2z}{l} + \frac{xz}{l^2} \right)$$

$$M_2 = P \cdot z \left(\frac{l-x}{l} \right)^2,$$

а для прямой — выраженія M_1 и M_2 остаются тѣ же, что и при одномъ грузѣ.

А Р О Ч Н Ы Я

параболическія фермы.

Вѣсь параболической фермы безъ раскосовъ и наклонныхъ тягъ.

Равномѣрно распределенная по всему пролету нагрузка не вызываетъ въ параболической аркѣ сгибающихъ моментовъ, слѣдовательно, при такой нагрузкѣ вѣтъ надобности ставить раскосы, имѣющіе цѣлю уменьшить величину сгибающаго момента.

Натяженіе тяги (см. формулу 1) было найдено равнымъ

$$H = \frac{q \cdot l^2}{2f}.$$

Слѣдовательно, вѣсь половины тяги будетъ

$$q \cdot \frac{l}{2f} \cdot \frac{z}{k}.$$

Сжатіе арки въ произвольномъ сѣченіи (см. формулу 15) будетъ:

$$S = H \cdot \cos \alpha + (V_1 - q \cdot x) \cdot \sin \alpha,$$

гдѣ $V_1 = q \cdot l$ — давленіе на опору.

Длина элемента дуги кривой есть $dx : \cos \alpha$, и вѣсь пояса сжатія полуфермы будетъ

$$V_1 = \frac{z \cdot \beta}{k} \int_0^l [H + q(l - x) \cdot \operatorname{tg} \alpha] \cdot dx.$$

Предполагая, что параболическая ферма выполнена рационально, т. е. удовлетворяетъ уравненію 5 (см. стр. 8-ю),

$$y = f \cdot \frac{2l \cdot x - x^2}{l^2} \dots \dots \dots 5,$$

$$M_m = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l^2 \cdot \frac{3m \cdot n - 2m^2}{n^2} \dots \dots \dots 70.$$

Разстояніе точки r отъ пояса растаженія по уравненію параболы (см. форм. 5) будетъ:

$$h_m = f \cdot a^2 \cdot \frac{2m \cdot n - m^2}{l^2}.$$

Натяженіе нижняго пояса въ m -ой панели

$$t_m = M_m : h_m = \frac{p \cdot l^2}{4f} \cdot \frac{3n - 2m}{2n - m}$$

Натяженіе нижняго пояса въ $(m+1)$ -ой панели

$$t_{m+1} = M_{m+1} : h_{m+1} = \frac{p \cdot l^2}{4f} \cdot \frac{3n - 2m - 2}{2n - m - 1}.$$

Разность натяженій, по которой опредѣляютъ сжатіе и растаженіе соотвѣтственныхъ раскосовъ и тягъ, будетъ

$$t_m - t_{m+1} = \frac{p \cdot l^2}{4f} \cdot \frac{n}{(2n - m)(2n - m - 1)} \dots \dots \dots 71.$$

При перемѣщеніи нагрузки съ одной половины фермы на другую, моментъ внѣшнихъ силъ въ той же точкѣ (x, y) будетъ:

$$M_m = V_2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l \cdot x = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l^2 \cdot \frac{m}{n}$$

$$t_m = \frac{p \cdot l^2}{4 \cdot f} \cdot \frac{n}{2n - m}$$

$$t_{m+1} = \frac{p \cdot l^2}{4 \cdot f} \cdot \frac{n}{2n - m - 1}.$$

А расчетная разность натяженій будетъ:

$$t_m - t_{m+1} = - \frac{p \cdot l^2}{4f} \cdot \frac{n}{(2n - m)(2n - m - 1)} \dots \dots \dots 72,$$

т.-е. при перенесеніи нагрузки съ одной стороны фермы на другую, разность натяженій нижняго пояса въ двухъ смежныхъ панеляхъ имѣетъ только знакъ, не измѣняя своей величины.

Такъ какъ при расчетѣ фермы необходимо разсматривать случай нагрузокъ на каждой изъ половинъ, поэтому каждый раскосъ будетъ

подвергаться дѣйствию одинаковыхъ усилій растяженія и сжатія, смотря по положенію неравномѣрной нагрузки.

Разность въ усиліяхъ поясовъ двухъ смежныхъ панелей отъ односторонней нагрузки, сравнительно съ полной величиною усилія въ поясахъ отъ постоянной нагрузки, настолько невелика, что при отысканіи наивыгоднѣйшаго расположенія раскосовъ можно ограничиться задачею—отыскать такое расположеніе раскосовъ, при которомъ *ихъ вѣсь* былъ бы *min*.

Разлагая подобно тому, какъ это дѣлалось для приолинейныхъ фермъ, разность усилій $t_m - t_{m+1}$ по направленію c и d (фиг. 10), получимъ слѣдующее:

если на раскосъ c дѣйствуетъ сжимающее (или растягивающее) усиліе

$$Q \cdot \frac{c}{a},$$

то на раскосъ d будетъ дѣйствовать растягивающее (или сжимающее), т. е. обратное усиліе, величина котораго будетъ

$$Q \cdot \frac{oi}{a},$$

гдѣ по фиг. 10

$$\frac{oi}{oe} = h_m : h_{m+1}.$$

Вѣсь раскоса c будетъ пропорціоналенъ

$$Q \cdot \frac{c^2}{a}.$$

Вѣсь раскоса d будетъ пропорціоналенъ

$$Q \cdot \frac{d^2}{a} \cdot h_m : h_{m+1}.$$

Но

$$c^2 = x^2 + h_m^2.$$

$$d^2 = (a - x)^2 + h_{m+1}^2.$$

Слѣдовательно, *вѣсь двухъ раскосовъ данной панели* будетъ пропорціоналенъ величинѣ

$$L = x^2 + h_m^2 + \frac{h_m}{h_{m+1}} \left[(a - x)^2 + h_{m+1}^2 \right]. \quad 73.$$

Взявши 1-ю производную отъ L по x и приравнявъ ее нулю, получимъ послѣ алгебраическаго преобразованія, что:

$$\frac{x}{h_m} = \frac{a-x}{h_{m+1}} \dots \dots \dots 74,$$

т. е. *тѣмъ въса у двухъ раскосовъ данной канемъ получится тогда, когда оба они будутъ наклонены къ поясу растяженія подъ одинаковымъ угломъ, или $\varphi = \varphi_1$ на фиг. 10.*

Мы не останавливаемся подробно на развитіи полнаго рѣшенія вопроса о наивыгоднѣйшемъ проведеніи раскосовъ въ параболической фермѣ стропиль по слѣдующимъ соображеніямъ:

Односторонняя нагрузка на стропильныя фермы представляетъ собою слагающую дѣйствія вѣтра, и величина ея гораздо менѣе постоянной нагрузки, т. е. равномерно распределенной по всему пролету. Эта постоянная нагрузка состоитъ изъ вѣса стропиль, обрѣшетины и подшивки, провельнаго матеріала и вѣса снѣга. Постоянная же нагрузка не вызываетъ натяженій въ раскосахъ параболической арки, но она даетъ наибольшія усилія въ поясахъ. Слѣд., раскосы въ этихъ аркахъ надо рассчитывать по сравнительно малой величинѣ односторонней нагрузки, и если принять въ соображеніе, что длина раскосовъ сжатія въ аркахъ будетъ больше, чѣмъ въ прямолинейныхъ фермахъ, то слѣдается яснымъ, что употребленіе сжатыхъ частей большой длины при слабыхъ усиліяхъ повлечетъ за собою слишкомъ невыгодное употребленіе матеріала. Въ этомъ случаѣ замѣна раскосовъ системою *тягъ* или *хордъ*, связывающихъ разныя точки дуги съ ея подопшвами, представить значительныя выгоды, какъ по экономіи матеріала, такъ и по простотѣ работы.

Если при составленіи проекта, для большей надежности расчета раскосовъ, сдѣлать предположеніе, что часть снѣга лежитъ на одной сторонѣ фермы, то и въ этомъ случаѣ постановка системы *тягъ* будетъ выгоднѣе устройства раскосовъ, такъ какъ пояса фермъ должны быть рассчитаны, предполагая распределеніе нагрузки отъ снѣга по всему пролету.

Пояснимъ сказанное простымъ примѣромъ на четырехугольной прямолинейной фермѣ (фиг. 11).

Пусть узлы ея B и D воспринимаютъ одинаковую нагрузку Q , подъ дѣйствіемъ которой части AB , BD и DE будутъ сжиматься, а часть AE будетъ растягиваться. Теоретически такая ферма остается въ покое и безъ хордъ и безъ раскосовъ.

При обыкновенных данных для расчета стропиль величина β выходит не меньше 3^*), и разность $V_1 - V_2$ будет въ пользу устройства хорды, если подъемъ фермы составляетъ отъ $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{6}$ ея пролета.

Кромѣ того, при хордѣ избѣгается матеріаль и работа стыковъ въ узлахъ B и B_1 (фиг. 11 и 12).

Замѣна раскосовъ хордами въ арочныхъ фермахъ значительно упрощаетъ работу по изготовленію послѣднихъ. Прикрѣпленіе хорды къ тѣлу дуги арки (одинъ болтъ) гораздо проще стыка раскосовъ и поясовъ обыкновеннаго типа. Кромѣ того, какъ увидимъ далѣе, хорды даютъ возможность гораздо легче разбить арку на части равнаго сопротивленія по отношенію къ сгибающимъ моментамъ.

Насколько намъ извѣстно, въ технической литературѣ до сихъ поръ еще не появилось расчета арочныхъ стропильныхъ фермъ со многими тягами, а потому въ дальнѣйшемъ мы остановимся болѣе подробно на теоретической части такого расчета. Но прежде чѣмъ дать рѣшеніе общей задачи при n хордахъ, пояснимъ ходъ расчета при трехъ тягахъ. Такой приемъ облегчитъ читателю трудъ — прослѣдить алгебраическую часть рѣшенія вопроса объ n хордахъ.

*) Для примѣра возьмемъ

$$h = 5 \text{ фут.} = 60 \text{ дм.}, a = 10 \text{ фут.}, A E = 30 \text{ фут.};$$

примемъ одностороннюю нагрузку отъ дѣйствія вѣтра и части снѣга около 0,28 пуд. на 1 кв. фут. При разстояніи между фермами въ 7 фут., получимъ

$$P = 0,28 \cdot 7 \cdot 10 = 20 \text{ пуд.}$$

Если взять самый малый уголокъ $1 \times 1 \times \frac{1}{8}$ дм., то для него отношеніе длины къ наименьшей ширинѣ сѣченія выходитъ 60, и поправочный коэффициентъ скатія по форм. Лаге (см. таб. 13 изъ табл. Бѣленюбскаго и Богуславскаго, изданіе 3-е, 1894) выходитъ 0,3. Поперечное сѣченіе уголка—около $\frac{1}{4}$ кв. дм. Усиліе, отнесенное къ сѣченію въ 1 кв. дм., будетъ

$$20 : \frac{1}{4} = 80 = k_1,$$

а напряженіе матеріала длинной стойки будетъ $80 : 0,3 =$ около 270 пуд. Слѣдов., брать желѣзо еще меньшихъ размѣровъ уже нельзя. Въ случаѣ тяги, независимо отъ размѣровъ ея сѣченія, можно принять напряженіе матеріала при растяженіи равнымъ $k = 350$ пуд. и

$$\beta = k : k_1 = 350 : 80 = 4,3.$$

Арочныя фермы съ тремя тягами.

Определение натяжений тягъ.

Фиг. 13 изображаетъ схему арочной фермы съ 3-мя тягами, одной горизонтальной AB и двумя наклонными AC_1 и BC , т.-е. съ 4-мя шарнирами A , B , C и C_1 . Расположеніе частей — симметричное, т.-е.

$$AD = BD_1 = a$$

$$CD = C_1D_1 = b.$$

Для всякаго дѣйствующаго на арку груза P , приложеннаго на разстояніи x отъ опоры A , можно опредѣлить натяженіе тягъ на основаніи ур-ій моментовъ.

Обозначимъ чрезъ

H_0 — натяженіе тяги AB

T — „ „ „ BC

T_1 — „ „ „ AC_1

V_1 — V_2 — давленія на опоры A и B .

Сумма моментовъ относительно точки C_1 даетъ

$$V_2 \cdot a = T \cdot C_1E_1 + H_0 \cdot C_1D_1,$$

а относительно точки C

$$V_1(2b - a) = T_1 \cdot CE + H_0 \cdot CD.$$

Если нагрузка P будетъ приложена между узлами C и C_1 на разстояніи x_1 отъ опоры A , то:

$$V_2 \cdot a = T \cdot C_1E_1 + H_0 \cdot C_1D_1$$

$$V_1 \cdot a = T_1 \cdot CE + H_0 \cdot CD.$$

Для опредѣленія трехъ неизвѣстныхъ T , T_1 и H_0 этихъ двухъ ур-ій недостаточно.

Третье ур-іе получается изъ геометрическаго разсмотрѣнія положенія груза P .

Такъ, напр., для всякаго груза, приложеннаго между A и C (фиг. 13), натяженіе тяги BC —

$$T=0,$$

такъ какъ въ это время дуга ACC_1 будетъ сжата, и точка C отклонится вправо.

Такимъ же разсмотрѣніемъ можно опредѣлить относительное значеніе натяженія тягъ BC и C_1A въ зависимости отъ положенія нагрузки между узлами C и C_1 . Очевидно, что для грузовъ, приложенныхъ между точкою C и G , т.-е. вершиною арки, тяга BC можетъ быть выкинута, или для нея $T=0$.

Такимъ же путемъ можно опредѣлить натяженіе тягъ и при произвольномъ ихъ числѣ. Если дано n тягъ, то всегда получится $(n-1)$ ур-іе моментовъ, и одно условіе найдется изъ геометрическаго разсмотрѣнія положенія дѣйствующаго груза.

Пусть H и H_1 будутъ горизонтальныя слагающія натяженій T и T_1 , тогда для удобства вывода можно сдѣлать замѣну:

$$T \cdot C_1E_1 = H \cdot C_1K_1 = H \cdot z$$

$$T_1 \cdot CE = H_1 \cdot CK = H_1 \cdot z.$$

Когда найдены усилія для тягъ, тогда можно составить ур-іе моментовъ относительно произвольнаго сѣченія арки, изъ котораго и опредѣлится сгибающій моментъ въ этомъ сѣченіи.

Пусть на параболическую арку (фиг. 14) дѣйствуетъ равномерно распределенная нагрузка, величина которой на 1 длины пролета будетъ p . При расчетѣ стропиль ведутъ его, предполагая, что нагрузка распространяется отъ одной изъ опоръ до середины арки, напр. отъ A до N . Величина этой нагрузки будетъ $p \cdot l$, если длина пролета $= 2l$.

Ур-іе параболы ANB , отнесенное къ началу координатъ въ точкѣ A , было представлено формулой 5 (см. стр. 8 и 59), поэтому мы будемъ имѣть (см. фиг. 14):

$$h = f \cdot \frac{2l \cdot a - a^2}{l^2}$$

$$z = h - \frac{a \cdot h}{2l - a} = 2a \cdot f \cdot \frac{l - a}{l^2}.$$

Давленія на опоры

$$V_1 = \frac{3}{4} \cdot p \cdot l \qquad V_2 = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l.$$

Для принятого нами расположенія нагрузки тяга BC может отсутствовать, т.-е. $T=0$.

Принимая точку C_1 за центр моментов, пишемъ.

$$V_2 \cdot a = H_0 \cdot h,$$

откуда

$$H_0 = \frac{1}{4f} \cdot \frac{p l^2}{2l - a} \cdot \dots \dots \dots 77.$$

Взявъ моменты всѣхъ силъ въ сѣченіи арки, проходящемъ чрезъ точку C , найдемъ:

$$V_1 \cdot a - \frac{p \cdot a^2}{2} = H_0 \cdot h + H_1 \cdot z,$$

откуда:

$$H_1 = \frac{(V_1 - V_2) \cdot a - \frac{p a^2}{2}}{2a(l - a)} \cdot \frac{l^2}{f} = \frac{1}{4} p \cdot \frac{l^2}{f} \dots \dots \dots 78,$$

т.-е. горизонтальная слагающая натяженія тяти AC при распределеніи равномерной нагрузки на половинѣ параболической фермы не зависитъ отъ величины a и будетъ одинакова при всѣхъ положеніяхъ тяти.

