

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

*Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»*

О. Н. ШЕВЧЕНКО

*О ПОЗНАВАТЕЛЬНОМ ИНТЕРЕСЕ,
НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И
МНОГОМ ДРУГОМ
(Спецкурс)*

Рекомендовано Ученым советом Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по инженерным специальностям

Оренбург 2003

ШЗ7
УДК 514.18 (075.8)

Научный консультант к.т.н, профессор А.И. Воронков
Рецензент
кандидат технических наук, доцент В. Н. Небольсинов
кандидат педагогических наук, доцент Т. М. Калинина

ШЗ7 Шевченко О.Н.
О познавательном интересе, начертательной геометрии и
многом другом : Учебное пособие.- Оренбург: ГОУ ВПО «ОГУ»,
2003.- 154 с.

ISBN

В учебном пособии рассмотрены правила построения изображений, основанные на методе проекций. Даны базовые понятия и определения курса, проецирование точки, прямой линии, плоскости, решение главных позиционных задач начертательной геометрии. В пособии приведены примеры контрольных работ по изучаемым темам курса, даны рекомендации по организации учебной деятельности. Пособие содержит тесты, опросники и другие материалы для развития познавательного интереса студентов при изучении графических дисциплин.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по инженерным специальностям.

Ш 1602050000

ББК 22.151.3 я 73

ISBN

© Шевченко О.Н.,
© ГОУ ВПО «ОГУ», 2003

Введение

Трудных наук нет, есть только трудные изложения, то есть непереваримые.

А.Н. Герцен

Для студентов первый семестр обучения в вузе зачастую становится настоящим испытанием, так как не все первокурсники справляются с учебными программами высшей школы. Это пособие для тех, кто испытывает трудности в изучении начертательной геометрии, кому не понятен текст учебника, кто не успевает осваивать программный материал дисциплины. Учебное пособие разработано таким образом, чтобы студент мог самостоятельно преодолеть пробелы в знаниях по элементарной геометрии, освоить базовые понятия и определения курса начертательной геометрии, выработать необходимые навыки решения задач, научиться читать простейшие чертежи, организовать свою учебную деятельность. Данное пособие рассчитано на студентов инженерных специальностей и адаптировано к самым разным уровням исходной (базовой) подготовленности обучаемых. Учебный материал структурирован по темам в последовательности, необходимой для лучшего усвоения курса. Пособие содержит тесты, контрольные задания, кроссворды, разнообразные сведения для развития познавательного интереса студентов к начертательной геометрии и для повышения уровня мотивации к учению.

1 Интересна ли начертательная геометрия и почему?

Тот малый срок, пока еще не спят
Земные чувства, их остаток скудный
Отдайте постиженью новизны...

Подумайте о том, чьи вы сыны:
Вы созданы не для животной доли,
Но к доблести и знанию рождены.

Данте

Интерес!.. Странное, неуловимое состояние души, то уходящее от нас, оставляющее наедине со скукой, то заставляющее бросаться в омут длительных увлечений, ради которых рвутся привычные жизненные связи. Так начинается книга А.Дусавицкого «Загадка птицы Феникс» о познавательном интересе. Проблема познавательного интереса всегда волновала умы ученых разных времен и народов. Во все времена педагоги искали лучших путей помощи людям в использовании данных им природой возможностей, формировании новых качеств. Тысячелетиями по крохам накапливались необходимые знания, одна за другой создавались, проверялись и опровергались педагогические системы, призванные «приохотить» ученика к процессу познания.

Начертательная геометрия, базовая дисциплина для инженера любого профиля, всегда считалась трудноусваиваемой, сложной, требующей немалых затрат сил и времени. Может ли быть интересным то, что трудно дается или, на Ваш взгляд, интересно только то, что легко и с удовольствием воспринимается? Оказывается, педагогический опыт столетий, исследования ученых доказывают, что без мышления, интеллектуального напряжения нет интереса. В этом его загадка и сила. Интерес бывает мимолетным, эпизодическим, ситуативным, ориентированным на внешние эффекты – это скорее интерес-развлечение. Познавательный интерес – это интерес-открытие, интерес – интеллектуальное обогащение, интерес – достижение, еще один шаг на пути личностного развития, следующая ступенька духовного роста. Вспомните, сколько «интересных» фильмов, с «закрученным» сюжетом, с захватывающими, динамичными эпизодами Вы посмотрели. А ведь след в Вашей душе оставили лишь немногие, - те, которые побудили Вас задуматься о себе, о месте человека в мире, позволили узнать о себе и о мире что-то новое, очень важное и существенное именно для Вас, словом, сделали Вас интеллектуально и духовно богаче, взрослее. Это плоды познавательного интереса. Познавательный интерес характеризуется устойчивостью, стремлением «насытить ум», «утолить умственный голод», а ощущение интеллектуальной радости, успеха в познании окрыляет человека, помогает ему утвердиться в собственных глазах и глазах окружающих.

Как же воспитать в себе интерес к предмету? Хочется заметить, что подлинный интерес бывает только предметным, потому что когда «интересно все», и конкретно «ничего», то это подходит первокласснику, а не студенту вуза, имеющему значительный жизненный опыт, ценностные ориентиры и выбравшему себе профессию. Основным элементом, входящим в модель развития интереса, является акт участия человека в какой-либо деятельности. Процесс изучения начертательной геометрии включает самые разнообразные виды деятельности, которые могут заинтересовать каждого, независимо от его изначально существующих интересов и склонностей. Изучение графических дисциплин помогает раскрыться самым разным способностям – математическим, техническим, художественным, конструкторским, организаторским, коммуникативным, исследовательским и многим другим. Но для этого нужно Ваше желание познавать, постигать новое, совершенствоваться и развиваться. Разве не для этого Вы пришли в вуз? Начертательная геометрия поможет Вам проникнуть в мир поверхностей и необыкновенно красивых форм, научит мыслить и решать зрительно-пространственные задачи, поможет развить воображение, способное породить те самые новые формы, в которые будет облечено любое техническое содержание.

2 Краткие сведения по истории развития начертательной геометрии

Как и всякая другая наука, начертательная геометрия возникла из практической деятельности человечества. Задачи строительства различных сооружений, крепостных укреплений, жилья, храмов требовали предварительного построения изображений этих сооружений. Зародившись в глубокой древности, различные способы изображений по мере развития материальной жизни общества претерпевали глубокие изменения. От примитивных изображений, передававших геометрические формы изображаемых на них объектов весьма приближенно, постепенно совершился переход к составлению проекционных чертежей, отражающих геометрические свойства изображаемых на них объектов.

После мрачного Средневековья в эпоху Возрождения начинается новый расцвет культуры. В связи с бурным развитием в это время архитектуры, скульптуры и живописи разрабатываются теоретические основы перспективы.

Итальянский ученый Альберти, гениальный итальянский художник и ученый Леонардо да Винчи, немецкий художник и гравер Дюрер, итальянский ученый Убальди, французский архитектор и математик Дезарг внесли большой вклад в развитие теоретических основ перспективы.

Выдающуюся роль в развитии начертательной геометрии как науки сыграл знаменитый французский геометр и инженер времен Великой французской революции Гаспар Монж (1746 – 1818). Монж дал первое научное изложение

общего метода изображения пространственных фигур на плоскости. Монж предложил рассматривать плоский чертеж, состоящий из двух проекций, как результат совмещения двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций. Это совмещение плоскостей проекций достигается путем вращения вокруг прямой их пересечения, получившей впоследствии название оси проекций.

Появление «Начертательной геометрии» Монжа было вызвано к жизни все возрастающими потребностями в разработке теории изображений. Поэтому новая наука сразу же завоевала прочное положение в технической школе как одна из основных дисциплин инженерного образования.

Дальнейшее развитие начертательной геометрии обязано трудам австрийского геометра Винера, примерами геометрически правильных проекционных изображений были чертежи русских изобретателей И.И. Ползунова и И.П. Кулибина, чертежи великих русских зодчих В.И. Баженова, А.Н. Воронихина, М.Ф. Казакова и др.

Первый русский профессор начертательной геометрии Я.А. Севастьянов был помощником ученика Монжа – французского инженера К.И. Потье. В 1821г. был издан первый в России оригинальный курс начертательной геометрии, написанный Севастьяновым. Огромная заслуга Я.А. Севастьянова состояла в том, что он ввел русскую терминологию по начертательной геометрии, употребляющуюся, с некоторыми изменениями, и по настоящее время. Преемник Севастьянова В.И. Курдюмов издал капитальный труд «Курс начертательной геометрии», составляющий более тысячи страниц.

В истории начертательной геометрии много интересного, особо следует отметить московский научный семинар по начертательной геометрии, организованный и возглавляемый Н.Ф. Четверухиным.

В настоящее время начертательная геометрия продолжает развиваться как наука во многих направлениях.

3 Предмет и метод начертательной геометрии

Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением.

А. Дистервег

П.К.Рашевский написал замечательную вступительную статью к книге Д.Гильберта «Основания геометрии», самое начало которой мне хочется привести: «Когда мы изучаем геометрию впервые – так, как она преподается в школе, - в нашем сознании возникает своеобразный мир идей, которые

странным образом и реальны и призрачны одновременно. В самом деле, мы рассуждаем о прямых линиях, о плоскостях, о геометрических телах (например о шаре), приписывая им вполне определенные свойства. Но где и в каком смысле существуют эти вещи в таком виде, в каком они служат предметом нашего изучения? Ведь мы знаем, что как бы мы ни шлифовали, скажем, поверхность металлической пластинки, мы никогда не сможем придать ей форму «идеальной плоскости» в силу неизбежных погрешностей в инструменте и в самой операции. Более того, не только нельзя достичь идеально плоской формы, но вследствие атомного строения материи, нельзя даже к ней неограниченно приближаться. Действительно, когда мы будем увеличивать требуемую точность, то металлическая пластинка распадается на отдельные атомы, и тогда вообще не имеет смысла говорить о ее поверхности. А что такое прямая линия? Где в природе можно ее увидеть? Но тогда что же мы изучаем в геометрии, - как будто только призраки, создания нашего воображения, чуждые материальному миру. Тем не менее, мы твердо знаем, что законы и правила, выведенные из этих призрачных объектов, с непреодолимой силой подчиняют себе материальную природу».

Начертательная геометрия, являясь одной из ветвей геометрии, имеет ту же цель, что и геометрия вообще, а именно: изучение форм предметов окружающего нас действительного мира и отношений между ними, установление соответствующих закономерностей и применение их к решению практических задач.

Начертательную геометрию выделяет то обстоятельство, что она для решения общегеометрических задач использует графический путь, при котором геометрические свойства фигур изучаются непосредственно по чертежу. В то время, как в других ветвях геометрии чертеж является вспомогательным средством (так как с помощью чертежа лишь иллюстрируются свойства фигур), в начертательной геометрии чертеж является основным средством изучения свойств фигур.

Разумеется, не всякое изображение может служить этим средством. Для того, чтобы чертеж был геометрически равноценным изображаемой фигуре или, как говорят, оригиналу, он должен быть построен по определенным геометрическим законам. В начертательной геометрии каждый чертеж строится при помощи метода проецирования, поэтому чертежи, применяемые в начертательной геометрии, носят название проекционных чертежей. «Чертеж является языком техника», - говорил один из создателей начертательной геометрии – Гаспар Монж. Дополняя высказывание Монжа, профессор В.И.Курдюмов – автор классического русского учебника начертательной геометрии – писал: «Если чертеж является языком техника, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками, как элементами всякого изображения». Язык учить трудно. Поэтому мы постарались в этом пособии максимально

разнообразить и дополнить материал предмета, чтобы учиться было интересно. А когда учиться интересно, то никакие трудности нестрашны. Кстати, умеете ли Вы создавать себе настроение? Иногда хорошего расположения духа, который повышает энергетику, можно достичь с помощью такого приема, как сочинение стихов на волнующую Вас тему. Пусть это будут не настоящие стихи, и пусть это будут всего четыре строчки (или даже две), - сам процесс творчества придаст Вам силы и развеселит. Посмотрите, что может получиться:

*Вот метод, который придумал Монж.
А это студенты, что ходят толпою,
Не могут понять, что же это такое,-
Метод, который придумал Монж.*

*А вот ассистент, он недавний студент.
Он тоже когда-то ходил с той толпою,
Что толком не может понять, что такое
Метод, который придумал Монж.*

*А вот улыбается мрачно доцент.
Он бывший студент, а потом ассистент,
Теперь уж не помнит, ходил ли с толпою,
Когда он не мог разобрать что такое
Метод, который придумал Монж.*

*А вот и профессор, учил он доцента,
Что улыбается мрачно студенту,
Не помня, как сам начинал ассистентом,
Который когда-то был все же студентом,
Которые ходят большою толпою
И толком не могут понять, что такое
Метод, который придумал Монж.*

*А это вот я! Понял все стопроцентно,
Про что говорили профессор с доцентом,
Что улыбается мрачно студенту,
Про что толковал ассистент ассистенту,
Который недавно, как я был студентом,
Которые ходят большою толпою
И толком не могут понять, что такое
Метод, который придумал Монж.*

Я понял про метод, который придумал Монж!!!

4 Принятые обозначения

А ничего, что сразу я о главном?

В. Вишневский

В изучаемом нами курсе начертательной геометрии приняты следующие обозначения:

1) точки пространства обозначают прописными буквами латинского алфавита: $A, B, C, D, \dots$ или цифрами $1, 2, 3, 4, \dots$;

2) прямые и кривые линии пространства – строчными буквами латинского алфавита: $a, b, c, d, \dots$;

3) плоскости и поверхности – прописными буквами греческого алфавита: $\Gamma, \Theta, \Lambda, \Sigma, \Phi, \Psi, \Omega, P, T$;

4) плоскость проекций (поле проекций) – Π (прописная буква греческого алфавита).

5) при образовании комплексного чертежа плоскости проекций (поля проекций) обозначают буквой Π с добавлением нижнего индекса $1, 2, 3, \dots$, при этом:

горизонтальная плоскость проекций обозначается Π_1 ,

фронтальная плоскость проекций – Π_2 ,

профильная плоскость проекций – Π_3 ,

новую плоскость проекций, отличную от указанных выше, обозначают:

$\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \dots$;

б) проекции точек, прямых и плоскостей обозначают теми же буквами, какими обозначены их оригиналы с добавлением индекса, соответствующего индексу плоскости проекций;

так, проекции точки A , прямой a и плоскости P соответственно обозначают:

на плоскости Π_1 – A_1, a_1, P_1 ;

на плоскости Π_2 – A_2, a_2, P_2 ;

на плоскости Π_3 – A_3, a_3, P_3 ;

7) для указания способа задания плоскости рядом с буквенным обозначением плоскости в скобках пишутся обозначения тех элементов, которыми она задана, например:

$\Theta(A, B, C), \Lambda(a \parallel b), \Omega(m \cap n)$;

8) для некоторых прямых и плоскостей используются постоянные обозначения.

Линии уровня обозначают:

горизонталь – h ;

фронталь – f ;

профильная – p ;

9) углы обозначают следующими строчными греческими буквами: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$;

Естественно, что Вы не запомнили сразу все обозначения. Они постепенно будут усваиваться Вами по мере изучения курса начертательной геометрии.

Давайте попробуем начать изучение курса с рассмотрения различных методов проецирования, с которыми Вы наверняка знакомились в школе, на уроках геометрии. Эпиграф к следующему параграфу несколько мрачноват и вызывает у меня в памяти фразу поэта Владимира Вишневского: «Да не реви – ведь я тебя смешу!». Не грустите, у нас впереди много смешного и интересного.

5 Методы проецирования

К каждому делу необходимому,
но к которому ты чувствуешь
отвращение, приступай как
можно быстрее.

Л.Н.Толстой

Построение изображений в начертательной геометрии основано на методе проекций. Различают центральное и параллельное проецирование. Чтобы получить центральные проекции, необходимо задаться плоскостью проекций π_1 и центром проекций – точкой S , не лежащей в этой плоскости.

Пусть дана некоторая точка A , собственно проекцию которой и нужно найти (рисунок 1). Если провести прямую через известные точки A и S , и продолжить до пересечения с заданной плоскостью, получим точку A_1 , которая и будет являться центральной проекцией точки A . Также поступаем, например с точками B и T . Их центральными проекциями будут точки B_1 и T_1 : они получаются в пересечении проецирующих лучей SB и ST с плоскостью проекций. В нашем случае эти два луча совпадают также как и проекции точек. Отсюда несложно сделать вывод, что при заданных плоскости проекций и центре проекций можно построить проекцию точки; но имея проекцию, нельзя по ней определить положение самой точки в пространстве, так как любая точка проецирующего луча проецируется в одну и ту же точку.

Если для какой – либо точки проецирующий луч окажется параллельным плоскости π_1 , то принято считать, что они все равно пересекутся, но в бесконечно удаленной точке. Проекцией точки D будет бесконечно удаленная точка D_∞ . Изображение предметов при помощи центрального проецирования обладает большей наглядностью, так как процесс человеческого зрения в геометрическом отношении совпадает с операцией центрального проецирования (оптический центр хрусталика глаза можно считать центром проекций, а участок задней стенки сетчатки может быть принят приближенно за плоскость проекций). Однако, этот метод в значительной степени искажает форму и размеры оригинала, так как не сохраняет параллельности прямых и отношения отрезков.

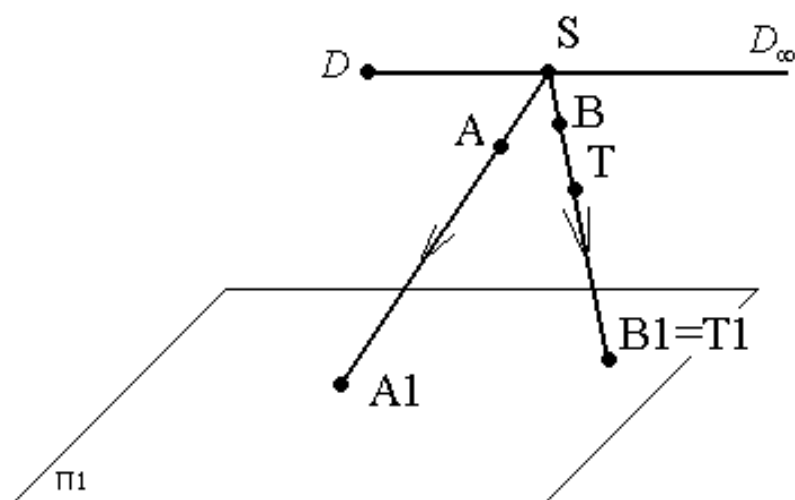


Рисунок 1

Параллельное проецирование является частным случаем центрального, у которого центр проекций находится в бесконечно удаленной точке. При таком проецировании принято считать, что все проецирующие лучи параллельны некоторому заданному направлению (рисунок 2). Поэтому, чтобы построить параллельную проекцию некоторой точки, нужно задать аппарат проецирования в виде плоскости проекций и направления проецирования.

Следовательно, параллельной проекцией точки будет точка пересечения проецирующей прямой, проведенной параллельно заданному направлению, с плоскостью проекций. Параллельное проецирование сохраняет размерность объекта.

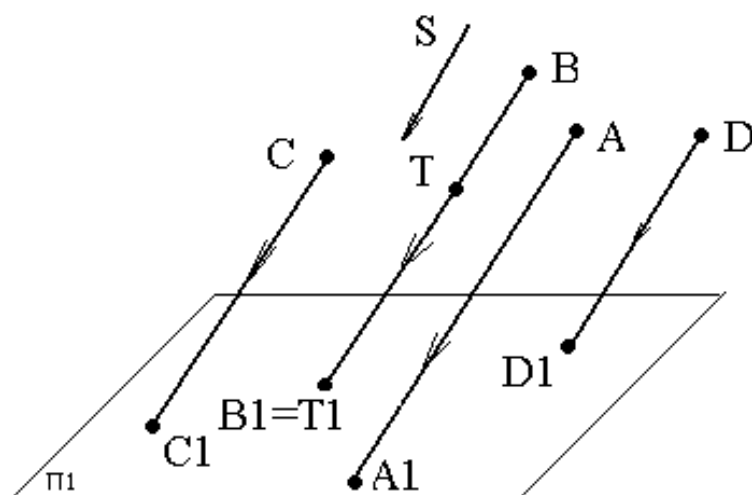


Рисунок 2

Частным случаем параллельного проецирования является ортогональное (прямоугольное) проецирование, когда направление проецирования S перпендикулярно плоскости проекций. Ортогональная проекция получила наибольшее распространение в технических чертежах, так как она позволяет наиболее легко судить о размерах изображаемых предметов.

Рассмотренные методы проецирования позволяют по данному оригиналу строить его проекционный чертеж. Однако обратная задача – по данному проекционному чертежу воспроизвести оригинал – не решается однозначно. Таким образом, рассмотренные нами проекционные чертежи не дают возможности определить оригинал или, как говорят, не обладают свойством обратимости. Для получения обратимых чертежей мы воспользуемся методом, который предложил французский ученый Гаспар Монж.

Говорят, что знание – это информация, над которой размышляли. Ваши знания – это только Ваши, и ничьи другие, размышления. Мало выучить материал, нужно осознать его, сделать своим, наполнить особым, личностным смыслом. Тогда знания не выветрятся при первом же случае, а будут служить Вам верой и правдой. Человеческая личность, становление которой является главной целью обучения в вузе, развивается при преодолении трудностей. Именно трудности стимулируют развитие человека. Одно из центральных мест среди возможностей личности занимает интеллект – многоуровневая и многокомпонентная организация познавательных сил. Об интеллекте написано много статей и книг, говорят, что он «или есть, или нет», как музыкальный слух. Так ли это на самом деле? А как у Вас с интеллектом? Можно ли его развивать? Безусловно, да. И если задачей средней школы являлась передача знаний, умений и навыков, то Высшая школа призвана развивать именно интеллектуальные способности личности. И успех этого развития зависит, в основном, от Вашего стремления и желания, от Вашего отношения к самому себе.

Что же такое «интеллект», что мы собираемся развивать? Посмотрите, какое определение интеллекту дает американский профессор Векслер: это глобальная способность разумно действовать, рационально мыслить и справляться с жизненными обстоятельствами. То есть, интеллект рассматривается как способность человека адаптироваться к окружающей среде. Французский ученый Пиаже также считает, что развитие познавательных процессов представляет собой результат постоянных попыток человека адаптироваться к изменениям внешних условий. Готовы ли Вы меняться? Или Вы считаете, что процесс Вашего формирования завершен, и Вы такой, как есть? Ученые утверждают, что изменчивость является основной характеристикой личностных свойств и проявляется она на протяжении всего жизненного пути человека. Философ Мишель Монтень удивительно точно описал изменчивость личности: «мы обычно следуем за нашими склонностями направо и налево, вверх и вниз, туда, куда влечет нас вихрь случайностей... В зависимости от того, как я смотрю на себя, я нахожу в себе и стыдливость, и

наглость; и целомудрие и распутство; и болтливость и молчаливость; и трудолюбие и изнеженность; и изобретательность и тупость; и лживость и правдивость; и ученость и невежество; и щедрость и скупость, и расточительность... Настолько пестро и многообразно наше внутреннее строение, что в разные моменты мы не меньше отличаемся от себя самих, чем от других». Так что не думайте, что Ваши сегодняшние мысли будут Вашими завтрашними мыслями, и, тем более, послезавтрашними. Меняйтесь, меняйтесь в лучшую сторону, развивайте все стороны своей личности, все способности и качества. А начните с изменения своего отношения к учебе. Те знания, которые Вы получите, «присвоите», станут Вашим капиталом, стимулом для дальнейшего роста. Так уж устроен человек, что чем больше он знает, тем больше ему хочется узнать. Знания как бы притягиваются друг к другу, человек уже не останавливается в своем развитии. И, хотя М. Горький говорил, что доказывать человеку необходимость знания – это все равно, что убеждать его в полезности зрения, мне хочется привести слова Э. Абу:

Историю цивилизации можно выразить в шести словах: чем больше знаешь, тем больше можешь.

В психологии существует понятие общего интеллекта и двух его подструктур: вербального (связанного с речью, словом) и невербального. Вербальный интеллект функционирует в словесно-логической форме с опорой преимущественно на знания. Невербальный интеллект связан с развитием наглядно-действенного мышления с опорой на зрительные образы и пространственные представления. Доказано, что профиль интеллекта студентов технического вуза сдвинут в сторону развития невербального интеллекта и несколько снижен по вербальному. Однако, результаты исследования интеллекта инженеров показали, что наилучших успехов в работе добились те из них, которые обладали развитым невербальным и вербальным интеллектом, т.е. общими и специальными способностями.

Таким образом, для формирования современного творческого специалиста важно всестороннее развитие интеллекта, а не только узкая специализация. Поэтому человек, познакомившись со своим профилем интеллекта, должен стремиться к развитию наиболее слабых сторон, естественно, опираясь на сильные. Вот какие рекомендации по развитию интеллекта дают ученые:

- определить свой профиль интеллекта;
- развивать как вербальный, так и невербальный интеллект;
- развивать умение выходить за рамки узкопрофессиональных задач;
- учиться находить решения в сложных, нестандартных ситуациях;
- искать пути активизации умственных процессов и реализации задуманного в практической деятельности (собственно это и есть интеллект – познание + действие);
- знать о существовании эмоциональных барьеров, мешающих перестройке умственной деятельности, и учиться их преодолевать, как бы это ни было тяжело.

В нашем пособии Вы сможете проверить свой интеллект по шести тестам: первые 3 теста показывают развитие вербального и вторые 3 теста — невербального интеллекта. Сейчас Вашему вниманию предлагаются тесты на вербальный интеллект: 1 — способность к рассуждению; 2 — речевое мышление; 3 — гибкость мышления.

Тест №1 «Дополнение предложений»

Каждое из заданий представляет собой незаконченное предложение, в котором всегда недостает одного слова. Ниже приводится список из пяти слов, обозначенных буквами: а), б), в), г), д). Вам нужно выбрать из списка то слово, которое, по Вашему мнению, больше всего подходит для дополнения предложения. Помните: предложение должно быть дополнено таким образом, чтобы оно приобретало правильный смысл. На выполнения задания отводится 6 минут.

Образец 01

01. Кролик больше всего похож на... а) кошку, б) белку, в) зайца, г) лису, д) ежа.

Правильный ответ: на зайца. В листе ответов в разделе 1 в строке 01 напишите букву «в». Это должно выглядеть так:

01. в

Образец 02

02. Противоположностью надежды является... а) злость, б) грусть, в) нежность, г) уныние, д) отчаяние.

В листе ответов в строке 02 Вы должны написать букву «д», так как словом «отчаяние» предложение будет дополнено правильно.

Список слов а), б), в), г), д), кроме слов, может содержать словосочетания и числа.

Отмечая ответ, помните, что нужно записать лишь одну букву, так как во всех заданиях возможно только одно решение.

Начало теста:

1. У дерева всегда есть...

а) листья, б) плоды, в) почки, г) корни, д) тень.

2. Комментарий — это...

а) закон, б) лекция, в) объяснение, г) следствие, д) намек.

3. Противоположностью предательства является...

а) любовь, б) тунеядство, в) хитрость, г) трусость, д) преданность.

4. Женщины... бывают выше мужчин.

а) всегда, б) обычно, в) часто, г) никогда не, д) иногда.

5. Обед не может состояться без...

а) стола, б) сервиза, в) пищи, г) воды, д) голода.

6. Занятием, противоположным отдыху, является...

а) труд, б) забота, в) усталость, г) прогулка, д) тренировка.

7. Для торговли необходимо иметь...

а) магазин, б) деньги, в) прилавки, г) товар, д) весы.

8. Когда спор кончается взаимной уступкой, это называется... а) конвенцией, б) компромиссом, в) развязкой, г) сговором, д) примирением.

9. Человека, который плохо относится к новшествам, называют... а) анархистом, б) либералом, в) демократом, г) радикалом, д) консерватором.
10. Сыновья... бывают опытнее отцов.
а) никогда не, б) часто, в) редко, г) обычно, д) всегда.
11. При одинаковом весе больше всего белков содержит... а) мясо, б) яйца, в) масло, г) рыба, д) хлеб.
12. Соотношение выигрышей и проигрышей в лотерее дает возможность определить...
а) число участников, б) прибыль, в) цену одного билета, г) количество билетов, д) вероятность выигрыша.
13. Тетя... бывает старше племянницы.
а) всегда, б) редко, в) почти всегда, г) никогда не, д) обязательно.
14. Утверждение, что все люди честны...
а) ложно, б) хитро, в) верно, г) абсурдно, д) не доказано.
15. Рост шестилетнего ребенка равен приблизительно... а) 157, б) 100, в) 135, г) 112, д) 93.
16. Длина бумажной десятирублевой купюры примерно... см. а) 15,5, б) 10,15, в) 7,5, г) 18,2, д) 12,5.
17. Утверждение, которое не вполне доказано, называют:
а) двусмысленным б) парадоксальным, в) гипотетичным, г) путаным, д) очевидным.
18. Из перечисленных ниже городов севернее всех расположен... а) Новосибирск, б) Томск, в) Красноярск, г) Иркутск, д) Хабаровск.
19. Предложение не существует без...
а) глагола, б) подлежащего, в) обращения, г) точки, д) слова.
20. Расстояние между Москвой и Новосибирском составляет приблизительно... км. а) 3000, б) 1000, в) 7000. г) 4800, д) 2100.

Тест №2 «Исключение слова»

Вам дается ряд из пяти слов. Четыре из них можно по значению объединить в одну группу. Вы должны указать пятое слово, не входящее в эту группу, т. е. не относящееся к тому смыслу, который является общим для остальных четырех слов. Задание нужно выполнить за 6 минут.

Образец 01

01. а) стул, б) стол, в) голубь, г) диван, д) шкаф. Решение: слова «а», «б», «г», «д» обозначают предметы мебели, слово «в» не обозначает этого.

В листе ответов в разделе 2 в строке 01 нужно написать букву «в».

Образец 02

02. а) идти, б) мчаться, в) ползти, г) бежать, д) лежать. Решение: слова «а», «б», «в», «г» обозначают разные виды передвижения, слово «д» обозначает пребывание на месте. В листе ответов в строке 02 Вы должны написать букву «д».

Начало теста:

1. а) писать, б) рубить, в) шить, г) читать, д) ковать.
2. а) узкий, б) угловатый, в) короткий, г) высокий, д) широкий.

3. а) велосипед, б) мотоцикл, в) поезд, г) трамвай, д) автобус.
4. а) запад, б) курс, в) направление, г) путешествие, д) север.
5. а) видеть, б) говорить, в) осязать, г) нюхать, д) слышать.
6. а) прилечь, б) приподняться, в) присесть, г) прислониться, д) привстать.
7. а) круг, б) эллипс, в) стрела, г) дуга, д) кривая.
8. а) добрый, б) верный, в) отзывчивый, г) трусливый, д) честный.
9. а) разделять, б) освобождать, в) связывать, г) резать, д) отличать.
10. а) граница, б) мост, в) общество, г) расстояние, д) супружество.
11. а) занавес, б) щит, в) невод, г) фильтр, д) стена.
12. а) матрос, б) плотник, в) шофер, г) велосипедист, д) парикмахер.
13. а) кларнет, б) контрабас, в) гитара, г) скрипка, д) арфа.
14. а) отражение, б) эхо, в) деятельность, г) отзвук, д) подражание.
15. а) учение, б) планирование, в) тренировка, г) отчет, д) рекламирование.
16. а) зависть, б) скупость, в) обжорство, г) жадность, д) скардность.
17. а) разум, б) вывод, в) решение, г) начинание, д) договор.
18. а) тонкий, б) худой, в) узкий, г) дородный, д) короткий.
19. а) горлышко, б) пробка, в) ножка, г) спинка, д) ручка.
20. а) туманный, б) морозный, в) ветреный, г) хмурый, д) дождливый.

Тест №3 «Аналогии»

В каждом задании Вам даны три слова. Первое и второе из них, напечатанные через двоеточие, находятся в определенной связи. После третьего слова стоит знак вопроса. Из приведенных ниже и обозначенных буквами «а», «б», «в», «г», «д» пяти слов Вам нужно выбрать одно, соотносящееся с третьим словом так же, как второе слово с первым. На задание отводится 7 минут.

Образец 01

01. лес: дерево луг: ? а) куст, б) пастбище, в) трава, г) сено, д) тропинка.

Решение: выбирается слово «трава», поэтому Вы в листе ответов в разделе 3 в строке 01 пишете букву «в».

Образец 02

02. темный: светлый мокрый: ? а) дождливый, б) пасмурный, в) сырой, г) влажный, д) сухой.

Решение: так как слова «темный» и «светлый» противоположны по значению, Вы и для слова «мокрый» находите противоположное по значению слово. Это слово — «сухой».

В листе ответов Вы должны, таким образом, записать в строке 02 букву «д».

Начало теста:

1. Школа: директор кружок: ?

а) председатель, б) член, в) руководитель, г) заведующий, д) посетитель.

2. Часы: время термометр: ?

а) прибор, б) измерение, в) ртуть, г) тепло, д) температура.

3. Искать: находить размышлять: ?

а) запоминать, б) приходить к выводу, в) расследовать, г) совершить поступок, д) вспоминать.

4. Круг: шар квадрат: ?

а) призма, б) прямоугольник, в) тело, г) геометрия, д) куб.

5. Действие: успех обработка: ?

а) товар, б) труд, в) отделка, г) достижение, д) цена.

6. Животное: коза пища: ?

а) продукт, б) еда, в) обед, г) хлеб, д) кухня.

7. Голод: худоба труд: ?

а) усилие, б) усталость, в) энтузиазм, г) плата, д) отдых.

8. Луна: Земля Земля: ?

а) Марс, б) звезда, в) Солнце, г) планета, д) воздух.

9. Ножницы: резать орнамент: ?

а) вышивать, б) украшать, в) создавать, г) рисовать, д) выпиливать.

10. Автомобиль: мотор яхта: ?

а) борт, б) киль, в) корма, г) парус, д) мачта.

11. Роман: пролог опера: ? а) афиша, б) программа, в) либретто, г) увертюра, д) ария.

12. Ель: дуб стол: ?

а) мебель, б) шкаф, в) скатерть, г) гардероб, д) гарнитур.

13. Язык: горький глаз: ?

а) зрение, б) красный, в) очки, г) свет, д) зоркий.

14. Пища: соль лекция: ?

а) скука, б) конспект, в) юмор, г) язык, д) беседа.

15. Год: весна жизнь: ?

а) радость, б) старость, в) рождение, г) юность, д) учеба.

16. Ранение: боль повышение скорости: ?

а) расстояние, б) протокол, в) арест, г) авария, д) сопротивление воздуха.

17. Наука: математика издание: ?

а) типография, б) рассказ, в) журнал, г) газета «Известия», д) редакция.

18. Горы: перевал река: ?

а) лодка, б) мост, в) брод, г) паром, д) берег.

19. Кожа: осязание глаз: ?

а) освещение, б) зрение, в) наблюдение, г) взгляд, д) смущение.

20. Грусть: настроение гнев: ?

а) печаль, б) ярость, в) страх, г) аффект, д) прощение.

Проверьте, как Вы справились с задачей, каков уровень Вашего вербального интеллекта. Правильные ответы приведены ниже.

<i>тест 1</i>	<i>тест 2</i>	<i>тест 3</i>
1. г	г	в
2. в	б	д
3. д	а	б
4. д	г	д
5. в	б	в
6. а	г	г
7. г	в	б
8. б	г	в
9. д	в	б
10. в	в	г
11. б	д	г
12. д	г	б
13. в	а	б
14. а	в	в
15. г	г	г
16. д	в	д
17. в	а	в
18. б	г	в
19. д	в	б
20. а	г	г

Если Вы правильно ответили более, чем на половину вопросов, можете считать свой вербальный интеллект хорошим. Если Ваши успехи скромнее –

развивайтесь! Самостоятельно, с нашей помощью, с помощью книг и интересных, интеллектуально развитых друзей.

Тесты для проверки абстрактного мышления, поиска закономерностей, конструктивного мышления и пространственного воображения у нас еще впереди, а в следующем параграфе Вы получите ключ к решению самых разных графических задач – изучите метод проекций, на котором основана вся инженерная графика. Знание метода проекций позволяет ориентироваться в сложнейших, на первый взгляд, пересечениях линий. Для человека несведущего чертеж является неразрешимым ребусом, в котором зашифрована неизвестная информация. Мы с вами научимся такую информацию читать, опираясь на метод проекций.

6 Точка. Прямая. Метод Монжа

Как увидишь сплетение линий—
То собрата-студента творение,—
Так подумаешь: «Сделано сильно!»,
И застынешь в немом изумлении.

Очарован сплетений тех прелестью,
Как Петрарка закатом в Венеции, -
И стоишь так с отвисшею челюстью...
Вдруг доходит, - то ж **метод проекций!**
У стенда с образцами работ

Метод Монжа, или метод проекций является методом параллельного проецирования, причем берутся прямоугольные проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Плоскость, расположенная горизонтально называется горизонтальной плоскостью проекций (обозначаем P_1), а плоскость, расположенная вертикально, называется фронтальной плоскостью проекций (обозначаем P_2).

Линия пересечения плоскостей проекций называется осью проекций. Ось проекций разделяет каждую из плоскостей P_1 и P_2 на полуплоскости. Для этой оси применяется обозначение X (рисунок 3). На рисунке 4 показано построение проекций некоторой точки A в системе P_1, P_2 .

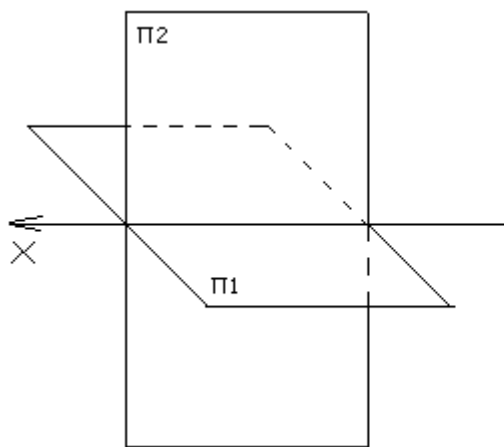


Рисунок 3

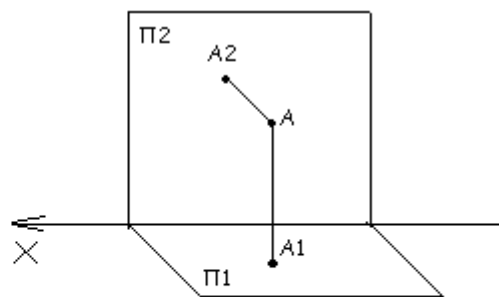


Рисунок 4

Проекцию точки A на горизонтальную плоскость проекций получают с помощью проецирующего луча, который проводят через точку A перпендикулярно Π_1 до пересечения с ней. Точка пересечения называется горизонтальной проекцией точки A и обозначается A_1 .

Фронтальная проекция точки A получается при пересечении проецирующего луча, проведенного через точку A перпендикулярно Π_2 и обозначается A_2 .

Очень часто мы будем рассматривать и профильные проекции точек и прямых. Посмотрите, как располагается профильная плоскость проекций (Π_3) - она перпендикулярна обеим плоскостям проекций (рисунок 5).

Линии пересечения плоскостей проекций называют осями проекций. Всего осей - три: ось OX , ось OY и ось OZ . Запомните, пожалуйста, их расположение.

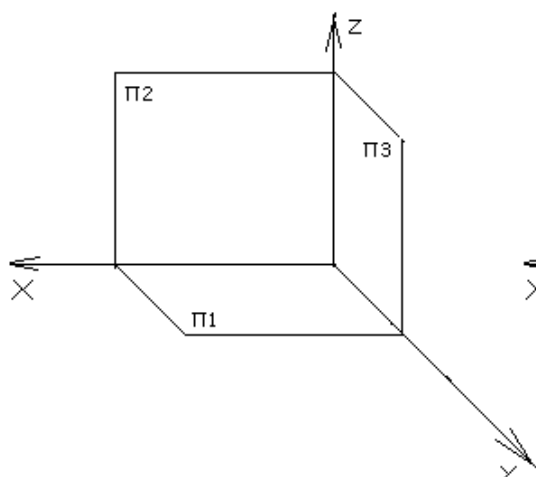


Рисунок 5

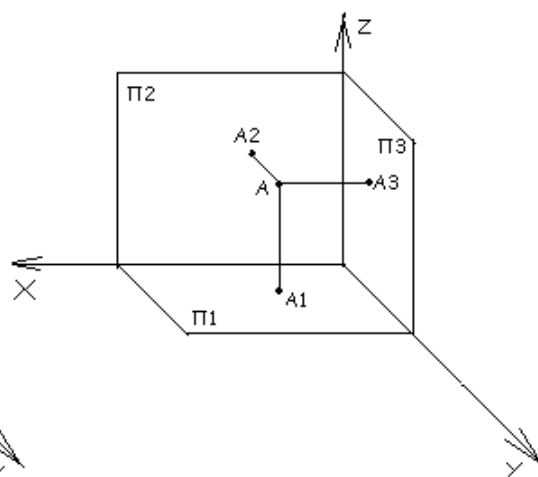


Рисунок 6

Если точку A спроецировать на все три плоскости проекций, то получим три проекции точки A – горизонтальную A_1 , фронтальную A_2 и профильную A_3 (рисунок 6). Если Вам нужно построить комплексный чертеж или эпюр Монжа (это одно и то же) для точки A , то пространственное или наглядное изображение

нужно преобразовать в плоскостное. Посмотрите на рисунке 7, как при этом разворачиваются плоскости проекций: фронтальная плоскость остается на месте, горизонтальная преобразуется поворотом на 90 градусов вокруг оси ОХ до совмещения с фронтальной плоскостью, а профильная поворачивается на 90 градусов вправо вокруг оси ОZ до совмещения с фронтальной. При этом ось проекций ОУ как бы раздваивается - она участвует в образовании горизонтальной плоскости проекций и необходима для профильной плоскости проекций.

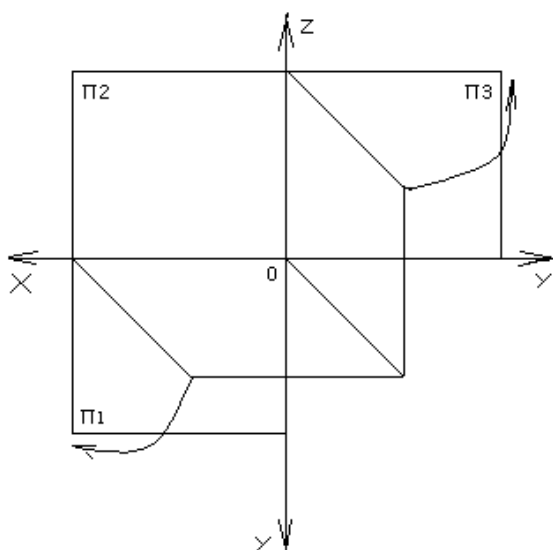


Рисунок 7

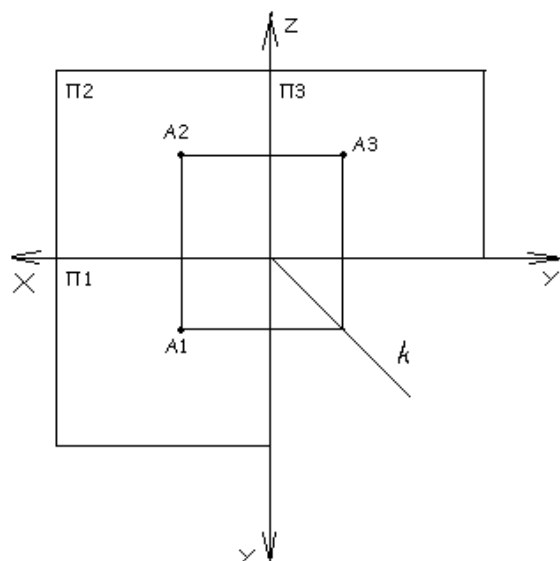


Рисунок 8

Таким образом, эпюр точки будет выглядеть как на рисунке 8. Причем, надо обратить внимание на то, что расстояние от точки А до плоскости П1 будет выражаться координатой Z, расстояние от точки А до плоскости П2 будет выражаться координатой Y, а до плоскости П3 - координатой X.

Все три проекции точки взаимосвязаны между собой. Тонкие линии, соединяющие проекции точки А называются линиями связи. Линии связи всегда перпендикулярны осям проекций.

А теперь проверьте себя. Возьмите листок бумаги и постройте чертеж точки А с координатами (15; 30; 10). Координаты даны в мм, т. е. X=15 мм; Y=30 мм; Z=10 мм. Все три проекции должны получиться взаимосвязанными (через них будут проходить линии связи). Попробуйте на этом же чертеже построить точку В (45; 5; 30). Если теперь соединить прямой линией горизонтальные проекции точек А1 и В1 между собой и также поступить с фронтальными проекциями А2 и В2 – получится чертеж прямой (АВ). Самой прямой на чертеже, конечно нет, она изображена с помощью двух своих проекций- горизонтальной А1В1 и фронтальной А2В2. Можно построить и третью проекцию прямой (АВ) - профильную, она будет обозначаться А3В3 и располагаться на профильном поле проекций (Рисунок 9).

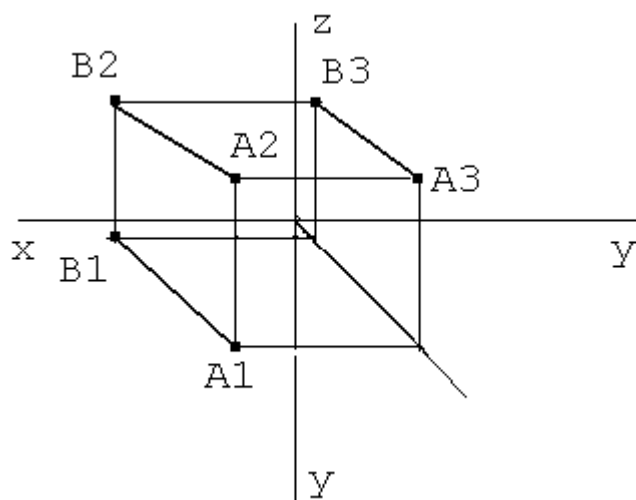


Рисунок 9

Контрольные вопросы.

1. Как называется плоскость проекций, расположенная перпендикулярно к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций?
2. Что такое эпюр Монжа?
3. Какой координатой измеряется расстояние от точки до горизонтальной плоскости проекций?
4. Что такое линии связи?

Если Вы не смогли ответить на все контрольные вопросы, вернитесь к тексту еще раз, так как не усвоив этих базовых понятий, Вы не сможете двигаться дальше. Дело в том, что начертательная геометрия – это теоретическая база построения чертежей, фундамент инженерного знания. Для того, чтобы научиться читать чертежи необходимо усвоить основные понятия, в частности, метод проецирования, который является как бы Азбукой черчения. Ведь не выучив буквы, Вы вряд ли научились бы читать слова и, тем более, предложения. А компетентный, высокообразованный специалист – это не чья-то прихоть, это жесткое требование нашего времени, рыночных отношений, конкуренции на рынке труда и услуг. Грамотный, образованный человек в любой ситуации окажется более удачливым, активным, информированным. А кто владеет информацией, тот владеет миром. Этот известный афоризм должен проникнуть во внутренний мир каждого, и тогда отношение к необходимым затратам труда на учение изменится, потому что слишком уж разные перспективы открываются на жизненном пространстве для профессионала и для недоучки с дипломом в руках. Хочется рассказать об опыте моего сына, который будучи в пятилетнем возрасте осознал разницу между грамотностью и невежеством. Несмотря на то, что он уже хорошо знал буквы, мы никак не могли его научить читать, он считал это занятие трудным и ненужным. Тем не менее, какие-то успехи в этом деле были. И вот однажды мы с ним ехали в автобусе, на стекле которого была наклеена надпись «Разбить молотком,

выдавить стекло», которую он вдруг сумел прочесть. А надо сказать, что насчет разбить, сломать, разгромить он был большой мастер. Он как-то засуетился, оживился, заерзал и поразился тому, что эта информация, такая желанная, могла бы оставаться для него тайной; понял, насколько отличаются друг от друга люди «умеющие» и «неумеющие». Я ему объяснила, что эти действия предусмотрены на случай аварии, и, несмотря на то, что стекло ему разбить не удалось, он получил такой мощный импульс интереса к знанию, что немедленно занялся чтением и скоро так преуспел в нем, что в первом классе выполнял норму восьмиклассника по скорости чтения. Но интерес к знанию нельзя просто вложить в другого человека. Он – следствие работы его собственной души. Так что давайте работать дальше.

7 Точки в четвертях и октантах пространства

*Я однажды сидел на зачете
И открыл для себя постулат:
Если даже меня вы убьете, -
Я не выйду за первый октант.
стон первокурсника*

И не надо, и не расстраивайтесь! В основном все задачи решаются в первом октанте, и даже, если геометрические элементы выходят за его пределы, - алгоритмы решения задач работают во всех восьми октантах.

Октант – это восьмая часть пространства, которая получается от деления пространства уже известными нам плоскостями проекций – горизонтальной, фронтальной и профильной (Рисунок 10).

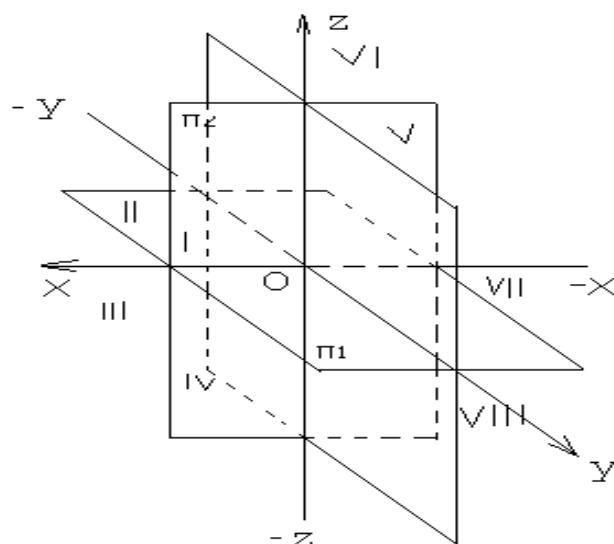


Рисунок 10

Из школьной программы по математике Вы наверняка помните, что отсчет по осям X и Y был как в положительном направлении, так и в отрицательном. Та же самая ситуация складывается и в нашем случае, только у нас три оси проекции - OX , OY и OZ . Нумерация октантов показана на рисунке. Посмотрите, какие координаты должна иметь точка, которая находится во втором октанте, если второй октант образован положительным направлением оси OX , отрицательным направлением оси OY и положительным направлением оси OZ . Например, это будет точка $A(15, -10, 20)$.

Давайте построим ее эюр (рисунок 11). Если точка лежит в седьмом октанте то все ее координаты будут иметь отрицательные значения, например $B(-20, -15, -30)$. Эюр точки B изображен на рисунке 12.

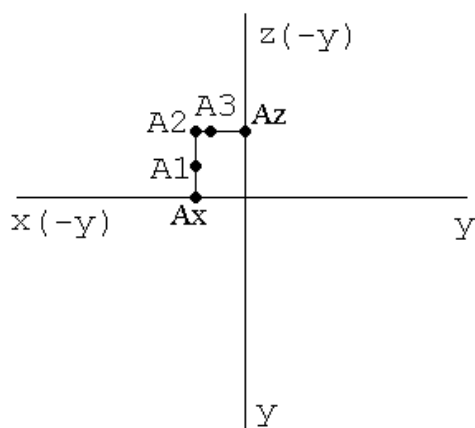


Рисунок 11

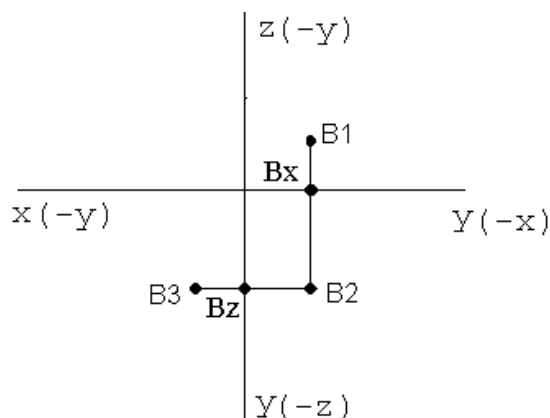


Рисунок 12

Контрольные вопросы

1. Что называется октантом?
2. В каком октанте лежит точка $G(10, -15, -23)$?

Если Вы усвоили этот материал и ответили на контрольные вопросы, то замечательно. Если что-то не поняли, не отчаивайтесь, давайте попробуем пойти дальше, а к этому параграфу можно вернуться позже. Вспомнились слова А. Дусавицкого: «Человек – открытое существо, для него ничего никогда не поздно. Конечно, растрченного времени не вернешь, перестраивать себя труднее, чем строить, но все-таки всегда можно начать все сначала». И еще: «Знания – это не только обучение, но еще и воспитание. Но чтобы знания воспитывали, нужно воспитать отношение к самим знаниям, то есть познавательный интерес». Мне хочется серьезно поговорить с вами о ценностном отношении к знаниям, образованию, как к гарантам Ваших будущих успехов в профессиональной и личной жизни. В США и Европе, в нашей стране стремительно растет количество образованных «интеллектуальных служащих» или, как его иначе называют «класс людей

знания». Этот новый класс в США, Японии, ряде других стран уже составляет более половины занятого населения.

