СЕРГЕЙ ФЕДОСИН

ФИЗИКА И ФИЛОСОФИЯ ПОДОБИЯ ОТ ПРЕОНОВ ДО МЕТАГАЛАКТИК

Пермь • 1999

ББК 22.31В1
Ф 338
УДК 530.17

Федосин С. Г.

Ф338 Физика и философия подобия от преонов до метагалактик. – Пермь, 1999, – 544 с.

ISBN 5-8131-0012-1

В книге раскрываются различные аспекты принципа подобия, позволяющие осознать связь между микро и макромиром, структурность уровней материи,направление эволюции космических обьектов, включая Метагалактику. Описаны физические свойства частиц и тел, начиная от преонов и кончая большими галактическими системами. Рассмотрен широкий круг фундаментальных проблем физики – эфир и сверхсветовые скорости в теории относительности, волны де Бройля как проявление внутренних колебаний частиц, схема возникновения электрического заряда у элементарных частиц, ядерная гравитация, модели электрона и фотона. Построена лоренц-инвариантная теория гравитации, выведен закон тяготения в концепции гравитонов. Дан анализ энтропии, представлены аксиомы термодинамики открытых систем. Вводится *SPФ*-симметрия подобия между основными уровнями материи. Сформулированы три новых закона философии.

Книга рассчитана на широкий круг лиц, имеющих среднее или высшее образование и интересуюшихся физико-философскими проблемами.

Табл. 66. Ил. 93. Библиогр. 377 назв.

ББК 22.31В1
УДК 530.17

ISBN 5-8131-0012-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Поразившая меня своей простотой неожиданная идея о подобии атомов и звезд главной последовательности оказалась первым импульсом к постижению действия принципа подобия и в других областях. Вооружившись новым подходом, я попытался с другой стороны взглянуть на проблемы эволюции и структуру Вселенной, общую и специальную теории относительности, теорию гравитации и энтропии. Данная работа потребовала обобщения большого количества фактов, разбросанных по многочисленным журнальным статьям и книгам, так что в качестве иллюстраций читателю предлагается 66 таблиц и 91 рисунок. Подробный вывод формул позволяет даже начинающему следить за нитью рассуждений от исходных данных до окончательных результатов. Таким образом здесь совмещаются черты и научно-популярной книги и научной монографии. За редкими исключениями изложение ведется в Международной системе единиц СИ (SI), векторы обозначаются жирным шрифтом.

Благодарности. Многие мои знакомые или даже незнакомые люди так или иначе способствовали появлению этой книги и отметить их всех по-видимому невозможно. Сложнейший компьютерный набор почти полностью был выполнен сотрудниками рекламного агентства «Стиль-МГ» А. В. Казаковым и К. А. Фроловым, за что им большое спасибо. В оформлении иллюстраций приняли участие пермские художники В. В. Исаев и А. Н. Чубарь, а макет обложки был разработан В. А. Татрининым.

Хочу выразить свою признательность А. Г. Меланчуку, R. Masters (Total Systems Engineering), Don Anderson (Quantum International), D. Hershberg (LICC). Я благодарен также своему отцу Федосину Г. С. за существенную материальную поддержку.

Посвящаю эту книгу Chris Fox.

Август 1999 г. С. Г. Федосин.

ВВЕДЕНИЕ

История естествознания тесно связана с историей философии, в течении веков они взаимно питали друг друга своими идеями. Отдельные факты и научные открытия обобщались философией в виде наиболее общих законов, таких например, как закон перехода количества в качество или закон единства и борьбы противоположностей. Применение замечательного диалектического по духу принципа относительности одновременно и к механике и к электромагнитным явлениям буквально преобразило одностороннее, метафизическое мышление ученых в начале этого века.

Данная работа посвящена приложению другого философского подхода к познанию мира – методу аналогий или принципу подобия в применении к таким далеким друг от друга, а потому удобным для сравнения системам, как атомы и звезды.

Строение Солнечной системы было изучено задолго до момента открытия атомной структуры, неудивительно поэтому, что одной из первых моделей атома была планетарная модель. Но поскольку считалось, что в атомах и молекулах эффективной действующей силой является электромагнитная, а для звезд такой силой является гравитационная, то подобию этих систем практически не уделялось должного внимания.

В то же время, разве это не является удивительным, что диапазон масс известных ядер от легчайшего водорода до самого тяжелого элемента под номером 112 составляет 277 атомных единиц массы, а диапазон масс от самых легких звезд до самых массивных для 99,99 % всех звезд дает величину, также близкую к 277? Отсюда один шаг для того, чтобы ядрам атомов каждого химического элемента поставить в соответствие определенные звезды, используя один и тот же коэффициент подобия по массе. Таким образом оказывается, что Солнечная система по массе подобна атому кислорода.

Из астрономических наблюдений следует, что до 70 % всех звезд являются двойными или кратными, то есть образуют связанные звездные пары, тройки, четверки и т.д. Поскольку средние расстояния между такими системами звезд большие, то можно считать, что звездный газ подобен весьма разреженному смешанному молекулярному газу.

Для определения геометрического коэффициента подобия между атомными и звездными системами используются три вида отношений:

1. Между характерными удалениями компонентов звездных пар друг от друга и длинами связей соответствующих молекул.

2. Между размером Солнечной системы и размером соответствующего ей атома.

3. Между радиусом Солнца и радиусом ядра соответствующего ему атома.

Во всех трех случаях обнаруживается один и тот же порядок величины для геометрического коэффициента подобия.

Анализ зависимости полной энергии звезд главной последовательности (звезд ГП) от их массы показывает, что выполняется обобщенный закон Эйнштейна, связывающий полную энергию звезды E (без учета энергии покоя) и ее массу M: $E = -MC_{X}^{2}$, где внутренняя характерная скорость частиц звезды C_X порядка 220 км/с.

Для соответствующих атомов и звезд ГП выполняется условие подобия энергий: отношение энергии покоя ядра атома к энергии связи электронов равно отношению полной энергии звезды E к гравитационной энергии связи планет (показано на примере энергий ионизации атома кислорода и энергий связи между Солнцем и планетами). Перечислим другие примеры подобия атомов и звезд ГП, подробно описанные в первой и второй частях книги:

– В Солнечной системе квантуются как удельные орбитальные моменты импульса планет, так и спиновые моменты;

– Собственное вращение звезд характеризуется звездной постоянной h_S, имеющей тот же смысл, что и постоянная Планка для атомов;

– Магнитные моменты планет, звезд и даже галактик расположены вдоль линий, которые получаются с помощью коэффициентов подобия при пересчете на звездные системы магнитных моментов электрона и протона;

– Анализ Галактики с точки зрения состава входящих в нее звезд ГП показывает, что распределение звезд по количеству относительно их массы приблизительно такое же, как и распределение химических элементов на Солнце и в туманностях (то есть распространенность в природе соответствующих атомов и звезд одинакова);

– Применение соотношения неопределенностей Гейзенберга к звездам дает выражение $\Delta E\,\Delta t \sim h_0$, где ΔE — изменение полной энергии при образовании звезды из протозвездного облака, Δt — время, необходимое для рождения звезды, h_0 — орбитальная постоянная, имеющая смысл орбитального момента импульса звезды в Галактике. Для образования нейтронных звезд в сверхновых характерно аналогичное соотношение $\Delta E\,\Delta t \sim h_S$, где ΔE полная энергия сверхновой с учетом энергии нейтрино, Δt — время выделения основного потока энергии, h_S — звездная постоянная.

Новым смыслом наполняются так называемые планковские единицы, в которых из трех фундаментальных констант конструируются характерные единицы длины, времени, массы и т.д. Применение гравитационной постоянной γ, звездной постоянной h_S и звездной скорости C_S позволяет оценить массы, радиусы, внутренние давления и температуры, энергии и другие параметры звезд ГП. Аналогично параметры любых обьектов от нуклонов до галактик можно оценить, зная лишь их массу, характерную внутреннюю скорость частиц и характерный спин.

В главе 5 обнаруживается дискретность коэффициентов подобия между уровнями материи: умножая массы и характерные размеры каждый раз на одни и те же соответствующие коэффициенты, можно получать массы и размеры различных обьектов от мельчайших преонов до целой Метагалактики. В результате можно установить подобие не только между атомными и звездными системами, между нуклонами и нейтронными звездами, но и например между космическими пылинками и галактиками, между звездами ГП и галактиками разных масс и т.д.

Часть главы 6 посвящена космологии. В связи с трудностями теории Большого взрыва и идеи космологического расширения предложен более корректный сценарий эволюции Метагалактики, связанный не с расширением, а наоборот — с сжатием, коллапсом, скучиванием всех наблюдаемых структур материи от элементарных частиц до галактик под действием гравитационных сил. При этом наблюдаемое содержание гелия и тяжелых элементов в звездах обьясняется переработкой вещества в первичных галактических звездах-гигантах массой 10 — 16 солнечных масс, красное смещение далеких галактик связывается с потерей энергии электромагнитных волн при их распространении в космологическом пространстве за счет взаимодействия с преонной плазмой, а реликтовое излучение считается следствием выделения электромагнитной энергии в процессах образования (распада) нуклонов из преонов. Оценка масс преонов показывает, что элементарные частицы, включая электроны и нейтрино, также состоят из преонов.

Последняя и наибольшая по обьему часть книги посвящена основополагающим проблемам физики, требующим философского обобщения. Проанализирована природа пространства, времени и инерции тел, показано, что специальная теория относительности не противоречит ни сверхсветовым скоростям, ни концепции эфира. Волны де Бройля обьясняются с помощью внутренних электромагнитных колебаний (пульсаций) во взаимодействующих частицах с учетом их пересчета от движущихся частиц в неподвижную систему отсчета наблюдателя с помощью преобразований

Лоренца. Построена модель возникновения электрического заряда у элементарных частиц благодаря вращению их магнитного момента, при этом вклад в образование заряда вносят как электрические токи в частице, создающие магнитный момент, так и собственное вращение частицы. Предложена модель нейтрона в виде протона, окруженного диамагнитным плазменным облаком. Для обьяснения целостности элементарных частиц вводится понятие о ядерной гравитации, которая совместно с электромагнитными силами ответственна за различные свойства атомов и вещества (например, сверхпроводимость). Сравнение нуклонов и нейтронных звезд показывает их подобие в отношении траекторий Редже, соотношении средней и центральной плотностей вещества, магнитных свойств и вращения. В рамках подобия вырожденных звезд и элементарных частиц пионы сопоставляются с легкими нейтронными звездами, мюоны — с белыми карликами, а электроны – с вырожденными замагниченными планетами. Однако вблизи нейтронной звезды вследствие приливных сил неизбежно происходит распад любой планеты в замагниченное облако наподобие электронного облака в атоме. Эволюция достаточно массивной звезды с обращающимися вокруг нее планетами в конце концов может привести к возникновению одной нейтронной звезды и одного замагниченного облака вокруг нее, что для атомов эквивалентно электронейтральности вещества, когда на один протон приходится один электрон.

В соответствии с уравнениями движения заряженных частиц в электромагнитной волне построена модель фотона в виде пучка частиц с «вмороженным» магнитным полем, стоячими электромагнитными колебаниями вдоль пучка и вращением частиц вдоль оси.

С точки зрения подобия активные ядра галактик и квазары обьясняются как следствие гравитационного скучивания вырожденных обьектов — белых карликов и нейтронных звезд — в малом обьеме. В результате упорядочивания магнитных моментов этих звезд возникает осесимметричная конфигурация магнитного поля, приводящая при массированном падении газа к появлению джетов, коллимированных выбросов и активности ядер галактик.

Самый большой параграф книги дает описание различных свойств гравитации. Приводятся лоренц-инвариантные уравнения гравитационного поля для скалярного и векторного потенциалов и для его гравитационного ускорения и кручения, выражения для гравитационной силы, плотностей энергии, потока энергии и импульса поля, тензора гравитационного поля, функции Лагранжа для системы частиц и гравитационного поля, тензора плотности энергии-импульса гравитационного поля, релятивистские уравнения движения вещества, законы сохранения с учетом гравитационного поля. Найдены выражения для вектора Умова, мощности гравитационного излучения и реактивной силы торможения от уходящего излучения.

Показано, что роль специальной и общей теорий относительности сводится к тому, что они предсказывают изменения поведения наблюдаемых электромагнитных волн (сигналов) вследствие движения тел или наличия гравитационных и электромагнитных потенциалов соответственно, описывая тем самым разнообразные явления в инерциальных системах или в неинерциальных из-за гравитации (электромагнетизма) системах соответственно. В результате общая теория относительности оказывается не теорией тяготения, а теорией относительности при наличии массивных тяготеющих тел.

Как оказывается, гравитационные силы можно обьяснить взаимодействием проникающих потоков гравитонов с веществом тяготеющих друг к другу тел. При этом можно найти плотность потока энергии гравитонов, сечение взаимодействия их с веществом и коэффициент поглощения, а также оценить степень нагрева гравитационно-связанных тел от взаимодействия с гравитонами. Одним из итогов рассмотренной теории является то, что гравитационное и электромагнитное поля составляют единое электрогравитационное поле, к которому можно свести все известные виды взаимодействий, включая сильное и слабое.

Используя общие выражения для компонент тензоров плотности энергии-импульса вещества, гравитационного и электромагнитного полей выводится первое начало термодинамики и находится явный вид энтропии как функции градиентов потенциальной энергии и давления в веществе. В результате энтропия отражает структуру физической системы с точки зрения распределения в ней энергии и меру взаимодействия частиц системы. Разделение энтропии на внутреннюю и внешнюю составляющие позволяет установить аксиомы термодинамики для стационарных открытых систем, подобные аксиомам для изолированных систем.

В конце книги рассмотрены разнообразные виды симметрий и введена новая универсальная симметрия *SPФ*, оставляющая неизменными физические законы после преобразований *SPФ*. Новая симметрия дополняет список известных универсальных симметрий, таких как *CPT*-симметрия и преобразования подобных систем отсчета друг в друга (например, инерциальных систем отсчета).

Любителям философии предлагаются три новых закона диалектики, два из которых раскрывают такую философскую категорию, как организация, а третий описывает возникновение и развитие противоположностей систем или целого.

ЧАСТЬ 1. ЭМПИРИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОДОБИЯ

При построении теории подобия атомных и звездных систем будут использоваться следующие общие принципы:

1. Предполагается, что подобие масс имеет линейный характер, то есть каждому нуклиду (атомному ядру) соответствует звезда с определенной массой таким образом, что отношение их масс остается постоянным числом для каждой такой пары. Отсюда следует, что коэффициент подобия по массе является константой, с помощью которой любой звезде с известной массой можно поставить в соответствие определенный нуклид.

2. Молекулы соответствуют двойным и кратным звездным системам. Под кратной звездной системой подразумевается система тесно взаимодействующих звезд с числом звезд более двух.

3. Атомы соответствуют звездам, имеющим планеты.

4. Электроны соответствуют планетам.

Глава 1. Отношение масс

§ 1. Аналог Солнечной системы

Для определения коэффициента подобия по массе можно было бы найти атом, соответствующий нашей Солнечной системе, и затем разделить массу Солнца (известную с наибольшей точностью среди всех звезд) на массу ядра этого атома. Немаловажно, что Солнце существует приблизительно 5 миллиардов лет и является типичной стабильной звездой без каких-либо особых отклонений.

Но каким образом найти атом, соответствующий Солнечной системе? Во-первых, Солнце имеет не очень большую массу относительно других звезд, поэтому атом-аналог должен находиться в начале Периодической системы элементов Д. И. Менделеева. Во-вторых, поскольку мы предполагаем соответствие электронов и планет, то Солнечная система, состоящая из девяти планет, может соответствовать атому, имеющему девять электронов, например, атому фтора. Другими кандидатами могут быть близкие к атому фтора в Периодической системе атомы в виде соответствующих ионов, а также близкие по массе изотопы.

Введем следующие обозначения:

M_S — масса звезды ,

$M_C = 1{,}989{\cdot}10^{30}$ кг — масса Солнца,

M_H — масса нуклида,

$M_U = 1{,}660531{\cdot}10^{-27}$ кг — атомная единица массы,

Φ — коэффициент подобия по массе,

A — массовое число нуклида, при этом выполняется приблизительное соотношение:

$$M_H = AM_U. \qquad (1)$$

Зная массовое число A, по формуле (1) легко найти массу ядра.

По определению для Φ имеем:

$$\Phi = M_S/M_H, \qquad (2)$$

если величины M_S, M_H являются массами звезды и нуклида, соответствующими друг другу. Мы полагаем, что величина Φ является константой, которую необходимо определить. Введем понятие звездной единицы массы M_{US}:

$$M_{US} = M_U \Phi. \tag{3}$$

Тогда с учетом (1), (2), (3) получим:

$$M_S = A M_{US}. \tag{4}$$

Формула (4) аналогична (1), при этом массовое число A одинаково для соответствующих звезд и нуклидов. Для Солнца получится:

$$M_C = A_C M_{US}. \tag{5}$$

Разделим (4) на (5): $M_S / M_C = A/A_C$ или $A = A_C (M_S / M_C)$, (6)

где A_C - массовое число, соответствующее Солнцу.

Поскольку мы ищем нуклид-аналог для Солнца рядом со фтором, основной изотоп которого имеет $A = 19$, предположим, что массовое число искомого нуклида (а следовательно и A_C) равно одному из следующих чисел:

$$15,\ 16,\ 17,\ 18,\ 19,\ 20,\ 21. \tag{7}$$

Известно, что массовые числа A всех нуклидов отличаются от целых чисел не более, чем на 0,01. Если в формулу (6) подставлять известные массы звезд M_S и правильно подобрать число A_C (из ряда (7)), то в результате мы должны получать очень близкие к целым числам величины A. Другими словами, модуль разности $A - [A]$ должен стремиться к нулю:

$$|A - [A]| \to 0. \tag{8}$$

где $[A]$ является целой частью числа A.

Однако проблема заключается не только в выборе A_C, но и в том, что массы большинства звезд известны не совсем точно. На сегодняшний день самым достоверным способом определения масс звезд является способ, при котором анализируется орбитальное движение тесных двойных звезд друг возле друга. Воспользуемся каталогом Свечникова [166], содержащим данные о звездах в тесных двойных системах. Массы звезд в каталоге даны в виде отношения M_S/M_C, что удобно для подстановки в (6).

Составим функцию F от переменной A_C следующего вида:

$$F(A_C) = \sum_{i=1}^{n} |A_i - [A_i]|, \tag{9}$$

где A_i вычисляется по формуле (6) для звезд с массой M_i, n - общее число рассматриваемых звезд. Для каждого A_C из ряда (7) получается соответствующее число $F(A_C)$, причем согласно (8) при правильном выборе A_C величина $F(A_C)$ должна иметь минимум.

На рис. 1 приведена зависимость $F(A_C)$ для 446 звезд по данным из [166]. Минимумы функции находятся при $A_C = 16, 18, 20$, причем при $A_C = 20$ минимум самый глубокий. Анализ исходных данных, которыми являются массы звезд в единицах солнечных масс, показал, что из 446 рассматриваемых звезд 178 имеют массы, определенные с точностью только до первого разряда после запятой (например, $M_S = 4{,}7\, M_C$). Для этих звезд вычисление массового числа A по формуле (6) при $A_C = 20$ всегда даст целое число, следовательно, разность (8) будет равна 0, а величина $F(A_C{=}20)$ существенно уменьшается.

Кроме этого, 99 звезд имеют относительные массы, указанные с точностью до второго разряда после запятой, однако во втором разряде находится число 5 (например, 3,95). Тогда при $A_C = 20$ вклад от этих звезд в $F(A_C)$ также равен 0.

Для того, чтобы избежать искажения результатов и исключить описанные выше эффекты, из каталога были выбраны 118 звезд, массы которых известны с точностью не менее чем до второго знака после запятой, а цифра второго разряда не равнялась 5.

Зависимость $F(A_C)$ для этих звезд приведена на рис. 2, откуда видно, что искомый минимум наблюдается только при $A_C = 18$.

Особенностью каталога Свечникова является то, что каждой паре звезд ставится в соответствие свой вес W_i по десятибалльной шкале, характеризующий качество оценки абсолютных элементов тесной системы, а значит и качество оценки масс звезд. Использование весов W_i в расчетах должно увеличить достоверность получаемых результатов, поэтому рассмотрим функцию $F(A_C, W)$ следующего вида:

$$F(A_C, W) = \sum_{i=1}^{n} \left| A_i - [A_i] \right| W_i / 10. \qquad (10)$$

В функцию $F(A_C, W)$ наибольший вклад будут вносить те звезды, массы которых определены с большей степенью надежности.

Зависимость (10) приведена на рис. 3 для тех же 118 звезд, которые использовались для построения зависимости на рис. 2. Минимум функции также достигается при $A_C = 18$.

Исходя из рассмотренных данных, можно сделать вывод, что Солнце соответствует нуклиду с массовым числом 18. Известны следующие нуклиды с $A = 18$ [194]:

$^{18}_{7}N$, $^{18}_{8}O$, $^{18}_{9}F$, $^{18}_{10}Ne$.

Нуклид $^{18}_{7}N$ имеет период полураспада 0,63 сек., у $^{18}_{10}Ne$ период полураспада равен 1,5 сек. Нуклид $^{18}_{9}F$ в 97 % случаев распадается с периодом полураспада 109,7 мин., а в 3 % случаев испытывает электронный захват и превращается в $^{18}_{8}O$, который стабилен. Поскольку трудно себе представить, что наше достаточно стабильное Солнце имеет аналогом быстрораспадающийся нуклид, будем считать, что таким аналогом является изотоп кислорода $^{18}_{8}O$.

Все неионизированные атомы кислорода содержат 8 электронов, в то время как Солнечная система имеет 9 планет. Мы можем считать, что либо Солнечная система эквивалентна отрицательному иону $^{18}_{8}O^{-}$, либо одна из планет (возможно что

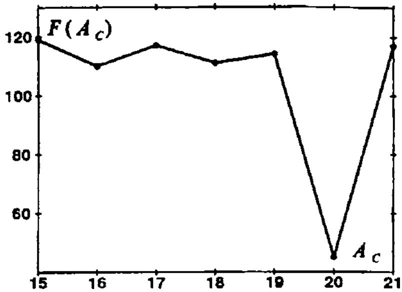


Рис. 1. Зависимость функции $F(A_C)$ по соотношению (9) для 446 звезд из [166]. Минимум при $A_C = 20$ отражает не искомое массовое число Солнца, а результат от неточных и округленных масс некоторых звезд.

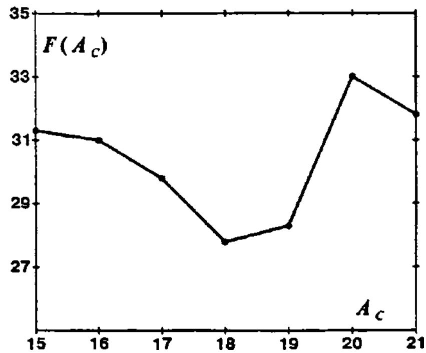


Рис. 2. Функция $F(A_C)$ для 118 звезд из [166], массы которых известны с точностью до 0,01 M_C.

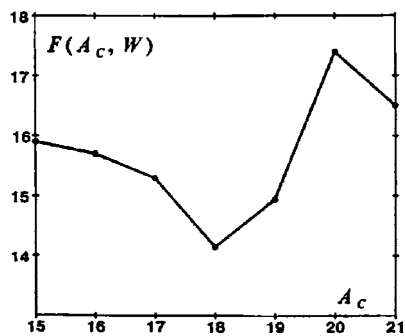


Рис. 3. Функция $F(A_C, W)$ по соотношению (10) для тех же звезд, что и на рисунке 2, но с учетом качества оценки масс звезд W по десятибалльной шкале. Минимум функции при $A_C = 18$ указывает на то, что Солнце по массе подобно атому с массовым числом $A = 18$.

Плутон) является чем-то вроде спутника или астероида. В самом деле, известно, что все планеты резко делятся на две обособленные друг от друга группы:

1. Меркурий, Венера, Земля, Марс, находящиеся недалеко от Солнца и имеющие небольшие массы и радиусы.

2. Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун – планеты-гиганты, орбиты которых лежат за пределами орбит планет первой группы. Маленький Плутон (вместе со своим спутником Харон) выглядит достаточно странно рядом с массивными планетами второй группы. Для сравнения в Таблице 1 приведены некоторые характеристики планет и крупных спутников.

Таблица 1

Характеристики планет Солнечной системы и некоторых их спутников.

Планета, спутники	Масса, 10^{24} кг	Радиус, км	Период вращения вокруг своей оси	Эсцентриситет орбиты
Меркурий	0,328	2439	58,65 суток	0,206
Венера	4,87	6051	243,01 суток	0,007
Земля	5,976	6378	23,93 часа	0,017
Луна	0,0734	1738	27,322 суток	0,055
Марс	0,642	3397	24,623 часа	0,093
Юпитер	1900	71400	9,925 часа	0,048
Ганимед	0,14823	2635	7,155 суток	0,0015
Каллисто	0,10766	2405	16,689 суток	0,01
Ио	0,0894	1821	1,769 суток	0,0041
Европа	0,048	1565	3,551 суток	0,0101
Сатурн	570	60000	10,67 часа	0,056
Титан	0,135	2575	15,945 суток	0,029
Уран	87	25900	17,24 часа	0,047
Нептун	103	24300	16,05 часа	0,009
Тритон	0,0214	1350	5,877 суток	0,00
Плутон	0,013	1145	6,38 суток	0,249
Харон	0,0018	593	6,38 суток	0

Данные для Земли: Масса $M_З = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг. Радиус на экваторе $R_З = 6378{,}164$ км.

Среднее расстояние до Солнца: а. е. = $1{,}4959787 \cdot 10^{11}$ м – астрономическая единица.

Средняя плотность – 5518 кг/м^3. Время оборота вокруг Солнца 365,256 дней.

Из Таблицы 1 видно, что Плутон имеет чрезвычайно малую массу, не превышающую даже массы некоторых спутников, незначительные размеры и медленное вращение по сравнению с планетами-гигантами.

Кроме этого, наклон орбиты Плутона к плоскости эклиптики (17,3°) значительно превышает наклоны орбит других планет, лежащих почти в одной плоскости, а эксцентриситет орбиты таков, что периодически Плутон заходит внутрь орбиты Нептуна.

Ось собственного вращения Плутона, как и у Урана, лежит почти в плоскости эклиптики, так что они вращаются вокруг Солнца как бы лежа на боку.

Размеры и масса Плутона того же порядка, что и у Цереры, крупнейшего из астероидов. Астероиды также имеют большие эксцентриситеты и наклоны орбит к эклиптике.

Оставляя вопрос о Плутоне открытым, перейдем к вычислениям числа Φ. Зная массовое число для Солнца A_C = 18, можно из (2) и (1) найти безразмерный коэффициент подобия по массе Φ:

$$\Phi = \frac{M_C}{18 M_U} = 6{,}654 \cdot 10^{55} \quad (11)$$

Из (5) для звездной единицы массы следует:

$$M_{US} = M_C / A_C = 1{,}105 \cdot 10^{29} \text{ кг}. \quad (12)$$

§ 2. Минимальная масса звезд

а) Теоретические оценки.

Вопрос о минимальной массе звезд рассматривался многими авторами при различных начальных условиях. Общепринятым подходом является расчет эволюции протозвезды на стадии коллапса газовых облаков или при условии, что модель протозвезды находится в тепловом равновесии без источников гравитационного сжатия [22]. Начальный химический состав моделей звезд, используемый разными авторами, может отличаться от наблюдаемого состава внешних слоев Солнца, для которого согласно [5] имеем относительное содержание по массе: водород – 73,5 %, гелий – 24,8 %, прочие элементы – 1,7 %.

При расчетах важными являются также следующие факторы: начальная однородность модели, начальная масса, вращение, магнитное поле, конвекция вещества, скорость выделения ядерной энергии, излучения, нейтринные потери, аккреция вещества и т. д. Звезды после образования из газопылевого облака продолжают сжиматься, собирая вокруг себя остатки вещества, и наконец, становятся видны в оптике благодаря увеличению температуры оболочки. При дальнейшем сжатии температура в центре звезды может стать достаточной для начала ядерных реакций, и тогда сжатие останавливается, а звезда занимает место на так называемой главной последовательности, на которой находится большинство звезд.

Сжатие протозвезды сопровождается изменением ее светимости и температуры поверхности. Характерные треки звезд разных масс на диаграмме светимость-температура при их эволюции до главной последовательности называются линиями Хаяши по имени первого их исследователя.

В работе [184] рассматривалось влияние аккреции и вращения на минимальную массу звезды главной последовательности для химического состава X = 0,7; Y = 0,27; Z = 0,03 (X, Y, Z – соответственно доли водорода, гелия и прочих элементов). Расчет эволюции звезд производился для масс в диапазоне от 0,07 до 0,11 M_C от границы Хаяши до главной последовательности при следующих предположениях:

а) Сферическая симметрия и постоянство массы;

б) Аккреция вещества на звезду при критическом вращении с сохранением углового момента вблизи главной последовательности.

Полученное значение минимальной массы звезды главной последовательности близко к 0,08 M_C для невращающихся звезд и к 0,1 M_C для вращающихся (скорости вращения экватора звезды до 350 км/с).

Звезды с массой 0,07 M_C не достигают в ходе сжатия необходимой температуры для начала протон-протонного цикла и превращаются в вырожденные водородные карлики. Однако если предположить аккрецию вещества со скоростью 10^{-12} M_C/год, то звезда с массой 0,07 M_C за время > $5,5 \cdot 10^9$ лет возвращается на главную последовательность.

Расчет влияния мелкомасштабного хаотического магнитного поля и крупномасштабного полоидального магнитного поля на минимальную массу звезды главной последовательности был выполнен в [185]. При отношении энергии мелкомасштабного магнитного поля к гравитационной энергии, равном 0,25 , минимальная масса $M_{MIN} = 0,12\, M_C$. Та же величина минимальной массы достигается для полоидального магнитного поля, когда $E_{МАГН}/E_{ГРАВ} = 0,1$.

Теоретическая водородная главная последовательность и время горения дейтерия для звезд с массами 0,03 – 0,2 M_C определялись в [287] при начальном химическом составе X = 0,68 ; Y = 0,29; Z дейтерия = $0,19 \cdot 10^{-3}$. Минимальная масса звезды на главной последовательности при данном химическом составе получается между 0,07 и 0,08 M_C.

Косвенная оценка минимальной массы звезд сделана в [128] с помощью формулы функции масс, связывающей количество звезд с их массой. Если считать, что каждый год в спиральный рукав Галактики входит приблизительно 10 M_C газа, превращающегося в звезды с функцией масс:

$$dN = \frac{dM}{M^{2.5}}, \tag{13}$$

то отсюда следует $M_{MIN} = 0,04\, M_C$. Наиболее вероятная оценка дает:

$$0,04 < \frac{M_{MIN}}{M_C} < 0,2.$$

В Таблице 2 приведены результаты определения минимальной массы звезд некоторыми авторами.

Таблица 2

Минимальная масса звезд по оценкам различных авторов.

Минимальная масса, M/M_C	Начальные условия	Литература
0,08	Невращающаяся звезда	[184]
0,1	Звезда с вращением	[184]
0,12	Учет магнитного поля звезды	[185]
0,07–0,08	Учет горения дейтерия	[287]
0,04–0,2	Оценка из функции масс	[128]
0,085	Водород – 68 %, гелий – 29 %	[284]
0,085	Учет неидеальности вещества	[288]
0,1	Химический состав аналогичен солнечному	[270]

В [359] вычисленная минимальная масса звезд на главной последовательности сравнивается с результатами других авторов. Результаты приведены в Таблице 3.

Таблица 3

Минимальная масса звезд из [359].

Минимальная масса, M/M_C	Начальные условия	Литература
0,082	Водород – 59,6 %, гелий – 38,4 %	[359]
0,081	Учет водяных паров	[359]
0,089	Учет длины перемешивания	[359]
0,075	Водород – 68 %, гелий – 29 %	[286]
>0,1	Водород – 73,9 %, гелий – 24 %	[273]
0,07	Звезды популяции I	[309]
0,09	Звезды популяции II	[309]
0,12	Водород – 90 %, гелий – 8 %	[290]
0,08	Водород – 61 %, гелий – 37 %	[55]
0,12	Звезды популяции II	[55]

б) Сравнение с наблюдательными данными.

В ряде работ произведено сравнение экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов. Из анализа возможных эволюционных треков в работе [284] сделан вывод, что три звезды массой 0,2 M_C находятся между звездами Kr 60A (0,27 M_C) и Kr 60B (0,16 M_C). Для звезды VB10 (Van Biesbroeck's star) предсказывается масса 0,085 M_C.

По данным из [359] масса звезды Ross 614B составляет 0,077 M_C. Для звезд L 726-8A и L 726-8B в [270] указываются массы 0,05 и 0,04 M_C соответственно, для Ross 614B дана величина массы 0,08 M_C.

Согласно [55], масса оптического компонента в двойной системе UU 1820-30, являющейся рентгеновским источником, составляет 0,055 M_C. Массы вторичных компонент WZ Sge и AM CVn близки к величине 0,04 M_C.

Параметры некоторых маломассивных звезд по данным из [5], [55], [125], [166], [270], [284], [286], [291], [322], [359], [376] приведены в Таблице 4, величины M_S/M_C, R_S/R_C, L_S/L_C означают массу, радиус и светимость звезд по отношению к Солнцу соответственно.

Таблица 4

Параметры некоторых маломассивных звезд.

Название	Масса, M_S/M_C	Спектр. класс	Радиус, R_S/R_C	Светимость, L_S/L_C	Температура, К	Болометр.зв. величина
VB10	0,085		0,141	0,00046	2250	13,12
Ross 614B	0,07	M8	0,11	0,0018	2700	13
L 726–8A	0,125	M7,2	0,19	0,00175	2750	11,7
L 726–8B	0,125	M7,6	0,155	0,00123	2750	12
UU 1820–30	0,055					

Таблица 4. Продолжение.

Название	Масса, M_S/M_C	Спектр. класс	Радиус, R_S/R_C	Свети-мость, L_S/L_C	Темпера-тура, К	Болометр.зв. величина
WZ Sge	0,04					
AM CVn	0,04					
Wolf 424A	0,06				2000	
Wolf 424B	0,05					
Спутник Wolf 630C	< 0,05			0,00003	1400	
Crüger 60A	0,27	M4	0,4	0,0126	3090	9,6
Crüger 60B	0,16	M6	0,288	0,0051	2900	10,58
Wolf 359	0,12?	M8e	0,186	0,00125	2500	12,04
O^2Eri B,C	0,21	M5e	0,23			9,5
Спутник W358	0,05					
UV Cet	0,04			<0,0001		
ε CrA	0,15	[F2:]	0,76			4,6
Aw UMa	0,17	[F3:]	0,62			5,1

Согласно [25] данные о существовании спутника у звезды Wolf 630C (по другому он обозначается VB8 - v) требуют дальнейшей проверки.

В нижней части Таблицы 4 приведены массы двух звезд, имеющих самые малые массы в каталоге тесных двойных звезд Свечникова. Учитывая, что каталог содержит данные о 452 звездах, можно сделать вывод, насколько сложно наблюдать звезды малых масс. Тем не менее с помощью инфракрасной техники удалось различить очень маленький спутник Глизе 623B, вращающийся вокруг более массивной звезды Глизе 623A. Масса Глизе 623B около 0,038 M_C, температура поверхности, судя по линиям метана в спектре, менее 1000 K , светимость порядка $1{,}7\cdot10^{-5}\,L_C$, а сама звездная пара находится на расстоянии 5,8 пк. Используя соотношение (16), можно оценить радиус спутника как $0{,}13 - 0{,}14\,R_C$.

в) Расчет минимальной массы звезд с помощью коэффициента подобия.

Воспользуемся значением коэффициента подобия по массе Φ из (11) для определения минимальной массы звезд. Ядром атома водорода, легчайшего из химических элементов, является протон, масса которого хорошо известна. Умножив массу протона на Φ, получим массу звезды, имеющей минимально возможную массу и являющейся аналогом протона. Введем обозначения:

$M_P = 1{,}00727\,M_U = 1{,}6726\cdot10^{-27}$ кг – масса протона,

M_{PS} – масса звезды – аналога протона.

Тогда можно записать:

$$M_{PS} = M_P \Phi = 1{,}11 \cdot 10^{29} \text{ кг}. \quad (14)$$

Выразим массу M_{PS} в единицах солнечных масс:

$$M_{PS} = 0{,}056\, M_C. \quad (15)$$

Величину 0,056 M_C можно рассматривать как минимальную массу звезд. Из теоретических расчетов по пункту а), Таблицы 2 и 3, следует, что масса 0,08 – 0,1 M_C является граничной, выше которой в недрах звезд достигается температура, достаточная для возгорания водорода и превращения его в гелий. Тепловая энергия, выделяемая в ядерных реакциях, препятствует гравитационному сжатию звезды и обеспечивает излучение звезд. При массах, меньших 0,08 M_C , звезда после ее образования и сжатия становится остывающим водородным карликом, при этом водород, составляющий основную массу звезды, в углерод не превращается.

Данные Таблицы 4 дают хорошее согласие между массой M_{PS} из (15) и массами известных легчайших звезд, большинство из которых невидимо из-за слабого излучения. Таким образом, предположив подобие атомов и звездных систем, электронов и планет, ядра атома кислорода и Солнца, мы получили оценку минимальной массы звезды, близкую к наблюдаемым величинам. С учетом данных теоретических расчетов можно также считать, что звезды с массами, близкими к (15), являются вырожденными водородными карликами (коричневыми карликами), и следовательно, почти ненаблюдаемыми из-за малой светимости.

Наличие большого количества маломассивных звезд могло бы решить проблему скрытой массы галактик. Если применить к скоплениям галактик теорему вириала (дающей соотношение потенциальной и кинетической энергий системы), то каждое скопление должно иметь массу в 5–10 раз больше, чем наблюдается, для того, чтобы скопления могли быть устойчивыми и не рассеяться со временем. С другой стороны, все галактики имеют короны из звезд и шаровых скоплений, а также диффузное вещество. Чтобы удержать их, галактики должны иметь массы, превышающие те, что были расчитаны ранее. Условие устойчивости диска Галактики также требует увеличения ее общей массы.

Для обьяснения скрытой массы предлагаются такие экзотические обьекты, как черные дыры, а также значительное количество невидимых звезд с массой порядка 0,05 M_C. Самыми известными кандидатами на роль черной дыры являются следующие обьекты: Cyg X–1 с массой > 6 M_C, Cir X–1, LMC X–1, LMC X–3 с массой > 6 M_C, 4W1658–48 (GX339–4), SS 433 с массой 4,3–6 M_C и другие, смотри также Таблицу 59.

С другой стороны, число невидимых звезд (коричневых карликов) должно быть на порядок больше, чем видимых. Фактически это будет означать, что большинство звезд в Метагалактике является звездами-аналогами протона по массе (как водород является самым распространенным химическим элементом в космосе). В пользу гипотезы большого количества маломассивных коричневых карликов могут послужить, кроме простоты самой гипотезы, следующие обстоятельства:

1) Наблюдательные данные, аппроксимированные функцией масс (13) показывают, что количество звезд связано с их массой таким образом, что чем меньше масса, тем больше звезд, имеющих такую массу.

2) Известно, что большинство звезд (до 70 % по данным [36]) связаны в тесные или широкие пары, вращаясь друг возле друга, или образуют тройные, четверные и кратные взаимодействующие системы. Если большая часть коричневых карликов также связана между собой (аналогично молекулам водорода), то они будут невидимы благодаря слабому свечению.

Добавим, что по оценке Кумара [310], 1969 г. , в радиусе 5 парсек от Солнца находятся 8 невидимых тел с массами до 0,05 M_C. Большие эксцентриситеты их орбит позволяют предположить, что они образовались как звезды. В течении многих лет, пока шла работа над рукописью этой книги, вывод о существовании значительного количества звезд с массой M_{PS} (15) не мог быть подтвержден экспериментально. И только в последнее время благодаря улучшенной технике инфракрасных наблюдений было зарегистрировано большое число звезд с характерной массой около 0,06 M_C и температурой 1500 – 2000 К [182]. Авторы заметки назвали эти звезды L-карликами и отнесли их к новому для астрономии классу обьектов, а именно к звездам, в которых нет активных термоядерных реакций.

По поводу скрытой массы и распространенности звезд малой массы смотри также § 20.

§ 3. Диаграмма состава звездного населения. Характеристики звезд

Удобным способом изучения звезд является измерение их спектрального класса и абсолютной звездной величины. При этом спектр звезды напрямую связан с ее температурой и показателем цвета, а абсолютная звездная величина – с интенсивностью излучения или светимостью звезды. Диаграмма состава звездного населения, построенная в координатах спектр абсолютная звездная величина, называется диаграммой Герцшпрунга-Рессела.

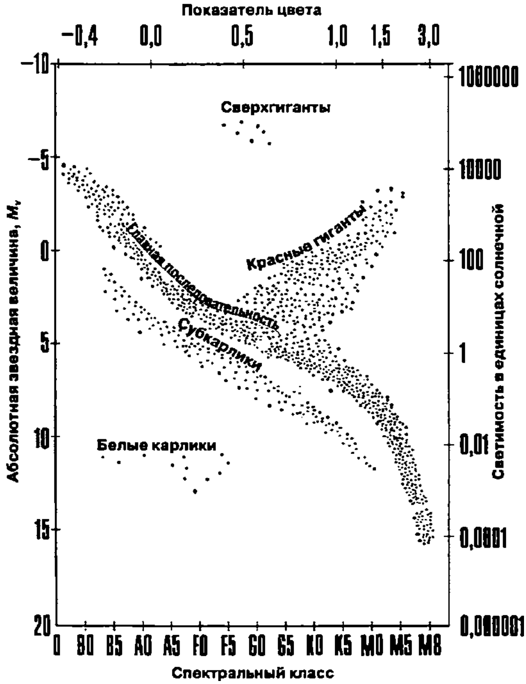


Рис. 4а. Диаграмма состава звездного населения согласно [3]. Кружок в центре показывает положение Солнца.

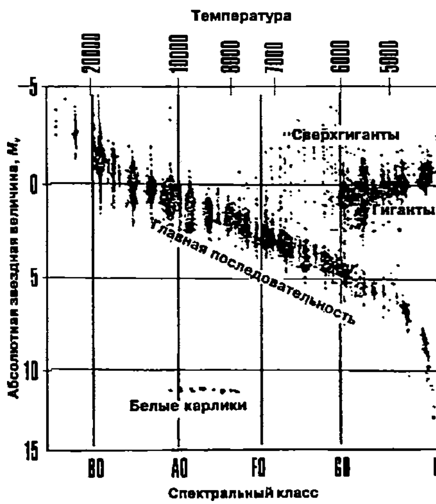


Рис. 4б. Диаграмма «абсолютная звездная величина – эффективная поверхностная температура звезд» согласно [79].

Звезды на этой диаграмме располагаются в пяти основных группах: ГП или главная последовательность, субкарлики, белые карлики, красные гиганты, сверхгиганты.

В отличие от звезд главной последовательности субкарлики имеют пониженную светимость, увеличенные пространственные скорости и очень малое содержание металлов – в 3–100 раз меньше, чем у обычных звезд.

Вид диаграммы приведен на рис. 4а согласно [3] и на рисунке 4б согласно [79]. Приблизительное соотношение количеств звезд в окрестностях Солнца таково:

На 1 сверхгигант приходится:

– 10 млн. звезд ГП,

– до 1 млн. белых карликов,

– 10 тыс. субкарликов,

– тысячи красных гигантов.

Главная последовательность содержит основное количество звезд, причем преобладают маломассивные звезды. Главной причиной этому является то, что на ГП звезды находятся большую часть своей жизни, до тех пор, пока не заканчивается их ядерное горючее или не возникает какая-либо неустойчивость. Характерные времена жизни звезд на ГП из [301], [369], [223] приведены в Таблице 5 (в скобках – показатели степени по основанию 10).

Таблица 5

Характерные времена жизни звезд на ГП.

Масса звезд, M_S/M_C	t_{MS}, годы
0,1	1,6 (13)
0,54	7 (10)
0,74	2,8 (10)
1	1,02 (10)
1,25	4,03 (9)
1,5	1,98 (9)
2,25	5,32 (8)
3	2,21 (8)
5	6,44 (7)
9	2,11 (7)
15	1,01 (7)
25	7,3 (6)

Полагая, что возраст Солнца порядка 5 миллиардов лет и сравнивая с Таблицей 5, находим, что Солнце выработало свой ресурс почти наполовину. Время жизни массивных звезд значительно меньше из-за более высокой температуры, достигаемой в центре звезд и большой скорости реакций термоядерного синтеза. Чем легче звезда, тем больше возможный срок ее жизни на ГП; если же рассматривать коричневые карлики с массой порядка 0,05 – 0,07 M_C, в которых ядерное топливо не загорается из-за низкой температуры, то срок их жизни должен быть максимальным.

Эволюция звезд после ухода с ГП определяется их массами. Если масса звезды не превышает 8 M_C, звезда вначале переходит в группу гигантов, а затем становится белым карликом. Звезды с массами > 8 M_C часть жизни проводят как сверхгиганты с вероятным концом в виде вспышки сверхновой. В настоящее время исследованы сверхновые двух типов: СН I, когда звезда взрывается в результате ядерного взрыва, и СН II, когда более массивная звезда в результате гидродинамического коллапса рождает пульсар — быстровращающуюся нейтронную звезду. Ежегодно в нашей Галактике не менее чем 3–4 звезды превращаются в белые карлики и нейтронные звезды [223].

С точки зрения состояния вещества все звезды разделяются на 3 группы. Характеристики этих групп приведены в Таблице 6 по данным из [125], [22].

Таблица 6

Разделение звезд на группы по состоянию вещества.

Название группы звезд	Нормальные звезды	Белые карлики	Нейтронные звезды
Состояние вещества	Термически ионизованная плазма	Вырожденная плазма	Нейтронная жидкость
Силы, препятствующие гравитационному сжатию	Давление классической идеальной плазмы	Фермиевское давление электронов	Давление вырожденного нейтронного газа
Число звезд в Галактике	10^{12}	$< 10^{11}$	до $3\cdot10^5$

Обычные параметры белых карликов лежат в следующих пределах:

Температура $T_{эф}$: $5\cdot10^3 - 7\cdot10^4$ К. Светимость L: $10^{-4} - 1\ L_C$.

Масса: 0,1 – 1,2 M_C. Радиус: $(1,1-10)\cdot10^6$ м. Плотность вещества белого карлика Сириус В достигает $2\cdot10^9$ кг/м^3

Нейтронные звезды имеют плотность до $5\cdot10^{17}$ кг/м^3, массы менее 2,2 M_C, радиусы 10–100 км.

Характеристики отдельных моделей нормальных звезд, не принадлежащих главной последовательности, приведены в Таблице 7.

Таблица 7

Параметры отдельных моделей звезд, не принадлежащих ГП.

Название	Масса, M_S/M_C	Радиус, R_S/R_C	Плотность, кг/м^3	Светимость, L_S/L_C
Сверхгигант	30	250	10^{-3}	10^5
Гигант а)	4	60	10^{-2}	90
б)	4	12	1	150
Субгигант	1–4	3	100	5
Красный гигант	1,3	21	$2\cdot10^{-1}$	225
Субкарлик	0,5	0,6	$(2-3)\cdot10^3$	0,5

Физические величины, характеризущие звезды ГП, в зависимости от массы приведены в Таблице 8 по данным [3], [5], [67], [125], [166], [184], [185].

Таблица 8

Характеристики звезд главной последовательности.

Масса, M_S/M_C	Спектр. класс	Радиус, R_S/R_C	Светимость, L_S/L_C	Температура, $T_{эф}$,K	Плотность, кг/м^3	Болометр, зв. вел. M_b
26	O8	8,7	180000	40400	56	–8,4
20,5	O9	7,4	93600	37200	71	–7,7
13,3	B0	6	22400	28800	87	–6,1
11,1	B1	5,4	12900	26400	99	–5,5
9,4	B2,5	4,9	7850	24600	113	–5
6,55	B2.9	4,05	1990	19200	139	–3,5
6,11	B3	3,85	1484	18300	150	–3,2
4,89	B4	3,35	593	15600	183	–2,2
4,39	B5	3,1	344	14150	208	–1,6
4	B7	2,9	238	13350	230	–1,2
3,2	B8–B9	2,5	103	11650	289	–0,3
2,8	A0	2,25	66	11000	346	0,2
2	A5	1,75	20	9230	526	1,5
1,8	F0	1,6	13,7	8800	620	1,9
1,5	F5	1,4	6,54	7820	770	2,7
1,33	G0	1,28	4,1	7280	840	3,2
1,07	G5	1,05	1,49	6240	1300	4,3
0,85	K0	0,88	0,545	5300	1760	5,4
0,65	K5	0,72	0,22	4650	2480	6,4
0,52	M0	0,6	0,0944	4140	3400	7,3
0,22	M5	0,3	0,0065	3000	11500	10,2
0,11	M7,25	0,17	0,001	2520	31600	12,2
0,056	M8,5	0,128	0,0001	1630	38000	14,7

Разброс параметров у разных авторов может достигать нескольких десятков процентов и более. Это можно обьяснить неточностью измерений и тем, что звезды во время жизни на ГП изменяют свои характеристики, что приводит к размытию главной последовательности на диаграмме спектр-светимость.

Данные в Таблице 8 показывают усредненные величины масс, радиусов, спектральных классов и болометрических звездных величин, полученных из измерений. Число использованных звезд с массой менее 0,45 M_C с полностью известными параметрами составляет 11, число звезд с массой более 10 M_C составляет 39, общее количество звезд 446. Для определения эффективных температур $T_{эф}$, светимости L_s и средней плотности звезд ρ использовались стандартные формулы [125]:

$$\lg(T_{эф}) = 4{,}236 - 0{,}1M_b - 0{,}5\lg(R_s/R_C),$$

$$L_s/L_C = (R_s/R_C)^2(T_{эф}/T_{эфC})^4, \quad \rho = \frac{\rho_C(M_s/M_C)}{(R_s/R_C)^3}. \tag{16}$$

Величины $M_C, R_C, L_C, T_{эфC}, \rho_C$ обозначают массу, радиус, светимость, эффективную температуру и среднюю плотность Солнца :

$M_C = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ кг, $R_C = 6{,}9599 \cdot 10^8$ м, $L_C = 3{,}88 \cdot 10^{26}$ Вт, $T_{эфC} = 5807$ K, $\rho_C = 1410$ кг/м^3.

В нижней строчке Таблицы 8 приведены данные для р-звезды – аналога протона с массой 0,056 M_C согласно (15). В связи с недостатком данных для звезд таких масс (смотри Таблицу 4) для определения радиуса была использована процедура экстраполяции на графике зависимости радиуса астероидов, спутников, планет и звезд от массы (рисунок 18, § 11).

По данным [125], [3] приблизительно 98 % видимого вещества заключено в звездах, 1 – 2 % – в межзвездной пыли и газе, не менее 90 % всех звезд находятся на ГП, длительное время поддерживая в почти неизменном состоянии свои массы, размеры и светимости. Именно поэтому звезды ГП будут рассматриваться как основной обьект для установления подобия атомных и звездных систем.

В результате тщательного анализа звезд главной последовательности с наилучшими известными массами и спектральными классами построена зависимость спектрального класса звезд от их массы. Используя формулу (6) , каждой звезде с массой M_S было поставлено в соответствие массовое число A, при этом согласно результатам §1 массовое число для Солнца $A_C = 18$.

И наконец, зная массовые числа звезд, можно получить зависимость между спектральными классами звезд и нуклидами, которым они соответствуют. Основой для составления зависимости послужили данные о 316 звездах главной последовательности в тесных и разделенных двойных системах из каталога [166], а также дополнительные данные из [125], [5], [67]. Результат приведен в Таблице 9.

Таблица 9

Соответствие между спектральными классами звезд ГП и нуклидами химических элементов.

Спектральный класс	Химические элементы
B0	Fr,Ra,Ac, Актиниды, Ku,Ns, и т.д.
B1	Au,Hg,Tl,Pb,Bi,Po,At,Rn.
B2,5	Cs,Ba,La, Лантаниды, Hf,Ta,W,Re,Os,Ir,Pt.
B2,9	Ag,Cd,In,Sn,Sb,Te,I,Xe.
B3	Ru,Rh,Pd.
B4	Rb,Sr,Y,Zr,Nb,Mo,Tc.
B5	As,Se,Br,Cr.
B7	Cu,Zn,Ga,Ge.
B8–B9	Fe,Co,Ni.

Таблица 9. Продолжение.

Спектральный класс	Химические элементы
A0	Sc,Ti,V,Cr,Mn.
A1	Ca
A2–A4	Ar, K.
A5–A6	Cl
A7–F0	S
F2	P
F3–F8	Si
F8, 5	Al
F9–G0	Mg
G1	Na
G2–G4	Ne
G5	F
G7–K1	O
K2	N
K2,5–K7	C
M0	Be,B.
M4	Li
M5	He
M7, 25	D (дейтерий)
M8, 5	H

В спектральных классах B0–A0 звезды и соответствующие им химические элементы разделены на серии, поскольку наклон кривой зависимости спектрального класса звезд от массового числа слишком мал. В спектральных классах A1–M8,5 удалось разделить отдельные химические элементы с учетом разброса масс их изотопов. Элементы с нечетными номерами имеют не более двух стабильных изотопов, в то время как элементы с четными номерами имеют до 9 стабильных изотопов (например, олово), и иногда в соседних химических элементах стабильный изотоп одного из элементов имеет меньшее зарядовое число при большем массовом числе, чем изотоп другого элемента. В частности, такая ситуация сложилась для звезд спектральных классов A2–A4, соответствующих по массе аргону Ar и калию K.

Из Таблицы 9 видно, что практически все звезды главной последовательности находятся в соответствии с химическими элементами таблицы Менделеева. Поскольку все известные классы звезд, кроме некоторых сверхгигантов, имеют массы не большие, чем звезды главной последовательности, то можно утверждать, что почти для всех звезд выполняется соотношение подобия масс, так что любой звезде с известной массой можно поставить в соответствие определенный нуклид или химический элемент.

Звезды класса О, являющиеся сверхгигантами, не вошли в Таблицу 9 ввиду их чрезмерной массы и, следовательно, несоответствия известным химическим элементам. Надо также учесть, что число их крайне незначительное. Более подробно массивные звезды будут рассматриваться в следующем параграфе.

§ 4. Звезды наибольших масс

Самые массивные элементы таблицы Менделеева получают в специальных экспериментах в лабораториях по ядерной физике. Эти элементы весьма неустойчивы и быстро распадаются с течением времени. Конец таблицы по [205] и другим источникам выглядит так:

$$^{261}_{104}\mathrm{Ku},\ ^{262}_{105}\mathrm{Ns},\ ^{263}_{106}\mathrm{E{-}W},\ ^{262}_{107}\mathrm{E{-}Re},\ _{108}[265],\ _{109}[266],$$

причем последние два элемента еще не имеют названия. Элементу с $Z = 108$ соответствует массовое число $A = 265$. (По последним данным, в Дармштадте, Германия, в Центре по исследованию тяжелых ионов был создан очередной новый элемент 112 с атомной массой 277 [181]). Найдем по формуле (4) с учетом (12) массу звезды для $A = 265$:

$$M_S = AM_{US} = 2{,}93 \cdot 10^{31}\ \text{кг} = 14{,}7\, M_C.$$

В среднем звезды таких масс имеют следующие характеристики :

Спектральный класс B0. Радиус $6{,}3\,R_C$. Светимость 32000 L_C. Температура поверхности 31000 К Плотность 83 кг/м^3. Болометрическая звездная величина –6,55. Время пребывания на главной последовательности 10 миллионов лет.

Согласно [301], [369] в массивных звездах с массой $M_S > 13\, M_C$ термоядерные реакции синтеза происходят до тех пор, пока весь водород в ядре звезды не превратится в гелий, гелий – в углерод, а углерод – в более тяжелые элементы, вплоть до железа. После ухода с главной последовательности звезда попадает в область голубых сверхгигантов. На последних стадиях эволюции нейтринная светимость превышает световую. В результате фотодиссоциации железа ядра массивных звезд коллапсируют, поэтому следует ожидать вспышки сверхновой. С помощью начальной функции масс в [129] показывается, что для обеспечения наблюдаемой частоты вспышек сверхновых II типа в нашей Галактике необходимо, чтобы все звезды с массами более 8 M_C заканчивали эволюцию взрывом сверхновой.

В качестве примера в Таблице 10 приведены параметры некоторых массивных звезд главной последовательности . Данные взяты из [5], [103], [125], [166].

Таблица 10

Некоторые массивные звезды главной последовательности.

Название		Спектральный класс	Масса, M_S/M_C	Радиус, R_S/R_C	Болометрическая звездн. величина
V478 Cyg	A B	B0	15,6	7,25	–6,75
Y Cyg	A B	B0	16,4	5,9	–6,3
AH Cep	A	B0	15,45	6,15	–6,4
	B	B0,5	13,3	5,6	–6,0
V453 Cyg	B	B0,5	12,9	5,76	–6,05
CC Cas	A	O8,5	20,5	7,4	–7,4

Таблица 10. Продолжение.

Название		Спектральный класс	Масса, M_S/M_C	Радиус, R_S/R_C	Болометрическая звездн. величина
V448 Cyg	A	O9,5e	22,4	7,8	–7,1
SZ Cam	A	O9,5	20,4	9,5	–7,5
V382 Cyg	A	O7	27,2	9,45	–8,4
	B	O(7–8)	19,25	8,5	–8
IU Aur	A	B0p	15,6	6,9	–6,6
TU Mus	A	O7,5	22,6	7,15	–7,6
	B	[O9]	15,35	6,05	–6,8
V Pup	A	B1	17	7,2	–6,1
δ Pic	A	B0,5	17	6,35	–6,2
V1182 Aql	A	O9	29,2	9	–7,7
	B	B3:	11,1	5,1	–4
V444 Cyg	A	O6	35	12,5	—
VV Ori	A	B1	18	6,2	–5,3
CW Cep	A	B1	11,8	5,9	–5,7
	B	B1	11,1	4,8	–5,3
V470 Cyg	B	[B4]	12,1	5,7	–3,8
SX Aur	A	B3,5	10,8	5,3	–3,66

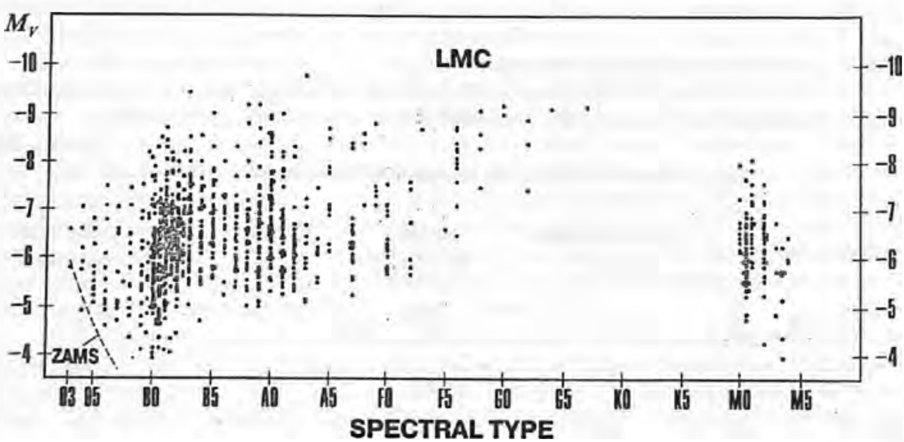


Рис. 5. Диаграмма Герцшпрунга-Рессела для звезд-сверхгигантов Большого Магелланова Облака из [295]. Штриховая линия, обозначенная ZAMS, показывает верхний край начальной главной последовательности для самых массивных звезд в спектральном классе O. M_V — абсолютная звездная величина.

На рис. 5 воспроизведена диаграмма Герцшпрунга-Рессела для Большого Магелланового облака (БМО) из [295]. Эта галактика содержит очень большое количество ярких звезд-гигантов и удобна для исследований, поскольку является ближайшей галактикой и не заслоняется диском нашей собственной Галактики (имеющей второе название Млечный Путь).

На диаграмме показано распределение звезд-сверхгигантов по спектральным классам, а штриховой линией — край главной последовательности. В параграфе 3 было установлено, что звезды класса B0 соответствуют нуклидам самых тяжелых известных химических элементов в конце Периодической таблицы Менделеева.

Из рисунка отчетливо видно, что спектральный класс B0 является границей, после которой (в спектральном классе O) количество звезд резко падает. Аналогичная картина наблюдается и для Галактики = Млечный Путь.

Произведем расчет количества звезд по рис. 5. Общее количество сверхгигантов составляет 844, из них 76 звезд имеют спектральный класс O — то есть около 10 %. С другой стороны, согласно подсчетам французского астронома Вокулера, количество звезд-сверхгигантов с массой более 10 M_C в БМО составляет 4700. Пересчет для класса O дает 750 звезд или 16 % от общего количества сверхгигантов.

Масса БМО оценивается величиной 13 миллиардов M_C. Предположим, что эта масса соответствует 10^{11} звезд. Тогда доля сверхгигантов класса O составляет 10^{-8} среди всех звезд БМО. Для эллиптических галактик, где количество сверхгигантов меньше, а общее количество звезд больше, указанная доля может быть еще меньше, порядка 10^{-10}

Следовательно, звезды, массы которых соответствуют известным химическим элементам, составляют основную часть всех звезд, и установление подобия нуклидов и звезд по массе является справедливым по крайней мере с точностью до 10^{-6} % от общего количества звезд.

§ 5. Планеты и электроны

а) Невидимые спутники звезд — планетарные обьекты.

Некоторые звезды являются трудно наблюдаемыми из-за их малого размера или слабой светимости. Обычно это маломассивные звезды или охлаждающиеся белые карлики. Однако, если они находятся в тесных двойных системах, то их массы могут быть определены из анализа орбитальных элементов основной хорошо видимой звезды. Для некоторых обьектов найденные массы практически соответствуют массам планет типа Юпитера.

Несмотря на трудности наблюдений, в сфере радиусом 5 парсек вокруг Солнца из 60 известных звезд (из них 30 одиночных, 13 двойных, 1 тройная и Солнце) уже у нескольких обнаружены невидимые спутники малой массы. Данные о некоторых спутниках приведены в Таблице 11 по материалам [3], [25], [98], [255], [329], [371].

Таблица 11

Невидимые спутники звезд.

Название звезды	Расстояние до звезды, пк	Масса спутника в массах Юпитера	Радиус орбиты спутника, а.е.	Период обращения, годы
Cin 2347	8,1	21		
HD 114762		> 11	0,4	0,23

Таблица 11. Продолжение.

Название звезды	Расстояние до звезды, пк	Масса спутника в массах Юпитера	Радиус орбиты спутника, а.е.	Период обращения, годы
η Кассиопеи	5,5	10,5	10,4	24
Lalande 21185	2,5	1	35	
70 Змееносца	5,3	10,5	8	17
61 Лебедя A	3,4	4	3,33	6
B	3,4	4		12
γ Цефея		1,5	2	2,6
Звезда A	1,8	0,8	2,7	11,7
Барнарда B	1.8	0,4	3,8	20
55 Cancri		0,9	0,11	0,04
τ Bootis		4	0,0462	
70 Vir		6	0,5	
51 Peg		0,5	0,05	
υ And		0,7	0,01	
47 UMa		2,6	1,8	

Последующие наблюдения за звездой Барнарда показали, что она может иметь небольшие спутники, но наличие массивных спутников с периодами обращения порядка 12 и 24 лет не подтверждается [25]. Требуют уточнения и данные о спутнике звезды γ Цефея.

В настоящее время возможности наблюдения за планетами типа Юпитера не превышают расстояния 10 парсек даже с помощью лучших телескопов , что ограничивает число вновь открываемых спутников. Однако планетные системы типа Солнечной не могут быть исключительным явлением во Вселенной и наличие планет у других звезд должно носить массовый характер. Это подтверждает и Таблица 11, в которой массы отдельных спутников звезд имеют ту же величину, что и планеты Солнечной системы.

Интересно, что в последнее время были открыты планетные системы у радиопульсаров (нейтронных звезд). Согласно [372] у PSR 1257+12 имеются две планеты с массами 3 и 4 массы Земли (расстояние до пульсара 460 парсек, а находится он в созвездии Девы). Более поздние измерения показывают, что у PSR 1257+12 три спутника, два из которых имеют массу по 3,5 массы Земли и находятся на расстоянии 0,36 и 0,47 а. е., а третий с массой порядка массы Луны имеет радиус орбиты 0,19 а.е.

В заключение приведем цитату из [222] : «В 1983 г. был запущен международный «инфракрасный» астрономический спутник «IRAS» , который весьма успешно работает. Наблюдения ведутся в пяти каналах инфракрасного и субмиллиметрового диапазонов вплоть до длины волны 100 мкм. Уже получены ценные данные по нескольким десяткам источников. Нельзя не остановиться на одном из первых результатов, полученном на «IRAS».

При калибровке детекторов использовались, как это часто делается в астрономии, яркие звезды. Велико же было изумление исследователей, когда поток инфракрасного излучения от ярчайшей звезды северного неба Веги (α Лиры) оказался в 10–20 раз больше, чем ожидалось. Температура поверхности Веги известна давно: 9700° и ожидаемое инфракрасное излучение можно было вычислить с большой точностью. Далее, оказалось, что источник инфракрасного излучения, связанный с этой звездой, не «точечный» (как ожидалось), а довольно протяженный: его угловые размеры около 20". Соответствующие линейные размеры (учитывая, что расстояние до Веги 26 световых лет) – около 80 астрономических единиц. Короче говоря, оказалось, что Вега окружена кольцом, состоящим из роя твердых частиц, размеры которых больше 1 мм. Эти довольно большие частицы, нагретые излучением звезды до температуры 90 кельвинов, и являются источником инфракрасного излучения.

Очень похоже, что прямыми астрономическими наблюдениями около одной из ближайших к нам звезд обнаружена планетная система, притом значительно более молодая, чем Солнечная (возраст Веги не превышает 300 миллионов лет, в то время как возраст Солнца около 5 миллиардов лет). Значение этого открытия трудно переоценить. Оно наглядно демонстрирует большую распространенность планетных систем во Вселенной». У другой звезды, β Pic, расстояние до которой 16,5 парсек, видимый размер диска достигает $8{\cdot}10^{13}$ метров. Многие молодые звезды — HL Тельца, R Единорога, L1551/IRS5 — имеют газово-пылевые протопланетные диски, которые можно даже сфотографировать в инфракрасных лучах. Согласно [330], L1551/IRS5 является двойной звездой, в которой компоненты — молодые звезды находятся на расстоянии 45 а.е. друг от друга, а массы их протопланетных дисков достигают 0,05 M_C. По последним данным от инфракрасных космических обсерваторий до 50 % ближайших молодых звезд окружены пылевидными оболочками, в которых могут находиться кометы, астероиды и планеты.

б) Расчет массы планеты, соответствующей электрону, с помощью коэффициента подобия.

Введем следующие обозначения:

M_E = $9{,}109534{\cdot}10^{-31}$ кг — масса электрона,

$M_П$ — масса планеты-аналога электрона,

$M_З$ — масса Земли,

$M_Ю$ — масса Юпитера.

Для определения величины $M_П$ умножим массу электрона на коэффициент подобия по массе Φ из (11):

$$M_П = M_E \Phi = 6{,}06{\cdot}10^{25}\ \text{кг} = 10{,}1\, M_З = 0{,}032\, M_Ю. \tag{17}$$

Масса (17) превышает массы Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Плутона, но меньше, чем массы Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна (см.Таблицу 1). Наиболее близким по массе к величине (17) является Уран с массой 14,5 $M_З$.

Масса е-планеты — аналога электрона (17) и масса р-звезды — аналога протона (14) будут использованы далее для определения других коэффициентов подобия.

§ 6. Основные результаты

1. С точки зрения подобия атомных ядер и звезд главной последовательности Солнце соответствует изотопу кислорода $^{18}_{8}O$ с массовым числом A_C = 18. Для определения массового числа Солнца были использованы данные из каталога Свечникова [166] о массах 446 звезд, 118 из которых имеют достаточно точно определенные массы.

2. Безразмерный коэффициент подобия по массе Φ = $6{,}654{\cdot}10^{55}$.

3. Аналогом атомной единицы массы является звездная единица массы для звезд главной последовательности: $M_{US} = 1{,}105 \cdot 10^{29}$ кг.

4. Согласно теоретическим оценкам, для возникновения реакций ядерного синтеза в недрах звезд последние должны иметь массы более 0,07 масс Солнца M_C.

5. Масса р-звезды (звезды-аналога протона) $M_{PS} = 1{,}11 \cdot 10^{29}$ кг $= 0{,}056 M_C$. Звезды с такими массами являются вырожденными водородными карликами с чрезвычайно низкой светимостью. Наблюдательные данные показывают, что масса звезды, равная 0,056 M_C, близка к минимальной массе известных маломассивных звезд (смотри Таблицу 4). В случае значительного количества таких звезд возможно обьяснение проблемы скрытой массы галактик.

6. Основное количество звезд находится на главной последовательности диаграммы Герцшпрунга-Рессела, поэтому звезды ГП являются основным обьектом для установления подобия атомных и звездных систем. Характеристики звезд ГП приведены в Таблице 8.

7. Зная массу звезды M_S в единицах солнечных масс, можно определить массовое число A звезды по формуле (6) :

$A = 18(M_S / M_C)$, где число 18 есть массовое число Солнца.

Каждой звезде с массовым числом A соответствует нуклид с тем же массовым числом A.

8. В Таблице 9 построена зависимость между спектральными классами звезд главной последовательности и химическими элементами, которым они соответствуют.

9. Звезды спектрального класса О имеют слишком большие массы, чтобы соответствовать известным химическим элементам.

10. Исследование галактики Большое Магелланово Облако дает общее количество звезд-сверхгигантов класса О около 750, или 10^{-8} от общего количества звезд галактики. Отсюда точность установления подобия звезд и химических элементов по массе составляет 10^{-6} % от общего количества звезд.

11. Массы некоторых известных спутников звезд близки к массе Юпитера, что говорит о возможности существования значительного количества планетных систем у других звезд (смотри Таблицу 11).

12. Масса е-планеты (планеты-аналога электрона) $M_П = 6{,}06 \cdot 10^{25}$ кг $= 10{,}1 M_З$, где $M_З$ — масса Земли. Данная масса лежит посередине между массами планет земной группы и массами планет-гигантов (см.Таблицу 1).

Глава 2. Соотношения энергий, размеров и времен протекания процессов

§ 7. Сравнение энергий ионизации электронов в атоме и энергий планет в Солнечной системе

а) Подобие энергий электромагнитных и гравитационных взаимодействий.

Определим коэффициент подобия атомных и звездных систем по энергии как отношение соответствующих энергий звезд и атомов. В отличие от подобия по массе подобие по энергии имеет более сложный характер, что можно видеть на следующем примере. Расположим на расстоянии R от звезды массой M два обьекта — планету массой $M_П$ и другую звезду массой M'. Гравитационная энергия взаимодействия будет равна:

$$U_1 = -\frac{\gamma M M_П}{R} \text{ — для планеты,} \qquad U_2 = -\frac{\gamma M M'}{R} \text{ — для звезды с массой } M',$$

здесь $\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) — гравитационная постоянная.

Разделив данные соотношения друг на друга, получим, что отношение энергий U_2/U_1 равно отношению масс $M'/M_П$. Таким образом, гравитационная энергия пропорциональна массе притягивающихся обьектов. Рассмотрим теперь ядро атома с зарядом Ze, на расстоянии r от которого расположены электрон с зарядом $-e$ и другое ядро с зарядом $Z'e$. Энергии кулоновского взаимодействия будут равны:

$$W_1 = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \text{ — для электрона,} \qquad W_2 = \frac{ZZ'e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \text{ — для ядра с зарядом } Z'e,$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, e — элементарный электрический заряд.

Отношение энергий W_2/W_1 равно отношению зарядов $(-Z')$, то есть для атомов энергия взаимодействия пропорциональна величине зарядов. Более того, поскольку существуют положительные и отрицательные заряды, энергии могут быть тоже положительными и отрицательными, что соответствует силам отталкивания и притяжения.

В космосе гравитационные силы уплотняют вещество до размеров звезд и планет, а тепловое движение сжатых частиц противостоит дальнейшему коллапсу. В ядрах атомов, согласно общепринятой точке зрения, все обстоит аналогично — электромагнитные силы расталкивают одноименно заряженные протоны ядра, а ядерные силы противостоят этому.

Следующий пример позволит найти вид зависимости коэффициента подобия по энергии. Рассмотрим две системы для установления подобия:

Система 1 включает: атом с зарядом ядра $Z_1 e$ и соответствующую ему планетную систему с массой звезды M_1; выберем какой-либо электрон из электронной оболочки атома (пусть этот электрон имеет номер n) и соответствующую ему планету с тем же номером.

Система 2 включает: атом с зарядом ядра $Z_2 e$, причем $Z_2 > Z_1$, и планетную систему с массой звезды $M_2 > M_1$; рассматриваемый электрон и планета имеют тот же номер n, что и в первой системе.

Найдем коэффициенты подобия по энергии для обеих систем. В основном состоянии для атомов и планетных систем будет справедливо следующее соотношение для полной энергии E:

$E = E_K + U$, $E = E_K + W$, где $E_K = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ — кинетическая энергия электрона (или планеты), m — масса, v — скорость, U — потенциальная энергия планеты, W — потенциальная энергия электрона. Предположим, что выполняется теорема вириала [165], так что $U = -2E_K$. Тогда $E = -E_K$, а отношение $Э$ полных энергий планеты и электрона равно отношению их кинетических энергий.

Пусть v_1, V_1 — скорости электрона и планеты в первой системе, v_2, V_2 — скорости электрона и планеты во второй системе, M_E — масса электрона, $M_П$ — масса планеты. Тогда соотношение энергий имеет вид:

$$Э_1 = \frac{M_П V_1^2}{M_E \text{v}_1^2} \text{ — для первой системы,} \qquad Э_2 = \frac{M_П V_2^2}{M_E \text{v}_2^2} \text{ — для второй системы.} \qquad (18)$$

Как могут различаться между собой коэффициенты подобия по энергии $Э_1$ и $Э_2$? Для ответа на этот вопрос используем классические формулы для равновесия систем с вращением, приравняв центробежную силу $\frac{m\,v^2}{r}$ соответствующей силе притяжения.

Пусть r_1 и R_1 — расстояния, на которых находятся электрон и планета в первой системе, а r_2 и R_2 — расстояния во второй системе. Из равенства сил получим :

$$\frac{M_E v_1^2}{r_1} = \frac{Z_1 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \quad \frac{M_П V_1^2}{R_1} = \frac{\gamma M_1 M_П}{R_1^2} \quad \text{— для первой системы,} \tag{19}$$

$$\frac{M_E v_2^2}{r_2} = \frac{Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}, \quad \frac{M_П V_2^2}{R_2} = \frac{\gamma M_2 M_П}{R_2^2} \quad \text{— для второй системы.} \tag{20}$$

Совершим теперь переход от первой системы ко второй, увеличивая заряд ядра от Z_1 до Z_2, а массу звезды от M_1 до M_2, оставляя моменты импульса электрона и планеты системы 1 неизменными. По мере увеличения Z_1 и M_1 электрон и планета приближаются к ядру и звезде соответственно, увеличивая свою скорость, однако момент импульса измениться не может ввиду того, что основные действующие силы имеют центрально-симметричный вид. Поэтому для моментов импульсов имеем:

$$L_{E1} = M_E v_1 r_1 = const \qquad \text{для электрона,}$$
$$L_{П1} = M_П V_1 R_1 = const \qquad \text{для планеты.} \tag{21}$$

Подставим (21) в (19):

$$L_{E1} v_1 = \frac{Z_1 e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \quad L_{П1} V_1 = \gamma M_1 M_П. \tag{22}$$

После увеличения Z_1 до Z_2, M_1 до M_2 скорости в (22) изменятся:

$$L_{E1} v^{\sim} = \frac{Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad L_{П1} V^{\sim} = \gamma M_2 M_П. \tag{23}$$

С другой стороны для второй системы имеем:

$$L_{E2} = M_E v_2 r_2, \qquad L_{П2} = M_П V_2 R_2,$$
$$L_{E2} v_2 = \frac{Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad L_{П2} V_2 = \gamma M_2 M_П. \tag{24}$$

Правые части выражений (23) и (24) одинаковы. С другой стороны, моменты импульсов L_{E1} и L_{E2} должны быть равны, поскольку речь идет об электроне с тем же самым номером n в основном состоянии. Аналогично будет и для величин $L_{П1}$ и $L_{П2}$. Тогда из (23) и (24) следует, что $v^{\sim} = v_2$, $V^{\sim} = V_2$. Разделив (24) на (22) получим:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_2}{Z_1}, \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{M_2}{M_1}. \tag{25}$$

Выберем теперь в качестве первой системы атом водорода и планетную систему со звездой-аналогом протона (р-звездой).

Тогда $Z_1 = 1$, $\quad M_1 = M_{PS}$, $\quad \frac{Z_2}{Z_1} = Z_2$, $\quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{M_2}{M_{PS}} = A_2$,

где A_2 — массовое число звезды. Из (25) получим :

$$v_2 = v_1 Z_2, \qquad V_2 = V_1 A_2, \qquad \frac{V_2}{v_2} = \frac{V_1}{v_1}\frac{A_2}{Z_2}. \tag{26}$$

Отношение $S_0 = V_1/v_1$ есть коэффициент подобия по скоростям для водородной системы, а для произвольной системы обозначим отношение скоростей через S. Опуская индексы в (26), получим:

$$S = S_0 \frac{A}{Z}, \tag{27}$$

где A — массовое число звезды, равное массовому числу для соответствующего нуклида, Z — заряд ядра нуклида.

Для водородной системы $A = 1$, $Z = 1$, $S = S_0$. Согласно (27) коэффициент подобия по скоростям S зависит от массового числа A и заряда Z рассматриваемой системы. Найдем теперь вид коэффициента подобия по энергии из (18), (27), учитывая, что отношение масс равно Φ согласно (11):

$$Э = \Phi S^2 = \Phi S_0^2 (A/Z)^2 = Э_0 (A/Z)^2, \tag{28}$$

где $Э_0$ — коэффициент подобия по энергии для водородной системы.

С ростом массового числа A отношение A/Z для химических элементов несколько растет, что увеличивает величину $Э$ для более массивных нуклидов и звезд.

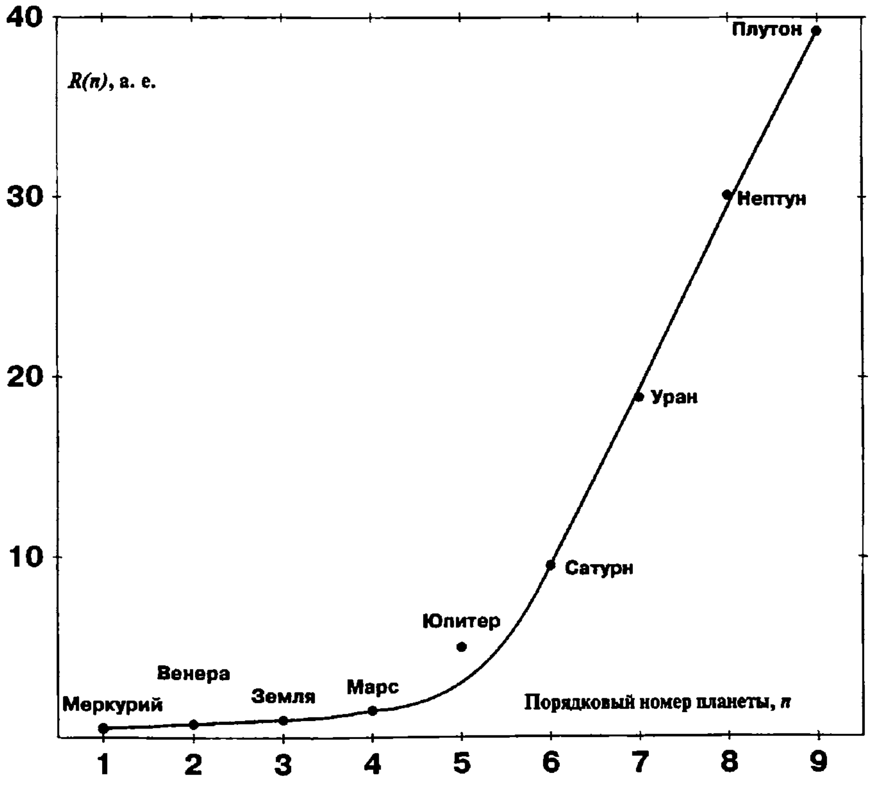


Рис. 6. Расстояние от Солнца до планет в зависимости от номера n планеты, в астрономических единицах а. е.

б) Определение коэффициента подобия энергий атома кислорода и Солнечной системы через энергии ионизации.

Построим зависимость расстояний от Солнца до планет от числа n, где $n = 1,2,3,...9$, причем $n = 1$ соответствует Меркурию, 2 — Венере, 3 — Земле и т.д. до Плутона с $n = 9$. Данная зависимость приведена на рис. 6, расстояния до планет даны в астрономических единицах а. е. Поразительным является тот факт, что почти все планеты оказываются на гладкой кривой, кроме Юпитера ($n = 5$), видимо вследствие его гигантской массы. Практически все другие зависимости от n (например, скорости, момента импульса, энергии и т. д.) не имеют такого плавного хода, а точки ложатся со значительными отклонениями от усредненной кривой.

Полная энергия планеты с номером n равна:

$E(n) = E_K + U,$ с учетом соотношения $2E_K = -U$ получим:

$$E(n) = -U/2 + U = U/2 = -\frac{\gamma M_C M_П}{2R(n)}, \qquad (29)$$

здесь E_K — кинетическая энергия, U — потенциальная энергия тяготения, M_C — масса Солнца, $M_П$ — масса планеты, $R(n)$ — расстояние от Солнца до планеты с номером n, γ — гравитационная постоянная.

Энергия ионизации атома есть энергия, необходимая для удаления того или иного электрона из атома. Для того, чтобы удалить планету из Солнечной системы, необходимо так увеличить кинетическую энергию планеты, чтобы полная энергия (29) стала равна нулю. Для этого согласно (29) необходимо добавить энергию, равную по величине $-U/2$. Поэтому можно считать, что энергия (29) соответствует по величине энергии ионизации.

В связи с большим разбросом масс планет будем далее рассматривать удельную полную энергию для каждой планеты как аналог энергии ионизации, при этом знак минус в (29) опускаем:

$$E(n)_Y = -\frac{E(n)}{M_П} = \frac{\gamma M_C}{2R(n)}. \qquad (30)$$

Расстояния $R(n)$ можно взять из Таблицы 12 согласно [43].

Таблица 12

Некоторые параметры планет Солнечной системы.

Планета	Среднее расстояние от Солнца, а.е.	Средняя скорость на орбите, км/с	Средняя плотность планеты, кг/м^3
Меркурий	0,387	47,9	5500
Венера	0,723	35	5250
Земля	1	29,8	5518
Марс	1,524	24,1	3930
Юпитер	5,203	13,1	1330
Сатурн	9,539	9,6	690
Уран	19,182	6,8	1210
Нептун	30,058	5,4	1700
Плутон	39,439	4,7	2100

Учитывая, что $\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ м^3 /(кг·с^2), $M_C = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ кг,
а. е. $= 1{,}4959787 \cdot 10^{11}$ м,

вычислим $E(n)_Y$ согласно (30) и занесем в Таблицу 13.

Таблица 13

Удельные энергии планет Солнечной системы.

Удельная энергия	Номер планеты, *n*							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E(n)_Y$, 10^8 (м/с)^2	11,5	6,13	4,44	2,91	0,85	0,46	0,23	0,15

В Таблице 13 отсутствуют данные для Плутона с $n = 9$, для того чтобы можно было провести сравнение с атомом кислорода, у которого $n = 8$. Как показывают расчеты, неучет энергии Плутона вносит лишь небольшую ошибку, кроме того, нашей основной задачей является только оценка величины коэффициента подобия по энергии. Потенциалы ионизации атома кислорода из [171] приведены в Таблице 14 в первой строке.

Таблица 14

Потенциалы и удельные энергии ионизации атома кислорода.

	V8	V7	V6	V5	V4	V3	V2	V1
Потенциалы, эВ	871,2	739,1	138,1	113,9	77,39	54,9	35,15	13,61
Удельная энергия, $U(n)_Y$, 10^{12} (м/с)^2	153,3	130	24,3	20	13,6	9,66	6,18	2,39

Во второй строке Таблицы 14 приведена удельная энергия ионизации $U(n)_Y$, полученная делением энергии ионизации на массу электрона (в свою очередь для вычисления энергии ионизации следует перевести потенциалы ионизации из электронвольт в джоули). Потенциал V1 соответствует энергии ионизации электрона, находящегося на внешней оболочке атома и меньше всех других связанного с ядром. Следовательно, в нашем случае потенциал V1 соответствует Нептуну, а V8 — Меркурию. Разделим теперь данные Таблицы 13 на вторую строчку Таблицы 14, результат занесем в Таблицу 15.

Таблица 15

Отношение удельных энергий	*n*							
	1	2	3	4	5	6	7	8
S^2, 10^{-6}	7,5	4,7	18,2	14,5	6,3	4,8	3,7	6,1

Отношение удельных энергий есть отношение квадрата скоростей:

$$\frac{E(n)_Y}{U(n)_Y} = S^2.$$

Средняя величина S^2 из Таблицы 15 равна $8{,}2 \cdot 10^{-6}$. Согласно (28) и (11) найдем величину $Э$:

$$Э = \Phi S^2 = 6{,}654 \cdot 10^{55} \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-6} = 5{,}5 \cdot 10^{50}.$$

С другой стороны, $Э = Э_O(A/Z)^2$, где для кислорода $A = 18, Z = 8$. Тогда $Э_O$ равно:

$$Э_O = 1{,}1 \cdot 10^{50}. \qquad (31)$$

Величина (31) является приблизительной оценкой коэффициента подобия по энергии для водородной системы, полученной с помощью сравнения энергий ионизации атома кислорода и энергий планет Солнечной системы.

§ 8. Полные энергии звезд. Сравнение с соотношением Эйнштейна

а) Основные формулы.

Рассмотрим качественно изменение полной энергии звезды в течении ее жизни. В первом приближении полную энергию можно записать следующим образом:

$$E = E_K + U, \qquad (32)$$

где E_K — тепловая (кинетическая) энергия частиц, U — гравитационная (потенциальная) энергия. Если выполняется теорема вириала, то :

$$U = -2E_K, \qquad (33)$$

$$E = -E_K, \quad E = U/2. \qquad (34)$$

В газопылевом облаке, из которого образуется звезда, скорости движения атомов невелики из-за низкой температуры, а расстояния между атомами большие из-за разреженности облака. В результате кинетическая и потенциальная энергии E_K и U близки к нулю, так же как и их сумма, равная полной энергии E. При сжатии облака расстояния между частицами уменьшаются, что приводит к увеличению потенциальной энергии U по абсолютной величине, но поскольку энергия U отрицательна, то в целом она убывает. Вещество будущей звезды с точки зрения энергии как бы скатывается в потенциальную яму. Согласно (33) при этом растет кинетическая энергия (и температура частиц). Только половина гравитационной энергии расходуется на увеличение кинетической энергии, другая половина уносится излучением. Сжатие звезды останавливается, когда по мере роста температуры частиц выросшее газовое давление скомпенсирует гравитационные силы.

Наибольшие плотность, температура и давление достигаются в центре звезды. Для гравитационной энергии можно записать:

$$U = -K\frac{\gamma M_S^2}{R_S}, \qquad (35)$$

где K — коэффициент, зависящий от распределения плотности, γ — гравитационная постоянная, M_S — масса звезды, R_S — радиус звезды.

Если бы плотность звезды была бы везде одинаковой, коэффициент K был бы равен 0,6 (смотри § 48.3.). Однако в действительности основная масса звезды сосредоточена в сфере, имеющей меньший радиус, чем R_S, и гравитационная энергия получается больше, чем в однородной модели. Поэтому коэффициент K обычно больше, чем 0,6. Более точно для гравитационной энергии можно записать:

$$U = -\gamma\int_0^{R_S}\frac{M(R)\;dM(R)}{R} = -\frac{\gamma M_S^2}{R_S}\int_0^{R_S}\frac{M(R)R_S}{RM_S}d\{M(R)/M_S\}, \qquad (36)$$

здесь γ — гравитационная постоянная, M_S — масса звезды, R_S — радиус звезды, $M(R)$ — масса звезды, заключенная в обьеме с текущим радиусом R, R — текущий радиус звезды, меняющийся при интегрировании от 0 до R_S. Сравнивая (35) и (36), можно записать для K:

$$K = \int_0^{R_S} \frac{M(R)R_S}{RM_S} d\{M(R)/M_S\}.$$

Обычно величина K для звезд меньше, чем 2,5.

К концу жизни звезды на главной последовательности растет ее центральная плотность. При этом у звезд с массой $< 2{,}25\ M_C$ образуется стабильное гелиевое ядро, у звезд с массами $2{,}25 < M_S/M_C < 8$ образуется углеродное ядро, массам звезд 8–10 M_C соответствует кислородно-неонно-магниевое ядро, а для звезд с массой $> 13\ M_C$ на последних стадиях эволюции возникает большая нейтринная светимость, причем звезда находится в состоянии предсверхновой [22].

В выражение (32) для полной энергии включают также такие виды энергии, как энергию ионизации плазмы, энергию вращения звезды, магнитную энергию, энергию излучения и т. д. Укажем в первом приближении только основные виды энергии, необходимые для определения полной энергии:

$$E = \frac{3}{2}Nk\overline{T} + a\overline{T}^4 V - K\frac{\gamma M_S^2}{R_S}, \tag{37}$$

здесь N — число частиц (атомов, ионов, нейтронов и т.д.) в звезде,
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К— постоянная Больцмана, $\overline{T}$ — средняя температура звезды,
$a = 7{,}565 \cdot 10^{-16}$ Дж/(м$^3 \cdot$К^4) — постоянная плотности излучения,
V — обьем звезды.

Первый член в (37) описывает внутреннюю энергию (тепловое движение частиц), второй член — энергию излучения и третий член — гравитационную энергию. Внутреннюю энергию можно определить с помощью интеграла следующего вида:

$$U_{вн} = \frac{3k}{2M_U}\int_0^{R_S} \frac{T(R)\, dM(R)}{\mu(R)}, \tag{38}$$

для энергии излучения можно записать:

$$U_{и} = a\int_0^{R_S} \frac{T^4(R)\, dM(R)}{\rho(R)}, \tag{39}$$

где k — постоянная Больцмана, $\mu(R)$ — количество нуклонов на одну частицу газа (средняя атомная масса), M_U — атомная единица массы, $T(R)$ — температура на расстоянии текущего радиуса R от центра звезды, $M(R)$ — масса звезды, заключенная в обьеме с текущим радиусом R, a — постоянная плотности излучения, $\rho(R)$ — плотность вещества как функция R.

Заметим, что в расчетах эволюции звезд рассматривается ряд моделей, в которых почти все параметры меняются в зависимости от расстояния от центра звезды, так что приходится интегрировать целую систему дифференциальных уравнений, включающую в себя уравнения равновесия, неразрывности, баланса энергии, лучистого равновесия, конвекции, химического состава и т. д. Подробный обзор расчетов можно найти в [22].

б) Модели звезд, баланс энергии.

Расчетам эволюции звезд и построению моделей для уточнения их структуры посвящено огромное количество работ. Среди зарубежных исследователей следует назвать Шварцшильда, Ибена, Сирса, Келсола, Стотхера, Пачиньского, Зиолковского, Полака и других. В нашей стране хорошо известны работы Масевич, Тутукова, Коток, Федоровой, Надежина, Туоминена, Уус.

Расчеты производились при различных начальных химических составах вещества звезд, с использованием различных критериев и допущений, и доводились в некоторых случаях от главной последовательности до области гигантов, при этом наблюдались явления неустойчивости в ядре или оболочке звезды. Некоторые построенные модели звезд описываются детальными распределениями массы, температуры, плотности, химического состава от радиуса звезды в разные моменты эволюции, что оказывается удобным для подсчета полной энергии по формулам (36), (37), (38), (39). С другой стороны, некоторые авторы указывают уже готовые расчетные значения для гравитационной, внутренней, лучистой или полной энергии.

В Таблице 16 приведены результаты вычислений различных видов энергии для звезд с массами до 16 M_C на разных стадиях эволюции и с различными химическими составами по данным различных авторов.

Таблица 16

Результаты вычислений энергии звезд.

M_S/M_C	R_S/R_C	$-U$	$U_{вн}$	$U_н$	$-E$	t, млн. лет	Литература
0,603	0,644	23,55			11,8	НГП	[220]
1	0,947	62,84	30,89		32	НГП	[355]
1	1	63,9			32	=4500	[355]
1	1	59,5			30	=4600	[186]
1	1	65,2	33		32	=4500	[5]
1	1,021	58,5			29	НГП	[220]
1,3	120,4	451,3	220,7		231	=24370	[354]
2	1,278	169	85		84	НГП	[179]
2	1,544	160	80,6		79	717	[179]
2,5	1,59	245			122	НГП	[220]
2,818	1,96	274,6	136,9		138	НГП	[304]
2,818	3,15	214,8			107	260	[304]
4	2,101	407	204		203	НГП	[102]
4	2,64	362			180	123,8	[102]
4	3,39	326,5			163	179	[102]
4	4,497	317	160		157	185,5	[102]
4	2,55	400			200	НГП	[177]
4	3,11	363			181	45,96	[177]
4	3,715	334			167	71,94	[177]
6	2,96	709,7	358		352	НГП	[178]
6	3,23	670			335	НГП	[177]
6	3,98	608			304	18,38	[177]
6	4,9	554			277	29,23	[177]
7,08	3,31	898,4	436,4		462	НГП	[304]

Таблица 16. Продолжение.

M_S/M_C	R_S/R_C	$-U$	$U_{вн}$	$U_н$	$-E$	t, млн. лет	Литература
7,08	5,8	676			338	32	[304]
8	3,26	995	490		505	НГП	[102]
8	5,82	758	356	40	398	29,26	[102]
8	3,82	970			485	НГП	[177]
8	4,79	880			440	10,92	[177]
8	6,14	795			397	17,4	[177]
9	3,45	1264	624,5		640	0,4 до ГП	[298]
9	6,03	1115	728		387	21,9	[298]
10	3,63	1380	612		768	НГП	[220]
12	4,14	1728	811–884		844–917	НГП	[127]
15	8,664	2373			<1186	=10,47	[299]
15,6	4,14	2784	1300	138	1346	НГП	[101]
15,6	10,12	1950	838	265	847	19,19	[101]
16	4,18	2878	1368		1368	НГП	[126]

Обозначения в Таблице 16 имеют следующий смысл:

M_S/M_C — массы звезд в единицах солнечных масс, R_S/R_C — радиусы звезд по отношению к радиусу Солнца, $-U$, $U_{вн}$, $U_н$, $-E$ — соответственно гравитационная (со знаком минус), внутренняя, лучистая(излучения), полная (со знаком минус) энергии с множителем 10^{40} Дж, согласно (36), (38), (39), (40), t, млн. лет — возраст звезды, начиная с момента прихода на главную последовательность; значком = помечен полный возраст звезды с момента ее возникновения, НГП — начальная главная последовательность (момент первого появления звезды на ГП), Литература — ссылки на работы, откуда получены данные для энергий или для их расчета.

Данные Таблицы 16 можно дополнить расчетами энергии планетообразных обьектов: согласно [242] газовое тело массой $10^{-5}\,M_C$ и радиусом $0{,}1\,R_C$ имеет полную энергию $E = -5{\cdot}10^{32}$ Дж , а по данным Федоровой А. В. и Кругловой Е. П. вырожденный карлик малой массы $0{,}015\,M_C$ с радиусом $0{,}066\,R_C$ через 5,5 миллионов лет после своего образования имеет гравитационную энергию $U = -1{,}1{\cdot}10^{39}$ Дж.

Роль энергии излучения в общем балансе энергий быстро падает с уменьшением массы звезды. Оценки доли энергии излучения по данным [101], [102], [222] относительно гравитационной энергии приведены в Таблице 17.

Таблица 17

Оценки доли энергии излучения относительно гравитационной энергии.

M_S/M_C	30 (ВГП)	15,6 (ВГП)	15,6 (НГП)	8 (ВГП)	1 (ГП)
$U_н/U$, %	36	13	5	5	0,1

В Таблице 17 ГП обозначает период существования звезды на главной последовательности, НГП — момент прихода звезды на главную последовательность, ВГП —

момент ухода звезды с главной последовательности. К моменту ухода звезды с ГП энергия излучения увеличивается, однако в диапазоне масс до 16 M_C не превышает 13 % во время эволюции звезд на ГП.

Данные Таблицы 16 показывают также, что в основном выполняется теорема вириала с учетом энергии излучения:

$$U = -2U_{вн} - U_{и}.$$

Тогда для полной энергии можно записать:

$$E = U_{вн} + U_{и} + U \sim -U_{вн}. \tag{40}$$

Точность выполнения соотношения (40) составляет не хуже 3 % .

На рисунке 7 приведена зависимость полной энергии звезд E от их массового числа в соответствии с данными в Таблице 16. Массовое число звезды A связано с ее массой M_S соотношением (6):

$$A = 18M_S/M_C, \quad \text{где} \quad M_C \text{— масса Солнца.}$$

Начальная главная последовательность (НГП) расположена вдоль верхней линии на рисунке 7, нижней линией обозначены энергии звезд при их уходе с ГП (линия ВГП). Сравнение радиусов звезд, использованных для построения моделей звезд в Таблице 16, с радиусами, определенными опытным путем из анализа экспериментальных данных для главной последовательности (Таблица 8) показывает, что радиусы звезд ГП лежат между радиусами для НГП (когда радиусы минимальны) и ВГП (когда радиусы увеличены).

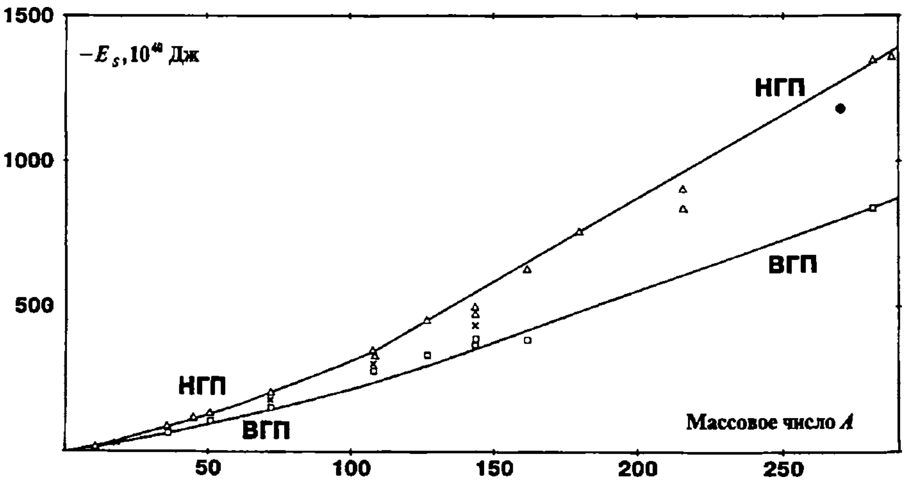


Рис. 7. Зависимость полной энергии звезд от их массового числа согласно данных Таблицы 16. НГП — линия начальной главной последовательности, ВГП — линия ухода звезд с главной последовательности в область гигантов. Значками обозначены: Δ — модели звезд на НГП, □ — модели звезд на ВГП, × — модели звезд главной последовательности, радиусы которых близки к наблюдаемым, ● — модели двух сильнопроэволюционировавших звезд (с массой 1,3 M_C и 15 M_C).

Если на рисунке 7 провести линию для полной энергии звезд главной последовательности, подсчитанную для случая, когда звезды имеют те же радиусы, что и в большинстве случаев наблюдаются для звезд ГП средних и больших масс (см. Таблицу 8), то эта линия будет ближе к нижней линии ВГП, чем к верхней для НГП.

Из рисунка 7 следует, что изменение полной энергии звезд во время пребывания их на главной последовательности не превышает ±23 % относительно полной энергии звезд среднего возраста на главной последовательности.

в) Определение полной энергии звезд с помощью соотношения Эйнштейна.

Воспользуемся формулой для энергии тела E_K, движущегося со скоростью V, из теории относительности Эйнштейна:

$$E_K = \frac{M_O c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}}, \tag{41}$$

где M_O — масса покоя тела, c — скорость света.

При малых скоростях V по отношению к скорости света можно избавиться от корня в знаменателе (41) и с достаточной точностью записать:

$$E_K = M_O c^2 + M_O V^2/2,$$

где первый член есть кинетическая энергия покоя, а второй член — обычная кинетическая энергия. Для нуклида соответственно получим:

$$E_{KH} = M_H c^2 + M_H V^2/2.$$

Кинетическая энергия нуклида E_{KH} включает в себя член $E_{KOH} = M_H c^2$, являющийся внутренней кинетической энергией частиц, составляющих нуклид. При выполнении теоремы вириала (смотри (32), (33), (34)) для неподвижного нуклида при скорости $V = 0$ имеем:

$$E_H = U + E_{KOH} = -2E_{KOH} + E_{KOH} = -E_{KOH} = -M_H c^2,$$

где E_H — полная энергия нуклида , U — энергия связи частиц, составляющих нуклид, E_{KOH} — внутренняя кинетическая энергия частиц.

В результате полная энергия нуклида с точностью до знака равна внутренней кинетической энергии частиц, составляющих нуклид. Нас же интересует соотношение энергий покоя нуклидов (атомных ядер) и звезд. Масса нуклида с точностью не хуже 1 % определяется соотношением (1):

$$M_H = AM_U,$$

где A — массовое число, M_U — атомная единица массы. Тогда для энергии покоя (полной энергии) нуклида получим:

$$E_H = -AM_U c^2. \tag{42}$$

Для перехода к энергиям звезд необходимо в (42) домножить атомную единицу массы на коэффициент подобия по массе Φ из (11), а скорость света на коэффициент подобия по скоростям S из (27) :

$$E_S = -AM_U \Phi c^2 S_O^2 (A/Z)^2.$$

Произведение $M_U \Phi = M_{US} = 1{,}105 \cdot 10^{29}$ кг согласно (12). Обозначим произведение $c^2 S_O^2$ через C^2:

$$C^2 = c^2 S_O^2, \tag{43}$$

в результате получим:

$$E_S = -AM_{US} C^2 (A/Z)^2 = -M_S C^2 (A/Z)^2, \tag{44}$$

где M_S — масса звезды.

Величина E_S должна быть энергией покоя, следовательно E_S является полной энергией звезды, и для проверки (44) можно использовать данные Таблицы 16 и рисунка 7. В формулу (44) входит величина $(A/Z)^2$, равная квадрату отношения

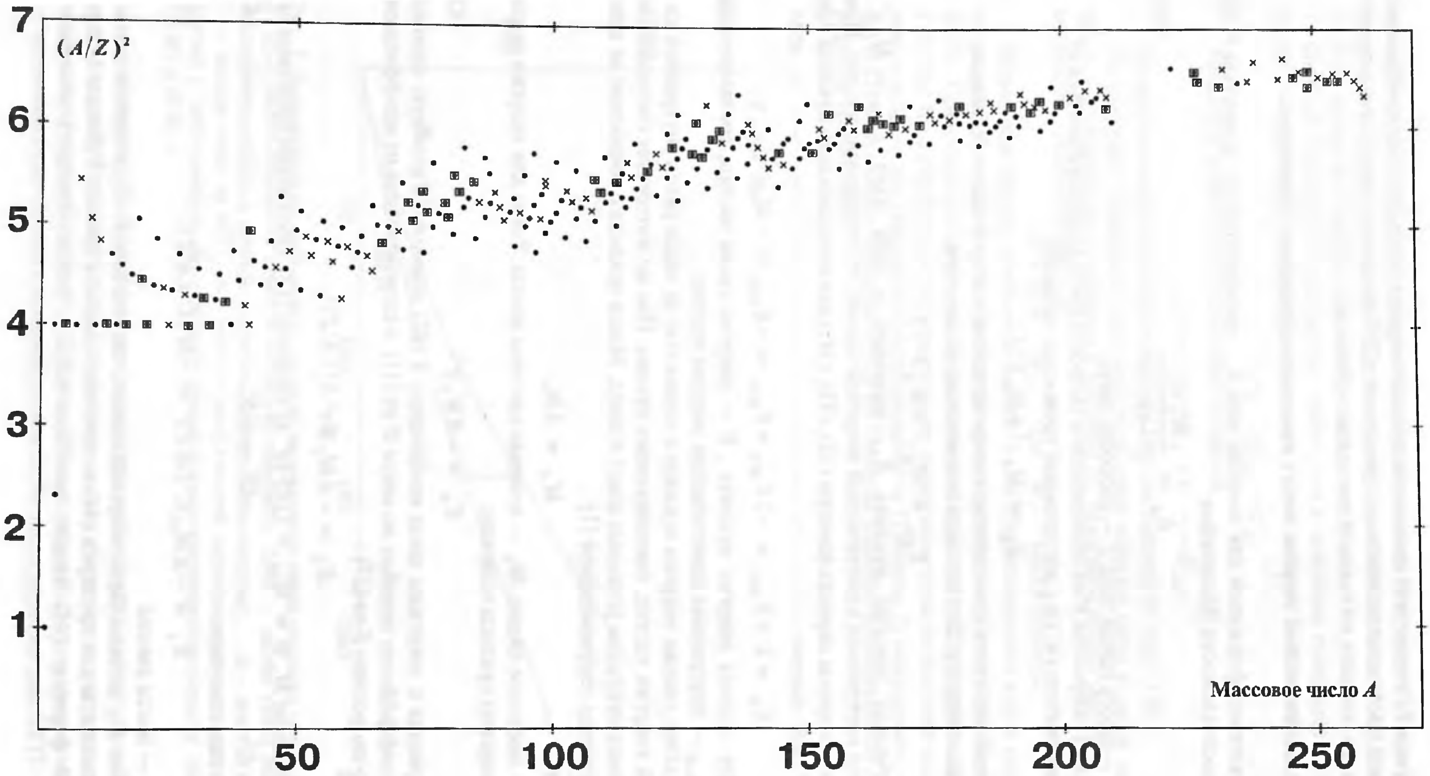


Рис. 8. Зависимость величины $(A/Z)^2$ от массового числа A для нуклидов, Z — зарядовое число или порядковый номер химического элемента. Крестиками обозначены главные изотопы металлов, включая бор B ($A = 11$), квадраты – главные изотопы неметаллов, точки – неосновные изотопы элементов.

массового числа A и заряда Z Зависимость величины $(A/Z)^2$ от A приведена на рисунке 8 для всех стабильных нуклидов.

В формуле (44) переменной величиной является массовое число A, пропорциональное массе звезд в соответствии с (6), полная энергия определяется из Таблицы 16 и рисунка 7, а неизвестной величиной является C^2

Для определения величины C^2 проведем на рисунке 7 линию полной энергии в соответствии со следующими условиями:

1) Данная линия должна лежать между линиями НГП и ВГП, чтобы полная энергия соответствовала энергии звезд главной последовательности.

2) Линия должна проходить как можно ближе к тем точкам с полной энергией, где звезды имеют радиус, определяемый из измерений радиусов звезд главной последовательности (речь идет о средних радиусах, которые имеют из наблюдений большинство звезд главной последовательности).

Результат приведен на рисунке 9, где энергии отложены в тех же координатах, что и на рисунке 7; оставлены верхняя линия НГП и нижняя линия ВГП, крестиками обозначены полные энергии звезд из Таблицы 16, радиусы которых близки к наблюдаемым величинам.

Средняя линия на рисунке 9 соответствует линии полной энергии по формуле (44). Поскольку величина $(A/Z)^2$ колеблется (см. рисунок 8), то средняя линия по формуле (44) также имеет определенную ширину, которая указана на рисунке 9 точками.

Искомая величина C^2 для средней линии на рисунке 9 составляет $4{,}85 \cdot 10^{10}$ $(м/с)^2$; извлекая корень, найдем C:

$$C = 2{,}2 \cdot 10^5 \text{ м/с} = 220 \text{ км/с}. \tag{45}$$

Используя (43), (45), можно найти коэффициент подобия скоростей S_O:

$$S_O = C/c = 220/299792 = 7{,}34 \cdot 10^{-4}, \tag{46}$$

здесь скорость C и скорость света c указаны в км/с.

Для р-звезды $A = 1$, $Z = 1$, и из (44) получим:

$$E_{PS} = -M_{US} C^2 = -5{,}36 \cdot 10^{39} \text{ Дж}. \tag{47}$$

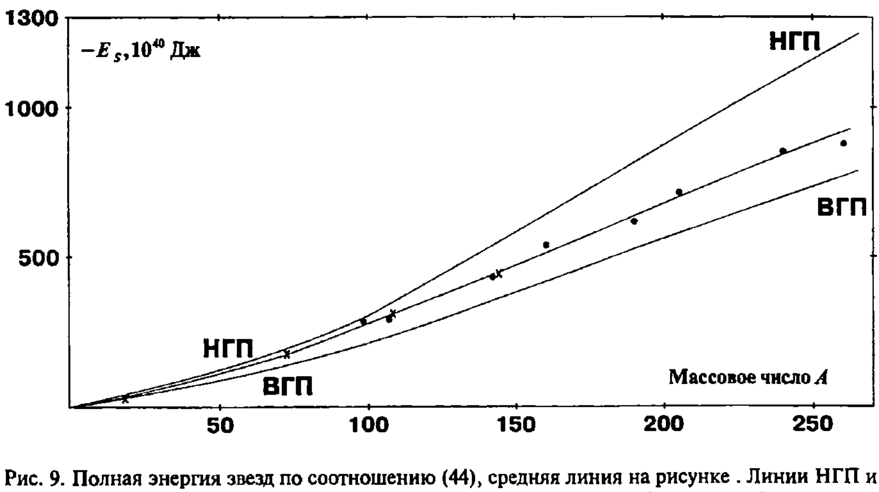


Рис. 9. Полная энергия звезд по соотношению (44), средняя линия на рисунке . Линии НГП и ВГП соответствуют рисунку 7. X — модели звезд, радиусы которых близки к наблюдаемым в среднем величинам, • характеризуют (44) с учетом разброса отношения $(A/Z)^2$

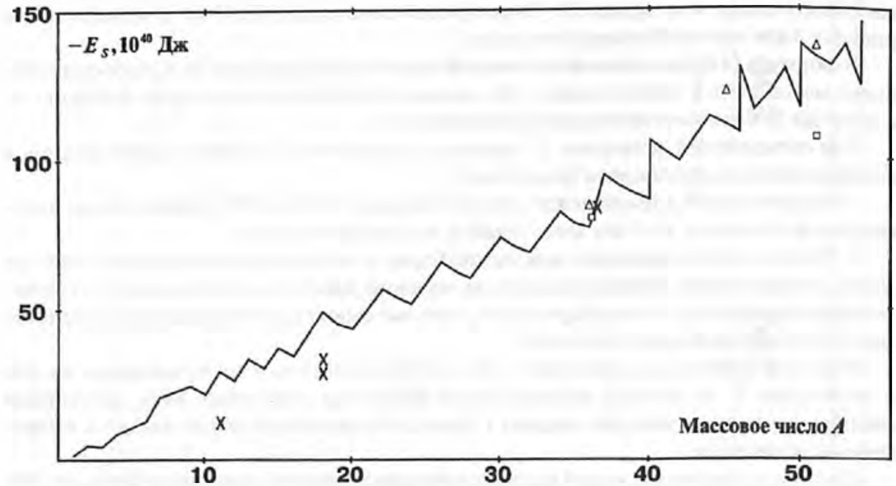


Рис. 10. Полная энергия звезд по соотношению (44) при массах звезд менее 3 M_C ($A < 54$). Значками обозначены: Δ— 3 модели звезд на НГП из Таблицы 16, □ — 2 модели звезд на ВГП, X — модели звезд, близких к главной последовательности. Пилообразность кривой отражает колебания отношения $(A/Z)^2$ в (44). Энергии солнечных моделей при $A = 18$ оказываются меньше по абсолютной величине, чем ожидается по (44).

Энергия (47) есть полная энергия неподвижной звезды — аналога протона (без учета релятивистской энергии покоя). Формула (47) будет более точной, если вместо M_{US} использовать массу M_{PS}, которая несколько больше (см. (14)). Согласно (28), (11), (46) можно найти коэффициент подобия по энергии для водородной системы $Э_0$:

$$Э_0 = \Phi S_0^2 = 3{,}58 \cdot 10^{49}. \qquad (48)$$

Напомним, что полученная в § 7 оценка величины $Э_0$ из сравнения энергии ионизации атома кислорода и энергии планет в Солнечной системе дает значение $1{,}1 \cdot 10^{50}$.

Используя выражения (48) и (28), можно находить коэффициент подобия по энергии $Э$ для звезд и атомов с любыми A и Z:

$$Э = Э_0 (A/Z)^2. \qquad (49)$$

г) Полные энергии звезд небольших масс.

Средняя линия на рисунке 9 проведена таким образом, чтобы она удовлетворяла формуле (44), а энергии равнялись энергиям звезд главной последовательности средних и больших масс, имеющим радиусы, близкие к наблюдаемым.

Хорошее совпадение построенной линии с расчетными полными энергиями моделей звезд различных авторов говорит в пользу правильности вида формулы (44). При этом отмечается лучшее совпадение для звезд с массами более 1,5 M_C. Разберем подробнее следующий вопрос: какова точность величины полной энергии, определяемой по формуле (44), по сравнению с теоретическими оценками для звезд с массами менее 1,5 M_C.

На рисунке 10 представлена линия полной энергии по формуле (44) для звезд с массами до 3 M_C (до $A = 54$). Величина C в (44) равна 220 км/с согласно (45), отношение $(A/Z)^2$ соответствует рисунку 8. Линия полной энергии представляет из себя ломаную линию из-за изменения величины $(A/Z)^2$.

Обращает на себя внимание отклонение теоретической оценки полной энергии для звезды с массой 0,603 M_C ($A = 11$), а также отклонение солнечных моделей ($A = 18$) от средней линии по формуле (44). Расчеты модели с массой 0,603 M_C были произведены Шварцшильдом в конце пятидесятых, начале шестидесятых годов и могут быть не совсем точны. Однако все модели для Солнца дают приблизительно одинаковые значения полной энергии — около $-30 \cdot 10^{40}$ Дж, в то время как из формулы (44) следует величина по крайней мере на 30 % больше по абсолютной величине. Следовательно, необходимо допустить либо неточность (44), либо неточность наших знаний о Солнце как о звезде главной последовательности. Последнее в некотором смысле подтверждается следующими не до конца понятными фактами.

Во-первых, поток энергии Солнца за все время его существования (около пяти миллиардов лет) должен увеличиться не менее чем на 20–30 %, а это не соответствует современным данным геологии и палеоклиматологии — в прошлом на Земле чаще господствовали более высокие температуры, чем в наше время [94].

Во-вторых, в 1974–1975 г. сотрудниками Крымской астрофизической обсерватории АН СССР было сделано следующее открытие: Шар Солнца пульсирует, то есть расширяется и сжимается с периодом 160 минут. Радиус Солнца при пульсации изменяется на 12 километров, синхронно меняется яркость солнечного диска. Если строение Солнца соответствует стандартной модели — температура в центре 15 миллионов градусов, плотность в центре в 50 раз больше средней плотности, то его период пульсаций должен был бы быть значительно меньше, приблизительно 48 минут [125].

В третьих, несовпадение ожидаемого нейтринного излучения Солнца с экспериментальными значениями. Опыты американского физика Дэвиса показали, что поток солнечных нейтрино в 3 раза меньше, чем это следует из стандартной теории Солнца [261].

Тем не менее, можно попытаться обьяснить наблюдающееся противоречие между формулой (44) и оценками энергии Солнца с помощью следующих рассуждений. Известно, что для звезд с массой < 0,08 M_C вырожденным является водородное ядро, после образования звезды термоядерные реакции не начинаются из-за слишком низкой температуры в центре, в результате химический состав звезды остается почти постоянным, а гравитационная и полная энергии меняются очень медленно. Следовательно, звезду с массой 0,056 M_C — аналог ядра водорода — можно считать стабильной с точки зрения изменения энергии (если не считать ее медленного охлаждения).

Возьмем данные из Таблицы 8 для расчета полной энергии такой звезды, полагая, что полная энергия равна половине гравитационной:

$$E = U/2 = -K\frac{\gamma M_S^2}{2R_S}, \tag{50}$$

где γ — гравитационная постоянная,

M_S — масса звезды,

R_S — радиус звезды,

K — коэффициент, зависящий от распределения плотности, $K > 0,6$.

Для величины E получим: $$E = -K \cdot 0,47 \cdot 10^{40} \text{ Дж}. \tag{51}$$

Используем данные Таблицы 16 и формулу (50) для построения зависимости величины K от A для масс от 0,015 M_C до 2,818 M_C (A от 0,27 до 50,7) для начальной главной последовательности НГП, зная полные энергии, массы и радиусы. Зависимость K от A приведена на рисунке 11, кружком обозначен коэффициент K для

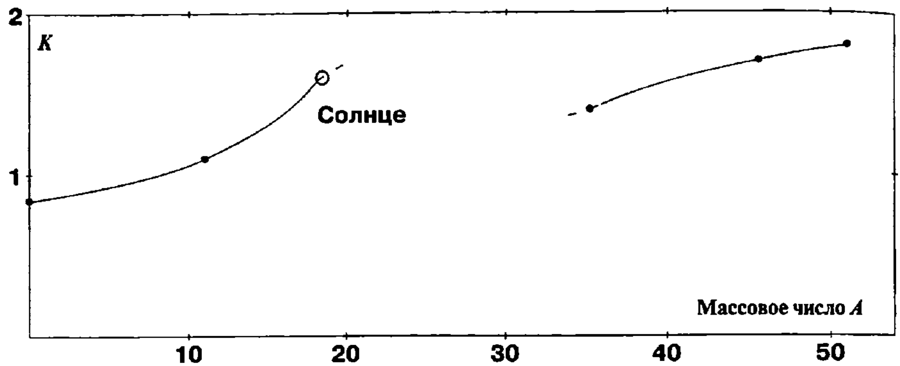


Рис. 11. Зависимость коэффициента K в соотношении (50) от массового числа A для моделей звезд начальной главной последовательности.

Солнца. Возможный ход кривой от $A = 18$ до $A = 36$ показан штриховой линией. Из рисунка 11 для $A = 1$ получим $K = 0{,}86$. Подставляя это значение в (51), найдем полную энергию звезды с массой $0{,}056\ M_C$ ($A = 1$):

$$E = -0{,}4 \cdot 10^{40}\ \text{Дж}. \quad (52)$$

С другой стороны, величина энергии для звезды с $A = 1, Z = 1$ уже определялась в (47):

$E_{PS} = -0{,}536 \cdot 10^{40}$ Дж, что отличается от (52) на 30 %.

Полная энергия (52) вычислена из условия ее равенства половине гравитационной энергии, что справедливо для начальной главной последовательности НГП. После этого звезда должна медленно остывать ввиду отсутствия термоядерных реакций, что приведет к увеличению полной энергии по абсолютной величине. В результате полная энергия может стремиться к величине (47).

Рассмотрим теперь звезды с массами $0{,}08 M_C < M_S < 2 M_C$, для которых наблюдается отличие средней линии по формуле (44) от теоретических оценок. Для звезд с массами $< 2{,}25\ M_C$ после выгорания водорода образуется вырожденное гелиевое ядро [22]. При этом время эволюции на главной последовательности для звезд с массой $1\ M_C$ составляет 10 миллиардов лет, для звезд с массой $0{,}54\ M_C$ — 70 миллиардов лет (см. Таблицу 5). Учтем теперь, что возраст Метагалактики по разным оценкам составляет не менее 14–20 миллиардов лет. Тогда маломассивные звезды находятся еще очень далеко от завершения своей эволюции на главной последовательности, и по мере выгорания водорода их полные энергии будут расти по абсолютной величине.

При рассмотрении подобия атомных и звездных систем предполагалось, что атомные ядра имеют стабильную полную энергию, тогда и для звезд мы должны взять состояния со стабильной энергией. Из нашего рассмотрения следует, что звезды малых масс еще только приближаются к состоянию со стационарным распределением энергий и их энергии еще малы по абсолютной величине.

Для звезд больших масс время эволюции на ГП значительно меньше и уже успели установиться определенные равновесные значения полной энергии, которой обладают большинство звезд. Согласно формуле (44) это равновесное состояние для массивных звезд находится ближе к линии ВГП, чем к НГП (см.рисунок 9). Исходя из вышеизложенного, среднюю линию на рисунках 9 и 10 можно трактовать как линию полных энергий, которые будут иметь звезды главной последовательности в среднем после достаточно длительной эволюции.

§ 9. Определение коэффициента подобия по размерам систем

а) Зависимость коэффициента подобия по размерам от массового числа A и заряда Z.

В § 7 было описано различие электромагнитных и гравитационных взаимодействий. В атомах вещества взаимодействие определяется величиной зарядового числа Z, причем заряд ядра растет медленнее, чем его масса. В звездных системах взаимодействие определяется в основном массой тел. Поэтому возникает необходимость учесть влияние величин A и Z Рассмотрим водородоподобные атомы, в которых $Z > 1$, но вокруг ядра обращается только один электрон (сильноионизированнные атомы). Полная энергия электрона будет равна (см. например, [107], [235]) :

$$E = -\frac{M_E e^4 Z^2}{8 n^2 \varepsilon_0^2 h^2}, \tag{53}$$

где M_E — масса электрона,
e — заряд электрона,
Z — заряд ядра (в единицах заряда электрона),
n — номер орбиты,
ε_0 — электрическая постоянная,
h — постоянная Планка.

Кинетическая энергия равна по модулю полной энергии (сравни с (34)):

$$E_K = \frac{M_E v^2}{2} = |E|.$$

Подставляя вместо E значение из (53), находим v:

$$v = \frac{e^2 Z}{2n\varepsilon_0 h}. \tag{54}$$

Скорость v оказывается пропорциональной величине заряда Z.

Потенциальная энергия равна удвоенной полной энергии:

$$U = 2E, \text{ с другой стороны, } \quad U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{55}$$

Используя (53), найдем радиус орбиты r:

$$r = \frac{n^2 \varepsilon_0 h^2}{\pi M_E e^2 Z}. \tag{56}$$

Радиус орбиты оказывается обратно пропорционален заряду Z. Для момента импульса электрона получим с учетом (54), (56) :

$$L = M_E v r = \frac{nh}{2\pi}. \tag{57}$$

Момент импульса не зависит от Z и определяется только числом n.

Перейдем теперь к подобной звездной системе, содержащей звезду и одну планету. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия будет равна:

$$U_S = -\frac{\gamma M_S M_\Pi}{R}, \tag{58}$$

где γ — гравитационная постоянная,
M_S — масса звезды,
M_Π — масса е-планеты,

R — радиус орбиты.

Преобразуем (58), выразив массу M_S через массовое число A, величину R — через радиус орбиты е-планеты в поле р-звезды R':

$M_S = AM_{US} = AM_{PS}$, учитывая, что $M_{US} = M_{PS}$ с точностью 0,5% (см. (12) и (14)). Тогда получим:

$$U_S = (-\frac{\gamma M_{PS} M_П}{R'})\frac{AR'}{R}.$$

Величина в скобках есть потенциальная энергия для планетной системы — аналога водорода, обозначим ее U_{OS}:

$$U_S = U_{OS}\frac{AR'}{R}. \qquad (59)$$

Преобразуем (55), заменив r через радиус орбиты электрона в атоме водорода r':

$$U = (-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_O r'})\frac{Zr'}{r}.$$

Величина в скобках есть потенциальная энергия для атома водорода, обозначим ее U_O:

$$U = U_O\frac{Zr'}{r}. \qquad (60)$$

Отношение энергий (59) и (60) должно равняться коэффициенту подобия по энергии (49):

$$U_S/U = Э = Э_0(A/Z)^2.$$

Подставим значения U_S и U из (59), (60), учитывая, что отношение потенциальных энергий U_{OS}/U_O равняется $Э_O$:

$$Э_O\frac{AR'}{R}\frac{r}{Zr'} = Э_0(A/Z)^2.$$

После сокращения получим :

$$\frac{R'r}{Rr'} = A/Z.$$

Отношение R'/r' есть коэффициент подобия по размерам для водородной системы, обозначим его через P_O; отношение R/r обозначим через P:

$$P = P_O\frac{Z}{A}. \qquad (61)$$

Коэффициент подобия по размерам P получается прямо пропорциональным заряду Z и обратно пропорциональным массовому числу A.

б) Определение величины коэффициента подобия по размерам.

Для нахождения коэффициента подобия P_O обратимся к водородной системе. Потенциальные энергии будут иметь следующий вид:

$$U_O = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_O r'} \quad \text{— для атома водорода,} \qquad (62)$$

$$U_{OS} = -\frac{\gamma M_{PS} M_П}{R'} \quad \text{— для р-звезды,}$$

здесь $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона,

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная,
$\gamma = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) — гравитационная постоянная,
$M_{PS} = 1{,}1\cdot10^{29}$ кг — масса р-звезды согласно (14),
$M_П = 6{,}06\cdot10^{25}$ кг — масса е-планеты согласно (17).
Из (62) получаем для P_0:

$$P_0 = \frac{R'}{r'} = \frac{\gamma M_{PS} M_П}{U_{0S}} \frac{4\pi\varepsilon_0 U_0}{e^2}, \tag{63}$$

здесь отношение потенциальных энергий U_{0S}/U_0 должно равняться коэффициенту подобия по энергиям $Э_0$ из (48):

$$Э_0 = U_{0S}/U_0 = 3{,}58\cdot10^{49}.$$

Подставляя теперь все величины в (63), найдем P_0:

$$P_0 = 5{,}437\cdot10^{22}. \tag{64}$$

Соотношение (61) вместе с (64) определяет геометрический фактор подобия для атомных и звездных систем.

В атоме водорода в основном состоянии радиус орбиты электрона равен $r' = 5{,}29\cdot10^{-11}$ м, (см. например, [107]).

Тогда в звездной водородной системе радиус орбиты планеты будет в P_0 раз больше:

$$R' = P_0 r' = 2{,}88\cdot10^{12} \text{ м} = 19{,}25 \text{ а. е.}, \tag{65}$$

где а. е. $= 1{,}496\cdot10^{11}$ м — астрономическая единица или среднее расстояние от Земли до Солнца. Сравнивая с Солнечной системой, получим, что орбита с радиусом R' лежит рядом с орбитой Урана.

§ 10. Соотношение размеров молекул и звездных систем

а) Системы звезд.

Известно, что основная часть звезд — до 70 % от общего числа — входят в двойные и кратные системы [36]. Число известных пар звезд на 1975 год составляло 67000 в северном полушарии и 69000 в южном полушарии. Распределение компонент пар по спектральным классам такое же, как и для всех звезд, что говорит о том, что физические свойства звезд в двойных системах не отличаются от свойств одиночных звезд [106]. Обычно звезды в двойных системах имеют одинаковый возраст и вращаются друг возле друга в плоскостях, случайным образом ориентированных в пространстве. Однако согласно исследованиям [32] долгопериодические звездные пары имеют в основном направление вращения, совпадающее с направлением вращения Галактики, а короткопериодические — наоборот.

Приблизительно 30–35 % от общего количества двойных звезд одновременно входят в тройные системы, от 1/4 до 1/3 всех тройных являются в то же время членами четверных систем, 20–40 % всех четверных систем входят в состав пятерных систем. В тройных системах одна из звезд обычно находится вдалеке от двух других более тесных звезд, так что в среднем отношение периодов обращения вокруг центра масс составляет 200–250.

В работе [106] приведены данные о распределении звездных пар в зависимости от расстояния между звездами, составляющими пару.

Оказалось, что более половины всех пар, а именно 69859, имеют угловое разделение a'' в угловых секундах более 5". Эти пары широкие, и беря $a'' > 5''$ при средних расстояниях 300 — 400 световых лет, получаем расстояние между компонентами более 500 а.е.(астрономических единиц). Для звезд с угловым разделением $a'' < 5''$ построена зависимость распределения наблюдаемых пар от величины углового разделения a'' в виде зависимости N/a'' от a'', где N — число пар. Данная зависимость воспроизведена на рисунке 12, числа N указаны внутри столбиков.

Высота каждого столбика пропорциональна числу пар N в этом столбике, разделенному на ширину этого столбика, то есть на его угловое разделение. Из рисунка 12 следует, что наибольшая плотность пар зарегистрировано в диапазоне от 0,25" до 0,5", что дает в среднем расстояние между компонентами пары менее 50 а.е. Спад распределения при разделении $a'' < 0{,}25''$ позволяет считать интервал 0,25" — 0,5" наиболее вероятным для определения средних минимальных расстояний между компонентами пар, которые должны быть эквивалентны средним минимальным длинам связи в двухатомных молекулах.

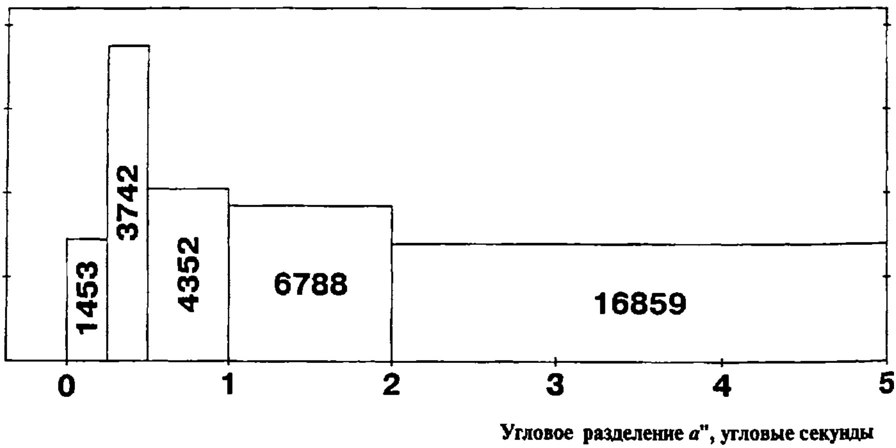


Рис.12.Распределение плотности наблюдаемых пар звезд N/a' от величины углового разделения a' согласно [106]. Число пар звезд N указано внутри столбиков, a' дано в угловых секундах. Наибольшая плотность пар приходится на интервал от 0,25" до 0,5", что соответствует среднему расстоянию между компонентами пар менее 50 а. е.

Экстремум в распределении звездных пар от углового разделения наблюдается при расстоянии между компонентами пары менее 50 а. е. Нетрудно представить, что и для молекулярного газа существует подобный экстремум в распределении количества молекул от длины связи в молекулах.

б) Сравнение полуосей орбит двойных звезд и длин связи в молекулах.

В работе [106] приведены данные о визуально-двойных звездах, включающие наиболее точно определенные массы компонент и большие полуоси орбит. Во избежание искажений результатов исключим те пары, в которых однозначно содержатся белые карлики или гиганты. По формуле (6) присвоим каждой звезде массовое число A:

$$A = 18\frac{M_s}{M_c},$$

здесь M_S — масса компоненты звездной пары, M_C — масса Солнца.

Используя массовое число A, каждой звезде можно поставить в соответствие ста- ıьный изотоп химического элемента. В результате каждой звездной паре будет со- ıетствовать двухатомная молекула.

Данные о 45 визуально-двойных звездах приведены в Таблице 18.

Таблица 18

Визуально-двойные звезды из [106].

№	T	a	M_1	M_2	A_1	A_2	Молекула	ℓ	$\tilde{P}_0$
1	362,3	65,73	1,08	1,08	19	19	FF	1,45	14,3
2	106,83	31,82	0,9	0,7	16	13	OC	1,128	6,95
3	25	9,57	0,7	0,7	13	13	CC	1,312	2,37
4	480	68,93	0,866	0,554	16	10	OB	1,205	17,2
5	4,5587	2,996	0,645	0,645	12	12	CC	1,312	0,68
6	26,52	5,36	0,121	0,099	2	2	DD	0,742	2,16
7	25,25	8,19	0,396	0,464	7	8	LiLi	2,672	1,07
8	2,667	1,565	0,27	0,27	< 5	< 5	HeHe	2,98	0,16
9	154,5	3,65	1,015	1,015	18	18	OO	1,208	1,02
10	72	1,92	0,64	0,36	12	6	CLi		0,17
11	16,6	0,063	0,117	0,063	2	1	DH	0,741	0,017
12	23,26	9,935	0,851	0,959	15	17	NO	1,151	2,32
13	39,69	10,3	0,345	0,345	6	6	LiLi	2,672	1,15
14	21,81	1	1,203	0,897	22	16	NeO		0,14
15	2,65	1,966	0,54	0,54	10	10	BB	1,59	0,37
16	34,2		0,617	0,643	11	12	BC		
17	34,11	14,15	1,244	1,196	22	22	NeNe	3,1	1,36
18	171,37	37,83	0,938	0,902	17	16	OO	1,208	9,66
19	25,87	12,49	1,426	1,484	26	27	MgAl		1,38
20	49,18	12,1	0,43	0,3	8	> 5	BeLi		1,2
21	155	28,17	0,474	0,456	9	> 8	BeBe		3,94
22	79,92	23,66	1,118	0,952	20	17	NeO		1,89
23	151,50	33,14	0,859	0,731	15	13	NC	0,172	7,29
24	41,56	13,98	0,795	0,785	14	14	NN	1,095	3,82
25	55,88	19,15	1,175	1,076	21	19	NeF		2,7
26	236,07	38,51	0,51	0,51	9	9	BeBe		5,76
27	34,49	13,03	0,897	0,763	16	14	ON	1,151	3,39
28	1,715	1,35	0,42	0,42	< 8	< 8	LiLi	2,672	0,2
29	84,31	20,72	0,625	0,625	11	11	BB	1,59	4,29

Таблица 18. Продолжение.

№	T	a	M_1	M_2	A_1	A_2	Молекула	ℓ	$\tilde{P}_0$
30	12,98	4,58	0,285	0,285	5?	5?	HeHe	2,98	0,46
31	42,177	12,38	0,631	0,439	11	< 8	BLi		1,99
32	60	10,9	0,18	0,18	3	3	HeHe	2,98	1,1
33	46,08	17	1,187	1,123	21	20	NeNe	3,1	1,64
34	76	20,82	1,008	0,592	18	11	OB	1,205	5,19
35	43,2	10,97	0,355	0,355	6	6	LiLi	2,672	1,23
36	87,89	22,32	0,951	0,689	17	12	OC	1,128	5,96
37	55,8	16,39	0,888	0,522	16	9	OBe	1,331	3,66
38	61,20	22,96	1,841	1,389	33	25	SMg		2,7
39	243,55	45,74	0,805	0,805	14	14	NN	1,095	12,5
40	42,35	13,55	0,71	0,679	13	12	CC	1,342	3,21
41	5,7	4,73	1,657	1,592	30	29	SiSi		0,56
42	49,9	16,29	0,992	0,748	18	13	OC	1,128	4,27
43	6,32	4,49	1,135	1,135	20	20	NeNe	3,1	0,43
44	44,6	9,53	0,273	0,167	< 5	3	HeHe	2,98	0,96
45	26,386	9,56	0,655	0,605	12	11	CB		1,9

Обозначения в Таблице 18 имеют следующий смысл:
№ — номер звездной пары по порядку,
T — период обращения в годах,
a — большая полуось орбиты в астрономических единицах а.е.,
M_1 — масса главной компоненты по отношению к массе Солнца,
M_2 — масса спутника по отношению к массе Солнца,
A_1 — массовое число главной компоненты,
A_2 — массовое число спутника,
Молекула — обозначение двухатомной молекулы, соответствующей массовым числам A_1 и A_2,
ℓ — длина связи между атомами в молекуле в единицах 10^{-10} метра,
$\tilde{P}_0$ — значение коэффициента подобия по размерам (для водородной системы), вычисленное для данной звездной пары, в единицах 10^{22}.

На первый взгляд некоторые молекулы в Таблице 18 кажутся необычными, однако вспомним, что еще не так давно даже такие часто встречающиеся молекулы, как CH, OH, C_2, He_2, Na_2, CP и другие считались невозможными [50]. В связи с тем, что стабильные изотопы с массовыми числами 5 и 8 отсутствуют, некоторые звезды, массовые числа которых отмечены значками больше > или меньше < чем 5 или 8, отнесены к ближайшим нуклидам. Длины связей ℓ некоторых двухатомных молекул в Таблице 18 взяты из [50], а расстояния между атомами димеров инертных газов — из [169]. Если молекула состоит из атомов одного химического элемента, например неона в виде NeNe, то коэффициент подобия по размерам P_0 можно определить по формуле (61):

$$P = P_0\frac{Z}{A}, \quad \text{считая, что} \quad P = \frac{a}{\ell}, \quad \text{найдем} \quad P_0:$$

$$P_0 = \frac{a}{\ell}\frac{A}{Z}. \tag{66}$$

Однако большинство молекул состоит из разных атомов, так что для каждого атома необходимо ввести поправку, связанную с A и Z. Для этого используем следующий подход. Как показывает опыт, кратчайшие расстояния в молекулах, твердых телах и жидкостях можно представить в виде суммы атомных радиусов. Практически почти всегда длина связи ℓ в двухатомных молекулах близка к сумме радиусов R_i составляющих ее атомов:

$$\ell = R_1 + R_2.$$

Для того, чтобы получить формулу, аналогичную (66), введем поправки на A и Z:

$$\ell = \frac{R_1 Z_1}{A_1} + \frac{R_2 Z_2}{A_2} = \sum_{i=1}^{2}\frac{R_i Z_i}{A_i}.$$

Тогда для P_0 получим:

$$P_0 = \frac{a}{\sum_{i=1}^{2}\frac{R_i Z_i}{A_i}}. \tag{67}$$

В зависимости от того, какие силы действуют между атомами в молекуле, различают металлические, ионные, ковалентные, водородные и Ван-дер-Ваальсовские атомные радиусы [195]. В Таблице 19 приведены радиусы тех атомов, которые указаны в Таблице 18, в единицах 10^{-10} метра, и зарядовые числа Z.

Таблица 19

Радиусы и зарядовые числа некоторых атомов .

Атом	F	O	C	B	D	Li	He	H	N	Ne	Mg	Al	Be	S	Si
R_i	0,64	0,66	0,77	0,79	0,37	1,55	1,22	0,3	0,7	1,6	1,6	1,26	1,13	1,04	1,17
Z_i	9	8	6	5	1	3	2	1	7	10	12	13	4	16	14

Для металлов указаны металлические радиусы, для неметаллов — ковалентные радиусы. Данные для Таблицы 19 взяты в [171] и [174].

Вычисленные с помощью данных в Таблице 19 и формул (66), (67) величины $\tilde{P}_0$ приведены в Таблице 18. Среднее арифметическое значение для $\tilde{P}_0$ по 44 звездам получилось таким:

$$\bar{P}_0 = 3{,}29 \cdot 10^{22}. \tag{68}$$

Данная величина оказалась очень близкой к $P_0 = 5{,}44 \cdot 10^{22}$ из (64).

в) Сравнение размеров Солнечной системы и атома кислорода.

Произведем оценку коэффициента подобия по размерам P_0 по формуле (61):

$$P_0 = P\frac{A}{Z},$$

где для атома кислорода и Солнечной системы $A = 18$, $Z = 8$.

В качестве размера Солнечной системы R_{CC} возьмем среднее расстояние до Плутона из Таблицы 12:

$$R_{CC} = 39{,}439 \text{ а. е.} = 5{,}9 \cdot 10^{12} \text{ метра.}$$

Радиус атома кислорода R_K согласно Таблице 19 равен $0{,}66 \cdot 10^{-10}$ метра. Тогда коэффициент подобия P будет равен :

$$P = \frac{R_{CC}}{R_K} = 8{,}94 \cdot 10^{22},$$

а для расчета коэффициента P_0 нужно умножить P на отношение A/Z:

$$P_0 = P \cdot 18/8 = 2{,}01 \cdot 10^{23} \qquad (69)$$

Полученная величина оказалась в 3,7 раз больше, чем (64).

г) Оценка коэффициента подобия по размерам с помощью радиуса орбиты Меркурия.

Характерной особенностью взаимодействий в Солнечной системе является то, что основной силой, влияющей на движение планет, выступает притяжение к Солнцу. Даже массивный Юпитер действует на соседний Сатурн с силой, в 470 раз меньшей, чем Солнце. В атомах же взаимодействие электронов благодаря их заряду сравнимо с взаимодействием с ядром (если не считать взаимодействие спиновых магнитных моментов).

Если удалить все планеты из Солнечной системы, кроме Меркурия, то из-за слабого взаимодйствия планет положение орбиты Меркурия не изменится, поэтому система Солнце-Меркурий будет эквивалентна сильно ионизированному атому кислорода O^{7+}. Для O^{7+}, как для водородоподобного атома, радиус орбиты электрона будет равен согласно (56):

$$r = \frac{r'}{Z},$$

$r' = 5{,}29177 \cdot 10^{-11}$ метра — боровский радиус в атоме водорода,

$Z = 8$.

Если для O^{7+} радиус r в Z раз меньше, чем r', то для системы Солнце-Меркурий радиус R должен быть в $A = 18$ раз меньше, чем R':

$$R = \frac{R'}{A},$$

что следует из (61).

Средний радиус орбиты Меркурия равен: $R = 0{,}387$ а. е. $= 5{,}78 \cdot 10^{10}$ м. Для величины R' получим:

$$R' = 1{,}04 \cdot 10^{12} \text{ метра}.$$

Для оценки P_0 разделим R' на r':

$$P_0 = R'/r' = 1{,}96 \cdot 10^{22}. \qquad (70)$$

Величина (70) достаточно близка к (64).

§ 11. Звезды и атомные ядра. Размеры электрона и протона

а) Сравнение размеров атомных ядер и звезд.

Рассмотрим, в каком отношении находятся между собой размеры звезд и соответствующих им нуклидов. Радиусы звезд R_S как функцию от массы звезд (следовательно, и от массового числа A) можно получить, воспользовавшись эмпирическими данными в Таблице 8 для звезд главной последовательности. Стандартная формула для определения радиуса атомного ядра имеет следующий вид:

$$R_я = r_0 A^{1/3}, \qquad (71)$$

где $r_0 = (1{,}17-1{,}7)\cdot 10^{-15}$ метра,

A — массовое число.

Для оценки размеров ядер используются различные методы. Перечислим некоторые из них согласно [137]:

1. Из теории распада альфа-радиактивных ядер (начиная с $A = 194$) величина $r_0 = (1{,}45-1{,}5)\cdot 10^{-15}$ метра.
2. Анализ полуэмпирической формулы для массы и энергии дает: $r_0 = (1{,}2-1{,}3)\cdot 10^{-15}$ метра.
3. Изучение рассеяния быстрых нейтронов на ядрах показывает, что:

   $r_0 = 1{,}4\cdot 10^{-15}$ метра при энергии нейтронов 14 и 25 МэВ,

   $r_0 = 1{,}37\cdot 10^{-15}$ метра при энергии нейтронов 90 МэВ,

   $r_0 = 1{,}28\cdot 10^{-15}$ метра при энергии нейтронов 1,4 ГэВ.
4. Из рентгеновского излучения мюонных мезоатомов:

   $r_0 = 1{,}17\cdot 10^{-15}$ метра.
5. Из рассеяния быстрых электронов на ядрах:

   $r_0 = 1{,}32\cdot 10^{-15}$ метра для $^{40}_{20}Ca$,

   $r_0 = 1{,}18\cdot 10^{-15}$ метра для $^{197}_{79}Au$.

Для оценки коэффициента подобия будем считать, что отношение $R_S/R_я$ есть величина P в (61), тогда P_0 будет равно:

$$P_0 = \frac{R_S}{R_я}\frac{A}{Z}. \qquad (72)$$

Определим P_0 по формуле (72) для водорода, изотопа кислорода ^{18}O, кальция и золота, для чего составим Таблицу 20 с исходными данными:

Таблица 20

Таблица для определения P_0 из размеров атомных ядер.

Нуклид:	A	Z	$R_я$, 10^{-15} м	M_S/M_C	R_S, 10^8 м	P'_0, 10^{22}
H	1	1	0,66	0,056	0,89	13,5
O	18	8	3,67	1	7	43
Ca	40	20	4,51	2,22	13,2	59
Au	197	79	6,87	10,9	37,6	136

Здесь A — массовое число,

Z — порядковый номер элемента в Периодической таблице (зарядовое число),

$R_я$ — радиус ядра по формуле (71) при $r_0 = 1{,}4\cdot10^{15}$ м; для ядра атома водорода взято значение из (82),

M_S/M_C — масса звезды, соответствующей нуклиду,

R_S — радиус звезды с массовым числом $A = 18\,M_S/M_C$,

M_S — масса звезды, из Таблицы 8,

M_C — масса Солнца,

P_0' — коэффициент подобия по размерам для водородной системы, определенный по (72).

Величина P_0' в Таблице 20 быстро растет по мере увеличения массового числа A, изменяясь в 10 раз при переходе от водорода к золоту. Сравнивая с (64), можно сделать вывод, что для всех элементов величина P_0' значительно больше P_0. Поэтому предположение о правомерности применения формулы (72) для определения P_0 с помощью радиусов атомных ядер и звезд главной последовательности с необходимой для нас точностью не оправдывается.

б) Оценка коэффициента подобия P_0 с учетом распределения нуклонов в ядре.

Результаты опытов по рассеянию электронов высоких энергий на атомных ядрах позволили найти распределение плотности нуклонов в ядрах в зависимости от расстояния от центра ядра. Кривые распределения плотности нуклонов для некоторых ядер приведены на рисунке 13 согласно [24].

Оказывается, что распределение плотности нуклонов в атомных ядрах почти такое же, как распределение плотности вещества в звездах в зависимости от расстояния от центра звезды. Для примера на рисунках 14,15 приведены зависимости плотности вещества в звезде с массой 4 M_C, для начальной главной последовательности НГП и для момента ухода с главной последовательности ВГП по данным из [102]. Видно, что к моменту ВГП вещество еще более стянулось к центру звезды с увеличением центральной плотности. Из рисунков 14, 15 находим, что практически вся масса звезды содержится в сфере с радиусом $R_1' = 0{,}6R_1$ для НГП и в сфере $R_2' = 0{,}3R_2$ для ВГП (R_1 и R_2 — радиусы звезды в моменты НГП и ВГП соответственно). Точки R_1', R_1, R_2', R_2 отмечены на рисунках 14, 15 стрелками. Точки R_1' и R_2' выбраны из того условия, что плотность в этих точках в 70 раз меньше, чем соответствующая плотность в центре звезды, при этом визуально кривая зависимости плотности от текущего радиуса подходит к оси абсцисс и плотность можно приближенно считать равной нулю. Используем теперь этот же подход и для атомных ядер и найдем расстояния, на которых визуально плотность нуклонов на рисунке 13 обращается в нуль. Определив такие расстояния для всех ядер, представленных на рисунке 13, построим зависимость этих расстояний (обозначим их r') от зарядового числа Z. Зависимость r' от Z приведена на рисунке 16, так что мы сможем оценить r' в диапазоне Z от 8 до 32.

Составим теперь Таблицу 21 с исходными данными для определения коэффициента подобия P_0 по формуле (61), причем под величиной P будем подразумевать отношение R'/r'.

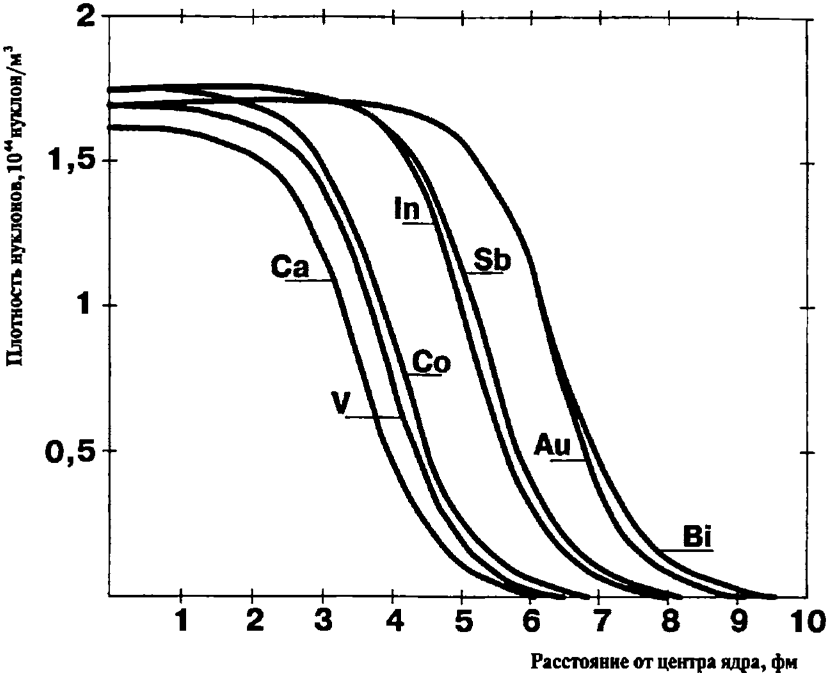


Рис. 13. Распределение плотности нуклонов в некоторых атомных ядрах согласно [24].