Въ предѣльномъ случаѣ, когда $a=0$, т.-е. въ случаѣ одной горизонтальной тяти, натяженіе ея при нагрузкѣ половины фермы будетъ выражаться тою же формулою 78, которая совершенно тождественна съ выведенною нами рѣже формулою 6.

Примѣчаніе. При равномерной нагрузкѣ всего пролета параболической фермы, тяти BC и C_1A не испытываютъ натяженія; тогда все оно передается на нижнюю тятю, которая будетъ натянута съ усиленіемъ

$$H_0 = \frac{q \cdot l^2}{2f},$$

какъ это было найдено при выводѣ формулы 1.

Опредленіе сгибающихъ моментовъ въ аркѣ съ 3 тягами и наивыгоднѣйшаго расположенія тягъ.

Въ произвольномъ сѣченіи D (фиг. 14), отстоящемъ на разстояніи x отъ опоры A и лежащемъ между A и N , т.-е.

при x отъ O до l

$$M = V_1 \cdot x - \frac{p \cdot x^2}{2} - H_1 \cdot u - H_0 \cdot y,$$

гдѣ H_0 и H_1 должны быть взяты по формуламъ 77 и 78, а

$$u = y - \frac{h \cdot x}{2l - a} = f \cdot \frac{2lx - x^2 - a \cdot x}{l^2}.$$

Внося эти величины въ выраженіе M , послѣ преобразованій получимъ:

$$M = \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{x(a-x)(l-a)}{2l-a} \dots \dots \dots 79.$$

При $x=0$ и при $x=a$ $M=0$.

Въ части арки AC наибольшее значеніе момента будетъ при $x = \frac{a}{2}$, какъ это видно изъ ур-ія

$$\frac{dM}{dx} = 0.$$

Для сѣченія F (фиг. 15)

$$\max \cdot M = \frac{1}{16} \cdot p \cdot \frac{a^2 \cdot l - a^3}{2l - a} \dots \dots \dots 80.$$

Отъ точки A , гдѣ $M=0$, моментъ возрастаетъ до $\max$ въ точкѣ F при $x = \frac{a}{2}$, затѣмъ онъ уменьшается и въ точкѣ C снова $M=0$. Далѣе между C и N моментъ дѣлается отрицательнымъ, т.-е. изгибъ арки идетъ въ противоположномъ направленіи, и въ точкѣ N , гдѣ $x=l$,

$$M_0 = -\frac{1}{4} \cdot pl \cdot \frac{(l-a)^2}{2l-a} \dots \dots \dots 81.$$

Для части дуги C_1N моментъ въ произвольномъ сѣченіи D_1 будетъ

$$M_1 = V_2(2l-x) - H_0 \cdot y - H_1 \cdot u.$$

Тождественныя съ предыдущими преобразованія дадутъ

$$M_1 = \frac{1}{4} p \cdot \frac{x(a-x)(l-a)}{2l-a} + \frac{p}{2} (l-x)^2 \dots \dots \dots 81, a,$$

гдѣ x берется отъ l до $(2l-a)$.

Въ точкѣ N , т. е. при $x=l$, ур-іе 82 даетъ величину M_0 (см. форм. 81), а

при $x=2l-a$ $M_1=0$.

Наибольшее значеніе M_1 получится при значеніи

$$x_1 = l_1 = \frac{8l^2 - 5l \cdot a + a^2}{6l - 2a},$$

которое найдемъ изъ условія

$$\frac{d M_1}{d x_1} = 0.$$

Тогда въ сѣченіи F_1 (фиг. 15)

$$\max M_1 = -\frac{1}{4} \cdot p \cdot \left(2l^2 + l_1^2 \cdot \frac{3l - 2a}{2l - a} \right) \dots \dots \dots 82.$$

Слѣдовательно, переходя отъ N къ C_1 , мы имѣемъ все время отрицательное значеніе момента; между N и F_1 получается сначала увеличеніе момента, а затѣмъ величина его уменьшается и дѣлается $= 0$ въ C_1 при $x_1 = 2l - a$.

Для части BC_1 арки моментъ въ произвольномъ сѣченіи ея D_2 (фиг. 14) будетъ:

$$M_2 = V_2 (2l - x_2) - H_0 \cdot y_2,$$

гдѣ x измѣняется отъ $(2l - a)$ до $2l$.

Послѣ преобразованія предыдущее равенство получитъ такой видъ:

$$M_2 = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l \cdot \frac{(2l - x)(2l - a - x)}{2l - a} \dots \dots \dots 83.$$

При $x = 2l - a$ и при $x = 2l \dots \dots \dots M_2 = 0$.

Наибольшее значеніе M_2 получится при значеніи

$$x_2 = 2l - \frac{a}{2},$$

которое найдемъ изъ условія

$$\frac{d M_2}{d x_2} = 0.$$

Въ сѣченіи F_2 (фиг. 14) будемъ имѣть

$$\max. M_2 = -\frac{1}{16} \cdot p \cdot l \cdot \frac{a^2}{2l - a} \dots \dots \dots 84.$$

Слѣдовательно, на протяженіи дуги BC_1 моментъ остается отрицательнымъ; въ точкахъ B и C_1 онъ равенъ нулю, а наибольшаго

значенія онъ достигаетъ въ сѣченіи F_2 , на разстояніи $\frac{a}{2}$ отъ опоры B , т. е. наибольшіе сгибающіе моменты, положительный въ части AC параболической фермы и отрицательный въ части C_1B относятся къ сѣченіямъ F и F_2 (фиг. 15), отстоящимъ отъ опоръ на равныхъ разстояніяхъ.

Выгибъ арки въ зависимости отъ измѣненія моментовъ, изслѣдованнаго нами, представленъ на фиг. 15 толстымъ пунктиромъ.

Для арки съ тремя тягами мы получили 3 выраженія *max. M*, представляемыя формулами 80, 82 и 84. Не трудно видѣть, что

$$\text{max. } M_2 \text{ всегда больше max. } M.$$

Для наивыгоднѣйшаго распредѣленія матеріала, сопротивляющагося сгибающимъ усиліямъ, необходимо, чтобы существовало равенство

$$\text{max. } M_1 = \text{max. } M_2 \dots \dots \dots 85.$$

Удовлетворяя этому условію, найдемъ

$$a = 0,68 \cdot l, \text{ или около } \frac{2}{3} l \dots \dots \dots 86,$$

причемъ

$$\text{max. } M_1 = \text{max. } M_2 = -0,022 \cdot p \cdot l^2 \dots \dots \dots 87,$$

$$\text{max. } M = +0,0072 \cdot p \cdot l^2 \dots \dots \dots 87, a.$$

Въ случаѣ арки съ одною горизонтальною тягою, полупролетъ которой нагруженъ равномерно, моменты выражались формулами 8 и 12. Наибольшее ихъ значеніе получалось на разстояніи $\frac{l}{2}$ отъ опоръ и было (см. форм. 11 и 13):

$$\text{max. } M_1 = \frac{1}{16} \cdot p \cdot l^2 = 0,00625 \cdot p \cdot l^2 \dots \dots \dots 11$$

$$\text{max. } M_2 = -0,00625 \cdot p \cdot l^2 \dots \dots \dots 13$$

Эти формулы, по сравненію ихъ съ 87, показываютъ, что

въ параболической аркѣ съ 3 тягами, расположенными наивыгоднѣйшимъ образомъ, расчетный сгибающій моментъ почти въ 3 раза меньше, чѣмъ для арки съ одною тягою.

Усилия сжатія въ аркахъ съ тремя тягами и съ одной.

Разсмотримъ отдѣльно усиія сжатія въ аркахъ:

1) при нагрузкѣ $q \cdot 2l$, равномерно распределенной по всей длинѣ арки и

2) при односторонней нагрузкѣ $p \cdot l$, распределенной равномерно на половинѣ длины пролета.

На фиг. 16 уголъ касательной въ произвольной точкѣ D съ горизонталью обозначимъ чрезъ β , а уголъ наклонной тяги съ горизонталью — α .

Индексы p и q при усиіяхъ обозначаютъ далѣе зависимость этихъ усиій отъ нагрузокъ $p \cdot l$ и $q \cdot 2l$.

Усиіе сжатія отъ нагрузки на всемъ пролетѣ (фиг. 16) будетъ:

$$S_q = V_q \cdot \sin \beta + H_{0q} \cdot \cos \beta.$$

Усиіе сжатія отъ односторонней нагрузки для нагруженной стороны фермы:

$$S_p = V_p \cdot \sin \beta + H_{0p} \cdot \cos \beta + T_{1p} \cdot \cos (\alpha + \beta),$$

а для ненагруженной стороны фермы

$$S_p = V_{2p} \cdot \sin \beta + H_{0p} \cdot \cos \beta.$$

Эти сжимающія усиія вызываютъ въ сѣченіяхъ арки добавочныя напряженія къ тѣмъ, которые получились отъ дѣйствія сгибающихъ моментовъ.

Въ аркѣ съ 3 тягами наибольшіе сгибающіе моменты дѣйствуютъ въ двухъ сѣченіяхъ F и F_2 (фиг. 15), отстоящихъ отъ опоръ на разстояніи $\frac{a}{2}$, и въ сѣченіи F_1 , лежащемъ около вершины арки. Только для этихъ трехъ сѣченій и необходимо опредѣлить напряженія, вызываемыя усиіями сжатія.

Изъ ур-ія 5 мы имѣли

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \cdot f \cdot \frac{l-x}{l^2}.$$

Изъ чертежа (фиг. 14) имѣли ранѣе:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{2l-a} = f \cdot \frac{a}{l^2}.$$

Для сѣченія F (фиг. 15) при $x = \frac{a}{2}$

$$\operatorname{tg} \beta = f \cdot \frac{2l - a}{l^2}.$$

Предполагая подъемъ арки въ $\frac{1}{5}$ ея пролета, получимъ

$$f = \frac{2}{5} l.$$

Взявши затѣмъ

$$\alpha = \frac{2}{3} l,$$

будемъ имѣть:

$$\begin{array}{l|l} \sin \beta = 0,47 & \cos \alpha = 0,966 \\ \cos \beta = 0,882 & \operatorname{tg} \alpha = 0,266 \\ \operatorname{tg} \beta = 0,533 & \cos (\alpha - \beta) = 0,97. \end{array}$$

Для сѣченія F (фиг. 15):

$$V_q = q \cdot l - q \cdot \frac{a}{2} = 0,67 \cdot q \cdot l.$$

$$V_p = \frac{3}{4} \cdot p \cdot l - p \cdot \frac{a}{2} = 0,42 \cdot p \cdot l.$$

Такимъ же образомъ для сѣченія F_2 (фиг. 15):

$$V_q = 0,67 \cdot q \cdot l$$

$$V_{2p} = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l = 0,25 \cdot p \cdot l.$$

По формулѣ 87:

$$T_{1p} = H_{1p} : \cos \alpha = \frac{1}{4} \cdot \frac{p \cdot l^2}{f \cdot \cos \alpha} = 0,645 \cdot p \cdot l.$$

По формулѣ 77:

$$H_{1p} = \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{l^3}{f(2l - a)} = 0,47 \cdot p \cdot l.$$

По формулѣ 1:

$$H_{q1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot l^2}{f} = 1,25 \cdot q \cdot l.$$

Внося эти данные въ формулы сжимающихъ усилий, получимъ для обѣихъ половинъ арки:

$$S_q = 1,415 \cdot q \cdot l$$

для нагруженной стороны арки

$$S_p = 1,238 \cdot p \cdot l$$

для ненагруженной стороны арки

$$S_p = 0,531 \cdot p \cdot l.$$

Для вершины арки, гдѣ уголъ $\beta = 0$, получимъ

$$S_q = 1,25 \cdot q \cdot l$$

$$S_p = 0,47 \cdot p \cdot l + 0,625 \cdot p \cdot l = 1,1 \cdot p \cdot l.$$

Полное сжимающее усилие въ опасныхъ сѣченіяхъ арки будетъ:

$$S = S_p + S_q.$$

Для нагруженной стороны арки (сѣченіе F на фиг. 15) получимъ:

$$S = 1,415 \cdot q \cdot l + 1,238 \cdot p \cdot l \dots\dots\dots 88$$

для ненагруженной стороны (сѣченіе F_2 на фиг. 15):

$$S = 1,415 \cdot q \cdot l + 0,531 \cdot p \cdot l \dots\dots\dots 89$$

для вершины арки сѣченіе N (на фиг. 15):

$$S = 1,25 \cdot q \cdot l + 1,1 \cdot p \cdot l \dots\dots\dots 90$$

Такъ какъ сгибающій моментъ въ сѣченіи F (фиг. 15) значительно меньше момента въ сѣченіи F_2 (см. формулы 87 и 87,а), то сумма напряженій матеріала отъ сгибанія и сжатія для сѣченія F , гдѣ $x = 0,5 \cdot a$, выходитъ всегда меньше, чѣмъ для сѣченія F_2 , гдѣ $x = 2l - 0,5 \cdot a$, а потому при расчетѣ арки можно ограничиться разсмотрѣніемъ S только въ сѣченіяхъ N и F_2 на фиг. 15. Если какая-либо изъ этихъ двухъ величинъ S , по условіямъ заданной нагрузки, будетъ значительно превышать другую, то въ такомъ случаѣ полезно перемѣстить наклонныя тяги настолько, чтобы величина S по формуламъ 89 и 90 получилась почти одинаковой.

Въ случаѣ арокъ съ одной горизонтальной тягой, наибольшій сгибающій моментъ по абсолютной величинѣ равенъ

$$\max. M = \frac{1}{16} \cdot p \cdot l^2$$

и получается для сѣченій, у которыхъ

$$x = \frac{l}{2} \text{ и } x = \frac{3}{2} \cdot l.$$

Въ этомъ случаѣ

$$\text{при } f = \frac{2}{5} l, \quad \text{tg } \beta = \frac{f}{l} = 0,4.$$

$$\text{Cos } \beta = 0,928; \quad \text{Sin } \beta = 0,372.$$

Для обѣихъ сторонъ арки

$$V_q = \frac{1}{2} \cdot q \cdot l.$$

Для нагруженной стороны арки

$$V_p = \frac{3}{4} \cdot p \cdot l - \frac{1}{2} \cdot p \cdot l = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l,$$

а для ненагруженной

$$V_p = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l.$$

Затѣмъ по формулѣ 1:

$$H_q = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot l^2}{f} = 1,25 \cdot q \cdot l.$$

а по формулѣ 6:

$$H_p = \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{l^2}{f} = 0,625 \cdot p \cdot l.$$

Тогда

$$S_q = 0,5 \cdot q \cdot l \cdot \text{Sin } \beta + 1,25 \cdot q \cdot l \cdot \text{Cos } \beta = 1,346 \cdot q \cdot l$$

$$S_p = 0,25 \cdot p \cdot l \cdot \text{Sin } \beta + 0,625 \cdot p \cdot l \cdot \text{Cos } \beta = 0,673 \cdot p \cdot l.$$

Полное сжатіе для обонхъ опасныхъ сѣченій арки съ 1 тягой
будеть:

$$S = 1,346 \cdot q \cdot l + 0,673 \cdot p \cdot l.$$

Сводъ данныхъ для расчета параболическихъ фермъ съ 1 и 3 тягами.

Пролетъ арокъ — $2l$. Подъемъ $f = \frac{2}{5}l$.

Нагрузка на всемъ пролетѣ — $q \cdot 2l$.

Нагрузка на половинѣ пролета — $p \cdot l$.

Арка съ одной тягой. Моментъ въ опасномъ сѣченіи

$$\frac{1}{16} \cdot p \cdot l^2.$$

Натяженіе горизонтальной тяти

$$1,25 \cdot q \cdot l + 0,625 \cdot p \cdot l.$$

Наибольшее сжимающее усиліе въ опасномъ сѣченіи

$$1,346 \cdot q \cdot l + 0,673 \cdot p \cdot l.$$

Арка съ 3 тягами (1 горизонтальная и 2 наклонныхъ).

Шарниры находятся отъ опоры на разстояніи $\frac{2}{3}l$ отъ горизонтали.