Таким образом, возникло общество «интеллектуальных служащих», которых нельзя считать ни эксплуатируемыми, ни эксплуататорами. Они и зависимы и независимы, поскольку прекрасно осведомлены, что знания, которыми они обладают, дают им свободу передвижения – в их услугах, будь то математик, программист, инженер, бухгалтер, нуждаются так или иначе практически все учреждения и предприятия. А это диаметрально меняет приоритеты – не столько наниматель диктует свои условия интеллектуальному служащему, сколько последний может диктовать условия нанимателю при поступлении на работу. В целом класс «интеллектуальных служащих» играет все большую роль в экономике и политике.

В условиях рыночной экономики человек выступает активным субъектом на рынке труда, свободно распоряжающимся своим главным капиталом – своей квалификацией. В этих условиях молодежь должна получать такое базовое образование, которое будет ей позволять относительно легко осваивать новые профессии в будущем – образно говоря, образование должно стать конвертируемым. Накопление знаний, развитие науки, создание новых технологий и наукоемких производств неизбежно повышает требования к общеобразовательному уровню и профессиональной квалификации каждого работника, все более смещается акцент на развитие его духовных способностей как непереносимое условие его способности к труду.

Общество, в котором знания становятся капиталом и главным ресурсом экономики, предъявит новые жесткие требования как к общеобразовательной, так и к профессиональной школе.

Поэтому время юности, время накопления интеллектуального багажа нельзя тратить попусту, нужно приложить максимум старания для овладения знаниями. Хочется обратить Ваше внимание на характерную особенность нынешней постановки образования. Исследователи выявили, что специалист в области естественноматематических и технических наук («технар») при желании может переквалифицироваться в «гуманитария», и таких примеров много. Обратный же переход практически невозможен. Очевидно, основы естественноматематической культуры формируются в юном возрасте, впоследствии бывает уже поздно. Знания, получаемые в юности, усваиваются легко и прочно благодаря способности организма, которую психологи называют сензитивной. Используйте эту возможность.

У Анатолия Трушкина есть маленький рассказик, который называется «Четвертый цилиндр» и иллюстрирует ценность знаний. Написан он, как всегда, с юмором и мне хочется привести Вам его целиком.

Послевоенное степное украинское село. Лето. Жара. Все живое алчет воды. Водовозом однорукий дядька. Он войну прошел на самой низкой технической должности – то ли помогал при столовой, то ли подметал взлетную полосу.

Он должен бочку с водой доставить в поле, где от жары изнывают женщины. Пока едет через село, за стакан водки отливает кому бидон, кому два.

В поле прибывает крепко выпивши, воды в бочке на дне. Женщины ругаются, однорукий рискует стать безруким.

Высоко в небе летит самолет, его еле видно, еле слышно. Дядька направляет в небо ухо, прикрыв его уцелевшей ладонью, сокрушенно качает головой, говорит:

- Четвертый цилиндр стучит.

Беда отступает от него.

- Вишь пьяница, а в самолетах хорошо как понимает.

Во все времена знания ценились очень высоко.

Отдохнули? Улыбнулись? Переходим к следующей теме, вооружившись информацией о необходимости и ценности знаний предмета.

8 Точка в поле проекций

*Если ты хочешь что-нибудь понять,
попробуй объяснить это другому.
Правда, если собеседник окажется
сообразительней тебя, то придется
искать следующего.*

Народная мудрость

Если у точки одна из трех координат – X , Y или Z равна нулю, то точка будет лежать в горизонтальном, фронтальном или профильном полях проекций. Давайте построим точку A с координатами $(0, 15, 40)$. Наглядное изображение точки с указанием ее проекций можно увидеть на рисунке 13, а эпюр точки A на рисунке 14.

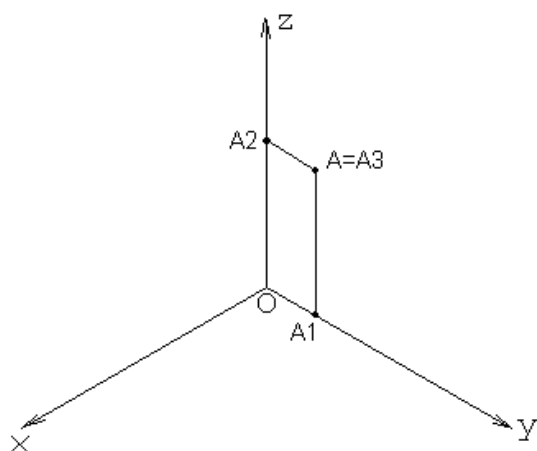


Рисунок 13

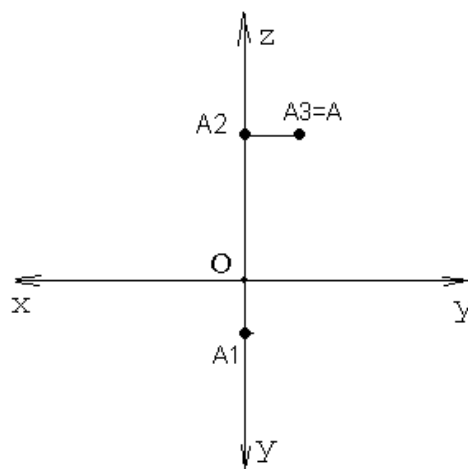


Рисунок 14

Точка лежит в профильном поле проекций и совпадает со своей профильной проекцией. Фронтальная проекция точки A лежит на оси OZ , а горизонтальная на оси OY . Если точка лежит в горизонтальном поле проекций, то ее координата Z должна быть равна нулю. Попробуйте построить, например точку $C (20, 40, 0)$. Проверьте себя по рисунку 15.

Если точка лежит во фронтальном поле проекций, то ее координата Y равна нулю. Для примера построим эпюр точки $T (15, 0, 30)$ на рисунке 16.

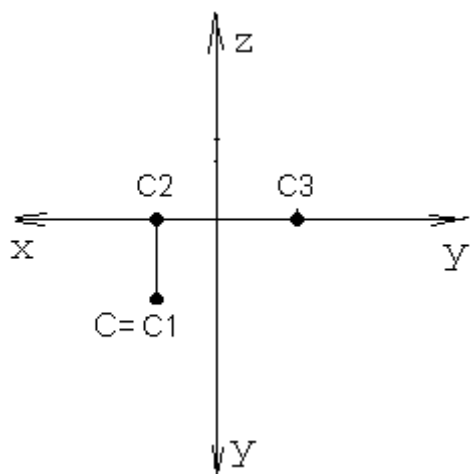


Рисунок 15

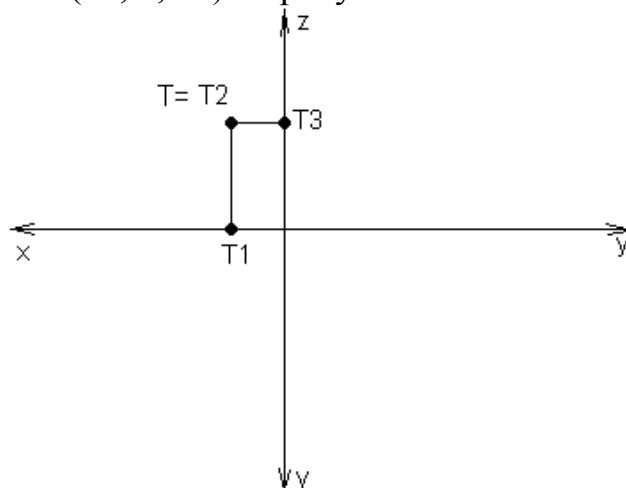


Рисунок 16

Иногда точка может лежать сразу в двух плоскостях проекций, например, если точка принадлежит одной из трех осей проекций. Давайте рассмотрим такой вариант. Пусть точка A лежит на оси OZ . Тогда ее координаты X и Y равны нулю, и только координата Z имеет какое-то значение, например 40. На рисунке 17 выполнено наглядное изображение точки, а эпюр точки $A (0, 0, 40)$ выполнен на рисунке 18. Обратите внимание, что сама точка будет совпадать со своей фронтальной и профильной проекцией, а горизонтальная проекция точки $A1$ совпадет с началом координат.

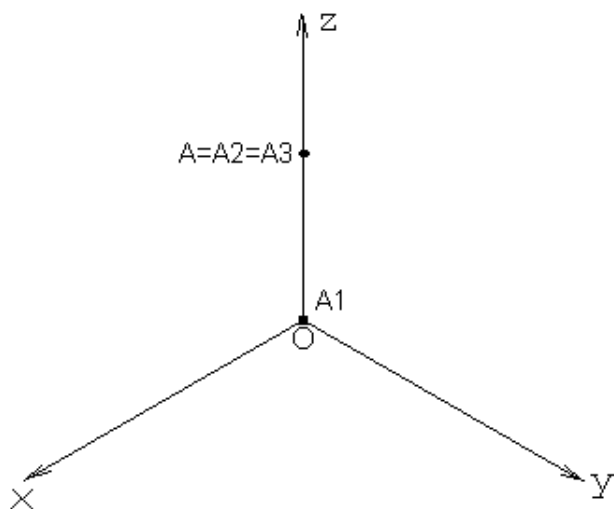


Рисунок 17

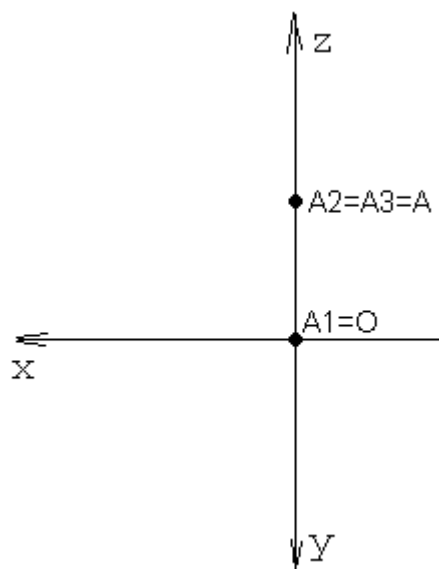


Рисунок 18

Эпюр точки, лежащей на оси OY можно посмотреть на рисунке 19, а эпюр точки, лежащей на оси OX на рисунке 20. Попробуйте самостоятельно построить эпюры точек $S(0, 25, 0)$, $T(45, 0, 0)$. Сравните их с рисунками 19 и 20. Какая из этих точек, по-Вашему, лежит на оси OY , какая на оси OX ?

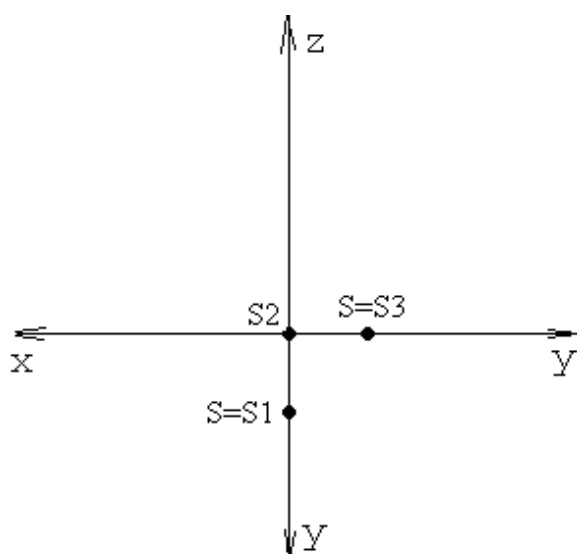


Рисунок 19

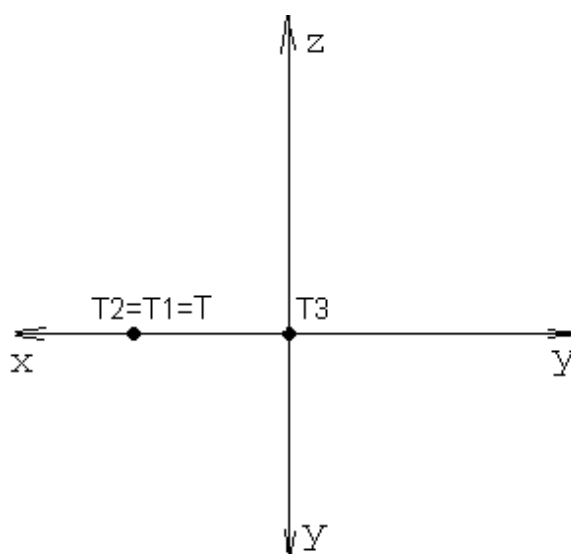


Рисунок 20

Контрольные вопросы

1. Если координата X точки G равна 0, то в каком поле проекций лежит точка G ?
2. Постройте эпюр точки T , если ее координата $Z = 0$.

Эпиграф к этому параграфу подобран неслучайно. Это попытка настроить Вас на общение с однокурсниками, на выяснение проблем и решение задач общими усилиями. При обсуждении решения задач происходит Ваше знакомство с тем или иным человеком, прививаются навыки совместного интеллектуального труда, идет процесс адаптации к учебе в вузе. Ученые отмечают, что при общении усиливается непроизвольное внимание, т.е. все то, что нужно запомнить, запоминается без специальных усилий, непроизвольно. Кроме того, происходит интеграция (объединение) знаний, которых пока у Вас еще очень мало, - один усвоил одно, другой запомнил второе, - вместе, глядишь, и справились с задачей, да еще и объяснили ее другим студентам.

Как наладить контакт со сверстниками, как научиться культуре общения с преподавателем?

Проблема общения с преподавателем, сокурсниками является для многих студентов сложной задачей. Необходимо научиться грамотно общаться с людьми, не посягая на их свободу и достоинство, не подчиняя свою волю и интересы людям авторитарного типа.

В Вашей группе собрались люди, каждый из которых обладает индивидуальностью, имеет присущий ему темперамент и характер, определенный склад ума и интеллекта, мир своих ценностей и интересов.

Общение, или коммуникативная деятельность, обусловлено природой человека и является условием познания, условием труда, условием выработки системы ценностей. Коммуникативный потенциал определяется мерой и формами общительности личности, характером, формой и прочностью контактов, устанавливаемых ею с другими людьми. Психологи установили, что наиболее сильное впечатление при знакомстве производит прическа., затем глаза и улыбка. Не зря известный американский специалист по общению Дейл Карнеги в качестве первой заповеди провозгласил: если хотите понравиться человеку – улыбайтесь, учитесь улыбаться, делайте специальные упражнения перед зеркалом. Преподаватель – такой же человек. Он не эталонный образец, а личность, которая хочет, чтобы ее поняли. Ведь Вы тоже хотите, чтобы Вас понимали? Причем Вы делаете одно общее дело – взаимодействуете в образовательном процессе. И чем эффективнее, результативнее это взаимодействие, тем выше уровень Ваших знаний, умений, интеллектуальных возможностей. Значит Вам необходимо научиться такому общению, которое устраивает обе стороны.

Для установления хорошего контакта с человеком Вы можете использовать те же самые процессуальные слова, что и он. Вспомните пример из жизни, когда взрослый хочет наладить отношения с незнакомым маленьким ребенком, он начинает с ним говорить по-маленькому, «сюсюкать», интуитивно используя прием, изученный психологами. Да и мы часто в жизни «подстраиваемся» под собеседника, с культурным человеком разговариваем иначе, чем с «рубахой» парнем. Напротив, если Вы хотите установить дистанцию, то можете намеренно употреблять слова из другой системы представлений, отличной от системы собеседника. Не могу не привести пример такого общения в салоне пассажирского транспорта:

- Будьте любезны, если Вас не затруднит, передайте, пожалуйста, деньги на билет.

- Че, интеллигент, что ли?

- Нет, такое же быдло, как и Вы.

Я надеюсь, что в стенах вузов возможно общение на языке интеллигентов и Вас к этому настойчиво призываю.

На установление общения между людьми большое влияние оказывают так называемые установки, стереотип восприятия, сложившийся относительно данного человека. Психологи различают три типа установки на восприятие другого человека: позитивная, негативная и адекватная. При позитивной установке мы переоцениваем положительные качества и даем человеку большой аванс, который проявляется в неосознаваемой доверчивости. Негативная установка приводит к тому, что воспринимаются в основном отрицательные качества другого человека, что выражается в недоверчивости, подозрительности. Лучше всего, конечно, адекватная установка на то, что у каждого человека есть как положительные, так и отрицательные качества. Главное, как они сбалансированы и оцениваются самим человеком. Для организации общения необходимо учитывать такие установки, как

неосознаваемую предрасположенность воспринимать и оценивать качества других людей согласно сложившимся стереотипам.

Вы, наверное встречались с таким положением вещей, которое психологи называют «Эффект ореола» - влияние общего впечатления о человеке на восприятие и оценку частных свойств его личности. Если в группе или у преподавателя сложилось мнение о человеке, что он очень хороший, то его плохой поступок расценивается как случайность. И наоборот, если все считают человека плохим, то хороший поступок этого человека тоже оценивается как случайность. Изначально не ставьте себя в такое положение «плохого», ибо это будет мешать Вашей работе, Вашим отношениям в группе и с преподавателем. Существует еще несколько установок, лежащих в основе типичных искажений представлений о другом человеке.

«Эффект последовательности» - на суждение о человеке наибольшее влияние оказывают те сведения, которые предъявлены о нем в первую очередь. Оправдываться и доказывать, что все не так, значительно труднее.

Очень распространенным является «эффект авансирования» - человеку приписываются несуществующие положительные качества, а затем, когда сталкиваются с его неадекватным представлению поведением, разочаровываются, огорчаются.

Еще один эффект – «проецирования на других людей собственных свойств», что вызывает ожидание соответствующего поведения по нашей модели. Этот эффект очень часто встречается и проявляется в неумении людей встать на точку зрения другого человека. Дейл Карнеги в своей книге особое внимание обращает на формирование умения взглянуть на происходящее глазами другого человека, а не по обычной схеме: я бы так не поступил, я бы так не сделал.

Вступая в общение, люди оказывают влияние друг на друга, которое имеет глубинные психологические механизмы, которые по своей значимости выстраиваются в определенный ряд. Самым первым в этом ряду окажется свойство заражения – эффект многократного взаимного усиления эмоциональных состояний общающихся между собой людей. Заражение происходит на бессознательном уровне и особенно сильно проявляется в толпе, в очереди, в публике. Вспомните, не участвовали ли Вы в подобном «мероприятии» (типа сбежать с урока всем классом). Принять такое решение Вам было легче, чем прогулять одному, срабатывал эффект заражения. Зная об этом, пытайтесь контролировать свои действия, не поддаваясь давлению масс. Иногда один здравомыслящий, аргументированно излагающий свои мысли член коллектива может предотвратить необдуманный поступок большинства.

Следующими в ряду будут такие свойства, как внушение, подражание, соревнование, убеждение и т.д. Учитывайте эти факторы общения, учитесь отстаивать свои убеждения, не обижая других.

Кого любят в группе? Универсалов – людей веселых, общительных, знающих; практиков – умеющих все делать своими руками, готовыми помочь. А не любят – зануд, нытиков, зазнаек. Попробуйте стать именно таким человеком, а Ваши хорошие оценки – еще один повод к хорошему настроению, повышению авторитета среди товарищей и преподавателей. Знаете ли Вы, что Ваша зачетная

книжка с отличными оценками в первой экзаменационной сессии оказывает эффект внушения на преподавателя, принимающего у Вас экзамен впоследствии? Спросите у старшекурсников, они Вам подтвердят. А уж оценка по начертательной геометрии вообще воспринимается как результат теста на интеллект. Так что, вперед, на освоение новой темы.

9 Прямая общего положения. Следы прямой

*Мой восторг от жизни обоснован,
Бог весьма украсил жизнь мою:
Я, по счастью, так необразован,
Что все время что-то узнаю.*

И.Губерман

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения и задается на эпюре отрезком АВ, вернее его горизонтальной и фронтальной проекциями (см. рисунок 9). На рисунке 21 дано наглядное изображение прямой АВ и показано, что если ее продолжить в обе стороны, то она пересечет плоскости проекций. Эти точки пересечения прямой с плоскостями проекций называются следами прямой, причем точка пересечения с горизонтальной плоскостью проекций Π_1 называется горизонтальным следом прямой, с фронтальной плоскостью

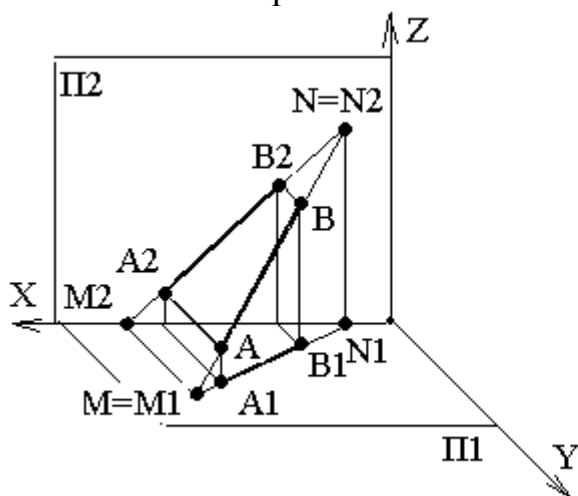


Рисунок 21

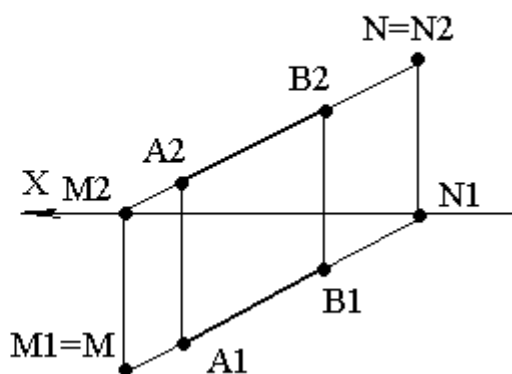


Рисунок 22

проекций называется фронтальным следом, а с профильной - профильным следом прямой. На рисунке 22 показано, как построить горизонтальный (M_1 , M_2) и фронтальный (N_1 , N_2) следы прямой АВ.

Рассмотрим еще один пример построения следов прямой общего положения, расположенной иначе (рисунок 23). Алгоритм решения остается прежним.

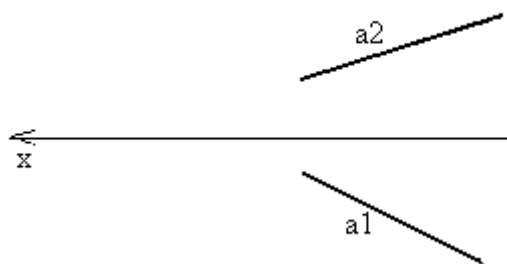


Рисунок 23

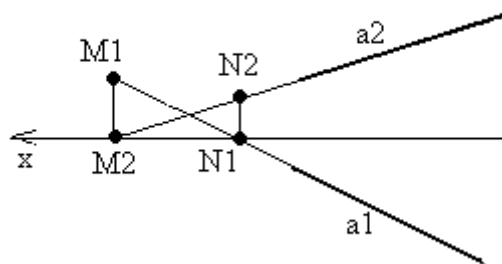


Рисунок 24

Чтобы построить горизонтальный и фронтальный следы прямой, ее фронтальную и горизонтальную проекции нужно продлить до пересечения с осью OX и полученные точки пересечения построить по линиям связи на соответствующих проекциях прямой (рисунок 24). В данном случае горизонтальный след прямой расположен во II-III октантах (на Π_1), так как координата Y точки M отрицательна.

Если Вы усвоили способы построения горизонтального и фронтального следов прямой, можно усложнить задачу и построить профильный след прямой a – точку пересечения прямой a с профильной плоскостью проекций. Для этого необходимо построить третью проекцию прямой a – профильную. Далее по рисунку 25 видно, что для построения профильного следа прямой нужно продлить фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью OZ , а горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью OY . Полученная точка W является профильным следом прямой a , профильная проекция следа лежит на профильной проекции прямой. Запомните, что фронтальная проекция профильного следа $W2$ всегда лежит на оси OZ , а горизонтальная проекция $W1$ на оси OY . Рассмотрите внимательно рисунок 25 и попытайтесь решить подобную задачу самостоятельно с прямой общего положения, заданной произвольным образом.

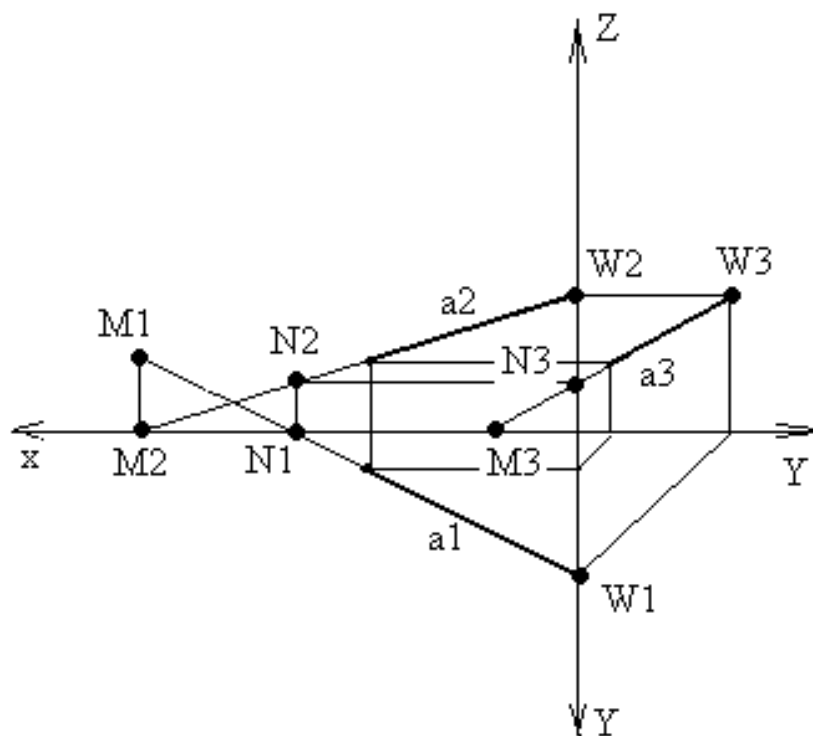


Рисунок 25

Контрольные вопросы

1. Какая прямая называется прямой общего положения ?
2. Что называется следом прямой?
3. В какой плоскости проекций лежит горизонтальный след прямой?
4. Какой еще может быть след у прямой общего положения, кроме горизонтального и фронтального?

Ответив на эти вопросы, Вы можете начертить себе несколько примеров с различным расположением прямой и попробовать построить ее следы. Вот мы и еще продвинулись на один шаг к заветной цели – стать конкурентоспособным специалистом. А что такое конкурентоспособность? Конкурентоспособность специалиста, по мнению многих авторов, ассоциируется с успехом как в профессиональной, так и личной сферах. И, действительно, главное психологическое условие успешной деятельности в любой области – это уверенность в своих силах. Формула такой деятельности - «уверенность – залог успеха». Давайте рассмотрим основные направления, по которым вырабатывается уверенность в себе:

1. Освоение и совершенствование профессионального мастерства.
2. Адекватное поведение в различных ситуациях человеческого общения.
3. Поддержание и укрепление здоровья и работоспособности.
4. Создание благоприятного внешнего облика, собственного имиджа.

Эти рекомендации специалистов ориентированы на повышение индивидуальной конкурентоспособности, что весьма актуально в условиях,

когда альтернативой для каждого может стать безработица (это реальность). Рабочая сила сейчас – реальный товар на рынке труда, где все больше утверждается принцип конкуренции, и этот товар, чтобы соответствовать спросу, должен быть конкурентоспособным, то есть иметь хорошее качество, хорошее оформление и хорошую рекламу (или саморекламу). Посмотрите, что принимается за основополагающие свойства при проектировании образовательной деятельности для воспитания профессионала:

1. Четкость целей и ценностных ориентаций.
2. Трудолюбие.
3. Творческое отношение к делу.
4. Способность к риску.
5. Независимость.
6. Способность быть лидером.
7. Способность к непрерывному саморазвитию.
8. Способность к непрерывному профессиональному росту.
9. Стремление к высокому качеству конечного продукта.
10. Стрессоустойчивость.

Какие из этих способностей, качеств, характеристик у Вас есть, какие Вы можете развить? Необязательно, чтобы это был весь комплекс свойств, но большинство из этих качеств Вы можете сформировать за время учебы в вузе. Обратите внимание, что значительное место занимают качества, связанные с познавательной деятельностью, саморазвитием, творчеством. Профессиональный рост инженера предполагает постоянную работу над развитием мышления – абстрактного, конструктивного, пространственного.

Не хотите проверить, как у Вас развито абстрактное мышление? Попробуйте ответить на вопросы теста «Числовые ряды». Если у Вас нет времени или желания в данный момент этим заниматься, можете вернуться к тесту, когда Вам будет удобно.

Каждое задание состоит из ряда чисел, которые расположены в определенном порядке. Ваша задача — выявить ту закономерность, по которой построен ряд, и найти число, продолжающее ряд в соответствии с этой закономерностью. На выполнение задания отводится 10 минут.

Образец 01

01. 2 4 6 8 10 12 14 ?

В этом ряду каждое число на две единицы больше предыдущего. Следовательно, следующее число должно быть 16. В своих листах ответов в строке 01 напишите 16.

Образец 02

02. 9 7 10 8 11 9 12 ?

В этом ряду от первого числа (9) отнято 2, получено второе число (7). К нему прибавлено 3 и получено третье число (10). От него снова отнято 2 и получено 8. К 8 снова прибавлено 3 и получено 11.

Ответ: 10, так как от 12 нужно отнять 2. В листе ответов в строке 02 напишите 10.

Внимание! В некоторых заданиях придется также умножать и делить.

Начало теста № 4

1.	6	9	12	15	18	21	24 ?
2.	16	17	19	20	22	23	25 ?
3.	19	16	22	19	25	22	28 ?
4.	17	13	18	14	19	15	20 ?
5.	4	6	12	14	28	30	60 ?
6.	26	28	25	29	24	30	23 ?
7.	29	26	13	39	36	18	54 ?
8.	21	7	9	12	6	2	4 ?
9.	5	6	4	6	7	5	7 ?
10.	17	15	18	14	19	13	20 ?
11.	279	93	90	30	27	9	6 ?
12.	4	7	8	7	10	11	10 ?
13.	9	12	16	20	25	30	36 ?
14.	5	2	6	2	8	3	15 ?
15.	15	19	22	11	15	18	9 ?
16.	8	11	16	23	32	43	56 ?
17.	9	6	18	21	7	4	12 ?
18.	7	8	10	7	11	16	10 ?
19.	15	6	18	10	30	23	69 ?
20.	3	27	36	4	13	117	126 ?

Если Ваши результаты совпадают с правильными ответами (они приведены в приложении в конце пособия) хотя бы в половине случаев – у Вас хорошее абстрактное мышление. Если Вы не смогли дополнить подавляющее число рядов – не отчаивайтесь, задания и впрямь очень трудные, а мы всего лишь начинаем заниматься умственной гимнастикой, и «Все у нас впереди», как поется в песне.

Поэтому давайте продолжим занятия начертательной геометрией, которая, как никакая другая наука, развивает оба полушария головного мозга: левое, которое ответственно за хронологический порядок, чтение карт, схем, запоминание имен, символов, речевую активность, детальное восприятие действительности и правое, обеспечивающее правильную ориентацию в текущем времени, восприятие конкретного пространства, запоминание образов, конкретных событий, целостное, образное восприятие действительности.

10 Определение действительной величины отрезка и углов наклона прямой линии к плоскостям проекций

-Господи, за что?

-За все.

-Так я же ничего не делал!

-А вот как раз за это!

В. Шендерович

Для решения задачи на нахождение действительной величины отрезка и определения углов наклона прямой к плоскостям проекций нужно знать следующее:

Отрезок прямой общего положения проецируется на плоскости проекций не в натуральную величину, а с искажением. Проекция отрезка всегда меньше его действительной величины.

При построении действительной величины отрезка по чертежу можно определить углы наклона прямой, которая задана этим отрезком, к плоскостям проекций П1, П2, П3.

Рассмотрим рисунок 26. Чтобы построить натуральную величину отрезка АВ, нужно на горизонтальной плоскости проекций под прямым углом от точки А или В отложить разность координат концов отрезка до горизонтальной плоскости П1. Такой координатой, измеряющей расстояние от точки до П1 является координата Z. Разность координат $Z(B) - Z(A) = \Delta Z$. Отложив под прямым углом к A_1B_1 ΔZ , мы получим точку В с нулевым индексом B_0 . Отрезок A_1B_0 выражает натуральную величину отрезка (такова его длина в действительности, можете измерять его линейкой и писать в миллиметрах в ответ задачи), а угол α между проекцией отрезка A_1B_1 и его натуральной величиной A_1B_0 - это есть угол наклона прямой, заданной отрезком АВ к горизонтальной плоскости проекций.

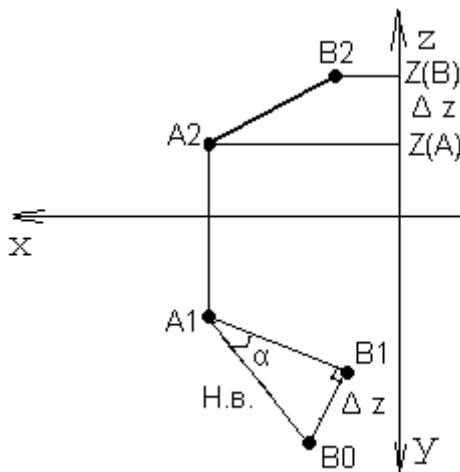


Рисунок 26

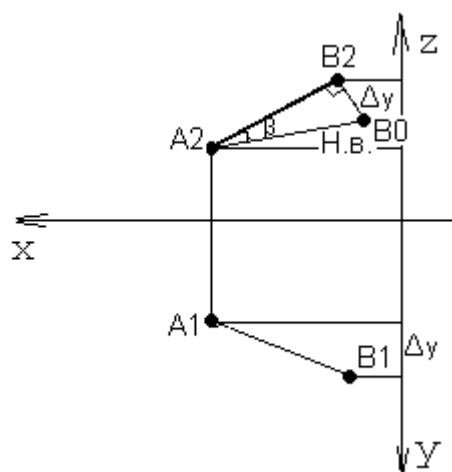


Рисунок 27

На рисунке 27 длина отрезка АВ определена на фронтальной плоскости проекций. Теперь для определения натуральной величины использована разность координат концов отрезка до фронтальной плоскости проекций, т. е. координаты $Y(B) - Y(A) = \Delta Y$. Под прямым углом к A_2B_2 отложена дельта Y и обозначена точка B_0 . Отрезок A_2B_0 определяет истинную величину отрезка

AB, а угол между проекцией A_2B_2 и истинной величиной является углом наклона прямой AB к фронтальной плоскости проекций и обозначается β .

Для определения угла наклона γ прямой к профильной плоскости проекций необходимо действия по нахождению натуральной величины отрезка AB выполнить на профильной плоскости проекций, используя при этом разность координат $X(B) - X(A)$, т. к. именно координата X определяет расстояние от точки до профильной плоскости проекций.

Посмотрите на рисунок 28 и попробуйте проговорить себе последовательность построения, ориентируясь на описание рисунка 26 и рисунка 27.

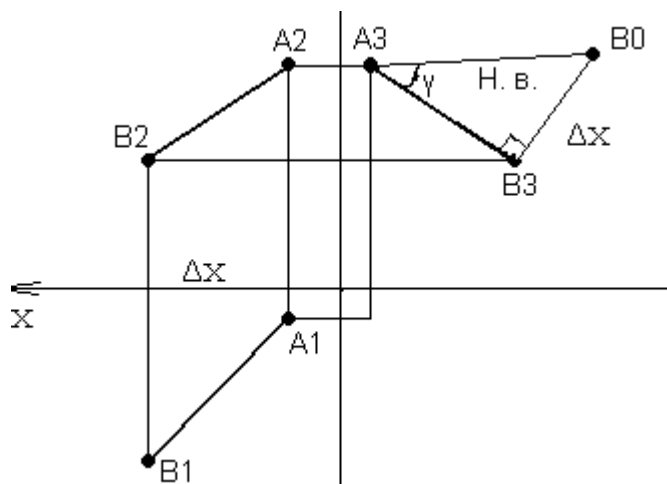


Рисунок 28

Теперь, когда мы подробно разобрали нахождение натуральной величины отрезка и углов его наклона к плоскостям проекций, попробуйте запомнить формулировку этого правила: **Чтобы определить действительную величину отрезка и угол его наклона к плоскости проекций, необходимо построить прямоугольный треугольник, одним катетом которого является проекция отрезка на плоскость, а другим - разность координат концов отрезка до этой плоскости проекций.** Гипотенуза этого треугольника выражает действительную величину отрезка, а угол между ней и катетом, являющимся проекцией отрезка выражает угол наклона отрезка к этой плоскости проекций.

Контрольные вопросы.

1. Какой координатой измеряется расстояние от заданной точки A до фронтальной плоскости проекций?

38

2. Как определить угол наклона прямой общего положения к горизонтальной плоскости проекций? Выполните пример, задав отрезок прямой произвольно.

3. Как определить расстояние между двумя точками A и B, заданными своими горизонтальными и фронтальными проекциями?

Если Вы не смогли ответить на контрольные вопросы, вернитесь к тексту параграфа еще раз, так как задача на нахождение натуральной величины отрезка будет в дальнейшем очень часто входить в более сложные задачи, решить которые без усвоения данного материала Вы не сможете. Попробуйте несколько раз решить задачу на нахождение натуральной величины, задавая произвольно проекции отрезка прямой на эпюре. Может быть, кому-то это достаточно сделать один раз, а кто-то получит прочные знания лишь решив эту задачу несколько раз. Действуйте! Бернард Шоу говорил: «Единственный путь, ведущий к знанию, - это деятельность». Деятельностная позиция, активное отношение к происходящим процессам – залог Вашего успеха как в учебной, так и в будущей профессиональной жизни. Хочется познакомить Вас с одним из американских опросников, предназначенным для руководителей, желающих определить своих самых эффективных сотрудников. Им предлагается ответить на следующие вопросы:

- кто редко отсутствует?
- кто хорошо работает без давления?
- кто постоянно выполняет работу высококачественно и в срок?
- кто с радостью приложит дополнительные усилия, если это потребуется коллективу?
- кому Вы можете поручить работу, чтобы дело не стояло из-за чьего-либо отсутствия?
- кто не донимает других своими постоянными советами и руководствами?
- кто работает столь же хорошо в отсутствии шефа?
- кто помогает другим лучше выполнять их работу?
- кто постоянно стремится совершенствовать свою работу?
- кто сглаживает конфликты, способствует сотрудничеству?

Обратите внимание, что все вопросы так или иначе связаны с деятельностным отношением человека к действительности. Уверяю Вас, что и успешная учебная деятельность находится в прямой зависимости от Вашей познавательной активности, самостоятельности, работоспособности. Нужно научиться преодолевать себя, свою инертность, чтобы чего-то добиться в жизни. Итак, в следующем параграфе, нам предстоит нетрудная задача - разобраться в прямых частного положения. Эта тема легко дается большинству студентов, поэтому давайте приступим, не откладывая на завтра.

11 Прямые частного положения

*Вы все мозги мне разбили, -
Ну как Вам меня не жаль!
Вот выйду на Пикадилли –
Зачем мне горизонталь???*
Плач Ярославны

А нам с вами горизонтальная линия уровня будет очень часто нужна для решения задач. Прямые, параллельные одной или двум плоскостям проекций называются прямыми частного положения.

Прямые, параллельные одной плоскости проекций, называются линиями уровня. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонтальной прямой уровня. Заметили, что в определении два одинаковых слова? Если прямая параллельна Π_1 , то фронтальная проекция этой прямой параллельна оси проекций OX , а горизонтальная проекция отрезка этой прямой равна по величине самому отрезку $A_1B_1 = AB$. Чтобы отличать эту прямую от других, ее, как правило, обозначают буквой h . Посмотрите на рисунке 29, как горизонтальная прямая строится на эюре. По чертежу можно определить угол наклона горизонтальной прямой к фронтальной плоскости проекций β . Попробуйте самостоятельно в тетради построить третью проекцию прямой h_3 по точкам A и B . Оси OZ и OY проведите вертикально в любом месте чертежа. Профильная проекция A_3B_3 должна получится параллельной оси OY .

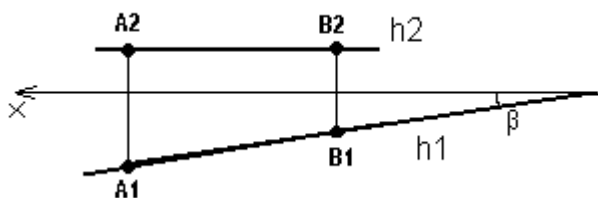


Рисунок 29

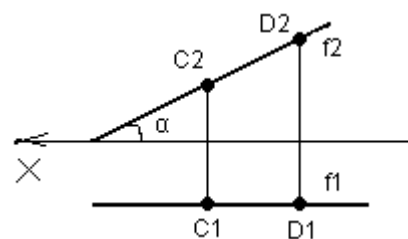


Рисунок 30

На рисунке 30 построена прямая линия, которую называют фронтальной прямой и обозначают, как правило буквой f . Фронтальная прямая параллельна фронтальной плоскости проекций, поэтому отрезок такой прямой проецируется в натуральную величину на Π_2 . Угол наклона этой прямой к горизонтальной плоскости проекций обозначен на чертеже через α .

Попробуйте в тетради построить чертеж фронтальной линии уровня, проходящей через точки C (45, 20, 20) и D (20, 20, 40). Построив горизонтальную и фронтальную проекцию, сравните ее с рисунком 30 и достройте самостоятельно профильную проекцию (она должна получится параллельна оси OZ).

Третья линия уровня называется профильной прямой. Она параллельна профильной плоскости проекций, и, значит, координата X для всех ее точек будет одной и той же. На рисунке 31 построена профильная линия уровня в трех проекциях и указаны углы наклона ее к плоскостям проекций – α и β .

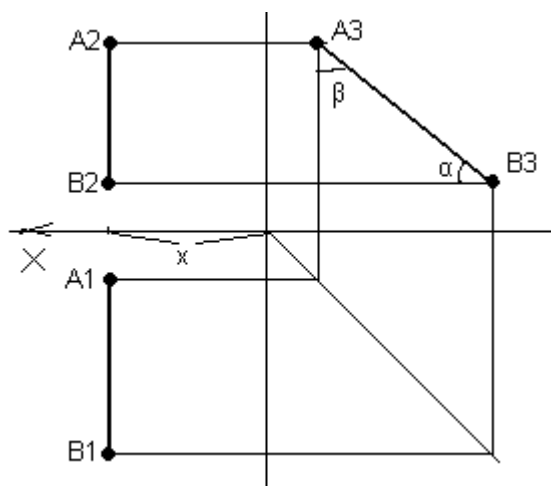


Рисунок 31

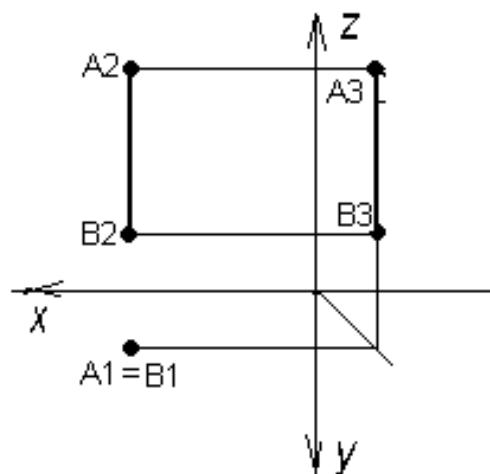


Рисунок 32

Прямые, параллельные двум плоскостям проекций, называются проецирующими. На рисунке 32 изображена горизонтально-проецирующая прямая, которая параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций и, соответственно, перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Отсюда и название - горизонтально-проецирующая, она совпадает с направлением проецирования на горизонтальную плоскость проекций, и поэтому имеет на П1 вырожденную проекцию прямой – точку. Натуральная величина отрезка может быть определена по фронтальной или профильной проекциям.

Прямая, параллельная горизонтальной и профильной плоскостям проекций называется фронтально-проецирующей, она перпендикулярна П2 и проецируется на нее в точку. На рисунке 33 изображена такая прямая, отрезок проецируется в натуральную величину на П1 и П3.

Прямая, параллельная горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций называется профильно-проецирующей прямой, она перпендикулярна профильной плоскости проекций П3, рисунок 34. Отрезок проецируется в натуральную величину на фронтальную и горизонтальную плоскости проекций.

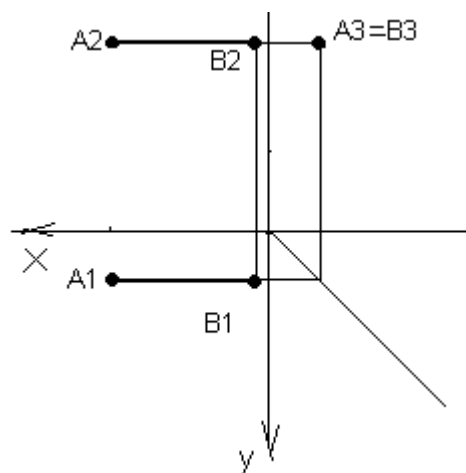
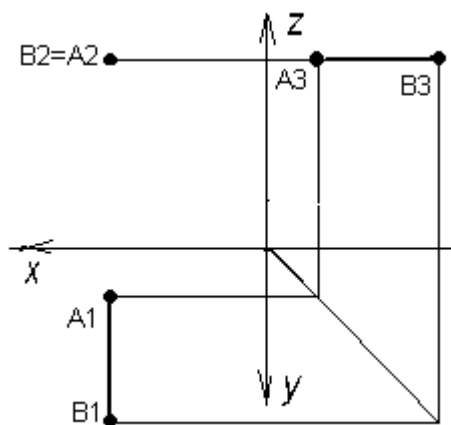


Рисунок 33

Рисунок 34

Теперь, когда мы познакомились с прямыми частного положения, давайте попробуем построить их следы, чтобы при встрече с подобной задачей у Вас не возникло затруднений. Прямые линии уровня имеют два следа, так как они параллельны какой-либо из плоскостей проекций и не пересекают ее, а проецирующие прямые имеют только один след, причем на той плоскости проекций, которой прямая перпендикулярна.

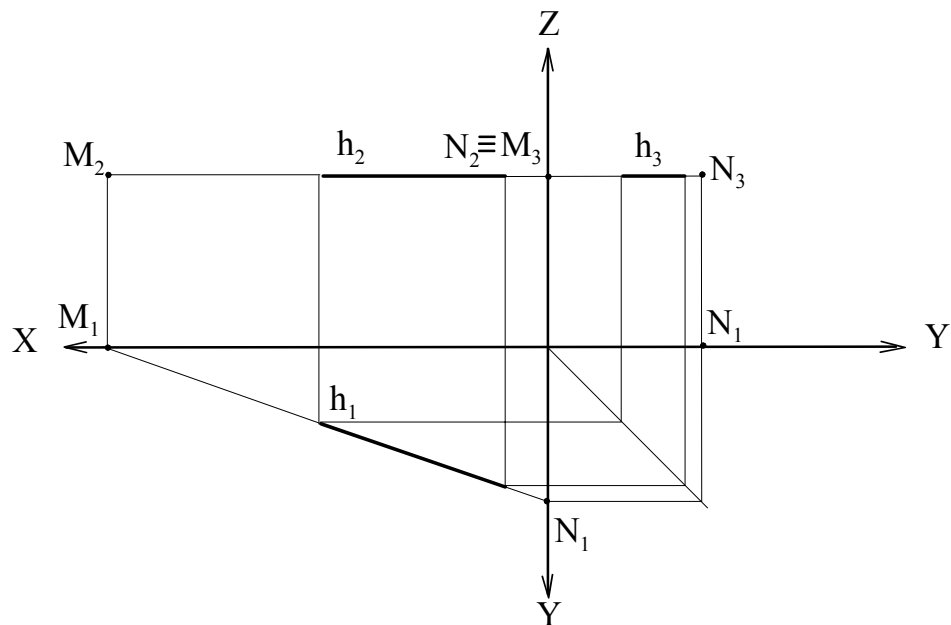


Рисунок 35

На рисунке 35 приведен пример построения следов горизонтальной линии уровня h . След горизонтально- проецирующей прямой построен на рисунке 36.

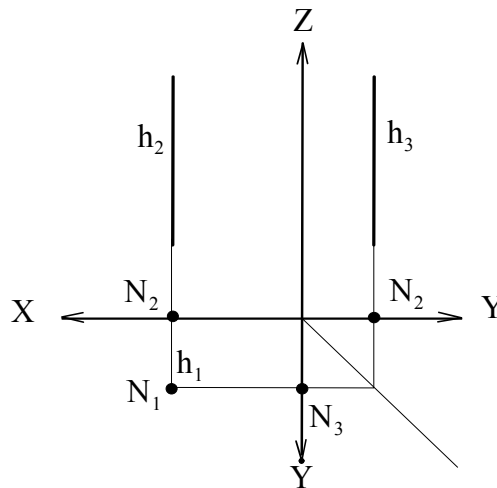


Рисунок 36

Контрольные вопросы.

1. Скажите, пожалуйста, не глядя на чертеж, а представляя мысленно горизонтальную линию уровня, - какой плоскости проекций она параллельна?
2. Постройте эпюр фронтальной линии уровня, пересекающей ось OY .
3. Каким плоскостям проекций параллельна профильно-проецирующая прямая?
4. На какие плоскости проекций отрезок фронтально-проецирующей прямой AB проецируется в натуральную величину?

Замечательно, если Вы ответили на все вопросы и научились мысленно представлять себе первый октант и прямые частного положения, расположенные в нем. Инженерное мышление – это особый сплав формально-логического и образного мышления. Психологи утверждают, что образность – это мощный инструмент мышления и , что возможно, именно недостаток образности в мышлении является причиной неудачи людей в решении сложных проблем нашего взаимосвязанного и взаимозависимого мира. Образность помогает визуализировать связи между различными частями проблем, поэтому она способствует творческому мышлению. Формирование мысленных образов и представлений одна из задач инженерного образования, которая решается при изучении начертательной геометрии и других графических дисциплин. Представления – это не физические предметы, которые можно передавать из рук в руки или «перекладывать» из головы в голову, это формы определенных процессов в психике человека. Значит, они могут возникнуть в голове человека только в результате его собственной деятельности. Поэтому, если Вы испытываете затруднения в мысленном представлении прямой частного положения, изготовьте из бумаги себе модель первого октанта – начертите оси проекций, надпишите их названия, обозначьте плоскости проекций. Помещая в эту модель карандаш или авторучку, сравните возможные положения прямой

(ее роль будет играть карандаш) и выясните, какие проекции будут получаться на плоскостях проекций в зависимости от того, каким полям проекций прямая параллельна. Проекцией в данном случае Вы можете считать тень от карандаша, если источник света расположен сверху (на горизонтальную плоскость проекций) или между наблюдателем и карандашом (проекция на фронтальную плоскость проекций). Моделью октанта Вы можете пользоваться и в дальнейшем при изучении курса, пока не научитесь мысленно «вспоминать» его, то есть пока у Вас не сформируются устойчивые пространственные представления. В дальнейшем мы будем решать задачи, которые требуют умения мысленного вращения объектов, поэтому я Вам предлагаю тест на развитие пространственного воображения. Проверьте, насколько легко Вы справитесь с ним. Этот же тест можно попробовать решить в конце изучаемого курса, и Вы поймете, что потратили время на изучение начертательной геометрии не зря.

Тест «Выбор геометрического образца»

В каждом задании Вам предлагается фигура, разбитая на несколько частей. Эти части даются в произвольном порядке. Соедините мысленно части в ту фигуру, которая у Вас получается, найдите в ряду фигур а), б), в), г), д).

Образец

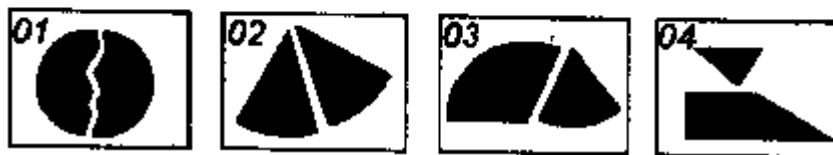


Рисунок 37

Решение: соединив части фигур 01, получим фигуру «а», поэтому в Ваших листах ответов в строке 01 зачеркните букву «а». При соединении частей 02 возникнет фигура «д». Соответственно из 03 получаем «б», из 04 — «г». На выполнение задания отводится 7 минут.