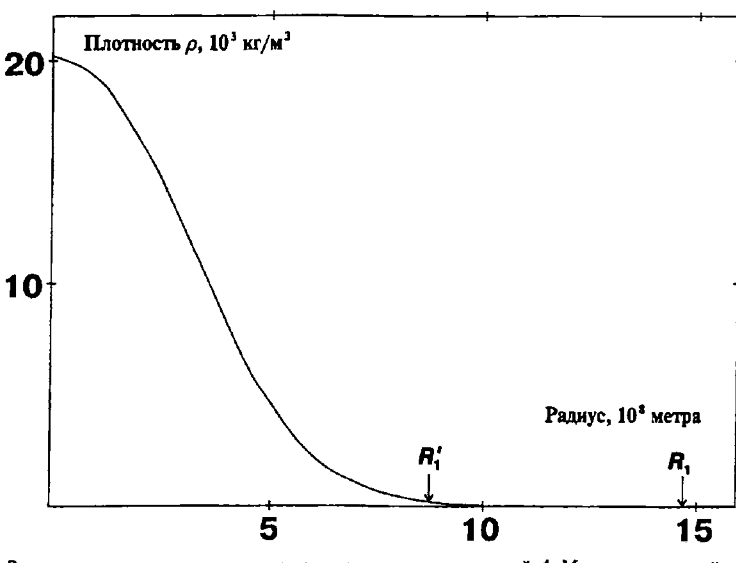


Рис. 14.Зависимость плотности от радиуса для звезды с массой 4 M_C на начальной главной последовательности НГП. R_1 — радиус звезды. В сфере с радиусом $R_1' = 0{,}6\,R_1$ содержится почти вся масса звезды.

Таблица 21

Таблица для определения P_0 из размеров атомных ядер с учетом распределения нуклонов в ядре.

M_S/M_C	t	R/R_C	$\rho_Ц$	R'/R_C	Лит.	A	Z	r'	P'_0
1	ГП	1	145000	0,46	[186]	18	8	4	18
2	НГП	1,278	59200	0,76	[179]	36	17	5,5	20
2	ВГП	1,544	243000	0,55	[179]	36	17	5,5	14,5
2,818	НГП	1,96	38000	1,07	[304]	51	23	6,3	26
2,818	ВГП	3,15	59000	1	[304]	51	23	6,3	24,5
4	НГП	2,101	20180	1,25	[102]	72	32	7,1	27,6
4	ВГП	3,39	42180	1	[102]	72	32	7,1	22
4	>ВГП	4,497	1324000	0,2	[102]	72	32	7,1	4,4

Обозначения в Таблице 21 имеют следующий смысл:
M_S/M_C — масса звезды по отношению к массе Солнца,
t — момент эволюции звезды;
ГП — на главной последовательности,
НГП — на начальной главной последовательности,
ВГП — уход с главной последовательности,
>ВГП — сильнопроэволюционировавшая звезда после ВГП,
R/R_C — радиус модели звезды в момент t, по отношению к радиусу Солнца,
$\rho_Ц$ — плотность в центре звезды в момент t, кг/м^3,
R'/R_C — расстояние, на котором плотность меньше центральной плотности в 70 раз, по отношению к радиусу Солнца,
Лит. — ссылки на работы, откуда получены данные о структуре звезд,
A — массовое число звезды по формуле (6),

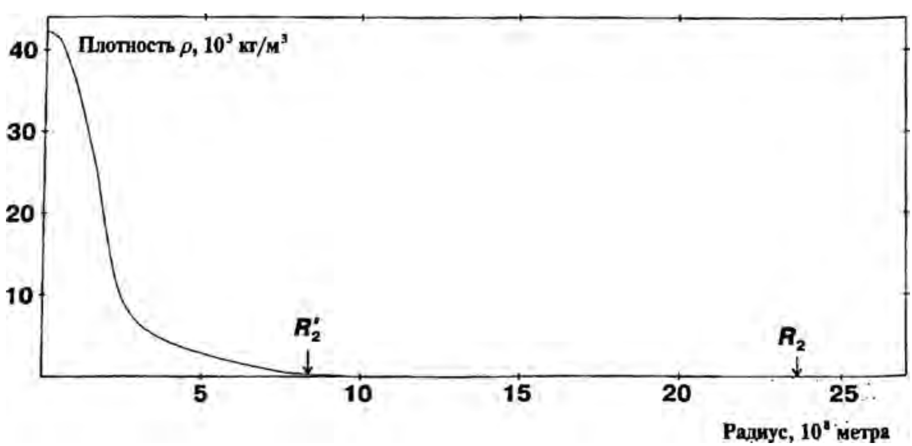


Рис. 15. То же самое, что и на рисунке 14, но в момент ухода звезды с главной последовательности ВГП. R_2 — радиус звезды. В сфере с радиусом $R'_2 = 0{,}3 \cdot R_2$ содержится почти вся масса звезды.

Z — зарядовое число для нуклида с массовым числом A,

r' — расстояние, на котором плотность нуклонов в ядре с зарядовым числом Z стремится к нулю, в единицах 10^{-15} метра (по данным из рисунков 13 и 16),

P_0' — коффициент подобия по размерам для водородной системы, в единицах 10^{22}.

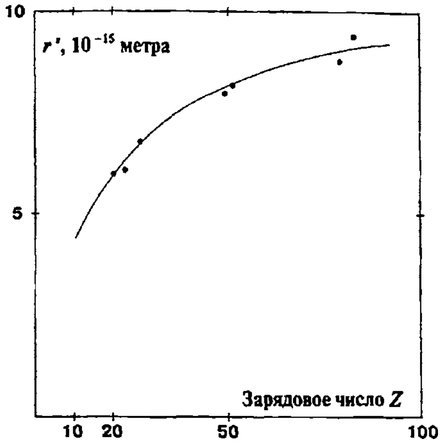


Рис. 16. Визуальная оценка радиусов атомных ядер, извлеченная из рисунка 13, в зависимости от зарядового числа ядра.

Из сравнения коэффициентов подобия P_0' в Таблицах 20 и 21 следует, что при учете распределения плотности нуклонов в атомных ядрах и плотности звезд получаются более однородные результаты, а величины P_0' приближаются к значению P_0 из (64).

Кроме того, необходимо отметить, что чем дальше проэволюционировала звезда от момента НГП, тем более близким становится величина P_0' к значению (64). Для случая, когда в звезде с массой $4\, M_C$ сформировалось вырожденное ядро (последняя строчка в Таблице 21 для стадии > ВГП), величина P_0' оказывается даже меньше, чем (64).

Данная ситуация полностью коррелирует с выводом, сделанным в § 8, пункты б) и в) , когда оказалось, что линия полной энергии звезд по формуле подобия энергий с соотношением Эйнштейна (44) ближе к линии ВГП , чем к НГП, для звезд средних и больших масс.

Поскольку подобие звезд и атомных ядер по энергии и размерам оказывается наилучшим для старых звезд, то можно предположить, что и атомы в большинстве своем должны быть очень старыми стабильными обьектами. Это предположение подтверждается тем, что в обычных условиях вещество является стабильным, несмотря на то, что скорость ядерных процессов во много раз превышает скорость процессов в звездах.

Возможно, что именно этим обьясняется отклонение теоретически расчитанных полных энергий звезд малых масс от линии полной энергии по формуле (44) (смотри §8, пункт г)), учитывая, что эти звезды только начали свою длительную эволюцию.

в) Оценка размеров звездных ядер на стадии НГП.

Анализ внутренней структуры звезд показывает, что основная масса звезды заключена в сфере, радиус которой R' значительно меньше радиуса звезды R_S. При эволюции на главной последовательности меняется распределение плотности вещества звезды, а радиус R' уменьшается тем быстрее, чем больше масса звезды и соответственно скорость ее эволюции. С помощью теории подобия сделаем оценку радиуса R' для момента начальной главной последовательности НГП, когда ядерный нуклеосинтез еще не сильно изменил структуру звезды. По формуле (44) для полной энергии звезды E_S имеем:

$$E_S = -AM_{US}C^2(A/Z)^2 = -M_SC^2(A/Z)^2, \qquad (73)$$

где A — массовое число,
$M_{US} = 1{,}105 \cdot 10^{29}$ кг — звездная единица массы согласно (12),
M_S — масса звезды,
$C = 220$ км/с — звездная скорость согласно (45),
Z — зарядовое число, соответствующее массовому числу A звезды.

Поскольку мы предполагаем, что полная энергия (73) эквивалентна энергии покоя атомных ядер ($-M_H c^2$), то величина $C\,(A/Z)$ может рассматриваться как специфическая скорость для звезд, аналогичная скорости света для атомов. С другой стороны, величину $C\,(A/Z)$ можно трактовать как среднюю скорость частиц звезды, так как (73) имеет вид кинетической энергии.

Для Солнца скорость будет равна:

$$C\,(A/Z) = 220\ (18/8) = 495 \text{км/с}. \tag{74}$$

Рассчитаем скорость убегания V_y частицы массой m, улетающей от Солнца на бесконечность, приравняв изменения ее кинетической и потенциальной энергий:

$$\frac{mV_y^2}{2} = \frac{\gamma M_C m}{R_C}, \qquad V_y = \sqrt{\frac{2\gamma M_C}{R_C}} = 617 \text{км/с}. \tag{75}$$

Скорость (74) меньше скорости убегания (75), что и должно быть для стабильности Солнца.

Приравняем согласно (50) полную энергию звезды по (73) к половине ее гравитационной энергии и найдем радиус звезды R_S:

$$-M_S C^2 (A/Z)^2 = -K\frac{\gamma M_S^2}{2R_S}, \quad R_S = \frac{K\gamma M_S Z^2}{2C^2 A^2}.$$

Обозначим $R' = R_S/K$, и учтем, что $M_S = A M_{US}$, тогда получим:

$$R' = \frac{\gamma M_{US}}{2C^2}\frac{Z^2}{A}. \tag{76}$$

Коэффициент $K = 0{,}6$ для звезды с однородной плотностью, однако в реальных звездах K почти всегда больше единицы (смотри рисунок 11), поэтому $R' < R_S$. Найдем скорость убегания на расстоянии R' от центра звезды, считая, что в радиусе R' находится вся масса звезды:

$$V_y = \sqrt{\frac{2\gamma M_S}{R'}}. \tag{77}$$

Во избежание потери массы скорость V_y должна превышать среднюю скорость частиц звезды:

$$V_y > C(A/Z).$$

Положим, что $V_y = 2C(A/Z)$, подставляя в (77) с учетом (4) получим:

$$2C(A/Z) = \sqrt{\frac{2\gamma M_S}{R'}}, \quad R' = \frac{\gamma M_S}{2C^2}\frac{Z^2}{A^2} = \frac{\gamma M_{US}}{2C^2}\frac{Z^2}{A}. \tag{78}$$

Из равенства (76) и (78) следует, что R' есть такой радиус звезды, на котором скорость убегания в 2 раза больше, чем скорость $C(A/Z)$. Подставляя численные значения в (78), для R' получим :

$$R' = (Z^2/A) \cdot 7{,}6 \cdot 10^7 \text{ метра}. \tag{79}$$

Составим теперь Таблицу 22 для звезд на НГП с массами 2,818 M_C, 4 M_C, 10 M_C, а также для современного Солнца, и занесем в нее величины R' из (79) .

Таблица 22

Параметры некоторых звезд на НГП.

M_s/M_c	R_s/R_c	$\rho_ц$	Лит.	A	Z	R'/R_c	R'/R_s
1	1	145000	[186]	18	8	0,39	0,39
2,818	1,96	38000	[304]	51	23	1,13	0,58
4	2,101	20180	[102]	72	32	1,54	0,73
10	3,63	7760	[220]	180	73	3,21	0,88

Величины в Таблице 22 обозначают:
M_s/M_c — масса звезды относительно массы Солнца,
R_s/R_c — радиус звезды относительно радиуса Солнца,
$\rho_ц$ — плотность вещества в центре звезды в кг/м^3,
Лит. — ссылки на работы, откуда были получены данные,
A — массовое число,
Z — зарядовое число,
R'/R_c — радиус R' относительно радиуса Солнца
R'/R_s — радиус R' относительно радиуса звезды R_s.

Для звезд в Таблице 22 на рисунке 17 приведены зависимости нормированной к единице (относительно центральной плотности) плотности от текущего радиуса R/R_s. Сравнивая данные в Таблице 22 и рисунка 17, находим, что с одной стороны $R' < R_s$, а с другой — что действительно внутри радиуса R' находится вся масса звезды.

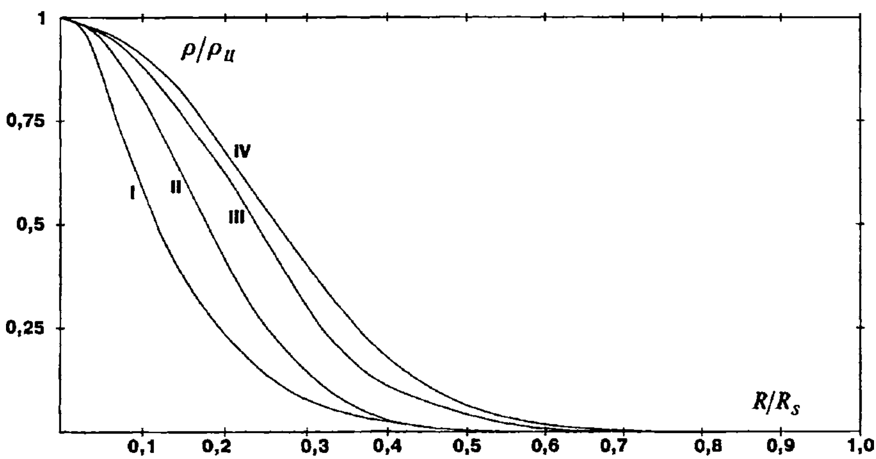


Рис. 17. Зависимость нормированной к единице плотности моделей звезд на НГП от нормированного текущего радиуса. I — модель современного Солнца согласно [186], II — звезда 2,818 M_c по [304], III — звезда 4 M_c из [102], IV — звезда 10 M_c [220]. $\rho_ц$ — центральная плотность, R_s — радиус звезды.

г) Размеры электрона и протона.

Благодаря огромной работе физиков — ядерщиков к настоящему времени не только сделаны оценки размеров атомных ядер, но и исследованы распределения электрического заряда в протоне и нейтроне, плотности нуклонов в атомных ядрах, сделаны важные выводы в отношении их внутреннней структуры. Однако для электрона задача оказывается более сложной, так что до сих пор понятие «размер электрона» однозначно не определено. Обычно для оценки размера электрона приводят классический радиус электрона, получаемый из равенства электрической энергии и энергии покоя:

$$-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_{E\text{Э}}} = -M_E c^2, \quad R_{E\text{Э}} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 M_E c^2} = 2{,}8\cdot10^{-15}\,\text{м}, \tag{80}$$

здесь $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл — заряд электрона,

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная,

$R_{E\text{Э}}$ — «электрический» радиус электрона,

$M_E = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг — масса электрона,

$c = 299792$ км/с — скорость света.

Поскольку трудно себе представить,что электрическая энергия электрона и его энергия покоя равны, то величину $R_{E\text{Э}}$ из (80) можно считать лишь первым приближением.

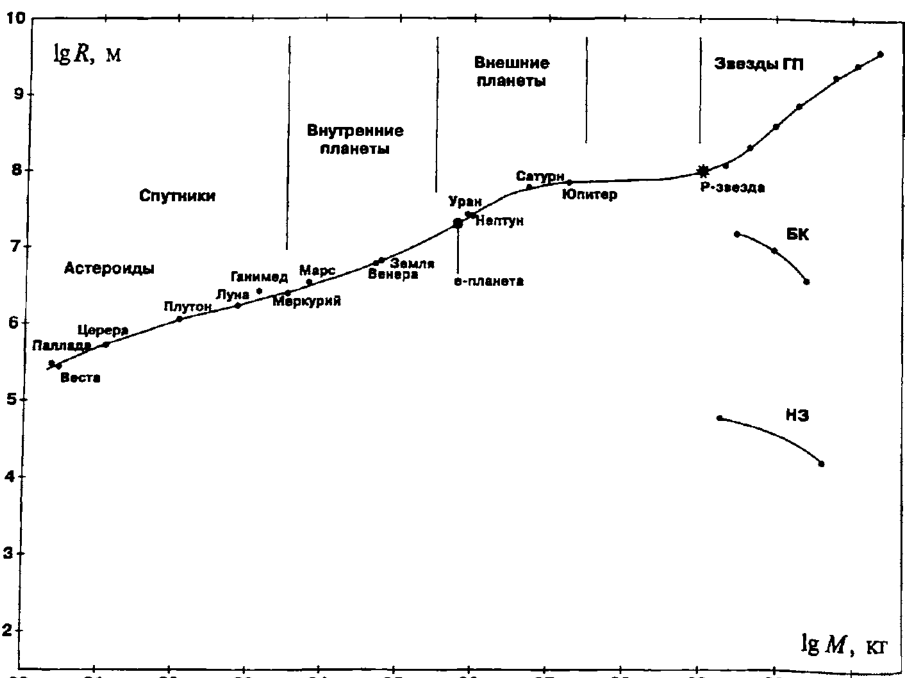


Рис. 18. Радиусы астероидов, спутников, планет и звезд в зависимости от их массы. Звездочкой обозначено положение р-звезды, крупной точкой — положение е-планеты. БК — белые карлики, НЗ — нейтронные звезды.

Произведем оценку размера электрона с помощью теории подобия, для чего радиус е-планеты разделим на коэффициент подобия по размерам P_0 из (64). Радиус е-планеты можно найти, воспользовавшись зависимостью радиуса известных астероидов, спутников, планет и звезд от их массы, приведенной на рисунке 18 (массы в кг, радиусы в метрах, применены логарифмические единицы). При построении зависимости были использованы средние размеры крупнейших астероидов — Паллады, Весты, Цереры, радиусы Луны, спутника Юпитера Ганимеда, всех планет Солнечной системы, а также радиусы звезд из Таблицы 8. Масса е-планеты согласно (17) равна:

$M_П = 6{,}06 \cdot 10^{25}$ кг, тогда из рисунка 18 для $R_П$ получим:

$R_П = 20000$ км (положение $R_П$ на рисунке 18 отмечено большой точкой). Определим теперь радиус электрона:

$$R_{EE} = R_П / P_0 = 3{,}7 \cdot 10^{-16}\,\text{м}.$$

Полученная величина R_{EE} в 7,6 раз меньше, чем в (80).

Из рисунка 18, экстраполируя от массы Юпитера $M_Ю = 0{,}000955\ M_C$ к звездам минимальных масс, начиная с массы $M_S = 0{,}11\,M_C$, найдем радиус р-звезды, имеющей массу 0,056 M_C согласно (15):

$$R_{PS} = 8{,}92 \cdot 10^7\ \text{м} = 0{,}128\,R_C. \qquad (81)$$

Положение R_{PS} на рисунке 18 отмечено звездочкой. Радиус (81) близок к радиусам звезд самых малых масс и поэтому введен в Таблицу 8.

Используем другой подход для определения размеров элементарных частиц. По де Бройлю каждой частице ставится в соответствие волна материи:

$$\lambda = \frac{h}{m\text{v}},$$

где λ — длина волны,

h — постоянная Планка,

m — масса частицы,

v — скорость движения.

Максимальная скорость движения есть скорость света, тогда получим:

$\lambda_K = \dfrac{h}{mc}$, величина λ_K носит название комптоновской длины волны. Считая, что средняя скорость движения частиц, составляющих протон, равна скорости света, λ_K для протона должна быть близка к его размеру. Допустим, что за время T вся энергия протона $E = M_p c^2$ превращается в световой квант с энергией $h\nu$, а фронт излучения перемещается со скоростью света от одного края протона к другому. Тогда имеем:

$$M_p c^2 = h\nu = h/T, \qquad T = 2R_p/c, \qquad R_p = \frac{h}{2M_p c} = 6{,}6 \cdot 10^{-16}\,\text{м}. \qquad (82)$$

Полученное значение R_p практически совпадает с экспериментальными значениями. Например, измерение зарядового радиуса протона, который может быть больше, чем R_p, дает среднеквадратичное значение $8{,}6 \cdot 10^{-16}$ м [231]. Согласно [199], протон имеет среднеквадратичный зарядовый радиус $8{,}14 \cdot 10^{-16}$ м, пион – $6{,}63 \cdot 10^{-16}$ м, К-мезон — $5{,}3 \cdot 10^{-16}$ м. Еще один вывод соотношения (82) приводится в § 43 в связи с волнами де Бройля.

Для оценки радиуса протона можно также использовать близость свойств протона и нейтрона, составляющих вместе изотопический дублет. Разницу масс между электрически нейтральным нейтроном и протоном, имеющим заряд e, логично приписать электрической массе-энергии, уменьшающей по абсолютной величине энергию связи протона и тем самым его эффективную массу. В результате для энергий можно записать:

$$(M_N - M_P)c^2 = \frac{Ke^2}{4\pi\varepsilon_0 R_P},$$

здесь M_N — масса нейтрона,
M_P — масса протона,
c — скорость света,
$K = 0,6$ для однородно заряженного шара и $K = 0,5$ для поверхностно-заряженной сферы,
e — элементарный электрический заряд,
ε_0 — электрическая постоянная,
R_P — предполагаемый радиус протона.

Подставляя все известные из справочников величины, при $K = 0,6$ находим:

$$R_P = 6{,}68 \cdot 10^{-16}\,\text{м}.$$

Используя (82), можно получить третью оценку радиуса электрона:

$$R_E = \frac{h}{2M_E c} = 1{,}2 \cdot 10^{-12}\,\text{м}.$$

Данная величина R_E значительно отличается от значений $R_{EЭ}$ и R_{EE}, определенных выше, но перекликается с выводами из работ И. Л. Герловина (смотри например [153]), в которых в рамках теории фундаментального поля построена модель внутреннего строения элементарных частиц, найдены гравитационная постоянная, постоянная тонкой структуры и другие константы. Таким образом, мы имеем по крайней мере три оценки радиуса электрона. Как будет показано в § 46, если представлять электрон в виде отдельного шарообразного тела, то оценка его радиуса по (80) некорректна, поскольку энергия покоя обычно превышает электромагнитную энергию. Радиус электрона R_{EE}, найденный по методу подобия путем сравнения с е-планетой, также оказывается неправильным. Дело в том, что коэффициент подобия по размерам P_0 (64) определялся исходя из подобия размеров атома и планетной системы, а не из подобия размеров самих притягивающихся тел типа протона, электрона, р-звезды или е-планеты. В то же время формула типа (82) для радиуса протона R_P и радиуса электрона R_E оказывается ближе к действительности (подробное изложение вопроса смотри в § 46).

§ 12. Периоды движений электронов и планет. Параметры водородной системы для звезд главной последовательности и атома водорода

Сравним периоды обращения электронов в атоме и планет вокруг звезд:

$$T = \frac{2\pi R}{V} \text{ — для звезд, } t = \frac{2\pi r}{\text{v}} \text{ — для атомов.} \qquad (83)$$

Здесь T — период обращения планеты,
R — радиус орбиты планеты, $2\pi R$ — длина орбиты,
V — скорость движения планеты по орбите,
t — период обращения электрона,
r — радиус орбиты электрона,
v — скорость электрона.

Положим, что атом и планетная система полностью соответствуют друг другу, то есть атомное ядро и звезда имеют одинаковое массовое число, число электронов и планет совпадает, рассматриваемые электрон и планета находятся на подобных орбитах. Тогда отношение периодов в (83) будет равно коэффициенту подобия по времени Π:

$$\Pi = \frac{T}{t} = \frac{R\text{v}}{r\,V}.$$

Отношение R/r есть коэффициент подобия по размерам (61) :

$$R/r = P = P_O\frac{A}{Z}.$$

С другой стороны, отношение V/v есть коэффициент подобия по скоростям (27) :

$$V/\text{v} = S = S_O\frac{A}{Z}.$$

Тогда для величины Π получим :

$$\Pi = P/S = \frac{P_O}{S_O}(Z/A)^2 = \Pi_O\,(Z/A)^2. \tag{84}$$

где Π_O — коэффициент подобия по времени для водородной системы,
Z — зарядовое число,
A — массовое число.

Подставляя значения P_O и S_O из (64) и (46), найдем Π_O для (84):

$$\Pi_O = P_O/S_O = 7{,}41\cdot10^{25}. \tag{85}$$

Таким образом, длительность протекания атомных процессов почти в 10^{26} раз меньше, чем длительность соответствующих процессов в системах звезд главной последовательности. Для наглядности составим Таблицу 23 с данными для водородной системы ($A = 1, Z = 1$) в основном состоянии.

Таблица 23

Параметры водородной системы.

Планетная система р-звезды						
Параметры	M_{PS}, кг	M_{Π}, кг	R, м	V, м/с	T, с	$-E_{\Pi}$, Дж
Множитель	10^{29}	10^{25}	10^{12}	10^{3}	10^{10}	10^{31}
Значение	1,1125	6,061	2,877	1,606	1,126	7,816
Атом водорода						
Параметры	M_P, кг	M_E, кг	r, м	v, м/с	t, с	$-E_E$, Дж
Множитель	10^{-27}	10^{-31}	10^{-11}	10^{6}	10^{-16}	10^{-18}
Значение	1,672	9,109	5,292	2,188	1,52	2,18
Коэффициенты подобия						
Параметры	Φ	Φ	P_O	S_O	Π_O	$Э_O$
Множитель	10^{55}	10^{55}	10^{22}	10^{-4}	10^{25}	10^{49}
Коэффициенты подобия	6,654	6,654	5,437	7,34	7,41	3,585

Таблица 23 состоит из трех частей. В первой части приведены параметры планетной системы-аналога атома водорода, состоящей из р-звезды и е-планеты–аналога электрона. M_{PS}, $M_{П}$, R, V, T, $E_{П}$ означают массу звезды, массу планеты, радиус орбиты планеты, скорость движения по орбите, период обращения и полную энергию связи планеты соответственно. Параметры необходимо умножить на соответствующий десятичный множитель.

Во второй части приведены параметры для электрона в атоме водорода в основном состоянии. M_P, M_E, r, v, t, E_E означают массу атомного ядра–протона, массу электрона, радиус первой орбиты электрона, скорость движения электрона по орбите, период его орбитального вращения и полную энергию связи в атоме соответственно.

В третьей части Таблицы 23 указаны коэффициенты подобия для водородной системы, получающиеся путем деления параметров планетной системы на параметры электрона в атоме водорода. $Ф$, P_O, S_O, $П_O$, $Э_O$ означают коэффициенты подобия по массе, размерам, скоростям, времени и энергии соответственно.

Сравним движение е-планеты вокруг р-звезды с движением Урана вокруг Солнца. Из Таблицы 23 для е-планеты имеем:

Радиус орбиты — $2{,}877 \cdot 10^{12}$ м, скорость $V = 1{,}6$ км/с, период $T = 357$ лет.

Данные для Урана следующие:

Радиус орбиты — $2{,}872 \cdot 10^{12}$ м, скорость $V_{УР} = 6{,}8$ км/с, период $T_{УР} = 84$ лет.

При практически одинаковом радиусе орбиты указанные планеты имеют разные скорости и периоды обращения. Это легко обьясняется из формулы равновесия сил (19):

$$\frac{M_П V^2}{R} = \frac{\gamma M_S M_П}{R^2}, \quad \text{или:} \quad V = \sqrt{\frac{\gamma M_S}{R}}.$$

Скорость движения по орбите V пропорциональна квадратному корню из массы звезды M_S. Но Солнце ($A = 18$) в 18 раз массивнее, чем р-звезда, поэтому скорость движения Урана $V_{УР}$ при том же расстоянии R будет в $\sqrt{18}$ раз больше, чем скорость е-планеты V:

$$V_{УР} = \sqrt{18}\, V.$$

Аналогично, период обращения Урана в $\sqrt{18}$ раз меньше, чем у е-планеты:

$$T_{УР} = T/\sqrt{18}.$$

§ 13. Основные результаты

1. Отличие гравитационных взаимодействий от электромагнитных взаимодействий в веществе заключается в том, что первые пропорциональны массам взаимодействующих обьектов, а вторые — пропорциональны зарядам. В результате коэффициенты подобия параметров атома и соответствующей планетной системы становятся зависимыми от массового числа A (одинакового для атомного ядра и соответствующей звезды) и от зарядового числа ядра Z (Z также равно количеству электронов в атоме и порядковому номеру химического элемента в Периодической таблице).

2. В водородной системе ($A = 1$, $Z = 1$) рассматривается подобие параметров между атомом водорода и планетной системой, состоящей из р-звезды (звезды-аналога протона, имеющей массу $M_{PS} = 1{,}11 \cdot 10^{29}$ кг $= 0{,}056 M_C$) и е-планеты (планеты-аналога электрона, имеющей массу $M_П = 6{,}06 \cdot 10^{25}$ кг $= 10{,}1\ M_З$, $M_З$ — масса Земли).

3. Безразмерный коэффициент подобия по скоростям S равен :

$S = S_0 \frac{A}{Z}$, $S_0 = 7{,}34 \cdot 10^{-4}$ – коэффициент подобия по скоростям для водородной системы, у которой $A = 1, Z = 1$.

4. Безразмерный коэффициент подобия по энергиям $Э$ равен :

$Э = Э_0 (A/Z)^2, Э_0 = 3{,}58 \cdot 10^{49}$ – коэффициент подобия по энергиям для водородной системы. Одновременно для $Э_0$ выполняется соотношение:

$Э_0 = \Phi S_0^2$, $\Phi = 6{,}654 \cdot 10^{55}$ — коэффициент подобия по массе.

Оценка величины $Э_0$, полученная из сравнения энергий ионизации атома кислорода и удельной энергии планет Солнечной системы, близка к величине $Э_0$ для водородной системы, превышая ее в 3 раза.

5. Полная энергия звезды без учета энергии покоя составляющих ее частиц складывается из потенциальной (гравитационной) энергии, внутренней (тепловой) энергии движения частиц, энергии излучения, энергии вращения, магнитной энергии и т.д. Для звезд главной последовательности полная энергия может быть записана в виде, аналогичном соотношению Эйнштейна между массой и энергией:

$$E_S = -M_S C^2 (A/Z)^2, \tag{86}$$

где E_S — полная энергия звезды, M_S — масса звезды, $C = 220$ км/с — звездная скорость, A — массовое число, Z — зарядовое число.

Для величины C выполняется соотношение:

$$C = S_0 c,$$

где S_0 — коэффициент подобия по скоростям для водородной системы, с = 299792 км/с — скорость света.

Величина $C(A/Z)$ является мерой средней скорости движения частиц звезды, поскольку выражение для полной энергии (86) имеет вид, пропорциональный кинетической энергии.

Сравнение полной энергии звезд по формуле (86) с результатами расчетов разных авторов (смотри Таблицу 16) показывает, что отклонение величины полной энергии звезд средних масс при эволюции на главной последовательности не превышает ± 23 % от среднего значения.

6. Безразмерный коэффициент подобия по размерам P равен:

$P = P_0 \frac{Z}{A}$, $P_0 = 5{,}44 \cdot 10^{22}$ — коэффициент подобия по размерам для водородной системы.

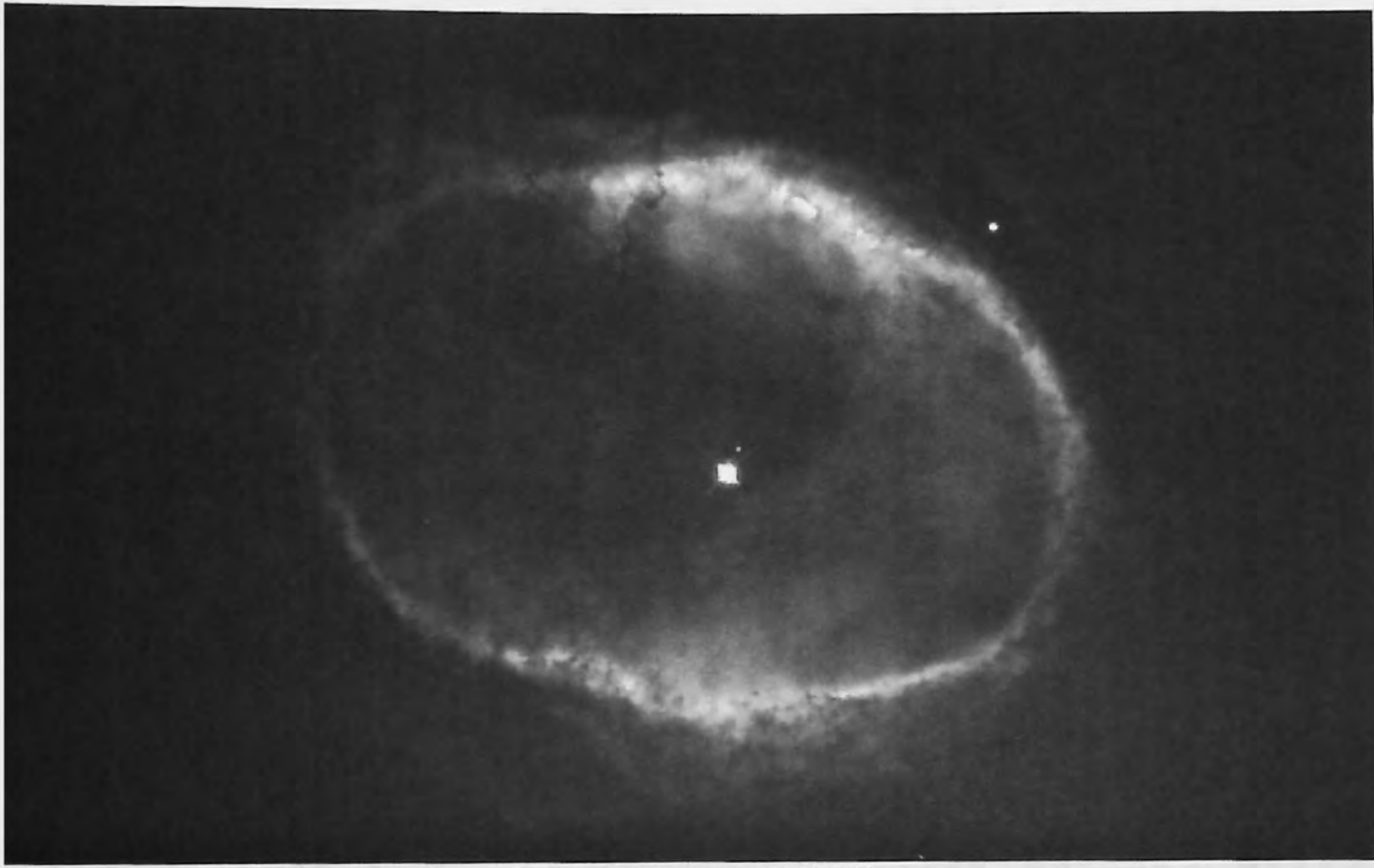
Оценки величины P_0, сделанные при сравнении длин связи двухатомных молекул и полуосей орбит тесных двойных звезд, размеров Солнечной системы и атома кислорода, размеров атомных ядер и радиусов звезд, а также с помощью радиуса орбиты Меркурия, оказываются того же порядка величины, что и P_0 для водородной системы.

7. Безразмерный коэффициент подобия по времени Π равен :

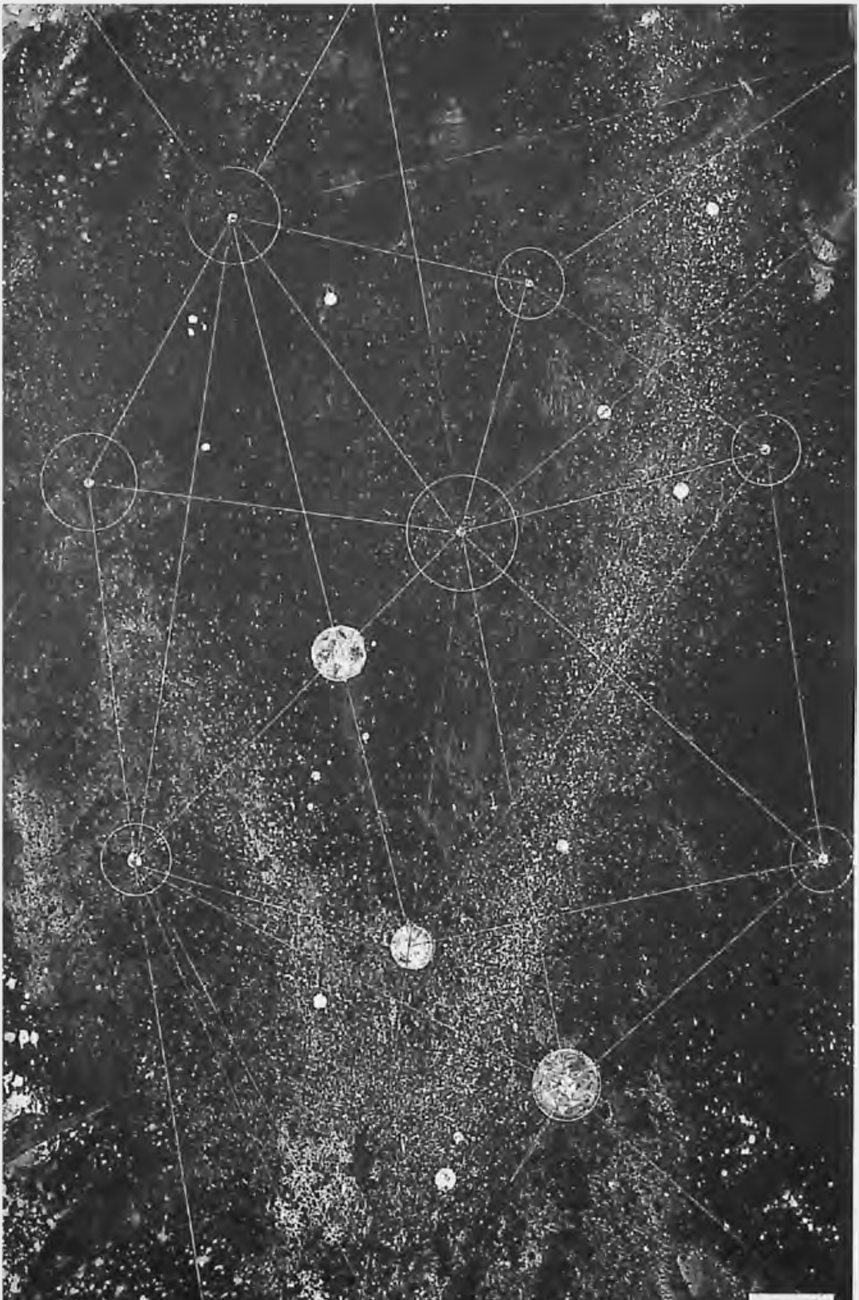
$\Pi = \Pi_0 (Z/A)^2, \Pi_0 = 7{,}41 \cdot 10^{25}$ – коэффициент подобия по времени для водородной системы. Одновременно для Π_0 выполняется соотношение:

$\Pi_0 = P_0 / S_0$, где P_0, S_0 — коэффициенты подобия по размерам и скоростям для водородной системы соответственно. Из величины Π_0 следует, что атомные (ядерные) процессы протекают приблизительно в 10^{26} раз быстрее, чем соответствующие процессы в планетных системах и звездах главной последовательности.

8. Сводка параметров водородной системы и коэффициентов подобия приведена в Таблице 23.



Планетарная туманность NGC 3132



ЧАСТЬ 2. ПОДОБИЕ АТОМНЫХ И ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

Глава 3. Вращательные движения

§ 14. Момент импульса и постоянная Планка. Орбитальные вращения планет в Солнечной системе

а) Постоянная Планка в физических законах.

Основная часть процессов в атоме, происходящих с трансформацией энергии, так или иначе связана с изменением импульса или момента импульса частиц. Изменение момента импульса носит квантовый характер, и мерой дискретности для момента импульса выступает постоянная Планка (квант действия) h:

$h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; часто используется также величина $\hbar$:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0545887 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с}. \qquad (87)$$

Приведем основные формулы, в которых фигурирует постоянная Планка.

1. Закон Планка, описывающий мощность излучения черного тела как функцию температуры T и длины волны λ:

$$dP_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{A}{(e^{hc/(\lambda kT)} - 1)} d\lambda, \qquad (88)$$

где dP_λ — мощность, излученная в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, c — скорость света, λ — длина волны излучения, $d\lambda$ — длина спектрального интервала, k — постоянная Больцмана, T — температура излучающего тела, A — площадь излучающей поверхности, $e = 2{,}718...$ — основание натурального логарифма.

2. Энергия W кванта излучения (фотона) и его импульс p:

$$W = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}, \qquad (89)$$

где ν — частота излучения, λ — длина волны, c — скорость света. Поскольку h есть элементарный момент импульса, а $\nu = 1/t$, где t — период волны, то формулу (89) можно трактовать так: энергия излучения W пропорциональна скорости изменения момента импульса излучающей частицы.

3. Дебройлевская длина волны $\lambda_Б$:

$$\lambda_Б = \frac{h}{m\text{v}} = \frac{h}{p}, \qquad (90)$$

где m — масса частицы, v — скорость частицы, p — импульс. Формула (90) ставит в соответствие каждой частице с импульсом p длину волны $\lambda_Б$, так что каждая движущаяся частица как бы связана с так называемой материальной волной. Материальные волны отражают волновые свойства частиц и тесно коррелируют с волнами вероятности и волновыми функциями в квантовой механике.

4. Качественные соотношения неопределенностей Гейзенберга [64]:

$$\Delta p\, \Delta x \geqslant h, \qquad (91)$$

$$\Delta E\, \Delta t \geqslant h. \qquad (92)$$

где Δp — неопределенность в измеренной величине импульса частицы,

Δx — неопределенность в измеренной величине координаты частицы,

ΔE — неопределенность в измеренной величине энергии частицы,

Δt — интервал времени измерения (или изменения) энергии частицы.

Соотношение неопределенностей (91) показывает, что невозможно измерить одновременно и импульс и координату частицы с такими малыми погрешностями, что произведение этих погрешностей будет меньше величины h. Предел точности здесь определяется тем, что наилучшие измерительные инструменты, которыми мы располагаем, имеют тот же размер, что и исследуемые частицы, так что при любом измерении нарушается движение измеряемой частицы. Соотношение неопределенностей (92) оказывается очень полезным для определения времени жизни короткоживущих элементарных частиц по известным значениям ширины уровней энергии. Точные соотношения неопределенностей для средних квадратичных отклонений канонически сопряженных величин, например, координаты X и импульса P_X, имеют вид:

$$\overline{\Delta X^2}\ \overline{\Delta P_X^2} \geqslant \frac{h^2}{16\pi^2}.$$

5. Моменты импульсов электронов L в атоме пропорциональны $\hbar$:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\,\hbar, \tag{93}$$

где ℓ — орбитальное (азимутальное) квантовое число. Момент импульса L является вектором, причем его проекции на произвольную ось z квантуются и могут принимать следующие значения:

$$L_Z = m\hbar, \tag{94}$$

здесь m — магнитное квантовое число, $-\ell \leqslant m \leqslant +\ell$.

6. Собственные моменты импульса I (спины) элементарных частиц и атомных ядер также пропорциональны величине $\hbar$. Например:

$I = \hbar/2$ — для протона, нейтрона, электрона, (95)

$I = \hbar$ — для фотона.

Кроме этого, величина $\hbar$ входит в уравнение Шредингера, определяющее волновую функцию частицы в заданном силовом поле $U(r)$ и являющееся краеугольным камнем квантовой механики. Таким образом, постоянная Планка характеризует атомные системы в целом, поскольку она соответствует элементарному моменту импульса атомных частиц.

б) Аналог постоянной Планка в звездных системах.

Определим с помощью теории подобия величину элементарного момента импульса $\hbar_S$, который характеризует вращение звезд и планет. Предположим, что в атомной системе частица массы m имеет орбитальный момент импульса, равный $\hbar$. Тогда будет справедливо равенство:

$$\hbar = m\mathrm{v}r, \tag{96}$$

где v — скорость частицы на орбите, r — радиус орбиты. Для подобной звездной системы должно выполняться аналогичное условие:

$$\hbar_S = MVR, \tag{97}$$

при этом отношение масс M/m есть коэффициент подобия по массам Φ. Отношение скоростей V/v есть коэффициент подобия по скоростям S из (27):

$$\frac{V}{\mathrm{v}} = S = S_0\frac{A}{Z},$$

а отношение размеров орбит R/r есть коэффициент подобия по размерам P из (61):

$$\frac{R}{r} = P = P_0 \frac{Z}{A}.$$

Разделим теперь (97) на (96) и используем коэффициенты подобия Φ, S, P:

$$\frac{\hbar_S}{\hbar} = \Phi S_0 \frac{A}{Z} P_0 \frac{Z}{A}.$$

В данной формуле массовое число A и зарядовое число Z сокращаются, так что отношение моментов импульсов от них не зависит. Подставляя величины $\hbar$ из (87), Φ из (11), S_0 из (46), P_0 из (64), найдем $\hbar_S$ и связанную с ней величину h_S:

$$\hbar_S = 2{,}8 \cdot 10^{41}\ \text{Дж} \cdot \text{с}, \quad h_S = 2\pi \hbar_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}\ \text{Дж} \cdot \text{с}. \tag{98}$$

Величина $\hbar_S$ должна быть характерной мерой орбитального момента импульса в звездных системах. Для атомных систем безразмерной величиной, характеризующей силу электромагнитного взаимодействия, является постоянная тонкой структуры α:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}, \quad \frac{1}{\alpha} = 137{,}035987,$$

здесь e — заряд электрона,
ε_0 — электрическая постоянная,
$\hbar$ — постоянная Планка,
c — скорость света.

Истинный смысл постоянной α заключается в том, что она равняется отношению скорости вращения электрона в основном состоянии в атоме водорода вокруг ядра к скорости света:

$$\alpha = \mathrm{v}/c.$$

В силу подобия для звездных систем аналогичной безразмерной величиной с учетом (97) и (103) является следующее выражение:

$$\alpha_S = \frac{V}{C} = \frac{\gamma M_{PS} M_П}{\hbar_S C} = \frac{1}{137}, \tag{98.1}$$

здесь γ — гравитационная постоянная,
M_{PS} — масса р-звезды из (14),
$M_П$ — масса е-планеты из (17),
$\hbar_S$ — звездная постоянная из (98), $\hbar_S = M_П V R$,
V — орбитальная скорость вращения е-планеты (смотри Таблицу 23),
R — радиус орбиты е-планеты,
C — звездная скорость из (45).

Чтобы скорость V в (98.1) выразить через постоянные величины, следует в (97) массу M заменить на массу планеты $M_П$, а в (103) вместо массы M подставить массу M_{PS}, тогда имеем:

$$R = \frac{\hbar_S}{M_П V} = \frac{\gamma M_{PS}}{V^2} \quad \text{или} \quad V = \frac{\gamma M_{PS} M_П}{\hbar_S}.$$

в) Распределение планет в Солнечной системе и электронов в атоме кислорода. Моменты импульса планет.

Рассмотрим электронную структуру атома кислорода. Согласно квантовой механике, она состоит из двух слоев и трех оболочек в соответствии со следующей схемой:

Главное квантовое число n:	1	2	
Слои:	K-слой	L-слой	
Азимутальное квантовое число ℓ:	0	0	1
Оболочка:	1s	2s	2p
Число электронов в оболочке:	2	2	4

Для четырех внутренних электронов в 1s и 2s оболочках азимутальное квантовое число $\ell = 0$, так что для них согласно (93) орбитальный момент импульса равен нулю. Для каждого из четырех электронов в 2p оболочке модуль орбитального момента равен $\sqrt{2}\,\hbar$, поскольку $\ell = 1$, а проекция момента импульса на ось z достигает величины $\hbar$ в соответствии с (94). Для сравнения Солнечной системы с атомом кислорода рассмотрим орбитальные моменты планет $L_{пл}$ (включая девятую планету Плутон), приведенные в Таблице 24.

Таблица 24

Орбитальные моменты импульса планет Солнечной системы.

Планета	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
$L_{пл}$, 10^{40} Дж·с	0,053	1,85	2,66	0,36	1937	779	169,5	250	0,033

Меркурий и Венера соответствуют 1s оболочке атома кислорода, Земля и Марс — 2s оболочке, а большие планеты, начиная с Юпитера — 2p оболочке. Из Таблицы 24 следует, что орбитальные моменты планет земной группы – от Меркурия до Марса — на 2–3 порядка меньше, чем у больших планет, что формально соответствует тому, что в атоме кислорода орбитальные моменты на 1s и 2s оболочках равны нулю, а весь орбитальный момент сосредоточен на 2p оболочке. Таким образом, распределение орбитального момента планет в Солнечной системе качественно совпадает с распределением момента в атоме кислорода.

Количественные оценки по Таблице 24 показывают, что орбитальные моменты у четырех больших планет изменяются более чем в 10 раз — от Юпитера до Урана, а среднее значение равно $78 \cdot 10^{41}$ Дж·с, что в 28 раз превышает величину (98). Основной причиной завышенного значения среднего орбитального момента по отношению к (98) является очень неравномерное распределение массы среди планет. В то же время в квантовой механике считается, что электроны не только имеют одинаковые массы и заряды, но и являются неразличимыми обьектами, что при их полуцелом спине приводит к антисиммметричности волновой функции. Большой разброс масс планет и подобие электронов друг другу можно обьяснить самим характером действующих сил. При электромагнитном взаимодействии результат зависит как от массы, так и от заряда частиц, а при гравитационном взаимодействии — только от массы. Поэтому образование и существование планет связано с одним параметром — массой, для электронов таких параметров два — масса и заряд. Большее количество связей для электронов сужает область, в которой возможно существование электронов, поэтому разброс их параметров существенно меньше, чем у планет.

Сравним удельные орбитальные моменты импульса планет и электронов с тем, чтобы исключить влияние разброса масс. Оказывается, что для планет неплохо выполняется формула Бора для возможных орбитальных моментов электрона в атоме водорода:

$$L = n\hbar, \tag{99}$$

где L — орбитальный момент электрона,
n — положительное целое число,
$\hbar$ — постоянная Планка.

Для удельных орбитальных моментов планет в Солнечной системе аналогично (99) можно записать:

$$\frac{L_{пл}}{M_{пл}} = K_1\, n\, \frac{\hbar_S}{M_П}, \tag{100}$$

где K_1 — коэффициент пропорциональности,
$L_{пл}$ — орбитальный момент импульса планеты,
$M_{пл}$ — масса планеты,
n — порядковый номер планеты,
$\hbar_S$ — звездная постоянная по (98),
$M_П$ — масса е-планеты (аналога электрона) по (17), $M_П = 6{,}06 \cdot 10^{25}$ кг.

Подобие формул (100) и (99) можно обьяснить следующим образом. В многоэлектронных атомах взаимодействие электронов друг с другом сравнимо по порядку величины с их взаимодействием с ядром атома. В планетных системах взаимное влияние планет настолько мало, что движение планет можно рассматривать независимо друг от друга. Поэтому мы можем считать, что планеты располагаются на таких орбитах, когда их момент квантуется (как квантовался бы момент в атоме водорода, если бы мы добавляли к нему невзаимодействующие друг с другом электроны). Найдем величины $\tilde{\hbar}_S$ для каждой планеты для проверки (100), используя Таблицу 24:

$$\tilde{\hbar}_S = \frac{L_{пл}\, M_П}{K_1\, M_{пл}\, n}, \tag{101}$$

а результат занесем в Таблицу 25 ($\tilde{\hbar}_S$ в единицах 10^{41} Дж·с) при оптимальном значении $K_1 = 0{,}5$:

Таблица 25

Величины $\tilde{\hbar}_S$ по (101) для планет Солнечной системы.

Планета	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
$\tilde{\hbar}_S$	3,36	2,3	1,8	1,66	2,48	2,76	2,38	3,68	3,74

Среднее значение по данным Таблицы 25 равно $2{,}8 \cdot 10^{41}$ Дж·с, что совпадает с (98). Таким образом, величина удельного орбитального момента импульса $K_1\, \hbar_S / M_П$ в (100) как мера импульса лучше характеризует изменение удельного орбитального момента в Солнечной системе, поскольку не зависит от колебаний массы планет. Данная величина равна:

$$K_1\, \hbar_S / M_П = 2{,}31 \cdot 10^{15}\ м^2/с. \tag{102}$$

Величина (102) оказывается также чертой, разграничивающей планеты от спутников. Если удельный орбитальный момент тела сравним или больше, чем (102), то это тело будет спутником Солнца (планетой), если же удельный момент будет меньше, то тело становится спутником одной из планет. Определим максимально возможный удельный орбитальный момент спутника планеты в Солнечной системе:

$$\frac{mV^2}{R} = \frac{\gamma M m}{R^2}$$ — условие равновесия спутника на орбите.

Отсюда находим:

$$V = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}, \qquad VR = \sqrt{\gamma M R}, \tag{103}$$

здесь m — масса спутника, V — скорость спутника на орбите вокруг планеты, R — радиус орбиты спутника, γ — гравитационная постоянная, M — масса планеты, VR — удельный орбитальный момент спутника. Чтобы величина VR была максимальной, возьмем планету с наибольшей массой — Юпитер, а в качестве R — расстояние 4 а. е. — среднее расстояние между планетами (большее расстояние брать нельзя, иначе спутник будет оторван соседними планетами). При этих предположениях максимальный удельный момент (103) будет равен $2{,}75 \cdot 10^{14}$ м²/с, что на порядок меньше, чем (102). Для сравнения приведем удельные орбитальные моменты Луны и спутников Юпитера Ганимеда и Каллисто:

$3{,}91 \cdot 10^{11}$, $1{,}2 \cdot 10^{13}$, $1{,}7 \cdot 10^{13}$ м²/с соответственно.

В то же время астероиды как спутники Солнца имеют значительные удельные моменты. Так, Церера с орбитой, лежащей между Марсом и Юпитером, имеет удельный орбитальный момент импульса $7{,}4 \cdot 10^{15}$ м²/с, что больше (102).

Обращаясь вновь к устройству атома, замечаем, что для электронов существуют многочисленные правила квантования их энергии, момента импульса, спина, проекций моментов на избранную ось и т. д., что обьясняется наличием электрических и магнитных сил, которые меняют полярность в зависимости от знака зарядов. Так, например, условие минимума энергии требует, чтобы в заполненной оболочке суммарные орбитальные и спиновые моменты электронов равнялись нулю. В планетных системах основное (гравитационное) взаимодействие имеет только одно направление, связанное с притяжением тел, так что правила квантования значительно упрощаются. Например, поскольку полная энергия планет практически не зависит от направления их вращения вокруг Солнца, то вопрос о направлении вращении планет связан в основном с вопросом об эволюции Солнечной системы в целом.

В § 7 был определен коэффициент подобия по энергиям $Э_0$ из сравнения удельных полных энергий планет Солнечной системы и энергий ионизации электронов в атоме кислорода. Данная величина $Э_0$ оказалась близкой к величине коэффициента подобия по энергиям, определенного из сравнения полных энергий звезд и энергий покоя атомных ядер. С другой стороны, величины удельных орбитальных моментов планет оказались пропорциональны звездному удельному моменту импульса (102) в формуле (100). Все это наводит на мысль о том, что если бы было возможно исключить взаимодействие электронов в атоме кислорода между собой, то такой атом был бы Солнечной системой в миниатюре.

§ 15. Вращение звезд и планет

а) Звезды малых масс.

Гипотеза образования звезд из газовых облаков и закон сохранения момента количества движения естественным образом приводят к тому, что звезды должны обладать спином, или собственным вращательным моментом. И действительно, все звезды вращаются, что можно определить с помощью эффекта Допплера по расширению линий звездного спектра. При наблюдении вращающейся звезды одна часть диска звезды приближается к наблюдателю, а другая удаляется, поэтому излучение первой части диска дает фиолетовое смещение, а другой части диска — красное смещение линий. Из измерений определяется величина $V_E \sin i$, где V_E — экваториальная скорость звезды, i — угол между осью вращения звезды и направлением на наблюдателя. Отсюда следует, что при $i = 0$ определить истинную скорость вращения звезды описанным методом невозможно.

Лучше всего определяется вращение звезд средних и больших масс, поскольку они имеют яркие спектры и большие скорости вращения > 100 км/с. Звезды с массой менее 1,5 M_C имеют средние скорости вращения, не превышающие 50 км/с. С другой стороны, при малых скоростях вращения < 30 км/с расширение линий вследствие эффекта Допплера мало и сравнимо с расширением линий от эффекта турбулентности, теплового движения атомов и микроскопического эффекта Штарка [125]. Для самых слабых звезд проблемой является также и получение различимого спектра. Поскольку в связи с трудностями измерений распределение скоростей вращения для звезд-карликов отсутствует, сделаем оценку возможной скорости вращения р-звезды (звезды-аналога протона), имеющей массу $M_{PS} = 0{,}056 M_C$ согласно (15). Спин

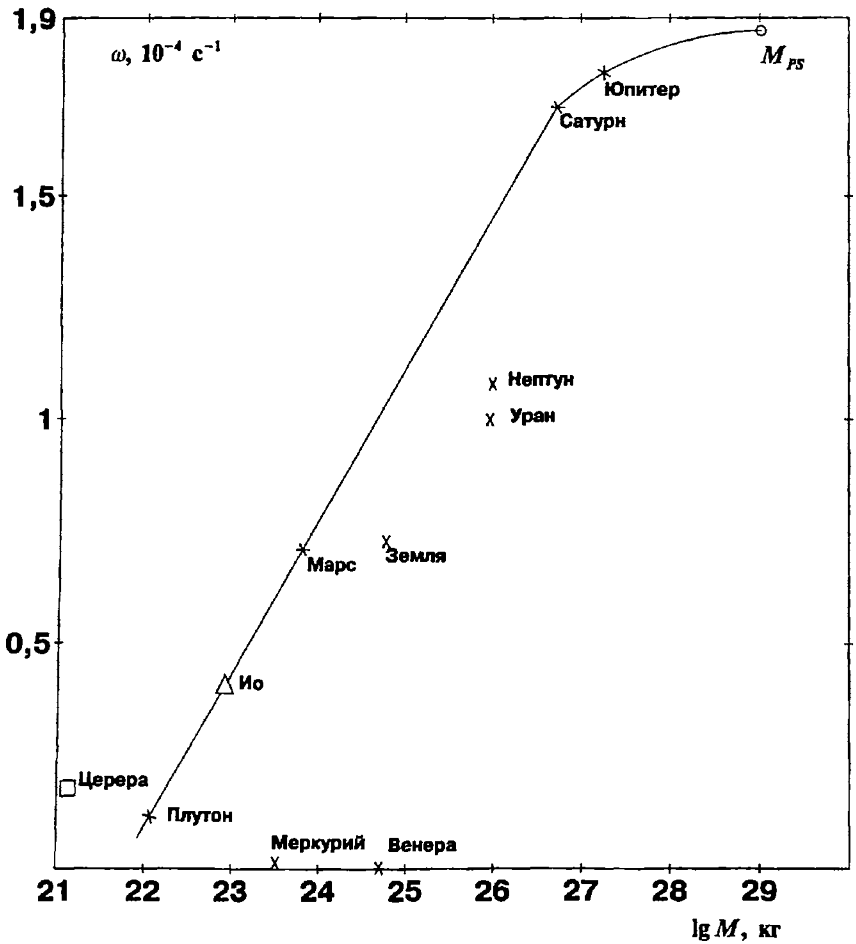


Рис. 19. Угловые скорости собственного вращения планет Солнечной системы. Обозначения: □ – астероид Церера, Δ – спутник Юпитера Ио, X – 9 главных планет. Точкой M_{PS} обозначена предполагаемая скорость вращения р-звезды.

I звезды в предположении твердотельного вращения можно вычислить следующим образом:

$$I = K M_S V_E R_S, \tag{104}$$

где K — коэффициент, зависящий от распределения вещества в звезде. При равномерном распределении вещества $K = 0{,}4$, в звездах $K < 0{,}4$. M_S — масса звезды, V_E — скорость вращения на экваторе, R_S — радиус звезды.

При очень больших скоростях вращения формула (104) будет не совсем точной, поскольку экваториальный радиус звезды будет превышать полярный радиус, а форма звезды будет отличаться от шара.

Предположим, что выполняется принцип подобия между протоном и р-звездой в отношении спина, и если максимальный спин протона равен $\hbar/2$, то наибольший спин р-звезды должен равняться $\hbar_S/2$, где $\hbar_S$ — звездная постоянная (98).

По формуле (104) находим :

$$V_E = \frac{\hbar_S}{2 K M_{PS} R_{PS}},$$

где положим, что $K = 0{,}1$, R_{PS} — из (81).

Тогда $V_E = 141$ км/с. Полученное значение экваториальной скорости действительно больше обычно наблюдаемых скоростей вращения у звезд-карликов, хотя и не превышает предельных скоростей вращения у звезд главной последовательности. Другой способ оценки скорости вращения, возможно не очень корректный, для р-звезды заключается в экстраполяции угловой скорости вращения планет Солнечной системы. Зависимость угловой скорости вращения планет от массы приведена на рисунке 19, добавлены также спутник Юпитера Ио и астероид Церера. Из рисунка 19 видно, что многие планеты сильно заторможены по отношению к линии, проведенной через планеты с наибольшим вращением. Меркурий и Венера вращаются очень медленно вокруг своих осей, причем Венера имеет обратное вращение, так что орбитальный и спиновый моменты импульса направлены противоположно. Замедление вращения Земли хорошо объясняется лунными приливами. В другой паре заторможенных планет, включающей Уран и Нептун, также имеется особенность — Уран вращается, лежа на боку и направления орбитального и спинового моментов импульса у него почти перпендикулярны.

Для определения возможной угловой скорости вращения р-звезды сделаем экстраполяцию на рисунке 19 по линии быстровращающихся планет к р-звезде с массой $1{,}11 \cdot 10^{29}$ кг. Данной массе соответствует угловая частота $\omega = 1{,}87 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ (обозначена на рисунке 19 символом M_{PS}). Экваториальную скорость V_E можно выразить через угловую частоту ω и радиус звезды R_S:

$$V_E = \omega R_S, \tag{105}$$

откуда для р-звезды получается $V_E = 16{,}7$ км/с . Тогда спин р-звезды по формуле (104) при $K = 0{,}1$ будет равен:

$$I_{PS} = 1{,}64 \cdot 10^{40} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

что в 8,5 раз меньше, чем величина $\hbar_S/2$.

Как будет показано далее в § 21 , средняя скорость движения частиц в р-звезде равна $C = 220$ км/с (формула (162)), причем это движение можно считать хаотическим. Проделаем следующий мысленный эксперимент: мгновенно заморозим все частицы звезды и отметим, куда они двигались, с целью определения мгновенного момента импульса. Одна треть частиц (в среднем) двигалась параллельно некоторой избранной оси вращения, другая треть — перпендикулярно, удаляясь от оси вращения. Эти частицы не дадут вклад в момент импульса. Остается еще одна треть частиц, кружившихся вокруг оси вращения, для которых можно найти момент импульса. Здесь неважно, что половина этой трети частиц кружится в одну сторону, а другая половина — в противоположную сторону, поскольку мы ищем максимально возможный импульс частиц вокруг оси вращения. Назовем этот момент статистическим моментом импульса. Величина его по (104) будет равна:

$$I'_{PS} = \frac{3}{4}\left(\frac{M_{PS}}{3}\right) C R_{PS},$$

коэффициент 3/4 появляется из-за того, что скорость предполагается одинаковой для всех частиц и равной C. Подставляя значения массы и радиуса р-звезды, получим:

$$I'_{PS} = 5{,}4 \cdot 10^{41}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

С учетом неточности нашей оценки величина I'_{PS} оказывается достаточно близкой к величине звездной постоянной $\hbar_S$ (98). Отсюда самым парадоксальным образом вытекает относительное подобие спинов протона и р-звезды: спин протона пропорционален $\hbar/2$, а статистический момент импульса частиц р-звезды того же порядка, что и звездная постоянная $\hbar_S$.

б) Вращение Солнца.

Солнце как ближайшая звезда изучена наиболее тщательно и в отношении своего вращения, которое можно проследить по перемещению солнечных пятен, по факелам, а также по расширению спектральных линий из-за эффекта Допплера. Стандартная эмпирическая формула для угловой скорости вращения Солнца имеет следующий вид [125]:

$$\omega = 13{,}7^\circ - 2{,}7^\circ \sin\varphi, \tag{106}$$

здесь ω — угловая скорость вращения в дуговых градусах за сутки,
φ — гелиографическая широта, $\varphi = 0$ на экваторе.

Согласно (106) период вращения Солнца зависит от широты: на экваторе период вращения относительно звезд равен 26,28 земных суток, на широте 75° период достигает 32 суток. Таким образом, Солнце вращается не совсем как твердое тело. По формулам (105), (106) для экваториальной скорости Солнца находим величину 1,925 км/с. Если предположить твердотельное вращение и однородность плотности Солнца по обьему, то $K = 0{,}4$ в (104) и спин Солнца будет равен:

$$I_C = 10{,}66 \cdot 10^{41}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

Если учесть неравномерное распределение массы внутри Солнца, то согласно [5] спин будет меньше в 6,66 раз:

$$I_C = 1{,}6 \cdot 10^{41}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \tag{107}$$

Величина спина Солнца (107) оказывается очень близкой к величине $\hbar_S/2$:

$$\hbar_S/2 = 1{,}4 \cdot 10^{41}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \tag{108}$$

Заметим, что спины атомных ядер в невозбужденном состоянии пропорциональны величине $\hbar/2$. Для примера в Таблице 26 приведены спины ядер некоторых изотопов из [158] в единицах $\hbar$.

Таблица 26

Спины ядер некоторых изотопов.

Атомный номер (зарядовое число Z)	Изотоп	Спин ядра I в единицах $\hbar$		
1	^{1}H, ^{2}H	1/2		1
2	^{3}He, ^{4}He	1/2		0
6	^{12}C, ^{13}C	0		1/2
7	^{14}N, ^{15}N	1		1/2
8	^{16}O, ^{17}O, ^{18}O	0	5/2	0
10	^{20}Ne, ^{21}Ne, ^{22}Ne	0	3/2	0
11	^{23}Na		3/2	
12	^{24}Mg, ^{25}Mg, ^{26}Mg	0	5/2	0
13	^{27}Al		5/2	
14	^{28}Si, ^{29}Si, ^{30}Si	0	1/2	0
15	^{31}P		1/2	

Спины ядер, имеющих четное зарядовое число Z и четное массовое число A, в основном состоянии равны нулю (массовое число A указано слева вверху возле каждого изотопа). Спины четно-нечетных и нечетно-четных ядер отличаются от нуля и пропорциональны $\hbar/2$, что обьясняется спин-орбитальным взаимодействием нуклонов в ядре и компенсацией моментов для четного количества нуклонов (отдельно для протонов и нейтронов). Согласно Таблице 26 спин ядра — изотопа кислорода $^{18}_{8}O$ равняется нулю.

Тогда подобие Солнца и данного изотопа кислорода в отношении спина не выполняется. Мы можем сравнить эту ситуацию с той, которая была рассмотрена в предыдущем параграфе в отношении орбитального момента. Исходя из квантовой механики, орбитальные моменты электронов на 1s и 2s оболочках атома кислорода должны равняться нулю. Перейдя к Солнечной системе, мы видели, что орбитальные моменты Меркурия, Венеры, Земли и Марса отнюдь не равны нулю (хотя существенно меньше, чем $\hbar_S$), а их удельные моменты соответствуют закону Бора (100). Аналогично, спин Солнца оказался не равен нулю, но близок к величине минимального размера спина ($\hbar/2$ для атомов и $\hbar_S/2$ для звезд).

в) Звезды средних и больших масс.

Многочисленные измерения вращательных скоростей звезд показывают, что начиная со звезд массой 1,2 M_C средние экваториальные скорости вращения быстро растут с увеличением массы звезды. Приведем данные из работы [274]:

Исследуемые спектральные классы звезд:	F2 — F8	A3 — F1
Средняя масса звезд на ГП:	1,25 M_C	1,5 M_C
Количество наблюдаемых звезд:	136	102
Средние скорости вращения $V_E \sin i$, км/с:	48	132

Авторы [274] предполагают также, что твердотельное вращение является лучшим приближением для звезд указанных масс, чем дифференциальное, при котором ядро и оболочка могут иметь разные скорости вращения.

В большинстве работ приводятся зависимости скоростей вращения $V_E \sin i$ от спектрального класса. Однако более наглядной является зависимость скорости вращения не от спектрального класса, а от массы звезд или от массового числа $A = 18\, M_S/M_C$. В [239] приведена зависимость скорости вращения для звезд спектральных классов B0 — G0, что приблизительно соответствует массам звезд от 13,3 M_C до 1,3 M_C. Используя данные Таблицы 8, можно от спектральных классов перейти к массам звезд, а затем с помощью (6) — к массовым числам A. В результате можно построить зависимость вращательной скорости $V_E \sin i$ от массового числа A, которая приведена на рисунке 20. Скорости определялись по профилю спектральных линий, было измерено несколько сотен звезд. Фактически приведены две зависимости — для звезд галактического фона — крестиками и для звезд в скоплениях — точками.

Из рисунка 20 следует, что скорости звезд средней и большой массы в основном находятся в диапазоне 100–200 км/с, чему соответствуют достаточно большие спины. Оценка величины спина I_S по формуле (104) при $K = 0,1$ сделана в Таблице 27 для звезд в скоплениях при предположении твердотельного вращения. Массы и радиусы звезд соответствуют Таблице 8.

Таблица 27

Средние параметры вращения звезд скоплений.

Масса, M_S/M_C	A	Радиус, R_S/R_C	$V_E \sin i$, км/с	Период вращения, часы	Спин I_S, 10^{44} Дж·с
1,66	30	1,5	70	26,1	0,244
2,8	50	2,25	145	18,9	1,26
3,2	58	2,5	185	16,5	2,05
4,39	79	3,1	180	21	3,39
6,55	118	4,05	170	29	6,24
9,4	169	4,9	158	37,9	10,07

Из Таблицы 27 следует, что спин звезд непрерывно растет с массой, превышая на 3–4 порядка величину $\hbar_S$ по (98). Возможно следующее обьяснение сложившейся ситуации. Согласно правилам квантования в атоме как орбитальные, так и спиновые моменты в заполненных оболочках компенсируются, поэтому полные моменты таких оболочек равны нулю. Это справедливо как для электронов в атоме, так и для нуклонов в атомном ядре. В результате спины ядер не являются линейной функцией от массы ядер, а колеблются от нуля до более чем 25/2 $\hbar$ (для Урана ^{235}U в возбужденном состоянии). Для орбитального момента планет Солнечной системы никакой компенсации не существует, все планеты вращаются в одну сторону и с увеличением числа планет общий орбитальный момент растет. В предыдущем параграфе это обьяснялось тем, что гравитационные силы в основном являются силами притяжения, а электомагнитные силы — и притяжения и отталкивания. Логично предположить, что нет компенсации и в отношении спинового момента планет и звезд. Для планет это подтверждается рисунком 19, где более массивным планетам соответствуют большие угловые скорости вращения, а для звезд — данными Таблицы 27.

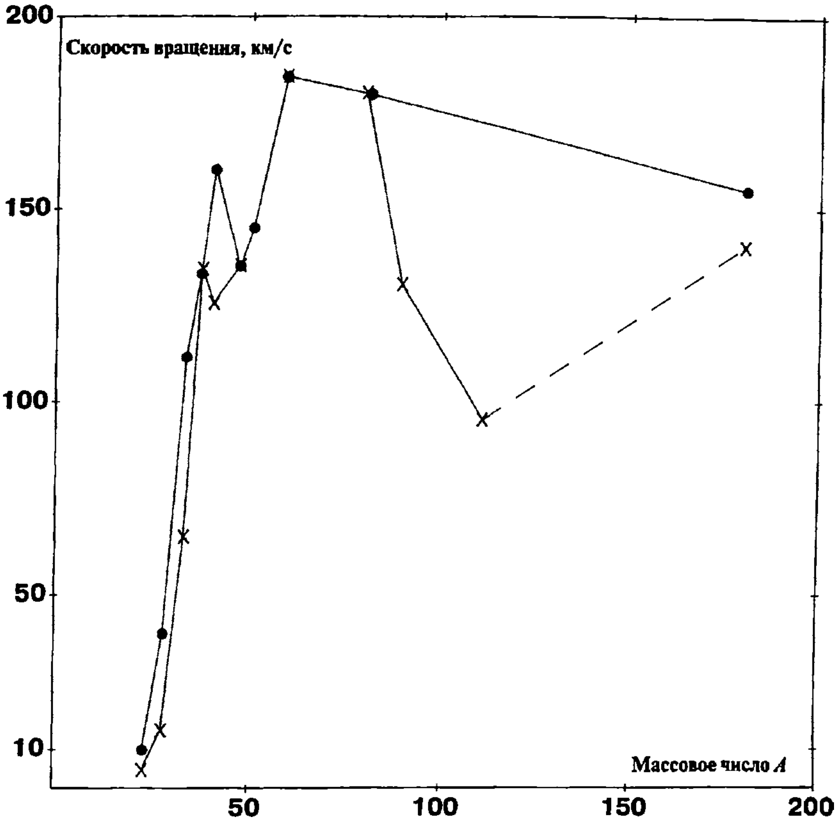


Рис.20.Зависимость скорости вращения поверхности звезд $V_E \sin i$ от массового числа A. × – звезды галактического фона, ● – звезды в скоплениях.

г) Справедлива ли гипотеза образования планетных систем из газово-пылевых облаков?

Рассмотрим возможный процесс образования звезды и ее планет из газовопылевого облака с точки зрения закона сохранения вращательного момента. Начальный вращательный момент облака должен распределиться между орбитальными моментами и спином планет, а также спином звезды. Спин звезды можно оценить, зная ее массу, радиус и экваториальные скорости вращения по формуле (104). Спином планет, как показывает пример Солнечной системы, можно пренебречь по сравнению с орбитальным моментом. Предположим теперь, что все звезды имеют планетные системы. Для оценки суммарного орбитального момента планет воспользуемся формулой Бора (99), предполагая, что массы планет одинаковы и равны массе е-планеты M_n . Тогда орбитальный момент планеты с номером n будет равен:

$$L_n = n\hbar_s,$$

а суммарный орбитальный момент L всех планет будет такой :

$$L = \sum L_n = \hbar_S \sum_{n=1}^{Z} n = \hbar_S \frac{Z(Z+1)}{2}, \qquad (109)$$

где Z — зарядовое число, равное числу планет и числу электронов в соответствующем атоме.

Общий момент звездной системы складывается из спина звезды I_S и момента L планет:

$$I_S + L = K M_S V_E R_S + \hbar_S \frac{Z(Z+1)}{2}. \qquad (110)$$

Момент (110) должен равняться вращательному моменту газово-пылевого облака, из которого образовалась звездная система. Предположим вначале, что радиус исходного газового облака есть R, а масса равняется массе звезды M_S. При вращении всех слоев такого облака в одну сторону при условии его однородности по плотности вращение его будет твердотельным. Из условия равновесия (103) найдем скорость V газовых частиц на экваторе облака:

$$V = (\frac{\gamma M_S}{R})^{1/2}.$$

Спин I облака по (104) будет равен:

$$I = 0{,}4 M_S V R = 0{,}4 M_S (\gamma M_S R)^{1/2}.$$

Радиус R облака можно найти через плотность ρ и массу M_S облака:

$$M_S = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho.$$

Тогда для спина I получим:

$$I = 0{,}4\,(\gamma)^{1/2}\,(\frac{3}{4\pi\rho})^{1/6}\, M_S^{5/3}. \qquad (111)$$

Учтем теперь, что равновесие облака поддерживается не только вращением, но и давлением самого газа, при этом движение частиц может быть хаотическим. В результате спин реального облака окажется существенно меньше из-за компенсации орбитальных моментов газовых (пылевых) частиц. Поэтому в (111) необходимо ввести уменьшающий коэффициент D. Выразим массу звезды M_S через массовое число A и звездную единицу массы по (4) и (12) и подставим в (111):

$$M_S = A M_{US}, \quad I = 0{,}4\, D\,(\gamma)^{1/2}\,(\frac{3}{4\pi\rho})^{1/6}\, M_{US}^{5/3} A^{5/3}, \qquad (112)$$

где D — коэффициент компенсации орбитальных моментов частиц облака, $D < 1$. Обозначим множитель перед $A^{5/3}$ в (112) через B и приравняем (110) и (112):

$$I_S + L = B A^{5/3}. \qquad (113)$$

Если построить зависимость логарифма левой части (113) от логарифма массового числа A, то согласно (113) должна получиться прямая линия с наклоном 5/3 . Данная зависимость приведена на рисунке 21. Полные вращательные моменты определялись по формуле (110), спин каждой звезды определялся по ее экваториальному вращению (смотри рисунок 20 и Таблицу 27). Величины Z были взяты в Периодической таблице химических элементов по известному массовому числу A. Точкой С на рисунке 21 указан полный момент Солнечной системы, заключенный в основном в орбитальном вращении планет (что характерно для всех маломассивных звезд из-за их малого собственного спина). Точка Р показывает полный момент р-звезды, складывающийся из момента орбитального вращения одной планеты и спина р-звезды. Для р-звезды

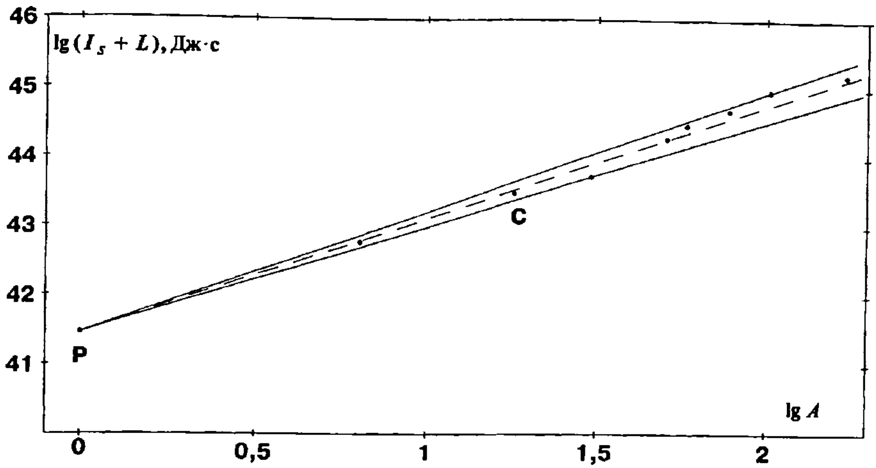


Рис. 21.Зависимость полного вращательного момента импульса планетной системы от массового числа звезды A. Точка Р – р-звезда, С – Солнечная система, остальные точки согласно соотношения (110) и данных из Таблицы 27. Средняя штриховая линия проведена по соотношению (113).

$A = 1$, $Z = 1$ и орбитальный момент в основном состоянии равняется $\hbar_S$ согласно (109). Спин р-звезды I_{PS} по оценке в пункте а) данного параграфа в 8,5 раз меньше, чем величина $\hbar_S/2$.

Все точки на рисунке 21 лежат между двумя прямыми. Для верхней прямой наклон равен 1,76 , для нижней прямой наклон равен 1,54. Штриховая линия на рисунке 21, имеющая наклон $5/3 = 1{,}66$, лежит посередине между верхней и нижней линиями. Таким образом, предположения о наличии планетных систем у звезд и образование звездных систем из слабовращающихся газово-пылевых облаков вполне совмещаются друг с другом.

Из рисунка 21 и (113)можно оценить величину B:

$$B = 3{\cdot}10^{41}\,\text{Дж·с}. \tag{114}$$

Величина B при $A = 1$ должна быть полным моментом импульса системы р-звезды, и она оказывается близкой к звездной постоянной $\hbar_S$. Если бы мы знали значение коэффициента D, то из (112) можно было бы определить и значение плотности газовых облаков, рождающих звезды. О вероятных причинах перераспределения момента импульса между звездами и планетами (потеря массы, магнитное торможение в протопланетном диске и в звездах) смотри дополнительно § 38.

д) Предельные скорости вращения звезд.

В связи с тем, что отдельные звезды показывают очень быстрое вращение (скорость на экваторе до 500 км/с), встает вопрос об устойчивости таких звезд. Очевидно, что если скорость вращения достигнет величины, когда центробежная сила сравняется с силой притяжения, начнется распад звезды за счет отрыва частей оболочки. Критическое вращение моделей звезд было рассмотрено в ряде работ, например в [177], [289], [350]. Результаты вычислений этих авторов приведены на рисунке 22. Обозначения на рисунке имеют следующий смысл:

1. ▲ – критические скорости вращения моделей звезд в стадии начальной главной последовательности НГП, а ■ — то же для стадии ухода с главной последовательности ВГП по данным [289]. Авторы этой работы сделали лишь оценку предельных скоростей, взяв модели сферических звезд по Ибену, задав отношение радиусов $R_{экватора}/R_{полюса} = 1{,}45$ и приравняли силу притяжения на экваторе центростремительной силе.

2. ×— критические скорости моделей звезд по [350] на стадии НГП. При расчете 64 моделей звезд с вращением использовался химический состав вещества звезд 67 % водорода, 30 % гелия и 3 % тяжелых элементов. Массы моделей от 5 до 15 M_C.

3. ● — предельное твердотельное вращение звезд по [177] на стадии НГП, массы звезд — 4, 6, 8 M_C.

Рассмотрим вопрос о предельной скорости вращения звезд с точки зрения теории подобия. Как известно, для атомных систем предельной скоростью движения является скорость света $c = 299792$ км/с. В соответствии с результатами главы 2, для звезд главной последовательности аналогичной величиной является скорость $C\ (A/Z)$ из (86), где $C = 220$ км/с, A — массовое число звезды, Z — зарядовое число. При этом скорость $C\,(A/Z)$ является также и мерой средней скорости движения частиц в звезде, поэтому если скорость некоторых частиц звезды превысит это значение, то такие частицы могут покинуть звезду. Можно поэтому считать, что скорость $C\,(A/Z)$ есть предельная скорость вращения звезды на экваторе. Отношение A/Z колеблется от одного химического элемента к другому, что видно из рисунка 8, где приведена зависимость $(A/Z)^2$ от A для всех стабильных изотопов. С учетом колебания отношения A/Z на

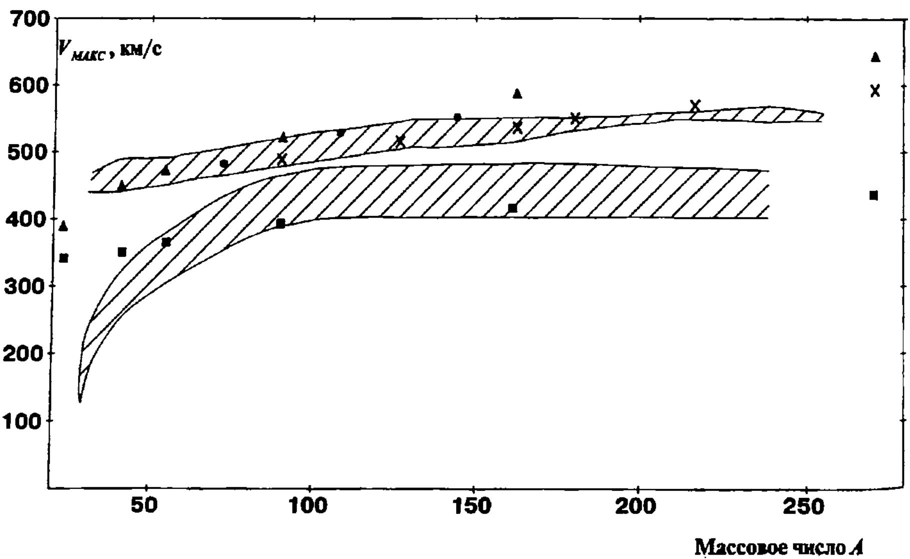


Рис. 22. Предельные экваториальные скорости вращения звезд главной последовательности. Обозначения: ▲ – критические скорости вращения моделей звезд на стадии НГП из [289], ■ – то же самое на стадии ВГП, × – критические скорости вращения моделей звезд НГП из [350], ● – предельное твердотельное вращение звезд по [177]. Верхняя заштрихованная полоса – скорости $C(A/Z)$ как предельные скорости для звезд, нижняя заштрихованная полоса – предельные наблюдаемые скорости вращения звезд согласно [357].

рисунке 22 приведена зависимость величины $C(A/Z)$ от A в виде заштрихованной верхней полосы. Видно, что внутрь этой полосы попадают теоретически расчитанные критические скорости вращения моделей звезд из [177], [289], [350]. Увеличенные значения скоростей из [289] при $A > 163$ обьясняются неточностью оценки скоростей, сделанной авторами при завышенном отношении $R_{экватора}/R_{полюса}$.

Нижняя заштрихованная полоса показывает предельные наблюдаемые скорости вращения звезд согласно [357], которые оказываются меньше, чем величина $C(A/Z)$.

е) Спин планет.

В § 14 для планет Солнечной системы было найдено, что подобие с атомными системами в отношении квантования орбитального вращательного момента выполняется только для удельных моментов в виде формулы Бора. Как было показано выше, подобие в отношении спина звезд не выполняется. Рассмотрим ситуацию со спином планет Солнечной системы. Используем формулы (104) и (105) для спина $I_{пл}$:

$$I_{пл} = KM_{пл}V_E R_{пл} = KM_{пл}\omega R_{пл}^2 = KM_{пл}\frac{2\pi}{T_{пл}}R_{пл}^2, \tag{115}$$

где K — коэффициент, зависящий от распределения вещества в звезде, обычно $K < 0{,}4$,
$M_{пл}$ — масса планеты,
V_E — скорость вращения на экваторе,
$R_{пл}$ — радиус планеты,
ω — угловая частота вращения планеты вокруг своей оси,
$T_{пл}$ — период собственного вращения планеты.

Величины $M_{пл}, R_{пл}, T_{пл}$ можно найти в Таблице 1. Значения K для некоторых планет определены с помощью теоретических моделей, а для Луны с помощью искусственных спутников найдено $K = 0{,}392$. В Таблице 28 приведены данные для спина планет (в скобках указан показатель степени десятичного множителя), величины K взяты в [72], данные для $I_{пл}$ больших планет — из [43]. Для Плутона спин расчитан в предположении, что $K = 0{,}4$.

Таблица 28

Спин планет Солнечной системы.

Планета	K	$I_{пл}$, Дж·с	
Меркурий	0,324	7,97	(29)
Венера	0,332	1,78	(31)
Земля	0,3315	5,87	(33)
Марс	0,365	2	(32)
Юпитер		4,1	(38)
Сатурн		7,1	(37)
Уран		1,4	(36)
Нептун		2,1	(36)
Плутон		7,8	(28)

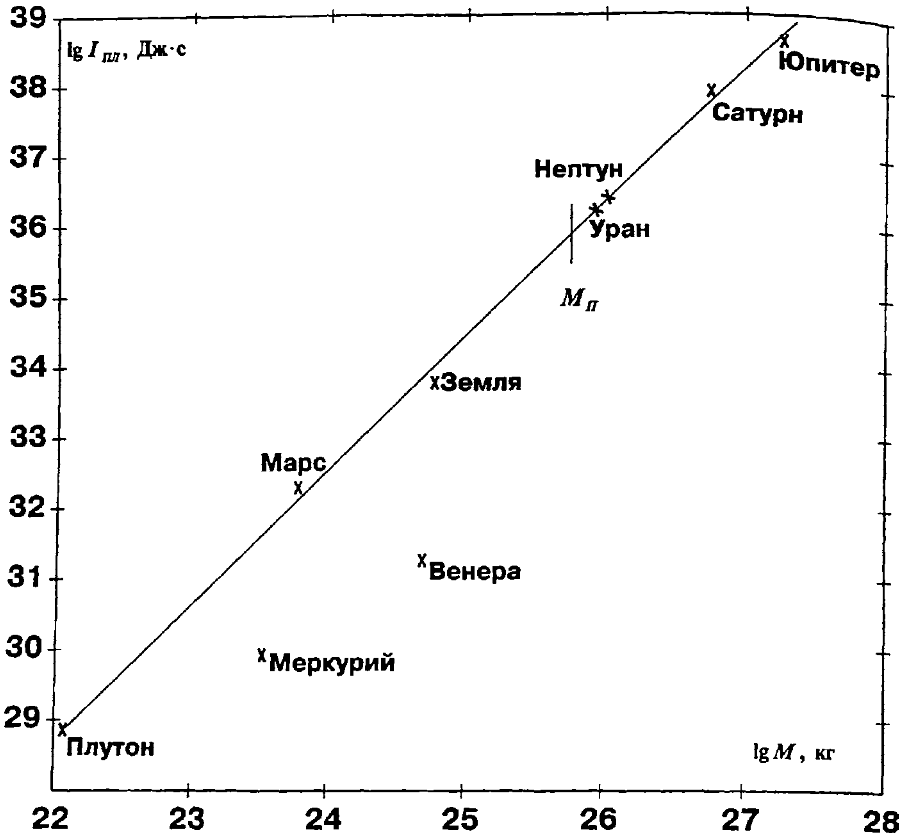


Рис.23.Зависимость спина планет Солнечной системы от массы. Вертикальная черта возле символа $M_п$ указывает спин е-планеты.

На рисунке 23 приведена зависимость спина планет от их массы в логарифмических единицах. Через планеты с наибольшим спином проведена прямая с наклоном 1,88, то есть спин планет пропорционален $M_{пл}^{1,88}$. Из графической зависимости можно найти спин е-планеты по ее массе из (17):

$$I_п = 7{,}9\cdot 10^{35}\,\text{Дж}\cdot\text{с}. \qquad (116)$$

Местоположение для е-планеты на рисунке 23 показано чертой и символом $M_п$. Сравним спин е-планеты со спином электрона, равным $\hbar/2$. Исходя из подобия с электроном спин е-планеты должен равняться $\hbar_s/2 = 1{,}4\cdot 10^{41}$ Дж·с. Найденное же нами значение спина е-планеты (116) значительно меньше $\hbar_s/2$. Следовательно, подобие систем в отношении спина планет и электронов отсутствует, если считать, что спин электрона равен $\hbar/2$, а вращение планет в звездных системах соответствует вращению планет Солнечной системы. Вопрос квантования спинов планет будет рассмотрен далее в § 31.

§ 16. Магнетизм планет

а) Магнитное поле Земли.

Напомним основные положения, характеризующие земной магнетизм. Земное магнитное поле сходно с полем сферического магнита, ось которого наклонена к оси вращения Земли приблизительно на 11 градусов. Направления спина Земли и магнитного момента противоположны, поэтому северный магнитный полюс находится рядом с южным географическим полюсом. В 1839 г. Гаусс разложил земное магнитное поле по сферическим функциям и доказал, что почти весь земной магнетизм определяется источниками внутри Земли. Позднее геофизические измерения показали, что около 95 % поля генерируется на больших глубинах, а остальное поле — токами в коре Земли и в ионосфере. В настоящее время общепринятой точкой зрения на природу геомагнетизма является генерация магнитного поля в расплавленном ядре Земли за счет динамо-механизма. Однако в связи с большой сложностью уравнений магнитного поля и гидродинамики теория гидродинамического динамо до конца не построена.

Вещество жидкого металлического ядра может принимать участие в трех сложных движениях: в дифференциальном вращении вокруг центра Земли (с разными скоростями вращения для разных слоев), в конвективных потоках из-за разности температур и плотностей, а также в магнитогидродинамических колебаниях. Комбинации этих движений, так или иначе связанных с вращением планеты, могут привести к возбуждению токов, поддерживающих магнитное поле. Движение вещества и компенсация омических потерь при протекании токов могут осуществляться за счет энергии вращения, радиоактивных источников тепла или гравитационной энергии. Обнаружено, что магнитное поле Земли претерпевает периодические изменения по амплитуде, причем определены различные периоды от 60 до 7500 лет. Некоторые колебания с периодами порядка 100 лет показывают тесную связь с вариациями в скорости вращения Земли.

Согласно археомагнитным и палеомагнитным исследованиям, магнитное поле Земли в прошлом неоднократно меняло свою полярность. Продолжительность эпох одной полярности значительно колебалась с величиной от 10000 лет до 660000 лет [159].

Земля обладает развитой магнитосферой, благодаря которой значительная часть заряженных частиц высокой энергии задерживается в радиационных поясах, расположенных на высоте от нескольких сотен километров до расстояния 6—10 радиусов Земли. При солнечных вспышках потоки заряженных частиц вторгаются в магнитосферу Земли, приводя к магнитным бурям, прекращению радиосвязи в метровых волнах и полярным сияниям.

Напряженность магнитного поля диполя на поверхности Земли составляет около 24,5 А/м на магнитном экваторе и в 2 раза большую величину на магнитном полюсе. Для модуля напряженности магнитного поля диполя можно написать формулу из [235]:

$$H = \frac{P_M}{4\pi R^3}\,(3\cos^2 Q + 1)^{1/2}, \qquad (117)$$

где P_M — дипольный магнитный момент,

R — радиус планеты,

Q — угол между осью диполя и направлением на точку поверхности планеты, в которой измеряется напряженность магнитного поля. Из (117) для магнитного момента диполя Земли получаем величину P_M:

$P_M = 7{,}98{\cdot}10^{22}$ Дж/Тл .

б) Корреляции магнитных моментов планет Солнечной системы.

Благодаря успехам космонавтики в 70-ых годах оказалось возможным измерить магнитные поля у планет земной группы, а также у Юпитера, Сатурна и Урана. Ориентации магнитных диполей у Меркурия, Венеры и Земли относительно плоскости эклиптики совпали, а у Марса и больших планет направление магнитного диполя оказалось противоположным земному [201], [303]. Интересно, что ось магнитного диполя Урана сильно сдвинута относительно оси его вращения (Уран вращается почти лежа на боку, а его магнитный момент близок по направлению к магнитным моментам других нормально-вращающихся планет). По данным [238], ось магнитного диполя Нептуна составляет 50° с осью вращения планеты. В связи с незавершенностью теории магнетизма Земли полезно сравнить магнитные моменты планет Солнечной системы в надежде найти некоторые закономерности. Например, в [332] рассматривается связь между магнетизмом планет и приливными возмущениями от спутников планет (или от Солнца для Меркурия, Венеры и Марса). В этой работе получено, что магнитный момент планеты P_M приблизительно пропорционален произведению:

$$P_M = \rho R^2 \omega^2 \xi,$$

где ρ — средняя плотность ядра планеты,

R — радиус ядра планеты,

ω — частота приливного возмущения,

ξ — приливная деформация от спутника или от Солнца на поверхности ядра планеты, выраженная в метрах.

Отклонение от линейности данной зависимости имеет множитель порядка 10 (для Венеры).

Другой подход основан на аналогии, в которой вращающиеся заряженные частицы создают магнитное поле, при этом магнитный момент пропорционален механическому моменту частиц. В соответствии с этой аналогией предполагается, что магнитный момент планет пропорционален их спину (как у электрона). Зависимость между магнитными дипольными моментами планет Солнечной системы и их спинами приведена на рисунке 24 в логарифмических единицах, прямая проведена через точки для Земли и Юпитера. Значения спина планет взяты в Таблице 28, значения магнитных моментов из [16], [72], [104], [201], [303], [332]. Для Марса и Венеры приведены максимальные величины магнитных моментов. Подобная зависимость рассматривалась многими авторами и известна как правило Боде. Однако из рисунка 24 видно, что положение Венеры и Марса слишком далеко от прямой (отклонение для Марса в 100 раз по магнитному моменту).

В рамках теории динамо-механизма в [254] рассматривалась генерация магнитного поля за счет тепловой конвекции в ядре планеты. Приравнивая силы магнитного давления силе Кориолиса, возникающей при конвекции, было найдено соотношение для магнитного момента, который оказался пропорциональным следующему произведению:

$$P_M \sim \rho^{1/2} \omega R_я^4, \tag{118}$$

где ρ — плотность вещества ядра,

ω — угловая частота собственного вращения планеты,

$R_я$ — радиус ядра планеты.

В работе [348] соотношение (118) было применено к планетам Солнечной системы и оказалось приблизительно пропорциональным магнитным моментам. В связи с возможной неточностью при определении радиусов конвективных ядер и их плотности точки для некоторых планет несколько отклонены от прямой линии.

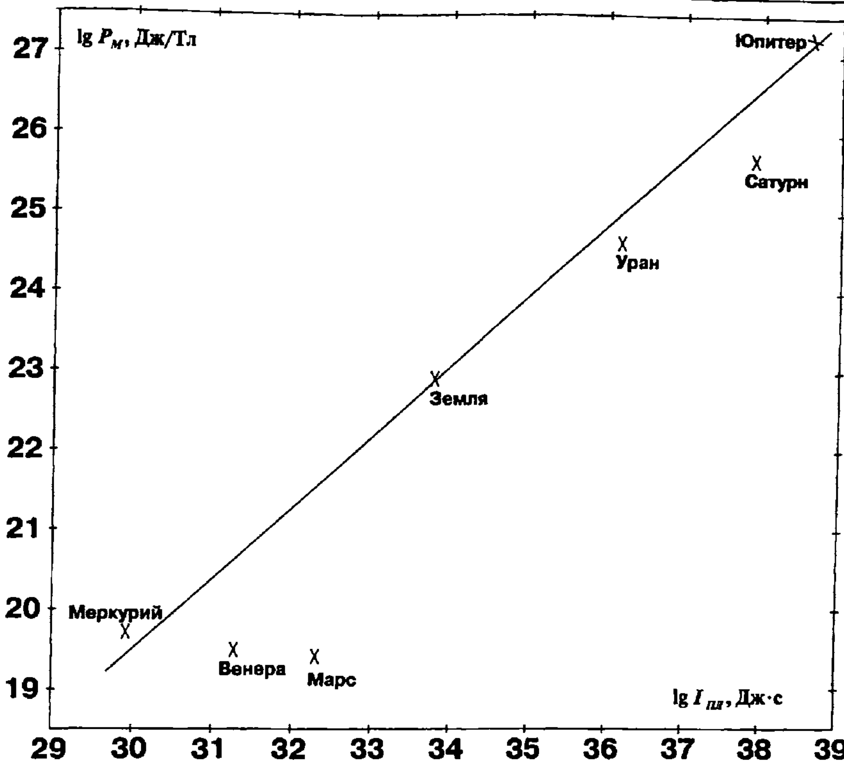


Рис. 24. Зависимость «магнитный момент - спин» для планет Солнечной системы.

в) Связь магнитного поля с вращением ядер планет. Гиромагнитное отношение.

Считая, что магнитное поле генерируется в основном в ядрах планет, где вещество обладает наибольшей электропроводностью, предположим, что магнитные моменты планет пропорциональны не спинам планет, а спинам их ядер. Для проверки этой гипотезы сведем необходимые данные в Таблицу 29 со следующими обозначениями: P_M — магнитный момент планеты; ω — угловая частота собственного вращения; $R_я$ — радиус ядра планеты; $M_я$ — масса ядра планеты; Литер. — ссылка на работу, откуда взяты данные для массы и радиуса ядра планеты; χ — угол между магнитным моментом и спином планеты, знак + означает основную ориентацию магнитного момента по отношению к плоскости эклиптики аналогично Земле, знак – показывает противоположную ориентацию; $I_я$ — спин ядра планеты, вычисленный по следующей формуле:

$$I_я = 0{,}3 M_я \omega R_я^2, \tag{119}$$

здесь для всех планет взят средний коэффициент 0,3. В Таблице 29 приведены также данные для Луны и для Солнца. Для Луны коэффициент в (119) ввиду малости массы взят равным 0,4. Некоторые данные имеют круглые скобки, в которых приведен показатель степени десятичного множителя, на который необходимо домножить указанные значения. Для Марса, Венеры и Луны приведены наибольшие вероятные значения магнитного момента. Предполагается, что магнитные моменты Венеры и Луны являются наведенными, а у Марса магнитный момент комбинированный и складывается из собственного и наведенного магнитных моментов [198].

Таблица 29

Магнитные моменты планет и спины планетных ядер.

Планета	P_M, Дж/Тл	ω, $с^{-1}$	$R_я$, м	$M_я$, кг	Литер.	χ, град	$I_я$, Дж·с
Меркурий	4,8(19)	1,24(–6)	1,73(6)	1,97(23)	[72]	7+	2,2(29)
Венера	4(19)	2,99(–7)	2,83(6)	1,2(24)	[72]	+	8,6(29)
Земля	7,98(22)	7,29(–5)	3,485(6)	1,97(24)	[72]	11,7+	5,2(32)
Марс	2,5(19)	7,08(–5)	9,6(5)	4,5(22)	[72]	20–	8,8(29)
Юпитер 1	1,55(27)	1,77(–4)	5,46(7)	1,5(27)	[72]	9,6–	2,37(38)
2			1,07(7)	7,6(25)	[72]		4,6(35)
3			1,1(7)	9,36(25)	[73]		6 (35)
Сатурн 1	4,7(25)	1,7(–4)	2,8(7)	1,6(26)	[72]	1–	6,4(36)
2			1,6(7)	5,1(25)	[72]		6,65(35)
3			5,43(6)	5,7(24)	[73]		8,57(33)
4			1,5(7)	4,2(25)	[73]		4,8(35)
Уран 1	4(24)	1 (–4)	1,1(7)	2,17(25)	[72]	55–	7,87(34)
2			6,39(6)	9,48(24)	[73]		3,87(34)
Луна 1	1 (17)	2,66(–6)	6 (5)	4,07(21)	[163]		1,83(27)
2			4 (5)	2,14(21)	[163]		3,64(26)
Солнце 1	3,4(29)	2,76(–6)	6,96(8)	1,989(30)	[5]	0	1,6 (41)
2			7,49(7)	1,766(29)	[186]		1,02(39)

Структура недр планет земной группы определена значительно лучше, чем у больших планет, благодаря исследованиям с помощью искусственных спутников. Все внутренние планеты обладают расплавленным железным ядром, силикатной оболочкой и твердой корой. Модели больших планет предполагают, что образование этих планет происходило из вещества с разным составом (по группам летучести вещества):

I группа —Г-компонента — газы — водород, гелий, неон.

II группа — Л-компонента — ледяная — H_2O, CH_4, NH_3 и т.д.

III группа — ТК-компонента — твердая компонента — силикаты и металлы.

В двуслойных моделях больших планет оболочка состоит из Г-компоненты с примесью Л-компоненты, а ядро — из ТК и Л-компонент. Предполагается, что часть оболочки у ядра вследствие большого давления состоит из металлического водорода (для Юпитера и Сатурна), который должен иметь проводимость щелочного металла. (В Ливерморской национальной лаборатории при высоком давлении получен металлический водород, являющийся проводником с энергетической щелью 0,3 эВ [181]).

В трехслойных моделях рассматриваются отдельно атмосфера, оболочка и ядро. В последние годы разработаны пятислойные модели, в которых у Юпитера выделяют внутреннее и внешнее ядро.

В Таблице 29 для Юпитера в первой строчке определен спин ядра вместе с оболочкой из металлического водорода в двухслойной модели; во второй строчке — спин ядра из ТК и Л-компоненты в этой же модели; в третьей строчке — спин ядра из ТК-компоненты в предположении, что общая масса ТК равна 15,6 масс Земли (пятислойная модель).

Для Сатурна приведены данные по 4 моделям: первая строчка — ядро вместе с металлической водородной оболочкой в двухслойной модели; вторая строчка — только ядро в этой же модели; третья строчка — внутреннее ядро в пятислойной модели; четвертая строчка — ядро из ТК-компоненты в предположении что общая масса ТК-ядра равна 7 масс Земли.

Поскольку Уран ближе к Земле по массе, для него приведены данные для ядра без оболочки, как и для планет земной группы. В первой строчке — данные для ядра, состоящего из ТК-компоненты в предположении, что вся масса ТК-компоненты Урана находится в ядре (данная модель близка к трехслойной модели из [201]); во второй строчке — данные для ядра, состоящего из ТК и Л-компоненты с массой 1,58 массы Земли.

Модели больших планет в работах [201], [58] дают значения для спина ядра планет, промежуточные между значениями, указанными в Таблице 29.

В [275] приведена структура Луны с размером железного ядра около 364 км, что близко к модели 2 Луны в Таблице 29. Согласно модели в [176] радиус ядра Луны около 700 км, однако при таком радиусе вещество вероятно находится не в расплавленном расстоянии.

Спин ядра Солнца (модель 2) в Таблице 29 был определен по модели из [186] при условии, что в ядре генерируется максимальная энергия, что приблизительно соответствует размеру ядра, равного 0,1 R_C. Модель 1 соответствует Солнцу в целом.

Зависимость магнитного момента планет Солнечной системы, Луны и Солнца от спина их ядра по данным Таблицы 29 приведена на рисунке 25 в логарифмических единицах.

Цифрами на рисунке 25 обозначены модели в Таблице 29 , прямая проведена через точку, соответствующую Земле с наклоном, равным единице. Отклонение Венеры и Марса от прямой составляет не более чем множитель 4,4 , а модель 2 Солнца (ядро радиусом 0,1 R_C) оказывается близка к прямой.

Квадрупольные и октупольные магнитные моменты Юпитера больше, чем у Земли, так что его магнитное поле может генерироваться ближе к поверхности планеты, чем у Земли, захватывая металлическую водородную оболочку [201]. И действительно, на рисунке 25 видно, что спины моделей 2 и 3 Юпитера слишком малы, а спин ядра вместе с металлической оболочкой (модель 1) слишком велик, чтобы быть на прямой, проходящей через все планеты. Аналогичная картина складывается и для Сатурна.

Модели современного Солнца показывают, что оно обладает конвективной оболочкой, в которой находятся магнитные поля, особенно сильные в солнечных пятнах (порядка 10000 А/м). Глобальное же магнитное поле Солнца на его поверхности имеет напряженность около 80 А/м. Если пропорциональность между магнитным полем и спином ядра для Солнца справедлива, то тогда расположение модели 2 Солнца возле прямой не случайно. Предположение о связи основного магнитного поля Солнца с его ядром основано на том, что при образовании Солнца его ядро было полностью конвективным и могло генерировать магнитное поле (еще на стадии Хаяши ядро конвективно вследствие интенсивного горения He [186]).

Формальное подобие между Солнцем и Землей проявляется в последствиях инверсии магнитного поля этих обьектов при непрерывной конвекции вещества. Полный период смены полярности магнитного поля Солнца составляет приблизительно

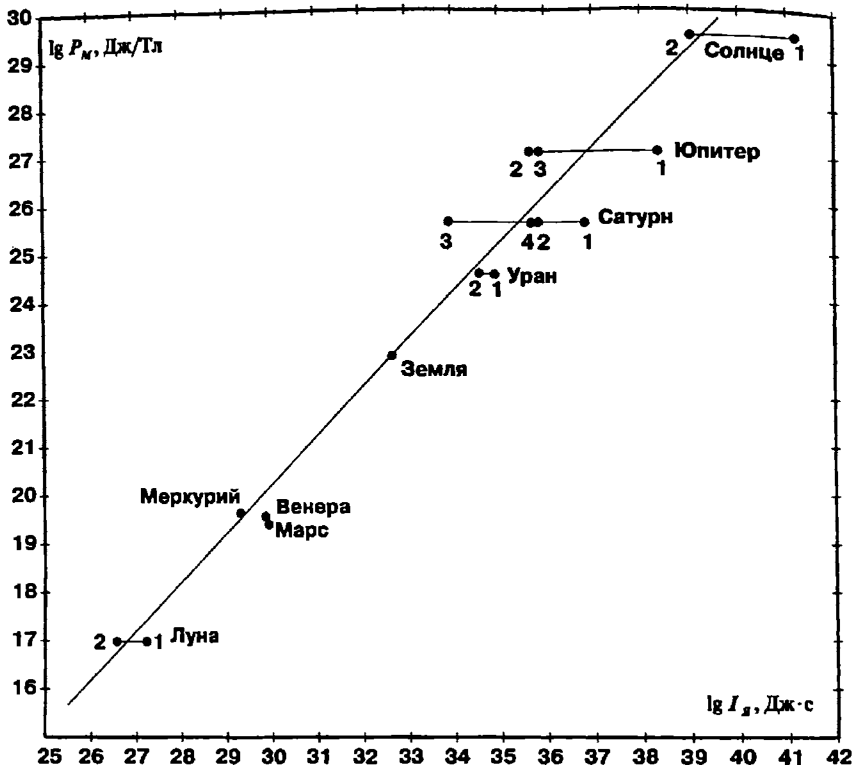


Рис. 25. Магнитные моменты Луны, планет и Солнца в зависимости от спина моделей соответствующих ядер. Цифры указывают модели планетных ядер в Таблице 29. Прямая проведена по уравнению $P_M \sim I_я$.

22 года, и за это время меняется полярность каждых двух соседних солнечных пятен. Аналогичная картина выявляется и при магнитной сьемке в океане, когда обнаруживается чередование блоков прямой и обратной намагниченности в земной коре [87], фиксирующих направление магнитного поля Земли на момент затвердевания раскаленного вещества образующегося блока.

Поскольку наклон прямой на рисунке 25 равен единице, то будем считать магнитные моменты планет пропорциональными величине спина ядер $I_я$:

$$P_M = KI_я. \tag{120}$$

Определим величину K, подставив в (120) данные для Земли:

$$K = \frac{P_{MЗ}}{I_{ЯЗ}} = 1{,}53 \cdot 10^{-10}\ \text{Тл}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \quad \text{(или Кл/кг)}. \tag{121}$$

Рассмотрим теперь электрон, мерой магнитного момента которого является магнетон Бора μ_B:

$$\mu_B = \frac{e}{M_E}\frac{\hbar}{2}, \tag{122}$$

где e — заряд электрона,

M_E — масса электрона,

$\hbar$ — постоянная Планка.

Величина $\hbar/2$ в (122) эквивалентна спину электрона. Сравнение (120) и (122) показывает, что величина K имеет размерность отношения заряда к массе. Для электрона отношение заряда к массе равно:

$$K_E = \frac{e}{M_E} = 1{,}7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг согласно [62].} \qquad (123)$$

Величина K_E носит название гиромагнитного отношения для спинового момента электрона. Разделив величину K из (121) на K_E, получим коэффициент подобия между атомными и звездными системами по гиромагнитному отношению, определенный через магнитный момент и спин ядра Земли:

$$Г_З = \frac{K}{K_E} = 8{,}7 \cdot 10^{-22}. \qquad (124)$$

Размерность коэффициентов K и K_E в системе единиц СИ есть Кл/кг. Если бы единица заряда — Кулон — в системе СИ выражалась через массу, длину и время, то и коэффициент подобия (124) выражался бы через коэффициенты подобия, определенные в главе 1, с помощью соотношений размерности единиц. Однако заряд в системе СИ выражается только через независимую единицу тока — Ампер. Перейдем поэтому к системе единиц СГС (СГСЭ), в которой отношение заряда к массе имеет следующую размерность:

$$[K] \doteq \frac{L^{1,5}}{M^{0,5}T}, \qquad (125)$$

где L — размерность длины,

M — размерность массы,

T — размерность времени.

Подставляя теперь в (125) вместо L коэффициент подобия по размерам P_0 из (64), вместо M — коэффициент подобия по массе Φ из (11), а вместо T —коэффициент подобия по времени Π_0 из (85), получим расчетный коэффициент подобия по гиромагнитному отношению:

$$Г_P = \frac{P_0^{1,5}}{\Phi^{0,5}\Pi_0} = 2{,}1 \cdot 10^{-20}. \qquad (126)$$

Расчетный коэффициент $Г_P$ оказался в 24 раза больше, чем коэффициент $Г_З$ из (124) для ядра Земли, так что электрон при своем вращении приблизительно в 24 раза более эффективно создает магнитный момент.

Сделаем оценку величины токов, которые могут быть ответственными за земной магнетизм. Подставим (119) в (120), вместо K запишем его значение $Q/M_Я$ (Q — эффективный заряд, $M_Я$ — масса ядра), величину ω заменим на $2\pi/T$ (T — период вращения Земли):

$$P_{МЗ} = 0{,}3\, K M_Я \omega R_{ЯЗ}^2 = 0{,}3 M_Я \frac{Q}{M_Я}\frac{2\pi}{T}R_{ЯЗ}^2.$$

Отношение Q/T есть ток i, тогда магнитный момент Земли равен:

$$P_{МЗ} = 0{,}6\,\pi\, i\, R_{ЯЗ}^2.$$

Пренебрегая числовыми множителями, получим с учетом данных Таблицы 29:

$$i \approx \frac{P_{МЗ}}{R_{ЯЗ}^2} = 10^{10} \text{ Ампер.}$$

г) Связь теории магнитного динамо с зависимостью магнитного поля планет от спина их ядер.

Проверим соотношение для магнитных моментов (118), аналогично авторам [348], добавив ряд моделей планет, а также величины для Урана и Солнца из Таблицы 29. Необходимые данные средней плотности вещества ядра ρ, угловой частоты вращения планеты ω и радиус ядра $R_я$ занесем в Таблицу 30.

Таблица 30

Данные для проверки соотношения (118).

Планета	$P_м$, Дж/Тл	ω, c^{-1}	$R_я$, м	ρ, кг/м^3	Литер.	$\rho^{0,5}\,\omega\,R_я^4$
Меркурий	4,8(19)	1,24(−6)	1,73(6)	9,09 (3)	[72]	6,15 (20)
Венера	4(19)	2,99(−7)	2,83(6)	1,264 (4)	[72]	2,16 (21)
Земля	7,98(22)	7,29(−5)	3,485(6)	1,43 (4)	[72]	1,285(24)
Марс	2,5(19)	7,08(−5)	9,6(5)	1,6 (4)	[72]	7,6 (21)
Юпитер 1	1,55(27)	1,77(−4)	5,46(7)	2,2 (3)	[72]	7,38 (28)
2			1,07(7)	1,48 (4)	[72]	2,82 (26)
3			1,1(7)	1,68 (4)	[73]	3,36 (26)
Сатурн 1	4,7(25)	1,7(−4)	2,8(7)	1,74 (3)	[72]	4,36 (27)
2			1,6(7)	2,97 (3)	[72]	6,08 (26)
3			5,43(6)	8,5 (3)	[73]	7,7 (24)
4			1,5(7)	2,97 (3)	[73]	4,69 (26)
Уран 1	4(24)	1 (−4)	1,1(7)	3,89 (3)	[72]	9,13 (25)
2			6,39(6)	8,68 (3)	[73]	8,86 (24)
Луна 1	1 (17)	2,66(−6)	6 (5)	8 (3)	[163]	1,93 (18)
2			4 (5)	4,5(3)	[163]	2,31 (19)
Солнце 1	3,4(29)	2,76(−6)	6,96(8)	1 (5)	[5]	2,75 (28)
2			7,49(7)	1,409(3)	[186]	2,43 (31)

Обозначения моделей планет в Таблице 30 те же, что и в Таблице 29. На рисунке 26 приведена зависимость магнитных моментов планет, Луны и Солнца от произведения (118) в логарифмических единицах, обозначения аналогичны указанным на рисунке 25. Прямая проведена через точку, соответствующую Земле с наклоном, равным единице. Из рисунка 26 следует, что соотношение (118) подтверждается, причем магнитное поле у Юпитера и у Солнца генерируется в их оболочках. В то же время из результатов анализа зависимости на рисунке 25 следует, что магнитные моменты планет и Солнца пропорциональны спинам их ядер. Следовательно, можно предположить, что обе зависимости взаимно дополняют друг друга. Пропорциональность магнитного момента спину ядра могла возникнуть при образовании планет и Солнца: с одной стороны, в силу закона сохранения момента импульса спин ядра планеты увеличивался в процессе роста ядра; с другой стороны, если магнитное поле с самого начала «вморожено» в плазму, то оно будет увеличиваться по мере сжатия плазмы.

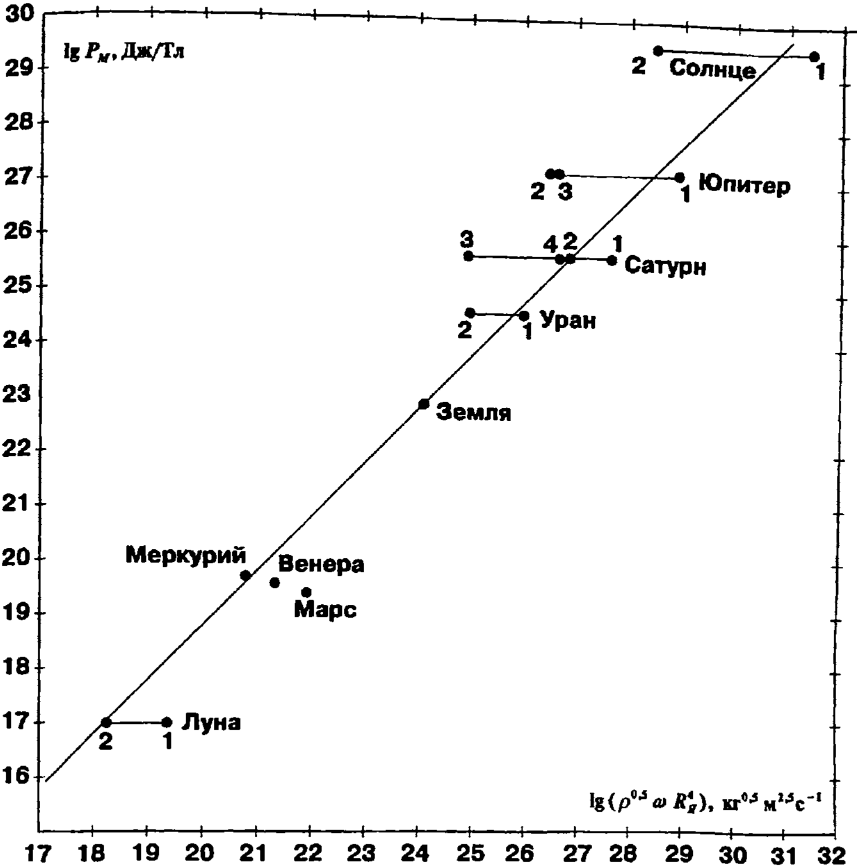


Рис. 26. Магнитные моменты Луны, планет и Солнца в рамках динамо-механизма генерации магнитного поля. Цифры указывают модели ядер в Таблице 30. Прямая проведена по соотношению (118).

Например, по данным [136] магнитная индукция в межзвездной среде (в газовых облаках) зависит от ее плотности следующим образом:

$$B \sim \rho^{1/3}.$$

В работе [180] рассмотрен механизм образования магнитной звезды из частично ионизованного облака с первоначальной напряженностью магнитного поля $H = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ А/м. Показано, что в ходе коллапса магнитное поле растет пропорционально плотности ρ и массе M:

$$H \sim M^{4/3} \rho^{2/3},$$

при этом расчет модели звезды с магнитным полем эквивалентен расчету звезды с вращением.

Известно, что планеты в Солнечной системе значительно отличаются друг от друга составом вещества — внутренние планеты имеют большие железные ядра, а большие планеты содержат очень много газовой и ледяной компоненты. Особенностью Марса является относительно небольшое железное ядро и преобладание окисленного железа на поверхности. Слабое магнитное поле Венеры обьясняется ее медленным вращением, причем в обратную сторону относительно других планет. Будь все планеты одинаковыми, мы бы получили плавную зависимость магнитных моментов от спина планет. Поскольку различие планет очень велико, пропорциональность магнитных моментов выполняется только для спинов ядер планет, а также при учете условий генерации магнитного поля. Видимо, следует считать, что исходное магнитное поле ядра, пропорциональное его спину, непрерывно подпитывается механизмом магнитного динамо в магнитоактивных областях. Обсуждение магнитных свойств космических обьектов будет продолжено в § 34.

§ 17. Магнитные поля звезд

а) Магнитные звезды.

Магнитные поля звезд можно обнаружить с помощью эффекта Зеемана по расщеплению спектральных линий. Исследования звезд показывают, что основная их часть не обладает магнитными полями, заметно превышающими магнитное поле Солнца. Так, согласно результатам [314], напряженность магнитного поля большинства звезд спектральных классов O9,5 — F6 не превышает 12000 А/м , что совпадает с уровнем ошибок измерений. Однако в 1947 году Бэбкок [241] обнаружил первые магнитные звезды с напряженностью магнитного поля H порядка 80000 А/м. Благодаря вращению звезды меняется расположение магнитных полюсов относительно наблюдателя, поэтому амплитуда измеряемого магнитного поля периодически колеблется. Приведем характеристики некоторых групп магнитных звезд по данным из [55]:

1) Звезды типа SX Овна , располагающиеся в спектральных классах B0p – B7p.
2) Звезды типа α^2 Гончих Псов (α^2 CVn) спектрального класса A, имеющие H до 320000 А/м и более.
3) Звезды типа V816 Cen спектрального класса F0 с $H = 176000$ А/м.

Общими свойствами указанных типов звезд является их принадлежность к населению I и пекулярность их химического состава (избыток в спектральных линиях элементов группы железа и редкоземельных металлов), периоды вращения звезд обычно составляют 5–9 суток, так что в целом эти звезды вращаются в 2–4 раза медленнее относительно немагнитных звезд.

Предполагалось,что звезды типа BY Дракона, обычно эмиссионные звезды, показывающие периодические изменения блеска (периоды — доли суток до нескольких суток) с переменной амплитудой, спектральных классов K0 — M6, также обладают значительными магнитными полями (для EQ Vir приводилось значение H=160000 А/м согласно [349]). Однако более поздние прецизионные измерения [368] показали, что для EQ Vir напряженность магнитного поля не превышает 6000 А/м, так что в общем магнитные поля звезд типа BY Дракона невелики.

Недавно обнаружилось, что значительными магнитными полями могут обладать и молодые звезды типа T Тельца. Согласно [328], у инфракрасного компаньона T Tauri S предполагается поверхностная напряженность поля порядка 10^4 А/м , что следует из радиоизлучения и поляризации двух симметричных противоположных выбросов (джетов) из звезды и средней напряженности магнитного поля в джетах около 80 А/м.

Распределение магнитных звезд по величине магнитных полей и по спектральным классам приведено на рисунке 27 согласно [180]. В спектральном классе A0 оказывается наибольшее число звезд с максимальной напряженностью магнитного поля. Совершим теперь переход к атомным системам и рассмотрим магнитные свойства

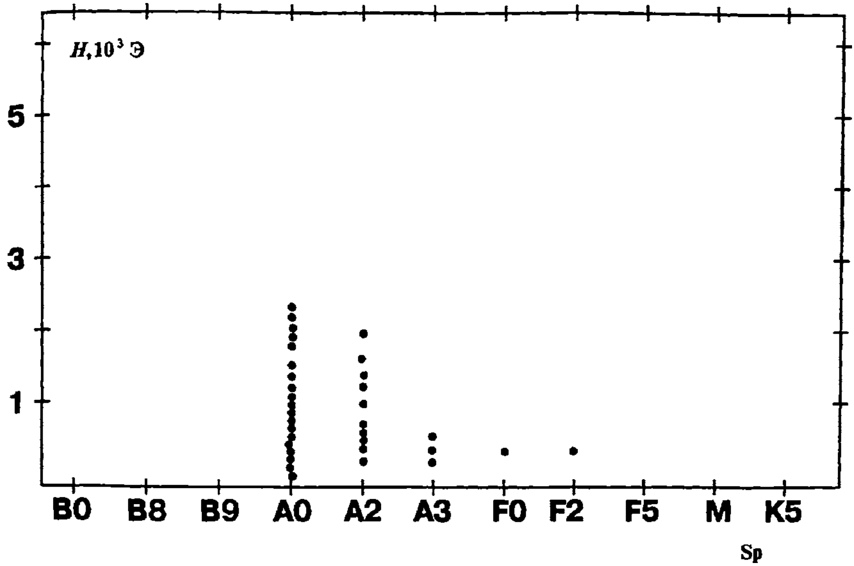


Рис. 27. Напряженность поля для магнитных звезд различных спектральных классов согласно [180]. Максимальное значение напряженности поля на оси ординат $5 \cdot 10^3$ Эрстед в системе физических единиц СГС.

атомных ядер. Звезды спектрального класса A0 в соответствии с Таблицей 9 должны быть подобными химическим элементам Sc, Ti, V, Cr, Mn. Нуклиды этих элементов входят в так называемый железный пик на кривой распространенности химических элементов в природе. Последний элемент пика — Zn, после которого распространенность элементов уменьшается на 1–3 порядка. Одновременно указанные нуклиды демонстрируют выдающиеся магнитные свойства: магнитные моменты ядер ^{45}Sc составляют 4,7491 (в единицах ядерного магнетона); для других ядер согласно [171]:

$$^{50}V - 3{,}3413, \quad ^{51}V - 5{,}1392, \quad ^{55}Mn - 3{,}461, \quad ^{59}Co - 4{,}6388.$$

По величине магнитного момента с этими элементами могут соперничать только ^{93}Nb, ^{99}Tc, ^{113}In, ^{115}In, но распространенность данных нуклидов на 3 — 4 порядка меньше, чем у марганца Mn.Таким образом, мы видим соответствие магнитных звезд с наибольшими магнитными полями химическим элементам как по массе, так и по магнитным свойствам.

Установим теперь связь, как в предыдущем параграфе, между магнитным моментом и спином для пекулярных Ap магнитных звезд, для чего составим Таблицу 31 с исходными данными. Спектральные классы звезд, максимальная напряженность магнитного поля H_{MAX} и период изменения магнитного поля (равный периоду вращения) наиболее хорошо изученных звезд в Таблице 31 взяты из [317]. Поскольку магнитные звезды очень близки к главной последовательности, оценка их массы и радиусов была сделана с помощью Таблицы 8. Экваториальные скорости вращения звезд в Таблице 31 определялись по формуле: $V_E = 2\pi R_S / T$, где R_S — радиус звезды, T — период вращения. Для сравнения приведены экваториальные скорости по работам [313], [317]. Магнитные моменты звезд вычислялись по формуле (117):

$$P_M = \frac{H_{MAX} 4\pi R_S^3}{2},$$

а спины звезд — по формуле (104):

$$I = K M_S V_E R_S,$$

$K = 0{,}4$ при равномерной плотности, для Солнца $K = 0{,}06$. Для магнитных звезд с учетом их меньшей средней плотности было использовано $K = 0{,}1$. Вместе с названием звезды приведено ее обозначение по каталогу звезд обсерватории Гарвардского колледжа (HD). Массы и радиусы звезд даны по отношению к массе и радиусу Солнца.

Таблица 31

Параметры некоторых магнитных звезд.

Звезда	Спектр	H_{MAX}, 10^5 А/м	T, сутки	V_E, км/с	$\frac{R_S}{R_C}$	$\frac{M_S}{M_C}$	P_M, 10^{33} Дж/Тл	I, 10^{42} Дж·с
BD+7° 275 HD10783	A2p	1,76	4,16	22,9 24[313]	1,87	2,2	2,46	13,2
ADS 1849A HD15144A	A4p	0,86	2,99	30, 6	1,8	2,1	1,08	16,2
53 Cam A HD65339A	A3pv	4,33	8,026	11, 7	1,84	2,15	5,78	6,48
BD+40° 2066 HD71866	A0pv	1,96	6,798	16, 8	2,25	2,8	4,8	14,8
ADS 8115A HD98088	A9pv	0,944	5,905	13, 96	1,62	1,8	0,86	5,7
12α^2 CVn HD112413	A0pv	1,28	5,469	20, 9 20–30	2,25 2–3[317]	2,8	3,12	18,4
CS Vir HD125248 B3669	A1pv	2	9,296	10, 4 7[317]	1,9	2,22	2,94	6,1
3β Cr B HD137909	A9p	0,816	18,5	4, 45 6[313]	1,62	1,8	0,74	1,8
ADS10310A HD153882A	A3pv	2,17	6,008	15, 6	1,84	2,15	2,89	8,6
BD+21° 3550 HD173650	A0pv	0,56	10,11	11, 3	2,25	2,8	1,37	9,96
73 Dra HD196502	A2pv	0,56	20,26	4, 7	1,87	2,2	0,78	2,7
BD+42° 293 HD8441	A2p	0,6		29[313]	1,87	2,2	0,84	16,7

Заметим, что если расчитывать магнитное поле Ap-звезды в виде вклада от магнитного диполя, наклоненного к оси вращения в среднем под углом 20° и сдвинутого относительно центра звезды, то согласно [211] поле на магнитном полюсе должно быть в несколько раз больше, чем в Таблице 31.

Зависимость магнитного момента магнитных звезд по Таблице 31 от спина в логарифмическом масштабе приведена на рисунке 28. Приведены также значения магнитного момента Земли и Солнца, точками 1 и 2 обозначены спины их ядер и полные спины (смотри рисунки 24 и 25).

Две прямые с наклоном единица проведены в соответствии с формулой $P_M = KI$, при двух значениях коэффициента K. Первый коэффициент $K = K_{PE}$ определен в том идеальном случае, когда планеты полностью эквивалентны электронам в отношении магнитных моментов. Для вычисления K_{PE} нужно умножить коэффициент подобия по гиромагнитному отношению Γ_P из (126) на величину гиромагнитного отношения электрона K_E (123):

$$K_{PE} = \Gamma_P K_E = 3{,}69\cdot 10^{-9}\ \text{Тл}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}. \tag{127}$$

Прямая с коэффициентом $K = K_{PE}$ является верхней на рисунке 28. При полном подобии планет и электронов на этой прямой находилась бы точка, соответствующая звездному магнетону Бора. Магнитный момент Земли лежит ниже этой прямой, что говорит о том, что ее магнитные свойства (как и других планет Солнечной системы) по крайней мере в 24 раза слабее, чем у электронов (смотри также предыдущий параграф). Величина K_{PE} может быть найдена через фундаментальные постоянные, смотри § 46, соотношение (454).

Второй коэффициент $K = K_{PP}$ определен для ядерного магнетона по следующей формуле:

$$K_{PP} = \Gamma_P \frac{e}{M_P} = 2{,}01\cdot 10^{-12}\ \text{Тл}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}, \tag{128}$$

здесь Γ_P — коэффициент подобия по гиромагнитному отношению (126), e — заряд электрона, M_P — масса протона.

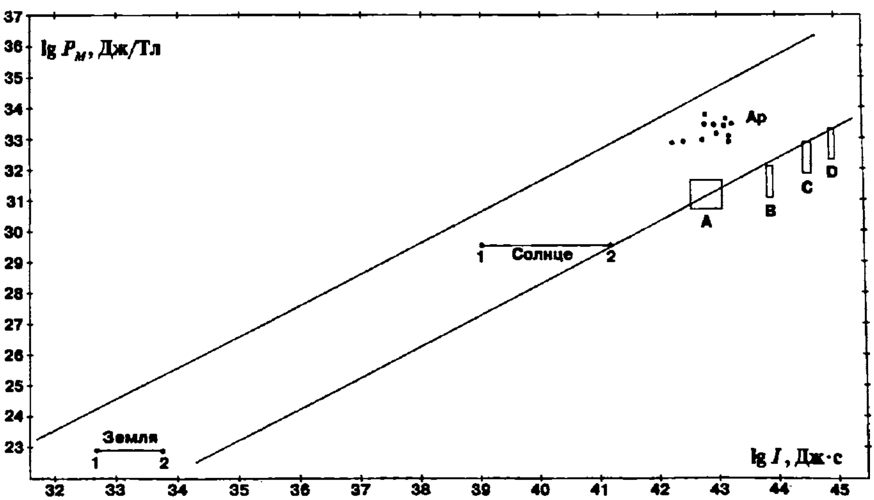


Рис. 28. Зависимость «магнитный момент - спин» для магнитных звезд (обозначены точками и символом Ар) и обычных немагнитных звезд (прямоугольники A, B, C, D согласно Таблицы 32). Для Земли и Солнца цифрами 1 обозначены спины их ядер, цифрами 2 – полные спины. Верхняя прямая соответствует звездному магнетону Бора, нижняя прямая — звездному ядерному магнетону.

Коэффициент K_{PP} задает прямую (нижняя на рисунке 28), на которой должна находиться точка, соответствующая звездному ядерному магнетону (в атомных системах ядерный магнетон является характерным магнитным моментом атомных ядер). Точка 2 магнитного момента и полного спина Солнца лежит практически на нижней прямой, так что с учетом подобия Солнце и атомные ядра имеют одинаковые магнитные свойства. Из рисунка 28 также видно, что магнитные звезды (обозначены Ар) находятся выше нижней прямой, демонстрируя при малых спинах значительные магнитные моменты.

Для характеристики обычных немагнитных звезд в Таблице 32 приведены параметры для звезд с массами 1,5; 2,2; 5 и 9,4 M_C. Экваториальные скорости вращения звезд взяты из рисунка 20, меньшие скорости соответствуют звездам галактического фона, большие скорости — более молодым звездам в скоплениях. Для всех звезд напряженность магнитного поля на поверхности предполагалась равной 800–8000 А/м.

Таблица 32

Средние параметры немагнитных звезд главной последовательности.

Масса, M_S/M_C	Радиус, R_S/R_C	V_E, км/с	P_M, 10^{30} Дж/Тл	I, 10^{42} Дж·с	Обозначение на рис. 28
1,5	1,4	12–40	4,7 – 47	3,5 – 12	A
2,2	1,87	125–160	11,2 – 112	72 – 92	B
5	3,4	127–177	67,6 – 676	302 – 421	C
9,4	4,9	133–158	202 – 2020	857 – 1020	D

С учетом разброса спина и магнитного момента обычным (немагнитным) звездам главной последовательности в Таблице 32 соответствуют четырехугольники на рисунке 28 , обозначенные буквами А, В, С, D. Все они примыкают к нижней прямой для звездного ядерного магнетона, показывая близкие или несколько меньшие магнитные свойства.

Необходимо добавить, что звезды, как и Солнце, могут периодически менять полярность своего магнитного поля. По данным [96], анализ межпланетного магнитного поля и солнечных пятен показывает, что вектор диполя глобального магнитного поля Солнца поворачивается в течении цикла каждые 11 лет, так что на стадии максимальной активности пятен остается только тороидальное поле, а осесимметричного поля нет. Известно, что магнитные моменты четно-четных ядер (при четном числе протонов Z и четном числе нейтронов $N = A-Z$, где A — массовое число) в основном состоянии скомпенсированы и равны нулю, а в возбужденных состояниях пропорциональны спину. Четно-нечетные и нечетно-четные ядра имеют магнитный момент, отличный от нуля, как в основном, так и в возбужденных состояниях. Согласно данным [2], современными методами измерения магнитных моментов можно проводить измерения в ядрах с временем жизни возбужденного состояния до 10^{-12} — 10^{-13} секунд. Для времен более 10^{-8} секунд наиболее разработанным методом является ядерный магнитный резонанс, при этом в достижимых магнитных полях частота резонанса составляет порядка 10^7 Гц. Четно-четные ядра как самые устойчивые преобладают в природе, поэтому число нуклидов с нескомпенсированными магнитными моментами относительно невелико. В § 20, посвященном распространенности химических элементов и звезд, будет показано, что в космосе преобладают звезды, соответствующие четно-четным нуклидам. Отсюда естественным образом вытекает положение о том, что число магнитных звезд не должно быть большим.

б) Белые карлики.

Среди вырожденных компактных обьектов белые карлики (БК) имеют наибольшие размеры (почти в 1000 раз больше чем у нейтронных звезд), однако слабый блеск и размытые спектры значительно осложняют их исследование.

Приведем некоторые наблюдательные факты по данным из [55], [236], [285], [318]. БК встречаются в широком диапазоне от спектрального класса О до раннего М и имеют большой разброс температур: самыми холодными БК являются G 128–7 и BPM 4729 с температурами 5800 и 5500 K, а самыми горячими HZ 43 и Feige 24 с температурами $(50 - 60)\cdot10^3$ K. Светимости наблюдаемых БК находятся в пределах от 10^{-4} до 1 L_C (L_C — светимость Солнца). Предполагаемые массы гелиевых БК типа DB ограничены сверху величиной 0,4 M_C, минимальные массы менее 0,27 M_C. Для двойной системы T Leo оценка массы БК дает 0,16–0,2 M_C согласно [346], в Гиадах БК имеют массы 0,6 — 1,2 M_C [259].

Теоретические оценки радиусов дают предельные значения от $1{,}1\cdot10^7$ метра для легких БК до $8{,}8\cdot10^5$ метра для самых массивных БК, что неплохо коррелирует с результатами определения радиусов, полученных при изучении распределения энергий в спектрах, профилей линий и цвета (то есть из определения гравитационного ускорения и температуры поверхности).

AM CVn и PG 1346+082 представляют собой образцы тесных двойных, состоящих из одних БК и имеющих экстремально короткие периоды орбитального вращения — 33 и 25 минут соответственно.

Скорости собственного экваториального вращения $V \sin i$ большинства БК не превышают 60 км/с, обычно < 40 км/с. БК в двойных системах типа ZZ Ceti (Кита) имеют вращательные скорости 0,4 — 8 км/с, а магнитные БК могут вращаться еще медленнее. В некоторых случаях отмечается высокая стабильность периода переменности излучения, возникающего из-за вращения: у Ross 548 скорость изменения периода равна 10^{-11}, а у DQ Her — $7\cdot10^{-13}$.

Напряженность магнитного поля находится в пределах $10^5 - 10^7$ А/м у немагнитных БК и $10^8 - 2{,}5\cdot10^{10}$ А/м у магнитных БК. Основными способами измерения магнитного поля являются квадратичный эффект Зеемана, зеемановская круговая поляризация внутри спектральных линий и круговая поляризация в непрерывном спектре. Некоторые магнитные БК являются источниками рентгеновского излучения, возникающего при аккреции вещества от вторичного компонента в звездных парах, при этом возможно ускорение вращения БК за счет момента импульса падающего вещества.

Параметры некоторых БК по данным из [29], [55], [125], [168], [225], [236], [318], [326], [346], [356] приведены в Таблицах 33а и 33б, некоторые ссылки указаны внутри Таблиц дополнительно.

Таблица 33а

Параметры некоторых белых карликов.

Название	Масса, M_C	Радиус, R_C	$T_{эфф}$, K	Период, с	$H_{МАХ}$, А/м
α CMa B	0,98	0,023	10000		
Сириус B	1,053 [367]	0,0078	32000		
Σ_2 Eri 40 Эридана B	0,45	0,016	16900	$1{,}76\cdot10^3$	$< 1{,}6\cdot10^5$ [236]

Таблица 33а. Продолжение.

Название	Масса, M_C	Радиус, R_C	$T_{эфф}$, К	Период, с	H_{MAX}, А/м
G 175-34 Stein 2051 B	0,64 [356]	0,0115	7050		
V 471 Tauri	0,72 0,79 [214]	0,01 0,012 [214]			
GK Per	0,9 1 [214]	 0,004 [214]		351?	
α CMi B Процион B	 0,65	 0,01			
V 1500 Cyg HZ 29				11847 [146]	
Am CVn	< 0,4			525 или 1980	
van Maanen 2 EG 5	0,46 [356]	0,0138	5500		
Ross 640 EG 119	0,5 [356]	0,0133	8500		

Определение периодов вращений белых карликов не всегда является простой и однозначной задачей. Так, согласно [39] для PG1159–035 период вращения, составляющий 1,38 суток, был определен из наблюдений колебаний поверхности на 125 частотах (периоды колебаний от 385 до 1000 секунд). Поверхностные волны, распространяющиеся в направлениях запад-восток и восток-запад относительно вращения звезды, имеют для наблюдателя на Земле несколько различающиеся частоты, что и позволяет по их биениям найти период вращения белого карлика.

Таблица 33б

Параметры некоторых белых карликов с сильными магнитными полями.

Название	Масса, M_C	Радиус, R_C	$T_{эфф}$, К	Период, с	H_{MAX}, А/м
L 795–7 Feige 7			22000	7920	$2{,}8\cdot10^{9}$ [252]
G 195–19		0,013	8000	$1{,}15\cdot10^{5}$	$8\cdot10^{8}$
Grw +70° 8247 EG 129	0,98 [356]	0,0083 [225]	12000	$> 1{,}3\cdot10^{6}$ [225]	$2{,}4\cdot10^{10}$
Am Her 3U 1809+50	1	0,009	50000 [214]	11160	$1{,}84\cdot10^{10}$

Таблица 33б. Продолжение.

Название	Масса, M_C	Радиус, R_C	$T_{эфф}$, К	Период, с	$H_{мах}$, А/м
AE Aqr	0,9			33,08?	$> 8\cdot 10^9$
AO Psk H2252–035				805,14 [152]	$> 8\cdot 10^9$
GD–90			13000		$4\cdot 10^8$
G 99–37			6000	$> 10^5$	$< 8\cdot 10^8$
G 99–47			5600		$1{,}2\cdot 10^9$
VV Puppis	1		9000 [214]	6000	$2{,}5\cdot 10^{10}$
BPM 25114			25000	$2{,}45\cdot 10^5$	$< 3{,}2\cdot 10^9$
DQ Her	0,62	0,008 [214]		71,07	$< 10^{10}$
PG 1015+01			10000	5925	$> 8\cdot 10^9$
LP 790–29			8600		$8\cdot 10^9$
LP 44–113 G 240–72	0,78 [356]	0,01	6000		$> 8\cdot 10^9$
GD 229			20000	$> 8\cdot 10^4$	$2{,}1\cdot 10^{10}$

Двойные наименования некоторых БК связаны с тем, что они либо имеют собственные имена, либо обозначены разными исследователями по своей классификации. Массы и радиусы БК указаны по отношению к Солнцу, приведены также эффективные температуры поверхности, периоды собственного вращения и напряженность магнитного поля.

Для построения зависимости «магнитный момент — спин» вычислим отдельно эти величины для магнитных и немагнитных БК, считая, что разброс масс $0{,}16 - 1{,}2\ M_C$ и радиусов $1{,}6\cdot 10^7 - 3{,}7\cdot 10^7$ метров одинаков для обоих типов БК. Спин найдем по формуле:

$$I = KMVR,$$

где M — масса БК,

V — экваториальная скорость,

R — радиус, коэффициент K возьмем равным 0,2 согласно [247].

Для оценки магнитного момента используем выражение (117) при $Q = 0$:

$$P_M = 2\pi HR^3,$$

где H — напряженность магнитного поля.

Предположим, что разброс возможных скоростей экваториального вращения большинства немагнитных БК равен 1 — 60 км/с, а магнитное поле на полюсе $H = 8\cdot 10^4 - 8\cdot 10^5$ А/м. Тогда при спине $10^{39} - 1{,}1\cdot 10^{41}$ Дж·с магнитный момент будет равен $2{,}5\cdot 10^{25} - 2\cdot 10^{28}$ Дж/Тл.

У магнитных БК скорость вращения может быть очень низкой и очень большой, последнее возможно при наличии аккреции вещества в двойных системах, когда момент импульса падающего вещества передается БК. Примем пределы для скоростей от 0,02 км/с до теоретически предельного значения 1000 км/с, магнитные поля H от

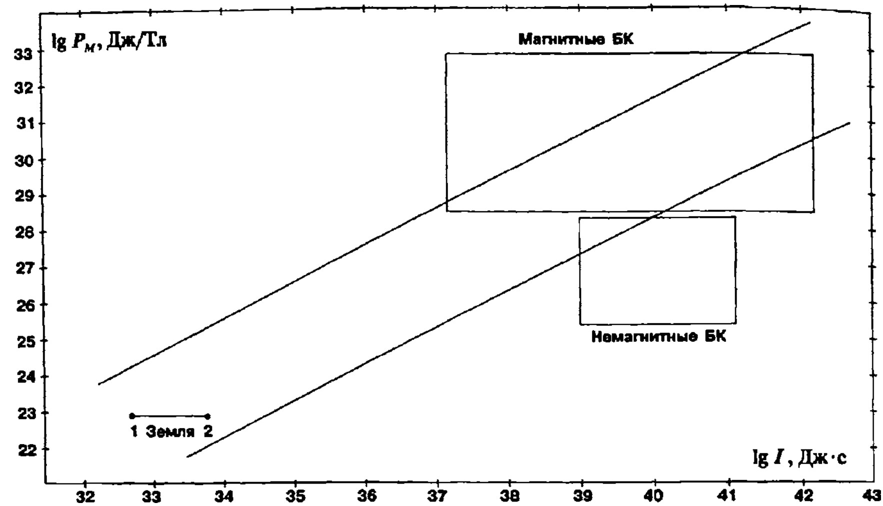


Рис. 29. Распределение магнитных моментов и спинов магнитных и немагнитных белых карликов. Две модели Земли и наклонные прямые соответствуют рисунку 28.

10^8 до $2{,}5 \cdot 10^{10}$ А/м. В результате получим следующее: спин магнитных БК находится в пределах $2 \cdot 10^{37} - 2 \cdot 10^{42}$ Дж·с, а магнитный момент — $3 \cdot 10^{28} - 6 \cdot 10^{32}$ Дж/Тл. Зависимость «магнитный момент — спин» для БК приведена на рисунке 29 в виде двух прямоугольников, наложенных на прямые, соответствующие звездному ядерному магнетону (нижняя прямая) и звездному магнетону Бора (верхняя прямая). Несмотря на всю неточность наших знаний, видно, что центр распределения магнитных БК лежит возле верхней прямой, а немагнитных БК — возле нижней прямой, аналогично распределению невырожденных звезд на рисунке 28. Для сравнения приведены значения магнитного момента и спина ядра Земли (модель 1, Таблица 29) и Земли в целом (модель 2, Таблица 28).

в) Нейтронные звезды.

Активное исследование нейтронных звезд началось в 1967 году, когда они были отождествлены с только что открытыми пульсарами. По характеру излучения пульсары можно классифицировать следующим образом:

1. Радиопульсары. Излучают короткие импульсы в радиодиапазоне с очень стабильной частотой (равной частоте вращения звезды). Периоды между импульсами — от 1,558 миллисекунд у PSR 1937+214 до 4,308 секунд у PSR 1845–19 [218]. Среднее значение периода пульсаров (по выборке более сотни пульсаров) составляет 0,83 секунды. Оценка экваториальной скорости вращения PSR 1937+214 дает (при радиусе звезды порядка 10 км) величину около 40000 км/с . Все радиопульсары замедляют свое вращение за счет магнитодипольных потерь. Характерное время замедления $t_{SD} = \dfrac{0{,}5T}{dT/dt}$ лежит в пределах от нескольких тысяч до сотен миллионов лет, здесь T — период между импульсами радиопульсара, dT/dt — скорость увеличения периода. Масса нейтронной звезды с наилучшей точностью измерена в двойном пульсаре

PSR 1913+16, состоящем из двух нейтронных звезд. Массы компонент пары приблизительно одинаковы и составляют 1,41 M_C с погрешностью до 0,06 M_C [360]. Величина напряженности магнитного поля у полюсов радиопульсаров в среднем составляет $8 \cdot 10^{13}$ А/м. У большинства пульсаров ось магнитного диполя отклонена от оси вращения на 20° [157]. Основная часть наблюдаемых пульсаров сконцентрирована в галактической плоскости в слое толщиной около 300 парсек. Пространственные скорости их велики — для быстрых пульсаров средние скорости 200 км/с, усреднение по всем пульсарам дает 30–40 км/с [116], [222]. Некоторые пульсары однозначно связаны с остатками взрывов сверхновых (например, PSR 0531+21 в Крабовидной туманности и PSR 0833–45 в созвездии Парусов). В настоящее время открыто более 1000 пульсаров.

2. Маломассивные рентгеновские звезды. Это двойные системы, содержащие нейтронную звезду и спутник с массой менее 2,5 M_C. Рентгеновское излучение обеспечивается за счет аккреции вещества спутника на нейтронную звезду.

2.1. Рентгеновские пульсары. Системы типа Her X–1 , 4U 1626–67 , с хорошо определенными периодами следования импульсов. У некоторых рентгеновских звезд периодичность не обнаруживается, что может быть следствием закрытия звезды плазменным облаком.