Наибольшій сгибающій моментъ

$$\frac{1}{40} \cdot p \cdot l^2.$$

Натяженіе горизонтальной тяги

$$1,25 \cdot q \cdot l + 0,47 \cdot p \cdot l.$$

Натяженіе наклонныхъ тягъ

$$0,645 \cdot p \cdot l.$$

Наибольшее сжимающее усиліе въ опасномъ сѣченіи арки:

$$1,415 \cdot q \cdot l + 0,532 \cdot p \cdot l.$$

Сжимающее усиліе въ вершинѣ арки.

$$1,25 \cdot q \cdot l + 1,1 \cdot p \cdot l.$$

Расчет параболической фермы с произвольнымъ числомъ тягъ.

Определение горизонтальныхъ слагающихъ натяженій тягъ и суммы этихъ слагающихъ.

На фиг. 17 представленъ эскизъ параболической фермы, дуга которой соединена съ каждымъ изъ опорныхъ узловъ $2n$ тягами. Всѣхъ наклонныхъ тягъ у фермы — $4n$.

Нагрузка распределяется отъ лѣвой опоры A до середины фермы, и n наклонныхъ тягъ, соединяющихъ опорный узелъ A съ нагруженной стороною арки, обозначены на чертежѣ пунктиромъ, а другія n тягъ, идущія отъ A къ ненагруженной сторонѣ, нанесены сплошными линиями. Тяги, соединяющія узелъ B съ $2n$ точками дуги, вовсе не нанесены на чертежѣ, чтобы не сдѣлать его слишкомъ пестрымъ *).

Точки прикрѣпленія или узлы наклонныхъ тягъ, обозначенныя на фиг. 17 цифрами и буквами

$$1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots, 2n-1, 2n,$$

опредѣляются координатами слѣдующимъ образомъ:

ординаты ихъ названы

$$h_1, h_2, h_3, \dots, h_n,$$

причемъ каждая ордината повторяется два раза — на лѣвой сторонѣ и на правой;

абсциссы же узловъ

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

*) При нагруженіи одностороннемъ (фиг. 17) всѣ тяги, идущія къ правой опорѣ B , не будутъ напряжены, т. е. всѣ точки арки при такой нагрузкѣ перемѣщаются вправо: въ это время вытягиваться и нагружаться будутъ только тяги, идущія къ опорѣ A , а всѣ остальные тяги будутъ разгружены.

для сплошных тѣтъ отсчитываются отъ опоры B , а для пунктированныхъ тѣтъ—отъ опоры A .

По ур-ю параболы (см. форм. 5) имѣемъ

$$h_m = f \cdot a_m \cdot \frac{2l - a_m}{l^2} \dots \dots \dots 91.$$

Давленія на опоры обозначены, какъ и ранѣе, V_1 —на лѣвую, V_2 —на правую.

Горизонтальныя слагающія натяженій наклонныхъ тѣтъ обозначены чрезъ

$$H_1 \ H_2 \ H_3 \ . \ . \ . \ . \ H_n \ H_{n+1} \ . \ . \ . \ . \ H_{2n} \ .$$

Подобно случаю 3 тѣтъ, и здѣсь при нахожденіи моментовъ, опредѣляющихъ усилія тѣтъ, необходимо вводить въ разсмотрѣніе отрѣзки z (фиг. 13) ординатъ. Чтобы различать эти отрѣзки, введемъ такое условіе:

верхній индексъ справа отъ черты при z —пусть обозначаетъ наименованіе узла, отъ котораго отсчитывается отрѣзокъ, а

нижній индексъ справа отъ черты при z —номеръ наклонной тѣги.

Такимъ образомъ, напримѣръ, отрѣзокъ m на фиг. 17 для m -го узла и 3-й тѣги надо обозначить чрезъ

$$z \begin{smallmatrix} m \\ 3 \end{smallmatrix}.$$

Точно такъ же ng для n -го узла и 1-й тѣги будетъ обозначенъ чрезъ

$$z \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} \quad \text{и т. д.}$$

Отрѣзокъ mr для узла m и тѣги $m-1$ (фиг. 18) геометрически будетъ опредѣляться такъ:

$$z \begin{smallmatrix} m \\ m-1 \end{smallmatrix} = h_m - h_{m-1} \cdot \frac{2l - a_m}{2l - a_{m-1}} = \frac{f}{l^2} (2l - a_m)(a_m - a_{m-1}). \quad 92.$$

На основаніи этого, для того же узла m (фиг. 18) и тѣги k отрѣзокъ mk , можно написать по аналогіи такъ:

$$z \begin{smallmatrix} m \\ k \end{smallmatrix} = \frac{f}{l^2} (2l - a_m)(a_m - a_k).$$

Называя натяжение горизонтальной тяги чрезъ H_0 и рассматривая моменты давленія V_2 на опору B относительно узловъ

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad . \quad . \quad . \quad n-1, \quad n$$

ненагруженной стороны арки, будемъ имѣть слѣдующія равенства:

Для узла 1 (фиг. 17):

$$V_1 \cdot a_1 = H_0 \cdot h_1.$$

Для узла 2 (фиг. 17):

$$V_2 \cdot a_2 = H_0 \cdot h_2 + H_1 \cdot z_1^2.$$

Для узла 3 (фиг. 17):

$$V_3 \cdot a_3 = H_0 \cdot h_3 + H_1 \cdot z_1^3 + H_2 \cdot z_2^3.$$

Для узла m (фиг. 17):

$$V_m \cdot a_m = H_0 \cdot h_m + H_1 \cdot z_1^m + H_2 \cdot z_2^m + \dots + H_{m-1} \cdot z_{m-1}^m.$$

Для узла n (фиг. 17):

$$V_n \cdot a_n = H_0 \cdot h_n + H_1 \cdot z_1^n + \dots + H_m \cdot z_m^n + \dots + H_{n-1} \cdot z_{n-1}^n.$$

Замѣняя величины z и

$$h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad . \quad . \quad . \quad h_n$$

ихъ значеніями по формуламъ 91 и 92, мы получимъ слѣдующія n ур-ій:

Для горизонтальной тяги:

$$H_0 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{1}{2l - a_1}.$$

Для 1-й наклонной тяги ($A1$ на фиг. 17):

$$H_1 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{a_2}{(2l - a_1)(2l - a_2)}.$$

Для 2-й наклонной тяги ($A2$ на фиг. 17):

$$H_2 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2l(a_2 - a_1)}{(2l - a_1)(2l - a_2)(2l - a_3)}.$$

Для 3-й наклонной тяги:

$$H_3 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2l(a_4 - a_3)}{(2l - a_3)(2l - a_2)(2l - a_1)}.$$

. и т. д.

Для m -ой наклонной тяги (Am на фиг. 17):

$$H_m = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2l(a_{m+1} - a_{m-1})}{(2l - a_{m-1})(2l - a_m)(2l - a_{m+1})}.$$

. и т. д.

Для $(n - 1)$ -ой наклонной тяги

$$H_{n-1} = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2l(a_n - a_{n-2})}{(2l - a_{n-2})(2l - a_{n-1})(2l - a_n)}.$$

Эти выражения показывают, что:

горизонтальная слагающая данной наклонной тяги параболической фермы равняется постоянному

$$V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot 2l,$$

умноженному на дробь, у которой

числитель = разности горизонтальных расстояний между ближайшей к данному узлу точкою опоры фермы и двумя узлами, смежными с данным, т. е. предыдущим и последующим, а

знаменатель = произведению трех горизонтальных расстояний между опорами, наиболее удаленною от данного узла, и точками привеса трех тяг: данной, предыдущей и последующей.

Не трудно видеть, что по этому же общему правилу можно написать и слагающую усилия 1-й тяги:

$$H_1 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot 2l \cdot \frac{a_2 - a_0}{(2l - a_2)(2l - a_1)(2l - a_0)}.$$

Это выражение приводится к вышенаписанному для H_1 , если в него внести $a_0 = 0$.

Действительное натяжение каждой хорды или тяги получится путем деления горизонтальной слагающей его на косинус угла, образуемого тягою с горизонтальною.

Для m -ой тяги (фиг. 18) получимъ:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_m &= \frac{2l - a_m}{\sqrt{(2l - a_m)^2 + h_m^2}} = \\ &= 1 : \sqrt{1 + \frac{f^2 \cdot a_m^2}{l^4}} \dots \dots \dots 93. \end{aligned}$$

Сумма всѣхъ величинъ H отъ H_0 до H_{n-1} включительно опредѣляется такъ:

$$\sum_{i=0}^{n-1} H = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2l}{(2l - a_n)(2l - a_{n-1})} \dots \dots 94.$$

Для опредѣленія величинъ H для тягъ, идущихъ въ нагруженной сторонѣ арки, а равно и для тяги n -ой (A_n на фиг. 17), въ ур-іе моментовъ необходимо вводить, кромѣ момента отъ давленія V_2 на краевую опору, еще моментъ отъ равномерной нагрузки, расположенной между серединою фермы и точкою, которая взята за центръ моментовъ. Такъ, напр., въ случаѣ n -ой тяги моментъ надо брать относительно узла $(n+1)$ (фиг. 17), координаты котораго тѣ же, что и для узла n , т.е.

$$h_n \text{ и } a_n,$$

и надо ввести моментъ

$$\frac{p}{2} \cdot (l - a_n)^2$$

отъ равномерной нагрузки на длинѣ $(l - a_n)$.

Величины отрывковъ z для всѣхъ точекъ лѣвой половины арки имѣютъ иное алгебраическое выраженіе, чѣмъ для правой.

Обращаясь къ чертежу (фиг. 18), возьмемъ узелъ $(2n - m)$ -ый съ координатами

$$a_m \text{ и } h_m.$$

Для произвольной тяги q (фиг. 18 — A_q) правой, ненагруженной стороны мы имѣемъ координаты

$$h_q \text{ и } a_q,$$

а величина отрывка

$$\begin{aligned} z &= h_m - a_m \cdot h_q \cdot \frac{1}{2l - a_q} = \\ &= \frac{f}{l^2} (2l - a_m - a_q) \dots \dots \dots 95. \end{aligned}$$

А для тяги $(2n - q)$, идущей къ опорному узлу A отъ лѣвой нагруженной стороны, имѣемъ координаты тоже

$$h_q \text{ и } a_q,$$

но величина отрезка

$$z \Big|_{2n-q}^{2n-m} = h_m - h_q \cdot \frac{a_m}{a_q} = \frac{f}{l^2} \cdot a_m (a_q - a_m) \dots \dots \dots 96.$$

При составленіи ур-ія моментовъ относительно узла $(2n - m)$ -го имѣемъ въ виду, что абсцисса узла $(n + 2)$, напр., есть уже a_{n-1} и что послѣдняя тяга въ этомъ случаѣ будетъ $(2n - m + 1)$ -я. Тогда

$$\begin{aligned} V_2 \cdot (2l - a_m) = & \frac{f}{l^2} \cdot a_m \left[H_0 \cdot (2l - a_m) + H_1 \cdot (2l - a_m - a_1) + \dots \dots \dots \right. \\ & \dots + H_{n-1} \cdot (2l - a_m - a_{n-1}) + H_n \cdot (2l - a_m - a_n) + H_{n+1} \cdot (a_n - a_m) + \\ & \left. + H_{n+2} \cdot (a_{n+1} - a_m) + \dots \dots \dots + H_{2n-m+1} \cdot (a_{m+1} - a_m) \right] + \frac{p}{2} \cdot (l - a_m)^2. 97. \end{aligned}$$

Та часть этого ур-ія, которая представляетъ собою сумму моментовъ усилий тягъ ненагруженной стороны, на основаніи формулы 94 преобразуется такъ:

$$\begin{aligned} & \frac{f}{l^2} \cdot a_m \left\{ H_0 \cdot (2l - a_m) + H_1 \cdot (2l - a_m - a_1) + \dots \dots \dots H_{n-1} \cdot (2l - a_m - a_{n-1}) \right\} = \\ & = \frac{f}{l^2} \cdot a_m \left[(2l - a_m) \sum_0^{n-1} H - \sum_1^{n-1} H \cdot a \right] = \\ & = V_2 \cdot \frac{a_m}{(2l - a_{n-1})(2l - a_n)} \left(2l(2l - a_m) - a_{n-1} \cdot a_n \right) \dots \dots \dots 98. \end{aligned}$$

Тогда ур-іе 97 приметъ слѣдующій видъ:

$$\begin{aligned} V_2 \cdot \left[2l - a_m - a_m \cdot \frac{2l(2l - a_m) - a_{n-1} \cdot a_n}{(2l - a_{n-1})(2l - a_n)} \right] = & \frac{f}{l^2} \cdot a_m \cdot \left\{ H_n \cdot (2l - a_m - a_n) + \right. \\ & \left. + H_{n+1} \cdot (a_n - a_m) + \dots \dots \dots + H_{2n-m+1} \cdot (a_{m+1} - a_m) \right\} + \frac{p}{2} \cdot (l - a_m)^2 \dots \dots 99. \end{aligned}$$

Примѣняя ур-іе 99 къ опредѣленію H_n , беремъ моментъ относительно узла $(n + 1)$ -го съ ординатами

$$h_n \text{ и } a_n;$$

тогда въ этомъ ур-іи надо отбросить всё члены, стоящіе послѣ H_n въ

скобкѣ, какъ не входящія въ составъ момента относительно узла $(n+1)$ -го; кромѣ того, надо принять въ этомъ случаѣ

$$a_n = a_n.$$

Тогда,

$$H_n \cdot a_n \cdot \frac{2f}{l^2} \cdot (l - a_n) = V_2 \cdot \left[2l - a_n - a_n \cdot \frac{2l(2l - a_n) - a_{n-1} \cdot a_n}{(2l - a_{n-1})(2l - a_n)} \right] - \frac{p}{2} (l - a_n)^2$$

Но при распредѣленіи нагрузки на полупролетѣ

$$p = 4 V_2 : l,$$

поэтому окончательно будемъ имѣть:

$$H_n = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{1}{a_n} \cdot \left\{ 2l \cdot \frac{2l - a_n - a_{n-1}}{(2l - a_n)(2l - a_{n-1})} - \frac{l - a_n}{l} \right\} \dots \dots \dots 100.$$

Примѣняя эту общую формулу къ частному случаю грехъ тягъ, мы должны положить

$$a_n = a_1 \quad a_{n-1} = 0,$$

тогда получимъ:

$$H_1 = V_2 \cdot \frac{l^2}{f \cdot a_1} \left(1 - \frac{l - a_1}{l} \right) = V_2 \cdot \frac{l}{f} = \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{l^2}{f},$$

что вполне согласно съ формулой 78.

Совершенно такимъ же образомъ находятся величины H и для всѣхъ остальныхъ тягъ.

Найденное значеніе H_n даетъ теперь возможность опредѣлить сумму всѣхъ H отъ H_0 до H_n включительно, пользуясь формулами 94 и 100:

$$\sum_0^n H = V_2 \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{3l - a_n}{2l - a_n} \dots \dots \dots 101.$$

$$\sum_0^n H \cdot a = V_2 \cdot \frac{l}{f} \cdot a_n \dots \dots \dots 102.$$

Примѣняя формулу 99 къ узлу $(n+2)$ -му, координаты котораго

$$a_{n+1} \text{ и } h_{n+1},$$

получимъ H_{n+1} изъ выраженія:

$$V_2 \left[2l - a_{n-1} - a_{n-1} \cdot \frac{(2l - a_{n-1})(3l - a_n)}{l(2l - a_n)} + \frac{a_n \cdot a_{n-1}}{l} \right] - \frac{p}{2} (l - a_n)^2 = \\ = H_{n+1} \cdot \frac{f}{l^2} \cdot a_{n-1} \cdot (a_n - a_{n-1}),$$

откуда:

$$H_{n+1} = V_2 \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{l - a_n}{2l - a_n} \dots \dots \dots 103.$$

$$\sum_0^{n+1} H = 2 V_2 \cdot \frac{l}{f} = \frac{p \cdot l^2}{2f} \dots \dots \dots 104.$$

$$\sum_1^n H \cdot a + H_{n+1} \cdot (2l - a_n) = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \dots \dots \dots 105.$$

Примѣняя ур-іе 99 къ узлу $(n+3)$ -му, координаты котораго

$$a_{n-2} \text{ и } h_{n-2},$$

получимъ:

$$V_2 \left[2l - a_{n-2} - 2a_{n-2} \cdot \frac{2l - a_{n-2}}{l} + a_{n-2} \right] - \frac{p}{2} \cdot (l - a_{n-2})^2 = \\ = H_{n+2} \cdot a_{n-2} \cdot (a_{n-1} - a_{n-2}).$$

Откуда

$$H_{n+2} = 0 \dots \dots \dots 106.$$

Совершенно такимъ же путемъ найдемъ, что и всѣ остальные значенія

$$H_{n+3}, H_{n+4}, H_{n+5} \text{ и т. д.}$$

равны нулю. Слѣдовательно,

проведеніе какихъ бы то ни было тягъ въ промежуткѣ между узлами $n+1$ и A бесполезно, если нагрузка равномерно распределена по лѣвому полупролету.