Тест №5 1-я часть

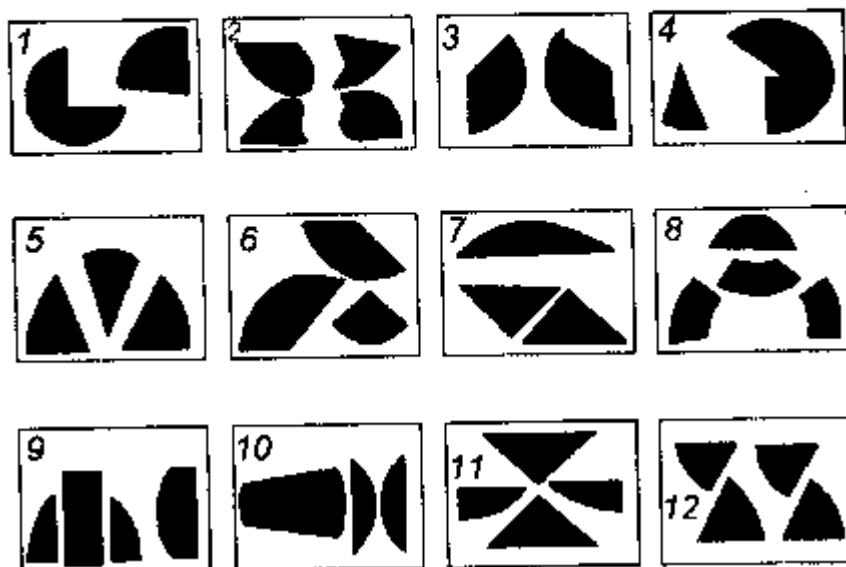


Рисунок 38

2-я часть

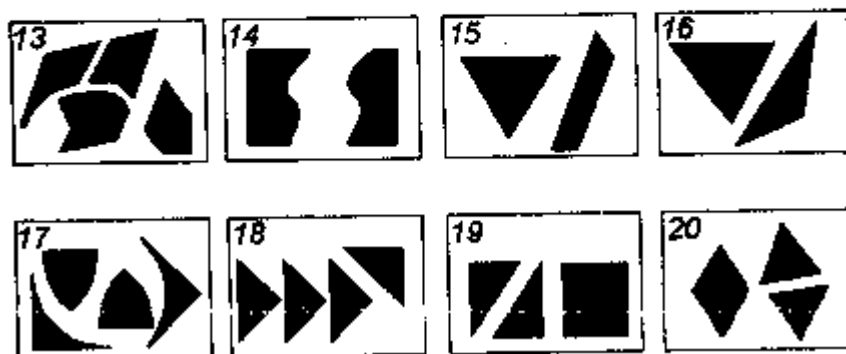


Рисунок 39

Тест №6 «Задача с кубиками»

В инженерной графике приходится сталкиваться с задачами, предполагающими умственное вращение объектов. Научиться это делать помогает тест с кубиками. Первый ряд фигур состоит из пяти кубов, обозначенных буквами («а», «б», «в», «г», «д»). Кубы расположены так, что из шести граней Вы у каждого куба видите три. В каждом из последующих рядов Вам предлагается один из этих пяти кубов, повернутый по-новому. Ваша задача — определить, которому из пяти кубов соответствует куб, приведенный в очередном задании. В перевернутых кубах, естественно, могут появляться и новые значки.

Образец

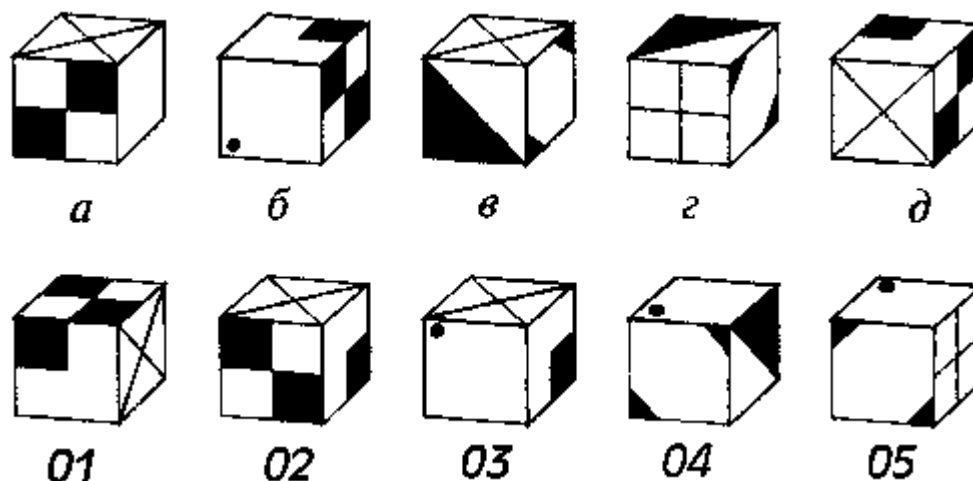


Рисунок 40

Куб 01 представляет измененное положение куба «а». Поэтому проставьте в листе ответов в строке 01 букву «а». Второй куб (02) соответствует кубу «д», третий (03) – кубу «б», (04) – «в», (05)- «г». На выполнение задания отводится 9 минут.

Тест №6

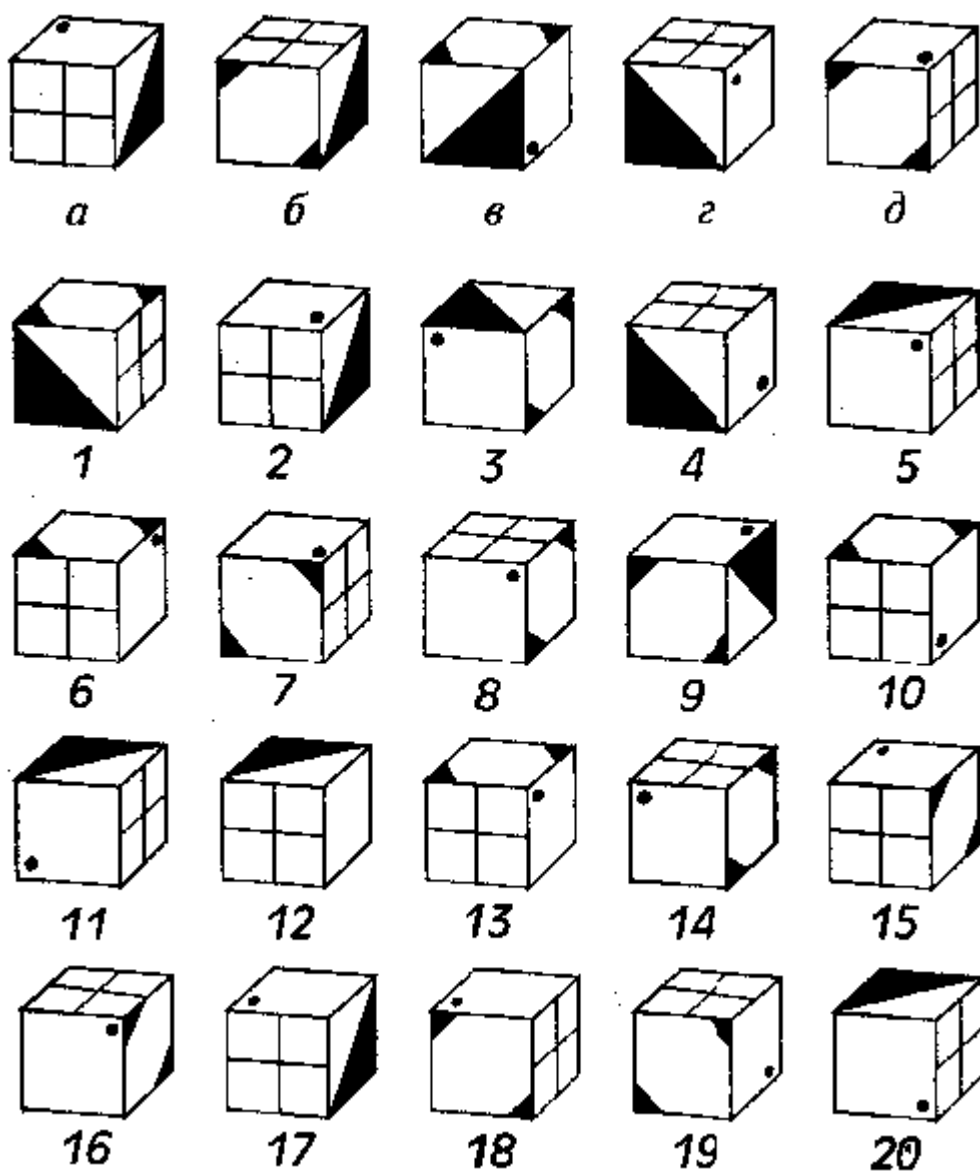


Рисунок 41

Ответы на тесты находятся в приложении. Если Вы ответили правильно на половину вопросов – можете считать свой уровень пространственных представлений довольно высоким. Если Ваши успехи скромнее – это вполне нормально, у нас еще весь курс впереди.

Следующий параграф – это привет из школы. Принадлежность точки прямой Вы изучали в курсе геометрии, нам лишь нужно рассмотреть это на эюре.

12 Принадлежность точки прямой линии

- Я инцидентна тебе!
 - И что это значит?
 - Ну, ты не математик...
- Из подслушанного*

Выражение "точка В инцидентна прямой а" означает, что точка В принадлежит прямой а, или что прямая проходит через точку В, или, что тоже самое, точка В лежит на прямой а. Запомните: если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой. Обратное заключение справедливо для всех прямых, кроме профильных уровня. Рассмотрите внимательно рисунок 42: какая точка принадлежит прямой АВ, а какая нет?

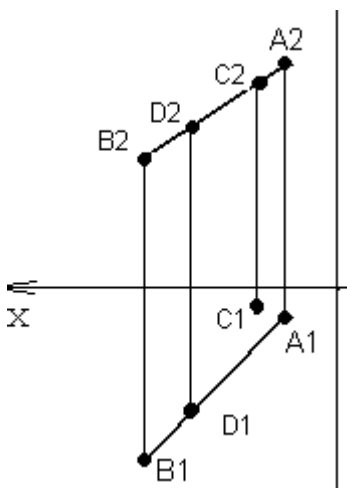


Рисунок 42

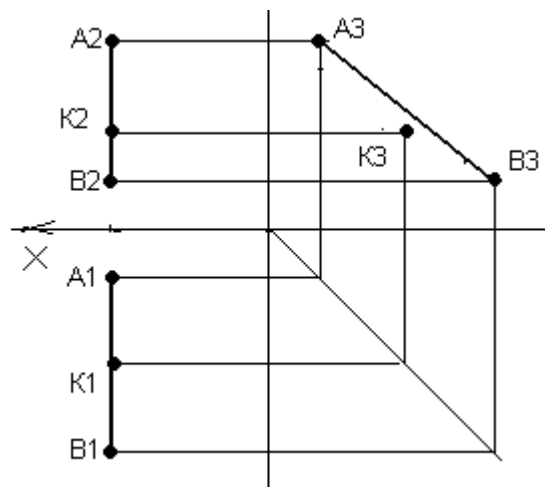


Рисунок 43

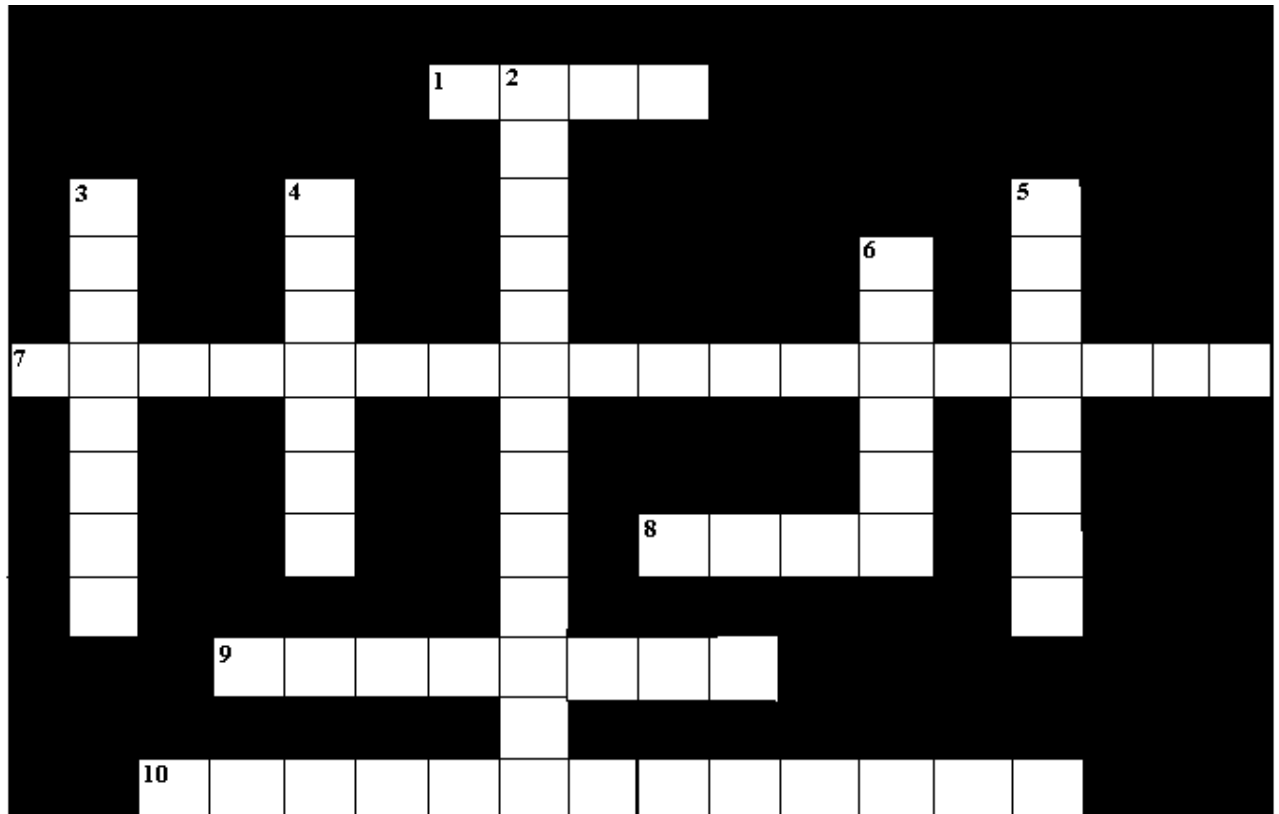
Проекция точки D лежат на одноименных проекциях прямой АВ, следовательно, точка D принадлежит прямой АВ; Фронтальная проекция точки С принадлежит фронтальной проекции прямой АВ, а горизонтальная проекция С1 не лежит на горизонтальной проекции прямой АВ, следовательно, точка С не принадлежит прямой АВ.

На рисунке 43 изображена профильная прямая CD. Точка К расположена таким образом, что ее горизонтальная проекция K1 принадлежит горизонтальной проекции прямой C1D1, а фронтальная проекция K2 принадлежит фронтальной проекции прямой. Тем не менее, чтобы сделать вывод о принадлежности точки К прямой CD, необходимо построить их третьи проекции – профильные. По чертежу видно, что профильная проекция точки K3 не лежит на профильной проекции прямой, следовательно, и сама точка не принадлежит прямой CD. Для всех других прямых, кроме профильной уровня, достаточно проверить принадлежность двух проекций точки одноименным проекциям прямой.

«В неразвитых обществах наибольшие страсти вызывают власть, деньги и женщины; в развитых – деньги, власть и кроссворды» (М.Звонарев). А как Вы

относиться к кроссвордам? Наверняка Вам еще ни разу не приходилось разгадывать кроссворд по начертательной геометрии. Попробуйте! А как Вы относитесь к кроссвордам? Психологи советуют использовать самые разнообразные средства для закрепления информации в ходе познавательной деятельности.

Кроссворд №1



По горизонтали: 1. Комплексный чертеж или ... 7. Длинное слово, признак, означающий, что две плоскости пересекаются под углом в 90 градусов. 8. Фамилия основоположника начертательной геометрии. 9. Координата, отложенная по оси игреков. 10. Принадлежность точки прямой линии.

По вертикали: 2. Метод начертательной геометрии. 3 Образ точки на плоскости. 4. Им Вы будете через 5 лет. 5. Точная схема решения задачи, образовано от имени математика аль-Хорезми. 6. Его надо научиться выполнять и читать.

13 Взаимное положение прямых

Черная королева покачала головой:

- Вы, конечно, можете называть это чушью, но я–то встречала чушь такую, что в сравнении с ней эта кажется толковым словарем.

Л. Кэрролл "Алиса в зазеркалье".

Как известно из программы средней школы, прямые могут пересекаться, быть параллельными (лежать в одной плоскости и не иметь общей точки) и скрещиваться (лежать в разных плоскостях и не иметь общей точки). Если с пересекающимися и параллельными прямыми вопрос ясен, то насчет скрещивающихся у студентов имеются довольно противоречивые мнения. Каких только определений ни приходится выслушивать преподавателю!

Скрещивающиеся прямые, по мнению студентов, это:

Разнонаправленные прямые

Прямые, которые пересекаются в некоторых точках данных прямых

Прямые, которые две параллельны, а другая их пересекает

Два перпендикуляра

Прямые, имеющие общую точку и образующие определенные углы

Прямые, которые в пространстве не пересекаются, а скрещиваются таким образом, что один находится выше другого

Прямые, которые скрещены между собой

Скрещиваются крест на крест.

Представьте, что это еще не все варианты, предложенные для определения скрещивающихся прямых. Наша задача состоит в том, чтобы разобраться, как изображаются на эпюре параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые. На рисунке 44 изображен эпюр параллельных прямых – одноименные проекции двух параллельных прямых параллельны между собой.

Справедливо и обратное заключение, кроме случая с профильными прямыми. Если даны профильные прямые, то их параллельность проверяется по профильным проекциям.

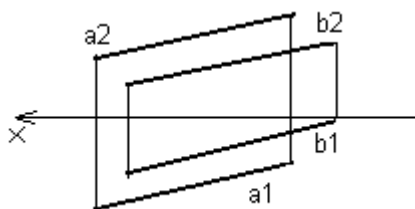


Рисунок 44

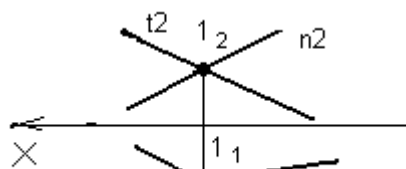


Рисунок 45

На рисунке 45 изображены пересекающиеся прямые t (t_1 , t_2) и n (n_1 , n_2). Чертеж пересекающихся прямых показывает, что если прямые пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой, а проекции точки пересечения лежат на одной линии связи.

Скрещивающиеся прямые – прямые, которые не пересекаются и не параллельны между собой. На эпюре скрещивающиеся прямые будут напоминать пересекающиеся с той лишь разницей, что точки пересечения фронтальных и горизонтальных проекций не будут лежать на одной линии связи (перпендикуляре к оси OX), рисунок 46. В связи с этим вводится понятие конкурирующие точки.

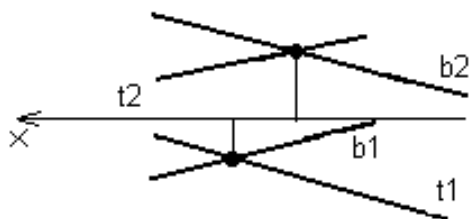


Рисунок 46

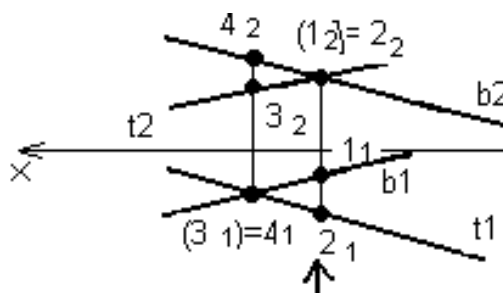


Рисунок 47

Точки, лежащие на одном проецирующем луче, называются конкурирующими.

На рисунке 47 обозначены конкурирующие точки и определена их видимость на Π_1 Π_2 , невидимые точки берутся в скобки. Давайте рассмотрим подробно. На фронтальной проекции пересекаются фронтальные проекции прямых t_2 и b_2 . Обозначим эту точку 1 с индексом 2 и 2 с индексом 2. Допустим, что в пространстве точка 1 лежит на прямой b , а точка 2 на прямой t . Обозначим в соответствии с этим горизонтальные проекции точек 1 и 2. Для определения видимости точек на фронтальной плоскости проекций нужно сравнить координаты Y точек 1 и 2. Координата Y ($\cdot$) 2 > Y ($\cdot$) 1, следовательно на фронтальной плоскости проекций точка 2 будет видимой, а точка 1 будет лежать на одном проецирующем луче с точкой 2 и окажется "прикрытой" точкой 2, т. е. невидимой глазу наблюдателя. Такие точки берутся в круглые скобки. На горизонтальной плоскости проекций пересекаются горизонтальные проекции прямых в точке, которую обозначим цифрой 3 с индексом 1 и цифрой 4 с индексом 1. Эти две точки в пространстве лежат на разных прямых, допустим точка 3 на прямой t , а точка 4 на прямой b . Обозначим соответственно этому допущению фронтальные проекции точек. Чтобы определить видимость точек на горизонтальной плоскости проекций нужно сравнить координаты Z

этих точек. Координата $Z(.)_4 > Z(.)_3$, следовательно, на горизонтальной плоскости проекций будет видна точка 4, а точка 3 будет находиться под ней, и ее нужно взять в скобки. Попробуйте по рисунку 47 проговорить этот текст и объяснить себе это несколько раз. Определение видимости по конкурирующим точкам в течение учебного курса пригодится неоднократно.

Контрольные вопросы

1. Какие точки называются конкурирующими?
2. Начертите эпюр пересекающихся прямых, точка пересечения которых имеет координаты (20, 30, 50).
3. Начертите на эпюре прямую, пересекающую ось ОХ в точке С(25, 0, 0).

Хорошо, если Вы запомнили содержание этого параграфа, но не забывайте, что весь вышеизложенный материал необходимо удерживать в памяти для усвоения последующих тем. Как у Вас с памятью? Говорят, если Вы можете вспомнить, что Вас огорчало неделю назад, значит, у Вас превосходная память! Ну, а если серьезно, память – удивительное свойство человеческого сознания. Как заставить ее работать так, чтобы она не подводила в самый ответственный момент?

Ученые выделяют различные типы памяти – слуховую, зрительную, двигательную и смешанные. Чтобы учебный материал запоминался, необходимо использовать для запоминания различные пути. Чем более различными путями войдет реакция в нервную систему, тем прочнее она там удержится. Поэтому необходимо не только слушать объяснения и смотреть, как преподаватель выполняет чертежи, необходимо самим выполнять графические иллюстрации, проговаривать алгоритм решения задачи, комментировать для себя трудные задачи.

Изучение учеными процесса запоминания привело к выводу, что память наиболее усиленно работает, когда она влечется и направляется интересом. Те слова, которые связываются с какими-либо личными переживаниями, запоминаются гораздо чаще, чем эмоционально – безразличные. Эмоции являются составной частью мнемических (связанных с памятью) представлений, образуя как бы «задний план» и «окрашивая» его в зависимости от пережитой при запоминании события ситуации. Эмоции «ставят метку» на мнемических представлениях, и эта метка сохраняется гораздо дольше, чем само содержание.

Успешность запоминания, сохранения воспринимаемого в памяти во многом зависит от сосредоточенности человека, от его внимания, от заинтересованности работой. Недаром говорят: «Внимание – резец памяти: чем оно острее, тем глубже следы». Одной из причин того, что человек забыл какие-то факты, слова или мысли, является невнимательность к ним в тот момент, когда он их воспринимал, говорил о них или думал. Зачастую можно наблюдать, что человек, обладающий хорошей памятью, отстает от других только потому, что не заставляет себя быть внимательным и прилежным.

Трудолюбие, внимательность, усидчивость неизмеримо усиливают возможности человеческой памяти, делают ее более гибкой и прочной, развивают способности человека и ведут к успеху.

Бесспорным является факт, что нельзя выучить весь материал семестра за три дня, никакой памяти не хватит. Систематическая, без перегрузки учеба, заучивание малыми порциями в течение семестра с периодическими повторениями через 10 дней намного эффективнее, чем концентрированное заучивание большого объема информации в сжатые сроки сессии.

Психологи советуют для лучших результатов по запоминанию ставить перед собой цель – запомнить информацию навсегда. Не до завтрашнего дня, когда Вас должны спросить, не до экзамена, а именно навсегда. Этот практический совет научно обоснован, причем очень простым экспериментом. Испытуемым предлагали дважды прослушать или прочитать текст и постараться его запомнить. Причем первой группе было сообщено, что их будут спрашивать по данному материалу завтра, а второй – что опрос будет произведен через неделю. В действительности и те и другие были обмануты: опрос состоялся только через месяц. Выяснилось, что вторая группа запомнила материал намного лучше, чем первая. Что же произошло? Установка человека на длительное и прочное сохранение материала в памяти создала условия для лучшего запоминания. Практически бесполезно несколько раз подряд читать изучаемый материал, лучше, прочитав один раз, попытаться воспроизвести (хотя бы с ошибками и неточностями), затем, прочитав еще раз, воспроизвести снова. Такой прием способствует более прочному запоминанию, значительно повышает его продуктивность. А настоящая мать учения не повторение, а применение. Поэтому при изучении графических дисциплин, теоретический материал лучше всего закреплять решением задач по заданной теме.

Если Вы чувствуете, что учебный материал сложен для Вас, не стоит «зубрить» его, нужно попытаться установить зависимость между элементами материала, изобразить графически схему, раскрывающую логику изложения темы, придумать для себя систему опорных сигналов, помогающих понять и осознать суть проблемы. Опорный сигнал – это знак или символ, понятный, может быть, только Вам одному. Он должен напоминать о каком-то событии или факте, которые помогут запомнить изучаемое. Это могут быть слова, фразы, графические изображения или формулы. Набросав на листочке основные, узловые моменты изучаемого материала, попробуйте воспроизвести содержание мысленно или вслух, как Вам удобнее. В следующий раз Вам будет достаточно одного взгляда на этот листок, чтобы вспомнить, о чем шла речь. Образная память, будучи более древним функциональным образованием, по-видимому, является более стойкой, чем вербально-логическая (смысловая).

Система опорных сигналов способствует осознанию структурно-логических связей материала и одновременно развитию ассоциативно-образного мышления. Ассоциации играют важную роль в процессе запоминания и воспроизведения. Запомнить что-либо – значит связать запоминаемое с чем-то, вплести то, что подлежит запоминанию, в сеть уже имеющихся связей, образовать ассоциацию. Обратите внимание на эпиграф к следующему параграфу – упоминание о трех

китах, на которых держится Земля, можно связать с необходимостью задания плоскости тремя точками. Вот Вам и ассоциация, да еще какая образная!

14 Плоскости

*Какое множество диких огненных
Роится в космосе!*

Страх.

*Всё вольно держится, мобильно движется,
Предельно вяжется в нём.*

Земля уверенно лежит на трёх китах.

А мы с тобою кое-как, Бог весть на чём.

М. Щербаков

Из программы средней школы известно, что плоскость в пространстве определяется тремя точками, не лежащими на одной прямой (прямой и точкой не принадлежащей ей, двумя параллельными прямыми, двумя пересекающимися прямыми, отрезком плоской фигуры - треугольником, четырехугольником и т. д.). В соответствии с этим, на комплексном чертеже плоскость может быть изображена проекциями ее геометрических элементов. На рисунке 48 плоскость задана тремя точками А, В, С. На рисунке 44 – параллельными прямыми а и b, на рисунке 45 плоскость задана пересекающимися прямыми t и n. На рисунке 49 плоскость задана треугольником ABC. Это все известные Вам способы задания плоскостей.

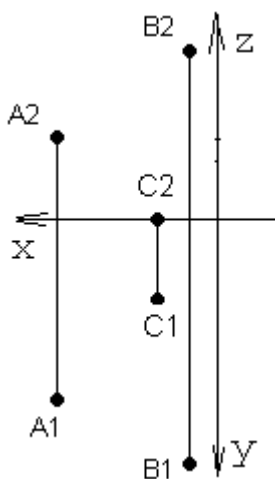


Рисунок 48

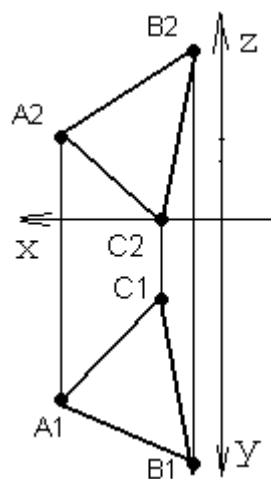


Рисунок 49

В начертательной геометрии пользуются еще одним способом задания плоскостей – следами. Следом плоскости называют линию пересечения плоскости с плоскостью проекций. На рисунке 50 дано наглядное изображение плоскости Q, которая пересекается с плоскостями проекций по прямым, называемым следами плоскости. Q1 - горизонтальный след плоскости, Q2- фронтальный след плоскости, Q3 - профильный след плоскости.

Q_x , Q_y , Q_z – точки схода следов на осях проекций. Обычно плоскость на эюре изображается двумя следами (Q_1 , Q_2), см рисунок 51, которые как две пересекающиеся прямые вполне определяют плоскость. Фронтальный след плоскости расположен во фронтальной плоскости проекций, поэтому его горизонтальная проекция лежит на оси OX . Горизонтальный след плоскости расположен в горизонтальной плоскости проекций, поэтому его фронтальная проекция лежит на оси OY .

Плоскость, не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения.

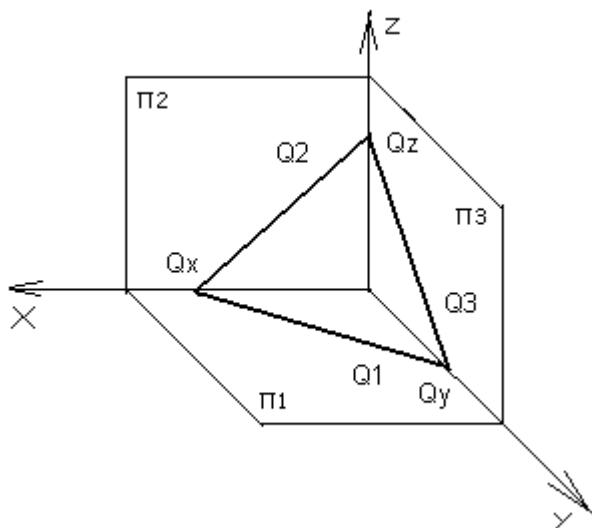


Рисунок 50

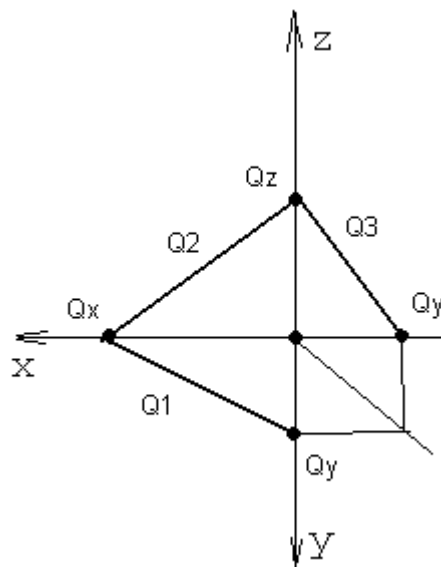


Рисунок 51

Плоскость Q – плоскость общего положения, она пересекается со всеми плоскостями проекций, т. к. не параллельна ни одной из них.

Плоскости, перпендикулярные одной какой-нибудь плоскости проекций называются проецирующими.

Плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций называется горизонтально-проецирующей. Если эта плоскость задана следами, рисунок 52, то ее фронтальный след всегда перпендикулярен оси OX , а горизонтальный след составляет с осью OX угол β , который является углом наклона данной плоскости к фронтальной плоскости проекций Π_2 .

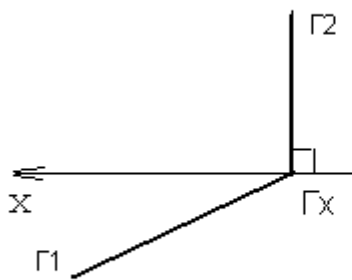


Рисунок 52

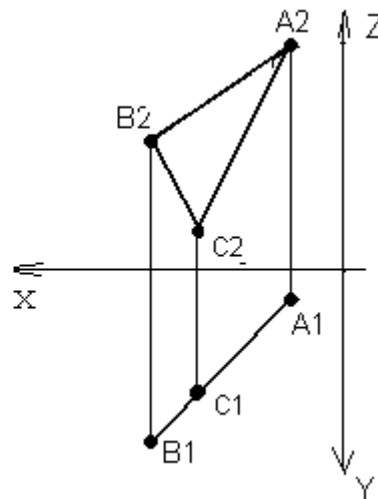


Рисунок 53

На рисунке 53 показан эпюр горизонтально-проецирующей плоскости, заданной треугольником ABC. Так как плоскость перпендикулярна Π_1 , горизонтальная проекция треугольника вырождается в прямую линию.

Плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, называется фронтально-проецирующей. Если такая плоскость задана следами рисунок 54, то ее горизонтальный след всегда перпендикулярен оси OX, а фронтальный составляет с осью OX угол α , который является углом наклона данной плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

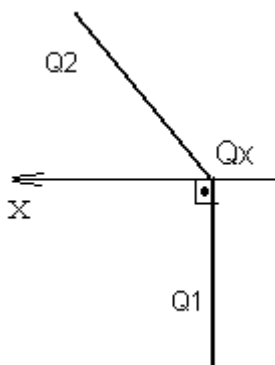


Рисунок 54

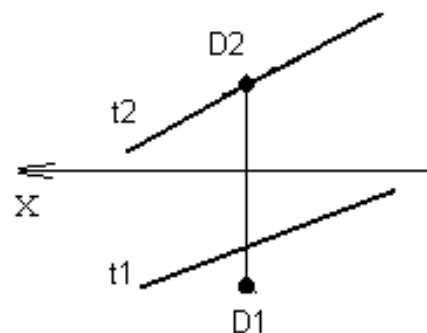


Рисунок 55

На рисунке 55 фронтально-проецирующая плоскость задана прямой t и точкой D , не лежащей на этой прямой.

Плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется профильно-проецирующей. На рисунке 56 дано наглядное изображение такой плоскости, а на рисунке 57 выполнен эпюр профильно-проецирующей плоскости. Оба следа плоскости, и горизонтальный, и фронтальный, расположены параллельно оси OX.

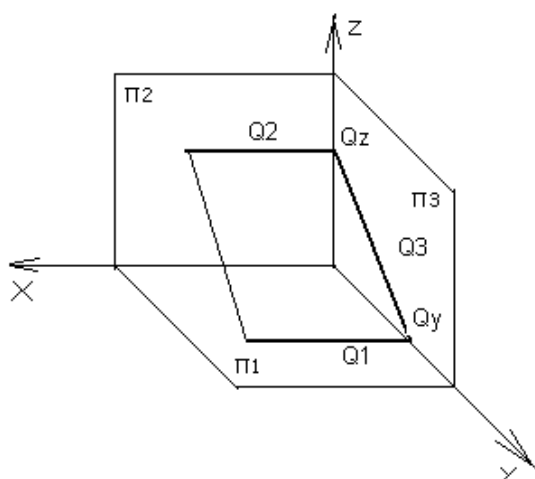


Рисунок 56

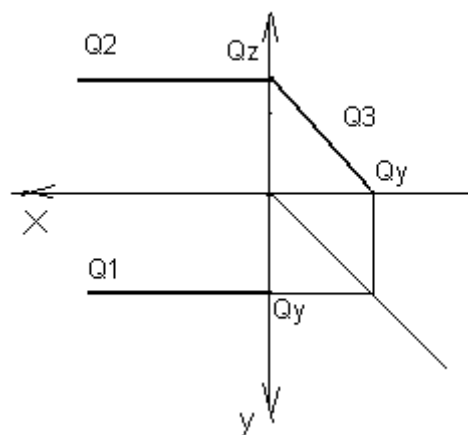


Рисунок 57

Плоскости, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются плоскостями уровня.

Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонтальной плоскостью уровня. Фронтальный след этой плоскости проходит параллельно оси OX , а профильный след – параллельно оси OY . Горизонтального следа у этой плоскости нет, так как она параллельна Π_1 по определению. На рисунке 58 дано наглядное изображение такой плоскости, а на рисунке 59 ее эпюр. Если плоскость задана треугольником, то он проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину, см. рисунок 60.

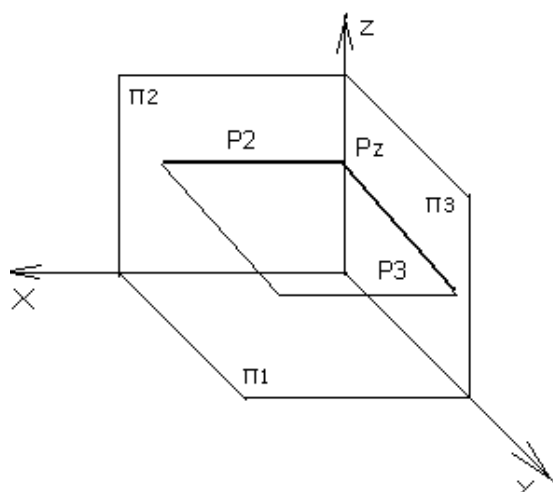


Рисунок 58

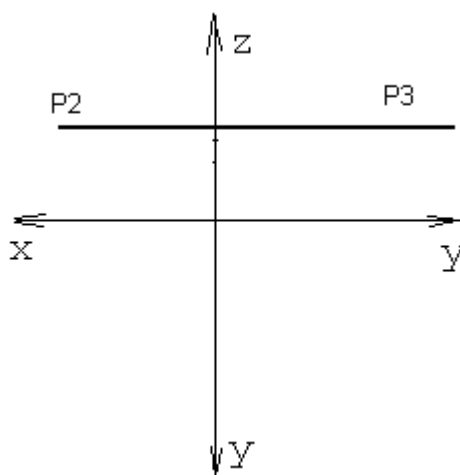


Рисунок 59

Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется фронтальной плоскостью уровня. Она не имеет фронтального следа, и все, что в ней лежит, проецируется в натуральную величину на Π_2 . На рисунке 61 фронтальная уровня плоскость задана следами.

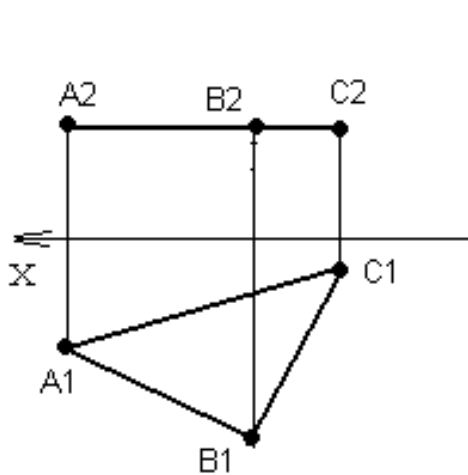


Рисунок 60

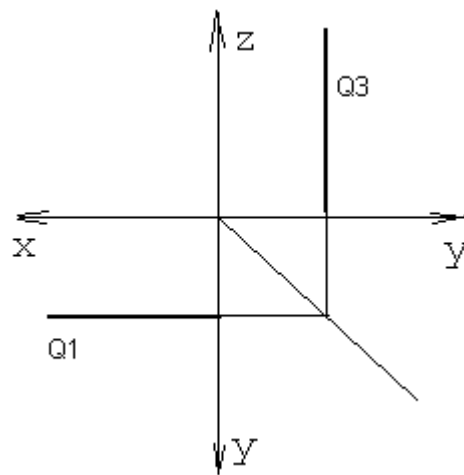


Рисунок 61

Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций называется профильной плоскостью уровня. Такая плоскость не имеет профильного следа, а ее горизонтальный и фронтальный следы перпендикулярны оси OX , рисунок 62. Если плоскость задана геометрической фигурой, то она проецируется в натуральную величину на Π_3 , рисунок 63.

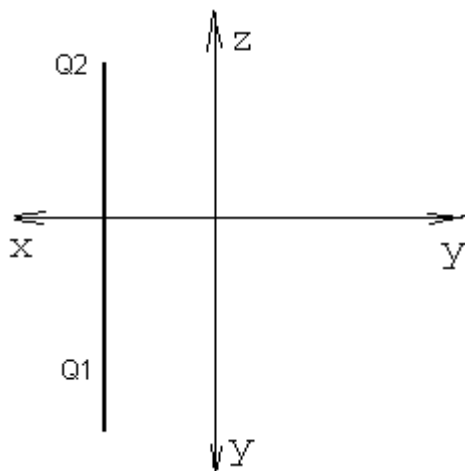


Рисунок 62

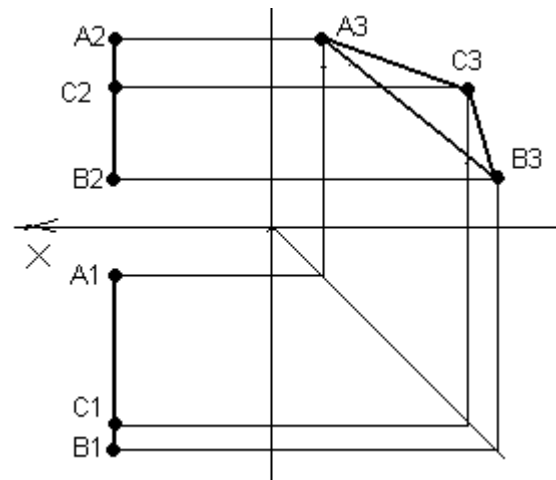


Рисунок 63

Контрольные вопросы.

1. Как расположена горизонтальная плоскость уровня?
2. Что называется следом плоскости?
3. Как называется плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций?
4. Задайте на эюре плоскость профильную уровня и постройте проекции точки A , лежащей в этой плоскости.

Если способы задания плоскостей на эпюре не вызывают, как правило, трудностей у студентов, то плоскости частного положения – их расположение и названия, – представляют некоторую трудность для запоминания. Нужно обязательно вычертить их на листе бумаги, прибегая к разным способам задания их на эпюре и пытаясь построить проекции произвольных точек, принадлежащих данным плоскостям. Если Вам трудно представить расположение плоскостей – воспользуйтесь моделью октанта, а плоскостью может служить треугольник или листок картона, с изображенными на нем тремя точками, пересекающимися прямыми и т.д.

Хочу акцентировать Ваше внимание на том, что недостаточно выучить названия плоскостей частного положения и признаки их расположения по отношению к плоскостям проекций. Нужно научиться их мысленно представлять, а для этого необходимо поработать с моделями, прорешать задачи. Нужно усвоить материал таким образом, чтобы знания могли быть применены в задаче, которую Вы еще не решали, то есть на творческом уровне. Для этого нужны особенно прочные представления. Часто пробелы именно в этих, базовых знаниях курса, подводят студента, не позволяя ему выйти на успешный уровень обучения в дальнейшем. Знаете психологическую формулу успешного обучения?

$M + 4П$, где M – мотивация (тот самый интерес, о котором мы много говорили) четыре $П$: принять информацию, понять информацию, помнить информацию и применять информацию. Для того, чтобы применять информацию нужно приобрести особый навык в решении задач. Не относитесь к задаче, как к докучливой преграде. Сама жизнь есть сплошная задача. Решение задач – естественная реальность, требующая работы собственной души, определяющая способы поведения человека и создающая предпосылки для формирования его характера, определенного типа личности. Хорошо птицам (см. эпиграф к следующему параграфу)! Когда мой младший сын позавидовал, что птицы беззаботно летают, старший ему ответил: «Господь наградил их крыльями, но лишил разума». Так давайте использовать то, что имеем.

15 Прямая и точка в плоскости

*Пернатым легче-
Наук не знай,
Воркуй да каркай,
Тешься натуральной снедью...*
М. Щербаков

Давайте вспомним, когда прямая принадлежит плоскости:

1) прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие плоскости;

2) прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости и параллельна какой-нибудь прямой этой плоскости.

Из этих двух известных Вам признаков принадлежности прямой плоскости можно сделать следующие выводы:

1) если плоскость задана следами, то прямая принадлежит плоскости, если следы прямой лежат на одноименных следах плоскости;

2) прямая принадлежит плоскости, если она с одним следом плоскости имеет общую точку, а другому следу параллельна.

Рассмотрим плоскость Q , общего положения, задана следами, рисунок 64. Прямая NM принадлежит этой плоскости, поскольку ее следы лежат на одноименных следах плоскостей. На рисунке 65 показан эпюр плоскости, заданной пересекающимися прямыми t и n . Чтобы построить прямую, лежащую в этой плоскости, достаточно провести произвольно одну из проекций, например, горизонтальную c_1 , а затем спроецировать точки пересечения этой прямой с прямыми плоскости на фронтальную плоскость. Фронтальная проекция прямой c_2 пройдет через полученные точки.

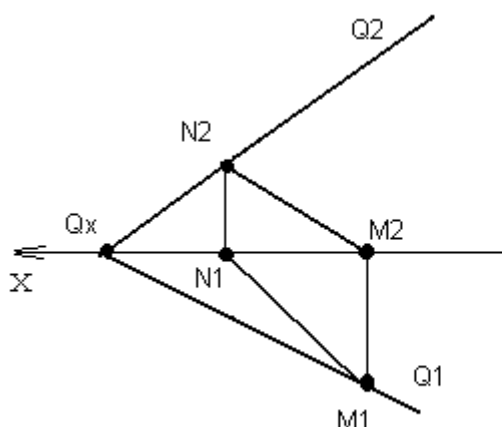


Рисунок 64

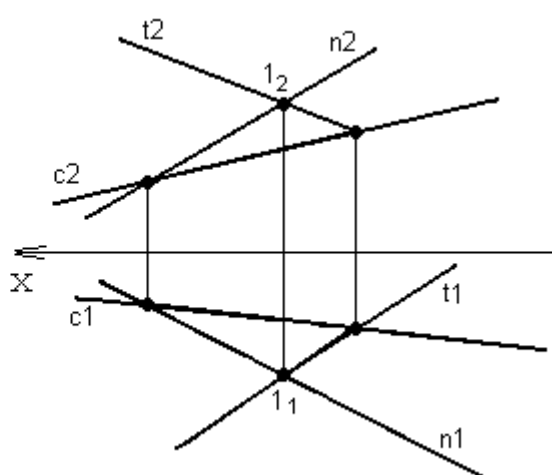


Рисунок 65

Согласно второму положению на рисунке 66 построена прямая h , принадлежащая плоскости P , - она имеет точку N ($N1, N2$) общую с плоскостью P и параллельна прямой, лежащей в плоскости - горизонтальному следу $P1$.

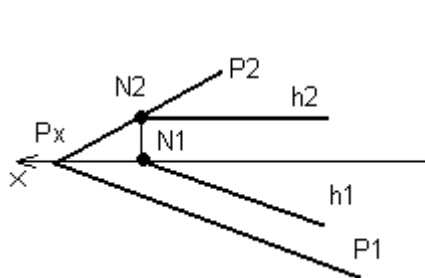


Рисунок 66

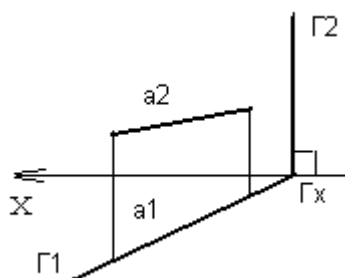


Рисунок 67

Рассмотрим плоскости частного положения. Если прямая или фигура принадлежит горизонтально-проецирующей плоскости, то горизонтальные проекции этих геометрических элементов совпадают с горизонтальным следом плоскости.

Если прямая или плоская фигура принадлежит фронтально-проецирующей плоскости, то фронтальные проекции этих геометрических элементов совпадают с фронтальным следом плоскости.

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Задача. Дана плоскость P ($a \parallel b$). Известна горизонтальная проекция точки B , принадлежащей плоскости P . Постройте фронтальную проекцию точки B , рисунок 68. На рисунках 69, 70, 71 показано фрагментарно решение этой задачи:

1) проведем через B_1 (известную проекцию точки B) любую прямую, лежащую в плоскости P , - для этого прямая должна иметь с плоскостью две общие точки. Отметим их на чертеже - M_1 и K_1 ;

2) построим фронтальные проекции этих точек по принадлежности точек прямым, т. е. M_2 на прямой a , K_2 на прямой b . Проведем через фронтальные проекции точек фронтальную проекцию прямой;

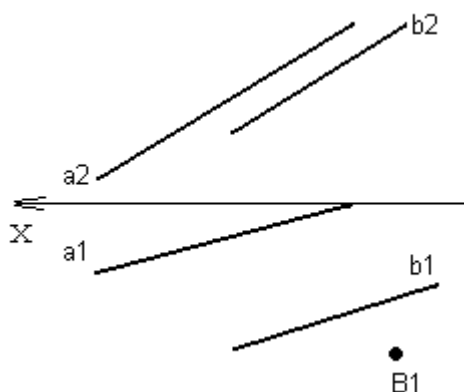


Рисунок 68

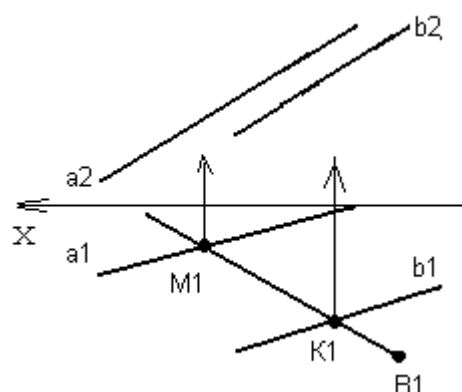


Рисунок 69

3) по признаку принадлежности точки плоскости, построим фронтальную проекцию точки B на прямой M_2K_2 .

Т. о. точка B принадлежит плоскости P так как она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости.

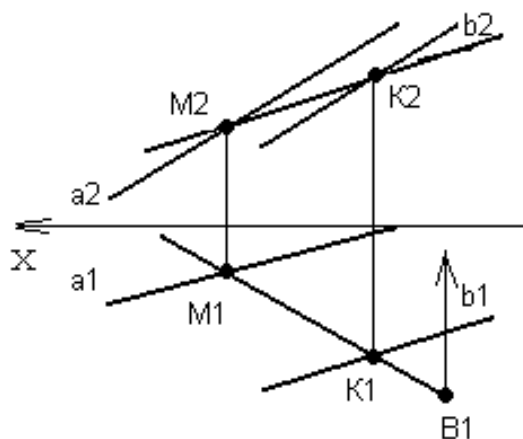


Рисунок 70

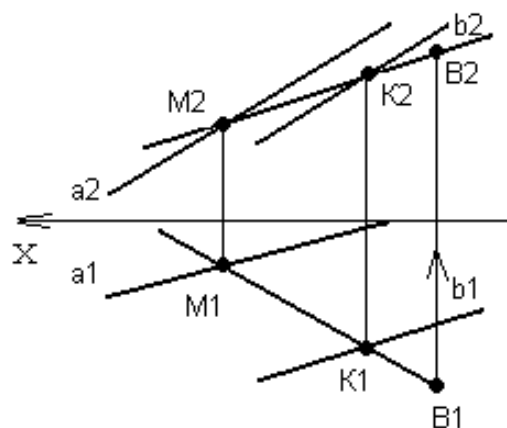


Рисунок 71

Контрольные вопросы

1. Как определить принадлежность прямой линии плоскости общего положения, если плоскость задана следами?
2. Когда прямая принадлежит плоскости?
3. Задайте на эпюре фронтально-проецирующую плоскость следами и постройте прямую, принадлежащую ей.

Мы уже многое научились делать, умеем узнавать основные геометрические элементы на эпюре, решать простые задачи. Совсем скоро Вы будете решать настоящие, сложные задачи по начертательной геометрии, что доставляет, уверяю Вас, настоящую интеллектуальную радость. Безусловно, не может учение быть легким и радостным, это настоящая работа и тяжелый труд. Никакая творческая деятельность невозможна без отрицательных эмоций, знакомых всем, кто шел по пути познания. В любой творческой деятельности озарения и взлеты чередуются с переживанием неудачи, ощущением умственного сбоя, невозможности поймать ускользающую нить, ведущую к успеху. Психологи, считая успех безусловным стимулом познавательной (да и любой другой) деятельности, влияние неуспеха не оценивают однозначно негативно. Иногда неуспех, неудача, проигрыш или поражение стимулируют желание во что бы то ни стало добиться успеха. В то же время слабого, неуверенного человека неуспех может обескуражить, деморализовать, уверить в собственной неспособности. Знаете ли Вы себя? Можете ли заставить себя работать здесь и сейчас ради того, что будет потом, в Вашей дальнейшей жизни, ради будущих успехов и достижений? Есть ли в Вашем окружении личность, на которую Вам хотелось бы быть похожими, идеалы которой Вам близки?

Ведь устойчивая система интересов, убеждений, идеалов, вкусов и т.д. является одной из важнейших характеристик человека и называется направленностью. Интерес – это тенденция или направленность личности, заключающаяся в сосредоточенности ее помыслов на определенном предмете, что в конечном итоге определяет важнейшие в нашей жизни вопросы: выбор профессии, спутника жизни, способов достижения успеха. Направленность

выступает в качестве ориентира деятельности личности и является относительно независимой от конкретных ситуаций.

Если Вы немножко устали от начертательной геометрии и хотите уделить внимание себе, любимому, давайте попробуем с помощью анкеты определить направленность Вашей личности, ведь познание себя - это, в конечном счете, самая трудная и необходимая задача в жизни.

Инструкция. На каждый пункт анкеты возможны три ответа, обозначенные буквами А, В, С. Выберите ответ, который лучше всего выражает Вашу точку зрения, который для Вас наиболее ценен или больше всего соответствует правде. Букву Вашего ответа напишите напротив номера вопроса. Над вопросами не думайте слишком долго, первый выбор обычно бывает самым лучшим.

1. Больше всего удовлетворения в жизни дает: А. Оценка работы. В. Сознание того, что работа выполнена хорошо. С. Сознание, что находишься среди других.

2. Если бы я играл в футбол, то хотел бы быть: А. Тренером, который разрабатывает тактику игры. В. Известным игроком. С. Выбранным капитаном команды.