2.2. Барстеры. Дают частые рентгеновские вспышки (с характерными промежутками между ними порядка часов и суток) за счет сгорания водорода и гелия на поверхности звезды. Светимости при вспышке $3 \cdot 10^{30}$ – $3 \cdot 10^{31}$ Вт, общая излучаемая энергия $3 \cdot 10^{31}$ – $3 \cdot 10^{32}$ Дж, средняя светимость между вспышками 10^{30} Вт. Вторичные компоненты звездных пар с барстерами обычно имеют спектральные классы G–K и массы 0,4–1 M_C, периоды орбитального вращения от 11 минут до 3,4 суток. Барстеры часто встречаются в шаровых скоплениях (приблизительно треть известного числа), в галактическом гало и принадлежат ко II типу населения звезд. Считается, что сами барстеры — это старые нейтронные звезды, имеющие небольшие магнитные поля — H порядка $8 \cdot 10^{11}$ А/м [55]. Согласно [278], масса и радиус барстера MXB 1636–536 имеют следующие значения: $M = 1{,}45\ M_C$, $R = 10{,}3$ км.

2.3. Рентгеновские новые. Довольно редкие обьекты типа AO 535+26. Дают вспышки мягкого рентгеновского излучения в течении нескольких недель, затем замолкают на месяцы, годы или десятилетия.

3. Массивные рентгеновские звезды. Спутником в двойной системе является, как правило, сверхгигант с массой > 15 M_C. Характерные обьекты: SMC X–1, Cen X–3, GX 301–2 , Vela X–1. Периоды импульсов большинства рентгеновских пульсаров лежат в пределах 0,7 — 800 секунд. Общее количество рентгеновских звезд в Галактике невелико — около 100. В отличие от радиопульсаров, периоды рентгеновских пульсаров уменьшаются со временем, что можно обьяснить передачей момента импульса от падающего на звезду вещества. Магнитные поля рентгеновских звезд в целом больше, чем у радиопульсаров. Оценки магнитного поля по линиям в спектре рентгеновских пульсаров, которые интерпретируются как линии излучения или поглощения на первых гармониках циклотронной частоты, дают:

$$H = 4{,}8 \cdot 10^{14} \text{ А/м для Her X–1 [364]},$$

$$H = 1{,}6 \cdot 10^{14} \text{ А/м для 4U 0115+634 [370] и для 4U 1626–67 [345]}.$$

4. Гамма-барстеры. Дают непродолжительные, очень мощные импульсы мягкого гамма-излучения. Почти все импульсы (по выборке из нескольких сотен) получены из разных источников , откуда следует, что возможный период повторения импульсов для одного источника должен составлять десятки лет. Предполагается, что источниками импульсов являются очень старые нейтронные звезды [222].

Авторы работы [327] подразделили пульсары на две популяции, F и S, исходя из следующих различий:

Параметр	Для F	Для S
Высота над плоскостью Галактики, z, парсек	120	350 и более
Скорости V_Z, км/с	50	150
Периоды импульсов, с	< 0,2	0,5 и более
Период рождения в Галактике, годы	200	100
Магнитное поле, относительные единицы	2	1

Для радиопульсаров оценку магнитных полей можно сделать с помощью диаграммы «скорость замедления периода — период», приведенной на рисунке 30 по [123]. Будем считать, что периоды большинства пульсаров изменяются от 0,1 до 4 секунд со средним значением 0,83 секунды, а скорость замедления периода dT/dt изменяется от $2{,}5\cdot10^{-17}$ до $2\cdot10^{-13}$ со средним значением $2{,}2\cdot10^{-15}$. Тогда для среднего возраста пульсаров получим такую оценку:

$$\bar{t} = \frac{T}{2\,dT/dt} = 6\cdot10^6 \text{ лет.}$$

Согласно [23], приравняем потери вращательной энергии пульсара потерям на магнитодипольное излучение (формула приведена в системе единиц СГС):

$$-\frac{dE_{вр}}{dt} = -J\,\omega\frac{d\omega}{dt} = \frac{4\pi^2 J}{T^3}\frac{dT}{dt} = \frac{32\pi^4 R^6 B^2}{3c^3 T^4},$$

здесь $E_{вр}$ — энергия вращения звезды,

J — момент инерции,

ω — угловая частота вращения, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$,

R — радиус звезды,

B — магнитная индукция на магнитном полюсе, в системе единиц СГС величина B имеет ту же размерность, что и напряженность магнитного поля H,

c — скорость света,

T — период вращения.

Магнитный момент $P_м$, радиус R и магнитное поле можно связать формулой (117):

$$B = H = \frac{2P_м}{R^3} \text{ — в системе СГС,}$$

$$H = \frac{P_м}{2\pi R^3},\ B = \mu_0 H \text{ — в системе единиц СИ,}$$

здесь μ_0 — магнитная постоянная.

Подставляя это выражение в формулу магнитодипольных потерь и переходя в систему единиц СИ, получим:

$$P_м = \left(\frac{3JTc^3}{8\pi^2\mu_0}\frac{dT}{dt}\right)^{1/2}. \tag{129}$$

Будем считать, что средний момент инерции нейтронной звезды $J = 10^{38}$ кг·м^2 согласно [218]. Тогда по (129) можно найти пределы изменения магнитного момента $P_м$ для большинства радиопульсаров из рисунка 30. Данные для расчета, включающие период T, скорость изменения периода dT/dt, а также результаты в виде магнитного момента P_M и спина I приведены в Таблице 34.

Таблица 34

Магнитные моменты и спины для распределения радиопульсаров.

T, с	dT/dt, 10^{-17}	P_M, 10^{25} Дж/Тл	I, 10^{38} Дж·с
0,1	2,5	2,53	62,8
0,1	20000	226	62,8
4	2,5	16	1,57
4	20000	1400	1,57
0,83	220	68	7,6

Спин нейтронной звезды определялся по формуле :

$$I = J\omega = J\frac{2\pi}{T}. \tag{130}$$

В нижней строчке Таблицы 34 приведены данные, усредненные по всем пульсарам из рисунка 30. Магнитные моменты и спины радиопульсаров, полученные в Таблице 34, показаны крестиками на рисунке 31, образуя четырехугольник с центральной точкой, показывающей среднее значение. Для сравнения приведены магнитные моменты Земли и Солнца, их полные спины и спины их ядер (см. рисунки 24, 25, 28). Нижняя прямая соответствует звездному ядерному магнетону, а верхняя — звездному магнетону Бора (смотри (127), (128)), при этом верхняя прямая пересекает точки для некоторых рентгеновских пульсаров (значения их магнитных моментов показаны в пределах ошибок согласно Таблице 35). Периоды вращения рентгеновских пульсаров в Таблице 35 взяты из [116], для величин масс и магнитных моментов сделаны ссылки на литературные источники. Спин вычислялся по формуле (130).

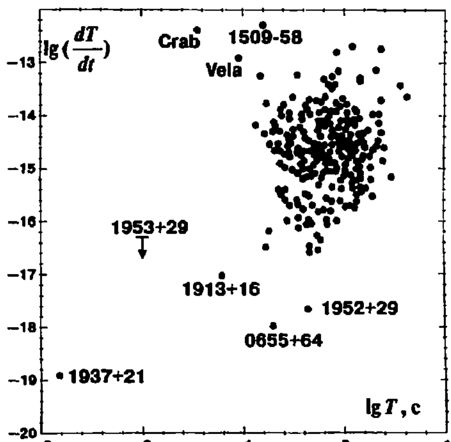


Рис. 30. Диаграмма «скорость замедления периода $\frac{dT}{dt}$ – период вращения T» согласно [123] для радиопульсаров.

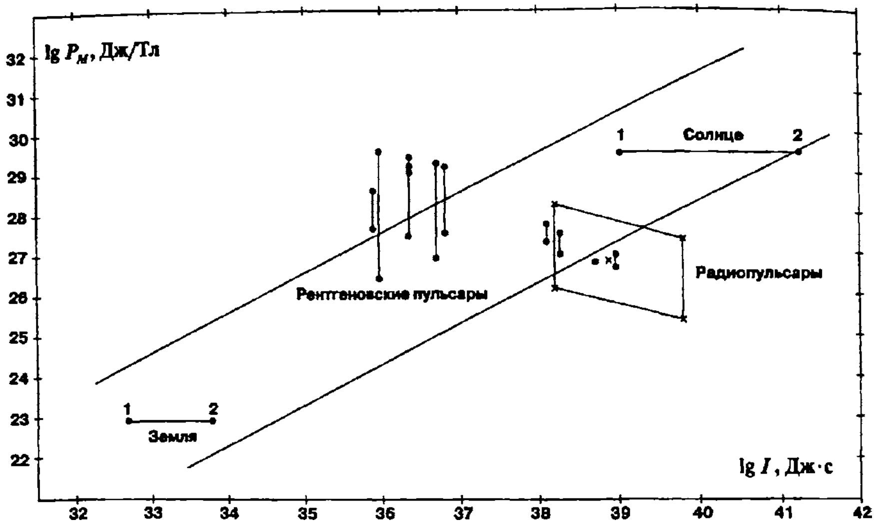


Рис. 31. Распределение магнитных моментов пульсаров относительно их спина. Крестиками выделен прямоугольник для радиопульсаров по Таблице 34, точки и вертикальные прямые показывают разброс значений магнитных моментов рентгеновских пульсаров из Таблицы 35. Модели Земли, Солнца и наклонные прямые соответствуют рисунку 28.

Таблица 35

Параметры некоторых рентгеновских пульсаров.

Название	Масса, M_S/M_C	T, с	P_M, 10^{27} Дж/Тл	I, 10^{35} Дж·с
SMC X–1	2,2–4,2 [123] 1[218] 2,5 [55]	0,71	1 [116] 0,5 [280], [281]	8840
Her X–1	1 [123] 1,46 [218] 1,3 [55]	1,24	0,6 [116] 0,47 [280],[281]	5060
4U 0115+63		3,61	1–3, 5 [116]	1740
Cen X–3	1,07 [218] 0,7 [55]	4,84	2–5,7 [116]	1300
A 0535+26		104	15 [116] 3,3 [280], [281]	60
GX 1+4	1,5 [55]	122	180 [116] 0,93 [280], [281]	51
GX 304–1		272	140 [116]	23

Таблица 35. Продолжение.

Название	Масса, M_S/M_C	T, с	P_M, 10^{27} Дж/Тл	I, 10^{35} Дж·с
Vela X–1	1,35–1,9 [123] 1,6 [55]	283	3–120 [116]	22
1E 1145–61		297	260 [116]	21
GX 301–2		696	0,3–394 [280], [281]	9
X Per		835	35 [116] 4,8 [280], [281]	7,5

Положение рентгеновских пульсаров показано на рисунке 31 точками, вертикальные линии обозначают неточность в определении магнитного момента. Часть рентгеновских пульсаров оказалась рядом с прямоугольником радиопульсаров, другая часть медленных рентгеновских пульсаров с большими магнитными полями — рядом с верхней прямой для идеальных планет-аналогов электронов (прямой для звездного магнетона Бора). Отметим, что спины практически всех пульсаров меньше величины звездной постоянной $\hbar_S$ (98):

$$I < \hbar_S = 2{,}8\cdot 10^{41} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Только миллисекундные пульсары имеют спин порядка $\hbar_S$. Например, для PSR 1937+214 период составляет 1,558 миллисекунд, и при $J = 10^{38}$ кг·м^2 спин I будет равен:

$$I = \frac{2\pi J}{T} = 4\cdot 10^{41} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Согласно [277] наименьший возможный период вращения нейтронной звезды для всех рассматриваемых уравнений состояния вещества равен 0,000628 секунд, что всего в 2,5 раза меньше, чем у PSR 1937+214.

г) Распределение звезд по магнитным свойствам.

Проведенный выше анализ показывает, что все звезды, включая звезды главной последовательности, белые карлики, нейтронные звезды и, вероятно, звезды в промежуточных состояниях — субгиганты, гиганты, ядра планетарных туманностей, разбиваются на две группы — магнитные и немагнитные звезды. При этом оказывается, что в координатах «магнитный момент — спин» магнитные звезды (а также ядра планет) находятся вблизи прямой, вычисленной по теории подобия для звездного магнетона Бора (в атомных системах наибольшими магнитными свойствами обладает электрон с магнитным моментом порядка магнетона Бора). В то же время немагнитные звезды лежат рядом с прямой, проведенной для звездного ядерного магнетона (ядерный магнетон является единицей магнитного момента магнитных атомных ядер).

Таким образом, разделение атомных ядер на магнитные (четно-нечетные и нечетно-четные) и немагнитные четно-четные ядра соответствует разделению звезд на магнитные и немагнитные звезды. Известно, что в природе преобладают изотопы с четно-четными ядрами. Для иллюстрации этого факта проведем разделение атомных ядер на магнитные и немагнитные по данным из [171], где дана распространенность изотопов химических элементов в Солнечной системе по их количеству по отношению к числу атомов основного изотопа Si, которое считается равным 10^6:

Немагнитные ядра	Количество, 10^4	Магнитные ядра	Количество, 10^4
C	354	C	3,92
N	660	N	660
O	2140	O	0,8
Ne	860	Ne	2,58
Na	4,38	Na	4,38
Mg	91,2	Mg	9,17
Si	100	Si	4,7
S	37,5	P	1
Ar	15	Cl	1
Fe	60	Mn	0,7
		Fe	1,35
Итого: $4{,}322 \cdot 10^7$		Итого: $7 \cdot 10^6$	

К немагнитным ядрам здесь отнесены четно-четные изотопы, у которых массовое число A и зарядовое число Z одновременно четные, а все остальные изотопы считаются магнитными. Приведены наиболее обильные химические элементы за исключением водорода и гелия. Число возможных магнитных ядер составляет 14 % от общего количества рассматриваемых ядер. При этом значительная часть этих ядер имеют относительно небольшие магнитные моменты.

В пункте а) данного параграфа было найдено соответствие магнитных Ap-звезд ядрам с наибольшими магнитными моментами, а в § 20 будет показано, что распределение звезд по массам соответствует распределению химических элементов на Солнце. В результате мы можем предположить, что распределение звезд по магнитным свойствам подобно распределению по магнитным свойствам атомных ядер, и до 14 % наблюдаемых звезд (не считая маломассивных звезд-аналогов водорода и гелия) могут обладать заметными магнитными моментами.

И действительно, по данным из [314] до 7 % звезд в спектральных классах А, В составляют пекулярные Ap, Bp звезды, большинство которых имеют значительные магнитные поля на поверхности или на полюсах, а по [218] порядка 5 % белых карликов являются магнитными.

Из разделения звезд на магнитные и немагнитные вытекает возможная схема их эволюции: 1. Обычная немагнитная звезда главной последовательности — немагнитный белый карлик или радиопульсар. 2. Магнитная звезда–магнитный белый карлик или рентгеновский пульсар. 3. Промежуточные между 1 и 2 случаи (смотри также обсуждение идеи образования магнитных белых карликов и нейтронных звезд из Ap-звезд в [236]).

§ 18. Вращение и магнитные свойства галактик

а) Вращение галактик.

В стандартной визуальной классификации галактики можно подразделить на следующие типы согласно [3], [125]:

1. Эллиптические галактики, обозначаются буквой E с добавлением цифры, показывающей степень сжатия. Степень сжатия определяется по формуле:

$\frac{10(a-в)}{a}$, где a – большая полуось, $в$ – малая полуось галактики.

Состоят в основном из старых звезд небольшой массы и содержат незначительное количество межзвездного газа. Карликовые галактики имеют массы порядка $10^6\,M_C$ при размерах 1–3 кпк, а самые большие — до $10^{13}\,M_C$ с радиусом 40–50 кпк. Среди ближайших галактик эллиптические составляют 13 %, однако общее количество их в Метагалактике с учетом карликовых галактик значительно больше. Примеры:

NGC 147, тип dE4, масса $10^9\,M_C$ (символ d в обозначении dE4 происходит от английского dwarf, то есть карлик).

Система в Скульпторе, тип dE, масса $3{,}2\cdot10^8\,M_C$.

NGC 4486 = M87 = Virgo A, тип E1, масса $2{,}5\cdot10^{12}\,M_C$.

2. Спиральные галактики, имеют два основных типа: обычные галактики, обозначаются Sa, Sb, Sc в зависимости от размера ядра и степени развития ветвей спирали, и пересеченные, имеющие в ядре перемычку — бар, обозначаются SBa, SBb, SBc соответственно. У галактик типа Sa большое ядро и слаборазвитые ветви, у Sc, наоборот, сильно развитые ветви с несколькими рукавами и небольшое ядро. Рукава отстают при вращении от диска. Разброс масс S-галактик составляет от 10^7 до $10^{12}\,M_C$ при размерах от 1–3 кпк до 40–50 кпк. В плоскости спиральных рукавов концентрируется значительное количество молодых массивных звезд высокой светимости, а масса газа достигает 3–10 %. Среди ближайших галактик доля спиральных около 60 %. Примеры:

NGC 3898 в созвездии Большой Медведицы, тип Sa.

Галактика = Млечный Путь, тип Sb, масса $1{,}6\cdot10^{11}\,M_C$.

NGC 224 = M31 = Туманность Андромеды, тип Sb, масса $3{,}2\cdot10^{11}\,M_C$.

NGC 598 = M33 = Туманность в Треугольнике, тип Sc, масса $1{,}3\cdot10^{10}\,M_C$.

NGC 5194 = M51 в Гончих Псах, тип Sc.

NGC 3031 = M81 в Большой Медведице, тип Sc, масса $1{,}3\cdot10^{11}\,M_C$.

3. Линзообразные галактики, обозначаются S0. Среди ближайших галактик их доля составляет 22 % Примеры: NGC 524, NGC 4762.

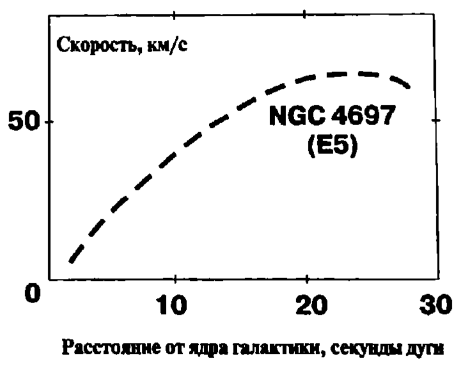


Рис. 32. Кривая вращения эллиптической галактики NGC4697 по [206] демонстрирует слабое общее вращение звезд галактики.

4. Неправильные галактики, обозначаются Ir I — яркие, Ir II — неяркие, слабые галактики. Диапазон масс — $10^8 - 10^{10}$ M_C, доля межзвездного газа – до 20 % Возможная причина неправильной формы — взаимодействие с соседними галактиками. Примеры NGC 5204 — Ir I, галактика в созвездии Льва — Ir II. К неправильным галактикам примыкают иглообразные или сигарообразные галактики. Например, NGC 2685 имеет сигарообразное тело и кольцевую структуру вокруг него.

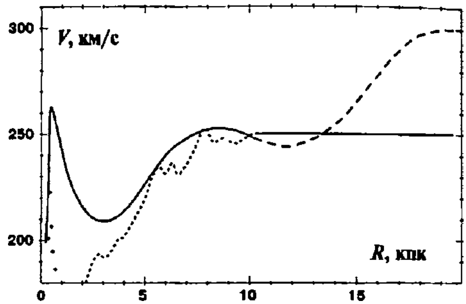


Рис. 33. Кривая вращения Галактики по [253]. Пунктирная линия – вращение нейтрального водорода по [202] и [204], штриховая линия – данные наблюдений оптических областей HII из [249].

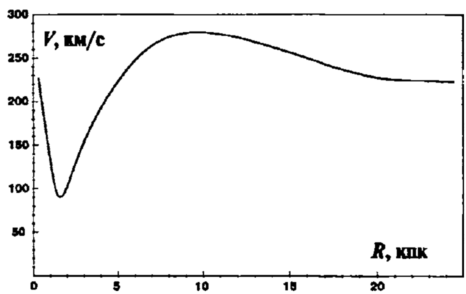


Рис. 34. Вращение туманности Андромеды (M31) по [203], [262].

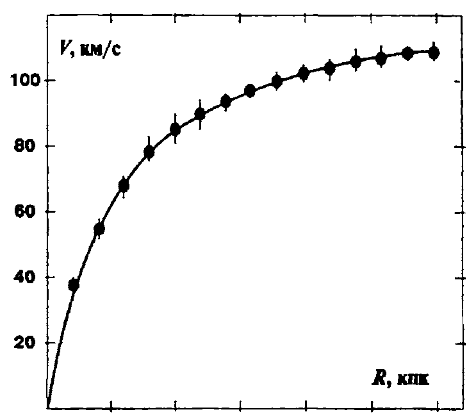


Рис. 35. Вращение спиральной галактики M33 согласно [366].

Для спиральных галактик угловые скорости вращения прямо пропорциональны степени их сжатия. Карликовые галактики, ядра больших галактик, бары SB-галактик вращаются, как правило, твердотельно, а за пределами ядра угловая скорость уменьшается. Эллиптические галактики и карликовые галактики типа Ir II вращаются в целом медленно — максимальные скорости составляют от 50 до 150 км/с. В связи с отсутствием горячих гигантов, сверхгигантов и водородных облаков получить кривые вращения для этих галактик затруднительно, поэтому число E-галактик с известным вращением в несколько раз меньше, чем число исследованных S-галактик (для которых получено несколько сотен кривых вращения). Если взять в качестве характеристики случайную скорость звезд V_0, то в спиралях скорости упорядоченного вращения равны 4–5 V_0, в балджах S-галактик — 0,7 V_0, а в эллиптических галактиках — 0,25 V_0.

Вероятно, что слабое общее вращение E-галактик сочетается с достаточно интенсивным вращением звезд по случайно направленным орбитам с большим эксцентриситетом. Для примера на рисунке 32 приведена кривая вращения эллиптической галактики NGC 4697 из [206].

Детальные профили скоростей вращения некоторых S-галактик в зависимости от расстояния от центра

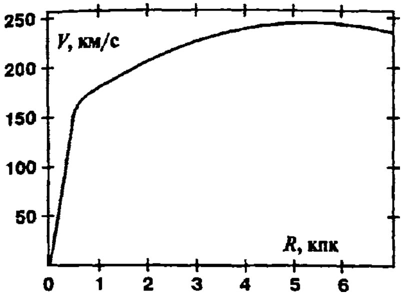


Рис. 36. Кривая вращения спиральной галактики M51 по [365].

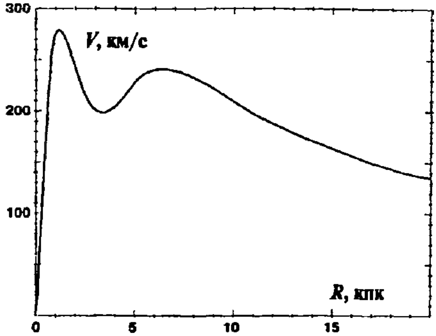


Рис. 37. Кривая вращения спиральной галактики M81 по [282].

вращения показаны на рисунках 33–37. Кривая вращения Галактики (рисунок 33) приведена по данным [253], добавлены данные по вращению нейтрального водорода из [202], [204] (пунктирная линия) и данные по наблюдениям оптических областей НII [249] (штриховая линия). На рисунке 34 показано вращение туманности Андромеды (M31) по данным [203], [262]; на рисунке 35 — вращение M33 согласно [366]; на рисунке 36 — вращение M51 по [365]; на рисунке 37 — вращение M81 по [282]. Обобщенные виды кривых вращения приведены на рисунке 38 согласно [196]. Как видно из рисунков 32–38, скорости звезд при вращении в галактиках не превышают величины 300–400 км/с. По данным [109], Солнце находится на расстоянии 8,5 — 10 кпк от центра Галактики и имеет скорость вращения 220–250 км/с.

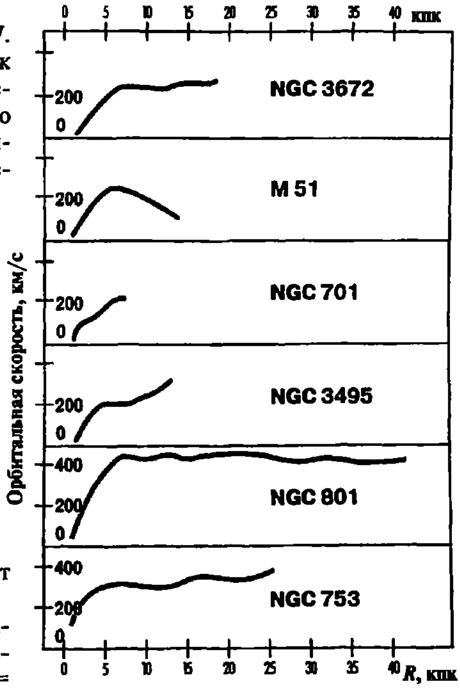


Рис. 38. Различные виды кривых вращения в спиральных галактиках согласно [196].

Сравним приведенные скорости вращения с предельной скоростью движения звезд, равной CA/Z по (86), где $C = 220$ км/с, A — массовое число, Z – зарядовое число. В § 15 было показано, что предельные скорости вращения звезд вокруг своей оси не превышают величины CA/Z. Аналогичная картина складывается и для скоростей звезд при их вращении в галактиках, поскольку почти для всех звезд при $A > 1$ величина A/Z не меньше двух и произведение CA/Z не менее 440 км/с. Таким образом, величина CA/Z кладет предел и для скоростей вращения звезд в галактиках.

Статистические исследования двойных галактик [86] дают следующее:

Приблизительно 12 % всех галактик — двойные. Среднее расстояние между парами — 10 Мпк. При средних массах галактик пар $M = 1{,}3\cdot10^{11}\ M_C$ обычное расстояние между галактиками пары равно 12 кпк, а средний орбитальный момент равен $6{,}53\cdot10^{67}$ Дж·с (данные по 487 парам). При этом усредненная относительная скорость вращения одной галактики вокруг другой составляет 170 км/с, что также меньше величины $C\,A/Z$.

Согласно (34) и (86), полную энергию звезды E можно записать в следующем виде:

$$E = -E_K = U/2 = -M_S C^2 (\frac{A}{Z})^2,$$

где E_K — кинетическая (тепловая) энергия частиц звезды,
U — потенциальная энергия звезды,
M_S — масса звезды,
$C = 220$ км/с — звездная скорость,
A — массовое число звезды,
Z — зарядовое число.

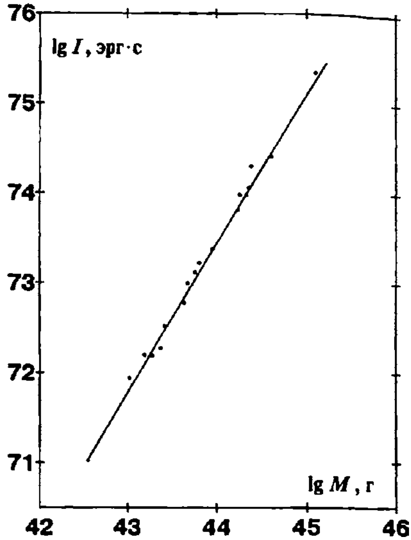


Рис. 39. Зависимость «спин-масса» для спиральных галактик по данным [279], [361].

Применим данную формулу к галактикам. По данным [140], гравитационная энергия связи для Галактики равна:

$$U = -K\frac{\gamma M_\Gamma^2}{R} = -5\cdot10^{52}\ \text{Дж}.$$

При массе Галактики $M_\Gamma = 1{,}6\cdot10^{11}\ M_C = 3{,}2\cdot10^{41}$ кг найдем ее полную энергию как для звезд по формуле (86):

$$E \approx -M_\Gamma C^2 = -1{,}55\cdot10^{52}\ \text{Дж}. \qquad (131)$$

Близость величин $U/2$ и E показывает, что формула (131) пригодна для оценки полной энергии Галактики. Вопрос о полной энергии других галактик рассматривается в § 34.

Одним из результатов § 15 являлось то, что наблюдаемые спины звезд можно объяснить, если предположить, что звездные и планетные системы образовались из слабо вращающихся газово-пылевых облаков в едином процессе. Интересно, что этот же подход полностью применим и к галактикам. На рисунке 39 приведена зависимость вращательного момента (спина) спиральных галактик от их массы по данным из [279], [361] (в системе единиц СГС). Поскольку прямая с наклоном 5/3 удачно проходит через точки на рисунке 39, то можно использовать формулы (111) и (112):

$$I = 0{,}4\ D\,\gamma^{1/2}(\frac{3}{4\pi\rho})^{1/6} M^{5/3}, \qquad (132)$$

здесь I — спин галактики,
D — некоторый коэффициент,
γ — гравитационная постоянная,
ρ — плотность родительского тела,
M — масса галактики.

Зависимость спина галактики I от массы M по рисунку 39 дает:

$$I = 1{,}2\cdot10^{-2}M^{5/3} \text{ в системе единиц СИ.} \quad (133)$$

Из (132) и (133) найдем плотность ρ:

$$\rho = D^6\cdot 9{,}2\cdot10^{-23}\,\text{кг/м}^3. \quad (134)$$

Плотность вещества в ядре Галактики имеет величину до 10^{-12} кг/м^3 [196], в окрестностях Солнца плотность равна $3\cdot10^{-21}$кг/м^3 [125]. Малая величина (134) говорит в пользу того, что галактики образовались путем гравитационного скучивания. Радиус родительского облака для Галактики можно оценить по формуле:

$$R = \left(\frac{3M_\Gamma}{4\pi\rho}\right)^{1/3}, \text{ откуда } R = 10^{21}\,\text{м}/D^2 = 30\ \text{кпк}/D^2,$$

что больше , чем видимый сегодня радиус диска Галактики, составляющий 15 кпк, а при соответствующем коэффициенте D будет больше и радиуса короны Галактики, составляющего 40 кпк. Связь между единицами длины — метром, парсеком, световым годом, используемыми здесь, следующая:

$$1\ \text{пк} = 3{,}263 \text{ световых года} = 3{,}086\cdot10^{16}\,\text{м}.$$

В связи с вышеизложенным необходимо добавить, что коллапс Галактики подтвержден многими исследователями (смотри комментарий в [124]) и является фактически наблюдательным фактом. В частности, изучение распределения металлов в звездах показывает, что звезды гало возникли еще до образования звезд диска Галактики и что в то время в основном и было заложено наблюдаемое содержание металлов.

Согласно [167], орбиты самых старых звезд достигают 46 кпк от центра Галактики, что можно считать начальным радиусом звездообразования. В этот момент средняя плотность вещества могла составлять величину около 10^{-23} кг/м^3.

б) Магнитные поля галактик.

Для оценки магнитных полей в галактиках используют эффект поляризации света в пылевой материи, ориентированной в магнитном поле, эффект накопления космических лучей в намагниченном пространстве, расщепление линий в спектрах в магнитном поле (эффект Зеемана), вращение плоскости поляризации излучения в плазме с магнитным полем (эффект Фарадея) , наблюдения фонового нетеплового (синхротронного) радиоизлучения.

Средние значения напряженности магнитного поля в галактиках Ir с 342, M31 (NGC 224), M51 (NGC 5194) составляют $(1{,}6 - 4)\cdot10^{-4}$ А/м [162]. Как и в нашей Галактике, магнитное поле параллельно диску и направлено вдоль рукавов, причем в соседних рукавах направления поля противоположны [53].

Оценки магнитного поля в радиогалактиках по синхротронному радиоизлучению имеют следующую величину:

$H > 1{,}3\cdot10^{-5}$ А/м — Центавр А; $1{,}3\cdot10^{-4}$ А/м — Лебедь А; $1{,}6\cdot10^{-4}$А/м — Дева А.

Для эллиптической галактики M87 регулярное крупномасштабное магнитное поле дает величину $H = (4-16)\cdot10^{-5}$ А/м [162].

Используя для обьяснения магнитных полей галактик механизм гидромагнитного динамо, в [162] с помощью анализа кривых вращения определены области генерации магнитного поля в спиральной галактике M31 — при $R < 2$ кпк и при $6 < R < 20$ кпк, для нашей Галактики — в центральной области при $R < 4$ кпк и во внешнем кольце при $8 < R < 10$ кпк.

Измерения магнитного поля показывают, что вертикальная составляющая магнитного поля во внешних частях диска имеет величину порядка 0,01 от азимутальной составляющей, в то время как в центральных областях (< 1 кпк) обе составляющие приблизительно одинаковы. Поскольку обычно в сферических областях магнитное поле имеет дипольный характер, сделаем оценки магнитных моментов центральной области Галактики — балджа, а также Галактики в целом далеко за ее пределами, где преобладает дипольная компонента. Предположим, что магнитное поле Галактики имеет такой же характер, как у Солнца, у которого дипольная компонента направлена вдоль оси вращения (в моменты минимума солнечной активности), а силовые линии магнитного поля вытягиваются центробежными силами вдоль магнитного экватора. При этом влияние тороидального поля Солнца от магнитоактивных областей (солнечных пятен) сильно искажает дипольное поле, создавая секторную структуру межпланетного магнитного поля (сравни с секторной структурой магнитного поля в рукавах Галактики).

Тогда измеряемые магнитные поля будут экваториальными для диполя и можно использовать формулу (117) при $Q = \pi/2$:

$$P_M = 4\pi H R^3.$$

Для Галактики напряженности магнитного поля равны [162]:

В диске: $(1{,}6 - 2{,}4)\cdot 10^{-4}$ А/м.

В центральной области размером 500 пк: $1{,}6\cdot 10^{-3}$ А/м.

В самых плотных газовых облаках: $8\cdot 10^{-3}$ А/м.

В области 1 пк (по поляризации инфракрасного излучения): 0,8 А/м.

Примем для балджа $R_Б = 200$ пк согласно [109], $H_Б = 1{,}6\cdot 10^{-3}$ А/м.

Тогда магнитный момент балджа $P_M = 4\pi H_Б R_Б^3 = 4{,}7\cdot 10^{54}$ Дж/Тл. (135)

Сделаем оценки магнитного момента Галактики по магнитному полю, наблюдаемому между галактиками. Межгалактический разреженный горячий газ с концентрацией 10^3 частиц/м^3 и температурой 10^8 К является источником тормозного рентгеновского излучения и синхротронного радиоизлучения (радиогало некоторых галактик), что говорит о присутствии магнитного поля. Оценки поля из анализа мер фарадеевского вращения плоскости поляризации дают $H < 10^{-6} - 10^{-4}$ А/м в отдельных межгалактических областях размером 20 кпк и $H < 2\cdot 10^{-9} - 8\cdot 10^{-8}$ А/м в скоплениях галактик [162]. Среднее расстояние между галактиками в Местной группе галактик равно 184 кпк [3], тогда при $R = 100$ кпк для магнитного момента Галактики получим величину $P_M = 7\cdot 10^{56} - 3\cdot 10^{58}$ Дж/Тл.

Другая оценка магнитного момента Галактики при $R = 15$ кпк и $H = 8\cdot 10^{-5}$ А/м дает: $P_M = 10^{59}$ Дж/Тл. Будем считать, что магнитный момент Галактики находится в следующих пределах:

$$P_M = 7\cdot 10^{56} - 10^{59}\ \text{Дж/Тл}. \quad (136)$$

Поскольку наблюдения показывают, что в парах спины галактик направлены хаотично [86] и нет корреляции в направлениях осей вращения галактик [162], то можно сделать вывод, что регулярное крупномасштабное межгалактическое магнитное поле слишком слабо, чтобы ориентировать заметным образом спины и магнитные моменты галактик в одном направлении.

Для построения зависимости «спин — магнитный момент» для Галактики найдем вначале спин балджа. Из рисунка 33 видно, что до $R = 0{,}4$ кпк вращение Галактики происходит приблизительно твердотельно. Согласно полиномиальной аппроксимации скорости вращения Галактики из [253], скорость вращения при $R_Б = 200$ пк составляет $V = 200{,}6$ км/с. Найдем массу $M_Б$, находящуюся внутри сферы радиуса $R_Б$ по формуле равновесия сил (103):

$$M_Б = \frac{V^2 R_Б}{\gamma} = 3{,}7\cdot 10^{39}\ \text{кг} = 1{,}9\cdot 10^9 M_C.$$

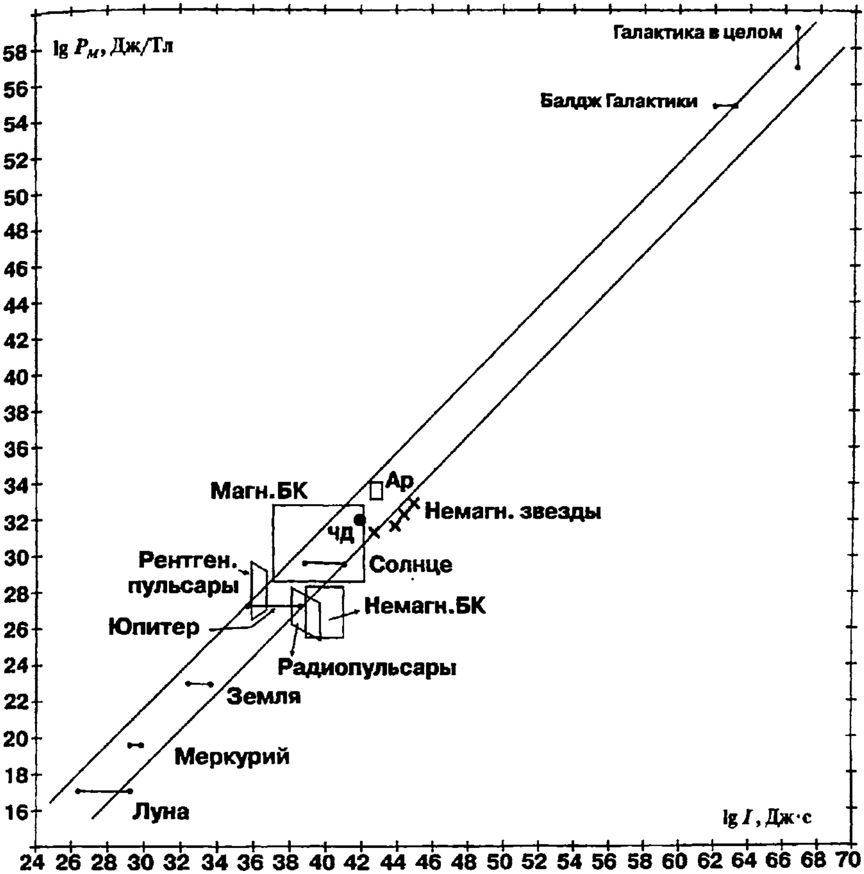


Рис. 40. Сводная зависимость «магнитный момент – спин» для планет, звезд и Галактики. Магнитные моменты Луны, Меркурия, Земли, Юпитера и Солнца приведены для двух значений спинов: спина ядра и полного спина согласно рисунков 24 и 25. Крестики – обычные немагнитные звезды, прямоугольник Ар – магнитные звезды по рисунку 28. Указаны положения магнитных и немагнитных белых карликов из рисунка 29, радио и рентгеновских пульсаров из рисунка 31, экстремальной черной дыры ЧД (показана большой точкой)с массой 1,414 M_C, а также балджа и Галактики в целом с учетом возможного разброса значений. Все обьекты расположены внутри или на границе полосы, отсекаемой линией звездного магнетона Бора (верхняя) и линией звездного ядерногома гнетона (нижняя).

Плотность звезд при $R = 100$ пк равна 105 $M_C/\text{пк}^3$, а при $R = 10$ пк — 6600 $M_C/\text{пк}^3$ согласно [132], что сравнимо с распределением плотности внутри звезд. Поэтому для определения спина балджа используем формулу (104), положив в ней $K = 0{,}04 — 0{,}4$:

$$I_Б = K M_Б V R_Б = (1{,}8 - 18)\cdot 10^{62} \text{ Дж}\cdot\text{с}. \tag{137}$$

Оценка спина Галактики в целом сделана в [86]:

$$I_Г = 9{,}7\cdot 10^{66} \text{ Дж}\cdot\text{с}. \tag{138}$$

Точки для магнитного момента и спина балджа Галактики по (135) и (137) и для

Галактики в целом по (136) и (138) приведены на рисунке 40, показывающем сводную зависимость «магнитный момент — спин» для планет, звезд и Галактики. Верхняя прямая проведена по формуле $P_M = KI$ при $K = K_{PE}$ из (127) и соответствует звездному магнетону Бора. Нижняя прямая проведена при $K = K_{PP}$ из (128) и соответствует звездному ядерному магнетону. Точки для балджа и Галактики в целом, так же как и другие космические обьекты, лежат внутри или вблизи области, отсекаемой прямыми, показывая общую тенденцию — пропорциональность магнитного момента спину. Обьекты на рисунке 40 следующие:

1. Луна, Меркурий, Земля, Юпитер — из рисунков 24, 25; приведены два значения спина — для ядра и для планеты в целом.
2. Солнце, указаны значения полного спина и спина ядра.
3. Магнитные (обозначены Ар) и обычные (немагнитные) звезды по рисунку 28.
4. Магнитные и обычные белые карлики по рисунку 29.
5. Нейтронные звезды — рентгеновские и радиопульсары в виде двух четырехугольников по рисунку 31.
6. Экстремальная черная дыра из § 35, пункт в).
7. Балдж и Галактика в целом с учетом разброса параметров.

Данные рисунка 40 убедительно показывают эффект применения теории подобия, позволяющей расчитать коэффициент подобия по гиромагнитному отношению (126), а затем и положение линий на рисунке 40 согласно (127) и (128).

Предположим теперь, что существует регулярное крупномасштабное межгалактическое магнитное поле, воздействие которого на магнитный момент Галактики приводит к прецессии вектора ее магнитного момента вдоль направления магнитного поля. Оценим возможный период такой прецессии, полагая, что напряженность магнитного поля достаточно велика и находится в тех же пределах, которые были использованы для оценки магнитного момента Галактики. Угловая частота прецессии ω будет равна по [235]:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \mu_0 K H, \tag{139}$$

здесь T — период прецессии,

$\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}$ Гн/м — магнитная постоянная,

K — гиромагнитное отношение,

H — напряженность магнитного поля.

Из рисунка 40 видно, что точки для Галактики близки к верхней линии, для которой $K = K_{PE} = 3{,}69 \cdot 10^{-9}$ Тл$^{-1}$с$^{-1}$ согласно (127). Подставляя в (139) среднее значение $H = 4 \cdot 10^{-8}$ А/м, получим значение периода прецессии Галактики: $T > 10^{15}$ лет

Не исключено, что существует еще один пример подобного большого периода. Из оценок изотропии реликтового излучения [243] следует, что Метагалактика сделала не более чем 10^{-6} оборота вокруг своей оси за время своего существования. Полагая, что Метагалактика существует более 10^{10} лет, найдем период ее собственного вращения:

$$T > 10^{16} \text{ лет.}$$

Однако в [148] отмечается, что космологическое вращение Метагалактики может не приводить к значительной анизотропии реликтового излучения, поэтому сделанная выше оценка может быть не точной. В различных моделях Метагалактики для периода ее вращения получаются значения $6 \cdot 10^{11} - 6 \cdot 10^{13}$ лет. В принципе вращение Метагалактики можно было бы определить с помощью эффекта Допплера, как это было сделано для нашей Галактики, но этому препятствует большая величина космологического красного смещения (смотри § 38).

§ 19. Основные результаты

1. Характерная величина момента импульса в системах звезд главной последовательности или звездная постоянная $\hbar_S$ равна :

$$\hbar_S = 2{,}8\cdot10^{41}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

2. Постоянная тонкой структуры α одинакова для атомных и звездных систем:

$$\alpha = \frac{v}{c} = \frac{V}{C} \approx \frac{1}{137},$$

здесь v — скорость вращения электрона в основном состоянии в атоме водорода вокруг ядра,
c — скорость света,
V — скорость вращения е-планеты вокруг р-звезды (см.Таблицу 23),
$C = 220$ км/с — звездная скорость.
Постоянная α выражается через характерные параметры атомных систем:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c},$$

где e — заряд электрона,
ε_0 — электрическая постоянная,
$\hbar$ — постоянная Планка,
c — скорость света,
а также через характерные параметры звездных (планетных) систем:

$$\alpha = \frac{\gamma M_{PS} M_П}{\hbar_S C},$$

где γ — гравитационная постоянная,
M_{PS} — масса р-звезды по (14),
$M_П$ — масса е-планеты по (17),
$\hbar_S$ — звездная постоянная по (98),
C — звездная скорость по (45).

3. Распределение орбитального момента планет в Солнечной системе качественно совпадает с распределением момента в атоме кислорода.

4. Для удельных орбитальных моментов планет в Солнечной системе выполняется закон квантования момента Бора:

$$\frac{L_{ПЛ}}{M_{ПЛ}} = K_1 n \frac{\hbar_S}{M_П}$$

где $L_{ПЛ}$ — орбитальный момент импульса планеты,
$M_{ПЛ}$ — масса планеты,
$K_1 = 0{,}5$ — коэффициент пропорциональности,
n — порядковый номер планеты,
$\hbar_S$ — звездная постоянная по (98),
$M_П$ — масса е-планеты (17).
Величина удельного момента импульса $K_1 \hbar_S / M_П = 2{,}31\cdot10^{15}$ м^2/с разграничивает планеты от спутников планет исходя из значения их удельного орбитального момента импульса.

5. Ввиду разного характера действия электромагнитных и гравитационных сил полное подобие в отношении спина звезд и планет отсутствует. Спин звезд малой

массы меньше величины $\hbar_S/2$, спин Солнца приблизительно равен $\hbar_S/2$, а с ростом массы звезды ее спин быстро растет. Спины планет значительно меньше величины $\hbar_S/2$ Однако статистический момент импульса частиц р-звезды имеет тот же порядок величины, что и звездная постоянная $\hbar_S$.

6. Рассмотрение процесса образования планетных систем с точки зрения закона сохранения вращательного момента приводит к выводу о том, что планетные системы могут существовать вокруг всех звезд главной последовательности, образовавшись в едином процессе рождения звезд и планет.

7. Теоретически расчитанные из условия равновесия предельные скорости вращения звезд близки к величине $C(A/Z)$, где $C = 220$ км/с, A — массовое число звезды, Z — зарядовое число. Величина $C(A/Z)$, как аналог скорости света для звезд главной последовательности, ограничивает предельные скорости звезд — все наблюдаемые скорости вращения звезд меньше этой величины.

8. Поскольку магнитные поля планет генерируются в их недрах, сделано предположение о том, что магнитные моменты планет пропорциональны спинам их ядер. В результате для Луны и планет получена лучшая линейная зависимость «магнитный момент — спин». Аналогичные результаты получаются и в рамках теории динамо-механизма возбуждения магнитного поля.

9. Безразмерный коэффициент подобия по гиромагнитному отношению Γ_P равен:

$$\Gamma_P = 2{,}1\cdot 10^{-20}.$$

10. Сделано предположение о том, что магнитные моменты P_M космических объектов пропорциональны их спинам I:

$$P_M = KI.$$

Коэффициент $K = K_{PE} = 3{,}69\cdot 10^{-9}$ Тл$^{-1}$с$^{-1}$ на зависимости «магнитный момент — спин» задает прямую, соответствующую звездному магнетону Бора, коэффициент $K = K_{PP} = 2{,}01\cdot 10^{-12}$ Тл$^{-1}$с$^{-1}$ — прямую, соответствующую звездному ядерному магнетону. Оказывается, что все известные космические обьекты — планеты, Солнце, магнитные и обычные немагнитные звезды, магнитные и обычные белые карлики, нейтронные звезды (рентгеновские и радиопульсары), Галактика — лежат внутри или вблизи области, отсекаемой этими двумя прямыми, показывая тем самым подобие атомных и звездных систем.

11. Наибольшая концентрация магнитных звезд приходится на спектральный класс А0, который соответствует химическим элементам Sc, Ti, V, Cr, Mn (смотри Таблицу 9). Нуклиды этих элементов действительно обладают наибольшими магнитными моментами и достаточной распространенностью в природе.

12. Показано, что звезды, как и атомные ядра, разбиваются на две группы — магнитные и немагнитные в зависимости от величины магнитного момента. Эволюция звезды от главной последовательности до вырожденного обьекта с большой вероятностью происходит в пределах исходной группы с сохранением магнитных свойств.

13. Орбитальные скорости звезд при их вращении в галактиках обычно не превышают звездной скорости $C(A/Z)$. Скорости вращения парных галактик друг относительно друга также не превышают этой величины.

14. Исходя из зависимости спина спиральных галактик от их массы, можно предположить, что галактики, как и планетные системы, образовались путем гравитационного скучивания.

15. Оценка периода возможной прецессии магнитного момента Галактики в регулярном крупномасштабном магнитном поле дает величину $T > 10^{15}$ лет.

Глава 4. Свойства химических элементов и звезд

§ 20. Распространенность химических элементов и звезд

а) Двойные звезды с одинаковыми массами компонент.

Согласно теории подобия мы рассматриваем двойные и кратные звездные системы как аналоги двухатомных и многоатомных молекул соответственно. В § 10 приведены примеры некоторых звездных пар из [106] и получены их аналоги — двухатомные молекулы. Особый интерес представляют двойные звезды с одинаковыми массами компонент, большая часть которых должна соответствовать молекулам газов (типа H_2, He_2, N_2, O_2, F_2, Ne_2 и т.д.).

С другой стороны, известно, что инертные газы весьма неохотно вступают в химические реакции, поэтому следует ожидать, что соответствующие им звезды должны образовывать двойные системы с близкими значениями масс компонент. Анализ двойных звезд, подобных инертным газам, сделан по каталогу Свечникова [166], содержащего 246 пар звезд с известными массами, результат приведен в Таблице 36.

Таблица 36

Двойные звезды — аналоги инертных газов .

Название пары	Спектры компонент	Массы, M_S/M_C	Радиусы, R_S/R_C	M_b	Аналог - инертный газ
β 0 Aur	A2 IV A2 IV	2,35 2,27	2,61 2,38	0,8 1	$^{42}Ar + ^{41}Ar$
WX Cep	A5 A2	1,1 1,1	3,1 2,1	0,7 1,3	^{20}Ne
WZ Oph	F8 V F8 V	1,13 1,11	1,32 1,34	3,9 3,8	^{20}Ne
TY Pyx	G5e G5e	1,22 1,2	1,68 1,6	3,55 3,65	^{22}Ne
HS Hya	F4 F4	1,34 1,29	1,29 1,29	3,6 3,6	^{23}Ne :
UX Men	G1 IV G1 IV	1,17 1,11	1,32 1,25	4,1 4,2	$^{21}Ne + ^{20}Ne$
VZ Hya	F5 V F6 V	1,23 1,12	1,36 1,14	3,5 4	$^{22}Ne + ^{20}Ne$
FL Lyr	G0 V [G9]	1,19 1	1,27 1,03	4,1 5	$^{21}Ne + ^{18}Ne$:
CM Dra	M4 Ve M4 Ve	0,24 0,21	0,25 0,235	10 10,2	^{4}He
Системы типа AR Lac (типа RS CVn)					
RW UMa	F9 sg G9:	1,22 1,21	1,3 4,8	4 1,6	^{22}Ne

Таблица 36. Продолжение.

Название пары	Спектры компонент	Массы, M_S/M_C	Радиусы, R_S/R_C	M_b	Аналог - инертный газ
SZ Cen	A7 III A7 III	2,31 2,28	4,54 3,62	0,1 0,6	^{41}Ar
MM Her	G8 IV [K1,5:IV]	1,22 1,19	2,7 1,45	3 4,9	$^{22}Ne + ^{21}Ne$
Z Her	F5 IV K0 IV	1,22 1,1	1,55 2,55	3,3 3,5	$^{22}Ne + ^{20}Ne$
HD 5303	G3 F0:	1,17 1,03	3,25 1,63	2,1 2,8	$^{21}Ne + ^{19}Ne$

Обозначения в Таблице 36 следующие:

Массы M_S и радиусы R_S компонент двойных приведены в единицах массы M_C и радиуса R_C Солнца;

M_b обозначает болометрическую звездную величину;

Каждой двойной звезде соответствует двухатомная молекула инертного газа, с указанием округленного массового числа каждого нуклида A, определяемого по формуле (6):

$$A = (M_S/M_C)A_C, \text{где } A_C = 18. \tag{140}$$

Квадратными скобками обозначены спектры компонент, найденные по поверхностной яркости в предположении, что каждая из компонент излучает как абсолютно черное тело, а двоеточием обозначены неуверенные определения какого-либо параметра.

В среднем звезды — аналоги Ne и Ar имеют очень большие радиусы по отношению к зависимости «радиус-масса» для звезд главной последовательности и несколько большую болометрическую величину. Системы типа RS CVn , кроме этого, демонстрируют следующие особенности: быстрое и связанное вращение компонент (как у Земли и Луны), вспышечная активность, сильные эмиссионные линии Ca II , переменное рентгеновское излучение [55].

Отношение числа двойных в Таблице 36 (14 пар) к общему количеству двойных в каталоге Свечникова [166] дает оценку доли звезд — аналогов инертных газов (без учета звезд очень малой массы):

$$\frac{14}{246} = 0{,}057 \text{ или } 5{,}7\,\%. \tag{141}$$

В связи с двойными звездами находятся результаты исследований американских астрономов Абта и Леви (смотри в [3], [223]). Они отобрали на северном небе все звезды, видимые невооруженным глазом, близкие по характеристикам к Солнцу (то есть приблизительно спектральный класс G2 и абсолютную звездную величину $+4^m,9$). Таких звезд оказалось 123, и все они удалены не более, чем на 20 пк. Из них 88 звезд оказались компонентами в двойных или кратных системах, или около 70 % . Если считать, что Солнце есть аналог атома кислорода, то мы получаем, что звезды типа Солнца обьединены в своеобразный звездный газ, который соответствует в основном молекулярному кислороду.

б) Классификация звезд.

Приведем краткие сведения, позволяющие ориентироваться в обозначениях спектров различных звезд, по [5], [55]. Гарвардская классификация определяет основные спектральные классы звезд : O, B, A, F, G, K, M, так что каждому классу соответствует свой вид спектра в зависимости от видимости и интенсивности спектральных линий различных элементов в разных стадиях ионизации.

Для звезд главной последовательности от спектрального класса O до M плавно уменьшаются массы звезд, их радиусы, эффективные температуры и светимости.

Дополнительная классификация:

N, NQ, Q или H — новые звезды,

Nl — новоподобные звезды,

Nr — повторные новые звезды,

P — звезды-ядра планетарных туманностей,

SN — сверхновые звезды,

PSR — пульсары,

X — рентгеновские источники,

GB — гамма-барстеры,

MXB (Massachussets X-Ray Burster) — барстеры,

WC, WN — звезды Вольфа-Райе,

WC-звезды имеют в спектре линии углерода C II — C IV, кислорода O II — O VI в эмиссии,

WN-звезды — линии O и C отсутствуют, но выделяются линии азота N II — N V.

Углеродные звезды — тип C или в старых обозначениях:

тип R — в спектре сильные полосы поглощения молекул CN,

тип N — полосы поглощения молекул C_2,

тип S — в спектре полосы поглощения молекул Zr O и оксидов других редкоземельных металлов.

После обозначения основного спектра добавляются цифры от 0 до 9, выделяющие спектральный подкласс внутри основного класса, а иногда и следующие обозначения:

e — (emission) — спектр с эмиссионными линиями,

f — спектр с эмиссионными линиями для класса O,

p — (peculiar) — пекулярный спектр,

n — размытые линии в спектре,

s — (sharp) — четкие линии в спектре (данное обозиачение ставят обычно перед спектральным классом),

k — имеются линии межзвездного поглощения,

m — усиленные линии металлов.

Йеркская система, или система Моргана-Кинана (МК) обозначает классы светимости звезд:

Класс светимости	Название	Примеры
О или Ia-O или Ia+	Супергиганты (Сверх-сверхгиганты)	F8 O
Ia, Ib или c	Сверхгиганты (sg–supergiant)	B2 Ia , sgF3
IIa, IIb	Яркие гиганты	B5 IIb
III	Нормальные гиганты (g–giant)	G0 III , gG
IV	Субгиганты	G5 IV
V	Звезды главной последовательности (d–dwarf)	G0 V , dG4
VI	Субкарлики (sd–subdwarf)	sdK5
VII	Белые карлики (white dwarfs)	DA , wdA4

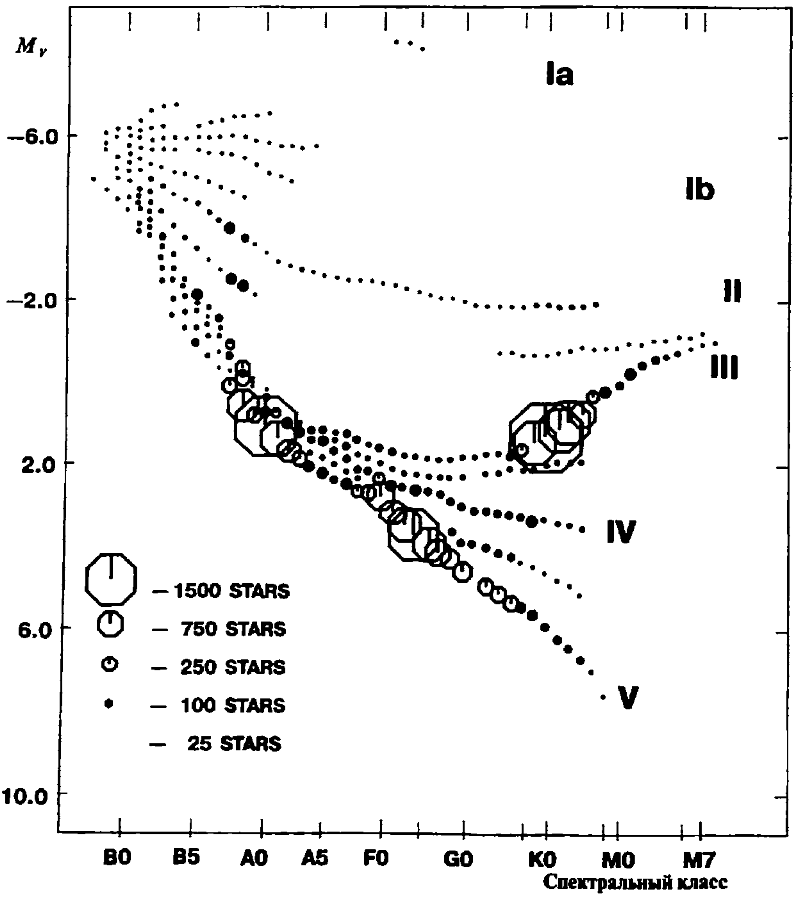


Рис. 41. Диаграмма «абсолютная звездная величина – спектральный класс» для 36382 нормальных звезд из Мичиганского спектрального каталога согласно [294].

в) Распространенность звезд различных спектральных классов.

Попробуем определить, что представляет собой наша Галактика с точки зрения состава входящих в нее звезд. Уподобим звезды атомам, тогда Галактика предстанет огромным сгустком звездного газа с плотным ядром. Нас будет интересовать «химический состав» этого газа, то есть зависимость числа звезд определенной массы от величины этой массы. Для этого воспользуемся данными, извлеченными из Мичиганского спектрального каталога авторами [294]. При обработке каталога ими было отсеяно около 1/3 всех звезд из-за плохого качества данных или значительной пекулярности. Основным результатом работы являются три диаграммы Герцшпрунга-Рессела, показывающих распределение звезд по количеству в следующих обьемах:

1. С радиусом 25 парсек с общим количеством 184 звезды.
2. С радиусом 100 парсек для 4700 звезд.
3. Общая диаграмма для 36382 звезд, расположенных в южной части неба.

Последняя диаграмма представлена на рисунке 41 в координатах «абсолютная звездная величина — спектральный класс». Видно, что основные максимумы звезд лежат в спектральных классах A0, F5 для главной последовательности (класс светимости V) и при K0 для гнгантов (класс светимости III). Заметим, что здесь не представлены звезды более раннние, чем спектрального класса O9, а звезды — карлики класса M малочисленны из-за недостаточности данных.

Поскольку вместо массы для сравнения звезд и нуклидов лучше всего использовать массовое число A, поставим в соответствие каждому спектральному классу звезд главной последовательности свою массу согласно Таблицам 8 и 9, а затем переведем массу звезд в массовое число A по формуле (140). Подсчитав число звезд главной последовательности в каждом спектральном классе, диаграмму на рисунке 41 преобразуем в зависимость числа звезд N от массового числа A, представленную на рисунке 42. Цифрами указаны массовые числа, соответствующие точкам кривой. Для точек с массовыми числами $A = 1$ и $A = 4$ ввиду отсутствия данных на рисунке 41 условно взято значение $N = 3$ звезды.

Учтем теперь, что диаграмма на рисунке 41 и зависимость на рисунке 42 показывают визуальное распределение звезд, а для оценки реального распределения звезд необходимо добавить невидимые на больших расстояниях слабые звезды. В первом приближении можно применить следующие рассуждения. Видимость звезд пропорциональна их светимости L:

$$F = \frac{L}{4\pi R^2}, \tag{142}$$

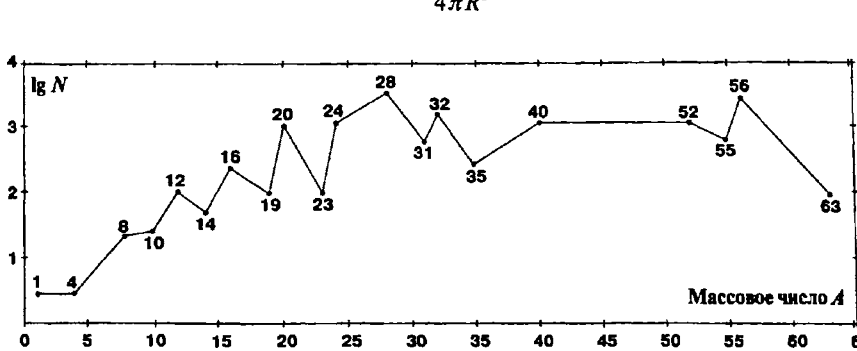


Рис. 42. Зависимость числа звезд главной последовательности от массового числа как результат пересчета данных из рисунка 41. Цифры у изломов кривой показывают массовые числа звезд.

здесь F — регистрируемый телескопом световой поток,
L — светимость (мощность излучения) звезды,
R — расстояние до звезды.

Оценим, на каком предельном расстоянии мы перестанем видеть самые слабые звезды главной последовательности из Таблицы 8. Для 5-метрового телескопа предельная возможность — регистрация обьекта 24-й видимой звездной величины с потоком оптического излучения, равным:

$$F_{MIN} = 10^{-17}\,\text{Дж}/(\text{м}^2\cdot\text{с}) \quad \text{согласно [222].}$$

Полагая светимость Солнца $L_C = 3{,}88\cdot10^{26}$ Вт, найдем из (142) предельное расстояние R видимости слабейших звезд в Таблице 8 со светимостью $L = 0{,}0001 L_C$ при потоке F_{MIN} :

$$R = 1{,}76\cdot10^{19}\ \text{м} = 0{,}57\ \text{кпк}. \qquad (143)$$

Учитывая влияние атмосферы и поглощение света, радиус видимости слабых звезд будет еще меньше.

Предположим теперь, что звезда со светимостью L находится на пределе видимости на расстоянии R, а некоторая базисная звезда имеет светимость L_O и также находится на пределе видимости на расстоянии $R_O > R$. Тогда световые потоки этих звезд равны:

$$F = F_O, \text{ отсюда получим: } \frac{L_O}{L} = (R_O/R)^2.$$

Пусть число звезд в единице обьема есть величина G, а общее число звезд равно N, тогда можно написать:

$N = G\frac{4}{3}\pi R^3$ – число звезд в обьеме с радиусом R,

$N_O = G_O\frac{4}{3}\pi R_O^3$ – число базисных звезд в обьеме с радиусом R_O.

Выразим отношение N_O/N через отношение светимостей:

$$\frac{N_O}{N} = \frac{G_O}{G}(R_O/R)^3 = \frac{G_O}{G}(L_O/L)^{1,5}.$$

При наблюдениях звезды можно сосчитать и тем самым найти числа N и N_O, однако более информативным является отношение концентраций звезд G/G_O:

$$\frac{G}{G_O} = \frac{N}{N_O}(L_O/L)^{1,5}.$$

Возьмем логарифм последнего выражения:

$$\lg G = \lg G_O + \lg N - \lg N_O + 1{,}5\lg\frac{L_O}{L}.$$

Выберем в качестве точки отсчета звезды с массовым числом $A = 40$ (масса равна $2{,}22\ M_C$) и будем считать, что все они сосчитаны в единичном обьеме с предельным радиусом R_O. Тогда для этих звезд $N_O = G_O$ и последняя формула упрощается:

$$\lg G = \lg N + 1{,}5\lg\frac{L_O}{L}.$$

Преобразуем отношение светимостей с помощью светимости Солнца L_C:

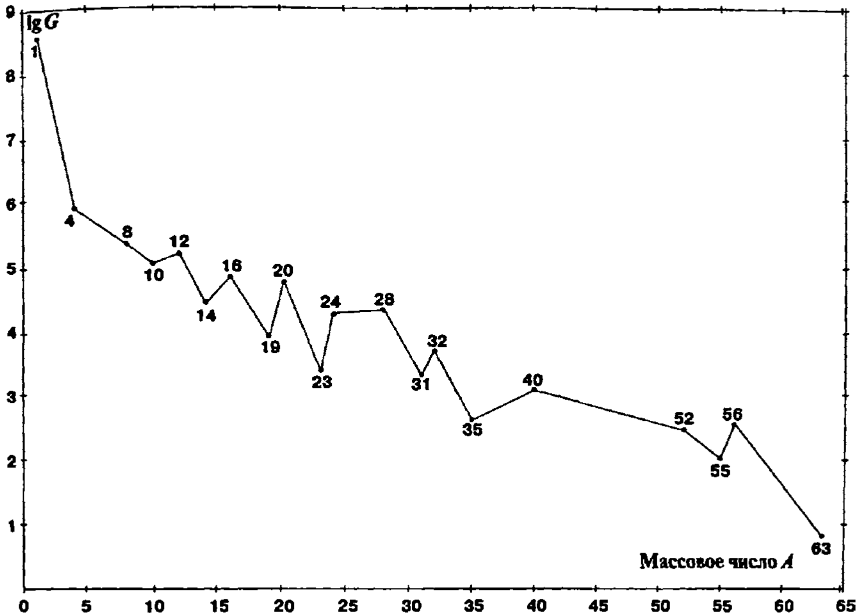


Рис. 43.Реальное относительное распределение концентрации звезд после пересчета на их видимость. Цифры у изломов кривой показывают массовые числа звезд.

$$\lg\frac{L_O}{L} = \lg\frac{L_O}{L_C} - \lg\frac{L}{L_C} = 1{,}4 - \lg\frac{L}{L_C},$$

здесь учтено, что для звезд ГП с массой 2,22 M_C $\lg\dfrac{L_O}{L_C} = 1{,}4$ по данным Таблицы 8.

Окончательно получаем:

$$\lg G = 2{,}1 + \lg N - 1{,}5\lg\frac{L}{L_C}. \qquad (144)$$

В формуле (144) величины N — видимое число звезд — можно взять из рисунка 42, а отношение L/L_C — из Таблицы 8 по известному массовому числу A и массе звезды (соотношение 140). В результате по (144) от чисел N мы переходим к числам G, которые эквивалентны исправленным числам N с учетом реального распределения звезд. На рисунке 43 приведена зависимость распределения звезд согласно (144), цифрами указаны массовые числа, соответствующие точкам кривой. Видно, что при уменьшении массового числа реальное количество звезд быстро растет, а при $A > 40$ число звезд уменьшается по отношению к рисунку 42.

г) Сравнение распределений химических элементов и звезд.

Наиболее существенным в космосе является почти одинаковое распределение химических элементов на Солнце, в планетарных туманностях и звездах. Распределение чисел атомов по отношению к кремнию, для которого это число принято равным 10^6,

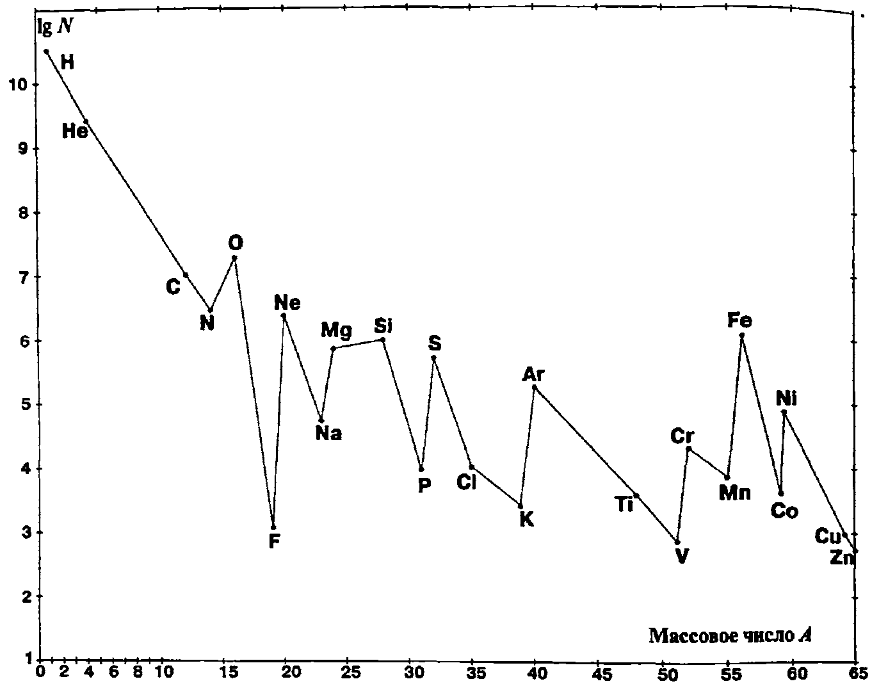


Рис. 44а.Химический состав Солнца по сводке Аллена (1967 - 1970 гг.) из [125], по отношению к числу атомов кремния, равному 10^6.

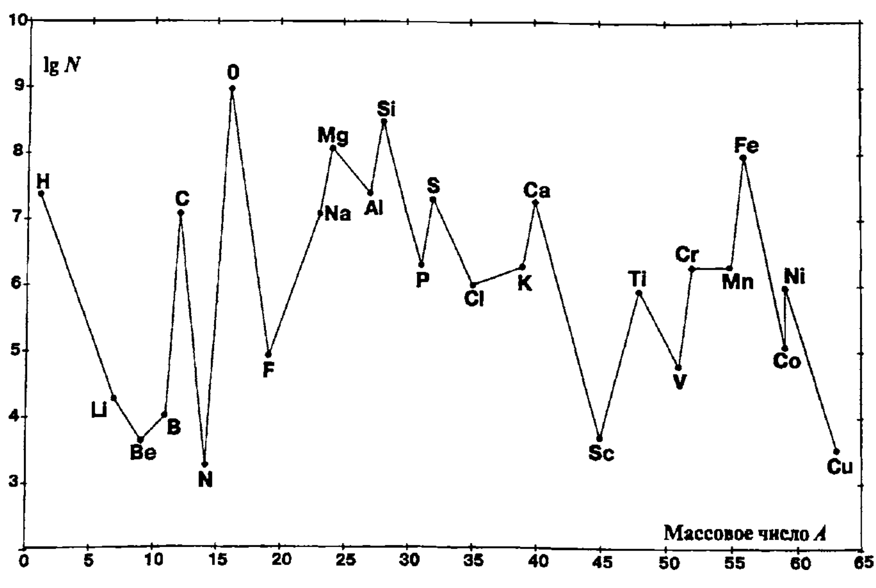


Рис. 44б.Химический состав каменных метеоритов согласно [171] по отношению к числу атомов кислорода, равному 10^9.

показано на рисунке 44а для самых обильных элементов на Солнце по сводке Аллена 1967-1970 годов (смотри в [125]).

Химический состав метеоритов и земной коры отличается от солнечного состава значительным обеднением химических элементов — газов, таких, как водород, азот, кислород, углерод, сера, и инертных газов — гелия и аргона. Предполагается, что потеря газов произошла в результате термической переработки вещества [43]. На рисунке 44б приведена зависимость состава каменных метеоритов согласно [171], указаны числа атомов элементов, приходящихся на каждые 10^9 атомов кислорода.

Сравнивая рисунки 43, 44а, 44б, можно сделать вывод, что распределение концентраций звезд от массового числа на рисунке 43 качественно совпадает с химическим составом Солнца на рисунке 44а, отличаясь от состава каменных метеоритов на рисунке 44б.

Наблюдения показывают, что максимальная концентрация звезд достигается в диске Галактики, а по мере удаления от диска концентрация звезд падает. В результате основная ошибка в распределении звезд по рисунку 43 будет относиться к p-звездам с массовым числом $A = 1$, а их общее число оказывается завышенным. Для коррекции числа p-звезд воспользуемся следующим приемом. Полагая, что распределение звезд на рисунке 43 характеризует Галактику в целом, приравняем отношение общей массы этих звезд в единичном объеме к их суммарной светимости в солнечных единицах к отношению масса:светимость для Галактики в целом:

$$\frac{\sum G_i M_{si}/M_c}{\sum G_i L_{si}/L_c} = \frac{M_r/M_c}{L_r/L_c},$$

здесь G_i — число звезд с массовым числом A_i, в единичном объеме Галактики,
M_{si} — масса звезды с массовым числом A_i,
L_{si} — светимость звезды с массовым числом A_i,
M_r/M_c — отношение масс Галактики и Солнца,
L_r/L_c — отношение светимостей Галактики и Солнца.

Возьмем для Галактики отношение массы к светимости в солнечных единицах равным 10 (по [267] это отношение равно 12,5, а по [125] оно равно 8). Тогда написанное равенство можно рассматривать как уравнение для концентрации p-звезд $G_i = G_p$, решение которого дает концентрацию p-звезд 10^8, что в 3,7 раза меньше, чем приведено на рисунке 43.

Из рисунка 43 следует, что p-звезды с массовым числом $A = 1$ должны быть самыми многочисленными в Галактике, так же как и водород. Если это так, то тогда легко решается проблема скрытой массы галактик (смотри § 2). Если по данным рисунка 43 для каждой точки с указанным массовым числом умножить массу звезды на количество звезд в единичном объеме и провести суммирование, то тогда выяснится, что масса p-звезд с учетом того, что их число в 3,7 раз меньше, чем на рисунке 43, в 9,5 раз превышает общую массу всех других звезд. Даже с учетом возможных неточностей этого более чем достаточно для объяснения проблемы скрытой массы. Если эти звезды находятся в гало и в короне Галактики на расстоянии до 40 кпк, то они будут невидимы, так как наблюдаются не далее 0,57 кпк согласно (143).

В связи со скрытой массой приведем результаты работы [358], авторы которой нашли инфракрасное внешнее гало у галактики NGC 4565 в инфракрасных лучах в форме гигантского эллипсоида с расположенным внутри него диском галактики. Инфракрасное гало не может создаваться газом, поскольку газ достаточно легко обнаруживается другими способами. По мнению авторов [358], гало создается очень старыми слабыми звездами низкой светимости с недостатком тяжелых элементов, так что это могут быть p-звезды.

Еще одна проверка распределения звезд на рисунке 43 может быть сделана следующим образом. Поскольку р-звезды ($A = 1$) практически не наблюдаются вблизи Солнца, несмотря на их ожидаемую многочисленность, предположим, что они избегают диск Галактики и находятся в гало и в короне. Согласно данным [83], в солнечных окрестностях при общей звездной плотности 0,05 M_C/куб.парсек плотность звезд спектрального класса М равна 0,03 M_C/ куб.парсек или 60 % общей плотности, причем звезды спектральных классов М4 — М6 дают вклад порядка 0,02 M_C/куб.парсек (40 % общей массы звезд). Из Таблицы 9 видно, что звезды класса М соответствуют элементам от водорода до бора с массовым числом $A = 11$, а звезды спектральных классов М4 — М6 соответствуют литию и гелию. Полагая, что в солнечных окрестностях нет р-звезд, поставим в соответствие всему спектральному классу М на рисунке 43 звезды с массовыми числами 4, 8 и 10, а спектральным классам М4 — М6 — звезды с массовым числом $A = 4$. Если теперь умножить количества этих звезд по рисунку 43 в единичном объеме, то есть их концентрации, на их массы и сравнить с общей массой звезд на рисунке 43 без учета р-звезд, то получим следующее: массовая доля для спектрального класса М равна 50 %, а для классов М4 — М6 – 26 %. Полученный результат качественно повторяет данные из [83], приведенные выше.

Обратим теперь внимание на то, что распределения звезд на рисунках 42, 43, сделанные по материалам Мичиганского спектрального каталога, можно аппроксимировать следующими степенными функциями:

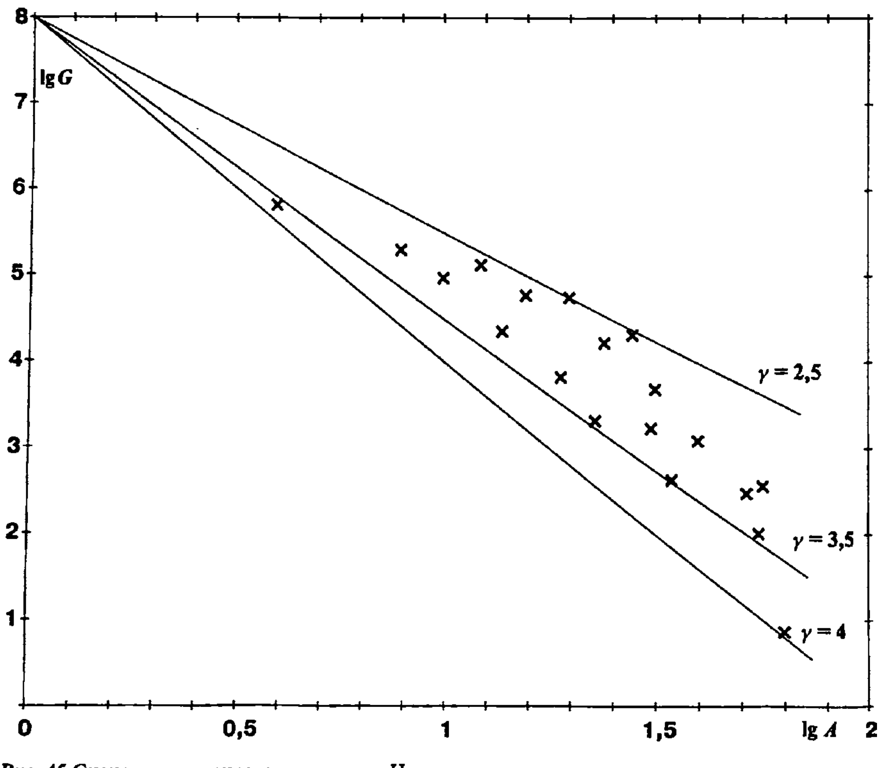


Рис. 45. Спектр масс распределения звезд. Наклоны прямых соответствуют показателю спектра масс γ.

$$N \sim \frac{\Delta N(M)}{\Delta M} \sim M^{-\gamma},\ G \sim \frac{\Delta G(M)}{\Delta M} \sim M^{-\gamma},\ \text{где } M \text{— масса звезды.}$$

В самом деле, N на рисунке 42 означает количество, а G на рисунке 43 означает концентрацию звезд, попадающих в единичный спектральный (массовый) интервал в выбранном участке неба, поэтому можно считать, что у нас $N \sim \Delta N(M)/\Delta M$, $G \sim \Delta G(M)/\Delta M$.

Следовательно, распределения звезд на рисунках 42, 43 есть не что иное, как спектры масс или функции масс, для которых можно найти показатель степени γ. С целью определения γ на рисунке 45 построена зависимость $\lg G$ от $\lg A$ (массовое число A и масса звезды M связаны соотношением $A = 18M/M_C$, где M_C — масса Солнца). Для концентрации р-звезд на рисунке взято $G_p = 10^8$ (смотри приведенные выше рассуждения о распределении р-звезд в Галактике).

Из рисунка 45 видно, что звезды распределения попадают в интервал, ограниченный прямыми с наклоном от 2,5 до 4, то есть $2{,}5 < \gamma < 4$. При этом звезды, имеющие наибольшую распространенность, лежат вблизи прямой с наклоном $\gamma = 2{,}5$, делая основной вклад в показатель γ, определяемый для Галактики в целом.

Сравним полученные результаты с данными из работы [135], в которой исследованы распределения звезд по массам в 19 рассеянных скоплениях, включая Плеяды, и определены как начальные, так и наблюдаемые функции масс. В этой работе получено среднее значение для показателя степени начальной функции масс $\gamma = 2{,}5$, а для показателя степени наблюдаемой функции масс среднее значение $\gamma = 3{,}58$. Таким образом, распределения звезд на рисунках 43, 45 согласуются с результатами [135], давая близкие значения показателя спектра масс.

Вероятно самой удивительной особенностью на рисунке 41 является дефицит звезд в спектральных классах от А4 до А9, отмеченный также и многими другими исследователями начиная с середины нашего столетия. Данный минимум для звезд виден и на рисунке 42 в интервале массовых чисел 35 — 55.

Что касается химических элементов, то дефицит количества атомов при $A = 35 - 55$ также известен давно и хорошо заметен на рисунках 44а и 44б, а элементы, начиная со скандия ^{45}Sc, образуют так называемый «железный пик». На рисунке 43 «звездный железный пик» превращается в крайнюю точку, начиная с которой число звезд очень быстро падает с увеличением массового числа (после $A = 56$).

Анализ распределения аргона и кальция (массовые числа наиболее распространенных изотопов этих элементов совпадают и равны $A = 40$) показывает, что на Солнце и в звездах преобладает аргон, а в планетах и метеоритах – кальций. Полагая, что распределение звезд на рисунке 43 подобно распределению химических элементов на Солнце (рисунок 44а), предположим, что при $A = 40$ основной вклад в распределение звезд дают звезды — аналоги аргона. Тогда можно найти долю звезд — аналогов инертных газов Ne ($A = 20$) и Ar ($A = 40$) среди визуально наблюдаемых звезд по рисункам 41 и 42.

Общее количество звезд главной последовательности на рисунке 42 при $A = 20$ и $A = 40$ составляет 2575 штук, а общее количество звезд на рисунке 41 составляет 36382 штуки. Доля звезд — аналогов Ne и Ar будет равна:

$$\frac{2575}{36382} = 0{,}07 \text{ или } 7\ \%.$$

Полученный результат близок к оценке доли звезд — аналогов Ne и Ar в каталоге Свечникова [166], которая равна по (141) 5,7 %.

§ 21. Что такое звездный газ ?

а) Концентрации звезд.

Число звезд в единице обьема является функцией галактического радиуса и быстро растет по направлению к центру Галактики. Рассмотрим вначале солнечные окрестности, которые находятся на расстоянии, превышающем половину радиуса Галактики. По данным [3], концентрация звезд около Солнца равна 0,133 звезды на кубический парсек или:

$G = 4{,}5 \cdot 10^{-51}$ звезд/м^3 Тогда среднее расстояние между звездами будет равно:

$$D = G^{-1/3} = 6 \cdot 10^{16}\,\text{м} = 8{,}6 \cdot 10^{7} R_C \sim 2\ \text{пк}. \qquad (145)$$

Концентрация G и плотность звезд ρ связаны между собой соотношением:

$\rho = G\overline{M}$, где $\overline{M}$ — масса, приходящаяся на одну звезду.

Согласно [196], плотность звезд в окрестностях Солнца составляет 0,07 M_C на кубический парсек, тогда на одну звезду приходится масса 0,53 M_C и следовательно, маломассивные звезды преобладают.

Рассмотрим идеальный одноатомный газ, находящийся при нормальных условиях — температуре $T = 273{,}15$ К и давлении $P = 101{,}325$ кПа. Один моль газа займет обьем $2{,}241 \cdot 10^{-2}$ м^3 и будет содержать $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ частиц (N_A — число Авогадро). Извлекая кубический корень из обьема, приходящегося на одну частицу, найдем среднее расстояние d между частицами:

$$d = 3{,}3 \cdot 10^{-9}\,\text{м}.$$

Беря в качестве базового размера радиус ядра атома кислорода $R_я = 3{,}67 \cdot 10^{-15}$ м (смотри Таблицу 20), вычислим отношение $d/R_я$:

$$d/R_я = 9 \cdot 10^{5}. \qquad (146)$$

Величина (146) на два порядка меньше, чем отношение D/R_C (смотри (145)), следовательно, звездный газ, состоящий из звезд вблизи Солнца, сильно разрежен по отношению к атомному газу при нормальных условиях. Расчет по формуле (159)

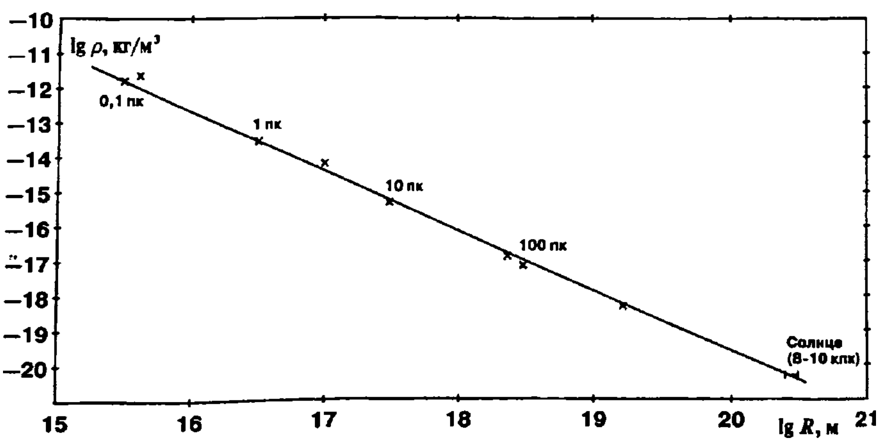


Рис. 46. Размазанная плотность вещества звезд в зависимости от расстояния до центра Галактики по данным из [132], [193], [196]. Возле некоторых точек указаны расстояния в парсеках.

показывает, что если при температуре 273,15 К один моль газа распределить по обьему $1{,}9 \cdot 10^4$ м^3 при давлении 0,12 Па, то такой атомный газ будет подобен звездному газу в отношении концентрации частиц. Другой пример: воздух на высоте около 100 км над Землей имеет давление порядка долей паскаля и настолько же разреженный, как и звездный газ в окрестностях Солнца.

На рисунке 46 представлена зависимость плотности звезд (общей массы звезд в единице обьема) от галактического радиуса по данным из [132], [193], [196]. Возле точек на прямой поставлены значения галактического радиуса в парсеках. Проведенная прямая удовлетворяет следующему уравнению:

$$\rho = 4{,}4 \cdot 10^{14} R^{-1{,}71},$$

где R — текущий галактический радиус в метрах,

ρ — плотность в кг/м^3.

Определим галактический радиус R, при котором концентрация звезд подобна концентрации атомного газа при нормальных условиях (что близко к значению для атмосферного воздуха вблизи поверхности Земли). Приравняем отношение D/R_C к величине (146) и найдем требуемое среднее расстояние между звездами:

$D = 6{,}3 \cdot 10^{14}$ м. Плотность звезд будет равна (принимая $\overline{M} = M_C$ вблизи центра Галактики):

$$\rho = G\,\overline{M} = D^{-3} M_C = 8 \cdot 10^{-15} \text{ кг/м}^3.$$

Данной плотности звезд на рисунке 46 соответствует галактический радиус $6{,}4 \cdot 10^{16}$ м или 2,1 пк. Таким образом, большая часть Галактики подобна сгустку более или менее разреженного газа. Зададимся теперь следующим вопросом: существует ли где-то в центре Галактики такая концентрация звезд, которая соответствовала бы твердому телу? Для ответа на этот вопрос возьмем такое легкое вещество, как кокс (разновидность каменного угля) с плотностью $\rho = 600$ кг/м^3. Для углерода, составляющего это вещество, масса одного моля $m = 12 \cdot 10^{-3}$ кг, и мы имеем:

$V = \dfrac{m}{\rho}$ — объем одного моля,

$d = (V/N_A)^{1/3} = 3{,}2 \cdot 10^{-10}$ м — среднее расстояние между атомами.

Полагая радиус ядра атома углерода $R_{яс} = 3{,}2 \cdot 10^{-15}$ м, найдем отношение $d/R_{яс}$:

$$d/R_{яс} = 10^5.$$

Действуя далее таким же образом, как в предыдущем абзаце, приравняв D/R_C к $d/R_{яс}$, найдем вначале D, а затем плотность звезд $\rho = D^{-3}\,\overline{M}$ и из рисунка 46 соответствующий галактический радиус, который оказывается равным 0,047 пк. Плотность звезд при этом радиусе порядка $6 \cdot 10^{-12}$ кг/м^3. Таким образом, в самом центре Галактики концентрация звезд подобна концентрации атомов в таком твердом веществе, как кокс. Этот вывод еще более справедлив для самых массивных галактик, ядра которых не только вращаются твердотельно, но и фактически являются твердыми телами с точки зрения подобия атомных и звездных систем.

Обратим внимание на то, что в нашей Галактике практически твердотельное вращение наблюдается до радиуса 400 пк (смотри рисунок 33), в то время как радиус для «твердого тела» Галактики был оценен в 0,047 пк. Обьяснение различной величине этих радиусов будет сделано в следующем пункте.

б) «Твердый» звездный газ Галактики.

В § 10 было показано, как из расстояний между компонентами двойных звезд и длин связи соответствующих им молекул можно оценить коэффициент подобия по размерам между атомными и звездными системами. С другой стороны, и молекулы и двойные звезды обладают энергией связи, а отношение этих энергий должно дать коэффициент подобия по энергиям. Рассмотрим объекты типа молекулы MgO. Энергия диссоциации (энергия связи) молекулы MgO по [171] равна:

$$E_M = -8{,}3 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж}.$$

Возьмем две звезды с массовыми числами $A = 24$ и $A = 18$ (массы $M_1 = 1{,}33 M_C$ и $M_2 = M_C$), соответствующие магнию и изотопу кислороду ^{18}O. Расстояние между ними найдем по теории подобия, умножив длину связи молекулы MgO (смотри Таблицу 19) на коэффициент подобия по размерам, формулы (67), (64), в результате получим:

$$a = 5{,}9 \cdot 10^{12}\,\text{м} = 40\ \text{а. е.}$$

Тогда энергия связи E_S этих двух звезд с учетом теоремы вириала будет равна:

$$E_S = -\frac{1}{2}\frac{\gamma M_1 M_2}{a} = -3 \cdot 10^{37}\,\text{Дж}.$$

Найдем молекулярный коэффициент подобия по энергиям :

$$\frac{E_S}{E_M} = 3{,}6 \cdot 10^{55}. \qquad (147)$$

Аналогичный расчет для молекулы кислорода дает молекулярный коэффициент подобия по энергиям $5 \cdot 10^{55}$, а для молекулы водорода — $1{,}8 \cdot 10^{53}$. Сравнение молекулярных коэфициентов подобия с величиной коэффициента подобия по полным энергиям из (48), (49) показывает, что молекулярный коэффициент типа (147) растет с увеличением масс компонент и значительно (в 10^4 — 10^6 раз) превышает коэффициент подобия по полным энергиям. Несовпадение коэффициентов подобия (147) и (48) обьясняется различным характером действия электромагнитных и гравитационных сил: в молекулах притяжение атомов осуществляется силами, имеющими в значительной мере дипольно-мультипольный характер, что существенно слабее, чем гравитационное взаимодействие звезд. Отсюда следует важный вывод о том, что скопления звезд при внешнем подобии атомно-молекулярному газу в отношении концентрации частиц могут в то же время демонстрировать такие признаки твердого тела, как твердотельное вращение.

Рассмотрим еще один пример, связанный с отношением энергий. Расположим на границе балджа Галактики ($R = 200$ парсек) звездную пару типа MgO , тогда энергия связи пары с центром Галактики будет равна:

$$E = -\frac{1}{2}\frac{\gamma M_Б (M_1 + M_2)}{R} = -9{,}6 \cdot 10^{40}\,\text{Дж},$$

здесь γ — гравитационная постоянная,
$M_Б = 1{,}9 \cdot 10^9 M_C$ — масса балджа Галактики (смотри § 18, пункт б),
$M_1 = 1{,}33\, M_C$ — масса звезды-аналога магния,
$M_2 = M_C$ — масса Солнца-аналога кислорода,
$R = 200$ пк — радиус балджа.

С другой стороны, для ионного кристалла MgO энергия ионной решетки составляет $E_{ИР} = -6{,}52 \cdot 10^{-18}$ Дж, что в 7,8 раза больше, чем энергия диссоциации молекулы MgO (то есть удалить атом из кристалла сложнее, чем разорвать связь в отдельной молекуле). Энергия ионной решетки имеет ту же величину, что и энергия испарения из кристалла и является энергией связи. Коэффициент подобия по энергиям будет равен:

$$\frac{E}{2E_{ИР}} = 7{,}4{\cdot}10^{57}. \qquad (148)$$

Отношение энергий (148) отличается от (147) всего на два порядка, хотя рассматриваемые обьекты совершенно разные — миллиард звезд в балдже Галактики для (148) и одна звездная пара для (147). Поскольку величина (148) значительно больше, чем коэффициент подобия по полным энергиям звезд (48) (в $2{\cdot}10^8$ раз) , то звезды Галактики образуют своеобразный газ со свойствами твердого тела, что и оправдывает название данного раздела.

в) Длина свободного пробега звезд.

В кинетической теории газов (смотри, например, [235]) выводится следующая формула для средней длины свободного пробега частиц (с точностью до числового множителя порядка единицы):

$$\bar{x} = \frac{1}{G\sigma}, \qquad (149)$$

где G — концентрация частиц, σ — эффективное кинетическое поперечное сечение соударения.

В случае атомов сечение σ приблизительно равно площади круга, имеющего радиус атома R:

$$\sigma = \pi R^2.$$

Это обусловлено тем, что хотя Ван-дер-Ваальсовы силы притяжения проявляются на расстояниях, превышающих радиус атома (молекулы), но они слишком слабы для значительного рассеяния частиц. На расстоянии порядка радиуса атома быстро растут силы химического валентного притяжения между двумя атомами (в 10 — 100 раз сильнее Ван-дер-Ваальсовских сил) , при еще меньших расстояниях начинают сказываться силы отталкивания.

Гравитационное притяжение, действующее между двумя звездами, обратно пропорционально квадрату расстояния между ними, а силы Ван-дер-Ваальса, действующие между атомами, обратно пропорциональны седьмой степени расстояния. Гомеополярная (ковалентная) связь между атомами с расстоянием убывает экспоненциально, и лишь гетерополярная (ионная) связь с расстоянием убывает обратно пропорционально квадрату радиуса [50]. Поэтому эффективное сечение для звезды будет не менее, чем площадь ее планетной системы, которая подобна в отношении размеров площади сечения соответствующего атома (смотри § 10, определение коэффициента подобия по размерам из размера Солнечной системы и радиуса атома кислорода).

Следствием близкого прохождения двух звезд может быть образование звездной пары. Из распределения числа наблюдаемых пар звезд от углового разделения, рисунок 12, следует, что при расстояниях между компонентами пары меньше 50 а. е. наблюдается экстремум (для сравнения — размер Солнечной системы по орбите Плутона равен 39,4 а. е.), а широкие пары наблюдаются до 500 а. е. и далее. Определим теперь длину свободного пробега звезд внутри Галактики, полагая, что эффективное сечение взаимодействия звезд имеет радиус от R_1 = 30 а.е. до R_2 = 300 а.е.

Нам понадобятся следующие формулы:

$$\sigma = \pi R_i^2, \text{ где } R_i = R_1 \text{ или } R_2,$$

$G = \rho/\overline{M}$, где G и ρ — концентрация и плотность звезд,

$\overline{M}$ — масса, приходящаяся на одну звезду.

$\rho = 4{,}4 \cdot 10^{14} R^{-1,71}$, где R — текущий галактический радиус в метрах (смотри пункт а) данного параграфа),

ρ — плотность в кг/м^3

Подставляя все это в (149), получим:

$$\bar{x} = \frac{\overline{M} R^{1,71}}{4{,}4 \cdot 10^{14} \pi R_i^2}. \tag{150}$$

Согласно [125] отношение массы к светимости в солнечных единицах для Галактики равно 8, что приблизительно равно отношению массы к светимости для звезд спектрального класса M0, если учесть данные Таблицы 8. Считая, что звезды этого класса характеризуют Галактику в среднем, примем их массу, равную $0{,}5\ M_C$, в качестве величины $\overline{M}$ для (150). Близкая величина средней массы звезд получается и для окрестностей Солнца (смотри пункт а)).

Зависимость средней длины свободного пробега звезд в Галактике по формуле (150) приведена на рисунке 47 в виде двух прямых — для $R_1 = 30$ а.е. и для $R_2 = 300$ а.е. Линия $Л_P$ проведена из условия: $\bar{x} = R$.

Пересечение линии $Л_P$ с линией R_2 происходит при галактическом радиусе $R = 3{,}3 \cdot 10^{17}$ м $=$ $= 10{,}7$ пк, а с линией R_1 — при радиусе $R = 6{,}7 \cdot 10^{14}$ м $= 0{,}022$ пк.

Следовательно, при $R > 10{,}7$ пк звездный газ является практически безстолкновительным, а при меньших расстояниях взаимодействие звезд может ощущаться настолько, что возможно образование тесных двойных пар, что эквивалентно непрозрачности внутреннего галактического ядра для свободных движений звезд. Следовательно, основная часть звезд Галактики вращается около ядра по замкнутым орбитам типа эллипса с небольшим эксцентриситетом, в противном случае орбиты, проходящие по направлению к центру Галактики, будут приводить к столкновениям звезд.

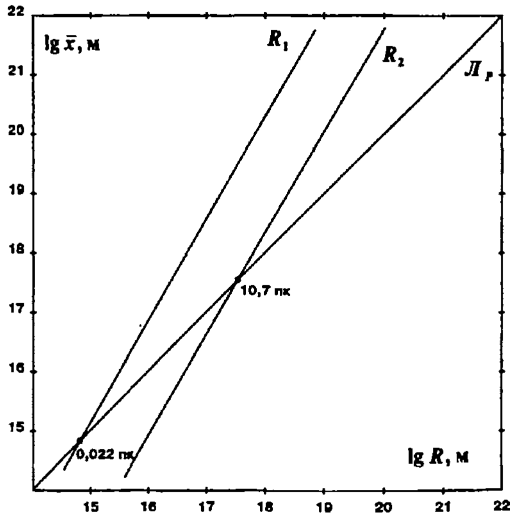


Рис. 47. Длина свободного пробега звезд в Галактике как функция галактического радиуса. Прямая R_1 – для случая, когда эффективное сечение взаимодействия звезд имеет радиус 30 а.е., прямая R_2 – когда сечение взаимодействия имеет радиус 300 а.е. Прямая $Л_P$ проведена из условия равенства длины свободного пробега и текущего радиуса, то есть $\bar{x} = R$.

г) Давление звездного газа.

Используем следующие обычные формулы для давления газа:

$$P = GkT = \frac{1}{3} G \overline{m} v^2 = \frac{1}{3} \rho v^2, \tag{151}$$

здесь G — концентрация частиц,

k — постоянная Больцмана,

T — температура газа,

$\overline{m}$ — масса, приходящаяся на одну частицу,

v — средняя скорость частиц,

ρ — плотность частиц.

Если в (151) подставить плотность звезд в Галактике по рисунку 46, а также скорость звезд по рисунку 33 и [253], то можно найти зависимость эффективного давления звездного газа от текущего галактического радиуса. Данная зависимость представлена на рисунке 48 при радиусе от 200 парсек до 10 кпк. Только вращение удерживает звезды от падения в ядро Галактики, и если это вращение согласовано, то оно хорошо наблюдается (как, например, в спиральных галактиках), если же вращение звезд несогласовано, как в эллиптических галактиках, то наблюдается лишь слабое общее вращение галактики. Поскольку скорости звезд определяются лишь гравитационными силами и не зависят от степени согласованности направления движения звезд, то кривая скорости вращения Галактики на рисунке 33 дает правильную величину средней скорости движения звезд, которая требуется в (151), особенно если учесть, что в спиралях скорости упорядоченного движения в 4–5 раз превышают случайную скорость, и только в балдже случайная скорость увеличивается, достигая 70 % от общего вращения.

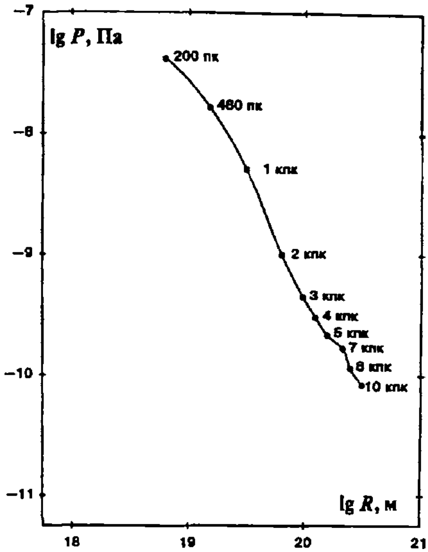


Рис. 48. Эффективное давление звездного газа в Галактике. Возле точек кривой указаны расстояния от центра Галактики в парсеках.

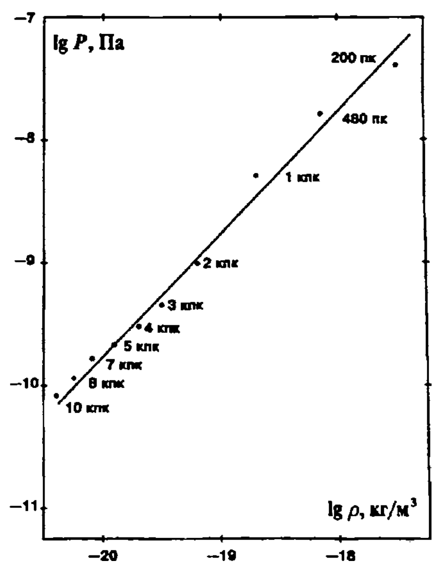


Рис.49.Зависимость «эффективное давление–плотность» для звездного газа Галактики. Прямая линия соответствует линейной зависимости.

Как видно из рисунка 48, эффективное давление звездного газа нарастает вблизи центра Галактики, в среднем выполняется такая зависимость:

$$P \sim R^{-1,7}.$$

Интересно определить вид зависимости состояния звездного газа, характеризующий Галактику. В координатах «давление — обьем» общая формула состояния газа имеет следующий вид:

$$PV^s = \text{const}. \qquad (152)$$

Если показатель степени $s = \chi = C_P/C_V$, где χ — показатель адиабаты, C_P — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении,

C_V — удельная теплоемкость газа при постоянном обьеме, то мы имеем адиабатический процесс, при котором отсутствует теплообмен газа с окружающей средой. Если $s = 1$, то мы получаем изотермический процесс, когда есть беспрепятственный теплообмен системы с окружающей средой, являющейся в таком случае термостатом. Если $1 < s < \chi$, то состояние газа называется политропным. Если масса газа M постоянна, то плотность и обьем газа связаны между собой:

$$M = \rho V.$$

Подставляя это выражение в (152), получим следующее:

$$P = K\rho^{s}, \qquad (153)$$

где K — коэффициент пропорциональности. Часто показатель s представляют таким образом:

$$s = 1 + \frac{1}{n},$$

где n — показатель политропии. Если n стремится к бесконечности, то получается изотермический процесс, если $n = 1{,}5$, то это адиабатический процесс для идеального одноатомного газа.

Зависимость эффективного давления звездного газа по рисункам 46 и 48 от его плотности приведена на рисунке 49 при галактическом радиусе от 200 пк до 10 кпк. В качестве аппроксимации проведена прямая линия с наклоном единица, соответствующая уравнению:

$$P(\text{Па}) = 1{,}8\cdot 10^{10}\rho, \qquad (154)$$

где плотность ρ выражена в кг/м^3, давление P — в паскалях.

Сравнение (153) и (154) дает $s = 1$, то есть состояние звездного газа в Галактике в среднем является изотермическим — сжатие Галактики и увеличение плотности звезд происходило в условиях открытости звездного газа по отношению к внешней среде с точки зрения энергообмена. В рамках данного приближения можно считать, что температура звездного газа Галактики почти постоянна и соответствует скорости звезд 235 ± 25 км/с (смотри рисунок 33). Нижнюю величину эффективного среднего давления в Галактике можно оценить с помощью полной энергии по (131) и несколько измененной формулы (151):

$$\overline{P} = \frac{2}{3}\frac{E_K}{V} = 4\cdot 10^{-11}\ \text{Па}, \qquad (155)$$

здесь $E_K = 2{,}5\cdot 10^{52}$ Дж, $V = 4{,}15\cdot 10^{62}$ м^3 — обьем Галактики при $R = 15$ кпк для сферического распределения звезд. Поскольку значительная часть звезд сосредоточена в плоском диске Галактики с меньшим обьемом, то величина $\overline{P}$ в диске будет больше, чем (155).

д) Характерные энергии.

Предположим, что для Галактики выполняются соотношения (32) и (131), тогда для ее полной энергии E можно записать:

$$E = U + E_K \sim -M_\Gamma C^2 = -(1{,}5 - 2{,}5)\cdot 10^{52}\ \text{Дж}, \qquad (156)$$

где U — гравитационная энергия,

E_K — кинетическая энергия звезд,

$C = 220$ км/с — величина средней скорости звезд в Галактике.

Согласно результатов § 18 Галактика могла образоваться при сжатии родительского тела с радиусом более 30 кпк. Подобное сжатие означает наличие нестационарности, при этом происходит еще своеобразный фазовый переход, заключающийся в образовании звезд из газа. В ходе такого процесса исчезает газовое давление, поддерживающее газ, и звезды начинают падать к центру Галактики, увеличивая свою кинетическую энергию и общую энергию Галактики (156).

Считая, что масса Галактики $M_г = 1{,}6{\cdot}10^{11} M_C$, получим, что на каждую звезду солнечной массы приходится энергия:

$$\frac{E M_C}{M_г} \sim -10^{41} \text{ Дж}.$$

Эта же величина является характерной и для полной энергии самого Солнца:

$$E_C = -3{\cdot}10^{41} \text{ Дж}.$$

При взрывах Сверхновых полная энергия излучения имеет величину 10^{42}— 10^{44} Дж, и некоторая часть этой энергии покидает Галактику. При средней частоте взрывов один раз в пятьдесят лет за период 15 миллиардов лет получаем величину около $3{\cdot}10^8$ Сверхновых, а общая излученная энергия равна $3{\cdot}10^{50}$ – $3{\cdot}10^{52}$ Дж.

Еще большую энергию излучили сами звезды. Для Галактики имеем по [125]:

$$\frac{M_г/L_г}{M_C/L_C} = 8, \tag{157}$$

здесь $M_г$ и M_C — массы Галактики и Солнца,

$L_г$ и L_C — светимости Галактики и Солнца.

При $L_C = 3{,}88{\cdot}10^{26}$ Вт для светимости Галактики находим:

$$L_г = 7{,}6{\cdot}10^{36} \text{ Вт}, \tag{158}$$

тогда излученная Галактикой за время ее существования энергия равна $3{,}6{\cdot}10^{54}$ Дж, что значительно больше полной энергии Галактики. Основная часть излученной энергии имеет термоядерное происхождение при ее генерации в недрах звезд, но некоторая доля излучения образовалась за счет гравитационного сжатия, что и обеспечило изотермичность Галактики.

е) Оценки звездных и галактических температур.

Для идеального газа и приближенно для реальных газов выполняются следующие соотношения:

$$PV = \frac{M}{m} R_M T, \quad E_K = \frac{3}{2} N k T, \tag{159}$$

здесь P — давление газа,

V — обьем, занимаемый газом,

R_M — универсальная (молярная) газовая постоянная,

M — масса газа,

m — масса одного моля,

T — температура,

E_K — кинетическая энергия газа,

N — число частиц,

k — постоянная Больцмана.

Измерив давление, обьем и массу газа, можно найти его температуру. С другой стороны, температура есть мера кинетической энергии движения частиц газа. Для звездного газа также должны выполняться соотношения типа (159), однако затруднение заключается в том, что температура является новой переменной физической величиной, для которой необходимо найти коэффициент подобия. Можно пойти другим путем и попытаться вначале определить звездную постоянную Больцмана, а затем уже найти кинетическую температуру звезд по (159). Сделаем прежде некоторые полезные оценки звездных температур.

1. Среднюю температуру Солнца можно подсчитать по формуле (38):

$$E_K = U_{BH} = \frac{3kN\overline{T}_C}{2\mu}, \tag{160}$$

откуда при $U_{BH} = 3\cdot10^{41}$ Дж (по Таблице 16) получим: $\overline{T}_C = 7{,}7\cdot10^6$ K,

здесь U_{BH} — внутренняя (тепловая) энергия солнечной плазмы;
U_{BH} приблизительно равна половине гравитационной энергии Солнца, если не учитывать другие виды энергии типа магнитной или лучистой энергий, и является кинетической энергией E_K частиц плазмы,

k — постоянная Больцмана,

N — общее число нуклонов, $N = M_C/M_P$,

M_C — масса Солнца,

M_P — масса протона,

μ — количество нуклонов на одну частицу газа (средняя атомная масса),

$\mu = 0{,}64$, если содержание водорода в Солнце $X = 2/3$, а содержание гелия $Y = 0{,}3$ [125].

Уточним понятие «средняя скорость движения частиц в звезде». Согласно (34), (44) имеем:

$$E_K = -E = M_S C^2 (A/Z)^2 = \frac{M_S \overline{v}^2}{2\mu}, \tag{161}$$

где E_K — кинетическая энергия частиц звезды,

E — полная энергия звезды,

M_S — масса звезды,

$C = 220$ км/с — звездная скорость,

A, Z — массовое и зарядовое числа звезды,

$\overline{v}$ — средняя скорость движения частиц звезды,

μ — количество нуклонов на одну частицу газа.

Из (161) получим:

$$\overline{v} = \sqrt{2\mu}\,C(A/Z). \tag{162}$$

При средних температурах звезд более миллиона градусов можно считать, что все атомы ионизированы. Тогда при ионизации водорода, имеющего один нуклон, возникают две частицы — протон и электрон, и величина $\mu = 1/2$. Поскольку эти частицы находятся при одинаковой температуре, они имеют одинаковую кинетическую энергию согласно (159). У гелия 4 нуклона, а возникает 3 частицы, поэтому $\mu = 4/3$. Для более тяжелых элементов в среднем можно взять $\mu = 2$. Для подсчета величины μ в звезде используют следующую формулу:

$$\overline{\mu} = \frac{1}{2X + 3Y/4 + (1 - X - Y)/2}, \tag{163}$$

где X — массовое содержание водорода,

Y — массовое содержание гелия.

Для чисто водородной звезды $\mu = 0{,}5$, расчет же для реальных звезд по (163) с учетом их химического состава дает несколько большую величину. Заметим однако, что (163) учитывает вклад в кинетическую энергию только от нуклонов и электронов, а с учетом других частиц типа фотонов и нейтрино величина μ будет меньше. Следовательно, средняя скорость движения частиц в звезде по формуле (162) получается порядка $C(A/Z)$, где $C = 220$ км/с.

2. Средняя температура Галактики определяется также, как и для звезд, и если считать, что кинетическая энергия E_K приблизительно равна половине модуля гравитационной энергии Галактики по [140], тогда имеем :

$$E_K = 2{,}5\cdot10^{52}\text{Дж}.$$

Количество нуклонов в Галактике $N = \dfrac{M_Г}{M_p} = 1{,}92\cdot10^{68}$ при массе Галактики $M_Г = 1{,}6\cdot10^{11}\,M_C = 3{,}2\cdot10^{41}$кг. Тогда по (160) можно найти температуру (при $\mu = 0{,}64$):

$$\overline{T}_Г = 4\cdot10^6\,\text{K}. \tag{164}$$

3. Определим эффективную температуру Галактики по ее светимости с помощью закона Стефана-Больцмана для излучения абсолютно черного тела:

$$L = \sigma A T_Э^4, \tag{165}$$

здесь L — светимость или мощность излучения,

$\sigma = 5{,}67032\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$K^4) — постоянная Стефана-Больцмана,

A — площадь излучающей поверхности,

$T_Э$ — эффективная температура излучающего тела.

Будем считать, что поток излучения из Галактики существенно превышает обратный поток из окружающей ее среды. Формула (165) является интегральной в применении к Галактике, поэтому для звездных систем, в которых роль атомов играют звезды, должен использоваться другой коэффициент σ. Определим звездную постоянную Стефана-Больцмана Q_S с помощью соотношений размерности, умножив постоянную σ на коэффициент K_1:

$$Q_S = \sigma K_1. \tag{166}$$

Коэффициент K_1 находится с помощью единиц измерения постоянной σ:

$$[\sigma] = \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{K}^4) = \text{кг}/(\text{с}^3\cdot\text{K}^4). \tag{167}$$

В единицы измерения σ входят килограмм, секунда и градус Кельвина. Единица измерения температур, градус Кельвина, относится к новой для нас переменной физической величине, которая в расчетах применяется только с коэффициентами, размерность которых включает размерность энергии. Поэтому мы можем не включать в расчеты коэффициент подобия по температуре. Из (167) следует, что коэффициент K_1 будет пропорционален коэффициенту подобия по массе Φ из (11) и обратно пропорционален кубу коэффициента подобия по времени $П_0$ из (85) :

$$K_1 = \Phi/(П_0^3) = 1{,}64\cdot10^{-22}.$$

Тогда $Q_S = \sigma K_1 = 9{,}3\cdot10^{-30}$ Вт/(м$^2\cdot$K^4). (168)

Так как Галактика представляет собой тонкий диск с радиусом $R = 15$ кпк, то площадь ее поверхности приблизительно равна:

$$A = 2\pi R^2 = 1{,}35\cdot10^{42}\,\text{м}^2. \tag{169}$$

Подставляя (168), (169) и светимость Галактики из (158) в (165), найдем эффективную температуру Галактики:

$$T_Э = [L_Г/(Q_S A)]^{1/4} = 8{,}8\cdot10^5\,\text{K}. \tag{170}$$

4. Сделаем оценку температуры для Галактики, используя формулу для энергии излучения звезды U_H в (37):

$$U_H = aT^4 V, \tag{171}$$

где $a = 7{,}565 \cdot 10^{-16}$ Дж/(м$^3 \cdot$К^4) — постоянная плотности излучения,

T — температура,

V — обьем.

Для нахождения звездной постоянной плотности излучения A_S проделаем ту же процедуру, что и в предыдущем пункте при вычислении постоянной Q_S:

$$A_S = K_2 a, \quad [a] = \text{Дж/(м}^3\cdot\text{К}^4), \quad K_2 = Э_0/P_0^3 = 2{,}23 \cdot 10^{-19},$$

$$A_S = K_2 a = 1{,}69 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж/(м}^3\cdot\text{К}^4), \tag{172}$$

здесь $Э_0$ — коэффициент подобия по энергиям (48),

P_0 — коэффициент подобия по размерам (64).

Оценка обьема Галактики при $R = 15$ кпк и высоте диска $\ell = 400$ пк дает:

$$V = 2\pi \ell R^2 = 1{,}66 \cdot 10^{61}\ \text{м}^3. \tag{173}$$

Максимальная энергия излучения в обьеме Галактики не может превысить характерную энергию Галактики $E_K = 2{,}5 \cdot 10^{52}$ Дж. Если бы энергия U_H равнялась E_K, то температура была бы равна:

$$T = \left(\frac{E_K}{V A_S}\right)^{1/4} = 1{,}7 \cdot 10^6\ \text{К}. \tag{174}$$

Реальное же значение энергии излучения в Галактике значительно меньше. По оценкам из [125], плотности различных видов энергии равны:

Полное излучение звезд — $0{,}7 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3. (175)

Турбулентные движения газа — $0{,}5 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3.

Фоновое излучение — $0{,}4 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3.

Космические лучи – $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3.

Магнитные поля — $1{,}5 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3.

Полагая $U_H / V = 0{,}7 \cdot 10^{-13}$ Дж/м^3, по (174) найдем:

$$T = \left(\frac{U_H}{V A_S}\right)^{1/4} = 1{,}4 \cdot 10^5\ \text{К}. \tag{176}$$

При этом энергия излучения в Галактике будет равна:

$U_H = V \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-13}$ Дж/м$^3 = 1{,}2 \cdot 10^{48}$ Дж,

что составляет около $5 \cdot 10^{-3}$ % от полной энергии Галактики.

Основной причиной несовпадения температур (174) и (176) является отсутствие равновесия между излучением и звездным газом — излучение свободно уходит из Галактики, при этом полная излученная энергия звезд превысила энергию связи Галактики (смотри пункт д)). Если бы Галактика была более адиабатична (например, как звезда, количество частиц в которой в огромное число раз превышает количество звезд в Галактике), то эффективная температура излучения (176) была бы ближе к температуре (174).

ж) Звездная постоянная Больцмана. Подобие температур.

Движение звезд, как и движение атомов, можно описать с помощью кинетической температуры согласно формуле (159) для одной частицы:

$$E_K = \frac{M_S v^2}{2} = \frac{3K_S T_K}{2}, \quad (177)$$

здесь E_K — кинетическая энергия движения звезды в пространстве,
M_S — масса звезды,
v — скорость движения,
K_S — звездная постоянная Больцмана,
T_K — кинетическая температура.

Прежде, чем вычислить величину K_S, проведем следующие рассуждения. Из (160) и (161) для средней температуры звезд найдем:

$$M_S C^2 (A/Z)^2 = \frac{3kN\overline{T}_S}{2\mu}, \quad \overline{T}_S = \frac{2\mu M_S C^2 (A/Z)^2}{3kN} = \frac{2\mu M_P C^2 (A/Z)^2}{3k}, \quad (178)$$

где $C = 220$ км/с — звездная скорость,
A, Z — массовое и зарядовое числа звезды,
k — постоянная Больцмана,
N — общее число нуклонов,
μ — количество нуклонов на одну частицу газа,
M_P — масса протона.

Подставляя (162) в (178), получим:

$$M_S \overline{v}^2 = 3kN\overline{T}_S, \quad (179)$$

здесь $\overline{v}$ — средняя скорость движения частиц в звезде.

Пусть теперь звезда двигается как целое со скоростью $\overline{v}$, тогда из (177) вытекает, что:

$$M_S \overline{v}^2 = 3K_S T_K. \quad (180)$$

Температуры $\overline{T}_S$ и T_K должны быть одинаковы, так как они задают кинетические энергии движения частиц, а при смене хаотического движения в (179) на согласованное движение частиц в (180) ничего не меняется. Тогда из (179) и (180) получим:

$$K_S = kN = k\frac{M_S}{M_P} = k\frac{AM_{PS}}{M_P} = kA\Phi, \quad (181)$$

где k — постоянная Больцмана,
M_{PS} — масса p-звезды (14),
Φ — коэффициент подобия по массе (11),
M_P — масса протона.

Для p-звезды $A = 1$ и можно найти K_{PS}:

$$K_{PS} = k\Phi = 9{,}187\cdot 10^{32}\ \text{Дж/К}. \quad (182)$$

В общем виде для звездной постоянной Больцмана имеем:

$$K_S = K_{PS} A. \quad (183)$$

Для p-звезды средняя температура частиц получается из (178) при $A = Z = 1$ и $\mu = 0{,}5$ как для чисто водородной звезды:

$$\overline{T}_{PS} = \frac{M_P C^2}{3k} = 1{,}9\cdot 10^6\ \text{К}. \quad (184)$$

Формула для средних температур звезд (178) с учетом (184) примет такой вид:

$$\overline{T}_S = \overline{T}_{PS}\, 2\mu (A/Z)^2. \quad (185)$$

Средние температуры звезд оказываются почти одинаковыми благодаря сильной зависимости скорости термоядерных реакций от температуры, из-за чего возникает стабилизирующая обратная связь: повышение температуры — увеличение скорости реакций — выделение энергии — повышение давления — расширение звезды — снижение температуры. По данным из § 2, при массах звезд менее 0,07 M_C температура в центре недостаточна для термоядерных реакций, поэтому р-звезды с массой 0,056 M_C остаются водородными карликами. Поэтому температуру (184) можно рассматривать как предельную температуру, достигаемую р-звездой во время гравитационного коллапса. Обратим внимание, что все вышесказанное относится и к нуклонам, с заменой в формулах звездной скорости на скорость света. Если средняя скорость движения частиц в нуклонах равна скорости света, то формально при движении со скоростью света кинетическая температура нуклонов совпадет с температурой частиц внутри них, так что например для протона можно написать:

$$M_p c^2 = \frac{3k\overline{T}_p}{2}. \tag{186}$$

Отсюда максимально воможная внутренняя температура протона равна:

$$\overline{T}_p = \frac{2M_p c^2}{3k} = 7{,}26 \cdot 10^{12}\ \text{K}, \tag{187}$$

здесь M_p — масса протона,

c — скорость света,

k — постоянная Больцмана.

Для атомных ядер, как совокупности нуклонов, средняя внутриядерная температура не превышает средних внутринуклонных температур. Предположим, что средняя энергия связи нуклонов в каком-то ядре равна $\Delta E = 8$ Мэв. Тогда можно оценить кинетическую температуру, при которой ядро может стать неустойчивым (например, в случае его быстрого вращения с моментом импульса до $70\,\hbar$ вследствие столкновения с другим ядром согласно [24]):

$$T = \frac{2\Delta E}{3k} = 6 \cdot 10^{10}\ \text{K}.$$

Полученная оценка подтверждается работой [312], в которой рассмотрено равновесие нуклонов и ядер при больших температурах и давлениях наподобие тех, что возникают в нейтронных звездах.Сделан вывод о том, что ядра существуют вплоть до температур $T = 2 \cdot 10^{11}$ K , а при более высоких температурах нуклоны ядра образуют нуклонный газ. Исследование столкновений ядер при больших энергиях показывает, что температура вещества в зоне столкновения достигает $1{,}5 \cdot 10^{12}$ K [60].

з) Сравнение давлений в звездах и в протоне. Температура Галактики.

Среднее давление в звезде можно найти по формуле (151), если не учитывать вклад от давления излучения:

$$\overline{P} = G k \overline{T}_S = \frac{N k \overline{T}_S}{V \mu}, \tag{188}$$

где G — концентрация частиц, вносящих вклад в давление,

k — постоянная Больцмана,

$\overline{T}_S$ — средняя температура звезды,

N — общее число нуклонов,

V — обьем звезды,

μ — количество нуклонов на одну частицу газа.

Из (188), (178), (161) получаем:

$$\overline{P}\,V = \frac{Nk\overline{T}_S}{\mu} = \frac{2}{3}M_S C^2 (A/Z)^2 = \frac{2}{3}E_K = -\frac{2}{3}E, \qquad (189)$$

здесь E_K — кинетическая энергия частиц,

E — полная энергия звезды.

Выразим кинетическую энергию E_K через звездную постоянную Больцмана K_S с помощью (180) и (162):

$$M_S \overline{v}^2 = M_S\, 2\mu C^2 (A/Z)^2 = 3K_S T_K = 3K_S \overline{T}_S. \qquad (190)$$

Подставляя данное выражение в (189), найдем с учетом (183), (185):

$$\overline{P}\,V = \frac{K_S \overline{T}_S}{\mu} = 2K_{PS}\overline{T}_{PS}\,A(A/Z)^2. \qquad (191)$$

В формуле (191) среднее давление $\overline{P}$ и обьем звезды V выражаются через константы K_{PS} и $\overline{T}_{PS}$ по (182) и (184) и через массовое и зарядовое числа звезды A и Z.

Оценка среднего давления для Солнца при его обьеме:

$$V_C = \frac{4}{3}\pi R_C^3 = 1{,}4\cdot10^{27}\,м^3,$$

и $A = 18$, $Z = 8$ дает по (191) без учета давления излучения:

$$\overline{P}_C = 2{,}3\cdot10^{14}\ Па. \qquad (192)$$

В силу подобия для протона можно записать аналогично (191), (189), с учетом (186):

$$\overline{P}_P V_P = \frac{2}{3}M_P c^2 = k\overline{T}_P, \qquad (193)$$

где $\overline{P}_P$ — среднее давление внутри протона,

V_P — обьем протона,

M_P — масса протона,

c — скорость света,

k — постоянная Больцмана,

$\overline{T}_P$ — средняя температура протона (187).

Найдем давление внутри протона из (193) при его радиусе $R_P = 6{,}6\cdot10^{-16}$ м:

$$\overline{P}_P = 8{,}3\cdot10^{34}\ Па. \qquad (194)$$

Примечание: С целью упрощения расчетов в некоторых случаях массы нуклонов, атомная единица массы M_U заменялись на массу протона, которая незначительно отличается по величине. Аналогично, масса ядра иногда представлялась в виде произведения массового числа A на массу протона с той же неточностью (не более 1 %).

Формулу (151) можно использовать для определения давления или температуры звездного газа в Галактике, поскольку звездная постоянная Больцмана теперь известна из (183). Для кинетической температуры звездного газа получаем:

$$\overline{T}_K = \frac{\overline{P}}{G K_S} = \frac{\overline{P}\,\overline{M}}{\rho K_S},$$

где $\overline{P}$ — эффективное давление звездного газа,

G — концентрация звездного газа,

K_S — звездная постоянная Больцмана по (183),

$\overline{M}$ — масса, приходящаяся на одну звезду в Галактике,

ρ — плотность звездного газа.

С учетом (183), (4), (182) преобразуем выражение для температуры $\overline{T}_K$:

$$\overline{T}_K = \frac{\overline{P}\,\overline{M}}{\rho K_{PS} A} = \frac{\overline{P} M_{US}}{\rho K_{PS}} = \frac{\overline{P} M_{US}}{\rho k \Phi} = \frac{\overline{P} M_U}{\rho k}, \qquad (195)$$

здесь A — массовое число для звезды с массой M,
M_{US} — звездная единица массы (12),
Φ — коэффициент подобия по массе (11),
$M_U = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг — атомная единица массы,
k — постоянная Больцмана.

Отношение $\overline{P}/\rho$ для Галактики было оценено нами в (154), подставляя его в (195), найдем среднюю температуру Галактики $\overline{T}_\Gamma$:

$$\overline{T}_\Gamma = \overline{T}_K = 1{,}8 \cdot 10^{10} M_U/k = 2{,}2 \cdot 10^6 \text{ K}. \qquad (196)$$

Данная средняя кинетическая температура звезд, которая равна температуре Галактики, неплохо стыкуется с оценками температуры (164), (170), (174), полученными другими способами.

и) Скорости движения звезд. Принцип локальности.

Рассмотрим характерные скорости движения звезд и галактик. Вращение Галактики можно представить, как систематическое вращение звездного газа и случайное добавочное движение отдельных звезд в разных направлениях. Средняя скорость вращения в каждой точке Галактики определяется путем усреднения по скоростям звезд, тогда отклонения от этого среднего значения дадут случайные скорости звезд. Для Солнца при его вращении в Галактике со средней скоростью 220–250 км/с [109] приведем некорые оценки случайной скорости (или аналогичные ей):

1. 19,4 км/с, движение в направлении звезды Веги согласно [234].

2. 21,5 ± 2,5 км/с относительно местной межзвездной среды (данная среда в окрестностях Солнца имеет температуру 7000 ± 2000 К, концентрацию частиц 0,1–0,2 атома водорода в кубическом сантиметре, степень ионизации водорода 10–30 %) по данным [30].

3. 28,5 км/с относительно ближайших звездных систем (усреднение по вековым параллаксам групп звезд в разных галактических зонах) [160].

Несовпадение приведенных скоростей Солнца обьясняется выбором различных обьектов, относительно которых определялась средняя скорость.

Как показывают измерения, фоновое (реликтовое) излучение, соответствующее температуре 2,7 К, приходит к Земле почти равномерно со всех сторон. По степени изотропии излучения (10^{-5} — 10^{-4}) выводится, что Солнечная система движется со скоростью 390 ± 60 км/с в направлении созвездия Льва относительно системы координат, в которой фоновое излучение полностью изотропно ([195], [145]).

Согласно [206], Местная Группа галактик вместе с Галактикой падает на центр Сверхскопления галактик в Деве со скоростью 255–290 км/с, а фоновое излучение демонстрирует анизотропию приблизительно такой же величины и в том же направлении. Систематическое движение звезд проявляется также при вращении двойных галактик друг около друга или при движениях галактик в скоплениях. Средние скорости вращения двойных галактик равны 170 км/с по [86], индивидуальные скорости галактик вне скоплений составляют 200–300 км/с, а в плотных скоплениях лучевые скорости становятся еще больше.

Однако все указанные движения имеют скорости, не превышающие звездной скорости $C(A/Z)$, где $C = 220$ км/с, а отношение массового и зарядового чисел A/Z находится в пределах от 1 до 2,6 , если рассматривать все изотопы химических элементов и соответствующие им звезды.

С другой стороны, согласно закону Хаббла, красное смещение в спектрах отдаленных галактик интерпретируется так, что они удаляются от нас со скоростью, пропорциональной расстоянию R:

$$v = HR, \tag{197}$$

где $H = 50–80$ км/(с·Мпк) — постоянная Хаббла.

Обычно скорость галактик v определяют по формуле для эффекта Допплера (370) для удаляющегося источника излучения, в которой частоту ν следует заменить на длину волны λ:

$$\nu = \frac{\nu_o\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + v/c}, \qquad \nu = \frac{c}{\lambda}, \qquad \nu_o = \frac{c}{\lambda_o},$$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{\lambda - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1, \quad \frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}, \tag{198}$$

здесь c — скорость света,

z — красное смещение длины волны,

$\Delta\lambda$ — изменение длины волны излучения в спектре относительно лабораторной длины волны λ_o. Если z мало, то приближенно получим:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = z.$$

Применение формулы (198) для слабых далеких галактик дает скорости, близкие к скорости света. Таким образом мы получаем, что с одной стороны скорость $C(A/Z)$ является мерой средней скорости движения частиц в звезде, предельной скоростью вращения звезды вокруг своей оси и в галактике (смотри (86), § 15, § 18) , а с другой стороны — предполагается, что галактики, достаточно удаленные друг от друга, имеют лучевые скорости, существенно превышающие $C(A/Z)$. Впрочем, последнее фактически оспаривается в § 38, где красное смещение z приписывается не разбеганию галактик, а потере электромагнитной энергии фотонов с расстоянием.

Сформулируем в связи с этим следующий принцип локальности звездной скорости:

Средняя скорость звезды относительно звездной системы, в которой она сформировалась, не превышает звездной скорости $C(A/Z)$.

Согласно (162), средняя скорость движения частиц в звезде равна:

$$\bar{v} = \sqrt{2\mu}\,C(A/Z),$$

где μ — количество нуклонов на одну частицу газа звезды. Если бы скорость некоторых частиц звезды при ее формировании (или вращении) превысила бы среднюю хаотическую скорость $\bar{v}$, то эти частицы покинули бы звезду. Подчеркнем, что средние скорости движения нуклонов в звездах задаются их температурами, которые близки друг к другу в различных звездах из-за сильной зависимости скорости термоядерных реакций от температуры. В результате ограничение сверху на начальные скорости движения звезд определяется именно их внутренними температурами.

§ 22. Типы населения Галактики

а) Население типа I (плоская составляющая).

Представление о типах населения галактик ввел Бааде в 1944 г. [240]. К населению типа I относятся обьекты, обычное местонахождение которых — диск Галактики. Краткий перечень этих обьектов по материалам [3], [55], [124], [125], [141], [142], [223] включает в себя:

1. Рассеянные звездные скопления, содержащие от десятков до тысяч звезд при размерах скоплений 0,3 — 5 пк. Располагаются обычно вблизи плоскости Галактики и имеют возраст 10^6–10^9 лет. Количество скоплений в Галактике — десятки тысяч.

2. О-В ассоциации, содержащие звезды спектральных классов О и В.

3. Т-ассоциации, содержащие звезды типа Т Тельца.

4. Массивные звезды главной последовательности.

5. Белые и голубые гиганты и сверхгиганты.

6. Звезды типа Вольфа-Райе.

7. Классические или долгопериодические цефеиды (прототип δ Сер) с периодами колебания блеска менее 100 дней.

8. Сверхновые типа II, в спектре имеются водородные линии, средняя абсолютная звездная величина в максимуме вспышки достигает $-17,^m2$, масса выбрасываемой оболочки — M_C и более (у Сверхновой 1970g масса оболочки достигала 4 M_C, у SN 1987A – 10–16 M_C).

9. Сверхновые типа Ib, в спектре сильные линии кислорода при отсутствии линий водорода, средняя абсолютная звездная величина в максимуме вспышки достигает — $17,^m6$, масса выбрасываемой оболочки до 5 M_C при средней скорости расширения порядка 13500 км/с.

10. Молекулярные облака, в том числе гигантские, содержащие молекулы H_2, CO, SO, CS, OH, H_2O, H_2CO и другие.

11. Облака холодного атомарного водорода типа HI с температурой 50–100 K с концентрацией 1–30 частиц/см^3.

12. Зоны ионизованного водорода типа HII, образующие эмиссионные туманности вблизи горячих звезд.

13. Диффузные облака межзвездного газа, сосредоточенные в спиральных рукавах и растекающиеся от центра Галактики наружу вдоль галактической плоскости. Образуют утолщение на краях Галактики.

14. Пылевые облака — темные и светлые (отражательные) туманности. Средний размер облаков — 15 пк, среднее расстояние между ними —40 пк, средняя масса облака — 3 M_C [125]. Облака состоят из пылинок размером порядка 10^{-7} м и имеют среднюю плотность более 10^{-22} кг/м^3. Маленькие облака называются глобулами и имеют большую концентрацию пыли. По поглощению излучения в пылевых облаках предполагается, что пылинки могут быть ледяными, графитовыми, силикатными или металлосиликатными. Кроме ослабления излучения, в пылевых облаках происходит поляризация света звезд. Светлые туманности видны из-за отражения света от ближайших горячих звезд.

15. Источники инфракрасного, рентгеновского, гамма и радиоизлучения.

16. Космические мазеры, находящиеся в молекулярных облаках.

17. Систематическое магнитное поле в спиралях Галактики, средняя напряженность магнитного поля $(1 - 4)\cdot 10^{-4}$ А/м.

18. Спиральные волны плотности, создающие спиральный рисунок Галактики.

Примечание: Газ и пыль встречается в газово-пылевых облаках в самых различных пропорциях .

б) Население типа II (сферическая составляющая).

Обьекты этого типа располагаются в основном в гало и в балдже Галактики. В перечень обьектов входят обычно следующие:

1. Шаровые звездные скопления, содержащие от 10^4 до нескольких миллионов звезд при размерах скоплений от 5 до 70 пк. Возраст скоплений более 5–10 миллиардов лет, количество в Галактике более 200.
2. Карлики главной последовательности.
3. Красные и желтые гиганты и сверхгиганты.
4. Субкарлики и горячие голубые звезды типа субкарликов.
5. Короткопериодические цефеиды или звезды типа RR Lyr с периодами колебаний блеска менее суток.
6. Сверхновые типа Ia, в спектре линии ионизованного железа, средняя абсолютная звездная величина в максимуме вспышки достигает $-19,^m1$, сравниваясь со светимостью целой галактики.

в) Промежуточное население.

Население данного типа встречается возле диска и в гало с концентрацией к центру Галактики. К промежуточному населению можно отнести:

1. Новые, повторные новые, новоподобные звезды — вспыхивающие звезды с изменением блеска при вспышке в сотни и даже миллионы раз. Скорости расширения оболочки до 1500 км/с, массы выброшенного вещества до 10^{-4} M_C.
2. Белые карлики.
3. Нейтронные звезды, радио и рентгеновские пульсары, барстеры. Хотя многие пульсары рождаются в диске, за счет больших скоростей они покидают его и переходят в промежуточную систему. Часть барстеров (до 1/3) обнаружена в шаровых звездных скоплениях.
4. Планетарные туманности, имеют достаточно правильную кольцеобразную форму, а в центре — массивную и очень горячую звезду, являющуюся источником свечения туманности. Средние размеры туманностей — 10–20 тысяч а. е., масса газа — 0,01 — 0,1 M_C. Скорости расширения от 5 до 100 км/с, средние скорости — около 20 км/с, средние температуры порядка 10000 К.
5. Звезды главной последовательности — желтые и красные карлики.
6. Желтые и красные гиганты.
7. Переменные звезды типа Миры Кита.

г) Общий галактический субстрат.

К данному типу относятся обьекты, более или менее равномерно распределенные по Галактике. Основные обьекты таковы:

1. Атомарный водород между облаками с температурой 10^3–10^4 К и концентрацией 0,1–1 частиц/см^3.
2. Межоблачная пыль.
3. «Корональный газ» — ионизованный высокотемпературный газ с температурой 10^4 — 10^6 К и малой концентрацией частиц — 10^{-5}— 10^{-4} частиц/см^3.
4. Излучение звезд.
5. Космические лучи (протоны, альфа-частицы, более тяжелые ядра, электроны) с энергиями до 10^{20} эВ. В составе космических лучей 83 % составляют протоны,

16 % — альфа-частицы (ядра атома гелия), остальное — более тяжелые ядра. Электроны дают малый вклад в общий поток частиц, их число порядка 1 % от числа протонов, а число позитронов — 10 % от числа электронов. Оценка энергии космических лучей в нашей Галактике дает величину около 10^{49} Дж [8].

6. Фоновое (реликтовое) излучение, хорошо заметное в диапазоне частот от $3\cdot10^9$ до $3\cdot10^{11}$ Гц, соответствующее кривой излучения абсолютно черного тела с температурой 2,726 К.

7. Общие электрическое и магнитное поля Галактики.

8. Нейтринный газ, состоящий из различных сортов нейтрино.

9.Гравитационное поле Галактики.

10. Физический вакуум с содержащимися в нем разнообразными частицами.

д) Различие звездных населений.

Если говорить о звездной составляющей Галактики, то пространственное разделение звезд на два типа населения — плоскую и сферическую — одновременно сопровождается еще по крайней мере пятью свойствами, различными у каждого населения:

1. Возраст звезд. Как правило, в диске Галактики преобладают молодые, недавно образовавшиеся звезды, в то время как население типа II составляют старые сильнопроэволюционировавшие звезды с возрастом более 10 миллиардов лет.

2. Скорости звезд. Измерение скоростей показывает, что звезды сферической составляющей отличаются большей дисперсией скоростей, чем звезды диска. Наибольшая дисперсия скоростей наблюдается у субкарликов, что позволяет им находиться в гало и в балдже Галактики, обладающих сферической симметрией.

3. Эксцентриситет орбит e. Для звезд диска характерны небольшой эксцентриситет и почти круговые орбиты, а у субкарликов эксцентриситет $e > 0,6$ при сильно вытянутых орбитах. Некоторые субкарлики имеют даже орбиты с обратным вращением в Галактике [256].

4. Температуры и светимости. В среднем звезды населения I характеризуются более высокой температурой и светимостью на единицу массы, чем звезды населения II.

5. Химический состав. Установлено, что звезды сферической составляющей имеют недостаток тяжелых элементов и металлов по сравнению со средним химическим составом звезд диска. У субкарликов дефицит металлов таков, что их общее количество меньше в 3 — 100 раз, чем у звезд главной последовательности. Содержание гелия у субкарликов $Y = 0,19 \pm 0,04$, в то время как для звезд главной последовательности Y может достигать 0,3 (у Солнца $Y = 0,25$).

Дополнением к последнему свойству является то, что общее количество металлов падает с увеличением расстояния от центра Галактики. Различие свойств звезд плоской и сферической составляющих позволяет соотнести эти группы звезд с точки зрения подобия атомных и звездных систем с двумя большими группами химических элементов, а именно — металлами и неметаллами соответственно. Мысленно уменьшим нашу Галактику таким образом, чтобы звезды сравнялись с атомами по размерам. Тогда мы увидим, что эти звезды-атомы, соответствующие металлам и части неметаллов, находятся в центре симметрии — в диске и в промежуточной системе, в то время как другая часть звезд-неметаллов, соответствующая летучим газам типа кислорода, азота, водорода и т.д., находится в сферической области, создавая своеобразную атмосферу. Основная часть тяжелых химических элементов является металлами, что хорошо видно на примере 4,5,6,7 периодов Периодической таблицы элементов. Это коррелирует с тем, что массивные звезды, будучи в основном аналогами элементов-металлов, находятся в диске Галактики. В связи с этим вспомним, как в § 17 было показано, что значительная часть магнитных звезд Ар, обладающих избытком в спектральных линиях элементов группы железа и редкоземельных металлов, оказалась соответствующей по массе элементам-металлам с наибольшими магнитными свойствами.

С другой стороны, как показано в § 20, распределение звезд в Галактике по массовым числам напоминает распределение химических элементов на Солнце и в космосе. Сравнение рисунков 43, 44а, 44б показывает, что звезды, соответствующие углероду, азоту, кислороду, натрию, магнию, сере, железу и другим элементам, имеют наибольшую распространенность (если не считать звезды — аналоги водорода и гелия). Основная часть этих звезд соответствует маломассивным элементам-неметаллам и следовательно они являются доминирующими в Галактике.

В частности, подавляющее число звезд населения II имеют массы не более 0,85 M_C согласно [124], а около 60 % звезд диска в окрестностях Солнца относятся к карликам спектрального класса М по данным [83], [269].

Если найти в Периодической таблице элементов местоположение элементов-неметаллов, то по известным массовым числам этих элементов и формулам (4), (12) можно определить массы соответствующих им звезд, а по Таблицам 8 и 9 – спектральные классы этих звезд. В результате можно построить Таблицу 37 соответствия между химическими элементами-неметаллами и спектральными классами звезд.

Таблица 37

Соответствие элементов-неметаллов и спектральных классов звезд.

Период	Химические элементы-неметаллы	Массовые числа	Спектральные классы звезд
6	Rn	222	B1
5	I, Xe	127–136	B2–B3
4	Ge, As, Se, Br, Kr	70–86	B5–B7
3	Si, P, S, Cl, Ar	28–40	A2–F8
2	B, C, N, O, F, Ne	10–22	G2–M0
1	H, He	1–4	M5–M8,5

В первом столбце Таблицы 37 указаны номера периодов Периодической таблицы химических элементов. Звезды с дефицитом металлов встречаются во всех спектральных классах, представленных в Таблице 37. При этом горячие субкарлики, являющиеся экстремальными представителями таких звезд, обозначаются sdB или sdO и ассоциируются со слабыми голубыми звездами.

Рассмотрим более подробно население гало и диска Галактики. Согласно сводке данных в [124], гало содержит две группы шаровых скоплений, отличающихся химическим составом и пространственным распределением. Характеристики этих групп приведены в Таблице 38.

Таблица 38

Характеристики двух групп шаровых скоплений Галактики по [124].

Название	Спектр скопления	Химический состав	Предельная z-координата	Предельная R-координата
Экстремальная подсистема	ранее F8,5	[Fe/H] < –1	> 20 кпк	> 20 кпк
Промежуточная подсистема гало	позже F8,5	[Fe/H] > –1	4 кпк	9 кпк

Напомним, что в применении к отдельным звездам главной последовательности более ранние спектры соответствуют более массивным и горячим звездам, но спектры скоплений звезд всегда являются интегральными и лишь косвенно отражают массовый состав звезд, особенно если еще учесть классы светимости . Химический состав в Таблице 38 показывается с помощью отношения количества металлов к водороду относительно Солнца по формуле:

$$[Fe/H] = \lg(\frac{Fe}{H})_S - \lg(\frac{Fe}{H})_C,$$

здесь первый член есть логарифм отношения количества металлов к водороду для звезды, а второй член — для Солнца.

Согласно Таблице 38, шаровые скопления промежуточной подсистемы гало встречаются только до высоты $z = 4$ кпк над плоскостью Галактики и до радиуса $R = 9$ кпк, при этом доля металлов у них выше, чем у экстремальной подсистемы.

Население диска также можно подразделить на две подсистемы. Звезды «старого» диска располагаются до высоты $z = 400$ пк , имеют [Fe/H] = — 0,25 и возраст 5–8 миллиардов лет [124]. Другая подсистема — «плоский» диск – имеет меньшую высоту $z = 200$ пк при содержании металлов на уровне солнечного состава и возрасте 1–3 миллиарда лет.

Таким образом, мы видим, что при переходе от населения плоского диска к экстремальному населению шаровых скоплений количество металлов неуклонно убывает (как если бы мы переходили от железного ядра Земли к ее атмосфере), что соответствует увеличению доли звезд-аналогов неметаллов. Поскольку Солнце как аналог кислорода соответствует неметаллу, то звезды, имеющие химический состав с повышенным относительно Солнца количеством металлов, скорее всего претендуют на то, чтобы и по своей массе (массовому числу) соответствовать атомам металлов. Таковы, видимо, металлические Am и пекулярные Ap звезды. Звезды же с нормальным или пониженным содержанием металлов относительно Солнца в основном соответствуют неметаллам (это следует из пространственного распределения этих звезд и из того факта, что большинство звезд Галактики имеет массы меньше массы Солнца и массовые числа $A < 18$, при этом в первом и втором периодах Периодической таблицы находятся почти одни элементы-неметаллы).

Разные возрасты звезд диска и гало указывают на то, что массовое звездообразование в диске началось много позже, чем в гало, при этом количество металлов в диске за все время выросло не более чем в 1,5–2 раза благодаря ядерному нуклеосинтезу, наиболее интенсивному при вспышках сверхновых. Можно поэтому предположить, что общее количество металлов в Галактике растет (в звездах и в межзвездной среде) параллельно с увеличением количества звезд, соответствующих химическим элементам-металлам как по массе, так и по химическому составу. По поводу разделения звезд на две группы, соответствующие химическим элементам-металлам и неметаллам, смотри также пункт б) в § 23.

Интересно, что существует еще одна аналогия между атомами и звездами. Как показывают расчеты звездной эволюции, для того, чтобы звезда была чисто водородной, ее масса должна быть менее 0,08 M_C. Тогда водород не может превращаться в гелий из-за низкой температуры в центре звезды. Если масса звезды не превышает 0,35 M_C, то водород звезды может превратиться только в гелий, и в итоге получается гелиевая звезда [222]. Для чисто углеродной звезды предельная начальная масса равна 1,04 M_C, а для Ne предельная масса звезды равна 1,37 M_C [251]. Данным массам соответствуют следующие массовые числа:

$A_1 = 1{,}44$; $A_2 = 6{,}3$; $A_3 = 18{,}7$; $A_4 = 24{,}66$ (Использована формула: $A = 18\, M_S / M_C$, где M_S — масса звезды, M_C — масса Солнца).

Массовые числа водорода, гелия, углерода и неона оказываются меньше, чем A_1, A_2, A_3 и A_4 соответственно, так что этим химическим элементам можно поставить в соответствие свои вырожденные звезды. Однако вопрос о том, до каких масс возможно такое соответствие, остается открытым, так как до сих пор точно не известны максимально возможные массы белых карликов и нейтронных звезд.

е) Классификация Солнца.

В химии различие между элементами легко определяется по физическим и химическим свойствам веществ. Для звезд наблюдение явлений типа химических реакций сложно, если не невозможно, поскольку характерные звездные времена превышают атомные приблизительно в 10^{26} раз (смотри коэффициент подобия по времени в § 12). Мы можем видеть лишь некоторые готовые результаты (например, двойные звезды как аналоги простейших молекул). Поэтому не может проявиться и периодичность (если она есть) типа той, что зафиксирована в Периодической таблице и обязана в основном взаимодействию электронов. Но в звездах главной последовательности и не может быть точно такой же периодичности (а также такой же квантованности процессов), что и в атомах, поскольку различаются сами основные действующие силы — практически однополярные гравитационные и двуполярные электромагнитные. Однако довольно слабое подобие периодичности все же можно обнаружить на зависимости эффективных поверхностных температур звезд главной последовательности от их массового числа, приведенной на рисунке 50. Данные температуры вычислены по формуле (16) по известным радиусам звезд и их болометрическим звездным величинам, массовые числа звезд — по известным массам звезд (смотри также Таблицу 8). Вертикальными линиями на кривой отмечено местоположение звезд, соответствующих неметаллам по Таблице 37, а цифрами — периоды в Периодической таблице элементов. Из рисунка 50 видно, что в местах, где расположены звезды-неметаллы, эффективные температуры звезд несколько повышены. Это согласуется с тем, что недостаток металлов в звезде приводит к уменьшению поглощения излучения и тем самым к увеличению поверхностной температуры. В результате звезды с дефицитом металлов при той же массе сдвинуты влево на диаграмме Герцшпрунга-Рессела относительно звезд главной последовательности.