При имомъ распредѣленіи нагрузки, въ вышеприведенныхъ формулахъ измѣняется только соотношеніе между p и V_2 , общій же видъ ур-ій, опредѣляющихъ натяженіе произвольной тяги, остается тотъ же.

Сравнивая формулы 104 и 1 видимъ, что

сумма горизонтальныхъ проекцій натяженій всѣхъ тягъ при односторонней нагрузкѣ = тому натяженію, какое имѣла бы одна горизон-

тальная тяга в случае параболической фермы, равномерно нагруженной по всему пролету той же нагрузкой p на единицу длины пролета, как и при одностороннем нагружении.

При значении

$$a_n = l$$

по формулѣ 103 видимъ, что

$$H_{n+1} = 0 \dots \dots \dots 107$$

т. е. если вершина параболической арки является однимъ изъ узловъ для прикрѣпленія тягъ къ фермѣ, то послѣднюю изъ тягъ, приходящихъ въ тотъ опорный узелъ справа, будетъ тяга, идущая къ вершинѣ арки.

Въ этомъ случаѣ формула 101 даетъ:

$$\sum_0^n H = V_2 \cdot \frac{2l}{f} = p \cdot \frac{l^2}{2f} \dots \dots \dots 108.$$

Въ случаѣ арки съ тремя тягами при $a = l$ найдемъ по формуламъ 77 и 78:

$$\sum_0^1 H = H_0 + H_1 = p \cdot \frac{l^2}{2f} \dots \dots \dots 109.$$

Сравненіе формулъ 104, 108 и 109 показываетъ намъ, что сумма горизонтальныхъ проекцій натяженій въ тягахъ не зависитъ отъ числа наклонныхъ тягъ, выходящихъ изъ опорнаго узла параболической фермы.

Опредѣленіе числа наклонныхъ тягъ, подобно опредѣленію числа пзвелей въ прямолинейныхъ фермахъ, должно быть сдѣлано въ зависимости отъ разсмотрѣнія величины сгибающихъ моментовъ въ аркѣ.

Опредѣленіе сгибающихъ моментовъ въ сѣченіяхъ арки.

Опредѣленіе величины сгибающихъ моментовъ и ея *тах* для разныхъ частей арки, въ случаѣ произвольнаго числа тягъ, дѣлается тѣмъ же способомъ, какъ и въ случаѣ 3 тягъ.

Взявъ начало координатъ въ точкѣ B (фиг. 17), между узлами B и 1 будемъ имѣть:

$$M_1 = V_2 \cdot x - H_0 \cdot y = V_2 \cdot x - V_2 \cdot \frac{2l \cdot x - x^2}{2l - a_1}$$

$$M_1 = - V_2 \cdot x \cdot \frac{a_1 - x}{2l - a_1} \dots \dots \dots 110.$$

Наконецъ, въ послѣдней ненагруженной части арки, между узлами ея $(n - 1)$ и n получимъ:

$$M_n = V_2 \cdot 2l \cdot \frac{(x - a_n)(x - a_{n-1})}{(2l - a_n)(2l - a_{n-1})} \dots \dots \dots 115.$$

При $x = a_n$ и $x = a_{n-1} \dots \dots \dots M_n = 0$, а затѣмъ:

$$\max. M_n = - V_2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{(a_n - a_{n-1})^2}{(2l - a_n)(2l - a_{n-1})} \dots \dots \dots 116.$$

Формула 116 показываетъ намъ, что

наибольшій моментъ въ произвольной части ненагруженной стороны параболической арки равенъ постоянному

$$V_2 \cdot \frac{l}{2},$$

умноженному на дробь, у которой

числитель есть квадратъ разности горизонтальныхъ разстояній узловъ рассматриваемой части арки отъ ближайшей ея опоры, а

знаменатель выражается произведеніемъ горизонтальныхъ разстояній узловъ данной части арки отъ дальней ея опоры.

Дадимъ здѣсь графическое представленіе о максимальномъ моментѣ между двумя данными узлами $(m - 1)$ и m (фиг. 19). По свойству параболы, точка e (фиг. 19), лежащая на срединѣ горизонтальнаго разстоянія между узлами, соответствуетъ и наибольшей стрѣлкѣ $0 O_1$ дуги параболы. *Max* момента между данными узлами графически представляется произведеніемъ стрѣлки $0 O_1$ на проекцію давленія V_2 , взятую на направленіе хорды $(m, m - 1)$.

Всѣ моменты ненагруженной стороны арки отрицательны. Это указываетъ на то, что всѣ части рассматриваемой половины арки уменьшаютъ радіусъ своей кривизны послѣ нагрузки.

Въ части арки между узлами n и $(n + 1)$ моментъ будетъ имѣть два разныхъ выраженія, — одно справа отъ вершины l арки (фиг. 17), а другое слѣва отъ нея, гдѣ въ число дѣйствующихъ силъ вводится также и равномерная нагрузка на арку.

Между точками n и l (фиг. 17), при измѣненіи x

отъ $x = a_n$ до $x = l$,

будемъ имѣть:

$$M'_{n+1} = M_n - H_n \cdot z \Big|_n^l = M_n - H_n \cdot \frac{f}{l^2} (2l - x)(x - a_n).$$

Величина входящаго въ это равенство отръзка z вычислена приблизительно къ формулѣ 92.

Послѣ алгебраическихъ преобразованій получаемъ:

$$M'_{n+1} = \frac{V_2}{l} \cdot \frac{x - a_n}{2l - a_n} \cdot \left[l \cdot x - (2l - x)(2l - a_n) \right] \dots\dots 117.$$

Наибольшее значеніе этого момента получится, когда

$$x = \frac{4l^2 + l \cdot a_n - a_n^2}{6l - 2a_n} \dots\dots\dots 118.$$

Какъ самое выраженіе M'_{n+1} , такъ и значеніе x , соответствующее *max* момента не зависятъ отъ числа тягъ и тождественны съ тѣми, которыя были получены для случая трехъ тягъ. Тамъ начало координатъ было взято въ точкѣ A , слѣдовательно, для сравненія полученныхъ результатовъ надо въ формулахъ 117 и 118 подставить

$$2l - x \text{ вмѣсто } x.$$

Замѣтимъ здѣсь, что при числѣ наклонныхъ тягъ болѣе двухъ отръзковъ a_n выходитъ настолько близкимъ къ l , что безъ особой погрѣшности въ расчетахъ можно принимать

$$x = l$$

вмѣсто той величины, которую даетъ формула 118. А тогда

$$\text{max. } M'_{n+1} = -V_2 \cdot \frac{(l - a_n)^2}{2l - a_n} \dots\dots\dots 119.$$

Между точками l и $(n+1)$ на фиг. 17 моментъ выразится такъ:

$$M''_{n+1} = M'_{n+1} - \frac{p}{2} \cdot (x - l)^2,$$

причемъ въ этой формулѣ x можетъ измѣняться

$$\text{отъ } x = l \text{ до } x = 2l - a_n.$$

Внося въ это выраженіе

$$V_2 = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l,$$

получимъ:

$$M''_{n+1} = \frac{V_2}{l} \left[l \cdot x \cdot \frac{x - a_n}{2l - a_n} - 2(x - l)^2 - (2l - x)(x - a_n) \right] \dots\dots 120.$$

Не трудно видѣть, что это выраженіе момента, сохраняя отрицательное значеніе, постепенно уменьшается въ абсолютной величинѣ и

$$\text{при } x = 2l - a_n \dots\dots M''_{n+1} = 0.$$

Еслибы тяга $(n+1)$ -ой не было проведено, то на всей лѣвой половинѣ арки, отъ точки l до A на фиг. 17, моментъ выражался бы формулою 120, величина его все время была бы положительна и

$$\text{при } x = 2l \dots\dots M''_{n+1} = 0.$$

Наибольшее положительное значеніе этого момента получилось бы тогда

$$\text{при } x = 2l - \frac{a_n}{2}$$

$$\text{max. } M''_{n+1} = + \frac{V_2}{4l} \cdot a_n^2 \cdot \frac{l - a_n}{2l - a_n} \dots\dots\dots 121,$$

т. е. этотъ max момента, въ случаѣ отсутствія $(n+1)$ -ой тяги не зависѣлъ бы вовсе отъ числа тягъ и былъ бы совершенно тождественъ съ тѣмъ, который мы получили въ случаѣ 3 тягъ (см. форм. 80).

Если же имѣется тяга $(n+1)$ -я, тогда для всякаго сѣченія s (фиг. 18) между узлами $(n+1)$ и A , пользуясь формулою 96, мы напишемъ:

$$M_{n+2} = M''_{n+1} - H_{n+1} \cdot \int_1^f \cdot (2l - x)(a_n - 2l + x) = 0 \dots\dots 122.$$

т. е. когда $(n+1)$ -ая тяга существуетъ, вся дуго, стягиваемая $(n+1)$ -ою хордою, не испытываетъ на себѣ дѣйствія сгибающихъ моментовъ.

Опредѣленіе наивыгоднѣйшаго расположенія тягъ арочной фермы и расчетныхъ моментовъ для нея.

Для правильного распредѣленія матеріала и полученія возможно малаго вѣса фермы, необходимо, чтобы сумма напряженій матеріала отъ силы сжатія и наибольшаго сгибающаго момента для всѣхъ частей арки между ея узлами была одинакова. Но такъ какъ усилія сжатія, при

небольших подъемах арокъ, разнятся другъ отъ друга незначительно, то для 1-го приближенія къ рѣшенію задачи достаточно опредѣлить расположеніе тягъ подъ условіемъ равенства наибольшихъ моментовъ, т. е.

$$\max. M_1 = \max. M_2 = \dots = \max. M'_{n+1},$$

что даетъ намъ рядъ слѣдующихъ ур-ій:

$$\frac{a_1^2}{2l(2l-a_1)} = \frac{(a_2-a_1)^2}{(2l-a_1)(2l-a_2)} = \frac{(a_3-a_2)^2}{(2l-a_2)(2l-a_3)} = \dots$$

$$\dots = \frac{(a_n-a_{n-1})^2}{(2l-a_{n-1})(2l-a_n)} = 2 \cdot \frac{(l-a_n)^2}{2l-a_n} \dots \dots \dots 123.$$

Если арка по всей своей длинѣ имѣть однообразное сѣченіе, то при [подборѣ величинъ a_1, a_2, a_3 и т. д., удовлетворяющихъ условію 123, слѣдуетъ при округленіи цифръ брать такіа значенія этихъ величинъ, при которыхъ моменты для частей арки возлѣ опоры B и среднихъ частей фермы оставались бы одинаковыми, а моментъ M_{n+1} у вершины былъ бы немного меньше остальныхъ максимальныхъ моментовъ, такъ какъ истинное значеніе $\max M_{n+1}$ больше того, которое дается приближенной формулой 119.

Точное рѣшеніе ур-ій, получаемыхъ изъ условія 123, представляетъ значительныя алгебраическія трудности. Но для цѣлей практическаго расчета данныя, достаточно близкія къ истиннымъ, могутъ быть получены слѣдующимъ приемомъ:

Задавшись числомъ тягъ n для полуфермы, идущихъ изъ узла A , допустимъ, что

$$a_n = l \cdot \frac{2n}{2n+1} \dots \dots \dots 124.$$

Тогда по формулѣ 119 находимъ абсолютную величину

$$\max. M_{n+1} = \frac{V_2 \cdot l}{2(n+1)(2n+1)} = \frac{pl^2}{8} \cdot \frac{1}{(n+1)(2n+1)} \dots \dots 125.$$

Затѣмъ a_{n-1} опредѣлимъ изъ ур-ія:

$$\frac{2(l-a_n)^2}{l} = \frac{(a_n-a_{n-1})^2}{2l-a_{n-1}} \dots \dots \dots 126.$$

По найденной величинѣ a_{n-1} найдется подобнымъ же образомъ a_{n-2} и т. д. до a_1 . Въ результатѣ при такомъ расчетѣ получатся

равные моменты от M_{n+1} до M_2 , и только момент M_1 , вычисляемый по формулѣ 111, окажется меньше остальных. После этого можно придать за счетъ увеличенія M_1 нѣкоторое послѣдовательное уменьшеніе всѣхъ моментовъ до M_n включительно.

Этотъ приемъ рѣшенія ур-ій 123 приводитъ къ слѣдующимъ результатамъ:

При $n=2$ (у арки 4 наклонныхъ тяги и 1 горизонтальная):

$$a_2 = 0,81.l; \quad a_1 = 0,45.l$$

Расчетные моменты

$$M_1 = M_2 = M_3 = \frac{1}{120} \cdot p \cdot l^2 \dots\dots\dots 127.$$

При $n=3$ находимъ:

$$a_3 = 0,86.l; \quad a_2 = 0,625.l; \quad a_1 = 0,335.l$$

Расчетные моменты:

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = \frac{1}{224} \cdot p \cdot l^2 \dots\dots\dots 128.$$

При $n=4$ получимъ:

$$a_4 = 0,89.l; \quad a_3 = 0,72.l; \quad a_2 = 0,51.l; \quad a_1 = 0,27.l;$$

Расчетный моментъ

$$M = \frac{1}{360} \cdot p \cdot l^2 \dots\dots\dots 129.$$

При $n=5$ найдемъ:

$$a_5 = 0,91.l; \quad a_4 = 0,766.l; \quad a_3 = 0,605.l;$$

$$a_2 = 0,425.l; \quad a_1 = 0,22.l.$$

Расчетный моментъ

$$M = \frac{1}{528} \cdot p \cdot l^2 \dots\dots\dots 130.$$

При $n=1$, т. е. въ случаѣ арки о трехъ тягахъ, формула 124 даетъ:

$$a_n = l \cdot \frac{2n}{2n+1} = \frac{2}{3}l,$$

что согласно съ формулой 86.

По формулѣ 55 въ прямолинейныхъ фермахъ зависимость расчетнаго момента отъ числа панелей дана такую:

$$M = \frac{1}{8n^2} \cdot q \cdot l^2.$$

Пусть

$$M : q \cdot l^2 = N.$$

Полагая $p = \frac{1}{3} \cdot q$, сравнительныя величины сгибающихъ моментовъ для прямолинейной и арочной фермы, при одинаковомъ числѣ панелей у нихъ, получимъ въ такомъ видѣ:

Число панелей..... $n = 2$	3	4	5
Въ арочной фермѣ $N = \frac{1}{360}$	$\frac{1}{672}$	$\frac{1}{1080}$	$\frac{1}{1584}$
Въ прямой фермѣ. $N = \frac{1}{32}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{200}$

Эта таблица показываетъ, что при одномъ и томъ же числѣ панелей и тѣхъ сгибающій моментъ для арочной фермы выходитъ въ среднемъ въ восемь разъ меньше, чѣмъ для прямолинейной.

Найденныя величины сгибающаго момента опредѣляютъ размѣры поперечнаго сѣченія арки, которыя выходятъ одинаковыми по всей длинѣ арки.

Положительный моментъ $\max. M''_{n+1}$, опредѣляемый по формулѣ 121 для нагруженной стороны арки при отсутствіи $(n + 1)$ -ой тяги, по абсолютной величинѣ меньше $\max. M'_{n+1}$, который вычисляется по формулѣ 119.

При маломъ числѣ тягъ необходимо дѣлать поправку въ выраженія $\max. M'_{n+1}$ (въ форм. 119), опредѣляя абсциссу его сѣченія болѣе точно по форм. 118, а моментъ по форм. 117.