3. Лучшими преподавателями являются те, которые: А. Имеют индивидуальный подход. В. Увлечены своим предметом и вызывают интерес к нему. С. Создают в коллективе атмосферу, в которой никто не боится высказать свою точку зрения.

4. Учащиеся оценивают как самых плохих таких преподавателей, которые: А. Не скрывают, что некоторые люди им несимпатичны. В. Вызывают у всех дух соревнования. С. Производят впечатление, что предмет, который они преподают, им не нравится.

5. Я рад, когда мои друзья: А. Помогают другим, когда предоставляется для этого случай. В. Всегда верны и надежны. С. Интеллигентны и у них широкие интересы.

6. Лучшими друзьями считаю тех: А. С которыми хорошо складываются взаимные отношения. В. Которые могут больше, чем я. С. На которых можно надеяться.

7. Я хотел бы быть известным, как те: А. Кто добился жизненного успеха. В. Может сильно любить. С. Отличается дружелюбием и доброжелательностью.

8. Если бы я мог выбирать, то хотел бы быть: А. Научным сотрудником. В. Начальником отдела. С. Опытным летчиком.

9. Когда я был ребенком, я любил: А. Игры с друзьями. В. Успехи в делах. С. Когда меня хвалили.

10. Больше всего мне не нравится, когда я: А. Встречаю препятствия при выполнении возложенной на меня задачи. В. Когда в коллективе ухудшаются товарищеские отношения. С. Когда меня критикует преподаватель.

11. Основная роль вузов должна была бы заключаться:

А. В подготовке студентов к работе по специальности. В. Развитии индивидуальных способностей и самостоятельности. С. Воспитании в студентах качеств, благодаря которым они могли бы уживаться с людьми.

12. Мне не нравятся коллективы, в которых: А. Недемократичная система. В. Человек теряет индивидуальность в общей - массе. С. Невозможно проявление собственной инициативы.

13. Если бы у меня было больше свободного времени, я бы использовал его: А. Для общения с друзьями. В. Любимых дел и самообразования. С. Беспечного отдыха.

14. Мне кажется, что я способен на максимальное, когда:

А. Работаю с симпатичными людьми. В. У меня работа, которая меня удовлетворяет. С. Мои усилия достаточно вознаграждены.

15. Я люблю, когда: А. Другие меня ценят. В. Чувствую удовлетворение от выполненной работы. С. Приятно провожу время с друзьями.

16. Если бы обо мне писали в газетах, мне хотелось бы, чтобы:

А. Отметили дело, которое я выполнил. В. Похвалили меня за мою работу. С. Сообщили о том, что меня выбрали в комитет или бюро.

17. Лучше всего я учился бы, если бы преподаватель: А. Имел ко мне индивидуальный подход. В. Стимулировал меня на интересный труд. С. Вызывал на дискуссию по разбираемым вопросам.

18. Нет ничего хуже, чем: А. Оскорбление личного достоинства.

В. Неудача при выполнении важной задачи. С. Потеря друзей.

19. Больше всего я ценю: А. Личный успех. В. Общую работу. С. Практический результат.

20. Очень мало людей: А. Действительно радуются выполненной работе. В. С удовольствием работают в коллективе. С. Выполняют работу по-настоящему хорошо.

21. Я не переношу: А. Ссоры и споры. В. Отметание всего нового. С. Людей, ставящих себя выше других.

22. Я хотел бы: А. Чтобы окружающие считали меня своим другом. В. Помогать другим в общем деле. С. Вызывать восхищение других.

23. Я люблю начальство, которое: А. Требовательно. В. Пользуется авторитетом. С. Доступно.

24. На работе я хотел бы: А. Чтобы решения принимались коллективно. В. Самостоятельно работать над решением проблемы. С. Чтобы начальник признал мои достоинства.

25. Я хотел бы прочитать книгу: А. Об искусстве хорошо уживаться с людьми. В. О жизни известного человека. С. Типа «Сделай сам».

26. Если бы у меня были музыкальные способности, я хотел бы быть: А. Дирижером. В. Солистом. С. Композитором.

27. Свободное время с наибольшим удовольствием провожу:

А. Смотря детективные фильмы. В. В развлечениях с друзьями. С. Занимаясь своим увлечением (хобби).

28. При условии одинакового финансового успеха я бы с удовольствием: А. Выдумал интересный конкурс. В. Выиграл бы конкурс. С. Организовал бы конкурс и руководил им.

29. Для меня важнее всего знать: А. Что я хочу сделать. В. Как достичь цели. С. Как привлечь других к достижению моей цели.

30. Человек должен вести себя так, чтобы: А. Другие были довольны им. В. Выполнить прежде всего свою задачу. С. Не нужно было укорять его за работу.

Обработка результатов. Подсчитывается количество совпадений ответов с «ключами», соответствующими трем видам направленности человека. За каждое совпадение ставится 1 балл.

Направленность на себя			Направленность на взаимодействие			Направленность на задачу		
1.А	11.В	21.С	1.С	11. С	21. А	1.В	11.А	21. В
2.В	12. В	22. С	2.С	12. А	22. А	2.А	12. С	22. В
3.А	13. С	23. В	3.С	13. А	23. С	3. В	13. В	23. А
4.А	14. С	24. С	4.В	14. А	24. А	4. С	14. В	24. В
5.В	15. А	25. В	5.А	15. С	25. А	5. С	15. В	25. С
6.С	16. В	26. В	6.А	16. С	26. А	6. В	16. А	26. С
7.А	17.А	27. А	7.С	17.С	27. В	7. В	17. В	27. С
8.С	18. А	28. В	8.В	18. С	28. С	8. А	18. В	28. А
9.С	19. А	29.А	9.А	19. В	29. С	9. В	19. С	29. В
10.С	20. С	30.С	10.В	20. В	30. А	10.А	20. А	30. В

Интерпретация результатов. Чем больше набрано баллов по одному из видов направленности, тем более доминирующей она является.

Направленность на себя создается преобладанием мотива личного благополучия, стремлением к личному первенству, престижу. В работе такой человек видит прежде всего возможность удовлетворить свои притязания вне зависимости от интересов других. У Вас есть все шансы стать боссом.

Направленность на взаимодействие имеет место тогда, когда поступки человека определяются потребностью в общении, стремлением поддержать хорошие отношения с товарищами по работе. Наверняка Вы станете душой коллектива и незаменимым сотрудником.

Направленность на задачу, или деловая направленность отражает преобладание мотивов, порождаемых самой деятельностью, обычно такой человек стремится сотрудничать с коллективом и добивается наибольшей продуктивности работы группы. Вам – все по плечу, и даже начертательная геометрия!

В следующем параграфе содержатся сведения, которые на 90% Вам известны, так что одолеете его без труда.

16 Особые прямые в плоскости

*Говорит, пришел с цветами,
Импозантный, как рояль.
А она вдруг попросила
Начертить его фронталь!
Чего только не бывает на экзамене...*

Чтобы Вы смогли начертить фронталь и горизонталь, нужно знать, что прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонталью; прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций называется фронталью.

Все горизонтالي одной плоскости параллельны между собой и параллельны горизонтальному следу плоскости. Все фронтالي одной плоскости параллельны между собой и параллельны фронтальному следу плоскости.

На рисунке 72 построена горизонталь в плоскости P , заданной следами. Фронтальная проекция горизонталь h_2 всегда параллельна оси OX .

На рисунке 73 построена фронталь в плоскости треугольника ABC . Горизонтальная проекция фронтали f_1 всегда параллельна оси OX .

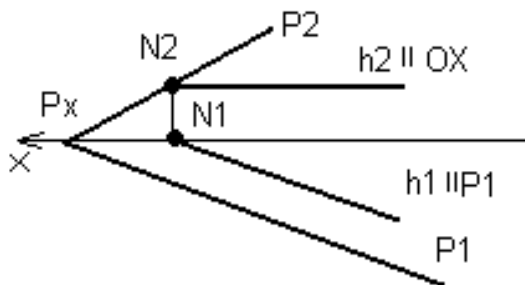


Рисунок 72

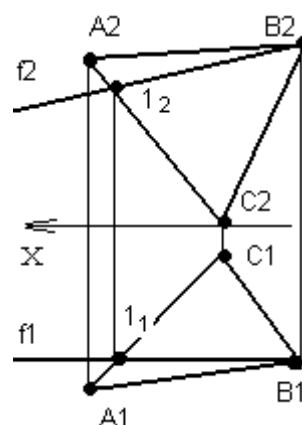


Рисунок 73

Контрольные вопросы.

1. Задайте на эпюре плоскость параллельными прямыми. Постройте в этой плоскости фронталь.
2. Задайте на эпюре плоскость прямой и точкой, не лежащей на ей. Постройте в этой плоскости горизонталь и фронталь.
3. Представьте себе горизонтально-проецирующую плоскость и в ней лежащую фронтальную линию уровня. Какой прямой частного положения она является?

Иногда, когда нам не хватает терпения для выполнения какой-либо работы, так и хочется сказать «А я вот такой! Ленивый, тупой, неспособный» и можно позволить себе дальше не напрягаться. Отдохнуть, позавидовать легкой рекламной жизни, беспрерывно льющейся на нас с экранов телевизоров.

Сплошной комфорт, удовольствие, успех и счастье от жвачки и пива. Вы верите в сказки?

Ваши способности и Ваши достижения только в Ваших руках, и вряд ли люди, добившиеся в жизни успеха, обливались «Фантой» и пивом; скорее всего, они работали в поте лица над своим развитием, и что самое главное, эта работа не прекращается и тогда, когда человек, кажется, достиг всего, к чему стремился. Потому что человек этот, в процессе работы над собой, своей инертностью стал личностью. А личность утверждает себя в глазах других и собственных прежде всего в плодотворном, приносящем ее удовлетворение и успех труде.

В настоящий момент для Вас учебная работа является таким трудом. Недобросовестно относящийся к учебной работе студент будет заложником своих слабых знаний всю жизнь, будет ощущать свою беспомощность в профессиональной деятельности, да и сейчас, прибегая к списыванию, шпаргалкам, он оказывается в чрезвычайно унижительном положении человека с протянутой рукой. Это культивирует безнравственное отношение к своему труду, к тем, кто его учит. Более того, это, по мнению психологов, вызывает деградацию личности – потерю достоинства, самолюбия, самоуважения.

Потенциальные возможности человеческой психики поистине неисчерпаемы, как неисчерпаемо многообразие комбинаций способностей у людей. Но нужно уметь распорядиться этим бесценным даром природы, помочь себе и другим людям раскрыть и развить эти способности.

И опять мне хочется вернуться к проблеме интереса. Оказывается, мы очень часто позволяем манипулировать собой именно через навязывание чуждых нам интересов, в ущерб своим коренным интересам, поэтому наши способности остаются зачастую нераскрытыми, мы и не подозреваем о них. Это явление изучено психологами и вывод их таков, что без других людей, без невидимых, но реальных связей между ними никаких интересов нет и быть не может. Неожиданный вывод психологов, что истоки интересов человека лежат в отношении к другому человеку вдруг проясняют простую истину: все наши богатства ума и чувств, все наши беды и изъяны поведения и характера неразрывно связаны с людьми, нас окружающими. И есть лишь один путь изменить себя в лучшую или худшую сторону – разорвать одни связи и построить другие. Поэтому, заявляя категорически: «этот предмет меня не интересует» или наоборот «только это я люблю», не грех было бы и разобраться: откуда во мне этот интерес? И зачем? И нужен ли он мне, или, может быть, мешает, путается под ногами? Хозяин я своих интересов в конце концов? Подчиняясь навязанным Вам интересам, Вы растаптываете свои, отказываетесь от самого себя, превращаетесь в марионетку, позволяя себя дергать за ниточки. Нужно научиться противостоять психологическому нажиму, сохранить достоинство, свой личностный интерес. Объекты интереса предлагают нам другие люди, но весь вопрос в том, какой мы совершаем выбор. Способность осмыслить и распознать то, что в жизни подлинно значимо, умение не только изыскать средства для решения случайно возникших задач, но и определить самые задачи и цель жизни так, чтобы по-настоящему знать,

куда в жизни идти и зачем, - это драгоценное свойство называется мудрость. Желаю Вам мудрости и успеха в жизни.

Есть такой термин «самоактуализация личности». Оно тесно связано с самореализацией и самоопределением. Подумайте об этих понятиях на досуге. Ведь самоопределение связывается не только с актом выбора, но и с совершенствованием себя в выбранной деятельности.

А пока нам нужно сделать еще один маленький шаг по большой дороге знаний.

17 Прямая, параллельная плоскости

*Прямая шла, а плоскость дожидалась...
И зря: она ей параллельна оказалась.
Почти по В. Вишневскому*

Известно, что прямая, параллельная плоскости, должна быть параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости. Поэтому, чтобы задать на эюре Монжа прямую a , параллельную плоскости ϕ , необходимо и достаточно в плоскости ϕ «взять» произвольную прямую и провести ее параллельно прямой a (помните, что у параллельных прямых параллельны их одноименные проекции).

Задача: Дана плоскость Q , заданная следами и точка C , не лежащая в этой плоскости, рисунок 74. Проведите через точку C прямую, параллельную плоскости Q .

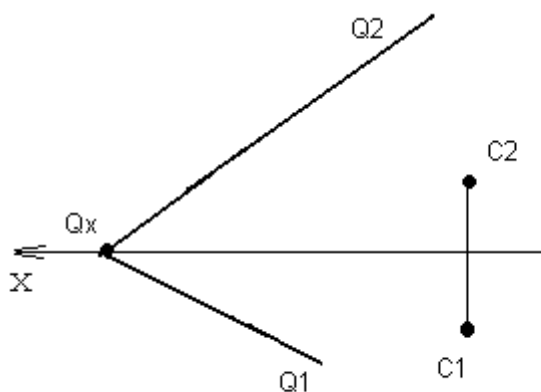


Рисунок 74

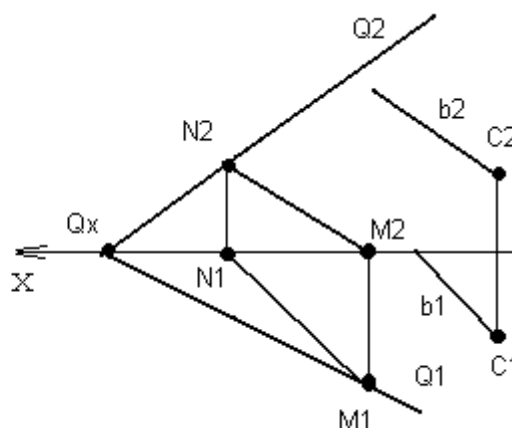


Рисунок 75

Решение:

- 1) В плоскости Q построим произвольную прямую, например NM .
- 2) Через точку C проведем прямую, параллельную NM , т. е. через $C1$ проведем $b1$ параллельно $N1M1$, а через $C2$ проведем $b2$ параллельно $N2M2$.

Прямая b будет параллельна плоскости Q , так как она параллельна прямой, лежащей в этой плоскости (рисунок 75).

Контрольные вопросы.

1. Когда прямая параллельна плоскости?

2. Параллельна ли прямая плоскости, если ее проекции параллельны следам плоскости?

3. Может ли горизонтальная линия уровня быть параллельна горизонтально-проецирующей плоскости? Фронтально-проецирующей плоскости?

Если Вам трудно сосредоточиться на чем-либо, слишком часто возникают ошибки в работе, ухудшилась память, часто возникает чувство усталости, Вы стали торопливо говорить, мысли часто «улетучиваются», чувство юмора куда-то подевалось, а число выкуриваемых сигарет резко возросло, - налицо признаки стрессового напряжения.

Стресс. Если к нему очень стремиться, то он непременно Вас найдет во время первой экзаменационной сессии. Как сделать так, чтобы уровень тревожности не превышал допустимые пределы, чтобы страх перед зачетом или экзаменом не парализовал Вашу волю, превратив Вас в «недееспособное» существо, которое даже свою фамилию помнит с трудом. Подумайте, что до Вас эти экзамены сдавали тысячи других людей, и все остались живы. Вы должны настроиться на экзамен как на обычный диалог, в котором есть возможность показать свои знания и проявить интеллект. Если Вы настраиваетесь на экзамен как на пытку, то вряд ли добьетесь положительного результата.

Известен случай, когда Дарвин заключил пари с 12 молодыми людьми, что, понюхавши самого крепкого табаку, они не сумеют чихнуть, и, действительно, ни один из них в момент испытания не чихнул, хотя и раньше, и после тот же самый табак оказывал на них сильное действие. Почему? Возникшее сильное желание выиграть пари, обусловленное крупной суммой, сосредоточение внимания на этом акте, боязнь проигрыша и другие сознательные процессы парализовали и затормозили рефлекс. Если сильная эмоция, связанная с желанием и страхом так дезорганизующе действует на поведение и расстраивает даже течение низших реакций, то легко понять, как чувствует себя слабоподготовившийся студент на экзамене. Даже то, что он усвоил более-менее удовлетворительно, в условиях стресса улетучивается из сознания полностью. Поэтому готовиться нужно тщательно, систематично и постоянно в течение семестра, чтобы обеспечить себе чувство уверенности в экстремальной ситуации.

Если все же Вам приходится во время сессии увеличивать время умственной работы, то психологи советуют пользоваться следующими естественными стимуляторами: мотивы, интересы, настроение, установки, режим дня и питание, организация рабочего места, активный отдых, аутогенная тренировка.

Об интересах мы с вами говорили, хочется напомнить, что различаются они по целям деятельности, содержанию, широте, степени устойчивости. Непосредственные цели – стремление к познанию или необходимость данных

знаний, опосредованные цели – понимание необходимых знаний в будущем. И воспитать в себе такой интерес к познанию – в Ваших силах. Русский ученый П.Ф.Каптерев считал, что «если нужно приписывать интерес к какой-либо душевной способности, то правильнее присоединить его к воле...». А человек, владеющий интересом, не просто активен, он энергично стремится к удовлетворению своего интереса, он способен проходить сквозь стены ради его достижения. Интерес, по мнению психологов, – единственная мотивация, которая обеспечивает работоспособность человека. Именно эмоция интереса заставляет индивида в течение продолжительного времени заниматься определенным видом деятельности или выработкой определенного навыка. А приобретенные знания и навыки пополняют резервные фонды интеллекта. Разве это не Ваш коренной интерес, устремленный в будущее?

Режим дня нужно понимать не формально. Важно помнить, что человек не самостоятельная сущность, а часть Природы. Любые наши жизненные проявления подчинены природным ритмам, с которыми связаны и наши биоритмы. Нужно научиться жить в гармонии с ритмами природы, прислушиваться к ним и, по возможности, строить свою деятельность в соответствии с ними. Другими словами – ночью спать, а днем работать.

Активный отдых, в том числе циклические физические упражнения невысокой интенсивности, стимулируют работу организма, повышают тонус, улучшают кровообращение, а при регулярных занятиях увеличивают просвет сосудов, выводят из стрессового состояния.

К сожалению, при перегрузках и переутомлении иногда, по совету «друзей» пользуются искусственными стимуляторами, в том числе и для повышения работоспособности в умственной деятельности. Психотропные препараты влияют не только на психические функции, но и на вегетативные, моторные и др. Побочные эффекты этих средств вызывают нарушения функций многих органов. Здоровым людям все эти средства противопоказаны.

Бытует мнение, что в критических ситуациях алкоголь снижает воздействие стрессов и активизирует нервную систему. Нужно помнить, что алкоголь всегда отрицательно влияет на память. После однократного употребления алкоголя координация и поведение восстанавливаются через несколько часов, из организма алкоголь выводится больше суток, а на восстановление памяти требуется более 15 дней. Также глубоко ошибочно мнение, что курение помогает думать выполнять домашние задания.

Лучшим вариантом является такой стиль работы, когда не ставится вопрос о снятии утомления, а оно просто не возникает, что достигается систематическим трудом, воспитанием в себе интереса к учебе, будущей профессии, организацией в себе «энергетического заряда», устремленного в успешное, прекрасное будущее. А все экзамены и зачеты – это лишь переживания, помогающие человеку обрести личностный смысл происходящих событий, развивающие его эмоциональную сферу, формирующие индивидуальный психический мир каждого человека. Так что давайте готовиться дальше, чтобы экзамены были просто волнующим событием, а не стрессобразующим фактором.

18 Построение взаимно параллельных плоскостей

*Ну, студент, мужайся, ничего,
Эта жизнь и хуже ведь бывала!
Медикам, представьте, каково
То состав мочи учить, то кала.
формула самонастраивания*

Задача на параллельность плоскостей – не самое худшее в жизни, так что давайте вспомним:

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Следы плоскости являются двумя пересекающимися прямыми. Поэтому, если на эпюре следы одной плоскости параллельны одноименным следам другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

Задача: Через точку С провести плоскость, параллельную заданной, рисунок 76. Плоскость Q задана следами.

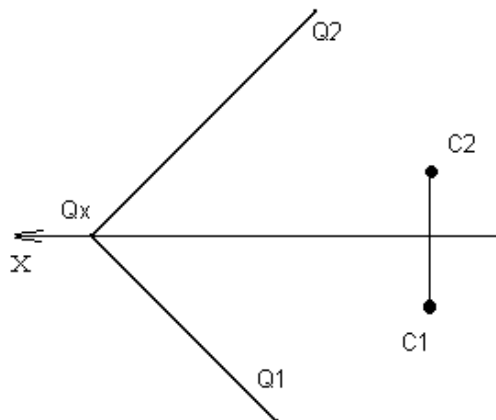


Рисунок 76

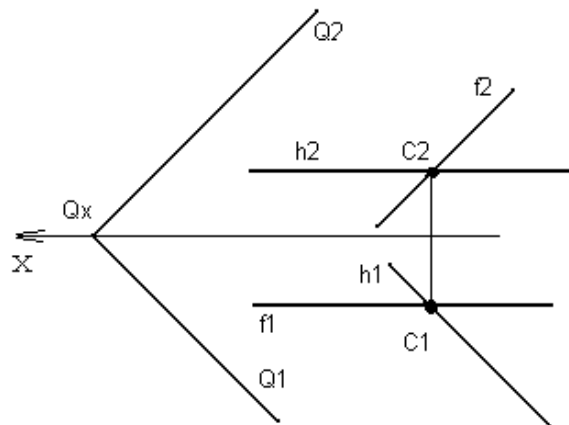


Рисунок 77

Решение:

- 1) Через точку С проведем прямую, параллельную горизонтальному следу плоскости Q1, это прямая горизонтальная уровня h (h1, h2). Горизонтальная проекция прямой h параллельна горизонтальному следу плоскости, а фронтальная параллельна оси OX.
- 2) Через точку С проведем прямую, параллельную фронтальному следу плоскости Q2, это прямая фронтальная уровня f (f1, f2). Фронтальная проекция этой прямой параллельна фронтальному следу плоскости Q2, а горизонтальная оси OX.

Плоскость, заданная пересекающимися прямыми f, h параллельна плоскости Q по признаку параллельности плоскостей, рисунок 77.

Задача: Через точку A провести плоскость, параллельную заданной. Плоскость задана пересекающимися прямыми n и t , рисунок 78.

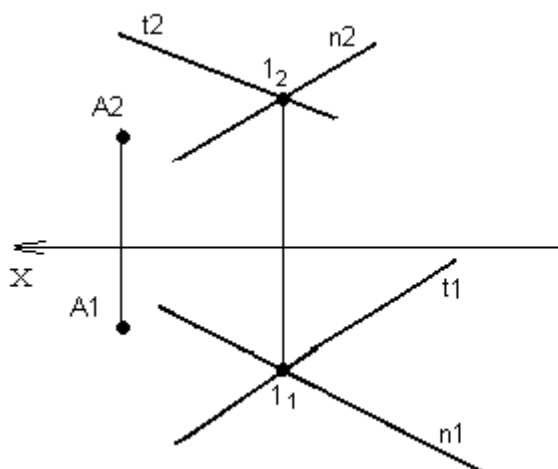


Рисунок 78

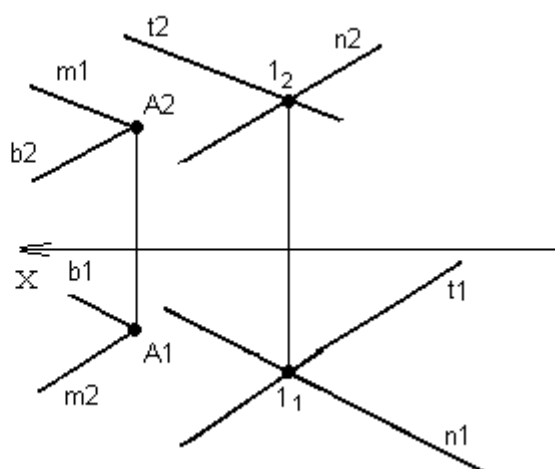


Рисунок 79

Решение:

- 1) Проведем через точку A прямую m , параллельную прямой t .
- 2) Проведем через точку A прямую b , параллельную прямой n .

72

Плоскость, заданная пересекающимися прямыми m и b параллельна заданной плоскости по признаку параллельности плоскостей, рисунок 79.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте признак параллельности плоскостей.
2. Задайте на эпюре плоскость общего положения двумя параллельными прямыми. Постройте через произвольную точку плоскость, параллельную заданной.
3. Задайте на эпюре плоскость прямой и точкой, не лежащей на ней. Постройте через точку $C(0, 15, 25)$ плоскость, параллельную заданной.

Умеете ли Вы работать самостоятельно? В учебных планах по каждой дисциплине предусматривается самостоятельная работа студентов. У.Черчилль говорил о себе: «Я всегда любил учиться, но не любил, когда меня учили». Во многих странах учебная (аудиторная) нагрузка студентов университетов снижена до 12-15 учебных часов в неделю. Очевидно, эта же тенденция будет развиваться и у нас в весьма недалекой перспективе. Уходят те времена, когда преподаватель «тянул» студента к знаниям. В новых социально-экономических условиях ситуация принципиально меняется. В рыночной экономике знания, квалификация становятся капиталом специалиста. Во главу угла ставится самостоятельная работа студентов, самоорганизация их учебной деятельности. Попробуйте ответить себе на вопрос: Вас учат или Вы учитесь?

Психологи и педагоги уверены, что научить ничему нельзя, научиться человек может только сам. Предмет начертательной геометрии предполагает довольно большой объем самостоятельной работы. Уж очень многому Вы должны научиться, - овладеть техникой выполнения графических упражнений, подготовиться к мысленному преобразованию образно-знаковых моделей, изучить особый графический язык. Есть исследования, которые показывают, что механизмы межъязыкового перевода и перевода на язык графических средств и формул идентичны. То есть практически мы с вами должны освоить еще один язык, язык межнационального общения всех инженеров мира. А для этого нужно много работать самостоятельно.

Самообучение – обратная, внутренняя сторона обучения, наиболее результативна, потому что учитывает Ваши индивидуальные характеристики, наиважнейшей из которых является скорость протекания умственных процессов. При самообучении Вы ориентируетесь только на свой темп усвоения знаний и умений. При чтении дополнительной литературы Вы можете выбрать факты и события, наиболее интересные для Вашей индивидуальности, то есть самостоятельная работа позволяет развивать свои творческие способности согласно Вашим склонностям и интересам.

М. Планк говорил, что «образование – это то, что остается, когда все изученное забудется». Навык самостоятельной работы, самоорганизации своей творческой работы – едва ли не главный результат учебной деятельности. Ведь знания, и особенно умственное развитие не могут быть сообщены студентам, да еще всем одинаковые. Сообщается учебная, научная информация – объективная, единая, того содержания и уровня, которые необходимы и достаточны для превращения в соответствующие программе знания. А знания на основе этой информации студенты приобретают собственным трудом, исходя из своих личных качеств, подготовки и форм мышления. Лекция и все другие занятия дают направление для раскрытия существа вопроса, возбуждают интерес к предмету изучения, определяют систему формирования знаний. В результате такого обучения создается индивидуальное мышление и собственное отношение к изучаемому материалу, которое превращается в личные знания путем самостоятельной творческой работы.

Как организовать свою индивидуальную, самостоятельную работу? Это знаете только Вы сами. Когда, в какое время суток Вы наиболее расположены к умственной работе, сколько времени Вам необходимо на усвоение материала, решение графических задач, выполнение чертежей. При выполнении домашних работ важно учитывать, что одни учебные дисциплины требуют для освоения больших массивов времени (математика, графические дисциплины, теоретическая механика, сопротивление материалов), а другие – регулярной работы, практически ежедневной, пусть даже не длительной (иностранная литература). При освоении первых преобладает осмысление, а вторых – запоминание или накопление эффекта воздействия.

Психологи советуют бережно относиться к времени, для определения потерь которого можно в течение нескольких дней (7 – 10) выполнять «фотографию своего времени». Для этого надо в блокноте или на отдельных

листах разбить сутки на 24 часа, каждый час на 4 части и условными знаками отмечать все дела, оставляя пропуски при их отсутствии. При этом необходимо выполнять два условия:

1) делать пометки сразу, не откладывая на потом, так как через несколько часов забудутся «проколы» и будет казаться, что работа все время шла нормально;

2) никому не показывать свои записи и пометки, даже близким и друзьям.

Каждый вечер проводите анализ «фотографии» дня. Это займет 10-15 мин. Выявите утечки времени, их причины и в дальнейшем постарайтесь их устранить.

Планирование времени на самостоятельную работу позволит Вам всегда вовремя выполнять домашние задания, приходить подготовленными на занятия, что, безусловно, повысит Ваш статус в глазах преподавателя и своих собственных и обязательно приведет к успеху.

19 Пересечение двух плоскостей

*Учись, мой сын: науки сокращают
Нам опыты быстротекущей
жизни.*

А. С. Пушкин

Для того, чтобы плоскости пересекались, им достаточно иметь всего *одну* общую точку.

Но для того, чтобы эту линию пересечения построить, необходимо найти *две* точки, общие для обеих плоскостей.

Задача построения линии пересечения плоскостей носит название второй главной позиционной задачи (2ГПЗ) начертательной геометрии. Рассмотрим сначала частные случаи пересечения плоскостей – когда хотя бы одна из плоскостей занимает частное положение по отношению к плоскостям проекций.

Задача: Построить линию пересечения плоскости общего положения, заданной треугольником ABC и плоскостью частного положения Q, заданной следами, рисунок 80.

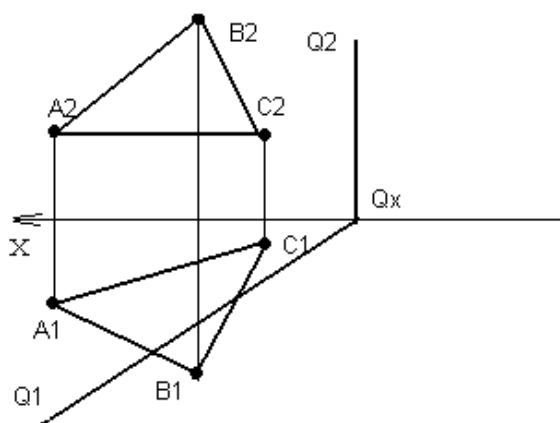


Рисунок 80

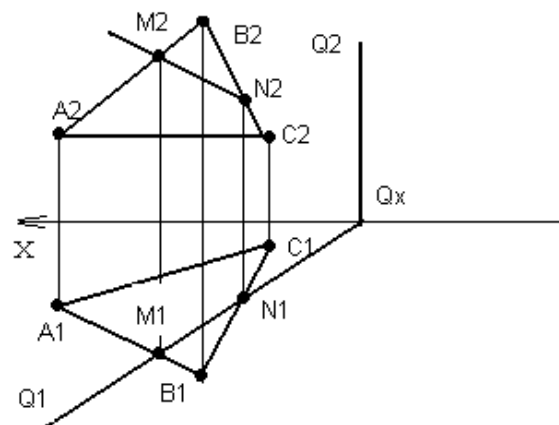


Рисунок 81

Решение: Т. к. плоскость Q является горизонтально-проецирующей, то все, что в ней лежит, в том и числе и прямая пересечения с другой плоскостью, имеет свои горизонтальные проекции на горизонтальном следе плоскости Q_1 . В данном случае нужно только отметить точки M_1 и N_1 на сторонах треугольника ABC . Чтобы построить фронтальные проекции этих точек, нужно построить их по линиям связей на соответствующих сторонах треугольника на фронтальной плоскости проекций, - N_2 на B_2C_2 , а M_2 на A_2C_2 .

Линия пересечения заданных плоскостей – NM , рисунок 81.

Задача: Построить линию пересечения плоскостей P и Γ , рисунок 82.

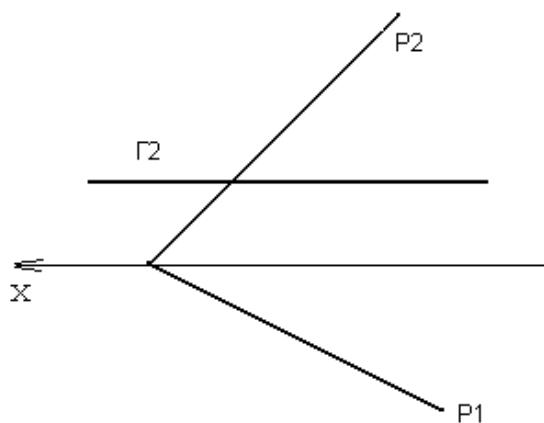


Рисунок 82

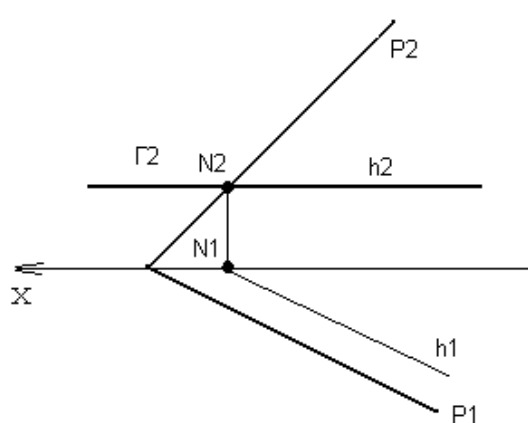


Рисунок 83

Решение: Плоскость P общего положения, а плоскость Γ – горизонтальная уровня, следовательно она пересечет плоскость P по горизонтальной линии уровня. Зная направление горизонтали плоскости P (ее горизонтальная проекция должна быть параллельна P_1), нам достаточно найти одну общую точку для плоскостей P и Γ . Фронтальные следы плоскостей пересекаются в точке N , горизонтальная проекция этой точки будет лежать на оси OX , т. к. точка N лежит во фронтальном поле проекций. Через N_1 проведем горизонтальную проекцию горизонтали параллельно P_1 , а через N_2 –

фронтальную проекцию h_2 , она будет совпадать со следом плоскости Γ_2 . h_1, h_2 – линия пересечения плоскостей Γ и P .

Рассмотрим общий случай пересечения плоскостей, когда пересекаются плоскости общего положения.

Для решения таких задач запишем последовательность действий:

1. Ввести плоскость – посредник.
2. Построить линии пересечения посредника с каждой из данных плоскостей.
3. Отметить точку пересечения полученных линий.

Таким образом будет построена первая общая точка для двух плоскостей. Чтобы построить еще одну точку, нужно провести еще одну плоскость – посредник и выполнить пункт 2 и 3. Через одноименные проекции построенных точек будет проходить линия пересечения плоскостей.

Задача: Построить линию пересечения плоскостей общего положения, заданных треугольником ABC и следами Γ (Γ_1, Γ_2), рисунок 84.

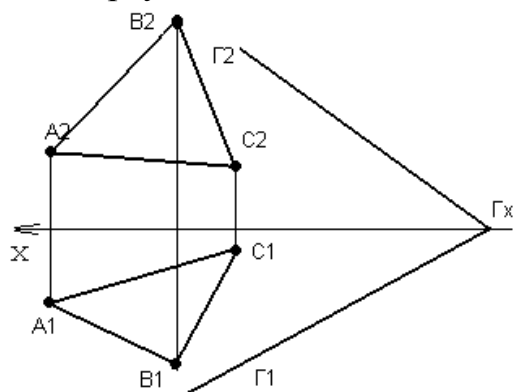


Рисунок 84

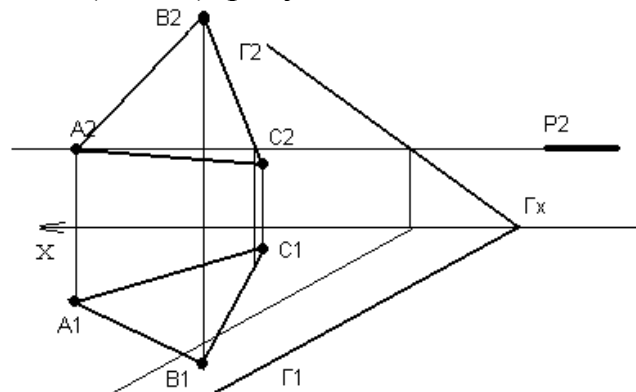


Рисунок 85

На рисунке 85 показан первый этап решения задачи – введена вспомогательная плоскость P , заданная следами, горизонтальная уровня. Она пересекает плоскость треугольника ABC по линии $A-1$, а плоскость Γ по горизонтальной линии уровня h .

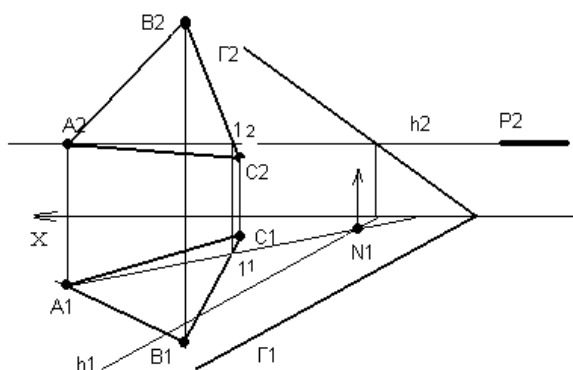


Рисунок 86

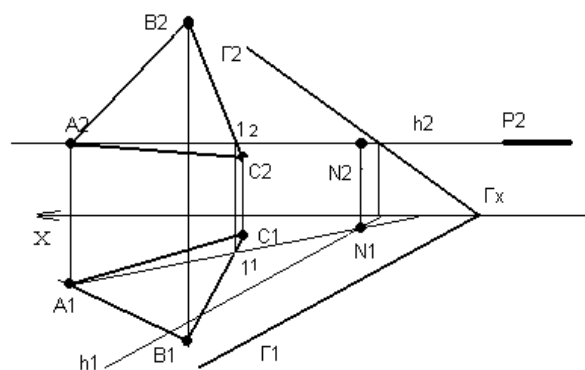


Рисунок 87

На рисунке 86 показан следующий этап решения – горизонтальные проекции линий пересечения $A1$, l_1 и $h1$ пересеклись в точке $N1$. Отметив эту точку, проецируем ее на фронтальную плоскость проекций на линию l_2 , $A2$, $h2$, $P2$ (это одна и та же линия, совпадающая со следом плоскости-посредника, ее трудно перепутать с чем-либо, но все же обратите внимание на эту проекцию).

Чтобы построить вторую общую точку, повторим последовательность этих действий еще раз, введя новую вспомогательную плоскость, рисунок 88.

Линия пересечения плоскостей ABC и Γ – прямая MN ($M1N1$, $M2N2$).

Задача :

Построить линию пересечения плоскостей P и Q , общего положения, заданы следами, рисунок 89.

Пересечение горизонтальных следов плоскостей есть их первая общая точка, отметим ее на чертеже $M1$. Ее фронтальная проекция лежит на оси OX , т. к. точка M лежит в горизонтальном поле проекций Π_1 .

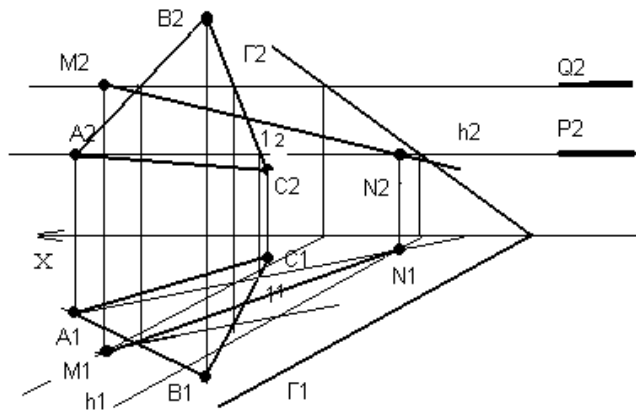


Рисунок 88

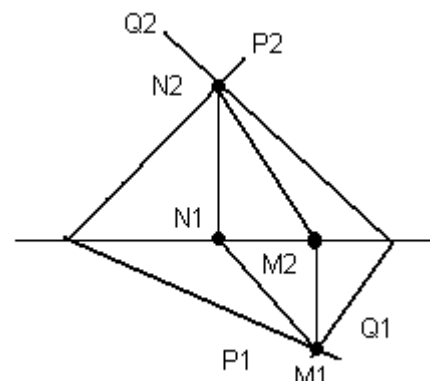


Рисунок 89

Пересечение фронтальных следов плоскости есть их вторая общая точка, отметим ее на чертеже $N2$. Ее горизонтальная проекция лежит на оси OX , т. к. точка N лежит во фронтальном поле проекций Π_2 . $M1N1$ – горизонтальная проекция линии пересечения, а $M2N2$ – ее фронтальная проекция.

Рассмотрим еще один случай пересечения двух плоскостей общего положения, заданных следами. Он интересен тем, что следы заданных плоскостей расположены под тупым углом друг относительно друга. Такая задача легко решается, если продолжить фронтальные следы плоскостей (P_2 и Q_2) до их пересечения. А далее, следуя алгоритму, получаем проекции прямой пересечения плоскостей – MN (рисунок 90).

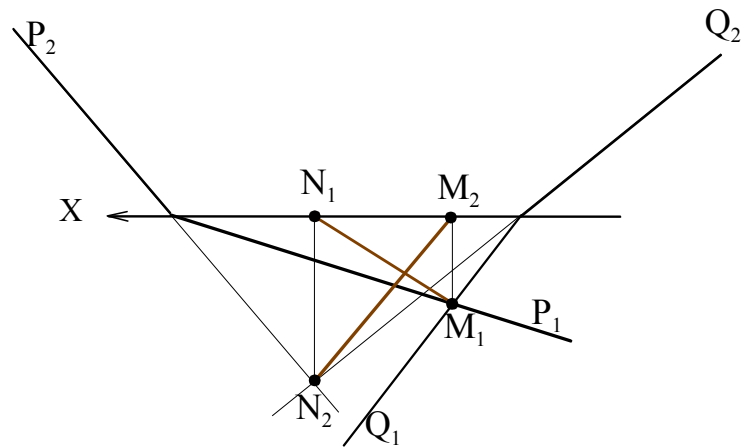


Рисунок 90

Интересен случай пересечения плоскостей, если они обе частного положения. Так, например, на рисунке 91 плоскость P задана следами, а плоскость ABC – треугольником; обе плоскости профильно-проецирующие.

Для таких плоскостей необходимо построение третьих – профильных проекций. В результате на профильной проекции получаем линию пересечения плоскостей P и ABC , которая является профильно-проецирующей прямой. Завершить задачу необходимо построением фронтальной M_2N_2 и горизонтальной M_1N_1 проекций линии пересечения, построив их на сторонах треугольника ABC по линиям связи (рисунок 92).

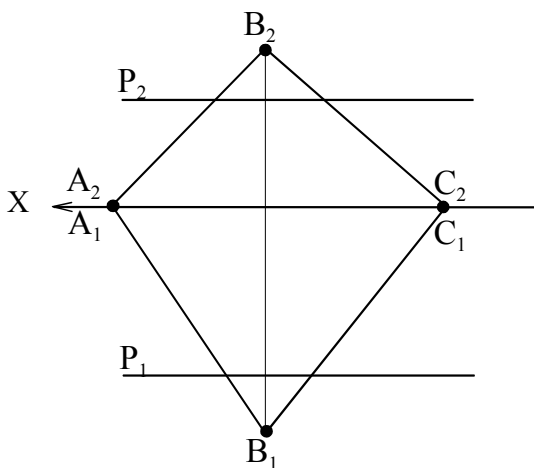


Рисунок 91

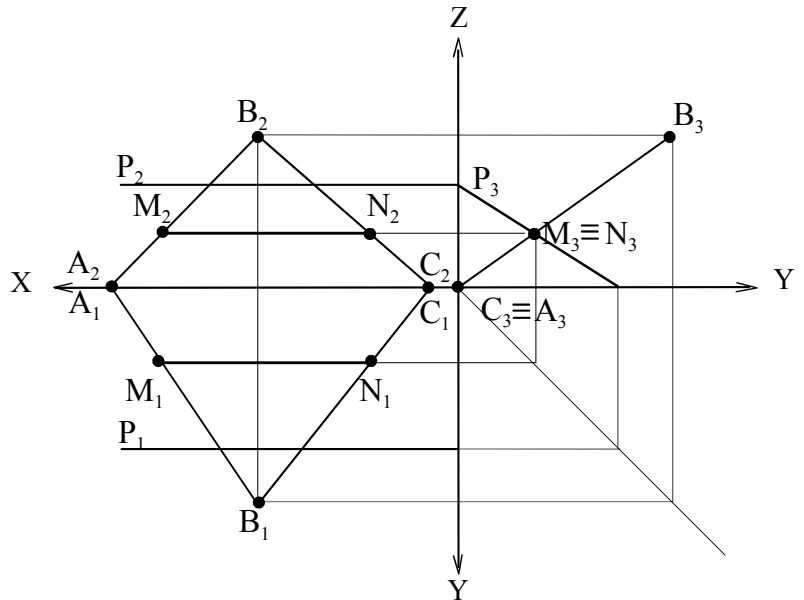


Рисунок 92

Можно привести пример пересечения двух фронтально-проецирующих плоскостей. И как Вы уже, наверное, догадались, линия пересечения будет фронтально-проецирующей прямой – линия MN на рисунке 93.

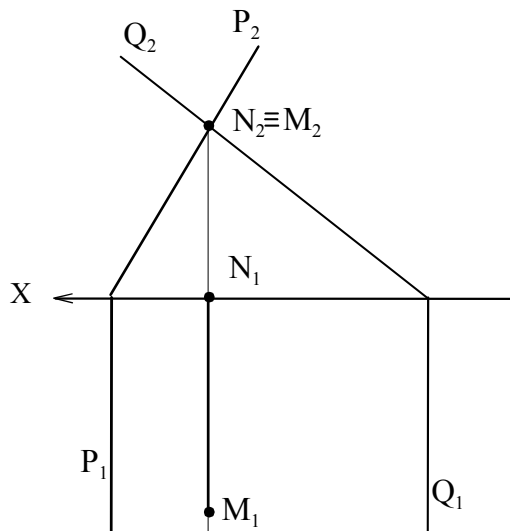


Рисунок 93

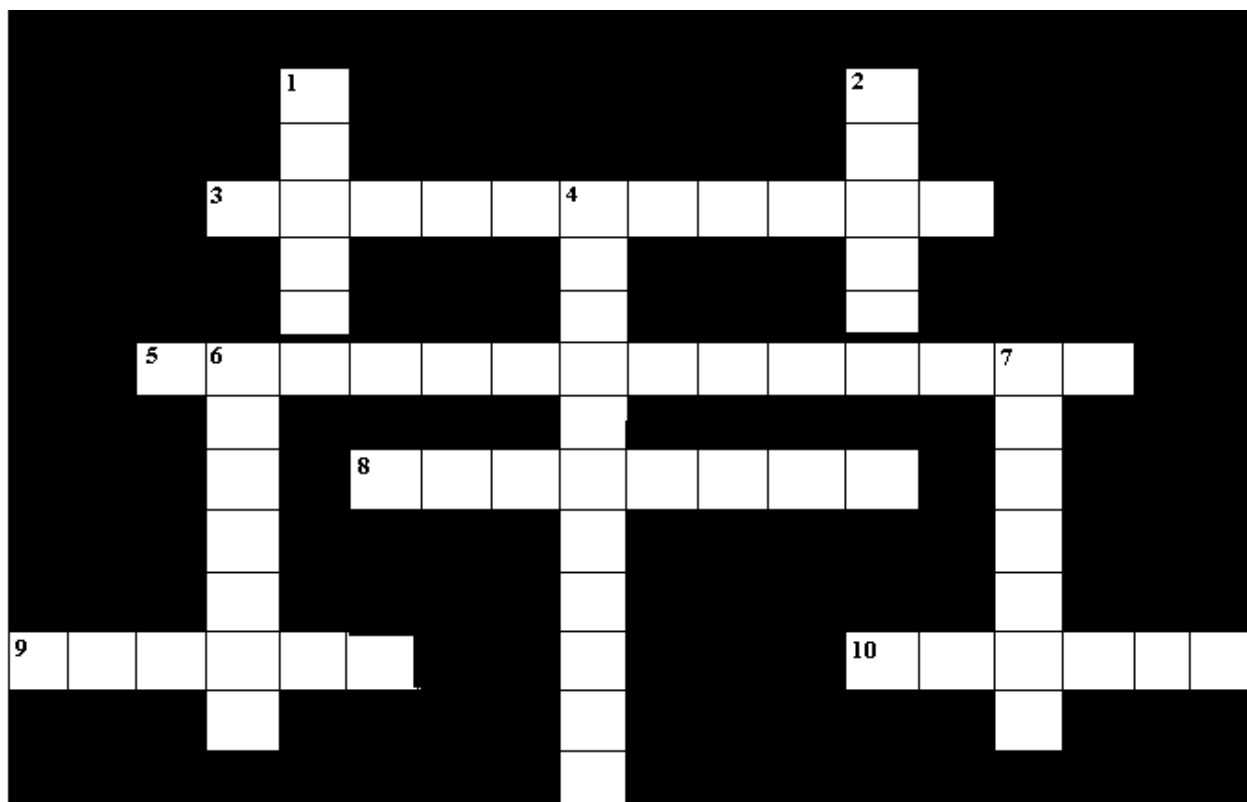
Обязательно решите подобную задачу на листке бумаги самостоятельно, не заглядывая в текст пособия. Задавая плоскости разными способами можно разнообразить до бесконечности варианты таких задач. Попробуйте решить задачу, если одна из плоскостей занимает частное положение, а другая является плоскостью общего положения; если обе пересекающиеся плоскости занимают частное положение. Если Вы решите с десяток таких задач – никакая контрольная Вам не страшна. Потому что только в практическом применении можно закрепить полученные знания. Помните древнекитайскую мудрость:

Скажи мне – и я забуду,
Покажи мне – и я запомню,
Дай мне действовать самому – и я научусь.

Вместо контрольных вопросов к этому параграфу мы хотим Вам предложить проверить, как Вы ориентируетесь в понятиях курса с помощью небольшого кроссворда.

Если Вы оптимист, то заполняйте кроссворд сразу чернилами. И не печальтесь, если не все угадаете. Помните, что в каждом кроссворде три слова остаются неразгаданными. А если Вы разгадали эти три слова, значит, неправильно разгаданы три других слова. Это, конечно, шутка. Успехов!

Кроссворд №2



По горизонтали: 3. С его помощью можно построить или измерить угол. 5. Свойство или признак, если прямая с плоскостью никогда не пересекутся. 8. На чертеже изображена не сама прямая, а ее ... 9. Сон перед экзаменом. 10. То, что служит условным знаком какого-нибудь понятия.

По вертикали: 1. Ось ординат. 2. Его размер определяется высотой прописной буквы. 4. Его можно построить, если найти 2 общие точки у разных плоскостей. 6. Утверждение, не вызывающее сомнений. 7. Утверждение, которое доказывается.

20 Пересечение прямой с плоскостью

*О, закрой свои бледные ноги!..
В. Брюсов*

Это одностишие называли самым туманным стихотворением русского символизма. Хотя оно могло бы стать ясным, если бы, по предложению В. Соловьева, к нему добавили бы всего три слова: "ибо иначе простудишься".

Чтобы задача на построение точки встречи прямой с плоскостью не стала для Вас "самым туманным" вопросом на экзамене, нужно вспомнить три слова: "вспомогательная проецирующая плоскость".

Рассмотрим решение задачи на пересечение прямой t и плоскости, заданной треугольником ABC , рисунок 94.