В свете всего вышеизложенного рассмотрим положение, которое занимает наше светило. Солнце имеет спектральный класс G2, эффективную температуру поверхности 5785 K, абсолютную болометрическую звездную величину $M_b = 4{,}^m74$ и обычно относится к звездам главной последовательности. Некоторое противоречие, однако, заключается в следующем. Во-первых, на зависимости «спектральный класс — масса звезды» для звезд главной последовательности массе Солнца соответствует спектральный класс G7, а не G2 (сравни с Таблицей 8). Во-вторых, согласно расчетам Ибена [300], эффективная температура Солнца в пределах главной последовательности

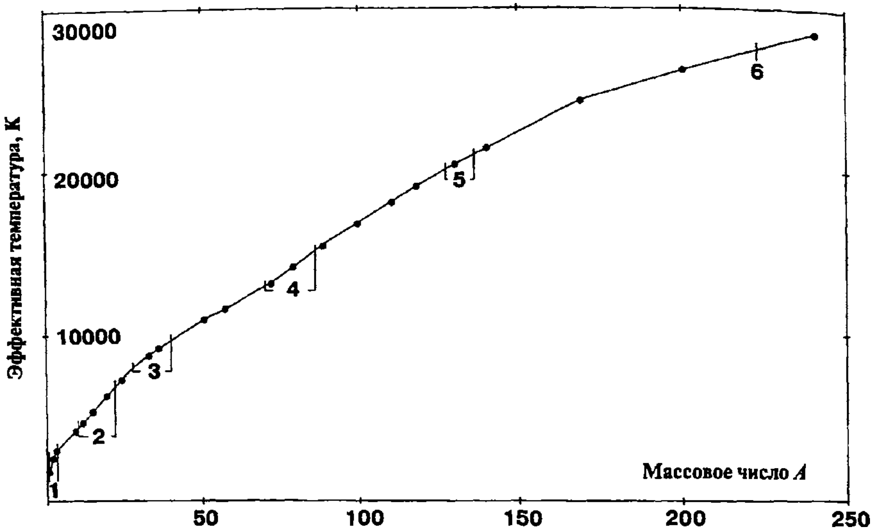


Рис. 50. Зависимость эффективных поверхностных температур звезд главной последовательности от их массового числа. Цифрами и вертикальными скобками отмечены положения звезд, соответствующие номерам периодов неметаллов в Таблице 37.

должна меняться приблизительно от 5760 K до 6060 K, что соответствует спектральным классам G8,5 — G6,5 . Таким образом, спектральный класс Солнца оказывается более ранним, чем должно быть для звезды главной последовательности, что характерно, например, для звезд с дефицитом металлов. Другой особенностью Солнца является дефицит измеряемого потока солнечного нейтрино по сравнению с расчетной величиной. В принципе уровень потока нейтрино также можно было бы объяснить недостатком металлов в недрах Солнца. Указанные особенности показывают, что Солнце является не совсем обычной и понятной в деталях звездой (смотри еще § 8, пункт г)).

§ 23. Времена событий. Подобие процессов

Из подобия атомных и звездных систем вытекает также и подобие некоторых процессов, причем кроме внешней схожести в качестве параметра соответствия можно использовать время протекания процессов (с учетом коэффициента подобия по времени). Вторым параметром удобно взять характерные энергии процессов. Соотношение неопределенностей Гейзенберга связывает атомные времена и энергии формулой (92):

$$\Delta E\,\Delta t \geqslant h,$$

где ΔE — изменение энергии за время Δt, h — постоянная Планка.

Для звездных систем должно выполняться аналогичное равенство :

$$\Delta E_S\,\Delta t \geqslant L_X, \tag{199}$$

где L_X — характерная величина момента импульса. При этом для спиновых моментов положим : $L_X = 4\pi I$, а для орбитальных моментов: $L_X = 2\pi L$, где I и L спиновый и орбитальный моменты соответственно.

Будем считать подобными такие процессы, которые подобны в отношении энергии и временного интервала и тем самым удовлетворяют (199).

а) Галактические времена.

Оценки возраста Галактики разными способами дают следующее [222]:

1. С помощью постоянной Хаббла из (197) можно найти :

$$t_r = \frac{1}{H} = \frac{R}{v},$$

где R — расстояние до галактик, v — скорость их удаления,
H = 50–80 км/(с·Мпк) — постоянная Хаббла.
Для величины t_r получается 12 — 19 миллиардов лет.

2. Оценка возраста звездных скоплений в Галактике по диаграмме Герцшпрунга-Рессела по точке поворота к красным гигантам от нулевой линии главной последовательности с помощью теории звездной эволюции, предсказывающей время жизни звезд на главной последовательности и в других фазах. Для шаровых скоплений выводится возраст порядка 10 — 14 миллиардов лет.

3. Нижнюю границу возраста Галактики можно определить из соотношения концентраций радиоактивных изотопов ^{238}U, ^{232}Th и продуктов их распада в метеоритах и земной коре. Возрасты ядер этих сверхтяжелых элементов исходя из известных периодов полураспада достигают 8,5 — 10 миллиардов лет.

Пересчитаем теперь возраст Галактики в атомное время τ с помощью коэффициента подобия по времени (85), считая, что t_r = 15 миллиардов лет:

$$\tau = t_r / \Pi_0 = 6{\cdot}10^{-9}\ \text{с}. \qquad (200)$$

Оценка времени τ показывает, что Галактика существует фактически лишь одно мгновение в переводе на атомное время. Речь идет о том, что хотя за это время возможно множество событий (например, при сильных взаимодействиях длительность процессов может быть порядка 10^{-24} с), но все таки время τ значительно меньше, чем период существования атомов и протонов. Так, для протона по экспериментальным данным среднее время жизни превышает 10^{30} лет [195] , а модели «великого обьединения» сильного, слабого и электромагнитного взаимодействий предсказывают для протона время жизни порядка 10^{30}–10^{32} лет.

Высокая температура Галактики (миллионы градусов по (196)), сравнимая с внутренней температурой звезд, и малое относительное время ее существования наталкивает на мысль о том, что Галактика находится в своеобразном возбужденном состоянии, так же как и сами звезды. Для уточнения степени нестационарности Галактики оценим средний промежуток времени между близкими прохождениями звезд друг около друга, при которых они могут срывать планеты с их орбит. Время между такими взаимодействиями по кинетической теории газов [107] равно:

$$t' = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi R^2 \bar{v} G}, \qquad (201)$$

где R — радиус планетной системы, $\bar{v}$ — средняя случайная скорость звезд,
G — концентрация звезд. В солнечных окрестностях $G = 4{,}5{\cdot}10^{-51}$ звезд/м^3 по [3] ,
$\bar{v}$ = 20 — 30 км/с, тогда при R = 30 а. е. получим :

$$t' \sim 10^{20}\ \text{с} = 3{\cdot}10^{12}\ \text{лет}.$$

В балдже на расстоянии 200 парсек от центра Галактики концентрация звезд $G = 3{\cdot}10^{-48}$звезд/м^3 (определено из рисунка 46 в предположении, что масса, приходящаяся на одну звезду, равна 0,5 M_C) , а случайная скорость достигает 140 км/с

(70 % от общей вращательной скорости). Отсюда для балджа найдем : $t'_Б = 10^9$ лет.

Поскольку $t'_Б$ порядка времени релаксации Галактики (202), то в центре Галактики звезды должны были провзаимодействовать между собой, следствием этого могла стать наблюдаемая твердотельность вращения балджа. Для оценки времени релаксации можно использовать следующие формулы:

$$t_{РЕГ} = \frac{2}{\sqrt{\gamma\rho}} \quad \text{из [3]}, \tag{202}$$

$$t_{ИРР} = \frac{\sqrt{2}\ \bar{v}^3}{\pi\gamma^2 \bar{M}^2 G(\ln N)} \quad \text{из [124]}, \tag{203}$$

где γ — гравитационная постоянная, ρ — средняя плотность звездной системы,
G — концентрация звезд, $\bar{M}$ — средняя масса, приходящаяся на одну звезду,
$\bar{v}$ — средняя случайная скорость звезд,
$\ln N$ — кулоновский натуральный логарифм числа звезд N в рассматриваемой системе (для учета взаимодействия далеких звезд).

Формула (202) дает время релаксации в регулярном гравитационном поле, когда звезды за счет свободного падения несколько раз пройдут через центр системы и перемешаются между собой. Вращение увеличивает $t_{РЕГ}$, так как затрудняет перемешивание звезд. Для Галактики $t_{РЕГ} = 3{\cdot}10^8 - 10^9$ лет. При звездных сближениях действуют также иррегулярные силы гравитационного притяжения, которые в конце концов должны привести к максвелловскому распределению скоростей звезд в системе. Время релаксации в поле иррегулярных сил, подсчитанное по формуле (203), дает величину порядка 10^{13} лет для основного обьема Галактики, что больше ее возраста. Лишь в самом центре Галактики при большой концентрации звезд время $t_{ИРР}$ невелико. Например, в радиусе 1 парсек $t_{ИРР} = 6{\cdot}10^7$ лет согласно [124] и звезды успели активно провзаимодействовать друг с другом.

Применим формулу (199) к Галактике в целом. Под величиной ΔE_S будем понимать полную энергию Галактики $E_Г = 2{\cdot}10^{52}$ Дж (смотри § 18), а в качестве промежутка времени Δt возьмем время релаксации Галактики $t_{РЕГ} = 3{\cdot}10^8 - 10^9$ лет по (202). Тогда по (199) получим :

$$L_X \sim E_Г t_{РЕГ} = (2 - 6){\cdot}10^{68}\ \text{Дж}{\cdot}\text{с}. \tag{204}$$

Величина L_X должна быть мерой спина Галактики, так что можно записать:

$$L_X = 4\pi I_Г,$$

где $I_Г \sim 1{,}4{\cdot}10^{67}$ Дж$\cdot$ с — спин Галактики по пункту б) этого параграфа. Отсюда $L_X \sim 1{,}8{\cdot}10^{68}$ Дж$\cdot$с, что близко к (204) .

б) Звездные времена.

Рассмотрим временные и энергетические параметры процесса образования звезд из газово-пылевых облаков по данным [22]. При коллапсе облака можно выделить две характерные шкалы времени: $t_{АС}$ — время аккреции оболочки и $t_{КН}$ — время Кельвина-Гельмгольца, определяющее сжатие ядра и фактическое образование звезды. При массах звезд $M_S < 3\,M_C$ время $t_{АС} < t_{КН}$ и вначале происходит аккреция оболочки, а затем после сжатия звезда приходит на главную последовательность. Если $M_S > 3\,M_C$, то аккреция оболочки продолжается и после того, как звезда подошла к главной последовательности. При $M_S > 9\,M_C$ излучение звезды настолько велико, что часть оболочки выбрасывается и масса звезды будет меньше массы исходного облака.

Времена достижения главной последовательности t звездами с массой до 3 M_c приведены в Таблице 39 по [296]. В скобках указаны показатели степени десятичных множителей, на которые нужно умножить время t.

Таблица 39

Время достижения главной последовательности по [296].

M_s/M_c	3	2,25	1,5	1,25	1	0,5
t, годы	2,514 (6)	5,855 (6)	1,821 (7)	2,954 (7)	5,016 (7)	1,55 (8)

В Таблицу 40 сведены данные по времени t из некоторых других работ.

Таблица 40

Время достижения главной последовательности.

M_s/M_c	20	17	5	0,8	0,09
Литер.	[183]	[237]	[183]	[338]	[184]
t, годы	6,52(4)	3,8(5)	9,28(5)	1,03(8)	1,6(9)

При всем различии начальных условий, химических составов звезд и применяемых методов расчета время достижения звездами ГП плавно уменьшается с ростом исходной массы. Сконструируем теперь еще одну временную шкалу для звезд главной последовательности, соответствующую времени их остывания. Предположим, что по какой-то причине прекратились ядерные реакции внутри звезд, так что они станут остывать со скоростью, определяемой их светимостью. Согласно результатов § 8, полная энергия звезд на главной последовательности E равна внутренней тепловой энергии звезды E_K:

$$E = -E_K.$$

При остывании вся эта энергия излучится, а звезда охладится. Для времени остывания приблизительно можно записать:

$$t_{oc} = \frac{E}{P}, \tag{205}$$

здесь E — модуль полной энергии звезды, P — светимость звезды (в данном параграфе светимость обозначена через P во избежание путаницы с моментом импульса L).

Для определения t_{oc} найдем полные энергии E с помощью (44) и рисунка 9, а светимости — в Таблице 8. Результаты представлены в Таблице 41, где приведены также произведения $E t_{oc}$.

Таблица 41

Параметры охлаждения звезд.

M_s/M_c	E, Дж	P, Вт	t_{oc}, годы	$E t_{oc}$, Дж·с
15	9,6(42)	9,6(30)	3,17(4)	9,6(54)
10	6(42)	3,8(30)	5(4)	9,5(54)
7	3,8(42)	9,6(29)	1,26(5)	1,5(55)
5	2,4(42)	2,4(29)	3,2(5)	2,4(55)
3	1,36(42)	3,04(28)	1,42(6)	6(55)

Таблица 41. Продолжение.

M_S/M_C	E, Дж	P, Вт	t_{OC}, годы	$E t_{OC}$, Дж·с
2,25	9,7(41)	1,08(28)	2,85(6)	8,7(55)
1,5	6,2(41)	2,5(27)	7,9(6)	1,5(56)
1,25	5,3(41)	1,1(27)	1,53(7)	2,5(56)
1	4,2(41)	4,2(26)	3,2(7)	4,2(56)
0.8	3,3(41)	1,7(26)	6,2(7)	6,4(56)
0,5	2(41)	3(25)	2,1(8)	1,3(57)
0,09	2(40)	1,4(23)	4,5(9)	2,8(57)

Для звезд с массой $M_S < 3\ M_C$ взяты максимальные значения полной энергии E (смотри обсуждение в § 8, пункт г)). Если сравнить время достижения звездами главной последовательности t в Таблицах 39, 40 и время охлаждения t_{OC} в Таблице 41, то оказывается, что эти времена хорошо коррелируют друг с другом. Близость времен можно обьяснить тем, что в обоих процессах излучается одна и та же энергия, равная E_K. В самом деле, при образовании звезды половина потенциальной энергии превращается в кинетическую энергию частиц звезды, а другая половина потенциальной энергии уносится излучением. При остывании же звезды вся тепловая (кинетическая) энергия излучается звездой. Таким образом, равенство энергий в описанных процессах уравнивает и длительность этих процессов. Более точный расчет с точки зрения изменения полной энергии показывает, что вместо времени достижения главной последовательности t нужно использовать время Кельвина — Гельмгольца t_{KH} (впрочем, t_{KH} мало отличается от t), при этом справедлива формула типа (205):

$$E = \overline{P} t_{KH} = \frac{P t_{KH}}{K},$$

где $\overline{P}$ — средняя светимость при сжатии облака в звезду, а коэффициент K появляется из-за того, что $\overline{P} < $ P. С учетом (205) получаем:

$$t_{KH} = K t_{OC}. \tag{206}$$

Данный подход показывает, как в звездных системах работает соотношение неопределенностей Гейзенберга в форме (199). Для процессов образования и охлаждения звезд приблизительно можно записать:

$$E t_{KH} = E K t_{OC} \sim L, \tag{207}$$

здесь E — полная энергия звезды на главной последовательности,
t_{KH} — время образования звезды,
t_{OC} — время остывания звезды,
K — коэффициент , приблизительно равный 2,
L — характерный момент импульса.

Для оценки величины L в Таблице 41 вычислено произведение $E t_{OC}$, откуда находим, что L попадает в интервал значений $10^{55} - 10^{57}$ Дж·с. Какой же смысл может иметь величина L как момент импульса? При образовании звезды из облака величина L может быть орбитальным моментом импульса облака в Галактике, а следовательно, и орбитальным моментом образовавшейся звезды. Для проверки этого предположения найдем средний момент импульса, приходящийся на одну звезду в Галактике. Согласно [86], спин Галактики равен:

$I_г = 9{,}7 \cdot 10^{66}$ Дж·с, а по данным [361], [279] и рисунку 39 при массе Галактики $M_г = 1{,}6 \cdot 10^{11} M_C = 3{,}2 \cdot 10^{41}$ кг находим спин $I_г = 1{,}78 \cdot 10^{67}$ Дж·с.

Для наших целей возьмем среднее значение $I_г = 1{,}4 \cdot 10^{67}$ Дж·с (хотя оно, вероятно, занижено, так как не учитывает момента невидимых звезд). Будем считать, что как и в солнечных окрестностях, средняя масса $\overline{M}$, приходящаяся на одну звезду, равна $0{,}5 M_C$. Тогда среднее количество звезд в Галактике равно:

$$N_г = M_г / \overline{M} = 3{,}2 \cdot 10^{11},$$

а средний момент, приходящийся на одну звезду, равен:

$$\overline{L}_S = I_г / N_г = 4{,}4 \cdot 10^{55} \text{ Дж·с.} \tag{208}$$

Мы можем также оценить орбитальный момент импульса Солнца для интервала возможных скоростей его вращения в Галактике:

$$L_C = M_C v R,$$

где $v = 220$ км/с при $R = 8{,}5$ кпк $= 2{,}62 \cdot 10^{20}$ м,
или $v = 250$ км/с при $R = 10$ кпк $= 3{,}086 \cdot 10^{20}$ м,
M_C — масса Солнца.

$$\text{Тогда } L_C = (1{,}15 - 1{,}53) \cdot 10^{56} \text{ Дж·с.} \tag{209}$$

Произведения $2\pi \overline{L}_S$ и $2\pi L_C$ попадают в интервал значений для величин $E t_{\alpha C}$ из Таблицы 41, подтверждая правильность нашего предположения.

Величину момента L из (207), деленную на 2π, можно назвать звездной орбитальной постоянной $\hbar_0$ в отличие от звездной постоянной $\hbar_s$ из (98). Как будет показано в главе 6, величину $\hbar_0$ можно оценить с помощью теории подобия, и ее величина по (302) оказывается равной:

$$\hbar_0 = 3{,}4 \cdot 10^{56} \text{ Дж·с.}$$

Тогда для L из (207) получим:

$$E t_{KH} \sim L = h_0 = 2\pi \hbar_0 = 2{,}1 \cdot 10^{57} \text{ Дж·с.} \tag{210}$$

Рассмотрим теперь времена t_{MS} нахождения звезд на главной последовательности и времена Кельвина-Гельмгольца t_{KH}, приведенные в Таблице 42 по данным из работы [338] для звезд с химическим составом X = 0,7, Z = 0,03 (X, Z — содержание водорода и тяжелых элементов соответственно).

Таблица 42

Времена t_{MS}, t_{KH} звезд главной последовательности по [338].

M_S / M_C	15	10	7	5	3	1,5	0,8
$\lg t_{MS}$, годы	6,92	7,17	7,45	7,76	8,3	9,1	10,17
$\lg t_{KH}$, годы	4,87	5,15	5,44	5,76	6,27	7,01	8,01
$K_T = \dfrac{t_{MS}}{t_{KH}}$	112	105	103	100	107	123	145
$K_э = \dfrac{P t_{MS}}{E}$	262	295	224	181	141	160	240

Таблица 42. Продолжение.

M_S/M_C	15	10	7	5	3	1,5	0,8
$K = \frac{K_э}{K_T}$	2,3	2,8	2,2	1,8	1,3	1,3	1,7
Et_{KH}, Дж·с	2,3(55)	2,6(55)	3,3(55)	4,4(55)	8,1(55)	2(56)	1,1(57)
$(A/Z)^2$	6,5	6,1	5,75	5,25	4,75	4,25	4–4,75
M_S/M_A	8,4	7,9	11,1	15	21,3	21	14,9–12,5

Если сравнить времена t_{MS} и t_{KH}, то выясняется удивительная особенность – оказывается, что отношение t_{MS}/t_{KH} для всех звезд приблизительно одинаково и равно 122 ± 22. Это означает, что чем дольше звезда достигает главной последовательности, тем дольше она на ней остается, при этом время жизни на ГП приблизительно в 120 раз превышает время, необходимое для образования звезды из газового облака. В Таблице 42 приведены значения $K_T = \frac{t_{MS}}{t_{KH}}$, вычисленные по данным из [338], а также $K_э = \frac{P t_{MS}}{E}$, где P — средняя светимость звезды на ГП, E — полная энергия звезды на ГП из Таблицы 41. Величина $K_э$ есть отношение полной излученной энергии за время t_{MS} к полной энергии звезды (величины P и E мало меняются при жизни звезды на ГП) и находится в пределах 140 — 295 для разных звезд. Несовпадение коэффициентов K_T и $K_э$ обьясняется следующим образом. С помощью (205), (206) получаем :

$$K_э = \frac{P t_{MS}}{E} = \frac{P t_{MS}}{P t_{oc}} = \frac{t_{MS} K}{t_{KH}} = K K_T$$

и $K_э > K_T$. Вычисленные значения K по известным $K_э$ и K_T приведены в Таблице 42. Здесь же указаны значения $(A/Z)^2$ для данных масс звезд согласно рисунку 8, а также произведения $E t_{KH}$ для сравнения с соотношением (210).

В результате получается, что произведение $E t_{KH} \sim h_0 = 2\pi \hbar_0$ является предельной величиной для звезд в Галактике, а массивные звезды имеют меньший орбитальный момент (они и в самом деле сконцентрированы в областях с небольшим галактическим радиусом).

Зададимся следующим вопросом — почему время ядерной эволюции звезд на главной последовательности приблизительно в 120 раз превышает расчетное время Кельвина-Гельмгольца t_{KH}? Строго говоря, этот вопрос такой же «простой», как если бы спросить, почему внутренняя температура звезд главной последовательности в миллион раз меньше, чем максимальная внутренняя температура протона (187). Впрочем, ответ по поводу температуры звезд можно найти в § 26, где для заданного коэффициента подобия по массе Φ определена процедура нахождения коэффициентов подобия по размерам и скоростям, а значит могут быть расчитаны размеры звезд и характерные скорости движения частиц и температуры звезд. Сейчас же мы попробуем вычислить отношение t_{MS}/t_{KH}. Выразим время нахождения звезд на ГП через потерянную массу за счет излучения:

$$\frac{dm}{dt} = P/c_s^2 \text{ откуда получим: } t_{MS} = \frac{mc^2}{P},$$

здесь m — часть массы звезды, потерянной за счет излучения,
P — светимость звезды,
c — скорость света.

Известно, что в ходе ядерных реакций в форму энергии может перейти не более 1/130 части исходной массы вещества (смотри, например, [125]). Предположим, что за все время t_{MS} величина m выросла до значения $m = M_A/130$, где M_A — масса активной зоны звезды (ядра) к концу времени t_{MS}. Тогда имеем с учетом (205), (206):

$$t_{MS} = \frac{M_A c^2}{130P}, \quad t_{KH} = \frac{KE}{P}, \quad K_T = \frac{t_{MS}}{t_{KH}} = \frac{M_A c^2}{130KE}.$$

Величина модуля полной энергии звезды по (44) равна :

$$E = M_S C^2 (A/Z)^2,$$

где M_S — масса звезды,
$C = 220$ км/с — звездная скорость,
A и Z — массовое и зарядовое числа звезды, причем $A = 18\, M_S/M_C$. Подставляя величину E, для K_T получим:

$$K_T = \frac{c^2 M_A}{130KC^2 M_S (A/Z)^2}. \tag{211}$$

Характерные средние значения величин в этой формуле следующие: $\overline{K} = 1{,}8$; $\overline{(A/Z)^2} = 5$; $\overline{M_A/M_S} = 1/13$. Если подставить эти величины , а также скорость света и звездную скорость $C = 220$ км/с, то среднее значение K_T как раз получается равным 120.

Мы можем обратить задачу и найти неизвестное отношение M_S/M_A при известных величинах $K_T, K, (A/Z)^2$. Результат приведен в нижней строчке Таблицы 42, откуда видно, что относительные массы ядер у среднемассивных звезд (1–3 M_C) минимальны. Видимо, это объясняется тем, что эти звезды обладают наибольшей центральной плотностью (смотри рисунок 17), а при плотных ядрах термоядерные реакции идут быстрее. Характерные величины центральной плотности звезд по [125] таковы:

M_S/M_C	0;6	1	10
$\rho_Ц$, кг/м^3	76000	132000	7800

.Обратим теперь внимание на рисунок 8, где приведена зависимость отношения $(A/Z)^2$ для всех стабильных и долгоживущих изотопов в зависимости от массового числа A. Крестиками на этом рисунке отмечены главные изотопы элементов-металлов, при этом оказывается, что при $A < 40$ имеются две основные последовательности. В верхней преобладают главные изотопы металлов, а в нижней , где $(A/Z)^2 = 4$ – главные изотопы неметаллов. В связи с этим для звезды с массой 0,8 M_C ($A = 14{,}4$) в Таблице 42 приведены два значения $(A/Z)^2$ – 4 и 4,75. Соответственно получаются и два значения M_S/M_A из (211). При этом линии с $(A/Z)^2 = 4$ на рисунке 8 соответствуют такие элементы-неметаллы, как $^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$, $^{14}_{7}N$, $^{16}_{8}O$, $^{20}_{10}Ne$, $^{28}_{14}Si$, $^{32}_{16}S$ (самые распространенные элементы в природе), и звезды с массами 0,22—0,67—0,78—0,89—1,11—1,55—1,78 M_C соответственно , а значение M_S/M_A по (211) становится больше. Следовательно, такие звезды имеют маленькие активные зоны и могут просуществовать дольше на ГП. Согласно гипотезе, высказанной в § 22 , пункт д), элементы-неметаллы соответствуют звездам, химический состав которых подобен солнечному или обеднен металлами (крайним случаем являются субкарлики). Тогда у всех этих звезд по формуле (211) получается небольшая активная зона. С другой стороны, известно, что звезды с дефицитом металлов более прозрачны для излучения, отчего их поверхностные температуры становятся выше, а центральные области, наоборот, имеют пониженную температуру (а значит и активная зоны будут меньше). Таким образом, сделанные выше расчеты поддерживают гипотезу о разделении звезд на две большие группы, соответствующие металлам и неметаллам.

в) Нейтронные звезды.

Рассмотрим процесс долговременного остывания нейтронных звезд, который определяется запасом их тепловой энергии E_K и эффективной светимостью P. Энергия E_K заключена почти полностью в вырожденных фермионах (нейтронах или кварках) и приблизительно может быть найдена по формуле из работы [218]:

$$E_K = 6\cdot 10^{40}(M_S/M_C)(\rho/\rho_{NUC})^{-2/3}T_9^2 \text{ Дж}, \tag{212}$$

где M_S — масса нейтронной звезды,
M_C — масса Солнца,
ρ — плотность нейтронной звезды,
ρ_{NUC} — плотность ядерной материи,
T_9 — температура недр нейтронной звезды, выраженная в миллиардах градусов Кельвина.

Уравнение остывания имеет вид :

$\frac{dE_K}{dt} = -(P_\nu + P_\gamma)$, где P_ν — нейтринная светимость, P_γ — фотонная светимость.

Период долговременного остывания в основном определяется светимостью P_γ, которая равна:

$$P_\gamma = 4\pi R^2 \sigma T_E^4,$$

где R — радиус нейтронной звезды,
σ — постоянная Стефана-Больцмана,
T_E — эффективная температура поверхности звезды.

Измеренные поверхностные температуры ряда нейтронных звезд находятся в диапазоне $(0,5-2)\cdot 10^6$ К при возрасте звезд до 10^4 лет, а температуры недр должны быть в 100–1000 раз горячее. Согласно данным из [218], для нейтронной звезды массой 1 M_C время охлаждения от температуры недр в несколько миллиардов градусов до 10^5 градусов составляет величину порядка 10^7 лет. Оценка начальной тепловой энергии E_K по (212) при температурах порядка 10^9 К дает около 10^{41} Дж. Величины энергий и времени охлаждения нейтронной звезды массой 1 M_C оказываются того же порядка, что и соответствующие величины для обычной звезды ГП с массой 1 M_C (смотри Таблицу 41). Поэтому можно считать, что долговременное остывание нейтронных звезд также удовлетворяет соотношению (207) с характерной величиной $L = 10^{56}-10^{57}$ Дж·с.

Интересно, что на примере нейтронных звезд можно выделить и кратковременную временную шкалу с характерным моментом импульса порядка звездной постоянной $\hbar_S$. Процесс образования компактного обьекта из обычной звезды сопровождается изменением потенциальной энергии ΔU:

$$\Delta U = K_1 \frac{\gamma M_S^2}{R_S} - K_2 \frac{\gamma M_{SO}^2}{R_{SO}}, \tag{213}$$

где K_1, K_2 — коэффициенты порядка единицы,
γ — гравитационная постоянная,
M_S, R_S — масса и радиус компактного обьекта,

M_{S0}, R_{S0} — масса и радиус исходной звезды.

Предположим, что нейтронная звезда с массой $M_S = 1{,}5 M_C$, радиусом R_S = 10 км = 10^4м образовалась из звезды ГП с массой $M_{S0} = 10 M_C$ и радиусом $R_{S0} = 5 R_C$. Тогда, так как $R_{S0} >> R_S$, то вторым членом в (213) можно пренебречь и изменение энергии фактически равно гравитационной энергии нейтронной звезды (с точки зрения энергии такая же ситуация имеет место и при образовании звезды из газового облака). Конечно, после ухода с главной последовательности исходная звезда вначале превратится в сверхгигант, образует плотное ядро почти с плотностью белого карлика и в этом состоянии полная энергия звезды увеличится по абсолютной величине. Однако наш вывод не изменится, поскольку радиус белого карлика всегда превышает радиус нейтронной звезды.

Оценка величины ΔU для нейтронной звезды при сделанных выше предположениях и $K_1 = 1$ дает:

$$\Delta U = 6{\cdot}10^{46}\,\text{Дж}.$$

В отличие от длительного сжатия газового облака при образовании звезды ГП коллапс исходной звезды с рождением нейтронной звезды происходит очень быстро — за время порядка единиц секунд. За это время в соответствии с теоремой вириала должна выделится энергия, равная $\Delta U/2$, то есть половина гравитационной энергии. Выделение энергии при взрыве сверхновой типа II , когда образуется нейтронная звезда, происходит несколькими способами. Часть энергии уносится выброшенной оболочкой с кинетической энергией до $2{\cdot}10^{43}$ Дж. Расширяющаяся оболочка за время порядка 70 суток излучает до 10^{43} Дж. Однако основная энергия (~ 99 %) почти мгновенно, за считанные секунды, уносится потоком возникающего нейтрино.

Приведем результаты некоторых расчетов. В [316] рассмотрен коллапс при диссоциации железного ядра трех моделей звезд исходной массы 7 M_C к состоянию нейтронной звезды. Результаты таковы:

1. Невращающаяся звезда. За 3 секунды коллапса нейтрино уносит энергию 10^{46} Дж.

2. Вращающаяся звезда (отношение энергии вращения к гравитационной энергии равно 0,25). Энергия нейтринного потока составила $2{\cdot}10^{46}$ Дж за время 3,6 секунды.

3. Вращающаяся замагниченная звезда (магнитная энергия равна 0,025 % от гравитационной энергии). Получается выброс вещества с энергией $1{,}6{\cdot}10^{43}$ Дж и излучение нейтрино с энергией $1{,}1{\cdot}10^{46}$ Дж за время 2,9 с.

В [292] рассмотрена финальная эволюция звезды исходной массы 9 M_C, в которой вначале образуется гелиевое ядро массой 2,2 M_C. По расчетам авторов, при массе исходной звезды до 8 M_C возникает углеродно-кислородное ядро, а затем либо C+O белый карлик с предварительным сбросом оболочки, либо разлетающаяся сверхновая. Для звезд 8–10 M_C на стадии красного супергиганта образуется O+NE+Mg ядро. Коллапс ядра звезды начинается при захвате электронов ядрами ^{24}Mg и ^{20}Ne, при этом загорается кислород. Плотность в центре звезды в начале коллапса $2{,}7{\cdot}10^{14}$ кг/м^3, температура $1{,}5{\cdot}10^{10}$ К, а в конце — $3{\cdot}10^{17}$ кг/м^3 и $2{\cdot}10^{11}$ К. Энергия разлетающейся оболочки составила $2{,}3{\cdot}10^{44}$ Дж, масса нейтронной звезды — 1,2 M_C.

Согласно [217], [139], при образовании нейтронной звезды полная энергия нейтринного излучения приблизительно равна половине гравитационной энергии, а большая часть нейтрино излучается в течении 10 секунд.

Основными источниками нейтрино являются следующие реакции [22]:

1. Аннигиляция электронов и позитронов с рождением нейтрино и антинейтрино.
2. Фоторождение нейтрино и антинейтрино гамма-квантами на электронах.

3. Рождение плазменных нейтрино и антинейтрино при распаде плазмонов (электромагнитных волн в плазме).

4.Урка-процессы, в которых нейтрино или антинейтрино рождаются при захвате электронов или позитронов ядрами или при бета-распаде ядер.

При температурах в миллиарды градусов нейтринная светимость превышает фотонную, эффективно охлаждая звезду. Лишь при большой плотности (порядка ядерной плотности) вещества звезды нейтрино начинают эффективно застревать в ее толще. Поэтому можно ожидать, что существует верхний абсолютный предел для максимальной температуры нейтронной звезды.

Излучение нейтрино с энергией 10 — 12 МэВ сверхновыми было подтверждено 24 февраля 1987 года, когда в Большом Магеллановом Облаке на расстоянии 51,8 кпк появилась Сверхновая SN 1987A. Импульс нейтрино длительностью 7 секунд в количестве 5 событий был зафиксирован нейтринным детектором ЛСД (СССР — Италия) в лаборатории Монблан приблизительно за 5 — 6 часов до наблюдения в обсерваториях оптической вспышки обычными телескопами. Римский неохлаждаемый детектор гравитационных волн зарегистрировал повышенный гравитационный шум за (1,2 ± 0,5) секунд до событий на Монблане, подобным же образом реагировал гравитационный детектор в Мэриленде [131]. Нейтринные события кроме Монблана были обнаружены и другими нейтринными детекторами — в Японии (совместный японо-американский эксперимент Kamiokande II), детектором IMB в соляной шахте в штате Огайо (США), Баксанским детектором (СССР) [198], [376]. Скорость расширения оболочки SN 1987A составила17000 км/с, энергия вспышки с учетом нейтрино оценивается в $(3—5)\cdot 10^{46}$ Дж. Предполагается, что предшественником был голубой сверхгигант Sanduliak–69°202 массой 18—20 M_C, радиусом около 100 R_C и возрастом 10^7 лет [142]. Характер свечения оболочки более соответствует сверхновой типа II (присутствуют линии водорода) и может быть обьяснен распадом радиоактивных элементов в реакции: ${}^{56}Ni \to {}^{56}Co \to {}^{56}Fe$.

Считая, что характерное изменение энергии $\Delta E_S = \Delta U/2 = 2\cdot 10^{46}$ Дж, характерное время выделения энергии при образовании нейтронной звезды Δt = 1 секунда, найдем величину характерного момента импульса L_X по (199):

$$L_X \sim \Delta E_S \, \Delta t = 2\cdot 10^{46}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \qquad (214)$$

Выясним, что может означать величина L_X. По смыслу (199) L_X может равняться $4\pi I_S$, где I_S — спин звезды. Поскольку подобие атомных и звездных систем в отношении спина неполное (смотри § 15), то для большинства звезд $I_S > \hbar_S/2$, где $\hbar_S$ — звездная постоянная (98).

Согласно выводам [292], образование пульсаров наиболее вероятно для звезд с массами 8 — 10 M_C. Мы рассчитывали спины некоторых звезд в § 15, Таблица 27, откуда для звезды 9,4 M_C находим спин I_S порядка 10^{45} Дж·с. Тогда величина L_S равна:

$$L_S = 4\pi I_S = 1{,}2\cdot 10^{46}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

Близость величин L_X из (214) и L_S показывает справедливость нашего подхода. Физический смысл выражений (199), (204), (210), (214) заключается в том, что во всех процессах, в которых изменяется известное количество энергии, начальный момент импульса определяет характерное время изменения энергии.

Многообещающий подход к рассматриваемой проблеме сделан в [22] с описанием модели магниторотационного взрыва сверхновой, когда при коллапсе с ускорением вращения происходит рост магнитного поля в результате закручивания силовых магнитных линий в дифференциально вращающейся оболочке, а затем магнитное давление срывает оболочку. Энергия вращения расходуется на увеличение магнитного давления, нейтринное излучение и выброс оболочки, поэтому быстрое начальное вращение значительно замедляется.

Энергии и времена для перехода гравитационной энергии в энергию вращения (в момент коллапса) нейтронной звезды при данном подходе удовлетворяют соотношению:

$$\Delta E_S \Delta t \sim 4\pi I_S, \tag{215}$$

где ΔE_S — изменение полной энергии,

I_S — спин звезды — предшественницы нейтронной звезды.

г) Белые карлики.

Согласно гипотезе И. С. Шкловского, белые карлики медленно «вызревают» внутри красных гигантов до состояния вырожденного ядра. После длительного истекания оболочки звезды или при образовании планетарной туманности ядро звезды оголяется и эволюционирует на диаграмме Герцшпрунга-Рессела по мере остывания к области, занимаемой белыми карликами.

Максимальные внутренние температуры вырожденных ядер гигантов ограничиваются нейтринным излучением, эффективно охлаждающим звезду, и химическим составом ядра. Например, температура недр углеродного белого карлика массой 1 M_C не должна превышать $5 \cdot 10^8$ К из-за возможности загорания углерода при этой температуре [337], для гелия предельная температура порядка $1{,}4 \cdot 10^8$ К. Тепловая энергия в белых карликах определяется температурой ионов и может быть оценена по формуле из [218]:

$$E_K = \frac{3}{2} kT \frac{M_S}{AM_U}, \tag{216}$$

где k — постоянная Больцмана,

T — температура недр,

M_S — масса звезды,

A — среднее массовое число ионов,

M_U — атомная единица массы.

Полагая для углеродного белого карлика $T = 5 \cdot 10^8$ К, $M_S = M_C$, $A = 12$, для максимальной тепловой энергии найдем: $E_K = 10^{42}$ Дж.

Как показывают расчеты, охлаждение белых карликов происходит очень медленно. Согласно [311], углеродный белый карлик массой 1 M_C будет иметь температуру недр $1{,}67 \cdot 10^5$ К по истечении $t_{OC} = 9{,}1 \cdot 10^9$ лет после своего образования (для сравнения, время остывания нейтронных звезд приблизительно в 1000 раз меньше). В результате для такого белого карлика получим с учетом (210):

$$E_K t_{OC} = 3 \cdot 10^{59}\ \text{Дж}\cdot\text{с} \gg 2\pi\hbar_O = 2{,}1 \cdot 10^{57}\ \text{Дж}\cdot\text{с},$$

и соотношение Гейзенберга (199) не выполняется. Причиной этого является то, что светимость белого карлика по мере охлаждения быстро падает. Однако если бы мы предположили постоянную светимость при охлаждении белого карлика и использовали формулу (205), то тогда (199) было бы справедливо:

$$E_K t'_{OC} \sim h_O = 2\pi\hbar_O,$$

здесь $t'_{OC} \ll t_{OC}$, поскольку в (205) у только что образованного белого карлика весьма большая светимость P.

Рассмотрим в общем виде эволюцию звезд к белым карликам, для чего составим приблизительные сценарии для трех различных случаев в зависимости от массы получающегося белого карлика. В Таблице 43 приведены стадии эволюции от газового облака массой 1 M_C до белого карлика массой 0,85 M_C. На стадии асимптотической ветви гигантов (АВГ) и при переходе к области ядер планетарных туманностей предполагается потеря массы при тепловых вспышках.

Таблица 43

Стадии эволюции белого карлика 0,85 M_C, совмещенные с данными разных авторов.

Стадия	Время, лет	Радиус, метры	Светимость, P_S/P_C	Температура в центре, К	Масса, M_S/M_C	Энергия E, Дж	Ссылка
Газовое облако	$t_0 = 0$	1,6(15)	–	10	1	5(34)	[315]
Протозвезда	$t_1 = 1{,}2(6)$	1,4(9)	1,5	> 1(5)	1	9(40)	[315]
НГП	$t_2 = 5(7)$	6(8)	0,73	1,39(7)	1	3,3(41)	[300]
ВГП	$t_3 = 6{,}7(9)$	7,5(8)	1,3	1,81(7)	1	>3,3(41)	[300]
Красный гигант	$t_4 = 1{,}1(10)$	4,3(9)	11,4	2,74(7)	<1	>3,3(41)	[300]
Верх АВГ	$t_5 = t_4 + 2(6)$	2,4(11)	1,2(4)	1(8)	0,85	>1(42)	[347]
Ядро ПТ	$t_6 = t_5 + 7(4)$	1,55(9)	2,5(4)	9,8(7)	0,85	>2,8(42)	[347]
Горячий БК	$t_7 = t_6 + 1{,}5(5)$	1,1(7)	28	8,7(7)	0,85	5(42)	[347]

Обозначения в Таблице 43 следующие: НГП — момент прихода звезды на начальную главную последовательность, ВГП — момент выхода с главной последовательности, Верх АВГ — верхняя точка асимптотической ветви гигантов, ПТ — планетарная туманность, БК — белый карлик. В скобках указаны степени десятичных множителей.

Из работ, приведенных в последнем столбце Таблицы 43, взяты характерные величины времен эволюции, радиуса, светимости и центральной температуры звезды. По этим данным определен модуль полной энергии E в ходе эволюции звезды. Начиная с НГП и до красного гиганта полная энергия меняется незначительно, поскольку термоядерные реакции компенсируют потери энергии с излучением. Звезда находится в относительном равновесии и ее полная энергия приблизительно равна половине гравитационной.

Со стадии АВГ ядро начинает остывать и сжиматься. У горячего белого карлика тепловая энергия уже существенно меньше, чем половина его гравитационной энергии.

Будем поэтому считать, что в предельном случае для равновесной стадии изменение полной энергии от газового облака до белого карлика составляет $\Delta E_S = U/2 = E$, где U — модуль гравитационной энергии белого карлика, E — модуль полной энергии.

Для определения эффективного времени образования белого карлика Δt необходимо вычесть время жизни на главной последовательности и на стадии красного гиганта (в это время полная энергия не менялась, а потери энергии компенсировались ядерными реакциями в звезде). Пренебрегая короткими временами на АВГ, для времени Δt получим : $\Delta t = t_{KH}$, где t_{KH} – время Кельвина-Гельмгольца, приблизительно равное времени t_2 в Таблице 43. Тогда для процесса образования белого карлика 0,85 M_C по (199) получим:

$$\Delta E_S\,\Delta t = E\,t_{KH} = 8{\cdot}10^{57}\,\text{Дж}{\cdot}\text{с}. \qquad (217)$$

Здесь было взято $t_{KH} = t_2 = 5{\cdot}10^7$ лет, при этом вклад гравитационной и тепловой энергии в общую светимость звезды на НГП составлял 1 %. Если же определить время выхода на главную последовательность в момент, когда начинается увеличение светимости из-за основных ядерных реакций, то $t_2 = 3{,}38{\cdot}10^7$ лет.

Предполагаемые стадии эволюции белого карлика 1 M_C представлены в Таблице 44. Радиус начального газового облака удовлетворял условию из [22]:

$$R < 4{,}6{\cdot}10^{-4}\,\frac{\gamma M A}{R_M T}\ \text{метров}, \qquad (218)$$

где γ — гравитационная постоянная,
M — масса облака,
A — средняя молекулярная масса,
R_M — универсальная газовая постоянная,
T — температура облака.

Таблица 44

Стадии эволюции белого карлика 1 M_C, совмещенные с данными разных авторов.

Стадия	Время, лет	Радиус, метры	Светимость, P_S/P_C	Температура в центре, К	Масса, M_S/M_C	Энергия E, Дж	Ссылка
Газовое облако	$t_0 = 0$	4,5(15)	–	10	3	1,6(35)	
Протозвезда	$t_1 = (0{,}5–1)(4)$	1,5(10)	12,6	(1–7,5)(5)	3	>8(40)	[296]
НГП	$t_2 = 2{,}4(6)$	1,2(9)	95	2,41(7)	3	1,3(42)	[297]
ВГП	$t_3 = 2{,}23(8)$	2(9)	135	2,8(7)	3	<1,3(42)	[297]
Красный гигант	$t_4 = 2{,}5(8)$	2,3(10)	271	1,08(7)	<3	>1,3(42)	[297]
Ядро ПТ	$t_5 = t_4 + 5(5)$	<5,2(9)	2,5(4)	<2,8(8)	1	>1,3(42)	[336]
БК	$t_6 = t_5 + 3(6)$	5,7(6)	0,68	7(7)	1	1,4(43)	[311]

Время ($t_5 - t_4$) вычислялось с учетом потери массы со скоростью $3{\cdot}10^{-6}\,M_C$/год, при этом предполагается сброс оболочки 0,5 M_C в виде планетарной туманности. Модель БК, приведенная в Таблице 44, является достаточно остывшей за время 2–3 миллиона лет после своего образования. Действуя таким же образом, как и в предыдущем случае белого карлика массы 0,85 M_C, для БК массой 1 M_C получим:

$$\Delta E_S = U/2 = E = 1{,}4{\cdot}10^{43}\,\text{Дж},\ \Delta t = t_{KH} = 1{,}87{\cdot}10^6\ \text{лет}.$$

Время t_{KH} взято в Таблице 42, так как для звезд средних масс $t_{KH} < t_2$, где t_2 — время достижения главной последовательности в Таблице 44. Подставляя в (199), получим:

$$\Delta E_S\,\Delta t = E\,t_{KH} = 8{,}2{\cdot}10^{56}\,\text{Дж}{\cdot}\text{с}. \qquad (219)$$

В Таблице 45 показаны возможные стадии эволюции звезды массой 7,1 M_C к белому карлику, имеющему предельную массу Чандрасекхара 1,39 M_C.

Таблица 45

Стадии эволюции белого карлика 1,39 M_C, совмещенные с данными разных авторов.

Стадия	Время, лет	Радиус, метры	Светимость, P_S/P_C	Температура в центре, К	Масса, M_S/M_C	Энергия E, Дж	Ссылка
Газовое облако	$t_O=0$	1(16)	–	10	7,1	6,5(35)	
НГП	$t_1=(4–7)(5)$	2,3(9)	1870	2,8(7)	7,1	4,4(42)	[304]
ВГП	$t_2=t_1+3,2(7)$	4,1(9)	3295	3,3(7)	7,1	3,4(42)	[304]
Красный гигант	$t_3=t_2+(2–3)(6)$	9,6(10)	3200	<1,4(8)	<7,1	>3,4(42)	[335]
Ядро ПТ	$t_4=t_3+1,2(5)$	6(9)	5,2(5)	<2,8(8)	1,39	>3,4(42)	[336]
Остывший БК	–	2,1(6)	–	–	1,39	7,35(43)	[373]

В Таблицах 44 и 45 модели для ядер планетарных туманностей были получены экстраполяцией по данным из [336]. Время (t_4-t_3) вычислялось в предположении потери массы во время вспышек на АВГ с усредненной скоростью $5\cdot10^{-5}\ M_C$/год и сбросом планетарной туманности массой 0,9 M_C. Для подстановки в (199) возьмем $\Delta E_S = E = 7{,}35\cdot10^{43}$ Дж (модуль полной энергии белого карлика) и $\Delta t = t_{KH}$, где $t_{KH} = 2{,}76\cdot10^5$ лет из Таблицы 42, в результате получим:

$$\Delta E_S\,\Delta t = E t_{KH} = 6{,}4\cdot10^{56}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \qquad (220)$$

Сравнивая результаты (217), (219), (220), находим близость этих величин к $2\pi\hbar_O = 2{,}1\cdot10^{57}$ Дж·с. Таким образом, если рассматривать непрерывный процесс образования белого карлика из газового облака, когда полная энергия звезды меняется только за счет гравитационного сжатия (минуя стадию главной последовательности и красного гиганта, в которых энергия почти не меняется), то для такого условного процесса выполняется соотношение:

$$\Delta E_S\,\Delta t \sim 2\pi\hbar_O,$$

где ΔE_S — изменение полной энергии, а Δt приблизительно равно времени Кельвина-Гельмгольца t_{KH} звезды-предшественницы.

д) Планеты.

Этот раздел основан на результатах § 14 , в котором было показано, что для планет Солнечной системы выполняется соотношение (100):

$$\frac{L_{пл}}{M_{пл}} = n\frac{\hbar_S}{M_п}K_1,$$

где $L_{пл}$ — орбитальный момент импульса планеты,
$M_{пл}$ — масса планеты,
n — порядковый номер планеты,
$\hbar_S$ — звездная постоянная по (98),
$M_п$ — масса е-планеты по (17),

$K_1 = 0{,}5$.

Если учесть, что: $L_{пл} = M_{пл} V R$, $h_S = 2\pi\hbar_S$, $T = \dfrac{2\pi R}{V}$, $E_K = \dfrac{M_{пл} V^2}{2}$,

где V — орбитальная скорость планеты,

R — радиус орбиты,

T — период обитального вращения,

E_K — кинетическая энергия планеты, то получим следующее:

$$\frac{4 M_{П}}{n M_{пл}} E_K T \sim h_S.$$

Данное соотношение для планет представлено в виде, аналогичном (199), с учетом квантования орбитального момента импульса и разбросом масс планет.

§ 24. Излучение энергии и выбросы вещества

а) Аналогии с радиоактивностью.

При радиоактивном распаде ядер переход из возбужденного состояния в основное обычно сопровождается гамма-излучением с энергией от 10 кэВ до 5 МэВ. Один электронвольт равен энергии электрона, ускоренного в электрическом поле с разностью потенциалов 1 Вольт, или:

1 эВ $= e \cdot 1$ В $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж,

где e — заряд электрона.

Отсюда для гамма-излучения из ядра диапазон энергий гамма-квантов составляет от $1{,}6 \cdot 10^{-15}$ до $8 \cdot 10^{-13}$ Дж. Из (89) можно найти периоды волны излучения:

$$t = \frac{h}{W} = 4{,}1 \cdot 10^{-19} - 8{,}3 \cdot 10^{-22} \text{ секунд},$$

где h — постоянная Планка,

W — энергия гамма-кванта.

Перейдем к звездным системам, умножив значения энергий и периодов гамма-излучения на соответствующие коэффициенты подобия по энергии $Э_0$ из (48) и времени $П_0$ из (85). В результате получим:

$$\text{Энергии: } 5{,}7 \cdot 10^{34} - 2{,}8 \cdot 10^{37} \text{ Дж. Периоды: } 352 \text{ дня} - 17 \text{ часов.} \tag{221}$$

Известны ли нам какие-либо периодические (или единичные) процессы выделения энергии в звездах с похожими параметрами? Для ответа на этот вопрос рассмотрим нестационарные пульсирующие звезды с переменным блеском по данным из [55], [125], [222]:

1. Долгопериодические переменные звезды типа Миры Кита (o Cet), периоды колебаний блеска от 90 до 1000 суток, преимущественно около 260 — 340 суток. Эти звезды являются красными гигантами и сверхгигантами спектральных классов M, R, N, S, C и имеют массу порядка солнечной.

2. Полуправильные переменные типа SR, минимальные периоды — менее 50 суток, максимальные — до 1000 суток. Спектральные классы звезд — F, G, K, M, а по светимости они являются гигантами и сверхгигантами.

3. Звезды типа RV Тельца с периодами от 30 до 150 суток и спектральными классами F, G, K.

4. Классические или долгопериодические цефеиды, отличаются очень устойчивыми по амплитуде и периоду колебаниями блеска. Периоды от 1 до 70 суток (найдены также цефеиды с периодом более 100 суток в Магеллановых Облаках и в туманности

Андромеды). Характерные представители цефеид — δ Цефея (принадлежит населению I) и W Девы (представитель населения II). Звезды типа δ Цефея — сверхгиганты, в основном класса светимости Ib и спектральных классов от F5 до K0. Радиусы этих звезд велики — от $5\cdot10^6$ до $100\cdot10^6$ км при массе от 3 до 16 M_C. Массы звезд типа W Девы порядка 0,55 M_C.

5. Короткопериодические цефеиды типа RR Лиры с периодами от 0,2 до 1 суток с максимумом при 0,5 суток, принадлежат сферической составляющей (население II). Звезды типа RRab с периодами > 0,44 суток имеют радиус 5,5 R_C и массу 0,5 M_C, а звезды RRc (выделяются более гладкой формой кривой блеска) с периодами > 0,36 суток имеют радиус 4,5 R_C и массу 0,6 M_C.

6. Звезды типа β Цефея (а также типа β CMa) имеют класс светимости IV или III (субгиганты, гиганты), спектральные классы B0,5 — B2, массы более 10 M_C и периоды пульсаций 3 — 7 часов.

7. Звезды типа δ Щита (карликовые цефеиды) спектральных классов A или F, периоды пульсаций 1,3 — 7,2 часа. Принадлежат населению I. При периоде 3,36 часа радиус звезд достигает 3 R_C, а масса 2 M_C.

8. Звезды типа χ Cen, спектры B2 IV или III, периоды 29 — 43 минуты с очень маленькой амплитудой.

Данные примеры показывают, что периоды пульсаций звезд попадают в диапазон периодов, соответствующий периодам гамма-излучения из атомных ядер. За один период пульсаций звезды излучают : o Cet (Мира) за период 331 суток — до 10^{38} Дж, звезды типа δ Щита за 3 часа — порядка 10^{33} Дж. Следовательно, совпадает и диапазон энергий (сравни с (221)). Однако если энергии гамма-квантов прямо пропорциональны их частоте, то для пульсаций звезд такой зависимости не наблюдается.

Поскольку обычно гамма-излучение сопровождает альфа и бета-распады ядер, рассмотрим эруптивные переменные звезды, в которых переменность блеска обусловлена взрывообразными процессами:

а) Сверхновые, самые мощные звездные источники излучения, светимость которых иногда превышает светимость целой галактики. Скорости расширения оболочек при взрыве сверхновых типа I (население II) достигают 13500 км/с при массе оболочек до 0,3 M_C. Сверхновые типа II (принадлежат населению I) имеют среднюю скорость расширения 7000 км/с, массы оболочек более 1 M_C и встречаются в 6 раз чаще, чем сверхновые типа I.

б) Новые звезды, светимость которых может увеличиться в десятки тысяч раз за время порядка суток, а затем медленно спадать в течении сотен и тысяч суток. Массы выброшенных при взрыве оболочек составляют 10^{-6} – 10^{-4} M_C с кинетической энергией 10^{36} – 10^{37} Дж, а энергия излучения достигает 10^{37} – 10^{39} Дж. У быстрых новых отмечена зависимость: чем короче длительность вспышки, тем большая достигается амплитуда вспышки и максимальная светимость. Сброс оболочек новых происходит в форме экваториально-симметричных колец и полярных капель или струй. Наблюдаются не только одиночные, но и повторные новые.

в) Звезды типа U Близнецов (карликовые новые) при вспышках освобождают энергию порядка 10^{31} – 10^{32} Дж без заметного выброса вещества. Амплитуды и длительности вспышек меньше, чем у новых, при этом наблюдаются повторные вспышки с временным разделением от 20 до нескольких тысяч дней.

г) Вспыхивающие звезды типа UV Кита, имеющие длительность вспышек десятки и сотни секунд. В среднем при вспышке излучается $3\cdot10^{24}$ Дж за время 100—150 секунд.

д) Рентгеновские барстеры, дающие нерегулярные вспышки в рентгене длительностью несколько секунд с энергией вспышки 10^{31} – 10^{32} Дж.

е) Планетарные туманности, возникающие при сбросе оболочки звезды-гиганта, вероятно, вследствие тепловой неустойчивости. Скорости расширения оболочек находятся в пределах 5 — 100 км/с, массы от 0,01 до 0,2 M_C.

Анализ данных процессов показывает, что можно провести аналогии между радиоактивностью атомных ядер и некоторыми явлениями в мире звезд:

1. Взрывы сверхновых являются звездным аналогом процесса деления ядер, наблюдаемого обычно при $Z > 90$ ($A > 230$). Таким массовым числам соответствуют звезды с массами > 12,8 M_C, и действительно, такие массивные звезды не могут миновать стадию сверхновой по всем теоретическим расчетам. Если при делении ядер образуется несколько дочерних ядер (чаще всего два) с энергией порядка 200 МэВ, то в сверхновых происходит разлет вещества звезды с образованием в некоторых случаях нейтронной звезды. Различный результат эволюции в атомных ядрах и звездах получается из-за того, что ядра состоят из некоторого числа нуклонов (не более нескольких сотен), а звезды имеют очень большое число равноправных частиц — более 10^{55}. Несравнимыми поэтому являются и энергии связи нуклонов в ядре и энергии частиц в звезде. Лишь при аннигиляции элементарных частиц, нуклонов и ядер с античастицами выделяется почти полная энергия связи, которую можно сравнить (с учетом подобия) с энергиями при сверхновых.

2. Возникновение планетарных туманностей напоминает альфа-распад (альфа-частица имеет $Z = 2$, $A = 4$, что для звезд дает массу 0,22 M_C по (6) или (140)). Кинетическая энергия планетарной туманности при ее обычной массе 0,2 M_C и скорости 30 км/с равна $1{,}8 \cdot 10^{38}$ Дж. Обычно при альфа-распадах энергии гамма-квантов невелики (< 0,5 МэВ), а энергии альфа-частиц достигают 4 — 9 МэВ. Умножая энергию альфа-частиц на коэффициент подобия по энергии (48), получаем величину до $5{,}2 \cdot 10^{37}$ Дж, что близко к кинетической энергии планетарной туманности.

3. Вспышки новых можно уподобить бета-распаду атомных ядер. Аналогом электрона для звезд является е-планета, масса которой по (17) равна $3 \cdot 10^{-5}$ M_C, что совпадает по порядку величины с массой вещества, выбрасываемого новыми. Сравнимы с учетом подобия и энергии гамма-квантов, сопровождающих бета-распад, с энергиями, излучаемыми новыми. Интересно, что нуклиды в диапазоне массовых чисел от 90 до 150 могут давать последовательно несколько (до 5) бета-распадов, например:

$^{93}_{36}\mathrm{Kr} \rightarrow {}^{93}_{37}\mathrm{Rb} \rightarrow {}^{93}_{38}\mathrm{Sr} \rightarrow {}^{93}_{39}\mathrm{Y} \rightarrow {}^{93}_{40}\mathrm{Zr} \rightarrow {}^{93}_{41}\mathrm{Nb}$ — стабильный.

С другой стороны, известны несколько повторных новых, давших уже по 5 вспышек, например RS Oph, T Pyx, U Sco.

б) Активные галактики.

С точки зрения выделения энергии звезды и галактики обладают общим свойством — энергия, вырабатываемая в единице обьема, достигает максимума в центральных областях этих обьектов (в их ядрах). В некоторых случаях в ядрах галактик наблюдаются мощные взрывы с сильным излучением и выбросами вещества. Рассмотрим характерные величины энергий по типам активных галактик по данным из [52], [53], [61], [86], [125], [132], [172], [173], [175], [192].

1. Галактика — Млечный Путь. Общая масса: $(3{,}2 - 4) \cdot 10^{41}$ кг. Гравитационная энергия связи по [140] — $5 \cdot 10^{52}$ Дж. Болометрическая светимость — 10^{37} Вт. Светимости в радио, рентгеновском и гамма-диапазонах — 10^{31}, 10^{32}, 10^{31} Вт соответственно. В ядре Галактики в радиусе 200 пк находятся звезды с общей массой $1{,}9 \cdot 10^{9}$ M_C

(смотри § 18). Радиосветимость ядра Галактики $3 \cdot 10^{26}$ Вт, инфракрасная светимость – $3 \cdot 10^{35}$ Вт. По движениям водородных облаков прочь от ядра предполагается, что 10^7 лет назад в ядре мог произойти взрыв с энергией до 10^{50} Дж.

2. Сейфертовские галактики, число которых составляет 1 % от числа гигантских спиральных галактик, имеют маленькие яркие ядра, неразрешимые на звезды, и эмиссионные линии в спектре, которые обьясняются выбросами вещества со скоростями 10^3 – 10^4 км/с. Радиоизлучение сейфертовских галактик в 10 — 1000 раз превышает радиоизлучение обычных галактик, значительны также инфракрасная и рентгеновская светимости. У NGC 4151, находящейся на расстоянии 10 Мпк, светимость в рентгене достигает 10^{36} Вт.

3. Радиогалактики, являющиеся как правило гигантскими эллиптическими галактиками, обычно имеют две широкие излучающие области по обе стороны от центрального оптического обьекта, состоящие из плазменных облаков. Облака удаляются от центра со скоростями до 100000 км/с. Источником радиоизлучения является синхротронное излучение электронов в магнитном поле, находящемся в плазменных облаках, с радиосветимостью 10^{31} – 10^{37} Вт. Сроки жизни радиогалактик по времени высвечивания электронов дают 10^3 – 10^7 лет, по скоростям и размерам выбросов (скорость 0,1 c, расстояние 1 Мпк) — до 10^8 лет. Оценить величину излучаемой энергии можно, умножая светимость на время излучения, а также по формуле из [162]:

$$E = KR^{9/7} L^{4/7} = 10^{49} - 10^{54} \text{ Дж},$$

здесь K — коэффициент,

R — размер области в поперечнике, занятой частицами и полями,

L — светимость синхротронного излучения.

4. Квазары — квазизвездные обьекты, имеющие звездообразное изображение в видимом свете и большие красные смещения, что говорит о большом их удалении от нас. До 30 % квазаров являются радиоисточниками, а радиоспокойные квазары называются квазагами. В среднем оптическая светимость квазаров в сотни раз превышает светимости крупнейших галактик. Если считать, что время жизни квазаров 10^8 лет, то излученная энергия получается 10^{55} – 10^{56} Дж. Расширение линий в спектрах некоторых квазаров говорит о движении вещества со скоростями до 0,1 скорости света. В Таблице 46 сделано сопоставление светимостей квазара 3С 273 и трех радиогалактик.

Таблица 46

Сопоставление светимости квазара 3С 273 и трех радиогалактик.

Объект	Расстояние, Мпк	Светимость, Вт			
		Рентген	Видимая	Инфракрасная	Радио
3С 273	630	$1{,}4 \cdot 10^{39}$	10^{39}	$6{,}2 \cdot 10^{41}$	$2{,}5 \cdot 10^{39}$
Cen A	4	$5 \cdot 10^{34}$	$8 \cdot 10^{36}$		$1{,}8 \cdot 10^{34}$
Cyg A	168		$2 \cdot 10^{37}$		$4 \cdot 10^{37}$
M 87	12	10^{36}			$2 \cdot 10^{34}$

Светимости квазаров и других типов галактик приведены в Таблице 47.

Таблица 47

Средние и предельные светимости галактик.

Диапазон излучения	Светимость галактик, Вт		
	Квазары	**Сейфертовские**	**Нормальные**
Радио	10^{36}	$10^{32} - 10^{33}$	$10^{30} - 10^{31}$
Видимый	$2{\cdot}10^{38}$	10^{36}	$5{\cdot}10^{32}$
Предельная в радиодиапазоне	10^{38}	10^{34}	10^{32}
Предельная в видимой области	10^{39}	10^{36}	$4{\cdot}10^{36}$
Предельная в инфракрасной области	$6{\cdot}10^{41}$	10^{37}	$5{\cdot}10^{35}$
Предельная в рентгене	$2{\cdot}10^{39}$	10^{37}	$3{\cdot}10^{32}$

Имеется еще несколько типов активных галактик, промежуточных по своим свойствам по отношению к тем, что были описаны выше. К ним относятся компактные галактики, галактики Маркаряна, N-галактики, лацертиды или блазары (названные по имени прототипа BL Lacertae) и другие (смотри, например, [47]).

Средние плотности некоторых типов галактик на 1 Мпк^3 следующие:

Галактики поля	10^{-1}
Яркие галактики	10^{-2}
Сейфертовские	10^{-4}
Радиогалактики	10^{-6}
Радиоспокойные квазары = = квазаги = QSG	10^{-7}
Квазары-радиоисточники = QSS	10^{-8}

В работе [52] собраны данные об энергиях наблюдаемых в космосе взрывах и их характерные времена, под которыми понимается время наблюдения последствий взрывов. Значения соответствующих энергий и времен приведены в Таблице 48.

Таблица 48

Энергии и характерные времена космических взрывов по [52].

№	Обьект взрыва	Энергия взрыва, Дж	Характерное время, с
1	Солнечные вспышки	$10^{23} - 10^{26}$	10^{3}
2	Вспыхивающие звезды	$10^{25} - 10^{27}$	$10^{3} - 5{\cdot}10^{3}$
3	Новоподобные звезды Nl	$10^{32} - 10^{34}$	$10^{5} - 10^{6}$
4	Повторные новые Nr	$10^{35} - 10^{37}$	$10^{7} - 10^{8}$
5	Новые N	$10^{38} - 10^{39}$	$10^{8} - 10^{9}$
6	Сверхновые SN	$10^{43} - 10^{46}$	$10^{10} - 10^{11}$
7	Ядра галактик	$10^{48} - 10^{53}$	$10^{11} - 10^{14}$
8	Квазары	$10^{53} - 10^{56}$	$10^{14} - 10^{15}$

Согласно Таблице 61, § 36, массы метагалактик могут лежать в пределах от $1{,}19{\cdot}10^{21}\ M_C$ до $2{,}49{\cdot}10^{23}\ M_C$. Этим массам соответствуют энергии покоя:

$$E = Mc^2 = 2{\cdot}10^{68} - 4{\cdot}10^{70}\ \text{Дж}, \tag{222}$$

где M — масса метагалактики,
c — скорость света.

Найдем характерные времена для этих энергий с помощью рисунка 51, на котором отложена зависимость энергии космических взрывов от времени по [52]. В результате получаются времена $t = (1 - 7){\cdot}10^{11}$ лет. Если Метагалактика расширяется, то энергия ее разлета не должна превышать величины (222), и если верна зависимость на рисунке

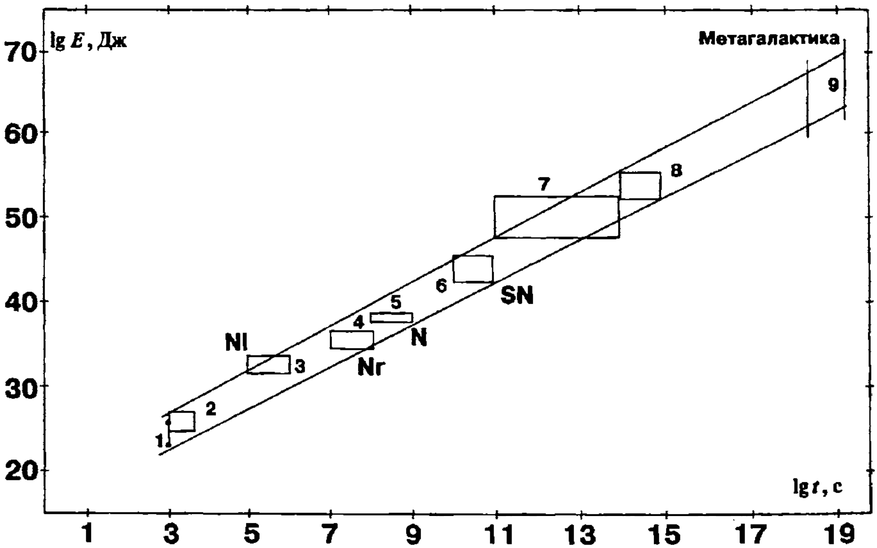


Рис. 51.Зависимость выделяющейся энергии от характерного времени космических взрывов согласно [52]. Цифрами обозначены обьекты из Таблицы 48. Для энергии покоя Метагалактики получается характерное время $(1 - 7)\cdot 10^{11}$ лет.

51, то характерное время разлета будет меньше t. Если же Метагалактика сжимается (смотри § 38), то время t соответственно может как-то характеризовать возраст Метагалактики к моменту ее возможного сжатия до вырожденного состояния.

§ 25. Основные результаты

1. Галактика представляет собой сгусток своеобразного газа, состоящего из звезд. Этот звездный газ содержит звезды различных масс и светимостей. Анализ Мичиганского спектрального каталога звезд южного неба показывает, что распределение звезд главной последовательности по массовому числу подобно распределению химических элементов на Солнце. Таким образом, насколько обильно представлен химический элемент с массовым числом A, настолько же обильно представлены и звезды в Галактике, имеющие то же массовое число.

2. До 70 % звезд, подобных Солнцу, входят в двойные и кратные звездные системы в окрестностях Солнца, создавая звездный газ, подобный молекулярному кислороду.

3. Интегральный показатель функции масс для Галактики находится в диапазоне от 2,5 до 4, причем для звезд, имеющих наибольшую распространенность, показатель степени равен 2,5.

4. Так как звезды находятся далеко друг от друга, звездный газ сильно разрежен. В центре Галактики, в обьеме с радиусом 0,047 пк, концентрация звезд подобна концентрации атомов в коксе (каменном угле). Однако на самом деле ядро Галактики твердотельно до существенно большего радиуса, что обьясняется тем, что гравитационное взаимодействие относительно сильнее, чем электромагнитное дипольно-мультипольное взаимодействие атомов в обычном веществе. В результате Галактика является фактически гибридом газа и твердого тела. Вероятно, хорошей иллюстрацией к сказанному являются спиральные волны плотности, наблюдаемые в виде спирали и рукавов Галактики.

5. Из одинаковой зависимости плотности и давления звездного газа от галактического радиуса следует, что звездный газ является изотермичным, а кинетическая температура движения звезд почти постоянна.

6. Средняя скорость движения частиц, составляющих звезду главной последовательности, равна:

$$\bar{v} = \sqrt{2\mu} C(A/Z),$$

где μ — число нуклонов на 1 частицу плазмы звезды,
$C = 220$ км/с — звездная скорость,
A и Z — массовое и зарядовое числа звезды.

7. Звездная постоянная Стефана-Больцмана для звезд главной последовательности равна:

$$Q_S = 9{,}3 \cdot 10^{-30}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К}^4).$$

Звездная постоянная плотности излучения имеет значение:

$$A_S = 1{,}69 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж/(м}^3\cdot\text{К}^4).$$

Оценка средней температуры Галактики (кинетической температуры звездного газа) дает: $\overline{T_r} = 2{,}2 \cdot 10^6$ К, что близко к значениям температуры, полученными другими способами.

8. Звездная постоянная Больцмана для звезд ГП имеет следующий вид:

$$K_S = K_{PS} A,$$

где $K_{PS} = 9{,}19 \cdot 10^{32}$ Дж/К — постоянная для р-звезды,
A — массовое число звезды.

9. Среднюю внутреннюю температуру звезды можно найти по формуле:

$$\overline{T_S} = \overline{T_{PS}}\, 2\mu(A/Z)^2 = \frac{M_P C^2}{3k} 2\mu(A/Z)^2,$$

где $\overline{T_{PS}} = 1{,}95 \cdot 10^6$ К — температура для р-звезды,
μ — количество нуклонов на 1 частицу плазмы звезды,
M_P — масса протона,
$C = 220$ км/с — звездная скорость,
k — постоянная Больцмана,
A и Z — массовое и зарядовое числа звезды.

Предельная внутренняя температура протона равна:

$$\overline{T}_P = \frac{2M_P c^2}{3k} = 7{,}26\cdot 10^{12}\ \text{К},$$

где c — скорость света.

10. Среднее давление $\overline{P}$ и обьем звезды связаны соотношением:

$$\overline{P}V = 2K_{PS}\overline{T}_{PS}A(A/Z)^2.$$

Для протона имеем: $\overline{P}_P V_P = k\overline{T}_P$.

где $\overline{P}_P$ — среднее давление внутри протона,

V_P — обьем протона.

Оценка давления внутри протона дает: $\overline{P}_P = 8{,}3\cdot 10^{34}$ Па.

11. Для звезд главной последовательности можно постулировать следующее: «Средняя скорость движения звезды относительно звездной системы, в которой она сформировалась, не превышает звездной скорости $C(A/Z)$.»

12. Звезды плоской и сферической составляющей Галактики подобны по своим свойствам двум группам химических элементов — металлам и неметаллам.

13. Использование соотношения неопределенностей Гейзенберга $\Delta E\,\Delta t \geqslant h$ в звездных системах дает следующие результаты:

Для Галактики: $E_Г t_{PEГ} \sim L_X = 4\pi I_Г$,

где $E_Г$ — полная энергия Галактики,

$t_{PEГ}$ — время релаксации Галактики в регулярном гравитационном поле,

L_X — характерная величина момента импульса,

$I_Г$ — спин Галактики.

Для процесса образования (и охлаждения) звезд главной последовательности:

$$E t_{KH} \sim 2\pi\hbar_O,$$

где E — полная энергия звезды,

t_{KH} — время Кельвина-Гельмгольца,

$\hbar_O = 3{,}4\cdot 10^{56}$ Дж·с — звездная орбитальная постоянная.

Для образования нейтронных звезд: $\Delta E_S\,\Delta t \sim 4\pi I_S$,

где ΔE_S — энергия, выделяемая при образовании нейтронной звезды за время Δt,

I_S — спин звезды-предшественницы нейтронной звезды.

Для образования белых карликов: $\Delta E_S\,\Delta t \sim 2\pi\hbar_O$,

где ΔE_S — изменение энергии звезды при образовании белого карлика,

Δt — время, приблизительно равное времени Кельвина-Гельмгольца t_{KH} для звезды-предшественницы,

$\hbar_O$ — звездная орбитальная постоянная.

14. Диапазоны частот и энергий, излучаемых за один период пульсирующими звездами, подобны диапазону частот и энергий гамма-квантов, излучаемых ядрами атомов. Однако если энергии гамма-квантов прямо пропорциональны их частоте, то для пульсаций звезд этого не наблюдается.

15. Формальные аналогии звездных процессов и радиоактивности ядер:

Взрывы сверхновых аналогичны делению массивных атомных ядер, возникновение планетарных туманностей напоминает альфа-распад, а вспышки новых можно уподобить бета-распаду.

Массивная спиральная галактика

ЧАСТЬ 3. АНАЛИЗ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Глава 5. Теоретические коэффициенты подобия

§ 26. Связи между коэффициентами подобия

а) Вертикальные коэффициенты.

В Части 1 коэффициенты подобия по массе, размерам и скоростям между атомными и звездными системами были найдены с помощью соответствующих экспериментальных данных. Сейчас мы попытаемся показать, что между этими коэффициентами подобия (назовем их вертикальными, поскольку они относятся к разным системам) существуют связи, так что они могут быть выражены друг через друга. Будем следовать рассуждениям Л. Д. Ландау в [112], которые были использованы при выводе предельной массы вырожденной звезды. Пусть водородная звезда-аналог протона с массой 0,056 M_C (р-звезда) содержит в себе N протонов и столько же электронов. По теореме вириала (смотри § 8) имеем:

$$E = E_K + U = \frac{U}{2}, \qquad E_K = -\frac{U}{2}, \tag{223}$$

$$E'_K = \frac{E_K}{N} = -\frac{U'}{2} = -\frac{U}{2N},$$

где E – полная энергия звезды,

E_K – кинетическая энергия частиц звезды,

U – потенциальная энергия,

E'_K – кинетическая энергия, приходящаяся на один протон,

U' – потенциальная энергия, приходящаяся на один протон.

Для величины U' можно записать:

$$U' = -\frac{K\gamma(N M_P) M_P}{R'_{PS}}, \tag{224}$$

здесь $K > 0{,}86$ согласно § 8, пункт г),

γ – гравитационная постоянная,

M_P – масса протона,

N – число протонов,

$N M_P = M_{PS}$ – масса р-звезды,

R'_{PS} – радиус вырожденной р-звезды.

Найдем теперь E'_K. Обьем ячейки, в которой находятся протон и электрон, и характерный размер ячейки будут равны:

$$V_я = \frac{V_S}{N} = \frac{4\pi R'^3_{PS}}{3N}, \qquad x = (V_я)^{1/3} = \frac{(4\pi)^{1/3} R'_{PS}}{(3N)^{1/3}}, \tag{225}$$

где $V_я$ – обьем ячейки,

V_S – обьем р-звезды.

x – характерный размер ячейки.

Предположим, что протон и электрон двигаются в ячейке как в потенциальной яме. Для минимальной энергии такого движения согласно [11] имеем:

$$E'_K = \frac{h^2}{8mx^2}, \tag{226}$$

где h – постоянная Планка,

m — масса частицы.

Из (226) видно, что поскольку масса электрона меньше, чем масса протона, то кинетическая энергия электрона превышает кинетическую энергию протона и последней можно пренебречь. Используя (225), приравняем (226) при $m = M_E$, где M_E – масса электрона, к величине $(-U'/2)$ из (224) согласно (223) и найдем N:

$$N = \frac{M_{PS}}{M_P} = \Phi = \frac{9h^6}{1024\pi^2 K^3 \gamma^3 M_P^6 M_E^3 R'^3_{PS}}. \tag{227}$$

В (227) учтено, что количество протонов в р-звезде N равно коэффициенту подобия по массе Φ.

Будем считать, что радиус протона R_P точнее всего определяется по формуле (82):

$$R_P = \frac{h}{2M_P c}, \tag{228}$$

где c – скорость света.

В качестве радиуса R'_{PS} необходимо брать радиус полностью вырожденной звезды с массой 0,056 M_C. Относительно величины R'_{PS} можно сказать, что она должна быть меньше, чем в Таблице 8, где приведены радиусы звезд главной последовательности. Выразим R'_{PS} через коэффициент подобия по размерам P_0 и подставим в (227):

$$R'_{PS} = K'R_P P_0 = \frac{K'hP_0}{2M_P c},$$

$$\Phi = \frac{9h^3c^3}{128\pi^2(K'K)^3\gamma^3 M_P^3 M_E^3}\,\frac{1}{P_0^3}, \tag{229}$$

где $K' > 1$ согласно результатов § 11 (смотри Таблицу 20).

Из (229) можно оценить коэффициент P_0 при $\Phi = 6{,}654\cdot10^{55}$ согласно (11) и при $K > 0{,}86$: $P_0 < \dfrac{1{,}08\cdot10^{23}}{K'}$, что сравнимо с величиной (64), где $P_0 = 5{,}44\cdot10^{22}$.

Найдем теперь связь между коэффициентами подобия по массе и скоростям Φ и S_0 с помощью постоянной тонкой структуры α_S (§ 14) для звездных систем:

$$\alpha_S = \frac{V}{C} = \frac{\gamma M_{PS} M_\Pi}{\hbar_S C} = \frac{1}{137{,}036}, \tag{230}$$

здесь V – орбитальная скорость е-планеты,

$C = 220$ км/с – звездная скорость,

M_{PS} – масса р-звезды,

M_Π – масса е-планеты,

$\hbar_S$ – звездная постоянная из (98).

Учитывая, что $M_{PS} = \Phi M_P$, $M_\Pi = \Phi M_E$, $C = S_0 c$, $\hbar_S = \dfrac{h_S}{2\pi} = \dfrac{h\Phi S_0 P_0}{2\pi}$,

а постоянные тонкой структуры для атомов α и для звезд α_S имеют одинаковое значение (смотри § 14), для α_S из (230) найдем:

$$\alpha = \alpha_S = \frac{2\pi\gamma\Phi M_P M_E}{h S_0^2 P_0 c}. \tag{231}$$

Подставляя P_0 из (231) в (229), найдем связь Φ и S_0:

$$\Phi = \frac{\sqrt{3}h^{1,5}c^{1,5}\alpha^{3/4}S_0^{1,5}}{4\sqrt{2}\pi(\pi)^{1/4}(K'K)^{3/4}\gamma^{1,5}M_P^{1,5}M_E^{1,5}}. \tag{232}$$

Оценка коэффициента подобия по скоростям S_0 из (232) при $K > 0,86$ и Φ из (11) дает: $S_0 > 5{,}21\cdot10^{-4}\sqrt{K'}$, что достаточно близко к $S_0 = 7{,}34\cdot10^{-4}$ из (46).

Исключая Φ из (229) и (232), найдем связь между P_0 и S_0:

$$S_0 = \frac{3hc}{8\sqrt{\pi}(K'K)^{1,5}\gamma M_P M_E \alpha^{1/2}}\frac{1}{P_0^2}. \tag{233}$$

Выразим произведение $K'K$ из (233) и подставим в (229), в результате получим:

$$\frac{P_0 S_0^2}{\Phi} = \frac{2\pi\gamma M_P M_E}{hc\alpha}. \tag{234}$$

В (234) коэффициенты подобия P_0, S_0, Φ связаны между собой через фундаментальные постоянные (это же получается и из (231)). С другой стороны, коэффициенты подобия можно выразить и только через безразмерные величины, подставив (231) в (229):

$$\Phi = \frac{4(K'K)^{1,5}\alpha^{1,5}}{3\sqrt{\pi}}P_0^3 S_0^3. \tag{235}$$

Коэффициент K в (235) для однородной звезды был бы равен 0,6, а в § 8 для p-звезды на стадии НГП путем экстраполяции было найдено $K = 0{,}86$. Сделаем оценку коэффициента K для вырожденной p-звезды. Скомбинируем следующие соотношения:

$E_{PS} = -\dfrac{K\gamma M_{PS}^2}{2R'_{PS}}$ – полная энергия p-звезды,

$E_P = -M_P c^2$ – полная энергия протона,

$\dfrac{E_{PS}}{E_P} = Э_0 = \Phi S_0^2$ – коэффициент подобия по энергиям,

$\dfrac{M_{PS}}{M_P} = \Phi$ – коэффициент подобия по массе,

$\dfrac{R'_{PS}}{R_P} = K'P_0$ – коэффициент подобия по размерам,

$R_P = \dfrac{h}{2M_P c}$ – радиус протона по (228).

Отсюда найдем:

$$\frac{P_0 S_0^2}{\Phi} = \frac{K\gamma M_P^2}{K'ch}.$$

Данное выражение и (234) эквивалентны, и можно найти K:

$$K = \frac{2\pi M_E K'}{\alpha M_P} = 0{,}47\,K', \tag{236}$$

здесь M_E – масса электрона,

M_P – масса протона,

α – постоянная тонкой структуры.

Поскольку коэффициент K для вырожденной звезды должен быть больше, чем 0,86, то из результата (236) следует, что должны выполняться соотношения:

$$K' > 0{,}86/0{,}47 = 1{,}83, \quad R'_{PS} = K' R_P P_O,$$
$$R'_{PS} > 1{,}83 R_P P_O = 6{,}57 \cdot 10^7 \text{ метра.} \tag{237}$$

Таким образом, подобие радиусов р-звезды и протона не такое точное, как вытекает из отношения радиусов орбит планеты и электрона. Вероятно, это связано с тем, что вырожденная р-звезда является белым карликом, а плотность протона сравнима с плотностями нейтронных звезд и черных дыр.

б) Горизонтальные коэффициенты.

До сих пор мы рассматривали только вертикальные коэффициенты подобия – между атомными и звездными системами. Однако внутри каждой из этих систем можно определить свои собственные безразмерные коэффициенты, которые мы назовем горизонтальными коэффициентами. Перечислим основные коэффициенты:

$\alpha = \dfrac{\text{v}}{c} = \dfrac{V}{C} = 0{,}007297$ – коэффициент скоростей (и одновременно постоянная тонкой структуры),

$\beta = \dfrac{M_P}{M_E} = \dfrac{M_{PS}}{M_П} = 1836{,}15$ – коэффициент масс,

$\delta = \dfrac{r}{R_P}$, $\delta_S = \dfrac{R_O}{R'_{PS}}$ – коэффициенты размеров для атома водорода и планетной системы р-звезды,

здесь v – орбитальная скорость электрона в атоме водорода на первой орбите,
c – скорость света,
V – орбитальная скорость е-планеты,
C – звездная скорость из (45),
M_P – масса протона,
M_E – масса электрона,
M_{PS} – масса р-звезды,
$M_П$ – масса е-планеты,
r – радиус первой орбиты электрона в атоме водорода,
R_P – радиус протона,
R_O – радиус орбиты е-планеты,
R'_{PS} – радиус вырожденной р-звезды.

Найдем связь между коэффициентами α, β, δ для водородной системы. Если α и β известны довольно точно, то коэффициент δ определяется лишь приблизительно из-за неточности в определении радиуса протона. Радиус первой орбиты электрона и скорость его движения в атоме водорода обычно находят из боровского условия квантования орбитального момента и равенства центростремительной силы на орбите силе электростатического притяжения между электроном и ядром:

$$\frac{h}{2\pi} = M_E \text{v}\, r, \qquad \frac{M_E \text{v}^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_O r^2},$$

здесь e – электрический заряд,
ε_O – электрическая постоянная.

Тогда α и δ будут равны:

$$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc}, \qquad \delta = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi M_E e^2 R_p}.$$

Если считать, что справедлива формула (228) для радиуса протона, то для коэффициентов α, β, δ получается такое соотношение:

$$\pi\alpha\delta = \beta, \tag{238}$$

откуда находим $\delta = 8{,}01 \cdot 10^4$.

Для полной энергии р-звезды и условия равновесия е-планеты на орбите можно записать:

$$M_{PS} C^2 = \frac{K\gamma M_{PS}^2}{2R'_{PS}}, \qquad \frac{M_\Pi V^2}{R_0} = \frac{\gamma M_{PS} M_\Pi}{R_0^2}.$$

Разделим второе равенство на первое, и учитывая, что:
$(V/C)^2 = \alpha^2$, $R_0/R'_{PS} = \delta_S$, получим:

$$\alpha^2 = \frac{2}{\delta_S K}. \tag{239}$$

Подставим K из (236) в (239):

$$\pi\alpha\delta_S K' = \beta,$$

сравнивая с (238), находим: $\delta = \delta_S K'$.

По аналогии с (228), радиус вырожденной р-звезды можно оценить по формуле:

$$R'_{PS} > \frac{h_S}{2M_{PS}C} = 3{,}6 \cdot 10^7 \text{ метра}, \tag{240}$$

здесь h_S – звездная постоянная по (98),
M_{PS} – масса р-звезды по (14),
C – звездная скорость по (45).

Оценка (240) коррелирует с величиной радиуса вырожденной р-звезды (237). Как показано в § 15, формула типа (240) для р-звезды имеет статистический характер: произведение $M_{PS} C R_{PS}$ задает не реальный спин звезды, но максимально возможный момент импульса частиц, составляющих р-звезду.

§ 27. Оценка параметров звезд по теории размерностей

а) Звездные планковские единицы.

Рассмотрим классические планковские единицы, которые строятся с помощью теории размерностей из гравитационной постоянной γ (связь с тяготением), постоянной Планка $\hbar$ (связь с квантовой механикой), скорости света (релятивизм):

$\ell_0 = \sqrt{\dfrac{\gamma\hbar}{c^3}} = 1{,}61 \cdot 10^{-35}$ метров – планковская длина,

$t_0 = \sqrt{\dfrac{\gamma\hbar}{c^5}} = 5{,}37 \cdot 10^{-44}$ секунд – планковская единица времени,

$m_0 = \sqrt{\dfrac{\hbar c}{\gamma}} = 2{,}17 \cdot 10^{-8}$ кг – планковская масса,

$\rho_0 = \dfrac{m_0}{\ell_0^3} = \dfrac{c^5}{\gamma^2\hbar} = 5{,}18 \cdot 10^{96}$ кг/м^3 – планковская плотность.

Со способами построения других планковских единиц и теорией размерности в астрофизике можно познакомиться в [69]. Обычно считают, что квантовые эффекты в гравитации становятся существенными, когда необходимо изучать обьекты, параметры которых близки к планковским единицам. Например, таким обьектом могла бы быть наша Вселенная, если считать, что она расширялась от сингулярного состояния. Не соглашаясь в целом с таким подходом, построим на основе экзотических планковских единиц, рассмотренных выше, другие единицы (назовем их звездными планковскими единицами), в которых основную роль будут играть:

$h_S = 2\pi \hbar_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с – звездная постоянная по (98),

$\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) – гравитационная постоянная,

$C = 220$ км/с – звездная скорость согласно (45).

Мы будем использовать в формулах величину h_S, а не $\hbar_S$, что несколько увеличит точность наших расчетов, однако надо заметить, что теория размерностей дает лишь приблизительные результаты, поскольку не учитывает некоторых закономерностей, присутствующих в реальных звездах. Например, обычным эффектом является влияние геометрии обьекта – круглая форма сама по себе отличается от других форм, возможна также неоднородность распределения плотности вещества звезды вдоль радиуса и т. д. Часть этих эффектов несложно учесть, поэтому в некоторых формулах будут присутствовать небольшие численные коэффициенты.

1. Звездная масса: $M = \sqrt{\dfrac{h_S C}{\gamma}} = 7{,}62 \cdot 10^{28}$ кг. (241)

Для сравнения, масса р-звезды по (14) $M_{PS} = 1{,}11 \cdot 10^{29}$ кг.

2. Характерная звездная длина: $R = \sqrt{\dfrac{\gamma h_S}{C^3}} = 1{,}05 \cdot 10^8$ метра. (242)

Величина R близка к радиусу р-звезды на главной последовательности по (81) и к радиусу вырожденной р-звезды (237). Выразим гравитационную постоянную γ в (241) через массу р-звезды M_{PS} и через h_S и C:

$$\gamma \sim \frac{h_S C}{M_{PS}^2}, \quad \text{подставляя в (242), получим:} \quad R \sim \frac{h_S}{M_{PS} C}. \tag{243}$$

Величина R в (243) имеет тот же вид, что и в (240).

3. Интервал времени: $t = \dfrac{R}{C} = \sqrt{\dfrac{\gamma h_S}{C^5}} = 477$ секунд. (244)

Время t есть время, необходимое, чтобы пройти радиус звезды R со звездной скоростью C. Из (241) и (242) можно выразить C и h_S и подставить их в (244):

$$C = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}, \quad h_S = \sqrt{\gamma M^3 R}, \quad t = R\sqrt{\frac{R}{\gamma M}}.$$

Если считать, что плотность $\rho \sim \dfrac{M}{R^3}$, то для t получаем стандартную формулу времени гравитационного падения:

$$t \sim \frac{1}{\sqrt{\gamma \rho}}.$$

4. Характерной звездной скоростью является величина $C = 220$ км/с, а характерным моментом импульса – h_S:

Момент импульса $\sim MRC \sim \sqrt{\frac{h_S C}{\gamma}} \sqrt{\frac{\gamma h_S}{C^3}} C = h_S$.

5. Характерная плотность: $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3C^5}{4\pi\gamma^2 h_S} = 1{,}57 \cdot 10^4$ кг/м³. (245)

С точностью до коэффициента 2,5 плотность (245) совпадает со средней плотностью p-звезды (масса звезды 0,056 M_C в Таблице 8).

6. Давление: $P \sim \frac{1}{3}\rho C^2 = \frac{C^7}{4\pi\gamma^2 h_S} = 2{,}53 \cdot 10^{14}$ Па. (246)

Для сравнения, среднее давление Солнца по (192) $\overline{P}_C = 2{,}3 \cdot 10^{14}$ Па.

7. Момент инерции: $J \sim MR^2 = \frac{\gamma^{0,5} h_S^{1,5}}{C^{2,5}} = 8{,}4 \cdot 10^{44}$ кг·м². (247)

Величина (247) должна характеризовать момент инерции p-звезды, который, в свою очередь, должен быть меньше, чем у Солнца, для которого имеем:

$J_C = \frac{I_C}{\omega} = 5{,}8 \cdot 10^{46}$ кг·м²,

здесь I_C – спин Солнца согласно (107),
ω – угловая частота вращения Солнца (смотри Таблицу 29).

8. Ускорение: $g \sim \frac{C^{3,5}}{\gamma^{0,5} h_S^{0,5}} = 461$ м/с² (248)

Ускорение (248) можно сравнить с ускорением силы тяжести на экваторе некоторых обьектов: у Земли – 9,78 м/с², у Юпитера – 23,01 м/с², у Солнца – 274 м/с². Интересно, что у звезд малых масс ускорение растет, что можно проверить с помощью обычной ньютоновской формулы по данным из Таблицы 8:

$g = \frac{\gamma M}{R^2}$, $g = 396$ м/с² для звезды спектрального класса M0, имеющей массу 0,52 M_C и радиус 0,6 R_C;
$g = 670$ м/с² для звезды спектрального класса M5, имеющей массу 0,22 M_C и радиус 0,3 R_C.

9. Энергия: $E = -\sqrt{\frac{C^5 h_S}{\gamma}} = -3{,}69 \cdot 10^{39}$ Дж. (249)

Величину (249) можно сравнить с полной энергией E_{PS} p-звезды:

$E_{PS} = -5{,}36 \cdot 10^{39}$ Дж согласно (47),

$E_{PS} = -4 \cdot 10^{39}$ Дж согласно (52).

Заметим, что для модуля E из (249) и t из (244) выполняется соотношение неопределенностей типа (199):

$$-Et = h_S.$$

10. Светимость (мощность излучения энергии):

$$L = -\frac{E}{t} = \frac{C^5}{\gamma} = 7{,}7 \cdot 10^{36} \text{ Вт.} \quad (250)$$

Светимость (250), как это ни странно, близка к светимости нашей Галактики $L_r = 7{,}6 \cdot 10^{36}$ Вт из (158). Величина L получается, если звезда очень быстро высвечивает всю свою энергию. С другой стороны, хорошо известно, что сверхновые звезды в момент вспышки действительно сияют, как целые галактики.

11. Температура: $T = -\dfrac{E}{3K_{PS}} = \dfrac{1}{3K_{PS}}\sqrt{\dfrac{C^5 h_S}{\gamma}} = 1{,}3\cdot10^6$ К, (251)

где $K_{PS} = 9{,}187\cdot10^{32}$ Дж/К – звездная постоянная Больцмана по (182).

Температура (251) достаточно близка к средней внутренней температуре p-звезды по (184): $\overline{T}_{PS} = 1{,}95\cdot10^6$ К.

Как видно из (241) – (251), если в соотношениях для планковских единиц использовать звездную скорость C и звездную постоянную h_S, то мы получаем неплохие оценки параметров звезд. Вероятно, можно было бы решить и обратную задачу: не зная заранее значений C и h_S, найти их из условия наилучшего совпадения величин (241) – (251) с известными параметрами звезд.

б) Система координат «$M - C - h_S$».

До сих пор речь шла об отыскании параметров звезд в системе координат «гравитационная постоянная γ – скорость – момент импульса». Мы не можем применить эту систему, например, к атомам, поскольку обычная гравитационная постоянная для атомов не является важной величиной. В то же время, масса является уникальной интегральной величиной, прямо или косвенно (через соотношение масса – энергия) характеризующей любой обьект. Поэтому следует ожидать, что система координат «масса – скорость – момент импульса» будет более универсальной и пригодной для описания свойств как звезд, так и атомов (или других обьектов). Для перехода в эту систему координат необходимо выразить в соотношении (241) гравитационную постоянную через массу p-звезды:

$$\gamma = \frac{h_S C}{M_{PS}^2},$$

а затем подставить это значение в соотношения (241) – (251). В результате получим:

1. Характерные масса, скорость и момент импульса – M_{PS}, C, h_S. (252)

2. Характерный размер: $R \sim \dfrac{h_S}{M_{PS} C} = 7{,}2\cdot10^7$ метра – радиус p-звезды.

3. Интервал времени: $t_{PS} = \dfrac{h_S}{M_{PS} C^2} = 327$ секунд.

Мы можем получить еще один интервал времени, если вместо h_S подставим величину звездной орбитальной постоянной $h_O = 2{,}1\cdot10^{57}$ Дж·с из (210):

$$t_O = \frac{h_O}{M_{PS} C^2} = 3{,}9\cdot10^{17}\text{ с} = 1{,}24\cdot10^{10}\text{ лет.}$$

Согласно (210), величина t_O характеризует время достижения p-звездой главной последовательности от состояния протозвезды (время Кельвина-Гельмгольца).

4. Средняя плотность: $\overline{\rho} = \dfrac{3M_{PS}^4 C^3}{4\pi h_S^3} = 7{,}1\cdot10^4$ кг/м^3.

5. Среднее давление: $\overline{P} \sim \dfrac{M_{PS}^4 C^5}{4\pi h_S^3} = 1{,}14\cdot10^{15}$ Па.

Полученное значение совпадает с давлением для p-звезды в (191), если для вычисления обьема звезды использовать радиус R_{PS} из (81).

6. Ускорение силы тяжести: $g \sim \dfrac{M_{PS}C^3}{h_S} = 673$ м/с^2.

7. Энергия: $E = -M_{PS}C^2 = -5{,}37\cdot 10^{39}$ Дж.

8. Светимость: $L = \dfrac{M_{PS}^2 C^4}{h_S} = 1{,}64\cdot 10^{37}$ Вт.

Для получения обычной светимости звезды нужно использовать орбитальную звездную постоянную из (210):

$$L_O \sim \frac{M_{PS}^2 C^4}{h_O} = 1{,}37\cdot 10^{22}\text{ Вт} = 3{,}5\cdot 10^{-5} L_C.$$

Величина L_O того же порядка, что и светимость p-звезды в Таблице 8.

9. Температура: $T = \dfrac{M_{PS}C^2}{3K_{PS}} = 1{,}9\cdot 10^6$ K,

здесь K_{PS} — звездная постоянная Больцмана по (182).

Соотношения (252) позволяют оценить параметры p-звезды в системе основных координат «$M - C - h_S$», то есть через массу, скорость и момент импульса. Добавляя по мере необходимости другие координаты, можно получить дополнительные параметры (например, использование вместо h_S орбитальной постоянной h_O дает возможность найти среднюю светимость звезды и время достижения главной последовательности, а с помощью звездной постоянной Больцмана K_{PS} находится внутренняя температура звезды). Описанный метод пригоден и для оценки параметров более массивных звезд главной последовательности. При этом необходимо учесть замечания § 15 о том, что спины звезд в отличие от атомных ядер быстро растут с массой, так что каждая звезда имеет свой собственный характерный момент импульса L_X. Для p-звезды $L_X = h_S$, причем h_S имеет статистический характер, являясь максимальным возможным моментом p-звезды. Величину L_X можно приблизительно найти, зная массу M_S и радиус R_S звезды, а также характерную скорость ее частиц $\bar{v}$ из (162):

$$L_X = M_S R_S \bar{v} = M_S R_S \sqrt{2\mu}\, C(A/Z). \tag{253}$$

Заменяя в (252) h_S на L_X, M_{PS} на M_S, C на $\bar{v}$, можно оценить средние параметры любой звезды главной последовательности с точностью до коэффициента в несколько единиц. С учетом теории подобия для среднего давления внутри звезды согласно (189) получается:

$$\bar{P}V = \bar{P}\frac{4}{3}\pi R_S^3 = \frac{2}{3}M_S C^2 (A/Z)^2, \quad \bar{P} = \frac{(2\mu)^{1,5} M_S^4 C^5 (A/Z)^5}{2\pi L_X^3}, \tag{254}$$

где A, Z — массовое и зарядовое числа звезды.

Формулы для полной энергии, максимальной светимости L и средней внутренней температуры по (86), (178), (181), (183) примут такой вид:

$$E = -M_S C^2 (A/Z)^2, \quad L = -\frac{E}{t} = -\frac{E\bar{v}}{R_S} = \frac{2\mu M_S^2 C^4 (A/Z)^4}{L_X}, \tag{255}$$

$$\bar{T} = \frac{2\mu M_S C^2 A}{3K_{PS} Z^2},$$

где μ — число нуклонов на одну частицу газа звезды.

§ 28. Характеристики протона

В предыдущем параграфе была определена удобная система координат «масса – скорость – момент импульса», в которой можно произвести оценку параметров как звезд, так и атомных ядер. В принципе, пригодны и другие координаты общим числом не менее трех, что необходимо для описания механических явлений (обычно используют такие единицы, как метр, килограмм, секунда). Найдем характеристики протона с помощью следующих координат:

$M_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг – масса протона,

$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ м/с – скорость света,

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Подставляя эти координаты в (252), получим:

1. Характерный размер (радиус протона): $R_p \sim \dfrac{h}{M_p c} = 1{,}32 \cdot 10^{-15}$ метра. (256)

Полученное значение R_p с точностью до множителя, равного 2, совпадает с (82).

2. Интервал времени: $t_p = \dfrac{h}{M_p c^2} = 4{,}4 \cdot 10^{-24}$ секунды.

3. Средняя плотность: $\bar{\rho} = \dfrac{3 M_p^4 c^3}{4 \pi h^3} = 1{,}74 \cdot 10^{17}$ кг/м^3.

4. Среднее давление: $\bar{P} \sim \dfrac{M_p^4 c^5}{4 \pi h^3} = 5{,}2 \cdot 10^{33}$ Па.

5. Характерное ускорение: $g \sim \dfrac{M_p c^3}{h} = 6{,}8 \cdot 10^{31}$ м/с^2.

6. Энергия: $E = - M_p c^2 = -1{,}5 \cdot 10^{-10}$ Дж.

7. Светимость: $L_p \sim \dfrac{M_p^2 c^4}{h} = 3{,}41 \cdot 10^{13}$ Вт.

Величина L_p является максимально возможной светимостью покоящегося протона (мощностью излучения энергии) при полной переработке его энергии в излучение.

8. Температура: $T \sim \dfrac{2 M_p c^2}{3k} = 7{,}26 \cdot 10^{12}$ К,

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

9. Электрический заряд:

$e = \sqrt{\dfrac{\alpha h c}{2\pi}} = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ед. СГС – в системе единиц СГС,

$e = \sqrt{2 \varepsilon_0 \alpha h c} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл – в системе единиц СИ,

здесь α – постоянная тонкой структуры.

Из формулы для заряда видно, что появление электрической постоянной ε_0 связано только с выбором системы единиц измерения физических величин.

10. Ядерный магнетон:

$$\mu_{яд} = \frac{eh}{4\pi M_p} = \frac{h}{4\pi M_p}\sqrt{2\varepsilon_0 \alpha h c} = 5{,}05\cdot10^{-27}\ \text{Дж/Тл}.$$

Экспериментальное значение магнитного момента протона по [62] несколько больше: $\mu_p = 1{,}41\cdot10^{-26}$ Дж/Тл.

11. Напряженность магнитного поля:

$$H \sim \frac{\mu_{яд}}{2\pi R_p^3} = \frac{\sqrt{2\varepsilon_0 \alpha}\, M_p^2 c^{3,5}}{8\pi^2 h^{1,5}} = 3{,}5\cdot10^{17}\ \text{А/м}.$$

12. Напряженность электрического поля:

$$E \sim \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R_p^2} = \frac{M_p^2 c^{2,5}\sqrt{2\alpha}}{4\pi h^{1,5}\sqrt{\varepsilon_0}} = 8{,}2\cdot10^{20}\ \text{В/м}.$$

Сравнивая соотношения (252) и (256), находим, что соответствующие величины соотносятся между собой как коэффициенты подобия (например, отношение времен t_{PS}/t_P равно коэффициенту подобия по времени Π_0 из (85)).

§ 29. Дискретность коэффициентов подобия

Полученные эмпирически в главе 1 и затем теоретически в § 26 коэффициенты подобия позволяют связать между собой достаточно удаленные друг от друга атомные и звездные системы. Однако существуют и промежуточные по массе системы, имеющие не столь ярко выраженное подобие, например, мелкая космическая пыль и крупные звездные комплексы – галактики. Наличие промежуточных систем позволяет думать о том, что возможно описать их свойства также с помощью коэффициентов подобия. В качестве одного из подходов к этой проблеме предположим, что коэффициенты подобия раскладываются на множители как в геометрической прогрессии. Показатель степени прогрессии из условия соответствия экспериментальным фактам для коэффициента подобия по массе возьмем равным 10, а для коэффициента подобия по размерам – равным 12. В результате получим следующее:

1. Масса тел. По (11) коэффициент подобия по массе $\Phi = 6{,}654\cdot10^{55}$ Множитель прогрессии будет равен:

$$Д_\Phi = \Phi^{1/10} = 3{,}8222\cdot10^5. \qquad (257)$$

В качестве первого члена ряда масс возьмем массу электрона M_E (на сегодняшний день это минимальная масса известных элементарных частиц, если не считать нейтрино). Умножая M_E на $Д_\Phi$, найдем второй член ряда:

$$M_E Д_\Phi = 3{,}482\cdot10^{-25}\ \text{кг} \sim 210 M_U, \qquad (258)$$

где $M_U = 1{,}66\cdot10^{-27}$ кг – атомная единица массы.

Произведение (258) приблизительно равно массе изотопа с массовым числом $A = 210$, что близко к массам свинца ^{208}Pb и висмута ^{209}Bi.

Известно, что свинец и висмут являются последними стабильными химическими элементами в цепочках распада радиоактивных семейств урана, тория и нептуния, а все более массивные элементы радиоактивны и распадаются с течением времени. Путем дальнейшего умножения на $Д_Ф$ можно построить такую зависимость:

Электрон – химический элемент $A=210$:	$M_E = 9{,}1095\cdot10^{-31}$ кг – $3{,}482\cdot10^{-25}$ кг	(259)
Большие ядра, молекулярные комплексы:	$3{,}482\cdot10^{-25}$ кг – $1{,}33\cdot10^{-19}$ кг	
Космическая пыль:	$1{,}33\cdot10^{-19}$ кг – $5{,}09\cdot10^{-14}$ кг	
Микрометеориты:	$5{,}09\cdot10^{-14}$ кг – $1{,}94\cdot10^{-8}$ кг	
Мелкие метеориты:	$1{,}94\cdot10^{-8}$ кг – $7{,}43\cdot10^{-3}$ кг	
Метеориты:	$7{,}43\cdot10^{-3}$ кг – $2{,}84\cdot10^{3}$ кг	
Метеориты, кометы:	$2{,}84\cdot10^{3}$ кг – $1{,}08\cdot10^{9}$ кг	
Крупные метеориты, кометы:	$1{,}08\cdot10^{9}$ кг – $4{,}15\cdot10^{14}$ кг	
Кометы, астероиды, спутники:	$4{,}15\cdot10^{14}$ кг – $1{,}58\cdot10^{20}$ кг	
Астероиды, спутники, внутренние планеты:	$1{,}58\cdot10^{20}$ кг – $6{,}06\cdot10^{25}$ кг	
Внешние планеты – звезды ГП:	$M_П = 6{,}06\cdot10^{25}$ кг – $2{,}32\cdot10^{31}$ кг $= 11{,}6\,M_C = 210\,M_{US}$.	

В последней строчке ряда (259) указана масса е-планеты $M_П$ (17) и масса звезды в единицах солнечных масс и звездных единицах массы (12).

Естественно, что масса $11{,}6\,M_C$ не является предельной массой звезд, лишь условно показывая верхнюю границу распределения их масс.

В качестве иллюстрации к полученному распределению по массе тел приведем некоторые данные. Изучение кометы Галлея в 1986 году с помощью космических аппаратов, подходивших к комете до 600 км (европейский аппарат «Джотто»), показало, что комета выбрасывает многочисленные пылевые частицы массой 10^{-19} – 10^{-17} кг, а частицы массой 10^{-17} – 10^{-15} кг встречаются гораздо реже.

На основе данных по изучению поляризации света выводятся характерные параметры пылинок в межзвездной среде – средняя масса 10^{-17} кг при размере $2\cdot10^{-7}$ метра [70].

По данным из [44], распределение высот ненасыщенных метеорных следов дает следущее: максимум следов, достигающийся на высоте 85 км над Землей, соответствует каменным метеорам с плотностью приблизительно 3000 кг/м^3, а на высоте 96 км – менее плотным метеорам типа углистых хондритов. Массы метеорных тел при этом получаются до 10^{-3} кг при скоростях их движения порядка 20 км/с.

Распределение лунных кратеров показывает, что они были созданы метеоритами с массами от $8\cdot10^{4}$ кг до $7{,}5\cdot10^{8}$ кг с максимумом при $5{,}6\cdot10^{5}$ кг [35].

Одна из крупных комет, комета Галлея, имеет массу до $3\cdot10^{14}$ кг [376], размеры 8×8×16 км [141], период вращения 53 часа, обьем $5\cdot10^{11}$ м^3 и характерную для комет низкую среднюю плотность 100 – 400 кг/м^3

Оценки масс комет дают не более 10^{16} кг как верхний предел, а массы известных астероидов не превышают массы Цереры $1{,}2\cdot10^{21}$ кг при ее усредненном радиусе 512 км.

Интересно, что астероиды, как и планеты, можно разделить на две аналогичные группы: «внутренние» астероиды имеют большую плотность и высокое альбедо (отражательную способность), а «внешние» астероиды более темные, не такие плотные и находятся дальше от Солнца.

2. Характерные размеры. Коэффициент подобия по размерам $P_0 = 5{,}437\cdot 10^{22}$ согласно (64). Найдем множитель прогрессии:

$$Д_P = (P_0)^{1/12} = 78{,}4538. \qquad (260)$$

В качестве первого члена ряда удобнее взять не размер электрона, радиус которого точно не известен, а радиус е-планеты $R_П = 20000$ км (смотри § 11). С учетом Таблицы 8 для звезды массой 11,6 M_C находим радиус $R_S = 5{,}5\ R_C = 3{,}85\cdot 10^9$ метра. Другие члены ряда будем получать делением $R_П$ на $Д_P$. В результате распределение по размерам будет выглядеть так:

Внешние планеты – нормальные звезды:	$R_П = 2\cdot 10^7$ м	–	$3{,}85\cdot 10^9$ м	(261)
Астероиды, спутники, внутренние планеты:	$2{,}55\cdot 10^5$ м	–	$2\cdot 10^7$ м	
Кометы, астероиды, спутники:	$3{,}25\cdot 10^3$ м	–	$2{,}55\cdot 10^5$ м	
Крупные метеориты, кометы:	41,4 м	–	$3{,}25\cdot 10^3$ м	
Метеориты, кометы:	0,528 м	–	41,4 м	
Метеориты:	$6{,}73\cdot 10^{-3}$ м	–	0,528 м	
Мелкие метеориты:	$8{,}58\cdot 10^{-5}$ м	–	$6{,}73\cdot 10^{-3}$ м	
Микрометеориты:	$1{,}09\cdot 10^{-6}$ м	–	$8{,}58\cdot 10^{-5}$ м	
Космическая пыль:	$1{,}39\cdot 10^{-8}$ м	–	$1{,}09\cdot 10^{-6}$ м	
Молекулярные комплексы:	$1{,}78\cdot 10^{-10}$ м	–	$1{,}39\cdot 10^{-8}$ м	
Размеры атомов:	$2{,}26\cdot 10^{-12}$ м	–	$1{,}78\cdot 10^{-10}$ м	
Переход от размеров атомов к размерам ядер:	$2{,}88\cdot 10^{-14}$ м	–	$2{,}26\cdot 10^{-12}$ м	
Атомные ядра:	$3{,}68\cdot 10^{-16}$ м	–	$2{,}88\cdot 10^{-14}$ м	

Для того, чтобы оценить неточность распределения (261), используем формулу, связывающую массу тел с их размерами:

$$M = V\rho, \quad V \sim R^3, \qquad (262)$$

где M – масса тела,
V – обьем тела,
ρ – плотность,
R – характерный размер тела.

Подставляя массы тел из распределения (259) в (262) с учетом размеров тел из (261), найдем, что при разумных величинах плотностей тел от звезд до молекулярных комплексов характерные размеры (261) отличаются от наблюдаемых величин не более чем в 2-3 раза. При этом под характерными размерами понимаются эффективные радиусы тел или радиусы сфер с массой, равной массе тел.

Космическая пыль весьма разнообразна в своих проявлениях. Она присутствует в атмосферах холодных звезд, встречается в виде пылевых облаков в галактиках, рассеянной межзвездной пыли, мелкой метеорной пыли в Солнечной системе, создает зодиакальный свет и F-корону Солнца, падает на Землю общей массой несколько сотен тонн в сутки и одновременно выносится от Земли в космос за счет диффузии.

По данным из [331], в морских отложениях находят множество микрометеоритов – сферул размером $6{\cdot}10^{-5}$ – $1{,}2{\cdot}10^{-4}$ метра. Согласно [193], частицы с размерами 10^{-5} – 10^{-4} метра и массой 10^{-8} – 10^{-6} кг ответственны за противосияние, зодиакальный свет и F–корону Солнца и дают большой вклад в общую массу пыли. Характерный размер частиц мелкой пыли составляет 10^{-7} – 10^{-5} метра, причем на высотах 90–170 км от поверхности Земли было найдено, что число частиц с размером 10^{-7} метра на шесть порядков больше, чем с размерами 10^{-4} метра [125].

Не так давно «открыт» еще один класс межзвездных пылинок [105]: совсем крохотные частички, имеющие размеры около 10^{-9} метра и образующиеся из полициклических ароматических углеводородов – наборов расположенных в одной плоскости кольцевых циклов из 6 атомов углерода (бензольных ядер) и присоединенных к ним атомов водорода и углерода. Эта модель позволила обьяснить происхождение ряда эмиссионных полос в спектральном интервале 3–12 мкм и повышенную температуру пыли в некоторых областях. Дополнительно о космической пыли смотри § 34.

Размеры атомов в (261) можно сравнить с размером атома водорода по его первой электронной орбите $r = 5{,}92{\cdot}10^{-11}$метра и с радиусами атомов в Таблице 19. Если предположить, что радиус свободного электрона порядка его комптоновской длины волны (смотри § 46.3. , (464), (466)), тогда радиус $R_E \sim 10^{-12}$ м, что близко к минимальной величине размера атома в (261).

Радиус протона $R_p = 6{,}6{\cdot}10^{-16}$ метра по (82) и размеры ядер из Таблицы 21 хорошо вписываются в диапазон размеров атомных ядер по (261).

Распределения по массе (259) и по размерам (261) являются очень подробными из-за большой степени прогрессии. Применяя в два раза меньшие степени прогрессии –5 для массы и 6 для размеров – получим увеличенные диапазоны изменения как массы, так и размеров. Степень прогрессии для размеров при этом на единицу больше, чем для массы. Это обьясняется тем, что один из размеров ряда – размер атомов – является промежуточным и не соответствует какой-либо массе из распределения по массам тел.

В первом приближении можно считать, что и другие коэффициенты подобия (по скоростям, энергиям, моменту импульса) раскладываются на множители со степенью прогрессии, равной 5. В качестве примера в следующем параграфе рассмотрен ряд для скоростей.

§ 30. Характерные скорости

В § 8 для обычных звезд главной последовательности было найдено, что их полные энергии можно представить в виде (44):

$$E_S = -\,M_S C^2 (A/Z)^2,$$

где M_S – масса звезды,

$C = 220$ км/с – скорость, характеризующая в целом звезды главной последовательности,

A, Z – массовое и зарядовое числа звезды ($A = 18\, M_S / M_C$, M_C – масса Солнца).

Используя рассуждения предыдущего параграфа, определим множитель прогрессии ряда скоростей. Коэффициент подобия по скоростям $S_O = 7{,}338{\cdot}10^{-4}$ согласно (46), и при показателе прогрессии, равном 5, получим:

$$Д_S = (S_O)^{1/5} = 0{,}2361. \qquad (263)$$

В качестве первого члена ряда возьмем скорость света, а другие члены вычислим путем умножения на $Д_S$:

$V_1 = c = 299792$ км/с – скорость света. (264)

$V_2 = 70781$ км/с.

$V_3 = 16711$ км/с.

$V_4 = 3946$ км/с.

$V_5 = 931$ км/с.

$V_6 = C = 220$ км/с – звездная скорость по (45).

$V_7 = 51,9$ км/с.

Скорости V_1 и V_6 нам уже хорошо известны, поэтому попытаемся найти возможный физический смысл других скоростей. По аналогии со звездной скоростью в (86) в общем виде можно записать:

$$V_i \sim \sqrt{\frac{-E_{Si}}{M_{Si}}}, \qquad (265)$$

где E_{Si} и M_{Si} – энергии и массы звезд, соответствующие скорости V_i.

В (265) скорость V_i играет роль средней скорости движения частиц, составляющих звезду (как скорость в соотношении (162)). Далее будет показано, что:

а) Скорость V_7 является предельной для планет.

б) Скорость V_6 соответствует звездам главной последовательности.

в) Интервал скоростей $V_5 - V_4$ занимают белые карлики.

г) Нейтронные звезды попадают в интервал скоростей $V_3 - V_2$.

д) Материя нуклонов и гипотетических черных дыр имеет характерную скорость V_1 (скорость света).

Общепринято, что эволюция одиночных звезд определяется их исходной массой и для нормального химического состава имеет следующий вид:

1. $M_S < 0,08\ M_C$. Вырожденные водородные карлики. Характерная скорость – V_6 и меньше.

2. $M_S < 8 - 9\ M_C$. Вначале – звезда главной последовательности (скорость порядка V_6), затем превращение в белые карлики (скорости $V_5 - V_4$).

3. $M_S > 8 - 9\ M_C$. По мере выгорания ядерного горючего средние скорости частиц звезды увеличиваются от V_6 вплоть до V_4, а ядро звезды достигает плотности белого карлика. В ходе дальнейшего коллапса ядра возможно образование нейтронной звезды со скоростями частиц в интервале от V_3 до V_2.

Скорость V_7 является предельной для планет, что видно из следующих расчетов. Из (265) после подстановки вместо E_S половины модуля гравитационной энергии планет получаем:

$$V_7' = \sqrt{\frac{K\gamma M_{пл}}{2R_{пл}}}, \qquad (266)$$

где K – коэффициент порядка единицы,

γ – гравитационная постоянная,

$M_{пл}$ – масса планеты,

$R_{пл}$ – радиус планеты.

Для Земли при $K = 0,6$ находим: $V_З = 4,3$ км/с. Соотношения типа (265), (266) одновременно позволяют оценить скорости звука в соответствующих обьектах. Например, если звуковая волна колеблется вдоль диаметра Земли, то ее период должен равняться: $T = 4R_З/\text{v}$, где $R_З$ – радиус Земли, v – скорость звука. Подставляя вместо v скорость V_7' и выражая массу Земли через ее среднюю плотность и радиус, получим:

$$T = \sqrt{\frac{24}{\pi K \gamma \rho}} = 98\text{минут},$$

где $\rho = 5518$ кг/м^3 – средняя плотность Земли.

Период 98 минут (приблизительно 0,01 колебание в минуту) в самом деле наблюдается в спектре колебаний Земли, соответствуя одному из самых больших ее периодов [188].

Так как масса планет пропорциональна кубу их радиуса, то скорость (266) в целом пропорциональна $R_{пл}$. В Солнечной системе наибольший радиус имеет Юпитер, для которого $V_ю = 23$ км/с $< V_7 = 51{,}9$ км/с.

Соотношение (265) для звезд аналогично (266) примет вид:

$$V_i = \sqrt{\frac{K\gamma M_{Si}}{2R_{Si}}}. \qquad (267)$$

Для звезд главной последовательности (265) с учетом (86) дает:

$$V_{гп} = C(A/Z),$$

где $C = V_6 = 220$ км/с – звездная скорость,

A, Z – массовое и зарядовое числа звезды.

Для Солнца $A = 18$, $Z = 8$ и $V_C = 495$ км/с. Если рассматривать фундаментальное радиальное колебание от центра звезды к ее поверхности, то для периода можно записать: $T = 2R_C/\text{v}$, где R_C – радиус Солнца, v – скорость звука. Подставляя вместо v скорость V_C, находим: $T \sim 47$ минут. Специальные расчеты по теории акустических колебаний газовых шаров [46] дают для периода значение порядка 48 минут и колебание с таким периодом фактически наблюдается в спектре Солнца, правда, с небольшой амплитудой. Если же волна бежит по поверхности Солнца, то период должен превышать величину:

$T > \dfrac{2\pi R_C}{V_C} = 147$ минут, поскольку у поверхности Солнца плотность вещества меньше среднего значения и скорость (267) уменьшается. И действительно, согласно [125] наблюдается период 160 минут.

Скорость V_5 является наименьшей для белых карликов, чему по (267) соответствует малая масса и большой радиус. Этим условиям лучше всего удовлетворяют гелиевые белые карлики.

Для звезд водородной главной последовательности р-звезды, соответствующие по теории подобия водороду, являются вырожденными водородными карликами с массой 0,056 M_C. При этом для эффективного действия водородного цикла (загорания водорода) звезда должна обладать массой не менее 0,07–0,08 M_C (смотри § 2).

Аналогичная картина складывается и для звезд гелиевой последовательности. По данным [308] горение гелия в чисто гелиевой звезде возможно при ее массе не менее 0,31 M_C. Тогда гелиевая звезда с массой 0,166 M_C, соответствующая по массовому числу изотопу гелия ^3_2He ($A = 18\dfrac{M_S}{M_C} = 3$), является вырожденным гелиевым карликом, в котором сгорание гелия не происходит. Такая звезда и будет гелиевым белым карликом с наименьшей массой. Согласно [373] для гелиевого белого карлика с массой 0,166 M_C радиус равен $1{,}48 \cdot 10^7$ метра и из (267) получим:

$$V_5' = 865\sqrt{K}\ \text{км/с},$$

где $K = 0,6$ для однородной по плотности сферы, а для звезд $K \sim 1$. Мы видим, что скорость V_5' близка к $V_5 = 931$ км/с из (264).

Обратим внимание на то, что вырожденные звезды с характерными скоростями V_6 и V_5 имеют массовые числа, соответствующие водороду и гелию. Оказывается, что белые карлики с массой 1,22 M_C и массовым числом $A = 22$, соответствующие другому инертному газу – неону $^{22}_{10}Ne$ (это самый массивный стабильный изотоп неона), имеют характерную скорость V_4 и массу, близкую к предельной для белых карликов. Возьмем из [373] параметры магниевого белого карлика (в связи с отсутствием данных для неоновых белых карликов и близостью масс $^{22}_{10}Ne$ и $^{24}_{12}Mg$), который при массе 1,22 M_C должен иметь радиус $3{,}76 \cdot 10^6$ метра, и подставим в (267):

$$V_4' = 4650\sqrt{K} \text{ км/с}.$$

У неонового белого карлика должен быть больше радиус, чем у магниевого, так что скорость V_4' будет еще ближе к $V_4 = 3946$ км/с из (264).

Для оценки скорости V_3 рассмотрим модели нейтронных звезд из [244]. Согласно вычислениям минимальная масса нейтронной звезды $M_S = 0{,}0925 M_C$ при радиусе 164 км и центральной плотности $\rho = 1{,}55 \cdot 10^{17}$ кг/м^3. По (267) найдем:

$V_3' = 6133\sqrt{K}$ км/с, что меньше, чем V_3. Однако в моделях звезд [244] имеется сильная зависимость радиуса от массы – уже при массе $M_S = 0{,}1\ M_C$ радиус $R_S = 56{,}5$ км и скорость будет равна:

$$V_3' = 10870\sqrt{K} \text{ км/с},$$

что уже сравнимо с $V_3 = 16711$ км/с из (264).

По аналогии с белыми карликами предположим, что предельная масса нейтронной звезды соответствует еще одному инертному газу – аргону $^{40}_{18}Ar$ с массовым числом $A = 40$. Тогда $M_S = \dfrac{A}{18} M_C = 2{,}2 M_C$. Для массивных нейтронных звезд необходимо еще учитывать общую теорию относительности (ОТО) при расчете энергий. Формула (265) для V_2 примет вид:

$$V_2 \sim \sqrt{\frac{-U}{2M_S}}, \tag{268}$$

где $U \sim -\dfrac{K\gamma M_S^2}{R_S}$ – гравитационная энергия с учетом ОТО.

С целью определения возможных значений энергий U воспользуемся данными из [277]. Вращение нейтронной звезды увеличивает ее максимально возможную массу и экваториальный радиус по отношению к полярному – характерный эксцентриситет фигуры звезды достигает величины $e = 0,65$. Для всех возможных уравнений состояния вещества и моделей ядерного взаимодействия расчетная величина модуля U не превышает $1{,}4 \cdot 10^{47}$ Дж. Тогда при массе $M_S = 2{,}2\ M_C$ предельное теоретическое значение для V_{2n} будет равно:

$$V_{2n} = 126100 \text{ км/с}.$$

Как и следовало ожидать, V_{2n} оказалась больше, чем $V_2 = 70781$ км/с по (264).

Для жесткой модели в приближении среднего поля [341], в которой максимальная масса невращающейся нейтронной звезды достигает 2,7 M_C (что больше, чем предполагаемый нами предел в 2,2 M_C), величина модуля $U = 6{,}5 \cdot 10^{46}$ Дж при вращении звезды с угловой скоростью $3 \cdot 10^3$ с$^{-1}$, экваториальном радиусе 15,9 км, гравитационной массе $M_S = 1{,}97\ M_C$ и массе покоя (суммарной массе барионов) $M_0 = 2{,}22\ M_C$ [277]. Для этой модели по (268) получаем:

$$V_2' = 90820 \text{ км/с}.$$

Следовательно, скорость V_2 по порядку величины правительно отражает характерную предельную скорость движения частиц в нейтронной звезде.

При падении вещества из бесконечности в черную дыру изменение гравитационной энергии равно кинетической энергии вещества:

$$\frac{\gamma M m}{R} = \frac{mV^2}{2},$$

где γ – гравитационная постоянная,
M – масса черной дыры,
m – масса падающего вещества,
R – радиус черной дыры,
V – скорость движения вещества.

Подставляя в качестве характерного радиуса черной дыры шварцильдовский радиус $R_G = \dfrac{2\gamma M}{c^2}$, получаем $V = c = V_1 = 299792$ км/с, так что теоретически скорость вещества в черной дыре равна скорости света.

§ 31. Характерный спин

Впервые понятие о характерном орбитальном или спиновом моменте L_X было введено нами в соотношении неопределенностей (199). Данное соотношение связывает изменение полной энергии и интервал времени, за который произошло изменение энергии. Рассмотрим спиновый характерный момент в виде (253), где он выражен через массу M, радиус R и характерную скорость C_X:

$$L_X = MRC_X. \tag{269}$$

1. Звезды главной (водородной) последовательности.

Для р-звезды имеем по (252): $L_X \sim M_{PS} R_{PS} C \sim h_S = 2\pi \hbar_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с,
где $\hbar_S$ – звездная постоянная (98),
M_{PS} – масса р-звезды (14),
R_{PS} – радиус р-звезды по (81),
C – звездная скорость (45).

В общем случае можно записать: $L_X \sim M_S R_S V_{гп} = M_S R_S C(A/Z)$,
где M_S и R_S – масса и радиус звезды главной последовательности,
$V_{гп}$ – характерная скорость (§ 30),
C – звездная скорость,
A, Z – массовое и зарядовое числа звезды.

Величина L_X быстро растет с массой звезды. Например, для звезды 13,3 M_C по Таблице 8 радиус равен 6 R_C, $A = 18\ M_S/M_C = 239$, $Z = 92$ по Таблице химических элементов, и для характерного спина находим:

$$L_X = 6{,}4 \cdot 10^{46} \text{ Дж·с}.$$

2. Белые карлики. Используем данные § 30, где были сделаны оценки характерных скоростей движения частиц внутри звезд. При массе звезды 0,166 M_C, радиусе $1{,}48 \cdot 10^7$ метра характерная скорость $C_X \sim V_5 = 931$ км/с. Отсюда $L_X \sim MRV_5 = 4{,}57 \cdot 10^{42}$ Дж·с. Массивный белый карлик при массе 1,22 M_C, радиусе $3{,}76 \cdot 10^6$ метра имеет характерную скорость $C_X \sim V_4 = 3946$ км/с. Тогда L_X будет равно:

$$L_X \sim MRV_4 = 3{,}62 \cdot 10^{43} \text{ Дж·с}.$$

3. Нейтронные звезды. По результатам § 30 для звезды массой более 0,1 M_C и радиусом менее $5{,}65 \cdot 10^4$ метра характерная скорость частиц $C_X \sim V_3 = 16711$ км/с, а $L_X \sim MRV_3 = 1{,}89 \cdot 10^{41}$ Дж·с. У нейтронной звезды с массой 1,97 M_C, радиусом $1{,}59 \cdot 10^4$ метров характерная скорость $C_X = 90820$ км/с и $L_X \sim MRC_X = 5{,}7 \cdot 10^{42}$ Дж·с.

Таким образом, в зависимости от массы звезды характерный спин звезд главной последовательности изменяется в десятки тысяч раз, а для белых карликов и нейтронных звезд изменение спина не превышает 25 раз. При этом компактные обьекты имеют характерный спин, близкий к величине звездной постоянной $\hbar_S$.

4. Черные дыры. Если не учитывать заряд черной дыры, то спин вращающейся черной дыры имеет предельное значение L, являющееся функцией ее массы [218]:

$$L = \frac{\gamma M^2}{c} = M R_G c, \qquad (270)$$

где γ – гравитационная постоянная,
M – масса черной дыры,
c – скорость света,
$R_G = \dfrac{\gamma M}{c^2}$ – радиус горизонта черной дыры с предельным вращением.

Соотношение (270) эквивалентно (269), если считать, что характерной скоростью частиц в черной дыре является скорость света. В § 15 было найдено, что спин Солнца I_C почти равен величине $\hbar_S/2$, следовательно, характерный спин Солнца $L_{XC} = 4\pi I_C$ будет приблизительно равен величине $4\pi\hbar_S/2 = h_S$. Предположим теперь, что Солнце превращается в черную дыру. Подставляя в (270) массу Солнца, находим:

$$L_C = 8{,}8 \cdot 10^{41} \text{ Дж·с}.$$

Величина L_C меньше, чем $h_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с, что и должно быть, поскольку при коллапсе спин звезды обязан уменьшаться. В качестве другого примера возьмем нейтронную звезду массой 1,97 M_C из предыдущего пункта, которая превращается в черную дыру. Из (270) находим предельный спин черной дыры:

$$L = 3{,}4 \cdot 10^{42} \text{ Дж·с},$$

который также оказывается меньше характерного спина рассматриваемой нейтронной звезды $L_X = 5{,}7 \cdot 10^{42}$ Дж·с. Вопрос о характерных спинах звезд будет рассматриваться дополнительно в § 35.

5. Планеты Солнечной системы. По результатам § 14, удельные орбитальные моменты планет Солнечной системы квантуются в соответствии с первым постулатом Бора для момента импульса. Покажем теперь, что квантуются и спины планет. Подставляя характерную скорость частиц планет из (266) в (269), и считая, что $L_X = 4\pi I_{пл} \sim n$, для спина планеты найдем:

$$I_{пл} = K_1 \frac{1}{4\pi} M_{пл} R_{пл} \sqrt{\frac{K \gamma M_{пл}}{2 R_{пл}}}\, n, \qquad (271)$$

где K_1 – коэффициент пропорциональности,
$M_{пл}$ – масса планеты,
$R_{пл}$ – радиус планеты,
K – коэффициент порядка единицы, зависящий от распределения вещества внутри планеты,
γ – гравитационная постоянная,
n – порядковый номер планеты, считая от Солнца.

При $K_1 = 0{,}25$, $K = 0{,}6$ зависимость (271) очень близка к прямой линии на рисунке 23, где построена зависимость спина планет от их массы. Если не учитывать заторможенных планет типа Меркурия и Венеры, то это означает, что спины планет, как и их удельные орбитальные моменты, пропорциональны порядковому номеру планеты, и следовательно, квантуются. В связи с этим заметим, что в атомах спин электрона обычно предполагается постоянным и не зависящим от местоположения орбиты. В Таблице 49 приведены спины планет, вычисленные по соотношению (271) при $K_1 = 0{,}25$ и $K = 0{,}6$. В скобках указаны показатели степени десятичного множителя. Полученные величины близки к значениям спинов большинства планет в Таблице 28.

Таблица 49

Сравнение спинов планет по соотношению (271) и данных Таблицы 28.

Планета	Спин по (271), Дж·с	Спин по Таблице 28, Дж·с
Меркурий	2,67 (31)	7,97 (29)
Венера	4,74 (33)	1,78 (31)
Земля	9,82 (33)	5,87 (33)
Марс	3,49 (32)	2,0 (32)
Юпитер	3,1 (38)	4,1 (38)
Сатурн	5,6 (37)	7,1 (37)
Уран	2,57 (36)	1,4 (36)
Нептун	3,72 (36)	2,1 (36)
Плутон	1,4 (29)	7,8 (28)

6. Малые планеты. Обратимся снова к формуле (266) для характерных скоростей частиц планет. В § 15 было показано, что характерная скорость движения частиц в звезде одновременно является предельной величиной для вращательной экваториальной скорости звезды во избежание ее распада. Аналогично, и скорость (266) является предельной скоростью вращения для планет на момент их образования из протопланет. Будем теперь рассматривать малые планеты, в которых роль гравитации становится незначительной по мере уменьшения массы тела. Учитывая, что $M_{пл} = \rho \frac{4}{3} \pi R_{пл}^3$, (266) можно переписать так:

$$V_{пл} = \sqrt{\frac{2\pi K \gamma \rho}{3}} R_{пл},$$

где $V_{пл}$ – характерная скорость частиц планеты,
K – коэффициент порядка единицы,
γ – гравитационная постоянная,
ρ – плотность планеты,
$R_{пл}$ – радиус планеты.
Наименьший период вращения планеты будет равен:

$$T = \frac{2\pi R_{пл}}{V_{пл}} = \sqrt{\frac{6\pi}{K \gamma \rho}}. \qquad (272)$$

Для малых планет коэффициент K практически равен 0,6 как для однородных сфер. Подставляя в (272) плотности крупнейших астероидов – 3100–3300 кг/м^3 для Весты и 2100 – 2300 кг/м^3 для Цереры – найдем предел для минимального периода вращения малых планет:

$$T = 3,3 - 4,2 \text{ часа.}$$

Из измерений периодов вращения астероидов следует, что типичные периоды составляют 4 – 20 часов, большие астероиды имеют обычные периоды 7 – 15 часов, мелкие астероиды в среднем вращаются быстрее из-за столкновений друг с другом, но видимо период около 2 часов является минимальным – такие малые периоды встречаются редко, кроме этого, углистые хондриты, входящие в состав некоторых астероидов, при быстром вращении будут разрушаться под действием центробежных сил [125]. Для железного тела с плотностью 7800 кг/м^3 согласно (272) получаем $T = 2,16$ часа.

§ 32. Основные результаты

1. Коэффициенты подобия по массе Φ, по размерам P_0 и по скоростям S_0 могут быть выражены друг через друга. Формула, связывающая все три коэффициента, может быть записана также и только с использованием безразмерных постоянных:

$$\Phi = \frac{4(K'K)^{1,5}\alpha^{1,5}}{3\sqrt{\pi}} P_0^3 S_0^3,$$

где $K = \dfrac{2\pi M_E K'}{\alpha M_p} = 0{,}47\,K'$ – коэффициент в выражении (224) для гравитационной энергии вырожденной p-звезды,

$K' > 1{,}83$ согласно (237),

$\alpha = \dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} = \dfrac{1}{137{,}036}$ – постоянная тонкой структуры,

M_E – масса электрона,

M_P – масса протона,

e – заряд электрона,

h – постоянная Планка,

c – скорость света.

ε_0 – электрическая постоянная.

2. Горизонтальные безразмерные коэффициенты α, β, δ связаны между собой соотношением, одинаковым для атомных и звездных водородных систем:

$$\pi\alpha\delta = \beta,$$

где $\alpha = \dfrac{v}{c} = \dfrac{V}{C}$ – коэффициент скоростей и постоянная тонкой структуры одновременно (отношение орбитальной скорости к максимальной скорости в системе),

$\beta = \dfrac{M_P}{M_E} = \dfrac{M_{PS}}{M_\Pi}$ – коэффициент масс (отношение массы притягивающего тела к массе орбитального тела),

$\delta = \dfrac{r}{R_P} = \dfrac{R_0 K'}{R'_{PS}}$ – коэффициент размеров (отношение орбитального радиуса к радиусу притягивающего тела).

3. При замене постоянной Планка и скорости света на звездную постоянную h_S и звездную скорость C становится возможным оценивать параметры звезд с помощью планковских единиц. Применение универсальной системы координат «масса – скорость – характерный момент импульса», в которой гравитационная постоянная заменена массой тела (в отличие от планковской системы координат «гравитационная постоянная – скорость – момент импульса»), позволяет с лучшей точностью описывать как звездные, так и атомные системы.

4. Для характеристики тел, промежуточных по массе между атомными и звездными системами, сделано предположение о том, что массы этих тел изменяются ступенями и растут как в геометрической прогрессии. Переход от одной ступени к другой осуществляется умножением массы на множитель прогрессии:

$$Д_Ф = Ф^{1/10} = 3{,}8222 \cdot 10^5,$$

где $Ф$ – коэффициент подобия по массе (11), а коэффициент прогрессии (число ступеней) равен 10.

5. Для характеристики размеров промежуточных по массе тел используется множитель прогрессии по размерам:

$$Д_P = (P_0)^{1/12} = 78{,}4538,$$

где P_0 – коэффициент подобия по размерам (64), а коэффициент прогрессии (число ступеней) равен 12.

Степень прогрессии для размеров больше, чем степень прогрессии для массы, поскольку при переходе от размеров ядер к размерам молекулярных комплексов имеются дополнительные промежуточные ступени размеров атомов.

6. Частицы плазмы, являющиеся веществом звезд, могут двигаться со скоростями вплоть до скорости света, однако в звездах главной последовательности средняя скорость движения частиц ограничена сверху звездной скоростью. Это обусловлено тем, что средняя температура внутри этих звезд лишь незначительно растет с массой звезды. Оказывается, что с помощью прогрессии скоростей можно найти характерные скорости движения частиц в космических обьектах. Множитель прогрессии скоростей равен:

$$Д_S = (S_0)^{1/5} = 0{,}2361,$$

где S_0 – коэффициент подобия по скоростям (46), а коэффициент прогрессии равен 5. Прогрессия скоростей выглядит следующим образом:

$V_1 = c = 299792$ км/с – скорость света (скорость материи нуклонов и гипотетических черных дыр),

$V_2 = 70781$ км/с – $V_3 = 16711$ км/с – диапазон характерных скоростей частиц в нейтронных звездах,

$V_4 = 3946$ км/с – $V_5 = 931$ км/с – диапазон скоростей для белых карликов,

$V_6 = C = 220$ км/с – звездная скорость по (45) для звезд главной последовательности,

$V_7 = 51{,}9$ км/с – предельная характерная скорость для планет.

7. Характерный спин звезд главной последовательности изменяется в десятки тысяч раз по мере увеличения массы звезды. При переходе к компактным обьектам – белым карликам и нейтронным звездам – характерный спин приближается к звездной постоянной для звезд главной последовательности $h_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с.

8. Спины планет Солнечной системы, как и их удельные орбитальные моменты, квантуются. Прямая линия для спинов планет на рисунке 23 близка к аналогичной зависимости спинов планет (271):

$$I_{пл} = K_1 \frac{1}{4\pi} M_{пл} R_{пл} \sqrt{\frac{K\gamma M_{пл}}{2R_{пл}}}\, n,$$

где $K_1 \sim 0{,}25$ – коэффициент пропорциональности,
$M_{пл}$ – масса планеты,
$R_{пл}$ – радиус планеты,
$K \sim 0{,}6$ – коэффициент, зависящий от распределения вещества внутри планеты,
γ – гравитационная постоянная,
n – порядковый номер планеты, считая от Солнца.

9. Наименьший период вращения малых планет, в которых роль гравитации становится минимальной ввиду малой массы, равен:

$$T = \sqrt{\frac{6\pi}{K\gamma\rho}},$$

где $K = 0{,}6$,
γ – гравитационная постоянная,
ρ – плотность тела.

При характерной плотности крупнейших астероидов получается период T = 3,3 – 4,2 часа, что близко к минимальному наблюдаемому периоду вращения астероидов.

Глава 6. Звезды. Галактики. Метагалактика. Космология

§ 33. Галактические системы с точки зрения подобия

а) Массы.

Рассмотрим распределение масс галактических систем, подразумевая под ними рассеянные и шаровые скопления звезд, карликовые и большие галактики, скопления и сверхскопления галактик и другие подобные обьекты. В § 29 по принципу геометрической прогрессии был построен ряд масс (259) от электрона до звезд главной последовательности. Продолжим этот ряд в сторону больших масс путем последовательного умножения на множитель прогрессии (257), начиная с последнего члена ряда (259) и переходя на обозначение масс в единицах массы Солнца M_C:

1. Внешние планеты –
нормальные звезды: $M_П = 6{,}06 \cdot 10^{25}$ кг – $2{,}32 \cdot 10^{31}$ кг $= 11{,}6\, M_C$ (273)

2. Большие звезды,
скопления звезд,
карликовые галактики: $11{,}6\, M_C$ – $4{,}43 \cdot 10^6\, M_C$

3. Карликовые галактики –
нормальные галактики: $4{,}43 \cdot 10^6\, M_C$ – $1{,}7 \cdot 10^{12}\, M_C$

4. Большие галактики –
сверхскопления галактик: $1{,}7 \cdot 10^{12}\, M_C$ – $6{,}51 \cdot 10^{17}\, M_C$

5. Сверхскопления галактик –
нормальные метагалактики: $6{,}51 \cdot 10^{17}\, M_C$ – $2{,}49 \cdot 10^{23}\, M_C$

В данном случае под метагалактиками понимаются обьекты, отличающиеся по массе приблизительно в 1–100 раз от массы Метагалактики (в которой находится наша Галактика) и существующие отдельно от нее.

Из (259) и (273) следует, что карликовая галактика с массой $M_{E\Gamma}$:

$$M_{E\Gamma} = 4{,}43 \cdot 10^6 M_C \tag{274}$$

подобна электрону и е-планете и может иметь общие с ними свойства. Например, такие карликовые галактики (назовем их е-галактиками) должны окружать нормальные галактики в качестве спутников, что обычно и наблюдается.

Найдем минимальную массу нормальной галактики, для чего дважды умножим массу р-звезды M_{PS} из (14) на множитель прогрессии масс (257):

$$M_{P\Gamma} = M_{PS} Д_{\Phi}^2 = 8{,}15 \cdot 10^9 M_C. \tag{275}$$

Галактика с массой $M_{P\Gamma}$ (назовем ее р-галактикой) является аналогом протона и р-звезды. Если ввести массовые числа для галактик, как это сделано для атомов и звезд, то р-галактика будет иметь массовое число $A = 1$.

Интересно найти массовое число, соответствующее Галактике = Млечный Путь, для чего нужно разделить ее массу M_Γ на массу $M_{P\Gamma}$. Оценку величины M_Γ можно сделать по кривой вращения Галактики (рисунок 33) и формуле (103):

$$M_\Gamma = \frac{V^2 R_\Gamma}{\gamma}, \tag{276}$$

где V – средняя скорость звезд или газовых облаков на экваторе Галактики,

R_Γ – радиус Галактики,

γ – гравитационная постоянная.

Источником ошибок при использовании (276) является несферичность Галактики и неточность определения эквивалентного радиуса R_Γ.

По данным из работы [86], в которой определялись массы двойных галактик по их орбитальному движению, можно считать, что массы галактик заключены в их стандартных оптических границах. Данный вывод был сделан при сопоставлении масс галактик, полученных из кривых вращения и из орбитального движения.

Считая по [86] и [125], что масса $M_\Gamma = (1{,}5 - 1{,}6) \cdot 10^{11} M_C$, найдем массовое число:

$$A_\Gamma = \frac{M_\Gamma}{M_{P\Gamma}} = 18 - 20. \tag{277}$$

Из (277) следует, что Галактика по массовому числу подобна атому кислорода, фтора или неона (напомним, что для Солнца в § 1 было найдено его подобие с атомом кислорода). Для сравнения с распределением масс (273) приведем соответствующие данные, располагая их в том же порядке, что и пункты в (273).

1. Масса $M_П$ есть масса е-планеты, являющейся аналогом электрона. По своей величине $M_П$ близка к массе Урана (более подробно смотри § 5). Масса звезды $11{,}6 M_C$ отмечает условную границу, более массивные звезды являются аналогами нестабильных (радиоактивных) химических элементов.

2. Звезды с массами более 14–15 M_C как правило являются сверхгигантами и весьма малочисленны. Их доля среди других звезд не превышает 10^{-8} (§ 4). Рассеянные звездные скопления содержат обычно от десятков до тысяч звезд, следовательно, их массы не превышают нескольких тысяч масс Солнца M_C. Шаровые скопления могут содержать миллионы звезд, например, w Центавра – крупнейшее шаровое скопление Галактики, сравниваясь по массе с некоторыми карликовыми галактиками.

3. В Таблице 50 приведены данные о нашей Галактике и о ее ближайших спутниках из [155]. Для того, чтобы показать возможную неточность в определении параметров, указаны данные других авторов со ссылкой в квадратных скобках. Показаны также различные встречающиеся обозначения типов галактик.

Таблица 50

Галактика и ее спутники.

Звездная система (созвездие)	Тип	Расстояние до Солнца, кпк	Радиус, кпк	Абсолютная звездная величина	Масса, M_c
Галактика = Млечный путь	Sb – Sc	10	23 15 [86]	–21 –20,5 [125]	$3 \cdot 10^{11}$ $1{,}5 \cdot 10^{11}$ [86]
Большое Магелланово Облако (Золотая рыба)	IBm Irr III	52 49 [376]	5 3,5 [125]	–18 –18,7 [125]	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ $1{,}2 \cdot 10^{10}$ [125] $6 \cdot 10^{9}$ [193]
Малое Магелланово Облако (Тукан)	Im Ir IV	71 69 [125] 57 [376]	2,5 2 [125] 1,5 [193]	–16 –17 [206]	$5 \cdot 10^{9}$ $1{,}6 \cdot 10^{9}$ [125]
(Печь) Fornax	dE0 dE	188 153 [206] 230 [47]	3 1,5 [125]	–13 –15 [125]	$2 \cdot 10^{7}$
E (Скульптор) Skulptor	dE3 dE	84 110 [47]	1,2 0,65 [125]	–12 –10,6 [206]	$3 \cdot 10^{6}$ $2 \cdot 10^{6}$ [3]
Лев I = DDO 74 (возле Регула) Regul	dE –	220 184 [206] 230 [376]	0,5 0,4 [47] 0.9 [376]	–11 –9,6 [206]	$4 \cdot 10^{6}$ $3 \cdot 10^{6}$ [376]
DDO 208 (Дракон) Draco	dE0 dE	76 60 [47] 92 [206]	0,5 0,11 [47]	–9 –8 [206]	10^{5}
U Mi DDO 199 (Малая Медведица)	dE4 dE	67 92 [206]	1,2	–9 –8,2 [206]	10^{5}
Лев II = DDO 93 Leo B	dE0 dE	220 184 [206] 230 [376]	0,5 0,35 [47] 0,65 [376]	–9 –9,4 [47]	10^{6}
(Пегас) Pegasus	dE	170	0,2	–9	–
Объект Искударяна (Орион)	dE	80	0,1	–7	–

Таблица 50. Продолжение.

Звездная система (созвездие)	Тип	Расстояние до Солнца, кпк	Радиус, кпк	Абсолютная звездная величина	Масса, M_C
(Киль)	dE	170 92 [206]	0,75	–5,5 [206]	$5 \cdot 10^5$ [74]
(Козерог) Capricornus	dE	70	0,2	–6	–
(Большая Медведица) U Ma	dE	120	0,1	–6	–
Объект Шахбазяна (Большая Медведица) Shahbasian	dE	130	0,025	–	–
Секстан С Sex C	dE	140	0,1	–	–
(Змея) Serpens	dE	30	0,05	–	–

Сравнивая данные Таблицы 50 с распределением (273) и массами (274), (275), (277), можно сделать следующие выводы:

Наша Галактика (массовое число A = 18–20), Большое Магелланово Облако (A = 1–2) и Малое Магелланово Облако (A ~ 1) образуют своеобразную молекулу типа H_2O – соединение галактик, вокруг которого вращаются карликовые галактики – аналоги планет и электронов.

По массовым числам и Таблице химических элементов можно оценить зарядовые числа Z: у Галактики Z = 8–10, у БМО Z = 1–2, у ММО Z ~ 1. Сумма зарядовых чисел равна 10 – 13, что должно соответствовать числу карликовых галактик, и действительно, по Таблице 50 их число равно 14.

Движение спутников вокруг нашей Галактики напоминает движение планет в Солнечной системе. Так, Магеллановы Облака, карликовые галактики в созвездиях Дракона, Малой Медведицы, Киля и Скульптора, а также два шаровых звездных скопления Palomar 1, Palomar 13, являющихся самостоятельными спутниками Галактики, лежат практически в одной плоскости с центром Галактики [155]. Следовательно, и их орбиты могут лежать в этой же плоскости, создавая по версии Линден-Белла [321] длинный рукав из газовых облаков – Магелланов Поток, проходящий от созвездия Пегаса к созвездию Скульптора и далее через Магеллановы Облака. Несколько в стороне от указанной плоскости находятся четыре спутника Галактики – в Печи, в Козероге, Лев I и обьект Искударяна. Замечено также, что карликовые галактики довольно равномерно удалены от Галактики. Аналогичная картина складывается и для далеких галактик. Большое число карликовых галактик найдено американским астрономом Ривсом в скоплении галактик в Деве, а для скопления галактик в Печи подсчет дает, что количество карликовых галактик превышает число больших галактик не менее чем в пять раз [3]. В окрестностях спиральной галактики M81 = NGC 3031 в Большой Медведице (масса M81 близка к массе Галактики) найдено скопление из 11 карликовых галактик типа dSph [74], а возле гигантской галактики NGC 5291, которая окружена водородным облаком массой до 10^{11} M_C, видны сотни карликовых галактик. Туманность Андромеды = M31 = NGC 224 является ближайшей большой спиральной галактикой и также окружена спутниками. Параметры этой галактической системы представлены в Таблице 51 согласно [155], приведены также данные других авторов.

Таблица 51

Туманность Андромеды и ее спутники.