Если n -я тяга проходитъ чрезъ вершину арки, то

$$a_n = l,$$

и по формуламъ 119 и 121 находимъ

$$\max M'_{n+1} = \max''_{n+1} = 0,$$

а по формулѣ 116 получаемъ:

$$\max M_n = - \frac{V_2}{2} \cdot \frac{(l - a_{n-1})^2}{2l - a_{n-1}}.$$

Тогда указанный выше способ рѣшенія ур-ій 123 не примѣнимъ. Въ этомъ случаѣ, также для приближительнаго рѣшенія, съ достаточной точностію можно положить:

$$\frac{V_2 \cdot (l - a_{n-1})^2}{2 \cdot 2l - a_{n-1}} = V_2 \cdot \frac{l}{4n^2},$$

опредѣлить отсюда a_{n-1} и внести его величину въ ур-іе

$$\frac{(a_{n-1} - a_{n-2})^2}{(2l - a_{n-1})(2l - a_{n-2})} = \frac{l}{2n^2},$$

изъ котораго можно найти a_{n-2} и т. д. Этотъ способъ рѣшенія ур-ій 123 даетъ:

При $n=2$

$$a_1 = 0,586 \cdot l; \quad a_2 = l$$

$$\max M = \max M_1 = \max M_2 = V_2 \cdot \frac{l}{16} = V_2 \cdot \frac{l}{4 \cdot 2^2}.$$

При $n=3$.

$$a_1 = 0,415 \cdot l; \quad a_2 = 0,74l$$

$$\max M = V_2 \cdot \frac{l}{36} = V_2 \cdot \frac{l}{4 \cdot 3^2}.$$

При $n=4$

$$a_1 = 0,32 \cdot l; \quad a_2 = 0,58 \cdot l; \quad a_3 = 0,81 \cdot l; \quad a_4 = l.$$

$$\max M = V_2 \cdot \frac{l}{64} = V_2 \cdot \frac{l}{4 \cdot 4^2}.$$

При односторонней нагрузкѣ

$$V_2 = \frac{1}{4} \cdot p \cdot l.$$

Слѣдовательно, въ случаѣ n тягъ, изъ коихъ послѣдняя проходитъ чрезъ вершину, въ ненагруженной сторонѣ:

$$\max M = \frac{1}{16} \cdot \frac{p \cdot l}{n^2}.$$

Въ прямолинейныхъ стропилахъ, каждая половина фермы которыхъ разбита на n панелей, для всякой панели (см. форм. 55):

$$\max M = \frac{1}{8} \cdot \frac{q_0 \cdot l^2}{n^2},$$

гдѣ

$$q_0 = q + p.$$

Усилія сжатія.

Усилія сжатія для фермы съ произвольнымъ числомъ тягъ опредѣляются тѣмъ же путемъ, какъ и въ случаѣ арки съ 3 тягами, въ тѣхъ сѣченіяхъ, гдѣ имѣютъ мѣсто наибольшіе сгибающіе моменты.

Въ ненагруженной половинѣ арки сжатіе, вычисляемое для случая нагрузки, распределенной по всему пролету равномерно, увеличивается по мѣрѣ приближенія отъ вершины къ опорѣ, а сжатіе, вызываемое односторонней нагрузкой, наоборотъ, уменьшается, идя отъ вершины арки къ ея опорѣ.

Наибольшее сжатіе отъ односторонней нагрузки, вызываемое у вершины арки, равняется суммѣ горизонтальныхъ слагающихъ натяженій $\times$ тягъ и вычисляется по формулѣ 101:

$$S = V_2 \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{3l - a_n}{2l - a_n}.$$

Принимая въ пользу прочности

$$a_n = l,$$

получимъ:

$$S_p = 2 \cdot V_2 \cdot \frac{l}{f} = p \cdot \frac{l^2}{2f} \cdot \dots \dots \dots 131,$$

т. е. наибольшее сжатіе отъ дѣйствія односторонней нагрузки на арку выходитъ такимъ, какимъ оно было бы, еслибы существовала нагрузка на всемъ пролетѣ съ тою же величиною нагрузки на 1 длины (см. форм. 1).

Прибавляя къ этой величинѣ и сжатіе отъ нагрузки $2l \cdot q$, равномерно распределенной по всему пролету, полное сжатіе въ вершинѣ арки отъ обѣихъ нагрузокъ будетъ:

$$S = (p + q) \cdot \frac{l^2}{2f} \cdot \dots \dots \dots 132.$$

При встрѣчаемыхъ въ практикѣ отношеніяхъ между p и q , сжатіе въ сѣченіи *max.* M_1 не превзойдетъ величины, опредѣляемой формулою 132.

Сжатіе въ нагруженной части арки больше, чѣмъ въ ненагруженной, но зато тамъ моментъ меньше, и общее суммарное напряженіе

матеріала, при одинаковой величинѣ сѣченія арки на всемъ ея протяженіи, въ нагруженной сторонѣ не превзойдетъ его въ ненагруженной части.

Наибольшее сжатіе у опоры A , гдѣ моментъ равенъ 0, будетъ:

$$\frac{q l^2}{2f} \cdot \cos \alpha + q \cdot l \cdot \sin \alpha = \frac{q l^2}{2f} \cdot \sqrt{1 + 4 \frac{f^2}{l^2}} \dots 133,$$

такъ какъ изъ ур-ія 5:

$$\operatorname{tg} \alpha = 2f \cdot \frac{l-x}{l^2},$$

а возлѣ опоры, гдѣ $x=0$,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{l}.$$

Сводъ данныхъ для расчета арки съ произвольнымъ числомъ тягъ.

Всѣхъ тягъ— $(2n+1)$, причемъ одна изъ нихъ горизонтальна.

Постоянная нагрузка на всемъ пролетѣ— $q_0 \cdot 2l$.

Односторонняя нагрузка на полупролетѣ— $p \cdot l$.

При выборѣ числа тягъ, соединяющихъ каждую половину арки съ противоположной опорой, можно руководствоваться слѣдующимъ данными.

Длина пролета.	Число тягъ n .
Не болѣе 3 саж. (6 mt).	Наклонныхъ тягъ нѣтъ.
Отъ 3 до 5 саж. (до 10 mt).	1 тяга.
Отъ 5 до 8 саж. (до 16 mt).	2 тяги.
Отъ 8 до 12 саж. (до 24 mt).	3

При дальнѣйшемъ увеличеніи пролета за 12 саж., на каждыя добавочныя 3 саж. слѣдуетъ прибавлять 1 тягу.

При числѣ тягъ n —или болѣе 2, съ точностію, вполне достаточно для практическихъ расчетовъ, величина расчетнагогибающаго момента можетъ быть опредѣляема по формулѣ:

$$M = \frac{p \cdot l^2}{8} \cdot \frac{1}{(n+1)(2n+1)}.$$

Натяженіе горизонтальной тяги

$$H_0 = \frac{l^2}{f} \left(\frac{q_0}{2} + \frac{p}{4} \cdot \frac{l}{2l - a_1} \right).$$

Натяженіе произвольной наклонной тяги, соединяющей m -ый узелъ съ опорой:

$$\frac{H_m}{\cos \alpha_m} = \frac{p \cdot l^3}{4f} \cdot \frac{2l(a_{m+1} - a_{m-1})}{(2l - a_{m-1})(2l - a_m)(2l - a_{m+1})} \cdot \sqrt{1 + \frac{f^2}{l^2} a_m^2}.$$

Натяженіе n -ой тяги, смежной съ вершиной арки:

$$\frac{H_n}{\cos \alpha_n} = \frac{p \cdot l^3}{4f} \cdot \frac{1}{a_n} \left[2l \cdot \frac{2l - a_n - a_{n-1}}{(2l - a_n)(2l - a_{n-1})} - \frac{l - a_n}{l} \right] \cdot \sqrt{1 + \frac{f^2}{l^2} a_n^2}.$$

Сжатіе въ вершинѣ арки:

$$(p + q_0) \cdot \frac{l^2}{f}.$$

Сжатіе у опоръ арки:

$$\frac{q_0 \cdot l^2}{2f} \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{f^2}{l^2}}.$$

Вѣсъ арочной фермы съ $(2n + 1)$ тягами.

Предположимъ, что дуга арки и ея горизонтальная тяга рассчитаны на равномерную нагрузку

$$q_0 + p = q,$$

т. е. что нагрузка съ величиною p на погонную единицу длины тоже равномерно распределена по всему пролету. При такомъ предположеніи вѣсъ арки выйдетъ болѣе истиннаго.

Сумму натяженій наклонныхъ тягъ, подъ вліяніемъ односторонней нагрузки $p \cdot l$, примемъ равной наибольшей суммѣ горизонтальныхъ слагающихъ всѣхъ тягъ (см. форм. 108), т. е.

$$\frac{p \cdot l^2}{2f}.$$

Среднюю длину наклонныхъ тягъ примемъ равною $1,5 \cdot l$, что болѣе дѣйствительной величины. Тогда вѣсъ n тягъ будетъ:

$$\frac{\gamma}{k} \cdot \frac{3}{4} p \cdot \frac{l^3}{f}.$$

При такихъ предположеніяхъ, согласно съ формулами 49 и 69, вѣсъ арочной полуфермы съ n наклонными тягами, получится:

$$V_a = \Phi \cdot \left[1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{q} + \beta \left(1 + 4 \frac{f^2}{l^2} \right) \right] \dots\dots\dots 134.$$

Принимая отношеніе $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$, получимъ:

$$V_a = \Phi \cdot \left[1.5 + \beta \left(1 + 4 \frac{f^2}{l^2} \right) \right] \dots\dots\dots 135.$$

Для сравненія вѣса арочной и прямолинейной фермы, возьмемъ послѣдній для рациональной фермы 2-го класса (см. форм. 47) при большомъ числѣ панелей, напр., при $n=8$, какъ наиболѣе экономичной изъ остальныхъ прямыхъ фермъ. Это сравненіе для арочной фермы будетъ наиболѣе неблагоприятно.

Принимаемъ, какъ и ранѣе это дѣлали,

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{2.5}; \quad \beta = 1.5$$

$$r = 1.077; \quad r^2 = 1.16.$$

Вѣсъ арочной фермы будетъ:

$$V_a = \frac{\gamma}{k} \cdot q \cdot l^3 \cdot 1.25 (1.5 + 2.46) = \frac{\gamma}{k} \cdot q \cdot l^3 \cdot 1.25 \cdot 3.96 \dots\dots 136.$$

Вѣсъ рациональной фермы 2-го класса при $n=8$ получится:

$$V_{пр.} = \frac{\gamma}{k} \cdot q \cdot l^3 \cdot 1.25 (2.74 + 2.23) = \frac{\gamma}{k} \cdot q \cdot l^3 \cdot 1.25 \cdot 5.03 \dots\dots 137,$$

т.-е. отношеніе вѣсовъ матеріала, идущаго на сжатіе и растяженіе арочной фермы и рациональной прямолинейной фермы 2-го класса при числѣ панелей 8, равняется почти 4:5, т.-е. послѣдняя тяжелѣе арочной на 25%.

Въ отношеніи матеріала, идущаго на сопротивленіе сгибающимъ моментамъ, а равно и употребляемаго на соединеніе частей, арочныя фермы, какъ было показано, значительно легче прямолинейныхъ.

Въ арочныхъ фермахъ съ наклонными тягами, поперечное сѣченіе этихъ тягъ выходитъ очень незначительнымъ (отъ $\frac{3}{8}$ до $\frac{5}{8}$ дм.) и, какъ

было сказано выше, для соединенія тягъ съ аркою употребляется очень простое соединеніе, состоящее или изъ болта съ ушкомъ, служащимъ для помѣщенія загнутаго конца тяги, или изъ простой петли, которою заканчивается сама тяга, причемъ эта петля проходитъ въ дыру, просверленную въ тѣлѣ арки.

Количество матеріала и работы, расходуемыхъ на такое соединеніе, очень не велико, и при расчетѣ вѣса, оно съ избыткомъ покрывается той прибавкой въ усиліяхъ и длинѣ наклонныхъ тягъ, какая допущена была при расчетѣ приближительнаго вѣса арокъ. Небольшое количество излишняго матеріала, но зато съ цѣнной работой, расходуется на издѣліе стяжекъ, служащихъ для стягиванія хордъ послѣ ихъ сборки и, кромѣ того, часть добавочнаго матеріала идетъ на проволочное желѣзо для подвѣса тягъ съ цѣлью уничтожить ихъ провисаніе.

Располагая возможностью увеличивать число наклонныхъ тягъ безъ особаго увеличенія затраты на матеріалъ и издѣлія ихъ, можно значительно уменьшать сгибающіе моменты и тѣмъ самымъ облегчать вѣсъ арки.

Изъ предыдущихъ выводовъ ясно видно, что главная выгода арокъ, по сравненію съ прямоугольными фермами, заключается въ уменьшеніи сгибающихъ моментовъ. Какъ слѣдствіе такого вывода, является необходимость располагать обрѣшетину, несущую кровельный матеріалъ, по направленію вдоль оси арочной крыши, т.-е. избѣгать прогоновъ, такъ какъ при употребленіи прогоновъ равномерная нагрузка, передаваемая обрѣшетиной, производитъ сгибающіе моменты въ прогонахъ; послѣдніе въ свою очередь передаютъ аркѣ приходящуюся на нихъ нагрузку, какъ рядъ сосредоточенныхъ грузовъ, а эти послѣдніе вызываютъ сгибающіе моменты въ частяхъ арки, лежащей между прогонами. Такимъ образомъ при употребленіи прогоновъ потребуется опредѣленное количество матеріала, идущее на сопротивленіе сгибающимъ моментамъ. Если-же нагрузка передается непосредственно на арку (здѣсь говорится о постоянной нагрузкѣ), то сгибающихъ моментовъ нѣтъ.

Хотя увеличеніе работы при возрастаніи числа тягъ и не особенно значительно, но принимая въ расчетъ, что вѣсъ матеріала, идущаго на сопротивленіе сгибающимъ моментамъ, уменьшается пропорціонально корню квадратному изъ величины момента, можно найти извѣстный предѣлъ, далѣе котораго при данномъ пролетѣ увеличивать число наклонныхъ тягъ не представляется экономичнымъ. Для сравненія вѣса арочныхъ и прямолинейныхъ фермъ, включая матеріалъ, сопротивляющійся сгибающимъ моментамъ, мы рассмотримъ тотъ случай, когда число тягъ

Вѣсъ арочной фермы безъ наклонныхъ тягъ будетъ

$$0,0027 \cdot l^2 (1 + 1,5 \cdot 1,64) = 0,00924 \cdot l^2 \text{ пуд.}$$

Вѣсъ добавочнаго матеріала, сопротивляющагося дѣйствию сгибающихъ моментовъ, получится

$$0,009 \cdot l^2 \text{ пуд.,}$$

такъ что полный вѣсъ арки безъ тягъ будетъ

$$0,01824 \cdot l^2.$$

Отношеніе вѣса треугольной фермы безъ раскосовъ къ вѣсу арочной фермы безъ наклонныхъ тягъ получается равнымъ

$$\frac{294}{182} = \text{около } 1,6.$$

Слѣдовательно можно принять вообще, что арочная ферма въ 1,5 раза легче прямолинейной.

Въ предыдущихъ сравненіяхъ прямолинейныхъ и арочныхъ фермъ было выведено теоретическое количество матеріала, необходимаго для сопротивленія усилямъ сжатія, растяженія и сгибанія.

Въ главѣ о прямолинейныхъ фермахъ указывалось, что при издѣліи этихъ фермъ требуется еще добавочный матеріалъ вслѣдствіе того, что нѣтъ практической возможности придавать каждой отдѣльной части стропиль такое именно сѣченіе, которое соотвѣтствовало-бы дѣйствующимъ въ этой части усилямъ, и размѣры нѣкоторыхъ частей приходится увеличивать.

Измѣняя размѣры поясовъ при переходѣ отъ одной панели къ другой, сообразно дѣйствующимъ усилямъ, пришлось-бы ставить каждый разъ накладки; онѣ требуютъ извѣстнаго количества добавочнаго матеріала; но, кромѣ того, онѣ еще и ослабляютъ полезное сѣченіе частей; вслѣдствіе этого выгоднѣе, въ смыслѣ работы и экономіи вѣса, употреблять однообразное сѣченіе въ нѣсколькихъ панеляхъ, рассчитанное по наибольшему усилю.