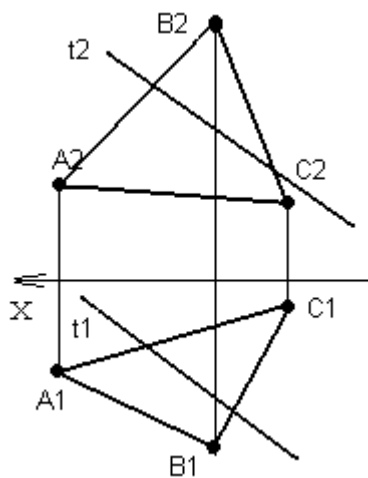


Рисунок 94

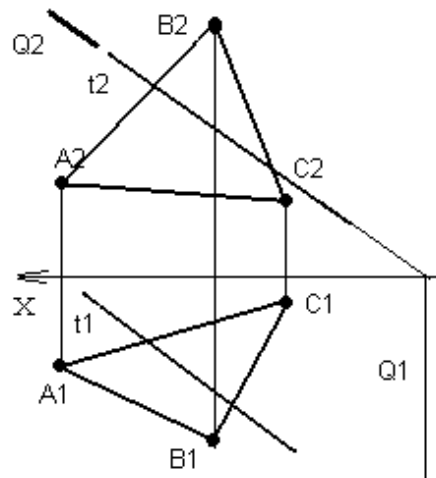


Рисунок 95

Чтобы построить точку пересечения прямой t с плоскостью треугольника ABC : 1) заключим прямую t во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость Q ($Q1, Q2$), рисунок 95;

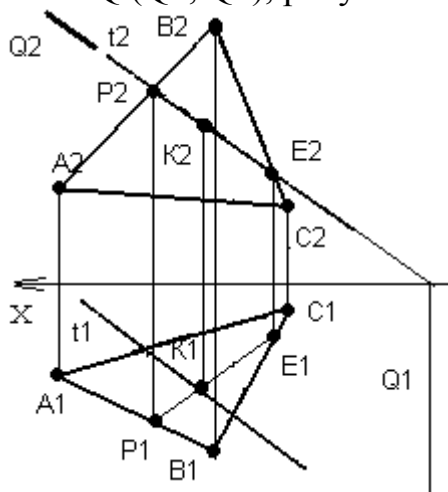


Рисунок 96

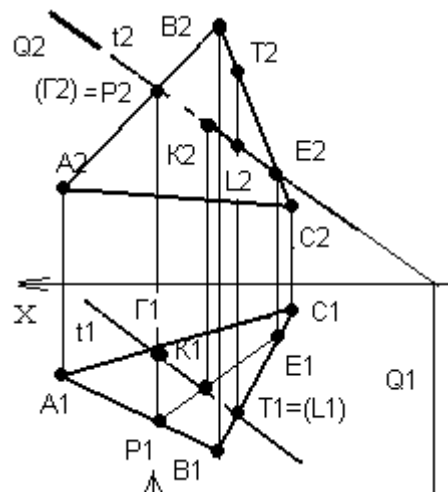


Рисунок 97

- 2) построим линию пересечения плоскостей — заданной ABC и вспомогательной Q , рисунок 96;
- 3) отметим точку пересечения K ($K1, K2$) полученной линии с заданной прямой t ;
- 4) определим видимость прямой t относительно плоскости ABC методом конкурирующих точек, рисунок 97.

Контрольные вопросы.

1. В какую проецирующую плоскость нужно заключать прямую для того, чтобы найти точку пересечения ее с плоскостью?
2. Сколько точек пересечения имеет прямая с плоскостью?

3. Будет ли пересекать фронтально-проецирующая прямая горизонтальную плоскость проекций?

«Все люди одинаково успешно могут овладеть любыми областями знаний. Дело не в способностях, а в организации процесса обучения». Эти слова Сеймура Пейперта подтверждают все выше сказанное о необходимости специальной организации учения. А что же такое способности? Все-таки одним многое дано: от природы или в детстве так сложились благоприятные обстоятельства. Способности же других часто, на первый взгляд, ограничены, не давая им ни взлететь ввысь, ни выйти за пределы того, что есть.

Способности – система интеллектуальных, волевых и эмоциональных свойств личности. Как правило, мы считаем, что знаем наверняка, какие способности у нас есть, а каких нет. А так ли это на самом деле?

Если спросить у человека, находящегося не в ладах с карандашом: «Умеете ли Вы рисовать?», он, естественно, ответит: «Нет, не умею. Способностей нет». Мы часто объясняем отсутствием способностей наш отказ от той или иной деятельности.

Психологи провели эксперимент с группой таких малоспособных к художественной деятельности, используя технику гипнотического внушения. Причем внушался образ личности известного художника Вы – Илья Репин, садитесь к мольберту. И на глазах психологов происходит маленькое чудо. На бумаге под смелыми мазками «мастера» возникает вполне правдоподобный портрет. Поражает не только сходство с натурой, богатство детализировки, но и манера работы. Он уверен в себе, он – Репин. Психологи изменяют род деятельности – пробуют шахматы, конструкторскую деятельность, - результат тот же: стремительно расширяется диапазон видения, раскрываются и развиваются творческие возможности. В результате психологи делают вывод: повышение эффективности деятельности происходит, прежде всего, не за счет овладения средствами деятельности, технологией рисования, а лишь за счет создания нового отношения, интереса личности. Происходило не обучение, а воспитание художников, шахматистов, конструкторов. Деятельность побуждала не способность, а интерес, вела личность человека.

Вот что значит сила личностного интереса!

Но разве с возможностями гипноза мы знакомимся только в кабинете психолога? Для многих из нас и в обыденной жизни чужое авторитетное мнение имеет внушающую гипнотическую силу. Неверие в собственные возможности при первой же неудаче – тоже своеобразная форма самогипноза. Поэтому наша задача – перешагнуть через барьер, обрести веру в себя, веру, основанную на объективном законе возможностей безграничного развития каждого человека.

Так что, прав Калиостро (см. эпиграф к следующему параграфу): голова все может, было бы только желание.

21 О проекциях плоских углов

- Я не есть это мочь! – в отчаянии
закричала Лоренца. – Моя голова ничт... не
мочь это запоминать...
- Может! – спокойно сказал Калиостро.
- Голова все может...

Теорема о проецировании прямого угла очень часто встречается при решении задач, поэтому ее надо обязательно выучить. Итак, попробуем:

Если плоскость прямого угла не перпендикулярна к плоскости проекций и хотя бы одна его сторона параллельна этой плоскости, то прямой угол проецируется на нее в виде прямого же угла.

Давайте разберемся. Мы знаем замечательные прямые, которые параллельны плоскостям проекций. Вспомнили? Конечно, это горизонтальные, фронтальные и профильные линии уровня. Значит, если одной стороной угла будет такая прямая, а другой стороной будет любая прямая общего положения, то можно рассчитывать на проецирование прямого угла без искажения (в натуральную величину) хотя бы на одну плоскость проекций.

Давайте посмотрим на рисунок 98. Сторона СВ прямого угла АСВ параллельна плоскости проекций Π_1 , а сторона АС не перпендикулярна к ней. Тогда проекция прямого угла $A_1C_1B_1$ будет выглядеть на чертеже тоже как прямой угол.

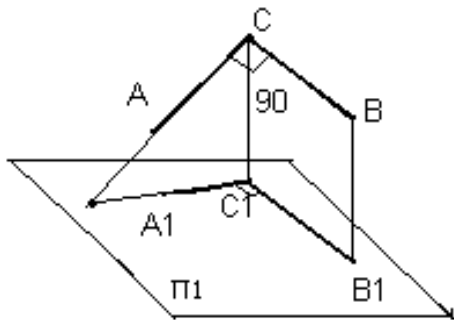


Рисунок 98

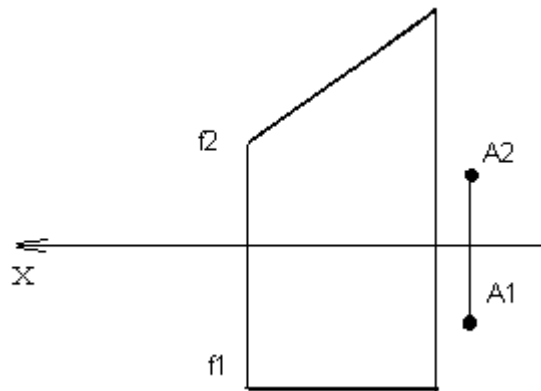


Рисунок 99

Задача: Дана фронтальная линия уровня и точка А, не принадлежащая ей. Опустить из точки А перпендикуляр на прямую, рисунок 99.

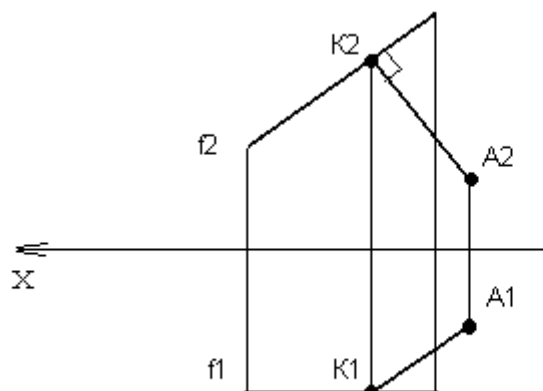


Рисунок 100

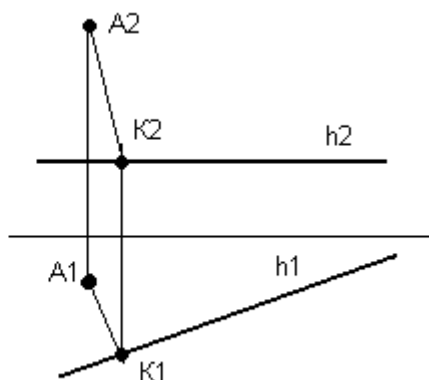


Рисунок 101

Решение: проведем перпендикуляр через A_2 к фронтальной проекции прямой. Точку пересечения перпендикуляра с фронтальной линией уровня обозначим K_2 , по линии связи построим ее проекцию на горизонтальной проекции фронтали и обозначим ее K_1 . Таким образом мы получили две проекции перпендикуляра к прямой f , рисунок 100.

Попробуйте решить такую же задачу, только прямая пусть будет горизонтальной линией уровня. На этот раз чертеж будет таким, как на рисунке 101.

Это замечательное свойство проецирования прямого угла мы будем много раз использовать при решении задач. Давайте повторим теорему, не припоминая точной формулировки, а попытаюсь вникнуть в суть:

Прямой угол проецируется без искажения на плоскость проекций, если одна его сторона параллельна этой плоскости, а другая не перпендикулярна к ней. Мы это уже проверили на задачах с линиями уровня. Далее эта теорема будет иметь для нас практическое значение именно при построении прямых углов к горизонталям и фронталям.

Контрольные вопросы.

1. Когда прямой угол равен по величине своей проекции?
2. Подумайте, может ли проекция острого или тупого угла, у которого одна сторона параллельна плоскости проекций, равняться самому углу в пространстве?
3. Постройте прямую профильную уровня и опустите на нее перпендикуляр из точки $(0, 0, 0)$.

Замечательно, если Вы усвоили этот материал, но еще мне хотелось бы, чтобы Вы захотели стать самоактуализирующимися личностями, т.е. людьми, имеющими свободу творить себя и свою жизнь, превращая в праздник, в увлекательную игру самую рутинную деятельность. В любом труде, в самой непривлекательной работе состоявшиеся люди могут и умеют находить радость. Есть такая притча о людях, занятых на строительстве тяжелой работой.

«Что ты делаешь?» - спросили одного из них. «Вожу на тачке песок», - ответил изможденный человек. На этот же вопрос другой ответил: «Я зарабатываю на хлеб для себя и своих детей». А третий ответил: «Я строю храм». Как Вы думаете, кому из них легче жить на свете? Наличие высокой цели, стремление к достижению ее, как правило вызывает в человеке желание саморазвития, самосознания, самоуважения. Думаете ли Вы о своей будущей жизни, знаете ли, кем и каким хотите стать? В большинстве ответов на такие вопросы значится «Хочу быть счастливым». Конечно, человек хочет и должен жить в счастье. Но есть, оказывается, как называет это Дж.С.Миль, писатель, философ и психолог, хитрая стратегия в этом вопросе. И она заключается в том, что нельзя стремиться к счастью, нельзя стремиться к удовольствию. Можно стремиться к **некоторой цели**, которая даст удовольствие или счастье. Определили или нет Вы для себя такую цель?

Психологи предлагают упражнения по осознанию собственных целей. Попробуйте их выполнить на досуге:

У каждого человека есть некоторые представления о том, чего он желает для себя в будущем. В процессе жизни цели направляют естественную творческую энергию, содействуя реализации истинного назначения человека. Возможно, процесс выбора целей вызовет некоторое сопротивление. Вы можете ощутить чувство безнадежности, подавленности, растерянности, что связано с многообразием Ваших желаний. Важно пережить это сопротивление, скорее всего оно является признаком избегания новой, неопределенной ситуации. Отведите для выполнения упражнения 10 –15 мин. Возьмите лист бумаги и запишите вопрос, на который ВЫ хотите получить ответ, например: «Чего я хочу?», «Чего я хочу достичь?», «Какие цели в жизни наиболее важны для меня?». Сосредоточьтесь на этом вопросе на несколько минут, для чего закройте глаза и сохраняйте в уме представление о Вашем настоящем положении в жизни. Замечайте любые образы, слова или фразы, приходящие на ум. Не размышляйте над этим слишком долго, не пытайтесь их анализировать. Запишите любые идеи, которые придут Вам в голову.

Продолжая находится в расслабленном состоянии, задайте себе еще раз тот же вопрос, стараясь найти более понятный ответ. Вновь делайте запись. Продолжайте задавать вопрос до тех пор, пока ответы не перестанут приходить спонтанно. Затем просмотрите все Ваши записи. Обратите внимание на последние ответы, так как они, скорее всего, соответствуют наиболее глубоким Вашим желаниям. Что говорят эти ответы о Вас и целях, которых Вы хотите достичь? Важны ли они для Вас?

Вы можете продолжить свою работу, сделав следующее упражнение. Подумайте о цели, которая является для Вас наиболее важной в данный момент. Она может быть краткосрочной или долгосрочной. Сформулируйте ее как можно более ясно и четко в одном предложении и запишите в верхней части бумаги. Далее под заголовком «Идеальные условия» опишите ситуацию в настоящем времени в точности такой, как если бы идеальные условия для осуществления Вашей цели уже существовали и Ваша цель вследствие этого

была достигнута. Используйте любую форму для описания этой ситуации, детали, подробности и все, что Вам захочется.

После этого сядьте в тишине, расслабьтесь и представьте себе ситуацию такой, как Вы ее описали. Отведите на это 5—10 минут.

Снова вернитесь к тому, что Вы написали. Может быть, Вам захочется что-то изменить или добавить, но, безусловно, это должно касаться идеальных условий для достижения Ваших целей. Сохраните свои записи, как можно чаще перечитывайте их, делайте соответствующие изменения, если возникнет необходимость.

Выполнение этих упражнений поможет Вам расширить представления о себе и о своих возможностях, выведет Вас за пределы собственных ограничений на пути самоактуализации и личностного роста.

22 Построение взаимно перпендикулярных прямой и плоскости

- Он стал поэтом, для математики у него было слишком мало воображения.

Давид Гильберт об одном из своих учеников.

Одна из главных задач начертательной геометрии - развитие пространственного воображения. Представьте себе прямую, которая пересекает плоскость под прямым углом. Из программы средней школы известно, что *прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости*. То есть любым двум прямым, лежащим в этой плоскости и пересекающимся между собой.

К каким прямым на чертеже мы можем построить прямой угол без искажения? Конечно, к горизонталям и фронталям. Так что теперь, если нам будет нужно построить перпендикуляр к плоскости, мы в первую очередь, проведем в этой плоскости горизонталь и фронталь. А затем уже через заданную точку проведем перпендикуляр к плоскости так, чтобы его фронтальная проекция была перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а горизонтальная проекция была перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали.

Давайте повторим эту фразу символами, а Вы попробуйте произнести словами: $T_2 \perp f_2$, а $T_1 \perp h_1$. Получилось? Запомните: лучшее средство для построения перпендикуляра – это горизонталь и фронталь.

Задача: Дана плоскость, заданная треугольником ABC и точка M, не лежащая в этой плоскости. Проведите перпендикуляр через точку M к этой плоскости, рисунок 102.

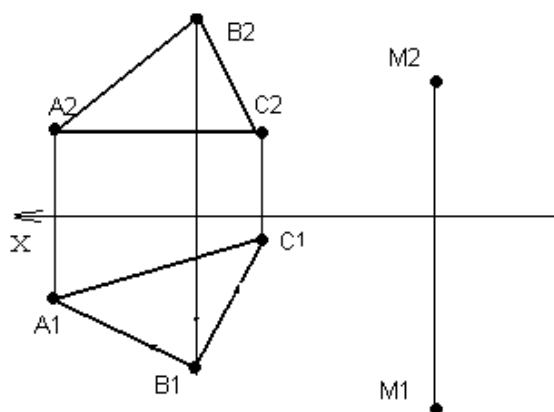


Рисунок 102

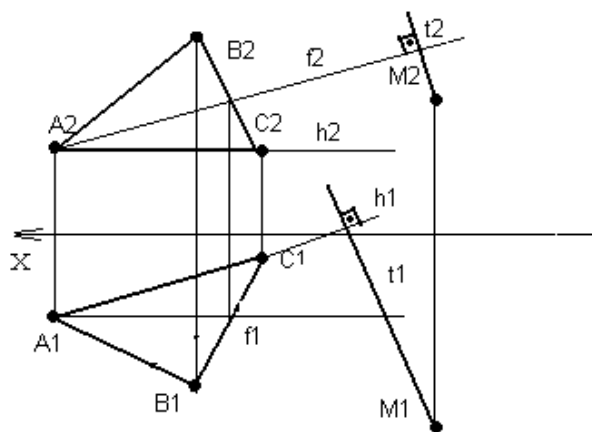


Рисунок 103

Решение:

1. Построим в плоскости треугольника горизонталь и фронталь, рисунок 103.
2. Через фронтальную проекцию точки M проведем перпендикуляр к фронтальной проекции фронтали и обозначим его t_2 .
3. Через горизонтальную проекцию точки M проведем перпендикуляр к горизонтальной проекции горизонтали и обозначим его t_1 .

Контрольные вопросы.

1. Пусть плоскость общего положения задана на эпюре следами. Как опустить на нее перпендикуляр из произвольной точки, не лежащей в этой плоскости?
2. Задайте плоскость на эпюре двумя параллельными прямыми. Восставьте перпендикуляр к этой плоскости из любой точки, лежащей в данной плоскости.
3. Пусть задана фронтально-проецирующая плоскость. Проведите к ней перпендикуляр через точку $A(0, 24, 5)$.

Ответили на контрольные вопросы? Если нет, попробуйте еще раз посмотреть эту тему в учебнике, в лекциях. Вы должны решить эти задачи, это будет Вашей очередной маленькой победой. Вот из таких небольших и больших побед и сложится Ваше образование .

По поводу того, что же такое образование имеется множество разных мнений. Посмотрите, какие сочные афоризмы родились в головах людей об образовании:

Образование как деньги, его нужно иметь много, иначе все равно будешь выглядеть бедно.

Если высыпать содержимое кошелька себе в голову, его уже никто у Вас не отнимет.

Человек образованный – тот, кто знает, где найти то, чего он не знает.

В Российском Законе об образовании записано, что образование – целенаправленный процесс воспитания, обучения и развития в интересах человека, общества, государства. Вот почему мы уделили столько внимания интересу и личностному смыслу. Ваши интересы определяют Ваше образование. Подготовка инженера, интересующегося и разбирающегося в вопросах литературы, искусства, истории, хорошо владеющего государственным и хотя бы одним иностранным языком, в 19 – начале 20 века воспринималась как норма. В России слово инженер было близко по смыслу к понятиям «культурный», «образованный», «интеллигентный». Сегодня, в 21 веке требования к уровню образования возросли, оно обязано стать непрерывным, создающим условия для полного развития способностей человека на протяжении всей жизни. Цель современного образования – развитие тех способностей личности, которые нужны ей самой и обществу; включение ее в социально-ценностную активность; обеспечение возможностей эффективного самообразования. Категория «образование» относится к личности, к человеку – и только к нему. Слово «образование» происходит от корня исходного понятия – «образ». То есть образование – это создание у человека образа окружающего мира и самого человека, своего «я» в этом мире. Образование есть наука и искусство вооружить людей разного возраста знанием трудностей и проблем, с которыми им неизбежно или с высокой степенью вероятности придется столкнуться в жизни, и дать им средства преодоления этих трудностей и решения этих проблем.

Профессиональное образование, то, которое Вы получаете в вузе, позволяет формировать образ своего положения, своей роли, своей профессиональной деятельности в мире производства. В Японии сегодня около 70% молодежи получает высшее образование и образовательная политика направлена на переход ко всеобщему высшему образованию. США отстает от Японии – высшее образование в штатах получает лишь 58% молодежи, в Англии – 45%. В России же всего около 20% молодых людей получают высшее образование. Необходимость в высокообразованных специалистах растет с каждым днем в связи с развитием чрезвычайно сложных технологий. На заводах Форда около 97% «синих воротничков» (т. е. рабочих), нанятых после 1991 г., имеют диплом о высшем образовании. Оказывается, это выгодно – сегодня способность быстро прочесть и освоить инструкцию важнее физической силы. Рабочий с высшим образованием приходит на работу трезвым, он социально более ответственен, поскольку предвидит последствия своих действий для себя, для производства, для окружающих и для общества и отвечает за них. В случае необходимости его можно поставить на другое рабочее место, направить в другой цех и т. д. – его интеллектуальный потенциал позволяет быстро осваивать новые виды работ.

Причем преимущества работников с высшим образованием проявляются и у нас, в России. Например, вахтовые бригады буровиков для работы на нефтяных и газовых промыслах Тюменской области оказалось выгоднее комплектовать из числа безработных инженеров различных специальностей, даже не имеющих отношения к добывающей индустрии, чем из квалифицированных рабочих-

буровиков, окончивших специальные ПТУ и техникумы. Характерен такой факт – как показали физиологические исследования, по окончании рабочей смены частота пульса у членов бригады инженеров составляла 80 ударов в минуту, что говорит о нормальном утомлении после работы, а частота пульса у членов бригады рабочих, выполнявших точно такую же работу, - 110 –120 ударов в минуту, что свидетельствовало об очень высокой степени утомления. Рабочие после смены ложились спать, а инженеры шли играть в футбол, ловить рыбу и т.д. Объяснить это различие просто – инженеры работали, зная, что надо делать, и предвидели последствия своих действий для окружающих. В бригаде же рабочих основная часть времени уходила на объяснение друг с другом и в ожидании указаний начальства.

Более того, психологи доказали, что образование противостоит старению. Наряду с физическим воспитанием умственное воспитание определяет физическое развитие человека. Образование и умственный труд, постоянная тренируемость умственных функций составляют главнейший фактор сохранения жизнестойкости и жизнеспособности, долголетия человека.

Еще с древних времен взгляд на человека и его жизнь как на непрерывный процесс развития и совершенствования отразился в идеях Библии, Корана и других религиозных святынях. В трактате итальянского гуманиста XV века Пико дела Мирандолы «Речь о достоинстве человека» есть такие слова, сказанные от имени бога: «Ни небесным, ни земным, ни смертным, ни бессмертным не сотворил я тебя, так что можешь быть свободен по собственной воле и совести – и сам себе будешь творец и создатель. Лишь тебе даровал я расти и меняться по собственной воле твоей». И если Вам дано такое счастье – учиться, развиваться, познавать мир – используйте все возможности для действительного роста и становления личности.

23 Построение взаимно перпендикулярных плоскостей

Свои способности человек
может узнать, только
попытавшись приложить их.
Сенека Младший

Построение взаимно перпендикулярных плоскостей является довольно частой графической операцией при решении задач в начертательной геометрии.

Теоретической предпосылкой для построения на эпюре Монжа проекций плоскостей, перпендикулярных по отношению друг к другу в пространстве, служит свойство проекции прямого угла, одна из сторон которого параллельна какой-либо плоскости проекций.

Две плоскости перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости.

Исходя из определения перпендикулярности плоскостей, задачу на построение плоскости φ , перпендикулярной к плоскости γ , решаем следующим

путем: проводим прямую g , перпендикулярную к плоскости γ ; заключаем прямую g в плоскость ϕ . Плоскость ϕ перпендикулярна γ , так как ϕ содержит прямую g , перпендикулярную γ .

Через прямую g можно провести множество плоскостей, поэтому задача имеет множество решений. Чтобы конкретизировать ответ, необходимо указать дополнительные условия.

Задача: Через точку D провести плоскость, перпендикулярную заданной плоскости ABC , рисунок 104.

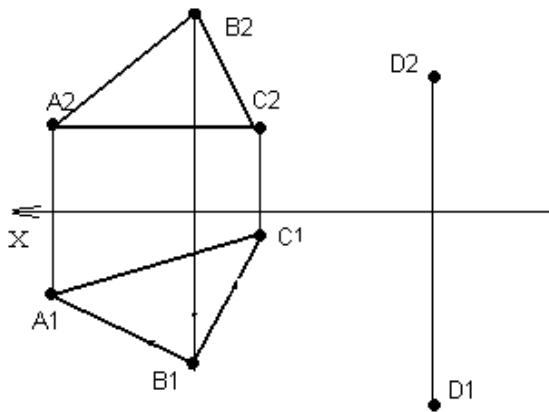


Рисунок 104

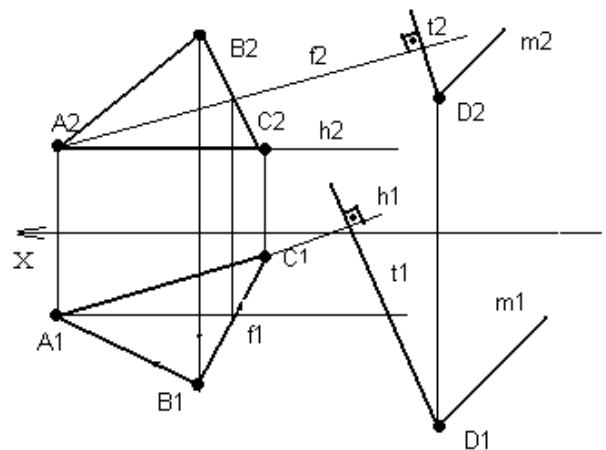


Рисунок 105

Решение:

- 1) в плоскости ABC проведем горизонталь h и фронталь f , рисунок 105;
- 2) через точку D проведем перпендикуляр t к плоскости ABC ;
- 3) через точку D проведем произвольную прямую m , она с прямой t будет определять плоскость, перпендикулярную заданной ABC .

Построенная плоскость будет перпендикулярна заданной, т. к. содержит прямую, ей перпендикулярную.

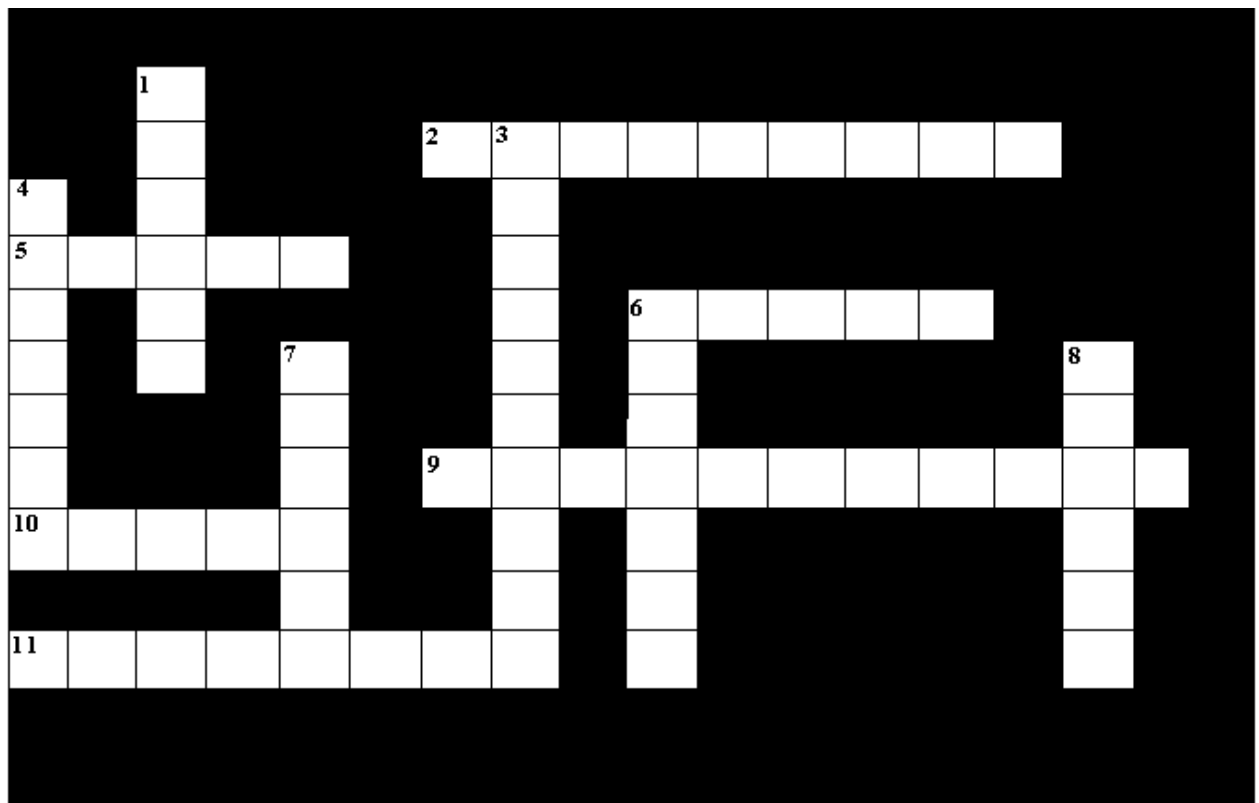
Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей.
2. Чему равен в пространстве угол между фронтальным и горизонтальным следами горизонтально-проецирующей и фронтально-проецирующей плоскостей?
3. Подумайте, перпендикулярны ли плоскости общего положения одна к другой, если их одноименные следы взаимно перпендикулярны?
4. Как построить взаимно перпендикулярные плоскости?
5. В каких случаях взаимная перпендикулярность одной пары одноименных следов плоскостей соответствует взаимной перпендикулярности самих плоскостей?
6. В каком случае в системе Π_1, Π_2 взаимная перпендикулярность плоскостей выражается взаимной перпендикулярностью фронтальных следов?

7. В каком случае в системе Π_1, Π_2 взаимная перпендикулярность плоскостей выражается взаимной перпендикулярностью горизонтальных следов?

Если Вы ответили на все контрольные вопросы, можете развлечься кроссвордами.

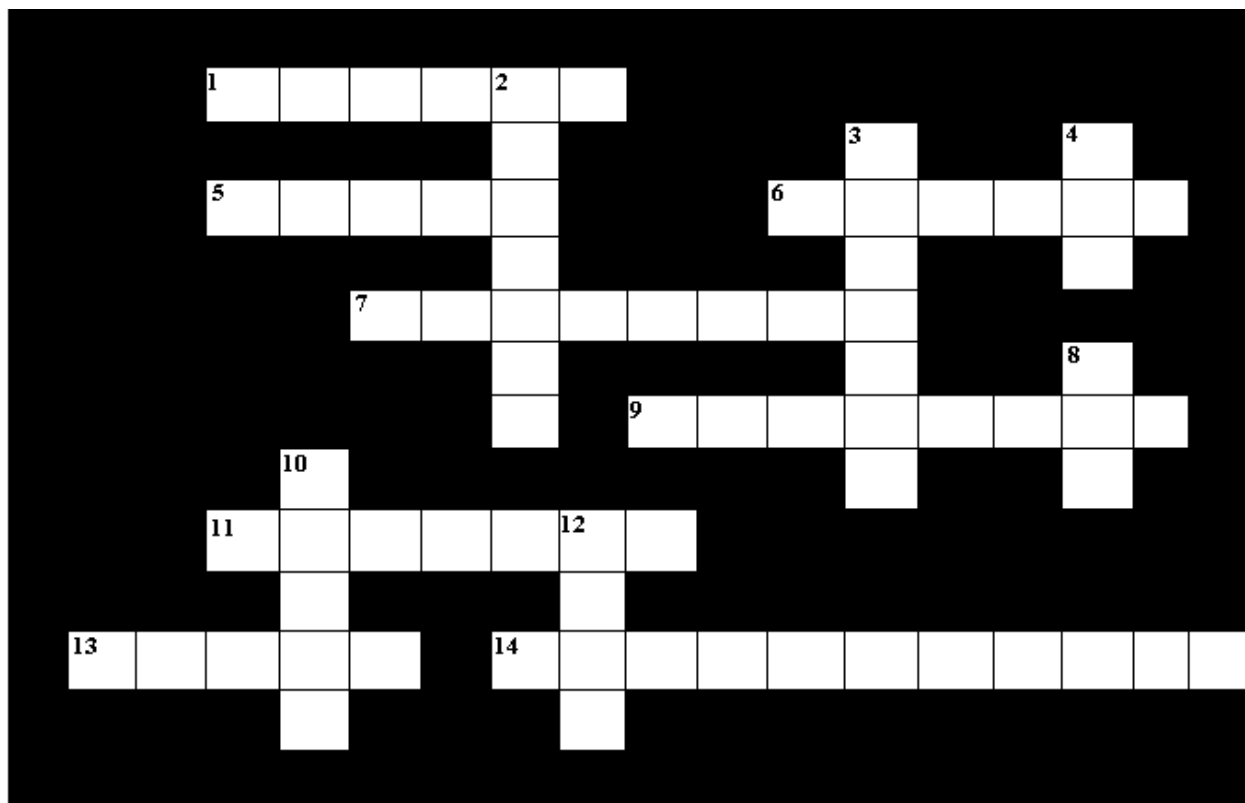
Кроссворд №3



По горизонтали: 2. Его нужно вводить при построении линии пересечения поверхностей. 5. Ограниченная часть плоскости, плоская фигура. 6. Может быть кривая, а может прямая, а может быть связи. 9. Бывает линейчатая, вращения, винтовая... 10. Ее проекции можно построить по координатам X, Y, Z . 11. Линия уровня в плоскости

По вертикали: 1. Действие или система действий, применяемые при решении задачи 3. Замкнутая на плоскости кривая, все точки которой равно удалены от центра. 4. Точечное преобразование плоскости, при котором заданы точка O и угол $\pm \phi$. 6. Планка для вычерчивания прямых линий, для измерения, часто ломается. 7. Его имя носит система координат 8. Их в пространстве восемь, а мы любим первый.

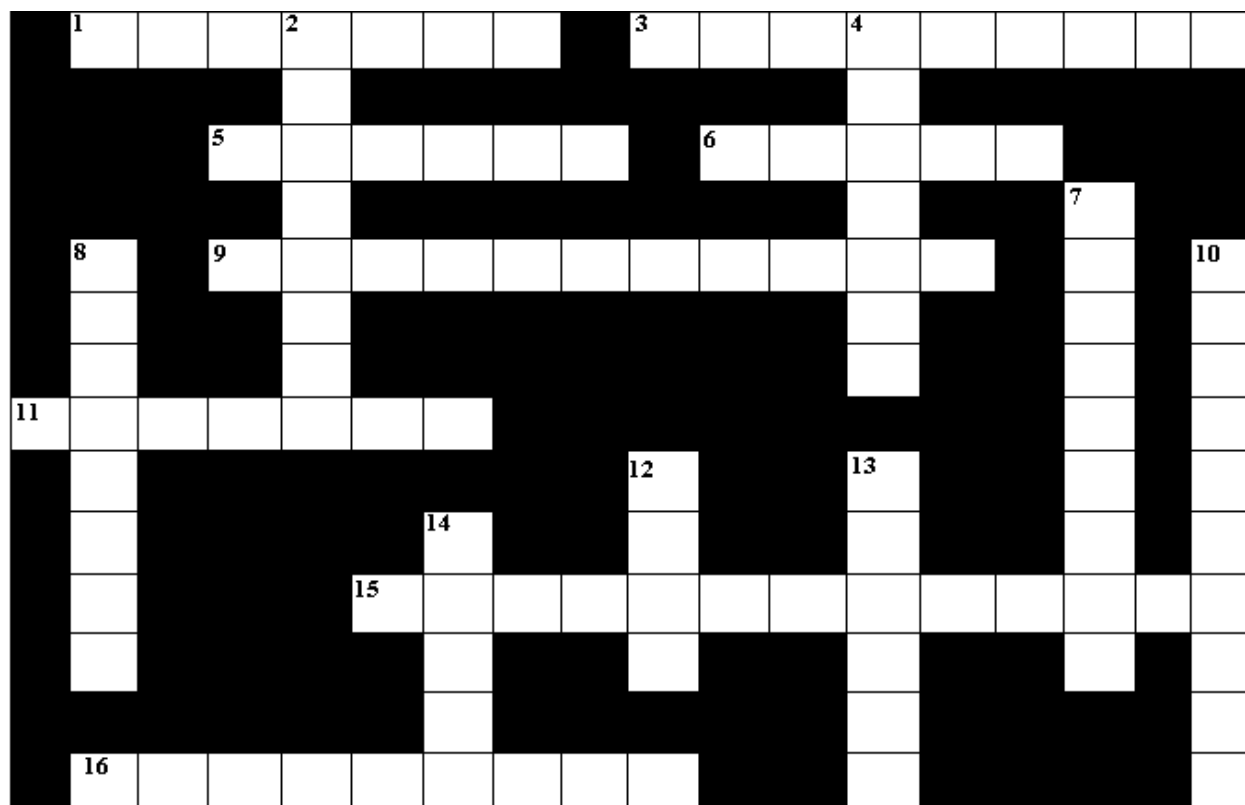
Кроссворд №4



По горизонтали: 1. Кривая второго порядка, не имеющая бесконечно удаленных (несобственных) точек. 5. Точка, равноудаленная от всех точек сферы. 6. Многогранник, может быть прямым или наклонным в зависимости от того, будут ли его ребра перпендикулярны или наклонны к основаниям. 7. Линия пересечения поверхности шара вертикальной плоскостью, проходящей через центр шара. 9. Координата X (икс) в декартовой системе. 11. Прямая, перпендикулярная касательной плоскости в данной точке поверхности. 13. Постоянная точка, расстояние которой от любой точки эллипса находится в постоянном отношении к расстоянию от той же точки до некоторой прямой, называемой директрисой. 14. Кривая Дюпена, показывает изменение кривизны нормальных сечений поверхности.

По вертикали: 2. Монж в рамке на стене. 3. У плоскости ее нет, а у видимости есть. 4. Гаспар - это что? 8. Прямая, проходящая через центры оснований цилиндра. 10. Тело, ограниченное частью конической поверхности, расположенной по одну сторону от вершины, и плоскостью, пересекающей все образующие по ту же сторону от вершины. 12. То, что мешает учить начертательную геометрию.

Кроссворд №5



По горизонтали: 1. Инструмент для вычерчивания окружностей. 3. Развернутая в плоскость поверхность какого-либо тела. 5. Отрезок прямой, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой этой окружности. 6. Наименьшая параллель поверхности вращения. 9. Сумма его внутренних углов равна 180 градусам. 11. Отношение линейных размеров изображения предмета к его действительным размерам. 15. Прямая линия, образующая прямой угол с другой прямой или плоскостью. 16. Чтобы построить точку, принадлежащую ей, надо построить прямую, лежащую в ней.

По вертикали: 2. Один из четырех двугранных углов, образованных плоскостями Π_1 и Π_2 при пересечении. 4. Точка, не лежащая в плоскости основания пирамиды, с которой соединяются все ребра. 7. Отрезок прямой, соединяющий две несмежные вершины многоугольника. 8. Многогранник, который состоит из плоского многоугольника - основания и боковых граней-треугольников, имеющих общую вершину. 10. Линейчатая поверхность, имеющая плоскость параллелизма и две криволинейные направляющие. 12. Точка пересечения прямой с плоскостью проекций. 13. Гранная поверхность с двумя основаниями и параллельными боковыми ребрами. 14. Его образуют две соседние грани многогранника.

24 Определение расстояния от точки до плоскости

- Как вам не стыдно! Вы тут сидите, а я вас там ищу!

- Надо было искать не там, - заметил попугай, - надо было искать тут.

Григорий Остер

Вот и нам с вами, для того, чтобы определить расстояние от точки до плоскости, тоже нужно знать, где искать и, главное, что. Расстояние от точки до плоскости есть не что иное, как перпендикуляр, опущенный из точки на заданную плоскость. Давайте разберем все подробно.

Если в задаче дана плоскость общего положения, то для того, чтобы опустить на эту плоскость перпендикуляр, необходимо предварительно определить направление проекций горизонтали и фронтали этой плоскости. Построение точки встречи этого перпендикуляра с плоскостью также требует выполнения дополнительных геометрических построений.

Решение задачи упрощается, если плоскость занимает частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае и проведение перпендикуляра, и построение точки его встречи с плоскостью осуществляется без каких-либо дополнительных вспомогательных построений.

Задача: Определить расстояние от точки A до плоскости γ , плоскость γ задана следами (рисунок 106).

Решение: Плоскость γ является плоскостью частного положения – она расположена перпендикулярно фронтальной плоскости проекций и является фронтально-проецирующей. Исходя из этого, можно на фронтальной проекции получить ответ задачи, построив перпендикуляр к фронтальному следу γ_2 . В самом деле, посмотрите на рисунок 107 – если провести перпендикуляр из точки A к плоскости γ , то через фронтальную проекцию точки A_2 нужно провести перпендикулярную прямую к γ_2 , а через горизонтальную проекцию A_1 – к горизонтальному следу плоскости γ_1 . Точкой пересечения перпендикуляра с плоскостью будет точка пересечения его фронтальной проекции с фронтальным следом плоскости γ_2 – K_2 . Горизонтальную проекцию точки K – K_1 следует достроить на горизонтальной проекции перпендикуляра. Отрезок $|AK|$ выражает расстояние от точки A до заданной плоскости, причем он спроецирован в натуральную величину на фронтальную плоскость проекций, т.к. прямая, заданная этим отрезком является фронтальной линией уровня. Таким образом, измерив линейкой расстояние $|A_2K_2|$ в мм Вы получите ответ задачи.

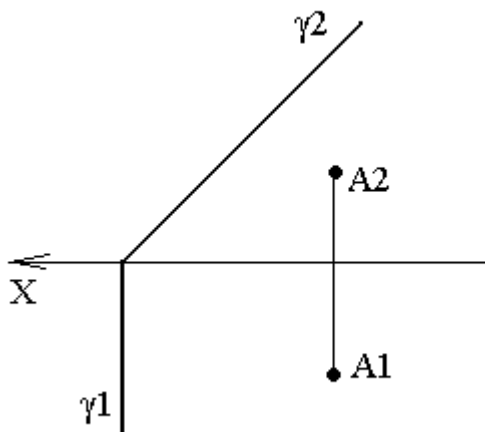


Рисунок 106

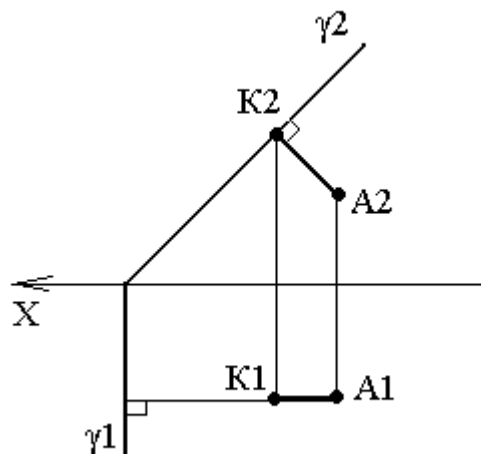


Рисунок 107

Для решения подобной задачи с плоскостью общего положения нужно уметь проводить перпендикуляр к плоскости общего положения, решать задачу на точку встречи прямой с плоскостью и определять натуральную величину отрезка методом прямоугольного треугольника. В следующей задаче мы попробуем все это сделать.

Задача: Определить расстояние от точки В до плоскости, заданной параллельными прямыми l и t (рисунок 108).

Решение : Чтобы провести перпендикуляр из точки на плоскость, в плоскости необходимо построить горизонталь и фронталь. Проведем фронтальную проекцию горизонтали на произвольном расстоянии от оси OX параллельно ей. Выбирайте положение горизонтали так, чтобы она имела две точки пересечения с заданной плоскостью (рисунок 109). Обозначив точки пересечения горизонтали с прямыми T_2 и K_2 , построим их горизонтальные проекции на соответствующих горизонтальных проекциях прямых l и t . Через точки T_1 и K_1 пройдет горизонтальная проекция прямой h_2 .

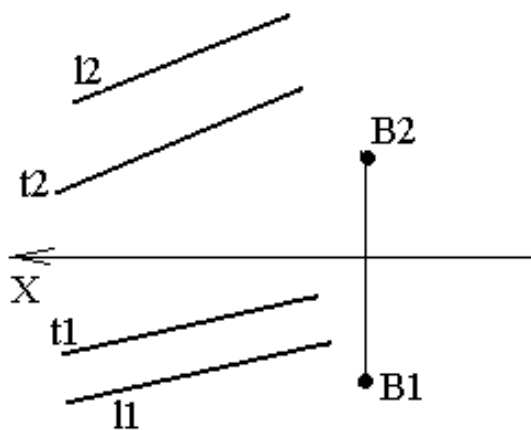


Рисунок 108

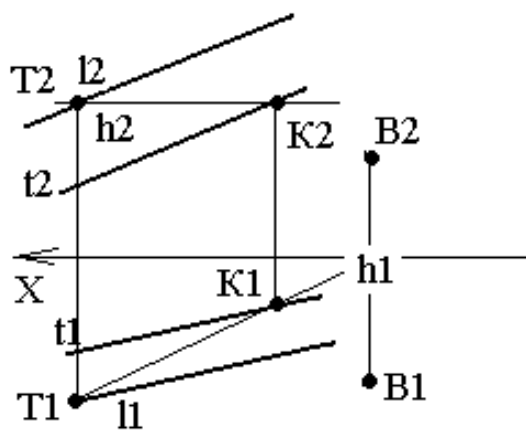


Рисунок 109

Аналогичным образом построим фронталь в плоскости параллельных прямых l, t (рисунок 110). Теперь мы имеем возможность провести из точки B прямую, перпендикулярную заданной плоскости. Надеюсь, Вы не забыли как это делается. Давайте повторим: фронтальная проекция перпендикуляра должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали.

Перпендикулярная прямая построена на рисунке 111.

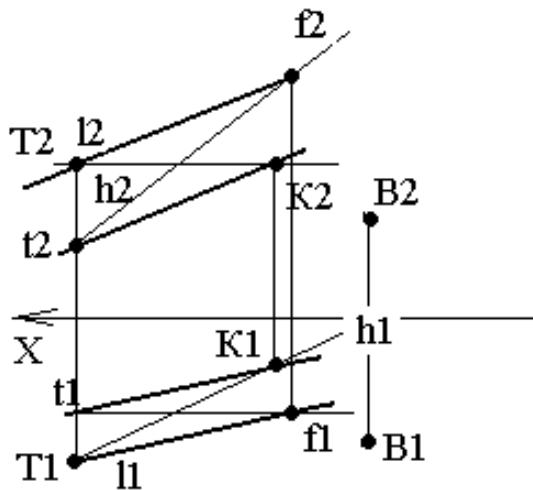


Рисунок 110

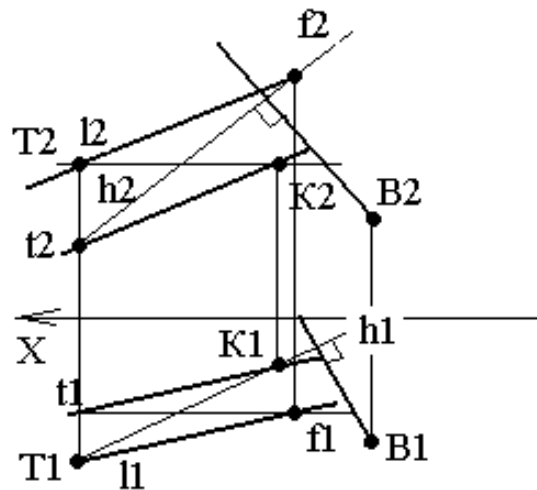


Рисунок 111

Следующим действием необходимо определить точку пересечения перпендикуляра с заданной плоскостью. Для этого надо перпендикуляр заключить во фронтально проецирующую плоскость и построить линию пересечения этой плоскости с заданной (для построения точки встречи можно было использовать и горизонтально-проецирующую плоскость). В той точке, где линия пересечения плоскостей пересечет прямую, перпендикулярную плоскости будет находиться точка встречи перпендикуляра с плоскостью. На рисунке 112 это точка O (O_1, O_2). Для завершения задачи необходимо определить натуральную величину отрезка $|BO|$ методом прямоугольного треугольника, что выполнено на рисунке 113. Ответ задачи выражается длиной гипотенузы треугольника в мм.

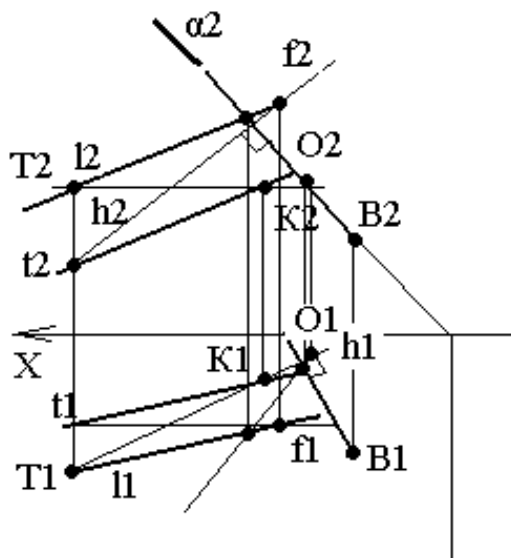


Рисунок 112

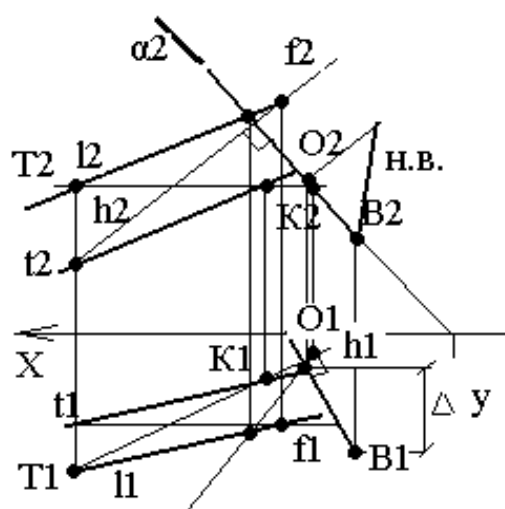


Рисунок 113

Таким образом, алгоритм решения задачи на определение расстояния от точки до плоскости сводится к следующему:

- 1) построить в плоскости произвольные горизонталь и фронталь;
- 2) провести проекции перпендикуляра из точки к плоскости;
- 3) построить точку пересечения перпендикуляра с заданной плоскостью;
- 4) определить натуральную величину отрезка, выражающего расстояние от точки до плоскости.

Кроме задач на определение расстояния от точки до плоскости подобным образом решаются задачи следующих типов: определение расстояния между прямой и плоскостью, определение расстояния между плоскостями, определение расстояния между скрещивающимися прямыми.

Расстояние между прямой и плоскостью определяется длиной отрезка перпендикуляра, опущенного из произвольной точки прямой на плоскость.

Расстояние между плоскостями определяется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки, взятой на одной плоскости, на другую плоскость.

Расстояние между скрещивающимися прямыми определяется длиной перпендикуляра, заключенного между параллельными плоскостями, которым принадлежат скрещивающиеся прямые (рисунок 114). Для того, чтобы через скрещивающиеся прямые m и f провести взаимно параллельные плоскости, достаточно через точку A , взятую на прямой m , провести прямую t , параллельную прямой f , а через точку B , взятую на прямой f , провести прямую g , параллельную прямой m . Пересекающиеся прямые m и g , f и t определяют взаимно параллельные плоскости (рисунок 115).

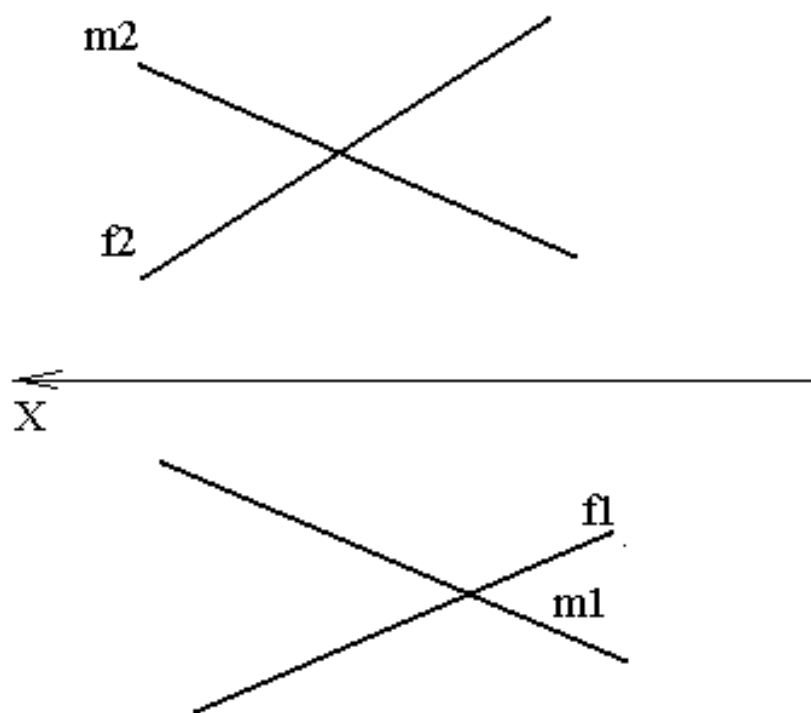


Рисунок 114

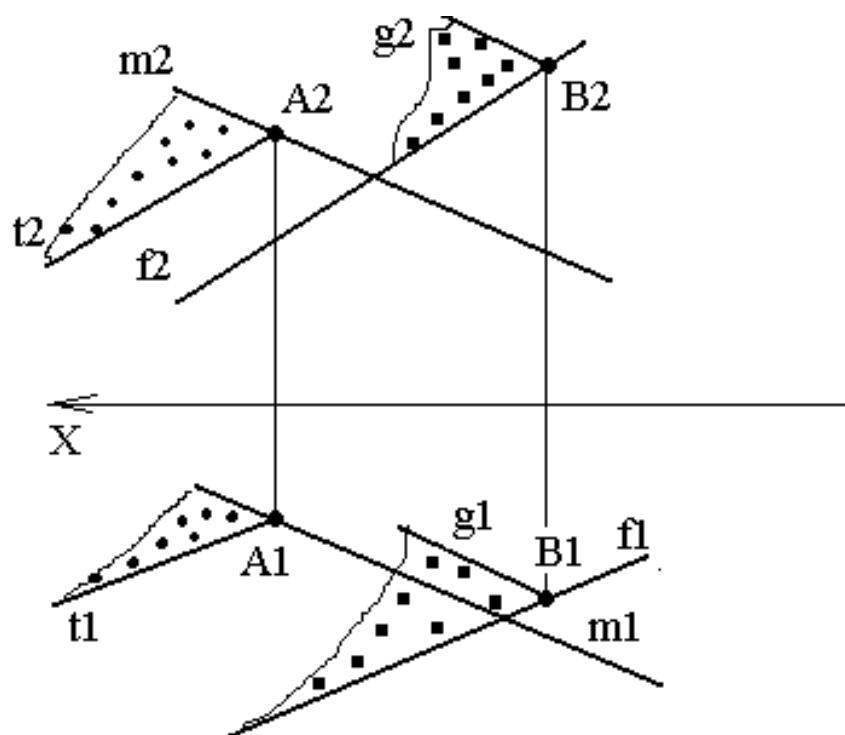


Рисунок 115

Контрольные вопросы.