Звездная система (созвездие)	Тип	Расстояние до Солнца, кпк	Радиус, кпк	Абсолютная звездная величина	Масса, M_C
Туманность Андромеды = M31 = NGC 224	Sb	670 [206]	37 19 [125]	–22 –21 [125]	$3{,}6 \cdot 10^{11}$ $3{,}2 \cdot 10^{11}$ [125]
Туманность в Треугольнике = M33 = NGC 598	Sc	765 [206] 700 [376]	14 7,5 [125] 9 [47]	–19 –18,7 [125]	$2 \cdot 10^{10}$ $1{,}3 \cdot 10^{10}$ [125]
M32 = NGC 221 (Андромеда)	E2	660 [125] 690 [47] 680 [376]	2 0,6 [125] 1,05 [376]	–16	$3 \cdot 10^{9}$ $4 \cdot 10^{9}$ [125] $2{,}8 \cdot 10^{9}$ [352]
NGC 205 (Андромеда)	SB0 E5pec	640 [125] 690 [47]	2,5 1,4 [125]	–15	$2 \cdot 10^{9}$ $8 \cdot 10^{9}$ [125]
NGC 185 (Кассиопея)	E3pec dE0	660 [125] 690 [47]	1,5 1 [125]	–15 –15,9 [125]	10^{8} 10^{9} [125]
NGC 147 (Кассиопея)	E5 dE4	660 [125] 690 [47] 680 [376]	2 1,5 [125] 1,2 [376]	–14 –15,8 [125]	$1{,}5 \cdot 10^{8}$ 10^{9} [125]
A–I (Андромеда)	E dE3	670 [206] 700 [47]	0,25	–11 –10,6 [206]	10^{6}
A–II (Рыбы)	E dE2	670 [206] 700 [47]	0,35	–11 –10,6 [206]	10^{6}
A–III (Андромеда)	E dE5	670 [206] 700 [47]	0,5 0,45 [47]	–11 –10,6 [206]	10^{6}
A–VI (Андромеда)	Im	–	0,1	–11	10^{7}
LGC 3 (Рыбы)	Im Irr	920 [206]	0,25	–9 –8,5 [47] –9,7 [206]	10^{7} $< 3 \cdot 10^{6}$ [219]

Согласно Таблице 51 и соотношениям (274) – (277), Туманность Андромеды (массовое число $A = 39–44$) и Туманность в Треугольнике ($A = 2–3$) связаны в одну систему, число известных спутников – карликовых галактик достигает 11. Поскольку масса е-галактики $M_{E\Gamma}$ близка к массе крупных шаровых скоплений, не исключено, что часть спутников Туманности Андромеды не вошла в Таблицу 51 из-за своих малых размеров.

Рассмотрим классификацию карликовых галактик согласно [74], где они разделены в 4 группы:

dE – эллиптические,

dSph – сфероидальные низкой плотности,

dIm – карликовые неправильные,

dBC – голубые компактные,

причем спиральные галактики не встречаются. Оказывается, что если яркость больших галактик приблизительно одинакова, то поверхностная яркость карликовых галактик может отличаться в десятки тысяч раз. У звезд мы наблюдаем похожий эффект – их яркость значительна, поскольку звезды являются самосветящимися обьектами, но при переходе от маломассивных звезд к планетам поверхностная яркость быстро падает.

Примеры карликовых галактик типа dE: NGC 205, NGC 185, NGC 221, NGC 147 – все они массивные и слабо сжатые галактики.

Сфероидальных галактик dSph довольно много – это галактики в Скульпторе, Печи, Киле, Драконе, Льве, Козероге и другие. Везде они встречаются неподалеку от больших галактик и содержат немного газа в своем составе.

Карлики типа dIm имеют 10 – 50 % газа по массе и сравнительно большие размеры и массы, таковы NGC 6822, IC 1613, GR 8, IC 10. В некоторых из них наблюдаются признаки звездообразования.

Голубые карлики dBC отличаются от dIm усиленным звездообразованием, высокой поверхностной яркостью и эмиссионными линиями в спектре, массы их менее $10^8 - 10^9\ M_C$.

На рисунке 52 представлена зависимость плотности некоторых галактик от их массы по данным А. Сэйто (смотри в [74]), а на рисунке 53 – очень похожая зависимость плотности планет и звезд от массы.

Точками M_Π, M_{PS} на рисунке 53 выделены соответственно массы е-планеты (аналог электрона) и р-звезды $M_{PS} = 0{,}056\ M_C$, причем масса р-звезды является минимальной массой звезд главной последовательности. Вероятно, что существуют обьекты с массой, промежуточной между массами Юпитера и р-звезды.

На рисунке 52 показаны шаровые скопления, dSph-галактики, dE-галактики NGC 185, NGC 221, нормальные (большие) галактики, а также точки $M_{E\Gamma}$ по (274) и $M_{P\Gamma}$ по (275). Сравнивая рисунки, можно сделать следующие выводы:

Шаровые скопления в качестве спутников больших галактик могут играть ту же роль, что и внутренние планеты или астероиды в Солнечной системе.

Карликовые галактики типа dSph аналогичны по массе внешним большим планетам – Нептуну, Урану, Сатурну.

dE-галактики подобны Юпитеру или еще более массивным обьектам.

Масса $M_{P\Gamma}$, найденная по теории подобия, является минимальной массой больших галактик.

Карликовые галактики dIm, dBC, в которых много газа и продолжается процесс звездообразования, имеют массы, промежуточные между dSph и dE. Как правило, они населяют периферию Местной группы галактик, в которой главными являются Галактика и Туманность Андромеды. Параметры некоторых таких галактик приведены в Таблице 52 согласно [155], в квадратных скобках – ссылки на результаты других авторов.

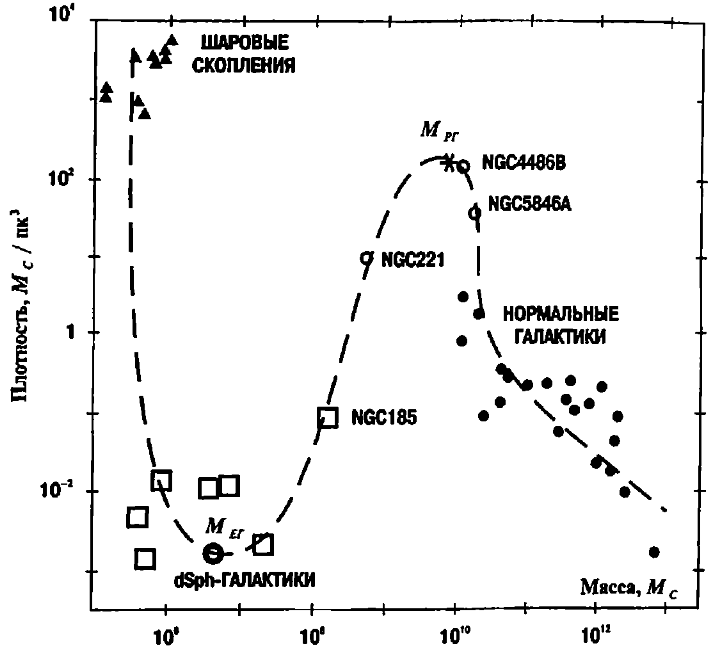


Рис. 52. Средние плотности некоторых галактик по данным А. Сэйто. Точка $M_{EГ}$ обозначает положение карликовой е-галактики, точка $M_{PГ}$ – р-галактика как минимальная масса нормальной галактики.

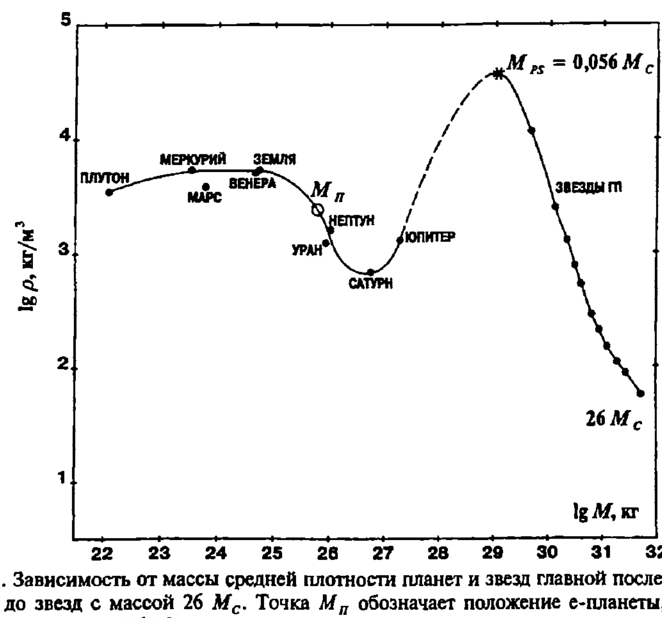


Рис. 53. Зависимость от массы средней плотности планет и звезд главной последовательности вплоть до звезд с массой 26 M_C. Точка $M_П$ обозначает положение е-планеты, точка M_{PS} – р-звезда с массой 0,056 M_C.

Таблица 52

Галактики, населяющие периферию Местной группы.

Звездная система (созвездие)	Тип	Расстояние до Солнца, Мпк	Радиус, кпк	Абсолютная звездная величина	Масса, M_c
IC 1613 = DDO 8 (Кит)	Im Irr	0,77 0,66 [47]	2,5 2,1 [47]	–15 –14,5 [206]	$4\cdot10^8$
(Стрелец)	Im	0,5	0,4	–9	10^7
NGC 6822 = DDO 209 (Стрелец)	Im Irr	0,6 0,5 [47] 0,66 [376]	1,75 2,6 [206] 1,45 [47] 0,85 [376]	–15	$1{,}5\cdot10^9$ $1{,}4\cdot10^9$ [206]
IC 10 (Кассиопея)	Im Irr	1,25 1,22 [206]	10 0,9 [47]	–17 –16,2 [206]	$1{,}5\cdot10^{10}$
DDO 210 (Козерог)	Im Irr	1 0,92 [206]	0,5	–11	$3\cdot10^7$
WLM = DDO 221 (Кит)	Im Irr	1,3 0,61 [206]	2,5 1,65 [47]	–14 –15 [206]	$3\cdot10^8$
GR 8 = DDO 155 (Дева)	Im Irr	1 1,2 [206]	0,35	–11	$4\cdot10^7$
Лев А = DDO 69 Leo A	Im Irr	1,1 1,5 [206]	1 1,15 [47]	–13	$4\cdot10^8$
I (Скульптор)	Im	1,4	0,3	–10	10^7
DDO 75 (Секстан–А)	Im	1,3	2	–14	10^9

Галактика IC 10 имеет массу, превышающую M_{Pr}, поэтому ее надо относить к большим галактикам. С учетом данных Таблицы 52 можно считать, что отдаленные карликовые галактики всегда богаты газом (как большие планеты Солнечной системы), по мере приближения к главной галактике доля газа в карликовых галактиках уменьшается и начинают преобладать dE и dSph галактики. Большие галактики типа Магеллановых Облаков могут содержать много газа даже вблизи главной галактики. Что касается шаровых скоплений, то у них доля газа исчезающе мала (напрашивается аналогия с отсутствием атмосферы у маленьких спутников планет и астероидов).

Из самых больших галактик широко известна гигантская эллиптическая галактика M87 = NGC 4486 = Virgo A с массой порядка $2{,}5\cdot10^{12}\, M_C$ [125]. Данная величина незначительно превышает граничное значение массы для галактик в (273).

4. Скопления галактик могут содержать от десятков до тысяч галактик. Масса скопления Coma достигает $4\cdot10^{15}\ M_C$, а обычные массы сверхскоплений превышают $10^{16}\ M_C$ [53]. В центре скоплений иногда наблюдаются сверхгигантские галактики типа cD, которые согласно [193], [376] имеют массы $10^{13} - 10^{14}\ M_C$ при светимости 10^{38} Вт.

5. Оценка массы наблюдаемой нами части Метагалактики приведена в [125]. Считая, что масса средней галактики равна $3\cdot10^{9}\ M_C$, а число наблюдаемых галактик 10^{10}, для суммарной массы галактик получается $3\cdot10^{19}\ M_C$.

б) Размеры.

Действуя как в предыдущем пункте, распространим распределение по размерам (261) на галактические системы, для чего размеры звезд будем умножать на множитель прогрессии (260):

1. Внешние планеты – нормальные звезды:	$R_п = 2\cdot10^{7}$ м	–	$3{,}85\cdot10^{9}$ м	(278)
2. Субгиганты, гиганты, сверхгиганты:	$3{,}85\cdot10^{9}$ м	–	$3{,}02\cdot10^{11}$ м	
3. Планетные системы звезд:	$3{,}02\cdot10^{11}$ м	–	$2{,}37\cdot10^{13}$ м	
4. Двойные и кратные звезды:	$2{,}37\cdot10^{13}$ м	–	$1{,}86\cdot10^{15}$ м = 0,06 пк	
5. Компактные О-В группы и Т-ассоциации:	0,06 пк	–	4, 73 пк	
6. Рассеянные и шаровые скопления, звездные ассоциации и агрегаты:	4,73 пк	–	371 пк	
7. Карликовые галактики – нормальные галактики:	371 пк	–	29,1 кпк	
8. Скопления галактик:	29,1 кпк	–	2,28 Мпк	
9. Сверхскопления галактик:	2,28 Мпк	–	179 Мпк	
10. Сверхскопления галактик – нормальные метагалактики:	179 Мпк	–	14,05 Гпк	

Напомним связь между метром и парсеком: 1 пк $= 3{,}0857\cdot10^{16}$ м.

Данное распределение по размерам в целом подтверждается наблюдательными данными, которые мы сгруппируем по тем же пунктам, что и в (278).

1. В первой строке (278) показано увеличение размеров от радиуса е-планеты $R_п$ до радиуса звезды главной последовательности с массой 11,6 M_C и массовым числом $A = 210$ (звезды с массой менее 11,6 M_C являются аналогами стабильных химических элементов).

2. Радиусы субгигантов и гигантов достигают величины десятков радиусов Солнца R_C [5]. Газовые оболочки некоторых красных сверхгигантов видны на расстояниях вплоть до 1100 R_C от центра таких звезд. Радиус одной из компонент двойной затменной системы VV Цефея, являющейся сверхгигантом класса M, равен $1600\,R_C = 1{,}12\cdot10^{12}$ м (наибольший известный радиус по [55]).

3. Радиус Солнечной системы по орбите Плутона равен 39,439 а. е. $= 5{,}9\cdot10^{12}$ м. Звезды с массой, превышающей солнечную, могут удерживать свои планеты на более

удаленных орбитах, чем орбита Плутона. Аналогично и радиусы атомов обычно растут при переходе к более массивным атомам.

4. Согласно рисунку 12 (§ 10), экстремум в распределении звездных пар наблюдается при расстояниях между компонентами порядка 50 а. е. = $7{,}48 \cdot 10^{12}$ метров, при меньших расстояниях количество пар быстро падает. Широкие пары разделены расстояниями в тысячи и десятки тысяч а. е. Например, кратная звезда Θ^1 Ориона («Трапеция Ориона»), состоящая из 6 компонент, имеет диаметр 11000 а. е. Звезда Проксима Центавра связана с двойной звездой α Центавра и находится от нее на расстоянии 10600 а. е. или $1{,}58 \cdot 10^{15}$ м [125].

5. Компактные О-В группы звезд и Т-ассоциации обычно находятся рядом с газово-пылевыми облаками, в которых они рождаются. Хорошим примером является облако в созвездии Змееносца, в котором в инфракрасных лучах обнаружено около 70 звезд в области размером 1,5 пк [222].

По данным [227], половина молекулярных облаков содержит группы инфракрасных обьектов со средним размером 0,17 пк, что соответствует компактным скоплениям О-В звезд.

Звезды типа Т Тельца обычно находятся в плотных темных холодных облаках со средним размером 8 кпк и глобулах размером до 0,5 пк [125].

Широко распространенные газовые облака массой до 10 M_C имеют размер порядка 1 пк, а при массе 100 – 1000 M_C – до 6 пк.

6. Характерные размеры рассеянных звездных скоплений равны 6 – 30 пк, а размеры шаровых скоплений – 5 – 70 пк [124]. Сравнимые размеры – 15 – 20 пк – имеют гигантские молекулярные облака массой $10^5 - 10^6$ M_C.

Комплекс темных туманностей в Орионе, Тельце и Персее имеет размер 40 – 50 пк и массу $2 \cdot 10^4$ M_C [125].

По данным [206], звездные ассоциации в Галактике и Большом Магеллановом Облаке характеризуются радиусом 40 пк, звездные агрегаты – 100 пк, а звездные комплексы (сверхассоциации) – 300 пк.

7. Минимальные размеры карликовых галактик согласно Таблиц 50, 51, 52 близки к радиусам шаровых скоплений, которые достигают 70 пк.

На рисунке 54 приведена зависимость радиуса галактик от их массы по данным из [85], [155], точками обозначены карликовые галактики, кружками – спиральные галактики, треугольниками – эллиптические галактики, большим прямоугольником – наша Галактика с учетом неточности ее массы и радиуса. Маленьким квадратом обозначена масса е-галактики $M_{E\Gamma}$, звездочкой – масса р-галактики $M_{P\Gamma}$, БМО и ММО означают Большое и Малое Магеллановы Облака. Для некоторых галактик указан разброс радиусов.

Точка $M_{E\Gamma}$ на рисунке 54 имеет радиус 350 пк, что с учетом неточностей построенной зависимости достаточно близко к величине 371 пк в (278).

Для точки $M_{P\Gamma}$ из зависимости получается следующее значение радиуса:

$$R_{P\Gamma} = 2{,}5 \text{кпк}. \tag{279}$$

Максимальный радиус нормальных галактик по каталогам [85], [86] не превышает 38 кпк.

8. Характеристики некоторых скоплений галактик приведены в Таблице 53 согласно [5] при постоянной Хаббла 60 км/(с·Мпк).

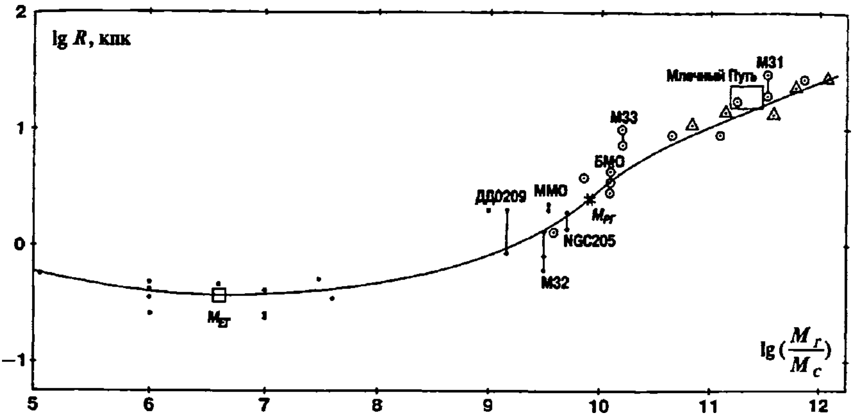


Рис. 54.Зависимость «радиус – масса» для галактик. Обозначения: • – карликовые галактики, ⊙ – спиральные галактики, Δ – эллиптические галактики, большой прямоугольник – наша Галактика = Млечный Путь, $M_{Eг}$ – е-галактика, $M_{Pг}$ – р-галактика. Вертикальные линии показывают диапазон возможных размеров некоторых галактик.

Таблица 53

Некоторые скопления галактик.

Название	Количество галактик	Расстояние, Мпк	Количество галактик в 1 Мпк^3	Угловой диаметр, градусы	Радиус скопления, Мпк
Дева (Virgo)	2500	19	500	12	2
Пегас I	100	65	1100	1	0,56
Персей	500	97	300	4	3,4
Волосы Вероники (Coma)	800	113	40	4	3,9
Геркулес	300	175	–	0,1	0,15
Лев	300	310	200	0,6	1,6
Северная Корона	400	350	250	0,5	1,5
Большая Медведица II	200	680	400	0,2	1,2

Определение радиуса скопления в Таблице 53 было сделано по формуле:

$$R = \ell \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2}),$$

где ℓ – расстояние до скопления,
α – угловой диаметр.

9. Согласно [53], размеры сверхскоплений галактик 10 – 100 Мпк, они часто имеют форму эллипсоидов с отношением малой и большой полуосей $b/a = 0,2 - 0,9$.

Каждое сверхскопление содержит 2 – 15 скоплений галактик. Обычно скопления в сверхскоплениях ориентированы друг к другу концами больших полуосей, образуя своеобразные волокна (нити) длиной 10 – 100 Мпк. Крупные скопления галактик находятся в узлах и развлетвлениях волокон. Расстояния до ближайших сверхскоплений следующие:

Местное сверхскопление	–	20 Мпк
Гидра – Центавр	–	60 Мпк
Персей	–	100 Мпк
Coma	–	140 Мпк
Геркулес	–	200 Мпк

Радиус Местного сверхскопления по [59], [376] равен 15 – 25 Мпк. При постоянной Хаббла 50 км/(с·Мпк) Вокулер оценил диаметр Местного сверхскопления в 75 Мпк (смотри [263], [264], [265]).

В среднем исследование статистических закономерностей распределения галактик (корелляционные функции и другие методы) дает характерную неоднородность в распределении вещества около 100 Мпк [100]. Аналогичный результат получен при анализе размеров 102 предполагаемых сверхскоплений галактик в [9].

10. Размеры Метагалактики должны быть сравнимы с расстояниями до самых далеких наблюдаемых галактик.

Одна из удаленных радиогалактик 3С 123 имеет красное смещение в спектре $z = 0{,}637$, что по (198) дает отношение ее лучевой скорости к скорости света $v/c = 0{,}456$. Используя (197), можно найти расстояние до 3С 123, при постоянной Хаббла $H = 75$ км/(с·Мпк) получается расстояние 1 Гпк. Оценки расстояния до галактики 4С 41.17 с красным смещением $z = 3{,}8$ приводит к величине порядка 3,7 Гпк, на таком же удалении находится и квазар UM 675. В [276] спектроскопически удалось идентифицировать две галактики при $z = 4{,}92$. В последнее время уже найдено 6 радиогалактик на расстояниях более 3,4 Гпк и несколько еще более далеких квазаров с красным смещением $z \sim 6$.

Наконец, с помощью распределений (273) и (278) можно оценить плотность Метагалактики:

$$\rho_M = \frac{3M_M}{4\pi R_M^3} = (1{,}45 - 1{,}83)\cdot 10^{-27}\ \text{кг/м}^3, \qquad (280)$$

где M_M – масса вещества метагалактик в (273),

R_M – радиус метагалактик в (278).

Плотность (280) того же порядка, что и значение плотности Метагалактики в [125], где $\rho_M = (1 - 2)\cdot 10^{-27}$ кг/м^3.

§ 34. Галактики

В данном параграфе собран материал о галактиках, так или иначе связанный с теорией подобия, но не вошедший в §§ 18, 20, 21, 22, 23, 24, 33.

а) Подобие космических пылинок и галактик.

Поскольку межзвездная пыль значительно рассеивает, поглощает и поляризует излучение звезд, изучению свойств пыли посвящено множество работ. Для обьяснения общего поглощения света, зависимости поглощения от длины волны, факта существования отражательных туманностей, различных видов эмиссий и поглощений в туманностях привлекаются модели, в которых пыль состоит из силикатов, графита и льдов в различных сочетаниях и пылинок разных размеров. Такой состав пыли подтверждается как прямыми лабораторными экспериментами, так и тем обстоятельством, что пыль состоит в основном из таких химических элементов (кстати, довольно распространенных в космосе), относительно которых обнаруживается недостаток в межзвездном газе [170].

Наиболее обильными в пылинках являются элементы вплоть до железа и никеля и следующие вещества: силикаты типа SiC, металлосиликаты типа $MgSiO_3$ и $MgFeSiO_3$, графит (углерод), льды типа CO, H_2O, CH_4, NH_3. Согласно [56], наиболее вероятные радиусы графитовых частиц 0,05 – 0,2 мкм, металлических частиц – порядка 0,1 мкм, частиц с ледяной оболочкой – до 0,5 мкм.

В [125] описана модель пыли, состоящей из силикатных частиц с радиусом 0,07 мкм и графитовых частиц с радиусом 0,065 мкм, а в [376] рассматриваются пылинки с радиусами 0,01 – 0,2 мкм из силикатов, графита и железа.

По данным из [193], межзвездное поглощение излучения создается:

в ультрафиолетовой области – графитовыми частицами с радиусами 0,01 – 0,02 мкм и силикатными сферическими частицами с радиусами 0,005 – 0,01 мкм;

в видимой и инфракрасной областях спектра – частицами с радиусами 0,1 – 0,15 мкм с силикатным ядром и оболочкой из летучих элементов, металлов и окислов. Число этих частиц в 1000 раз меньше, чем частиц с радиусом 0,01 мкм.

Выпишем радиусы для космической пыли из распределения по размерам (261) в микрометрах: r = 0,0139 – 1,09 мкм, откуда видно, что диапазон изменения величины r близок к величинам радиуса пылинок в моделях космической пыли, рассмотренных выше. Найдем массы пылинок, считая их однородными сферами с плотностью, характерной для веществ на Земле:

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = 10^{-20} - 5\cdot10^{-14}\ \text{кг}, \tag{281}$$

где $\rho = 10^3 - 10^4$ кг/м^3 – плотность вещества,

r – радиус пылинок согласно (261).

Заметим, что массы (281) практически совпадают с массами пылинок в распределении по массам (259). Если разделить массы пылинок (281) на массу протона, можно оценить количество нуклонов в пылинках. Однако для сравнения с массами галактик, которые обычно выражают в массах Солнца, определим массы пылинок в единицах массы изотопа атома кислорода ^{18}O, являющегося аналогом Солнца. Масса этого изотопа равна:

$$M_O = 18M_U = 3\cdot10^{-26}\ \text{кг},$$

где M_U – атомная единица массы.

Массы пылинок (281) в единицах M_O будут равны:

$$m = (3{,}3\cdot10^5 - 1{,}7\cdot10^{12})M_O. \tag{282}$$

С другой стороны, для галактик из распределения масс (273) следует:

$$M = (4{,}43\cdot10^6 - 1{,}7\cdot10^{12})M_C, \tag{283}$$

где M_C – масса Солнца.

Из (282) и (283) видно, что количество атомов в пылинках совпадает с числом звезд в галактиках, так что эти обьекты в какой-то степени подобны друг другу. Однако силы притяжения между атомами и молекулами зависят от расстояния совсем не так, как гравитационные силы между звездами. В результате, если радиус пылинок в (261) находится путем умножения размера атомных ядер на $Д_P^4$, то размер галактик в (278) находится путем умножения радиуса планет и звезд на $Д_P^6$, где $Д_P$ – множитель прогрессии размеров (260). Интересно, что пылинки могут иметь вид плотной сферы, неправильную форму умеренной плотности или быть крайне неправильными и очень рыхлыми. Аналогично, галактики бывают шаровыми типа Ео, эллиптическими типа Е, спиральными (в виде диска) типа S, линзообразными типа S0, неправильными типа Ir, а также встречаются взаимодействующие галактики в разных сочетаниях и различных типов.

Обратимся к магнитным свойствам пылинок. Наблюдаемая поляризация света звезд может появиться лишь при рассеянии на несферических ориентированных частицах. Ориентация пылинок магнитным полем в спиральных рукавах Галактики подтверждается одинаковым направлением поляризации излучения звезд вдоль рукавов. Величина напряженности магнитного поля в диске Галактики по [162] равна $(1,6-2,4)\cdot 10^{-4}$ А/м.

Согласно [45], пылинки могут нести на себе электрический заряд 1 — 100 зарядов электрона, возникающий от налипания электронов или фотоэффекта, и быстро вращаются из-за ударов от частиц окружающего газа. В результате эффекта Барнетта создается магнитный момент пылинки величиной 10^{-24} – 10^{-18} Дж/Тл, который ориентирует пылинку во внешнем магнитном поле [29].

Мелкие сферические пылинки поглощают и рассеивают свет, но в поляризацию вклада не дают. По данным из [70], спины пылинок массой 10^{-17} кг равны $5\cdot 10^{-28}$ – $5\cdot 10^{-26}$ Дж·с.

На рисунке 55 представлена зависимость магнитного момента от спина для электрона, протона, космической пыли (в диапазоне масс около 10^{-17} кг), Луны,

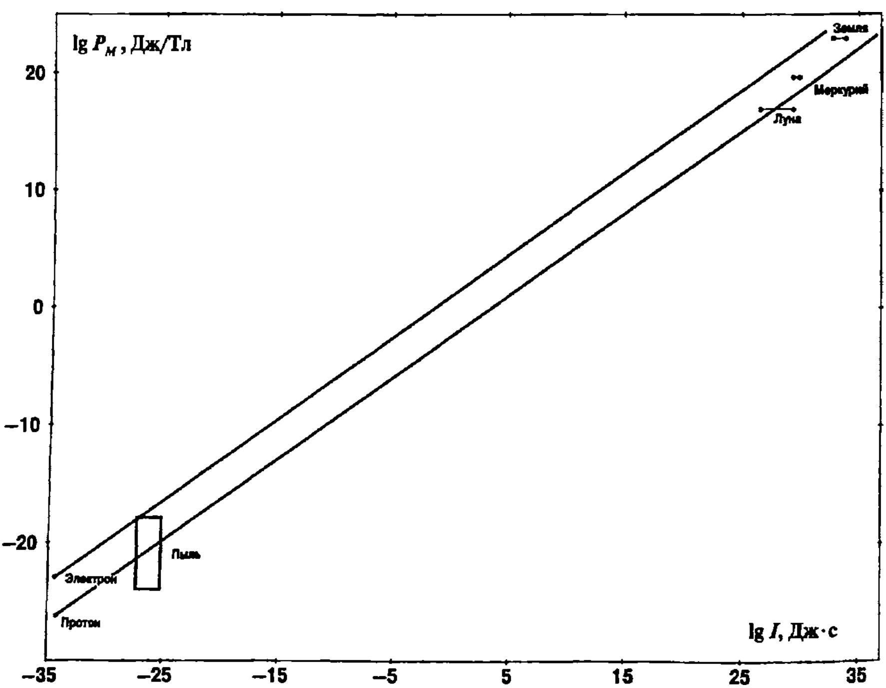


Рис. 55. Зависимость магнитного момента от спина для электрона, протона, космической пыли (в прямоугольнике), Луны, Меркурия и Земли. У планет представлены точки для спинов их ядер и полных планетных спинов.

Меркурия и Земли. Прямые проведены так, чтобы между ними попали магнитные моменты планет, причем точками указаны спины ядер планет и их полные спины (смотри § 16). Если сравнить рисунок 40, показывающий зависимость магнитного момента от спина для планет, звезд и Галактики, с рисунком 55, то выяснится, что наклоны прямых не совпадают – они равны 1 и 0,7 соответственно. Следовательно, зависимости магнитный момент–спин имеют вид:

$$P_M \sim I \quad \text{для планет, звезд, Галактики,} \tag{284}$$

$$P_M \sim I^{0,7} \quad \text{для обьектов от молекулярных комплексов до малых планет.} \tag{285}$$

В чем же причина разных зависимостей магнитного момента от спина в (284) и (285)?

Рассмотрим вначале небольшие обьекты от молекулярных комплексов вплоть до астероидов, в которых сцепление частиц друг с другом происходит за счет молекулярных сил, а обычные гравитационные силы еще слабы. При вращении тела сила сцепления должна превышать центростремительную силу, иначе тело будет разорвано, в предельном случае имеем:

$$F_{мол} \sim \frac{m v^2}{r}, \quad \text{или} \quad v \sim r^{0,5}, \tag{286}$$

здесь $F_{мол}$ – молекулярная сила сцепления тела с маленькой частичкой, имеющей массу m; предполагается, что отношение $F_{мол}/m$ является константой,

v – предельная экваториальная скорость вращения частички с массой m,

r – радиус тела.

По определению, спин тела пропорционален его массе, радиусу и скорости вращения:

$$I \sim M v r.$$

Считая, что радиус и масса тела связаны соотношением $r \sim M^{1/3}$, с учетом (286) для предельного спина найдем:

$$I \sim M r^{0,5} r \sim M^{1,5}$$

Тогда из (285) получим:

$$P_M \sim (M^{1,5})^{0,7} \sim M. \tag{287}$$

Пропорциональность магнитного момента и массы в (287) можно обьяснить тем, что чем больше масса тела, тем больше в нем элементарных атомных магнитных моментов. При вращении тела в нем возникает намагниченность за счет ориентации атомных магнитных моментов вдоль оси вращения (эффект Барнетта, смотри, например [45], [84]) и создается магнитный момент. Хотя результат (287) получен для режима предельного вращения, он является справедливым для значительной части рассматриваемых тел из-за перераспределения большой кинетической энергии движения в энергию вращения при соударениях тел.

Для обьектов от планет до галактик условие стабильности тела связано с гравитационной силой:

$$E_{гр} = F_{ц} \quad \text{или} \quad \frac{\gamma M m}{R^2} = \frac{m V^2}{R} \quad \text{или} \quad V = (\gamma M/R)^{0,5}, \tag{288}$$

где $F_{гр}$ – гравитационная сила,

$F_{ц}$ – центростремительная сила,

γ – гравитационная постоянная,

M – масса тела,
m – масса маленькой частички на экваторе тела,
R – радиус тела,
V – экваториальная скорость вращения тела.

Так как $R \sim M^{1/3}$, то с учетом (288) для спина тела находим:

$$I \sim MVR \sim M^{5/3}.$$

Отсюда согласно (284) получается связь между магнитным моментом и массой:

$$P_M \sim M^{5/3}. \tag{289}$$

Несовпадение (287) и (289) говорит о разных механизмах генерации магнитного поля. В жидком ядре Земли, в плазме звезд за счет гравитационных и ядерных сил, а в галактиках – благодаря излучению звезд, вспышкам новых и сверхновых, энергии вращения вырожденных обьектов – образуются потоки заряженных частиц, электрические токи и магнитные поля. С помощью теории гидромагнитного динамо выводится соотношение (118) для магнитного момента:

$$P_M \sim \rho^{0,5}\omega R^4,$$

где ρ – плотность вещества,
ω – угловая частота вращения тела,
R – радиус тела.

Учитывая, что $\rho \sim \frac{M}{R^3}$, $\omega = V/R$, а также соотношения (288) и $R \sim M^{1/3}$, для магнитного момента получается:

$$P_M \sim M^{4/3},$$ что находится посередине между (287) и (289).

Следовательно, в гравитационно связанных космических обьектах работает механизм гидромагнитного динамо, более эффективный, чем механизм в эффекте Барнетта.

Сравним теперь галактики и космические пылинки с точки зрения их химического состава. Выше уже говорилось, что пылинки состоят из силикатов, графита и льдов, и из наиболее распространенных химических элементов:

$$\text{H, C, N, O, Mg, Si, S, Fe.} \tag{290}$$

С другой стороны, как показано в § 20, наша Галактика в основном состоит из звезд, являющихся аналогами химических элементов в ряде (290), поскольку распространенность звезд той или иной массы подобна распространенности химических элементов. Отношение массы галактик к их светимости в солнечных единицах, то есть выражение вида:

$$f = \frac{M L_C}{L M_C}, \tag{291}$$

где M_C, L_C – масса и светимость Солнца соответственно, изменяется приблизительно в пределах 1 – 10 для неправильных галактик, 7 – 25 для спиральных галактик и 15 – 90 для эллиптических галактик. С помощью этих данных можно оценить массы звезд, вносящих наибольший вклад в отношение f. Из Таблицы 8 находим, что в неправильных галактиках средняя величина f соответствует массам звезд от 1 M_C до 0,45 M_C, в спиральных – от 0,5 M_C до 0,28 M_C, в эллиптических – от 0,37 M_C до 0,13M_C, и тем самым маломассивные звезды преобладают (в этой оценке использованы данные только для звезд главной последовательности, без учета субгигантов и гигантов). В целом получается, что галактики состоят в основном из таких звезд, смесь которых является аналогом тех же силикатов, графита и льдов, составляющих пылинки.

б) Звезды и галактики. Некоторые аналогии.

1. Рассмотрим гравитационно связанные обьекты, начиная со звезд. По данным Таблицы 8 на рисунке 56 представлена зависимость средней плотности звезд главной последовательности от их радиуса, выраженного в единицах солнечного радиуса. Поскольку зависимость почти линейна в логарифмических координатах, то для плотности ρ можно написать:

$$\rho = 1600\left(\frac{R_S}{R_C}\right)^{-1,68} \text{ кг/м}^3, \tag{292}$$

здесь R_S – радиус звезды,

R_C – радиус Солнца,

(– 1,68) – наклон прямой на рисунке 56.

Надо заметить, что как правило почти все зависимости каких-либо параметров от характерных размеров тел являются гладкими функциями. Дело в том, что размеры тел растут гораздо медленнее, чем например, масса, и все неоднородности сглаживаются.

Зависимость пространственной плотности галактик от их радиуса исследовалась многими астрономами, обсуждение вопроса можно найти в [150]. Согласно [266], для галактик выполняется следующее соотношение:

$$\rho \sim R^{-1,7}, \tag{293}$$

где ρ – средняя плотность галактики,

R – радиус галактики.

Соотношение (293) справедливо и для скоплений галактик. Фактически вид зависимостей (292) и (293) совпадает, что является следствием того, что главной силой в рассматриваемых системах является гравитация, а сами обьекты не вырожденны и квантовые эффекты еще не существенны. Таким образом, зависимость плотности космических тел от их радиуса дает возможность выделить группы однородных обьектов. Рассматривая на этой зависимости участки, где выполняется соотношение типа

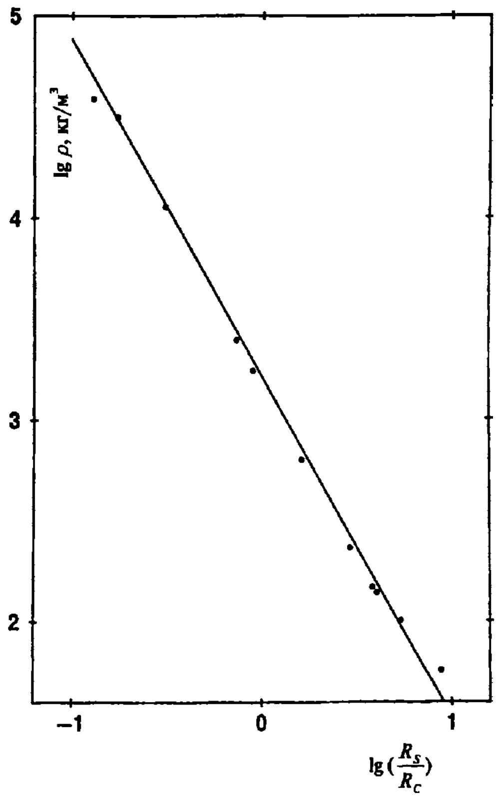


Рис. 56. Средняя плотность звезд главной последовательности в зависимости от радиуса. Наклон прямой равен (– 1,68).

(293), можно найти соответствующие радиусы тел, которые приблизительно совпадают с распределением по размерам (278).

2. Сравним различные типы звезд и галактик по энергетическим параметрам и другим характерным свойствам. Назовем относительной энергией связи отношение полной энергии звезды (или галактики) к ее энергии покоя:

$$\varepsilon = \frac{E}{(-Mc^2)}, \tag{294}$$

где E – полная энергия без учета энергии покоя,
M – масса покоя звезды (или галактики),
c – скорость света.

Для звезд главной последовательности согласно (73) имеем:

$$E = -MC^2(A/Z)^2, \tag{295}$$

здесь M – масса звезды,
C – звездная скорость по (45),
A – массовое число звезды, $A = 18\frac{M}{M_C}$,
M_C – масса Солнца,
Z – зарядовое число звезды (находится в Таблице химических элементов по известному массовому числу A).

Подставляя (295) в (294), для звезд главной последовательности получаем:

$$\varepsilon = (\frac{CA}{cZ})^2.$$

Оценки ε для p-звезды ($M = 0{,}056\ M_C$, $A = 1$, $Z = 1$) и для звезды массой $14{,}5\ M_C$, $A = 261$, $Z = 107$, дают $5{,}4 \cdot 10^{-7}$ и $3{,}2 \cdot 10^{-6}$ соответственно.

Для белых карликов и нейтронных звезд с учетом данных из § 30 для полной энергии можно записать:

$$E = -MV_i^2, \tag{296}$$

где M – масса звезды,
V_i – характерная скорость частиц в звезде.

Относительная энергия связи будет равна:

$$\varepsilon = (\frac{V_i}{c})^2.$$

Граничные значения масс, характерных скоростей и относительных энергий связи получаются следующие:

Тип звезды	Масса, M_C	Скорость V_i, км/с	Относительная энергия связи
Белые	0,166	931	$9{,}6 \cdot 10^{-6}$
карлики	1,22	3946	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$
Нейтронные	> 0,1	16711	$3{,}1 \cdot 10^{-3}$
звезды	~ 2,2	70781	$5{,}6 \cdot 10^{-2}$

В ходе эволюции за счет работы гравитационных сил растет плотность ядра звезды и относительная энергия связи.

Для галактик относительная энергия связи близка к величине 10^{-6} [193], тем самым большинство галактик подобны звездам главной последовательности. Однако по ряду признаков можно предположить, что среди галактик можно найти такие, которые по своим энергетическим свойствам напоминают белые карлики и может быть даже нейтронные звезды. Точнее, надо говорить об ядрах активных галактик.

Заметим, что звезды содержат $10^{55} - 10^{58}$ нуклонов, а нормальные (некарликовые) галактики – только $10^{10} - 10^{13}$ звезд. В результате ядра звезд скрыты от нас плотной оболочкой, в то время как ядра галактик наблюдаются довольно легко. Значительная часть энергии в активных галактиках генерируется в их ядрах, где благодаря ускоренной эволюции должно быть много белых карликов и нейтронных звезд. Взаимодействие этих обьектов друг с другом и аккреция межзвездного газа приводят к вспышкам новых, сверхновых, гравитационному коллапсу, где и выделяется энергия. В некоторых случаях возможен периодический процесс усиленного звездообразования: газ накапливается в ядре, рождаются массивные звезды, быстро эволюционирующие до белых карликов и нейтронных звезд, активность ядра галактики приводит к выбросу газа на периферию и звездообразование затухает до следующего цикла. Такие галактики похожи на пульсирующие или переменные звезды. В звездах источником энергии являются ядерные реакции – термоядерный синтез легких элементов, деление и распады радиоактивных тяжелых элементов (в сверхновых). В звездах малой массы преобладает p-p цикл, итогом которого является образование гелия из четырех протонов, в звездах с массой более 1,2 M_C становится существенным CNO цикл.

Аналогичные свойства имеют и галактики в отношении звезд. Например, если представить себе слияние четырех p-звезд, каждая из которых имеет массу 0,056 M_C и светимость 0,0001 L_C согласно Таблице 8, то в результате получается звезда с массой 0,22 M_C и светимостью 0,0056 L_C, так что общая светимость значительно увеличивается. Другой пример: в массивную звезду влетает белый карлик или нейтронная звезда (подобно нуклонам в ядерных реакциях). Неизбежным финалом будет либо мощный выброс вещества из звезды либо ускоренный коллапс и сверхновая.

С целью сопоставления в Таблицах 54, 55 приведены характерные свойства и светимости звездных и галактических обьектов по данным [52], [55], [85], [86], [125], [193], [222].

Таблица 54

Характерные свойства звездных обьектов.

Обьект	**Источник энергии**	**Характерные свойства**	**Светимость, Вт**
Звезды главной последовательности	Водородный цикл	Долговременная стабильность	$4 \cdot 10^{22} - 4 \cdot 10^{31}$
Звезды Вольфа-Райе	Горение гелия, углерода и т.д.	Масса V 444 Cyg ~ 10 M_C, $R = 3 R_C$, температура до 90000 К. Имеют расширяющиеся оболочки.	$2 \cdot 10^{32}$
Вспыхивающие звезды	Тепловая, магнитная энергии	Длительность вспышек до 1 минуты. Радио и рентгеновское излучение.	$10^{21} - 10^{29}$

Таблица 54. Продолжение.

Обьект	Источник энергии	Характерные свойства	Светимость, Вт
Белые карлики	Тепловая энергия ионов	Вырожденные плотные звезды. Размеры $3{,}8\cdot10^6$ – $1{,}5\cdot10^7$ метра.	$4\cdot10^{22}$ – $4\cdot10^{26}$
Новоподобные звезды	Термоядерные реакции на поверхности звезды	Аккрецирующие маломассивные белые карлики.	10^{27} – 10^{28}
Повторные новые	То же	То же	10^{28} – 10^{29}
Новые	То же	Возможен сброс оболочки в виде полярных струй или джетов. Радиоизлучение оболочки.	10^{30} – $4\cdot10^{32}$
Ядра планетарных туманностей	Ядерные реакции с тяжелыми элементами	Температура до 70000 К.	до 10^{31}
Сверхновые звезды	Гравитация, ядерные реакции	Выброс оболочки с большими скоростями. Возможно образование нейтронной звезды. Долговременные источники радиоизлучения.	10^{34} – $4\cdot10^{36}$
Радиопульсары	Вращение, магнитное поле	Нейтронные звезды, характерный размер 10 км. Увеличение периода вращения со временем. Сильное поляризованное радиоизлучение.	до 10^{31}
Рентгеновские пульсары	То же	Аккрецирующие нейтронные звезды с большим магнитным полем и ускорением вращения. Возможно образование джетов	$4\cdot10^{29}$ – 10^{31}
Рентгеновские барстеры	Ядерные реакции на поверхности звезды	Частые вспышки с периодом между ними порядка часов и суток.	10^{29} – 10^{31}
Гамма-барстеры	То же	Однократные мощные импульсы длительностью до 1 секунды, серии импульсов общей длительностью несколько десятков секунд.	~ 10^{33}

Таблица 55.

Характерные свойства активных галактик.

Обьект	**Источник энергии**	**Характерные свойства**	**Светимость, Вт**
Нормальные галактики	Излучение звезд	Постоянная светимость. Излучение ядра невелико по отношению к светимости всей галактики.	Оптическая: $7\cdot10^{35}-3\cdot10^{37}$ Радио: до $5\cdot10^{31}$
cD-галактики	Излучение звезд	Гигантские Е-галактики, обычно в центре скоплений галактик	10^{38}
Сейфертовские галактики	Излучение звезд, взрывы новых, сверхновых	Sa,Sb-галактики средних масс с ярким ядром. Эмиссионный спектр как у планетарных туманностей. Радио и инфракрасное излучение. Истечение вещества без джетов.	Общая: $10^{36}-10^{38}$ Радио: $10^{31}-10^{34}$ Рентген: $10^{35}-10^{38}$
Радиогалактики	Быстрые частицы в плазменных облаках	Излучение от биполярных выбросов из Е-галактик или из их ядер. Поляризация радиоизлучения ~10 %, магнитные поля в выбросах.	Радио: $10^{31}-10^{37}$
Радиоспокойные квазары QSG	Излучение звезд, взрывы новых, сверхновых, гравитационная энергия	Активные ядра S-галактик. Избыток излучения в ультрафиолете.	$2\cdot10^{36}-4\cdot10^{39}$
Лацертиды типа BL Lac	Столкновения звезд, аккреция на компактные обьекты	Сильная переменность блеска. Непрерывный спектр, эмиссионные линии очень слабы. Поляризация излучения до 40 %, большие магнитные поля. Похожи на квазары QSS.	Общая: до $2\cdot10^{40}$
Квазары QSS	То же	Очень яркие ядра гигантских Е-галактик. Эмиссионные спектры. Интенсивное синхротронное радио и инфракрасное поляризованные излучения. Выбросы из ядра. Переменность излучения.	Общая: $10^{38}-10^{41}$ Радио: до 10^{38}

Список основных предполагаемых источников энергии в Таблице 55 может потребовать коррекции в связи с тем, что мы еще не до конца понимаем роль отдельных источников в ходе эволюции галактик. Сравнивая Таблицы 54 и 55, можно сделать следующие выводы:

– Светимость звездных обьектов меняется от $4 \cdot 10^{22}$ до $4{,}5 \cdot 10^{36}$ Вт или на 14 порядков, в то время как светимость больших галактик изменяется немногим больше, чем на 5 порядков. Причина заключается в том, что светимость галактик определяется главным образом числом звезд, а не их взаимодействием. Если в звездах главной последовательности ядерная энергия переходит в тепловую энергию частиц, предотвращая коллапс звезды, то в галактиках лишь вращение звезд противостоит гравитационному сжатию. Поэтому галактики больше похожи на вырожденные компактные обьекты с той разницей, что на последние газ аккрецирует снаружи, в то время как в галактиках газ распространяется внутри по всему обьему, вызывая звездообразование и активность ядер галактик. Сравнивая светимости аккрецирующих белых карликов и нейтронных звезд, находим, что они отличаются на 5–6 порядков, как и светимости активных галактик.

– Радиоизлучение в звездных и галактических системах связано с быстрыми потоками горячего вещества, релятивистскими частицами и магнитными полями. Характерным является наличие симметричных выбросов (джетов), что возможно лишь при взрывном и направленном выделении энергии, например, ядерный взрыв в сильном магнитном поле компактного обьекта или столкновение множества звезд в галактиках.

Очевидно, что чем больше в ядре галактики компактных обьектов типа белых карликов и нейтронных звезд, чем больше имеется в галактике газа и сталкивающихся обьектов, тем более активной может быть данная галактика. Так, источник нетеплового радиоизлучения в области Sgr A West в ядре нашей Галактики имеет размеры порядка 10^{-4} пк, а его обьемная светимость равна обьемной светимости ядер квазаров [193]. Однако активные ядра квазаров имеют значительно большие массы и обьемы, что и определяет их огромную светимость.

Как видно из Таблицы 55, максимальной радиосветимостью обладают эллиптические галактики, которые в целом имеют слабое вращение. Следовательно, орбиты звезд могут лежать в разных плоскостях и пересекаться в плотном ядре. Поскольку кинетические энергии движения звезд почти равны их собственной внутренней энергии, при столкновении звезд может быть выделена вся эта энергия. Наибольший эффект должен получиться при прямых столкновениях галактик. По данным из [86], 30 % квазаров взаимодействует с соседними галактиками, а в обычных взаимодействующих галактиках скорость звездообразования и активность ядер увеличивается в 3 раза.

в) Массы, радиусы и светимости галактик.

Как известно, наиболее точно массы галактик находятся с помощью кривых собственного вращения и по орбитальному вращению в парах галактик. Обратимся к каталогу [85], где приведена сводка индивидуальных оценок массы у 227 компонентов изолированных пар галактик, а также их размеры и светимости. При одном и том же значении массы галактики разброс значений радиусов рассматриваемой группы галактик достигает ±40 %, а светимость может отличаться на порядок. Средние значения параметров нормальных (не-карликовых) галактик по данным из [85] приведены в Таблице 56.

Таблица 56

Средние параметры нормальных галактик.

Масса, $M/(10^{10}\cdot M_C)$	Оптический радиус, кпк	Светимость, $L/(10^9\cdot L_C)$
0,815	2,5	1,8
1	2,9	2,3
2	4,6	4,7
4	6,8	8,3
8	9,3	14,5
10	10,3	17
20	13,4	27,5
40	17,4	43
80	23	64
100	25,2	71
170	31,2	99

В Таблице 56 выделены масса $M_{pr} = 8{,}15\cdot10^9 M_C$ (минимальная масса нормальных галактик по (275)) и масса $1{,}7\cdot10^{12} M_C$, соответствующая массе звезды 11,6 M_C согласно распределению масс (273). Для p-галактики с массой M_{pr} в Таблице 56 получается оптический радиус $R_{Opr} = 2{,}5$ кпк. Найдем радиус p-галактики R_{pr} по теории подобия, для чего умножим радиус p-звезды на множитель прогрессии $Д_P$ в шестой степени согласно распределению по размерам (278):

$$R_{pr} = R_{PS}\,Д_P^6 = 544\,\text{пк}, \qquad (297)$$

где R_{PS} – радиус p-звезды из (252),

$Д_P$ – множитель прогрессии размеров из (260).

Сравнивая R_{pr} и R_{Opr}, находим, что наблюдаемые оптические радиусы галактик с массой M_{pr} в среднем в 4,6 раза больше, чем величина R_{pr} по теории подобия. Чтобы понять такую разницу в размерах, обратим внимание на то, что вблизи массы M_{pr} встречаются в основном спиральные галактики, которые при массе менее M_{pr} практически исчезают и переходят в карликовые эллиптические галактики типа dE. Поскольку спиральные галактики довольно плоские системы, их необходимо характеризовать по крайней мере двумя радиусами – одним в плоскости спирали, показывающим размер диска, а другой радиус должен давать высоту диска. Из-за большой сплюснутости спиралей эти радиусы сильно различаются. Например, для нашей Галактики согласно [3] диаметр диска равен 30 кпк, а его высота – 2,5 кпк.

В Таблице 56 оптические радиусы определялись на уровне яркости 25^m /кв. сек и являются наибольшими радиусами. Естественно, что в таком случае оптический радиус R_{Opr} будет превышать радиус R_{pr}, найденный по теории подобия для шарообразных тел.

Сравним теперь размеры массивных галактик. Согласно распределениям по массе и размерам (273) и (278), у галактики с массой $1{,}7\cdot10^{12} M_C$ должен быть радиус 29,1 кпк, а в Таблице 56 мы находим радиус 31,2 кпк. Близость данных величин обьясняется тем, что при больших массах обычно встречаются только эллиптические галактики, форма которых приближается к шару.

г) Полные энергии галактик.

Согласно (86) и (50), для полной энергии звезд главной последовательности были найдены следующие соотношения:

$$E = \frac{U}{2} = -\frac{K\gamma M^2}{2R} = -MC^2(A/Z)^2, \qquad (298)$$

где E – полная энергия звезды,
U – гравитационная энергия,
K – коэффициент порядка единицы,
γ – гравитационная постоянная,
M – масса звезды,
R – радиус звезды,
$C = 220$ км/с – звездная скорость,
A и Z – массовое и зарядовое числа звезды (диапазон $A/Z = 1 - 2,6$).

В § 18 соотношение типа (298) было использовано для оценки полной энергии нашей Галактики и показало удовлетворительную точность. Если подставить в (298) вместо M, R соответственно массы и радиусы галактик из Таблицы 56, можно было бы проверить это соотношение и для других галактик. Однако, как было показано в предыдущем разделе, из-за несферичности большинства галактик оптические радиусы в Таблице 56 превышают среднегеометрические радиусы галактик и оценки полной энергии будут неточными. Лишь у самых больших галактик оптические радиусы близки к радиусу шара, поэтому сделаем оценку полной энергии для галактики с массой $M = 1{,}7\cdot10^{12}\, M_C$ и радиусом 31,2 кпк. Массовое число этой галактики по (277) будет равно:

$$A = \frac{M}{M_{pг}} \sim 209,$$

здесь $M_{pг}$ – масса р-галактики (275).

Величина Z по Таблице химических элементов получается около 83. Неизвестными величинами в (298) являются коэффициент K и скорость C. Полагая, что для галактик, как и для звезд скорость $C = 220$ км/с (это справедливо для нашей Галактики согласно (131)), найдем величину K:

$$K = \frac{2RC^2(A/Z)^2}{\gamma M} = 2{,}6.$$

Для шара с однородной плотностью вещества интегрирование в формуле (36) дает коэффициент $K = 0{,}6$, если же плотность вещества растет по направлению к центру шара, то растет гравитационная энергия и коэффициент K. Например, для Солнца $K \sim 1{,}5$, а отношение плотности в центре Солнца к общей средней плотности составляет величину около 100 [186]. В то же время в галактиках отношение центральной плотности к средней плотности достигает величины 10^6 и более (смотри рисунок 46 для нашей Галактики и § 21, где плотность вещества Галактики $\rho = 6\cdot10^{-12}$ кг/м^3 при $R = 0{,}047$ пк, $\rho = 8\cdot10^{-15}$ кг/м^3 при $R = 2{,}1$ пк, а средняя плотность Галактики по (154) и (155) равна $\rho = 2{,}2\cdot10^{-21}$ кг/м^3). Гравитационное скучивание в галактиках выражено гораздо сильнее, чем в звездах главной последовательности, в которых оно уравновешено давлением плазмы. Поэтому коэффициент $K = 2{,}6$ для рассматриваемой галактики вполне возможен. Для полной энергии галактики согласно (298) получается:

$$E = -1{,}04\cdot10^{54}\ \text{Дж}. \qquad (299)$$

д) Моменты импульса.

Вращение является основной формой периодического движения в Галактике – звезды вращаются вокруг своей собственной оси, около центра масс в двойных и кратных системах, в скоплениях звезд, участвуют в общем вращении Галактики, создавая ее спин.

Стандартной мерой момента импульса звезд и планет является звездная постоянная $\hbar_S = 2{,}8\cdot10^{41}$ Дж·с (98).

Используя (96) и (97), найдем коэффициент подобия по моментам импульса между атомными и звездными системами:

$$K_\hbar = \frac{\hbar_S}{\hbar} = \Phi S_0 P_0 = 2{,}655\cdot10^{75}, \qquad (300)$$

где $\hbar_S$ – звездная постоянная,
$\hbar$ – постоянная Планка,
Φ, S_0, P_0 – коэффициенты подобия по массе, скоростям и размерам по (11), (46), (64) соответственно.

Предположим, что для моментов импульсов справедливо распределение в виде геометрической прогрессии, как и для масс, размеров и скоростей в §§ 29, 30. Тогда множитель прогрессии для момента импульса будет равен:

$$Д_\hbar = (K_\hbar)^{1/5} = 1{,}216\cdot10^{15} \qquad (301)$$

Умножим $\hbar_S$ на $Д_\hbar$:

$$\hbar_0 = \hbar_S Д_\hbar = 3{,}4\cdot10^{56}\ \text{Дж·с}. \qquad (302)$$

Оказывается, что величина $\hbar_0$ характеризует орбитальное вращение звезд в Галактике и близка к значению предельного орбитального момента импульса. Кроме этого, $\hbar_0$ входит в соотношение неопределенностей Гейзенберга для звезд (смотри § 23 и (210)).

Подчеркнем существенное различие между атомными и звездными системами: постоянная Планка описывает орбитальное и спиновое вращение электронов и спины ядер, а для характеристики звездных систем нужны две постоянные – звездная постоянная $\hbar_S$ для оценки орбитальных моментов планет и спинов звезд, и орбитальная постоянная $\hbar_0$ для описания орбитального вращения звезд в галактиках.

Появление второй постоянной связано с тем, что галактики, в отличие от пылинок, представляют собой вращающиеся сгустки «твердого» звездного газа (смотри § 21), уравновешенного силами гравитационного притяжения.

Найдем теперь величину момента импульса, которая характеризовала бы собственное вращение или спин галактик. Согласно (252) для р-звезды имеем:

$$h_S = M_{PS} R C,$$

где h_S – звездная постоянная,
M_{PS} – масса р-звезды,
R – радиус р-звезды,
C – звездная скорость.

Соотношение для р-галактики аналогично:

$$h_{P\Gamma} = M_{P\Gamma} R_{P\Gamma} C, \qquad (303)$$

здесь $h_{P\Gamma}$ – характерный момент импульса р-галактики,
$M_{P\Gamma}$ – масса р-галактики по (275),
$R_{P\Gamma}$ – характерный радиус р-галактики,
C – звездная скорость.

Мы используем в (303) звездную скорость C, поскольку она является характерной скоростью звезд в галактиках и позволяет расчитывать полные энергии галактик по формуле типа (298).

Радиус p-галактики по теории подобия равен 544 пк согласно (297), а оптический радиус из Таблицы 56 – 2, 5 кпк. В результате из (303) получаем:

$$h_{pr} = 5{,}99\cdot 10^{64} - 2{,}75\cdot 10^{65}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \tag{304}$$

В работе [86] по известным массам галактик и скоростям их вращения были найдены спины галактик и построены зависимости удельного спина от массы для карликовых галактик, нормальных Sc–галактик и эллиптических галактик.

Данные зависимости приведены на рисунке 57. Верхняя кривая для карликовых и Sc-галактик испытывает излом около массы $10^{10}\,M_C$ (сравни с массой $M_{pr} = 8{,}15\cdot 10^9\,M_C$ для p-галактики, которая разделяет карликовые и нормальные галактики). Для полного спина галактик получаются следующие зависимости:

$$I \sim M^{1,7} \quad \text{для Sc-галактик, масса} > 10^{10}\,M_C, \tag{305}$$

$$I \sim M^{11/6} = M^{1,83} \quad \text{для карликовых галактик, масса} < 10^{10}\,M_C. \tag{306}$$

Учитывая, что удельный спин нашей Галактики $K_r = 3{,}24\cdot 10^{25}$ м^2/с по данным [86], оценка спина галактики с массой M_{pr} по верхней кривой на рисунке 57 дает:

$$I_{pr} = 7\cdot 10^{64}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

Если считать, что $h_{pr} = 4\pi I_{pr}$, то тогда для h_{pr} получим:

$$h_{pr} = 8{,}8\cdot 10^{65}\ \text{Дж}\cdot\text{с}. \tag{307}$$

Сравнивая (304) и (307), находим разброс величины h_{pr} приблизительно в 10 раз.

В § 15 были найдены зависимости спина планет и звезд от их массы, которые оказываются близкими к зависимостям (305), (306). Так, если считать, что орбитальный момент планет и спин звезд получились при перераспределении вращательного момента протопланетной системы, то согласно (113) выполняется соотношение:

$$I_S + L \sim M^{5/3} = M^{1,66}, \tag{308}$$

где I_S – спин звезды,
L – орбитальный момент планет, вращающихся вокруг звезды,
M – масса звезды.

В отличие от планетных систем звезд, карликовые галактики находятся близко к большим галактикам, их орбитальный момент сравнительно невелик по отношению к спину больших галактик, поэтому соотношение (305) приблизительно совпадает с (308) и без вклада орбитальных моментов карликовых галактик. Зависимость спина планет Солнечной системы от массы, приведенная на рисунке 23, имеет наклон 1,88 , так что для спина планет имеем:

$$I_{пл} \sim M_{пл}^{1,88},$$

где $M_{пл}$ – масса планеты.

Данное соотношение почти совпадает с (306), показывая подобие между планетами и карликовыми галактиками.

В заключение сделаем оценки разными способами характерного момента импульса для нашей Галактики. Не все эти оценки совпадут, что обусловлено несферичностью Галактики и соответственно неполным подобием со звездами.

1. По определению в § 23 для характерного момента имеем:

$$L_X = 4\pi I,$$

где I – спиновый момент.

В применении к атомным системам минимальный спин частиц $I = \hbar/2$, а характерный момент $L_X = h$, где h – постоянная Планка, $\hbar = h/(2\pi)$. Для нашей Галактики записываем аналогичное соотношение:

$$L_{X\Gamma} = 4\pi I_\Gamma,$$

где I_Γ – спин Галактики.

Согласно [86] $I_\Gamma = 9{,}7\cdot10^{66}$ Дж·с, а из рисунка 39 при массе Галактики $M_\Gamma = 1{,}6\cdot10^{11}\, M_C$ находим $I_\Gamma = 1{,}78\cdot10^{67}$ Дж·с. Тогда для $L_{X\Gamma}$ получим:

$$L_{X\Gamma} = (1{,}22 - 2{,}24)\cdot10^{68}\text{ Дж·с}. \qquad (309)$$

2. Используя (303), для Галактики находим:

$$L_{X\Gamma} \sim M_\Gamma R_\Gamma C = 3{,}26\cdot10^{67}\text{ Дж·с}, \qquad (310)$$

здесь $M_\Gamma = 1{,}6\cdot10^{11}\, M_C$ – масса Галактики,

$R_\Gamma = 15$ кпк – радиус Галактики,

$C = 220$ км/с – звездная скорость.

3. Величина $L_{X\Gamma}$ является предельным значением спина нашей Галактики, а величина $\hbar_O$ из (302) – предельным орбитальным моментом звезд в галактиках. Тогда эти величины связаны между собой:

$$L_{X\Gamma} = N\hbar_O,$$

здесь N – число звезд в Галактике.

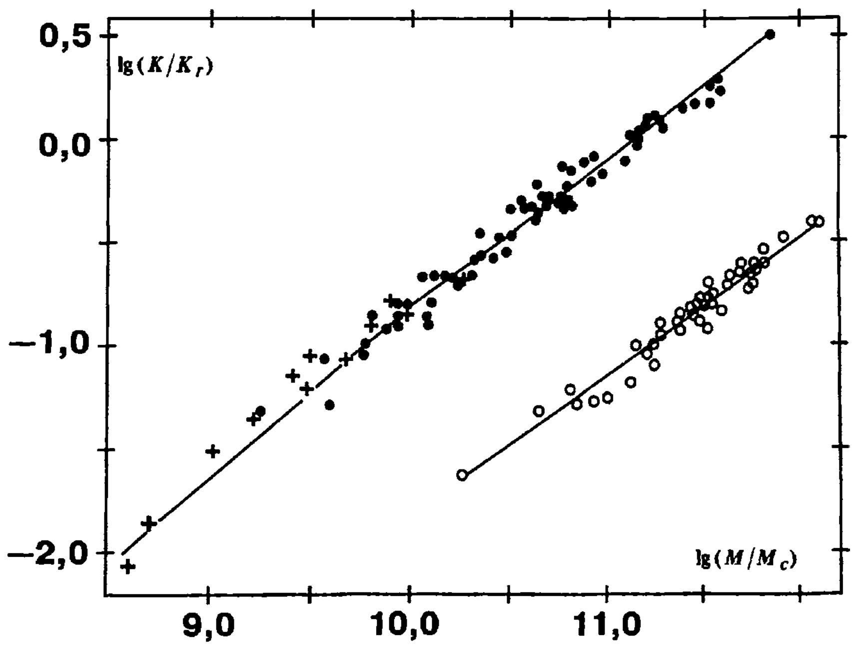


Рис. 57. Зависимость удельного спина от массы галактики согласно [86]. Светлые кружки – эллиптические галактики, черные кружки – спиральные галактики типа Sc, + – неправильные галактики. M_C – масса Солнца, $K_\Gamma = 3{,}24\cdot10^{25}$ м²/с – удельный спин Галактики.

Полагая, что средняя масса, приходящаяся на одну звезду в Галактике, равна $\overline{M}_S = 0{,}5M_C$, для числа N находим:

$$N = M_г/\overline{M}_S = 3{,}2\cdot10^{11}.$$

Тогда $L_{\chi г} = 1{,}1\cdot10^{68}$ Дж·с. (311)

4. С помощью планковских единиц для p-звезды в (252) было найдено:

$$P = \frac{M_{PS}^2 C^4}{h_S} = \frac{E_{PS}^2}{h_S},$$

здесь P – характерная светимость p-звезды,

M_{PS} – масса p-звезды,

C – звездная скорость,

h_S – звездная постоянная,

E_{PS} – полная энергия p-звезды по (47).

Заменяя в этом выражении P на светимость Галактики $P_г$, h_S на характерный момент импульса Галактики $L_{\chi г}$, E_{PS} на полную энергию Галактики $E_г$, для $L_{\chi г}$ найдем:

$$L_{\chi г} = \frac{E_г^2}{P_г} = 8{,}2\cdot10^{67}\ \text{Дж·с}, \tag{312}$$

при $E_г = 2{,}5\cdot10^{52}$ Дж по (131), (156),

$P_г = 7{,}6\cdot10^{36}$ Вт – светимость Галактики по (158).

5. Согласно (204), характерный момент импульса Галактики был найден через полную энергию Галактики и время релаксации $t_{PEг}$ в поле регулярных сил:

$$L_{\chi г} \sim E_г t_{PEг} = (2-6)\cdot10^{68}\ \text{Дж·с}. \tag{313}$$

Из (309) – (313) следует, что характерный момент импульса нашей Галактики составляет величину около 10^{68} Дж·с.

е) Параметры галактик в системе координат «масса – скорость – момент импульса».

В [3], [86] можно найти следующие особенности галактик:

– Внутри скоплений галактик преобладают эллиптические типа Е и линзовидные типа S0 галактики;

– Основная концентрация спиральных и неправильных галактик обнаруживается на окраинах скоплений;

– Отношение малой и большой полуосей b/a Е-галактик равно 0,3 – 1, для спиральных галактик b/a меняется от 0,2 у спиралей Sa до 0,1 и менее у спиралей Sc;

– Пары галактик с одинаковыми хаббловскими типами встречаются чаще, чем ожидается при случайных сочетаниях;

– При наблюдениях двойных галактик с большими расстояниями между компонентами (более 50 кпк) преобладают спиральные галактики;

– На зависимости удельного спинового момента галактик от массы на рисунке 57 обнаруживается, что спины неправильных галактик и спины наиболее сжатых Sc-галактик плавно переходят друг в друга, в то время как спины Е-галактик образуют свою последовательность. Зависимости среднесжатых S0, Sa, Sb – галактик лежат посередине между зависимостями для Sc и Е-галактик.

С точки зрения теории подобия указанные особенности можно интерпретировать так:

– Скопления галактик похожи на планетные системы звезд. Спиральные галактики играют роль периферийных планет, имеющих большой орбитальный и спиновый моменты;

– Слабовращающиеся эллиптические галактики напоминают заторможенные планеты Солнечной системы – Меркурий, имеющий небольшой спин из-за приливных сил от Солнца, и Венеру, слабое обратное вращение которой вызвано столкновением с крупным космическим телом. В мире галактик расстояния между парами и в скоплениях относительно малы и приливные силы значительны, велико число взаимодействующих галактик;

– cD-галактики и крупные эллиптические галактики как центральные тела скоплений аналогичны звездам в планетных системах;

– в природе преобладают определенные маломассивные химические элементы, звезды и галактики (смотри § 20), а также молекулы из этих химических элементов, соответствующие кратные звезды и галактики.

Вследствие большого разброса спинов галактик (в 10 раз между спиральными и эллиптическими галактиками) рассмотрим лишь массивные эллиптические галактики, оптические радиусы которых близки к радиусам, найденным по теории подобия.

Возьмем в качестве массы галактики наибольшее значение в Таблице 56:

$$M_э = 1{,}7\cdot 10^{12} M_C = 3{,}4\cdot 10^{42}\,\text{кг}. \qquad (314)$$

Спин эллиптической галактики $I_э$ с массой $M_э$ можно найти из рисунка 57, нижняя кривая, пересчитав удельный спиновый момент в полный спин и полагая, что наклоны верхней и нижней кривых совпадают:

$$I_э = 5{,}32\cdot 10^{67}\,\text{Дж·с}.$$

Отсюда получим характерный момент импульса:

$$h_э = 4\pi I_э = 6{,}68\cdot 10^{68}\,\text{Дж·с}. \qquad (315)$$

Масса (314), характерный момент импульса (315) и звездная скорость C образуют систему координат, в которой можно сделать оценки параметров больших эллиптических галактик. По аналогии с (252) находим:

1. Характерный размер: $R = \dfrac{h_э}{M_э C} = 28{,}9$ кпк. (316)

Величину R можно сравнить с оптическим радиусом в Таблице 56 – 31,2 кпк, и с радиусом в распределении (278) – 29,1 кпк.

2. Интервал времени: $t_э = \dfrac{R}{C} = 1{,}3\cdot 10^{8}$ лет.

В соответствии с (244) время $t_э$ того же порядка, что и время свободного гравитационного падения на центр галактики.

3. Средняя плотность: $\bar{\rho} = \dfrac{3M_э^4 C^3}{4\pi h_э^3} = \dfrac{3M_э}{4\pi R^3} = 1{,}1\cdot 10^{-21}$ кг/м^3.

4. Среднее давление: $\bar{P} \sim \dfrac{M_э^4 C^5}{4\pi h_э^3} = \dfrac{\bar{\rho} C^2}{3} = 1{,}8\cdot 10^{-11}$ Па.

Полученная величина $\bar{P}$ близка к оценке среднего давления звездного газа в нашей Галактике (155), где было найдено:

$$\bar{P}_Г = 4\cdot 10^{-11}\,\text{Па}.$$

Кроме этого, отношение среднего давления к средней плотности $\overline{P}/\overline{\rho} = 1{,}6\cdot 10^{10}$ (м/с)^2 почти совпадает с аналогичным отношением для Галактики в (154), где оно равно $1{,}8\cdot 10^{10}$ (м/с)^2.

5. Ускорение силы тяжести: $g \sim \dfrac{M_э C^3}{h_э} = 5{,}4\cdot 10^{-11}$ м/с^2.

6. Энергия: $E = -M_э C^2 (A/Z)^2 = -1{,}04\cdot 10^{54}$ Дж,

здесь $A = 209$, $Z = 83$ согласно пункту г) данного параграфа.

7. Светимость: $P_э \sim \dfrac{M_э^2 C^4 (A/Z)^2}{h_э} = 2{,}56\cdot 10^{38}$ Вт $= 6{,}6\cdot 10^{11}\, L_C$,

где $L_C = 3{,}88\cdot 10^{26}$ Вт – светимость Солнца.

Рассмотрим простейшую модель, когда в галактике всего лишь один раз происходит звездообразование, после чего звезды медленно превращаются в вырожденные компактные обьекты. Сравним эволюцию такой галактики с эволюцией звезд. Образование звезды происходит за характерное время Кельвина-Гельмгольца t_{KH}, которое почти совпадает с временем аккреции оболочки (время гравитационного сжатия протозвездного облака) и с временем охлаждения звезды t_{OC}, введенном в § 23. Звезда находится на главной последовательности время t_{MS} такое, что в среднем отношение $t_{MS}/t_{KH} = 120$. После главной последовательности звезда за короткое время превращается в вырожденный обьект.

Возвращаясь к нашей модели галактики, обнаруживаем такие же закономерности. Время образования галактики близко к времени гравитационного сжатия $t_э$ из (316) и согласуется по Таблицам 39, 40 с временами образования звезд с массой до $0{,}5 M_C$, что можно считать средней массой звезд рассматриваемой эллиптической галактики. Умножая $t_э$ на 120, найдем среднее время жизни звезд галактики на главной последовательности и одновременно характерное время жизни галактики до ее превращения в вырожденный обьект:

$$t_{MS} = 120\, t_э = 1{,}6\cdot 10^{10}\,\text{лет}.$$

Из аналогии с эволюцией звезд также следует, что маломассивные спиральные галактики должны иметь время жизни, превышающее найденное значение t_{MS} для эллиптических галактик.

8. Внутренняя температура. По аналогии с (178) приравняем модуль полной энергии галактики E к кинетической энергии движения звезд, выраженную через кинетическую температуру:

$$|E| = M_э C^2 (A/Z)^2 = \frac{3}{2} \overline{K}_S N_S \overline{T}_K,$$

где $\overline{K}_S$ – средняя звездная постоянная Больцмана по (183),

N_S – число звезд в галактике,

$\overline{T}_K$ – средняя кинетическая температура.

Предположим, что средняя масса звезды в галактике равна $0{,}5 M_C$:

$$M_э / N_S = \overline{M}_S = 0{,}5 M_C.$$

Если учесть, что по (183) $\overline{K}_S = K_{PS}\,\overline{A}$, то для температуры $\overline{T}_K$ находим:

$$\overline{T}_K = \frac{2\overline{M}_S C^2 (A/Z)^2}{3 K_{PS}\,\overline{A}} = 2{,}5\cdot 10^7\ \text{К},$$

здесь $\overline{M}_S = 0{,}5M_C$ – средняя масса, приходящаяся на одну звезду,
$C = 220$ км/с – звездная скорость,
$A = 209$, $Z = 83$ – массовое и зарядовое числа галактики согласно пункту г) данного параграфа,
$K_{PS} = 9{,}187 \cdot 10^{32}$ Дж/К – звездная постоянная Больцмана (182),
$\overline{A} = 9$ – среднее массовое число для звезды с массой $0{,}5M_C$.

Если подсчитать среднюю внутреннюю температуру $\overline{T}_S$ звезды с массовым числом $A = 209$ и зарядовым числом $Z = 83$ по формуле (178), то получится следующее:

$\overline{T}_S = 1{,}25 \cdot 10^7$ К, что в два раза меньше, чем температура $\overline{T}_K$ галактики, из-за вклада электронов в общую энергию звезды. В целом же можно считать, что близость температур $\overline{T}_S$ и $\overline{T}_K$ обусловлена одной и той же причиной: средняя скорость движения частиц в звезде и средняя скорость звезд в галактике пропорциональны звездной скорости C.

9. Эффективная поверхностная температура:

Используя (170), для эффективной температуры получим:

$$T_э = \left(\frac{P_э}{Q_S S}\right)^{1/4} = 1{,}3 \cdot 10^6 \text{ К},$$

где $P_э$ – светимость галактики по (316),
Q_S – звездная постоянная Стефана-Больцмана (168),
$S = 4\pi R^2$ – площадь поверхности галактики.

Значительная величина поверхностной температуры $T_э$ по сравнению со звездами обуславливается большой прозрачностью галактик для излучения.

§ 35. Черные дыры

а) Коллапс звезд.

Одним из выводов теории звездной эволюции является то, что звезды сжимаются (коллапсируют) под действием сил гравитации от состояния начального газопылевого облака до вырожденного компактного обьекта, возможно, вплоть до состояния черной дыры. Рассматривая конечную эволюцию различных звезд, можно сделать теоретические выводы и о свойствах гипотетических черных дыр. В Таблице 57 приведены параметры характерных звездных обьектов по данным из §§ 1, 3, 7, 15, 27, 30, 31.

Список обьектов в Таблице 57 содержит:

– самую массивную планету Солнечной системы – Юпитер;

– звезды главной последовательности, включая р-звезду (звезда с минимальной массой), современное Солнце, массивную звезду с массой 15,6 M_C в момент прихода на главную последовательность НГП;

– красный гигант популяции II, образовавшийся из звезды типа субкарлика с начальным химическим составом 90 % – водород, 9,9 % – гелий, 0,1% – остальные элементы;

– две модели белых карликов с минимально и максимально возможными массами (холодные белые карлики);

– три модели нейтронных звезд в диапазоне масс, соответствующем стабильным холодным нейтронным звездам;

– четыре модели черных дыр с предполагаемыми минимально и максимально возможными массами без вращения и с предельным вращением, которые могли бы возникнуть при эволюции наблюдаемых звезд (расчеты сделаны в предположении справедливости общей теории относительности для этих обьектов).

Таблица 57

Параметры характерных звездных обьектов.

Обьект	M / M_C	R, м	ρ, кг/м^3	C_X, км/с	L_X, Дж·с	$\rho_Ц$, кг/м^3
Юпитер	9,55 (–4)	7,14 (7)	1,33 (3)	23	3,1 (39)	до 3,5 (4) [72]
р-звезда	0,056	7,2 (7)	7,1 (4)	220	1,76 (42)	до 1 (6) [184]
Солнце	1	7 (7)	1,41 (3)	386	6,9 (44)	1,45 (5) [186]
Звезда НГП	15,6	2,9 (9)	3 (2)	645	2,9 (46)	6,89 (3) [101]
Красный гигант II	1,3	8,43 (10)	1 (–3)	921	?	7,2 (8) [354]
Легкий белый карлик	0,166	1,48 (7)	2,43 (7)	931	4,57 (42)	~ 1,9 (8) [373]
Массивный белый карлик	1,22	3,76 (6)	1,1 (10)	3946	3,62 (43)	~ 3 (11) [373]
Легкая нейтронная звезда	0,1	5,65 (4)	2,6 (14)	< 16711	<1,89(41)	2 (17) [244]
Средняя нейтронная звезда	1,22	1,48 (4)	1,8 (17)	70565	2,55 (42)	4 (17) [277]
Массивная нейтронная звезда	1,97	< 1,59 (4)	>2,3 (17)	90820	5,68 (42)	5,1 (17) [277]
Легкая черная дыра без вращения	1	2,96 (3)	1,85 (19)	299792	1,76 (42)	?
Легкая черная дыра с вращением	1,414	2,09 (3)	7,4 (19)	299792	1,76 (42)	?
Массивная черная дыра без вращения	4,78	1,4 (4)	8,3 (17)	299792	4 (43)	?
Массивная черная дыра с вращением	7,55	1,1 (4)	2,7 (18)	299792	5 (43)	?

Обозначения в Таблице 57 следующие:

M – гравитационная масса обьектов, учитывающая все виды энергий;

M_C – масса Солнца.

R – радиус обьектов,
ρ – средняя плотность,
C_X – характерная скорость частиц, составляющих обьект,
L_X – характерный спин обьекта,
$\rho_{Ц}$ – максимальная центральная плотность.

В круглых скобках приведены степени десятичных множителей, на которые нужно умножать соответствующие величины, а в квадратных скобках указаны ссылки на работы, в которых сделаны оценки центральной плотности. Обратим внимание на распределение плотности в звездах главной последовательности, белых карликах, нейтронных звездах и черных дырах – во всех случаях максимальные центральные плотности звезд какой-то группы всегда меньше, чем средние плотности следующей более вырожденной группы звезд. Например, средние плотности белых карликов превышают максимальные центральные плотности в звездах главной последовательности. Именно это и должно быть для долговременной стабильности рассматриваемых групп звезд.

Как известно, красные гиганты являются промежуточной ступенью при эволюции звезд главной последовательности к белым карликам. В модели красного гиганта в Таблице 57 радиус звезды достигает величины порядка 100 солнечных радиусов, однако значительная масса звезды сосредоточена в небольшом ядре, центральная плотность которого превышает среднюю плотность некоторых белых карликов. Фактически красный гигант есть почти готовый белый карлик, если не учитывать оболочку звезды.

Анализ коллапса звездных обьектов на всех этапах необходимо проводить с учетом теоремы вириала, в соответствии с которой работа гравитационных сил при коллапсе идет в одинаковой степени как на увеличение кинетической энергии частиц звезды, так и на излучение (передачу) энергии во внешнее пространство. Для примера рассмотрим стационарное вращение планеты вокруг звезды. Гравитационная сила равна центростремительной силе:

$$\frac{\gamma M m}{R_0^2} = \frac{m v^2}{R_0}, \text{ или } -\frac{U}{2} = \frac{\gamma M m}{2R_0} = \frac{m v^2}{2} = E_K, \tag{317}$$

здесь γ – гравитационная постоянная,
M – масса звезды,
m – масса планеты,
R_0 – радиус орбиты планеты,
v – скорость движения планеты на орбите,
U – гравитационная энергия планеты в поле звезды,
E_K – кинетическая энергия движения планеты.

В стационарном случае кинетическая энергия E_K равна половине модуля гравитационной энергии U. Орбитальный момент импульса планеты равен с учетом (317):

$$L = m v R_0 = m\sqrt{\gamma M R_0}. \tag{318}$$

Притяжение звезды само по себе не может изменить орбитальный момент планеты, поскольку для этого необходимо приложить момент сил, поэтому момент импульса L сохраняется и коллапс невозможен. Допустим теперь, что планета движется в вязкой среде или теряет свой импульс путем излучения света (или любым другим способом). Через некоторый момент времени мы найдем планету с меньшим орбитальным моментом и с меньшим радиусом R_0' согласно (318). В этом состоянии также выполняется теорема вириала:

$$-\frac{U'}{2} = E'_K.$$

Изменение кинетической энергии планеты будет равно:

$$\Delta E_K = E'_K - E_K = -\frac{U'}{2} + \frac{U}{2} = \frac{\gamma M m}{2R'_0} - \frac{\gamma M m}{2R_0},$$

так как $\Delta E_K > 0$, то кинетическая энергия планеты увеличилась.

Изменение потенциальной энергии планеты оказывается в два раза больше:

$$\Delta U = U' - U = -2\Delta E_K.$$

Тогда из закона сохранения энергии следует, что энергия, равная ΔE_K, должна быть передана окружающей среде в качестве платы за уменьшение орбитального момента и возможность коллапса. Рассмотренный пример легко переносится на вращение частиц, составляющих звезду, и коллапс звезды обязан сопровождаться передачей спинового момента импульса звезды окружающей среде.

Итак, при переходе ко все более компактным обьектам спин звезды может только уменьшаться. При этом для каждой звезды существует предельное значение спина, связанное с условием удержания вещества на экваторе при предельном вращении.

Для дальнейшего важно также наличие еще одного ограничения на спин звезды, связанного с ее характерным спином. Согласно (269) характерный спин равен:

$$L_X = M R C_X,$$

где M – масса звезды,

R – радиус звезды,

C_X – характерная скорость движения частиц в звезде.

Если движение частиц в звезде не согласовано, то при заданных величинах M, R, C_X реально наблюдаемый спин звезды будет меньше, чем величина L_X.

Например, для Солнца $L_X = 6{,}9 \cdot 10^{44}$ Дж·с по данным Таблицы 57, а расчет спина Солнца по его наблюдаемой экваториальной скорости вращения при условии твердотельного вращения дает $I = 1{,}6 \cdot 10^{41}$ Дж·с [5]. У массивных быстровращающихся звезд наблюдаемый спин приближается к величине характерного спина, а у черных дыр с предельным вращением эти величины сравниваются. Характерный спин можно рассматривать как потенциально предельный спин тела, а также в статистическом смысле, как определено в § 15 для р-звезды.

Заметим сейчас, что у звезд главной последовательности имеется минимальный характерный спин $\hbar_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с, принадлежащий р-звезде с массой 0,056 M_C. У всех более массивных звезд характерный спин больше, чем $\hbar_S$ (смотри § 31). Согласно Таблице 57, характерные спины белых карликов также больше, чем $\hbar_S$. Однако переходя к нейтронным звездам, находим, что нейтронная звезда с минимально возможной (по теории ядерной материи) массой 0,1 M_C имеет характерный спин, который меньше чем $\hbar_S$.

Чтобы понять, возможно ли это в действительности, проанализируем ход коллапса звезд более подробно. После выгорания водорода в самом центре звезды горение распространяется наружу в виде сферического слоя (водородный слоевой источник). Звезда при этом с главной последовательности переходит в область красных гигантов, поскольку оболочка расширяется из-за приближения к ней слоевого источника. Гелиевое ядро звезды под действием гравитации сжимается до тех пор, пока не появляется новый источник энергии – реакция горения гелия. После выгорания гелия в ядре вслед за водородным слоевым источником может возникнуть гелиевый слоевой источник и т. д. Если масса звезды невелика, то на каком-то этапе горение ядерного топлива в ядре остановится окончательно и оно начнет коллапсировать до состояния белого карлика, в котором давление поддерживается движением электронов. При этом скорость вращения ядра будет увеличиваться с уменьшением радиуса ядра согласно (317). За счет энергии, излучаемой при сжатии ядра, а также нарастающего магнитного давления (магниторотационная модель) оболочка мягко разбрасывается в виде планетарной туманности.

Предположим, что масса звезды настолько велика, что прошли все возможные реакции горения ядерного топлива, а ядро состоит уже из железа. Сжатие такого ядра приводит к фотодиссоциации железа и нейтронизации вещества – при высоких температурах, возникающих от сжатия, электроны захватываются ядрами и давление падает. Диссоциация железа эндотермична, а улет нейтрино эффективно охлаждает звезду. В результате развивается коллапс ядра с остановкой на стадии нейтронной звезды (или черной дыры?), а оболочка разбрасывается в виде сверхновой.

Из данного описания видно, что нейтронные звезды могут возникнуть лишь тремя путями – либо при потере устойчивости массивным белым карликом (например, при увеличении его массы), либо при непрерывном коллапсе ядра массивной звезды, либо при катастрофических столкновениях звездных обьектов.

Найденная в § 30 максимальная масса белого карлика – 1,22 M_C практически совпадает с критической массой белого карлика: 1,222 M_C вследствие эффектов общей теории относительности и 1,181 M_C из-за нейтронизации вещества [22]. Следовательно, нейтронная звезда минимальной массы может образоваться из белого карлика с массой не менее 1,22 M_C и радиусом порядка $3{,}76{\cdot}10^6$ м или из аналогичного по свойствам ядра звезды.

При коллапсе спин ядра будет изменяться по закону (318), это же справедливо и для характерного спина. Другими словами, отношение характерных спинов коллапсирующего ядра звезды (или массивного белого карлика) и рождающейся нейтронной звезды должно равняться квадратному корню из отношения их радиусов. В Таблице 57 приведена модель нейтронной звезды (жесткая модель среднего поля) с гравитационной массой $M = 1{,}22\, M_C$ и массой свободных барионов $M_O = 1{,}32\, M_C$. Величина $M < M_O$, поскольку при обьединении свободных барионов в нейтронную звезду излучается половина энергии гравитационной связи, а уменьшение энергии системы означает уменьшение ее массы. Сравнивая данную модель нейтронной звезды с моделью белого карлика с массой 1,22 M_C, находим следующее:

$$\sqrt{\frac{R_{DW}}{R_N}} = 15{,}94, \qquad \frac{L_{XDW}}{L_{XN}} = 14{,}2, \tag{319}$$

здесь R_{DW} – радиус белого карлика,
R_N – радиус нейтронной звезды,
L_{XDW} – характерный спин белого карлика,
L_{XN} – характерный спин нейтронной звезды.

Соотношения (319) удовлетворительно согласуются между собой. Таким образом, можно сделать вывод о том, что естественная эволюция звезд приводит к рождению нейтронных звезд с минимальной массой порядка 1,2 M_C и характерным спином не менее $\hbar_S$. Данный вывод подкрепляется измерениями масс нейтронных звезд в двойных системах. Согласно [218], наиболее вероятный интервал масс по 7 пульсарам составляет 1,2 – 1,6 M_C.

Образование менее массивных нейтронных звезд не исключено, например, в случае столкновения и обмена массами у двух нейтронных звезд.

Характерные скорости C_X, приведенные в Таблице 57, вычислялись по (265):

$$C_X = \sqrt{\frac{(-U)}{2M_S}} = \sqrt{E_Y},$$

где $(-U)$ – работа гравитационных сил по образованию звезды или компактного обьекта из рассеянного газового облака, величина $(-U/2)$ приблизительно равна полной энергии обьекта в силу теоремы вириала,

M_S – масса звезды,

E_Y – модуль удельной полной энергии рассматриваемого обьекта.

В Таблице 57 видно, что характерные скорости частиц звезд растут по мере того, как обьект становится все более компактным, вплоть до скорости света.

б) Диапазон масс черных дыр.

Как показывает теория черных дыр (смотри, например, [216]), такие параметры, как гравитационная масса, спин и заряд полностью характеризуют черную дыру. Радиус горизонта черной дыры в рамках ОТО определяется следующим выражением [164]:

$$R = \frac{\gamma M}{c^2} + \sqrt{\frac{\gamma^2 M^2}{c^4} - \frac{I^2}{M^2 c^2} - \frac{\gamma q^2}{4\pi\varepsilon_0 c^4}}, \qquad (320)$$

где γ – гравитационная постоянная,

M – гравитационная масса, ответственная за гравитацию черной дыры по отношению к внешним телам,

c – скорость света,

I – спин черной дыры,

q – заряд черной дыры,

ε_0 – электрическая постоянная.

Для нас важны два случая – когда $I = 0$ и когда I достигает предельного возможного значения I_M. Будем предполагать, что заряд q мал и им можно пренебречь. Тогда если $I = 0$, то из (320) следует связь между радиусом и массой невращающейся (шварцильдовской) черной дыры:

$$R = \frac{2\gamma M}{c^2}. \qquad (321)$$

Если $I = I_M$, то при $q = 0$ подкоренное выражение в (320) равно нулю и мы получаем:

$$R_M = \frac{\gamma M_M}{c^2}, \quad I_M = \frac{\gamma M_M^2}{c} = M_M R_M c, \qquad (322)$$

так что радиус R_M и предельный спин I_M определяются только массой черной дыры M_M. Сравнивая (269) и (322), находим, что предельный спин рассматриваемой черной дыры I_M совпадает с ее характерным спином L_X.

Что произойдет с полной энергией при коллапсе массивной нейтронной звезды при потере ею устойчивости или в ходе непрерывного коллапса ядра очень массивной звезды без остановки на стадии нейтронной звезды? Из теоремы вириала, если она верна при таком коллапсе, следует приблизительное соотношение энергий:

$$E = \frac{U}{2} = -\frac{\gamma M_N^2}{2R_S} = -E_K = -U_H, \qquad (323)$$

где E – полная энергия коллапсирующего тела,

U – гравитационная энергия,

γ – гравитационная постоянная,

M_N – начальная масса нейтронной звезды (ядра звезды),

R_S – радиус коллапсирующего тела,

E_K – кинетическая энергия коллапсирующего тела,

U_H – энергия, излученная при коллапсе.

В (323) не учитывается начальная полная энергия нейтронной звезды (ядра звезды), которая считается малой по сравнению с полной энергией образующейся черной дыры. В ходе коллапса излучается энергия порядка U_H, а результирующая гравитационная масса черной дыры оказывается меньше, чем исходная масса M_N коллапсирующего тела. В самом деле, вместо U_H и E_K в (323) можно подставить такие выражения:

$$U_H = Mc^2, \quad E_K = Mc^2, \tag{324}$$

где M – эквивалентная масса излученной энергии и гравитационная масса черной дыры,

c – скорость света и характерная скорость частиц в черной дыре.

Подставляя (324) в (323) и устремляя радиус R_S к радиусу черной дыры (321), из (323) находим:

$$M \sim M_N/2. \tag{325}$$

Таким образом, при образовании невращающейся черной дыры излучается энергия, равная половине энергии покоя исходной нейтронной звезды (или коллапсирующего ядра массивной звезды), при этом отрицательная энергия связи уменьшает гравитационную массу коллапсирующего тела.

Если подставить радиус R_M из (322) в (323) вместо R_S, то мы получим:

$$M_M \sim M_N/\sqrt{2}. \tag{326}$$

и гравитационная масса черной дыры с предельным вращением M_M оказывается больше, чем масса M невращающейся черной дыры за счет вклада энергии вращения в общую массу-энергию.

Данные выводы качественно согласуются с результатами в [218], где указывается, что приблизительно 42,3 % энергии покоя медленно падающего по спирали на черную дыру вещества должно превратиться в излучение, или:

$$E_H = 0{,}423mc^2,$$

где E_H – энергия, выделяющаяся при падении вещества за счет работы гравитационных сил,

m – начальная масса падающего вещества,

c – скорость света.

Сделаем оценки минимальной массы черных дыр, полагая верными соотношения (325), (326) и беря согласно § 30 в качестве массы коллапсирующей нейтронной звезды M_N значение (2 – 2,2) M_C:

$M = M_N/2 = (1 - 1{,}1)M_C$ – минимальная масса невращающейся (шварцильдовской) черной дыры, (327)

$M_M = M_N/\sqrt{2} = (1{,}4 - 1{,}55)M_C$ – минимальная масса незаряженной черной дыры с предельным спином. (328)

Параметры гипотетических черных дыр с минимальной массой приведены в Таблице 57, откуда видно, что их характерные спины практически совпадают со звездной постоянной $\hbar_S$. Если учесть, что p-звезда фактически является вырожденным водородным белым карликом, то получается следующий результат:

«Все вырожденные обьекты минимальной массы (р-звезда с массой 0,056 M_C, нейтронная звезда с массой 1,2 M_C, черные дыры с массами ~ 1 M_C и 1,4 M_C в зависимости от вращения) имеют характерный спин, по порядку величины равный звездной постоянной h_S.»

Рассмотрим вопрос о максимальной массе черных дыр (для случая, если они действительно образуются из наблюдаемых звезд) учитывая, что массы подавляющего числа звезд редко превышают значения 15 – 20 M_C.

Из самых общих соображений следует, что на стадии сверхгиганта и при коллапсе массивной звезды с массой порядка 20 M_C только часть исходной массы может превратиться в черную дыру, другая же часть будет рассеяна в пространстве. При этом спокойный режим истечения вещества из-за быстрого вращения звезды и сильного светового давления может смениться взрывным разбрасыванием оболочки при выделении гравитационной энергии коллапсирующего ядра (взрыв сверхновой). Допустим, что черные дыры чаще образуются в сверхновых типа II. В самом деле, SN II встречаются только в дисках спиральных галактик, где преобладают молодые звезды, и считается, что предшественниками SN II являются массивные звезды спектральных классов O – B [125]. В спектрах SN II присутствуют водородные линии, а массы выбрасываемых оболочек превышают 1 M_C (для сравнения, массы оболочек SN I не превышают 0,3 M_C, а в спектрах отсутствуют водородные линии, что указывает на то, что SN I происходят от старых сильно проэволюционировавших звезд). Скорости разлета оболочек SN II находятся в диапазоне 4000 – 12000 км/с при кинетической энергии движения до 10^{45} Дж [156]. Формула для кинетической энергии имеет следующий вид:

$$E_K = \frac{mv^2}{2},$$

где m – масса оболочки,

v – скорость разлета.

При $E_K = 10^{45}$ Дж, $v = 10^4$ км/с для массы оболочки получается значение:

$$m = 2{\cdot}10^{31}\ \text{кг} = 10 M_C.$$

Предположим, что действительно у звезды с массой 20 M_C при сверхновой выбрасывается оболочка с массой 10 M_C, а оставшаяся часть вещества коллапсирует. Тогда согласно (325) может возникнуть невращающаяся черная дыра с массой около 5 M_C, а согласно (326) – черная дыра с максимальным спином и массой порядка 7 M_C. Полное выделение энергии в первом случае равно:

$$E = 5M_C c^2 = 9{\cdot}10^{47}\ \text{Дж},$$

а во втором случае $E = 3M_C c^2 = 5{,}4{\cdot}10^{47}$ Дж.

Полагая, что более 99 % выделенной энергии уносится нейтрино [22], мы получаем правильный порядок энергии ~ 10^{45} Дж, который необходим для разлета оболочки. Интересно, что спектры и формы кривых блеска SN I похожи друг на друга, а формы кривых блеска SN II имеют значительное разнообразие, что может происходить из-за большого разброса масс звезд-предшественников (предположительно в диапазоне (10 – 20) M_C).

Если в двойной системе, состоящей из двух сверхгигантов, одна из звезд взорвется с образованием массивной черной дыры, то с большой вероятностью такая черная дыра останется в двойной системе (в противоположность некоторым радиопульсарам, обладающим большими скоростями движения). Аккреция вещества от компаньона на черную дыру должна сопровождаться выделением значительной энергии в рентгеновском диапазоне (за счет магнитотормозных потерь и рассеяния электронов на протонах) и действительно, массивные рентгеновские звезды считаются главными кандидатами в черные дыры.

Оценки масс предполагаемых черных дыр в Таблице 57 дают диапазон от 1 M_C до 7,55 M_C, который согласуется со значениями масс рентгеновских компонент, приведенных в Таблицах 58 и 59. Большая часть данных в Таблице 58 взята из [218], в Таблице 59 из [214], [215], [258], на другие работы сделаны ссылки в квадратных скобках.

Излучение первых пяти ретгеновских источников в Таблице 59 не проявляет строгой периодичности, что можно обьяснить либо поглощением в большом плазменном облаке либо тем, что магнитное поле направлено вдоль оси вращения компактного обьекта. Источники Her X-1 и Cyg X-3 отличаются тем, что кроме рентгеновского излучения у них было обнаружено мощное гамма-излучение с энергией фотонов вплоть до 10^{15} эВ [221].

Таблица 58

Маломассивные рентгеновские двойные звезды.

Рентгеновский источник	**Оптический компонент**	**Масса, $M_{опт}/M_C$**	**Масса, M_X/M_C**	**Период рентгеновской компоненты, с**
Cir X-1	BR Cir	~ 18 [55]	~ 1,5 [55]	
GX 301-2	BP Cru	~ 30 [55]		696
Nor X-2	QV Nor 4U1538-52	16 [214]	1,8 [214]	529
Vela X-1	GP Vel 4U0900-40	21 [55] 24 [214] 18–24 [125]	1,6 [55] 1,8 [214] 1,35–1,9 [123] 1,6–2,2 [125]	283
SMC X-1	Sk 160	19 [55] 17 [214]	2,5 [55] 1,4 [214] 1 2,2–4,2 [123]	0,715
LMC X-4	4U0532-664	17 [214]	1,6 [214]	13,5
4U1700-37	V884 Sco HD153919	28 [214] 27 [55]	1,4 [214] 1,3 [55]	
Cen X-3	V779 Cen 4U1119-603	17,7 [214] 17 [55]	1,07 [214]	4,84
Her X-1	HZ Her 4U1656+354	1,4–2,8 2,2 [55]	0,4–2,8 1,3 [55]	1,238
Cyg X-3	V1521 Cyg	0,9 [214]	1,4 [214]	

Таблица 59

Массивные рентгеновские двойные звезды.

Рентгеновский источник	Оптический компонент	Масса, $M_{опт}/M_C$	Масса, M_x/M_C	Период рентгеновской компоненты, с
SS 433	V1343 Aql	> 21	> 8,4 4, 3–6 [125]	
Cyg X-1	V1357 Cyg	> 20 25 [55] 20 [125]	> 7,4 5–10 [55] 6–8 [125]	
LMC X-1	4U0540-697	18–25	4–10	
LMC X-3	4U0538-641	3–6	7–11	
A0620-00	V616 Mon	0,7	5–17	
OAO1653-40	V861 Sco		7–11 [218]	38,2 [218]
GS2023+338	V404 Cyg	0,5–1	10–15	
GRS1121-68 (XN Mus 1991)		0,7–0,8	9–16	
GS2000+25	QZ Vul	0,7	5,3–8,2	
GROJ0422+32 (XN Per 1992)	V518 Per	0,4	2,5–5	
GROJ1655-40 (XN Sco 1994)		2,3	4–6	
XN Oph 1977		0,8	5–7	

В Таблицах 58, 59 $M_{опт}$ обозначает массу оптической компоненты, M_x – массу рентгеновской компоненты.

С точки зрения теории черные дыры должны быть весьма стабильными обьектами. Собственное излучение их в отсутствие аккреции газа определяется квантовыми эффектами и чрезвычайно мало. Если не считать редких столкновений звезд, то только аккреция газа может привести к видимому увеличению массы и спина черной дыры. Однако при приближении спина керровской черной дыры к предельному значению $I = \gamma M^2/c$ сечение захвата частиц черной дырой стремится к нулю и скорость роста массы уменьшается [218].

Образование черной дыры может сопровождаться разделением зарядов по тому же принципу, что и распад нейтрона на протон и электрон. Энергия, выделяющаяся при коллапсе, по разному передается барионам и лептонам – например, электроны становятся релятивистскими гораздо раньше, чем нуклоны. Расслоению электронов и нуклонов способствует магнитное поле, которое сильнее действует на электроны, при этом между ростом магнитного поля и процессом разделения зарядов может возникнуть положительная обратная связь. Положительно заряженная вращающаяся черная дыра может создать такое магнитное поле, которое практически заэкранирует ее. При этом движение заряженных частиц в магнитосфере будет происходить вдоль силовых линий магнитного поля с отражением на полюсах, как в радиационных поясах Земли. В [164] показаны возможные ловушки для заряженных частиц в виде тороидальных областей вокруг заряженной черной дыры. При достаточно сильном магнитном поле посторонние заряды удерживаются в ловушках и черная дыра не разряжается. В результате будет наблюдаться изгибное и магнитотормозное излучение релятивистских частиц из магнитосферы черной дыры. В данной модели наличие джетов у рентгеновского источника SS 433 обьясняется выдавливанием вещества из магнитных полюсов при сверхкритической аккреции от оптического компонента.

Сверхмассивные черные дыры ($\sim 10^8\ M_c$) иногда предполагают основным источником энергии в ядрах активных галактик и в квазарах. В качестве альтернативы ядро активной галактики можно представить в виде плотного вращающегося обьекта, состоящего из вырожденных звезд различного типа, магнитные поля которых взаимно согласованы и образуют одно выделенное направление в пространстве. Тогда при постоянном притоке газа на такой обьект возможно образование долговременных джетов и выбросов из ядра вдоль выделенного направления, что часто и наблюдается.

В заключение рассмотрим вопрос о сингулярности внутри черных дыр. Предположим, что при коллапсе вещество движется по спирали с уменьшающимся радиусом. Вследствие эффектов ОТО удаленный наблюдатель должен увидеть, что быстрое вначале сжатие сменяется медленным асимптотическим подходом к горизонту черной дыры, а излучение от вещества испытывает все большее красное смещение и затухает [216]. Время достижения горизонта можно найти по формуле:

$$t \sim \frac{R}{c}\ln\left(\frac{R}{r-R}\right),$$

где R – радиус горизонта черной дыры,

r – текущее расстояние.

При приближении r к R время логарифмически нарастает, поэтому удаленный наблюдатель сингулярности не увидит.

В системе координат, связанной с падающим веществом, наблюдатель может пересечь горизонт черной дыры. Как было рассмотрено выше, коллапс обязан сопровождаться диссипацией энергии вращения вещества с уменьшением момента импульса. После пересечения горизонта даже фотоны не смогут покинуть черную дыру, поэтому вся диссипированная энергия останется в черной дыре. Если считать, что энергия диссипации находится в виде поля (например, электромагнитного), то прежде чем вещество уйдет в сингулярность внутри черной дыры, оно превратится в поле. В результате для внешнего наблюдателя вещество черной дыры как бы размазано по ее поверхности, в то время как для внутреннего наблюдателя материя черной дыры должна бы быть излучением (полем) в равновесии с веществом типа ядерного.

К вопросу о сингулярности в черных дырах можно подойти и с другой стороны. Вращающиеся черные дыры с массой (1 – 1,5) M_c близки по своим свойствам к нуклонам – и те и другие имеют одинаковую характерную скорость частиц – скорость света, а характерный спин нуклонов, равный постоянной Планка $\hbar$, подобен звездной постоянной $\hbar_s$, являющейся характерным спином данных черных дыр. В § 23 было показано, как для звезд работает соотношение неопределенностей Гейзенберга. Для черных дыр, как и для нуклонов, можно записать согласно (91):

$$\Delta P \Delta X \sim L_X \sim \hbar_s, \qquad (329)$$

где ΔP – неопределенность в величине среднего импульса вещества черной дыры,

ΔX – неопределенность величины средней координаты вещества,

L_X – характерный спин черной дыры,

$h_s = 2\pi \hbar_s$ – звездная постоянная (98).

Если при своем возникновении черная дыра имеет характерный спин L_X, то в дальнейшем он уменьшиться не может (это не относится к обычному спину, который отмечается удаленным наблюдателем), поскольку черная дыра не выпускает материю и общий спин материи не может уменьшиться в силу закона сохранения момента импульса. В то же время сингулярность требует обязательного уменьшения именно характерного спина – то есть предельно возможного спина частиц, находящихся в сфере заданного радиуса. Следовательно, должно выполняться (329), и скопление вещества в одной точке (сингулярность), когда $\Delta X = 0$, сопровождается бесконечно большим импульсом вещества, что можно считать невероятным. Отметим, что в рамках теории РТГ [118] сингулярность также не имеет места.

в) Характеристики черных дыр.

В зависимости от наличия спина и заряда черные дыры в общей теории относительности разделяются на четыре типа, описываемые разными метриками пространства-времени:

Черная дыра	Спин, I	Заряд, q
Шварцильда	нет	нет
Керра	есть	нет
Рейснера - Нордстрема	нет	есть
Керра - Ньюмена	есть	есть

В качестве примера рассмотрим экстремальную Керр-Ньюменовскую черную дыру, имеющую максимально возможные вращение и заряд, причем вклады вращения и электрического заряда в формуле (320) будем считать одинаковыми. В этом случае подкоренное выражение в (320) равно нулю и выполняется следующее соотношение:

$$\frac{\gamma M}{\sqrt{2}\,c^2} = \frac{I}{Mc} = \frac{q}{c^2}\sqrt{\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0}}. \tag{330}$$

Однако, как будет показано далее, некоторые параметры такой экстремальной черной дыры обращаются в нуль. В этом случае мы будем находить соответствующие параметры невращающейся незаряженной черной дыры Шварцильда, обозначая их значком «ш».

Одновременно характеристики черных дыр можно оценить с помощью системы координат «масса – характерный спин – скорость света», то есть с помощью теории размерностей (смотри (252), (256)). Такие оценки будут обозначаться штрихом.

Положим теперь, что гравитационная масса нашей черной дыры $M = 1{,}414\,M_c$, а характерный спин L_X равен звездной постоянной h_s, и найдем ее параметры.

1. Радиус горизонта событий согласно (320) и (330):

$$R = \frac{\gamma M}{c^2} = 2{,}088\ \text{км}, \quad R' = \frac{h_s}{Mc} = 2{,}088\,\text{км}. \tag{331}$$

Из звездных планковских единиц типа (242) получаем третью оценку радиуса:

$$R' = \sqrt{\frac{\gamma h_s}{c^3}} = 2{,}088\,\text{км}.$$

2. Коэффициенты подобия по отношению к протону:

по массе: $\Phi' = \dfrac{M}{M_p} = 1{,}68\cdot10^{57}$,

по размерам: $P' = \dfrac{R}{R_p} = \dfrac{2\gamma M M_p}{hc} = 3{,}16\cdot10^{18}$,

по скоростям: $S' = \dfrac{c}{c} = 1$,

здесь $M = 1{,}414\, M_C$ – масса черной дыры,
M_p – масса протона,
$R = 2{,}088$ км – радиус черной дыры,
R_p – радиус протона по (82),
γ – гравитационная постоянная,
h – постоянная Планка,
c – скорость света.

Предполагается, что характерные скорости частиц в протоне и в черной дыре одинаковы и равны скорости света.

3. Спин согласно (330) равен:

$$I = \frac{\gamma M^2}{\sqrt{2}\,c} = 1{,}24\cdot10^{42}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

4. Характерный спин по (269):

$$L_X = MRc = \frac{\gamma M^2}{c} = 1{,}76\cdot10^{42}\ \text{Дж}\cdot\text{с} = h_S.$$

5. Характерный интервал времени:

$$t = R/c = 7\cdot10^{-6}\ \text{с} = t' = \frac{h_S}{Mc^2}.$$

6. Средняя плотность:

$$\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3} = \bar{\rho}' = \frac{3M^4c^3}{4\pi h_S^3} = 7{,}4\cdot10^{19}\ \text{кг/м}^3$$

7. Среднее давление:

$$\bar{P} \sim \frac{\bar{\rho}c^2}{3} = \frac{M^4C^5}{4\pi h_S^3} = 2{,}2\cdot10^{36}\ \text{Па}.$$

8. Характерное ускорение на горизонте черной дыры:

$$G = \frac{c^4\sqrt{\gamma^2M^2 - I^2M^{-2}c^2 - \gamma q^2(4\pi\varepsilon_0)^{-1}}}{2\gamma^2M^2 - \gamma q^2(4\pi\varepsilon_0)^{-1} + 2\gamma M\sqrt{\gamma^2M^2 - I^2M^{-2}c^2 - \gamma q^2(4\pi\varepsilon_0)^{-1}}}.$$

В силу выбранных нами условий (330) гравитационное ускорение G оказывается равным нулю и черная дыра другие массы вблизи горизонта не притягивает. Для оценки возможных величин ускорения возле черных дыр обратимся к шварцильдовской черной дыре:

$$G_Ш = \frac{\gamma M}{R_Ш^2} = \frac{c^4}{4\gamma M} = 1{,}08\cdot10^{13}\ \text{м/с}^2.$$

Ускорение из теории размерностей:

$$G' \sim \frac{Mc^3}{h_S} = 4{,}3\cdot10^{13}\ \text{м/с}^2.$$

9. Полная энергия: $E = E' = - Mc^2 = - 2{,}5 \cdot 10^{47}$ Дж.

10. Максимальная светимость:

$$L = \frac{-E}{t} = \frac{c^5}{\gamma} = L' = \frac{M^2 c^4}{h_S} = 3{,}63 \cdot 10^{52}\ \text{Вт}.$$

Интересно, что в выражении для максимальной светимости нет зависимости от массы, так что светимость одинакова для всех экстремальных черных дыр. Для черной дыры Шварцильда максимальная светимость равна:

$$L_Ш = \frac{c^5}{2\gamma} = 1{,}8 \cdot 10^{52}\ \text{Вт}.$$

Отсутствие зависимости максимальной светимости черных дыр от массы позволяет провести сравнение светимости черных дыр и протона. Согласно (256), максимальную светимость протона можно представить в виде:

$$L_p = \frac{M_p^2 c^4}{h} = 3{,}4 \cdot 10^{13}\ \text{Вт}.$$

Максимальная светимость черной дыры L колеблется в пределах $(1{,}8 - 3{,}6) \cdot 10^{52}$ Вт в зависимости от наличия спина у черной дыры. Отношение светимостей равно:

$$\frac{L}{L_p} = (0{,}53 - 1{,}06) \cdot 10^{39}.$$

С другой стороны, светимость имеет следующую размерность:

$$[L] = (\text{Масса})(\text{Длина})^2(\text{Время})^{-3}.$$

Тогда, используя коэффициенты подобия по массе, размерам, времени и скоростям, можно записать:

$$\frac{L}{L_p} = \Phi'(P')^2(\Pi')^{-3} = \Phi'(P')^{-1}(S')^3.$$

Подставляя Φ', P', S' из пункта 2, вновь получим:

$$\frac{L}{L_p} = 5{,}3 \cdot 10^{38} = \frac{hc}{2\gamma M_p^2}.$$

Поскольку характерная скорость частиц в черной дыре, как и в протоне, равна скорости света, то можно представить себе, что черная дыра наполнена излучением с температурой, равной внутренней температуре протона. Максимальная светимость получится тогда, когда все это излучение вдруг начнет покидать черную дыру. Используя (165), приравняем светимость абсолютно черного тела и максимальную светимость черной дыры Шварцильда:

$$\sigma 4\pi R^2 T^4 = \frac{c^5}{2\gamma},$$

здесь σ – постоянная Стефана-Больцмана,
R – радиус черной дыры,
T – температура черного тела.

Подставляя вместо T внутреннюю температуру протона (187), найдем R:

$$R = \sqrt{\frac{c^5}{8\pi\sigma\gamma T^4}} = 3\,\text{км}.$$

Полученный радиус практически совпадает с радиусом легкой черной дыры Шварцильда в Таблице 57.

11. Характерная внутренняя температура черной дыры близка к температуре внутри протона, поскольку зависит только от средней скорости движения частиц согласно (186) – (187):

$$\overline{T}_B = \frac{2Mc^2}{3K'_S} = \frac{2M_p c^2}{3k} = 7{,}2\cdot 10^{12}\ \text{К},$$

здесь $M = M_p \Phi'$ – масса черной дыры,
$K'_S = k\Phi'$ – эквивалентная звездная постоянная Больцмана,
k – постоянная Больцмана,
Φ' – коэффициент подобия по массе,
M_p – масса протона,
c – скорость света.

12. Внутренняя условная энтропия черной дыры может быть определена как отношение полной энергии к внутренней средней температуре (как если бы энергию звезды забирали в виде тепла при постоянной температуре):

$$S_B = -E\big/\overline{T}_B = \frac{3kM}{2M_p} = 3{,}48\cdot 10^{34}\ \text{Дж/К}.$$

Аналогично, в звездах главной последовательности средние внутренние температуры почти одинаковы, и для условной энтропии с учетом теоремы вириала, когда полная энергия звезды равна ее тепловой энергии, можно записать:

$$S_{BS} = -E_S/\overline{T}_{BS} = \frac{3kM_S}{M_p(2\mu)},$$

здесь $E_S = -M_S C^2 (A/Z)^2$ – полная энергия звезды согласно (44),

$\overline{T}_{BS} = \dfrac{2M_p C^2 \mu (A/Z)^2}{3k}$ – средняя внутренняя температура звезды ГП согласно (178),

M_S – масса звезды,
$C = 220$ км/с – звездная скорость,
A, Z – массовое и зарядовое числа звезды,
μ – количество нуклонов на одну частицу газа звезды, $\mu \sim 0{,}5 - 2$.

Если пренебречь величиной μ, то мы находим, что условные внутренние энтропии звезд главной последовательности и черных дыр практически совпадают и зависят только от массы. Условная энтропия, приходящаяся на один нуклон вещества звезды ГП, равна:

$$S_{B1} = \frac{3k}{2\mu},$$

Для простейшего вещества – водорода $\mu = 0{,}5$, а энтропия

$$S_H = 3k = 4{,}14\cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}.$$

13. Эффективная температура поверхности черной дыры с точки зрения удаленного наблюдателя в общем виде определяется согласно [207] квантовыми процессами рождения частиц:

$$T = \frac{\hbar G}{2\pi k c},$$

где $\hbar$ – постоянная Планка,
G – ускорение на горизонте,
k – постоянная Больцмана,

c – скорость света.

Для нашей экстремальной черной дыры ускорение на горизонте $G = 0$ и поверхностная температура T также равна нулю. Интересно, что согласно [226] нулевая температура поверхности черной дыры имеет тот же характер, что и абсолютный нуль температуры Кельвина – его невозможно достичь за конечное число шагов.

Найдем температуру черной дыры Шварцильда при $M = 1{,}414\ M_C$:

$$T_Ш = \frac{\hbar c^3}{8\pi k\gamma M} = 4{,}36{\cdot}10^{-8}\ \text{К}.$$

Наличие температуры у черной дыры означает, что она излучает с минимальной светимостью согласно (165):

$$L'_Ш = \sigma A_Ш T_Ш^4 = 4{,}49{\cdot}10^{-29}\ \text{Вт},$$

здесь $\sigma = \dfrac{\pi^2 k^4}{60\hbar^3 c^2} = 5{,}67032{\cdot}10^{-8}\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана,

$A = 4\pi(R^2 + I^2 M^{-2} c^{-2})$ – площадь горизонта черной дыры в общем случае,

$A_Ш = 4\pi R_Ш^2 = 16\pi\gamma^2 M^2 c^{-4} = 2{,}19{\cdot}10^8\ \text{м}^2.$

Благодаря светимости $L'_Ш$ черная дыра может испаряться, теряя массу (процесс Хокинга). Для шварцильдовской черной дыры можно найти предельное время ее испарения, приравнивая светимость к уменьшению полной энергии и решая дифференциальное уравнение:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{c^2 dM}{dt} = L'_Ш = \frac{\hbar c^6}{30\pi 8^3\gamma^2 M^2}, \quad t_Ш = \frac{10\pi 8^3\gamma^2 M^3}{\hbar c^4} = 5{,}9{\cdot}10^{67}\ \text{лет}.$$

Поскольку кроме фотонов черная дыра излучает и другие частицы, время испарения будет меньше, чем $t_Ш$ [65]. В связи с этим в приведенный выше расчет можно ввести следующие уточнения. Во-первых, вращающаяся черная дыра теряет энергию за счет рождения частиц со светимостью:

$$-\frac{dE}{dt} \sim \hbar\omega^2 < 1{,}2{\cdot}10^{-25}\ \text{Вт},$$

здесь $\hbar$ – постоянная Планка,

ω – максимальная угловая скорость вращения.

Данная светимость превышает светимость $L'_Ш$.

Во-вторых, в формуле для светимости $L'_Ш$ вместо площади горизонта $A_Ш$ необходимо подставлять площадь сечения захвата частиц, равную величине $27\pi\gamma^2 M^2 c^{-4}$ для высоких частот и несколько меньшую величину при низких частотах.

В-третьих, согласно [339], [340] учет рождения нейтрино черной дырой Шварцильда дает для светимости массивных черных дыр ($M > 10^{14}$ кг):

$$-\frac{dE}{dt} = 3{,}5{\cdot}10^5\left(\frac{10^{14}\ \text{кг}}{M}\right)^2\ \text{Вт},$$

или $-\dfrac{dE}{dt} = 4{,}4{\cdot}10^{-28}$ Вт при $M = 1{,}414\ M_C$, причем 81,4 % энергии уносится нейтрино и антинейтрино.

С учетом данных эффектов время жизни шварцильдовской черной дыры по [144] оценивается так:

$t < 9{\cdot}10^{-18} M^3$ секунд, где масса M – в килограммах.

Отсюда для $M = 1{,}414\ M_C$ получаем: $t < 6{,}3 \cdot 10^{66}$ лет.

С другой стороны, испарению черных дыр должно препятствовать фоновое излучение с температурой 2,7 К, которое равномерно заполняет все пространство Метагалактики. Падая на черную дыру, фоновое излучение увеличивает ее массу, а отраженное от горизонта излучение приходит к удаленному наблюдателю с той же температурой 2,7 К. В результате эффективная поверхностная температура черных дыр совпадает с температурой фонового излучения.

Общий поток реликтовых фотонов (плотность излучения) у Земли составляет согласно [78]:

$$B = 1{,}3 \cdot 10^{16}\ \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Ср}^{-1},$$

при средней энергии фотонов $W = 1{,}87 \cdot 10^{-22}$ Дж. Можно оценить время, за которое шварцильдовская черная дыра увеличит свою массу в два раза:

$$\frac{d(Mc^2)}{dt} = 2\pi BWS_E, \qquad t = \frac{c^6}{128\pi^2 BW\gamma^2 M} \sim 10^{36}\ \text{лет},$$

здесь $S_E = 27\pi\gamma^2 M^2/c^4$ – сечение захвата фотонов по [218].

В реальных условиях черная дыра росла бы еще быстрее за счет аккреции межзвездного вещества.

14. Энтропия поверхности черной дыры равна по [207]:

$$S = \frac{\pi kc(R^2 M^2 c^2 + I^2)}{\gamma\hbar M^2} = 1{,}083 \cdot 10^{54}\ \text{Дж/К}.$$

У шварцильдовской черной дыры $I = 0$, $R = R_Ш$ и энтропия равна:

$$S_Ш = \frac{4\pi k\gamma M^2}{\hbar c} = 2{,}89 \cdot 10^{54}\ \text{Дж/К}.$$

Полная энергия черной дыры E, поверхностная температура $T_Ш$ и энтропия поверхности $S_Ш$ связаны между собой. Из определения энтропии и первого закона термодинамики следует:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \qquad dE = \delta Q + \delta A,$$

здесь S – энтропия,
Q – количество теплоты,
T – температура,
E – полная энергия,
A – работа, совершаемая черной дырой при изменении ее обьема.

Если мы при постоянной температуре $T_Ш$ добавим черной дыре немного теплоты δQ, то вероятно изменится и площадь горизонта и обьем черной дыры, то есть δA не будет равняться нулю, так как $\delta A = -PdV$, где P – давление, V – обьем. Следовательно, $dE < \delta Q$, а изменение энтропии равно:

$$dS_Ш > dE/T_Ш.$$

Отсюда $dE < T_Ш dS_Ш = \dfrac{\hbar c^3}{8\pi k\gamma M}\dfrac{4\pi k\gamma}{\hbar c}d(M^2) = c^2 dM, \quad T_Ш S_Ш \sim -E.$

Точное равенство имеет вид:

$$T_Ш S_Ш = Mc^2/2 = -E/2.$$

Заметим, что поскольку внешняя и внутренняя температуры черной дыры не совпадают, то не совпадают и соответствующие энтропии (черная дыра по разному выглядит изнутри и снаружи). Как внешняя, так и внутренняя условная энтропии зависят от массы, причем для шварцильдовской черной дыры их легко связать между собой:

$$S_Ш = \frac{4\pi k \gamma M^2}{\hbar c}, \quad S_В = \frac{3kM}{2M_P} \text{ по пункту 12,}$$

$$S_Ш = \frac{16\pi\gamma M_P^2}{9k\hbar c} S_В^2 = У S_В^2,$$

где $У = 2{,}39 \cdot 10^{-15}$ К/Дж.

Связь между энтропиями $S_Ш$ и $S_В$ чем-то напоминает связь между площадью поверхности и радиусом шара.

Если рассматривать протон и шварцильдовскую черную дыру с массой 1 M_C, то можно отметить ряд свойств, сближающих эти обьекты. Во-первых, характерные скорости внутренних частиц этих обьектов одинаковы и равны скорости света. Во-вторых, совпадают характерные внутренние температуры. В третьих, имеется подобие характерных спинов и радиусов:

$R_P \sim \dfrac{h}{M_P c}$ – характерный радиус протона,

$R_Д = \dfrac{2\gamma M_Д}{c^2} = \dfrac{h_S}{M_Д c}$ – радиус горизонта черной дыры,

здесь h – постоянная Планка,
M_P – масса протона,
c – скорость света,
γ – гравитационная постоянная,
$M_Д = 1 M_C$ – масса черной дыры,
$h_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с – звездная постоянная.

Предположим, что для протона, как и для черной дыры, существует связь между внутренней условной и внешней поверхностной энтропиями:

$$S_{PШ} = У_P S_{PВ}^2,$$

где $S_{PШ}$ – поверхностная энтропия протона,
$У_P$ – коэффициент пропорциональности,
$S_{PВ}$ – условная энтропия протона.

Коэффициент $У$ для черных дыр имеет размерность:

$$[У] = \mathrm{M}^{-1} \mathrm{L}^{-2} \mathrm{T}^2 \mathrm{Q},$$

где M – размерность массы,
L – размерность длины,
T – размерность времени,
Q – размерность температуры.

Считая температуру неизменной, можно найти $У_P$ из соотношения подобия:

$$\frac{У}{У_P} = (Ф')^{-1}(P')^{-2}(П')^2 = (Ф')^{-1}(S')^{-2},$$

где $Ф'$, P', $П'$, S' – коффициенты подобия по массе, размерам, времени и скоростям соответственно.

В нашем случае $Ф' = M_Д / M_P$, а отношение скоростей частиц $S' = 1$, тогда:

$$У_P = УФ' = \frac{У M_Д}{M_P}.$$

Для атома водорода энтропия равна $3\,k$, а для протона она будет в два раза меньше:

$$S_{PB} = \frac{3}{2}k,$$

где k – постоянная Больцмана.

Тогда поверхностная энтропия протона будет равна:

$$S_{PШ} = У_P S_{PB}^2 = \frac{9У M_Д k^2}{4 M_P} = 1{,}7\cdot 10^{-3}\,\text{Дж/К}.$$

Как и для черной дыры, поверхностная температура, энтропия и полная энергия протона связаны между собой, так что можно найти поверхностную температуру:

$$T_{PШ} = \frac{M_P c^2}{2 S_{PШ}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi \gamma M_Д k} = 4{,}4\cdot 10^{-8}\,\text{К},$$

что совпадает с поверхностной температурой черной дыры, найденной в пункте 13.

Температура $T_{PШ}$ может быть границей, ниже которой долговременно охладить вещество будет просто невозможно – если изолировать такое охлажденное вещество, оно вновь нагреется до температуры $T_{PШ}$ за счет внутренней энергии протонов (нуклонов, ядер). Более точные результаты можно было бы получить при учете рождения заряженных частиц в электрическом поле. Заметим, что при магнитном охлаждении с использованием ядерного парамагнетизма уже достигнуты температуры у систем ядер порядка $2\cdot 10^{-8}$ К [232] и даже $8\cdot 10^{-10}$ К согласно [121]. Низкая поверхностная температура протонов гарантирует их долговременную стабильность. Если считать, что:

$R_P = \dfrac{h}{2 M_P c}$ – радиус протона по (82),

$S_P = 4\pi R_P^2$ – площадь поверхности протона,

$L'_P = \sigma S_P T_P^4$ – поверхностная светимость протона по (165),

$T_P = T_{PШ} = \dfrac{\hbar c^3}{8\pi \gamma M_P Ф' k}$ – поверхностная температура протона,

$Ф' = \dfrac{M_Д}{M_P} = 1{,}68\cdot 10^{57}$ – коэффициент подобия по массе по пункту 2,

то интегрируя по массе протона M_P, как в пункте 13 интегрировали по массе черной дыры, можно оценить время «испарения» протона:

$$t_P = \frac{4^6\cdot 15\cdot M_P^7 \gamma^4 Ф'^4}{7\pi \hbar^3 c^6} = 6\cdot 10^{47}\,\text{лет}.$$

Испарению протонов противодействует также микроволновое фоновое излучение с температурой 2,7 К.

15. Угловая скорость (угловая частота) вращения:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{I M c^2}{R^2 M^2 c^2 + I^2} = 6{,}7\cdot 10^4\,\text{с}^{-1}.$$

16. Заряд черной дыры. Из условия (330) находим:

$$q = M\sqrt{2\pi\varepsilon_0\gamma} = 1{,}71\cdot10^{20}\ \text{Кл}, \qquad q/M = 6\cdot10^{-11}\ \text{Кл/кг}.$$

Полученное отношение q/M можно сравнить с гиромагнитными отношениями $K_{PE} = 3{,}69\cdot10^{-9}$ Кл/кг из (127) и $K_{PP} = 2{,}01\cdot10^{-12}$ Кл/кг из (128), откуда следует, что наша черная дыра попадает в область между двумя прямыми на рисунке 40, где находятся многие звездные обьекты.

Заряд из теории размерностей:

$$q' \sim \sqrt{\varepsilon_0 h_S c} = 6{,}8\cdot10^{19}\,\text{Кл}.$$

Еще одну оценку заряда черной дыры можно получить с помощью коэффициентов подобия Φ', P', S'. Размерность заряда в системе физических единиц СГС такова:

$$[q] = \mathrm{L}^{1,5}\,\mathrm{M}^{0,5}\,\mathrm{T}^{-1},$$

где L – размерность длины,
M – размерность массы,
T – размерность времени.

Отсюда получаем соотношение, справедливое и в системе физических единиц СИ:

$$\frac{q'}{e} = P'^{1,5}\,\Phi'^{0,5}\,\Pi'^{-1} = P'^{0,5}\,\Phi'^{0,5}\,S'.$$

Подставляя коэффициенты подобия из пункта 2 и элементарный электрический заряд e, находим q':

$$q' = 1{,}2\cdot10^{19}\ \text{Кл}.$$

17. Магнитный момент: $P_M = qI/M = 7{,}5\cdot10^{31}$ Дж/Тл.

Для данного значения P_M и спина I из пункта 3 на рисунке 40 нанесена увеличенная точка, означающая положение экстремальной черной дыры.

18. Напряженность магнитного поля согласно [164]:

В направлении полюсов существует только радиальная компонента:

$$H_R = \frac{2P_M\,r\,M^4c^4}{(r^2M^2c^2 + I^2)^2},$$

где r – текущий радиус.

На горизонте $r = R$ и $H_R = 7{,}4\cdot10^{21}$ А/м. Прямо на экваторе магнитное поле равно нулю, а при $r > R$ магнитное поле вначале увеличивается, а затем спадает как у магнитного диполя.

19. Электрический потенциал горизонта событий черной дыры согласно [207]:

$$\varphi = \frac{qR}{\varepsilon_0 A} = \frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R} = 4{,}9\cdot10^{26}\ \text{В},$$

здесь q – заряд черной дыры,
R – радиус горизонта,
ε_0 – электрическая постоянная,
A – площадь горизонта.

Быстрое вращение черной дыры может привести к тому, что электромагнитное поле вокруг нее начнет закручиваться и станет вихревым. Если же рассматривать экстремальные черные дыры Рейснера-Нордстрема, в которых заряд максимален в отсутствие вращения, то для этих обьектов взаимное электрическое отталкивание может полностью компенсировать гравитационное притяжение.

20. Напряженность электрического поля черной дыры. Радиальная компонента в направлении полюсов:

$$E_R = \frac{q(r^2 M^2 c^2 - I^2) M^2 c^2}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 M^2 c^2 + I^2)^2}.$$

При $r = R$ напряженность $E_R = 7{,}9 \cdot 10^{22}$ В/м. На экваторе напряженность электрического поля несколько больше и равняется $3{,}5 \cdot 10^{23}$ В/м.

Как видим, теоретические параметры черных дыр изучены довольно хорошо. Однако, как будет показано в § 46, не черные дыры, а нейтронные звезды должны быть реальными аналогами нуклонов и составлять основу вещества из звезд. Соответственно следует ожидать открытия комплексов из нейтронных звезд, эквивалентных атомным ядрам. Впрочем, двойные пульсары уже обнаружены. Вероятно, некоторые массивные рентгеновские источники в Таблице 59 действительно являются тесно связанными комплексами нейтронных звезд.

§ 36. Метагалактика по теории подобия

а) Место Метагалактики во Вселенной.

По мере перехода от атомных к звездным и далее к галактическим системам число наблюдаемых нами обьектов резко уменьшается. Для примера в Таблице 60 приведены характерные массы и количества однотипных обьектов, вычисленные по распределениям по массе (259) и (273).

Таблица 60

Содержание различных обьектов в р-метагалактике.

Обьект	Масса обьекта, кг	Количество обьектов в р-метагалактике	Коэффициент подобия по массе
Протон	$1{,}6726 \cdot 10^{-27}$	$1{,}42 \cdot 10^{78}$	$Д_Ф^{14}$
р-звезда	$1{,}11 \cdot 10^{29}$	$2{,}13 \cdot 10^{22}$	$Д_Ф^{4}$
р-галактика	$1{,}621 \cdot 10^{40}$	$1{,}46 \cdot 10^{11}$	$Д_Ф^{2}$
р-метагалактика	$2{,}368 \cdot 10^{51}$	1	1

В Таблице 60 коэффициент $Д_Ф = 3{,}8222 \cdot 10^5$ является множителем прогрессии по массе (257), масса р-звезды взята согласно (14), масса р-галактики согласно (275), масса р-метагалактики была найдена в соответствии с (273) путем умножения массы р-галактики на $Д_Ф^2$.

Из Таблицы 60 следует, что отношение массы р-метагалактики к массе протона равно $Д_Ф^{14}$ или $1{,}42 \cdot 10^{78}$.

Поскольку мы наблюдаем лишь часть Метагалактики, будучи внутри нее, то оказывается совсем не просто определить, что же она из себя представляет. Например, некоторые теории ограничиваются единственностью Метагалактики, полагая, что пространство-время искривлено так, что бессмысленно говорить о чем-то ином, чем об этом, видимом нами и возможно замкнутом пространстве-времени. С другой стороны, Вселенную можно представить и в виде множества метагалактик, существующих отдельно друг от друга.

Вопрос о нашей Метагалактике оказывается тесно связанным с гипотетическими гигантскими черными дырами. В самом деле, известно, что плотность черных дыр должна падать по мере увеличения массы. Связь между радиусом и массой черной дыры такова:

$$R_Ш = \frac{2\gamma M}{c^2} \text{ – для невращающейся дыры Шварцильда,} \tag{332}$$

$$R_K = \frac{\gamma M}{c^2} \text{ – для дыры Керра с предельным вращением.}$$

Возьмем теперь массы самых больших обьектов в (273), вычислим для этих масс радиусы черных дыр по (332) и результат занесем в Таблицу 61. Для сравнения сюда же занесем характерные размеры рассматриваемых обьектов согласно распределения по размерам (278).

Таблица 61

Характерные параметры метагалактик и гигантских черных дыр.

Обьект	Масса обьекта, M_C	$R_Ш$, пк	R_K, пк	Характерный радиус, пк
Сверхскопление галактик	$6{,}51 \cdot 10^{17}$	$6{,}22 \cdot 10^4$	$3{,}11 \cdot 10^4$	$1{,}79 \cdot 10^8$
р-метагалактика	$1{,}19 \cdot 10^{21}$	$1{,}14 \cdot 10^8$	$5{,}7 \cdot 10^7$	$2{,}63 \cdot 10^8$
Гигантская метагалактика	$2{,}49 \cdot 10^{23}$	$2{,}38 \cdot 10^{10}$	$1{,}19 \cdot 10^{10}$	$1{,}405 \cdot 10^{10}$

Характерный размер р-метагалактики в Таблице 61 вычислен по формуле:

$$R_{PM} = R_{PS}\, Д_P^9 = 2{,}63 \cdot 10^8 \text{ пк,} \tag{333}$$

где R_{PS} – радиус р-звезды (252),

$Д_P$ – множитель прогрессии по размерам (260).

Данные Таблицы 61 удобнее анализировать с помощью рисунка 58, где приведены следующие зависимости:

– Штриховая линия R_X показывает размеры метагалактик (278) в зависимости от их массы по (273), точка R_{PM} соответствует по (333) характерному радиусу р-метагалактики.

– Линия $R_Ш$ показывает зависимость радиуса черных дыр Шварцильда от массы, а линия R_K – радиус черных дыр Керра с предельным вращением.

Из рисунка 58 видно, что массивные метагалактики должны быть черными дырами, то есть их характерные размеры совпадают с радиусами черных дыр. В противоположность этому, сверхскопления галактик (аналоги планет) имеют размеры, значительно превышающие шварцильдовские радиусы. Р-метагалактика, имеющая минимальную массу среди нормальных метагалактик (аналогов звезд), довольно близка к черным дырам.

Обратимся теперь к наблюдениям далеких галактик. Согласно [181], прямые измерения расстояний до галактик с помощью вспышек Сверхновых (по их блеску и скорости расширения оболочек) выполнены до $2 \cdot 10^9$ пк. До 10^9 пк возможны оценки расстояний просто по форме галактики [193], считая, что она спиральная и имеет абсолютную звездную величину (-20^m). Еще на большие расстояния позволяет

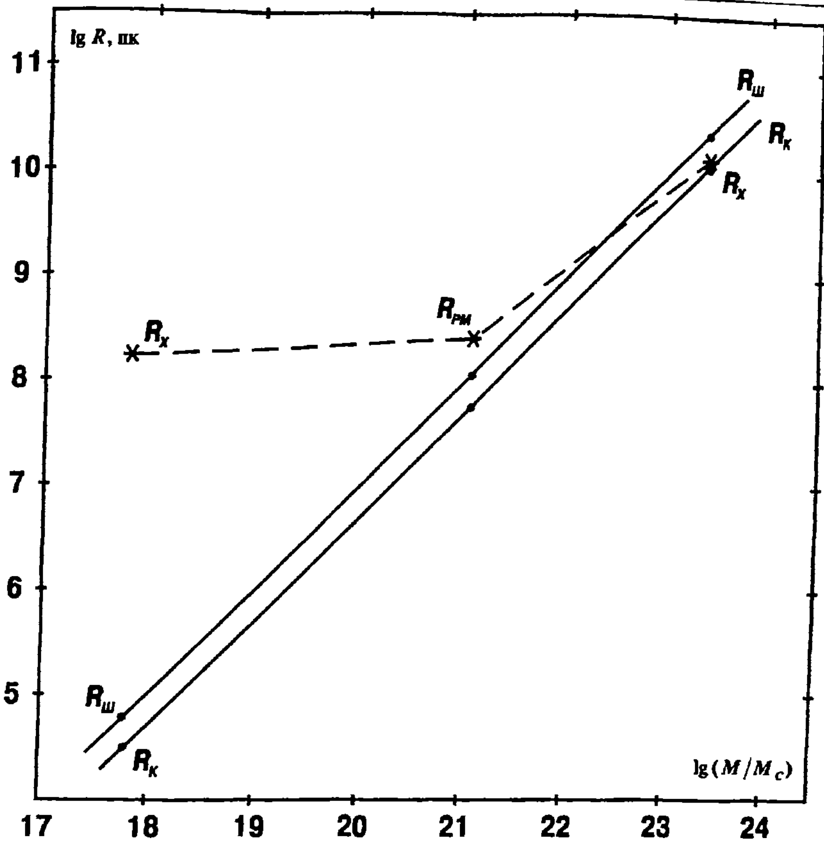


Рис. 58. Сравнение характерных размеров сверхскоплений галактик и метагалактик с радиусами соответствующих гигантских черных дыр. Штриховая линия R_x – положение обьектов по распределениям (278) и (273), линия $R_ш$ – черные дыры Шварцильда, линия $R_к$ – черные дыры Керра, точка $R_{рм}$ – радиус р-метагалактики по соотношению (333).

заглянуть нам радиоастрономия. Все эти измерения согласуются с законом Хаббла (197), (198), связывающим расстояния до галактик с красным смещением их спектров.

С другой стороны, при размерах пространственной ячейки около 200 Мпк в каждой ячейке находится приблизительно одинаковое число галактик, что говорит об однородности Метагалактики в больших масштабах. Если предположить, что наша Метагалактика имеет размер более 10^9 пк, то тогда из рисунка 58 следует, что Метагалактика представляет из себя черную дыру либо очень близка к этому состоянию. Данный вывод можно считать верным только в том конечно случае, если законы гравитации справедливы и в таких больших обьемах, которые занимают метагалактики. Допустим, что:

– Теория тяготения действительно применима к Метагалактике в целом и гигантские черные дыры возможны;

– Красные смещения в спектрах далеких галактик обьясняются эффектом Допплера, а разбегание галактик описывается законом Хаббла (197);

– Верна теория Большого взрыва, в соответствии с которой Метагалактика расширяется от какого-то компактного состояния;

– Влиянием других метагалактик можно пренебречь;

– Масса (полная энергия) Метагалактики в ходе расширения не меняется.

Тогда в прошлом все вещество Метагалактики было сконцентрировано в обьеме с радиусом $R \ll R_Ш$. В настоящий момент радиус Метагалактики близок к величине $R_Ш$ по (332). Что может происходить дальше? В зависимости от кинетической энергии, полученной веществом в момент Большого взрыва, для удаленного наблюдателя возможны следующие варианты:

– Разлетающиеся галактики пересекают радиус Шварцильда и достигают бесконечности с положительной энергией, то есть с ненулевой скоростью движения;

– Полная энергия равна нулю, скорость разлета галактик на бесконечности также равна нулю;

– Полная энергия отрицательна. В этом случае галактики могут пересечь радиус $R_Ш$, но через некоторое время начнется обратное падение в черную дыру.

– Полная энергия отрицательна и меньше некоторого предела. Разлет галактик тормозится внутри радиуса $R_Ш$, а внешний наблюдатель никакого движения не отмечает. Все рассмотренные процессы можно обратить во времени и представить себе коллапс галактик в черную дыру, в центре которой они сталкиваются, происходит Большой взрыв и новый разлет вещества.

Использование теории Большого взрыва позволяет обьяснить некоторые наблюдательные факты, например, красные смещения в спектрах галактик. Нестационарность гравитационно связанных систем неизбежно вытекает из самой природы гравитации. Даже для квазистационарности требуются какие-то силы, препятствующие сжатию. Тем не менее, можем ли мы однозначно распространять теорию Большого взрыва на всю Вселенную, если она состоит из множества метагалактик? На наш взгляд, это будет эквивалентно тому, чтобы предсказывать судьбу множества взаимодействующих частиц, зная лишь приблизительно эволюцию одной частицы. Легко, например, представить себе заряженные метагалактики, которые связаны между собой, как атомы в куске вещества, и тогда о гравитационной неустойчивости можно просто забыть. Будем считать, что Вселенная в общем случае содержит метагалактики как наибольшие на сегодняшний день известные нам структурные единицы материи.

б) Характерные параметры.

К сожалению, в настоящее время мы не можем уверенно определить ни массу, ни радиус нашей Метагалактики. Самые далекие галактики наблюдаются на расстояниях более 10^9 пк, а квазары, видимо, еще дальше. Тогда из рисунка 58 следует, что масса Метагалактики превышает $10^{22}\ M_C$, при этом Метагалактика, если справедливы законы гравитации в таких размерах, является черной дырой или близка к этому состоянию.

Для оценки возможных параметров метагалактик рассмотрим самую большую метагалактику в Таблице 61 с массой $M = 2{,}49 \cdot 10^{23}\ M_C$. Предположим, что эта метагалактика является экстремальной черной дырой Керра-Ньюмана, то есть обладает и спином и электрическим зарядом. Тогда мы сможем использовать выводы, сделанные в § 35 в отношении таких экстремальных черных дыр. В случае, если какие-либо параметры будут обращаться в нуль, мы в качестве оценки используем параметры для черной дыры Шварцильда той же массы, снабжая их значком «ш».

1. Радиус горизонта (радиус метагалактики) согласно (331):

$$R = \frac{\gamma M}{c^2} = 1{,}19 \cdot 10^{10} \text{ пк.} \qquad (334)$$

2. Спин по (330) равен:

$$I = \frac{\gamma M^2}{\sqrt{2}\, c} = 3{,}9 \cdot 10^{88} \text{ Дж} \cdot \text{с.}$$

3. Характерный спин по (269):

$$L_X = MRc = 5{,}5 \cdot 10^{88} \text{ Дж} \cdot \text{с.}$$

4. Характерный интервал времени:

$$t = \frac{R}{c} = 3{,}89 \cdot 10^{10} \text{ лет.}$$

Учитывая, что $R = \frac{\gamma M}{c^2}$, $M = \frac{4}{3}\pi \rho R^3$, для времени t находим:

$$t = \sqrt{\frac{3}{4\pi \gamma \rho}},$$

то есть время t одновременно близко к характерному времени релаксации вещества в поле регулярных сил и времени свободного падения под действием сил гравитации в отсутствие значительного вращения.

5. Средняя плотность: $\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3} = 2{,}4 \cdot 10^{-27}$ кг/м^3.

6. Среднее расстояние между галактиками. Предположим, что метагалактика состоит из р-галактик, тогда с учетом соотношения (145) можно записать:

$$G = \frac{\bar{\rho}}{M_{pr}} = \frac{3M}{4\pi M_{pr} R^3}, \qquad D = G^{-1/3} = 615 \text{ кпк,}$$

здесь G – концентрация р-галактик в метагалактике,
$\bar{\rho}$ – средняя плотность вещества метагалактики,
M_{pr} – масса р-галактики (275),
M – масса метагалактики,
R – радиус метагалактики,
D – среднее расстояние между р-галактиками.
Найдем отношение величины D к характерному радиусу р-галактики:

$$D/R_{pr} = 1{,}1 \cdot 10^3,$$

здесь $R_{pr} = 544$ пк согласно (297).

В § 21 было найдено, что для кокса отношение среднего расстояния между атомами углерода к радиусу атома углерода равно 10^5. Для рассматриваемой нами модели метагалактики аналогичное отношение равно $1{,}1 \cdot 10^3$ и можно сделать вывод, что она также представляет из себя твердое тело. Это согласуется с тем, что найденное среднее расстояние между р-галактиками $D = 615$ кпк вполне соответствует характерному радиусу взаимодействия р-галактик. В твердом теле расстояния между ядрами двух соседних атомов приблизительно равны сумме радиусов данных атомов. Тогда величина $D/2$ одновременно должна быть характерным радиусом «атома», состоящего из р-галактики (аналог протона) и карликовой е-галактики (аналог электрона). Если вспомнить, что для нашей Галактики все ближайшие карликовые галактики лежат внутри радиуса 230 кпк, а расстояния до ближайших больших галактик равны 670 – 760 кпк (смотри Таблицы 50, 51), то получается, что р-галактики упакованы достаточно плотно и метагалактика – твердое тело. Это, видимо, справедливо и для нашей Метагалактики в ее сегодняшнем состоянии.

7. Угловая скорость вращения:

$$\omega = \frac{I M c^2}{R^2 M^2 c^2 + I^2} = 3{,}8\cdot 10^{-19}\,\text{сек}^{-1}.$$

8. Период вращения:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 5{,}2\cdot 10^{11}\,\text{лет}.$$

Полученный период близок к величине минимально возможного периода вращения, поскольку мы рассматриваем экстремальную модель метагалактики с предельно быстрым вращением. Для сравнения с оценками вращения Метагалактики смотри § 18, § 37.

9. Эффективное давление:

$$\overline{P} \sim \frac{\overline{\rho} c^2}{3} = 7{,}2\cdot 10^{-11}\,\text{Па}.$$

Предположим, что через центр рассматриваемой метагалактики проходит бесконечная проницаемая для материи плоскость, с помощью которой можно измерять среднее давление. Если движение материи, несущей импульс, хаотично, то мы зафиксируем одинаковое давление с обеих сторон плоскости. Однако если есть общее вращение материи перпендикулярно плоскости, то давление $\overline{P}_1$ на одной стороне плоскости не будет равно давлению $\overline{P}_2$ на другой стороне плоскости. При малых скоростях можно определить в качестве среднего давления следующую величину:

$$\overline{P} = \frac{\overline{P}_1 + \overline{P}_2}{2}.$$

Однако когда скорость вращения существенно больше хаотической скорости, то $\overline{P}_1 \to 0$, $\overline{P} \to \overline{P}_2$ и все давление приложено с одной стороны плоскости.

10. Характерное ускорение на горизонте экстремальной метагалактики равно нулю согласно данным § 35, формулы (331). Шварцильдовское ускорение равно:

$$G_Ш = \frac{\gamma M}{R_Ш^2} = \frac{c^4}{4\gamma M} = 6{,}1\cdot 10^{-11}\,\text{м/с}^2.$$

11. Модуль полной энергии:

$$E = M c^2 = 4{,}45\cdot 10^{70}\,\text{Дж}.$$

12. Максимальная светимость:

$$L = \frac{E}{t} = \frac{c^5}{\gamma} = 3{,}6\cdot 10^{52}\,\text{Вт}.$$

Полученная величина совпадает с максимальной светимостью экстремальной черной дыры в § 35, поскольку не зависит от массы.

13. Максимальная энергия, в принципе извлекаемая из метагалактики, как из черной дыры согласно [164] равна:

$$E_{MAX} = (M - M_{IRR})c^2 = 1{,}71\cdot 10^{70}\,\text{Дж},$$

где $M_{IRR} = \dfrac{c}{2\gamma M}\sqrt{R^2 M^2 c^2 + I^2} = 3{,}05\cdot 10^{53}$ кг – неприводимая масса,

R – радиус горизонта,

$M = 2{,}49 \cdot 10^{23} M_C$ – масса метагалактики в массах Солнца,

c – скорость света,

γ – гравитационная постоянная,

I – спин метагалактики.