Въ сплошныхъ аркахъ, сдѣланныхъ изъ прокатнаго желѣза, расчетъ вѣса которыхъ былъ сдѣланъ, исходя изъ однообразнаго сѣченія, такового излишняго матеріала нѣтъ; какъ самая арка, такъ и ея тяги имѣютъ по всей ихъ длинѣ однообразное сѣченіе, слѣдовательно, въ практикѣ отношеніе вѣсовъ арокъ и прямолинейныхъ фермъ будетъ еще выгоднѣе въ пользу арокъ. Но если арка состоятъ изъ 2-хъ поясовъ,

связанных между собою рѣшеткою, или сплошнымъ листомъ, приклепаннымъ къ поясамъ, то при ея устройствѣ также получается нѣкоторое определенное количество матеріала, не вошедшее въ расчетъ вѣса; кромѣ того, издѣліе такихъ арокъ, составленныхъ изъ склепанныхъ частей, обходится дороже работы прямолинейныхъ фермъ.

Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ нами фермахъ поясъ сжатія сопротивляется сжимающимъ усиліямъ, въ зависимости отъ длины его отдѣльныхъ элементовъ панелей, узлы которыхъ разсматриваются какъ закрѣпленные концы сжимаемой части пояса.

Чтобы узлы фермъ представляли собою дѣйствительно закрѣпленные точки, необходимо употреблять продольныя связи — прямыя и діагональныя — между стропильными фермами. Это особенно необходимо въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ желѣзныя фермы имѣютъ деревянные прогоны и деревянную обрѣшетину. Въ случаѣ желѣзной обрѣшетины, приклепанной къ поясу сжатія фермы, прямыхъ связей ставить не нужно, но діагональныя соединенія остаются всетаки необходимыми.

Количество матеріала, употребляемаго при деревянной обрѣшетинѣ, на продольныя и діагональныя связи, составляетъ не менѣе 10 — 15% общаго вѣса фермъ, въ зависимости отъ пролета стропиль.

Комбинації розстояній между фермами и обрѣшетиной и величина панели.

Возьмемъ сперва случай желѣзной обрѣшетины. Наивыгоднѣйшій профиль желѣза будетъ сѣченіе *зетт*. Вѣсь единицы длины этого профиля совершенно точно выражается формулою 57. Зависимость между вѣсомъ и модулемъ для панели или для прогона можетъ быть выражена тою же формулою.

Пусть обозначаютъ

e — разстояніе между фермами,

a — длина панели,

c — разстояніе, даваемое практикою между двумя обрѣштинами:
для кровельнаго желѣза, напр., $c =$ или менѣе 1,4 фута.

Сгибающій моментъ для одной обрѣшетины

$$\frac{q \cdot c \cdot e^2}{8},$$

а модуль сопротивленія ея

$$W = \frac{q}{k} \cdot \frac{c \cdot e^2}{8}.$$

Вѣсъ одной обрѣшетины будетъ (см. форм. 57):

$$e \cdot v = e \cdot 0,12 \sqrt{W} = \delta \cdot e^2 \cdot \sqrt{c} \dots \dots \dots 139.$$

гдѣ

$$\delta = 0,12 \sqrt{\frac{q}{8 \cdot k}}.$$

Число обрѣшетинъ по длинѣ панели будетъ $a : c$.

Слѣдовательно, вѣсъ обрѣшетины, лежащей на площади $a \cdot e$ и приходящейся на каждую панель, выразится чрезъ

$$\delta \cdot \frac{a \cdot e^2}{\sqrt{c}}.$$

Вѣсъ панели a выразится чрезъ

$$\delta \cdot a^2 \sqrt{e}.$$

Общій вѣсъ матеріала, сопротивляющагося дѣйствию сгибающихъ моментовъ и приходящагося на площадь $a \cdot e$, будетъ:

$$\delta \left(\frac{a \cdot e^2}{\sqrt{e}} + a^2 \cdot \sqrt{e} \right),$$

а на единицу площади вѣсъ того же матеріала будетъ

$$v_0 = \delta \cdot \left(\frac{e}{\sqrt{e}} + \frac{a}{\sqrt{e}} \right) \dots \dots \dots 140.$$

Это выраженіе показываетъ, что:

1) вѣсъ матеріала въ покрытіи, сопротивляющагося дѣйствию сгибающихъ моментовъ, отнесенный къ 1 площади покрытія, уменьшается съ уменьшеніемъ длины панели a и разстоянія между фермами e ;

2) практический *min* этого вѣса получится тогда, когда $a=e=c$, т.-е. когда обрѣшетины нѣтъ, а разстояніе между фермами равно разстоянію между обрѣштинами, причемъ ферма разбита по панели длиною c .

Не трудно обнаружить, что и въ случаѣ деревянной обрѣшетины или сплошной обшивки изъ дерева, въ цѣляхъ уменьшенія вѣса матеріала, необходимо разбивать ферму на большое число панелей и разстояніе между фермами уменьшать до того предѣла, при достиженіи котораго дальнѣйшее уменьшеніе толщины дерева дѣлается уже невозможнымъ (напр., толщина обшивки не должна быть менѣе 1 дюйма). Этимъ условіемъ и выясняется теоретическій предѣлъ при выборѣ разстоянія между фермами.

Предидущій выводъ сохраняетъ свою силу и въ томъ случаѣ, если ввести въ расчетъ и сжимающія усилія панелей, такъ какъ эти усилія (а слѣдовательно, и вѣсъ частей) возрастаютъ незначительно съ увеличеніемъ числа панелей. Такъ, напр., при переходѣ отъ 8 къ 16 панелямъ (см. форм. 47 и 48) теоретическій вѣсъ пояса сжатія возрастаетъ пропорціонально

$$1 - \frac{1}{n},$$

т.-е. съ $\frac{7}{8}$ коэффициентъ пропорціональности переходитъ на $\frac{15}{16}$, между

тѣмъ какъ, полагая $a=e$ и уменьшая величину ихъ вдвое, величину v_0 мы измѣнимъ пропорціонально отношенію

$$2,414 : 1,2.$$

Достиженіе этихъ наивыгодивѣйшихъ условій выполненія стропильныхъ фермъ при обыкновенныхъ, употреблявшихся до сихъ поръ въ практикѣ, конструкціяхъ стропиль однако совершенно не возможно, ибо, съ одной стороны, съ уменьшеніемъ разстоянія между фермами, возрастаетъ приходящееся на 1 площади покрытія количество матеріала, которое идетъ на выполненіе стыковъ, а съ другой стороны, съ уменьшеніемъ длины панели возрастаетъ число раскосовъ и число связей между узлами фермъ.

Единственный практически возможный путь для уменьшенія размеровъ a и e въ покрытіяхъ заключается въ примѣненіи устройства **стычатыхъ поверхностей**, которыя, при самыхъ разнообразныхъ условіяхъ въ заданіи, по составленнымъ мною проектамъ и были построены конторою А. В. Бари на выставкѣ въ Н.-Новгородѣ*). Разсчетъ такихъ покрытій дѣлается на основаніи изложенной здѣсь теоріи арочныхъ покрытій.

*) См. описаніе этихъ покрытій—въ журналѣ *Технической Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности* за 1896 г. въ № 5, въ статьѣ профессора П. К. Худякова.

Расчетъ арочныхъ фермъ, принимая во вниманіе дѣйствіе вѣтра.

Дѣйствіе вѣтра на арочную ферму. Опредѣленіе давленій на ея опоры.

Окончательныя формулы для расчета арочныхъ фермъ были получены изъ общаго анализа въ томъ предположеніи, что односторонняя нагрузка равномерна распределена на протяженіи отъ одной изъ опоръ до вершины фермы.

Въ примѣненіи общихъ формулъ къ отысканію величины искомымъ усилій растяженія, сжатія и сгибающихъ моментовъ не встрѣтятся никакихъ затрудненій и при всякомъ мнѣмъ расположеніи равномерной нагрузки. Но кромѣ нея, подъ вліяніемъ дѣйствія вѣтра, арочныя фермы подвергаются еще дѣйствію и неравномерной нагрузки, которая, при извѣстныхъ условіяхъ, дѣлаетъ необходимымъ постановку добавочныхъ тягъ, или *вѣтровыхъ*.

Дѣйствіе вѣтра обыкновенно разлагается по направленію нормали и касательной къ рассматриваемой поверхности. Касательная слагающая, скользя по поверхности, производитъ слабыя усилія, зависяція отъ тренія воздуха, — дѣйствіе ея настолько не велико, что можетъ быть не рассматриваемо. Нормальное же усиліе собственно и принимается, какъ нагрузка отъ дѣйствія вѣтра.

Изъ многихъ практическихъ формулъ, дающихъ выраженіе нормальной слагающей, наиболѣе вѣроятной, хотя дающей и большія величины, надо считать формулу Лессля *)

$$p = p_0 \cdot \sin \alpha \cdot \dots \dots \dots 141.$$

гдѣ p_0 — давленіе вѣтра на единицу площади, нормальной къ его направленію, и

*) Формула

$$p = p_0 \cdot \sin^2 \alpha$$

при направленіи вѣтра подъ угломъ въ 10° къ горизонту даетъ величины давленій, гораздо меньшія, чѣмъ формула Лессля для угловъ α болѣе 5° .

α — уголъ, образуемый поверхностью съ направлениемъ вѣтра. Направленіе сильнаго вѣтра, на который и разсчитываются стропила, надо принимать горизонтальнымъ. При такихъ условіяхъ давленіе вѣтра на элементъ дуги ds параболы въ произвольной точкѣ E (фиг. 20) будетъ:

$$p_0 \cdot \sin \alpha \cdot ds = p_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot dx.$$

Приближенное значеніе момента этого усилія относительно точки A , въ случаѣ небольшого подъема, будетъ:

$$dM = p_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot x \cdot dx \dots\dots\dots 142.$$

Точное значеніе момента

$$dM = p_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (l - x) \cdot \cos \alpha \cdot dx \dots\dots\dots 143$$

По свойству параболы

$$l - x = x + 2f \cdot y \cdot \frac{l - x}{x^2},$$

слѣдовательно

$$dM = p_0 \cdot \sin \alpha \cdot \left[x + 2 \cdot \frac{f^2}{l^4} (2lx - x^2)(l - x) \right] \cdot dx \dots\dots\dots 144.$$

Если бы принять это *точное* выраженіе момента, пришлось бы значительно усложнить всѣ послѣдующіе выводы, поѣтому мы ограничиваемся здѣсь *приближеннымъ* рѣшеніемъ, достаточно вѣрнымъ для цѣлей практическаго разсчета, замѣняя формулу 144 болѣе простою 142-ою. Это тѣмъ болѣе допустимо, что форм. 141 не представляетъ собою *точного математическаго выраженія эффекта отъ дѣйствія вѣтра*.

Производимое моментомъ dM давленіе на опору B будетъ:

$$2l \cdot dV_2 = p_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot x \cdot dx = p_0 \cdot \frac{2f}{l^2} (l - x) \cdot x \cdot dx \dots\dots\dots 145.$$

Интегрированіе этого ур-ія, при измѣненіи x въ предѣлахъ отъ 0 до l , даетъ:

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot f \\ V_1 &= \frac{5}{6} \cdot p_0 \cdot f \end{aligned} \right| \dots\dots\dots 146.$$

Определение натяжений тягъ.

Послѣ того какъ найдены давленія на опоры отъ дѣйствія вѣтра, зависящія, какъ видно, только отъ подъема f арки, а не отъ пролета ея, можно будетъ опредѣлить натяженіе всѣхъ тягъ, до H_{n-1} включительно, по даннымъ ранѣе формуламъ, внося въ нихъ новое значеніе V_2 , которое устанавливаетъ зависимость всѣхъ натяженій тягъ также отъ f ; тогда какъ при равномерной нагрузкѣ этой зависимости не существовало.

Упомянутымъ въ общемъ анализѣ путемъ опредѣляется натяженіе всѣхъ тягъ, причемъ каждый разъ измѣняется лишь выраженіе момента нагрузки относительно рассматриваемой точки.

При отысканіи натяженія H_n надо ввести моментъ нагрузки при измѣненіи x отъ l до a_n относительно узла $(n+1)$ на фиг. 17. Величина этого момента будетъ:

$$\begin{aligned} \frac{2f}{l^2} \cdot p_0 \cdot \int_l^{a_n} (l-x)(x-a_n) \cdot dx &= p_0 \cdot \frac{2f}{l^2} \cdot \frac{(a_n-l)^3}{6} = \\ &= 2 \cdot V_2 \cdot \frac{(a_n-l)^3}{l^2} \dots\dots\dots 147. \end{aligned}$$

Внося это значеніе момента въ общую формулу, опредѣляющую H_n (см. выводъ ф-лы 100), получимъ:

$$H_n = V_2 \cdot \frac{l^2}{f \cdot a_n} \cdot \left[2l \cdot \frac{2l - a_{n-1} - a_n}{(2l - a_{n-1})(2l - a_n)} - \frac{(l - a_n)^2}{l^2} \right] \dots\dots 148.$$

$$\sum_0^n H = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \left(\frac{2l - a_n}{l^2} + \frac{1}{2l - a_n} \right) \dots\dots\dots 149.$$

Такимъ же образомъ, какъ и ранѣе было указано, могутъ быть опредѣлены натяженія и всѣхъ остальныхъ тягъ

отъ H_{n+1} до H_{2n} .

Въ случаѣ равномерной нагрузки на полупролетѣ, натяженіе всѣхъ тягъ, имѣющихъ номеръ $(n+2)$ и выше, равнялось нулю (см. форм. 106), между тѣмъ какъ при неравномерной нагрузкѣ, какъ это видно, сколько бы ни провести тягъ, соединяющихъ половину дуги арки съ ближайшей опорой, всѣ эти тяги будутъ имѣть натяженіе. Отсутствие этихъ тягъ будетъ вызывать добавочный сгибающій моментъ въ нагруженной части

арки; и если общая величина сгибающих моментов будет здесь превосходить определенное выбранное значение, то для уменьшения сгибающих моментов необходимо проводить добавочныя вѣтровыя тяги, число которых, какъ увидимъ ниже, вообще говоря, должно быть меньше числа тягъ, идущихъ къ ненагруженной сторонѣ арки.

Въ дальнейшемъ необходимо рассмотреть опредѣленіе натяженій произвольной вѣтровой тяги, взявши для этого моментъ силъ относительно произвольной точки ненагруженной стороны арки.

Предположимъ, что тяга H_n проходитъ чрезъ вершину арки, т. е. $a_n = l$. Выберемъ за центръ моментовъ произвольную точку m (фиг. 20) нагруженной стороны арки, опредѣляемую абсциссой b_m относительно лѣвой опоры, и составимъ по вышеуказанному способу выраженіе H_n (см. выводъ форм. 100):

$$V_2 \cdot \left[2l - b_m - b_m \cdot \frac{2(2l - b_m) - a_{n-1}}{2l - a_{n-1}} - 2(l - b_m)^2 \right] = \\ = H_n \cdot \frac{f}{l^2} \cdot b_m (l - b_m) \dots \dots \dots 150.$$

Это выраженіе получается изъ общаго, замѣняя тамъ координату a_n узла тяги чрезъ l (относительно правой опоры), а координату a_n центра моментовъ чрезъ b_m (относительно лѣвой опоры). Послѣ алгебраическихъ преобразованій получимъ:

$$H_n = H_i = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{2}{b_m} \left[1 - \frac{b_m}{2l - a_{n-1}} - \frac{(l - b_m)^2}{l^2} \right].$$

Или

$$H_i = V_2 \cdot \frac{2l^2}{f} \cdot \left[\frac{2l - b_m}{l^2} - \frac{1}{2l - a_{n-1}} \right] \dots \dots \dots 151.$$

Слѣдовательно, при $a_n = l$ для опредѣленія натяженій всѣхъ послѣдующихъ тягъ имѣемъ слѣдующее:

$$\sum_0^i H = V_2 \cdot \frac{2l^2}{f} \cdot \frac{2l - b_m}{l^2} \dots \dots \dots 152.$$

$$\sum_1^i H \cdot a = V_2 \cdot \frac{l^2}{f} \cdot \frac{3l - 2b_m}{l} \dots \dots \dots 152, a.$$

Если въ вышеупомянутой точкѣ m съ координатою b_m имѣется тяга $H_{m,i}$, то, рассматривая выраженіе момента относительно центра моментовъ съ координатою b_{m-1} , получимъ общее выраженіе:

$$H_{m,i} = V_2 \cdot \frac{2l^2}{f} \cdot \frac{l - b_{m-1}}{l^2} \dots \dots \dots 153.$$

Сгибающие моменты въ аркѣ съ одной горизонтальной тягой (безъ наклонныхъ).