1. Чем определяется расстояние от точки до плоскости?
2. Как провести через точку перпендикуляр к плоскости, заданной следами?
3. Как определить расстояние между скрещивающимися прямыми?
4. Чем определяется расстояние между прямой и плоскостью?

25 Определение расстояния от точки до прямой

Э.Дарвин считал, что время от времени следует производить самые дикие эксперименты. Из них почти никогда ничего не выходит, но если они удаются, то результат бывает потрясающим.

Дарвин играл на трубе перед своими тюльпанами. Никаких результатов.

Научный факт

Если Вы научитесь определять расстояние от точки до прямой, Вам гарантирован хороший результат на экзамене. Даже если Вы не решите ни одной задачи, но сообщите преподавателю, что умеете находить расстояние от точки до прямой, уверяю, он Вас выслушает обязательно, и это будет Ваш шанс.

Расстояние от точки до прямой выражается перпендикуляром, проведенным из точки к прямой до пересечения с ней. Так как прямой угол между прямыми общего положения искажается на обеих плоскостях проекций, то перпендикулярность прямых общего положения приходится сводить к перпендикулярности прямой и плоскости. При этом используется известное положение, что две прямые перпендикулярны в том и только в том случае, если через каждую из них можно провести плоскость, перпендикулярную к другой прямой. Таким образом, построение взаимно перпендикулярных прямых общего положения сводится к построению взаимно перпендикулярных прямой и плоскости.

Задача: Определить расстояние от точки A до прямой общего положения t (рисунок 116).

Решение: Через точку A проведем вспомогательную плоскость α , перпендикулярную прямой t , задав ее горизонталью и фронталью (рисунок 117). Вы должны помнить, что для того, чтобы проведенная плоскость была перпендикулярна заданной прямой необходимо провести $h1$ перпендикулярно $t1$, а $f1$ перпендикулярно $t2$.

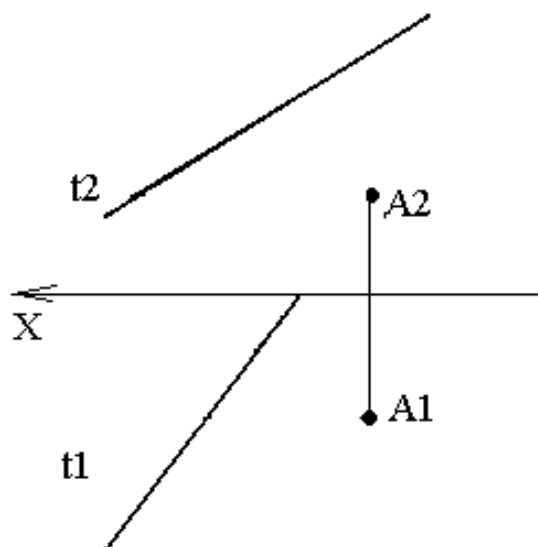


Рисунок 116

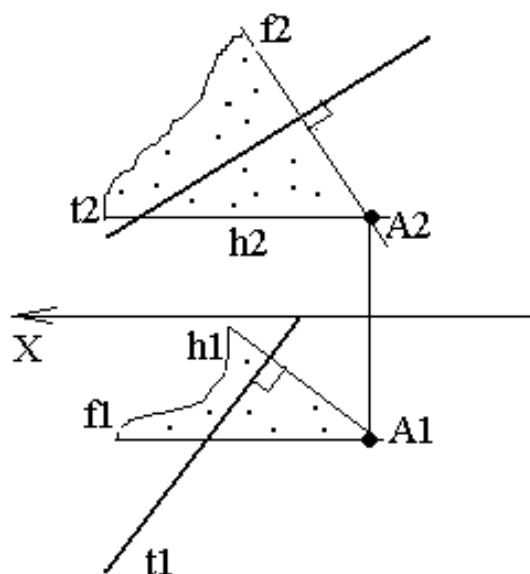


Рисунок 117

Затем построим точку пересечения заданной прямой t с плоскостью α – на рисунке 118 это точка K (K_1, K_2).

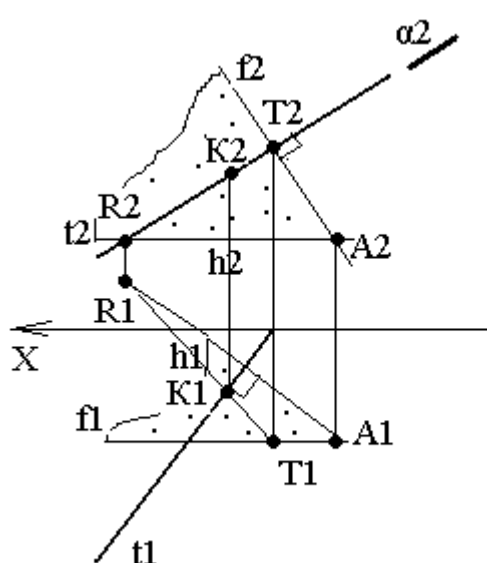


Рисунок 118

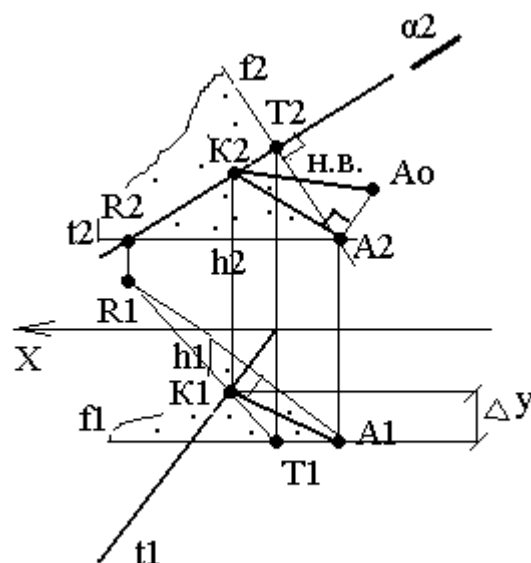


Рисунок 119

Отрезок $|AK|$ выражает расстояние от точки A до прямой t . Чтобы узнать его действительную величину, воспользуемся правилом прямоугольного треугольника – его гипотенуза равна расстоянию от точки A до прямой t (рисунок 119).

Таким образом, алгоритм решения задачи на определение расстояния от точки до прямой сводится к следующему:

- 1) построить через заданную точку плоскость, перпендикулярную прямой;
- 2) найти точку пересечения заданной прямой с построенной плоскостью;
- 3) определить натуральную величину отрезка, выражающего расстояние от точки до прямой.

Решение задачи на определение расстояния между параллельными прямыми ничем не отличается от только что рассмотренного примера. Это утверждение базируется на том, что расстояние между параллельными прямыми определяется величиной перпендикуляра, опущенного из точки, взятой на одной прямой, на другую прямую.

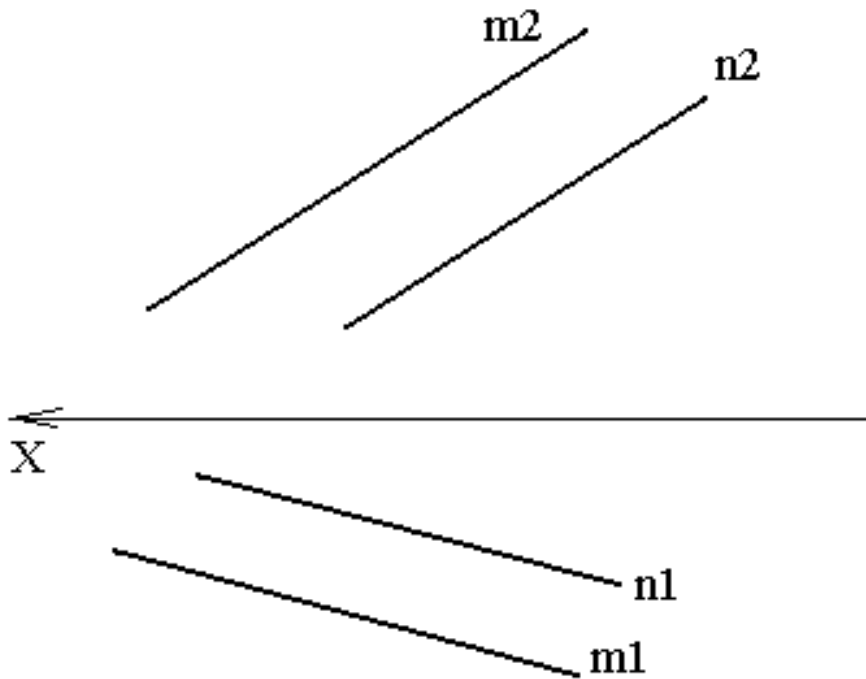


Рисунок 120

Задача: Определить расстояние между параллельными прямыми m и n , рисунок 120.

Решение: На прямой m отмечаем произвольную точку M (M_1 , M_2) и определяем расстояние от этой точки до прямой n . На рисунках 121, 122 показано проведение плоскости, перпендикулярной прямой n и построение их точки пересечения. На рисунке 123 завершено решение задачи и определена действительная (натуральная) величина отрезка $|MK|$, выражающая расстояние между параллельными прямыми m и n .

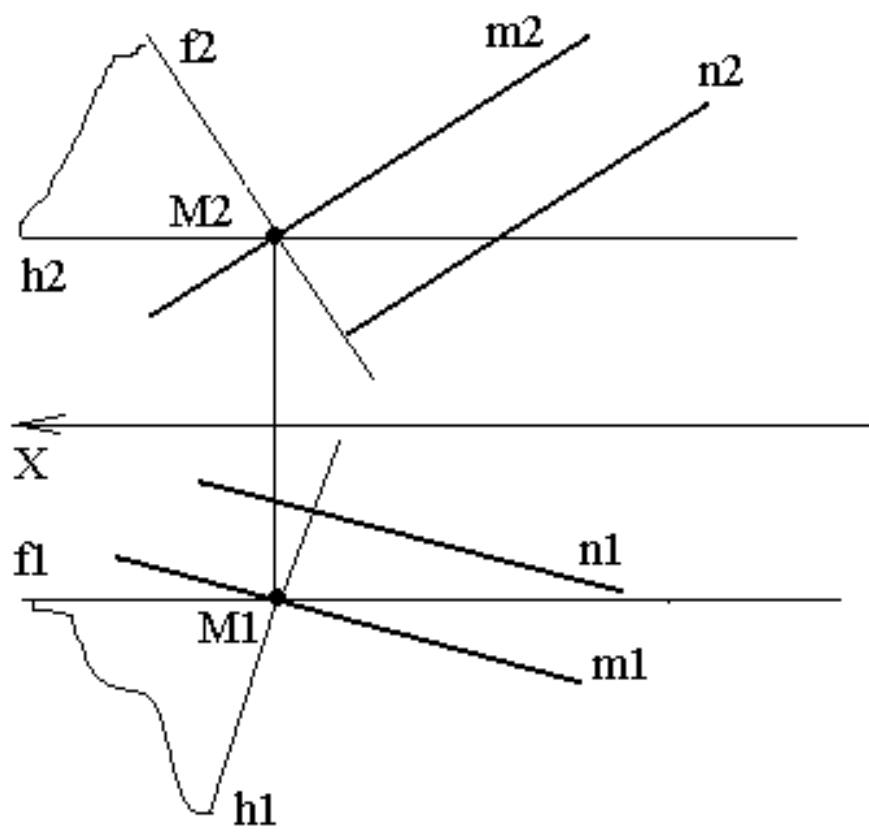


Рисунок 121

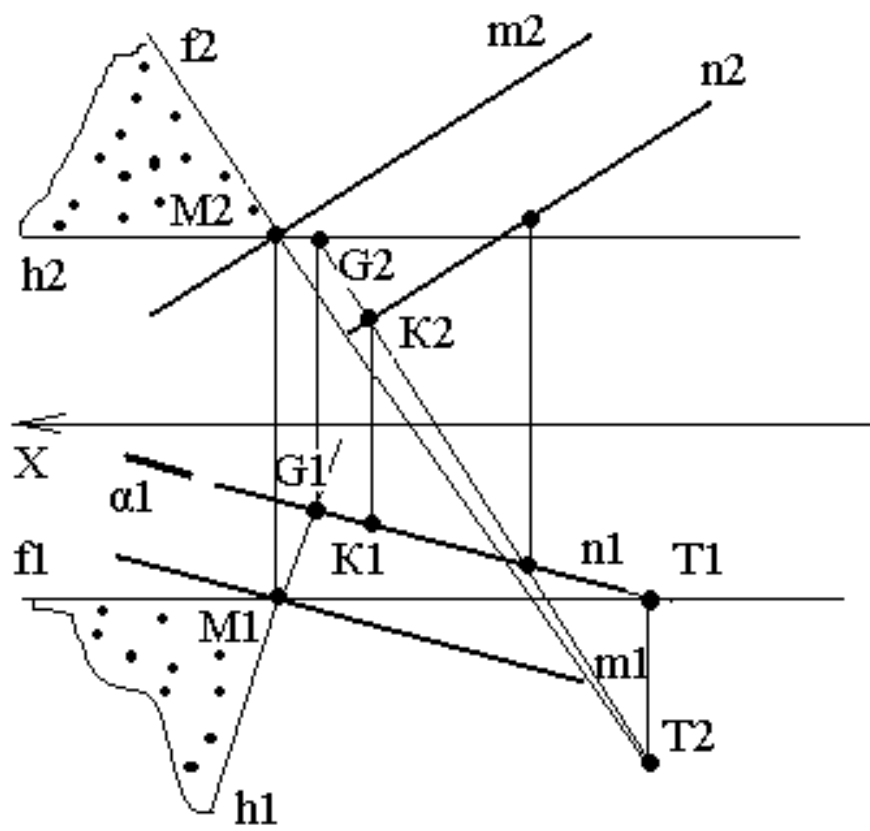


Рисунок 122

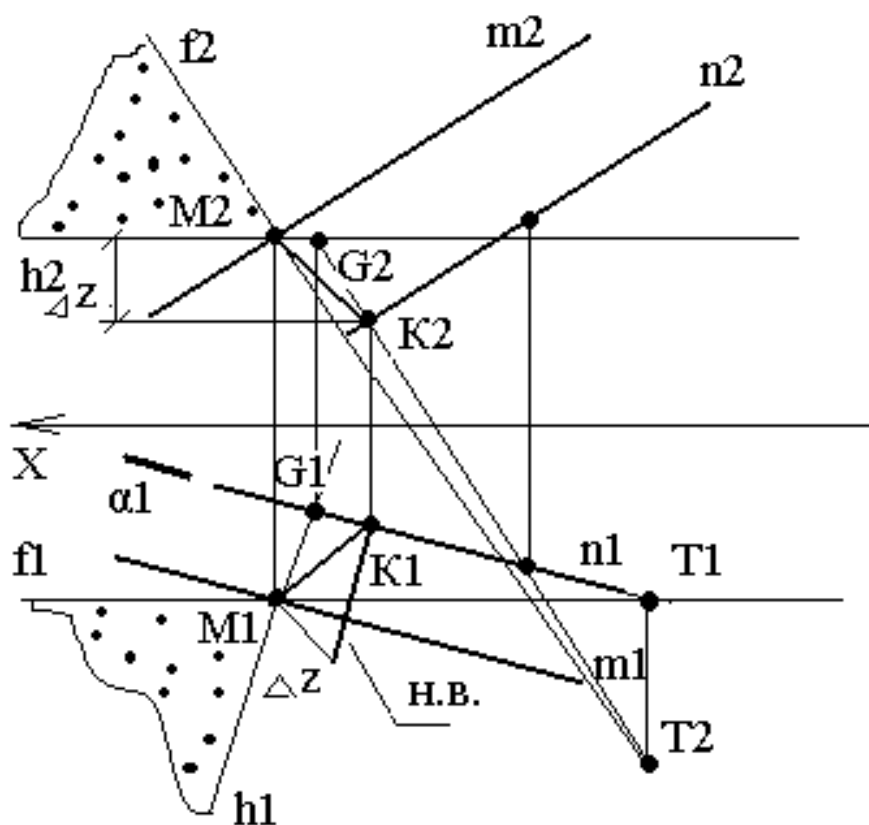


Рисунок 123

Контрольные вопросы.

1. Как опустить перпендикуляр из точки на прямую?
2. Нужно ли при определении расстояния от точки до прямой уметь решать задачу на точку встречи прямой и плоскости? Для какой прямой и какой плоскости?
3. Как определить расстояние между двумя параллельными прямыми?

26 Линии наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций

*Я,- сказала мартышка,- про
одно и то же не умею думать два
раза! И тебе не советую.*

*Легкомысленная
мартышка Гр. Остера*

Мы уже изучали линии, занимающие особое положение в плоскости. Теперь нам придется вернуться к рассмотрению этого вопроса еще раз. Кроме линий уровня, которые мы довольно часто рассматривали при изучении предыдущего материала, в плоскости еще есть прямые, занимающие особое положение. Они называются линиями наибольшего наклона плоскости.

Прямые плоскости, перпендикулярные к прямым уровня этой плоскости, называются линиями наибольшего наклона данной плоскости к соответствующей плоскости проекций. Такое название объясняется тем, что среди различных прямых какой-либо плоскости линии наибольшего наклона, перпендикулярные горизонталям плоскости, образуют наибольший угол с горизонтальной плоскостью проекций; линии наибольшего наклона, перпендикулярные фронталям плоскости, образуют наибольший угол с фронтальной плоскостью проекций; линии наибольшего наклона к профильным прямым плоскости, образуют наибольший угол с профильной плоскостью проекций.

Прямая линия наибольшего наклона данной плоскости к какой-либо плоскости проекций со своей проекцией на эту плоскость образует линейный угол двугранного угла данной плоскости с соответствующей плоскостью проекций. Поэтому **измерение двугранного угла между плоскостью общего положения и плоскостью проекций может быть сведено к измерению угла между соответствующей линией наибольшего наклона плоскости и ее проекцией на выбранную плоскость проекций.**

Линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций часто называют линией ската, так как материальная частица, находящаяся на плоскости, будет скатываться по этой линии. Представьте себе, как капля дождя скатывается по крыше - она катится перпендикулярно к горизонтальному краю крыши, - след, оставляемый этой каплей и есть линия ската или линия наибольшего наклона плоскости крыши к горизонтальной плоскости проекций.

Итак, давайте попробуем построить линию ската плоскости γ , если мы знаем, что она должна лежать в этой плоскости и быть перпендикулярна ее горизонталям.

Задача: Построить линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций для плоскости γ , заданной следами (рисунок 124).

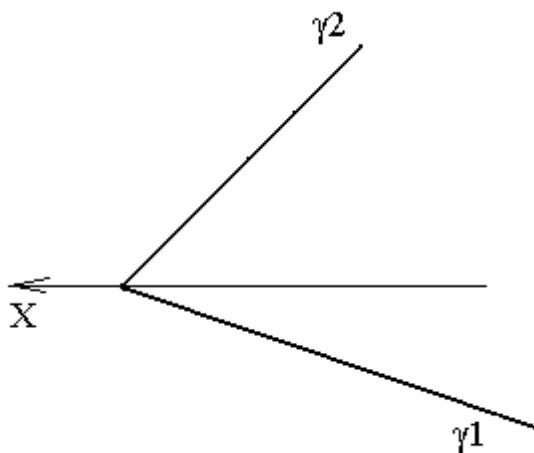


Рисунок 124

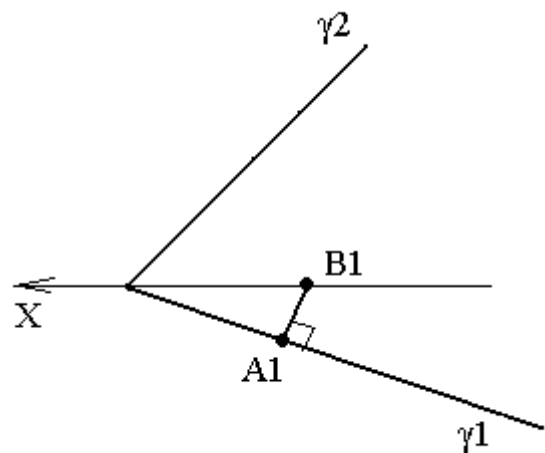


Рисунок 125

Решение: Так как следы плоскости являются ее нулевыми горизонталью и фронталью, нет необходимости строить какую-то другую горизонталь, можно

для построения линии наибольшего наклона (ЛНН) воспользоваться горизонтальным следом плоскости γ . На горизонтальной плоскости проекций построим горизонтальную проекцию прямой АВ, перпендикулярную γ_1 и имеющую с данной плоскостью две общие точки (рисунок 125).

Для завершения задачи необходимо достроить фронтальную проекцию прямой АВ, учитывая, что фронтальная проекция точки А, принадлежащей следу плоскости лежит на оси ОХ, а фронтальная проекция точки В должна быть построена на фронтальном следе плоскости. Таким образом, построенная прямая является ЛНН данной плоскости (рисунок 126).

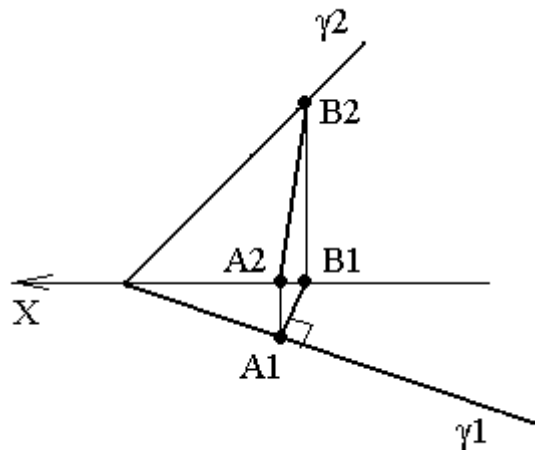


Рисунок 126

Задача: Провести в плоскости АВС общего положения через ее точку В прямые наибольшего наклона к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций (рисунок 127).

Решение: Построим ЛНН к плоскости проекций П1. Для этого построим в плоскости треугольника АВС горизонталь h , она проходит через точки А и 1. Так как ЛНН должна быть перпендикулярна горизонталям плоскости АВС, а эта перпендикулярность на эпюре сохраняется на горизонтальной проекции, то горизонтальную проекцию искомой прямой строим перпендикулярно проекции h_1 , проведя ее через точку В1. Фронтальную проекцию ЛНН находим из условия принадлежности данной прямой плоскости АВС, для чего используем точки В и 2.

Таким образом прямая, определяемая точками В и 2 является ЛНН к горизонтальной плоскости проекций.

Далее строим ЛНН к плоскости проекций П2. Для этого проводим в плоскости АВС фронталь f при помощи точек А и 3. Так как ЛНН перпендикулярна к фронталям плоскости АВС, а эта перпендикулярность сохраняется во фронтальной проекции, то фронтальную проекцию искомой

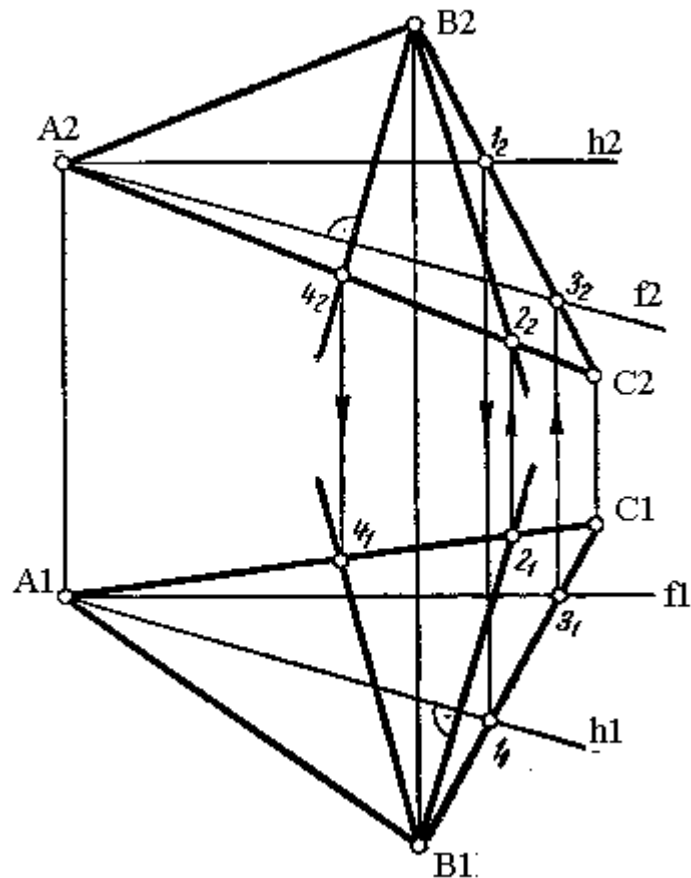


Рисунок 127

прямой проводим через точку B_2 перпендикулярно к f_2 . Горизонтальную проекцию этой прямой находим при помощи точек B и 4 , выделенных на плоскости ABC .

Таким образом, прямая, определяемая точками B и 4 является ЛНН плоскости ABC к фронтальной плоскости проекций.

Теперь, научившись строить ЛНН плоскости к плоскостям проекций, мы с их помощью сможем определять углы наклона заданных плоскостей к плоскостям проекций. Для этого нужно лишь определить действительную величину отрезка ЛНН методом прямоугольного треугольника, угол между действительной величиной и проекцией отрезка на соответствующую плоскость проекций будет искомым. Давайте разберем это на примере задач.

Задача: Определить угол наклона плоскости, заданной параллельными прямыми m и n к горизонтальной плоскости проекций (рисунок 128).

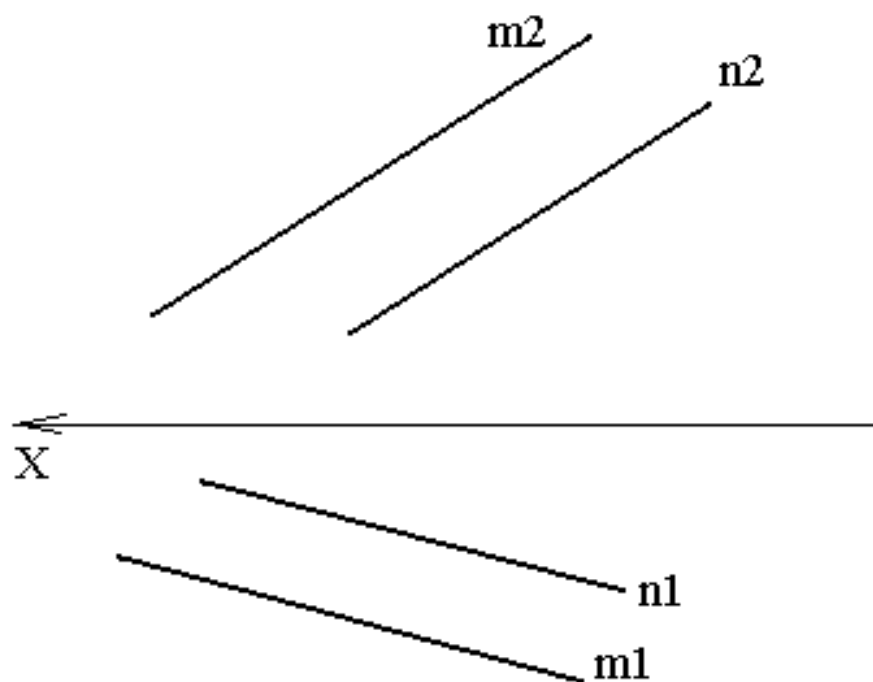


Рисунок 128

Решение: Построим в заданной плоскости горизонтальную линию уровня h , проводя ее фронтальную проекцию на произвольном расстоянии от оси OX . Отметим точки пересечения ее с прямыми плоскости – K_2 и G_2 и достроим по линиям связи ее горизонтальную проекцию – K_1 , G_1 (рисунок 129).

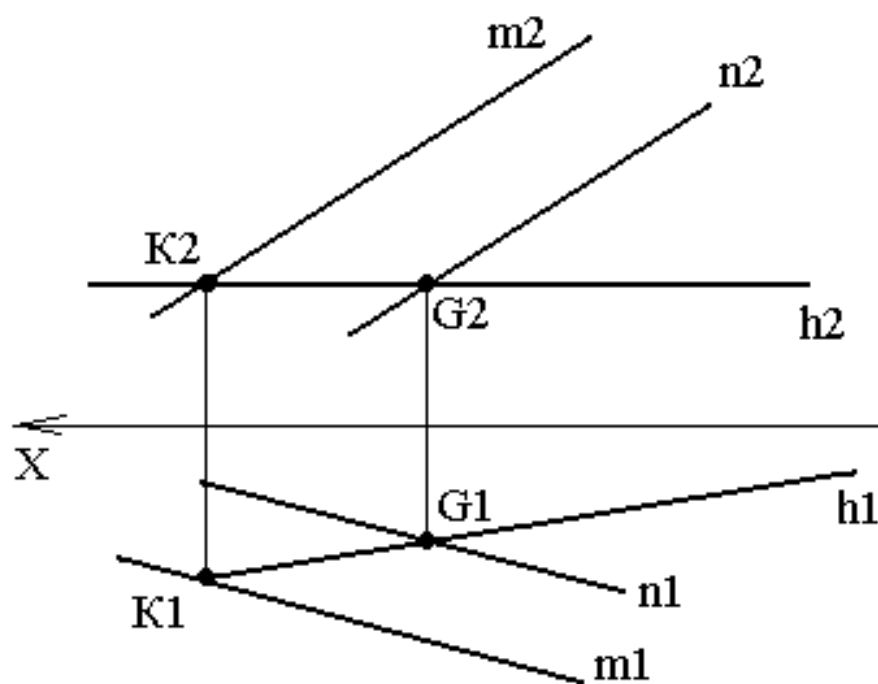


Рисунок 129

Затем через точку G (ее горизонтальную проекцию $G1$) построим ЛНН плоскости, заданной параллельными прямыми, проведя ее перпендикулярно $h1$ и отметив точку пересечения ее с заданной плоскостью – $R1$, рисунок 130.

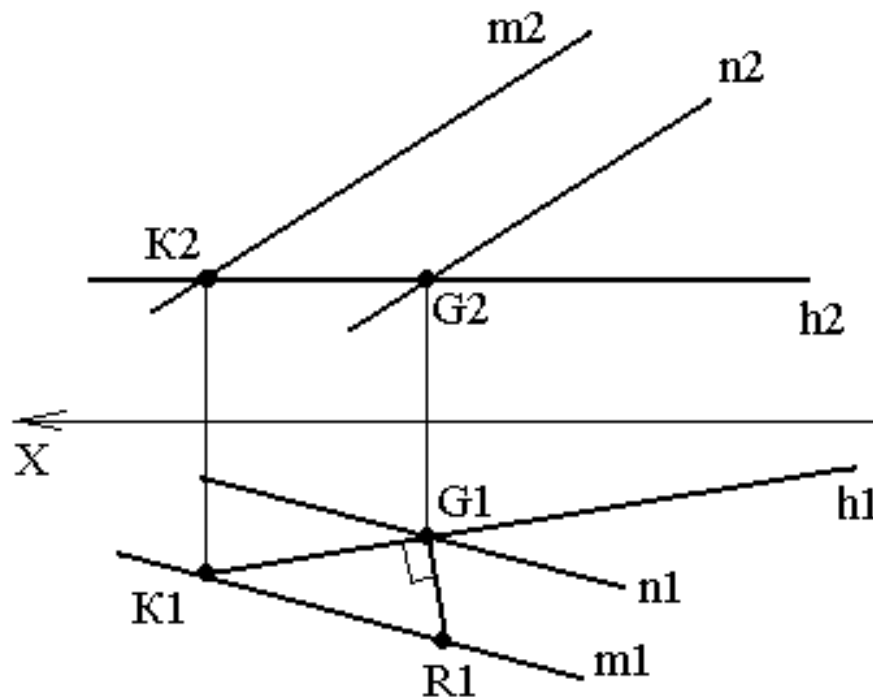


Рисунок 130

Далее необходимо достроить фронтальную проекцию точки R по принадлежности ее плоскости ($n \parallel m$) и определить натуральную величину отрезка GR на горизонтальной плоскости проекций. Точка $R2$ должна лежать на фронтальной проекции прямой $m2$. Натуральную величину определяем по правилу прямоугольного треугольника, на чертеже это отрезок $RoG1$. Угол между горизонтальной проекцией отрезка $G1R1$ и его натуральной величиной (гипотенузой прямоугольного треугольника $G1Ro$) и является искомым углом наклона заданной плоскости к горизонтальной плоскости проекций $\Pi1$ (рисунок 131).

27 Задачи на построение геометрического места точек

А кому сейчас легко?

Жизнь

*И еще: Самый лучший способ
подбодрить себя – подбодрить кого-
нибудь другого.*

Марк Твен

Геометрическим местом точек пространства, равноудаленных от двух точек является плоскость, проходящая через середину отрезка, соединяющего эти точки, перпендикулярно к нему. Это правило нужно помнить при решении задач, в условии которых упоминается геометрическое место точек, равноудаленных от двух точек.

Геометрическим местом точек пространства, равноудаленных от трех точек является линия пересечения плоскостей, соответственно перпендикулярных отрезкам, соединяющим данные точки попарно и проходящим через середины этих отрезков. Достаточно провести две такие плоскости через середины двух отрезков, не используя третью плоскость через середину третьего отрезка. Проиллюстрируем это на решении задач.

Задача: Построить геометрическое место точек, равноудаленных от точек А и В (рисунок 132).

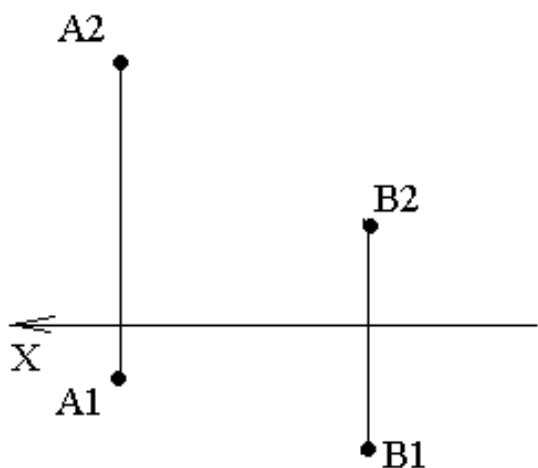


Рисунок 132

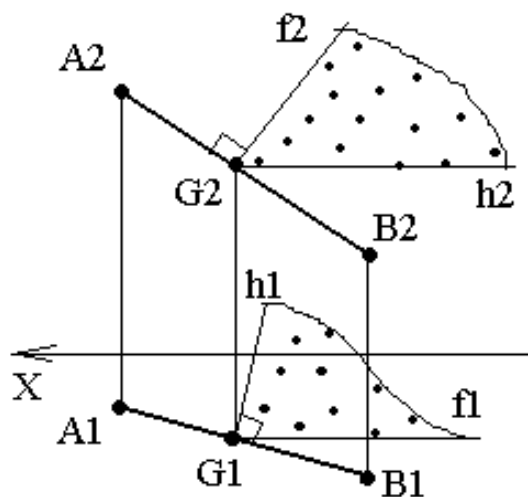


Рисунок 133

Решение: так как геометрическим местом точек, равноудаленных от двух точек является плоскость, проходящая через середину отрезка АВ перпендикулярно к нему, то необходимо соединить одноименные проекции точек А и В и определить середину отрезка любым известным Вам способом (например, с помощью циркуля). Пусть это будет точка G (G1,G2), рисунок 133.

Чтобы провести плоскость, перпендикулярную отрезку АВ, необходимо задать ее горизонталью и фронталью, так как по теореме о проецировании прямого угла прямая и плоскость общего положения взаимно перпендикулярны в том и только в том случае, когда проекции прямой перпендикулярны одноименным проекциям соответствующих линий плоскости, т.е. горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтالي.

Построим через точку $G1$ $h1$ перпендикулярно $A1B1$, а через $G2$ $f2$ перпендикулярно $A2B2$, $h2$ и $f1$ пройдут через точку G параллельно оси OX . Построенная плоскость и является искомым геометрическим местом точек.

Попытайтесь задать эту плоскость следами. Построив следы горизонтали и фронтали (вспомните, какого следа нет у горизонтальной линии уровня, а какого у фронтальной), Вы легко сможете это сделать. Однако, если это построение не удалось, не отчаивайтесь, в следующей задаче мы разберем такой вариант.

Задача: Построить геометрическое место точек, равноудаленных от трех точек пространства А, В и С (рисунок 134).

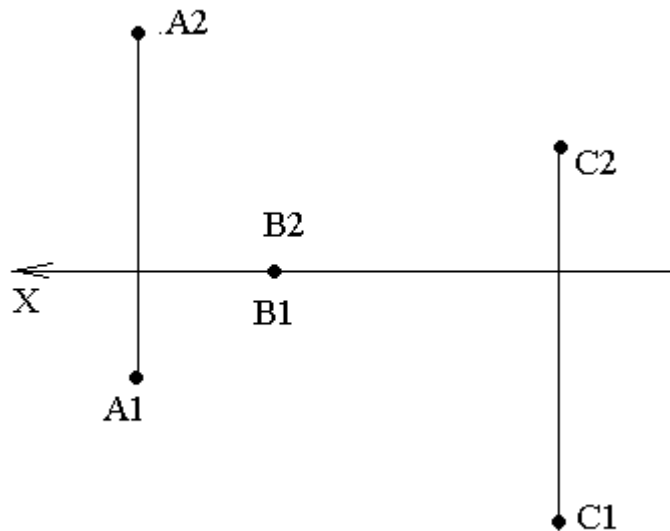


Рисунок 134



Построим плоскость φ , перпендикулярную отрезку АВ и проходящую через точку К, которая делит отрезок на две равные части. Чтобы задать эту плоскость следами, через точку К построим горизонтальную линию уровня h . Ее горизонтальная проекция h_1 должна быть построена через K_1 перпендикулярно горизонтальной проекции отрезка A_1B_1 , а фронтальная проекция h_2 через K_2 параллельно оси OX , рисунок 135. Обозначим фронтальный след горизонтали буквой N – через фронтальную проекцию этой точки можно провести фронтальный след плоскости φ , причем φ_2 пройдет перпендикулярно фронтальной проекции отрезка A_2B_2 . Горизонтальный след плоскости φ_1 построим через точку схода следов φ_x параллельно горизонтальной проекции линии уровня h_1 . Таким образом, построенная плоскость φ и прямая АВ будут взаимно перпендикулярны, т.к. фронтальная проекция прямой A_2B_2 перпендикулярна фронтальному следу плоскости φ , а горизонтальная проекция прямой A_1B_1 перпендикулярна горизонтальному следу φ_1 (рисунок 136).

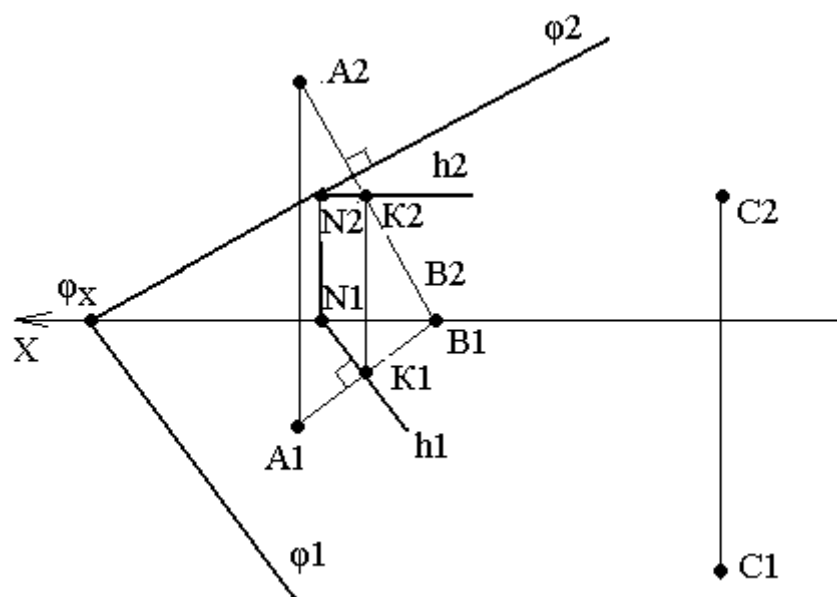


Рисунок 136

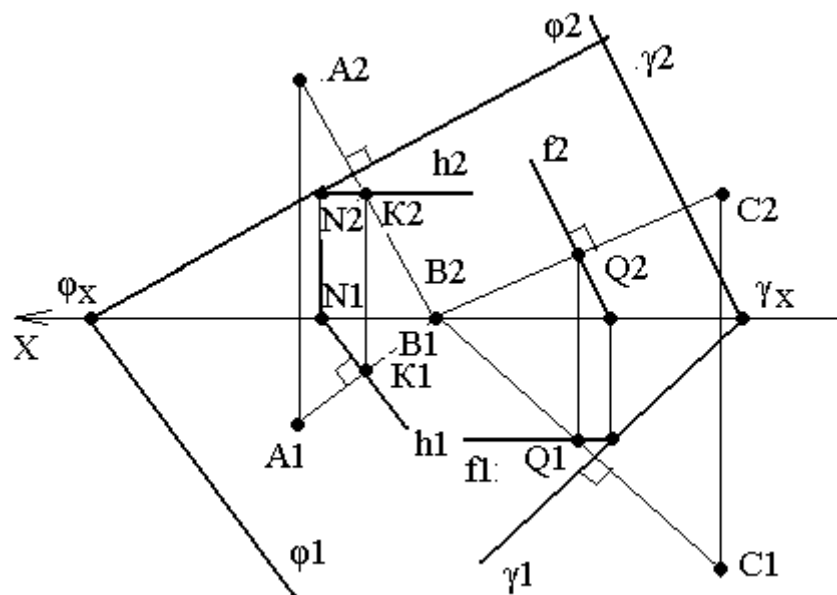


Рисунок 137

Аналогичным образом построим плоскость через середину отрезка BC, перпендикулярно к нему. Воспользуемся для этого фронтальной линией уровня f , построив ее через точку Q, которая делит отрезок BC на равные части. Зададим плоскость γ следами, см. рисунок 137.

Для завершения решения задачи нужно построить линию пересечения плоскостей ϕ и γ , которая и будет искомым геометрическим местом точек. На рисунке 138 выполнено такое построение с использованием точек пересечения одноименных следов плоскостей. В результате построена линия пересечения плоскостей MR.



Задача: Построить геометрическое множество точек, удаленных от плоскости γ на 40 мм. Плоскость γ задана прямой t и точкой A , рисунок 139.

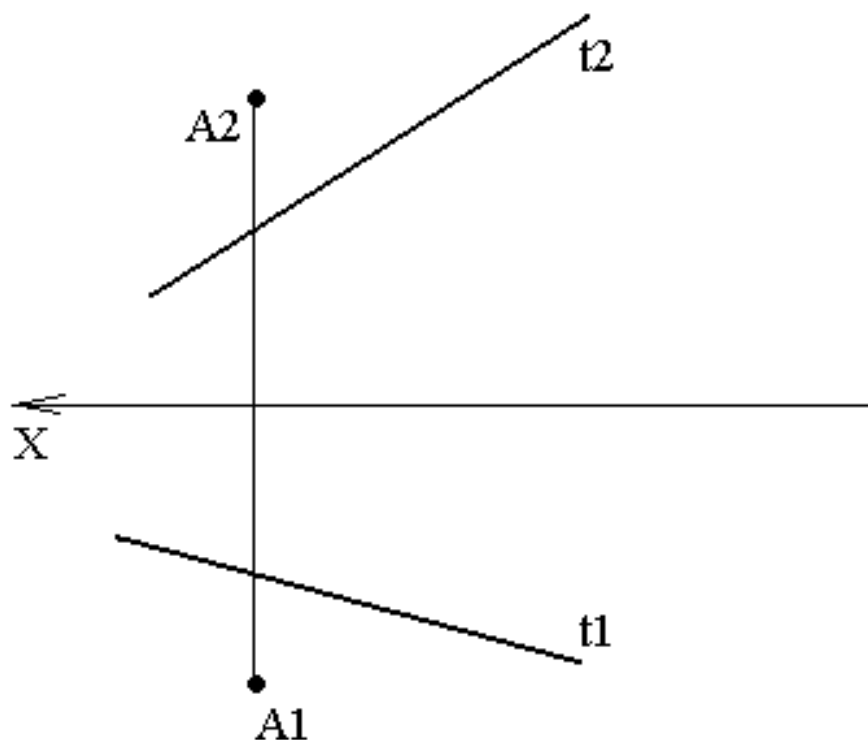


Рисунок 139

Решение: Геометрическим множеством точек, равноудаленных от плоскости, очевидно, является плоскость, параллельная заданной и расположенная от нее на требуемом расстоянии, - в нашей задаче это расстояние определяется 40 мм. Заметим, что плоскость, параллельную заданной, можно построить, отложив 40 мм в противоположные стороны от плоскости, - следовательно решение задачи будет завершено лишь при построении двух плоскостей, параллельных заданной и располагающихся по разные стороны от нее.

Итак, для того, чтобы построенная плоскость была удалена от заданной на 40 мм, нам необходимо восставить из произвольной точки плоскости γ перпендикуляр, чтобы им измерять расстояние между параллельными плоскостями. Для этого построим в заданной плоскости горизонталь h и фронталь f , рисунок 140. Из точки A проведем прямую, перпендикулярную плоскости - ее фронтальная проекция должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали.

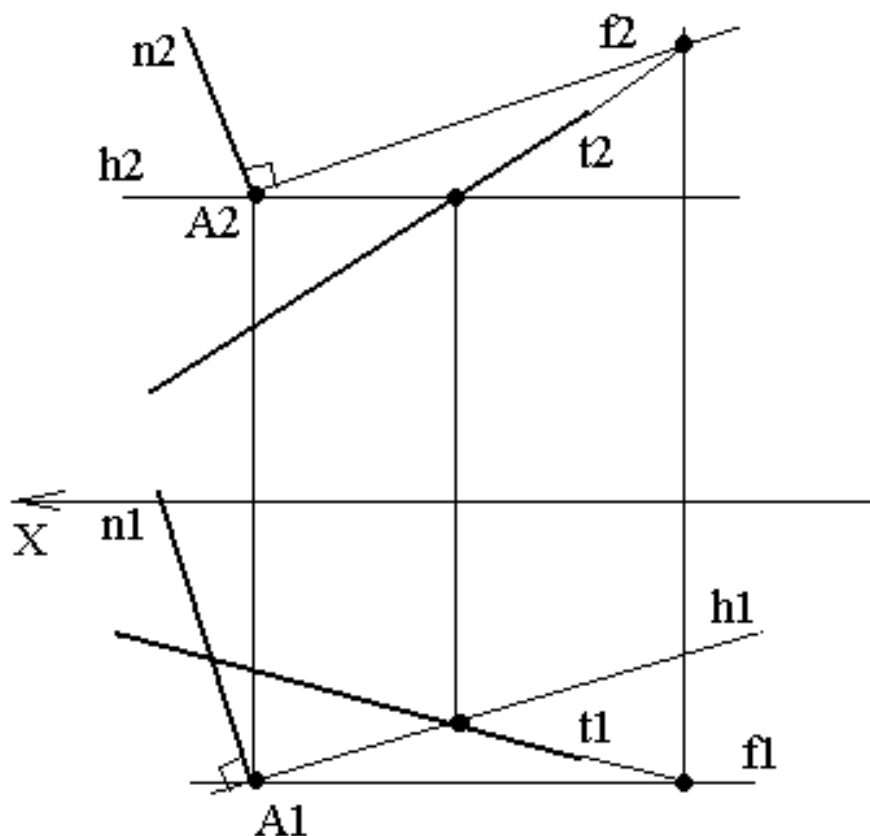


Рисунок 140

Чтобы отложить отрезок в 40 мм по обе стороны от заданной плоскости, необходимо определить натуральную величину некоторого отрезка перпендикуляра. Построим на нем произвольную точку F и определим действительную величину отрезка AF методом прямоугольного треугольника. На рисунке 141 показано это построение.

Теперь, зная натуральную величину произвольного отрезка перпендикуляра, мы можем на ней отложить заданные 40 мм, получим точку K₀ и вернуть эту точку на горизонтальную и фронтальную проекции перпендикуляра – K₁, K₂. Именно через эту точку необходимо построить плоскость, параллельную заданной. Тогда все точки этой новой плоскости будут удалены от γ на заданное расстояние, рисунок 142. На рисунке новая плоскость задана линиями уровня, обозначенными буквами m и g, соответственно параллельными горизонтали и фронтали заданной плоскости.

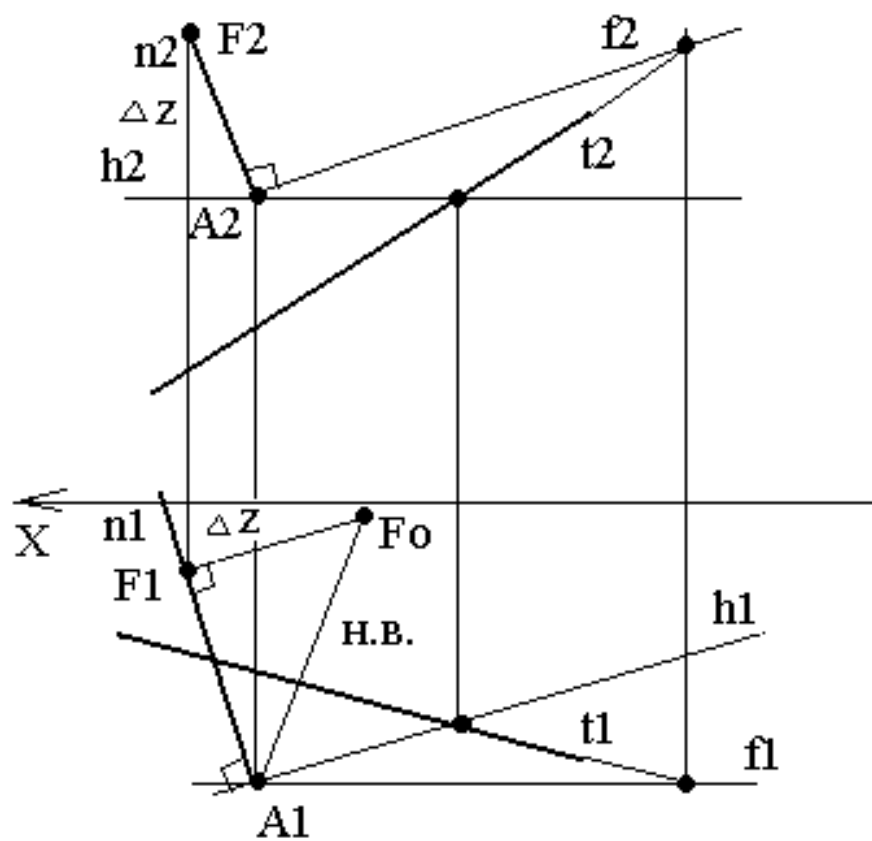


Рисунок 141

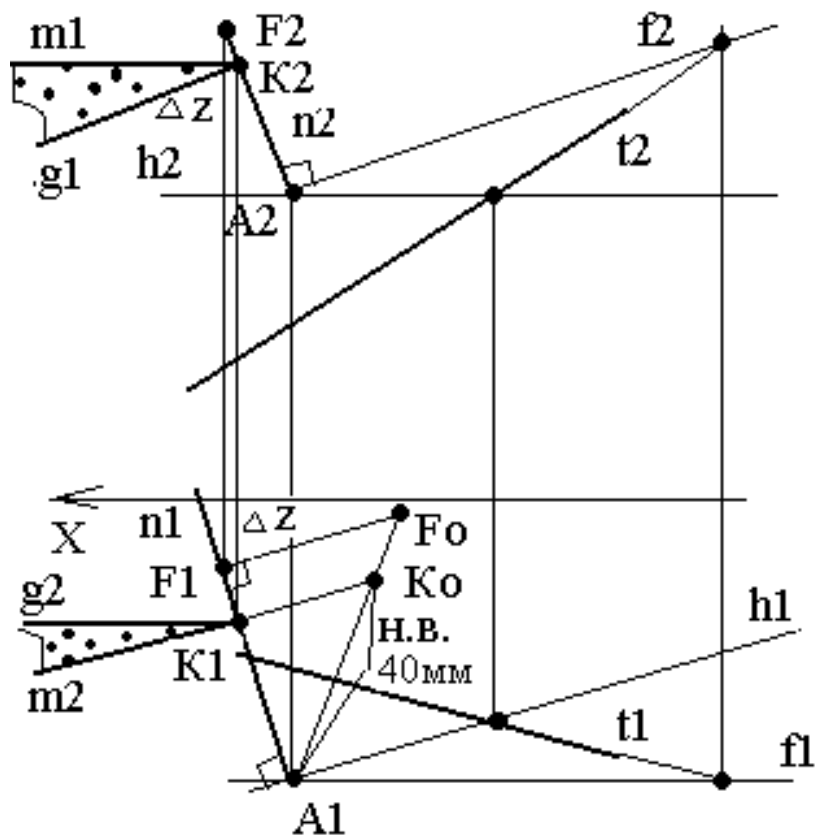


Рисунок 142

Чтобы завершить решение задачи, продолжим перпендикуляр из точки А в сторону, противоположную построенной точке К и отложим на любой его проекции расстояние, равное длине соответствующей проекции отрезка АК. Полученную точку обозначим L (L_1, L_2). Через точку L зададим плоскость, параллельную заданной двумя пересекающимися прямыми, соответственно параллельными h и f заданной плоскости. Пусть прямая d будет параллельна h , а прямая u будет параллельна f (рисунок 143).