Отношение $E_{MAX}/E = 0{,}38$, то есть извлекаемая энергия составляет 38 % от полной энергии, а электростатическая энергия и энергия вращения составляют приблизительно по 19 % от полной энергии E.

14. Электрический заряд:

$$q = M\sqrt{2\pi\varepsilon_0\gamma} = 3 \cdot 10^{43} \text{ Кл}.$$

15. Магнитный момент:

$$P_M = \frac{qI}{M} = 2{,}4 \cdot 10^{78} \text{ Дж/Тл}.$$

16. Напряженность магнитного поля на полюсе:

$$H_R = \frac{2 P_M R M^4 c^4}{(R^2 M^2 c^2 + I^2)^2} = 4{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ А/м}.$$

Согласно [162], напряженность регулярного крупномасштабного междугалактического магнитного поля в Метагалактике меньше, чем $8 \cdot 10^{-8}$ А/м. Если считать, что внутри метагалактики должно быть такое же магнитное поле, как и на полюсе, то тогда наша Метагалактика имеет магнитный момент на шесть порядков меньший, чем у рассматриваемой метагалактики. Следовательно, собственный электрический заряд нашей Метагалактики и ее спин существенно меньше экстремальных значений.

Дальнейшее обсуждение связи между гипотетическими гигантскими черными дырами и Метагалактикой будет продолжено в § 48. 6. в разделе, посвященном гравитонам.

§ 37. Космологические принципы

Целью данного параграфа является формулировка основных принципов, действующих во Вселенной. Почему это может быть таким важным, хорошо видно в самых различных областях знаний. Классическим примером является обычная геометрия, которую целиком можно вывести из нескольких аксиом (постулатов Евклида). Другой пример: если мы знаем зависимости потенциальной и кинетической энергий от координат и импульсов, то с помощью принципа наименьшего действия можно сразу получить уравнения движения механической системы. В ядерной физике знание внутренней симметрии элементарных частиц позволило создать кварковый конструктор, с помощью которого можно составить любой адрон – мезон из кварка и антикварка или барион из трех кварков. Подобные примеры можно продолжать без конца. В конце концов, любая новая теория должна сделать хотя бы одно новое предположение для того, чтобы могли получиться нетривиальные результаты.

а) Принцип Эйнштейна.

В 1543 году Коперник выдвинул теорию, согласно которой Земля не может находиться в центре Вселенной. Изучение галактик на фотопластинках, снятых в различных направлениях, показывает, что галактики везде встречаются приблизительно одинаково часто (с тем исключением, что согласно карте небесной сферы Жерара де Вокулера из Техасского университета, на которую к 1976 году было нанесено 4364 галактики, вблизи северного полюса Галактики наблюдается повышенная плотность галактик, связанная с крупным скоплением галактик в созвездии Дева). Видимо в связи с этим в статье «Космологическое обсуждение общей теории относительности», опубликованной в 1917 году, Эйнштейн постулировал, что «ни одна из усредненных характеристик космической среды не выделяет преимущественного положения или преимущественного направления в пространстве». Эйнштейн назвал эту гипотезу космологическим принципом. По существу, данным принципом утверждается однородность и изотропность распределения масс в космическом пространстве. Считая, что этот принцип применим ко всей Вселенной, в 1922 году А. Фридман нашел нестационарное решение уравнений Эйнштейна.

Однако нам трудно согласиться с тем, что рассматриваемый принцип носит абсолютный, а не относительный характер. Например, при первом взгляде на ночное небо кажется, что количество звезд везде одинаково. Но уже древние астрономы знали, что Млечный Путь есть выделенная плоскость, пересекающая весь небосвод, и одновременно плоскость нашей Галактики. Как известно, вещество во всех галактиках распределено неоднородно и неизотропно – плотность вещества зависит как от радиуса, так и от других галактических координат.

Переходя от галактик к сверхскоплениям галактик, находим, что в ячейках пространства размером порядка 200 Мпк содержатся приблизительно одинаковые количества галактик. Может быть, принцип Эйнштейна справедлив только для больших масштабов? Некоторые сомнения имеются и в этом случае. В § 36, исходя из среднего расстояния между галактиками в Метагалактике и динамики их взаимодействия, был сделан вывод, что Метагалактика представляет из себя твердое тело. В этом случае хорошо известную ячеистую структуру Метагалактики, получающуюся из-за своеобразного расположения скоплений галактик в пространстве, можно трактовать как некую кристаллическую структуру этого твердого тела. Но даже если Метагалактика твердое тело, разве может оно быть совершенно однородным и изотропным? В лучшем случае гравитационно связанное тело будет иметь симмметрию, близкую к сферической, с плотностью, зависящей от текущего радиуса.

Для дальнейшего важно разграничить понятия Вселенная и Метагалактика. Если Метагалактика меньше Вселенной и является лишь одним из ее обьектов, то она как и любой обьект имеет ограниченные размеры и массу. При другом подходе Метагалактика и Вселенная одно и то же и ничего другого в мире больше нет. Что ближе к истине, могут показать будущие наблюдения и эксперименты. Нам остается сейчас использовать философские аргументы и историю физики. В частности, уже при открытии элементарных частиц возник вопрос, являются ли они простейшими кирпичиками мироздания? Ответ оказался отрицательным, и сейчас никто не сомневается в существовании сложной внутренней структуры элементарных частиц. Для того, чтобы структурная лестница материи закончилась либо в области малых, либо в области больших масс, нужны очень веские причины. Например, схлопывание, самозамыкание пространства вокруг большой массы. Но если есть один замкнутый мир, всегда можно представить себе другой такой же. Здесь мы используем гипотезу о том, что природа ничего не делает в одном экземпляре. Будем считать, что нет никаких причин ограничивать наш мир, и Метагалактика лишь часть большой и вероятно бесконечной Вселенной.

В то же время в любом космологическом обьекте, например, в Метагалактике, галактиках, звездах или элементарных частицах, можно найти преимущественное положение, находящееся внутри обьекта и являющееся центром симметрии относительно главных действующих сил типа гравитации, кулоновских или ядерных сил. Можно предположить, что центр Метагалактики лежит в северной галактической полусфере, где яркие галактики расположены чаще, а QRS в среднем на одну величину ярче, чем в южной галактической полусфере. Здесь же, в созвездии Северная Корона, находится крупнейшая сверхструктура размером 360 Мпк, включающая в себя 15 богатых кластеров галактик [333].

Вращение обьектов делает их осесимметричными, в результате возникает анизотропия свойств в разных направлениях. Наконец, в каждом обьекте существует выделенная система отсчета, которая неэквивалентна другим системам отсчета с точки зрения симметрии. В Метагалактике такой выделенной системой отсчета, по-видимому, может служить система, связанная с микроволновым фоновым излучением (смотри § 42, пункт в)).

б) Принцип движения.

Известно, что простейшими видами движения являются равномерное поступательное движение по прямой в отсутствие действующих сил (сохраняется импульс системы) и вращение (сохраняется момент импульса). В первом случае система удаляется без возврата, во втором случае – двигается, оставаясь в замкнутом пространстве за счет действия удерживающей центральной силы. Оба вида движения видимо существуют совершенно неразрывно, легко переходя друг в друга в зависимости от действующих сил. Допустим, что в какой-то миг в мире отсутствует вращение, а тела взаимодействуют друг с другом посредством центральных сил. Первое же упругое нецентральное столкновение двух тел придаст этим телам взаимно противоположное вращение в силу закона сохранения момента импульса. В результате вскоре все тела будут вращаться, хотя в целом общий момент импульса может быть равен нулю.

Подобные рассуждения можно применить ко всем обьектам Вселенной, кроме нее самой (Вселенная, как бесконечно большой обьект, может обладать сразу всеми свойствами, в том числе и взаимоисключающими друг друга). Поэтому если Метагалактика есть часть Вселенной, то не будет ничего удивительного в том, что мы когда-нибудь определим точную скорость ее вращения. По крайней мере, еще не открыто ни одного обьекта, который бы никак не хотел вращаться. Найди мы такой обьект, его сразу же можно было бы назвать центром Вселенной.

Исследование крупномасштабных движений галактик довольно сложно и результатов здесь еще не очень много. Так, согласно [343] из исследования 400 эллиптических галактик выводится движение единым потоком целой области размером 50 Мпк с пекулярной скоростью около 600 км/с, а обнаруженная П. Берчем в [246], [260] дипольная анизотропия при измерениях поляризации 132 галактик-радиоисточников связывается с общим вращением Метагалактики порядка 10^{-13} рад/год. Результаты работ [6], [7] поддерживают вывод Берча о вращении Метагалактики. В [97] был сделан анализ анизотропии радиоизлучения 51 обьекта с известными красными смещениями (а значит, известны и расстояния до них по закону Хаббла) и найдено общее направление их вращения: $b^\circ = 24^\circ \pm 20^\circ$, $\ell^\circ = 295^\circ \pm 225^\circ$ в галактических координатах (b°, ℓ°), а также угловая скорость вращения $\omega = (1{,}84 \pm 0{,}87)\cdot H \sim 10^{-10}$ год$^{-1}$ при постоянной Хаббла $H = 50$ км/(с·Мпк). Вопросы, связанные с анизотропией Метагалактики, рассматриваются также в [245], [305], [342].

По данным Вокулера [263], [264], [265], распределение радиальных скоростей галактик Местного сверхскопления вдоль сверхгалактического экватора свидетельствует об общем вращении с периодом порядка 10^{11} лет.

Для каждого обьекта можно определить его характерный спин, являющнйся максимально возможным спином (вращательным моментом) данного обьекта без потери его целостности. Закон сохранения момента импульса и бесчисленные взаимодействия обьектов друг с другом приводят к перераспределению вращения в пространстве, так что уничтожить вращение совершенно невозможно. Таким образом, все обьекты Вселенной вращаются.

Рассмотрим теперь уравнения Эйнштейна, которые были им использованы для построения метрики стационарной Вселенной:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R \pm \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}T_{ik}, \qquad (335)$$

где R_{ik} – тензор Риччи (тензор кривизны), выражающийся через g_{ik}, его первые и вторые производные по координатам,

g_{ik} – метрический тензор, определяющий метрику пространства-времени,

$R = R_{ik}\,g^{ik}$ – скалярная кривизна,

Λ – космологическая постоянная,

γ – гравитационная постоянная,

c – скорость света,

T_{ik} – тензор плотности энергии-импульса материи, компоненты которого выражаются через плотность массы, потоки импульса и величины, описывающие наличие энергии у материи в любой форме.

В зависимости от определения тензора кривизны Римана и от порядка его свертки с целью получения тензора Риччи знак перед величиной Λ в (335) либо (+) как в [130], либо (–) как в [113].

Для оценки величины Λ можно использовать следующие рассуждения согласно [145]. Выделим в центре Метагалактики замкнутую сферу, тогда, как было показано еще Ньютоном, вещество, находящееся вне сферы, ввиду симметрии не будет влиять на динамику масс внутри сферы. Предположим, что в каждой точке поверхности сферы выполняется соотношение:

$$g_{отт} = -g_{тяг} = \frac{\gamma M}{r^2} = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho r, \qquad (336)$$

где $g_{отт}$ – ускорение, отталкивающее частицы от центра сферы,

$g_{тяг}$ – ускорение тяготения, притягивающее частицы,

γ – гравитационная постоянная,

$M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$ – гравитационная масса внутри сферы,

r – радиус сферы,

ρ – средняя плотность.

При равенстве ускорений в (336) сила притяжения скомпенсирована некоей силой отталкивания, и система стационарна. Космологическая постоянная связана с коэффициентом перед радиусом r в (336) и ее можно найти:

$$\Lambda = \frac{4\pi\gamma\rho}{c^2} = 9{,}3\cdot 10^{-54}\ \text{м}^{-2},$$

здесь мы подставили возможную среднюю плотность Метагалактики $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3. Предположим теперь, что таинственной отталкивающей силой, пропорциональной радиусу r, является обычная центростремительная сила, возникающая от вращения вещества Метагалактики. Тогда из (336) можно оценить требуемую среднюю угловую частоту и период вращения:

$$v = \omega r,\quad g_{отт} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r,\quad \omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi\gamma\rho} = 5{,}3\cdot 10^{-19}\ \text{с}^{-1},\quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 3{,}8\cdot 10^{11}\ \text{лет},$$

здесь v – линейная скорость вращения,

ω – угловая скорость вращения,

T – период вращения.

В работе [283] для стационарной модели вращающейся Вселенной квадрат угловой скорости вращения получился в следующем виде:

$$\omega^2 = 4\pi\gamma\rho.$$

Конечно, данные расчеты не претендуют на высокую точность, и для построения кривой вращения Метагалактики в зависимости от ее радиуса еще потребуются значительные экспериментальные исследования. Покажем с помощью мысленного эксперимента, что в идеальном случае возможна стационарность Метагалактики за счет вращения. Разделим Метагалактику на три части: внутреннее тело произвольного радиуса, тонкая оболочка вокруг этого тела и внешнее тело. Предположим, что симметрия тел такова, что гравитационное влияние внешнего тела на внутреннее тело полностью скомпенсировано. Тогда движение пробных тел в тонкой оболочке будет определяться только гравитационной массой внутреннего тела (влиянием пробных тел друг на друга можно пренебречь). Пусть орбиты пробных тел лежат только в тонкой оболочке. Тогда можно утверждать, что при любом распределении массы-энергии во внутреннем теле (при любом значении тензора T_{ik} в (335)) можно подобрать такую вращательную скорость пробных тел, что они будут стационарны на своих орбитах. Этот вывод нарушается в том случае, если внутреннее тело является черной дырой. Однако плотность Метагалактики такова, что во всех внутренних областях она черной дырой не является, возможным исключением могли бы быть лишь наружные области Метагалактики (смотри § 36). Следовательно, наша Метагалактика может быть стабилизирована от быстрого коллапса за счет вращения.

Ряд решений уравнений Эйнштейна (335), полученных А. Фридманом, включает в себя и частное решение при $\Lambda = 0$, то есть в отсутствие отталкивающих сил. Естественным результатом явилась нестационарная Вселенная, которая обязана вечно либо сжиматься, либо расширяться. На наш взгляд, теорию Эйнштейна можно применять к отдельным обьектам с известными действующими силами, но нельзя к бесконечной Вселенной, в которой между обьектами могут действовать и даже преобладать негравитационные силы. Например, ядерные силы, ответственные за целостность ядер, становятся неэффективными на больших расстояниях, и мы получаем совершенно стабильные атомы и вещество из них. Более подробно смотри § 48, раздел о гравитонах, где показано, что в больших обьемах пространства гравитация может ослабевать. Это будет эквивалентно тому, что в масштабах Метагалактики уменьшается постоянная тяготения γ либо в уравнениях Эйнштейна (335) космологическая постоянная Λ не равна нулю и такова, что компенсирует искривление пространства, возникающее от тяготеющих масс.

В § 35 было найдено, что характерный спин звезд в ходе эволюции уменьшается, причем звездная постоянная $\hbar_s$ является минимально возможным характерным спином звезд. Данный вывод можно обобщить следующим образом:

«Все обьекты Вселенной обладают движением, в том числе вращательным, причем с момента рождения характерные спины обьектов уменьшаются до минимально возможных значений».

Используя понятие о характерной скорости C_x частиц, составляющих обьект (§ 30, § 31), можно для полной энергии обьекта записать обобщенное соотношение Эйнштейна, связывающее массу и энергию:

$$E = -MC_x^2, \qquad (337)$$

где E – полная энергия без учета энергии покоя,

M – масса обьекта,

C_X – характерная скорость частиц, составляющих обьект.

Из (337) следует, что:

$$C_X \sim \sqrt{\frac{|E|}{M}},$$

то есть характерная скорость частиц внутри обьекта пропорциональна энергии их связи и обратно пропорциональна суммарной массе частиц. Если же рассматривать движение обьекта как целого и приравнивать C_X к обычной скорости перемещения обьекта в пространстве, то энергия E стремится к значению кинетической энергии движения.

в) Принцип подобия.

Этот принцип выражается в том, что массы и размеры космологических обьектов растут в геометрической прогрессии, то есть их можно оценивать с помощью множителя масс $Д_{\Phi}$ (257) и множителя размеров $Д_P$ (260). При этом между различными группами обьектов можно установить взаимно однозначное соответствие по принципу подобия, например, между атомами и звездами (глава 1), или между звездами и галактиками (§ 33). Приведем еще примеры подобия:

– Зависимости спина нормальных галактик (305) и звездных систем (308) от массы совпадают, так же, как зависимости спина карликовых галактик (306) и спина планет Солнечной системы от массы;

– Орбитальные и спиновые моменты планет Солнечной системы квантуются (§ 14, § 31), что аналогично квантованию момента импульса электронов в атомах;

– Скопления галактик обычно имеют следующую структуру: в центре находится гигантская эллиптическая или cD-галактика, в центральной области скопления много эллиптических E-галактик и линзовидных S0-галактик, на периферии преобладают спиральные S-галактики.

Наша Галактика устроена подобно этому: в центре имеется балдж – сфероидальное образование из звезд, рядом с которым много шаровых скоплений, а в диске Галактики преобладают рассеянные звездные скопления, гигантские молекулярные облака и другие обьекты с большим моментом импульса.

С другой стороны, карликовые галактики – спутники как нашей Галактики, так и других больших галактик, делятся на две группы: карликовые эллиптические галактики, преобладающие в центре, и неэллиптические (спиральные и неправильные) на периферии. В Солнечной системе имеем центральный массивный сферический обьект – Солнце, и группу больших и малых планет, на долю которых приходится основной вращательный момент. Похожую структуру имеют и атомы.

Как видно из (337), в предельном случае характерная скорость частиц C_X стремится к скорости света, а величина E – к энергии покоя. Единая формула (337) для всех обьектов позволяет говорить о подобии обьектов в отношении энергии. Аналогично, использование системы координат «масса – характерный спин – характерная скорость» (§ 27) позволяет по одним и тем же формулам получать основные характеристики обьектов.

Таким образом, мы видим, что различные группы обьектов приблизительно подобны в отношении массы, размеров, структуры (строения), момента импульса, энергии, а также вероятно и в генерации магнитного поля (глава 3, § 34).

Необходимо отметить, что не все коэффициенты подобия являются независимыми величинами. Согласно § 26, коэффициенты подобия связаны между собой, так что в качестве основных коэффициентов оказывается целесообразным выбрать коэффициенты подобия по массе и размерам.

г) Принцип вложенности и иерархии.

Данный принцип хорошо известен в философии и утверждает, что все более сложное включает в себя простейшее и управляет им. Это наглядно видно в астрономии: Вселенная состоит из метагалактик и еще более крупных обьектов, наша Метагалактика – из сверхскоплений галактик, содержащих скопления галактик и отдельные галактики, каждая галактика включает в себя множество звезд, а звезды являются сгустками раскаленной плазмы. Остановимся здесь и произведем сравнение с перечнями галактических систем (278) и (261). В списке (278) каждая система наблюдается как отдельно, так и в составе (внутри) более сложных систем. Однако на первый взгляд в списке (261) принцип вложенности не соблюдается – внутри звезд мы не находим ни планет, ни метеоритов. Тем не менее принцип вложенности справедлив – при образовании звезд в них одновременно присутствовали все более простые обьекты – атомы, космическая пыль, метеориты и планетезимали – и в конце концов все это переплавилось, перемешалось при высоких звездных температурах. Образование планет и спутников также сопровождалось плавлением и перемешиванием исходного вещества. Из больших обьектов видимо лишь кометы включают в себя без значительной переработки все более простейшие обьекты, почему и имеют малую среднюю плотность.

В общем случае, когда как будто принцип вложенности не соблюдается, всегда можно заметить, что это происходит из-за сильного взаимодействия вещества, высоких температур и давлений.

Нижняя часть лестницы космологических обьектов упирается в атомные ядра, еще ниже мы находим адроны и лептоны. Меньшие по размерам лептоны (их вещество) должны входить в состав адронов, возможно, в переработанном виде, и вновь рождаться из адронов, что и наблюдается в результате слабых взаимодействий. Надо полагать, что и адроны и лептоны состоят из одних и тех же более мелких частиц (преонов), стабильных по отношению к сильным и электрослабым взаимодействиям. Это вытекает из аналогии с обычным веществом, никакие воздействия на которое не могут повлиять на течение ядерных процессов из-за огромной стабильности атомных ядер.

Принципы вложенности и подобия позволяют дать краткое определение Вселенной:

«Вселенная есть суперсистема из вложенных друг в друга, подобных друг другу и взаимодействующих между собой по иерархическому принципу систем обьектов – носителей материи».

Благодаря иерархичной структуре Вселенной, состоящей из подобных друг другу обьектов, осуществляется повторяемость элементов природных явлений, единство и целостность мироздания, проявляется симметрия подобия. Принцип вложенности и иерархии в полной мере справедлив как для неживой природы, так и для живых существ.

д) Принцип квантования.

Со свойством структурирования материи в отдельные классы обьектов тесно связано понятие квантования. Само существование планет, звезд, галактик и других обьектов уже есть пространственное квантование материи. Каждому классу обьектов можно поставить в соответствие свой характерный квант действия (момент импульса) – в атомах это постоянная Планка, в планетных системах звезд – звездная постоянная h_s (смотри §§ 14, 15, 27, 31), в галактиках – орбитальная постоянная

$\hbar_0$ (302) и характерный спин $\hbar_{Pr}$ (304) – (307). Наличие у обьектов характерного момента импульса приводит к квантованию других параметров, например, энергии, характерных времен, пространственному квантованию орбит.

В то же время очевидно, что теория тяготения в ее современном виде – не квантовая теория, поскольку в ней явно отсутствуют величины типа кванта действия. Поэтому становится невозможным и определение волновых свойств обьектов, выражающихся через квант действия. Возможно, что если бы с самого начала теория тяготения была бы квантовой, то и Метагалактика могла бы рассматриваться не как вся Вселенная, а только как некоторая ее часть. В принципе можно построить свою квантовую теорию для каждого уровня материи, то есть не только для атомов, но и для пылинок, звезд или галактик. В случае звезд постоянная действия должна равняться $\hbar_S$, а гравитационная постоянная γ должна входить в потенциал взаимодействия.

е) Принцип стабильности.

В эволюции каждого обьекта можно обнаружить медленные фазы, когда изменения почти не заметны и обьект можно считать стабильным, и быстрые фазы, когда одна медленная фаза заменяется на другую. Медленные фазы можно охарактеризовать с помощью характерной скорости C_X частиц, составляющих обьект, поскольку C_X в таких фазах изменяется мало. Скорость C_X равна:

$$C_X = \frac{L_X}{MR}, \qquad (338)$$

где L_X – характерный спин обьекта согласно § 31,
M – масса обьекта,
R – средний размер обьекта.

При коллапсе обьектов скорость C_X растет вплоть до предельной величины – скорости света, растут также энергия связи и полная энергия обьектов. Однако, как отмечено в §§ 19, 25, скорости движения или вращения звезд главной последовательности не превышают характерной скорости C_X этих звезд, что и обеспечивает их стабильность. Данный принцип распространяется и на другие обьекты:

«Стабильность рождающихся обьектов возможна лишь в таких движениях, относительные скорости которых не превышают характерной скорости C_X этих обьектов».

Заменяя в (338) радиус обьекта R на собственную длину волны обьекта λ_0, получим:

$$\lambda_0 = \frac{L_X}{MC_X}.$$

Величина λ_0 характеризует волновые свойства обьекта при скорости его движения, приближающейся к C_X. Если скорость движения v произвольна, то можно записать:

$$\lambda = \frac{L_X}{M\text{v}} = \frac{L_X}{p}, \qquad (339)$$

где L_X – характерный спин обьекта,
M – масса обьекта,
v – скорость движения,
p – импульс.

Соотношение (339) является обобщенной формулой для возможной длины волны де Бройля, связанной с каждым движением обьекта и проявляющейся при взаимодействиях этого обьекта с другими близкими по массе, размерам или энергии обьектами, величина характерного момента импульса которых равна L_X, что и позволяет для каждого импульса p находить соответствующую длину волны λ.

Характерной величиной L_X для микрочастиц является постоянная Планка h, для звезд минимальная величина L_X равна звездной постоянной $h_S = 2\pi\hbar_S$ по (98).

Заменяя в (339) длину волны λ на координату x и рассматривая физические величины в виде их неопределенностей, можно получить обобщенное соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p \sim L_X, \tag{340}$$

где Δx – неопределенность в измеренной величине координаты обьекта,

Δp – неопределенность в измеренной величине импульса обьекта.

Для микрочастиц при $L_X = h$ соотношение (340) проверено достаточно надежно. Для звездных систем $L_X \sim h_S$ и (340) будет справедливым, только если мы станем измерять координату и импульс обьектов с помощью таких же массивных обьектов. К счастью мы имеем возможность проводить измерения больших обьектов практически бесконтактным способом, не влияя на их движение, и тогда (340) вполне подобно стандартной формуле векторного произведения для момента импульса:

$$[\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}] = \boldsymbol{L},$$

здесь $\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор обьекта,

$\boldsymbol{p}$ – импульс обьекта,

$\boldsymbol{L}$ – момент импульса.

Стабильность обьектов связана с их вращением, особенно когда энергия вращения сравнима с энергией связи частиц, составляющих обьекты. В этом случае вращение, в силу закона сохранения момента импульса, может эффективно противодействовать коллапсу обьекта, удлиняя фазу медленной эволюции.

Обратим внимание еще на одно обстоятельство. По мере перехода ко все более мелким обьектам мы замечаем, что их собственное время (скорости внутренних процессов) ускоряется. В результате за единицу нашего времени в мире атомов происходит множество событий. Из-за разницы времен эволюция мелких обьектов идет очень быстро, заканчиваясь образованием вырожденных и весьма стабильных обьектов. Поэтому нам должно казаться, что микрочастицы либо всегда стабильны, либо быстро переходят в такое состояние, в то время как большие обьекты типа Метагалактики, даже находясь на быстрой фазе своей эволюции, могут тем не менее длительно выглядеть совершенно нестабильными.

В вырожденных обьектах осуществляется долговременное равновесие между окружающей средой и частицами, составляющими обьект. С точки зрения вариационных физических принципов, тенденцией материального мира является то, что любая система в своем периодическом движении (развитии) стремится к состоянию, которое соответствует минимуму характерного действия (принцип наименьшего действия).

ж) Принцип дополнительности.

Этот принцип показывает, что практически все обьекты Вселенной можно разбить на две дополняющие друг друга группы – основные обьекты и их спутники, причем они рождаются одновременно. В скоплениях галактик мы наблюдаем гигантские эллиптические и cD-галактики, вокруг которых вращаются обычные галактики; карликовые галактики являются спутниками нормальных галактик; в планетных системах возникает целая иерархия спутников – планеты как спутники звезд, спутники планет и спутники спутников; наконец в атомах мы обнаруживаем атомные ядра и электроны.

Характерной особенностью является то, что массы спутников в среднем в тысячи раз меньше, чем массы основных обьектов. Спутники и основные обьекты связаны между собой фундаментальными силами, убывающими обратно пропорционально квадрату расстояния, и не исключено, что это универсальный принцип. Примерами таких сил являются гравитационные и кулоновские силы.

Другой стороной принципа дополнительности являются взаимосвязи между физическими переменными, характеризующими обьекты. Например, хорошо известны соотношения неопределенностей Гейзенберга (91) и (92), связывающие неопределенности в координате и импульсе, в энергии и интервале времени для микрочастиц. Для звездных систем также выполняются аналогичные соотношения (§ 23). Это обусловлено тем, что соотношения неопределенностей основываются на факте существования характерного момента импульса для каждого класса обьектов.

Приведем еще примеры, иллюстрирующие принцип дополнительности:

– Кроме обычного вещества в ядерных исследованиях были открыты античастицы и антивещество, причем оказалось, что у каждой частицы есть своя античастица той же массы. Электрические заряды и спины у античастиц противоположны зарядам и спинам обычных частиц, что и позволяет различать эти обьекты друг от друга. Взаимодействие между частицей и античастицей приводит к их разрушению, аннигиляции. Например, аннигиляция электрона и позитрона обычно сопровождается излучением двух фотонов;

– В классической физике считается, что энергия может быть заключена как в веществе, так и в поле. С этой точки зрения понятия вещества и поля дополняют друг друга и позволяют обосновать законы сохранения энергии, импульса, момента импульса. Поле может быть статическим в пространстве и времени или может изменяться в виде возмущения (волны) в окружающем пространстве. В последнем случае волна (пакет волн) переносит энергию и импульс. Статическое поле имеет возможность изменять кинетическую энергию пробных частиц, вычерпывая для этого потенциальную энергию физического вакуума. Согласно § 48. 6. и § 49. 3. , частицы вещества и частицы поля взаимно порождают друг друга.

– Любопытным примером является распределение плотности энергии различных источников в нашей Галактике (175). Оказывается, что энергии, заключенные в полном излучении звезд, турбулентном движении газа, фоновом излучении, космических лучах и магнитных полях приблизительно совпадают. Это может говорить о перераспределении потоков энергии и о тесной корреляции различных физических явлений. Так, заряженные частицы космических лучей могут создавать магнитные поля, а последние в свою очередь удерживают космические лучи, заставляя их двигаться вдоль силовых линий и производить синхротронное излучение.

– Известно, что каждой частице можно приписать волновые свойства. Данный факт носит название «корпускулярно-волновой дуализм». Волновые свойства электронов обнаруживаются в дифракционной картине, получаемой при прохождении пучка электронов через тонкую кристаллическую пленку. Для протонов, нейтронов и атомов получены аналогичные результаты [224]. Предположим, что мы имеем кристалл, состоящий из звезд, и через него проходит поток планет. Тогда из принципа подобия следует, что должны проявиться волновые свойства с характерной длиной волны согласно формуле (339), в которой $L_x \sim h_s$.

В соответствии с принципом дополнительности Бора, такие взаимоисключающие способы описания природы, как волна или частица, дополняют друг друга.

Возьмем какой-либо класс обьектов, например, галактики. Все более мелкие обьекты, находящиеся вне галактик, можно считать дополнительным фоном, из которого когда-то сформировались сами галактики. Наблюдения показывают, что не все вещество фона сконденсировалось в галактики, и размазанная плотность вещества галактик сравнима по порядку величины с размазанной плотностью межгалактического вещества. С другой стороны, средняя плотность Метагалактики приблизительно равна размазанной плотности галактик или размазанной плотности всех звезд или атомов. Отсюда следует, что физический вакуум, являющийся фоном для атомов и элементарных частиц, имеет среднюю плотность, не превышающую среднюю плотность вещества Метагалактики (предположительно 10^{-27} кг/м^3).

С философской точки зрения принцип дополнительности является следствием такого свойства материального и идеального миров, как отражение (одной части материи на другую или одного идеального понятия на другое). Материальный и идеальный миры также взаимодополняют друг друга.

з) Принцип направленности эволюции.

Среди всех сил, действующих в природе, особую роль играют фундаментальные дальнодействующие силы, медленно спадающие с расстоянием. К ним относятся кулоновские и гравитационные силы:

$$F_{кл} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, \qquad F_{гр} = \frac{\gamma M_1 M_2}{R^2},$$

где $F_{кл}$ – сила Кулона, действующая между зарядами Q_1 и Q_2,
ε_0 – электрическая постоянная,
$F_{гр}$ – сила гравитации, действующая между телами с массами M_1 и M_2,
γ – гравитационная постоянная,
R – расстояние между зарядами или телами.

На больших расстояниях ничто не может конкурировать с этими силами, поэтому они и определяют взаимодействия обьектов. Гравитационная сила обычно приводит к притяжению обьектов, в сфере ее действия наблюдается гравитационное скучивание вещества. Силе гравитации противостоят вращение либо силы непосредственного давления обьектов (частиц) друг на друга, например, электромагнитные силы. В § 45, § 48. 1. , § 48. 6. будет показано, что гравитационное и электромагнитное поля дополняют друг друга и составляют единый обьект – электрогравитационное поле, при этом масса и заряд частицы также являются взаимно дополняющими величинами.

Диссипация энергии из космических обьектов приводит к их дальнейшему коллапсу и увеличению гравитационной, кулоновской и ядерной энергий связи. Можно сказать, что одной из генеральных линий эволюции космических обьектов является их коллапс, превращение в вырожденные или в стабильные для данных условий обьекты с максимально возможной плотностью.

В соответствии с принципом дополнительности имеет место и обратный процесс – раздробление исходных обьектов на более мелкие. Примерами таких событий могут служить столкновения и взрывы обьектов с разбрасыванием вещества, например: истечение вещества из оболочек звезд (звездный ветер), особенно из молодых и массивных; испарение комет возле горячих звезд; дробление астероидов и метеоритов при столкновениях; нестационарные, катаклизмические и вспыхивающие звезды – новые, сверхновые, фуоры, пульсары, барстеры и т. д.; распад звездных рассеянных скоплений; активность ядер галактик; радиогалактики и квазары; взаимодействующие галактики. В результате часть вещества избегает необходимости превращения в вырожденные обьекты и остается в свободном состоянии, образуя самоподдерживающуяся непрерывно-дискретную иерархическую структуру из обьектов различных масс и размеров. По отношению к массивным обьектам через конкурирующие процессы скучивания и рассеяния материи проявляется существование сложным образом устроенного фона, состоящего из более мелких обьектов, частиц и волновых движений материи. Именно этот фон является источником фундаментальных сил типа гравитации, которые приводят часть вещества к коллапсу, сжатию в стабильные обьекты.

Понятие энергии не менее фундаментально, чем сила, поскольку закон сохранения энергии в известных нам явлениях выполняется достаточно точно. Хотя полное количество энергии в Метагалактике сохраняется (если не учитывать потока энергии за ее пределы), но существует закон, позволяющий определенным образом оценить глобальное движение энергии. Этот закон является вторым началом термодинамики и утверждает, что распределение энергии в замкнутой системе происходит необратимым образом. Следовательно, одним из основных фундаментальных свойств реального мира является асимметричность, однонаправленность, необратимость процессов, происходящих в достаточно обособленных обьектах. Вспомним теперь теорему вириала, утверждающую, что работа гравитационных сил при коллапсе делится поровну на увеличение внутренней кинетической энергии коллапсирующего тела и на излучение в окружающую среду, так что полная энергия всевозможных сколлапсировавших тел равна суммарной энергии фона.

Обобщая приведенные выше идеи, приходим к следующему:

«Эволюция Вселенной происходит таким образом, что каждая группа ее обьектов образуется как в ходе необратимого коллапса из более мелких обьектов с выделением энергии связи, так и в процессах рассеяния вещества, причем полная энергия всех стабильных обьектов с учетом энергии квантов поля равна энергии окружающего их фона.»

Согласно пункту е) (описание принципа стабильности), время в мелких обьектах течет быстрее, поэтому они стабилизируются раньше, чем большие обьекты.

Представляется очевидным, что любой обьект во Вселенной обладает своей энергией связи, которую необходимо затратить, если мы хотим распылить этот обьект на его составные части так, чтобы эти части перестали взаимодействовать друг с другом. Переходя к Метагалактике, мы должны заключить, что в соответствии с общим принципом она или возникла из некоторого разреженного состояния, или образовалась путем расширения от некоторого сверхплотного состояния. В последнем случае должна была возникнуть неустойчивость этого состояния, происходящая либо от фазового перехода либо от внешнего воздействия. В настоящее время в космологии господствует теория Большого взрыва, основанная на космологических фридмановских моделях, и основным выводом является то, что Вселенная (Метагалактика) расширяется. Данная теория обьясняет некоторые наблюдательные факты (например, красное смещение в спектрах галактик), но одновременно ставит множество не решенных до сих пор проблем. Эти проблемы, перечень которых приведен в следующем параграфе, видимо таковы, что единственным кардинальным способом, которым мы можем от них избавиться, является признание того, что Метагалактика изначально не расширяется, а скорее наоборот, сжимается.

§ 38. Космологическая модель

Прежде чем рассматривать модель эволюции Метагалактики, согласующуюся с космологическими принципами § 37, покажем некоторые проблемы, с которыми сталкивается теория Большого взрыва:

1. Проблема сингулярности. Предполагается, что Вселенная расширяется от сингулярности, гипотетического состояния с высокой плотностью вещества и огромной температурой. Однако для расширения материи необходима начальная энергия или по крайней мере должна существовать причина, по которой состояние сингулярности оказалось неустойчивым. Очевидно, что в рамках теории найти эту причину невозможно. Сингулярность и ее неустойчивость означают возникновение новой сущности, не поддающейся опытной проверке. Поэтому уместно вспомнить принцип Уильяма Оккама, гласящий: «Сущности не следует умножать без необходимости» («бритва Оккама»).

2. Проблема горизонта. Известно, что в больших масштабах Метагалактика приблизительно однородна и изотропна. Измерения температуры реликтового излучения в разных направлениях также подтверждают этот вывод. Однако изучаемые области пространства сейчас находятся так далеко друг от друга, что за время существования Метагалактики они не могли быть причинно связанными из-за ограниченной скорости света. Каким же образом получилась однородность распределения массы в разных областях пространства?

3. Проблема «плоскостности» пространства. Из модели расширяющейся Вселенной А. Фридмана можно вывести следующее соотношение между постоянной Хаббла и критической плотностью:

$$H^2 = \frac{8\pi\gamma\rho_{крит}}{3}, \qquad (341)$$

здесь H – постоянная Хаббла,

γ – гравитационная постоянная,

$\rho_{крит}$ – критическая плотность всех видов материи.

То же самое получается во Вселенной Эйнштейна – де Ситтера, в которой кривизна пространства равна нулю.

Если средняя плотность материи ρ во Вселенной превышает $\rho_{крит}$, то расширение должно смениться сжатием, если $\rho < \rho_{крит}$, то Вселенная должна расширяться бесконечно.

Определение средней плотности вещества Метагалактики дает, что ее плотность отличается от $\rho_{крит}$ не более, чем в 100 раз. В связи с этим возникает вопрос – почему указанные плотности так близки друг к другу, а геометрические свойства пространства даже в больших масштабах близки к свойствам плоского пространства Евклида? Дело в том, что согласно расчетам для обеспечения наблюдаемой близости плотностей необходима их фантастическая близость в начале расширения: начальная плотность не должна была отличаться от критической более, чем на 10^{-55} [115], а скорость расширения – не более, чем на 10^{-17} от критической скорости [208], иначе расширение давно бы сменилось сжатием.

С другой стороны, наблюдения свидетельствуют о том, что угловой размер наиболее протяженных внегалактических радиоисточников уменьшается с ростом красного смещения точно так, как этого следовало бы ожидать в случае евклидовой Вселенной [325].

4. Проблема начальных флуктуаций. Из однородности Метагалактики в больших масштабах следует ее однородность в момент расширения от сингулярности. С другой стороны, существование галактик и их скоплений требует необычно больших первичных флуктуаций плотности, рост которых, замедляемый расширением, мог бы привести к возникновению галактик.

5. Проблема вращения галактик и их скоплений. В ранней Вселенной скопления галактик должны были в целом вращаться быстрее, чем сейчас, из-за меньшего радиуса, большой плотности и действия закона сохранения момента импульса. Но тогда

ранняя Вселенная должна представлять из себя систему первичных вихрей, что требует выяснения природы этих вихрей.

6. Проблема преобладания вещества над антивеществом. При высоких температурах в ходе расширения горячей Вселенной должны были существовать частицы и их античастицы, находящиеся в термодинамическом равновесии. При падении температуры частицы и античастицы проаннигилируют и никакого вещества не останется. Следовательно, необходим механизм, посредством которого можно обьяснить преобладание вещества над антивеществом.

7. Проблема энтропии. Измерение концентрации реликтовых фотонов в пространстве дает величину около $4 \cdot 10^8$ м$^{-3}$. Размазанная концентрация нуклонов в пространстве Метагалактики приблизительно равна 1 нуклону на кубический метр. Тогда на каждый нуклон приходится $4 \cdot 10^8$ фотонов. Если считать, что возраст Метагалактики не превышает периода времени, прошедшего с момента Большого взрыва, то высокая удельная энтропия является характерным свойством расширяющейся Вселенной и требует своего обьяснения.

В настоящее время указанные проблемы пытаются решить в моделях раздувающейся или хаотической Вселенной (смотри [115]). При этом предполагается, что вначале Вселенная расширялась экспоненциально быстро от неустойчивого вакуумного состояния, за время порядка 10^{-35} секунд расширение покрывает область, во много раз превышающую размеры нашей Метагалактики. Затем происходит перестройка вакуума с образованием и разогревом вещества и обычное медленное расширение в рамках теории горячей Вселенной.

В [15] проведено сравнение космологических тестов с выводами фридмановских моделей, в том числе и с инфляцией (раздуванием). Сделано следующее заключение:

1) Линейность закона Хаббла на масштабах 4 – 20 Мпк не связана с однородностью распределения вещества (космологическим принципом Эйнштейна), поскольку в ячейках размером до 300 – 400 Мпк галактики распределяются фрактально, по иерархическому принципу, в виде двойных галактик, групп галактик, скоплений, групп скоплений и сверхскоплений. Это ставит под сомнение требование космологических фридмановских моделей о необходимости существования большой скрытой от наблюдения массы вещества.

2) Глубокие подсчеты числа слабых галактик требуют, чтобы критический параметр фридмановских моделей q_0 был менее 0,05 , в то время как измерения амплитуды квадруполя анизотропии фонового микроволнового излучения согласуются с теорией лишь при $q_0 \geqslant 0{,}1$.

3) Для обьяснения проблемы плоскостности привлекаются фридмановские модели с инфляцией и параметром $q_0 = 0{,}5$, но это дает заниженную постоянную Хаббла $H = 35$ км/(с·Мпк) вместо наблюдаемого значения 50 – 100 км/(с·Мпк) и противоречит существованию гигантских эллиптических галактик с красным смещением $z \sim 3$, имеющих спектры старых звездных населений и требующих космологического времени для своей эволюции.

Напомним, что $q_0 = \dfrac{\Omega}{2}$, где $\Omega = \dfrac{\rho_0}{\rho_c}$ есть отношение текущей средней плотности вещества ρ_0 к критической плотности вещества ρ_c. Плотность ρ_c определяется через постоянную Хаббла H_0 и гравитационную постоянную γ:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi\gamma}.$$

При $q_0 > 0{,}5$ мы имеем согласно теории замкнутый мир, при $q_0 < 0{,}5$ – открытый мир [77].

Предлагаемая нами космологическая модель должна быть простой, описывать эволюцию Метагалактики в соответствии с космологическими принципами § 37 и быть свободной от проблем, характерных для теории Большого взрыва. Кроме этого, она должна по-своему обьяснить красные смещения в спектрах далеких галактик, реликтовое излучение, содержание гелия и тяжелых элементов, возраст галактик – то есть все основные наблюдательные факты астрономии.

а) Сценарий эволюции Метагалактики.

Предположим, что в бесконечной Вселенной вещество распределено однородно, причем неважно, из каких обьектов состоит вещество – это может быть один водородный газ или звезды, находящиеся на одинаковых расстояниях друг от друга (ситуация, рассмотренная еще Ньютоном). Тогда все точки пространства равноправны, единый центр отсутствует, и при наличии притягивающих сил и случайных отклонений от равновесия начнется образование отдельных сгустков. Вначале они будут распределены однородно, но вследствие флуктуаций образовавшиеся сгустки начнут формироваться в сгустки еще большего размера. Этот процесс может быть непрерывным, рождая согласно принципу направленности эволюции элементарные частицы, молекулярные комплексы и пылинки, звезды, галактики, Метагалактику и другие обьекты из менее плотной среды. В общем случае мелкие обьекты рождаются быстрее, чем крупные, из-за разности в скоростях течения собственного времени, поэтому естественным процессом является последовательный рост больших обьектов из мелких.

Однако в реальной Вселенной обьекты не статичны, они движутся, взаимодействуют, и описанная картина усложняется. Например, можно представить, что в результате какого-то процесса облако газа с массой галактики обособилось от других обьектов и стало коллапсировать. Тогда образование данной галактики начнется фактически раньше, чем образуются первые звезды, и ее возраст окажется больше, чем возраст звезд (но меньше, чем возраст атомов). Здесь видно, что ход коллапса зависит от начальных условий, которые во Вселенной могут быть различающимися для разных типов обьектов. Так, согласно критерию Джинса, масса сжимающегося газового облака должна быть не меньше определенной величины для того, чтобы силы гравитации могли преодолеть силы газового давления [167]:

$$M = \frac{\pi\rho}{6}\left(\frac{kT}{M_p \gamma \rho}\right)^{3/2}, \qquad (342)$$

здесь M – минимальная масса облака,

ρ – плотность,

k – постоянная Больцмана,

T – температура,

M_p – масса протона,

γ – гравитационная постоянная.

В (342) мы видим существенную зависимость от плотности и температуры сжимающейся среды. В случае других обьектов, отличающихся от газового облака, соотношение между массой и параметрами среды может быть другим. Считая, что Метагалактика обособилась раньше, чем в ней появились звезды, оценим ее возможный возраст по стандартной формуле, описывающей гравитационное падение вещества [222]. При получении этой формулы предполагается, что внешние части Метагалактики при сжатии за время t проходят путь R:

$$R = \frac{1}{2}gt^2, \quad g = \frac{\gamma M}{R^2}, \quad M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3,$$

здесь g – ускорение свободного падения,
M – масса Метагалактики,
ρ – средняя плотность.

В результате приходим к следующему:

$$t = \sqrt{\frac{3}{2\pi\gamma\rho}} = 8{,}5 \cdot 10^{10}\ \text{лет},$$

где предполагаемая плотность Метагалактики $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3.

Возраст галактик и Метагалактики может быть оценен с помощью коэффициента подобия по времени $\Pi_0 = 7{,}41 \cdot 10^{25}$ из (85). В § 34 рассмотрено подобие мелких пылинок и галактик, а в работе [212] можно найти, что время роста пылинок в различных опытах не превышает $t_\Pi = 10^{-6}$ секунд. Отсюда получаем условие для времени образования Метагалактики:

$$t < t_\Pi \Pi_0 = 2 \cdot 10^{12}\ \text{лет}.$$

В соответствии с принципом вложенности при коллапсе Метагалактики в ней образуются и коллапсируют все более мелкие обьекты – скопления галактик, галактики и первые звезды. Естественно, что максимальный возраст этих обьектов не сильно отличается от возраста Метагалактики. Если в теории расширяющейся Вселенной по постоянной Хаббла, количеству материи в пространстве и плотности энергии вакуума получается ее возраст 8,9 – 11,5 миллиардов лет [250], то теория звездной эволюции для шаровых скоплений звезд предсказывает их возраст 13 – 18 миллиардов лет. Возраст звезды CS 22892-052 был независимо определен по методу нуклеокосмохронологии с учетом измерений содержаний отдельных элементов, и в частности ^{235}Th, период полураспада которого порядка 14 миллиардов лет. Оценка возраста звезды дает 17±4 миллиарда лет [250]. Согласно [307] возраст нашей Галактики равен 22^{+2}_{-5} миллиардов лет.

Поскольку коллапс вещества во Вселенной происходит непрерывно на всех уровнях, автоматически решается проблема начальных флуктуаций, требуемых для коллапса.

Высокая степень изотропии реликтового фона свидетельствует о том, что в прошлом Метагалактика была гораздо более однородной, чем сейчас. Такие наблюдаемые неоднородности и скопления вещества, как звезды, галактики и их скопления возникли в ходе естественной эволюции, а именно в процессе коллапса, сжатия, притяжения вещества с постепенным ростом масштаба скучивания. Типичное богатое скопление содержит тысячи галактик в области размером до 3 Мпк с общей массой порядка 10^{15} M_c и имеет правильную эллипсоидальную (сферическую) форму. Сверхскопления со средними размерами 20 – 75 Мпк обычно сплюснуты и вытянуты.

В больших масштабах Метагалактика имеет сетчатую, ячеистую структуру из скоплений и сверхскоплений галактик, что можно трактовать как кристаллическую структуру твердого гравитационно-связанного тела (смотри § 37). В этом случае можно предположить, что Метагалактика имеет общее твердотельное вращение.

В меньших масштабах существенно дифференциальное вращение, которое не может предотвратить коллапс, но может повлиять на ход эволюции обьектов и их форму. Особенно сильно вращение сказывается в некоторых галактиках и планетных системах, которые становятся весьма плоскими. Вероятно, именно вращение и соударения протогалактик ответственны за наблюдаемую сейчас морфологию галактик:

при слабом вращении звезды образуются быстрее, чем происходит окончательное сжатие протогалактического газово-пылевого облака, и тогда большая звездная система остается сфероидальной, то есть эллиптической галактикой. Потере вращательного момента могут способствовать соударения протогалактик. Если вращение протогалактического облака быстрое, то звезды рождаются медленнее, вещество облака вдоль оси вращения успевает стечь к центру галактики, растекается вдоль диска и образуются уплощенные системы – спиральные галактики. В промежуточном случае образуются линзовидные галактики S0.

В [59] предполагается, что сжатие нашей протогалактики происходило одновременно с возникновением и взаимодействием множества фрагментов, массы которых определялись критерием Джинса (342) и могли иметь величину от 10^7 до 10^9 M_C. При столкновениях происходило уплотнение фрагментов. Внутри фрагментов образовывались первичные массивные звезды, которые успевали полностью проэволюционировать и взорваться как сверхновые еще до завершения сжатия протогалактики.

В соответствии с рассуждениями в [167], газ, из которого образовалась наша Галактика, мог быть холодным, разреженным и состоять в основном из водорода без тяжелых элементов. Тогда все первичные звезды были массивными, яркими и короткоживущими (до 10 миллионов лет). Дело в том, что тяжелые элементы сильно охлаждают нагревающиеся при коллапсе газовые облака, что увеличивает их плотность и уменьшает возможные массы рождающихся звезд. Взрывы первичных звезд в виде сверхновых явились источником наблюдающегося сейчас распределения тяжелых элементов, включая, вероятно, гелий. При вспышке сверхновой происходит взрывной ядерный синтез элементов за счет высокой температуры, а часть элементов образуется еще в ходе спокойной эволюции звезды. Например, при температурах порядка 10^9 К гелий образуется в реакциях [90]:

$$n + p \to D + \gamma, \quad p + D \to {}^3\mathrm{He} + \gamma, \quad D + D \begin{array}{l} \nearrow {}^3\mathrm{He} + n \\ \searrow T + p \end{array}, \quad T + D \to {}^4\mathrm{He} + n,$$

где n – нейтрон,
p – протон,
D – дейтерий,
T – тритий,
γ – электромагнитный квант (фотон).

За время, пока Галактика сколлапсировала до наблюдаемого сейчас состояния, в ней за счет первичных массивных звезд могло сформироваться основное содержание гелия и тяжелых элементов. Уже из обогащенной тяжелыми элементами межзвездной среды образовалось большинство тех звезд, которые мы находим в Галактике. Этот вывод подкрепляется следующими доводами. Наблюдения других галактик показывают, что приблизительно один раз в 30 лет в них происходит вспышка сверхновой. В ранней Галактике предполагается [167] по одной вспышке сверхновой в год, иначе сейчас мы наблюдали бы много маломассивных звезд с большим дефицитом металлов. Но таких звезд немного, кроме этого, концентрация металлов в направлении центра Галактики увеличивается, что обьясняется падением обогащенного металлами газа к центру Галактики.

В [90] сделан приблизительный расчет накопления гелия в нашей Галактике. Пусть 10^{11} звезд Галактики дают общую светимость 10^{37} Вт в течении 10^{10} лет, а гелий образуется в недрах звезд. Тогда излученная энергия равна $3 \cdot 10^{54}$ Дж. Эта энергия образовалась в основном в реакциях синтеза гелия, когда при образовании одного ядра гелия выделяется $4{,}3 \cdot 10^{-12}$ Дж. Следовательно, за все время образовалось 10^{66} ядер гелия или $7 \cdot 10^{39}$ кг. Если масса Галактики, состоящей в основном из водорода, равна $4 \cdot 10^{41}$ кг, то отношение массы гелия к массе водорода равно 7/400 или 1,7 %. Но в атмосферах звезд гелия по массе до 28 %, в потоках вещества от Солнца – 20 %. Значит, гелий должен был образоваться в ранней Галактике. По данным из [161], на рисунке 59 представлен выход нуклеосинтеза согласно теории звездной эволюции для O и ранних B-звезд.

В веществе солнечного типа массовая доля нуклидов уменьшается вдоль ряда: ^{4}He, ^{16}O, ^{12}C, (Si + Fe), Ne, Mg. На рисунке 59 видно, что массовая доля нуклидов в выбросах сверхновых зависит от массы звезд, и при $M = 10 - 16\ M_C$ приблизительно выполняется то же соотношение между массовыми долями нуклидов, что и для Солнца. Следовательно, первичные звезды с массами $10 - 16\ M_C$ могли быть источником начального обогащения вещества гелием и тяжелыми элементами.

В эллиптических галактиках очень мало газа, звездообразование давно закончилось, но атмосферы звезд содержат значительные количества тяжелых элементов. Можно предположить, что и в этих галактиках до обычных звезд существовали первичные звезды – гиганты, породившие современное содержание тяжелых элементов.

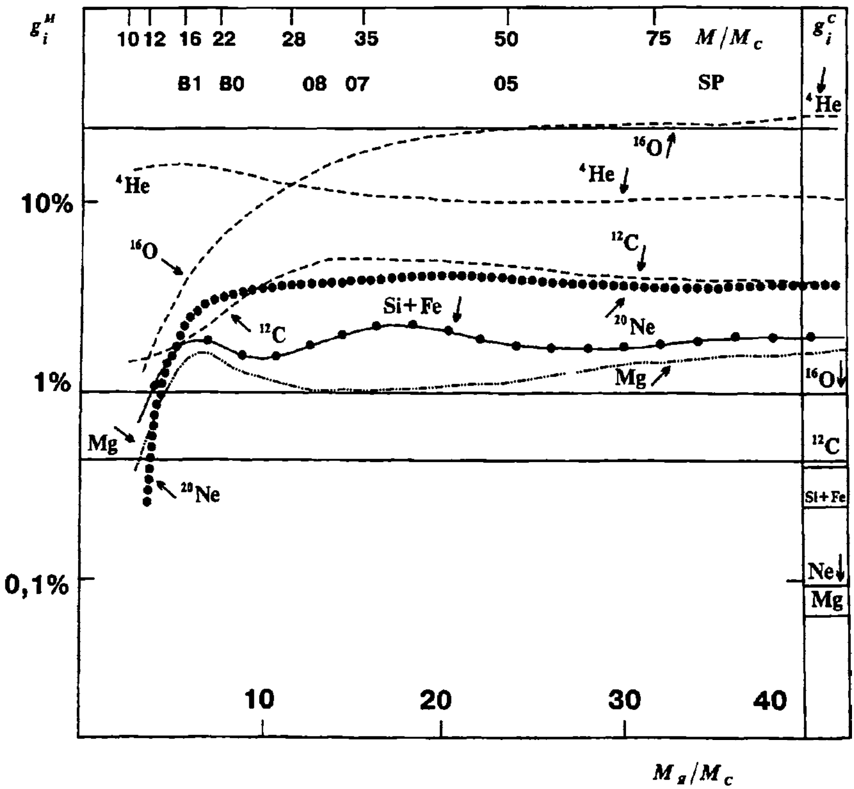


Рис. 59. Выход нуклеосинтеза согласно теории звездной эволюции для O и ранних B-звезд по [161]. Обозначения: вверху M/M_C – массы предсверхновых звезд в солнечных массах, SP – спектры звезд, внизу $M_я/M_C$ – массы гелиевых ядер этих звезд, слева g_i^M – доля нуклида i по массе в выбросе из звезды массы M, справа – g_i^C – доля нуклида i по массе для современного Солнца.

Не исключено, что молодые галактики при большой частоте появления сверхновых были весьма активными обьектами. Когда астрономы из Кембриджского университета под руководством М. Райла составили каталог слабых источников радиоволн, то выяснилось, что число радиоисточников в единице обьема в удаленных областях больше, чем вблизи [208]. Из этого возможны такие выводы: либо далеких радиоисточников действительно много, либо их много потому, что мы наблюдаем их в виде молодых активных галактик (здесь следует учесть, что из-за больших расстояний свет от этих галактик идет к нам очень долго и был испущен давно). В [324] также нашли, что самые слабые радиоисточники не обнаруживают тенденции к преимущественному расположению в скоплениях или группах. Напротив, мощные протяженные радиоисточники находятся в местах с повышенной плотностью галактик.

Согласно [90], в квазарах гелия приблизительно в 10 раз меньше, чем в обычных галактиках (эффект молодости квазаров?).

Зафиксированные с помощью американского спутника IRAS в 1983 году мощные инфракрасные галактики, сравнимые по энергетике с квазарами, как полагают, являются той стадией квазаров, когда они покрыты облаками пыли и газа и в них только начинается вспышка интенсивного начального звездообразования.

В сверхновых первичных звездах кроме тяжелых элементов и гелия мог образоваться очень горячий межгалактический газ с температурой до 10^7 К, обнаруженный в большом количестве в коронах и скоплениях галактик. Этот газ сильно ионизован, имеет концентрацию $10^3 - 10^4$ м$^{-3}$ согласно [198], а содержание тяжелых элементов вплоть до железа почти в 10 раз меньше, чем на Солнце. Эти данные были получены из наблюдений в рентгеновской области и в ультрафиолете, причем излучение оказалось изотропным с точностью до нескольких процентов.

Наблюдения показывают, что в настоящее время образование звезд происходит в больших и плотных молекулярных облаках. Если молодые массивные звезды обычно находятся рядом с темными облаками, то менее массивные звезды типа Т Тельца рассеяны по всему обьему темных облаков [154]. Звезды Т Тельца при той же светимости, как и обычные звезды, имеют большие размеры из-за еще незавершившегося коллапса, более холодные и красные, быстро вращаются. Некоторые из них имеют пылевые оболочки, возможно, в виде дисков. Обычные звезды Т Тельца имеют возраст 10^6 лет, их массы меньше 2 M_C, а радиусы $1 - 6\, R_C$. Облака пыли и газа вокруг этих молодых звезд являются достаточно тонкими и пропускают излучение. Из этого следует, что конденсация большей части вещества уже произошла, а планетезимали не видны из-за малых размеров.

До 50 % звезд Т Тельца составляет их разновидность – звезды типа YY Ориона, в окрестностях которых по эффекту Допплера обнаружены быстрые движения фрагментов вещества.

Часто в областях звездообразования видны пекулярные межзвездные компактные эмиссионные туманности или обьекты Хербига-Аро, которые ассоциируются с сопутствующими продуктами образования звезд [353].

Большая часть молодых звезд спектральных классов О-В обьединена в ОВ-ассоциации, включающие в себя по несколько сотен звезд. Каждая ассоциация состоит из подгрупп по 5 – 20 звезд, причем оказывается, что возраст звезд от одного края ассоциации монотонно растет до другого края ассоциации. Складывается впечатление, что звездообразование вдоль облака проходит в виде волны. По оценкам из [248], разница возрастов между соседними подгруппами $(2 - 4)\cdot 10^5$ лет, расстояние 10 – 40 пк, то есть процесс образования ОВ-звезд распространяется через облако со скоростью 5 – 10 км/с. В качестве спусковых механизмов звездообразования предлагаются следующие: ударные волны, возбуждаемые ионизацией водорода вблизи горячих звезд и давлением излучения; звездный ветер; вспышки сверхновых; волны плотности в спиральных рукавах Галактики; столкновения облаков, приводящие к увеличению их массы до предела Джинса или к возникновению ударных волн. Согласно [161], сейчас образование звезд происходит в очень маленькой области Галактики, занимающую всего лишь 10^{-7} от ее полного обьема, и в основном в плоскости диска.

В соответствии с принципом вложенности, планетные системы должны возникать одновременно со звездами, что согласуется с почти одинаковыми значениями возрастов Земли и Солнца (4,5 – 5 миллиардов лет). По теории аккумуляции Солнечной системы предполагается почти такая же картина эволюции, как и при образовании быстро вращающихся спиральных галактик. Значительная часть пыли и газа могла осесть вдоль оси вращения начального облака и распределиться частично в диск и частично в ядро будущего Солнца, причем пылинки оседают быстрее (на них не действуют силы газового давления). В результате гравитационной неустойчивости и столкновений частички пыли слипались, образуя все более массивные обьекты – планетезимали, из которых в конце концов образовались все крупные обьекты Солнечной системы. При этом вещество прошло через стадии ударной переработки, частичного расплавления и дегазации. Подтверждением столкновений частиц является то, что в метеоритах часто находят мелкозернистые агрегаты, зерна которых имеют разный изотопный состав. Некоторые метеориты (углистые хондриты) содержат смеси разнообразных хондр, нерегулярных агрегатов и фрагментов горных пород разных типов, вкрапленных в мелкозернистую матрицу. Хондры обычно являются сферическими телами из силикатов, сульфидов, окислов и металлов, и имеют диаметры 1 – 2 мм (иногда больше). Следовательно, в Солнечной системе существовало множество центров конденсации вещества. Большинство исследователей сейчас отрицают возможность образования газовых протопланет в протосолнечном облаке [43].

Столкновения тел в период активной аккумуляции больших обьектов, длившийся приблизительно 10^8 лет, отмечен большим числом кратеров на поверхности планет и спутников. В дальнейшем межпланетное пространство постепенно очищалось за счет аккреции газа, столкновений больших и малых тел и излучения Солнца. Внутренние планетезимали из-за высокой температуры горячего Солнца не смогли удержать основную часть оставшегося к этому моменту газа и потеряли его. Возле внешних планет температура газа была ниже и он аккрецировал в основном на Юпитер и Сатурн, состоящие почти полностью из водорода и гелия.

Следствием теории аккумуляции является то, что все системы спутников похожи друг на друга – они имеют общее преобладающее вращение и орбиты, близкие к круговым.

Как показано в § 15 с помощью закона сохранения вращательного момента, планетные системы могут существовать вокруг всех звезд главной последовательности, образовавшись в едином процессе рождения звезд и планет.

Исследования намагниченности метеоритов доказывают, что намагничивание происходило в магнитных полях с напряженностью порядка 80 А/м, которые могли образоваться в Солнечной системе за счет гидромагнитного динамо [114]. Тогда магнитное поле могло способствовать перераспределению момента количества движения в протопланетном диске так, как сейчас оно наблюдается у планет. По мере уменьшения газового диска основным источником магнитного поля становится Солнце, при этом оно может испытывать магнитное торможение за счет уноса момента частицами солнечного ветра. По данным в [81], для звезд типа Т Тельца в интервале возрастов от 10^6 до $4{,}5 \cdot 10^9$ лет скорость экваториального вращения убывает со временем приблизительно как $t^{-0,5}$, что показано на рисунке 60. Более массивные

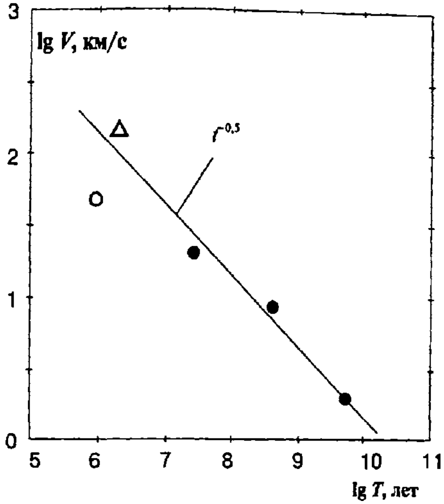


Рис. 60. Изменение скорости вращения с возрастом для звезд спектрального класса G и звезд типа T Тельца согласно [81].

звезды за короткое время своего существования не успевают значительно замедлиться, поэтому мы наблюдаем их, как правило, быстровращающимися.

Сжимающийся в звезду газ обладает излишним моментом импульса и вмороженным магнитным полем, противодействующими скучиванию вещества. Однако вращение ядра образующейся звезды закручивает магнитные линии и равновесие нарушается: газ движется по спирали вдоль магнитных линий к центру, где магнитное поле меняет свою форму так, что в окрестностях полюсов у газа появляется возможность утекать от звезды. Одна часть газа падает на звезду, а другая выдавливается прочь от оси вращения в виде двух закрученных реактивных струй, уносящих излишний момент импульса. Взаимодействие сил гравитации, инерции и электромагнетизма происходит в колебательном режиме – плотность потоков газа периодически меняется, так что реактивные струи состоят из хорошо различаемых отдельных порций вещества.

В заключение укажем, как в описанной выше краткой и схематичной картине эволюции Метагалактики можно обьяснить некоторые проблемы, характерные для теории Большого взрыва.

1. Проблема сингулярности практически исчезает в коллапсирующей, а не расширяющейся Вселенной. Конденсация разреженного вещества в наблюдаемые обьекты приводит в конце концов к образованию вырожденных обьектов, в которых долговременная стабильность обеспечивается квантовыми законами. Это значит, что в этих обьектах сжимающие силы сравниваются по мощности с силами давления, характерными для частиц, образующих уплотненные вырожденные обьекты.

2. Однородность Метагалактики в больших масштабах является следствием однородности той окружающей среды, из которой обособилась Метагалактика.

3. Плоскостность или евклидовость пространства вытекает из самого процесса коллапса и незначительного изменения средней плотности Метагалактики вдоль ее текущего радиуса.

4. Начальные флуктуации плотности существуют для всех классов обьектов и при коллапсе они только усиливаются.

5. Фрагменты, из которых образовались все наблюдаемые обьекты, ранее имели большие размеры и поэтому могли обладать незначительными линейными и экваториальными скоростями при том же вращательном моменте.

6. Отсутствие высоких температур в ранней Метагалактике не требует одновременного существования вещества и антивещества и решения проблемы преобладания вещества над антивеществом.

7. Обьяснение высокой удельной энтропии, характеризуемой отношением числа фотонов к числу нуклонов, может быть сделано в рамках коллапсирующей Вселенной (смотри далее пункт в)).

Как отмечалось выше, наблюдаемое распределение тяжелых элементов, включая гелий, может быть обьяснено ядерным нуклеосинтезом в первичных звездах. Наконец, возраст наблюдаемых в Метагалактике крупных обьектов – звезд, галактик и их скоплений, оказывается сравнимым с возрастом самой Метагалактики, что согласуется с теорией коллапса.

б) Красное смещение.

Рассмотрим теперь такой фундаментальный факт наблюдательной астрономии, как красное смещение линий спектра галактик, увеличивающееся по мере того, как мы все дальше заглядываем в глубины Метагалактики. Обычным обьяснением красного смещения является эффект Допплера, откуда следует, что скопления галактик должны повсеместно разбегаться друг от друга, а Метагалактика расширяться. Измерение красного смещения галактики позволяет найти расстояние до нее по формуле Хаббла (197):

$$r = \frac{c\,z}{H}, \tag{343}$$

где r – расстояние до галактики,

c – скорость света,

$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ – красное смещение линий спектра,

$H = (50 - 100)$ км/(с·Мпк) – постоянная Хаббла.

Другое обьяснение красного смещения, не связанное с разбеганием галактик, получается при рассмотрении процесса прохождения света через космическое пространство. Упорядоченное движение, каким является движение фотона (распространение электромагнитной волны), должно необратимо сопровождаться превращением упорядоченной энергии фотона в неупорядоченную энергию движения окружающей среды (физического вакуума). Если бы это было не так, то мы получили бы идеальный процесс – движение фотона в физическом вакууме, который наполнен мельчайшими частицами, без диссипации энергии, что явно противоречит второму началу термодинамики для открытых систем (смотри § 49. 3).

Зададимся теперь вопросом, имеет ли фотон внутреннюю структуру? Сама постановка вопроса вытекает из следующих рассуждений. Любые катаклизмические явления в космосе сопровождаются излучением электромагнитных колебаний (фотонов). Например, наблюдая вспышку сверхновой, мы можем интерпретировать ее как излучение звездой одного мощного кванта энергии с длительностью, равной длительности вспышки. В то же время мы знаем, что этот мощный квант состоит из множества фотонов, испущенных отдельными атомами и быстрыми частицами.

Возбужденные микрочастицы, как известно, могут переходить в основное состояние, испуская фотоны. Так, возбужденное атомное ядро может испустить гамма-квант. При этом энергия гамма-кванта равна изменению энергии связи ядра до и после излучения этого кванта. С другой стороны, для излучения электромагнитных волн необходимо движение зарядов – источников волн. Следовательно, заряженные частицы, из которых состоит атомное ядро, должны для излучения гамма-кванта двигаться таким образом, чтобы общая энергия их связи могла измениться на величину энергии гамма-кванта. При этом каждая заряженная частица может излучать, поэтому гамма-квант можно представить в виде суперпозиции излучений от этих частиц. Вполне возможно, что вследствие жестких правил квантования, действующих в атомном мире, излучения указанных частиц могут быть, например, когерентными и узконаправленными, как в лазере. Тогда гамма-квант может оказаться мощным пучком излучений от отдельных заряженных частиц (пучком микрофотонов). Похожими примерами являются узконаправленное излучение от пульсаров, а также излучение радиоволн антенной, в которой складываются излучения отдельных электронов.

Подтверждением определенной пространственной ориентации фотонов является то, что излучение отдельных атомов всегда поляризовано, а фотоны переносят импульс и момент импульса. Оценим характеристики некоторых фотонов, включая их энергии W и обьемную плотность энергии ε с помощью следующих формул:

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad \varepsilon = \frac{W}{V} = \frac{W}{\tau c S} = \frac{h}{\tau \lambda S},$$

где h – постоянная Планка,
ν – частота излучения,
c – скорость света,
λ – длина волны,
V – обьем фотона,
τ – время излучения фотона, а произведение τc – длина фотона,
S – площадь сечения области, излучившей фотон (приблизительная площадь сечения фотона).

Время τ близко к времени релаксации возбужденного изолированного излучателя и для атомов может быть найдено экспериментально по затуханию излучения в каналовых атомных лучах в вакууме. Теоретический расчет для времени затухания колебаний осциллятора (возбужденного электрона в атоме) дает согласно [224]:

$$\tau = \frac{6\pi M_E c^3 \varepsilon_0}{\omega^2 e^2},$$

где M_E – масса электрона,
ε_0 – электрическая постоянная,
$\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота колебаний,
e – заряд электрона.

Величину τ можно найти также, зная естественную ширину спектральной линии [233]:

$\tau = \dfrac{\hbar}{\Gamma}$, где $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка,

Γ – полная энергетическая ширина резонансного уровня.

В оптическом диапазоне длин волн полученные разными способами величины τ обычно имеют значения $10^{-9} - 10^{-6}$ секунд, хотя для метастабильных уровней τ может быть значительно больше. В Таблице 62 приведены характеристики некоторых фотонов, в квадратных скобках указаны ссылки на литературу, откуда были взяты значения τ. Длина фотона определяется произведением (τ c) и для красной линии H_α равна 4,5 метра, а для распада η-мезона – $2{,}1 \cdot 10^{-10}$метра. Радиус сечения фотона R оценивался по размеру соответствующего излучателя, а площадь сечения по формуле: $S = \pi R^2$.

Если считать, что плотности электрической и магнитной энергий внутри фотона одинаковы, то можно найти среднюю напряженность электрического поля:

$$E = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0},$$

где ε – плотность энергии фотона,
ε_0 – электрическая постоянная.

Таблица 62

Характеристики некоторых фотонов.

Излучатель	λ, м	τ, с	R, м	ε, Дж/м^3	E, В/м	N
Ридберговский уровень атома водорода, $n = 100$ [199]	7,26	17	$5{,}3\cdot10^{-7}$	$6{,}1\cdot10^{-24}$	$8{,}3\cdot10^{-7}$	$7\cdot10^{8}$
Атом тория Th [82]	$2{,}9\cdot10^{-6}$	$1{,}33\cdot10^{-9}$	$\sim10^{-11}$	$5{,}5\cdot10^{2}$	$7{,}8\cdot10^{6}$	$1{,}4\cdot10^{5}$
Атом водорода, линия H_α [224]	$6{,}56\cdot10^{-7}$	$1{,}5\cdot10^{-8}$	$5{,}3\cdot10^{-11}$	7,2	$9\cdot10^{5}$	$6{,}8\cdot10^{6}$
Ядро атома золота ^{197}Au [233]	$1{,}6\cdot10^{-11}$	$1{,}9\cdot10^{-9}$	$9\cdot10^{-15}$	$8{,}6\cdot10^{13}$	$3{,}1\cdot10^{12}$	$3{,}6\cdot10^{10}$
Распад орто-позитрония [48]	$3{,}64\cdot10^{-12}$	$1{,}4\cdot10^{-7}$	$1{,}06\cdot10^{-10}$	$3{,}7\cdot10^{4}$	$6{,}5\cdot10^{7}$	$1{,}1\cdot10^{13}$
Распад пара-позитрония [48]	$2{,}43\cdot10^{-12}$	$1{,}25\cdot10^{-10}$	$1{,}06\cdot10^{-10}$	$6{,}2\cdot10^{7}$	$2{,}6\cdot10^{9}$	$1{,}5\cdot10^{10}$
Ядро атома кальция ^{40}Ca [17]	$2{,}35\cdot10^{-13}$	$1{,}6\cdot10^{-14}$	$6\cdot10^{-15}$	$1{,}6\cdot10^{21}$	$1{,}3\cdot10^{17}$	$2\cdot10^{7}$
Распад η-мезона [200]	$4{,}52\cdot10^{-15}$	$7\cdot10^{-19}$	$\sim6{,}6\cdot10^{-16}$	$1{,}5\cdot10^{29}$	$1{,}3\cdot10^{20}$	$4{,}6\cdot10^{4}$
Условный распад протона	$1{,}32\cdot10^{-15}$	$4{,}4\cdot10^{-24}$	$6{,}6\cdot10^{-16}$	$8{,}4\cdot10^{34}$	$9{,}8\cdot10^{22}$	1

Согласно [12], в коротких лазерных импульсах путем фокусировки луча достигнута интенсивность $I = 10^{22}$ Вт/м^2, что соответствует плотности энергии $\varepsilon = I/c \sim 3\cdot10^{13}$ Дж/м^3. Плотность энергии здесь такова, что в том обьеме, который обычно занимает один фотон, находится $10^{12} - 10^{13}$ частично когерентных оптических фотонов. Рассматривая один фотон, как цуг волн, можно найти число волн вдоль его длины:

$$N = \tau\nu = \frac{\tau c}{\lambda},$$

где τ – время излучения фотона,

ν – частота излучения, задаваемая периодическим движением электрона в атоме или пульсацией частиц, например нуклонов в ядре.

Наличие волн внутри фотона и самого фотона как целого приводит к корпускулярно-волновому дуализму света. Каждую отдельную волну фотона при этом можно считать своеобразным микрофотоном, причем передача энергии фотона осуществляется путем периодического воздействия таких микрофотонов на поглощающий энергию электрон (или ядро, атом, молекулу и т. д.).

Одна из самых узких линий в инфракрасном спектре тория имеет волновое число $\nu' = 1/\lambda = 3{,}439\cdot10^5$ м$^{-1}$ и ширину линии $\Delta\nu' = 2{,}5$ м$^{-1}$, откуда можно найти время жизни уровня $\tau = \dfrac{1}{c\Delta\nu'} = 1{,}33\cdot 10^{-9}$ с (смотри Таблицу 62). Другие линии оказываются более широкими, что приводит к уменьшению τ и соответственно уменьшает число микрофотонов N.

Напомним, что η-мезон и парапозитроний распадаются на два γ-фотона, а ортопозитроний – на три γ-фотона, причем в случае позитрония мы наблюдаем аннигиляцию электрона и позитрона.

В нижней строчке Таблицы 62 приведены параметры фотона для случая условного электромагнитного распада протона, когда за ядерное время (смотри (256) и далее) энергия покоя протона переходит в энергию фотона. Предполагается, что площадь сечения фотона равна площади сечения протона, и фотон считается узко направленным. Неудивительно, что это дает завышенное значение для плотности энергии и напряженность электрического поля фотона, на порядок превышающую электрическую напряженность на поверхности протона.

С другой стороны, оценки энергии гамма-фотонов космических лучей дают согласно [42], [172], [221] величину до 10^{15} эВ, что в 10^{6} раз больше энергии покоя протона. Считается, что такие фотоны возникают при распаде быстрых пионов, образовавшихся при столкновениях космических лучей с атомными ядрами, и тогда напряженность электрического поля фотона должна достигать 10^{25} В/м. Если плотность электромагнитной энергии заряженных частиц растет не быстрее, чем их кинетическая энергия движения, то это может привести к ограничению энергии фотонов сверху. В самом деле, среди космических лучей встречаются частицы с энергиями порядка 10^{20} эВ [99], что значительно превышает энергии наблюдаемых γ-фотонов. В то же время высокоэнергетические частицы космических лучей не могут, по-видимому, обладать энергиями более 10^{20} эВ из-за быстро усиливающегося с энергией рассеяния на многочисленных фотонах фонового реликтового излучения.

В общем случае площадь сечения фотона вдоль его длины и расстояние между волнами (длина волны) могут меняться, что определяется процессом излучения (модуляция фотона). Радиоволны, которые образуются в результате коллективных и частично синхронных движений множества заряженных частиц, складываются из излучений (фотонов) отдельных частиц, при этом общая плотность потока энергии радиоволны убывает с увеличением расстояния от источника обратно пропорционально квадрату расстояния. Поскольку плотность энергии в обьеме каждого фотона почти не меняется (если не считать рассеяния фотонов в окружающей среде), убывание энергии радиоволны происходит в основном из-за увеличения площади, через которую она проходит.

Явления дифракции и интерференции можно обьяснить кооперативными эффектами, приводящими к частичной когерентности (постоянству разности фаз) излученных фотонов. Например, при обычной двухлучевой интерференции, получаемой при делении волнового фронта от точечного источника экраном с двумя отверстиями, когерентность получается при рассеянии (переизлучении) фотонов атомами экрана с учетом того, что взаимодействие фотонов с электронами вещества вызывает колебания электромагнитного поля в экране, и обратный эффект – влияние этого поля на рассеяние фотонов и возникновение когерентности. При интерференции двух лучей за счет деления амплитуды света полупрозрачным зеркалом когерентность лучей возникает за счет взаимодействия электронов и электромагнитного поля в зеркале при отражении, рассеянии и пропускании отдельных фотонов исходного луча. Похожим феноменом является эффект Ааронова-Бома, когда интерференция двух пучков электронов зависит от внешнего электромагнитного поля, находящегося в области между пучками.

Частичная когерентность фотонов появляется уже в самом источнике света: один и тот же атом может испустить несколько фотонов с постоянной разностью фаз между ними; излучение фотона одним атомом может привести к излучению подобного фотона другим атомом (индуцированное излучение). Последнее хорошо видно в интерференции от двух одинаковых лазеров – у каждого лазера излучение почти когерентно, а между лучами лазеров некоторое время сохраняется постоянная разность фаз.

Если время излучения τ фотона достаточно мало, то он излучается, распространяется и поглощается как отдельная частица. Однако если τ велико, то излучающий атом или ядро за это время могут повернуться в пространстве, фотон «размажется» по некоторому углу и возникнет веер когерентных микрофотонов, способных дать интерференцию при соответствующей разности хода. Например, для вращательного перехода $J = 0 \to 1$ при $n = 5$ для молекулы HF $\nu' = 1/\lambda = 4180$ м$^{-1}$, а время радиационного распада состояния равно 10 секунд [49]. Тогда при температуре 300 К молекула может пройти около 10 км за указанные 10 секунд.

В § 47 будет описана подробная модель фотона в виде стабильного пучка заряженных частиц.

Средняя плотность вещества физического вакуума, в котором происходит движение фотонов, не превышает средней плотности вещества Метагалактики ρ_M. Предельная плотность механической энергии нуклонной формы вещества такова:

$$\varepsilon_M = \rho_M c^2 \sim 10^{-10}\,\text{Дж/м}^3.$$

Как видно в Таблице 62, плотность электромагнитной энергии фотонов может быть много больше ε_M, и электромагнитная энергия вакуума преобладает над средней механической энергией Метагалактики.

В работе [76] приведены следующие доводы против космического покраснения фотонов:

1. Если потеря энергии вызвана взаимодействием с межгалактическим веществом, то она сопровождается передачей импульса, то есть изменением направления движения фотона. Это вызвало бы размазывание изображений – удаленная звезда имела бы вид диска, а не точки, а это не то, что мы наблюдаем.

2. Предположим, что фотон распадается: $\gamma \to \gamma' + K$, отдавая небольшую часть своей энергии частице K. Из закона сохранения следует, что частица K должна двигаться в направлениии фотона (это, между прочим, позволяет избежать размазывания изображений), и должна иметь нулевую массу покоя. Однако из-за статистической природы процесса некоторые фотоны теряли бы энергии больше, чем другие, что привело бы к спектральному уширению линий, которое также не наблюдается.

3. Если существует любой такой процесс распада, то должно быть:

$$W \sim \frac{A}{E} \sim \frac{A}{h\nu},$$

здесь W – вероятность распада фотона за 1 секунду,
A – константа,
E – энергия фотона,
h – постоянная Планка,
ν – частота фотона.

Отсюда следует, что фотоны, имеющие частоту в диапазоне радиоволн, должны распадаться быстрее, что было бы заметно.

При анализе этих доводов следует отметить, что поскольку мы рассматриваем поглощение энергии электромагнитной волны, а не распад фотона как целого обьекта типа элементарной частицы, то довод 3 отпадает. Если же мы будем считать, что физический вакуум наполнен очень мелкими заряженными частицами, много меньшими, чем электрон, то тогда доводы 1 и 2 также становятся несущественными. Полагая, что фотон представляет из себя поток отдельных излучений – микрофотонов с приблизительно одинаковой длиной волны, для потери энергии такого потока в космической среде справедлив закон типа Бугера – Ламберта [235], описывающий поглощение энергии излучения в веществе:

$$dE = -\alpha E\,dr, \tag{344}$$

где α – константа,

E – энергия фотона,

r – расстояние, проходимое фотоном.

Интегрируя (344), находим энергию фотона после прохождения им расстояния r:

$$E = E_0 e^{-\alpha r} \tag{345}$$

Поскольку $E = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны, то (345) можно переписать так:

$$\lambda = \lambda_0 e^{\alpha r},$$

где λ_0 – длина волны фотона при его излучении. Данная формула показывает, что эффективная область, занимаемая фотоном и характеризуемая длиной волны, как бы расплывается в пространстве – по мере движения фотона и увеличении расстояния r длина волны λ растет. По определению, красное смещение равно:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 = e^{\alpha r} - 1. \tag{346}$$

При малой величине красного смещения (346) можно упростить, разлагая экспоненту, и тогда получается:

$$z = \alpha r.$$

Сравнивая данное соотношение с (343), можно найти величину α: $\alpha = \frac{H}{c}$.

Величина $s = \alpha^{-1}$ есть расстояние, на котором энергия фотона уменьшается в $e = 2{,}718$ раз (e – основание натурального логарифма):

$$s = \frac{c}{H} = (3 - 6)\ \text{Гпк}.$$

Разброс s определяется неточностью постоянной Хаббла.

В настоящее время открыты квазары с величиной красного смещения до $z = 6$. Квазар Q0051-279 имеет $z = 4{,}43$ [197], а у квазара PC 1247+34 $z = 4{,}9$. Расстояние до квазаров с $z = 6$ при $H = 75$ км/(с·Мпк) согласно (346) достигает 7,8 Гпк, что достаточно близко к радиусу метагалактики, рассмотренной в § 36 (11,9 Гпк). Заметим, что согласно наблюдений большинство квазаров находится на расстояниях, соответствующих красному смещению $z = 2$, при $z = 0{,}5$ число квазаров убывает в 50 раз, также при $z > 3$ их количество резко уменьшается [130]. Если обрезание числа квазаров при больших z реально, то это может означать, что мы видим край Метагалактики.

Согласно многолетним наблюдениям У. Тиффта из Аризонского университета, в излучении от галактик в скоплениях наблюдается некоторая периодичность в значениях красных смещений галактик с шагом Δz. Учитывая сотношение (198) $\Delta z = \Delta v / c$, приходим к тому, что галактики должны иметь квантование в скоростях разбегания, если трактовать красное смещение как следствие эффекта Допплера. Если же использовать (346) и считать красное смещение зависящим только от длины пути, проходимого фотоном, то тогда $\Delta z = \Delta r\, H/c$ и периодичность красного смещения в разных скоплениях галактик отражает тот факт, что характерные размеры галактик и их орбит в подобных скоплениях приблизительно одинаковы. По Тиффту, минимальный шаг периодичности $\Delta v = 2{,}6657$ км/с, тогда при $H = 75$ км/(с · Мпк) имеем:

$$\Delta r = \Delta v / H = 35{,}5\ \text{кпк},$$

что сравнимо с размерами галактик и минимальным радиусом обращения их спутников – карликовых галактик и шаровых скоплений. Для максимального указанного Тиффтом значения $\Delta v = 72$ км/с получается $\Delta r \sim 1$ Мпк, что может быть связано со средним разделением галактик в скоплениях вдоль луча зрения с учетом периодичности их орбит.

Рассмотренный подход к проблеме красного смещения спектра галактик согласуется с результатами работы [89], в которой уменьшение энергии фотонов обьясняется наличием проводимости космологического пространства. Для красного смещения получается следующая формула (в системе физических единиц СИ):

$$\bar{z} = (1 + z')\exp\left(\frac{\sigma t}{\varepsilon_0}\right) - 1, \qquad (347)$$

где $\bar{z}$ – результирующее красное смещение,

z' – пекулярное красное смещение обьекта, испустившего излучение, относительно наблюдателя,

σ – удельная проводимость космологического пространства,

ε_0 – электрическая постоянная,

t – время движения фотона.

Удельная проводимость оказывается связанной с постоянной Хаббла (сравни экспоненты в (346) и (347) с учетом того, что $r = ct$):

$$\sigma = H\,\varepsilon_0 = (1{,}4 - 2{,}8)\cdot 10^{-29}\ \text{См/м}. \qquad (348)$$

Для близких галактик экспонента в (347) мала и основной вклад в красное смещение вносит обычное доплеровское красное смещение z', возникающее от пекулярного движения галактик относительно наблюдателя.

Интересно, что космологическое красное смещение маскирует красное смещение, возникающее от вращения Метагалактики, поэтому определить это вращение по красному смещению представляется затруднительным.

В классической теории проводимости имеются такие выражения, связывающие характерные параметры:

$$\sigma = G q u, \qquad E = \frac{v}{u} = \frac{vGq}{\sigma} = \frac{vG\,m(q/m)}{\sigma},$$

где σ – удельная проводимость,

G – концентрация заряженных частиц,

q – заряд частицы,

u – подвижность частиц,

E – напряженность электрического поля,

v – средняя дрейфовая скорость в электрическом поле,

m – масса частицы.

Оценим максимальную величину E при следующих предположениях:

1. Существуют два типа мельчайших заряженных частиц, ответственных за проводимость космологического пространства, с одинаковыми концентрацией G и зарядом q, одна из которых подобна протону, а другая – электрону, так что отношение их масс M/m равно отношению масс протона M_p к массе электрона M_E.

Назовем для краткости частицы с массой M р-преонами, а с массой m – е-преонами, взяв название «преоны» из [57].

2. Средняя размазанная плотность заряженных частиц (в основном, р-преонов) ρ приблизительно равна размазанной плотности вещества Метагалактики $\rho_M = 10^{-27}$ кг/м^3. Данное предположение основано на том, что размазанные плотности галактик, звезд, атомов по обьему Метагалактики того же порядка, что и средняя плотность окружающей среды (§ 37). Если m – масса е-преона, то $\rho = GM = Gm\, M_P/M_E = \rho_M$, откуда $Gm = \rho_M M_E/M_P$.

3. Отношение заряда к массе q/m для е-преонов равно:

$$\frac{q}{m} = \frac{e}{M_E}\left(\frac{\Phi'}{P'}\right)^{0,5},$$

где e – заряд электрона,

M_E – масса электрона,

Φ', P' – коэффициенты подобия по массе и размерам между протоном и р-преоном (или между электроном и е-преоном).

Данное соотношение следует из (124) и (126) для коэффициентов подобия по гиромагнитному отношению:

$$\frac{(e/M_E)}{(q/m)} = \Gamma'_P = \frac{(P')^{1,5}}{(\Phi')^{0,5}\Pi'} = \left(\frac{P'}{\Phi'}\right)^{0,5} S' \sim \left(\frac{P'}{\Phi'}\right)^{0,5}.$$

Здесь было учтено соотношение типа (84) для коэффициентов подобия по размерам P', скоростям S', времени Π' : $S' = P'/\Pi'$, а также то, что для предельно вырожденных обьектов $S' \sim 1$ (смотри (331) и далее).

4. Скорость v равна скорости света.

Тогда используя значение σ из (348) в качестве удельной проводимости, получим предельное значение электрического поля в космологическом пространстве:

$$E = \frac{c\rho_M e}{\sigma M_P}\left(\frac{\Phi'}{P'}\right)^{0,5}.$$

При напряженности электрического поля E преоны ускоряются до скорости света. Максимальная напряженность на поверхности протона равна:

$$E_P \sim \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R_P^2} = 3{,}3\cdot 10^{21}\ \text{В/м},$$

здесь e – элементарный электрический заряд,

ε_0 – электрическая постоянная,

R_P – радиус протона (228).

Поскольку ситуация для преонов возле протона напоминает ускорение протонов и электронов в сильных электромагнитных полях на поверхности нейтронных звезд и черных дыр почти до скорости света, то приравнивая E и E_P можно оценить отношение коэффициентов подобия по массе и размерам Φ'/P':

$$\frac{\Phi'}{P'} = \left(\frac{\sigma M_P E_P}{c\rho_M e}\right)^2 = 6\cdot 10^6. \qquad (349)$$

Предположим, что преоны, которые ответственны за поглощение энергии электромагнитного поля в космологическом пространстве, одновременно входят и в состав протона и являются такими же вырожденными обьектами, как протоны и черные дыры. Для таких вырожденных обьектов справедливо соотношение $\Phi' \sim P'^3$. В самом деле, плотность протона равна:

$$\rho_P = \frac{3M_P}{4\pi R_P^3} = 1{,}4\cdot10^{18}\ \text{кг/м}^3,$$

где M_P – масса протона,

R_P – радиус протона (228).

Радиус и плотность шварцильдовской черной дыры с массой $M_Д = 1 M_C$ равны:

$$R_Д = \frac{2\gamma M_Д}{c^2}, \quad \rho_Д = \frac{3M_Д}{4\pi R_Д^3} = \frac{3c^6}{32\pi\gamma^3 M_Д^2} = 1{,}8\cdot10^{19}\ \text{кг/м}^3$$

Для черной дыры массой 4,78 M_C плотность близка к значению $8\cdot10^{17}$ кг/м^3 (смотри Таблицу 57). Таким образом имеем:

$$\frac{\rho_Д}{\rho_P} \sim \frac{M_Д R_P^3}{R_Д^3 M_P} = \frac{\Phi'}{P'^3} \sim 1.$$

Считая, что для преонов $\Phi' \sim P'^3$, из (349) находим:

$$P' = 2{,}45\cdot10^3, \quad \Phi' = 1{,}47\cdot10^{10}.$$

Тогда масса и размеры p-преона, соответствующего протону, будут таковы:

$$M = \frac{M_P}{\Phi'} \sim 1{,}1\cdot10^{-37}\ \text{кг}, \quad R = \frac{R_P}{P'} \sim 2{,}7\cdot10^{-19}\ \text{метра}.$$

Масса и заряд e-преона, соответствующего электрону, равны:

$$m = \frac{M_E}{\Phi'} \sim 6\cdot10^{-41}\ \text{кг}, \quad q = \frac{em}{M_E}\left(\frac{\Phi'}{P'}\right)^{0,5} \sim 2{,}7\cdot10^{-26}\ \text{Кл}.$$

Размазанная концентрация преонов в космологическом пространстве может быть найдена через среднюю плотность вещества Метагалактики ρ_M:

$$G = \rho_M / M \sim 10^{10}\ \text{штук/м}^3.$$

Для сравнения приведем среднюю концентрацию нуклонов в Метагалактике:

$$G_H = \rho_M / M_H \sim 1\ \text{штук/м}^3,$$

здесь M_H – масса нуклона. Величинам массы M, радиуса R, скорости света c соответствует характерный момент импульса или квант действия типа постоянной Планка для преонов, используя (228), получим:

$$L_X \sim 2MRc \sim 1{,}8\cdot10^{-47}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

То, что нуклоны состоят из более мелких обьектов, доказывается опытами по упругому рассеянию электронов и нейтрино на большие углы порядка 180°, когда отмечается характерное размытие в распределении импульсов отражающихся частиц, а также опытами с глубоко неупругим рассеянием электронов. По предложению Р. Фейнмана такие частички вещества называются партонами. Тогда можно считать, что партоны в свою очередь есть скопления и сверхскопления преонов (поскольку преоны относятся к протону также, как галактики к Метагалактике). В первом приближении можно оценить массы партонов и преонов, продолжая ряд масс (259) в сторону уменьшения путем деления на множитель прогрессии (257):

Химический элемент $A = 210$,	
– электрон с массой M_E:	$3{,}5\cdot10^{-25}$кг – $9{,}1\cdot10^{-31}$ кг $= M_E$
Партоны:	$9{,}1\cdot10^{-31}$кг – $2{,}4\cdot10^{-36}$ кг
Преоны:	$2{,}4\cdot10^{-36}$ кг – $6{,}2\cdot10^{-42}$ кг

Данная оценка массы преонов не совсем точная, поскольку используется множитель прогрессии (257), найденный из подобия атомных ядер и звезд главной последовательности. Более логично было бы сравнивать однотипные вырожденные объекты – преоны, нуклоны и нейтронные звезды. Тем не менее полученные массы достаточно близки к массам M и m преонов, вычисленных выше из удельной проводимости космологического пространства.

Для оценки размеров партонов и преонов продолжим ряд размеров (261) в сторону уменьшения с помощью множителя прогрессии (260):

Атомные ядра:	$2{,}9\cdot10^{-14}$ м	–	$3{,}7\cdot10^{-16}$ м
Партоны:	$3{,}7\cdot10^{-16}$ м	–	$4{,}7\cdot10^{-18}$ м
Преоны:	$4{,}7\cdot10^{-18}$ м	–	$6\cdot10^{-20}$ м

Данные размеры преонов согласуются с радиусом R, полученным выше для р-преона.

Начиная с 1983 г. при столкновениях встречных пучков электронов и позитронов, нуклонов и антинуклонов стали регистрироваться случаи рождения промежуточных векторных бозонов W^+, W^- с массой-энергией $E\sim80$ ГэВ и нейтральных бозонов Z^0 с массой-энергией $E\sim90$ ГэВ, которые в стандартной теории электрослабого взаимодействия осуществляют слабое взаимодействие. Комптоновская длина волны, при которой слабое и электромагнитное взаимодействия сравниваются по величине, дает оценку радиуса действия слабого взаимодействия:

$$\lambda = \frac{h}{mc} \sim \frac{hc}{E} \sim 1{,}5\cdot10^{-17}\text{ метра},$$

здесь h – постоянная Планка,
m – масса бозонов,
c – скорость света,
E – энергия покоя бозонов.

Значение λ попадает в диапазон размеров партонов, из которых могут состоять элементарные частицы, так что слабое взаимодействие можно связать со взаимодействием партонов и более мелких частиц – преонов.

Совсем недавно были проведены эксперименты [182], в которых смогли измерить разность масс электронного и мюонного нейтрино Δm, соответствующую энергии $\Delta E = 0{,}07$ эВ (массы самих нейтрино определить не удалось). Учитывая, что 1 эВ $= 1{,}602\cdot10^{-19}$ Дж, а масса m и энергия E связаны формулой $E = mc^2$, где c – скорость света, для массы Δm находим:

$$\Delta m \sim \frac{\Delta E}{c^2} = 1{,}2\cdot10^{-37}\text{ кг}.$$

Логично предположить, что масса Δm должна соответствовать массе некоторого выделенного уровня материи, входящего в состав нейтрино. Сравнивая массу M р-преона, вычисленную выше, с массой Δm, находим $\Delta m \sim M$, то есть нейтрино должны состоять из преонов.

Согласно [91], [344], в опытах по бета-распаду атомных ядер у электронного антинейтрино и нейтрино регистрируется некоторая характерная минимальная масса покоя, соответствующая энергии порядка 17 эВ. Отношение этой энергии к массе-энергии одного преона (0,07 эВ) дает число 243. Если мы разделим массы самых тяжелых атомных ядер на массу легчайшего ядра атома водорода (равную массе протона), то мы получим то же самое отношение порядка 240 – 260. Не исключено, что в указанных опытах по измерению массы нейтрино мы сталкиваемся с преонными ядрами, состоящими из множества преонов.

Быстрое движение электронов и протонов, обладающих большим собственным электрическим полем, в преонной плазме с концентрацией G может генерировать в ней поперечные волны с частотами согласно [198]:

$$\omega' = \sqrt{w_p^2 + k^2 c^2}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{G q^2}{\varepsilon_0 m}},$$

где ω' – циклическая частота волны,
k – волновое число,
c – скорость волны,
λ – длина волны,
ω_p – плазменная частота,
G – концентрация заряженных частиц,
q – заряд частиц,
ε_0 – электрическая постоянная,
m – масса частицы.

При частотах ниже чем ω_p поперечные волны отражаются от плазмы и в ней не распространяются. Оценим ω_p для преонной плазмы с учетом полученных выше величин G, q, m:

$$\omega_p \sim 10^5 \text{ рад/сек.}$$

Считая, что скорость волны равна скорости света, найдем длину волны:

$$\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} \sim 2{\cdot}10^4 \text{ метра.}$$

Если наши рассуждения правильны, то существует предел для длины волны колебаний в преонной плазме такой, что при $\lambda > \lambda_p$ в плазме активно генерируются уже не поперечные, а продольные ленгмюровские волны.

При малых z закон Хаббла (343) выполняется удовлетворительно, однако при больших расстояниях красное смещение согласно (346) должно нарастать экспоненциально. На рисунке 61 приведена диаграмма Хаббла (красное смещение z – видимая звездная величина) по данным из [374] в совокупности с результатами из [319], [320] (обозначенными +) с обьектами при красном смещении до $z = 4$ для гигантских эллиптических галактик в скоплениях (смотри также [15]). Линия проведена по соотношению (346) и стандартному определению абсолютной звездной величины M:

$$M = m + 5 - 5\lg r,$$

здесь m – видимая звездная величина,
r – расстояние в парсеках.

Подставляя расстояние r из (346) с учетом $a = H/c$, найдем связь красного смещения z и видимой звездной величины m:

$$m = M - 5 + 5\lg(\frac{c}{H\lg e}) + 5\lg[\lg(z + 1)].$$

Используя $M = M_0 = -25{,}3^m$ в качестве абсолютной звездной величины гигантской эллиптической галактики, постоянную Хаббла $H = 75\cdot10^{-6}$ км$\cdot$с$^{-1}$ пк$^{-1}$, скорость света $c = 2{,}9979\cdot10^5$ км/с, основание натуральных логарифмов $e = 2{,}718$, и переобозначая видимую звездную величину m через K_{SM} (поскольку точки на рисунке 61 были получены в инфракрасном К-фильтре со средней длиной волны 2,2 микрометра, более точно отражающем распределение энергии в спектре и

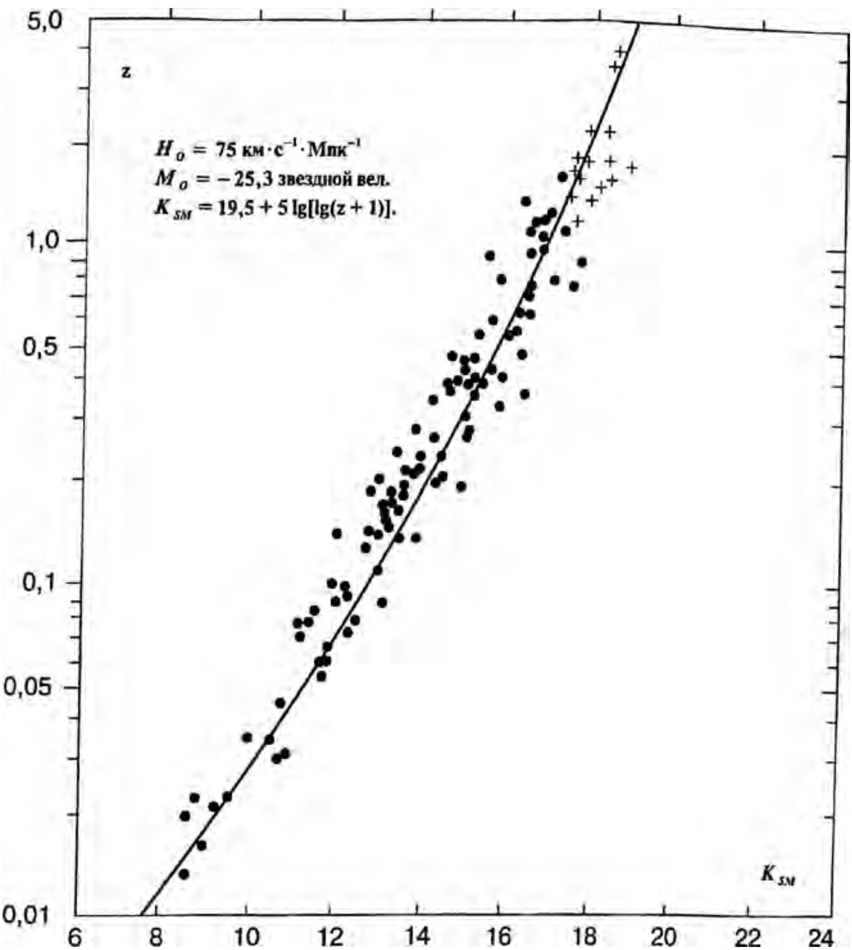


Рис. 61. Зависимость «красное смещение z – видимая звездная величина K_{SM}» для гигантских эллиптических галактик в скоплениях по [374]. Добавлены обьекты с красными смещениями до z = 4 согласно [319], [320] (обозначены +).

приближающем величину K_{SM} к болометрической видимой звездной величине, и исправлены за апертуру по методике [351]), найдем уравнение для линии на рисунке 61:

$$K_{SM} = 19{,}5 + 5\lg[\lg(z + 1)].$$

Проведенная линия вполне удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные данные.

в) Реликтовое излучение.

Вторым по важности после красного смещения спектров является открытие в 1964 году Арно Пензиасом и Робертом Вилсоном изотропного микроволнового (реликтового) фонового излучения, вариации изотропии которого не превышают 0,5 %. В настоящее время спектр фонового излучения хорошо исследован в диапазоне от 3 мм до 21 см и представляет из себя спектр черного тела со средней температурой 2,726 К. Плотность энергии, соответствующая данной температуре, по (171) равна:

$$\varepsilon = aT^4 = 4{,}2 \cdot 10^{-14}\ \text{Дж/м}^3, \tag{350}$$

здесь ε – плотность энергии,
a – постоянная плотности излучения,
T – температура излучения.

Необходимо отметить, что плотность энергии фонового излучения достаточно велика. Допустим, что средняя плотность вещества в Метагалактике равна $4{,}2 \cdot 10^{-28}$кг/м^3. Тогда на каждый килограмм вещества приходится 10^{14} Дж,что достаточно, чтобы нагреть это вещество до температуры $4 \cdot 10^9$ К.

С помощью закона смещения Вина можно найти длину волны, на которую приходится максимум чернотельного излучения, среднюю энергию фотона и среднюю концентрацию фотонов в пространстве:

$$\lambda_{MAX} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = 1{,}06 \cdot 10^{-3}\ \text{м},$$
$$W = \frac{hc}{\lambda_{MAX}} = 1{,}9 \cdot 10^{-22}\ \text{Дж}, \tag{351}$$
$$G_\Phi = \frac{\varepsilon}{W} = 2{,}2 \cdot 10^8\ \text{м}^{-3}.$$

Реальная концентрация фотонов близка к величине $4 \cdot 10^8$ м$^{-3}$, поскольку существует много фотонов с энергией, меньшей чем W.

Измерения температуры показывают, что в направлении созвездия Льва фоновое излучение горячее, а в направлении созвездия Водолея – холоднее, с общей разницей температур около $7 \cdot 10^{-3}$ К. Это можно обьяснить, если считать, что Земля движется относительно источников фонового излучения со скоростью 360 – 400 км/с, а возникновение разницы температур происходит за счет эффекта Допплера (смотри § 42, пункт в)).

В теории Большого взрыва фоновое излучение называется реликтовым, поскольку считается, что оно является остатком высокотемпературного излучения, охладившегося в результате расширения с момента Большого взрыва.

В качестве альтернативы рассмотрим другой возможный источник фонового излучения. Предположим, что выполняются следующие исходные положения:

1. Все вещество Метагалактики (все нуклоны) испытало хотя бы один акт бета-распада. В простейшем случае каждый протон образовался при бета-распаде свободного нейтрона (среднее время жизни свободного нейтрона составляет около 15,3 минуты) с испусканием антинейтрино.

2. Антинейтрино и нейтрино, образующиеся при слабых взаимодействиях, представляют собой пучки более мелких возбужденных частиц – преонов, которые с течением времени рождают фотоны микроволнового фонового излучения.

3. Распределение преонов в пространстве изотропно, откуда вытекает изотропность фонового излучения. Некоторой аналогией являются космические

лучи, приходящие на Землю с большой степенью изотропии – не более 0,1 % в диапазоне энергий до 10^{13} эВ [1].

4. Излучение преонов из нейтрона при бета-распаде происходит с чернотельным спектром энергии, такой же спектр получается и у фотонов фонового излучения.

Тогда при каждом бета-распаде нейтрона образуется один протон, один электрон и некоторое количество возбужденных преонов, рождающих со временем фотоны. Суммарная энергия этих фотонов равна суммарной энергии возбуждения преонов или средней энергии одного антинейтрино при бета-распаде. Если обозначить среднюю энергию антинейтрино через $\tilde{E}_\nu$, то среднее количество «активных» преонов при одном бета-распаде равно среднему количеству фотонов:

$$N = \frac{\tilde{E}_\nu}{W}, \qquad (352)$$

где N – число фотонов, приходящихся на один протон,
W – энергия одного фотона.

Учитывая, что $G = \rho / M_U$, из (351) получаем:

$$G_\Phi = \frac{\varepsilon}{W}, \quad N = \frac{G_\Phi}{G} = \frac{\varepsilon M_U}{W \rho}, \qquad (353)$$

где G_Φ – концентрация фотонов в Метагалактике,
G – концентрация вещества,
ρ – плотность вещества,
$M_U = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг – атомная единица массы,
ε – плотность энергии фонового излучения,
W – средняя энергия одного фотона фонового излучения.

Сравнивая (352) и (353), можно приблизительно оценить плотность вещества Метагалактики:

$$\rho = \frac{\varepsilon M_U}{\tilde{E}_\nu}. \qquad (354)$$

Согласно [19], средняя энергия антинейтрино при бета-распаде нейтрона равна:

$$\tilde{E}_\nu = 480{,}89 \text{ кэВ} = 7{,}7 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}. \qquad (355)$$

Подставляя это значение в (354) с учетом (350), находим:

$$\rho = 9 \cdot 10^{-28} \text{ кг/м}^3,$$

что действительно близко к наблюдаемой плотности вещества Метагалактики.

Из (351), (352), (355) можно найти среднее количество возбужденных преонов в антинейтрино при бета-распаде нейтрона:

$$N = 4{,}1 \cdot 10^8. \qquad (356)$$

Заметим, что в пункте б) данного параграфа было найдено количество $\Phi' = 1{,}4 \cdot 10^{10}$ мельчайших заряженных вырожденных частиц – преонов, которые могут составлять протон. Следовательно, и протон, и нейтрон, и нейтрино скорее всего состоят из одних и тех же частиц – преонов.

В работе [261] указывается, что скорость счета солнечных нейтрино перхлорэтиленовым детектором в эксперименте Дэвиса имеет явную антикорелляцию с солнечным циклом. Для объяснения этого явления авторы [41] предполагают наличие у электронного нейтрино магнитного момента величиной $10^{-11} - 10^{-10}$ магнетона Бора. Тогда из-за прецессии такого магнитного момента в магнитном поле Солнца ожидается частичная деполяризация и стерилизация нейтрино. Вследствие этого возможны корелляции между скоростью счета нейтрино на Земле и 11-летним циклом солнечной активности.

Поскольку многие элементарные частицы и вероятно нейтрино обладают магнитными свойствами и массой покоя, то соответствующие величины следует приписать и преонам, из которых, как ожидается, состоят элементарные частицы.

Еще одна гипотеза образования фонового излучения заключается в следующем. В соответствии с космологическими принципами § 37 мы должны ожидать, что нуклоны – основные кирпичики атомного вещества – должны образовываться из сгущений более мелких частиц, аналогично образованию звезд из газово-пылевых облаков. Эти частицы, преоны и партоны, должны составлять существенную часть того, что мы называем физическим вакуумом.

При образовании нуклонов должна выделяться энергия связи, поэтому можно предположить, что в процессе эволюции преоны будут излучать фотоны также, как возбужденные частицы в звездах. Эти фотоны должны иметь маленькую энергию, поскольку малы и сами преоны. Предположим, что именно из таких фотонов состоит микроволновое фоновое излучение. Найдем отношение энергии связи одного нуклона к энергии фонового излучения, приходящейся на один нуклон, путем деления плотности массы-энергии вещества в Метагалактике на плотность энергии фонового излучения:

$$\frac{\rho c^2}{\varepsilon} = 2{,}14 \cdot 10^3, \qquad (357)$$

здесь $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3 – предполагаемая средняя плотность Метагалактики,
c – скорость света,
ε – плотность энергии фонового излучения (350).

Согласно (351), (353) можно оценить энергию фонового излучения, приходящуюся на один нуклон в Метагалактике:

$$E_H = NW = \varepsilon M_U / \rho.$$

Как будет показано в § 46.1, реальными аналогами нуклонов среди звезд являются такие вырожденные обьекты, как нейтронные звезды. Используем поэтому коэффициенты подобия из Таблицы 65, чтобы найти энергию излучения, соответствующую одной нейтронной звезде с массой $M_S = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг и радиусом $R_S = 1{,}49 \cdot 10^4$ метра:

$$E'_H = E_H \Phi' S'^2 = \varepsilon M_S S'^2 / \rho \sim 3{,}8 \cdot 10^{42} \text{ Дж},$$

где $\Phi' = 1{,}68 \cdot 10^{57}$ – коэффициент подобия по массе,
$S' = 0{,}18$ – коэффициент подобия по скоростям,
произведение $\Phi' S'^2$ эквивалентно коэффициенту подобия по энергиям,
$M_S = M_U \Phi'$.

Предположим, что как при образовании нуклона выделяется энергия E_H, так и при образовании нейтронной звезды в конце концов выделяется электромагнитная энергия излучения в количестве E'_H. Энергия E'_H не может превысить полной энергии нейтронной звезды (без учета релятивистской энергии покоя), равной:

$$E_S = -M_S C_S^2 = -8{,}2 \cdot 10^{45} \text{ Дж},$$

здесь $C_S = 5{,}4 \cdot 10^7$ м/с по (440).

Согласно § 46.1, отношение полной энергии нейтронной звезды E_S к ее собственной электромагнитной энергии $E_Э$ приблизительно равно отношению масс протона и электрона:

$$-E_S / E_Э \sim M_P / M_E = 1{,}84 \cdot 10^3.$$

Это же оказывается справедливым и для излученных энергий – почти вся полная энергия E_S в соответствии с теоремой вириала излучается при гравитационном коллапсе ядра звезды во время сверхновой (в основном за счет нейтрино), а затем расширяющаяся оболочка, по ытываемая энергией только что рожденной и быстро вращающейся нетронной зв зды с сильным магнитным полем, дает мощное синхротронное излучение с общей энергией до $E_э$. Хорошим примером является Крабовидная туманность, наиболее интенсивно излучающая в рентгеновской области, с полной энергией магнитного поля порядка $3 \cdot 10^{41}$ Дж по [222] и энергией движения волокон ~ $1,5 \cdot 10^{42}$ Дж. Средний радиус туманности около 1 пк, а полная мощность излучения $10^{30} - 10^{31}$ Вт, так что ее энергия $E_э$ может быть высвечена за время порядка 10^5 лет. И действительно, при временах $10^5 - 10^6$ лет подобные туманности уже значительно удаляются от центра взрыва и начинают исчезать, рассеиваясь в пространстве. Таким образом, из близости величин $E_э$ и E'_{II}, отношения $E_S / E_э$ и (357) следует, что фоновое излучение может быть следствием глобального процесса рождения нуклонов.

§ 39. Основные результаты

1. Для галактических систем от звезд до Метагалактики оказывается справедливой геометрическая прогрессия в распределении массы и размеров основных обьектов Метагалактики. С учетом результатов главы 5 это означает, что обьекты, начиная по крайней мере от элементарных частиц, располагаются ступенями по массе и размерам. Массы и размеры обьектов каждой следующей ступени можно найти путем умножения соответствующих величин предыдущей ступени на одни и те же множители прогрессий по массе и размерам. Отсюда следует подобие обьектов различных ступеней друг другу. Согласно общему подходу [95], в основе каждой современной теории лежит некоторый принцип относительности, который формулируется в виде требования инвариантности теории относительно некоторой группы симметрии. При этом в каждой теории существуют инварианты относительно соответствующих виртуальных преобразований, например, при преобразовании координат сохраняются энергия, импульс, момент импульса, ковариантность уравнений. В теории подобия рассматривается симметрия относительно совокупных преобразований физических и геометрических (пространственно-временных) свойств реальных тел, таких как масса, размеры тел, скорость течения времени, спин и т. д. Инвариантами таких преобразований оказываются безразмерные коэффициенты подобия физических величин, например, массы, размеров, времени, скорости, энергии, момента импульса и многие другие.

Кроме этого, на каждом уровне материи возникают свои собственные инварианты в виде обьектов, имеющих массу, спин, характерную скорость и т. д. такие, что они в целом определяют свойства данного уровня материи. Так, масса вещества может быть найдена через массу и число нуклонов, а электрический заряд, скорость частиц в протоне, равная скорости света, и спин протона в виде постоянной Планка входят во все формулы квантовой механики.

2. Соотношения количества карликовых галактик – спутников, а также массы и размеров Галактики с аналогичными параметрами атомов с точки зрения подобия позволяют предположить, что Галактика соответствует атомам с массовыми числами $A = 18 - 20$. Для сравнения, в главе 1 найдено, что Солнечная система является аналогом атома кислорода с массовым числом $A = 18$.

3. Минимальная масса нормальной галактики по теории подобия $M_{Pr} = 8{,}15 \cdot 10^9 M_C$. Как раз в этой области масс согласно наблюдениям исчезают небольшие спиральные галактики, заменяясь при меньших массах на карликовые галактики, являющиеся аналогами электронов и планет. Массы больших эллиптических галактик с учетом подобия соответствуют массам самых тяжелых нуклидов химических элементов и самым массивным звездам.

4. В пылинках и галактиках можно выделить по крайней мере 4 типа подобия:

– количество атомов в пылинках равно количеству звезд в соответствующих галактиках;

– формы и структура пылинок и галактик близки друг к другу;

– химический состав пылинок и галактик одинаков, если уподобить звезды в галактиках тем химическим элементам, которым они соответствуют по своей массе;

– наличие магнитных моментов, поддерживаемых разными механизмами.

5. Исходя из относительной энергии связи, большинство галактик можно уподобить звездам главной последовательности.

6. Формулы для оценки полной энергии звезд главной последовательности и галактик (298) приблизительно совпадают.

7. Для описания звезд главной последовательности необходимы две характерные величины кванта действия:

$\hbar_S = 2{,}8 \cdot 10^{41}$ Дж·с – звездная постоянная (98),

$\hbar_O = 3{,}4 \cdot 10^{56}$ Дж·с – орбитальная постоянная, характеризующая вращение звезд в Галактике.

8. Зависимости спина от массы для галактик и планетных систем звезд, для карликовых галактик и планет Солнечной системы близки друг к другу, что говорит о подобии этих систем.

9. Различные оценки характерного момента импульса для нашей Галактики дают величину порядка 10^{68} Дж·с.

10. Все вырожденные звезды минимальной массы имеют характерный спин, близкий к звездной постоянной $h_S = 2\pi\hbar_S$.

11. Между условной внутренней и поверхностной энтропиями черной дыры S_B и $S_Ш$ существует соотношение: $S_Ш = У S_B^2$, где $У = 2{,}39 \cdot 10^{-15}$ К/Дж.

12. Сравнивая степень упаковки атомов в твердом теле и галактик в Метагалактике, можно сделать вывод о том, что Метагалактика представляет из себя своеобразное твердое тело, удерживаемое гравитационными силами и вращением.

13. В дополнение к космологическому принципу Эйнштейна вводятся следующие принципы, подчеркивающие основные черты эволюции Вселенной:

– принцип движения: все обьекты Вселенной обладают движением, в том числе вращательным, при этом с течением времени характерные спины обьектов уменьшаются до минимально возможных значений;

– принцип подобия: обьекты Вселенной можно расположить по ступеням так, что они будут подобны друг другу в отношении массы и размеров. Отсюда вытекает возможность описания полной энергии обьектов одной и той же формулой Эйнштейна: $E = -MC_X^2$, где M – масса обьекта, C_X – характерная скорость;

– принцип вложенности, позволяющий дать определение Вселенной: «Вселенная есть суперсистема из вложенных друг в друга, подобных друг другу и взаимодействующих между собой систем обьектов – носителей материи»;

– принцип стабильности: стабильность рождающихся обьектов возможна лишь в таких движениях, относительные скорости которых не превышают характерной скорости C_X этих обьектов;

– принцип дополнительности, по которому обьекты каждой ступени лестницы материи делятся на 2 класса – основные обьекты и дополнительные обьекты (спутники). Принцип дополнительности работает не только в отношении массы и размеров обьектов, но и в отношении других качеств, например, вещество – антивещество, волновые и корпускулярные свойства и так далее;

– принцип направленности эволюции, согласно которому эволюция Вселенной происходит таким образом, что каждая группа ее обьектов образуется как в ходе необратимого коллапса из более мелких обьектов с выделением энергии связи, так и в процессах рассеяния вещества, причем полная энергия всех стабильных обьектов с учетом энергии квантов поля равна суммарной энергии окружающего их фона.

14. Предложена космологическая модель сжимающейся Метагалактики, соответствующая космологическим принципам § 37. В данной модели автоматически снимаются проблемы, характерные для теории Большого взрыва. Для обьяснения содержания гелия и тяжелых элементов привлекается процесс нуклеосинтеза в первичных массивных звездах, взрывающихся как сверхновые.

15. Исходя из второго начала термодинамики сделан вывод о том, что энергии фотонов (электромагнитных волн) в космологическом пространстве должны уменьшаться экспоненциально пропорционально времени движения фотона. Это позволяет описать красное смещение спектров далеких галактик, не прибегая к гипотезе разбегания галактик и эффекту Доплера.

16. Для обьяснения реликтового фонового излучения предложены две гипотезы, связывающие фоновое излучение либо с образованием антинейтрино при бета-распаде нейтрона, либо с выделением энергии связи при образовании нуклонов из окружающей среды (из физического вакуума). Выведена формула (354), связывающая среднюю плотность вещества Метагалактики с плотностью энергии фонового реликтового излучения. Оценка количества частиц в нейтроне, связанных с фоновым излучением, дает величину $N > 10^8$, а число вырожденных частиц в протоне ~ 10^{10} с точностью до коэффициента порядка 10. Полученные результаты указывают на то, что нейтрино и нуклоны состоят из одних и тех же частиц (преонов) также, как обычное вещество, планеты и звезды состоят из ядер и нуклонов.

ЧАСТЬ 4. ФИЗИКО-ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Глава 7. Основания физики

§ 40. Предмет физики

В период 1890 — 1912 гг. в физике были сделаны величайшие революционные открытия [71]: в 1895 г. В. К. Рентген открыл новый вид лучей, названных впоследствии его именем; в 1896 г. А. Беккерель обнаружил явление радиоактивности; в 1897 г. Дж. Дж. Томсон открыл электрон; в 1900 г. М. Планк пришел к первой формулировке теории квантов; в 1905 г. А. Эйнштейн предложил специальную теорию относительности. К достижениям физиков-экспериментаторов следует отнести создание радиосвязи А. С. Поповым в 1895 г., экспериментальное измерение давления света П. Н. Лебедевым в 1899 г., изобретение вакуумного диода Дж. А. Флемингом в 1904 г., отождествление альфа-частиц с ядрами атома гелия Резерфордом и Ройдсом в 1909 г., открытие сверхпроводимости X. Камерлинг-Онессом в 1911 г.

На Первом Сольвеевском конгрессе в Брюсселе в 1911 г. крупнейшими западноевропейскими учеными было констатировано, что классическая физика не в состоянии более адекватно интерпретировать новооткрытые явления. Выходами из тупика оказались квантовая механика и теория поля. Переход к новым идеям в описании природы вызвал к жизни следующий вопрос: какой подход является наиболее правильным, целесообразным и достойным развития? В [228] А. Эйнштейн пишет, что «квантовая механика не выглядит способной дать фундамент, полезный для физики», из-за того, что она является статистической в своей основе. Далее можно найти следующее: «С другой стороны, теория поля до сих пор не в состоянии дать обьяснение молекулярной структуры материи и квантовых явлений...» «Пока мы должны признать, что не имеем для физики общей теоретической основы, которую можно было бы считать ее логическим фундаментом... » «Я еще верю в возможность создания модели, то есть теории, способной излагать сами сущности, а не только вероятностные их проявления.»

Прежде чем обсуждать поставленный выше вопрос, сделаем историческое отступление и рассмотрим развитие основных направлений физических исследований.

Преимуществом классической механики является то, что если представлять реальные обьекты системами, состоящими из материальных точек (вспомним такие понятия, как идеальный газ, твердое тело), то можно получить идеальные физические законы, выполняющиеся для реальных тел с точностью, зависящей от того, насколько они близки к своим идеальным моделям. Конечно, физические законы, как и математические теоремы, являются абсолютно строгими лишь в теории, а на практике часто получаются отклонения от теории, связанные с тем, что не совсем справедливы та или иная исходная аксиома или постулат. Например, при больших концентрациях атомов и молекул в реальном газе нарушаются газовые законы из-за конечного размера атомов, а в геометрии на поверхности шара сумма углов треугольника не равна π. В таких случаях в физике обычно вводятся соответствующие поправки на взаимодействие реальных частиц, отнюдь не являющихся материальными точками.

Установив законы движения материальной точки (кинематика и динамика Ньютона), механика перенесла некоторые свои понятия и на системы таких точек. Например, стационарное состояние идеального газа можно описать, зная его обьем, пространственную плотность и среднюю энергию частиц (или давление, температуру и молярный обьем).

Как известно, главной задачей физики является установление законов природы в их взаимной причинной связи, создание целостной картины мира, описание эволюции отдельных обьектов в пространстве-времени, то есть получение их координат в зависимости от времени при движении в пространстве, а также определение необходимых параметров, характеризующих сущность обьектов и систем (например, механическое напряжение в нагруженной балке, сила тока в цепи, давление газа, энергия тела и т. д.). Для материальной точки это можно сделать двумя способами: либо напрямую задать все действующие силы и использовать законы Ньютона, либо, зная зависимость всех видов энергии от координат и времени, получить уравнения движения с помощью вариационных принципов (например, используя принцип наименьшего действия).

Молекулярная физика, изучающая системы, состоящие из множества частиц, также использует два подхода: статистический метод, основанный на теории вероятностей, и термодинамический метод, анализирующий превращения энергии. Применение статистического метода требует построения какой-либо конкретной модели строения тел и характера движения частиц, в то время как термодинамика оперирует только с макроскопическими характеристиками системы, используя свои законы (начала термодинамики).

Важным разделом классической механики является механика сплошных сред. Введение электрических и магнитных сил, действующих на заряженные частицы, расширило область применения механики, а установление законов генерации электромагнитных полей привело к созданию теории электродинамики Дж. Максвеллом в 1861 — 1873 гг. С этого момента понятие поля, наглядно изображавшегося М. Фарадеем силовыми линиями, окончательно входит в физику, являсь по Максвеллу «состоянием движения или напряжения среды».

Электромагнитное поле может быть охарактеризовано векторами электрической напряженности $\boldsymbol{E}$ и магнитной индукции $\boldsymbol{B}$ с учетом удельной электропроводности и электрической и магнитной проницаемостей среды, где находится поле, что позволяет определить силы, действующие на частицы. Другой подход заключается в задании скалярного φ и векторного $\boldsymbol{A}$ потенциалов, которые, как и потенциальная энергия частицы в гравитационном поле, определяются неоднозначно и требуют специальной нормировки.

Энергетический подход оказался очень удобным при построении общей теории относительности А. Эйнштейном в 1915 — 1916 гг. В этой теории эффективное искривление, метрика пространства определяется плотностью всех видов энергии и массы. В частности, если в какой-то области пространства присутствуют некоторые поля, но нет обычных массовых частиц, то в этой области все равно должны возникать гравитационные эффекты. Из равенства гравитационной и инертной масс и одинаковых ускорений тел в гравитационном поле следует, что вместо инерциальных систем отсчета можно рассматривать локально свободно падающие системы отсчета, которые все будут равноправны.

Явления фотоэффекта, теплового излучения черного тела, эффект Комптона, давление света, факт устойчивости атома, то есть все те явления, которые не могут быть обьяснены в рамках обычной электронной теории и электродинамики, потребовали введения в физику теории квантов. И снова мы встречаемся с двойственностью методов описания движения, проявившейся в создании матричной механики В. Гейзенбергом в 1925 г. и волновой механики Э. Шредингером в 1926 г. В матричной механике каждой физической величине сопоставляется некоторая матрица, а в волновой механике — значения соответствующего оператора. Известное уравнение Шредингера позволяет находить волновую функцию в заданном силовом поле, то есть через определенные функции энергии, а уравнения Гейзенберга напоминают канонические уравнения Гамильтона и близки по смыслу к уравнениям для сил.

Зная волновую функцию, можно описать состояние микрообьекта, поскольку квадрат волновой функции дает вероятности значений тех величин, от которых она сама зависит.

Существенным вкладом в квантовую теорию явились открытие корпускулярно-волнового дуализма частиц Луи де Бройлем в 1924 г. , принципа запрета В. Паули в 1925 г. , соотношения неопределенностей В. Гейзенбергом и обменных взаимодействий В. Гайтлером и Ф. Лондоном в 1927 г. Дальнейшее развитие теории квантов привело к созданию квантовой теории поля, основы которой были заложены П.Дираком в 1927 г. его релятивистским уравнением для электрона. При этом квантовое поле представляется в виде волн возбуждений (квазичастиц), которые могут рождаться и уничтожаться; вводятся понятия вакуумного состояния как одного из возможных состояний поля, виртуальных частиц, за счет которых происходит поляризация вакуума и взаимодействие микрочастиц; вещество и поле становятся двумя сторонами единого квантового поля. В целом квантовая теория поля является синтезом квантовой механики, статистической физики, теории поля и теории относительности. Отметим, что характерной чертой всех современных физических теорий является то, что их основные уравнения удовлетворяют принципу релятивистской инвариантности, то есть инвариантности относительно преобразований Лоренца как следствие равноправия инерциальных систем отсчета в специальной теории относительности.

Вернемся теперь к вопросу о поисках теории, претендующей стать фундаментом физики, и рассмотрим недостатки в этом плане существующих теорий. Как классическая механика, так и ее релятивистское обобщение, сделанное А. Эйнштейном в специальной теории относительности (СТО), имеют ограничения в описании явлений, связанные с идеализацией представления рассматриваемых обьектов в виде материальных точек, абсолютно твердого тела и т. д. Игнорирование конкретных взаимодействий между частицами — материальными точками (чаще всего из-за сложности таких взаимодействий) не позволяет обычной механике быть полностью адекватной во всех ситуациях. Обычную механику можно сравнить с квантовой согласно [151]: «Если классическая механика осуществляет пространственное разделение рассматриваемой физической системы на ее мельчайшие части и тем самым приводит движение произвольного материального тела к движениям его материальных точек, предполагаемых неизменными, т. е. к корпускулярной механике, то квантовая физика разбивает всякий процесс движения на отдельные периодические материальные волны, соответствующие собственным колебаниям и собственным функциям рассматриваемой системы и приводит тем самым к волновой механике. Поэтому в классической механике простейшее движение есть движение одной отдельной материальной точки, а в квантовой механике — движение одной простой периодической волны, и если первая трактует самое общее движение тела как совокупность движений его отдельных точек, то последняя рассматривает его как результат взаимодействия всех возможных видов периодических волн материи.» «Если попытаться сформировать волновой пакет, соответствующий по размерам микрочастицам, то оказывается, что возникает связь между размерами пакета и его импульсом, то есть соотношение Гейзенберга $\Delta x \Delta p > \hbar$.»

Основной принцип квантовой механики — принцип квантования энергии и других физических величин — является следствием баланса разнополярных сил, действующих в микрочастицах. Квантование имеет место и в классической механике — например, если в струне возбудить колебания, то она будет колебаться только на определенных резонансных частотах. Полагая, что вещество состоит из множества резонаторов, квантовой (волновой) механике удалось обьяснить основную часть макроскопических явлений, например, температурную зависимость теплоемкости газов и твердых тел, строение и свойства металлов, диэлектриков и полупроводников, свойства атомов и молекул, спектры, Периодическую таблицу элементов Менделеева, сверхпроводимость и т. д.

Обратим теперь внимание на такие категории, как дискретность и непрерывность, слившиеся воедино в корпускулярно-волновом дуализме микрочастиц. Обычная механика описывает частицы как корпускулы, а квантовая механика — как резонаторы с частотой, зависящей от состояния частиц, и длиной волны, определяемой скоростью движения. М. Борн писал: «Волновые функции являются математическим описанием того, что мы можем в действительности знать о системе. Они служат только для представления статистических высказываний и предсказаний относительно результатов всех измерений, которые можно произвести над системой. Вместо реальных пространственно-временных событий даются распределения вероятностей для возможных измерений как функции времени.»

В принципе можно найти волновую функцию и характерные уровни энергии участков множества колеблющихся одинаковых струн при условии соответствующего возбуждения их колебаний. В этом случае с помощью волновой функции нетрудно определить вероятность нахождения точек струн в пространстве и другие параметры, также как в квантовой механике. Но отсюда не следует, что параметры каждой струны в любом конкретном движении нельзя определить более точно другими способами — просто метод волновой функции сам по себе, в силу своей ограниченности, не позволяет сделать это, будучи пригодным только для статистического описания множества одинаковых обьектов. Таким образом, замена точечных микрообьектов на некие резонаторы со множеством резонансных частот приводит к вероятностной трактовке событий.

Классический закон причинности, по которому точное знание настоящего дает возможность предсказать будущее во всех деталях, в квантовой механике заменяется на другой закон: мы не знаем точно ни настоящее, ни, соответственно, будущее; все, что можно предложить — это распределение вероятностей значений той или иной физической величины. По статистическому закону причинности определенные физические условия статистически являются причиной появления с той или иной вероятностью определенных результатов. С другой стороны, попытки целиком свести частицы к «волновым пакетам» оказались несостоятельными, что было показано как теоретическими расчетами, так и экспериментами [20] по дифракции потока электронов малой интенсивности на кристаллическом образце.

Справедливости ради надо сказать, что классический принцип причинности верен только в том идеальном случае, когда мы абсолютно точно знаем состояние движения всех взаимодействующих частиц. Но на практике как для микро, так и для макрообьектов их начальное положение определяется с некоторой средней неточностью δx. Если подождать некоторое время t, то средняя неточность положения системы частиц благодаря их взаимодействию вырастет до величины Δx. Мы можем увеличить время t нашего предсказания положения всех частиц со средней неточностью не хуже Δx, если будем уменьшать начальную неточность δx, но оказывается, что t пропорционально величине $\lg(1/\delta x)$ [187] и поэтому растет медленно при уменьшении δx. Так как измерение с малой погрешностью δx требует значительного времени, то при некоторой точности время измерения начальных положений частиц сравняется с периодом времени, на который мы хотели сделать наш прогноз новых положений частиц. Следовательно, принцип детерминизма и в макрофизике не выполняется при достаточно больших, но конечных временах, и любой обьект окажется в конце концов там, где мы заранее и не предполагали. Будем считать, что принцип причинности выполняется только локально, при небольшом промежутке времени между двумя связанными событиями. В микромире благодаря большой скорости всех процессов такой промежуток времени весьма мал, так что по нашим часам индетерминизм наступает довольно быстро.

Характерной чертой наблюдения микрообьектов является то, что в соответствии с принципом неопределенности оказывается невозможным точно измерить одну из канонически-сопряженных координат, не изменив при этом другую сопряженную координату. Данное положение отражает тот факт, что приборы и инструменты, применяемые в исследованиях, сами состоят из аналогичных микрообьектов и поэтому слишком грубы для точных измерений. Аналогичный пример зависимости характеристик физических обьектов от отношения этих обьектов к экспериментальным средствам познания дает теория относительности, в которой в разных системах отсчета обьекты выглядят различным образом.

Важное место в физике занимают теории поля, связанные либо с основными известными взаимодействиями — гравитационным, электромагнитным, слабым, сильным, либо с описанием распределения физических величин в сплошных средах. Поле может быть непрерывной или дискретной функцией координат, в последнем случае поле можно считать квантованным. Связав свойства пространства-времени с гравитационным полем и энергией в ОТО, А. Эйнштейн полагал, что может быть найдена единая для всех процессов теория поля [228]: «Теория относительности подчеркивает важность понятия поля в физике. Но нам еще не удалось сформулировать чистую физику поля. В настоящее время мы должны еще предполагать существование и поля, и вещества.»

Поскольку на микрочастицы действуют все четыре вида основных взаимодействий, то создание единой теории поля считается важным именно для микрочастиц с тем, чтобы свести все их многообразие и законы взаимопревращения к единым принципам и уменьшить число констант взаимодействий. К достижениям теории поля следует отнести обьединение электрических и магнитных явлений в электродинамике Максвелла, электрослабую теорию лептонов и кварков Ш. Глэшоу, С. Вайнберга и А. Салама, квантовую хромодинамику — теорию сильного взаимодействия кварков и глюонов. Дальнейшие усилия физиков направлены на совместное описание кварков и лептонов в будущей теории «великого обьединения» электрослабых и сильных взаимодействий, а также на разработку теории супергравитации, обьединяющей частицы с разными спинами, в том числе и с гравитонами, и весьма популярных теорий суперструн.

Концепция поля предполагает неоднородное распределение энергии в пространстве, а при известном виде потенциалов поля позволяет воспользоваться мощным энергетическим подходом теоретической физики — в механике это принцип наименьшего действия, в молекулярной физике — термодинамический подход, в электродинамике — электрический и магнитный потенциалы. Теории поля, как и весь энергетический подход, используют усредненные характеристики и параметры, отвлекаясь от деталей, и требуют интуиции при угадывании еще не известных потенциалов поля. В любом случае критерием правильности выбора потенциалов является сравнение их действия с экспериментально найденными действующими на частицы силами, то есть требуется соответствие силового и энергетического подходов, а значит и их совместное развитие.

Интересно, что ни силовой, ни энергетический подходы могут не показывать истинной природы действующей силы, как это происходит в гравитации. Гравитационные силы считаются дальнодействующими и первичными по отношению к движению пробного тела, на которое они действуют. С другой стороны, физикам всегда по душе была идея близкодействия, когда сила возникает при соударениях движущихся тел, при передаче телами импульса, в том числе с помощью волн в окружающей среде, и скорость передачи воздействия является ограниченной. Примером теории близкодействия является электродинамика Максвелла. Познание природы гравитации и сведение ее к близкодействующим силам до сих пор не принесло успеха, хотя со времен Ньютона старый принцип «есть масса — есть гравитация» сменился в ОТО на другой принцип: «есть масса-энергия — есть искривление пространства — есть видимость гравитации». Формально от замены постулатов ничего не меняется — с точки зрения познания нового спрашивать о том, почему масса-энергия искривляет пространство также бесполезно, как и продолжать утверждать, что масса обязательно порождает гравитацию, действующую на расстоянии.

Уникальность теории тяготения состоит в том, что в ней при малых скоростях движения тел действуют однополярные силы, которые можно однозначно связать со свойствами пространства. Предположим теперь существование двуполярных сил, действующих между зарядами разных знаков. Тогда сила, действующая на пробное тело, будет зависеть как от знака пробного заряда, так и от суперпозиции полей от всех других зарядов. Поэтому уже нельзя будет говорить об искривлении пространства, одинакового для всех зарядов, и придется вводить либо свое пространство для каждого типа заряда, либо одно пространство с разным искривлением в одной точке. Если силы зависят не только от массы или заряда, но еще и от других параметров, например, от скорости (как сила Лоренца), спина, спиральности и т. д., то картина резко усложняется. Одной из возможных геометрических интерпретаций в этом случае может быть теория расслоенных пространств, учитывающая «топологические» квантовые числа и заряды — внутренние характеристики частиц. Следовательно, действие на расстоянии при желании всегда можно считать проявлением свойств самого пространства-времени или физического вакуума (типа его искривления или расслоения), но лишь до тех пор, пока не будут найдены конкретные близкодействующие источники сил типа волн или потоков мелких частиц.

Зависимость действующих сил от свойств частиц приводит к потенциалам поля, непохожим друг на друга, что создает трудности в создании единой теории поля. Как и любые схемы, теории поля имеют свои ограничения. Например, классическая электродинамика отказывает в области высоких частот электромагнитных волн, когда длина волны становится малой, и требуется переход к квантовой электродинамике. При больших энергиях кванты поля выступают наравне с элементарными частицами при передаче импульса и энергии, кванты поля и частицы могут превращаться друг в друга с учетом правил сохранения квантовых чисел. В этом случае говорят об едином квантовом поле, обьединяющем обычные массовые частицы и кванты поля, которые могут и не обладать массой покоя. Однако представление о том, что вещество можно представить в виде мест особого сгущения поля, является слишком расплывчатым, чтобы быть полезным. Характерным затруднением теорий поля являются расходимости, появляющиеся из-за неучета конечных размеров взаимодействующих частиц, которые представляются материальными точками.

В Таблице 63 в кратком виде приведены некоторые особенности теорий и рассматриваемых ими обьектов.

Обратимся теперь к философской стороне вопроса о предмете физики. В соответствии с принципами вложенности и дискретности из § 37 любое выделенное тело состоит из различным систем частиц. Каждая из систем частиц имеет свои характерные свойства, и системы могут быть расположены в определенном порядке, например, по величине массы или энергии частиц. Сильным указанием на единство всех видов систем является закон сохранения энергии. По высказыванию А. Эйнштейна, «закон энергетического баланса сейчас интерпретируется так, что как будто существует только одного вида энергия, как бы различны ни были внешние формы ее проявления.» По мнению Дж. К. Максвелла [122], «всякая энергия есть то же, что механическая энергия, существует ли она в форме обычного движения или в форме упругости, или в какой-нибудь другой форме»... «Энергия в электромагнитных явлениях — это механическая энергия».

Взаимоотношения тела и его частиц на каком-либо уровне, например, атомно-молекулярном, можно описать в рамках категорий целого и его частей. Если тело достаточно твердое, его движение как целого может быть найдено с помощью уравнений механики и с определенной степенью точности могут использоваться такие понятия, как материальная точка, абсолютно твердое тело, кинетическая и потенциальная энергии. С другой стороны, для отдельных частиц тела с помощью статистического, термодинамического, квантового или полевого подходов можно произвести усреднение их механических характеристик, получив некоторые макроскопические параметры, поддающиеся простому измерению. В зависимости от характера взаимодействия и природы частиц макроскопические параметры тел будут иметь различные значения, но в принципе их можно связать соотношениями подобия. Из неразрывности двойственности, дополнительности, противоречивости целого и его частей в физике вытекает дополнительность обычной механики и всех остальных способов физического описания действительности. При этом мы видим, что точность предсказаний механикой движений некоторых тел такая же высокая, как и точность предсказаний молекулярной физики, квантовой механики или теории поля, сделанные в отношении микрочастиц, из которых состоят эти тела.

Таблица 63

Характерные черты некоторых теорий.

Теория	Характерные черты
Механика	Благодаря идее дискретности вещества и использованию законов для одной материальной точки можно описать системы материальных точек. Необходимо задание сил или энергий частиц. Зависимость результатов измерений от системы отсчета. Цель теории – определение траекторий частиц или макроскопических параметров системы частиц. Симметрия уравнений движения относительно сдвигов во времени и пространстве, вращений и преобразований координат.
Теория поля	Идея дальнодействия сил, действующих между телами, для статического постоянного поля, и близкодействие для переменных полей. Характеристики поля – напряженности или потенциалы. Рождение одного переменного поля другим переменным полем. Зависимость вида статических полей от системы отсчета. Дискретность поля. Описание систем взаимодействующих частиц, квазичастиц и квантов поля. Калибровочная симметрия, связанная с законами сохранения характеристик частиц при преобразованиях полей.
Теория квантов	Идея квантования энергии и параметров состояния микрочастиц. Корпускулярно-волновой дуализм. Вероятностный характер волновой функции и предсказаний возможных результатов измерений. Отсутствие понятия «траектория частицы» и принципа классической причинности. Зависимость результатов измерений от типа прибора. Описание систем частиц зависит от спина частиц и симметрии волновой функции. Уравнения движения могут быть заданы либо в виде уравнений для вектора состояния либо в виде уравнений для операторов.

Рассмотрим отдельное тело по отношению к окружающему его внешнему пространству, которое может быть наполнено системами разнообразных частиц. В некоторых случаях удается представить влияние этих частиц на тело с помощью концепции поля, не входя в детали взаимодействия. Поле можно представлять непрерывно изменяющимся в пространстве-времени или дискретным, квантованным. Отметим теперь, что свойства одних и тех же частиц в окружающей среде и внутри тела могут быть совершенно разными, поскольку в теле частицы могут сильно взаимодействовать друг с другом благодаря меньшим расстояниям между ними. Поэтому свойства поля в окружающей среде и внутри тела могут быть различными. Попадая внутрь тела или системы связанных частиц, внешняя частица может образовать квазичастицу (например, фонон), которую можно описать уравнением Шредингера для квазичастицы в эффективном среднем поле. Из-за большого количества частиц, составляющих тела, и действия закона перехода количества в качество свойства частиц и тел оказываются различными — тело как целое не эквивалентно своим частям.

Свойства системы частиц могут сильно зависеть от энергии частиц и характера их взаимодействия. При больших энергиях процессы усложняются, возникают нелинейности, и целое резко меняется от взаимодействия его частей. В однородной в среднем неравновесной среде могут возникнуть порядок из беспорядка, вполне определенные структуры. Подобные вопросы рассматриваются довольно молодой наукой — синергетикой.

В заключение остановимся на таком вопросе, как полнота и точность физического описания в приложении к микромиру. С точки зрения исследователя, производящего макроскопическое измерение, чем меньше размеры частиц и время их релаксации по сравнению с обьемом пространства, где производятся измерения, и временем измерения соответственно, чем больше число частиц в единице обьема, тем менее важны колебания, флуктуации свойств отдельных частиц в общем результате.

В данном случае увеличение точности измерений достигается за счет увеличения количества частиц, вклады которых усредняются измерительным прибором, но при этом теряется полнота описания — мы не знаем конкретных движений отдельных частиц. Математически это можно представить так:

$$\Delta F \sim \frac{\delta f}{N},$$

где ΔF — средняя неточность измеряемого параметра, например давления,

δf — среднее отклонение параметра, вносимое одной частицей,

N — число частиц.

В качестве другого примера возьмем броуновское движение. Хорошо известно, что траектории броуновской частицы, получаемые путем контроля ее координат, имеют разный вид, если отмечать их, используя разные временные интервалы между измерениями. Другими словами, прежде чем попасть из точки А в точку Б, броуновская частица совершит множество хаотических отклонений от прямой линии, соединяющей А и Б. Чем короче выбранный нами временной интервал, тем точнее мы будем знать характеристики движения частицы, но тогда за полное знание этого движения мы должны заплатить большим количеством измерений:

$$\Delta x \sim \frac{N}{N_и},$$

где Δx — среднее отклонение от гладкой траектории,

N — число частиц из окружающей среды, эффективно взаимодействующих с броуновской частицей,

$N_и$ — число измерений.

Если мы для измерения координаты x микрообьекта будем использовать энергичные частицы, например фотоны с малой длиной волны, то неточность измерения координаты, ее неопределенность Δx будет меньше при больших передаваемых импульсах, то есть при росте неопределенности импульса Δp:

$$\Delta x \sim \frac{1}{\Delta p},$$

что приводит к потере понятия «траектория микрообьекта» и к соотношению неопределенностей Гейзенберга.

Рассмотрим еще два примера из [133]. Допустим, нам нужно произвести численное интегрирование функции $y(x)$ с помощью вычислительной машины и найти величину F:

$$F = \int_{x_1}^{x_2} y(x)\,dx.$$

Пусть Δx — неточность элементарной арифметической операции, связанная с ограниченным числом разрядов машины; τ — шаг интегрирования, $\tau = (x_2 - x_1)/N$, где x_1, x_2 — пределы интегрирования функции $y(x)$; N – количество интервалов в пределах интегрирования; ΔF — неточность результата. Тогда оказывается, что при достаточно малых τ величина ΔF вместо уменьшения начинает расти за счет увеличения ошибок от большого количества операций:

$$\Delta F \sim \frac{\Delta x}{\tau} \sim \frac{N\Delta x}{x_2 - x_1} \sim N\Delta x.$$

Другой задачей является оптимизация N_1 параметров некоторой конструкции с помощью имитационной компьютерной системы. Пусть N_2 — количество подгонок всех параметров в одной конкретной ситуации; N_3 — число ситуаций, где конструкция должна быть оптимальной; Δx — среднее отклонение одного параметра; Δy — неточность подгонки всех N_1 параметров конструкции в одной ситуации; ΔF — результирующая неточность подгонки для всех ситуаций. При больших величинах N_2 имеем:

$$\Delta y \sim N_1 \Delta x, \qquad \Delta F \sim N_2 N_3 \Delta y \sim N_2 \Delta x.$$

Отсюда видно, что точность любого вычисления (измерения) зависит не только от абсолютной ошибки инструмента Δx, но и от процедуры, алгоритма вычисления (измерения). Для микрочастиц это означает, что пока мы будем определять их положение и импульс с помощью таких же микрочастиц (зафиксированная процедура), мы не сможем избежать соотношения неопределенностей.

Таким образом, мы находим различие в измерении средних характеристик системы частиц и параметров движения отдельной частицы: точность макроскопического измерения растет с увеличением количества частиц и времени измерения за счет процедуры усреднения с заменой полноты описания всех частиц на возможную полноту описания системы частиц как целого; точность «точечных» измерений и их полнота растет с уменьшением числа сильно взаимодействующих частиц и увеличением частоты измерений.

Существенной причиной ухудшения точности и полноты измерений микрообьектов является влияние самого измерительного прибора на процесс измерения. Следует также учесть разность скоростей обычного и атомного времени — за один год в атоме произойдет до 10^{26} процессов, эквивалентных обращению Земли вокруг

Солнца. Если сюда добавить значительные скорости движения микрочастиц, большие силы, действующие между ними, вращение электронных орбит в атомах вследствие релятивистских эффектов (типа смещения перигелия Меркурия), вырождение микрочастиц, квантованность их характеристик, неконтролируемость отдельных микропроцессов, влияние виртуальных частиц вакуума — то тогда становится понятным, почему каждое измерение застает микрочастицы в другом возможном состоянии. Как следствие, вероятностный квантовомеханический подход оказывается более эффективным и точным, чем обычные классические модели.

Полнота и точность описания явлений зависят также от используемых физических и математических моделей. Любая физическая модель ограничена своими идеальными понятиями и представлениями, и когда рассматриваемые обьекты выходят за пределы принятых идеализаций, результаты измерений не согласуются с теоретическими предсказаниями. Аналогично, если используются конкретные математические уравнения, то они неизбежно описывают идеальные процессы, которые зачастую оказываются обратимыми во времени. Реальные же процессы вследствие диссипации энергии получаются необратимыми, причем сложность этих процессов не позволяет описать их полностью. Поэтому в общем случае необходимо иметь в виду, что физические и математические модели всегда описывают действительность с ограниченной точностью.