Въ случаѣ арки съ одной горизонтальной тягой (безъ наклонныхъ), натяженіе ея найдемъ, пользуясь форм. 146:

$$H_0 = V_2 \cdot \frac{l}{f} = \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot l \dots\dots\dots 154.$$

Моментъ m давленія вѣтра на дугу AE (фиг. 20) относительно точки E найдемъ, какъ алгебраическую сумму элементарныхъ моментовъ, выраженіе которыхъ составлено для произвольной точки D (фиг. 20) съ абсциссой z такимъ образомъ:

$$\begin{aligned} \text{сила} \dots\dots\dots p_0 \cdot \frac{2f}{l^2} \cdot (l-z) \cdot dz, \\ \text{а плечо ея} \dots\dots\dots x-z. \end{aligned}$$

Суммируя величины этихъ элементарныхъ моментовъ при измѣненіи z въ предѣлахъ отъ 0 до x , получимъ:

$$m = \frac{2f}{l^2} \cdot p_0 \cdot \int_0^x (l-z)(x-z) \cdot dz = p_0 \cdot \frac{2f}{l^2} \cdot \left(\frac{l \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \dots\dots\dots 155.$$

Моментъ въ сѣченіи E (фиг. 20) будетъ:

$$M = V_1 \cdot x - m - H_0 \cdot y.$$

Послѣ алгебраическихъ преобразованій этого ур-ія получимъ:

$$M = \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot f \cdot x \cdot \frac{3l^2 - 5lx + 2x^2}{l^2} \dots\dots\dots 156.$$

Наибольшее значеніе M получится при

$$x = \frac{l}{6} (5 - \sqrt{7}) = \text{около } 0,4l.$$

$$\text{такъ } M = 0,088 \cdot p_0 \cdot f \cdot l \dots\dots\dots 157.$$

Въ случаѣ прямолинейной фермы, при тѣхъ же данныхъ относительно дѣйствія вѣтра, и въ той же части арки получимъ:

$$\text{такъ } M = \frac{1}{8} \cdot p_0 \cdot f \cdot l \dots\dots\dots 158,$$

т. е. въ параболической арке расчетный моментъ отъ дѣйствія вѣтра будетъ въ нагруженной сторонѣ арки въ $1\frac{1}{2}$ раза меньше, чѣмъ въ прямолинейной фермѣ.

Для произвольной точки ненагруженной стороны арки съ одною горизонтальною тягою будемъ имѣть выраженіе момента:

$$M_1 = V_2 (2l - x) - H_0 \cdot y, \text{ или}$$

$$M_1 = \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot f \cdot (2l - x) \left(1 - \frac{x}{l}\right) \dots \dots \dots 159.$$

При $x = \frac{3}{2}l$ получимъ:

$$\max M_1 = \frac{1}{24} \cdot p_0 \cdot f \cdot l \dots \dots \dots 160.$$

Сгибающіе моменты въ аркѣ съ наклонными тягами

Ненагруженная вѣтромъ сторона арки.

Общій видъ выраженій моментовъ $\max. M_m$ въ зависимости отъ давленія V_2 остается тотъ же самый, который былъ данъ формулой 116, только значеніе V_2 перемѣняется

$$\text{съ } \frac{1}{4} \cdot p \cdot l \quad \text{на } \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot f,$$

и всѣ эти моменты дѣлаются пропорціональными f , подъему крыши, чего не было при нагрузкѣ, равномерно распределенной по полупролету.

Нагруженная вѣтромъ сторона арки.

а. Точки подпора тягъ на правой и лѣвой сторонѣ арки расположены симметрично.

На протяженіи отъ вершины арки до узла $(n+1)$ на фиг. 17, т.-е. при измѣненіи x

$$\text{отъ } l \quad \text{до } a_n,$$

выраженіе момента будетъ мѣняться такъ (см. форм. 92 и 147):

$$M_{1+n} = M_n - H_n \cdot \frac{f}{l^2} \cdot (2l - x)(x - a_n) - p_0 \cdot \frac{2f}{l^2} \cdot \frac{(l - x)^3}{6}.$$

Послѣ алгебраическихъ преобразованій получимъ:

$$M_{1+n} = V_2 \cdot x \cdot \frac{a_n - x}{l} \left(4 - \frac{a_n}{l} - \frac{2x}{l} - \frac{l}{2l - a_n}\right) \dots \dots 161.$$

На всемъ протяженіи между вершиною арки и узломъ $(n+1)$ на фиг. 17 моментъ сохраняетъ отрицательное значеніе, а въ этомъ послѣднемъ узлѣ онъ равенъ нулю.

Наибольшее значеніе этого момента можетъ быть опредѣлено приближенно, но съ достаточною для практическихъ цѣлей точностію, въ предположеніи $x=l$ подобно тому, какъ это дѣлалось при нагрузкѣ, равномерно распределенной на полупролетѣ; тогда

$$\max M'_{n+1} = -V_2 \cdot (l - a_n) \left(\frac{2l - a_n}{l} - \frac{l}{2l - a_n} \right) \dots 162.$$

Необходимо, чтобы величина этого момента не превосходила того, который получается при заданной равномерной нагрузкѣ.

Если тѣги H_{n+1} нѣтъ, то и здѣсь такъ же, какъ и при равномерной нагрузкѣ, M_{n+1} сохраняетъ видъ своего выраженія въ предѣлахъ измѣненія x отъ a_n до нуля, причемъ величина момента въ этихъ предѣлахъ остается положительной, а наибольшее его значеніе получится при x , опредѣляемомъ изъ ур-ія

$$\frac{dM_{n+1}}{dx} = 0.$$

Оно приводится къ виду.

$$\left. \begin{aligned} x^2 - \beta \cdot x + \gamma &= 0 \\ \beta &= \frac{l}{3} \left(4 + \frac{a_n}{l} - \frac{l}{2l - a_n} \right) \\ \gamma &= \frac{1}{6} \left(4l \cdot a_n - a_n^2 - \frac{l^2 \cdot a_n}{2l - a_n} \right) \end{aligned} \right\} \dots 163.$$

Найденную изъ этого ур-ія величину x слѣдуетъ затѣмъ внести въ форм. 161, тогда и получимъ точное выраженіе $\max$ момента при данномъ значеніи a_n . Но этотъ путь рѣшенія, сопровождаемый цѣлымъ рядомъ алгебраическихъ выкладокъ, весьма длиненъ. Можно ввести слѣдующія упрощенія:

При значеніяхъ a_n , близкихъ или $=l$, ур-іе 163 даетъ

$$x = \frac{1}{3} \cdot l \dots 164.$$

Эту величину и примемъ для всѣхъ значеній a_n , которые, какъ извѣстно изъ общей теоріи арочныхъ фермъ, могутъ измѣняться отъ

$\frac{2}{3} \cdot l$, — въ случаѣ одной наклонной тяги, до l — въ случаѣ большого числа тягъ. Тогда по форм. 161 получимъ:

$$\text{мах. } M_{n+1} = V_2 \cdot \frac{3 a_n - l}{9} \cdot \left(3,33 - \frac{a_n}{l} - \frac{l}{2l - a_n} \right) \quad 165.$$

Для болѣе быстрыхъ предварительныхъ расчетовъ вмѣсто этой формулы можно пользоваться еще болѣе упрощенной формулой:

$$\text{мах. } M_{n+1} = \text{приблизительно } V_2 \cdot 0,3 \cdot a_n \quad 166.$$

Для сравненія результатовъ вычисленія приводимъ такіа данныя:

$a_n : l$	Величины $M_{n+1} : V_2 \cdot l$		
	Истинное значеніе.	По форм. 165.	По форм. 166.
$\frac{2}{3}$	0,217	0,213	0,20
1	0,296	0,296	0,30

Если имѣется тяга H_{n+1} , то, начиная отъ точки съ абсциссой $x = a_{n-1}$, значеніе момента будетъ:

$$\begin{aligned} M_{n+2} &= M_{n+1} - H_{n+1} \cdot z_{n+1}^x = \\ &= M_{n+1} - H_{n+1} \cdot \frac{f}{l^2} \cdot x (a_{n-1} - x), \end{aligned}$$

гдѣ x считается отъ опоры A (фиг. 17). Послѣ преобразованій получаемъ:

$$M_{n+2} = 2 V_2 \cdot x \cdot \frac{(a_n - x)(a_{n-1} - x)}{l^2} \quad 167.$$

Величина этого момента между точками съ абсциссами a_n и a_{n-1} отрицательна.

Если тяга H_{n+1} отсутствуетъ, то выраженіе послѣдняго момента сохраняетъ свой видъ на всемъ протяженіи арки между узлами $(n+2)$ и A (фиг. 17), причемъ знакъ момента измѣняется съ минуса на плюсъ.

Нагруженная вѣтромъ сторона арки.

б. Точки подвѣса вѣтровыхъ тягъ расположены несимметрично съ точками подвѣса тягъ ненагруженной стороны.

Опредѣленіе сгибающихъ моментовъ въ нагруженной сторонѣ арки, имѣющей нѣсколько вѣтровыхъ тягъ, точки привѣса которыхъ расположены несимметрично съ точками привѣса тягъ ненагруженной стороны, дѣлается такъ же, какъ и раньше, т. е. составляя ур-ія моментовъ относительно выбранныхъ точекъ привѣса тягъ.

Разсмотримъ тотъ случай, когда одна изъ вѣтровыхъ тягъ проходитъ чрезъ вершину с арки (фиг. 20), т. е. при опредѣленіи момента, положимъ

$$a_n = l$$

въ общей формулѣ, подобной той, изъ которой получилась непосредственно формула 161. Если ближайшая къ вершинѣ тяга будетъ m А съ координатами точки привѣса ея

$$h_m \text{ и } b_m,$$

то сгибающій моментъ въ произвольномъ сѣченіи дуги $с m$ (фиг. 20) будетъ писаться такъ:

$$M_{cm} = M_n - H_n(2l - x)(l - x) \cdot \frac{f}{l^2} - 2V_2 \cdot \frac{(l - x)^3}{l^2},$$

гдѣ M_n и H_n — величины момента и горизонтальной слагающей натяженія тяги при точкѣ с. Послѣ алгебраическихъ преобразованій предыдущее равенство обращается въ слѣдующее:

$$M_{cm} = 2V_2 \cdot x \cdot \frac{l - x}{l} \cdot \frac{b_m - x}{l} \dots \dots \dots 168.$$

Приравнявъ нулю 1-ю производную этого выраженія по x , найдемъ, что max момента получится тогда, когда

$$x_{cm} = \frac{1}{3}(l + b_m + \sqrt{b_m^2 - b_m \cdot l + l^2}) \dots \dots \dots 169.$$

При отношеніи $l : b_m$, измѣняющемся на практикѣ въ предѣлахъ отъ 1,25 до 2, выраженіе максимальнаго момента, съ ошибкою менѣе 2%, можно представить такой простой формулой:

$$max. M_{cm} = -V_2 \cdot \frac{l + b_m}{4} \left(\frac{l - b_m}{l} \right)^2 \dots \dots \dots 170.$$

Пусть слѣдующая точка привѣса вѣтровой тяги будетъ k (фиг. 20) съ координатами

$$h_{m-1} \text{ и } b_{m-1}.$$

Натяженіе H_{mk} тяги, идущей изъ узла A въ m (фиг. 20) было дано формулой 153. Сгибающій моментъ въ произвольномъ сѣченіи дуги mk будетъ инсаться такъ:

$$\begin{aligned} M_{mk} &= M_{cm} - H_{mk} \cdot \frac{f}{l^2} \cdot x (b_m - x) = \\ &= 2 \cdot V_2 \cdot x \cdot \frac{b_m - x}{l} \cdot \frac{b_{m-1} - x}{l} \cdot \dots \dots \dots 171. \end{aligned}$$

Наибольшее значеніе этого момента, подобно предыдущему, получится для сѣченія, гдѣ

$$x_{mk} = \frac{1}{3} (b_m + b_{m-1} + \sqrt{b_m^2 - b_m \cdot b_{m-1} + b_{m-1}^2}) \dots \dots \dots 172.$$

Если имѣются лѣвѣе точки k (фиг. 20) еще другія вѣтровыя тяги, тогда тѣмъ же путемъ будутъ опредѣлены моменты и въ остальныхъ частяхъ дуги арки, лежащихъ между двумя смежными тягами.

Если же лѣвѣе точки k тягъ болѣе нѣтъ, то и во всей остальной части дуги, т. е. въ части Ak , выраженіе момента останется то же, что и между точками m и k , только mk момента будетъ при другомъ значеніи x , а именно:

$$x_{kA} = \frac{1}{3} (b_m + b_{m-1} - \sqrt{b_m^2 - b_m \cdot b_{m-1} + b_{m-1}^2}) \dots \dots \dots 173.$$

При однообразномъ сѣченіи арки необходимо, чтобы наибольшіе сгибающіе моменты въ частяхъ ея kA и km были равны. Это условіе удовлетворяется при существованіи равенства

$$b_{m-1} = \frac{1}{2} \cdot b_m \dots \dots \dots 174.$$

Тогда формула 171 приметъ видъ:

$$M_{mk} = M_{kA} = 2 V_2 \cdot x \cdot \frac{b_m - x}{l} \cdot \frac{0,5 \cdot b_m - x}{l} \dots \dots \dots 175.$$

Наибольшее значеніе этого момента получится въ части $k m$ при значеніи

$$x_{km} = b_m \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3,5} \right) = \frac{5,5}{7} \cdot b_m,$$

а въ части $k A$ при значеніи

$$x_{kA} = b_m \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3,5} \right) = \frac{1,5}{7} \cdot b_m.$$

При этихъ значеніяхъ x , *max* момента будетъ

$$\begin{aligned} \text{max. } M &= \pm 2 V_2 \cdot \frac{1,5}{7} \cdot \frac{5,5}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{b_m^3}{l^2} = \\ &= \text{приблиз. } \frac{1}{10} \cdot V_2 \cdot \frac{b_m^3}{l^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 176. \end{aligned}$$

Если ту же величину наибольшаго момента удержать и для части $m c$, то, на основаніи равенствъ 170 и 176, надо написать, что:

$$\frac{1}{10} \cdot V_2 \cdot \frac{b_m^3}{l^2} = V_2 \cdot \frac{l + b_m}{4} \cdot \left(\frac{l - b_m}{l} \right)^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 177.$$

Это ур-іе даетъ приблизительно

$$b_m = \frac{1}{1,41} \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 178.$$

Принявши это соотношеніе, расчетный моментъ для всей нагруженной вѣтромъ стороны, при двухъ вѣтровыхъ тягахъ ($c A$ и $m A$), получимъ въ такомъ окончательномъ видѣ:

$$\text{max. } M = \text{прибл. } \frac{1}{28} \cdot V_2 \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 179.$$

Если, кромѣ тягъ $c A$ и $m A$, будетъ существовать еще тяга $k A$, то, аналогично съ предыдущимъ, найдемъ:

$$l : b_m : b_{m-1} = 1,78 : 1,41 : 1 : \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 180$$

и расчетный моментъ для нагруженной стороны арки

$$\text{max. } M = \text{прибл. } \frac{1}{57} \cdot V_2 \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 181.$$

Для предварительных соображений о числѣ вѣтровыхъ тягъ n_1 , которое надо провести въ нагруженной половинѣ арки, съ достаточною вѣрностію можно пользоваться слѣдующею приближенною формулою:

$$\text{max. } M = \frac{1}{6 \cdot n_1^2} \cdot V_2 \cdot l \cdot \dots \cdot 182.$$

Число тягъ, идущихъ отъ каждаго опорнаго узла къ дальней и ближней половинамъ арки.