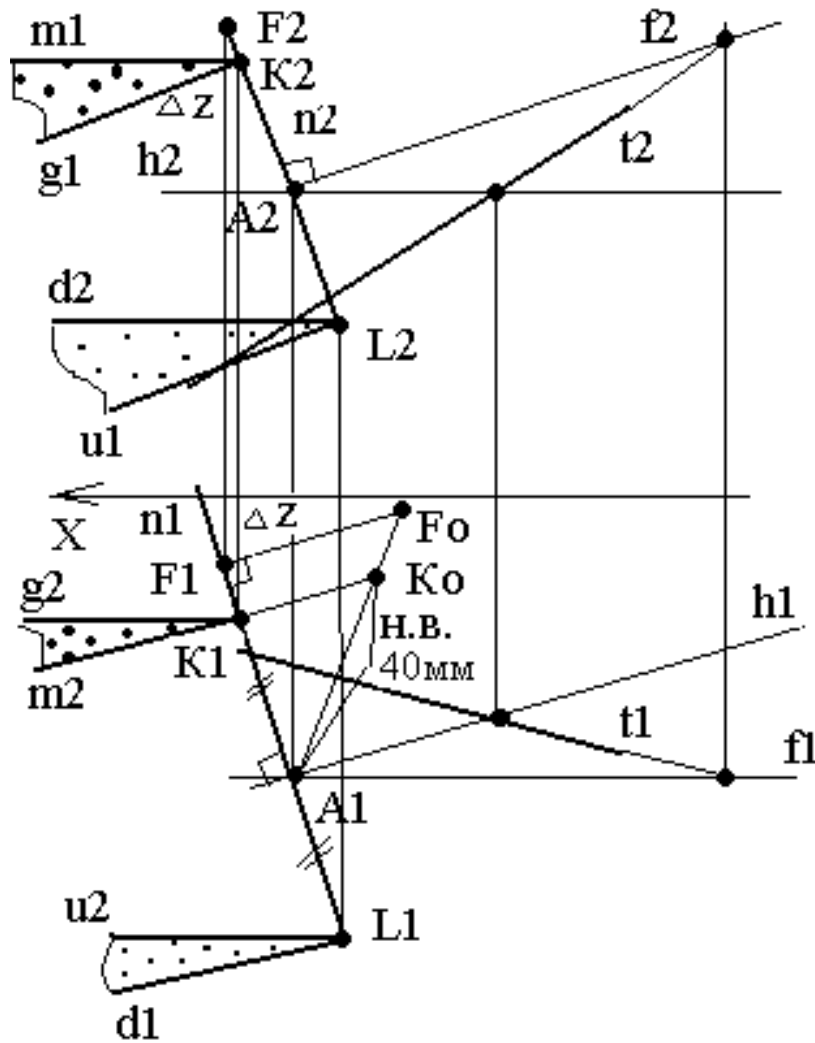


Рисунок 143

Таким образом, геометрическим местом точек, равноудаленных от плоскости γ на 40 мм будет плоскость пересекающихся прямых m и g и плоскость пересекающихся прямых d и u .

Задача: Построить геометрическое множество точек, равноудаленных от двух параллельных прямых m и t , рисунок 144.

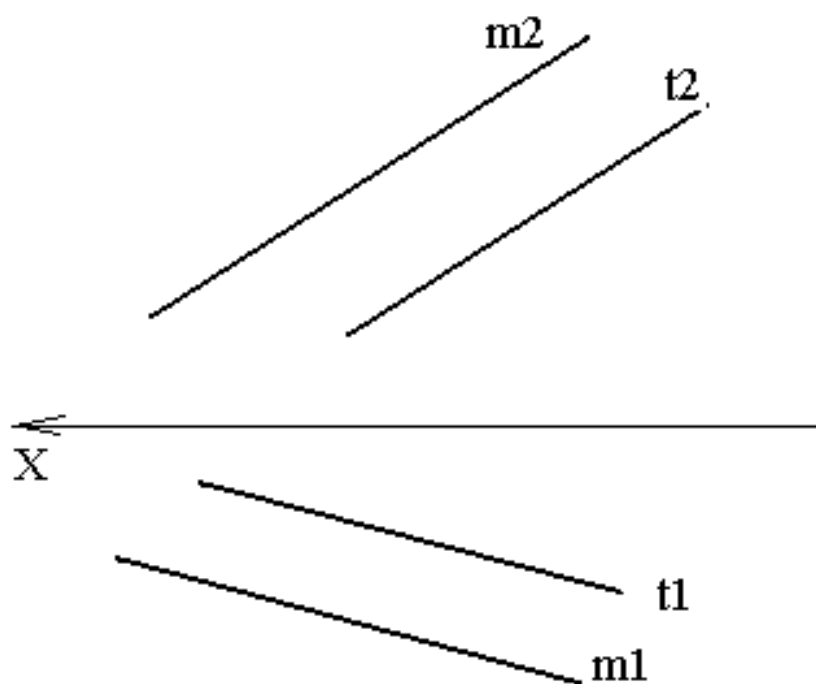


Рисунок 144

Решение: Геометрическим местом точек, равноудаленных от двух параллельных прямых является плоскость, проходящая через середину перпендикуляра, проведенного из произвольной точки одной прямой к другой, причем эта плоскость и перпендикуляр взаимно перпендикулярны. Рассмотрим построение такой плоскости. Выберем на прямой m произвольную точку K и построим через нее перпендикуляр к прямой t . Для этого построим через точку K плоскость, перпендикулярную к прямой t , зададим ее горизонталью h и фронталью f (рисунок 145).

Определим точку встречи построенной плоскости с прямой t . Для этого прямую заключим в проецирующую плоскость β и построим линию пересечения этих двух плоскостей (рисунок 146). Точка пересечения этой линии с прямой t является искомой точкой встречи, обозначим ее O (O_1, O_2). Отрезок KO является перпендикуляром к обеим прямым.

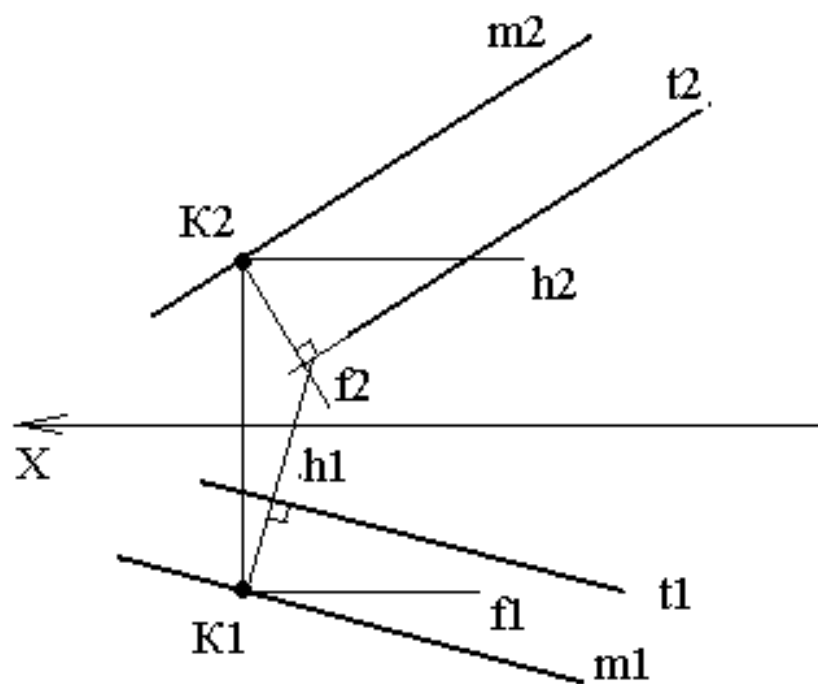


Рисунок 145

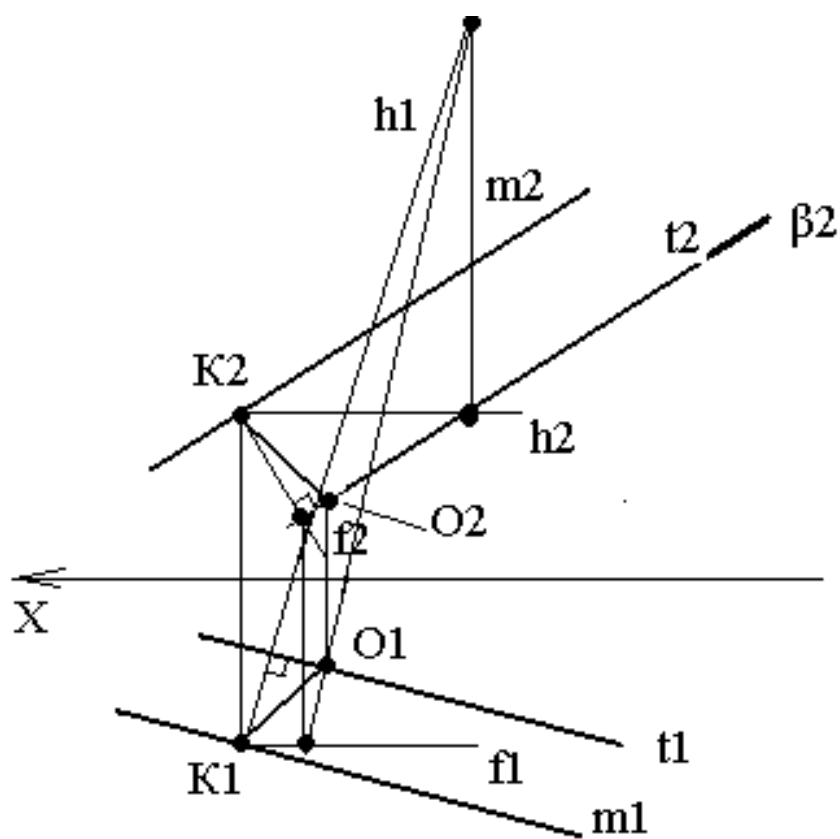


Рисунок 146

Определив середину отрезка КО (точка F), проведем через нее плоскость, перпендикулярную данному отрезку.

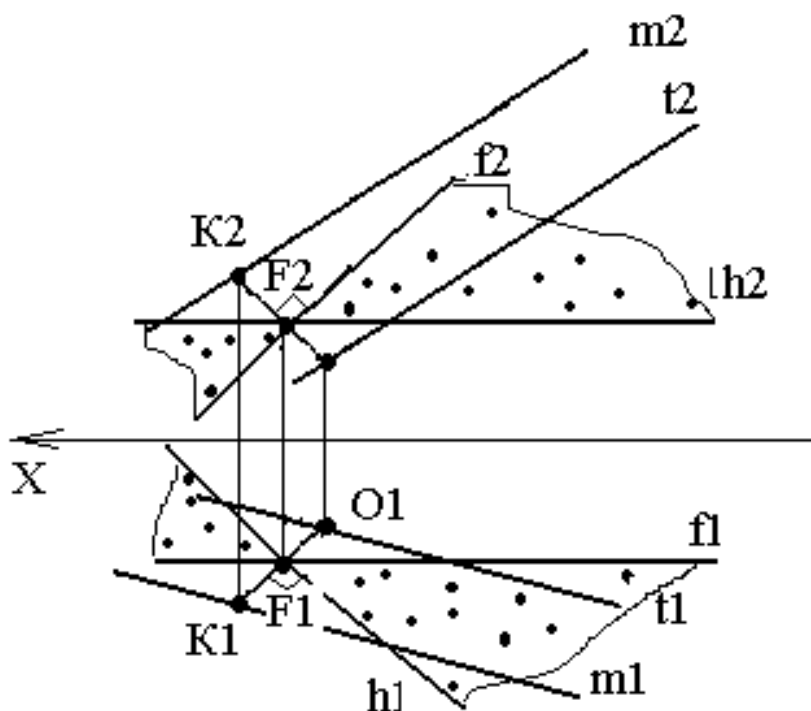


Рисунок 147

На рисунке 147 искомая плоскость задана горизонтальной и фронтальной линиями уровня. Она является геометрическим местом точек, равноудаленных от параллельных прямых m и t , так как любая точка этой плоскости находится на равном расстоянии от обеих прямых.

На рисунке 148 эта же плоскость задана следами, что удобнее, так как чертеж получается не таким загроможденным. Для этого достаточно построить горизонтальный след фронтальной линии уровня, продлив фронтальную проекцию f_2 до пересечения с осью OX . Горизонтальная проекция горизонтального следа фронтали лежит на f_1 , которую построили через горизонтальную проекцию точки F (F_1).

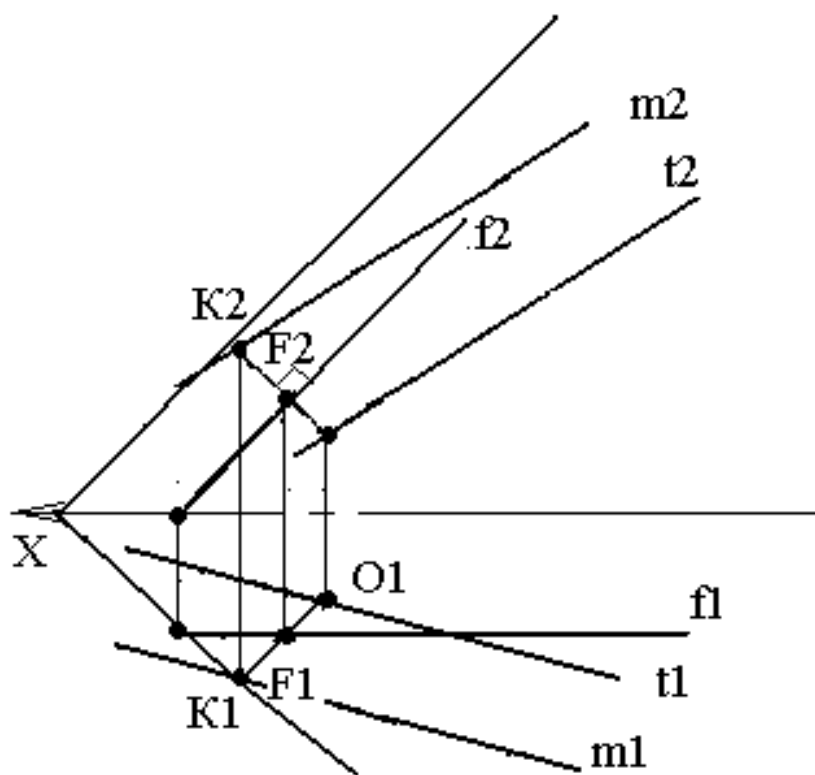


Рисунок 148

Вместо контрольных вопросов к этому параграфу Вам предлагается решить самим все эти задачи, используя условия, выполненные на рисунках 132, 134, 139 и 144. Можно условия начертить на бумаге, а можно решать прямо в пособии. Помните, что постепенно фрагменты решения будут накладываться один на другой, поэтому можно пользоваться цветными карандашами для большей наглядности.

28 Примеры выполнения контрольных работ по изложенным темам курса

*Прежде чем чего-то бояться,
нужно сначала посмотреть: страшное
оно или не страшное. А то чего же зря
стараться? Ты его боишься, а оно,
может быть, совсем и не страшное.*

Мудрый удав Григория Остера

Первая контрольная работа, которая предлагается для выполнения студентам первых курсов инженерных специальностей содержит следующие типы заданий:

Задача: Построить недостающие проекции точки В (рисунок 149).

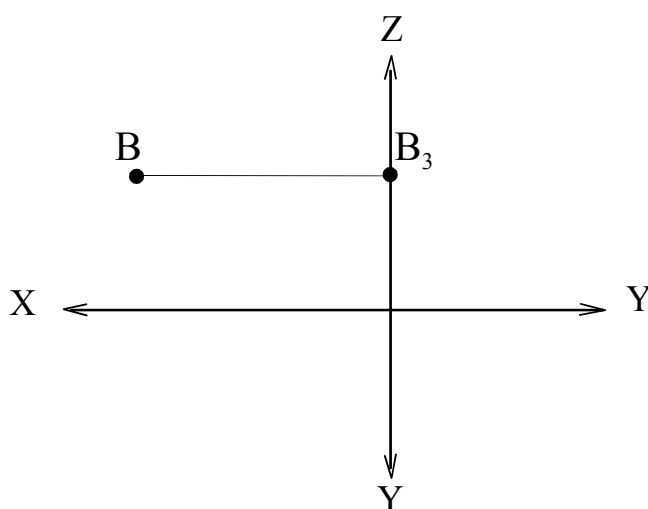


Рисунок 149

Решение: Давайте проанализируем, в каком октанте может лежать точка В. Если профильная проекция точки располагается на оси ОZ, это значит, что координата Y точки В равна нулю. Далее по чертежу видно, что координаты Z и X отличны от нуля, так как указано положение самой точки В и ее профильной проекции. Следовательно, точка В лежит во фронтальном поле проекций π_2 . Тогда фронтальная проекция точки – B_2 совпадет с самой точкой В, а проекция на горизонтальную плоскость разместится на оси абсцисс. Правильно оформленное решение приведено на рисунке 150.

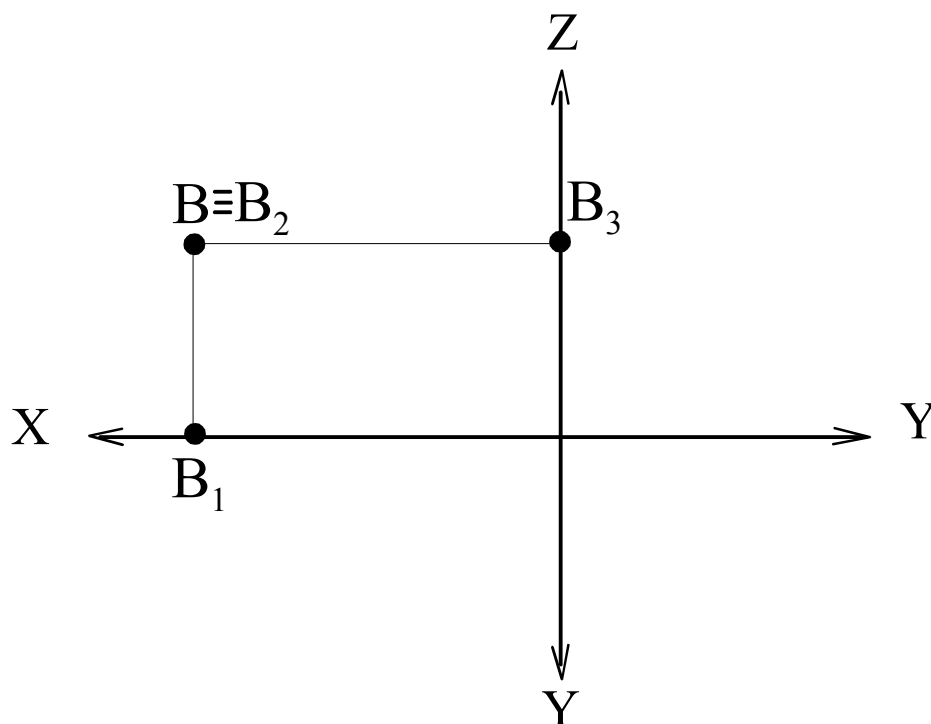


Рисунок 150

Второй тип заданий предполагает умение строить эпюры прямых линий общего и частного положения, знание взаимного расположения прямых и правил принадлежности точки прямой, например: построить три проекции горизонтальной линии уровня, пересекающей ось OZ.

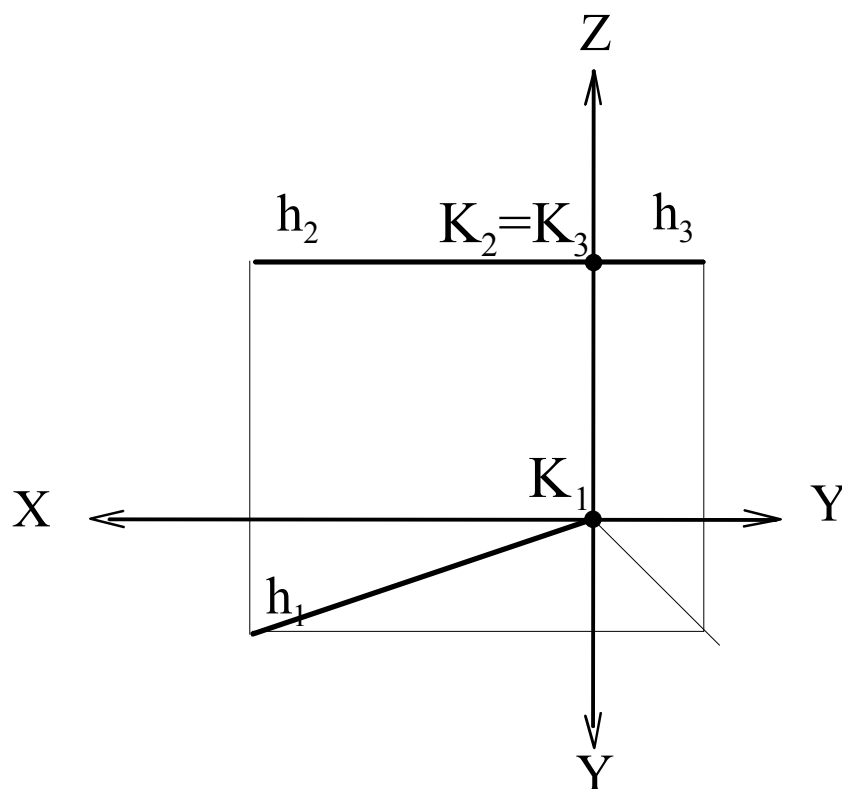


Рисунок 151

Решение: Ось OZ является прямой частного положения, она перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, следовательно ее вырожденная проекция располагается на Π_1 . Горизонтальная линия уровня параллельна горизонтальной плоскости проекций, следовательно ее фронтальная проекция проходит параллельно оси OX , а горизонтальная проекция может располагаться под каким-нибудь углом к осям OX и OY . Так как в задании предусмотрено пересечение этих прямых, то начать построение горизонтальной линии уровня нужно с ее горизонтальной проекции, причем провести ее через начало координат потому, что ось OZ проецируется на горизонтальную плоскость проекций в начало координат. Отметим точку пересечения горизонтальных проекций прямых $K1$ и выберем произвольную координату Z для построения фронтальной $K2$ и профильной $K3$ проекций точки K (эти проекции совпадают). Через $K2$ проведем фронтальную проекцию горизонтали $h2$, а через $K3$ построим профильную проекции горизонтали $h3$ (рисунок 151).

Для успешного выполнения следующей контрольной работы необходимо уяснить себе способы построения точки и прямой, принадлежащих плоскости. Для этого нужно хорошо знать способы задания плоскостей на эпюре, расположение плоскостей относительно плоскостей проекций (плоскости общего и частного положения). На рисунке 152 приведена задача, по условию которой нужно построить горизонтальную проекцию точки A , принадлежащей плоскости Q .

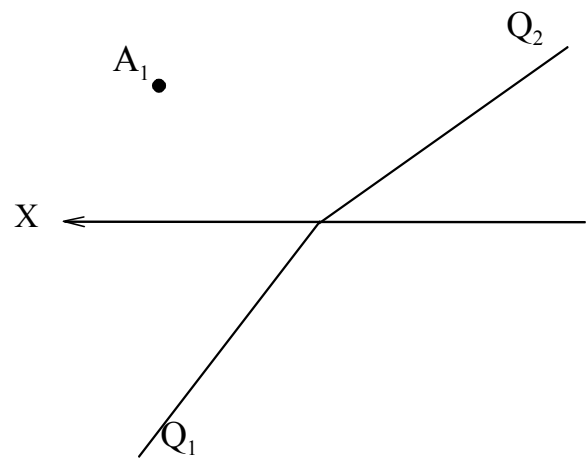


Рисунок 152

Решение: Чтобы выполнить условие задачи, вспомним, что точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Плоскость в задаче задана следами, поэтому легче всего через точку провести линию уровня, так как мы знаем, что фронтальная проекция фронтали будет параллельна фронтальному следу плоскости, а горизонтальная проекция горизонтали параллельна горизонтальному следу плоскости. Для решения задачи достаточно построить одну из этих прямых, например, фронталь. Проводим горизонтальную проекцию фронтали $f1$ параллельно оси OX через горизонтальную проекцию точки A_1 до пересечения с соответствующим следом плоскости, то есть Q_1 . В данном случае след Q_1 нужно продолжить и отметить на нем проекцию точки пересечения. Затем построить фронтальную проекцию этой точки (она будет лежать на оси OX , т.к. точка принадлежит горизонтальному полю проекций). Через фронтальную проекцию точки параллельно фронтальному следу плоскости Q_2 провести фронтальную проекцию фронтали f_2 . Таким образом, мы построили прямую f ,

принадлежащую заданной плоскости Q . Теперь для завершения решения задачи достаточно построить на фронтальной проекции фронтали фронтальную проекцию точки A – A_2 (рисунок 153).

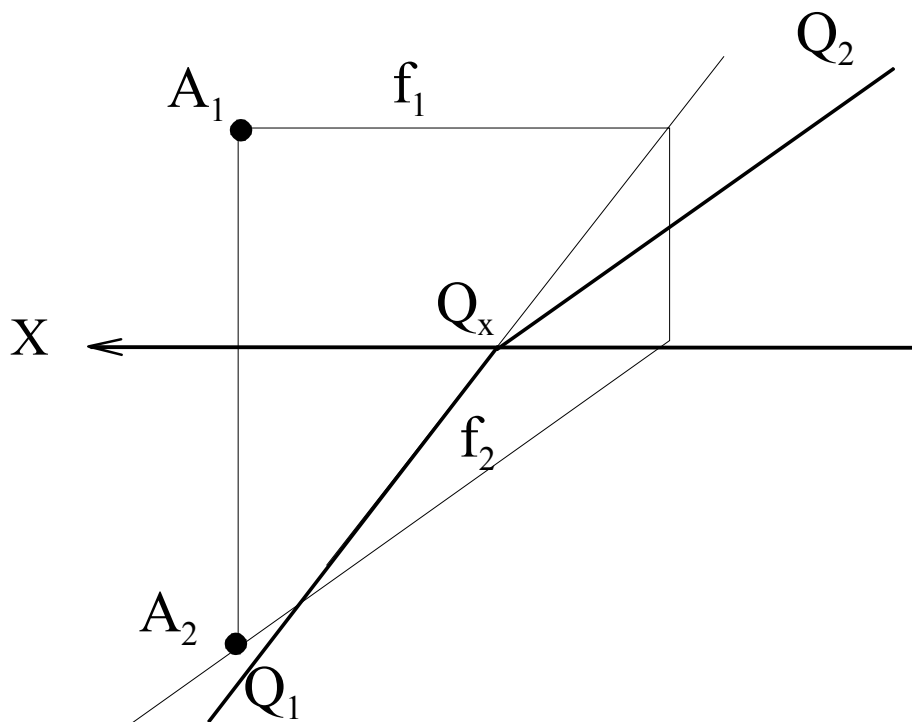


Рисунок 153

Следующая задача, которую необходимо научиться решать - на принадлежность прямой плоскости. Условие ее приведено на рисунке 154. Дано, что прямая AB принадлежит плоскости Q . Постройте фронтальную проекцию прямой.

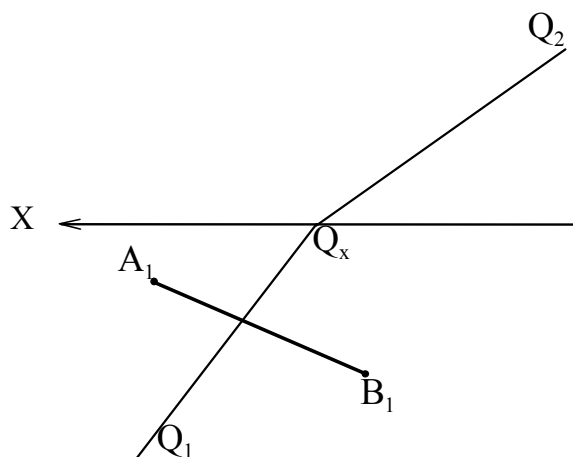


Рисунок 154

Решение: Эту задачу можно решить, воспользовавшись алгоритмом решения предыдущей задачи, с той лишь разницей, что построить нужно

недостающие проекции двух точек A и B . Через известные горизонтальные проекции точек проведем две линии уровня (например, фронтолы). Построив их фронтальные проекции, которые должны быть параллельны фронтальному следу плоскости Q , мы сможем по линиям связи определить положение фронтальных проекций точек A_2 и B_2 . Для завершения решения задачи необходимо провести фронтальную проекцию прямой AB через точки A_2 и B_2 (рисунок 155).

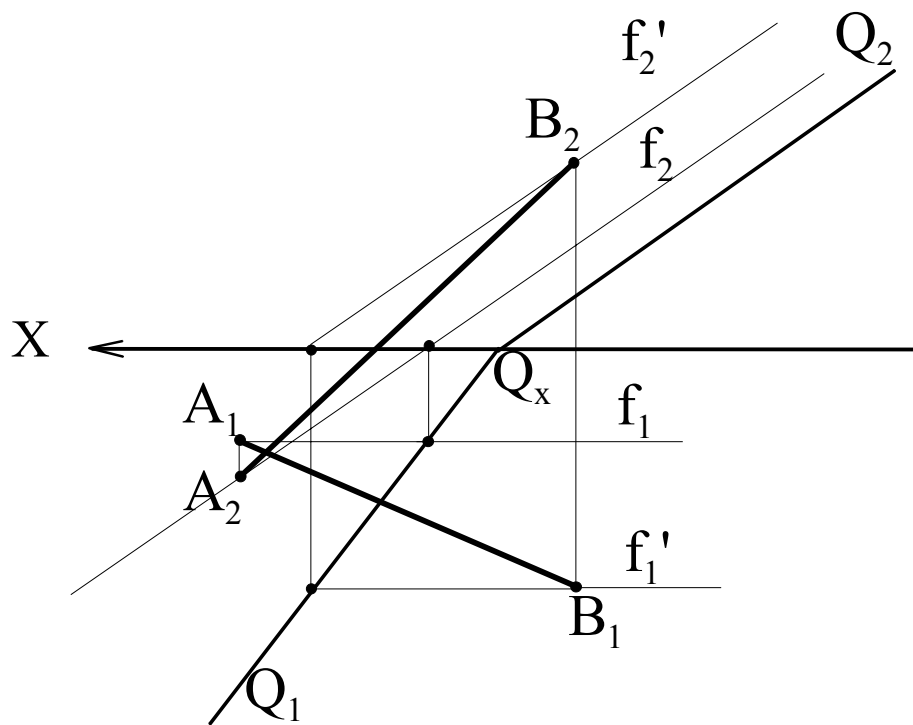


Рисунок 155

Следующая контрольная работа, содержащая четыре задачи, предполагает умение строить линию пересечения двух заданных плоскостей. Решение таких задач опирается на знание плоскостей частного положения, их пространственное представление и знание алгоритма решения. Одна задача, как правило, содержит плоскости общего положения, а в остальных могут быть даны плоскости общего и частного положения. Рассмотрим общий случай (обе плоскости общего положения), условие задачи приведено на рисунке 156.

Задача: Найти линию пересечения плоскостей заданных двумя пересекающимися прямыми a и b и парой параллельных прямых c и d .

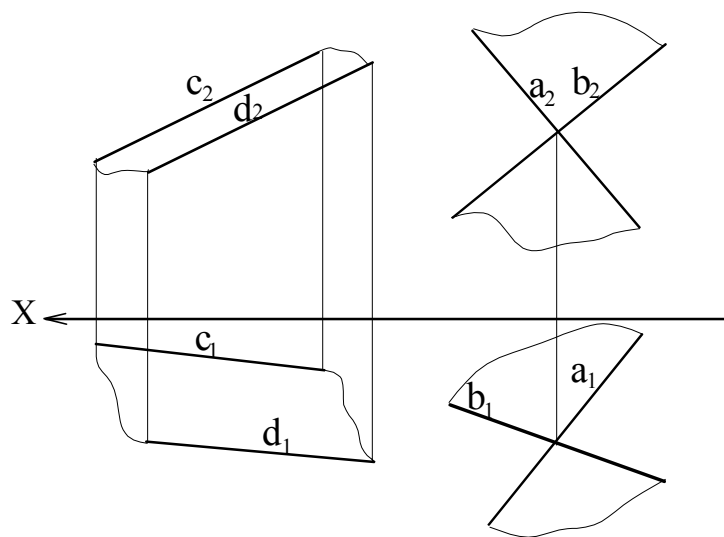


Рисунок 156

Решение: Для построения линии пересечения плоскостей необходимо найти две точки, принадлежащие этим двум плоскостям. Вводим две дополнительные горизонтальные плоскости уровня P и Q , пересекающие заданные

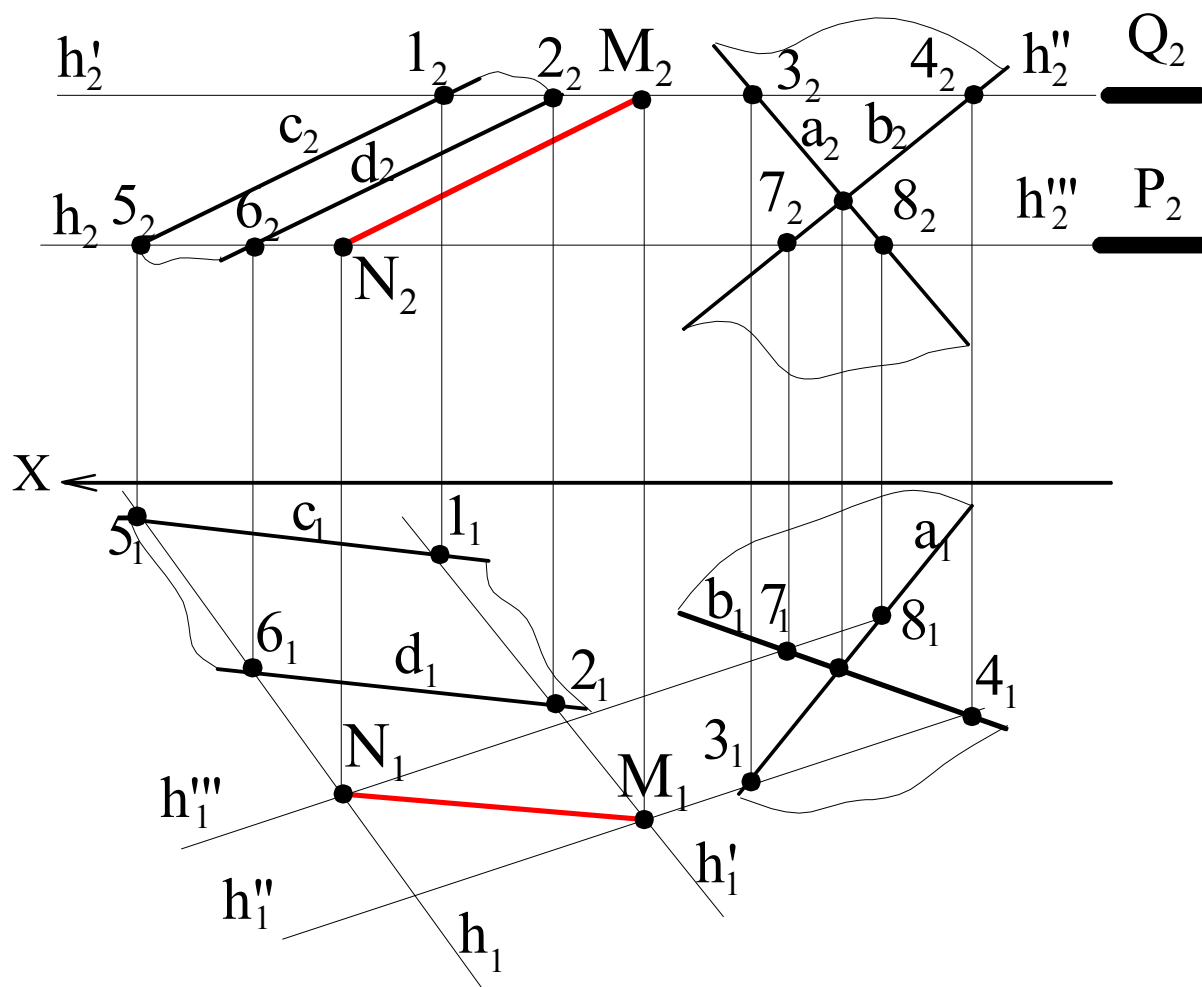


Рисунок 157

плоскости по горизонталям, которые строим по точкам 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Пересечения прямых h_1 и h''_1 ; h'_1 и h''_1 образуют проекции точек N и M соответственно, на горизонтальной плоскости проекций. Фронтальные проекции точек линии пересечения получаем проецированием на соответствующие проекции горизонталей на плоскости π_2 .

Если в условии задачи одна плоскость частного положения, а другая общего, решение упрощается. Достаточное количество таких примеров приведено в тексте данного учебного пособия (стр. 75-76).

Четвертая контрольная работа посвящена задачам на построение точки пересечения прямой и плоскости. В работе используются различные варианты задания плоскостей общего и частного положения, различное положение прямой. В контрольной работе три задачи, все с одинаковым условием: Найти точку встречи прямой АВ с плоскостью Q (рисунок 158).

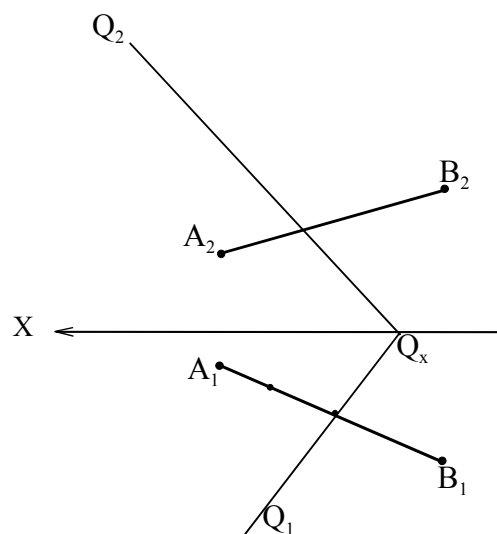


Рисунок 158

Решение: Для построения точки, в которой прямая пересекает плоскость, действуем по алгоритму, приведенному в параграфе, рисунок 159.

- 1) Прямую АВ заключаем в горизонтально – проецирующую плоскость Σ .
- 2) Строим линию пересечения заданной плоскости и плоскости Σ (на рисунке это линия MN).
- 3) Отметим проекции точки К - точки пересечения прямой АВ и прямой MN.
- 4) Определим видимость прямой относительно заданной плоскости, если это требуется по заданию.

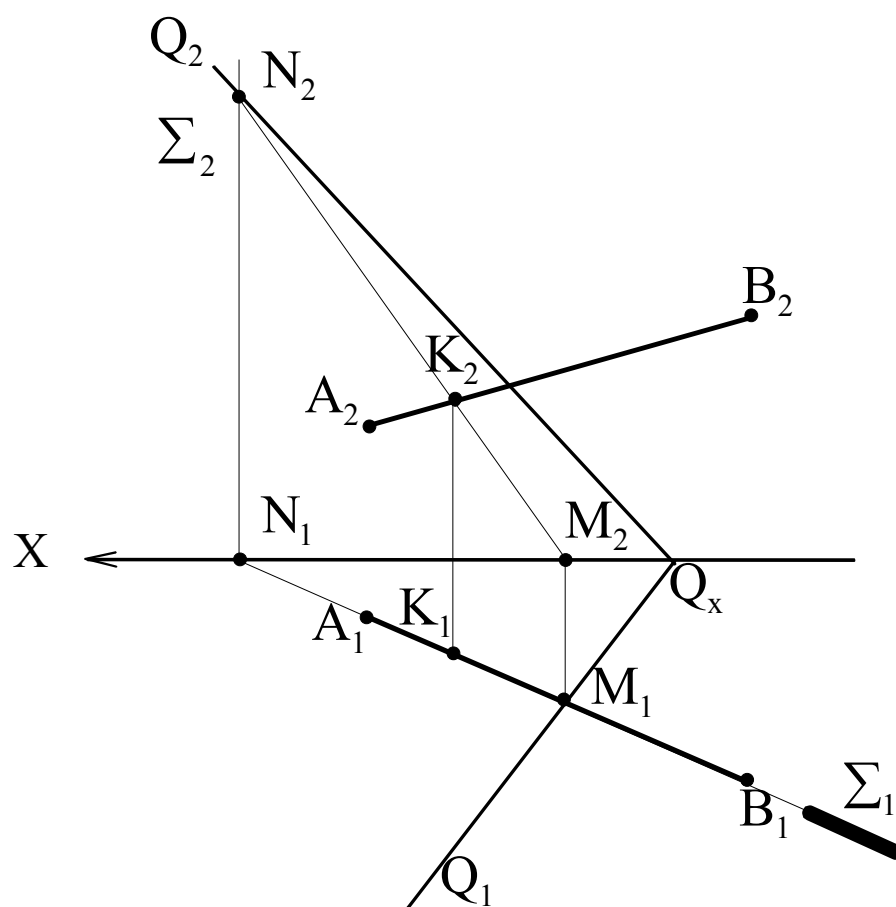


Рисунок 159

При подготовке к контрольным работам важно выполнить все домашние работы, предусмотренные по контролируемым темам.

Контрольная работа по решению задач на определение расстояний от точки до плоскости и от точки до прямой содержит задачи, разобранные в данном пособии в соответствующих параграфах. Для подготовки к контрольной повторите плоскости частного положения, прямые частного положения, добейтесь уверенных действий по построению плоскости, перпендикулярной прямой общего положения и проведению перпендикуляра к плоскости общего положения, закрепите навык определения действительной величины отрезка по правилу прямоугольного треугольника.

Помните, что добросовестная подготовка к контрольной работе обязательно увенчается успехом, который Вам необходим для дальнейшей учебы, для чувства уверенности в собственных силах, для того результата, которого Вы достойны.

29 Проверь себя

- Ах, как жаль, что мы знакомы друг с другом!

- Разве тебе не интересно с нами?

- Нет, вы меня не поняли! Я хотела сказать: как жаль, что мы уже знакомы. Вот было бы интересно нам всем еще раз познакомиться.

Деятельная мартышка Гр. Остера

Изучая материал по данному пособию, Вы решали задачи по определенным темам. В этом параграфе предлагается решить задачи, которые уже знакомы Вам, но расположены в произвольной последовательности. Ведь никто не знает, какие задачи Вам будут предложены в экзаменационных билетах, и прежде, чем начать решать задачу, нужно вспомнить, из какого она раздела и по каким правилам мы ее решали. В конце параграфа расположены подсказки к каждой задаче, постарайтесь ими пользоваться в крайнем случае. Для экономии времени можно выполнять решения прямо в пособии, используя его как печатную основу (если, конечно, это не библиотечный экземпляр). Итак, начали:

- 1) пересечь прямые AB, CD и EF произвольной прямой MN, рисунок 160;
- 2) в плоскости, заданной двумя параллельными прямыми AB и CD, провести фронталь на расстоянии 15 мм от фронтальной плоскости проекций, рисунок 161;

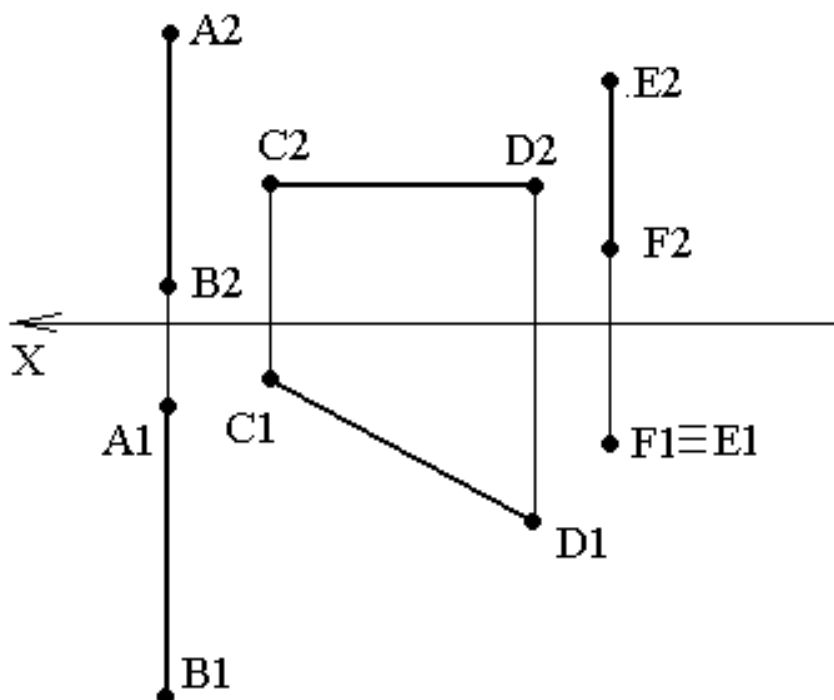


Рисунок 160

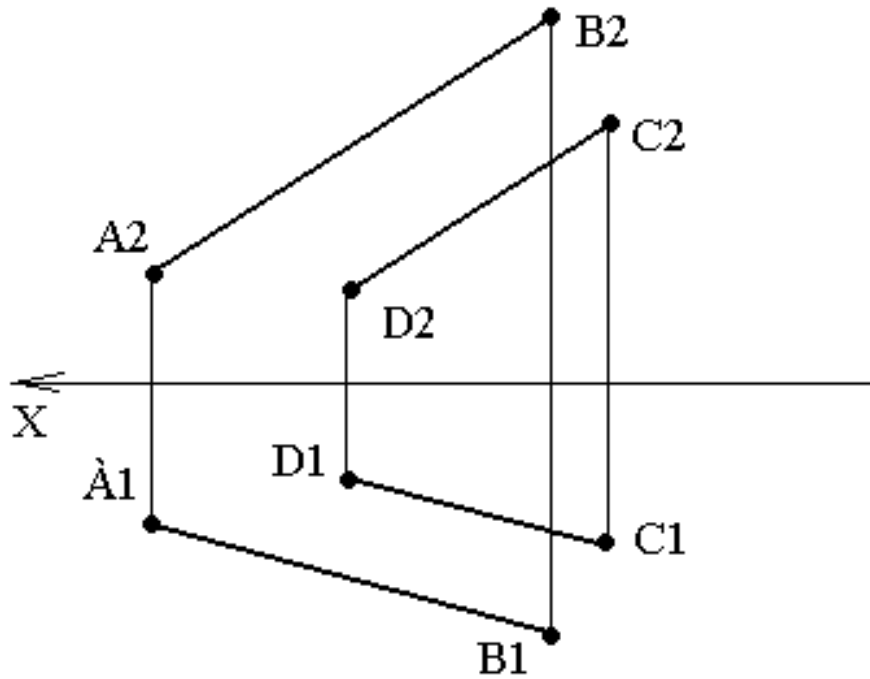


Рисунок 161

3) опустить из точки C перпендикуляр на прямую AB, рисунок 162;

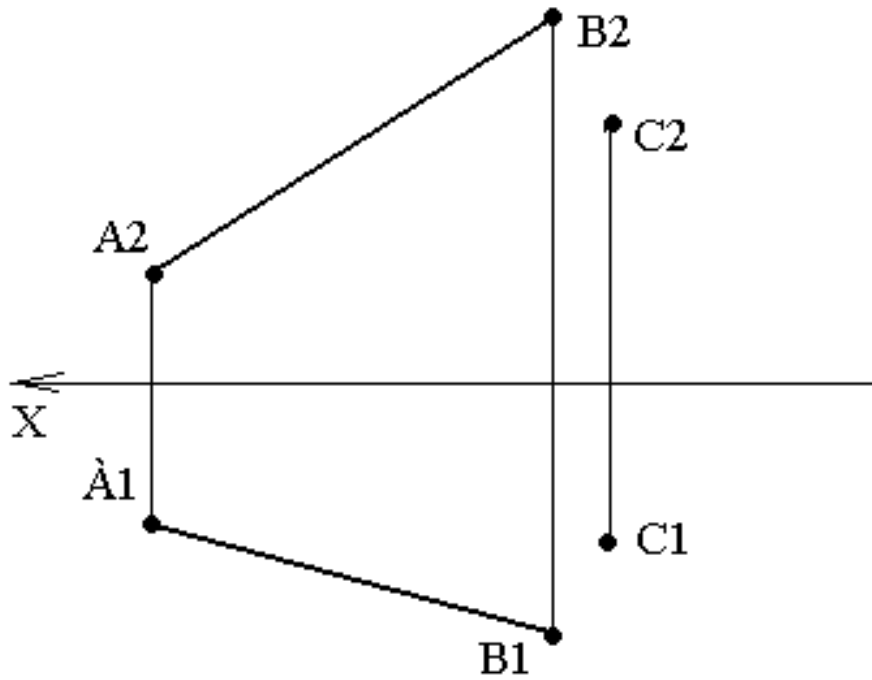


Рисунок 162

4) дана плоскость γ и фронтальная проекция точки A, лежащей в этой плоскости. Найти ее горизонтальную проекцию A1, рисунок 163;

- 5) построить прямоугольный равнобедренный треугольник ABC с гипотенузой AC на прямой MN, рисунок 164;

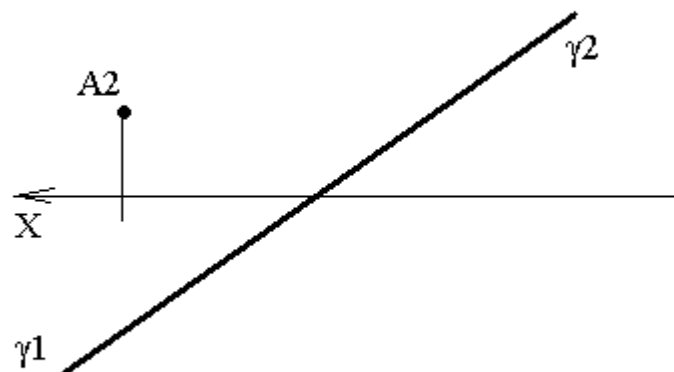


Рисунок 163

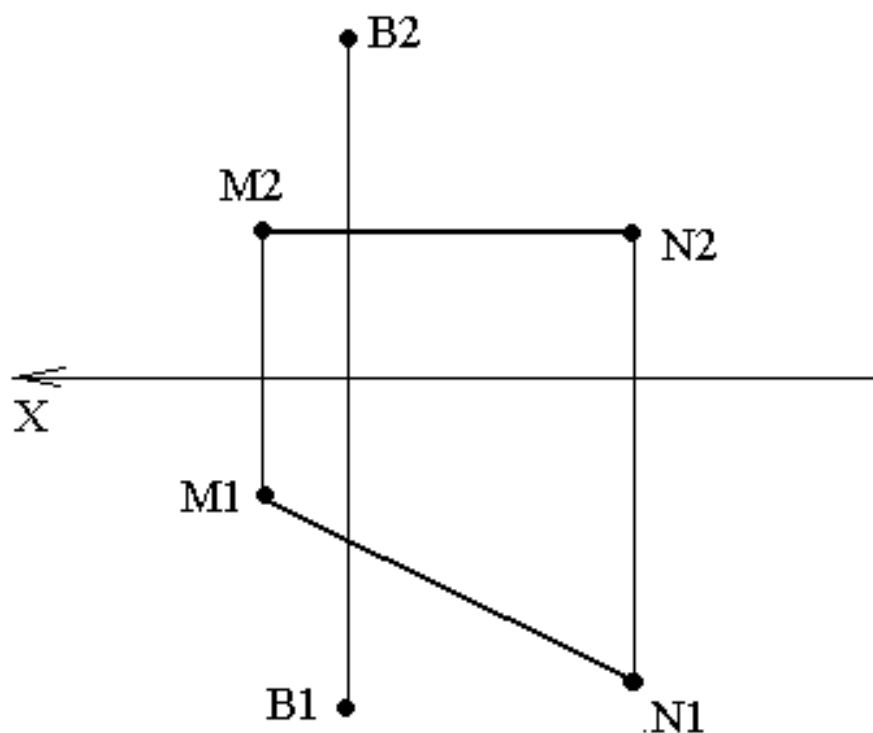


Рисунок 164

- 6) дана профильная прямая АВ и горизонтальная проекция точки С, лежащей на прямой. Найти фронтальную проекцию этой точки, рисунок 165;
- 7) определить расстояние от точки А до точки Ос координатами (0, 0, 0), рисунок 166;