Если считать, что предметом физики является изучение свойств тел, их внутренних частиц и окружающей тела среды, то как видно, ни механике, ни теории квантов, ни теории поля, ни любой другой теории не суждено стать по отдельности тем единым фундаментом физики, о котором мечтал А. Эйнштейн. Лишь все вместе, механический, статистический, квантовый, полевой и другие подходы могут дать максимально полную картину, отражающую явления природы. К важным задачам физики следует отнести установление взаимодействий мельчайших частиц как в свободном, так и в связанном состоянии внутри материальных тел, определение их микро и макроскопических свойств. Это неизбежно приведет к выяснению внутренней структуры поля, которая может быть обусловлена специфическим движением указанных мельчайших частиц.

§ 41. Пространство, время, инерция

а) Размерность и другие свойства.

Как известно, пространство является философской категорией, отражающей опыт человечества в различении физических обьектов и тел друг от друга и фиксации их взаимного перемещения. С точки зрения геометрии обьекты могут иметь разную топологию (различающиеся форму и размеры) и их можно промаркировать. Однако взаимное относительное расположение тел совершенно невозможно определить без некоторого базиса, точки наблюдения или точки отсчета. В одномерном мире достаточно измерить расстояния от каждого обьекта до точки, где находится наблюдатель, чтобы получить полное представление о статическом расположении тел. Если одного такого измерения недостаточно, то говорят о двух, трех или N-мерном мире, причем число N показывает размерность пространства. Как показывает опыт, для нашего мира $N = 3$ и положение произвольной точки в пространстве определяется тремя координатами.

Простейшим бесконечным геометрическим понятием является одномерная прямая линия, которую можно представить в виде числовой оси. Взяв три такие оси, пересекающиеся в точке наблюдения, и введя правило определения проекций точек пространства на оси, можно построить трехмерную систему координат. Поскольку физические обьекты перемещаются в пространстве друг относительно друга, то они меняют свои координаты относительно системы координат наблюдателя. Для упорядочения и сравнения событий, установления соответствий процессов и движений тел вводится единый, универсальный, бесконечный, равномерно нарастающий и тем самым идеальный в точке наблюдения процесс — отсчет времени часами.

Понятие времени позволяет расположить события в виде ряда — прошедшие, текущие и ожидаемые; ввести понятие одновременности; оценить относительные скорости изменений, процессов и движений в пространстве. При прямых измерениях какой-нибудь величины используют масштабную линейку или сравнивают с градуированным измерительным элементом. Измерение движений тел или изменений их состояния аналогично требует сравнения с градуированным движением или процессом, то есть с ходом часов. Вообще пространственная или иная скорость есть скорость изменения пространственных координат (или параметров) по отношению к скорости процессов в точке отсчета.

В связи с этим уместно привести частично переделанную цитату из [377]: «Мы должны ясно осознавать, что не только совокупность событий происходит во времени, а и само время представляется этой совокупностью».

Введя три геометрические и одну временную координаты, можно описывать движение обьектов в нашем $(3+1)$-мерном пространстве-времени. Определение указанных четырех координат является обычной процедурой и целиком зависит от нас (лишь при переходе в другую систему координат необходимо использовать задаваемые природой преобразования координат), однако вопросы о свойствах времени и размерности пространства не так просты и имеют уже многовековую историю. Учитывая, что время есть последовательность меток (координат) протекающего в пространстве идеализированного процесса — хода часов, что как идеальный процесс время само по себе измерено быть не может, но его можно смоделировать, отметим следующее:

1. Время, как и пространство, характеризует бытие обьективной реальности, является формой ее существования и как определенное свойство имеет всеобьемлющий характер. Свойства материальных вещей суть идеальные понятия и могут иметь свои собственные свойства. Например, мы можем спросить: Дискретно время или непрерывно? Связана ли направленность времени с видом физических уравнений, моделирующих реальность? Если мы абсолютизируем одну из этих возможностей, то фактически получим новое всеобьемлющее свойство обьективной реальности и тем самым новое философское понятие. Однако опыт показывает и это можно считать постулатом, что подобным путем новые понятия и категории не возникают, свойства свойств нельзя абсолютизировать, и следовательно, все они относительны. Другими словами, свойства реальных вещей являются идеальными обьектами, а выяснение существования идеальных абсолютных моментов, подробностей и свойств у идеальных обьектов безперспективно настолько же, как выяснять, сколько чертей помещается на кончике иглы (мы считаем, что черти — идеальное понятие, а их число в определенном месте как свойство идеального понятия не может быть абсолютной определенной и однозначной величиной). Возвращаясь к свойствам времени, получаем, что его непрерывность (или дискретность), а также T-инвариантность (инверсия времени) являются не абсолютными, а относительными понятиями и не всегда имеют место.

2. Самопроизвольное течение хода процессов вспять (обращение время) с восстановлением всех деталей даже в небольшой области пространства маловероятно из-за бесконечности вложенных друг в друга физических систем и частиц, находящихся в

этой области — прошлое отделено от настоящего множеством неконтролируемых нами и уже совершившихся взаимодействий частиц.

Каждой частице как целому обьекту можно приписать обратимость движения в пространстве. Взаимодействие двух частиц уже приведет к корреляции их движений, что будет нарушать обратимость движения каждой частицы. В физической системе множество частиц просто мешают друг другу перейти в некоторое исходное состояние, и обратимость становится все менее вероятной — количество взаимодействий переходит в новое качество — обратимость событий, а значит и времени, исчезает. Если это происходит на каждом уровне материи, то возникает глобальная и универсальная необратимость процессов (то есть времени), и мы имеем возможность найти корреляции между причинами и следствиями, то есть вообще осознать поток следующих друг за другом событий в их связи.

Оценим точность, с которой можно как бы восстановить картину прошлого для квантовых процессов с ограниченным числом частиц. Из соотношения неопределенностей Гейзенберга находим:

$$\Delta x \Delta p \sim h, \qquad \Delta p \sim \frac{mn\Delta x}{\Delta t}, \qquad \Delta t \sim \frac{mn\Delta x^2}{h},$$

где Δx, Δp, Δt — неопределенности в координате, импульсе и времени,
h — характерный момент системы типа постоянной Планка,
m — масса частицы,
n — число частиц.

Чем меньше число частиц и характерный размер области Δx, тем меньше величина Δt и время t точнее соответствует восстанавливаемой картине. Однако при этом уменьшение Δx влечет за собой увеличение Δp, точное задание координаты x и импульса p невозможно, и это приводит к неопределенности в дальнейшем развитии процесса.

Вычислим минимальное время, которое потребуется частицам газа в обьеме шара радиуса $r = 1$ метр для того, чтобы самопроизвольно вернуться в исходное состояние. Если бы частицы не взаимодействовали между собой, то это время равнялось бы $t_0 = 2r/v$, где среднеквадратичная скорость v частиц определяется через температуру:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Отсюда для водородного газа получим:

$$t_0 = \frac{2r\sqrt{m}}{\sqrt{3kT}} = 7\cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Здесь m — масса атома водорода,
k — постоянная Больцмана,
$T = 300$ К.

Взаимодействие частиц приводит к тому, что они движутся хаотично, а средний квадрат расстояния $\bar{r}^2$, на которое смещается частица за время t, выражается формулой Эйнштейна [235]:

$$\bar{r}^2 = \frac{kTt}{\pi \eta a},$$

где η — вязкость среды,
a — эффективный радиус частицы.

Предположим, что для однозначного возвращения назад каждая частица должна отразиться от стенки шара (как в случае одномерного движения), а $\bar{r}^2 = (2r)^2$. Тогда характерное время возврата одного атома водорода в исходное состояние будет равно:

$$t = \frac{4\pi\eta a r^2}{kT} \sim 8 \cdot 10^5 \text{ с}.$$

Здесь было использовано $\eta = 8{,}8 \cdot 10^{-6}$ Па·с — вязкость водородного газа, $a = 3 \cdot 10^{-11}$ м — радиус атома водорода. Вероятность возврата атома водорода в исходное состояние за время t_0 при условии взаимодействия частиц составляет:

$$\omega \sim \frac{t_0}{t} \sim 10^{-9}$$

При комнатных условиях в обьеме $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ($r = 1$ м) при давлении $P = 101{,}3$ кПа (1 атмосфера) и температуре 300 К находятся N частиц:

$$N = \frac{PV}{kT} \sim 10^{26}.$$

Считая, что все эти частицы движутся независимо друг от друга, для нахождения вероятности их одновременного возврата за время t_0 нужно перемножить вероятности всех частиц:

$$W = \omega^N \sim (10^{-9})^{10^{26}} \sim 10^{-10^{27}}$$

Характерное время возврата всей системы в исходное состояние благодаря взаимодействию частиц и при наших предположениях получается очень большим:

$$t_C \sim t_0 / W \sim 10^{10^{27}} \text{ с}.$$

Таким образом и достигается практическая необратимость событий в системе из множества частиц даже в условиях изоляции от внешней среды. Большое количество частиц препятствует также и целенаправленному возврату их в начальное состояние, поскольку для этого одновременно каждой частице необходимо задать строго определенный импульс. Мы наблюдаем здесь типичный переход количества в качество — чем больше частиц и их взаимодействий, тем сильнее проявляется необратимость событий.

Сравним свойство обратимости (необратимости) времени со свойством сохранения (несохранения) энергии. Энергия тела как идеальное обьективное понятие показывает потенциально возможную «силу» взаимодействия тела с окружающей средой. Известно, что в изолированной системе выполняется закон сохранения энергии. Если это не так, то обычно расширяют систему, вводя в нее новые обьекты. Например, при бета-распаде энергетический баланс не выполнялся, что в конце концов привело к открытию нейтрино как частицы, уносящей часть недостающей энергии. Поскольку свойство сохранения энергии есть свойство свойства материи, оно не может носить такой же абсолютный характер, как сама энергия. Поэтому закон сохранения энергии относителен, приблизителен в том смысле, что из-за бесконечности делимости материи мы никогда не сможем указать все взаимодействующие в данный момент частицы и обьекты системы и тем самым составить однозначное уравнение энергетического баланса системы. Аналогично, в изолированной системе с ограниченным количеством частиц (обьектов) в принципе можно запустить процессы в обратной последовательности и с определенной точностью добиться обращения времени. В целом нельзя утверждать, что время необратимо, а энергия системы не сохраняется, хотя эти свойства в окружающей нас реальности более вероятны, чем обратимость времени и сохранение энергии.

3. Допустимо изменять скорость того или иного процесса, то есть его локальный темп времени. Например, высокая скорость органического синтеза приводит к быстрому старению живого организма, а движение с большой пространственной скоростью, наоборот, замедляет все процессы.

4. Возможно виртуальное путешествие в прошлое с получением там информации, пригодной для использования в настоящем или в будущем. В простейшем случае этого можно достичь использованием родовой памяти отдельного человека в особом психологическом состоянии.

5. Виртуальное путешествие в будущее есть не что иное, как футуристический прогноз, точность которого зависит от количества и качества исходной информации.

6. Мы не можем создать произвольное будущее, но лишь такое, какое не противоречит действующим законам природы и принципу причинности.

7. Однородность времени — идеальное понятие, так как скорости процессов (ход часов) могут измениться под влиянием неконтролируемого нами или неизвестного влияния.

8. Если в какой-нибудь точке пространства окажутся невозможными периодические процессы, то обычное время в его классической интерпретации просто исчезнет, так как идеальный наблюдатель не сможет построить часы, показывающие время как однородный линейно нарастающий в одной точке пространства процесс. В отсутствие периодических движений становится невозможным делать предсказания наступающих событий и оценивать длительность событий. Тем не менее, беря любой длящийся процесс как базовый, можно написать хронику событий (историю мира), ставя в соответствие, отображая каждое событие на соответствующую пространственную точку базового процесса (отражение многих процессов на один).

9. Для того, чтобы подчеркнуть одномерность времени и периодичность моделирующего его процесса, можно представить себе винтовую линию. Движение по окружности является моделью периодического процесса, а движение вдоль оси винтовой линии показывает монотонное увеличение времени.

10. Из теории подобия следует, что скорости подобных процессов различны, что можно трактовать как разный ход соответствующих часов. Например, за один оборот Земли вокруг Солнца в атоме кислорода соответствующий электрон совершит приблизительно 10^{26} оборотов, и можно считать, что «эффективное локальное» время в атомах из-за резкого уменьшения характерных размеров системы течет гораздо быстрее, чем обычное макроскопическое время.

11. Время как первичное философское понятие абсолютно, и всегда возможно однозначное отождествление, отражение всех процессов на один выделенный процесс, то есть установление временных отношений; но также время для нас и относительно, субъективно в том, что мы можем произвольно выбрать тот базовый процесс (часы), на который будем проектировать другие процессы.

Рассмотрим в духе работы [272] (смотри ее русский перевод в [54]) возможную связь между размерностью N геометрического пространства и физическими законами. Сила взаимодействия между электроном и ядром атома, планетой и звездой должна быть обратно пропорциональна площади поверхности N-мерной сферы, окружающей притягивающий центр. С другой стороны, центростремительная сила, противодействующая притяжению, от размерности пространства не зависит. Приравнивая эти силы, находим:

$$\frac{C}{R^{N-1}} = \frac{mv^2}{R} = \frac{2E_{BP}}{R}, \quad R^{N-2} = \frac{C}{2E_{BP}}, \tag{358}$$

где C — константа,
N — размерность пространства,
R — радиус орбиты спутника,
m — масса спутника,
v — орбитальная скорость,
$E_{вр}$ — кинетическая энергия вращения.

Из (358) видно, что при любых $N > 2$ возможны равновесные орбиты для каждого значения $E_{вр}$, при $N = 2$ равновесие неустойчиво, поскольку возможно только при одном значении $E_{вр} = C/2$, а при $N = 1$ формула несправедлива, так как центростремительная сила существует только в плоскости при $N = 2$.

Интегрируя силу притяжения по радиусу, найдем потенциальную энергию при $N > 2$:

$$U = -\int_R^\infty \frac{C\,dR}{R^{N-1}} = -\frac{C}{(N-2)R^{N-2}}.$$

Полная энергия при равновесии с учетом (358) равна:

$$E = U + E_{вр} = -\frac{2E_{вр}}{N-2} + E_{вр} = \frac{E_{вр}(N-4)}{N-2} = \frac{C(N-4)}{2(N-2)R^{N-2}}. \quad (359)$$

При $N = 3$ полная энергия $E = -E_{вр}$, при $N = 4$ получим $E = 0$, при больших N энергия E стремится к значению, равному $E_{вр}$, в целом выполняется теорема вириала для вращения:

$$U = -\frac{2E_{вр}}{N-2}.$$

Согласно (359), при $N = 3$ полная энергия системы достигает минимума. Трехмерные миры являются простейшими из N-мерных миров, в которых возможно существование спутников и притягивающих их массивных тел при условии минимума энергии, а как правило, простейшие формы всегда преобладают над более сложными в количественном отношении и распространенности. Вероятно, этим и обьясняется то, что мы живем в глобальном трехмерном геометрическом пространстве, а изменения в нем описываем с помощью идеального процесса — постоянного движения вдоль временной числовой оси, являющейся эффективной четвертой координатной осью системы координат.

В заключение определим пространство и время с философской точки зрения: пространство как идеальный обьект рождается в процессе предельно быстрого («мгновенного») отражения обьектов мира на базовый обьект — систему координат. Аналогично, время есть результат отражения, соотнесения процессов движения и развития на некоторый избранный в качестве базового процесс.

б) Скорость течения времени.

1. Когда мы говорим про пространственно-временной континиум, например, в СТО или в ОТО, то это означает, что мы описываем мир, задавая относительные координаты обьектов и относительные скорости процессов в этих обьектах (течение времени) с точки зрения наблюдателя в выбранной системе координат. Естественно поэтому полагать, что пространственные и временные координаты неравноправны, неэквивалентны, и четырехмерность пространства-времени имеет вид 3 + 1. Но достаточно ли нам для описания обьекта знания всех его пространственных координат и скорости его внутренних процессов? Возможно, что да, но с одним непременным условием — мы должны также знать все те факторы, которые влияют на обьект и изменяют его пространственные и временные характеристики.

Пусть мы находимся на теле отсчета, с которым связана инерциальная система K, и имеем в своем распоряжении двое одинаковых атомных часов, период колебаний которых равен атомному периоду излучения. Поскольку длина волны λ атомного излучения весьма стабильна, то и атомный период часов $T = \lambda/c$ также стабилен. Тогда время в данной системе координат можно определить так:

$$t = A + NT,$$

где t — время данного события,

A — константа,

N — число периодов, соответствующих данному событию, это число отмечается на циферблате часов. Величина N отсчитывается с момента A.

T — атомный период.

Оставим одни часы в качестве контрольных, а на вторые испытуемые часы с момента $B = A + N_0 T$ окажем такое воздействие, что их атомный период T' увеличится. Тогда для текущего времени после момента B можно записать:

$$t = A + N_0 T + NT = B + NT,$$

$$t' = A + N_0 T + N'T' = B + N'T'.$$

Допустим, что при некотором количестве периодов N часы должны дать сигнал, как в часах-будильниках. При этом должно быть $N = N'$ или:

$$t' - B = \frac{T'(t-B)}{T}.$$

Так как $T' > T$, то $t' - B > t - B$ и испытуемые часы выдают сигнал позже, чем контрольные.

Приравняв времена t и t', можно сравнить показания часов N и N':

$$t - B = t' - B = NT = N'T', \qquad N' = \frac{NT}{T'}. \tag{360}$$

Поскольку $T' > T$, то $N' < N$, и показания испытуемых часов будут меньше, чем у контрольных в тот же момент времени.

2. Известно, что замедление времени является не кажущимся, а абсолютным эффектом и может быть измерено в различных экспериментах. Рассмотрим такие характерные воздействия, приводящие к замедлению времени, как движение часов или влияние на них гравитационного поля. При перемещении испытуемых атомных часов со скоростью v их период увеличится согласно (364):

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где T — атомный период неподвижных контрольных часов,

c — скорость света.

Пусть m — масса неподвижных контрольных часов, а $E = mc^2$ — их полная кинетическая энергия с учетом энергии покоя. Энергия движущихся часов по (379) будет больше:

$$E' = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Тогда для соотношения периодов можно записать:

$$\frac{T'}{T} = \frac{E'}{E} \quad \text{или} \quad T' \sim E', \; T \sim E.$$

Таким образом, атомный период испытуемых часов увеличивается прямо пропорционально полной энергии этих часов. Очевидно, что это будет справедливо и в других случаях, когда энергия растет, например, при нагревании (передача тепла) или сжатии (возникновение механических напряжений). В общем случае для изменения атомного периода T и полной энергии E над часами необходимо выполнить какую-то работу или передать им энергию, которая может, по крайней мере, изменить кинетическую энергию движения элементарных осцилляторов — атомных часов. Используя (360), для показаний часов N получим:

$$\frac{N'}{N} = \frac{T}{T'} = \frac{E}{E'}, \quad \text{отсюда} \quad N' \sim \frac{1}{E'}, \quad N \sim \frac{1}{E},$$

то есть показания часов уменьшаются с увеличением полной энергии часов. Если одновременно сравнивать некоторые испытуемые часы и покоящиеся в инерциальной системе K контрольные часы, то отношение их показаний можно назвать относительной скоростью течения времени S_T:

$$S_T = \frac{N'}{N} = \frac{E}{E'}.$$

Для случая, когда испытуемые часы просто двигаются с постоянной скоростью v относительно системы K, имеем:

$$S_T = \sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}.$$

Так как $S_T < 1$, то скорость течения времени движущихся часов меньше скорости течения времени контрольных неподвижных часов и тем самым в движущихся часах время замедлено.

3. Предположим теперь, что мы издалека наблюдаем за испытуемыми часами, находящимися в гравитационном поле. Для часов в слабом гравитационном поле можно записать вслед за Эйнштейном [230]:

$$T' = T/(1 + \phi/c^2), \tag{361}$$

где T' — атомный период, отмечаемый удаленным (внешним) наблюдателем,
T — атомный период в отсутствие гравитационного поля.
ϕ — гравитационный потенциал, на расстоянии r от гравитирующего тела массой M потенциал имеет вид: $\phi = -\gamma M/r$,
γ — гравитационная постоянная.

Если из бесконечности перенести часы в гравитационное поле, то масса и полная энергия часов для внешнего наблюдателя изменятся [230]:

$$m' = m(1 + \phi/c^2), \quad E' = E(1 + \phi/c^2),$$

сравнивая с (361), находим:

$$\frac{T'}{T} = \frac{E}{E'}, \quad T'E' = TE = const.$$

Таким образом, с увеличением гравитационного поля уменьшается полная энергия часов, а атомный период для удаленного наблюдателя увеличивается, что эквивалентно замедлению времени. Относительная скорость течения времени в гравитационном поле равна:

$$S_T = \frac{N'}{N} = \frac{T}{T'} = \frac{E'}{E} = 1 + \phi/c^2 < 1.$$

4. Если наблюдатель со своими контрольными часами находится в гравитационном поле (внутренний наблюдатель) и регистрирует атомный период испытуемых часов, находящихся вне гравитационного поля, то он получит следующий результат:

$$T' = T(1 + \phi/c^2),$$

где T — атомный период контрольных часов.

Соотношение для энергии покоящихся часов, медленно вынесенных за пределы гравитационного поля, таково:

$$E' = E/(1 + \phi/c^2),$$

где E — полная энергия контрольных часов. Связь между энергией и атомным периодом оказывается такой же, как и для внешнего удаленного наблюдателя:

$$\frac{T'}{T} = \frac{E}{E'}, \quad T'E' = TE = const.$$

5. Рассмотрим периодическое движение часов в потенциальном поле, например, вокруг гравитирующего тела. Полная энергия часов равна [144]:

$$E' = \frac{mc^2(1 + \phi/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

здесь m — масса покоя часов,

c — скорость света,

v — скорость движения часов на орбите,

ϕ — гравитационный потенциал в точке, где движутся часы.

Для периодического кругового движения выполняется равенство между гравитационной и центростремительной силами:

$$\frac{\gamma Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad v^2 = \frac{\gamma M}{r} = -\phi,$$

где γ — гравитационная постоянная,

M — масса гравитирующего тела,

r — радиус орбиты.

Подставляя вместо гравитационного потенциала ϕ квадрат скорости часов с обратным знаком, можно упростить выражение для полной энергии часов:

$$E' = \frac{mc^2(1 - v^2/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = mc^2\sqrt{1 - v^2/c^2} = E\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Поскольку часы двигаются со скоростью v, то для неподвижного наблюдателя их период T' будет больше периода покоящихся контрольных часов T:

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Произведение энергии и периода данных часов оказывается собственной константой часов:

$$E'T' = ET = mc^2T = const.$$

Оценим подобную константу для протона в предположении, что он в целом является часами, энергия колебаний которых равна энергии покоя протона E_p:

$$E_p = M_p c^2 = h\nu = h/T_p \quad \text{или} \quad E_p T_p = h.$$

Следовательно, для протона характерной константой является постоянная Планка h. Аналогичным протону вырожденным звездным обьектом является нейтронная звезда, константой для которой будет звездная постоянная h'_S по (441):

$$E'_S T'_S = h'_S = 4{,}5 \cdot 10^{42} \text{ Дж·с}.$$

Теперь мы можем оценить скорость протонного времени по отношению к макроскопическому времени нейтронной звезды:

$$S_T = \frac{N_P}{N'_S} = \frac{T'_S}{T_P} = \frac{h'_S E_P}{E'_S h}.$$

Подставляя выражения: $E_P = M_P c^2$, $E'_S = M_S C_S^2$, где M_P — масса протона, M_S — масса нейтронной звезды, C_S — звездная скорость (мы используем значение $M_S = 1{,}41 M_C = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг согласно § 46 и $C_S = 5{,}4 \cdot 10^7$ м/с по (440)), найдем:

$$S_T = \frac{h'_S M_P c^2}{h M_S C_S^2} = 1{,}2 \cdot 10^{20}.$$

Таким образом время в вырожденных атомных обьектах течет в 10^{20} раз быстрее, чем в вырожденных звездных обьектах. Относительная скорость течения времени S_T совпадает по смыслу с коэффициентом подобия по времени Π', который в соответствии с теорией размерностей и соотношениями типа (84), (85) равен:

$$\Pi' = P'/S',$$

где P', S' — соответственно коэффициенты подобия между протоном и нейтронной звездой по размерам и скоростям.

Подставляя по Таблице 65 из § 46 величины P' и S', находим:

$$\Pi' \sim 1{,}2 \cdot 10^{20},$$

так что действительно S_T того же порядка, что и Π'.

в) Взаимосвязи пространства, времени и инерциальных свойств тел.

История науки показывает, что всегда существует такой выбор местоположения наблюдателя или начальной точки отсчета системы координат, который может существенно облегчить изучение явлений природы. Хотя события можно описывать в любой системе координат, при определенном их выборе физические уравнения приобретают особенно простой вид и легче решаются. Например, гораздо удобнее считать, что планеты обращаются вокруг Солнца по почти круговым орбитам, чем предполагать вращение Солнца и планет вокруг Земли по весьма запутанным орбитам. При этом из симметрии системы сам собой возникает вопрос об единой силе притяжения планет к Солнцу и предпочтительности сферической системы координат. Кроме того, ясно, что «раскрутить» Землю вокруг Солнца гораздо легче, чем Солнце (и всю Вселенную) вокруг Земли, так что с огромной вероятностью именно Земля вращается около Солнца, а не наоборот.

Кроме выбора местоположения и типа системы координат для решения физической задачи необходимо принять наиболее удобную модель пространства-времени, максимально упрощающую картину наблюдаемых процессов. Если в качестве модели времени достаточно взять равномерный бесконечный процесс, то пространство можно представить обладающим самыми разными свойствами: его можно считать абсолютно неподвижным, пустым и невзаимодействующим ни с чем, или, наоборот, вещественным и влияющим на рассматриваемые тела. В зависимости от того, какая модель пространства выбрана, мы должны по разному учитывать его вклад в описание движения и взаимосвязи физических величин. Дело в том, что лишь следствия из свойств пространства и физических уравнений в сумме доступны опытной проверке.

Иногда при решении задач статистической физики используются многомерные фазовые пространства обобщенных координат и обобщенных импульсов, так что каждое состояние системы описывается одной точкой в таком пространстве. В нерелятивистской квантовой механике обычно применяется евклидовое 3-мерное пространство, но для системы N частиц также вводится волновая функция в $3N$-мерном конфигурационном пространстве, позволяющая вычислять необходимые вероятности нахождения частиц в заданном обьеме. В физике элементарных частиц мы сталкиваемся с «внутренними пространствами» (например, двумерное изотопическое пространство), отражающими особые свойства частиц. Все подобные пространства являются полезными вспомогательными геометрическими моделями, но далее будет рассматриваться только обычное трехмерное пространство. Перечислим основные свойства универсальных моделей пространства, времени и их связь с инерцией тел:

1. Абсолютное, бесконечное, неподвижное, обьективно существующее пространство. Ньютон писал о нем (смотри в [28]): «Абсолютное пространство в силу своей природы, безотносительно к чему-либо внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным. Относительное пространство представляет собой некоторое подвижное измерение или меру абсолютных пространств; его мы определяем с помощью своих чувств через взаимное расположение тел, его вульгарно и истолковывают как неподвижное пространство»... Понятие о времени у Ньютона таково: «Абсолютное истинное или математическое время само по себе и в силу своей внутренней природы течет одинаково, безотносительно к чему-либо внешнему и иначе зовется длительностью; относительное, кажущееся или обычное время представляет собой некоторого рода чувственную, или внешнюю (каким бы оно ни было точным или несравнимым), меру длительности, определяемую с помощью движения, которое обычно используется вместо истинного времени; это — час, день, месяц, год»... В абсолютном пространстве-времени Ньютона предполагается возможность одновременности разных событий в каждой инерциальной системе отсчета независимо от расстояния между ними (мысленная одновременность).

Живя своей жизнью и ни от чего не завися, абсолютное пространство по Ньютону проявляет себя в том, что ускорение каждого тела одинаково во всех инерциальных системах и тем самым абсолютно. Возникновение инерциальных свойств тел, инертности, приписывается действию абсолютного пространства и ощущается у всех абсолютно ускоренных тел. Рассмотрим два уединенных в пространстве легко деформируемых и имеющих возможность вращаться вдоль любой оси с разными скоростями округлых тела. Тогда из-за центробежных сил эти тела могут сплющиваться в эллипсоиды. Если мы обнаруживаем, что одно из тел действительная сфера, а другое является эллипсоидом, то согласно ньютоновскому подходу первое тело не вращается относительно абсолютного пространства, а второе находится в абсолютном вращении. Располагая невращающиеся и потому являющиеся сферами тела вначале вдоль одной линии, а затем в двух перпендикулярных направлениях, получаем евклидовую систему координат, каждая точка которой не вращается относительно абсолютного пространства. Изменение состояния движения такой системы координат относительно абсолютного пространства должно сопровождаться действием сил; абсолютным ускорением; проявлением инертности тел, выражающейся в различных ускорениях тел разных масс при действии одной и той же силы; возникновением сил инерции, противодействующих первоначальной силе согласно третьему закону Ньютона и стремящихся сохранить прежнее состояние движения (аналогично по принципу французского ученого Ле Шателье элементы систем взаимодействуют между собой таким образом, что их реакция на воздействия внешних факторов направлена на уменьшение этих воздействий). Например, если вращать привязанное тело массы m по окружности радиуса R с постоянной скоростью v, то абсолютным ускорением будет величина $a = -\text{v}^2/R$; центростремительная сила, действующая на тело через веревку перпендикулярно скорости движения тела, равна $F = m\,a$; мерой инертности тела выступает его масса m; силой инерции является центробежная сила, действующая со стороны тела через веревку на центр вращения: $F_Ц = -F$.

Другой пример — падение тела в гравитационном поле у поверхности Земли. Ускорение равно:

$$g = -\frac{\gamma M_З}{R_З^2},$$

где γ — гравитационная постоянная, $M_З$ — масса Земли, $R_З$ — радиус Земли.

Силе гравитации F противостоит сила инерции падающего тела $F_И$, действующая против гравитационного поля:

$$F = m\,g = -F_И.$$

Третий пример — маятник Фуко, начальная плоскость колебаний которого стремится остаться неизменной в пространстве.

Поскольку любое изменение состояния движения, то есть ускорение относительно абсолютного пространства, порождает силы инерции, которые всегда пропорциональны массе тела, то можно заключить, что и силы инерции и масса тел определяются свойствами абсолютного пространства. Следовательно, пространство Ньютона тесно взаимодействует с телами, находящимися в нем.

Добавим, что кроме способа построения с помощью сфер системы координат, не вращающейся относительно абсолютного пространства, приведенного выше, предлагались и другие определения абсолютного пространства. По одному из них система координат, относительно которой эфир с распространяющимися в нем электромагнитными волнами оказывается неподвижным, является жестко связанной с абсолютным пространством. В концепции Э. Маха предполагалось, что центр масс Вселенной находится от Земли на конечном расстоянии, и тогда можно ввести систему отсчета с началом в центре масс. Если далее считать, что все звезды неподвижны либо вся их совокупность неощутимо для нас вращается как твердое тело вокруг центра масс, то неподвижная относительно звезд система координат с началом в центре масс Вселенной должна по Маху олицетворять абсолютное пространство.

2. Абсолютное единое геометрическое идеально пустое пространство как математический обьект, предназначенный лишь для описания событий. Причиной всех явлений в таком пространстве могут быть только сами движущиеся обьекты, воздействующие друг на друга.

3. Пространство специальной теории относительности (СТО). Все эффекты СТО выводятся в предположении, что пространство свободно от влияния тяготеющих масс и внешних полей и тем самым однородно. Рассматриваются обычно только инерциальные системы отсчета, считающиеся равноправными, так что все физические явления в них протекают одинаково. Отсюда можно вывести, как будут наблюдаться события в одной инерциальной системе относительно другой. Подобный расчет приводит к преобразованиям Лоренца, где в отличие от модели Ньютона пространство и время становятся связанными друг с другом и их можно обьединить в четырехмерное пространство-время Минковского с псевдоевклидовой геометрией. В частности, получается такой эффект, как сокращение видимых размеров движущихся тел вдоль направления их движения, что можно трактовать и как сжатие пространства движущейся системы отсчета. Другим эффектом является замедление отсчета времени движущимися часами. Поскольку точно можно говорить только о таких событиях, которые заключаются в их совпадении в пространственных точках, то в разных системах отсчета это будет происходить в разное время и мы приходим к диалектическому отрицанию понятия абсолютная одновременность. Из равноправия инерциальных систем отсчета делается вывод о невозможности определения

единого абсолютного пространства из любых внутренних физических экспериментов. По сути дела, каждая инерциальная система координат наделяется своим собственным пространством и абсолютное пространство становится ненужным.

Силы инерции и гравитация в СТО как правило не учитываются и поэтому не получают своего обьяснения, однако масса, как мера инерции, оказывается функцией состояния тел. Более того, вводятся понятия продольной и поперечной масс, так что сила, действующая вдоль движения тела, придаст ему наименьшее ускорение из-за увеличенного значения продольной массы по отношению к поперечной. В СТО постулируется, что предельной скоростью движения в пространстве является скорость света, причем последняя не зависит от движения источника света. Важным выводом СТО является то, что полная энергия тела пропорциональна его массе и нарастает по мере увеличения скорости движения тела. СТО позволяет квалифицированно разрешить противоречие в апории Зенона Элейского (уроженец Элеи в южной Италии, середина 5 столетия до н. э.; ученик Парменида) «Летящая стрела», согласно которой стрела не может двигаться, поскольку в каждый момент своего полета она занимает пространство, равное самой себе, и следовательно, в каждый момент она такова, как если бы она покоилась. Если учесть, что летящая стрела кажется короче неподвижной стрелы, а время в ней замедлено (что видно по изменению частоты приходящего от нее излучения), то этого вполне достаточно, чтобы в принципе разграничить состояния движения и покоя.

4. Пространство общей теории относительности (ОТО). Рассмотрим вращающийся диск Эйнштейна, вдоль радиуса которого и по всей длине окружности разложим измерительные линейки — эталоны длины. Внешний наблюдатель увидит, в соответствии с эффектом сокращения размеров тел в СТО, что каждая линейка на окружности, двигающаяся вдоль своей длины с постоянной скоростью, сократится, а линейки на радиусах будут выглядеть неизменными. В результате длина окружности уменьшится, отношение ее длины к радиусу будет меньше, чем 2π, и геометрия Евклида не выполняется. Внутренний наблюдатель, вращающийся вместе с диском, будет считать геометрию неизменной, но отметит возникновение центростремительной силы и силы Кориолиса. Обе эти силы, как и силы гравитации, пропорциональны массе, поэтому все тела, независимо от их массы, будут получать одинаковое ускорение. Но если ускорение тела зависит только от пространственных координат и не зависит от массы, то каждой точке пространства можно приписать особое свойство — его кривизну, ответственное за ускорение пробных тел. Кривизна пространства для гравитации пропорциональна массе-энергии материи в этом пространстве, а для вращающегося диска — угловой скорости вращения.

Таким образом пространство-время в ОТО считается неевклидовым, искривленным под действием материи (риманово пространство), а движение свободных тел происходит по одним и тем же искривленным геодезическим линиям. Согласно принципу эквивалентности Эйнштейна, в движущейся с ускорением системе отсчета все физические процессы протекают точно так же, как в неподвижной системе, находящейся в соответствующем поле тяготения. В гравитационном поле уменьшаются размеры тел (только вдоль поля), а также замедляется время. Если ℓ_0 и T_0 — характерный масштаб длины и стандартная длительность в инерциальной системе, то будучи помещенными в гравитационное поле, они с точки зрения удаленного наблюдателя изменятся [108], [230]:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{(1 + 2\phi/c^2)}} \sim \frac{T_0}{(1 + \phi/c^2)}, \quad \ell \sim \ell_0(1 + \phi/c^2).$$

здесь ϕ — гравитационный потенциал, обычно $\phi < 0$, c — скорость света.

Видно, что удаленный наблюдатель отметит увеличенную длительность T по сравнению с T_0, то есть процессы в гравитационном поле покажутся ему замедленными.

В теории тяготения основной задачей является определение гравитационных полей; в ОТО это формулируется как нахождение геометрии пространства-времени, меры его искривления через метрический тензор. Благодаря использованию тензоров уравнения ОТО ковариантны, то есть не меняют своего вида в произвольных криволинейных координатах любой системы отсчета. В ОТО отсутствует понятие выделенной (абсолютной) системы координат, поскольку абсолютное движение относительно такой системы не входит в физические уравнения. Если в СТО инерциальные системы эквивалентны в двух отношениях — в виде форминвариантности законов природы (ковариантность) и в эквивалентности протекающих процессов (процесс-эквивалентность), то в ОТО процесс-эквивалентность не имеет места, остается лишь ковариантность в виде общего принципа относительности.

Из эквивалентности сил тяготения и сил инерции в ускоренных системах отсчета и эквивалентности любых систем отсчета можно определить, например, центробежную силу, возникающую на экваторе Земли при ее вращении и меняющую ее форму. По расчетам [293], если считать Землю неподвижной и окруженной вращающейся полой толстостенной сферой, состоящей из далеких звезд (Вселенная в целом), то внутри сферы может создаваться гравитационное поле, эквивалентное по своему действию центробежной силе на поверхности Земли.

Согласно [28], плоскость колебаний маятника Фуко стремится быть неподвижной относительно системы удаленных масс, что в целом соответствует принципу Э. Маха, по которому инерциальные свойства тел, их масса, зависят от распределения масс во Вселенной (а не от свойств абсолютного пространства, как у Ньютона). Сведение сил инерции в конечном счете к силам гравитации означает, что силы инерции можно обьяснить действием других тел.

5. Пространство релятивистской теории гравитации (РТГ) по [119]. Если в ОТО в сумме «геометрия плюс физика» почти вся физика сводится к геометрии пространства-времени, то в РТГ используется пространство-время СТО. Поводом для создания РТГ послужили следующие обстоятельства и проблемы ОТО: нелокализуемость гравитационного поля в ОТО; сила гравитации обьясняется кинематически и сводится к силам инерции, в результате приходится отказываться от трактовки гравитации как физического поля; отсутствие законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения ввиду неоднородности и неизотропности пространства-времени в римановой геометрии; асимптотика метрики, ее вид на больших расстояниях оказывается зависящим от выбора трехмерных пространственных координат; принцип Маха выполняется не всегда, поскольку существуют решения уравнений и в отсутствие материи.

В РТГ «возрождаются» понятия инерциальной системы координат, закон инерции, ускорение по отношению к пространству, законы сохранения. Силы инерции и гравитации считаются существенно различными: если от первых избавиться можно, то от вторых — нет. Для описания гравитации используется концепция гравитонов. Предполагается, что силы инерции непосредственно определяются не физическими полями, а «строго определенной структурой геометрии пространства-времени и выбором системы отсчета».

Вопрос о непрерывности, однородности и изотропии пространства-времени тесно связан с математическими свойствами системы координат, с помощью которой описывается пространство-время. В геометрии Ньютона совокупность всех точек пространства-времени образует непрерывное несчетное множество с мощностью континиума и все точки эквивалентны; в СТО каждая инерциальная система внутри себя обладает теми же свойствами, а при взгляде извне пространство-время в них деформируется; в ОТО сохраняется лишь непрерывность, пространство-время становится неоднородным и неизотропным, в частности, синхронизация часов в разных точках становится невозможной.

Из самого факта существования нескольких моделей пространства-времени следует, что их выбор определяется не только допустимой областью применения и требуемой точностью расчетов, но и сложностью самого предмета исследований. Выделим основные черты пространства, имеющие отношение к происхождению массы и сил инерции, с точки зрения физики, а не геометрии:

а) По Ньютону, пространство вещественно и влияет на инертные свойства макроскопических тел. Это совпадает с современной точкой зрения в том, что все тела, включая отдельные элементарные частицы, погружены в физический вакуум, наполненный мельчайшими частицами и полями.

б) Инертная масса проявляется только при ускорении, когда меняется скорость или состояние движения за счет взаимодействия. Инертную массу невозможно измерить в отсутствие взаимодействия.

в) Инерционные силы пропорциональны массе тела и в конечном итоге обьясняются влиянием посторонних тел или их полями.

г) Равенство инертной и пассивной гравитационной масс было подтверждено в опытах Этвеша [271] с точностью $3{\cdot}10^{-9}$, Дикке [268] с точностью $3{\cdot}10^{-11}$, Брагинского и Панова [31] с точностью $0{,}95{\cdot}10^{-12}$. В последнем случае использовался крутильный маятник с периодом собственных колебаний 5 часов 20 минут, сделанный из алюминия и платины.

д) Увеличение скорости движения тела приводит к следующим эффектам в СТО:

— размеры тела сокращаются в направлении движения;

— локальное время тела замедляется по сравнению с ходом времени в неподвижной системе отсчета;

— масса и энергия тела растут пропорционально друг другу;

— эффективная инертная масса зависит от угла между действующей силой и скоростью тела.

е) Скорость света является естественной границей для скорости движения нуклонно-ядерной формы материи, а также и всех более крупных составных обьектов.

ж) Скорость света не зависит от скорости источника и определяется свойствами окружающей среды.

з) Существование гравитации, а значит и гравитационной массы, связывается с гравитонами. По оценкам из [120] масса гравитонов «конструируется» из выражения:

$$m \sim \frac{\hbar\sqrt{2\Lambda}}{c} \sim 10^{-69} - 10^{-68}\,\text{кг},$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, Λ — космологическая постоянная в уравнении Эйнштейна (335), c — скорость света.

и) Во внешнем гравитационном поле масса тела изменяется согласно [230] за счет вклада массы-энергии от гравитационного поля:

$$m' = m(1 + \phi/c^2).$$

к) Ускоряющиеся массы рядом с пробным телом ускоряют его в направлении своего движения.

л) Материальная точка, движущаяся внутри полого вращающегося тела перпендикулярно оси вращения, отклоняется в направлении вращения (сила Кориолиса). Внутри вращающегося полого тела возникает центробежный эффект — радиальное поле центробежных сил — эффект Тирринга [362], [363], [293].

Альтернативную точку зрения имеют авторы работы [77]. По их мнению, инерциальная масса тела не возрастает по мере скопления весомых масс вокруг тела, просто меняется инерциальная система отсчета, которая должна падать в поле тяготения. Аналогично трактуются и эффекты к) и л).

В заключение кратко остановимся на двух концепциях пространства-времени — реляционной и субстанциональной, к которым так или иначе приходят все исследователи. В реляционной концепции пространство и время определяются лишь как система отношений материальных обьектов и их состояний и включают в себя такие понятия, как расстояния между обьектами, их ориентация, последовательность событий, их длительность, отношения прошлого, настоящего, будущего и т. д. Приверженцы субстанциального подхода приписывают пространству (времени) некоторое обьективное существование как определенной субстанции, в которой происходят события. Поскольку борьбе сторонников указанных подходов не видно конца (как и борьбе между идеалистами и материалистами), необходимо диалектическое обобщение обеих концепций.

Согласно принципу вложенности материальных систем (§ 37), пространство наполнено физическими полями и проникающими друг в друга системами частиц, отличающимися массами, размерами и т. д. , так что любой малый обьем не может быть пустым. Соответственно не существуют ни минимально возможный размер — квант пространства, ни квант времени. Мы можем говорить о дискретности пространства-времени лишь в смысле соотношения неопределенностей Гейзенберга — увеличение точности измерения положений частиц с помощью таких же частиц приводит к увеличению результирующей неопределенности импульса измеряемых частиц, а точность измерения времени ограничивается минимальным периодом используемых часов.

Из-за бесконечности делимости материи мы не можем никакой самый малый обьем обьявить пустым и тем самым пространство кажется нам субстанциональным — изменение состояния одной вложенной в пространство системы частиц может повлиять на состояние другой системы частиц, что выглядит так, как будто само пространство как субстанция влияет на расположенные в нем обьекты. Таким образом, пространство-время и реляционно и в пределе бесконечности количества материальных систем различных размеров субстанционально.

§ 42. Теория относительности

а) Инерциальные системы.

Начнем с определения понятий, важных для дальнейшего изложения. С физической точки зрения под системой отсчета можно представлять совокупность неподвижных друг относительно друга тел или одно твердое тело в соединении с часами. Математически это можно выразить путем построения в точке отсчета четверки линейно-независимых векторов, которые как бы фиксируют геометрическое пространство-время. Продляя эти векторы в бесконечность и превращая их в твердые материальные координатные оси, получаем систему координат.

Инерциальной системой отсчета является по определению такая система, в которой выполняется закон инерции: материальная точка в отсутствие сил или их равновесии находится в покое или в состоянии равномерного прямолинейного движения. Согласно преобразованиям Лоренца в СТО, если в какой-либо инерциальной системе траектория материальной точки является прямой линией при движении по инерции, то и в любой другой инерциальной системе траектория будет прямой. Легко проверить, что тела, свободно падающие в одном и том же однородном гравитационном поле с одинаковым ускорением, также образуют друг относительно друга инерциальные системы.

Принцип относительности можно сформулировать так: если в инерциальной системе координат находятся две изолированные от внешних воздействий материальные системы, одна из которых покоится, а вторая двигается по инерции с постоянной скоростью, то физические процессы в этих материальных системах протекают одинаково и никакими внутренними экспериментами невозможно определить, движется ли система или покоится.

Инвариантность формы записи физических уравнений относительно каких-либо преобразований координат называется ковариантностью. Например, запись уравнений Ньютона через 3-мерные векторы приводит к их инвариантности относительно преобразований Галилея, использование 4-мерных векторов в СТО приводит к инвариантности относительно преобразований Лоренца, а применение тензоров в ОТО дает ковариантность уравнений для метрики при произвольных непрерывных преобразованиях координат.

Рассмотрим следующее утверждение, претендующее на роль некоторого обобщения закона инерции: если равнодействующая всех сил, действующая на движущуюся материальную точку, все время перпендикулярна скорости точки и неизменна по величине, то точка движется с постоянной по модулю линейной скоростью и вращается с постоянной угловой скоростью.

Если сила равна F, линейная скорость V, угловая скорость ω, радиус вращения R, масса m, то можно записать:

$$F = \frac{mV^2}{R}, \quad V = \omega R,$$

откуда при постоянных F, V можно найти радиус и угловую скорость:

$$R = \frac{mV^2}{F}, \quad \omega = \frac{F}{mV}. \tag{362}$$

При малых F радиус R стремится к бесконечности, материальная точка двигается по дуге большого радиуса, практически по прямой, и тем самым выполняется закон инерции.

Возьмем теперь две инерциальные системы K_1 и K_2, в которых материальная точка движется с постоянными скоростями V_1, V_2 соответственно. Полагая, что величина силы F, действующей на материальную точку, не зависит от выбора системы отсчета, в некоторый момент включим эту силу так, чтобы она была всегда перпендикулярна скорости. Тогда для мгновенных радиусов вращения в системах K_1 и K_2 в начальный момент времени получим:

$$R_1 = \frac{mV_1^2}{F}, \quad R_2 = \frac{mV_2^2}{F}.$$

Однако, поскольку $V_1 \neq V_2$, то и $R_1 \neq R_2$. Возникает парадоксальная ситуация — наблюдаемый радиус вращения материальной точки оказывается зависящим от выбора инерциальной системы отсчета, чего на первый взгляд быть не должно. Полученное противоречие возникло от того, что мы предположили возможность перпендикулярности силы и скорости движения как самостоятельного свойства, не зависящего от выбора системы отсчета. На самом деле это не так — если F перпендикулярна V_2 в системе K_2, то при взгляде из системы K_1 сила F и скорость V_2 будут не перпендикулярны, поэтому хотя $V_1 \neq V_2$, но радиус вращения будет одинаков.

Подобные эффекты разъясняются в рамках специальной теории относительности (СТО), которая была выведена из двух казавшихся вначале совершенно разнородных принципов — одинаковости скорости света в инерциальных системах и принципа относительности. Принцип постоянства скорости света до сих пор является самым интригующим, поскольку вступает в противоречие с галилеевским принципом сложения скоростей и требует изменения последнего. Ниже мы разовьем более «естественный» подход, базирующийся на равноправии инерциальных систем и зависимости скорости отсчета времени от движения часов, так что принцип постоянства скорости света получается в качестве следствия.

б) Замедление времени, сокращение длины и постоянство скорости света.

Рассмотрим различные случаи распространения электромагнитных волн между материальными точками P_1, P_2, P_3, P_4:

1. Точки P_1 и P_2, неподвижные в инерциальной системе K', движутся параллельно оси X в плоскости XOY со скоростью V (рисунок 62). Из P_1 излучается короткий световой импульс, который принимается точкой P_2 в положении S. Свет проходит путь SP_1 со скоростью c за время Δt, за это же время точка P_2 преодолевает путь SP_2:

$$\Delta t = \frac{SP_1}{c} = \frac{SP_2}{V}.$$ По теореме Пифагора имеем:

$$(SP_2)^2 + (P_1P_2)^2 = (SP_1)^2.$$ Обозначая $P_1P_2 = c\Delta t_0$, найдем:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (363)$$

Из (363) следует, что для связи движущихся точек P_1 и P_2 требуется больше времени, чем если бы эти точки покоились относительно произвольной системы координат K. Добавим теперь к схеме рисунка 62 точки P_3 и P_4 (на рисунке не показаны) так, чтобы фигура $P_1P_2P_3P_4$ представляла собой квадрат со стороной P_1P_2, а плоскость квадрата была перепендикулярна оси X. Если этот квадрат неподвижен относительно системы координат K, то периодическое движение светового зайчика между точками P_1, P_2, P_3, P_4 будет представлять собой часы с периодом движения $T_0 = 4\Delta t_0$. Пусть теперь квадрат движется со скоростью V вдоль оси X, оставаясь все время перпендикулярным ей. С учетом (363) период движущихся часов увеличится:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (364)$$

Таким образом, время в движущихся часах системы K' с точки зрения неподвижного наблюдателя в K замедлено, замедлены и все процессы — процесс длительностью T_0 в неподвижной системе K требует большего времени T, если он происходит в движущейся системе K'. Если два одинаковых процесса начались в один и тот же момент времени и в K и в K', то наблюдатель в K при завершении процесса в K обнаружит, что процесс в K' еще не закончен.

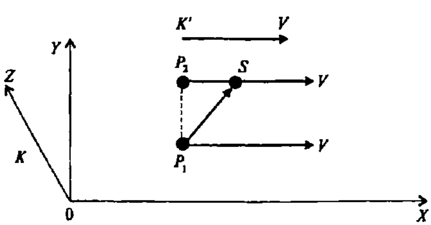


Рис. 62. Система отсчета K' и точки P_1, P_2 двигаются параллельно со скоростью V вдоль оси X системы отсчета K.

Отметим, что пока наши рассуждения касались замедления периодических процессов, происходящих перепендикулярно скорости движения. Однако сам факт наличия квадрата скорости в (364) показывает, что эффект может не зависеть от направления скорости V. И действительно, это подтверждается экспериментами, например, поперечным эффектом Допплера в опытах Айвса и Стиллуэлла [302], когда атомы в каналовых лучах двигаются перпендикулярно линии наблюдения и излучают свет (смотри также [334]). Если период T_0 задает частоту света ν_0, то $\nu_0 = 1/T_0$, $\nu = 1/T$ и из (364) следует:

$$\nu = \nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2} \tag{365}$$

С увеличением скорости движения V принимаемая частота излучения в системе K уменьшается, что и говорит о замедлении процессов в движущихся системах. Время распада нестабильных частиц, получаемых в ускорителях высоких энергий или наблюдаемых в космических лучах, также увеличивается в соответствии с (364). Замедление времени обнаруживается на вращающемся роторе с помощью эффекта Мессбауэра [108].

2. Пусть точки P_1 и P_2, связанные с инерциальной системой K', движутся друг за другом с одинаковой скоростью V вдоль оси X произвольной инерциальной системы K (рисунок 63). Из P_1 излучается короткий световой импульс, который догоняет точку P_2 в положении S. Соотношение для времени таково:

$$\Delta t_1 = \frac{SP_1}{c} = \frac{SP_2}{V}.$$

Расстояния связаны между собой: $SP_1 = P_1P_2 + SP_2$, отсюда имеем:

$$\Delta t_1 = \frac{P_1P_2}{c - V}. \tag{366}$$

Предположим теперь, что световой импульс в начальный момент излучается из точки P_2 и встречается с P_1 в положении M (рисунок 63). Тогда можно записать:

$$\Delta t_2 = \frac{MP_2}{c} = \frac{MP_1}{V}, \quad P_1P_2 = MP_1 + MP_2,$$

$$\Delta t_2 = \frac{P_1P_2}{c + V}. \tag{367}$$

Рассмотрим периодический процесс в квадрате $P_1P_2P_3P_4$, лежащем в плоскости XOY (рисунок 64). Если квадрат покоится относительно системы координат K, $\Delta t_0 = \dfrac{(P_1P_2)_0}{c}$, то период процесса будет равен $T_0 = 4\Delta t_0$.

Движение инерциальной системы K' с покоящимся в нем квадратом $P_1P_2P_3P_4$ относительно системы K приведет к изменению темпа времени и периода светового

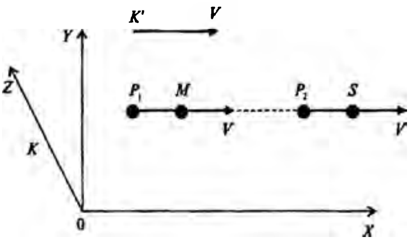


Рис. 63. Система отсчета K' и точки P_1, P_2 двигаются последовательно со скоростью V вдоль оси X системы отсчета K.

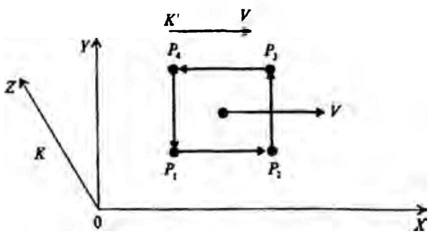


Рис. 64. Система отсчета K' и квадрат $P_1P_2P_3P_4$ двигаются со скоростью V вдоль оси X системы отсчета K.

зайчика в квадрате для наблюдателя в K. В системе K с учетом (363), (366), (367) период будет следующий:

$$T = \Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 + \Delta t =$$
$$= \frac{P_1P_2}{c-V} + \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{P_1P_2}{c+V} + \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{2c(P_1P_2)}{c^2-V^2} + \frac{2\Delta t_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

Одновременно вследствие замедления времени в движущихся телах период T должен равняться (364), где $T_0 = 4\Delta t_0$. Тогда для P_1P_2 получается соотношение:

$$P_1P_2 = c\,\Delta t_0\sqrt{1-V^2/c^2} = (P_1P_2)_0\sqrt{1-V^2/c^2}$$

Последнее соотношение показывает, что длина $(P_1P_2)_0 = c\Delta t_0$, измеренная в неподвижной системе K, будет выглядеть в этой системе короче, как только начнет двигаться относительно K, и станет равна P_1P_2 Мы получили так называемое лоренцевское сокращение длины тел вдоль скорости их движения:

$$\ell = \ell_0\sqrt{1-V^2/c^2}. \tag{368}$$

При этом наблюдатель на движущемся теле не в состоянии определить сокращение тела, так как одновременно уменьшаются и соответствующие масштабы и линейки, как только их поворачивают вдоль направления движения.

3. Пусть материальные точки P_1, P_2, P_3 лежат на одной прямой и вначале покоятся относительно системы K. Если точка P_2 непрерывно излучает электромагнитные волны, то в точках P_1 и P_3 будут принимать излучение с частотой ν_0, длиной волны λ_0, так что скорость света $c = \lambda_0\nu_0$. Допустим, что точка P_2 движется к P_1 со скоростью V, удаляясь соответственно от P_3 (рисунок 65). Рассмотрим путь MP_2 за время T_2 одного гребня волны, испущенного из P_2 до момента испускания движущейся точкой P_2 второго гребня в положении S. Для времени T_2 и расстояния между гребнями $MS = \lambda_1$ можно записать:

$$T_2 = \frac{MP_2}{c} = \frac{SP_2}{V}, \quad MS = MP_2 - SP_2,$$
$$\lambda_1 = cT_2 - VT_2 = (c-V)T_2.$$

Учитывая, что $\lambda_1 = c/\nu_1$, $T_2 = 1/\nu_2$, а также соотношение (365) для ν_2, найдем ν_1

$$\nu_1 = \frac{\nu_0\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-V/c} = \frac{\nu_0\sqrt{c+V}}{\sqrt{c-V}}. \tag{369}$$

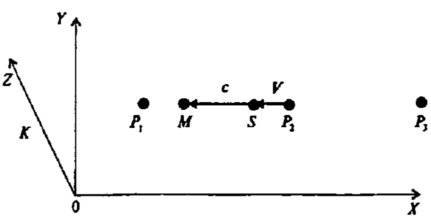


Рис. 65. Точки P_1, P_3 неподвижны, излучающая точка P_2 приближается к P_1 со скоростью V.

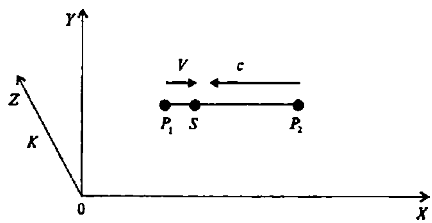


Рис. 66. Излучающая точка P_2 покоится, точка P_1 приближается к P_2 со скоростью V.

Аналогично, частота, принимаемая в точке P_3, будет равна:

$$\nu_3 = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V/c} = \frac{\nu_0\sqrt{c - V}}{\sqrt{c + V}}. \tag{370}$$

Соотношения (369) и (370) являются формулами Допплера для частоты, принимаемой от приближающихся и удаляющихся источников излучения. Если ввести угол φ между вектором скорости V и направлением между источником и приемником излучения, то путем более подробного рассмотрения можно свести (369) и (370) в одну стандартную формулу:

$$\nu = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - \dfrac{V}{c}\cos\varphi}. \tag{371}$$

4. Пусть излучающая материальная точка P_2 покоится относительно инерциальной системы K, точка P_1 движется в направлении P_2 со скоростью V, а точка P_3 удаляется от P_2 также со скоростью V. Найдем принимаемые частоты в P_1 и P_3, если P_2 излучает с частотой ν_0, периодом T_0 и длиной волны λ_0. Ситуация для точек P_1 и P_2 приведена на рисунке 66. Предположим, что в системе K начальное расстояние P_1P_2 равнялось λ_0, так что P_1P_2 есть расстояние между двумя соседними гребнями волн. В следующий момент из P_2 выходит очередной гребень, который далее встречается с движущейся точкой P_1 в положении S. Тогда можно записать:

$$T_1 = \frac{SP_2}{c} = \frac{SP_1}{V}, \quad P_1P_2 = SP_1 + SP_2,$$

$$\lambda_0 = VT_1 + cT_1 = (V + c)T_1.$$

Время T_1 есть период встречи точки P_1 с гребнями волн с точки зрения наблюдателя в K, то есть период волны по времени системы K. Однако наблюдатель, находящийся в движущейся материальной точке P_1, имеет другой ход часов, чем это кажется из системы K (свое собственное время). Используя (364), (365), находим:

$$T_{01} = T_1\sqrt{1 - V^2/c^2}, \tag{372}$$

$$\nu_{01} = \frac{\nu_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{1}{T_1\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{V + c}{\lambda_0\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\nu_0(1 + V/c)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\nu_0\sqrt{c + V}}{\sqrt{c - V}}.$$

Для наблюдателя в удаляющейся материальной точке P_3 принимаемая частота будет равна:

$$\nu_{03} = \frac{\nu_0(1 - V/c)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\nu_0\sqrt{c - V}}{\sqrt{c + V}}. \tag{373}$$

Из равенства частот (369) и (372), (370) и (373) в частности следует, что принимаемая частота в P_1 не зависит от того, движется ли излучающая точка P_2 к P_1, или наоборот, сама точка P_1 движется к покоящейся излучающей точке P_2 — важной величиной оказывается лишь относительная скорость их сближения.

5. Пусть вначале материальные точки P_1 и P_2 неподвижны относительно инерциальной системы K, а затем с момента t_1 точка P_2 начинает удаляться от P_1 со скоростью V вдоль направления P_1P_2. Если начальное расстояние между точками равно P_1P_2, то в течении промежутка времени $t_2 - t_1 = P_1P_2/c$ в точке P_1 будут принимать излучение из P_2 с частотой ν_0. Начиная с момента t_2 в точке P_1 появится излучение с уменьшенной частотой ν_1, равной частоте ν_3 в (370):

$$\nu_1 = \frac{\nu_0\sqrt{c-V}}{\sqrt{c+V}}. \tag{374}$$

Сообщим теперь точке P_1 скорость V так, чтобы расстояние P_1P_2 оставалось неизменным, а P_1 и P_2 двигались синхронно. Появившееся движение точки P_1 вновь увеличит принимаемую в ней частоту излучения из P_2. Теперь мы должны использовать соотношение (372), в котором вместо ν_0 нужно подставить частоту ν_1 из (374):

$$\nu_{01} = \frac{\nu_0\sqrt{c-V}}{\sqrt{c+V}} \cdot \frac{\sqrt{c+V}}{\sqrt{c-V}} = \nu_0.$$

Таким образом, если расстояние P_1P_2 остается неизменным, то наблюдатель в P_1 будет фиксировать одну и ту же частоту ν_0 из точки P_2 независимо от того, покоятся ли точки P_1 и P_2 относительно системы K или синхронно двигаются, будучи зафиксированы в одном материальном теле или в инерциальной системе K'.

6. Пусть материальная точка P_3 покоится относительно системы K, а точка P_2 двигается вдоль оси X со скоростью V (рисунок 67) и излучает электромагнитные волны с частотой ν_2 и длиной волны λ_2. Предположим, что в некоторый момент времени отрезок $P_2P_3 = \lambda_2$ и точка P_2 излучает очередной гребень волны. Тогда за время $T_2 = \lambda_2/c$ этот гребень достигнет точки P_3, за это же время точка P_2 со скоростью V переместится в положение M, где излучит следующий гребень. Из рисунка 67 видно, что новое расстояние между гребнями $MP_3 = \lambda_3$ больше, чем $P_2P_3 = \lambda_2$, и длина волны растет. Найдем зависимость длины волны и частоты, принимаемой в P_3, в зависимости от угла φ между направлениями на излучающую точку P_2 и скоростью ее движения V. Если SP_2 — перпендикуляр на MP_3, а угол P_2MP_3 равен $\pi - \varphi$, то можно записать:

$$MP_3 = SP_3 + MS, \quad SP_3 \sim P_2P_3 = \lambda_2, \quad MS \sim MP_2\cos(\pi - \varphi),$$
$$MP_2 = VT_2, \quad T_2 = \lambda_2/c, \quad \lambda_3 = \lambda_2\left(1 + \frac{V}{c}\cos(\pi - \varphi)\right).$$

Для частоты ν_2 нужно учесть (365), и переходя от длин волн к частотам с помощью обычного соотношения $\nu = c/\lambda$, окончательно получим в согласии с (371) для удаляющегося источника:

$$\nu_3 = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \frac{V}{c}\cos(\pi - \varphi)} = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - \frac{V}{c}\cos\varphi}. \tag{375}$$

7. Пусть материальная точка P_3 покоится относительно системы K и является излучателем, а приемником служит точка P_1, двигающаяся со скоростью V (рисунок 68). Предположим, что в некоторый момент отрезок $P_1P_3 = \lambda_3$, предыдущий гребень волны находится в точке P_1, а точка P_3 излучает очередной гребень. Пока этот гребень достигает положения M со скоростью света, точка P_1 также передвинется в M со скоростью V, и новая длина волны MP_3 будет меньше, чем $P_1P_3 = \lambda_3$. Найдем длину волны и частоту, принимаемые в P_1, в зависимости от угла ψ между MP_3 и скоростью V:

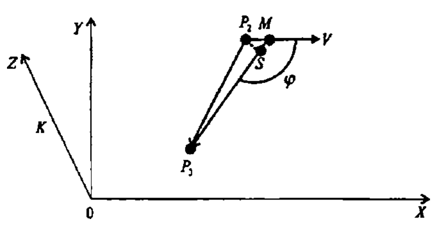


Рис. 67. Точка P_3 покоится, излучающая точка P_2 двигается вдоль оси X со скоростью V.

$$P_1P_3 = SP_1 + SP_3, \quad P_1P_3 = \lambda_3, \quad SP_1 \sim MP_1\cos\psi, \quad MP_1 = VT_1,$$
$$SP_3 \sim MP_3 = \lambda_1, \quad T_1 = MP_3/c = \lambda_1/c,$$
$$\lambda_3 = \lambda_1(1 + \frac{V}{c}\cos\psi), \quad \nu_1 = \nu_3(1 + \frac{V}{c}\cos\psi).$$

Частота ν_1 оценивается по времени неподвижной инерциальной системы K, а наблюдатель в движущейся точке P_1 будет воспринимать частоту ν_{01} из-за замедления времени в P_1 относительно системы K (смотри (364) и (365)):

$$\nu_{01} = \frac{\nu_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\nu_3(1 + \frac{V}{c}\cos\psi)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{376}$$

8. Пусть материальные точки P_1 и P_2 двигаются со скоростью V параллельно оси X, как показано на рисунке 69, а линия излучения из P_2 в P_1 составляет угол φ с осью X. Предположим, что пока излучение идет из P_2 в положение S, точка P_1 также достигает S. Частота излучения от точки P_2 вдоль линии SP_2 с точки зрения неподвижной системы отсчета K равна ν_3 из (375). Частота же излучения, принимаемого наблюдателем в движущейся точке P_1, равна ν_{01} по (376). Подставляя ν_3 из (375) в (376), найдем ν_{01}, учитывая, что $\cos\psi = \cos(\pi - \varphi) = -\cos\varphi$:

$$\nu_{01} = \nu_0.$$

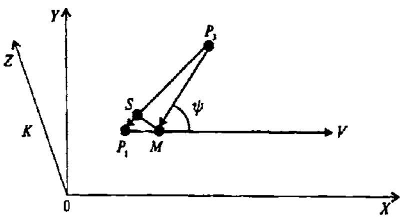


Рис. 68. Излучающая точка P_3 покоится, точка P_1 двигается вдоль оси X со скоростью V.

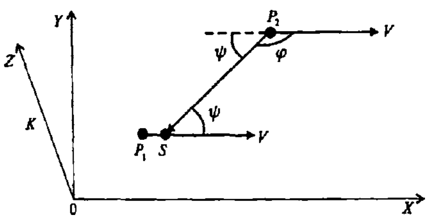


Рис. 69. Излучающая точка P_2 и точка P_1 двигаются синхронно вдоль оси X со скоростью V.

Мы получили, что при обмене сигналами между любыми двумя неподвижными друг относительно друга материальными точками наблюдатели в этих точках будут воспринимать одну и ту же частоту света независимо от того, покоятся ли эти точки относительно произвольной инерциальной системы K или двигаются относительно нее с постоянной скоростью V. Неизменность принимаемой частоты от состояния движения эквивалентна постоянству скорости света в каждой инерциальной системе, составленной из зафиксированных излучателей и приемников света. Если же приемник и излучатель двигаются друг относительно друга, то принимаемая частота излучения изменяется вследствие эффекта Допплера.

в) Скорость света и эфир.

Вышеизложенное обьясняет, что неизменность скорости света в инерциальных системах, принятая Эйнштейном в качестве первого постулата теории относительности, является следствием независимости частоты принимаемого излучения, испущенного источником в инерциальной системе, от скорости движения самой инерциальной системы. Для иллюстрации приведем следующий простой пример. Пусть на спокойной воде находятся приемник и генератор волн, связанные друг с другом жесткой штангой, а волны от генератора идут по воде с некоторой постоянной скоростью (в предположении, что их скорость не зависит от длины волны) и достигают приемника с частотой ν_0. Приведем в движение штангу вдоль ее длины вместе с приемником и генератором. Относительно неподвижной воды частота волн от генератора уменьшится по закону Допплера (генератор «убегает» от предыдущих испущенных волн), однако приемник набегает на встречные волны, так что для движущегося приемника принимаемая частота останется прежней. Наблюдатель в приемнике не заметит равномерного движения по воде и для него частота и скорость движения принимаемых волн не изменится.

Хотя инерциальные системы оказываются эквивалентными для наблюдателей в них, имеется одно то общее, что обеспечивает саму скорость движения волны, то есть среда, переносящая волну. На воде скорость поперечной волны определяется ускорением силы тяжести, поверхностным натяжением, длиной волны и плотностью воды; скорость звуковых волн зависит от модуля всестороннего сжатия (а также от модуля сдвига) и плотности вещества, где распространяется звук. Поэтому можно предположить, что скорость света, являющаяся в вакууме константой, определяется внутренними характеристиками той среды, где распространяются электромагнитные волны.

Сам факт постоянства скорости света говорит о том, что распространяющееся электромагнитное поле не является самостоятельным обьектом в том смысле, что не требует носителя, а скорее является движущимся возбуждением некоей среды типа покоящейся или движущейся заряженной плазмы. Такая среда по современным понятиям является физическим вакуумом, по старинным же определениям эта среда носит название эфир. Хотя понятие эфира в сознании ученых не раз было скомпрометировано, укажем здесь, что и по мнению Эйнштейна [229], наша неспособность выделить эфир в какой-либо системе отсчета и теория относительности в целом недостаточны для того, чтобы отвергнуть эфир. В разобранном выше примере состояния покоя и движения по воде оказались эквивалентными — приемник не чувствует движения по воде. Аналогично и мы не замечаем движения сквозь эфир. Тем не менее имеется возможность поставить определенные метки, которые, как можно полагать, однозначно связаны с эфиром в нашей области пространства и тем самым как бы фиксируют его для нас. Речь идет об фоновом реликтовом излучении Метагалактики, которое относительно Земли почти изотропно.

Найдем скорость Земли относительно системы координат K, связанной с фоновым излучением так, что в K излучение становится полностью изотропным. Используя (372) и (373), получаем для частот, принимаемых с разных сторон Земли:

$$\nu_{01} = \frac{\nu_0(1 + V/c)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \nu_{03} = \frac{\nu_0(1 - V/c)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

$$\frac{\nu_{01}}{\nu_{03}} = \frac{c + V}{c - V}, \quad V = \frac{c(\nu_{01} - \nu_{03})}{\nu_{01} + \nu_{03}} = \frac{c(T_{01} - T_{03})}{T_{01} + T_{03}},$$

здесь c — скорость света,

T_{01}, T_{03} — эффективные температуры излучения, принимаемого на Земле с двух противоположных сторон вдоль скорости ее движения относительно K.

Температуры T_{01} и T_{03} связаны с длинами волн, а значит и с принимаемыми частотами излучения законом смещения Вина (351). Если считать согласно [193], что

$$T_{01} - T_{03} = 7\cdot 10^{-3}\text{ К},\quad \frac{T_{01} + T_{03}}{2} = 2{,}726\text{ К},$$

то скорость Земли $V = 385$ км/с.

Интересно, что не только Земля (Солнечная система), но и близкие галактики и удаленные скопления галактик имеют небольшие скорости относительно системы координат K фонового излучения. Если у скопления галактик есть пекулярная скорость относительно K, то из-за взаимодействия электронов межгалактического газа скопления с фоновым излучением возникает изменение спектра миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов, которое может быть измерено. Согласно [10], скопление галактик A2218 имеет красное смещение $z = 0{,}17$. Если трактовать красное смещение как следствие разлета галактик и эффекта Допплера, то по (198) скорость удаления скопления равна 46300 км/с. В то же время пекулярная скорость скопления относительно фонового излучения не превышает 6000 км/с.

По данным из многих источников, Местная группа галактик вместе с нашей Галактикой двигается относительно фонового излучения со скоростью 600 км/с под углом 45° к скоплению галактик в Деве. Это движение можно разложить на две части — одна из них со скоростью 200 — 300 км/с в сторону скопления галактик в Деве, а основная часть скорости, как предполагается, возникает от влияния «Великого Аттрактора», расположенного в Местном сверхскоплении галактик и занимающего треть неба в южном полушарии Земли.

В картине сжимающейся Метагалактики, описанной в § 38, фоновое излучение естественно считать изотропным относительно центра Метагалактики, а скорость галактик небольшой относительно фонового излучения.

Благодаря своим волновым свойствам электромагнитное излучение покоящегося в инерциальной системе K атома выглядит для наблюдателя в K одинаковым независимо от скорости движения системы K. Ситуация такова, что каждая инерциальная система как бы обладает своим собственным эфиром — средой, в которой распространяются электромагнитные волны с одинаковой скоростью. С другой стороны, фоновое излучение позволяет в принципе привести две разные инерциальные системы, не находящиеся в контакте друг с другом, в одинаковое состояние движения относительно эфира.

Непростые свойства эфира создавали трудности для предлагавшихся моделей взаимодействия эфира с веществом и обусловили их многочисленность. Перечислим основные модели согласно [28], [71]:

1. Теория увлечения эфира Д. Г. Стокса (1845 г.), по которой эфир внутри тела полностью разделяет движение тела. Предполагается, что Земля полностью переносит содержащийся в ней эфир, а по мере удаления от Земли скорость эфира постепенно спадает до нуля. Опыт А. Майкельсона и Э. Морли (1887 г.) с интерферометром полностью согласуется с теорией Стокса, однако возникает противоречие с опытом Физо.

2. Теория частичного увлечения эфира телами О. Френеля (1818 г.). Френель полагал, что плотность эфира внутри тел ρ_{01} больше, чем плотность ρ_0 в вакууме, упругость эфира остается той же самой, а степень увлечения эфира пропорциональна величине $(\rho_{01} - \rho_0)/\rho_{01}$. Представления Френеля были подтверждены опытом А. Физо (1850 г.) в текущей воде.

3. В 1804 г. Т. Юнг обьяснил аберрацию света звезд в предположении, что эфир покоится в пространстве и свободно проникает сквозь любые тела.

4. В 1891 г. Дж. Фитцджеральд и в 1892 г. Г. А. Лоренц независимо предположили, что движение тел в эфире приводит к уменьшению их размеров вдоль направления движения за счет давления эфира. Сам же эфир остается полностью неподвижным

при любых перемещениях вещества. В 1899 г. Лоренц установил, что если дополнительно учесть эффект замедления времени, то все электромагнитные явления в движущихся инерциальных системах происходят также, как в покоящихся относительно эфира. Дж. Лармор (1901 г.) и А. Пуанкаре (1904 г.) пришли к тем же результатам.

Указанные взаимоисключающие гипотезы обьясняли некоторые опыты и противоречили другим, поэтому было трудно выбрать единственный правильный подход. Полностью все явления были корректно описаны теорией относительности.

Однако абсолютизация относительности приводит к недопустимому, на наш взгляд, затушевыванию проблемы эфира (физического вакуума) и его свойств. Такие факты, как постоянство скорости света, замедление времени, сокращение размеров, рост массы тел с увеличением их скорости, силы инерции, эффекты типа анизотропии реликтового фонового излучения явственно требуют существования эфира как источника и причины возникновения подобных эффектов.

г) Некоторые динамические явления.

1. Пусть в инерциальной системе K вдоль оси X находятся три неподвижных материальных точки P_1, P_2, P_3, причем точка P_2 является излучателем, а P_1 и P_3 — приемники этого излучения. Если ν_0 — частота излучения, λ_0 — длина волны, n — число гребней (волн) в фотоне, то $h\nu_0$ — энергия одного фотона, $\ell_0 = n\lambda_0$ — пространственная длина фотона, c/ℓ_0 – число фотонов в приемнике в единицу времени. Мощность принимаемого излучения в точках P_1 и P_3 одинакова:

$$\frac{dE_0}{dt} = I_0 = \frac{ch\nu_0}{\ell_0},$$

где h — постоянная Планка,
c — скорость света.

Предположим, что точка P_2 стала приближаться к P_1 со скоростью V, соответственно удаляясь от P_3 с такой же скоростью. Регистрируемая частота в P_1 увеличится до значения (369):

$$\nu_1 = \frac{\nu_0\sqrt{c+V}}{\sqrt{c-V}},$$ а длина волны $\lambda_1 = c/\nu_1$ уменьшится.

С уменьшением λ_1 уменьшится и длина фотона до значения ℓ_1:

$$\ell_1 = n\lambda_1 = \frac{\ell_0}{\lambda_0}\lambda_1,$$

так как число волн или гребней n в фотоне не изменится. Для мощности принимаемого в P_1 излучения получим:

$$\frac{dE_1}{dt} = I_1 = \frac{ch\nu_1}{\ell_1} = \frac{I_0(c+V)}{c-V}.$$

Аналогично, принимаемая мощность в P_3 будет такова:

$$\frac{dE_3}{dt} = I_3 = \frac{I_0(c-V)}{c+V}.$$

Учитывая, что энергия фотона $W = h\nu$, импульс фотона $p = \dfrac{h\nu}{c}$, в единицу времени в точках P_1 и P_3 фотоны перенесут импульс $\dfrac{c}{\ell_1}\cdot\dfrac{h\nu_1}{c} = \dfrac{h\nu_1}{\ell_1}$ и $\dfrac{c}{\ell_3}\cdot\dfrac{h\nu_3}{c} = \dfrac{h\nu_3}{\ell_3}$ соответственно. Силы давления на точки P_1 и P_3 от фотонов из P_2 есть импульс в единицу времени:

$$F_1 = \frac{h\nu_1}{\ell_1} = \frac{I_0(c+V)}{c(c-V)}, \quad F_3 = \frac{h\nu_3}{\ell_3} = \frac{I_0(c-V)}{c(c+V)}.$$

Разность сил равна:

$$F_1 - F_3 = \frac{4I_0V}{c^2 - V^2}. \tag{377}$$

Найдем кажущиеся силы, которые действуют на движущуюся излучающую точку P_2 от уходящего излучения, с точки зрения наблюдателя покоящейся инерциальной системы K. Пусть t_{02} — время излучения фотона по внутренним часам материальной точки P_2. Если бы P_2 покоилась в системе K, то произведение ct_{02} равнялось бы длине фотона ℓ_0. Однако P_2 движется со скоростью V и для наблюдателя системы K время $t_2 > t_{02}$ вследствие эффекта замедления времени, а длина испущенных в сторону точек P_1, P_3 фотонов изменяется:

$$\ell_1 = t_2(c - V), \quad \ell_3 = t_2(c + V).$$

Частота испускания фотонов из P_2 по мнению наблюдателя в K равна:

$$\frac{dN}{dt_2} = \frac{1}{t_2} = \frac{c - V}{\ell_1} = \frac{c + V}{\ell_3}.$$

Длина фотонов ℓ_1, ℓ_3 меняется также, как длина волны:

$$\ell_1 = \frac{\ell_0(c - V)}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \ell_3 = \frac{\ell_0(c + V)}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Сила отдачи излучения на точку P_2 равна:

$$F_1 = \frac{dN}{dt_2}\cdot\frac{h\nu_1}{c} = \frac{I_0(c + V)}{c^2} \text{ — от фотонов, испущенных в сторону } P_1,$$

$$F_3 = \frac{dN}{dt_2}\cdot\frac{h\nu_3}{c} = \frac{I_0(c - V)}{c^2} \text{ — от фотонов, испущенных в сторону } P_3.$$

Разность сил F_1 и F_3 как будто бы должна тормозить точку P_2:

$$\Delta F = F_1 - F_3 = \frac{2I_0V}{c^2}. \tag{378}$$

С точки же зрения наблюдателя в самой движущейся точке P_2, излучение от P_2 идет равномерно по всем направлениям и не должно ее тормозить.

2. Рассмотрим обратную задачу. Пусть движущаяся со скоростью V материальная точка P_2 является приемником излучения, а неподвижные относительно инерциальной системы K материальные точки P_1 и P_3 являются излучателями с частотой ν_0. Движение точки P_2 происходит вдоль отрезка P_1P_3 в сторону P_1 Найдем вначале кажущуюся силу светового давления на P_2 с точки зрения неподвижного наблюдателя в K. Так как P_2 приближается к P_1, то в единицу времени через P_2 пройдет $(c + V)/\ell_0$ фотонов с длиной волны λ_0, длиной фотона ℓ_0, частотой ν_0 и импульсом $h\nu_0/c$. Тогда сила светового давления со стороны P_1 равна:

$$F_1 = \frac{(c+V)}{\ell_0} \cdot \frac{h\nu_0}{c} = \frac{I_0(c+V)}{c^2},$$

где $I_0 = \dfrac{ch\nu_0}{\ell_0}$ — мощность излучения из P_1 вдоль линии P_1P_2.

Для силы F_3 получим: $F_3 = \dfrac{I_0(c-V)}{c^2}$.

Полная кажущаяся сила светового давления на P_2 равна:

$$\Delta F = F_1 - F_3 = \frac{2I_0V}{c^2}, \text{ что совпадает с (378).}$$

Для внутреннего наблюдателя в точке P_2, реально производящего измерения светового давления, ситуация оказывается иной. Вследствие замедления времени скорость отсчета фотонов в P_2 со стороны P_1 будет такова:

$$\frac{dN_1}{dt_{02}} = \frac{dN_1}{dt_2\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{c+V}{\ell_0\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

Частота фотонов, принимаемых в P_2 со стороны P_1, согласно (372) равна:

$$\nu_{01} = \frac{\nu_0\sqrt{c+V}}{\sqrt{c-V}}.$$

Тогда сила со стороны P_1 равна:

$$F_1 = \frac{dN_1}{dt_{02}} \cdot \frac{h\nu_{01}}{c} = \frac{I_0(c+V)}{c(c-V)}.$$

Аналогично находим F_3:

$$F_3 = \frac{dN_3}{dt_{02}} \cdot \frac{h\nu_{03}}{c} = \frac{I_0(c-V)}{c(c+V)}.$$

Внутренний наблюдатель в точке P_2 отмечает силу светового давления, которая существенно отличается от (378) и совпадает с (377):

$$F_1 - F_3 = \frac{4I_0V}{c^2 - V^2}.$$

При больших скоростях V полученная разность сил быстро растет и наблюдатель в P_2 будет уверен, что его скорость не может быть больше скорости света. Таким образом, если тело движется относительно системы координат K, в которой фоновое реликтовое излучение изотропно (например, как Земля), то это тело будет тормозиться относительно такой системы K.

3. Пусть в инерциальной системе K имеются три материальные точки P_1, P_2, P_3, причем P_1 и P_3 неподвижны и являются приемниками излучения (ситуация как на рисунке 65). Предположим, что вначале неподвижная материальная точка P_2 превращается в два фотона, летящих к P_1 и к P_3 соответственно, так что полная энергия материальной точки переходит в энергию фотонов. Если ν_0 — частота фотонов, то полная энергия равна:

$$E_0 = 2h\nu_0,$$

где h — постоянная Планка.

Если точка P_2 движется со скоростью V по направлению к P_1, то к энергии покоя добавляется кинетическая энергия движения и полная энергия точки P_2 увеличивается. При распаде движущейся точки P_2 на два фотона частота, принимаемая в точках P_1 и P_3 изменится вследствие замедления времени в P_2 и эффекта Доплера согласно (369) и (370):

$$\nu_1 = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - V/c}, \quad \nu_3 = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V/c}.$$

Полная энергия фотонов и движущейся материальной точки P_2 до распада равна:

$$E = h\nu_1 + h\nu_3 = \frac{2h\nu_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

При $V = 0$ полная энергия E переходит в энергию покоя E_0. Найдем E_0 с учетом того обстоятельства, что при малых скоростях разность энергий $E - E_0$ должна равняться кинетической энергии E_K точки P_2:

$E_K = \dfrac{mV^2}{2}$, где m — масса точки, V — скорость движения точки P_2.

Тогда можно записать:

$$E_K = E - E_0, \quad \frac{mV^2}{2} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1\right).$$

При малых скоростях выражение в скобке можно разложить в ряд Тейлора и ограничиваясь первым ненулевым членом при второй производной, найти энергию покоя:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{E_0V^2}{2c^2}, \quad E_0 = mc^2.$$

В результате полная энергия E и кинетическая энергия E_K будут равны:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad E_K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1\right). \qquad (379)$$

Из связи массы тела с его энергией следует, например, что можно увеличить массу тела нагреванием, поскольку при этом тело получает тепловую энергию.

Найдем зависимость меры инерции тела от скорости. При малых скоростях мерой инерции является масса m, однако в общем случае она может зависеть от скорости: $m = m(V)$. Применим закон сохранения импульса к движущейся материальной точке P_2 до и после ее распада на фотоны:

$p = m(V)V$ — импульс точки P_2 до распада,

$p = \dfrac{h\nu_1}{c} - \dfrac{h\nu_3}{c} = \dfrac{2h\nu_0 V}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \dfrac{mV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ — суммарный импульс фотонов с учетом их противоположного движения и равенства:

$$E = mc^2 = 2h\nu_0.$$

Приравнивая импульсы, находим зависимость для $m(V)$:

$$m(V) = \frac{m}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (380)$$

Величина $m(V)$ называется релятивистской массой, при $V = 0$ она равна обычной массе m. Нетрудно убедиться, что полная энергия E (379), энергия покоя E_0 и импульс p связаны между собой:

$$E = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}, \tag{381}$$

здесь $p = \dfrac{mV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ — релятивистский импульс, (382)

$E_0 = mc^2$ — энергия покоя.

Из (382) видно, что справедливо также соотношение:

$$pc = \frac{EV}{c}.$$

Законы сохранения энергии и импульса в релятивистской механике формулируются также, как и в обычной механике, необходимо лишь использовать соответствующие выражения для полной энергии (379) и для импульса (382).

д) Преобразования Лоренца.

Пусть относительно неподвижной инерциальной системы K движется инерциальная система K'. Будем считать, что прямоугольные оси координат каждой системы сделаны из жесткого и прочного материала. В начальный момент совместим начала координат O, O', оси Y, Y', Z, Z', X, X', показания часов $t = t' = 0$. Пусть теперь система K' движется целиком вправо вдоль оси X системы K со скоростью V (рисунок 70, системы K и K' для наглядности разнесены друг от друга вдоль оси Y). Из рисунка 70 видно, что для произвольной точки X выполняется соотношение:

$$OX = OP + PX. \tag{383}$$

Обозначим $OX = x$ — координата точки X. Если t — время в системе K, то:

$$OP = Vt, \tag{384}$$

где V — скорость движения системы K' и начала координат O' относительно K. Чтобы найти отрезок PX, нужно спроектировать $O'X'$ на ось X системы K. Материальная ось X' системы K' из-за лоренцевского сокращения при движении со скоростью V должна укоротиться относительно оси X системы K, как и все материальные тела вдоль направления своего движения (смотри (368)). Обозначая $O'X' = x'$, получим:

$$PX = x'\sqrt{1 - V^2/c^2}. \tag{385}$$

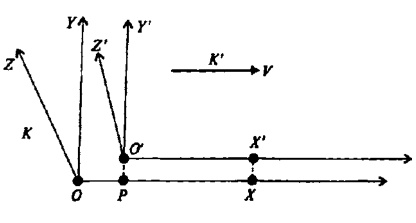


Рис. 70. Система отсчета K' двигается вправо вдоль оси X неподвижной системы отсчета K со скоростью V.

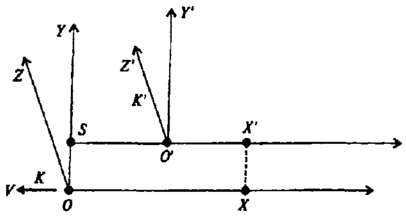


Рис.71.Система отсчета K двигается влево вдоль оси X' неподвижной системы отсчета K' со скоростью V.

Проекция PX короче, чем $O'X' = x'$, хотя x' остается неизменным для наблюдателя в K' вследствие одновременного сокращения всех масштабов в K'. Подставляя (384) и (385) в (383), находим:

$$x = Vt + x'\sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \tag{386}$$

В (386) координата x и время t друг от друга не зависят, для каждого x и t можно найти соответствующее значение x', и наоборот, для любого t каждому x' соответствует свое x. Если использовать принцип относительности, то инерциальные системы K и K' эквивалентны в том смысле, что если относительно системы K материальная ось X' укорачивается, то тоже самое можно сказать про материальную ось X, рассматриваемую относительно системы K'. Представим теперь взаимное движение систем K и K' с точки зрения наблюдателя в K' (рисунок 71). Система K' является неподвижной, в то время как система K движется влево со скоростью V. Для произвольной точки X' имеем:

$$SX' = SO' + O'X'.$$

Точка X' связана с точкой X движущейся системы K, причем проекция OX на ось X' будет меньше OX вследствие лоренцевского сокращения длины:

$$SX' = OX\sqrt{1 - V^2/c^2} = x\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

Точка S есть проекция движущейся точки O на ось X', поэтому $SO' = Vt'$ Поскольку $O'X' = x'$, окончательно получаем:

$$x\sqrt{1 - V^2/c^2} = Vt' + x', \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{387}$$

Преобразование (387) является обратным по отношению к (386) и отличается от него лишь знаком перед скоростью V и заменой штрихованных величин на нештрихованные. Подставим теперь x' из (386) в (387) и выразим t' через x и t:

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{388}$$

Если подставить x из (387) в (386), то можно выразить t через x' и t':

$$t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{389}$$

Соотношения (386) и (388) вместе с условиями $y' = y$, $z' = z$ являются так называемыми прямыми преобразованиями Лоренца, аналогично соотношения (387) и (389) называются обратными преобразованиями Лоренца. Все эти преобразования при малых скоростях V по сравнению со скоростью света переходят в преобразования Галилея: $x' = x - Vt$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$.

Вернемся на рисунке 70 в тот момент, когда начала координат обеих инерциальных систем K и K' совпадали, а часы были установлены на нуль: $t = t' = 0$. Предположим, что в этот момент из начала координат стала двигаться некая материальная точка, уравнения движения которой будут:

$$x' = V'_X t', \quad y' = V'_Y t', \quad z' = V'_Z t', \quad \text{— в системе } K', \tag{390}$$

$$x = V_X t, \quad y = V_Y t, \quad z = V_Z t \quad \text{— в системе } K. \tag{391}$$

Система K' двигается относительно системы K со скоростью V и кооординаты точки, а следовательно и ее скорости можно выразить друг через друга.

Подставляя в (390) вместо x', t' их значения из (386) и (388) с учетом $y' = y$, $z' = z$, и сравнивая результат с (391), находим релятивистский закон сложения скоростей:

$$V_X = \frac{V'_X + V}{1 + V'_X V/c^2}, \quad V_Y = \frac{V'_Y\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V'_X V/c^2}, \tag{392}$$

$$V_Z = \frac{V'_Z\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V'_X V/c^2}.$$

Обозначим модуль полной скорости материальной точки через v в системе K и через v$'$ в системе K':

$$\mathrm{v} = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2}, \quad \mathrm{v}' = \sqrt{V_X'^2 + V_Y'^2 + V_Z'^2}$$

Выражая V_X, V_Y, V_Z с помощью (392), нетрудно убедиться в следующем:

$$\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2} = \frac{\sqrt{1 - \mathrm{v}'^2/c^2}\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V'_X V/c^2}.$$

Теперь легко можно найти формулы преобразования проекций импульса P и полной энергии E:

$$P_X = m(\mathrm{v})V_X = \frac{mV_x}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{m(V'_X + V)}{\sqrt{1 - \mathrm{v}'^2/c^2}\sqrt{1 - V^2/c^2}} =$$

$$= \frac{m(\mathrm{v}')(V'_X + V)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{P'_X + VE'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \tag{393}$$

$$P_Y = m(\mathrm{v})V_Y = \frac{mV_Y}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{mV'_Y}{\sqrt{1 - \mathrm{v}'^2/c^2}} = m(\mathrm{v}')V'_Y = P'_Y,$$

$$P_Z = P'_Z,$$

$$E/c^2 = m(\mathrm{v}) = \frac{m}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{m(1 + V'_X V/c^2)}{\sqrt{1 - \mathrm{v}'^2/c^2}\sqrt{1 - V^2/c^2}} =$$

$$= \frac{m(\mathrm{v}') + m(\mathrm{v}')V'_X V/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{E'/c^2 + P'_X V/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{394}$$

Соотношения (393) и (394) аналогичны преобразованиям Лоренца (387) и (389) соответственно.

Найдем зависимость для продольной и поперечной масс, стоящих в аналоге закона Ньютона в теории относительности. В релятивистском случае уравнение Ньютона имеет вид:

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \boldsymbol{F}, \tag{395}$$

где $\boldsymbol{P}$ — релятивистский импульс (382),

$\boldsymbol{F}$ — сила.

Пусть в начальный момент тело движется только вдоль оси X со скоростью V и на него действует сила F. Тогда проекция уравнения (395) на ось X дает:

$$F_X = \frac{m(\mathrm{v})V_X - m(V)V}{dt} = \frac{\dfrac{mV_X}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} - \dfrac{mV}{\sqrt{1-V^2/c^2}}}{dt}.$$

Учитывая,что: $\mathrm{v} = V + (dV)_X + (dV)_Y + (dV)_Z$, $\mathrm{v}^2 \sim V^2 + 2V\,dV_X$,
$V_X = V + dV_X$,

путем разложения выражения $\dfrac{mV_X}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$ в ряд по малому параметру dV_X

получаем: $$\frac{mV_X}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{m(V+dV_X)}{\sqrt{1-\dfrac{V^2+2V\,dV_X}{c^2}}} \sim \frac{mV}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m\,dV_X}{(1-V^2/c^2)^{1,5}},$$

$$F_X = \frac{m}{(1-\mathrm{v}^2/c^2)^{1,5}}\cdot\frac{dV_X}{dt}, \qquad (396)$$

где $\dfrac{dV_x}{dt}$ — ускорение вдоль оси X.

Для осей Y, Z получаются другие выражения, так как $V_Y = dV_Y$, $V_Z = dV_Z$, а начальные скорости вдоль осей Y, Z равны нулю:

$$F_Y = \frac{m(\mathrm{v})V_Y - m(V)\cdot 0}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}\cdot\frac{dV_Y}{dt}, \qquad (397)$$

$$F_Z = \frac{m}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}\cdot\frac{dV_Z}{dt}.$$

Коэффициент перед ускорением в (396) называется продольной массой, а коэффициент перед ускорениями в (397) — поперечной массой.

Таким образом, мы представили основополагающие соотношения специальной теории относительности, выведенные в несколько другой аксиоматике. Основными постулатами нашего подхода являются замедление времени в движущихся телах и принцип относительности, а к главным достижениям следует отнести обьяснение постоянства скорости распространения электромагнитных сигналов в инерциальных системах, вытекающее из совпадения частоты передаваемых и принимаемых сигналов, и восстановление в своих правах концепции эфира как среды, в которой распространяются электромагнитные волны и кванты. Здесь мы можем предположить два крайних случая: эфир как статичная неподвижная заряженнная плазма, передающая сама электромагнитные колебания и взаимодействующая с излучением (как межпланетная плазма в Солнечной системе), и эфир, состоящий из сгустков и пучков движущейся плазмы, переносящих в себе собственные электромагнитные колебания (модель одиночного фотона, § 47). Как всегда, истина лежит посередине, обе картины имеют право на существование и дополняют друг друга. Простейшей моделью эфира может быть иерархическая структура из частиц вещества и частиц поля (колебаний вещества) всевозможных размеров и масс, движущихся с разными характерными скоростями.

В заключение рассмотрим вопрос о том, справедливо ли считать скорость света максимальной скоростью передачи информации или возмущений от одного обьекта к другому. Предположим, что существуют такие летучие мыши, отсутствие зрения у которых полностью скомпенсировано наличием ультразвукового локатора, с помощью которого каждая мышь оценивает расстояния до окружающих ее предметов и тем самым «видит» их. Движение мыши искажает видимую ею ультразвуковую картину благодаря сложению скоростей ультразвука в воздухе и самой мыши, что в принципе позволяет ей измерять скорость своего движения. Если ввести систему отсчета, в которой расстояния и время отсчитываются с помощью ультразвукового сигнала, то повторяя рассуждения данного параграфа, мы придем к ультразвуковой теории относительности. При этом у нас в формулах появится лоренцевский фактор вида $\sqrt{1 - v^2/C_y^2}$, где v — соответствующая скорость движения тела относительно выбранной системы отсчета, а C_y — скорость ультразвука (обычная его частота у мышей — 30–60 кГц) в воздухе. Вероятно, для мыши скорость C_y может показаться предельной, но мы то знаем, что скорость света во много раз больше — почти в миллион раз. Таким образом, присутствие скорости света в лоренцевском факторе отражает совсем не ее «предельность» для скорости возможного движения или скорости передачи информации вообще, а степень искажения картины мира, возникающей из-за относительного движения наблюдателя и ограниченности величины скорости света. Отсюда можно сделать вывод, что теория относительности отнюдь не запрещает сверхсветовых скоростей движения частиц или волн и таких же скоростей передачи информации. Вопрос о сверхсветовых скоростях будет вновь обсуждаться в § 47.

§ 43. Колебания внутри материальных тел и волны де Бройля

Обратимся к волновым свойствам микрочастиц. У фотона корпускулярно-волновой дуализм заключается в том, что он представляет собой цуг бегущих друг за другом отдельных волн (смотри § 38, пункт б). Для микрочастиц в отличие от фотона возможны волны внутренних пульсаций и в том случае, когда микрочастица покоится. Мы используем концепцию внутренних колебаний микрочастиц для оценки радиуса протона и связи с волнами де Бройля. Если протон покоится в возбужденном состоянии с полной энергией E, то он может испустить квант энергии с частотой своих внутренних колебаний ν' и перейти в состояние с энергией, равной энергии покоя E_0:

$$\Delta E = E - E_0 = h\nu', \quad E_0 = -M_p c^2, \tag{398}$$

здесь ΔE — энергия возбуждения,
h — постоянная Планка,
M_p — масса покоя,
c — скорость света.

Если протону сообщить дополнительную энергию порядка $+M_p c^2$, то его полная энергия станет близка к нулю и протон будет близок к распаду. Следовательно, при $E \sim 0$ внутренние колебания в протоне могут достигнуть наибольшей амплитуды, а энергия колебаний может быть сравнима с энергией покоя.

Будем считать, что в случае возбужденного протона простейшим колебанием с максимальной амплитудой является замкнутая радиальная сферическая волна, периодически бегущая от центра протона (точка R_p на рисунке 72) к его краям (точки O' и $2R_p$) и обратно. Из рисунка 72 видно, что наибольшей длиной волны является $\lambda' = 2R_p$, где R_p — радиус протона. Если скорость волны равна скорости света, то приравнивая энергию покоя протона энергии волны, получим:

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{2R_p}, \quad -E_0 = M_p c^2 = h\nu' = \frac{hc}{2R_p}, \quad R_p = \frac{h}{2M_p c},$$

здесь ν' — частота волны,
c — скорость света,
λ' — длина волны,
E_0 — энергия покоя,
M_p — масса протона,

h — постоянная Планка.

Полученное соотношение для радиуса совпадает с формулой для радиуса протона (82).

Поскольку сферическая волна вдоль оси X' замкнута в пределах (O', $2R_p$), ее можно считать зацикленной стоячей волной и описать с помощью двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях оси X':

$$U_1 = A\sin(\omega' t' - k'x' + \varphi_1), \quad U_2 = A\sin(\omega' t' + k'x' + \varphi_2),$$

$$U = U_1 + U_2 = 2A\cos(k'x' + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})\sin(\omega' t' + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}),$$

здесь A — амплитуды волн,

ω' — угловая частота колебаний, $\omega' = 2\pi\nu'$,

$k' = 2\pi/\lambda'$ — волновое число,

φ_1, φ_2 — начальные фазы колебаний,

U — суммарное колебание в любой заданной точке с координатой x' в некоторый момент времени t'.

Так как выбор фаз произволен, то положив $\varphi_1 = \pi$, $\varphi_2 = 0$, получим:

$$U = 2A\sin(k'x')\cos(\omega' t'). \qquad (399)$$

Соотношение (399) при $t' = 0$ соответствует положению волны внутри круга на рисунке 72, а выражение $2A\sin(k'x')$ описывает распределение амплитуды волны вдоль оси X'. Если волна симметрична в пространстве, то в точках $R_p/2$, $3R_p/2$ в рассматриваемый момент времени находятся пучности волны, которые означают наибольшую амплитуду движения среды, где распространяется волна. Положение бегущих навстречу друг другу волн U_1 и U_2 в этот момент соответствует положениям 3 и 4, стрелки показывают скорости движения. При сдвиге волны U_1 вправо на четверть длины волны она займет положение 1, волна U_2 переместится в положение 2, а суммарное колебание $U = U_1 + U_2$ обратится в нуль. Это же следует и из (399) при $\cos(\omega' t') = 0$. Для этого момента времени можно считать, что движение среды отсутствует, а некоторая кинетическая энергия колебаний перешла в потенциальную энергию.

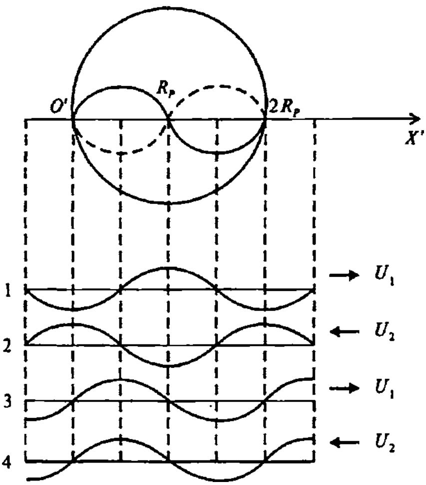


Рис. 72. Схема внутренних радиальных колебаний в протоне. Точка R_p – центр протона, точка $2R_p$ показывает диаметр протона. 1 и 2, 3 и 4 – бегущие навстречу друг другу отдельные волны в разные моменты времени, образующие стоячую волну по соотношению (399).

Предположим теперь, что протон вместе со своей зацикленной стоячей волной (399) двигается со скоростью V вдоль оси X инерциальной системы K. Применим к координатам x' и t' в (399) соответствующие преобразования Лоренца (386), (388) и перейдем к координатам x, t системы K:

$$U = 2A\sin(\frac{k'(x - Vt)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}})\cos(\frac{\omega'(t - Vx/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}). \qquad (400)$$

Выражение (400) является произведением двух распространяющихся с разными скоростями волн, причем каждая из них модулирует по амплитуде другую. Пусть мы имеем двух наблюдателей, один из которых в момент времени t находится в точке с координатой $x = Vt$. Тогда синус в (400) обращается в нуль и наблюдатель обнаруживает нулевую амплитуду колебаний в движущейся точке $x' = 0$ (узел колебаний на рисунке 72). При этом для косинуса имеем:

$$\cos(\frac{\omega'(t - Vx/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}) = \cos(\frac{\omega'(t - tV^2/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}) = \cos(\omega' t\sqrt{1 - V^2/c^2}) = \cos\omega t,$$

$$\omega = \omega'\sqrt{1 - V^2/c^2},$$

то есть отмечаемая наблюдателем угловая частота колебаний ω меньше, чем собственная частота колебаний протона ω' в соответствии с эффектом замедления времени. Наш второй наблюдатель в тот же момент времени t находится в точке с координатой $x = c^2 t/V$, и для него косинус в (400) равен единице, а амплитуда колебаний максимальна. Измеряемая им угловая частота W при этом совпадает с частотой синуса:

$$\sin(\frac{k'(x - Vt)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}) = \sin(\frac{k'(\frac{c^2 t}{V} - Vt)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}) = \sin(\frac{k' t c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}{V}) = \sin Wt,$$

где $W = \dfrac{k'c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}{V}$.

Учитывая, что $k' = 2\pi/\lambda' = 2\pi\nu'/c = \omega'/c$, $\omega = \omega'\sqrt{1 - V^2/c^2}$, второй наблюдатель обнаружит частоту, превышающую частоту ω первого наблюдателя:

$$W = \frac{c\omega}{V}.$$

С другой стороны, выражение $x = Vt$, извлеченное из (400), есть уравнение движения начала координат, связанного с протоном ($x' = 0$ для точки O' на рисунке 72) и самого протона со скоростью V, а выражение $x = c^2 t/V$ означает, что скорость движения максимальной амплитуды стоячей волны (400) равна $V_Б = c^2/V$, что больше скорости света.

Подобную большую скорость нетрудно получить с помощью обычного зеркала, которое вращается с угловой скоростью Ω, а зайчик от зеркала бежит по стене, удаленной на расстояние S. Тогда скорость передвижения зайчика вдоль стены равна ΩS и при большом S может превысить скорость света. Однако при этом энергия и информация от одной точки стенки до другой не переносится, поскольку направление скорости движения зайчика не совпадает с направлением распространения фотонов. Сверхсветовую скорость обычно называют фазовой в отличие от групповой, которая обычно не превышает скорости света и является скоростью переноса энергии.

Оценим длину волны де Бройля $\lambda_Б$, то есть пространственное разделение между пиками максимальной амплитуды в (400). Для этого положим $t = 0$ в (400), как бы заморозив в этот момент волну в пространстве:

$$U(t = 0) = 2A\sin(\frac{k'x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}})\cos(\frac{-\omega' Vx}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}). \qquad (401)$$

Период косинуса в (401) равен 2π, то есть $\cos 0 = \cos(\pm 2\pi) = 1$. При $x = 0$ реализуется случай $\cos 0 = 1$, а при $x = \lambda_Б$ — случай, когда $\cos(-2\pi) = 1$.

Следовательно, можно записать:

$$\cos\left(\frac{-\omega' V \lambda_Б}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = \cos(-2\pi),$$

$$\lambda_Б = \frac{2\pi c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}{\omega' V}.$$

Учитывая, что $\omega' = 2\pi\nu'$, $\Delta E = E - E_0 = h\nu'$, согласно (398) получаем:

$$\lambda_Б = \frac{hc^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}{V\Delta E}. \qquad (402)$$

Для колебаний с максимальной амплитудой $\Delta E \sim M_p c^2$ и $\lambda_Б$ равна:

$$\lambda_Б = \frac{h\sqrt{1 - V^2/c^2}}{M_p V} = \frac{h}{P}, \qquad (403)$$

здесь мы обозначили релятивистский импульс $P = \dfrac{M_p V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$.

Аналогично можно найти длину волны для синуса в (401), учитывая, что $k' = 2\pi/\lambda'$:

$$\frac{k'\lambda}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = 2\pi, \quad \lambda = \lambda'\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

У нас получился релятивистский эффект сокращения длины — наблюдаемая длина волны λ короче, чем величина $\lambda' = 2R_p$, где R_p — радиус покоящегося возбужденного протона.

Если описанная выше картина верна, то волны де Бройля являются следствием релятивистских поправок к фазам в стоячей волне, перемещающейся как целое в пространстве вместе с микрочастицей. Соотношение (403) оказывается справедливым и для электронов. Как будет показано в § 46, электрон в атоме водорода в основном состоянии не может быть самостоятельной частицей и превращается в облако вокруг ядра. По-видимому это касается и других атомов. В соответствии с постулатом Бора в атоме водорода происходит квантование орбитального момента импульса электрона L:

$$L = RP = \frac{nh}{2\pi}, \text{ откуда с учетом (403) имеем: } \frac{2\pi R}{n} = \frac{h}{P} = \lambda_Б,$$

здесь R — радиус орбиты,
P — импульс электрона, перпендикулярный радиусу круговой орбиты,
n — квантовое число,
h — постоянная Планка.

Следовательно, на n-ой орбите как бы укладывается n волн де Бройля на длине окружности радиуса R. Непосредственно проявление волн де Бройля было подтверждено в опытах Дэвиссона и Джермера (1927 г.) при изучении распределения медленных отраженных электронов от поверхности металлов, а затем в опытах по дифракции быстрых электронов (Дж. П. Томсон) и в тонких поликристаллических металлических пленках (П. С. Тартаковский). Эксперименты О. Штерна (1930 г.) показали существование волновых свойств также у атомов и молекул.

Поскольку волновые свойства микрочастиц наблюдаются в специально приготовленных ситуациях, то можно предположить, что наибольшая амплитуда их внутренних колебаний, а значит и волн де Бройля, наблюдается в момент, когда происходит активный обмен энергии взаимодействующих микрочастиц. Длина волны де Бройля всегда превышает размеры микрочастицы и поэтому оказывается характерным масштабом взаимодействия, носящего, по-видимому, резонансный характер.

При малых энергиях возбуждения ΔE в (402) длина волны де Бройля частицы велика, а при увеличении энергии до предельного значения $\Delta E = mc^2$, где m — масса частицы, $\lambda_Б$ непрерывно уменьшается до величины (403), являющейся граничной и тем самым проявляющейся в эксперименте.

Применение идеи внутренних колебаний к черным дырам позволяет нам независимым образом оценить величину звездной постоянной для вырожденных обьектов. В соответствии с (398) для черной дыры можно записать:

$$h'_S = \frac{\Delta E}{\nu}, \tag{404}$$

где h'_S — звездная постоянная,

ΔE — энергия возбуждения,

ν — частота собственных колебаний черной дыры.

Теперь необходимо найти соответствие между ΔE и ν. Квазинормальные моды колебаний черных дыр были расчитаны в [213], [257], причем оказалось, что наличие вращения или заряда для неэкстремальных черных дыр не сильно влияет на частоты колебаний. Рассмотренные колебания аналогичны быстро затухающему чистому звучанию колокола с небольшой начальной амплитудой. Для сфероидальной гармоники $\ell = 2$, возможной у всех типов черных дыр, в приближении шварцильдовской черной дыры для частоты нерадиальных колебаний получается:

$$\nu = \frac{0{,}37367\, c^3}{2\pi \gamma M},$$

где c — скорость света,

γ — гравитационная постоянная,

M — масса черной дыры.

Поскольку энергия колебаний мала, то должно выполняться условие: $\Delta E \ll |E_0| = Mc^2$. Для оценки ΔE используем подобие между черной дырой и протоном. Известно, что первому возбужденному состоянию протона соответствует барион $\Delta 1$ (1232) — резонанс со временем жизни 10^{-23} сек и энергией 1232 МэВ в энергетических единицах [147]. Данный резонанс получается при умеренно жестком столкновении протона с другой частицей. Так как модуль энергии протона $|E_0| = 938{,}28$ МэВ, то для этого резонанса $\Delta E = 293{,}72$ МэВ $= 0{,}31\,|E_0| = 0{,}31\, M_p c^2$ Возвращаясь к черной дыре, будем считать, что для нее $\Delta E < 0{,}31\, Mc^2$ и она еще не переходит в новое состояние типа резонанса $\Delta 1$, как в достаточной мере возбужденный протон. Подставляя величины ν и ΔE в (404), массу черной дыры $M = 1{,}414\, M_C$ как в § 35, получим верхнюю оценку h'_S:

$$h'_S < \frac{0{,}31\, M^2 \cdot 2\pi\gamma}{0{,}37367\, c} = 9{,}2 \cdot 10^{42} \text{ Дж·с}. \tag{405}$$

Для сравнения укажем, что звездная постоянная для звезд главной последовательности $h_S = 1{,}76 \cdot 10^{42}$ Дж·с согласно (98). Как будет показано в § 46, для вырожденных звезд постоянная h'_S действительно больше h_S и несколько меньше величины (405).

§ 44. Спиральность, заряды и магнитные моменты частиц

Понятие спиральности связывает преимущественную проекцию спина частицы I на направление ее движения, задаваемого импульсом p, и является квантово-механической характеристикой. Если спиральность положительна, то частица имеет правовинтовую (правокруговую) или просто правую спиральность (поляризацию), левая спиральность соответственно является отрицательной. Изучение различных видов распадов, таких как бета-распад радиоактивных ядер с образованием электронов и нейтрино, распады пиона на мюон и нейтрино, мюона на электрон и два нейтрино, Λ-частицы на протон и пион, распад Σ-частицы и многие другие показывают, что образующиеся частицы сильно поляризованы. Как правило, электроны имеют отрицательную спиральность — их спин направлен противоположно скорости движения. Аналогичные свойства имеют нейтрино ν и положительный мюон μ^+ В то же время позитрон, антинейтрино всех типов и отрицательный мюон μ^- имеют положительную спиральность.

Обычно наряду с механическим моментом импульса L частица обладает магнитным моментом $P_м$, причем эти величины могут быть связаны между собой следующей формулой:

$$P_м = KL = \frac{gq}{2m}L,$$

где K — гиромагнитное (магнитомеханическое) отношение,
g — фактор Ланде,
q — заряд частицы,
m — масса частицы.

Если рассматривать собственное вращение электрона, то механическим моментом импульса является спин I, P_M представляет собой спиновый магнитный момент, а экспериментальное значение g почти точно равно 2:

$$P_M = KI = \frac{gq}{2m}I \sim \frac{q}{m}I. \qquad (406)$$

У электрона заряд q отрицателен и магнитный момент P_M противоположен спиновому механическому моменту I, а если учесть спиральность, то магнитный момент будет направлен в сторону движения электрона.

Рассмотрим вначале частный случай движения полностью поляризованной частицы в магнитном поле. На рисунке 73 $\boldsymbol{B}$ — индукция магнитного поля, направленного вдоль оси Z, а начальная скорость $\mathbf{v}$, спин частицы I и магнитный момент P_M совпадают по направлению и ориентированы вдоль оси Y. Если заряд частицы $+q$, то под действием силы Лоренца F частица начнет отклоняться в сторону оси X, причем F пропорциональна заряду и векторному произведению скорости и магнитной индукции:

$$F = q[\mathbf{v}\times \boldsymbol{B}] \qquad (407)$$

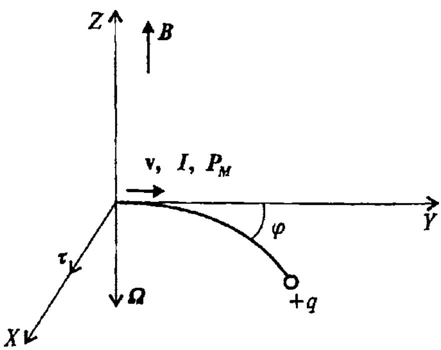


Рис. 73. Движение полностью поляризованной элементарной частицы в магнитном поле.

Сила Лоренца перпендикулярна скорости и потому является центростремительной силой $F_ц$:

$$F = F_{ц}, \quad q v B = \frac{m v^2}{R},$$

где m — масса частицы,

R — радиус действия центростремительной силы (радиус орбиты).

Учитывая, что $v = \Omega R$, найдем угловую скорость вращения частицы $\boldsymbol{\Omega}$ вокруг оси Z:

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{q}{m}\boldsymbol{B} = -K\boldsymbol{B}, \tag{408}$$

где K — гиромагнитное отношение.

Результат (408) может быть получен и без учета заряда частицы.

Действительно, в магнитном поле на магнитный момент $\boldsymbol{P}_M$ действует момент сил $\boldsymbol{\tau}$, который стремится установить магнитный момент вдоль направления магнитного поля $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{P}_M \times \boldsymbol{B}]. \tag{409}$$

Вращающий момент $\boldsymbol{\tau}$ действует на частицу в целом, однако частица представляет из себя гироскоп с собственным механическим моментом (спином) $\boldsymbol{I}$. В единицу времени dt момент силы $\boldsymbol{\tau}$ создает приращение спина $d\boldsymbol{I}$, которое оказывается перпендикулярным самому спину $\boldsymbol{I}$, так что можно записать:

$$dI = \tau\, dt, \quad dI = I\, d\varphi, \quad \tau = \frac{d\varphi}{dt} I = \Omega I, \quad \boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{I}].$$

Приравнивая последнее выражение величине $\boldsymbol{\tau}$ из (409), находим:

$$I\boldsymbol{\Omega} = -P_M \boldsymbol{B}.$$

Учитывая связь P_M и I согласно (406), вновь приходим к (408):

$$\boldsymbol{\Omega} = -K\boldsymbol{B}. \tag{410}$$

В случае электрона магнитный момент P_M направлен, как и у протона, вдоль скорости v, момент силы $\boldsymbol{\tau}$ ориентирован в том же направлении, что и на рисунке 73. Однако спин I у электрона глядит против скорости движения ввиду его отрицательной спиральности, поэтому согласно (410) угловая скорость вращения $\boldsymbol{\Omega}$ и отклонение электрона в магнитном поле будут противоположными по отношению к протону. Положительный мюон μ^+ имеет спиральность, как у электрона, но в магнитном поле отклоняется, как протон, следовательно, его магнитный момент направлен против скорости движения и также, как спин. Аналогично находим, что магнитный момент отрицательного мюона μ^- направлен противоположно скорости движения, в то время как спин совпадает с направлением скорости движения.

Отсутствие эффективного заряда у нейтрона, обладающего магнитным моментом, можно обьяснить например тем, что его магнитный момент при выполнении условия спиральности между спином и направлением движения перпендикулярен спину. В этом случае средний момент силы τ в (409) будет равен нулю из-за вращения магнитного момента в пространстве. Другой возможностью может быть наличие плазмы в магнитосфере нейтрона, экранирующей его от внешнего магнитного поля.

Проведенный анализ движения полностью поляризованных частиц в магнитном поле показывает, что вместо заряда частицы достаточно использовать взаимосвязь магнитного момента и спина. Это наводит на мысль о том, что заряд вообще не является первичным понятием. Принимая, что в элементарных частицах магнитные моменты создаются замкнутыми токами, покажем, что благодаря быстрому вращению изначально нейтральная частица приобретает эффективный электрический заряд, пропорциональный угловой скорости вращения.

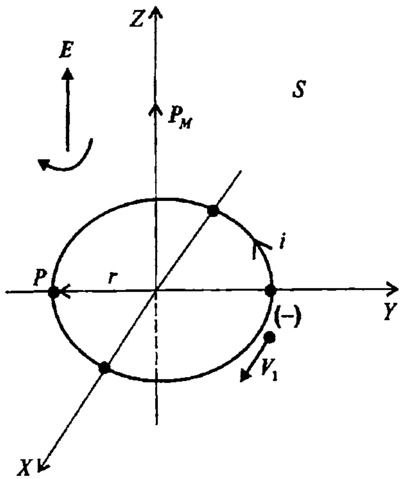


Рис. 74а. Модель заряженной частицы в виде кольца, находящейся во внешнем электрическом поле. В системе покоя S частицы имеется вращающееся около оси Z внешнее электрическое поле, а движущиеся со скоростью V_1 отрицательные заряды создают в кольце ток i и магнитный момент P_M.

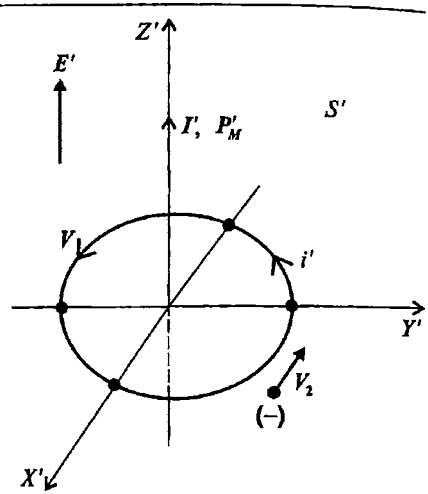


Рис. 74б. В системе отсчета S' наблюдается внешнее однородное электрическое поле E', кольцо вращается с линейной скоростью V и имеет магнитный момент P'_M благодаря току i'.

В частности рассмотрим силу, действующую на частицу в однородном электрическом поле с напряженностью, направленной вдоль оси Z. В качестве модели частицы для упрощения расчетов возьмем кольцо в виде тора с радиусом r, сечением A и массой покоя m, находящимся в плоскости X, Y (рисунок 74). Поскольку частицы обладают спином, то относительно электрического поля кольцо должно вращаться с некоторой линейной скоростью V и угловой скоростью $\omega = Vr$. Проанализируем ситуацию вначале в системе отсчета S, в которой кольцо покоится, а внешнее электрическое поле соответственно вращается вокруг оси Z. Будем считать, что кольцо является проводником, при этом положительные заряды покоятся (как ионы в металле), а отрицательные заряды движутся со скоростью V_1, создавая ток i и тем самым магнитный момент кольца P_M. Полагая, что кольцо в целом нейтрально, для плотностей заряда имеем:

$$\rho^+ = \rho_0, \quad \rho^- = -\rho_0, \quad \rho = \rho^+ + \rho^- = 0, \tag{411}$$

$$\rho^- = \frac{\rho_0^-}{\sqrt{1 - V_1^2/c^2}},$$

где ρ^+, ρ^- — плотности положительных и отрицательных зарядов соответственно,

ρ_0 — плотность положительных зарядов в системе их покоя,

ρ — суммарная плотность зарядов кольца,

ρ_0^- — плотность отрицательных зарядов в системе их покоя,

c — скорость света.

Плотность ρ_0^- меньше, чем ρ^- потому, что при переходе в систему покоя отрицательных зарядов кольцо будет вращаться относительно такой системы со скоростью V_1 и вследствие лоренцевского сокращения длины (368) обьем кольца соответственно уменьшится.

Используя преобразования Лоренца для вращающегося вокруг оси Z электрического поля, находим компоненты электрического и магнитного полей, действующие в точках окружности кольца. Например, в точке P согласно [190] получаем:

$$E_X = E_Y = B_X = B_Z = 0, \quad E_Z = \frac{E'_Z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad B_Y = \frac{V E'_Z}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

здесь E'_Z — напряженность статического электрического поля в неподвижной лабораторной системе S', в которой кольцо вращается с линейной скоростью V.

Из соображений симметрии следует, что электрическое поле везде направлено вдоль оси Z, а магнитное поле ориентировано внутрь кольца. Ток в кольце и его магнитный момент в системе покоя S кольца будут таковы:

$$i = -\rho^- V_1 A = \rho_0 V_1 A, \qquad P_M = i\pi r^2 = \rho_0 V_1 A\pi r^2. \tag{412}$$

Каждый отрицательный заряд, создающий ток i, движется со скоростью V_1, поэтому в магнитном поле B, действующем внутрь кольца, возникает сила Лоренца (407), направленная вдоль оси Z:

$$F_{ЛZ} = -\rho^- \cdot 2\pi r A V_1 B = \left(\frac{2\pi r\rho_0 A V_1 V}{c^2}\right)\cdot\frac{E'_Z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

$$\text{или } F_{ЛZ} = \left(\frac{2\pi r\rho_0 A V_1 V}{c^2}\right)E_Z, \tag{413}$$

здесь произведение $(-\rho^- \cdot 2\pi r A)$ есть движущийся суммарный отрицательный заряд кольца, на который может действовать магнитное поле, $B = B_Y$ в точке P.

Если считать, что сила (413) из-за присутствия напряженности электрического поля E_Z эквивалентна электрической силе, то выражение в скобке в (413) можно приравнять эффективному электрическому заряду кольца:

$$q = \frac{2\pi r\rho_0 A V_1 V}{c^2}. \tag{414}$$

Используя (412), заряд q можно выразить через магнитный момент P_M и угловую скорость вращения кольца ω:

$$q = \frac{2P_M V}{rc^2} = \frac{2P_M\omega}{c^2}. \tag{415}$$

Перейдем теперь в лабораторную систему отсчета S', в которой электрическое поле $E' = E'_Z$ неподвижно, а кольцо вращается. Именно в этой системе реально измеряются спин и магнитный момент элементарной частицы. На рисунке 74 (б) магнитный момент P'_M и спин кольца I' направлены вдоль оси Z'. В системе отсчета S' положительные заряды движутся со скоростью V вместе с кольцом, а отрицательные — со скоростью V_2, определяемой по релятивистскому правилу сложения скоростей (392):

$$V_2 = \frac{V - V_1}{(1 - VV_1/c^2)}. \tag{416}$$

Благодаря лоренцевскому сокращению длины (368) в направлении движения длина кольца уменьшается, а плотность зарядов изменяется:

$$\rho'^+ = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \rho'^- = \frac{\rho_0^-}{\sqrt{1 - V_2^2/c^2}}.$$

Подставляя V_2 из (416) и ρ_0^- из (411) при условии $\rho^- = -\rho^+ = -\rho_0$, получаем:

$$\rho'^- = \frac{-\rho_0\sqrt{1 - V_1^2/c^2}}{\sqrt{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{-\rho_0(1 - VV_1/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

$$\rho' = \rho'^+ + \rho'^- = \frac{\rho_0 V V_1}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Эффективный заряд с учетом лоренцевского сокращения длины кольца за счет его вращения со скоростью V равен:

$$q = 2\pi r\rho' A\sqrt{1 - V^2/c^2} = \frac{2\pi r\rho_0 A V_1 V}{c^2},$$

что точно совпадает с (414). Теперь можно найти электрическую силу, действующую от внешнего поля E'_z на наше наэлектризованное за счет вращения кольцо:

$$F'_{эz} = qE'_z = \frac{2\pi r\rho_0 A V_1 V}{c^2}E'_z. \tag{417}$$

Хотя в системе отсчета S' присутствуют магнитные поля от токов в кольце, но все внешние заряды, создающие электрическое поле E', неподвижны и магнитные силы на них не действуют. Поэтому сила (417) должна равняться силе (413) с точностью до лоренцевского множителя. В самом деле, согласно (393) поперечные по отношению к скорости V приращения импульсов dP_z и dP'_z, создаваемые силами в системах отсчета S и S' в единицу времени должны быть равны:

$$dP_z = dP'_z, \quad \text{или } F_{лz}\,dt = F'_{эz}\,dt'.$$

Подставляя силы (413) и (417), находим:

$$dt' = \frac{dt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Это совпадает с выражением для эффекта замедления времени (364) в движущейся системе отсчета, в которой период dt' должен увеличиваться (относительно неподвижного кольца система отсчета S' вращается и потому dt' растет).

Таким образом, наш анализ в обеих системах отсчета дает один и тот же результат для действующих сил и эффективного заряда q. Найдем суммарный ток в кольце i', магнитный момент P'_M и спин I' с учетом (416):

$$i' = \rho'^+ AV + \rho'^- AV_2 = \frac{\rho_0 AV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - \frac{\rho_0(1 - VV_1/c^2)AV_2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\rho_0 A V_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

$$P'_M = i'\pi r^2 = \frac{\rho_0 A V_1 \pi r^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad I' = \frac{mVr}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \tag{418}$$

здесь m — масса покоя кольца, а лоренцевский множитель $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ показывает увеличение массы из-за вращения кольца со скоростью V согласно (380). Магнитный момент P'_M, эффективный заряд q, масса m, скорость V и спин I' могут быть обьединены одной формулой:

$$P'_M = \frac{c^2 q I'}{2V^2 m}. \tag{419}$$

Сравнивая (419) с (406), находим фактор Ланде для частицы в виде вращающегося кольца $g = c^2/V^2$ Используя (415), (417), (418), (419), для электрической силы получим:

$$F'_{эz} = qE'_z = \frac{2\omega}{c^2}P_м E'_z = \frac{2\omega\sqrt{1-V^2/c^2}}{c^2}P'_м E'_z .$$

Напомним, что здесь штрихованные величины $F'_{эz}$, $P'_м$, E'_z измеряются в обычной лабораторной системе отсчета, так что в конечном результате штрихи можно опустить. Тогда сила, действующая на нашу модель частицы в электрическом поле E, пропорциональна как самому полю E, так и угловой скорости собственного вращения частицы ω, а также магнитному моменту $P_м$ в системе отсчета, в которой частица покоится.

Из рисунка 74 видно, что знак эффективного заряда q определяется направлениями скорости движения отрицательных зарядов V_1 (которая противоположна направлению тока i) и скорости вращения V. Если направления скоростей V_1 и V противоположны, то получается положительно заряженная частица, у которой спин и магнитный момент совпадают по направлению; если же V_1 и V направлены в одну сторону, то заряд частицы станет отрицательным, а спин и магнитный момент будут противоположными друг другу. По-видимому, соотношение (415) можно переписать в более общем векторном виде через скалярное произведение:

$$q = \frac{2(P_м \cdot \omega)}{c^2}.$$

Наличие эффективного заряда у частицы гарантирует ее движение в магнитном поле под действием силы Лоренца и в электрическом поле независимо от направления магнитного момента.

Из (414) следует, что величина эффективного заряда частицы пропорциональна линейной скорости ее вращения V и скорости внутреннего тока V_1. Таким образом, вклад в образование заряда частицы может вносить как ее собственное вращение, так и движение зарядов внутри частицы (а эти заряды в свою очередь также определяются собственным вращением). По-видимому, из вышеизложенного и из соображений симметрии следует постулировать, что и магнитные диполи и электрические монополи (заряды) не существуют без внутренних токов и вращения соответствующих элементарных частиц, а закон сохранения электрического заряда вытекает из действия законов сохранения момента импульса и магнитного момента (магнитного потока), примененных ко всем мыслимым материальным частицам.

Укажем на пример любопытной связи элементарных частиц с гипотетическими черными дырами, считая, что скорость света является характерной скоростью для этих обьектов. В [164] приведен результат расчета для черной дыры во внешнем магнитном поле с напряженностью H, в котором черная дыра приобретает эффективный заряд Q. В используемой нами системе единиц СИ получается:

$$Q = \frac{8\pi\gamma H I}{c^4}, \tag{420}$$

где γ — гравитационная постоянная,

I — спин черной дыры,

c — скорость света.

Оценим максимальное значение заряда Q при следующих условиях:

— Спин I равен спину шварцильдовской черной дыры со слабым вращением, для которой справедливо следующее:

$$R = \frac{2\gamma M}{c^2}, \quad I = MR^2\omega = \frac{R^3c^2\omega}{2\gamma},$$

здесь M, R — масса и радиус черной дыры,
ω — угловая скорость вращения.

– Магнитное поле такое же большое, как если бы черная дыра имела его на своем полюсе при собственном магнитном моменте P_M согласно (117):

$$H = \frac{P_M}{2\pi R^3}.$$

Подставляя I и H в выражение (420), находим для максимального заряда черной дыры:

$$Q = \frac{2P_M\omega}{c^2},$$

что совпадает с (415). То же самое получается, если мы возьмем радиус экстремальной быстровращающейся черной дыры с радиусом $R = \gamma M/c^2$, а магнитное поле такое же, как на экваторе звезды с магнитным моментом P_M и радиусом R $H = P_M/4\pi R^3$.

В любом случае наведенный заряд на черной дыре (или на элементарных частицах) в магнитном поле не превышает значения эффективного заряда (415), возникающего независимо от внешних электромагнитных полей в силу вращения магнитного момента.

В заключение коснемся вопроса о том, почему заряженные элементарные частицы не разряжаются и не превращаются со временем в нейтральные частицы. Имеется нечто, что мешает окружающей среде нейтрализовать частицу. Следуя прямой аналогии со звездами, можно предположить, что этим нечто является магнитосфера вокруг частиц. Например, по оценкам в § 28 магнитное поле на поверхности протона в тысячи раз превышает магнитное поле нейтронных звезд. В таких сильных полях частица как шубой укрыта от влияния окружающей среды — ведь даже чрезвычайно слабая земная магнитосфера задерживает основную часть космических и солнечных лучей и противодействует их просачиванию в областях магнитных полюсов за счет эффекта магнитной бутылки.

В то же время, магнитосфера нейтрона (или других нейтральных частиц типа Λ и Ξ^0) может быть до предела наполнена плазмой, которая в силу своих свойств значительно экранирует внешние электрические и магнитные поля. В электрическом поле должна происходить поляризация плазменного облака вокруг частицы, уменьшающая внешнее электрическое поле рядом с частицей. Предположим, что поляризация такова, что суммарное электрическое поле внутри плазменного облака равна нулю. Выберем в качестве модели облака своеобразный конденсатор, каждая обкладка которого имеет площадь r^2 и расстояние между обкладками равно r (рисунок 75). Найдем наведенный заряд на обкладках конденсатора от внешнего поля E, созданного расположенным на расстоянии R зарядом Q:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, \quad E + E' = 0, \quad E' = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -\frac{q}{\varepsilon_0 r^2}, \quad q = E\varepsilon_0 r^2,$$

здесь ε_0 — электрическая постоянная,
E' — напряженность собственного электрического поля конденсатора, противоположная внешнему полю E,
σ — поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора,
q — наведенный заряд.

Сила, действующая на конденсатор со стороны заряда Q, имеет дипольный вид:

$$F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 (R+r)^2} \sim \frac{2qQr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{2qr}{R}E.$$

Следовательно, величина перед E играет роль эффективного заряда конденсатора $Q_э$ для внешнего поля:

$$Q_э = \frac{2qr}{R} = \frac{2\varepsilon_0 r^3 E}{R}.$$

Оценим величину $Q_э$ при $E = 10^{10}$ В/м (при такой напряженности поля электроны свободно вырываются из металла), $R = 1$ метр и характерном размере нуклонов $r \sim 10^{-15}$ метра:

$$Q_э \sim 10^{-46}\,\text{Кл}, \quad Q_э \sim 10^{-27} e,$$

где $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный электрический заряд.

Прямые измерения заряда нейтрона $Q_н$ по отклонению пучка нейтронов в сильном электрическом поле дают ограничение $Q_н < 10^{-20}e$, косвенные оценки по электрической нейтральности макроскопических обьемов газа $Q_н < 2 \cdot 10^{-22} e$ [195]. Следовательно, плазма вокруг нейтрона вполне может быть ответственна за его нейтральность, эффективно уменьшая действующее на него внешнее электрическое поле.

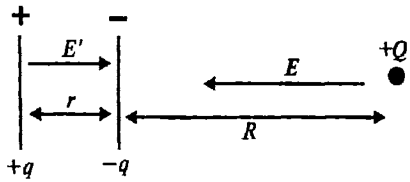


Рис. 75. Модель нейтрона как частицы, окутанной плазменным облаком. Поляризация облака во внешнем электрическом поле E приводит к уменьшению поля внутри облака как в конденсаторе с идеальным диэлектриком.

Другое свойство плазмы, ее диамагнитность по отношению к внешнему магнитному полю, может обеспечить отрицательный знак магнитного момента нейтрона, Λ и Ξ^0 – частиц, и их нечувствительность в движении к однородному магнитному полю (как известно, в диамагнитном веществе генерируются токи, которые создают магнитное поле, противоположное по отношению к внешнему магнитному полю).

Тогда наблюдаемое расщепление потока нейтронов на два пучка в сильном неоднородном магнитном поле можно связать с разной ориентацией собственного магнитного момента нейтрона по отношению к импульсу и к наведенному магнитному моменту плазменного облака. Вспомним теперь характерную зависимость сечения ядерных реакций от скорости движения нейтрона, имеющую вид $1/v$. При больших скоростях v сечения уменьшаются, что можно было бы понять, если считать, что нейтрон становится менее нейтральным, а его плазменная облако как бы «сдувается». И наоборот, при малых скоростях нейтрон наиболее нейтрален, легко вступает в ядерные реакции, а ультрахолодные медленные нейтроны настолько слабо взаимодействуют с веществом, что это позволяет хранить их в закрытых емкостях. Бета-распад нейтрона можно трактовать как неустойчивость плазменного облака, приводящую к выбросу электрона и антинейтрино и освобождению протона. В случае рассеяния нейтронов с энергией более 100 МэВ на протонах наблюдается явный избыток протонов, летящих вперед [137]. Этот факт легко обьясняется, если предположить, что плазменное облако «сдергивается» с нейтрона при его взаимодействии с атомами мишени.

Более конкретно в качестве модели нейтрона возьмем протон, вокруг которого вращается размазанное электронное облако. Если угловая скорость вращения облака совпадает по направлению с магнитным моментом протона, то возникающая сила

Лоренца в районе экватора протона оказывается центростремительной силой и удерживает электронное облако на орбите, при этом магнитный момент облака с избытком компенсирует магнитный момент протона, делая суммарный магнитный момент нейтрона отрицательным. В равновесии сила Лоренца почти равна центростремительной силе (если не считать силы ядерной гравитации, смотри § 45), то есть:

$$qvB \sim \frac{mv^2}{r}.$$

Будем считать, что отношение заряда к массе q/m для облака такое же, как и для электрона, и $q/m = e/M_E$, где e, M_E — заряд и масса электрона. При приближении электронного облака к протону скорость вращения облака стремится к скорости света, $v \to c$, а радиус вращения r стремится к радиусу протона R_p Выражая магнитную индукцию B на экваторе через магнитный момент протона P_M в виде:

$$B = \frac{\mu_0 P_M}{4\pi R_p^3},$$

где μ_0 — магнитная постоянная,

из равенства для сил можно оценить радиус протона R_p:

$$R_p \sim \sqrt{\frac{\mu_0 P_M e}{4\pi c M_E}} = 9{\cdot}10^{-1} \quad \text{метра},$$

что достаточно близко к экспериментальным значениям.

При образовании таких обьектов, как ядра, атомы и молекулы их магнитные и электрические свойства складываются из соответствующих свойств элементарных частиц по правилу суперпозиции или наложения. Это возможно только в том случае, когда свойства элементарных частиц изменяются незначительно в процессе образования сложных обьектов. Общепринято, что вещество, атомы и молекулы скрепляются электромагнитными силами, ядра атомов и элементарные частицы — ядерными и в небольшой степени электромагнитными силами. Если считать, что все стабильные элементарные частицы являются предельно вырожденными обьектами (с разными свойствами в зависимости от массы частицы), то напряженности их поверхностных электромагнитных полей должны достигать максимума точно также, как магнитные поля нейтронных звезд во много раз превышают магнитное поле Солнца и других звезд главной последовательности. С точки зрения эволюции логично предположить, что в жизни каждой стабильной частицы был такой этап, когда она еще не была вырожденным обьектом, имела слабое вращение, ее электромагнитные заряды и поля были невелики и все определялось ядерными силами притяжения. Эти силы притяжения должны сохраняться при любых взаимодействиях для того, чтобы обеспечить целостность частиц и должны быть мощнее электромагнитных сил. В мире небольших электромагнитных полей ядерные силы притяжения должны играть такую же роль, как гравитация в космосе и на Земле, то есть быть универсальными силами с аналогичной зависимостью от расстояния. В таком случае стабильность элементарных частиц и сложных обьектов из них следует искать в балансе ядерных сил притяжения, сил инерции (центростремительная сила) и электромагнитных сил. В следующем параграфе сделана попытка описания универсальных ядерных сил (ядерной гравитации).

§ 45. Ядерная гравитация

а) Атом водорода.

Как известно, в наблюдаемом нами мире планет и звезд основной эффективной силой оказывается сила гравитации. Закон тяготения Ньютона гласит:

$$F = \frac{\gamma M_1 M_2}{r^2}, \tag{421}$$

где F — сила притяжения между двумя точечными обьектами с массами M_1 и M_2,
$\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ м^3·кг$^{-1}$·с$^{-2}$ — гравитационная постоянная,
r — расстояние между обьектами.

С помощью (421) очень точно можно описать различные проявления гравитации — притяжение тел на Земле, движение искусственных спутников, вращение планет вокруг Солнца, взаимодействия звезд и галактик друг с другом, внутреннее строение и эволюцию звезд и многое другое.

Предположим теперь, что и в мире атомов есть универсальная притягивающая сила, действующая подобно гравитационной, а выражение для силы аналогично (421). На первый взгляд такая идея кажется еретической и ненужной — в самом деле, уровни энергии атома водорода (а также мезоатомов, позитрония, мюония и т. д.) безукоризненно определяются исходя только из электромагнитных сил, действующих между заряженными частицами, ядрами и электронами; кроме этого, электромагнитные силы могут быть и силами отталкивания. Оказывается однако, что идея атомной гравитации является необходимым элементом физической картины. Как показано в § 44, наблюдаемые электромагнитные силы являются дополнительными к ядерным силам притяжения и возникают благодаря большой концентрации электромагнитной и вращательной энергий, сосредоточенных в элементарных частицах из-за их предельного вырождения и наибольшего сжатия. Несомненно, что быстрое вращение частиц обязано действию закона сохранения момента импульса и ядерных сил, скрепляющих вещество этих частиц. Можно поэтому сказать, что электромагнетизм порождается гравитацией и является своего рода релятивистской поправкой к ней.

Займемся определением постоянной ядерной гравитации Γ, которая для элементарных частиц должна заменить постоянную обычной гравитации γ. При переходе от звездных систем к атомным мы должны все величины в (421) разделить на соответствующие коэффициенты подобия. Силы, массы и расстояния при этом уменьшатся, а постоянная γ перейдет в Γ. Проще всего использовать размерность гравитационной постоянной, вытекающую из (421):

$$[\gamma] = \frac{L^3}{M T^2},$$

где L, M, T — размерности длины, массы и времени соответственно.

Тогда для отношения постоянных гравитации можно записать:

$$\frac{\gamma}{\Gamma} \sim \frac{P_0^3}{\Phi^2 \Pi_0^2},$$

где $\Phi = 6{,}654 \cdot 10^{55}$ — коэффициент подобия по массе (11),
$P_0 = 5{,}437 \cdot 10^{22}$ — коэффициент подобия по размерам (64) для водородной системы,
$\Pi_0 = 7{,}41 \cdot 10^{25}$ — коэффициент подобия по времени (85).

Отсюда по известной величине гравитационной постоянной γ получаем Γ:

$$\Gamma \sim 1{,}51\cdot 10^{29}\ \text{м}^3\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-2},$$

Такой же результат получается, если приравнять силу электрического притяжения электрона в атоме водорода силе ядерной гравитации:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\Gamma M_p M_E}{r^2},$$

$$\Gamma = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 M_p M_E} \sim 1{,}514\cdot 10^{29}\ \text{м}^3\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}, \qquad (422)$$

здесь e — элементарный электрический заряд,
ε_0 — электрическая постоянная,
r — расстояние между протоном и электроном,
M_p, M_E — масса протона и электрона соответственно.

Интересно, что по аналогии с атомом водорода можно приравнять электрическую и гравитационную силы и в Солнечной системе, например для Солнца и Земли, что позволяет оценить гравитационную постоянную γ:

$$\frac{Q_C Q_З}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\gamma M_C M_З}{R^2}, \quad \text{где} \quad Q_C = \frac{P_{MC} M_C}{I_C}, \quad Q_З = \frac{P_{MЗ} M_З}{I_З},$$

здесь Q_C, $Q_З$ — эффективные гиромагнитные заряды Солнца и Земли согласно (406),
ε_0 — электрическая постоянная,
R — расстояние между Солнцем и Землей,
M_C, $M_З$ — массы,
P_{MC}, $P_{MЗ}$ — магнитные моменты,
I_C, $I_З$ — спины Солнца и Земли соответственно.

Подставляя магнитные моменты и спины Солнца и Земли из § 16, находим интервал значений для γ:

$$\gamma = \frac{P_{MC} P_{MЗ}}{4\pi\varepsilon_0 I_C I_З} \sim (0{,}026 - 46)\cdot 10^{-11}\ \text{м}^3\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}.$$

Меньшее значение γ получается для полных спинов Солнца и Земли из Таблиц 28, 29, а увеличенное значение γ соответствует тому случаю, когда в качестве спинов используются спины ядер Солнца и Земли. Мы видим, что стандартное значение $\gamma = 6{,}672\cdot 10^{-11}\ \text{м}^3\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}$ попадает в найденный выше интервал. Использование спина ядра Земли (и Солнца) обьясняется тем, что как показано в § 16, зависимость между магнитным моментом и спином для планет более линейная именно для ядер планет.

б) Дейтрон.

Простейшим атомом, в котором один электрон находится возле ядра, является водород. Ядро этого атома может быть протоном, протоном и нейтроном в виде дейтрона или протоном и двумя нейтронами в виде тритона. Соответственно различают обычный водород, дейтерий и тритий, причем последний радиоактивен (период бета-полураспада тритона 12,4 лет). Энергия связи двух нуклонов в дейтроне находится по энергии гамма-квантов, появляющихся при облучении водородной мишени медленными нейтронами в реакции:

$$n + {}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + \textit{гамма-квант}.$$

Отсюда энергия связи дейтрона $E_{св} = -2{,}22$ МэВ $= -3{,}56 \cdot 10^{-13}$ Дж. Рассеяние быстрых электронов на дейтронах дает среднеквадратичный радиус для распределения электрического заряда дейтрона порядка $2{,}15 \cdot 10^{-15}$ метра [24]. Поскольку электрический квадрупольный момент дейтрона положительный, то дейтрон имеет форму сигары, причем в качестве максимальной длины этой сигары можно взять длину триплетного рассеяния $4{,}32 \cdot 10^{-15}$ метра [138]. Размер дейтрона можно также оценить из опытов по рассеянию нейтронов на водороде, причем эффективный радиус взаимодействия зависит от направления спинов протона и нейтрона. При триплетном взаимодействии, когда спины нуклонов направлены в одну сторону, эффективный радиус равен $1{,}75 \cdot 10^{-15}$ метра, что близко к расстоянию между центрами протона и нейтрона в дейтроне.

Оценим индукцию магнитного поля B на поверхности протона, зная из эксперимента его магнитный момент и используя (117):

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 P_M}{2\pi R_p^3} = 9{,}8 \cdot 10^{12}\ \text{Тл}, \tag{423}$$

здесь μ_0 — магнитная постоянная,
H — напряженность магнитного поля,
$P_M = 2{,}79\mu_{яд} = 1{,}41 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл — магнитный момент протона,
$\mu_{яд}$ — ядерный магнетон,
$R_p = 0{,}66 \cdot 10^{-15}$ метра — принятый нами радиус протона (смотри § 11 и § 46).

Такого же порядка магнитное поле и у нейтрона, магнитный момент которого $P_{мн} = -1{,}91\mu_{яд}$. Обладая одинаковым спином, протон и нейтрон при обьединении в дейтрон вращаются в магнитном поле друг друга, что должно привести к дополнительной намагниченности их вещества. Знак намагниченности определяется тем, является ли вещество нуклонов диамагнитным, парамагнитным, ферромагнитным и т. д. В § 46 проводится аналогия между протоном и нейтронной звездой с точки зрения подобия, и поскольку считается, что вещество нейтронных звезд должно быть сверхпроводящим, предположим это же и в отношении нуклонов. Тогда вещество нуклонов представляет собой идеальный диамагнетик, который полностью выталкивает из себя внешнее магнитное поле. Происходит это следующим образом. По определению, в диамагнетике при нарастании внешнего магнитного поля за счет изменения магнитного потока генерируются токи, создающие дополнительное магнитное поле, противодействующее внешнему полю (правило Ленца). Индукционные токи в сверхпроводнике особенно сильны, так что внешнее магнитное поле в веществе полностью компенсируется. Из закона сохранения момента количества движения следует, что неподвижный вначале сверхпроводник в магнитном поле должен раскручиваться. В самом деле, если для компенсации внешнего магнитного поля требуются замкнутые индукционные токи, обладающие некоторым моментом количества движения носителей заряда, то точно такой же по величине, но противоположный по направлению момент вращения получит сам сверхпроводящий образец. Это было экспериментально подтверждено в [306].

Условие равенства нулю магнитного поля внутри свободно вращающегося во внешнем магнитном поле сверхпроводника по [323] выглядит так:

$$B + \frac{2M_E}{e}\omega = 0, \quad B + B_{вн} = 0,$$

где B — индукция внешнего магнитного поля,
M_E — масса электрона,

e — элементарный электрический заряд,

ω — угловая частота вращения,

$B_{вн}$ — индукция магнитного поля от внутренних токов.

Векторы B и $B_{вн}$ направлены противоположно, и для $B_{вн}$ можно записать:

$$B_{вн} = \frac{2M_E}{e}\omega. \qquad (424)$$

Применим это соотношение для оценки магнитного поля в протоне как сверхпроводнике при условии предельного вращения, когда экваториальная скорость вращения протона достигает скорости света c, то есть $\omega R_p = c$, R_p — радиус протона:

$$B_{вн} \sim \frac{2M_E}{e}\cdot\frac{c}{R_p} = 5{,}2\cdot 10^{12}\ \text{Тл}.$$

Величина внутренней индукции магнитного поля при предельном вращении протона получается того же порядка, что и магнитное поле на поверхности протона (423), следовательно компенсация магнитного поля в нуклонах как в сверхпроводниках возможна. Из закона сохранения энергии следует, что периодическое движение обычных проводников в магнитном поле должно затухать из-за перехода энергии движения в джоулево тепло от наведенных индукционных электрических токов, то есть возникает эффективное трение. В сверхпроводниках внешнее магнитное поле компенсируется и в вещество не проникает, сопротивление электрическим токам равно нулю и эффективное трение отсутствует. Однако вследствие противодействия магнитных полей возникает значительная сила отталкивания, которую можно оценить как некоторый градиент:

$$F = \text{grad}(P_M \cdot B).$$

Предположим, что в дейтроне нуклоны расположены вдоль оси X, каждый нуклон является сферой с радиусом R_p, а кратчайшее расстояние между ближайшими точками сфер равно s. Полагая, что проекция P_{MX} на ось X равна всему магнитному моменту протона P_M, а внешнее магнитное поле B каждого нуклона уменьшается до нуля на промежутке s, когда достигает поверхности другого нуклона, для силы отталкивания имеем:

$$F_{OTT} \sim \frac{P_M B_X}{s}.$$

Учтем теперь собственное вращение нуклонов (спин), происходящее также вдоль оси взаимодействия X и приводящее к увеличению x-компоненты магнитного поля каждого нуклона на лоренцевский фактор как следствие преобразования Лоренца для магнитных полей:

$$B_X \sim \frac{B}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

где B — магнитная индукция (423),

V — линейная скорость вращения поверхности нуклона,

c — скорость света.