Вопросъ о числѣ тягъ рѣшается въ зависимости отъ заданныхъ нагрузокъ.

При назначеніи данныхъ числовыхъ величинъ для односторонней и полной нагрузокъ арочныхъ покрытій, надо имѣть въ виду слѣдующее:

Давленіе самаго сильнаго вѣтра (буря) принимается:

$$p_0 = 125 \text{ килогр. на 1 кв. мт.}$$

$$= 0,7 \text{ пуд. на 1 кв. фут.}$$

Слѣдовательно, основное данное для расчета моментовъ нагруженной стороны давленіемъ p_0 будетъ:

$$V_2 = \frac{1}{6} \cdot p_0 \cdot f = 21 \cdot f,$$

если V_2 — въ кгр., а f — въ мт.

$$V_2 = 0,117 \cdot f,$$

если V_2 — въ пуд., а f — въ фут.

Эта величина V_2 будетъ вычислена примѣнительно къ каждому погонному метру (или футу соотвѣтственно) ширины полосы крыши, передающей давленіе на стропильную ферму.

Нагрузка отъ снѣга, распределенная равномерно по всему пролету, считается обыкновенно равною

$$75 \text{ кгр. на 1 кв. мт., или}$$

$$0,42 \text{ пуд. на 1 кв. фут.}$$

Неравномерное распределеніе снѣга по обоямъ скатамъ крыши можетъ дать одностороннюю нагрузку, величина которой, вообще говоря,

будетъ незначительна. Односторонняя нагрузка снѣга возможна только въ томъ случаѣ, когда сильный вѣтеръ снесетъ весь снѣгъ съ той стороны крыши, на которую онъ дуетъ.

Такъ какъ цифра 0,42 пуд. на 1 кв. футъ соотвѣтствуетъ накопленію снѣга за долгій періодъ времени, то нѣтъ вѣроятности предполагать, что въ теченіе этого долгаго періода времени будетъ падать снѣгъ въ тихую погоду, и что затѣмъ поднимется вѣтеръ, который сразу снесетъ весь снѣгъ съ одной стороны, не тронувъ его на противоположной сторонѣ.

При подъемѣ арокъ, большею $\frac{1}{6}$ ихъ пролета, т. е.

$$\text{при } f \text{ болѣе } \frac{l}{3},$$

снѣгъ съ концовъ крыши сползаетъ (уголъ скольженія снѣга считается около 35°).

Въ случаѣ сильнаго вѣтра, снѣгъ сдувается, какъ съ вершины арки, такъ и съ той стороны, откуда дуетъ вѣтеръ, такъ что, вообще говоря, совокупнаго дѣйствія сильнаго вѣтра (особенно урагана) и односторонней нагрузки снѣга на одну и ту же половину арки быть не можетъ.

Единственное исключеніе можетъ быть въ случаѣ такъ называемаго „мокраго снѣга“, прилипающаго къ крышѣ и наносимаго бурей. Наибольшая величина такого односторонняго груза можетъ быть около $\frac{1}{3}$ полной нагрузки отъ снѣга, т. е.

$$p = \frac{0,42}{3} = 0,14 \text{ пуд. на 1 кв. фут.}$$

лишь для арокъ, подъемъ которыхъ не превышаетъ $\frac{1}{5}$ ихъ пролета.

Такъ какъ односторонній грузъ снѣга расположенъ на полупролетѣ арки равномерно, то въ нагруженной сторонѣ онъ не даетъгибающихъ моментовъ, а моменты ненагруженной стороны будутъ рассчитываться по добавочной нагрузкѣ (въ пуд.)

$$\frac{1}{4} \cdot p \cdot l = 0,035 \cdot l,$$

гдѣ l — въ фут.

Слѣдовательно, моменты ненагруженной стороны должны быть опредѣлены по давленію на опору

$$V_2 = 0,117 \cdot f + 0,035 \cdot l$$

на 1 погонный футъ ширины полосы крыши, отнесенной къ одной фермѣ, если f и l — въ фут., а V_2 — въ пуд.

Или же

$$V_2 = 21 \cdot f + 0,625 \cdot l$$

на 1 погонный мт. ширины полосы крыши, отнесенной къ 1 фермѣ, если f и l — въ мт., а V_2 — въ втр.

Для сохраненія однообразныхъ стѣженій въ аркѣ, необходимо, чтобы расчетные сгибающіе моменты въ обѣихъ половинахъ арки были равны. Слѣдовательно, если будемъ обозначать:

n — число тягъ, идущихъ отъ опорнаго узла къ дальней половинѣ арки, а

n_1 — къ ближней половинѣ, то должны имѣть:

$$\frac{0,117 \cdot f + 0,035 \cdot l}{4 \cdot n^2} = \frac{0,117 \cdot f}{6 \cdot n_1^2} \dots \dots \dots 183.$$

При $f = \frac{2l}{6}$, находимъ:

$$\frac{n}{n_1} = \text{около } 1,75 \dots \dots \dots 184.$$

Слѣдовательно, число вѣтровыхъ тягъ у арки выходитъ почти въ 2 раза менѣе противъ числа тягъ, соединяющихъ опору съ противоположной половиной дуги; и на практикѣ, даже при самыхъ большихъ пролетахъ, не приходится ставить болѣе двухъ или трехъ вѣтровыхъ тягъ, считая въ томъ числѣ и тягу, проходящую чрезъ вершину.

Для большей надежности, имѣя въ виду случайное возможное накопленіе снѣга на арочной фермѣ, слѣдуетъ:

1) рассчитывать тяги ненагруженной ея стороны на одностороннюю равномерную нагрузку, состоящую изъ дѣйствія вѣтра, сложеннаго съ давленіемъ отъ снѣга въ $\frac{1}{3}$ пуда на 1 кв. футъ;

2) тяги же вѣтровыя должны быть рассчитаны только на дѣйствіе вѣтра, вовсе не принимая во вниманіе нагрузки отъ снѣга.

На фиг. 21 изображена арочная ферма съ полнымъ числомъ тягъ при $n=4$ и $n_1=2$.

З а к л ю ч е н і е.

Всѣ вышеприведенныя соображенія относительно расчета арочныхъ строилъ были ведены, предполагая существованіе шарнирныхъ соеди-

неній въ мѣстахъ прикрѣпленія тягъ къ дугѣ арки. Въ дѣйствительности же арочная ферма представляетъ собою сплошную упругую арку, почти не ослабленную привѣсомъ тягъ. Но разница между опредѣляемыми по формуламъ и дѣйствительными напряжениями будетъ въ этомъ случаѣ совершенно аналогична съ таковою же разницею и для прямолинейныхъ строилъ, гдѣ также поясъ сжатія вмѣсто рассматриваемаго ряда сочлененныхъ шарнирами частей представляетъ собою сплошную балку. Въ случаѣ сплошныхъ какъ арочныхъ, такъ и прямолинейныхъ поясовъ, сгибающіе моменты въ частяхъ дугъ и панелей будутъ меньше, чѣмъ при существованіи шарнировъ. Подробный теоретическій разборъ расчета сплошныхъ арокъ съ наклонными тягами потребовать бы весьма сложныхъ выводовъ, которые приведутъ къ конечнымъ формуламъ, скорѣе всего только вѣроятнымъ, чѣмъ вѣрнымъ; а потому гораздо надежнѣе будетъ — ограничиться въ расчетахъ формулами, основанными на предположеніи, что въ мѣстахъ привѣса тягъ существуютъ шарниры.

Примѣненіе вышеприведенныхъ формулъ требуетъ, чтобы одинъ конецъ фермы могъ свободно скользить по опорѣ, дабы избѣжать добавочныхъ усилій, вызываемыхъ измѣненіями длины частей фермы при измѣненіяхъ температуры.

При устройствѣ арокъ и ихъ установкѣ необходимо обращать главное вниманіе на положеніе тягъ. Избыточное натяженіе ихъ можетъ вызвать появленіе добавочныхъ усилій, на дѣйствіе которыхъ части фермы не рассчитаны; то же самое можетъ произойти при чрезмѣрномъ ослабленіи тягъ. Для устраненія возможнаго произвола въ натяженіи тягъ, полезно употреблять въ этомъ случаѣ для тягъ не жесткія стяжки, а предложенныя нами упругія стяжки.

Вл. Шуховъ.

27 января 1897 г.

Оглавление.

	Стр.
Отъ вице-предсѣдателя Политехническаго О-ва	3
Отъ автора	5
Форма стропиль	7
Прямолинейныя раскосныя фермы	15
Подраздѣленіе фермъ	—

Фермы 1-го класса.

Опредѣленіе усилій, передающихся на раскосы и тяги въ m -ой панели.	—
Опредѣленіе вѣса m -ой панели	19
Наивыгоднѣйшее расположеніе нижнихъ узловъ фермы	20
Сводъ данныхъ для расчета:	
Фермы рациональныя	22
Англійскія фермы съ вертикальными раскосами— $x=0$	26
Фермы съ вертикальными тягами— $x=a$	28

Фермы 2-го класса.

Рациональныя фермы	30
Обыкновенныя фермы <i>Полосо</i>	33
Сводъ данныхъ для опредѣленія усилій въ частяхъ рациональной и обыкновенной фермъ <i>Полосо</i> :	
Ферма рациональная	36
„ обыкновенная	37
Данныя для сравненія вѣса фермъ 1-го и 2-го класса	39
Поправки въ теоретической формулѣ вѣса фермы	43
Передача нагрузки на фермы	44
Опредѣленіе числа панелей фермы	46
Расчетъ прямолинейной и параболической фермъ безъ раскосовъ въ случаѣ дѣйствія сосредоточенной нагрузки	54

Арочныя параболическія фермы.

Вѣсъ параболической фермы безъ раскосовъ и наклонныхъ тягъ	59
Параболическія фермы съ раскосами:	
Выгодность замѣны раскосовъ системой наклонныхъ тягъ	60

АРОЧНЫЯ ФЕРМЫ СЪ ТРЕМЯ ТЯГАМИ.

	<i>Стр.</i>
Опреѣленіе натяженій тягъ	66
Опреѣленіе сгибающихъ моментовъ въ аркѣ и невыгоднѣйшаго расположенія тягъ	68
Усилія сжатія для ари съ тремя тягами и съ одной тягой	72
Сводъ данныхъ для разсчета параболическихъ фермъ съ одною тягою и съ тремя тягами	76

ПАРАБОЛИЧЕСКІЯ ФЕРМЫ СЪ ПРОИЗВОЛЬНЫМЪ ЧИСЛОМЪ ТЯГЪ.

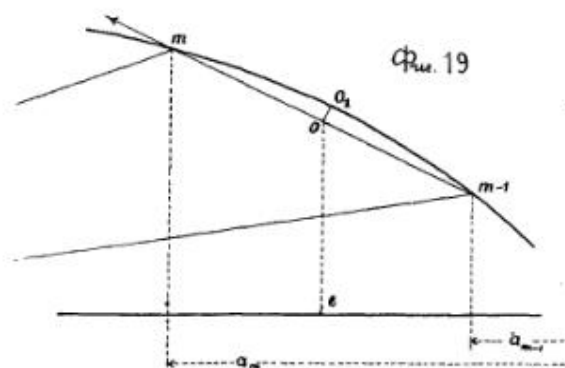
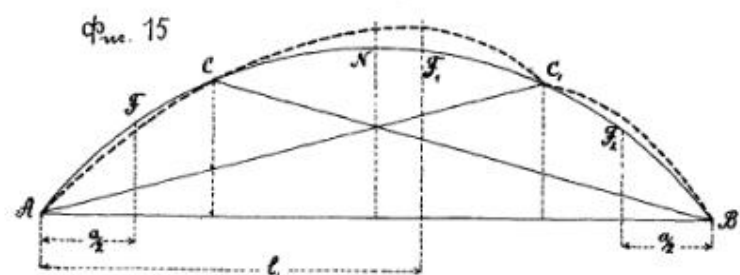
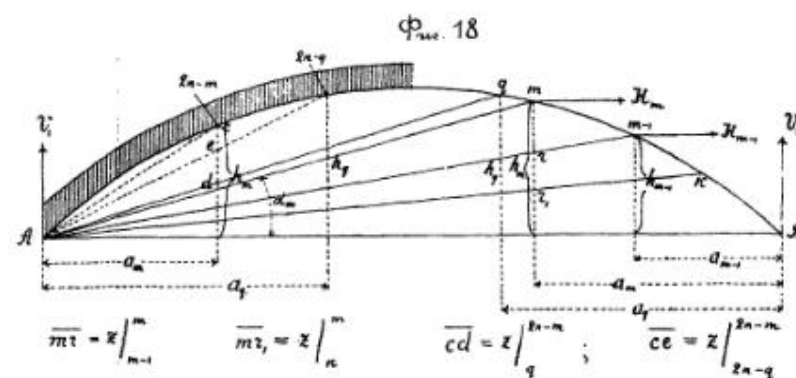
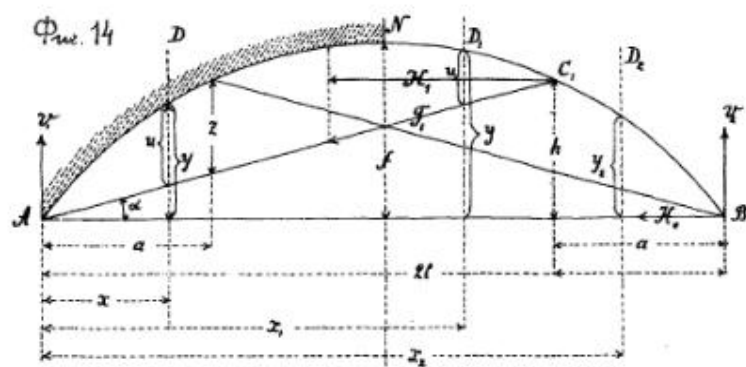
Опреѣленіе горизонтальныхъ слагающихъ натяженій тягъ и суммы этихъ слагающихъ	78
Опреѣленіе сгибающихъ моментовъ въ сѣченіяхъ ари	86
Опреѣленіе невыгоднѣйшаго расположенія тягъ аричной фермы и расчетныхъ моментовъ для нея	90
Усилія сжатія	95
Сводъ данныхъ для разсчета ари съ произвольнымъ числомъ тягъ	96
Вѣсъ аричной фермы съ $2n + 1$ тягами	97
Комбинаціи разстояній между фермами и обрѣзатиной и величина паисли	103

РААСЧЕТЪ АРОЧНЫХЪ ФЕРМЪ, ПРИНИМАЯ ВО ВНИМАНІЕ ДѢЙСТВІЕ ВѢТРА.

Дѣйствіе вѣтра на ферму. Опреѣленіе давленій на ея опоры	106
Натяженія тягъ	108
Сгибающіе моменты въ аркѣ съ одной горизонтальной тягой	110
„ „ „ „ „ съ наклонными тягами:	
а) Случай симметричнаго подвѣса тягъ на правой и лѣвой сторонахъ	111
б) Случай несимметричнаго подвѣса	114
Число тягъ главныхъ и вѣтровыхъ	117
Заключеніе	119

Замѣченныя опечатки.

<i>Страница.</i>	<i>Строка.</i>	<i>Напечатано.</i>	<i>Слѣдуетъ читать.</i>
16	6 снизу	расколами.	раскосами.
22	3 „	—	закрыть большую скобку.
25	13 „	$q l$	$q l^2$
26	3 „	—	S_m и т. д.
54	7 сверху	опоры	отъ опоры
69	3 снизу	ур-іе 82	ур-іе 81, а.
—	—	Табл. 2, фиг. 16—уголъ при точкѣ D между касательной и горизонталью $= \beta$.	
73	6 снизу	По формулѣ 87	По формулѣ 78
76	2 сверху	он горизонтали	по горизонтали
80	6 „	$V_1 \cdot a_1$	$V_2 \cdot a_1$.
83	3 снизу	ординатами	координатами
93	3 „	—	$\max M''_{n+1} = 0$.
94	6 сверху	Въ 1-й скобкѣ знаменателя должно стоять a_{n-1}	



В. Г. Шуховъ-Стропила.
Таблица 2^{ая}, Фиг. 14-21.