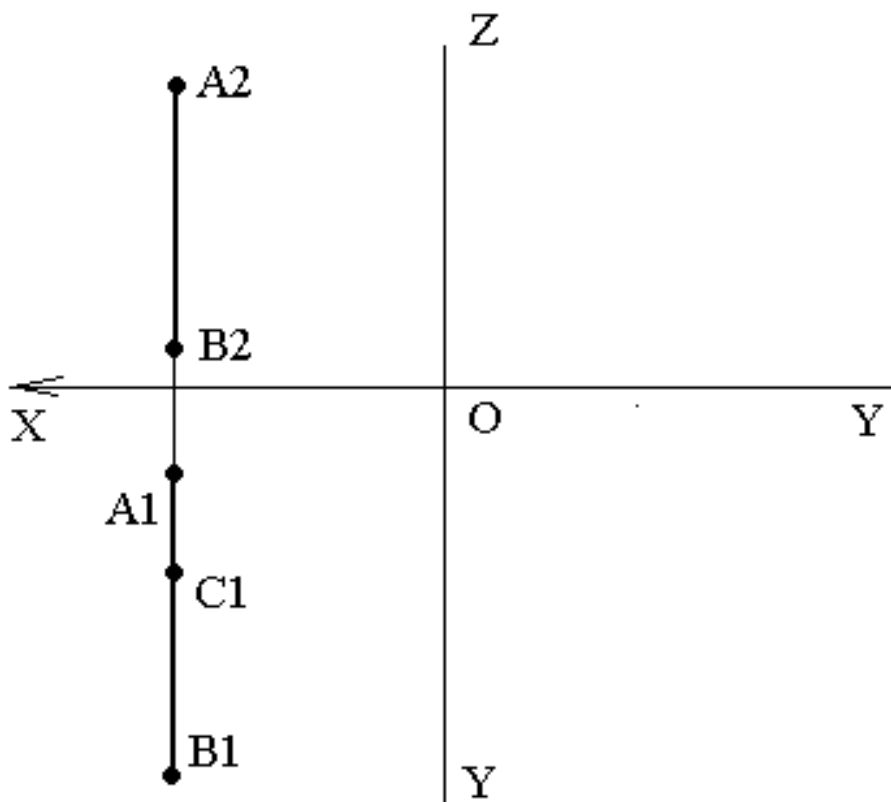


Рисунок 165

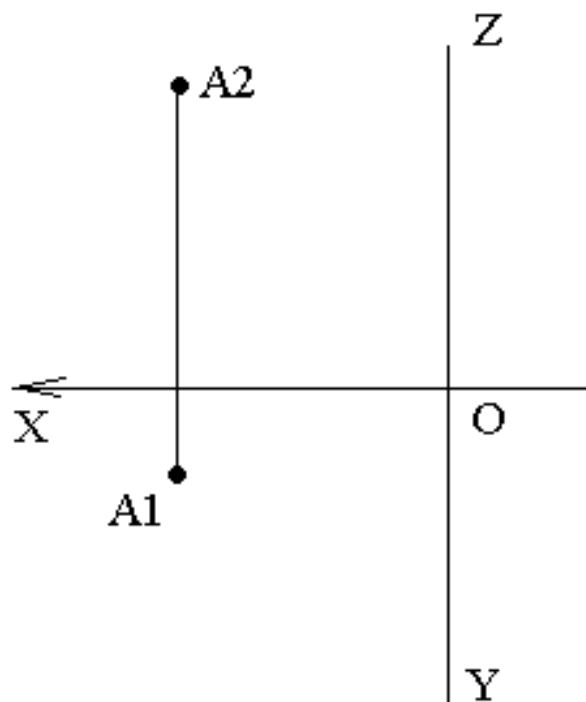


Рисунок 166

- 8) отложить на прямой АВ от точки К отрезок длиной 28 мм по направлению от точки А к точке В, рисунок 167;
- 9) найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью γ , рисунок 168;

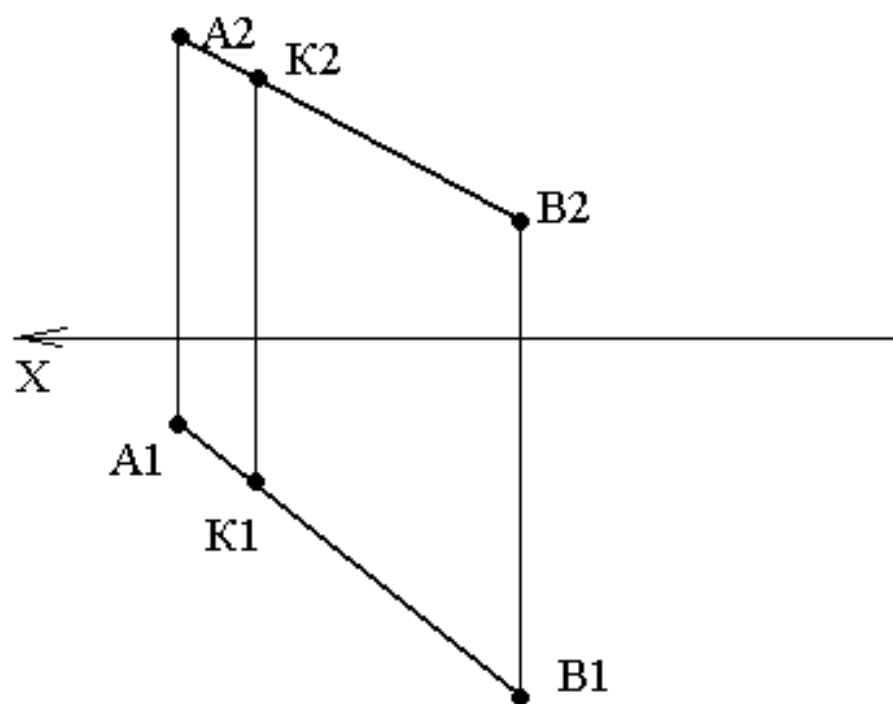


Рисунок 167

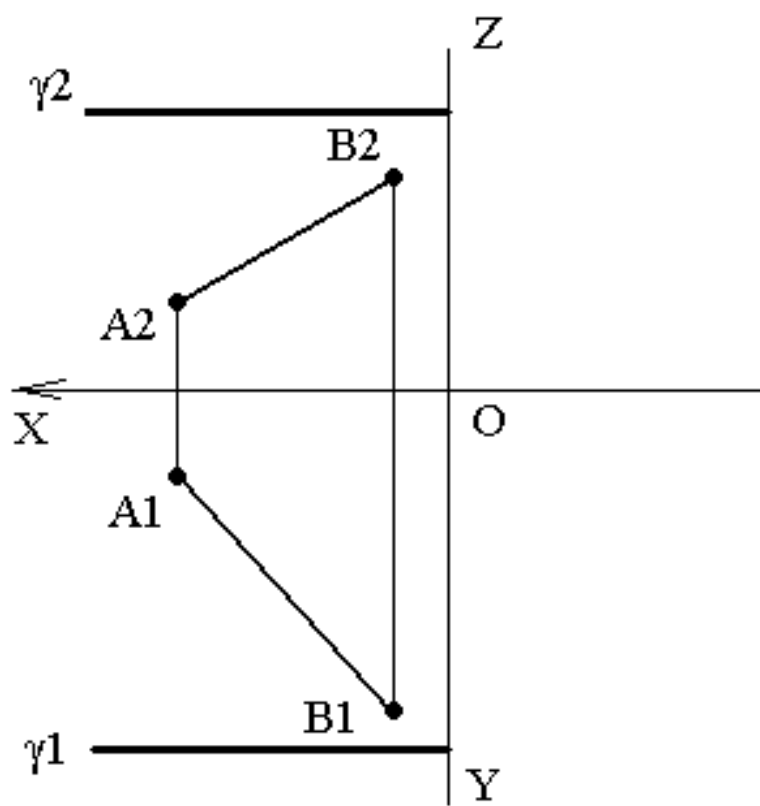


Рисунок 168

- 10) найти линию пересечения плоскостей γ и ϕ , рисунок 169;
- 11) определить взаимное положение прямых AB и CD , рисунок 170;

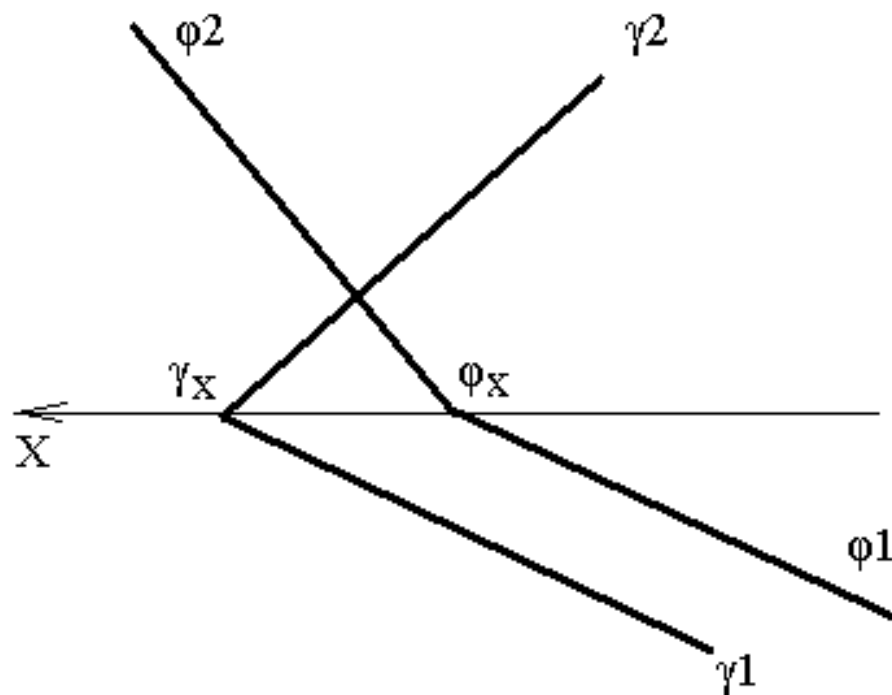


Рисунок 169

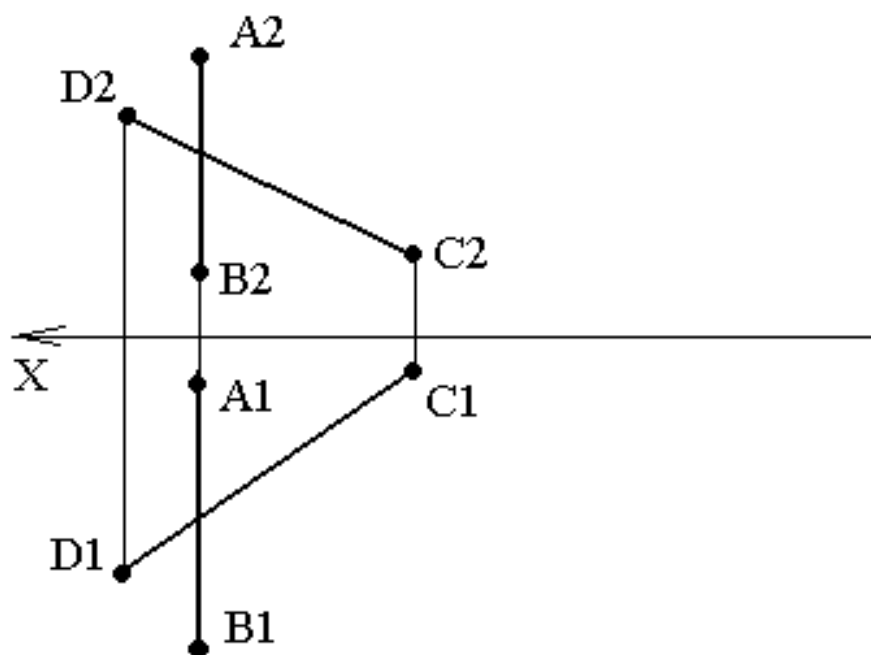


Рисунок 170

- 12) определить действительную длину отрезка прямой AB и углы ее наклона к плоскостям Π_1 и Π_2 , рисунок 171;
- 13) определить, параллельны ли прямая AB и плоскость, заданная параллельными прямыми CD и EF (рисунок 172);

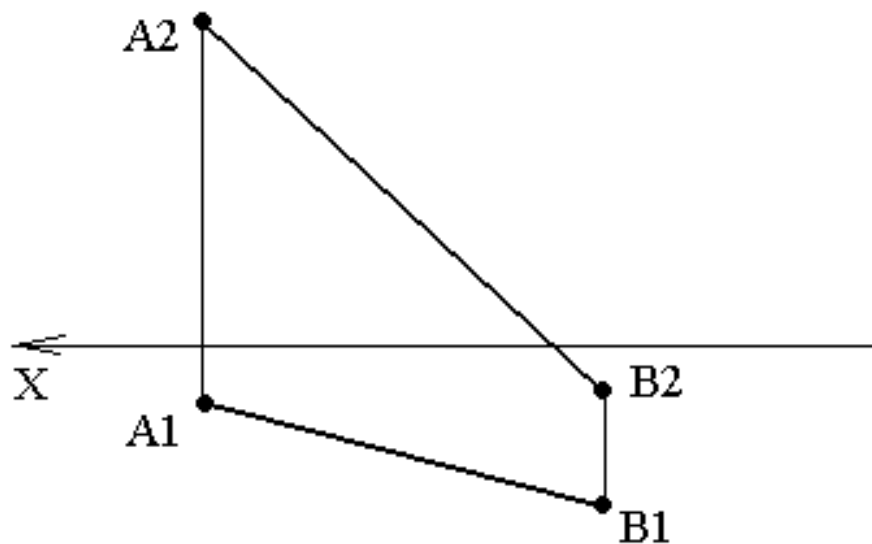


Рисунок 171

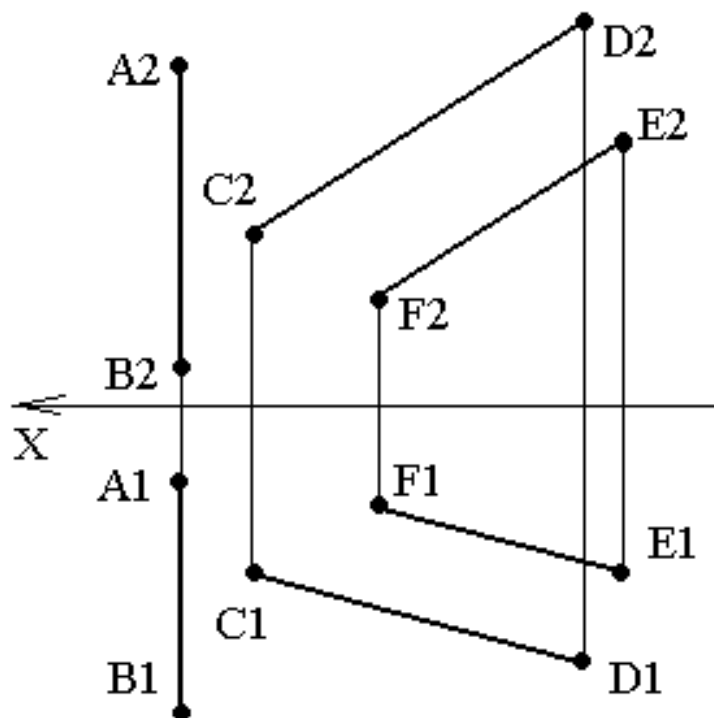


Рисунок 172

- 14) построить шар с центром в точке C , касательный к прямой AB , рисунок 173;
- 15) задать профильно-проецирующую плоскость на эюре двумя пересекающимися прямыми;
- 16) определить, лежит ли прямая MN в плоскости, заданной пересекающимися прямыми AB и CD , рисунок 174;

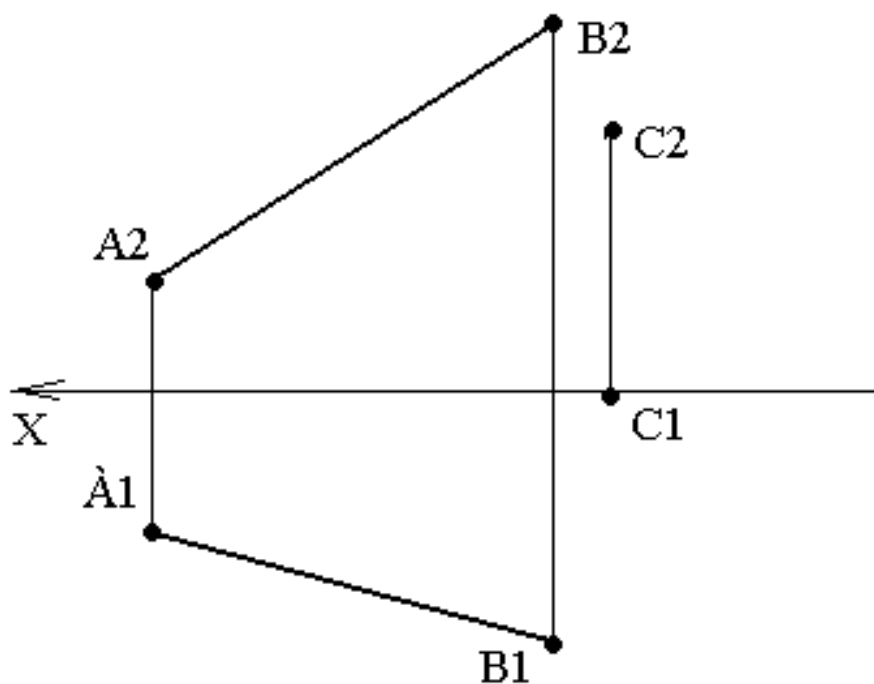


Рисунок 173

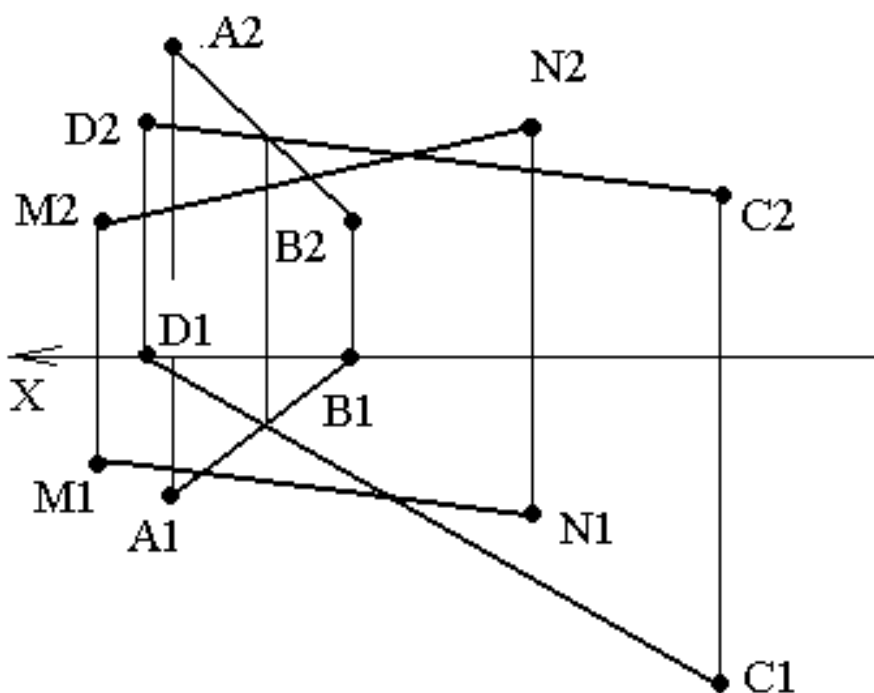


Рисунок 174

- 17) даны плоскость γ и точка A. Провести через точку прямую, параллельную плоскости, рисунок 175;
- 18) построить на прямой АВ точку, равноудаленную от концов отрезка CD, рисунок 176;

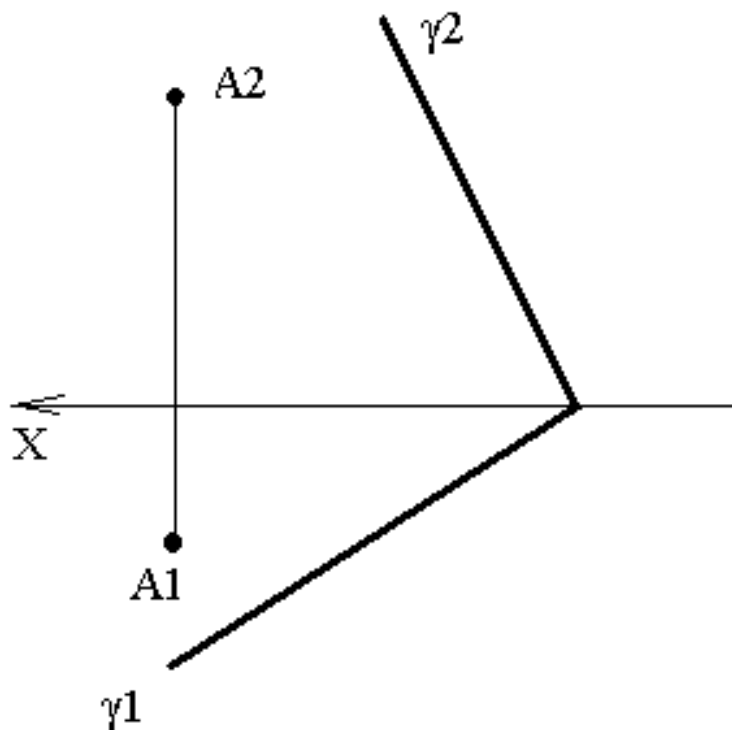


Рисунок 175

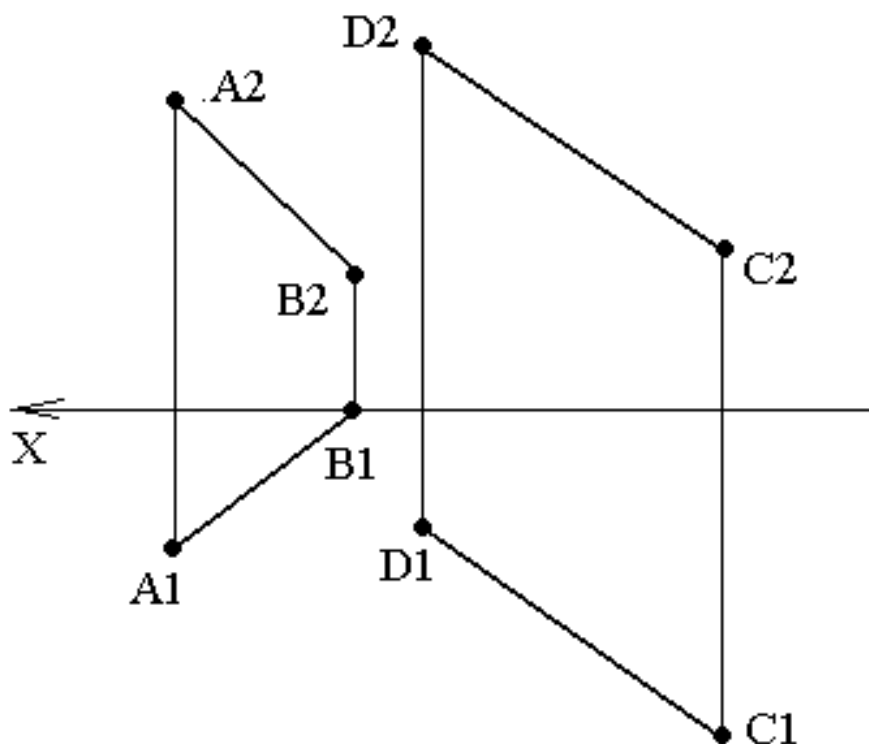


Рисунок 176

- 19) дана плоскость γ и точка A. Провести через точку A плоскость ϕ , параллельную плоскости γ , рисунок 177;
 20) определить, лежит ли прямая AB в плоскости γ , рисунок 178;

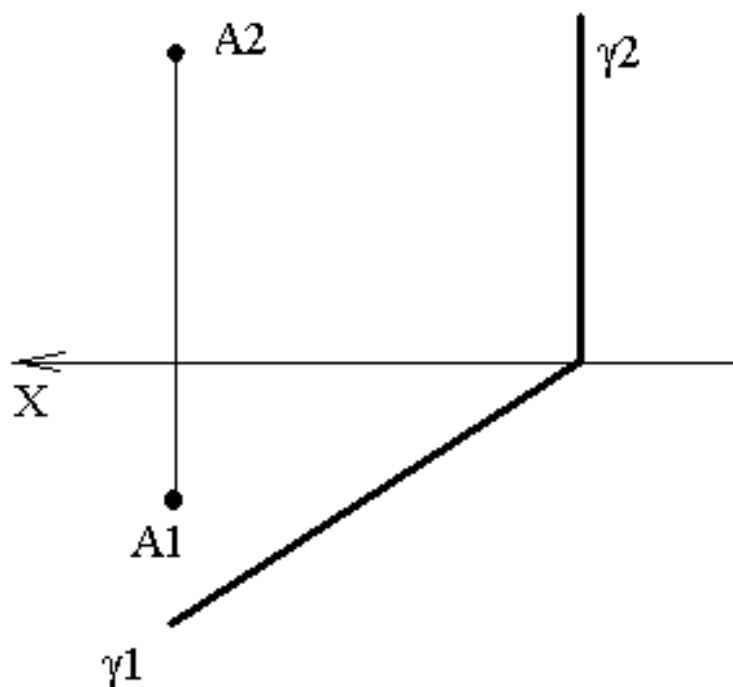


Рисунок 177

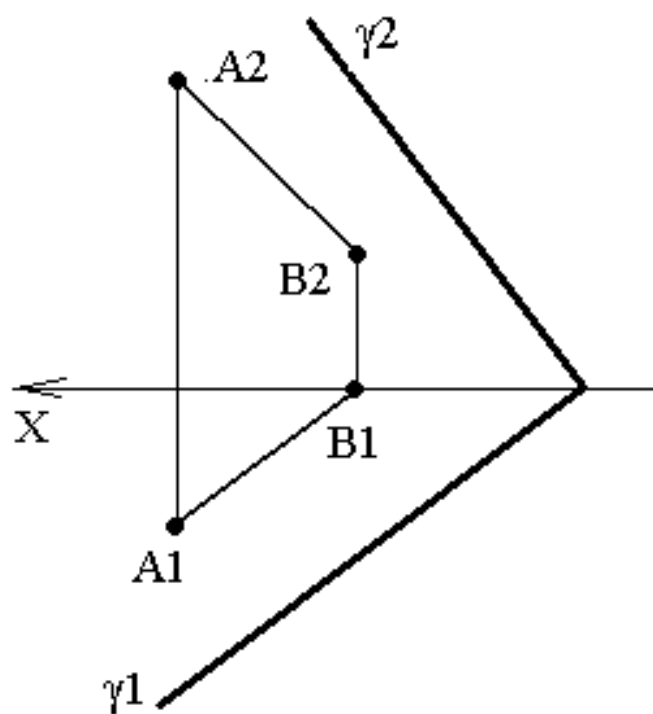


Рисунок 178

- 21) провести плоскость, параллельную заданной и отстоящую от нее на 20 мм, рисунок 179.

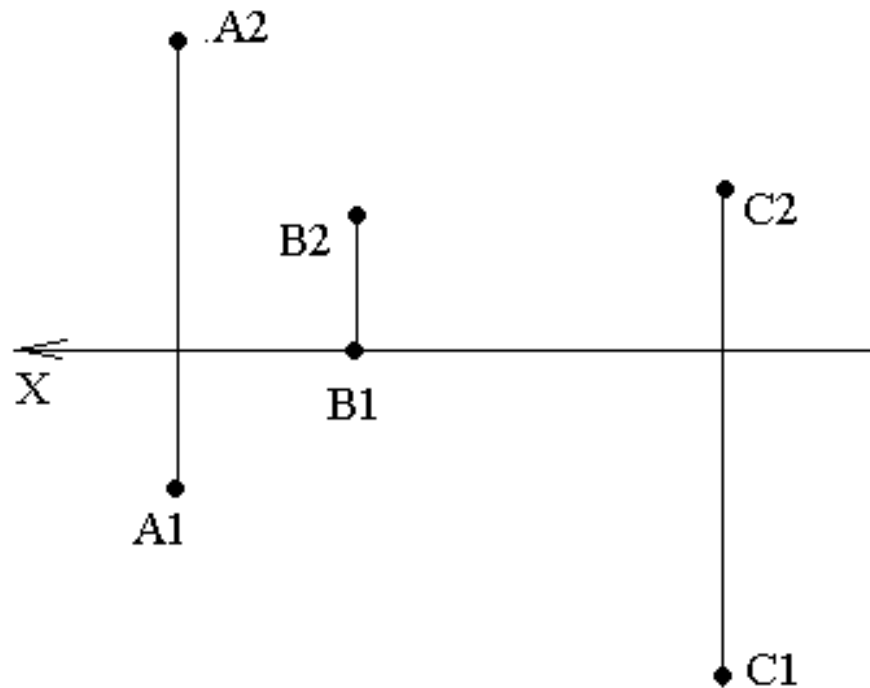


Рисунок 179

Если Вы не справляетесь с задачей, воспользуйтесь подсказкой:

- 1) нужно вспомнить, что проекции точки пересечения прямых должны лежать на одной линии связи. Далее необходимо рассмотреть положение прямых относительно плоскостей проекций. Пересечение с проецирующей прямой нужно начинать строить с той проекции, на которую прямая проецируется в точку (вырожденная проекция). Если в условии задачи есть профильная прямая, необходимо построить профильные проекции данных прямых;
- 2) фронталь – это прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций, значит начинать ее построение нужно с горизонтальной проекции, которая должна проходить параллельно оси OX . В условии задачи указано, на каком расстоянии от оси OX нужно начертить $f1$. Фронтальную проекцию $f2$ нужно построить по точкам пересечения ее с данными прямыми AB и CD ;

- 3) через точку С провести плоскость, перпендикулярную АВ, задав ее горизонталью и фронталью. Затем построить точку встречи К (K_1, K_2) прямой АВ с этой плоскостью. Отрезок СК - искомый перпендикуляр;
- 4) провести через известную проекцию точки А2 горизонтальную линию уровня, лежащую в заданной плоскости. На горизонтальной проекции горизонтали по линии связи построить А1;
- 5) у прямоугольного равнобедренного треугольника гипотенуза в 2 раза больше высоты. Определите натуральную величину высоты, опустив из точки В перпендикуляр на горизонтальную проекцию горизонтали (прямая MN). Затем отложите это значение в обе стороны от точки пересечения высоты с основанием на горизонтальной проекции. Достройте фронтальные проекции точек по линиям связи;
- 6) постройте третью (профильную) проекцию прямой АВ и на ней профильную проекцию точки С (C_3), используя ее принадлежность прямой АВ и известную координату Y точки С. По горизонтальной и профильной проекции можно легко построить фронтальную проекцию точки С;
- 7) расстояние от заданной точки А до начала координат выражается действительной величиной отрезка АО. Постройте две его проекции – A_1O_1 и A_2O_2 и методом прямоугольного треугольника определите действительную величину;
- 8) выделите на прямой АВ (условно) произвольный отрезок КМ и определите его действительную величину методом прямоугольного треугольника (например, на фронтальной плоскости проекции). Отложите на гипотенузе построенного треугольника отрезок КС длиной 28 мм и опустите перпендикуляр из точки С на фронтальную проекцию прямой A_2B_2 до пересечения с ней в точке C_2 . Достройте горизонтальную проекцию точки С на A_1B_1 ;
- 9) плоскость γ – профильно-проецирующая. Постройте профильную проекцию плоскости (след γ_3) и профильную проекцию прямой A_3B_3 . Точка, в которой они пересекутся – искомая. Достройте ее на остальных проекциях;
- 10) две плоскости общего положения, фронтальные следы которых пересекаются, а горизонтальные следы между собой параллельны, пересекаются по горизонтали, проходящей через явную точку пересечения фронтальных следов;
- 11) так как прямая АВ является профильной, чтобы выяснить взаимное положение прямых необходимо построить профильные проекции данных прямых;

- 12) необходимо по правилу прямоугольного треугольника определить действительную величину отрезка АВ дважды: на фронтальной и горизонтальной проекции. Углы наклона к плоскостям проекций будут соответственно между гипотенузой, выражающей натуральную величину отрезка и проекциями отрезка на плоскости проекций;
- 13) чтобы в плоскости треугольника попытаться построить прямую, параллельную заданной прямой АВ, необходимо построить третью проекцию, т.к. прямая АВ профильная. Если такую прямую в плоскости построить удастся, что это доказывает параллельность прямой и плоскости;
- 14) задача сводится к определению расстояния от точки (центра шара) до прямой АВ. Очевидно, что если шар будет иметь радиус, равный этому расстоянию, он коснется прямой АВ в одной точке;
- 15) главное: на профильной плоскости проекций обе пересекающиеся прямые должны слиться в одну, т.к. плоскость профильно-проецирующая;
- 16) нужно отметить на фронтальной проекции точки, общие для прямой и плоскости, а затем достроить их горизонтальные проекции по принадлежности плоскости. Если горизонтальная проекция прямой пройдет по этим точкам, значит прямая лежит в этой плоскости (имеет с ней две общие точки). Построение можно начинать и с горизонтальной проекции, а затем переходить к фронтальной;
- 17) задача сводится к построению в плоскости произвольной прямой и проведению через точку А прямой, ей параллельной;
- 18) геометрическим множеством точек, равноудаленных от концов отрезка CD является плоскость, проходящая через середину отрезка перпендикулярно к нему. Задать такую плоскость можно следами или линиями уровня. Завершается решение задачи построением точки пересечения прямой АВ с этой плоскостью;
- 19) искомая плоскость – горизонтально-проецирующая. Так как эта плоскость должна проходить через точку А (A_1 , A_2), то начинаем построение с горизонтального следа плоскости ϕ_1 через точку A_1 параллельно следу γ_1 до пересечения с осью проекций ОХ. Затем через эту точку проводим фронтальный след перпендикулярно оси ОХ;
- 20) необходимо построить горизонтальный и фронтальный следы прямой. Если они лежат на соответствующих следах плоскости, прямая принадлежит заданной плоскости;
- 21) из любой точки заданной плоскости восставить перпендикуляр, ограничить его произвольной точкой и определить действительную величину отрезка. Отложить на натуральной величине 20 мм, и опустить из этой точки перпендикуляр на проекцию отрезка,

достроить вторую проекцию полученной точки. Через эту точку провести плоскость, параллельную заданной.

30 Решение комплексных задач

*Если вы понимаете все, о чем вам говорят, значит вам не все говорят.
Горький опыт*

Действительно, мы с вами еще не поговорили о комплексных задачах, решение которых вызывает трудность по той простой причине, что нужно научиться планировать ход решения задачи в несколько действий. Комплексная задача состоит из нескольких простых, неоднократно разобранных и решенных Вами задач, только выполнять их нужно в определенной последовательности, диктуемой условиями задачи. Если Вы воспользуетесь нашими рекомендациями, то сможете решить любую комплексную задачу без особого труда.

Задача: Найти множество точек, удаленных от плоскости P (задана следами) на 40 мм и равноудаленных от точек A и B этой плоскости. Причем известны горизонтальная проекция точки B (B_1) и фронтальная проекция точки A (A_2).

Решение:

- 1 Построить недостающие проекции точек A и B , используя условие их принадлежности заданной плоскости P .
- 2 Построить геометрическое множество точек, равноудаленных от концов отрезка AB , - это плоскость, проходящая через середину отрезка AB перпендикулярно к нему, назовем ее γ .
- 3 Построить геометрическое множество точек, удаленных от плоскости P на 40 мм, - это две плоскости, параллельные плоскости P и отстоящие от нее на расстоянии в 40 мм, назовем их ϕ и σ .
- 4 Построить линию пересечения плоскости γ с плоскостью ϕ и плоскости γ с плоскостью σ . Это будет множество точек, удовлетворяющих условию задачи.

Задача: Построить на плоскости P (задана следами) равнобедренный треугольник ABC , высота которого AD равна 70 мм. Причем известны фронтальные проекции точек B (B_2) и C (C_2).

Решение:

- 1 Построить недостающие проекции точек B и C , используя их принадлежность заданной плоскости.
- 2 Провести через точку D , которая лежит на середине отрезка BC плоскость, перпендикулярную BC . Это будет множество точек, равноудаленных от точек B и C , т.е. возможное место вершины

треугольника А, т.к. по условию задачи треугольник должен быть равнобедренным.

- 3 Так как точка А должна также принадлежать плоскости Р по условию, необходимо найти пересечение этих множеств – заданной плоскости и плоскости, проведенной через середину ВС. Для этого нужно найти хотя бы одну общую точку, так как точка D принадлежит обеим этим плоскостям.
- 4 На полученной линии пересечения произвольно взять точку F и определить действительную величину отрезка DF.
- 5 На действительной величине отложить 70 мм и вернуть построенную точку А_о на проекцию отрезка DF. Это будет искомая вершина треугольника А. Достроить недостающую проекцию точки и вычертить две проекции треугольника. Он будет принадлежать плоскости Р и являться равнобедренным.

Задача: Построить на плоскости Р (задана следами) множество точек, равноудаленных от прямых а, b. Причем прямые параллельны между собой. Определить расстояние между а и b.

Решение:

- 1 На прямой а взять произвольную точку F и провести через нее плоскость, перпендикулярную прямой b, задать горизонталью и фронталью.
- 2 Построить точку встречи G прямой В с этой плоскостью.
- 3 Определить действительную величину отрезка FG, - это есть расстояние между параллельными прямыми а и b.
- 4 Через середину отрезка FG провести плоскость γ , ему перпендикулярную, - это есть множество точек, равноудаленных от прямых а и b.
- 5 Построить линию пересечения γ с заданной плоскостью Р. Это есть множество точек, удовлетворяющих условию задачи.

Задача: Построить квадрат ABCD со стороной, параллельной заданной плоскости ЕФК. Дана сторона квадрата АВ .

Решение:

- 1 Через точку А (или В) провести плоскость γ , перпендикулярную АВ. Это множество точек, которому может принадлежать искомая вершина квадрата, например, С.
- 2 Построить линию пересечения плоскости γ с плоскостью треугольника ЕФК.
- 3 Через точку А провести прямую t, параллельную линии пересечения плоскостей γ и ЕФК.
- 4 Отложить от точки А по прямой t произвольный отрезок и определить его действительную величину. Определить действительную величину отрезка АВ. На действительной величине произвольного отрезка отмерить действительную величину АВ и

- поставить точку S_0 . Вернуть точку S_0 на прямую t перпендикулярно проекции прямой, это будет проекция вершины квадрата C . Достроить недостающую проекцию.
- 5 Через точку C провести прямую, параллельную AB , а через точку B провести прямую, параллельную AC . На пересечении этих прямых лежит четвертая вершина квадрата D .
- 6 Достроить недостающие проекции точек и вычертить квадрат в двух проекциях.

Таким образом, мы разобрали несколько типичных комплексных задач, предлагаемых для решения в курсе начертательной геометрии. Успехов Вам!

31 Рекомендации по работе на лекциях и практических занятиях

*А что ты ремонтируешь – хоть знаешь?
В Вишневский*

Знаете ли Вы, что прежде чем выработать правила и способы эффективной учебной работы, нужно уяснить для себя цель конкретного вида занятий. Для чего Вы приходите на лекцию? Какие перед Вами стоят задачи? Наверняка не те же самые, как при просмотре художественного фильма или циркового представления. Давайте разберемся в формах организации занятий по инженерной графике и наметим наиболее рациональные пути Вашего участия в них.

При изучении инженерной графики в учебном плане предусмотрены три вида занятий: лекции, практические аудиторные занятия и самостоятельная работа студентов. Об организации самостоятельной работы мы с вами уже говорили, а вот на вопросе о лекционных и практических занятиях хотелось бы остановиться отдельно.

Лекция по инженерной графике – такой вид занятий, где ведущим преподавателем проводится разъяснение новой темы, выдача теоретического материала для выполнения расчетно-графических заданий, дается подробный алгоритм решения задач и эшюр, выполняются примеры графических заданий на доске. Таким образом, Вы должны быть готовы не только к конспектированию речи лектора, но и к выполнению небольших чертежей, наглядных изображений, осмыслению и логической переработке материала. Если пытаться бездумно записывать текст речи лектора, Вы никогда не сможете сделать грамотный чертеж, иллюстрирующий сказанное, т.к. расположение линий получается часто не такое, как на доске и скопировать его просто не удастся.

Значит, для работы на лекции по инженерной графике необходимо настроиться на вдумчивое восприятие информации, на серьезную работу мышления.

Безусловно, при записи текста необходимо применять всевозможные сокращения слов, часто встречающихся в речи лектора, это экономит время и служит впоследствии своеобразными опорными сигналами для запоминания материала. Не закодируйте только информацию так, что сами потом не прочтете. Для этого на первой или последней страничке лекционной тетради оставьте листок, в который вносите придуманные Вами условные обозначения терминов.

Часть обозначений, используемых в курсе, приведена нами в параграфе «Принятые обозначения» данного учебного пособия. Лучше эти обозначения не менять, т.к. они общеприняты у инженеров. Можно использовать также математические знаки, получившие названия кванторов –

$\forall$ - каждый (всякий), для каждого

$\exists$ - существует.

Математические символы, обозначающие пересечение элементов $\cap$, тождество $\equiv$, «следовательно» $\rightarrow$, перпендикуляр $\perp$, принадлежит $\in$, не принадлежит $\notin$. Вы, скорее всего, часто использовали в школе, поэтому продолжайте ими пользоваться при конспектировании лекций, это сокращает время записи.

Какие слова еще можно сокращать? Выбирайте наиболее длинные и часто употребляющиеся слова и вводите для них сокращения. Например,

Горизонтально-проецирующая	- гп;
Фронтально-проецирующая	- фп;
Профильно-проецирующая	- пп;
Фронтальная проекция	- фр.пр.;
Горизонтальная проекция	- гр.пр.;
Профильная проекция	- пр.пр.

Вместо произносимого лектором слова «точка» Вы можете записать $(.)$, вместо «прямая а» - (a) .

Следующим приемом сокращения является так называемая буква в обертке. Возьмите самый длинный и самый часто употребляемый термин, оставьте от него первую букву и, не отрывая пера от бумаги, «оберните» его линией. Например, горизонтально-проецирующая плоскость $\textcircled{2}$, фронтально-проецирующая плоскость $\textcircled{Ф}$. Обратите внимание: пишется быстрее, чем произносится, и ни с чем не спутаешь. Интересно, что такое сокращение очень легко читается. Психологи утверждают, что из минуты чтения мы 58 секунд тратим на считывание промежутков между символами, поэтому сокращение « $\textcircled{2}$ » читается быстрее, чем, например «гор-пр. пл-сть».

Не следует пренебрегать и таким приемом кодирования текста, как «смесь французского с нижегородским». Известно, что двуязычные люди при разговоре на одном из языков часто используют слова из другого языка, более емкие и точные. Все студенты изучают иностранный язык, и если какое-то иностранное слово оказывается существенно короче русского, то его вполне

можно использовать в конспекте. Например, «англоязычные» студенты очень часто пишут *if* вместо «если», *use* вместо «использовать».

Итак, мы рассмотрели несколько простейших приемов сокращенной записи. Как следует их применять? Каким когда пользоваться? Главное – это выработать какую-то систему, ведь Вам еще учиться целых пять лет, и принятые символы послужат еще не раз. Не используйте одинаковые символы для обозначения разных терминов и словосочетаний, вводите сокращения постепенно, записывайте принятые обозначения на первом листе тетради, используйте только удобные Вам приемы.

Давайте уделим немного внимания использованию цвета при конспектировании материала в тетради. Очевидно, что выполненный в цвете конспект читать лучше, а сложнее ли его написать? Как это ни странно, но писать конспект, используя несколько цветов чернил, не только не медленнее, но даже быстрее, чем все писать в одном цвете. А если к этому добавить, что читать такой конспект гораздо легче и запоминается он лучше, то есть смысл принести с собой на лекцию цветные авторучки. Цветной элемент в записи может быть применен для выделения заголовков, начала разделов и т.д., но эффективнее цвет работает при выделении того нового, что имеется в рассматриваемом на лекции вопросе по сравнению с предыдущим материалом, или для фиксации типичной ошибки. Кстати, при рассмотрении типичных ошибок ошибочную конструкцию обязательно надо перечеркнуть, чтобы она зрительно запомнилась зачеркнутой.

При решении задач по начертательной геометрии конечный чертеж часто выглядит как пересечение линий непонятного происхождения, и догадаться, что было дано, а что получилось студенту бывает очень сложно. Чтобы облегчить процесс чтения чертежа, можно выполнять то, что дано в задаче черной или синей пастой, промежуточные построения зеленой пастой или карандашом, а решение выделить красным цветом.

Ваша серьезная работа на лекции – это залог успешной учебы и хорошего результата на практических занятиях.

Практические занятия предполагают знание Вами лекционного материала и служат для приобретения и закрепления навыка в решении задач, выполнении расчетно-графических заданий. Не допускается на практических занятиях отсутствие чертежных инструментов, бумаги и выполненной домашней работы. Потерянное время не вернуть, а пропущенное практическое занятие вызывает непреодолимые трудности в освоении материала, т.к. каждая следующая тема опирается на знание предыдущего материала. На практическом занятии обязательно постарайтесь выяснить все, что по данной теме Вам не ясно, не откладывайте «на потом», потому что вопросы будут накапливаться и Вы просто перестанете понимать лектора на дальнейших занятиях. «Интегрируйтесь» с товарищами по группе, иногда они могут объяснить задачу более доступно, чем книга и преподаватель. Помогайте решить задачу, в которой Вы разобрались, другим ребятам – таким образом Вы закрепите свой успех и уже не запутаетесь при решении подобной задачи на контрольной или самостоятельной работе.

Заключение

Вот и заканчивается наше пособие для самостоятельной работы. Если Вы усвоили те базовые понятия, о которых шла речь, научились решать задачи, подобные разобранным в пособии, Вы без проблем усвоите дальнейший материал курса, обращаясь к учебникам и лекциям ведущего преподавателя. Стала ли начертательная геометрия для Вас интересной? Научились ли Вы отделять свои истинные интересы от ситуативных, навязанных? Сумели ли понять, когда же человеку интересно жить?

Когда человек, вступая в этот мир и обретая способность мыслить и чувствовать, стремится сосредоточиться на главном. Когда он хочет понять природу вещей и явлений, во всем «дойти до самой сути», не растрачивая бездумно своих сил на случайное и второстепенное. Когда удовольствие он находит в поиске, а не в обретении готовых ответов. Стремится понять мир во всей его сложности и противоречивости, тем самым получить импульс своим действительным, коренным, а не мнимым интересам.

Когда человек понимает, что жизнь не накатанная дорога и путь к вершинам не усыпан розами. Когда он стремится создать свой жизненный дом сам, своими руками, опираясь не только на опыт других, но и на собственную решимость и волю. Когда он не пасует перед трудностями, зная, что только в непрестанном труде можно испытать радость открытия, познания нового, ощущения своих неограниченных возможностей, тогда он тем самым становится полновластным хозяином своих интересов.

Когда человек не замыкается на одном, даже самом важном и увлекательном деле, а стремится найти ему место в огромном море жизни. Когда он открыт всем надеждам и ветрам века и богатство интересов позволяет ему легко переходить от профессиональной деятельности к общественной, а от нее – к досугу, наполненному творчеством. Когда для него образование не сумма знаний, и тем более не диплом, а слепок с человеческой культуры, живущая в нем память поколений, безгранично раздвигающая возможности реализации своей личности.

Когда человек понимает, что его интересы не существуют изолированно, и интересы других людей начинают жить в нем. Когда человек не навязывает другим свой взгляд, свое представление о мире, а, наоборот, стремится понять их мысли и чувства, когда он устанавливает связи с другими людьми для решения общих дел, и в этом совместном поиске истины, в диалоге на равных начинает жить свободно. Когда он не зависит от чужого мнения и собственная совесть есть его постоянный советник, то тогда интерес обретает единственно верное направление.

Когда человек в один прекрасный день «начинает все сначала», осознавая, что, хотя каждый потерянный день и час осложняют задачу, она оказывается всегда в принципе разрешимой и для юноши, и для старца.

Человеку интересно, когда он идет вперед. Счастливого пути!

Список использованных источников

1. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся/ Под ред. Якиманской И.С. – М.: Педагогика, 1989 – 263 с.
2. Выготский Л.С. Педагогическая психология/ Под ред. В. В. Давыдова.- М.: Педагогика-Пресс, 1999 - 536 с.
3. Гильберт Д. Основания геометрии.- М: ОГИЗ, Гостехиздат, 1948 – 488 с.
4. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.-М: Наука, 1973 - 368 с.
5. Изард К. Психология эмоций. СПб.:Питер, 2000 – 464 с., ил.
6. Дусавицкий А.К. Загадка птицы Феникс. М.: Знание., 1978 – 128 с.
7. Дусавицкий А.К. Формула интереса. М.: Педагогика, 1989 – 176 с.
8. Ломов Б.Ф. Вопросы общей, педагогической, инженерной психологии. - М.:Педагогика, 1991 – 296 с., ил.
9. Новиков А.М. Российское образование в новой эпохе. М.: ЭГВЕС, 2000 - 270 с.
10. Петровский А.В. Что мы знаем и чего не знаем о себе? М.: Педагогика, 1988 – 160 с.
11. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии.-М: Высшая школа, 1970 – 240 с.
12. Практическая психология для преподавателей/ коллектив авторов под рук. М.К.Тутушкиной. М: Информационно-издательский дом Филин, 1997 – 324 с.
13. Профессиональная педагогика/ Под ред. академика С.Я.Батышева. М.: Ассоциация «Профессиональное образование», 1997. – 512 с.
14. Сборник научно-методических статей по начертательной геометрии и инженерной графике.- М., 1979- 136 с.
15. Сборник научно-методических статей. Начертательная геометрия и инженерная графика, вып.17.- М., 1990- 56 с.
16. Фролов С.А. Начертательная геометрия.-М: Машиностроение, 1983. – 240 с.
17. Чернилевский Д.В., Филатов О.К. Технология обучения в высшей школе. М.: Экспедитор, 1996. – 288 с.
18. Штернберг Л.Ф. Скоростное конспектирование лекций/ Куйбышевский ордена трудового Красного Знамени авиационный институт им. Академика С.П.Королева. Куйбышев, 1983 – 23 с.

Приложение А
(обязательное)

<i>Тест 4</i>	<i>Тест 5</i>	<i>тест 6</i>
1. 27	б	б
2. 26	г	г
3. 25	в	в
4. 16	в	а
5. 62	а	г
6. 31	г	а
7. 51	д	б
8. 7	а	д
9. 8	а	в
10. 12	б	г
11. 2	д	а
12. 13	в	б
13. 42	д	д
14. 9	г	г
15. 13	в	в
16. 71	а	б
17. 15	г	д
18. 17	г	а
19. 63	д	в
20. 14	в	д

Приложение Б
(обязательное)
Ответы на кроссворды

Кроссворд № 1.

По горизонтали: 1. Эпюр. 7. Перпендикулярность. 8. Монж. 9. Ордината
10. Инцидентность.

По вертикали: 2. Проецирование. 3. Проекция 4. Инженер 5. Алгоритм
6. Чертеж.

Кроссворд № 2.

По горизонтали: 3. Транспортир. 5. Параллельность. 8. Проекция. 9. Кошмар
10. Символ.

По вертикали: 1. Игрек. 2. Шрифт. 4. Пересечение. 6. Аксиома. 7. Теорема.

Кроссворд № 3.

По горизонтали: 2. Посредник. 5. Отсек. 6. Линия 9. Поверхность 10. Точка
11. Фронталь.

По вертикали: 1. Способ 3. Окружность 4. Поворот 6. Линейка 7. Декарт
8. Октант.

Кроссворд № 4.

По горизонтали: 1. Эллипс 5. Центр 6. Призма 7. Меридиан 9. Абсцисса 11.
Нормаль 13. Фокус 14. Индикатриса.

По вертикали: 2. Портрет 3. Граница 4. Имя 8. Ось 10. Конус 12. Лень.

Кроссворд №5.

По горизонтали: 1. Циркуль 3. Развертка 5. Радиус 6. Горло 9. Треугольник
11. Масштаб 15. Перпендикуляр 16. Плоскость.

По вертикали: 2. Квadrant 4. Вершина 7. Диагональ 8. Пирамида 10.
Цилиндр 12. След 13. Призма 14. Ребро.