Тогда сила отталкивания нуклонов с учетом (423) приблизительно равна:

$$F_{OTT} \sim \frac{\mu_0 P_M^2}{2\pi s R_p^3 \sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (425)$$

С другой стороны, нуклоны в дейтроне должны притягиваться под действием силы ядерной гравитации:

$$F_{ПРИТ} \sim \frac{\Gamma M_P M_H}{R_{PN}^2}, \tag{426}$$

здесь Γ — постоянная ядерной гравитации (422),
M_P — масса протона,
M_H — масса нейтрона,
R_{PN} — расстояние между центрами протона и нейтрона.

В равновесии силы $F_{ОТТ}$ и $F_{ПРИТ}$ должны равняться друг другу. Приблизительное соотношение между энергиями взаимодействия имеет вид:

$$E_{ГРАВИТ} + E_{МАГН} + E_K = E_{СВ}, \tag{427}$$

где сумма отрицательной энергии ядерной гравитации $E_{ГРАВИТ}$, положительной энергии магнитного отталкивания $E_{МАГН}$ и кинетической энергии вращения нуклонов равна небольшой отрицательной энергии связи нуклонов $E_{СВ}$ в дейтроне. Для энергии ядерной гравитации можно записать как обычно:

$$E_{ГРАВИТ} \sim -\frac{\Gamma M_P M_H}{R_{PN}}. \tag{428}$$

Оценку магнитной энергии отталкивания сделаем с помощью формулы из [27] для энергии магнита длиной ℓ, с магнитным моментом P_M в поле точно такого же магнита, находящегося на расстоянии r:

$$E_{МАГН} = \frac{\mu_0 P_M^2}{4\pi r^3} P_2(Q) + \frac{\mu_0 P_M^2 \ell^2}{4\pi r^5} P_4(Q),$$

где μ_0 — магнитная постоянная,
P_2 и P_4 — функции Лежандра, зависящие от угла Q между магнитным моментом P_M и вектором r. Для дейтрона положим, что P_M и r параллельны, $P_2(Q) = P_4(Q) = 1$, $\ell \sim r$, $r = R_{PN} > s$. Кроме этого надо учесть, что $E_{МАГН}$ увеличивается приблизительно в 2 раза из-за действия двух сверхпроводников и изменяется на лоренцевский фактор. В результате имеем неравенство:

$$E_{МАГН} < \frac{\mu_0 P_M^2}{\pi s^3 \sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{429}$$

Если в (427) пренебречь небольшими энергиями E_K и $E_{СВ}$, то гравитационная энергия $E_{ГРАВИТ}$ по модулю приблизительно равна магнитной энергии $E_{МАГН}$. Тогда разделив магнитную энергию (429) на магнитную силу $F_{ОТТ}$ (425) с одной стороны, и гравитационную энергию (428) на силу притяжения $F_{ПРИТ}$ (426) с другой стороны, можно сократить все одинаковые множители в каждой части и приравнивая результаты прийти к неравенству:

$\dfrac{2R_P^3}{s^2} > R_{PN}$ Так как $R_{PN} = 2R_P + s$, радиус протона $R_P = 0{,}66 \cdot 10^{-15}$ м, то $s < 0{,}55 \cdot 10^{-15}$ м. Тогда расстояние между центрами протона и нейтрона $R_{PN} < 1{,}87 \cdot 10^{-15}$ м, что согласуется с оценками эффективной длины взаимодействия из рассеяния нейтронов на протонах. В атомных ядрах также среднее межнуклонное расстояние около $1{,}8 \cdot 10^{-15}$ метра [231].

Благодаря компенсации электромагнитных и гравитационных сил в дейтроне энергию связи нуклонов можно представить как электростатическую энергию двух одинаковых эффективных зарядов Ze:

$$E_{CB} = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi \varepsilon_0 R_{PN}}, \qquad (430)$$

где e — элементарный электрический заряд,

ε_0 — электрическая постоянная,

R_{PN} — расстояние между протоном и нейтроном.

Подставляя известную энергию связи дейтрона $E_{CB} = - 3{,}56 \cdot 10^{-13}$ Дж и беря $R_{PN} = 1{,}75 \cdot 10^{-15}$ м, получаем значение $Z = 1{,}6$. Эффективные заряды нуклонов в дейтроне оказываются всего в 1,6 раз больше элементарного электрического заряда.

в) Нуклонная аннигиляция.

Если дейтрон может появиться в результате взаимодействия протона и нейтрона, то при столкновении протона и антипротона (или нейтрона и антинейтрона) возможна их аннигиляция с выделением гамма-кванта и образованием пионов или мезонов. Полагая, что потенциальная энергия ядерной гравитации, скрепляющей адроны, не сильно изменяется при переходе от нуклонов к возникающим при аннигиляции пионам, предположим, что энергия гамма-кванта равна вращательной энергии нуклонов при их аннигиляции. Перенесем на нуклоны результаты из физики нейтронных звезд о том, что максимальное отношение энергии вращения E_{BP} к энергии связи нейтронной звезды E_{CB} ограничено неравенством из [277] для жесткого уравнения состояния ядерного вещества [341]:

$$\frac{E_{BP}}{E_{CB}} < 0{,}1. \qquad (431)$$

Тогда энергия гамма-кванта при аннигиляции протона и антипротона не должна превышать 10 % от их суммарной массы-энергии, являющейся одновременно суммой энергиий связи каждого из нуклонов. Экспериментальное значение энергии гамма-кванта составляет $E_{KB} = 180$ МэВ, а суммарная масса-энергия двух нуклонов $E_{NN} \sim 2\, M_p\, c^2 \sim 1876$ МэВ, где M_p — масса протона, c — скорость света. Отношение энергий равно:

$$\frac{E_{KB}}{E_{NN}} = 0{,}096,$$

что вполне согласуется с (431). Если действительно при аннигиляции нуклонов и антинуклонов энергия их вращения переходит в энергию образующегося гамма-кванта, то материя нуклонов и антиматерия антинуклонов практически могут быть одним и тем же веществом с той разницей, что в антинуклоне по отношению к нуклону магнитный момент и гиромагнитный электрический заряд противоположны по направлению и знаку соответственно. Изложенное выше согласуется и с данными из [37], по которым при столкновении ядер с большой энергией возникает общее деформированное вращающееся ядро, которое замедляет свое вращение ступенчато, каждый раз испуская гамма-кванты.

г) Молекулы, вещество, силы и поля.

Рассмотренные выше примеры для атома водорода и Солнечной системы показывают глубокую связь между обычной и ядерной гравитацией и электромагнитными силами. Однако, если гравитация важна для описания процесса возникновения элементарных частиц с одной стороны, планет и звезд с другой стороны, то электромагнитная теория становится существенной в особенности для вырожденных обьектов. Так, в [51] сделана оценка напряженности электрического поля E на поверхности вращающейся нейтронной звезды, имеющей индукцию магнитного поля B:

$$E \sim R_s \omega B,$$

где R_s — радиус звезды,

ω — угловая частота вращения.

Условие преобладания кулоновской электрической силы над гравитационной имеет вид:

$$E q \gg \frac{\gamma M_s m}{R_s^2} \quad \text{или} \quad \omega B \gg \frac{\gamma M_s m}{q R_s^3},$$

здесь q, m — заряд и масса маленькой частички вещества на поверхности звезды,

γ — гравитационная постоянная,

M_s — масса звезды.

Для отдельного протона как частички и обыкновенной нейтронной звезды указанное условие получается таким:

$$\omega B \gg 0{,}6 \text{ Тл/с}.$$

В то же время у пульсаров произведение ωB весьма велико: $1{,}5 \cdot 10^8$ Тл/с у PSR 0808 и $5 \cdot 10^{10}$ Тл/с у PSR 0532. Следовательно, электромагнитные силы вблизи нейтронных звезд сильнее воздействуют на небольшие заряженные частицы, чем гравитация.

Как будет показано в § 46, электроны в атомах разрушаются до состояния электронного облака под действием ядерной гравитации, это же происходит в мезоатомах с мюонами в поле ядра на низких орбитах. При этом взаимодействие частиц достаточно точно описывается электродинамикой, так что электромагнитные силы преобладают. Образование молекул и вещества в целом оказывается возможным благодаря балансу между силами ядерной гравитации и электромагнитными силами, действующими между нуклонами (ядрами) и рассеянными элекронными облаками.

Также как и в дейтерии, энергии связи атомов в молекулах приблизительно можно оценить, используя только лишь выражение (430) для электростатической энергии. Пример расчета энергии связи для молекул в ионном кристалле поваренной соли NaCl приведен в [189], при этом предполагается что каждый ион (Na или Cl) имеет заряд, как у одного электрона, а среднее расстояние между ионами $2{,}81 \cdot 10^{-11}$ метра. Суммируя энергии связи одного избранного иона со всеми окружающими положительными и отрицательными ионами, можно получить величину, близкую к экспериментальному значению энергии связи (энергии диссоциации) 7,92 эВ на одну молекулу.

Практически у всех молекул, как это следует из опыта, электронные облака соседних атомов перекрываются, так что дальнейшее сближение атомов приводит к быстро нарастающим силам отталкивания (силы Ван-дер-Ваальса). В результате мы имеем такие состояния вещества, как газ (расстояния между атомами много больше размеров самих атомов), жидкость (электронные оболочки атомов начинают соприкасаться), твердое тело (образование регулярных кристаллических структур с частичной коллективизацией электронов). Лишь при очень больших давлениях и температурах электронные оболочки разрываются, атомы ионизуются и могут еще более сблизиться друг с другом. В недрах нейтронных звезд электроны и ядра превращаются в нейтронную жидкость с плотностью, как у атомного ядра, однако суммарное давление вещества и ядерной гравитации не может преодолеть сил отталкивания нуклонов, и вещество стабильно.

Отметим некоторые моменты, касающиеся различных типов взаимодействий.

1. При малых скоростях движения гравитирующих тел ядерная и обычная гравитация достаточно точно описываются статичными полями, зависящими только от координат, что эквивалентно эффекту дальнодействия. При этом наблюдатель может увидеть стационарное движение обьектов друг возле друга (например, обращение планет около звезды) невзирая на то, что реальное время распространения гравитационного возмущения от одного обьекта до другого может быть велико. Обычно поведение пробного тела в гравитационном поле не зависит от особенностей строения этого тела и можно считать, что гравитация почти полностью определяется внешней по отношению к пробному телу окружающей средой. В противоположность этому электромагнитное взаимодействие существенно зависит от самого пробного тела, а именно от наличия у пробного тела магнитного момента и электрического заряда. В главе 3 было показано, что магнитные моменты звезд и планет непосредственно связаны с их спином и вращением, а в § 44 также обнаруживается связь эффективного электрического заряда обьекта с вращением его общего магнитного момента или магнитных моментов составляющих обьект более мелких частиц (знак эффективного заряда зависит от ориентации всех учитываемых спинов и магнитных моментов). В общем случае получается, что взаимодействие двух тел определяется сложным набором параметров — массами тел, состоянием движения (линейное перемещение, ускорение, вращение и т. д.), структурой и состоянием вещества тел, что особенно важно для электромагнетизма. Электромагнитные и гравитационные силы оказываются как бы дополнительными друг к другу приблизительно в том же смысле, что и кинетические энергии тела без учета энергии покоя:

$E_K = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - mc^2$ — энергия линейного движения, причем V — скорость движения центра инерции тела;

$E_{BP} = c^2 \int \left(\dfrac{1}{\sqrt{1 - V_i^2/c^2}} - 1\right) dm$ — энергия вращения, V_i — скорости вращения элементов массы dm в собственной системе отсчета тела.

Полная кинетическая энергия должна складываться из E_K и E_{BP}.

Быстрое движение тел приводит к интерференции вкладов от различных взаимодействующих частиц, которая может либо погасить, либо увеличить суммарную силу между телами, и в этом проявляется эффект близкодействия, требующий учета скорости распространения возмущений. Как две противоположности, гравитация и электромагнетизм могут порождать, усиливать друг друга. Например, возникающие в ходе гравитационного коллапса нейтронные звезды имеют огромную концентрацию электромагнитного поля, а фотоны отклоняются в поле тяготения и имеют тем самым эффективную гравитационную массу.

2. Свяжем квантовую физику и гравитацию. В § 14 и § 31 было найдено, что орбитальные и спиновые моменты импульса планет Солнечной системы квантуются. Введение звездной постоянной $\hbar_s$ (98), характеризующей спин звезд и орбитальное вращение планет, звездной орбитальной постоянной $\hbar_o$ (210) для орбитального движения звезд в Галактике и звездной постоянной $\hbar'_s$ в § 46 для вырожденных звезд позволяет придать квантовый характер силам гравитации, действующим между звездами и планетами. Действительно, обычная квантовая механика определяется постояннной Планка также, как теория относительности определяется скоростью света, электромагнетизм — элементарным электрическим зарядом, а тяготение — гравитационной постоянной. Однако мир вокруг нас еще слишком молод для того, чтобы им полностью управляли законы звездной квантовой механики. Только тогда, когда все

звезды превратятся в вырожденные обьекты наподобие нейтронных звезд, галактики значительно уменьшатся в размерах и образуют плотное вещество, состоящее из звезд, когда электромагнитные силы наконец сравняются с силами гравитации — только тогда можно будет увидеть ярко выраженные квантовые свойства звезд и галактик. В целом получается так, что квантовые свойства более присущи динамичному электромагнетизму, чем статичной гравитации. В настоящее время под квантовой теорией гравитации понимается нечто другое, а именно теория, в которой описывается взаимодействие мельчайших гравитационных квантов (гравитонов) с веществом. Определение понятия «гравитон» важно не только для обычной, но и для ядерной гравитации, которая фактически заменяет собой некоторые ядерные силы. В § 46 ядерная гравитация будет использована для определения полных энергий и радиусов элементарных частиц точно также, как это делается в обычной гравитации для планет и звезд.

3. Попробуем найти соотношение между основными 4 типами взаимодействий, которые рассматриваются современной физикой в качестве фундаментальных. Каждое взаимодействие можно охарактеризовать некоторым временем, в течении которого оно происходит. Характерное время для сильного взаимодействия нуклонов составляет 10^{-23} – 10^{-20} секунд, для электромагнитного — 10^{-21} – 10^{-12} секунд (радиационные распады элементарных частиц и возбужденных состояний ядер), для слабого — 10^{-13} – 10^{3} секунд. Умножим эти времена на коэффициент подобия по времени $\Pi' = 1{,}2\cdot 10^{20}$ для подобия нейтронных звезд и нуклонов (смотри § 46), соответственно получим:

$t_1 = 10^{-3}$ с — 1 с,

$t_2 = 10^{-1}$ с — 3 года,

$t_3 =$ 4 месяца — $3\cdot 10^{15}$ лет.

Величина t_1 того же порядка, что и время быстрого коллапса массивной звезды, ее нейтринного охлаждения и других процессов, при которых происходит существенная трансформация полной энергии звезды. Времена гравитационных и сильных взаимодействий соответствуют друг другу, поэтому и ядерную гравитацию следует считать ответственной за сильное взаимодействие. Величина t_2 близка к периодам электромагнитного охлаждения за счет излучения различных звездных обьектов, а время t_3 характеризует медленные превращения вещества внутри звезд, например, при ядерных реакциях. Типичным результатом долговременной ядерной эволюции звезд становятся белые карлики и нейтронные звезды, при этом происходит сброс части вещества коллапсирующих звезд через потоки нейтрино, звездный ветер, планетарные туманности, оболочки новых и сверхновых. Проводя аналогию между слабыми процессами и сбросом вещества звезд, можно предположить подобие между разлетающимися частями звезд и такими частицами, как нейтрино. И нейтрино в слабых процессах, и вещество, теряемое звездами, уносят значительную энергию, при этом нейтрино также слабо взаимодействует с нуклонами, как выброшенное вещество звезд — с самими звездами. По данным из [68], при электронном захвате нейтрино вылетает из ядра за время до 10^{-18} секунд, что для нейтронных звезд соответствует периоду до 100 секунд и напоминает по длительности вспышки барстеров.

В целом исходя из аналогии с сильными, электромагнитными и слабыми взаимодействиями (которые в совокупности можно назвать электроядерным взаимодействием) долговременная эволюция звездных и галактических обьектов также должна описываться гравитацией, электромагнитным взаимодействием и законами преобразования вещества при действии больших гравитационных и электромагнитных полей и при высоких давлениях и температурах.

д) Сверхпроводимость.

Это явление было открыто в 1911 г. Х. Камерлинг-Оннесом, когда он измерял проводимость ртути при очень низких температурах — ниже 4,16 К ртуть полностью теряла сопротивление электрическому току. По теории Бардина, Купера и Шиффера (1956 г.) сверхпроводимость обьясняется спариванием электронов проводимости (куперовские пары), которые могут уже беспрепятственно двигаться сквозь ионную кристаллическую решетку, образуя незатухающий ток. В частности, в замкнутом сверхпроводнике кольцеобразной формы однажды возбужденный ток существует годами без всяких признаков ослабления. Моделируя электрический ток движением электронной жидкости, легко представить, что сверхпроводимость должна быть только в том случае, когда движение такой жидкости ламинарно, то есть отсутствуют вихри, уносящие энергию направленного движения. И действительно, если через образец сверхпроводника пропускать ток больше критической величины или поместить образец в подходящее магнитное поле, то в нем возникают вихревые, непрямолинейные движения электронов и сверхпроводимость разрушается.

Энергию связи куперовской пары обозначают в виде $E = 2\,\Delta$, где Δ — энергия, приходящаяся на один электрон. Величину E можно измерить различными способами, например, по порогу поглощения длинноволнового электромагнитного излучения в тонких сверхпроводящих пленках, тогда получается:

$$E = 2\Delta = h\nu \sim 10^{-23} - 10^{-22}\,\text{Дж}, \tag{432}$$

где h — постоянная Планка,

$\nu \sim 10^{11} - 10^{12}$ Гц — характерная частота излучения, при которой энергия фотона достаточна для разрушения куперовской пары.

Если два слоя сверхпроводника разделяются тонкой непроводящей пленкой толщиной менее 10^{-8} метра, то за счет туннельного эффекта возможно протекание электрического тока, но только при условии, что:

$$eV > 2\Delta,$$

где e — элементарный электрический заряд,

V — электрическое напряжение на контактах.

Для обычных низкотемпературных сверхпроводников-металлов при температурах ниже точки перехода в сверхпроводящее состояние T_C неплохо выполняется соотношение:

$$2\Delta = 3{,}5kT_C,$$

где k — постоянная Больцмана,

а температура перехода T_C зависит от состава вещества: 0,9 К для циркония, 7,22 К для свинца, 23 К для Nb_3Ge. Высокотемпературные сверхпроводники имеют температуру перехода до $T_C \sim 120 - 130$ К и энергия куперовских пар в них больше. Характерное расстояние R между электронами пары порядка $10^{-9} - 10^{-6}$ метра и уменьшается с ростом энергии связи пары $E = 2\,\Delta$. Оценку величины R можно сделать по формуле из [66]:

$$R \sim \frac{2\hbar V_F}{\sqrt{3}E},$$

где $\hbar$ — постоянная Планка,

V_F — скорость Ферми.

Довольно резкий переход в сверхпроводящее состояние ниже критической температуры T_C означает, что в веществе есть механизм взаимодействия между электронами такой, что он становится главным упорядочивающим фактором по отношению к тепловому хаотическому движению, создающему электрическое сопротивление. Поскольку данный параграф посвящен ядерной гравитации, предположим, что именно она ответственна за тесную связь между электронами при сверхпроводимости. Модуль гравитационной энергии связи двух электронов при расстоянии $R = 10^{-9} - 10^{-6}$ метра между ними равен:

$$|E_{ГР}| = \frac{Г M_E^2}{R} = 10^{-25} - 10^{-22} \text{ Дж},$$

здесь $Г$ — постоянная ядерной гравитации (422),
M_E — масса электрона.

Мы видим, что энергия $E_{ГР}$ того же порядка, что и энергия связи электронов (432) и увеличивается с уменьшением размера R пары. Как только $E_{ГР}$ станет больше тепловой энергии $E_{ТЕПЛ} = 3{,}5\, кT_C$ сразу во всем обьеме сверхпроводника, то электроны проводимости могут действительно стать единой электронной жидкостью, текущей без сопротивления.

Другим обязательным условием возникновения сверхпроводимости является подходящая структура кристаллической решетки — атомы должны быть расположены так, чтобы не мешать движению электронов. Известно довольно много проводящих веществ и металлов, в которых сверхпроводимость практически отсутствует. Чем меньше массы атомов решетки, чем меньше в ней градиенты гравитационных и электромагнитных полей, тем легче получить сверхпроводник. Некоторые вещества, не являющиеся сверхпроводниками и даже просто проводниками, образуя сложные соединения могут скомпенсироваться и стать сверхпроводниками (например, полимер из серы и азота). По-видимому, сверхпроводимость при комнатной температуре следует ожидать только в веществах со смешанной структурой, в которой часть атомов образует электроны проводимости, а другая часть создает конвейер для электронов (магистральные коридоры в толще вещества) как в биополимерах.

§ 46. Макромодели микрочастиц

§ 46. 1. Нуклоны и нейтронные звезды

Адронный уровень материи почти полностью состоит из протонов и нейтронов, которые образуют все известные атомные ядра. Действие ядерных сил на протон и нейтрон приблизительно одинаково, если не считать незначительной добавки от кулоновских сил, что позволяет считать нуклоны независимо от их заряда членами одного изотопического дублета. Удивительной особенностью элементарных частиц-адронов оказывается то, что протон является единственной стабильной частицей, а время жизни других адронов не превышает 10^{-8} секунды. Некоторым исключением является нейтрон, масса которого всего на 0,13 % больше массы протона, и который за время своей жизни (порядка 15 минут) распадается на протон, электрон и антинейтрино. Явная выделенность массы нуклонов заставляет сделать вывод о том, что образование этих частиц носит в целом резонансный характер. Это означает невозможность возникновения нуклона в случае, когда масса-энергия исходных обьектов меньше массы нуклона, и наличие механизма, посредством которого при соблюдении необходимых квантовых условий и достаточной исходной массы-энергии обязательно рождается хотя бы один нуклон. Можно предположить, что образование нейтронных звезд также имеет резонансный характер в отношении их масс. Если звезда имеет массу менее 8 — 9 M_C (M_C — масса Солнца), то результатом естественной эволюции может быть белый карлик, в который превращается вырожденное ядро этой звезды. Нейтронные звезды образуются в ходе коллапса ядер достаточно массивных звезд, при этом гравитационная энергия преобразуется в нейтринное и световое излучение настолько быстро, что это разбрасывает всю оболочку звезды в пространстве и мы наблюдаем сверхновую. Поскольку массы коллапсирующих звездных ядер почти не зависят от начальной массы звезды, то рождающиеся нейтронные звезды могут иметь практически одинаковые массы. Согласно [218] по данным для 6 рентгеновских пульсаров их массы лежат в пределах 1,2 — 1,6 M_C . По-видимому наиболее точное значение массы имеется для двойного пульсара PSR 1913+16, для которого $M_S = (1{,}41 \pm 0{,}06) M_C$. В соответствии с [40] скорости вращения двух нейтронных звезд у PSR 1913+16 вокруг их общего центра инерции при движении по прецессирующей в пространстве эллиптической орбите меняются от 75 до 300 км/с, расстояние между компонентами колеблется от 1,1 до 4,8 радиусов Солнца, а массы звезд практически совпадают.

Примем массу $M_S = 1{,}41 M_C$ в качестве величины, характеризующей вырожденные звезды, по аналогии с массой протона, задающей порядок масс адронной материи. Хотя нуклоны и нейтронные звезды близки друг к другу по степени вырождения, внутренней плотности вещества и резонансной выделенности в соответствующих спектрах масс, одна черта несомненно как бы разделяет их — разные характерные скорости составляющих их частиц C_X. По оценкам из § 30 у нейтронных звезд $C_X < 70000$ км/с, в то время как у нуклонов характерная скорость близка к скорости света $c = 299792$ км/с. Наверно было бы логичнее считать макроскопическими аналогами нуклонов черные дыры, у которых по определению характерная скорость частиц равна скорости света. В связи с вышеизложенным займем несколько двузначную позицию: будем считать черные дыры идеальной макромоделью для нуклонов, в то время как нейтронные звезды будут реальной макромоделью. Идеальность черных дыр позволяет легко связать их с адронами в отношении траекторий полюсов Редже. Мезонные и барионные траектории Редже объединяют частицы с разными спинами, но с одинаковыми остальными квантовыми числами, причем в широком интервале масс частиц траектории почти прямолинейны и квадратичны по массе. Математически в системе СИ это можно описать так:

$$I = A\hbar + \frac{B'\hbar c^4}{10^{18} e^2} m^2 \qquad (433)$$

где I — проекция спинового момента частицы на выделенное направление,
A — константа для каждой траектории, по величине близкая к нулю;
B' — характерное число для каждой траектории, определяющее ее наклон, со средним значением по всем траекториям $\overline{B}' = 0{,}9$ Кл$^2 \cdot$с$^4 \cdot$м$^{-4} \cdot$кг$^{-2}$,
$\hbar$ — постоянная Планка,
c — скорость света,
m — масса частицы,
e — элементарный электрический заряд.

Если мы сделаем обозначение $t' = \dfrac{c^4 m^2}{10^{18} e^2}$, $\alpha(t') = \dfrac{I}{\hbar}$,

то (433) примет вид:

$$\alpha(t') = A + B't' = A + Bt = \alpha(t), \qquad (434)$$

где B — наклон траектории, со средним значением для всех траекторий

$$\overline{B} = 0{,}9\ (\text{ГэВ})^{-2},$$

t — величина, имеющая размерность квадрата энергии, выраженной в энергетических единицах (ГэВ).

Напомним, что 1 ГэВ = 10^9 эВ = $1{,}602\cdot10^{-10}$ Дж, тогда размерность t есть (ГэВ)^2. Графики $\alpha(t)$ по уравнению (434) называются графиками Чу-Фраучи, на рисунке 76 приведены примеры некоторых траекторий из [93]. Поскольку проекция спина I на выделенное направление пропорциональна $\hbar/2$, то $\alpha(t)$ для частиц пропорциональна 1/2. Так, для нуклонов N, у которых масса покоя порядка 939 МэВ в энергетических единицах, $I = \hbar/2$, а для мезона ω (782 МэВ) $I = \hbar$.

Для черных дыр по определению спинового момента имеем:

$$I_{чд} \sim K V R\ M_{чд},$$

где K — коэффициент, зависящий от геометрии вращающегося тела,
для сплошного шара $K = 0{,}4$, для тонкостенной сферы $K = 1$,
V — экваториальная скорость вращения,
R — радиус,
$M_{чд}$ — масса черной дыры.

Радиус черной дыры находится в пределах от $R = 2\gamma M_{чд}/c^2$ для дыры Шварцильда до $R = \gamma M_{чд}/c^2$ для экстремальной дыры Керра. Так как скорость V не больше скорости света, то получается:

$$I_{чд} \sim \frac{K'\gamma}{c} M_{чд}^2, \quad \text{где } K' < 1,$$

и мы находим квадратичную зависимость спина от массы черной дыры, что согласуется с соотношением (433) для адронов.

Можно предположить, что спины элементарных частиц достаточно близки, но не превышают своих кеплеровских предельных значений, когда центростремительная сила, возникающая за счет вращения, сравнивается с ядерными силами притяжения. Действительно, при сверхкритическом вращении частица просто разорвется. Это же справедливо и для нейтронных звезд, для которых при предельном вращении кинетическая энергия вращения в любом случае не превышает величины, равной 10 – 12 % полной энергии звезды. Согласно [277] предельные кеплеровские угловые скорости вращения ω нейтронных звезд растут пропорционально массе звезды M, поскольку было обнаружено следующее условие:

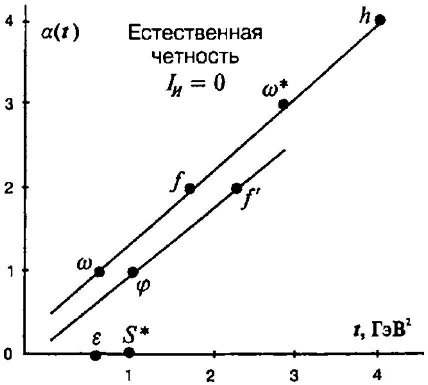


Рис. 76а. График Чу-Фраучи из [93]. Верхняя прямая показывает ω-мезонную траекторию, проходящую также через f, ω^* и h—мезоны.

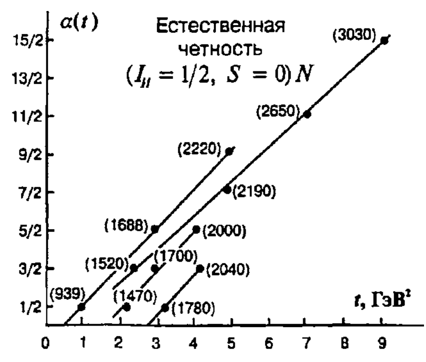


Рис. 76б. N-барионная траектория (вверху), $I_И$ – изотопический спин, S – странность.

$$\frac{d(\log\omega)}{d(\log M)} \sim 1, \quad \omega = K'M.$$

Если $J = K\,M\,R^2$ — момент инерции звезды, $I = J\omega$ — спин звезды, то мы получаем для состояний, близких к предельному вращению:

$$I \sim (K K' R^2)\, M^2 \tag{435}$$

Для жесткого уравнения состояния ядерного вещества из [341] можно принять, что $K \sim 0{,}4$, $K' = (1,4 \pm 0,2)\cdot 10^{-27}$ кг$^{-1}\cdot$с$^{-1}$ при изменении массы звезды от 1,23 M_C до 2,15 M_C, радиус $R \sim 15$ км и меняется незначительно, и тогда предельный спин нейтронной звезды квадратично зависит от ее массы, подобно соотношению (433) для адронов. Комбинируя (433) и (435) с учетом того, что согласно [93] для нуклонов $A = -0{,}3$; $I = \hbar/2$, можно оценить сверху звездную постоянную $\hbar'_S$ для вырожденных обьектов:

$$\frac{\hbar'_S}{2} < -0{,}3\,\hbar'_S + (K K' R^2)\, M^2.$$

Отсюда при $R = 14{,}9$ км, $M = 1{,}41$ M_C и указанных выше значениях K, K' получаем:

$$\hbar'_S < 1{,}24\cdot 10^{42}\ \text{Дж}\cdot\text{с}, \quad h'_S = 2\pi\hbar'_S < 7{,}8\cdot 10^{42}\ \text{Дж}\cdot\text{с} \tag{436}$$

Оценка звездной постоянной (436) вполне коррелирует с величиной h'_S из (405), извлеченной из собственных колебаний черных дыр.

С целью дальнейшего сравнения нуклонов и нейтронных звезд рассмотрим их внутреннее строение. Для жесткой модели ядерного вещества ход плотности от текущего радиуса нейтронной звезды приведен на рисунке 77 по данным из [277]. Предполагается, что масса звезды $M = 1{,}41 M_C$, радиус $R = 14{,}9$ км, центральная плотность

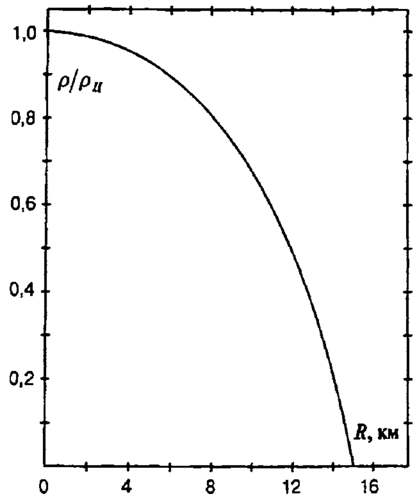


Рис.77.Ход нормированной плотности вещества нейтронной звезды массы 1,41 M_C для жесткой модели состояния ядерного вещества по данным из [277]. $\rho_Ц$ – плотность в центре звезды.

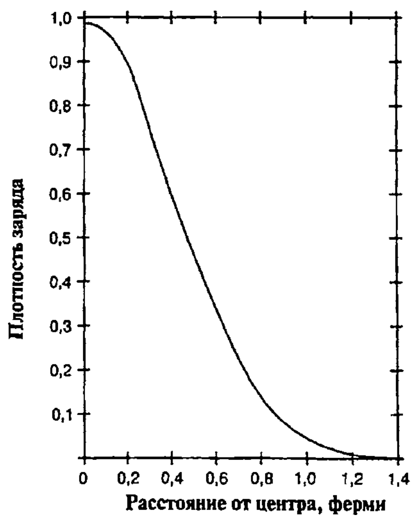


Рис. 78. Нормированная зарядовая плотность протона из опытов по рассеянию электронов согласно [209].

$\rho_ц = 4{,}3 \cdot 10^{17}$ кг/м^3, средняя плотность вещества $\rho = 2 \cdot 10^{17}$ кг/м^3, отношение плотностей $\rho_ц/\rho = 2{,}15$.

Непосредственное нахождение распределения плотности вещества в протоне затруднено, из опытов по рассеянию электронов на протонах обычно выводится лишь распределение плотности заряда (а также магнитного момента). Приведем модель распределения заряда в протоне (рисунок 78) согласно [209], полагая, что она как-то отражает и распределение плотности вещества. Кривая плотности заряда в зависимости от текущего радиуса r приблизительно соответствует распределению Гаусса:

$$\frac{dq}{dV} = A\exp\left[-(r/a)^2\right],$$

где dV — элемент обьема, содержащий заряд dq,

A — некоторая константа, равная плотности заряда при малых r,

$$a = 0{,}57 \cdot 10^{-15} \text{ метра} = 0{,}57 \text{ фм}.$$

Протон оказывается протяженным телом со среднеквадратичным зарядовым радиусом порядка 0,75 фм. На рисунке 79 приведены распределения заряда в протоне, гелии и многих других ядрах из [210]. Максимальную центральную плотность заряда имеет протон, затем следует плотно упакованное ядро атома гелия ^{4}He (альфа-частица), остальные ядра образуют группу с незначительно различающейся центральной плотностью. При рассеянии электронов с энергией 188 МэВ на протонах поведение форм-фактора протона, то есть отклонение от идеального точечного рассеивателя, хорошо согласуется со среднеквадратичным радиусом протона, равным 0,7 фм.

Распределение плотности вещества в гелии и некоторых других ядрах от текущего радиуса приведено на рисунке 80 согласно [75], откуда плотность в центре ядра гелия получается $\rho_{гц} = 0{,}32$ нуклон/фм^3 = $5{,}34 \cdot 10^{17}$ кг/м^3. Для того, чтобы оценить плотность вещества в центре протона, приравняем отношение центральных плотностей вещества протона и гелия к аналогичному отношению для плотностей заряда:

$$\left(\frac{\rho_P}{\rho_Г}\right)_{ц,\ вещество} = \left(\frac{\rho_P}{\rho_Г}\right)_{ц,\ заряд}$$

Из рисунка 79 отношение центральных плотностей заряда протона и гелия равно 5,45 , тогда для центральной плотности вещества протона получим:

$$\rho_{Pц} = 5{,}45\rho_{Гц} = 2{,}9 \cdot 10^{18} \text{кг/м}^3. \quad (437)$$

Средняя плотность вещества протона при его радиусе R_P = 0,66 фм (смотри § 11) равна:

$$\rho_P = \frac{M_P}{V_P} = \frac{3M_P}{4\pi R_P^3} = 1{,}39 \cdot 10^{18} \text{ кг/м}^3,$$

здесь M_P — масса протона,

V_P — обьем протона.

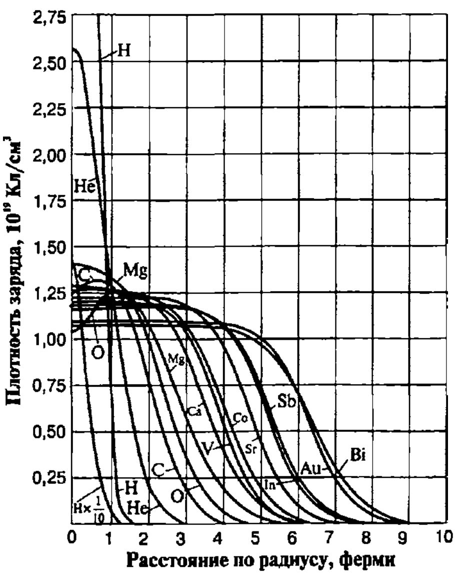


Рис.79.Распределения плотности заряда в протоне, гелии и некоторых ядрах, полученные с помощью рассеяния электронов, согласно [210].

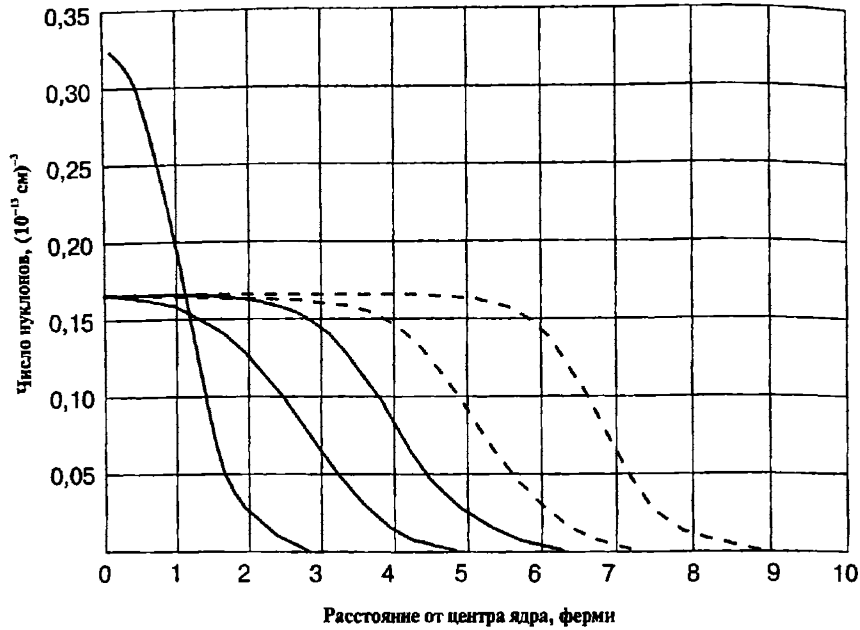


Рис. 80. Ход плотности вещества в гелии и некоторых других ядрах по [75]. Слева направо: ^{4}He, ^{24}Mg, ^{59}Co, ^{120}Sn, ^{197}Au.

Отношение центральной и средней плотностей вещества протона $\rho_{рц}/\rho_{р}$ получается порядка 2,1 , что вполне соответствует отношению плотностей в принятой выше модели нейтронной звезды.

Обсудим вопрос о том, почему именно нейтронные звезды, а не черные дыры должны быть реальными аналогами нуклонов. Как следует из Таблицы 57 в § 35, плотности вещества черных дыр должны превышать плотность протона (437), а плотности вещества нейтронных звезд, наоборот, меньше чем (437). О том, что сверхплотное по отношению к плотности протона вещество не стабильно, говорят взаимодействия элементарных частиц и ядер при высоких энергиях. Глубоко неупругие столкновения ядер зачастую приводят к возникновению файербола — расширяющегося огненного шара размером порядка 4 фм, который затем распадается на некоторое количество адронов. Если бы стабильные сверхплотные частицы с размером протона существовали в природе, мы бы обязательно их обнаружили — уж если они могут образовываться, то их должно быть достаточно много. По-видимому, мощные ядерные силы, отвечающие за целостность протона, не могут нарастить его массу при взаимодействии с другими частицами и тем самым увеличить его плотность.

В нейтронных звездах вещество состоит из плотно упакованных отдельных нуклонов, в основном нейтронов, с твердой поверхностной корой толщиной около километра из ионизованных ядер железа и более тяжелых ядер, так что средняя плотность вещества близка к плотности в атомных ядрах. Для черных дыр можно было бы предположить, что их сверхплотное вещество возможно благодаря действию сжимающих сил гравитации. Однако сам процесс рождения нейтронных звезд может не допустить возникновения черных дыр. Как уже отмечалось, энергия сверхновой так велика, что разбрасывает всю оболочку звезды прежде, чем ее масса сможет принять участие в коллапсе и дополнительно сжать ядро звезды до состояния черной дыры. Готовая же нейтронная звезда имеет настолько мощную магнитосферу, что это легко предохраняет ее от аккреции заряженной плазмы и увеличения массы. Постоянный сброс излишней массы наблюдается во всех радио и рентгеновских пульсарах и гамма-барстерах.

В связи с вышеизложенным сформулируем следующее утверждение, которого мы будем придерживаться: на каждом уровне материи существуют свои вырожденные (и наиболее плотные) характерные обьекты. Нуклоны характеризуют атомные ядра и сами их образуют, нейтронные звезды являются вырожденными обьектами среди звезд и также образуют кратные системы, а среди галактик к вырожденным обьектам можно отнести ядра квазаров. Главной особенностью для ряда подобных обьектов должно быть то, что их средние плотности уменьшаются с ростом массы обьектов. Вернемся к нуклонам с тем, чтобы сделать дополнительные оценки их размеров. Известно, что по мере увеличения энергии сталкивающихся частиц до десятков ГэВ полные сечения их взаимодействия уменьшаются и далее почти не изменяются. В Таблице 64 приведены установившиеся сечения взаимодействия элементарных частиц по данным из [13]. Напомним, что 1 мбарн = 10^{-3} барн, 1 барн = 10^{-28} м^2.

Таблица 64

Полные сечения взаимодействия частиц при энергиях более 10 ГэВ.

Взаимодействующие частицы	Полные сечения σ, мбарн
протон — протон, протон — нейтрон	38
протон — антипротон	45
пион π^- — протон	23,5
пион π^+ — протон	21,5
K^--мезон — протон K^+-мезон — протон	18–19
пион — пион	10–12
К-мезон — пион	15

В классическом пределе можно считать, что сечение рассеяния протонов на нуклонах того же порядка, что и геометрическое сечение двух сталкивающихся частиц. Тогда должно быть:

$$2\pi R_p^2 < 38 \text{ мбарн} = 3{,}8 \cdot 10^{-30} \text{ м}^2,$$

откуда радиус протона $R_p < 0{,}78$ фм.

Сделаем оценку радиуса протона с помощью модели ядерной гравитации, рассмотренной в предыдущем параграфе. По теореме вириала (смотри § 8, соотношение (40)) потенциальная энергия U, кинетическая энергия E_K и энергия излучения U_H в протоне связаны между собой:

$$-U = 2E_K + U_H .$$

Подставляя $U = -\dfrac{K\Gamma M_p^2}{R_p}$ для потенциальной гравитационной энергии,

$E_k = M_p c^2$ — энергию связи протона, равную кинетической энергии составляющих его частиц, для радиуса протона находим:

$$R_p = \frac{K\Gamma M_p^2}{2M_p c^2 + U_H} < \frac{K\Gamma M_p}{2c^2} = 0{,}84 \text{ фм}, \tag{438}$$

здесь K — коэффициент, зависящий от распределения плотности вещества, для однородного шара $K = 0{,}6$,

Γ — постоянная ядерной гравитации (422),

M_p — масса протона,

c — скорость света.

Следовательно, $R_p < 0{,}84$ фм.

Рассмотрим магнитный момент протона в виде простейшего кругового тока с радиусом круга R_p. Поскольку заряд протона равен элементарному электрическому заряду e, то по определению величина тока i есть величина заряда, протекающего по окружности в единицу времени:

$i = e/T$, где T — период обращения заряда.

Период T можно связать со скоростью движения заряда v и длиной окружности:

$$T = \frac{2\pi R_p}{\text{v}}.$$

Магнитный момент будет равен:

$$P_M = i\pi R_p^2 = \frac{eR_p \text{v}}{2}. \tag{439}$$

Экспериментальное значение магнитного момента протона составляет величину $P_M = 1{,}41 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл. Если вместо v в (439) подставить скорость света, то получим нижнюю оценку радиуса протона:

$$R_p > \frac{2P_M}{ec} = 0{,}59 \text{ фм}.$$

Таким образом, экспериментальные и теоретические методы вполне согласуются между собой в определении R_p. Как в этом параграфе, так и в §§ 11, 43 для величины радиуса протона принято значение $R_p = 0{,}66 \cdot 10^{-15}$ метра.

Займемся теперь определением характерной скорости и звездной постоянной h'_S для вырожденных обьектов, то есть для нейтронных звезд. Представим соотношение (438) в следующем виде:

$$R_p = \frac{K\Gamma M_p^2}{2M_p c^2 (1 + \frac{U_H}{2M_p c^2})} = \frac{AK\Gamma M_p}{2c^2},$$

где коэффициент $A = 0{,}78$ для того, чтобы радиус протона R_p равнялся 0,66 фм. Предположим, что подобное соотношение справедливо и для нейтронных звезд, тогда можно найти характерную скорость частиц звезды C_S:

$$R_S = \frac{AK\gamma M_S}{2C_S^2}, \quad \text{отсюда } C_S = 5{,}4 \cdot 10^7 \text{ м/с}, \tag{440}$$

здесь $R_S = 14{,}9$ км — принятое нами значение радиуса нейтронной звезды с массой $M_S = 1{,}41\, M_C$,

M_C — масса Солнца,

$A = 0{,}78$, $K = 0{,}6$ — коэффициенты пропорциональности,

γ — гравитационная постоянная.

Согласно (82) для постоянной Планка имеем:

$$h = 2 M_p R_p c,$$

где M_p, R_p — масса и радиус протона, c — скорость света.

Для нейтронной звезды получаем аналогично:

$$h'_S = 2 M_S R_S C_S = 4,5 \cdot 10^{42} \text{ Дж} \cdot \text{с}. \quad (441)$$

$$\hbar'_S = \frac{h'_S}{2\pi} = 7,2 \cdot 10^{41} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Заметим, что для вырожденных обьектов величина звездной постоянной (441) оказывается приблизительно в 2,5 раза больше, чем звездная постоянная (98), найденная для звезд главной последовательности. Значение (441) согласуется также с величиной h'_S по (436). Разделив C_S из (440) на радиус нейтронной звезды, оценим характерную угловую скорость вращения:

$$\omega = C_S / R_S = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

По данным [277] угловая скорость быстрейшего пульсара PSR 1937+214, равная $4,03 \cdot 10^3$ с$^{-1}$, действительно близка к предельной угловой скорости вращения нейтронных звезд.

Любопытной чертой подобия атомных и звездных систем является их предельно возможная точность выполнения периодических процессов, которая практически совпадает. Так, период следования импульсов от пульсара PSR 1937+214 равен 0,0015578064488724 секунды и известен с точностью до 13 значащих цифр [18], что сравнимо с точностью лучших атомных стандартов частоты.

С учетом параметров нуклонов и нейтронных звезд становится возможным определение коэффициентов подобия, представленных в Таблице 65.

Таблица 65

Параметры и коэффициенты подобия для нейтронных звезд и нуклонов.

Масса,кг	Радиус, м	Характерная скорость, м/с	Средняя плотность вещества, кг/м^3
Нейтронная звезда			
$M_S = 2,8 \cdot 10^{30}$	$R_S = 1,49 \cdot 10^4$	$C_S = 5,4 \cdot 10^7$	$\rho_S = 2 \cdot 10^{17}$
Протон			
$M_P = 1,67 \cdot 10^{-27}$	$R_P = 6,6 \cdot 10^{-16}$	$c = 2,99 \cdot 10^8$	$\rho_P = 1,39 \cdot 10^{18}$
Коэффициенты подобия			
$\Phi' = 1,68 \cdot 10^{57}$	$P' = 2,26 \cdot 10^{19}$	$S' = 1,8 \cdot 10^{-1}$	$1,44 \cdot 10^{-1}$

При предельно быстром вращении жидкой гравитирующей массы, когда она становится эллипсоидом, справедлива следующая формула из теории устойчивости для момента импульса:

$$L = 0,31 \gamma^{1/2} M^{5/3} \rho^{-1/6},$$

где γ — гравитационная постоянная,

M — масса,

ρ — плотность вещества.

Подставляя сюда массу и плотность нейтронной звезды из Таблицы 65, находим $L_S = 1,8 \cdot 10^{42}$ Дж·с, что сравнимо с (441).

Коэффициенты подобия по массе и размерам можно связать между собой:

$$M_S = \rho_S \frac{4\pi}{3} R_S^3, \quad M_P = \rho_P \frac{4\pi}{3} R_P^3, \quad \Phi' = \frac{M_S}{M_P}, \quad P' = \frac{R_S}{R_P}, \quad \Phi' = \frac{\rho_S}{\rho_P} P'^3. \quad (442)$$

У идеального аналога нуклонов — черной дыры соответствующей массы — совпадают характерные скорости частиц, равные скорости света, и одинаковыми будут плотности вещества. В результате по (442) получается условие:

$$\Phi' \sim P'^3,$$

которое было использовано нами в § 38, пункт б) для определения возможных параметров частиц, составляющих протон. Соотношение (442) в какой-то степени аналогично (235), составленному для звезд главной последовательности:

$$\Phi = \frac{4(K'K)^{1,5}\alpha^{1,5}}{3\sqrt{\pi}} P_0^3 S_0^3$$

Если в этом выражении сделать предельный переход, увеличив скорость частиц в звезде до скорости света, так что коэффициент подобия по скоростям S_0 станет равным единице, и заменив постоянную тонкой структуры α на единицу (по определению, $\alpha = V/c$, где V — скорость электрона в атоме водорода в модели Бора, но мы увеличиваем скорости всех частиц до скорости света и тогда $\alpha = 1$), то мы получим:

$$\Phi \sim P^3, \text{ как для черной дыры.}$$

Данное соотношение можно вывести и с помощью следующих рассуждений. Предположим, что в нейтронной звезде нуклоны упакованы сферическими слоями, а толщина каждого слоя равна диаметру нуклона. Оценка числа нуклонов N_i в i слое дает:

$$N_i = \left(\frac{\sqrt{4\pi R_i^2}}{2R_H}\right)^2 = \frac{\pi R_i^2}{R_H^2},$$

здесь R_i — радиус i-го сферического слоя,

$4\pi R_i^2$ — площадь i-го слоя, которая приравнивается к площади квадрата со стороной $\sqrt{4\pi R_i^2}$,

$2R_H$ — диаметр нуклона (R_H — радиус нуклона).

Общее количество нуклонов N равно сумме нуклонов во всех n сферических слоях, с учетом соотношения между радиусами соседних слоев $R_i = R_{i-1} + 2R_H$ имеем:

$$N = \sum_i N_i = \frac{\pi}{R_H^2}\sum_i R_i^2 = \frac{\pi}{R_H^2}(4R_H^2 n^2 + 4R_H^2(n-1)^2 + 4R_H^2(n-2)^2 + \ldots) =$$

$$= 4\pi(1^2 + 2^2 + 3^2 + \quad + n^2) = \frac{4\pi n(n+1)(2n+1)}{6} \sim \frac{4\pi n^3}{3},$$

причем радиус звезды $R_S = 2R_H n$.

Учитывая, что N равно коэффициенту подобия по массе Φ, то есть:

$$N = \Phi = \frac{M_S}{M_H},$$

где M_S — масса звезды, M_H — масса нуклона,

а также соотношение для коэффициента подобия по размерам:

$$P = \frac{R_S}{R_H} = 2n, \text{ или } n = P/2,$$

в результате получаем:

$$\Phi \sim \frac{4\pi}{3}\left(\frac{P}{2}\right)^3 \sim \frac{\pi}{6}P^3.$$

Сравнение с (442) показывает, что средняя плотность нейтронной звезды должна быть меньше средней плотности внутри нуклонов за счет пустот между нуклонами в нейтронной звезде.

Для дальнейших расчетов выпишем из [218] формулы для массы и размера вырожденного обьекта, которые мы используем для оценки предела Чандрасекхара — соответствующего ограничения на массу и размер:

$$M_S \sim \frac{1}{M_P^2}\left(\frac{\hbar c}{\gamma}\right)^{1,5} = 1{,}8 M_C, \tag{443}$$

$$R_S \sim \frac{\hbar}{M_P^2 c}\left(\frac{\hbar c}{\gamma}\right)^{0,5} = 2{,}7 \text{ км — для нейтронной звезды},$$

$$R_{БК} \sim \frac{\hbar}{M_E M_P c}\left(\frac{\hbar c}{\gamma}\right)^{0,5} = 5000 \text{ км — для белого карлика},$$

здесь $\hbar$ — постоянная Планка,
M_P — масса протона,
c — скорость света,
γ — гравитационная постоянная,
M_E — масса электрона.

Выражения (443) можно получить на том же пути, что и соотношения для звезд главной последовательности в § 26. В (443) отсутствуют некоторые численные коэффициенты, однако правильный порядок величин M_S, R_S получается верно. Поскольку нуклоны являются такими же вырожденными обьектами, как белые карлики и нейтронные звезды, то с помощью (443) можно оценить и их массу и размеры. Для этого необходимо взять массу р-преонов, составляющих протон, их характерный момент импульса типа постоянной Планка из § 38, пункт б), а также постоянную ядерной гравитации (422). В результате получим:

$$M_P \sim \frac{1}{M^2}\left(\frac{L_X c}{\Gamma}\right)^{1,5} = 6 \cdot 10^{-28} \text{ кг}, \tag{444}$$

$$R_P \sim \frac{L_X}{M^2 c}\left(\frac{L_X c}{\Gamma}\right)^{0,5} = 0{,}9 \cdot 10^{-15} \text{ м} = 0{,}9 \text{ фм},$$

здесь $M \sim 1{,}1 \cdot 10^{-37}$ кг — масса р-преона,
$L_X \sim 1{,}8 \cdot 10^{-47}$ Дж·с — характерный момент импульса преонов,
c — скорость света,
$\Gamma = 1{,}51 \cdot 10^{29}$ м^3·кг$^{-1}$·с$^{-2}$ — постоянная ядерной гравитации.

Оценки в (444) достаточно близки к массе и радиусу протона. Подставим теперь в (443) выражение для $\hbar$, записанное с помощью (438) и (82):

$$R_P \sim \frac{K \Gamma M_P}{2c^2}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{2 M_P R_P c}{2\pi} = \frac{K \Gamma M_P^2}{2\pi c}, \quad \frac{M_S}{M_P} \sim \left(\frac{K}{2\pi}\right)^{1,5}\left(\frac{\Gamma}{\gamma}\right)^{1,5},$$

здесь R_P — радиус протона,
K — постоянная меньше единицы,
Γ — постоянная ядерной гравитации (422),

c — скорость света.

Отсюда видно, что отношение масс вырожденных обьектов определяется отношением постоянных величин — постоянной ядерной гравитации Γ и обычной гравитационной постоянной γ. Это дает нам право предположить, что в каждом поле типа гравитационного существует только один инвариант вырожденной массы, зависящий только от свойств самого поля и имеющий наибольшую плотность гравитационной энергии по сравнению с другими обьектами.

Как было показано в § 44, вращающиеся магнитные моменты порождают электрические заряды — замагниченные обьекты при вращении наэлектризовываются. Предельный электрический заряд и магнитный момент нейтронной звезды можно найти с помощью коэффициентов подобия из Таблицы 65. В системе единиц СГС электрический заряд выражается через единицы длины, массы и времени:

$$[q]= L^{1,5}\ M^{0,5}\ T^{-1},$$

где $[q]$ — размерность заряда,

L, M, T — единицы длины, массы и времени соответственно.

Если взять в качестве характерной длины радиус протона R_p, в качестве единицы массы — массу протона M_p, в качестве единицы времени — некоторое характерное протонное время T_p, то для заряда протона e можно записать:

$$e = AR_p^{1,5}\,M_p^{0,5}\,T_p^{-1},$$

где A — некоторая константа.

Характерная скорость частиц протона равна скорости света, поэтому отношение R_p/T_p можно заменить на скорость света c:

$$e = ДR_p^{0,5}\,M_p^{0,5}\,c, \tag{445}$$

где $Д$ — некоторая новая константа.

Для заряда нейтронной звезды соотношение (445) имеет аналогичный вид:

$$Q = ДR_S^{0,5}\,M_S^{0,5}C_S\ , \tag{446}$$

здесь M_S, R_S — масса и радиус нейтронной звезды,

C_S — характерная скорость частиц нейтронной звезды.

Разделив (446) на (445), найдем заряд нейтронной звезды Q:

$$Q = e(\frac{R_S}{R_p})^{0,5}(\frac{M_S}{M_p})^{0,5}(\frac{C_S}{c}) = e(P'\Phi')^{0,5}S' = 5{,}6\cdot10^{18}\ \text{Кл}, \tag{447}$$

здесь e — элементарный электрический заряд,

P', Φ', S' — коэффициенты подобия из Таблицы 65.

Подобные выкладки для предельного магнитного момента нейтронной звезды дают:

$$P_{MS} = P_{MP}\,P'^{1,5}\Phi'^{0,5}S'^2 = 2\cdot10^{30}\ \text{Дж/Тл}, \tag{448}$$

где P_{MP} — магнитный момент протона.

Для сравнения с (447) оценим эффективный заряд нейтронной звезды по формуле, подобной (415):

$$Q_э \sim \frac{2P_{MS}\,\omega}{C_S^2} = 5{,}5\cdot10^{18}\ \text{Кл}, \tag{449}$$

здесь взято P_{MS} из (448), $\omega = 4{,}03\cdot10^3\ \text{с}^{-1}$ — угловая скорость вращения одного из самых быстрых пульсаров PSR 1937+214, а характерная скорость частиц в нейтронной звезде C_S из (440). При данных параметрах (447) практически совпадает с (449).

Для элементарных частиц и черных дыр выполняется следующее соотношение между спином I и магнитным моментом P_M (смотри, например [144]):

$$P_M \sim \frac{\kappa Q}{M} I, \qquad (450)$$

где κ — коэффициент порядка единицы; для протона $\kappa = 2{,}79$,
для нейтрона $\kappa = -1{,}91$,
Q — заряд,
M — масса обьекта.

Считая, что это выражение справедливо и для нейтронных звезд как аналогов протона, можно оценить их предельное вращение:

$$P_{MS} = \frac{2{,}79\,Q}{M_S} I, \quad I = K M_S V R_S, \quad V = \omega R_S, \quad \omega = \frac{P_{MS}}{2{,}79 K Q R_S^2} = 1{,}4 \cdot 10^3\,\text{с}^{-1},$$

здесь $K = 0{,}4$ — коэффициент для однородного шара,
V — экваториальная скорость вращения,
ω — угловая скорость вращения,
$R_S = 14{,}9$ км для нашей модели нейтронной звезды,
P_{MS} — магнитный момент (448),
Q — электрический заряд (447).

Найденное значение угловой скорости ω довольно близко к предельным скоростям вращения пульсаров.

Измеряемые магнитные моменты радио и рентгеновских пульсаров, как видно по данным § 17, меньше по величине, чем (448). Некоторые звезды — барстеры дают импульсы гамма-излучения разной формы длительностью от нескольких миллисекунд до минуты. То, что барстеры являются нейтронными звездами, следует из наблюдений пульсаций излучения у FXP 0520-66, которые имеют период $8{,}1 \pm 0{,}1$ секунд и интерпретируются как следствие вращения звезды. В излучении часто наблюдают эмиссионные линии с энергией 400 кэВ, которые считаются линиями двухквантовой аннигиляции электрон-позитронных пар, претерпевшими гравитационное красное смещение в потенциале нейтронной звезды величиной около $0{,}15\,c^2$. Если мы подставим в формулу для гравитационного потенциала $\phi = (-\gamma M_S)/R_S$ массу нейтронной звезды $M_S = 1{,}41\ M_C = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг и ее радиус $R_S = 14{,}9$ км, то получим $\phi = 0{,}14\,c$ (c — скорость света), что близко к результату, извлеченному из наблюдений аннигиляционных линий. Косвенную оценку магнитного поля барстеров делают по абсорбционным линиям (наблюдаются в 1/3 всех событий), которые обьясняются как циклотронные особенности на первой гармонике гирочастоты $w = e\,B/M_E$ (здесь e — элементарный электрический заряд, B — индукция магнитного поля, M_E — масса электрона). Отсюда получается $B = 6 \cdot 10^8$ Тл, а магнитный момент до 10^{28} Дж/Тл, что также меньше значения (448). Однако некоторые рентгеновские пульсары и так называемые магнетары обладают особо большими магнитными полями. По последним данным (смотри УФН — 1998 — Т. 168 — Вып. 11 — Стр. 1234) напряженность магнитного поля у магнетаров может достигать величины $H = 8 \cdot 10^{16}$ А/м, что в 100 раз больше, чем у обычных нейтронных звезд. Расчет магнитного момента для поля H на полюсе дает: $P_M = 2\pi H R_S^3 \sim 1{,}7 \cdot 10^{30}$ Дж/Тл, что практически совпадает с (448). Обсуждение магнитных свойств нейтронных звезд будет продолжено в § 46. 3.

Используем соотношение (422) для связи магнитного момента, заряда и спина в вырожденных звездных обьектах, для чего представим его следующим образом:

$$\frac{e}{M_E} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \Gamma M_P}{M_E}} \text{ — для электрона,} \qquad (451)$$

$$\frac{e}{M_P} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \Gamma M_E}{M_P}} \text{ — для протона.}$$

Вспомним, что магнитные моменты электрона и протона имеют вид:

$$P_{ME} = \frac{e}{M_E}\frac{\hbar}{2} = \frac{e}{M_E} I_E, \quad P_{MP} = \frac{2{,}79e}{M_P}\frac{\hbar}{2} = 2{,}79\frac{e}{M_P} I_P, \qquad (452)$$

причем e — элементарный электрический заряд,
M_E — масса электрона,
M_P — масса протона,
ε_0 — электрическая постоянная,
Γ — постоянная ядерной гравитации (422),
$\hbar$ — постоянная Планка,
$I_E = I_P = \hbar/2$ — характерный спин частиц-фермионов, к которым относятся электрон и протон.

Подставим (451) в (452), одновременно переходя к звездным системам, то есть заменяя постоянную ядерной гравитации Γ на гравитационную постоянную γ. В результате получим магнитные моменты, соответствующие планете — аналогу электрона ($P_{M\Pi}$) и нейтронной звезде (P_{MS}):

$$P_{M\Pi} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_P}{M_E}} I_\Pi, \quad P_{MS} = 2{,}79\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_E}{M_P}} I_S, \qquad (453)$$

здесь I_Π — спин планеты — аналога электрона,
I_S — спин нейтронной звезды.

Мы не заменяли отношение масс M_P/M_E в (453) на отношение масс звезды и планеты M_S/M_Π, поскольку это отношение безразмерно. Подставляя в (453) характерный спин нейтронной звезды $\hbar'_S/2$, где $\hbar'_S$ из (441), получим:

$$P_{MS} = 2{,}79\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_E}{M_P}}\frac{\hbar'_S}{2} = 2\cdot 10^{30} \text{ Дж/Тл},$$

что совпадает со значением магнитного момента (448).

Магнитный момент вырожденной планеты при спине $I_\Pi = \hbar'_S/2$ в (453) имеет значение $1{,}3\cdot 10^{33}$ Дж/Тл (звездный магнетон Бора). Обычно планеты не имеют такого большого спина и их магнитный момент соответственно меньше. Отношение заряда к массе (гиромагнитное отношение K_Π) для вырожденной планеты с учетом (450) и (453) равно:

$$K_\Pi = K_{PE} = \frac{P_{M\Pi}}{I_\Pi} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_P}{M_E}} = 3{,}69\cdot 10^{-9} \text{ Тл}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}. \qquad (454)$$

Величина K_Π в 24 раза превышает гиромагнитное отношение для ядра Земли (121) в § 16 и оказывается равной величине K_{PE} из (127) в § 17. На рисунке 40 видно, что магнитные моменты и спины космических обьектов от планет до Галактики попадают в область между двумя параллельными прямыми. Верхняя прямая соответствует звездному магнетону Бора, а ее уравнение совпадает с уравнением для магнитного момента вырожденной планеты $P_{M\Pi}$ из (453) – это следует из равенства наклона прямой K_{PE} величине K_Π. Нижняя прямая на рисунке 40 соответствует звездному ядерному магнетону, а ее уравнение отличается от уравнения (453) для магнитного момента нейтронной звезды P_{MS} только коэффициентом 2,79 , возникающим от отклонения магнитного момента протона от ядерного магнетона.

Пропорциональность магнитных моментов Земли и Солнца их спинам и квадратному корню из гравитационной постоянной γ известна довольно давно, смотри например [26]. Теперь из (453) и (454) мы видим связь между магнитным моментом, спином и гравитационной постоянной γ, причем для вырожденных обьектов можно кратко записать:

$$P_{Mп} = K_п I_п \text{ — для звездного магнетона Бора,}$$

$$P_{Mя} = \frac{K_п M_E}{M_P} I_S \text{ — для звездного ядерного магнетона,}$$

$$P_{MS} = 2{,}79 P_{Mя} \text{ — для нейтронной звезды.}$$

Переходя в (452) от протона к нейтронной звезде и используя (453), найдем заряд нейтронной звезды через ее массу M_S и гравитационную постоянную γ:

$$P_{MS} = 2{,}79 \frac{Q}{M_S} I_S = 2{,}79 \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_E}{M_P}} I_S,$$

$$Q = M_S \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 \gamma M_E}{M_P}} = 5{,}6\cdot 10^{18}\ \text{Кл}, \qquad (455)$$

здесь $M_S = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг — принятая нами масса нейтронной звезды,
ε_0 — электрическая постоянная,
γ — гравитационная постоянная,
M_E, M_P — массы электрона и протона соответственно.

Порождаемый гравитацией электрический заряд (455) равен эффективному заряду нейтронной звезды (449) при предельном вращении и заряду (447), найденному по теории подобия. С помощью заряда Q (455) нейтронной звезды можно оценить долю электромагнитной энергии $E_э$ по отношению к гравитационной энергии звезды U_S:

$$E_э \sim \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R_S}, \quad U_S \sim \frac{\gamma M_S^2}{R_S}, \quad \frac{E_э}{U_S} = \frac{M_E}{M_P} = 5{,}4\cdot 10^{-4}.$$

Такая же доля электромагнитной энергии должна быть заключена и в протоне.

§ 46. 2. Адроны

Мезоны, имеющие нулевое барионное число, и барионы, у которых барионное число равно единице, составляют львиную долю всех элементарных частиц и обьединяются в адроны, обычно участвующие в сильном и электромагнитном взаимодействиях. В противоположность этому немногочисленным лептонам, таким как электрон, мюон, τ-лептон и различные нейтрино, приписывают участие только в электрослабых взаимодействиях, по крайней мере при не очень больших энергиях частиц. Среди барионов наименьшую массу имеют нуклоны — практически вечный протон с временем жизни более 10^{32} лет и нейтрон с временем жизни порядка 15 минут. Бомбардировка нуклонов ускоренными частицами приводит к возникновению короткоживущих барионных состояний — многочисленных резонансов типа N, Δ; странных барионов или гиперонов типа Λ, Σ, Ξ, Ω и их резонансов; возникают также очарованные нестранные барионы типа Λ_C и Σ_C. В подобных же экспериментах регистрируются легкие мезоны π, η и их резонансы; странные мезоны типа K; очарованные нестранные мезоны типа D; очарованные странные мезоны типа D_S; прелестные нестранные мезоны типа B. Пион (π-мезон) имеет наименьшую массу среди адронов — он приблизительно в 6,8 раз легче нуклонов, кроме того, пионы бывают заряженные и нейтральные с небольшой разницей в массе. Приписывая эту разницу масс вкладу от электростатической энергии шара с размером пиона, можно оценить радиус пиона так же, как это было сделано для нуклонов в § 11:

$$(M_\pi^+ - M_\pi^0)c^2 = \frac{Ke^2}{4\pi\varepsilon_0 R_\pi},$$

здесь M_π^+ — масса заряженного пиона,
M_π^0 — масса нейтрального пиона,
c — скорость света,
$K = 0,6$ для однородно заряженного шара,
e — элементарный электрический заряд,
ε_0 — электрическая постоянная,
R_π — радиус пиона.

Отсюда находим $R_\pi = 0,19 \cdot 10^{-15}$ метра $= 0,19$ фм. (456)

Радиус пиона можно оценить также, приравнивая его полную энергию $E = -E_K = -M_\pi C_X^2$ и половину потенциальной энергии ядерной гравитации, как для протона в (438):

$$R_\pi \sim \frac{K\Gamma M_\pi}{2C_X^2}. \tag{457}$$

Заметим, что из-за малости пиона характерная скорость частиц C_X в пионе должна быть меньше скорости света, мала и доля электромагнитного излучения в энергетическом балансе. Поэтому полная энергия пиона (равная по модулю кинетической энергии его частиц E_k) меньше энергии покоя пиона $E_0 = M_\pi c^2$. Заменяя в (457) скорость C_X на скорость света, находим:

$$R_\pi > \frac{K\Gamma M_\pi}{2c^2} = 0{,}12\,\text{фм},$$

что согласуется с (456). То, что радиус пиона меньше радиуса протона $R_p = 0,66$ фм, следует и из сечений взаимодействия протон-протон и пион-пион в Таблице 64. Для сравнения, размеры барионных резонансов Ξ^- и Ξ^0 порядка 1 фм согласно [33].

Поскольку мы считаем нейтронную звезду массой $M_S = 1,41\ M_C$ (где M_C — масса Солнца) аналогом протона, то естественно полагать нейтронную звезду массой $M = 0,2\ M_C$ аналогом пиона (так как отношение $M_S/M = 6,8$ как для отношения масс протона и пиона). Известно, что вещество нейтронных звезд малых масс ($0,1$–$0,2\ M_C$) нестабильно [244] и звезда через некоторое время превращается, по-видимому, в легкий белый карлик. Предел Чандрасекхара для массы легчайших гелиевых белых карликов также лежит в близком диапазоне — около $0,16\ M_C$ по [373], при более низких массах белые карлики неустойчивы. Предположим, что с течением времени происходит последовательный распад нейтронной звезды массой $0,2\ M_C$ с образованием вначале белого карлика, а затем и еще менее плотного обьекта. Этот процесс был бы аналогичен распаду пиона на мюон и мюонное нейтрино в реакции:

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu(\tilde{\nu}_\mu),$$

а затем распаду мюона на электрон (позитрон) и электронное и мюонное нейтрино:

$$\mu^\pm \to e^\pm + \nu_e(\tilde{\nu}_e) + \tilde{\nu}_\mu(\nu_\mu).$$

Масса мюона в 8,89 раз меньше массы нуклонов, поэтому мюону соответствует белый карлик массой 0,16 M_C (в качестве примера можно привести T Leo с массой 0,16 — 0,2 M_C по [346]).

Для оценки времени жизни нейтронных звезд — аналогов пионов умножим время жизни заряженных пионов $\tau_\pi = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ секунды на коэффициент подобия по времени $\Pi' = P'/S' = 1{,}25 \cdot 10^{20}$ (согласно значений P', S' из Таблицы 65):

$$\tau_{S\pi} = \tau_\pi \Pi' = 10^5 \text{ лет.}$$

Как видим, время $\tau_{S\pi}$ не так уж мало и нейтронные звезды даже малых масс по земным меркам являются долгожителями. Время жизни нейтрального пиона не превышает $8{,}4 \cdot 10^{-17}$ секунды, после чего он распадается на два фотона. Для соответствующей нейтронной звезды это давало бы период всего 2,9 часа, за которые она должна полностью растратить свою электромагнитную энергию.

В описанной выше картине пионы уподобляются легким нейтронным звездам, а все остальные адроны соответствуют более массивным нейтронным звездам в стабильных или возбужденных состояниях. Наиболее тяжелыми адронами являются мезонные резонансы типа Υ с массой порядка 10 — 11 протонных масс и временем жизни около $7 \cdot 10^{-24}$ секунды. Для нейтронных звезд это соответствует массам (10 — 11) M_S = (14,1 — 15,5) M_C и времени жизни $T_\Upsilon = 9 \cdot 10^{-4}$ сек. Могут ли существовать такие звезды? Оказывается, что горячие нейтронные звезды с температурой 10^{11} — 10^{12} K имеют предельные массы значительно более высокие, чем холодные звезды. Согласно расчетам в [21], максимум массы горячей нейтронной звезды достигает 68,7 M_C при радиусе порядка 4600 км, плотности в центре звезды $1{,}5 \cdot 10^{13}$ кг/м^3 и температуре $7{,}2 \cdot 10^{10}$ K. Горячие нейтронные звезды, если они возникли в столкновениях с большой энергией, непрозрачны для возникающих в большом числе энергичных нейтрино и поэтому могут быть нестабильными, подобно всем адронам — резонансам. В экспериментах при тесном взаимодействии ядер и энергичных частиц иногда возникают файерболы, порождающие струи адронов. Горячие нейтронные звезды как раз могут выступить в роли файерболов при столкновении звезд благодаря своим большим размерам, быстрому выделению энергии и последующему распаду. Можно даже оценить минимальную скорость сближения звезд, разделив радиус звезды R_S на время T_Υ: $R_S/T_\Upsilon \sim 2 \cdot 10^7$ м/с, что уже недалеко от характерной скорости нейтронных звезд C_S (440).

В заключение отметим, что как нуклоны образуют атомные ядра, так и в случае звезд можно предположить существование связанных состояний нейтронных звезд. Массы таких обьектов должны быть кратны массе одной нейтронной звезды $M_S = 1{,}41$ M_C и могут быть значительны. Некоторые рентгеновские источники действительно весьма массивны (смотри Таблицу 59 в § 35) — вплоть до 17 M_C. Возможно, что здесь мы встречаемся с целыми комплексами из нейтронных звезд.

§ 46. 3. Лептоны

Электрон является легчайшим из лептонов (если не считать нейтрино) и имеет экспериментально определенное время жизни более $2 \cdot 10^{22}$ лет. Более тяжелому лептону, мюону, как предполагается в предыдущем разделе, среди звезд соответствует белый карлик с массой 0,16 M_C. Радиус такого белого карлика должен быть около $1{,}5 \cdot 10^7$ метра, а центральная плотность вещества достигает 10^8 кг/м^3. Так как время жизни мюона $\tau_\mu = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ секунды, то первую оценку времени жизни соответствующего белого карлика можно получить при умножении на коэффициент подобия по времени $\Pi' = P'/S'$:

$$\tau_{БК} = \tau_\mu П' \sim 10^7 \text{ лет.}$$

При распаде мюона образуется электрон с массой в 1836 раз меньшей массы протона. Разделив массу нейтроной звезды $M_s = 1{,}41\ M_c = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг на 1836, найдем массу планеты — аналога электрона:

$$M_п = M_s / 1836 = 1{,}53 \cdot 10^{27} \text{ кг.} \tag{458}$$

Для сравнения массу $M_п$ можно выразить в единицах массы Земли и Юпитера:

$$M_п = 256 M_з = 0{,}8 M_ю .$$

Таким образом, вырожденная планета — аналог электрона по массе почти равна Юпитеру (сравни с массой планеты для звезд главной последовательности (17), равной 10,1 $M_з = 0{,}032\ M_ю$). Для краткости будем далее называть вырожденную планету с массой (458) п-планетой. Радиус п-планеты по данным из [375] как для предельного случая белого карлика должен быть таким:

$$R_п \sim 3{,}8 \cdot 10^7 \text{ метра,} \tag{459}$$

или несколько больше, чем (459), а средняя плотность вещества получается $6{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3. Величина $R_п$ приблизительно в 6 раз больше радиуса Земли. В то же время радиус п-планеты $R_п$ лишь немногим больше радиуса белого карлика — аналога мюона при различии в массе в 207 раз. Если также и электрон и мюон имеют близкие размеры и одинаковые электрические заряды (но разные массы), то это может обьяснить тот факт, что зачастую они ведут себя как неразличимые близнецы. Тем не менее различная природа этих обьектов несомненна. Если в позитронии электрон и позитрон аннигилируют за время порядка $1{,}4 \cdot 10^{-7}$ секунды, то расчетное время аннигиляции мюония (связанного состояния электрона и мюона μ^+) более 1/4 секунды [63], так что мюон успевает распасться сам по себе.

Приравнивая по теореме вириала полную энергию п-планеты к половине ее гравитационной энергии (как в § 30), оценим характерную скорость ее частиц $C_п$, предельную угловую скорость вращения ω и предельный спин $I_п$:

$$M_п C_п^2 = \frac{K \gamma M_п^2}{2 R_п}, \quad C_п \sim 2{,}84 \cdot 10^4 \text{ м/с,} \tag{460}$$

$$\omega \sim \frac{C_п}{R_п} = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ сек}^{-1}, \quad I_п \sim 0{,}4\ M_п C_п R_п = 6{,}6 \cdot 10^{38} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

здесь $K = 0{,}6$ как для однородного шара,
γ — гравитационная постоянная,
$M_п$ — масса (458),
$R_п$ — радиус (459).

Полагая, что справедливо соотношение (454), найдем магнитный момент п-планеты при спине $I_п$ из (460):

$$P_{мп} = K_п I_п = 2{,}4 \cdot 10^{30} \text{ Дж/Тл.} \tag{461}$$

Другой способ оценки магнитного момента п-планеты заключается в следующем. Предположим, что вся планета состоит из упорядоченного ферромагнетика, и каждый свободный электрон с магнитным моментом в виде магнетона Бора вносит свой вклад в полный магнитный момент. Если $N = M_п / M_U$ есть число нуклонов и электронов, то магнитный момент предельно замагниченной п-планеты будет равен:

$$P_{мп} = N P_{мБ} = \frac{M_п}{M_U} P_{мБ} = 8{,}5 \cdot 10^{30} \text{ Дж/Тл,}$$

здесь M_U — атомная единица массы,

$P_{MБ}$ — магнетон Бора.

В целом получается, что магнитный момент п-планеты при ее предельном спине (460) имеет тот же порядок величины, что и предельный магнитный момент нейтронной звезды P_{MS} в (448). В то же время известно, что магнитный момент электрона в 658 раз больше, чем магнитный момент протона. Чтобы избежать противоречия, необходимо вспомнить, что магнитный момент электрона (магнетон Бора) определяется по формуле:

$$P_{MБ} = \frac{e}{M_E}\frac{\hbar}{2} = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\,\text{Дж/Тл}, \tag{462}$$

так что величина $\hbar/2$ считается спином электрона. Если вместо спина $I_П$ п-планеты (460) подставить в (461) величину $\hbar'_S/2 = 3{,}6 \cdot 10^{41}$ Дж·с из (441), то магнитный момент п-планеты увеличится как раз настолько, чтобы быть приблизительно в 658 раз больше, чем магнитный момент нейтронной звезды (448).

Из вышеизложенного вытекает, что нет необходимости считать спин электрона равным $\hbar/2$ в том случае, когда электрон рассматривается в виде классического шарообразного обьекта. Проводя аналогию между электроном и п-планетой, можно для отношений спинов записать:

$$\frac{\hbar}{2I_E} = \frac{\hbar'_S}{2I_П} = 545, \quad I_E = \hbar/1090 = 9{,}7 \cdot 10^{-38}\,\text{Дж·с}, \tag{463}$$

где $\hbar$ — постоянная Планка,
I_E — предельный спин шарообразного электрона,
$\hbar'_S$ — звездная постоянная (441),
$I_П$ — предельный спин п-планеты (460).

Зная спин шарообразного электрона I_E, можно аналочично (460) определить характерную скорость его частиц C_E, радиус R_E и плотность вещества ρ_E:

$$I_E = 0{,}4\, M_E C_E R_E, \quad M_E C_E^2 = \frac{K\Gamma M_E^2}{2R_E},$$

$$C_E = 1{,}55 \cdot 10^5\,\text{м/с}, \quad R_E = 1{,}72 \cdot 10^{-12}\,\text{метра}, \quad \rho_E = \frac{3M_E}{4\pi R_E^3} = 4{,}3 \cdot 10^4\,\text{кг/м}^3, \tag{464}$$

здесь I_E — предельный спин электрона (463),
M_E — масса электрона,
$K = 0{,}6$ для однородного шара,
Γ — постоянная ядерной гравитации (422).

Плотность вещества электрона оказывается в $3{,}2 \cdot 10^{13}$ раз меньше, чем плотность протона. Вероятно это и послужило одним из оснований для распространенного мнения о «бесструктурности» и «нелокализуемости» электрона, наблюдаемых при рассеянии электронов на ядрах. Спиновый магнитный момент электрона с учетом спина (463) получается таким:

$$P_{ME} \sim \frac{e}{M_E} I_E = 1{,}7 \cdot 10^{-26}\,\text{Дж/Тл}. \tag{465}$$

По формуле типа (439) приходим почти к такому же значению P_{ME}:

$$P_{ME} \sim \frac{eR_E C_E}{2} = 2{,}1 \cdot 10^{-26}\,\text{Дж/Тл},$$

здесь e — элементарный электрический заряд.

В § 43 было показано, что стоячая волна, возбужденная в протоне, имеет максимальную длину волны $\lambda_p = 2\,R_p$, где R_p — радиус протона. Предположим, что аналогичное возбуждение происходит и с электроном, например, при разрушении электрона и позитрона во время их аннигиляции, и $\lambda_E = 2\,R_E$, где R_E — радиус электрона (464). Обычная волна в твердом теле распространяется со скоростью звука, которая для электрона близка к характерной скорости частиц C_E из (464). Тогда собственная частота колебаний электрона близка к величине $\nu_E \sim C_E/\lambda_E = C_E/(2R_E) = 4{,}5\cdot 10^{16}$ Гц. С другой стороны, при аннигиляции следует ожидать значительных индуцированных магнитными полями электрических токов в веществе электрона и позитрона, перезамыкания силовых магнитных линий с выделением энергии и других электромагнитных явлений, которые распространяются со скоростью света. Характерная частота стоячих электромагнитных волн может также определяться размером электрона:

$$\nu_э \sim \frac{c}{\lambda_E} = \frac{c}{2R_E},$$

где c — скорость света.

Частота гамма-излучения при двухквантовой аннигиляции электрона и позитрона хорошо известна и находится из равенства энергии покоя электрона и энергии кванта:

$$M_E c^2 = h\,\nu = 511 \text{ кэВ}.$$

Приравнивая частоты $\nu_э$ и ν, можно оценить радиус электрона R_E:

$$\frac{c}{2R_E} \sim \frac{M_E c^2}{h}, \quad R_E \sim \frac{h}{2\,M_E\,c} = 1{,}21\cdot 10^{-12} \text{ метра.} \qquad (466)$$

Полученное значение R_E того же порядка, что и (464), а сама формула (466) аналогична (82) для радиуса протона.

Поскольку гиромагнитное отношение e/M_E для шарообразного электрона неизменно, то постоянной величиной является и его гиромагнитный электрический заряд $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл (данный заряд определяется только структурой вещества электрона). Для сравнения оценим эффективный заряд электрона при его предельном вращении с помощью соотношения (415):

$$q_E \sim \frac{2\,P_{ME}\,\omega}{c^2} \sim \frac{2\,P_{ME}\,C_E}{c^2 R_E} = 3{,}4\cdot 10^{-26} \text{ Кл,} \qquad (467)$$

где P_{ME} — магнитный момент электрона (465),

ω — предельная угловая скорость вращения,

c — скорость света,

R_E, C_E — радиус и характерная скорость частиц электрона (464).

Максимальный эффективный заряд электрона q_E оказывается в $4{,}7\cdot 10^6$ раз меньше его гиромагнитного заряда e. Для п-планеты, являющейся аналогом электрона, также получается похожая разница в зарядах. Заменяя в (467) скорость света на характерную скорость частиц в нейтронной звезде C_S (440), для п-планеты находим:

$$Q_{пэ} \sim \frac{2\,P_{мп}\,C_п}{C_S^2\,R_п} = 1{,}2\cdot 10^{12} \text{ Кл,} \qquad (468)$$

где $P_{мп}$ — магнитный момент п-планеты (461),

$R_п$ — радиус п-планеты (459),

$C_п$ — характерная скорость (460), и величина эффективного заряда п-планеты (468) получается меньше, чем гиромагнитный заряд $Q = 5{,}6\cdot 10^{18}$ Кл согласно (447).

Чтобы понять расхождение между зарядами электрона e и q_E, а также зарядами п-планеты Q и $Q_{пэ}$, рассмотрим нашу Землю. Ее гиромагнитный заряд можно найти из общего выражения (450):

$$Q_{З.гир.} = \frac{P_{мЗ} M_З}{I_З} = 8{,}1 \cdot 10^{13}\ \text{Кл}, \qquad (469)$$

где $P_{мЗ} = 7{,}98 \cdot 10^{22}$ Дж/Тл — магнитный момент Земли (смотри § 16),
$M_З = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг — масса Земли,
$I_З = 5{,}87 \cdot 10^{33}$ Дж·с — спин Земли по Таблице 28 в § 15.

С другой стороны, эффективный заряд Земли по (415) равен:

$$Q_{З.эф.} \sim \frac{2 P_{мЗ} \omega_З}{c^2} = 130\ \text{Кл}, \qquad (470)$$

здесь $\omega_З = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\ \text{с}^{-1}$ — угловая скорость вращения Земли,
c — скорость света.

Эффективный заряд Земли оказывается весьма незначительным по отношению к ее гиромагнитному заряду (469). Соотношение (470) можно подтвердить следующим расчетом, зная напряженность магнитного поля $H = 24{,}5$ А/м на экваторе Земли. Предположим, что наблюдатель находится на орбите возле экватора Земли, а Земля вращается около него со своей обычной угловой скоростью $\omega_З$. Магнитное поле Земли вращается вместе с ней, поэтому в системе отсчета наблюдателя появляется радиальное электрическое поле

$$E = \frac{[\mathrm{v} \times B]}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}, \quad \mathrm{v} = \omega_З R_З, \quad B = \mu_0 H,$$

где v — экваториальная скорость,
$R_З$ — радиус Земли,
B — магнитная индукция,
μ_0 — магнитная постоянная.

Если есть электрическое поле, то можно определить соответствующий ему эффективный заряд Земли:

$$E = \frac{Q_З}{4\pi \varepsilon_0 R_З^2}, \quad Q_З = \frac{4\pi \varepsilon_0 \mu_0 H \omega_З R_З^3}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}.$$

Вспоминая, что $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$, учитывая выражение (117), связывающее магнитный момент и напряженность магнитного поля, и пренебрегая лоренцевским фактором, получаем:

$$Q_З = \frac{P_{мЗ} \omega_З}{c^2},$$

что с точностью до множителя, равного 2, совпадает с (470).

Каким же зарядом, гиромагнитным или эффективным, будет определяться движение Земли, п-планеты и электрона во внешнем электромагнитном поле? Считая, что выполняется условие спиральности (поляризации) и скорость движения этих обьектов зафиксирована по отношению к их спину и магнитному моменту, то, как показано в § 44, необходимо учитывать наибольший гиромагнитный заряд. Если для планет и электронов условие спиральности достаточно важно, то для протонов и нейтронных звезд это не так существенно, поскольку при предельном вращении их гиромагнитные и эффективные заряды сравниваются по величине. Тем не менее вращение большинства пульсаров далеко от предельного значения. По выборке из 100 пульсаров среднее значение периода их вращения $T = 0{,}83$ секунды [218].

Оценим магнитный момент нейтронной звезды для такого вращения, считая справедливой формулу (450):

$$P_{MSS} \sim \frac{2{,}79\,Q}{M_S} I_{SS}, \quad I_{SS} \sim 0{,}4\,M_S V R_S, \quad V = W_S R_S = \frac{2\pi R_S}{T},$$

$$P_{MSS} \sim \frac{2{,}79 \cdot 0{,}8\,\pi Q R_S^2}{T} = 1{,}1 \cdot 10^{28}\,\text{Дж/Тл}, \tag{471}$$

здесь Q — гиромагнитный заряд нейтронной звезды (447),
M_S — масса нейтронной звезды,
I_{SS} — спин звезды, соответствующий вращению с периодом T,
V — экваториальная скорость,
W_S — угловая скорость вращения,
R_S = 14,9 км — радиус нейтронной звезды.

Магнитный момент нейтронных звезд P_{MSS} из (471) неплохо согласуется с наблюдаемыми магнитными моментами у радиопульсаров, рентгеновских пульсаров и барстеров (смотри § 17).

Приравняем согласно [18] энергию покоя электрона и энергию спинового магнитного момента электрона в магнитном поле нейтронной звезды с тем, чтобы найти критическое магнитное поле на поверхности и соответствующий магнитный момент нейтронной звезды:

$$M_E c^2 = P_{ME} B, \quad B = \mu_O H, \quad H = \frac{P_{MS}}{2\pi R_S^3},$$

$$P_{MS} = \frac{2\pi M_E c^2 R_S^3}{\mu_O P_{ME}}, \tag{472}$$

здесь M_E — масса электрона,
c — скорость света,
P_{ME} — магнитный момент электрона,
B — индукция магнитного поля,
μ_O — магнитная постоянная,
H — напряженность магнитного поля,
P_{MS} — магнитный момент нейтронной звезды,
R_S — радиус нейтронной звезды.

Подставим вначале в (472) вместо магнитного момента электрона P_{ME} значение (465) и оценим критический магнитный момент нейтронной звезды для этого случая:

$$P_{MS1} = 8 \cdot 10^{31}\,\text{Дж/Тл}. \tag{473}$$

Если же в качестве P_{ME} использовать магнетон Бора (462), то (472) будет равно:

$$P_{MS2} = 1{,}5 \cdot 10^{29}\,\text{Дж/Тл}. \tag{474}$$

Еще один способ определения теоретически максимального магнитного момента нейтронной звезды заключается в суммировании магнитных моментов нейтронов, составляющих большинство нуклонов звезды. Согласно Таблицы 65 в нейтронной звезде находится приблизительно $\Phi' = 1{,}68 \cdot 10^{57}$ нейтронов, а магнитный момент каждого из них $P_{MN} = 9{,}64 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл. Для суммарного магнитного момента звезды получим:

$$P_{MS3} = \Phi' P_{MN} = 1{,}6 \cdot 10^{31}\,\text{Дж/Тл}. \tag{475}$$

Найденный по теории подобия предельный магнитный момент нейтронной звезды (448) оказывается меньше критических значений (473) и (475), но больше, чем (474).

Итак, нейтронные звезды в целом можно охарактеризовать по крайней мере двумя магнитными моментами: предельным моментом (448), соответствующим быстрому вращению со спином $\hbar'_S/2$ (смотри (453) и далее), и характерным для наблюдаемых пульсаров магнитным моментом (471) при достаточно медленном вращении. Можно предположить, что такая же картина складывается и для протонов. Например, в методе ядерного магнитного резонанса измеряется частота прецессии протона Ω в известном магнитном поле с индукцией B и вычисляется вначале гиромагнитное отношение K_P также, как в (410):

$$K_P = \frac{\Omega}{B}.$$

После этого по значению спина протона I_P можно найти магнитный момент:

$$P_{MP} = K_P I_P.$$

Поскольку максимальный спин протона является вполне определенной величиной, равной $I_{P.MAKC} = \hbar/2$, где $\hbar$ — постоянная Планка, то именно для этого значения спина определяется стандартный магнитный момент протона.

Что касается электрона, то как было показано выше, спиновый магнитный момент шарообразного электрона (465) меньше магнетона Бора (462), а предельный спиновый момент импульса меньше $\hbar/2$. Магнетон Бора получается лишь в том случае, если приписывать электрону спин $\hbar/2$ и использовать электронное гиромагнитное отношение $K_E = e/M_E$, определяемое, например, из электронного парамагнитного резонанса.

Построим с помощью теории Бора водородную систему для нейтронной звезды и п-планеты, для чего будем считать орбитальный момент п-планеты пропорциональным звездной постоянной $\hbar'_S$ из (441), а силы гравитации равными центростремительной силе на круговой орбите:

$$M_\Pi V_{OPБ} R_{OPБ} = n\,\hbar'_S\,, \qquad \frac{\gamma M_S M_\Pi}{R^2_{OPБ}} = \frac{M_\Pi V^2_{OPБ}}{R_{OPБ}},$$

здесь M_Π — масса п-планеты (458),
$V_{OPБ}$ — орбитальная скорость,
$R_{OPБ}$ — радиус орбиты,
n — номер орбиты,
γ — гравитационная постоянная,
$M_S = 1{,}41\,M_C$ — масса нейтронной звезды.
Отсюда находим:

$$V_{OPБ} = \frac{\gamma M_S M_\Pi}{n\,\hbar'_S} = \frac{3{,}97\cdot 10^5}{n}\ \text{м/с}, \tag{476}$$

$$R_{OPБ} = \frac{n^2\,\hbar'^2_S}{\gamma M_S M^2_\Pi} = 1{,}18\cdot 10^9 n^2\ \text{метра}.$$

Отношение $V_{OPБ}/C_S$, где C_S — характерная скорость частиц в нейтронной звезде (440), приблизительно равно постоянной тонкой структуры, то есть $V_{OPБ}/C_S \sim \alpha \sim 1/137$.

Поскольку радиус п-планеты R_Π по (459) достигает размера большой планеты типа Урана, а орбитальный радиус $R_{OPБ}$ при $n = 1$ меньше радиуса орбиты Меркурия, целесообразно оценить наименьший орбитальный радиус R, при достижении которого п-планета разорвется на части в сильном гравитационном поле нейтронной звезды. В простейшем случае для этого достаточно приравнять разность ускорений, действующих на пробное тело на поверхности планеты со стороны звезды, и притягивающее ускорение самой планеты:

$$\frac{\gamma M_S}{(R-R_П)^2} - \frac{\gamma M_S}{R^2} = \frac{\gamma M_П}{R_П^2} \quad \text{или:}$$

$$\frac{2R_П M_S}{R^3} \sim \frac{M_П}{R_П^2}, \quad R \sim 6\cdot 10^8 \text{ метра.}$$

Здесь мы не учитывали орбитального и спинового вращения п-планеты и вклада от центростремительных сил. В [193] можно найти формулу для радиуса предела Роша R вокруг звезды, внутри которого планеты разрушаются, а вещество не сможет собраться обратно в компактный спутник. Вычисления по этой формуле дают:

$$R = 2{,}46\left(\frac{\rho_S}{\rho_П}\right)^{1/3} R_S = 1{,}14\cdot 10^9 \text{ метра,}$$

здесь ρ_S — плотность вещества нейтронной звезды,

$\rho_П$ — плотность вещества п-планеты,

$R_S = 14{,}9$ км — принятый нами радиус нейтронной звезды.

Так как радиус R того же порядка, что и орбитальный радиус (476) при $n = 1$, то п-планета на первой орбите будет неустойчива и распадется на части, а вокруг нейтронной звезды возникнет облако, диск, кольца или другие подобные им фигуры. Допустим теперь, что все вышесказанное справедливо и для атомов. Тогда боровский радиус оказывается уникальным в том смысле, что на нем электрон ведет себя как рассеянное облако, а не как отдельная частица. Таким образом можно в какой-то степени примирить классическую теорию Бора для атома водорода и квантовую механику. По Бору, атом в основном состоянии не излучает, электрон энергию не теряет и потому не падает на ядро. В квантовой механике считается, что орбитальный момент электрона в основном состоянии атома водорода равен нулю. Обоим условиям можно удовлетворить в модели атомного электрона в виде облака, находящегося в равновесии под действием электромагнитных сил и сил ядерной гравитации. Внутренние электроны более тяжелых атомов находятся еще ближе к ядру, чем в атоме водорода, так что они также неустойчивы в поле ядерной гравитации и образуют электронное облако.

Возбуждение атома можно рассматривать как возбуждение его электронного облака. Время жизни состояния, дающего H_α — линию в спектре атома водорода, равно $t = 1{,}5\cdot 10^{-9}$ секунды, после чего излучение из атома прекращается. Для того, чтобы представить себе процесс снятия возбуждения атома, пересчитаем время t в соответствующее звездное время путем умножения на коэффициент подобия по времени $П'$:

$$t_S = t\,П' \sim 10^4 \text{ лет.}$$

По истечении времени t_S в системе из нейтронной звезды и находящегося вокруг нее рассеянного планетного облака также должно возникнуть равновесное состояние. Свяжем подобный переход к равновесию с финальной стадией формирования протопланетного диска вокруг Солнца (полное время его формирования по [43] равно 10^8 лет). За это время вещество околосолнечного облака (диска) в виде пыли и газа претерпело множество столкновений, так что значительная часть кинетической энергии вещества превратилось в электромагнитное излучение. Перенесем подобный механизм релаксации на электронное облако в атоме. Допустим, что вначале атом был возбужден фотоном с подходящей длиной волны, при которой наступил резонанс и энергия фотона перешла в энергию электронного облака. Затем вследствие хаотических движений частиц облака происходит релаксация и возврат в исходное состояние с излучением электромагнитного кванта почти такой же энергии, как и поглощенная энергия первоначального фотона.

Рассмотрим ситуацию, когда п-планета приближается к нейтронной звезде и под действием мощных гравитационных сил разрывается на части. Предположим, что выполняется закон сохранения магнитного потока $П_М = B\ S = const$, где B — индукция магнитного поля, S — площадь сечения, пересекаемая линиями магнитного поля в веществе. Для п-планеты имеем:

$$B_п \sim \frac{\mu_0 P_{мп}}{2\pi R_п^3},\quad S_п \sim \pi R_п^2,\quad П_{мп} \sim B_п S_п \sim \frac{\mu_0 P_{мп}}{2 R_п},$$

где μ_0 — магнитная постоянная,

$P_{мп}$ — магнитный момент предельно замагниченной планеты (461),

$R_п$ — радиус п-планеты (459).

Вещество п-планеты образует вокруг нейтронной звезды замагниченное облако с радиусом $R_{ОРБ}$ (476), магнитным моментом $P_{мо}$ и магнитным потоком $П_{мо}$:

$$П_{мо} \sim \frac{\mu_0 P_{мо}}{2 R_{ОРБ}}.$$

Приравнивая магнитные потоки $П_{мп}$ и $П_{мо}$, можно оценить магнитный момент $P_{мо}$:

$$P_{мо} \sim \frac{P_{мп} R_{ОРБ}}{R_п} = 7{,}4\cdot 10^{31}\ Дж/Тл.$$

Если облако имеет вид диска, а не шара, то магнитный момент облака $P_{мо}$ будет еще больше (он пропорционален площади и плотности вещества) вплоть до значения звездного магнетона Бора (подставляя в (453) $\hbar'_S/2$ вместо $I_п$, получим звездный магнетон Бора, равный $1{,}3\cdot 10^{33}$ Дж/Тл). Заметим, что магнитный момент облака может иметь статическую природу, не зависеть от вращения облака в целом и определяться только взаимной ориентацией магнитных моментов атомов вещества как в ферромагнетике. На рисунке 81 через S обозначена нейтронная звезда, сечение облака вокруг нее показано в виде диска, линейная скорость вращения облака $V_{ОРБ} = \omega\ R_{ОРБ}$, где ω — угловая скорость вращения. Маленькими стрелками на диске показаны магнитные моменты атомов вещества, образующие в совокупности магнитный момент $P_{мо}$, так что магнитный момент облака может быть параллельным или антипараллельным направлению вращения ω. Данная картина предлагается в качестве модели для обьяснения спина электрона в атоме, который не зависит от вращения и орбитального движения, при этом магнитный спиновый момент имеет проекции на направление внешнего магнитного поля либо вдоль, либо против поля. Вращение же электронного плазменного облака вокруг ядра может приводить к возникновению

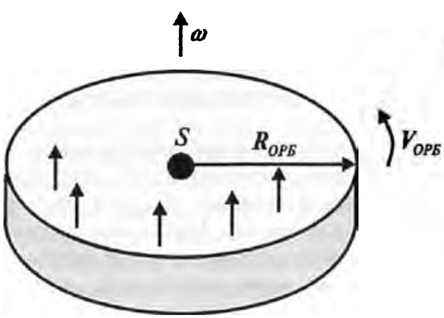


Рис. 81. Модель замагниченного облака вокруг нейтронной звезды. Сечение облака в виде диска, на котором стрелочками показаны магнитные моменты атомов вещества. Совокупный магнитный момент статического облака подобен магнитному спиновому моменту электрона в атоме. S – нейтронная звезда, угловая скорость вращения диска ω.

электрических токов в плазме, создающих в совокупности орбитальный магнитный момент атомного электрона.

Для внешнего магнитного поля плазма планетного облака вокруг нейтронной звезды должна иметь диамагнитные свойства, как сверхпроводник. Предположим, что две такие нейтронные звезды взаимодействуют, как два атома в молекуле водорода, и их планетные облака частично перекрываются. В § 45 было рассмотрено взаимодействие двух нуклонов в дейтроне, которые считались сверхпроводниками и отталкивались магнитными силами. По аналогии примем, что в плазме планетных облаков между нейтронными звездами генерируются электрические токи таким образом, чтобы скомпенсировать в ней все внешние магнитные поля, и за счет этих токов и возникают силы отталкивания, необходимые для компенсации гравитационных сил притяжения между нейтронными звездами. Если данная картина правильна, то устойчивость молекул обязана балансу между ядерными гравитационными силами, действующими на атомы, и электромагнитными силами отталкивания от токов, протекающих в электронных облаках.

Затронем теперь вопрос о долговременной эволюции планет. В планетной системе с достаточно массивной центральной звездой за счет диссипации энергии и потери вращательного момента планеты медленно приближаются к звезде и одновременно увеличивают скорость вращения. Через определенное время происходит вспышка сверхновой с образованием нейтронной звезды, а планеты, если они уцелеют, в конце концов сливаются друг с другом в одно облако вокруг нейтронной звезды с общей массой $M_п$ порядка 0,8 массы Юпитера. Таким образом на одну нейтронную звезду приходится в среднем одна вырожденная п-планета в виде планетного облака. Это соответствует наблюдаемой электронейтральности вещества, когда на один положительно заряженный протон приходится один отрицательно заряженный электрон.

Неодинаковая эволюция планет и звезд приводит к тому, что одно и то же исходное вещество ведет себя по разному — в нейтронной звезде оно распадается на нейтроны и имеет большую плотность, а в планетах находится в совокупности химических элементов, в основном до железного пика, элементы которого имеют максимальную энергию связи атомного ядра. Единую основу своего вещества демонстрируют также и элементарные частицы, включая адроны и лептоны. Например, при столкновениях электрон-позитронных пучков могут рождаться адроны, поведение которых такое же, как если бы они возникли в адрон-адронных столкновениях. Поскольку материя лептонов и адронов одна и та же, ядерная гравитация должна действовать на эти частицы одинаково.

Отметим любопытную связь между массами и радиусами нейтронной звезды и п-планеты как у вырожденных обьектов с большим временем жизни (подобно протону и электрону). Найдем отношение магнитной энергии $E_{магн}$ к полной энергии (энергии связи) E вначале для нейтронной звезды. Магнитная энергия пропорциональна произведению плотности магнитной энергии на обьем звезды, а напряженность магнитного поля H определяется через магнитный момент P_{MS} согласно (117):

$$E_{магн} \sim \left(\frac{\mu_0 H^2}{2}\right)\left(\frac{4\pi R_S^3}{3}\right), \quad H = \frac{P_{MS}}{2\pi R_S^3}.$$

Используя (450) и определение спина (104), для предельного вращения можно записать:

$$P_{MS} = \frac{2{,}79\,Q}{M_S} I_S = 2{,}79 K Q\, C_S R_S.$$

Полная энергия нейтронной звезды $E = - M_S C_S^2$, и для отношения энергий находим:

$$\left(\frac{E_{магн}}{-E}\right)_S = \frac{(2{,}79KQ)^2 \mu_O}{6\pi M_S R_S}, \tag{477}$$

здесь μ_O — магнитная постоянная,

R_S — радиус нейтронной звезды,

Q — гиромагнитный электрический заряд (447),

M_S — масса нейтронной звезды,

I_S — спин звезды,

$K = 0{,}4$ — коэффициент для однородного шара,

C_S — характерная скорость частиц звезды (440).

Для п-планеты получается аналогичное выражение, за исключением коэффициента 2,79 в (477) и замены массы и радиуса на массу п-планеты $M_П$ и ее радиус $R_П$:

$$\left(\frac{E_{магн}}{-E}\right)_П = \frac{(KQ)^2 \mu_O}{6\pi M_П R_П}. \tag{478}$$

Оказывается, что с точностью до множителя в несколько единиц отношения энергий (477) и (478) одинаковы, то есть доля электромагнитной энергии по отношению к полной энергии в нейтронной звезде того же порядка, что и для п-планеты. Отсюда, учитывая равенство гиромагнитного заряда обоих обьектов, вытекает следующее соотношение между массами и радиусами:

$$M_S R_S \sim M_П R_П .$$

Переходя к протону и электрону, находим для их масс и радиусов такое же выражение:

$$M_P R_P \sim M_E R_E . \tag{479}$$

В § 11 мы получали сотношение (82) для протона: $2 M_p R_p c = h$, где M_p, R_p — масса и радиус протона, c — скорость света, h — постоянная Планка. С учетом (479) приходим к выражению $2 M_E R_E c = h$, которое ранее уже появлялось в (466).

§ 47. Модель фотона, скорости частиц и активные ядра галактик

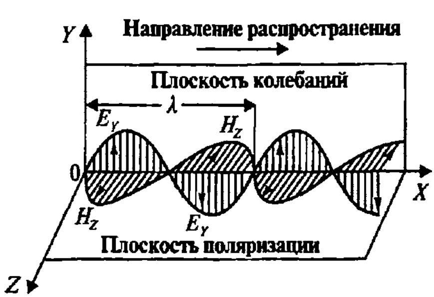


Рис. 82. Плоскополяризованная монохроматическая электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси X.

1. Любая материальная волна, проходящая через вещество, так или иначе вовлекает в свое движение частицы этого вещества. Справедливо и обратное утверждение — волна состоит из согласованного движения частичек материи, переносящего энергию, импульс и момент импульса, и если каким-то образом заморозить все частицы, то волна исчезнет. Допустим, мы хотим построить модель электромагнитной волны, тогда проще всего сделать это следующим путем:

а) Вначале находим движение пробных частиц, на которые действует волна (очевидно, это будут заряженные частицы или по крайней мере обладающие магнитным моментом);

б) Представляем себе периодическое волнообразное движение множества подобных частиц, которое в совокупности и есть волна.

Пусть в плоскополяризованной монохроматической волне (рисунок 82) в плоскости *YOX* происходят колебания вектора напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$, плоскость *ZOX* является плоскостью поляризации, в которой колеблется напряженность магнитного поля $\boldsymbol{H}$, а сама волна распространяется вдоль оси *X*. В вакууме индукция магнитного поля $\boldsymbol{B}$ пропорциональна $\boldsymbol{H}$ и для компонент полей можно записать:

$$B = \mu_0 H, \quad E_X = E_Z = 0, \quad B_X = B_Y = 0,$$
$$E_Y = E_0 \sin(\omega t - kx), \quad B_Z = B_0 \sin(\omega t - kx), \tag{480}$$

где μ_0 — магнитная постоянная,
E_0 — амплитуда колебаний напряженности электрического поля,
$B_0 = E_0/c$ — амплитуда колебаний индукции магнитного поля,
c — скорость света,
ω — угловая частота колебаний электромагнитной волны,
$k = 2\pi/\lambda$ — волновое число,
λ — длина волны колебаний.

На электрический заряд q пробной частицы действует сила Лоренца и можно применить второй закон Ньютона (в предположении, что модуль скорости движения частицы изменяется мало и не влияет на величину массы частицы):

$$m\ddot{r} = F_{\text{ЛОРЕНЦА}} = q\boldsymbol{E} + q[\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B}], \tag{481}$$

здесь m — масса движущейся заряженной частицы,
V — полная скорость частицы.

Раскрывая векторное произведение в (481) и подставляя компоненты полей из (480), находим уравнения для компонент ускорения частицы по осям координат:

$$m\ddot{x} = qE_X + q(V_Y B_Z - V_Z B_Y) = qV_Y B_Z = \frac{qV_Y E_0}{c}\sin(\omega t - kx),$$
$$m\ddot{y} = qE_Y + q(V_Z B_X - V_X B_Z) =$$
$$= qE_0 \sin(\omega t - kx) - \frac{qV_X E_0}{c}\sin(\omega t - kx), \tag{482}$$
$$m\ddot{z} = qE_Z + q(V_X B_Y - V_Y B_X) = 0,$$

причем подразумевается, что $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt} = V_X$, $\ddot{x} = \dfrac{dV_X}{dt}$ аналогично и для координат y, z; полная скорость $V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2}$ Из (482) следует, что в простейшем случае $V_Z = const$. Разделив первое соотношение в (482) на второе, получаем возможность проинтегрировать равенство:

$$\ddot{y} = \frac{c - V_X}{V_Y}\ddot{x} \quad \text{или} \quad \frac{dV_Y}{dt} = \frac{c - V_X}{V_Y}\frac{dV_X}{dt},$$

$$V_X^2 - 2cV_X + V_Y^2 + A = 0, \quad V_X = c \pm \sqrt{c^2 - V_Y^2 - A}, \tag{483}$$

здесь A — постоянная интегрирования.

Теперь нам осталось найти только выражение для V_Y через координаты x, t, которое удовлетворяло бы соотношениям (482). В частности, подходит функция

$$V_Y = -V_{Y0}\cos(\omega t - kx). \tag{484}$$

Подставляя (484) в уравнение для ускорения $\ddot{y}$ из (482), находим:

$$m\ddot{y} = m\frac{dV_Y}{dt} = mV_{Y0}\sin(\omega t - kx)\,(\omega - k\frac{dx}{dt}) = qE_0\sin(\omega t - kx)\,(1 - \frac{V_X}{c}),$$

здесь V_{Y0} — амплитуда скорости V_Y, и мы считаем, что x — не только координата точки, где определяется значение текущей амплитуды напряженности поля, но и координата заряженной частицы. Сравнивая обе части равества при $V_X = dx/dt$, получаем:

$$V_{Y0} = \frac{qE_0}{m\omega}, \quad \omega = kc. \tag{485}$$

Фазовая скорость волны ω/k равна скорости света, а амплитуда скорости V_{Y0} определяется через заряд и массу частицы, угловую частоту волны и напряженность электрического поля.

Знание компонент полной скорости движения частицы — V_Y по (484), V_X по (483) и $V_Z = const$ в зависимости от времени и координаты x позволяет в принципе найти пространственное движение частицы. Если каким-то образом начать подобное движение одновременно у множества заряженных частиц, например из плоскости ZOY, то тем самым будет создана плоская электромагнитная волна, далее распространяющаяся в среде из таких частиц самостоятельно.

В самом общем случае мы могли бы выразить ускорение частицы $\boldsymbol{a}$ через ее скорость $\boldsymbol{V}$ следующим образом (смотри, например, [191]):

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = V_X\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x} + V_Y\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y} + V_Z\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t},$$

где V_X, V_Y, V_Z — компоненты скорости $\boldsymbol{V}$.

Тогда компоненты ускорения будут иметь вид:

$$a_X = \ddot{x} = V_X\frac{\partial V_X}{\partial x} + V_Y\frac{\partial V_X}{\partial y} + V_Z\frac{\partial V_X}{\partial z} + \frac{\partial V_X}{\partial t},$$

$$a_Y = \ddot{y} = V_X\frac{\partial V_Y}{\partial x} + V_Y\frac{\partial V_Y}{\partial y} + V_Z\frac{\partial V_Y}{\partial z} + \frac{\partial V_Y}{\partial t},$$

$$a_Z = \ddot{z} = V_X\frac{\partial V_Z}{\partial x} + V_Y\frac{\partial V_Z}{\partial y} + V_Z\frac{\partial V_Z}{\partial z} + \frac{\partial V_Z}{\partial t}.$$

Непосредственной подстановкой найденных нами значений скоростей V_X, V_Y, V_Z можно найти компоненты ускорения $\boldsymbol{a}$ и убедиться в том, что они будут удовлетворять (482).

2. Перейдем теперь к поляризованной по кругу электромагнитной волне, в которой плоскость поляризации волны вращается вдоль оси X. Для компонент полей можно записать:

$$E_X = 0, \quad B_X = 0, \quad E_Y = E_0\sin(\omega t - kx), \quad E_Z = E_0\cos(\omega t - kx),$$

$$B_Y = -\frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kx), \quad B_Z = \frac{E_0}{c}\sin(\omega t - kx). \tag{486}$$

Проекции уравнения (481) на оси координат дают:

$$m\ddot{x} = m\frac{dV_Y}{dt} = q(V_Y B_Z - V_Z B_Y) = \frac{q}{c}(V_Y E_Y + V_Z E_Z). \tag{487}$$

$$m\ddot{y} = m\frac{dV_Y}{dt} = q\,E_Y + q(-V_X B_Z) = q\,E_Y(1 - \frac{V_X}{c}). \qquad (488)$$

$$m\ddot{z} = m\frac{dV_Z}{dt} = q\,E_Z + q(V_X B_Y) = q\,E_Z(1 - \frac{V_X}{c}). \qquad (489)$$

Выражая E_Y из (488), E_Z из (489) и подставляя в (487), получим дифференциальное уравнение, которое можно проинтегрировать:

$$(c - V_X)dV_X = V_Y dV_Y + V_Z dV_Z,$$

$$V_X^2 - 2cV_X + V_Y^2 + V_Z^2 + A = 0, \qquad (490)$$

где A — постоянная интегрирования.

Для того, чтобы удовлетворить уравнениям (488) и (489), выберем V_Y и V_Z в следующем виде:

$$V_Y = -V_0\cos(\omega t - kx), \quad V_Z = V_0\sin(\omega t - kx), \qquad (491)$$

В результате вновь получаем соотношения типа (485):

$$V_0 = \frac{qE_0}{m\omega}, \quad \omega = kc.$$

Из (490) и (491) можно найти скорость V_X:

$$V_X = c \pm \sqrt{c^2 - V_0^2 - A}. \qquad (492)$$

В отличие от (483) в поляризованной по кругу простейшей электромагнитной волне скорость частицы вдоль оси X оказывается постоянной, а сама частица движется вдоль оси X по винтовой линии с постоянным шагом и радиусом.

3. Пусть заряженная частица движется в статических электрическом и магнитном полях, причем есть только компоненты E_Y и B_Z. Тогда имеем по (481):

$$m\ddot{x} = qV_Y B_Z, \quad m\ddot{y} = q\,E_Y - qV_X B_Z.$$

Так как $\ddot{y} = \frac{dV_Y}{dt}$, то после дифференцирования первого равенства по времени получим:

$$m\dddot{x} = q\,B_Z\ddot{y} = \frac{q^2 B_Z}{m}(E_Y - V_X B_Z).$$

Если $V_X = const$, то $\dddot{x} = 0$ и действительно $V_X = \frac{E_Y}{B_Z} = const$.

Следовательно, в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях заряженная частица может двигаться с постоянной скоростью, перепендикулярной обоим полям. То же самое мы нашли и для поляризованной по кругу волны для скорости V_X (492), хотя в этом случае поля не постоянны во времени.

4. Предположим теперь, что заряженные частицы двигаются не просто в поле поляризованной по кругу электромагнитной волны, но и так, что они сами создают эту волну. Для движения по винтовой линии вдоль оси X необходима центростремительная сила, действующая на частицы в плоскости ZOY. Допустим, что мы имеем пучок частиц, часть которых ответственна за создание продольного постоянного магнитного поля B_X, а другая часть вращается вокруг этого магнитного поля, создавая эффект круговой электромагнитной волны, движущейся вдоль оси X вместе с пучком частиц. Если B_X не равно нулю, то учитывая компоненты полей (486), из (481) получим:

$$m\frac{dV_X}{dt} = q(V_Y B_Z - V_Z B_Y) = \frac{q}{c}(V_Y E_Y + V_Z E_Z). \qquad (493)$$

$$m\frac{dV_Y}{dt} = qE_Y + q(V_Z B_X - V_X B_Z) = qE_Y(1 - \frac{V_X}{c}) + qV_Z B_X. \qquad (494)$$

$$m\frac{dV_Z}{dt} = qE_Z + q(V_X B_Y - V_Y B_X) = qE_Z(1 - \frac{V_X}{c}) - qV_Y B_X \qquad (495)$$

Подставляя E_Y из (494), E_Z из (495) в (493), вновь приходим к соотношению (490), так что зависимость V_X от B_X выпадает. Скорости (491) оказываются решениями уравнений (494) и (495) при следующих условиях:

$$m\omega = mkc + qB_X, \quad k = \frac{qE_0}{mV_0 c} \qquad (496)$$

При этом скорость V_X будет иметь вид (492). Волновое число оказывается зависящим от амплитуды скорости кругового движения частиц V_0, а частота волны ω зависит также от компоненты магнитного поля B_X. Если вращение частиц зависит только от B_X, то для вращения положительно заряженных частиц вдоль оси X необходимо, чтобы B_X было отрицательным: $B_X = -B_0$, кроме того, должно выполняться условие ларморовского вращения заряда в магнитном поле:

$$\Omega = \frac{q}{m}B_0.$$

В этом случае (496) примет вид:

$$\omega = kc - \Omega.$$

Если Ω мало, то волна распространяется со скоростью света $c = \omega/k$; однако когда $\Omega = \omega$ скорость волны будет только $c/2$.

Замедление скорости движения некоторых электромагнитных волн по-видимому действительно наблюдается в замагниченной межпланетной плазме. Так, согласно [125], при вспышке на Солнце 23 февраля 1956 года интенсивный солнечный ветер достиг Земли через 14 минут после наблюдения вспышки в оптике (предполагается, что оптическое излучение идет от Солнца 8,3 минуты со скоростью света). В то же время по данным спутника «Луна-12» радиовозмущения от Солнца идут со скоростью около половины скорости света и задерживаются по отношению к видимому изображению Солнца, закрываемому Луной.

5. Движущийся в пространстве пучок заряженных частиц, длительное время сохраняющий свою форму, может оказаться неплохой моделью для одиночного фотона. Согласно [143], в плазменных пучках обычно вдоль длины пучка устанавливаются стоячие волны, причем азимутальное волновое число обратно пропорционально радиусу пучка. Вообще в любых плазменных структурах легко возникают и развиваются различные волновые процессы. Для построения простейшей модели фотона возьмем преоны, из которых, как предполагается, состоят элементарные частицы (смотри § 38). Пусть р-преоны (мельчайшие аналоги протонов) движутся вдоль оси X и частично поляризованы, так что их магнитные моменты складываются и создают некоторое постоянное магнитное поле B_X, «вмороженное» в движущееся вещество. За стабильность пучка частиц в целом может быть ответственным пинч-эффект — самофокусировка пучка при балансе между электрическими силами расталкивания одноименных зарядов и магнитным притяжением подобно параллельным электрическим токам (следовало бы учесть еще и силы ядерной гравитации и силы инерции). Вокруг оси пучка могут вращаться е-преоны (аналоги электронов), а также и р-преоны, осуществляя волновое движение относительно внешнего наблюдателя, как

это было показано выше, и перенося момент импульса. Форма пучка при этом может напоминать вращающийся шнек от мясорубки. В данной картине корпускулярные и волновые свойства света обьединяются в одно целое, и даже можно обьяснить рождение фотонами элементарных частиц за счет аккумуляции преонов из фотонных пучков. Аналогично отклонение света в гравитационном поле может быть следствием влияния тяготения на частицы фотонных пучков.

Наличие «вмороженного» магнитного поля внутри отдельного фотона позволяет обьяснить так называемый обратный эффект Фарадея, когда поляризованные по кругу мощные потоки света (например, от лазера), проходя через прозрачную среду, действуют как эффективное магнитное поле и вызывают намагниченность среды.

Энергия пучка частиц при распространении в космическом пространстве должна уменьшаться за счет взаимодействия с окружающей средой, что вероятно и приводит к закону Хаббла, связывающему красное смещение в спектрах с расстоянием до источника излучения (смотри § 38).

6. Из подобия звезд и нуклонов вытекает подобие свойств характерных скоростей этих обьектов. В первой части книги было показано, что звездная скорость $C = 220$ км/с, являющаяся характерной скоростью частиц в р-звезде (аналоге протона для звезд главной последовательности), позволяет определить предельную скорость $C_{пр} = CA/Z$, где A и Z — массовое и зарядовое числа звезды. Величина $C_{пр}$ ограничивает максимальные скорости звезд как при собственном вращении, так и при орбитальном вращении в Галактике. У нейтронных звезд, аналогов протона среди вырожденных звезд, характерная скорость частиц меньше скорости света: $C_s = 54000$ км/с по (440). Как и скорость света для элементарных частиц, звездная скорость C_s должна выступать в качестве предельной для движения больших масс вещества и самих звезд и служить мерой для групповой скорости переноса значительных порций массы-энергии.

Рассмотрим некоторые примеры скоростей вещества. Согласно [343], средняя пекулярная скорость движения области размером 50 Мпк, включающей в себя 400 эллиптических галактик, равна 600 км/с. Вращение галактик в парах происходит со средней скоростью 170 км/с, вращение на окраине скоплений — со скоростью 200 — 300 км/с, а в плотных скоплениях галактик — до 400 — 600 км/с. Взрывные процессы характерны для квазаров и ядер галактик, джеты и выбросы из квазаров имеют скорости до 20000 км/с и более, в сейфертовских галактиках скорости вещества достигают 10000 км/с. Широко известны джеты у М87, 3С84, 3С273, 3С279, PKS0530+134. Полтора миллиона лет назад в галактике NGC 3034 (М82) произошел взрыв с разлетом газа при скорости около 1000 км/с [3]. Скорости газовых обьектов в центре нашей Галактики достигают 200 км/с [125]. При взрывах сверхновых скорости разлета оболочек звезд могут быть до 20000 км/с. Очень высокие скорости движения вещества обнаружены у обьекта SS 433 (V 1343 Орла), который находится на расстоянии 5,1 кпк в остатке вспышки сверхновой W50. Применение эффекта Допплера к сдвигу линий в спектре дает лучевые скорости от + 50000 до — 30000 км/с в зависимости от ориентации двух джетов, направленных в противоположные стороны от обьекта. Две узконаправленные струи видны и в туманности Гомункулус, окружающей комплекс звезд в районе η Киля.

В Таблице 66 по данным [193] проанализированы дифференциальные спектры различных обьектов с целью определения групповой скорости переноса энергии. Например, в рентгеновском спектре источника Лебедь Х-1 искался максимум произведения $F_\nu E$, где F_ν — поток фотонов через единицу площади в секунду в единичном интервале энергий dE (размерность F_ν есть число фотонов/(м^2·с·кэВ)), E — энергия кванта. Тогда при $E_0 = 26{,}5$ кэВ достигается экстремум произведения $F_\nu E$ и основная часть энергии переносится фотонами с энергиями, близкими к E_0. Іоскольку в данном случае предполагается, что фотоны образуются при эффекте ‹омптона за счет охлаждения электронов, то и энергия электронов должна быть не іенее E_0. Интересно, что у квазара 3C 273 в широком интервале частот спектра и скоростей энергичных частиц) перенос энергии осуществляется почти одинаково и іэнергия распределена по спектру равномерно.

Таблица 66

Характерные скорости переноса энергии в различных обьектах.

Объект	Величина спектра, характеризующая максимум переноса энергии	Основные частицы и их скорости в максимуме переноса энергии, км/с
Рентгеновский спектр источника Лебедь X-1	Энергия 26,5 кэВ	Электроны, ~ 10^5
Газ внутри скоплений, горячие короны галактик	Температура до 10^8 К	Протоны, ~ 10^3
Синхротронное излучение Крабовидной туманности	Частота > 10^{14} Гц	Электроны, > 400
Пульсар NP 0531 в Крабовидной туманности	Частота $4 \cdot 10^{18}$ Гц	Электроны, > $4 \cdot 10^4$
Спектр квазара 3C 273	Частота $10^{13} - 10^{23}$ Гц	Протоны > 2, Электроны > 100 и до скорости света
Спектр сейфертовской галактики NGC 4151	Частоты $10^{13} - 10^{16}$, $10^{20} - 10^{21}$ Гц	Электроны, 100–3000, и релятивстские элетроны
Космические лучи	Энергия ~ 10^3 МэВ	Релятивстские протоны
Солнечные вспышки	Энергия 1 — 10 МэВ	Протоны, $(1 - 4) \cdot 10^4$
Солнечный ветер	Энергия 1 кэВ	Протоны, 200 — 400
Спектры гамма-всплесков барстеров	Энергия 20 — 80 кэВ	Электроны, $(0,6 - 1,2) \cdot 10^5$
Лебедь А Синхротронное радиоизлучение лопастей	Частота $2 \cdot 10^9$ Гц	Электроны, 1,5
Мелкие компоненты двойной структуры		Скорость разлета до 6000 км/с

Из Таблицы 66 следует, что электроны имеют релятивистские скорости рядом с акими компактными обьектами, как активные ядра галактик и нейтронные звезды, в больших радиоизлучающих областях скорости электронов невелики. Поток энергии космических лучей имеет экстремум при энергии протонов порядка 1000 МэВ, то есть когда энергия движения сравнивается с энергией покоя. Изложенное выше не противоречит высказанному нами утверждению: скорости отдельных частиц (электронов и протонов) обычно меньше скорости света, а скорости переноса больших масс вещества и энергии не превышают звездной скорости C_S (440). Собственно говоря, последнее вытекает из того, что во всех наиболее энергичных звездных и галактических процессах присутствуют нейтронные звезды, которые в принципе не могут перемещать большие количества вещества со скоростью, существенно превышающей собственную характерную скорость частиц C_S самих нейтронных звезд.

7. Ранее мы постулировали, что с увеличением массы составных обьектов от нуклонов до квазаров уменьшается их предельно достигаемая средняя плотность (так, у нейтронных звезд плотность вещества меньше, чем у составляющих их нуклонов), при этом уменьшается и характерная скорость частиц внутри обьектов. Это эквивалентно тому, что связанные между собой частицы двигаются медленнее, чем если бы они были свободными. Применяя данный подход к самим нуклонам, мы неизбежно получаем следующий результат: Если скорость C_S нуклонов в нейтронной звезде меньше скорости света, то и характерная скорость частиц в нуклонах, равная скорости света, в свою очередь меньше некоторой предельной скорости движения этих частиц c'. Полагая, что нуклоны состоят из преонов, оценим для них скорость c'. Поскольку для нейтронных звезд отношение скоростей $S' = C_S / c = 0{,}18$ по Таблице 65, то предварительно можно записать: $c/c' = 0{,}18$, где c — скорость света. Отсюда получается $c' \sim 5{,}5\,c = 1{,}65 \cdot 10^9$ м/с и вытекает теоретическая возможность передавать сигналы со скоростью, превышающей скорость света. Возможно, что данный вывод подкрепляется и экспериментальными данными. Например, в [110] найдено влияние истинного положения трех звезд (в отличие от видимого положения, не совпадающего с истинным из-за конечной скорости света и его запаздывания) на датчик, находящийся в фокусе телескопа, что можно было бы обьяснить существованием сигнала, передающегося со сверхсветовой скоростью. Этот же датчик реагирует на испарение ацетона вблизи него, растворение сахара и другие необратимые процессы. Допустим, что необратимая система отличается от обратимой тем, что интенсивно излучает или наоборот поглощает энергию. Тогда датчик регистрирует экстремальные изменения потока энергии по сравнению с фоном.

В работе [111] проводилась регистрация истинного положения Солнца с помощью двух разных датчиков — металлопленочным резистором и биологической системой в виде клеток микроорганизмов *E. Coli*, находящихся в состоянии анабиоза. Поскольку оптический сигнал от Солнца до Земли идет со скоростью света в течении 8,3 минут, то угловое разделение между истинным и видимым положениями Солнца при наблюдении с Земли составляет

$$\Delta\varphi = \frac{8{,}3\,\text{мин}}{24\,\text{часа}}\,360^\circ = 2^\circ 4{,}'6\,,$$ а диаметр Солнца виден под

углом ~ 30′. Датчики помещались в фокальную плоскость телескопа, причем главное зеркало телескопа закрывалось пластмассовой заслонкой. Тем не менее оба датчика показали видимое отклонение от среднего значения, как это показано на рисунках 83 и 84 согласно [111]. Биологическая система сильнее всего реагировала на экспозицию истинного положения Солнца, а резистор отмечал три положения — за 16 минут до видимого Солнца, за 8 минут, то есть истинное Солнце, и наконец видимое Солнце. Поскольку обнаруживается истинное Солнце одновременно с видимым, то можно предположить распространение сигнала со сверхсветовой скоростью. За появление первого сигнала (за 16 минут до видимого Солнца) может быть

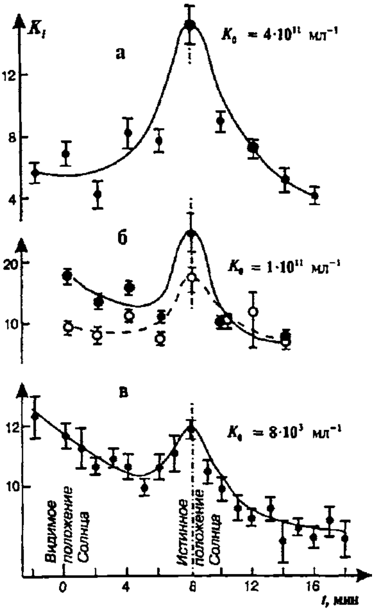


Рис. 83. Реакция биологической системы на дискретное сканирование траектории Солнца согласно [111]. Выдержка в течение 3 минут клеток микроорганизмов E.Coli в направлении на истинное Солнце при $t = 8{,}3^m$ дает увеличенное число колоний клеток K_i по сравнению с другими направлениями. K_0 – средняя концентрация клеток перед экспонированием в эксперименте i, i = а, б, в.

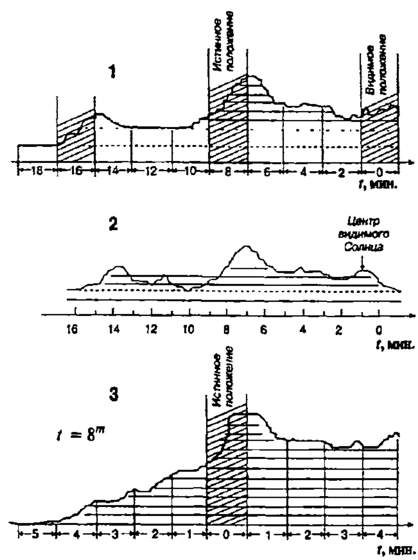


Рис. 84. Сканирование траектории Солнца металлопленочным резистором согласно [111]. 1 – выдержка 1 минута в каждой точке сканирования солнечной траектории, 2 – непрерывное сканирование, 3 – сканирование поперек солнечной траектории, проходящее через истинное положение Солнца.

ответственна магнитосфера Солнца, выступающая за его пределы на несколько солнечных радиусов. Отметим, что описанные эксперименты являются продолжением работ Н. А. Козырева с сотрудниками (смотри, например, [92]).

Не так давно появилось сообщение [14] о том, как американские физики исследовали прохождение света в тонких экранах, а немецкие физики — микроволновое излучение внутри суживающегося волновода. Первые определили увеличение скорости света в 1,7 раза, а вторые — в 4,7 раза по отношению к стандартной табличной величине.

8. Тот факт, что при взаимодействии элементарных частиц в конце концов вновь образуются элементарные частицы, говорит о предельной вырожденности этих обьектов (этого следует ожидать и из-за большой скорости протекания процессов в микромире). Каждому уровню подобных вырожденных обьектов, в зависимости от их массы, можно поставить в соответствие предельную групповую скорость переноса вещества и энергии. В результате коэффициент подобия по скоростям для вырожденных обьектов оказывается отличным от единицы. В § 26 мы находили соотношение между коэффициентами подобия для звезд главной последовательности (235):

$$\frac{\Phi}{P_0^3 S_0^3} = \frac{4(KK'\alpha)^{1,5}}{3\sqrt{\pi}} > 9{,}3\cdot10^{-4},$$

где Φ, P_0, S_0 — коэффициенты подобия по массе, размерам и скоростям соответственно,

$K \geqslant 0{,}86$,

$K' \geqslant 1{,}83$,

$\alpha = 0{,}007297$ — постоянная тонкой структуры.

Если взять Φ из (11), P_0 из (64), S_0 из (46), то получим:

$$\frac{\Phi}{P_0^3 S_0^3} = 1{,}05\cdot10^{-3} \tag{497}$$

Вычислим подобное соотношение для белых карликов, взяв из § 30 параметры магниевого белого карлика: масса $M_{БК} = 1{,}22\ M_C = 2{,}4\cdot10^{30}$ кг, радиус $R_{БК} = 3{,}76\cdot10^6$ метров, характерная скорость частиц ~ $V_4 = 3946$ км/с. Коэффициенты подобия по отношению к протону:

$$\Phi = \frac{M_{БК}}{M_P} = 1{,}4\cdot10^{57}, \quad P = \frac{R_{БК}}{R_P} = 5{,}7\cdot10^{21}, \quad S = \frac{V_4}{c} = 1{,}3\cdot10^{-2},$$

здесь M_P — масса протона,

$R_P = 0{,}66$ фм — принятый нами радиус протона по (82),

c — скорость света.

В результате получим:

$$\left(\frac{\Phi}{P^3 S^3}\right)_{БК} = 3{,}4\cdot10^{-3} \tag{498}$$

Для нейтронных звезд с помощью коэффициентов подобия из Таблицы 65 можно найти:

$$\frac{\Phi'}{P'^3 S'^3} = 25\,. \tag{499}$$

Из сравнения соотношений между коэффициентами подобия (497), (498) и (499) видно, что для нейтронных звезд достигается максимум. Кроме этого, зависимость коэффициента подобия по массе Φ' от куба коэффициента подобия по размерам P' для нейтронных звезд в виде $\Phi' \sim P'^3$ аналогична зависимости между массой тела и кубом его размеров.

9. Переход от одного уровня вырожденных обьектов к другому не должен менять форму уравнений, описывающих эти обьекты, то есть уравнения должны быть ковариантными относительно преобразования подобия. Одновременно при таком переходе необходимо заменять скорость света на соответствующую характерную скорость. Например, в (468) была использована формула типа (415) с заменой скорости света на звездную скорость C_S.

Попробуем теперь с помощью соотношений (497), (499) найти параметры двух галактик, состоящих из нейтронных звезд, причем первая из них должна быть подобна звезде главной последовательности, а вторая — нейтронной звезде. В качестве массы возьмем величину $M_Г = 1{,}41\cdot10^{11}\ M_C$, что близко к средней массе наблюдаемых галактик. Коэффициент подобия по массе будет равен:

$$\Phi_Г = \frac{M_Г}{M_S} = 10^{11}, \tag{500}$$

здесь M_S — масса нейтронной звезды.

Полагая, что средняя скорость движения звезд в галактиках равна звездной скорости $C = 220$ км/с, найдем коэффициент подобия по скоростям:

$$S_r = \frac{C}{C_s} = 4 \cdot 10^{-3}, \qquad (501)$$

где C_S — характерная скорость частиц в нейтронной звезде (440).

Из (497), полагая его справедливым и для галактик, находим коэффициент подобия по размерам и характерный размер первой галактики:

$$P \sim \frac{10\,\Phi_r^{1/3}}{S_r} = 10^7, \quad R_r = P R_S = 1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{метра}, \qquad (502)$$

здесь R_S — радиус нейтронной звезды.

Мы видим, что галактика из 10^{11} нейтронных звезд должна уместиться в обьеме с радиусом R_r приблизительно в одну астрономическую единицу для того, чтобы она была аналогом обычной звезды главной последовательности.

Используем (499) для вырожденной галактики, беря в качестве коэффициента подобия по скоростям величину $S' = 0{,}18$ из Таблицы 65:

$$P' > \frac{1}{S'}\left(\frac{\Phi_r}{25}\right)^{1/3} = 9 \cdot 10^3, \quad R'_r > P' R_S = 1{,}4 \cdot 10^8\,\text{метра}.$$

Исходя из радиуса R'_r в вырожденной галактике все 10^{11} нейтронных звезд должны фактически касаться друг друга так же, как это происходит с нуклонами в атомном ядре.

Если разделить обьем с радиусом R_r из (502) на 10^{11}, то на каждую звезду придется обьем с радиусом $3{,}2 \cdot 10^7$ метра, что в $2 \cdot 10^3$ раз больше радиуса нейтронной звезды. Это не сильно отличается от отношения межядерного расстояния к размеру атомных ядер в твердом веществе.

Следовательно, галактики с размером (502) подобны твердой пылинке, содержащей 10^{11} атомов. С другой стороны мы обнаруживаем, что размер R_r может быть характерным размером для ядер активных галактик, в первую очередь сейфертовских галактик и квазаров. Так, для квазаров 3С 273 и 3С 48 полагают, что массы их ядер порядка $10^9\ M_C$, а размеры ядер до 10^{13} метра [193] — это вытекает из наблюдений облаков газа со скоростями порядка 5000 км/с, двигающихся на расстоянии до 10 световых лет от центра масс.

Очевидно, что в ходе длительной эволюции массивные галактики могут образовывать своеобразное твердое вещество, состоящее из нейтронных звезд. Чем больше накапливается нейтронных звезд в ядре галактики, тем большую совокупную мощность могут они излучать. Для сравнения приведем данные из [193] для ядра сейфертовской галактики NGC 4151 и ядер квазаров 3С 48 и 3С 273, которые в секунду выделяют энергию $9 \cdot 10^{37}$ Дж, $4{,}5 \cdot 10^{39}$ Дж и $2 \cdot 10^{40}$ Дж соответственно. Если мы разделим светимость L_r ядра одного из самых мощных квазаров 3С 273 на число возможных нейтронных звезд в его ядре N, то мы получим:

$$L_S = \frac{L_r}{N} = 2 \cdot 10^{31}\ \text{Вт}, \quad \text{где} \quad N = \frac{M_{\text{ядра}}}{M_S} \sim 10^9$$

Величина L_S близка к критической светимости нейтронной звезды при аккреции вещества на ее поверхность. Следовательно, феномен квазаров и активных галактик вполне можно обьяснить накоплением нейтронных звезд в их ядрах, а выделение энергии в галактиках напоминает процесс излучения от раскаленного вещества, состоящего из звезд, с выделением энергии их связи. При этом структура активных галактик должна быть такая же стабильная, как и у обычного вещества, то есть не следует ожидать «схлопывания» всех нейтронных звезд галактического ядра в одну черную дыру, как это часто предполагают. Точно также массивное атомное ядро из множества нуклонов не сливается в одну ядерную каплю. Активное ядро из нейтронных звезд обьясняет не только энергетику квазаров, но и возникновение регулярного магнитного поля за счет выстраивания магнитных моментов отдельных звезд. Образующаяся осевая конфигурация магнитного поля позволяет коллимировать потоки релятивистской плазмы, что часто и наблюдается в виде джетов и выбросов из ядер активных галактик.

В заключение рассмотрим переменность нетеплового излучения во всех диапазонах частот от сейфертовских галактик и квазаров. Ядра большинства галактик неоднородны и могут состоять из нескольких ядрышек или сгущений звезд. В таком случае при их вращении будут наблюдаться долговременные и квазипериодические изменения блеска. Если размер ядра $R \sim 10^{13}$ метра, скорость вращения звезд порядка $C = 220$ км/с, то период вращения будет $T \sim 2\pi R/C = 9$ лет. И действительно, наибольшие характерные периоды колебаний блеска активных галактик составляют несколько лет (у квазара 3С 273 — порядка 13 лет). В ядре нашей Галактики размеры точечных радиоисточников менее 10^{12} метров (например, у IRS 16), в то же время наблюдаются колебания длинноволнового гамма-излучения с периодом около одного месяца. В течении нескольких месяцев оптически изменяется на $1 - 3^m$ N-галактика X Comae. Кроме долгопериодической переменности, связанной с вращением ядер галактик, иногда проявляется и быстрая изменчивость в течении 1 — 2 суток. Если разделить размер ядра галактики $R = 10^{13}$ метра на период 24 часа, найдем скорость распространения возмущения вдоль ядра:

$$\frac{R}{24\,\text{часа}} \sim 10^{8}\ \text{м/с, что почти равно скорости света.}$$

Можно предположить, что при скоротечных суточных вспышках наблюдается нечто вроде цепной реакции взрывов сверхновых или гамма-вспышек от релятивистской плазмы на поверхности звезд, распространяющейся в плотных ядрах галактик с большой скоростью.

Сравнительно недавно внутри большой эллиптической галактики M87 нашли ядро с массой $3 \cdot 10^9\, M_C$ и скоростью вращения газового диска вокруг него до 500 км/с [4]. Газовый диск имеет спиральную структуру, как в спиральных галактиках, кроме этого наблюдается мощная газовая струя. Изучение шарового скопления M15, расположенного в созвездии Пегаса на расстоянии 42000 световых лет, показало, что в его ядре нет черной дыры, как полагали ранее, но в самом центре в радиусе 0,4 светового года находятся тысячи тесно расположенных звезд [38].

По-видимому, ядра всех галактик так или иначе содержат нейтронные звезды, которые и создают эффект активности ядер.

§ 48. Теория тяготения

§ 48. 1. Уравнения гравитации в пространстве Минковского

Теория всемирного тяготения Ньютона, подобно электростатике, не является лоренц-инвариантной и потому не может быть согласована со специальной теорией относительности. В свое время обьединение электричества и магнетизма уравнениями Максвелла позволило осознать новое понятие — электромагнитное поле, законы которого автоматически удовлетворяют преобразованиям Лоренца. В § 45 шла речь о противоположности и взаимодополнительности гравитационных и электромагнитных полей, так что в самом общем случае их надо было бы описывать как единый обьект — электрогравитационное поле (например, при коллапсе звезды энергия гравитационного поля переходит не только в кинетическую энергию вещества, но и в энергию электромагнитного поля).

Очевидно, что для этого теория тяготения нуждается в некотором дополнении, позволяющем учесть не только энергию, но и импульс и момент импульса гравитационного поля. Проведем аналогию между электромагнетизмом и гравитацией вначале для статики, где лучше всего видны элементы тождества в формулах для сил. Закон Кулона для силы взаимодействия двух неподвижных зарядов q_1 и q_2 и закон Ампера для силы взаимодействия двух электрических токов i_1 и i_2 в длинных параллельных проводах записываются следующим образом:

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \quad \text{— сила Кулона,}$$

$$F_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \ell}{2\pi R} \quad \text{— сила Ампера,}$$

здесь ε_0 — электрическая постоянная,
R — расстояние между зарядами или токами соответственно,
μ_0 — магнитная постоянная,
ℓ — длина провода.

Гравитационные силы от статических масс и непрерывных параллельных массовых токов должны иметь аналогичный вид:

$$F_1' = \frac{\gamma m_1 m_2}{R^2} \quad \text{— сила Ньютона,}$$

$$F_2' = \frac{2\gamma\ell}{c^2 R}\left(\frac{dM_1}{dt}\right)\left(\frac{dM_2}{dt}\right), \tag{503}$$

где γ — гравитационная постоянная,
m_1, m_2 — неподвижные притягивающиеся массы,
R — расстояние между массами или массовыми токами соответственно,
$\frac{dM_1}{dt}$, $\frac{dM_2}{dt}$ — массовые токи, определяемые как величины масс dM, проходящие через любые сечения токов в единицу времени dt,
ℓ — длина взаимодействующих массовых токов,
c — скорость распространения гравитации. В 1905 г. Пуанкаре предположил, что скорость гравитационных волн равна скорости света.

Если сила F_1' всегда есть сила притяжения, то сила F_2' может быть и силой отталкивания, например, для двух направленных в одну сторону параллельных массовых токов (в противоположность этому однонаправленные электрические токи притягиваются друг к другу). Как будет показано далее, появление F_2' необходимо в частности для того, чтобы компоненты силы гравитации, как и любой другой силы, при переходе в другую инерциальную систему координат могли умножаться на лоренцевский фактор в силу эффекта изменения скорости течения времени.

В общем случае движущиеся массы не только увлекают за собой пробные частицы, но и создают в пространстве гравитационное кручение. Сопоставляя напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$ гравитационное ускорение $\boldsymbol{G}$ (величина $\boldsymbol{G}$ эквивалентна напряженности гравитационного поля), а индукции магнитного поля $\boldsymbol{B}$ гравитационное кручение $\boldsymbol{\Omega}$, напишем уравнения для $\boldsymbol{G}$ и $\boldsymbol{\Omega}$, с точностью до знаков и коэффициентов пропорциональности совпадающие по форме с электромагнитными уравнениями Максвелла:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{G} = -4\pi\gamma\rho, \quad \operatorname{div}\boldsymbol{\Omega} = 0, \tag{504}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{G} = -\frac{\partial\boldsymbol{\Omega}}{\partial t}, \quad c^2\operatorname{rot}\boldsymbol{\Omega} = -4\pi\gamma\boldsymbol{J} + \frac{\partial\boldsymbol{G}}{\partial t},$$

$$\boldsymbol{J} = \frac{dM}{dt\,ds}\boldsymbol{e} = \frac{\rho_0\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

здесь ρ — плотность движущегося вещества (количество массы в единичном обьеме),

ρ_0 — плотность элемента вещества в покое,

$\boldsymbol{V}$ — скорость движения элемента вещества,

$\boldsymbol{J}$ — плотность тока массы в направлении единичного вектора $\boldsymbol{e}$ через сечение ds, перпендикулярное вектору $\boldsymbol{e}$,

c — скорость распространения гравитации, которую далее будем считать равной скорости света,

γ — гравитационная постоянная.

В (504) не учитываются такие возможные гравитационные эффекты в веществе, которые для электромагнитного поля называются поляризацией и намагниченностью. Формула для действующей силы на тело с массой m имеет вид:

$$\boldsymbol{F}_{\text{гр}} = m\boldsymbol{G} + m[\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{\Omega}], \tag{505}$$

где $\boldsymbol{V}$ — скорость движения тела,

m — масса покоя.

Везде далее масса считается инвариантом как электрический заряд, а наблюдаемая зависимость массы от скорости получается в качестве следствия изменения состояния движущейся системы отсчета.

Векторы гравитационного ускорения и кручения можно выразить через скалярный ψ и векторный $\boldsymbol{D}$ потенциалы:

$$\boldsymbol{G} = -\operatorname{grad}\psi - \frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}, \quad \boldsymbol{\Omega} = \operatorname{rot}\boldsymbol{D}. \tag{506}$$

Потенциалы в свою очередь определяются плотностью вещества ρ и плотностью тока массы $\boldsymbol{J}$ через обьемные интегралы:

$$\psi(1,t) = -\gamma\int\frac{\rho(2,t')}{R_{12}}d\mathrm{v}_2, \tag{507}$$

$$\boldsymbol{D}(1,t) = -\frac{\gamma}{c^2}\int\frac{\boldsymbol{J}(2,t')}{R_{12}}d\mathrm{v}_2,$$

здесь подразумевается, что потенциалы в точке 1 в момент времени t нужно находить путем интегрирования распределения масс (массовых токов) в области v_2 в более ранний момент $t' = t - R_{12}/c$; R_{12} — текущее расстояние между точкой 1 и элементами обьема $d\mathrm{v}_2$ в момент t', c — скорость света.

Подставляя (506) в (504), получим волновые уравнения для потенциалов ψ и $\boldsymbol{D}$:

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 4\pi\gamma\rho, \tag{508}$$

$$\Delta\boldsymbol{D} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{D}}{\partial t^2} = \frac{4\pi\gamma}{c^2}\boldsymbol{J},$$

при условии калибровки: $\operatorname{div}\boldsymbol{D} = -\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial\psi}{\partial t}$.

Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Используя оператор Д'Аламбера: $\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$,

можно переписать (508) в виде:

$$\Box\psi = 4\pi\gamma\rho, \tag{509}$$

$$\Box \boldsymbol{D} = \frac{4\pi\gamma}{c^2}\boldsymbol{J}.$$

Для завершения картины необходимо добавить следующие соотношения:

Закон сохранения массы: $\operatorname{div}\boldsymbol{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$. (510)

Плотность энергии гравитационного поля: $u = -\frac{1}{8\pi\gamma}(G^2 + c^2\Omega^2)$. (511)

Вектор плотности потока энергии поля: $\boldsymbol{S}_{\Gamma} = -\frac{c^2}{4\pi\gamma}[\boldsymbol{G}\times\boldsymbol{\Omega}]$. (512)

Плотность импульса поля: $\boldsymbol{g} = \frac{1}{c^2}\boldsymbol{S}_{\Gamma}$. (513)

Размерности используемых величин таковы:

кручение $[\Omega] = \text{с}^{-1}$, гравитационное ускорение $[G] = \text{м}\cdot\text{с}^{-2}$, скалярный потенциал $[\psi] = \text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}$, векторный потенциал $[D] = \text{м}\cdot\text{с}^{-1}$, плотность массы $[\rho] = \text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$, плотность тока массы $[J] = \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{м}^{-2}$, плотность энергии $[u] = \text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{м}^{-1}$, плотность потока энергии $[S_{\Gamma}] = \text{кг}\cdot\text{с}^{-3}$, плотность импульса $[g] = \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{м}^{-2}$

Далее предполагается, что масса и ее плотность однополярны и положительны, а гравитационное поле состоит из двух компонент — ускорения $\boldsymbol{G}$ и кручения $\boldsymbol{\Omega}$. Заметим, что кручение имеет размерность как у угловой скорости, а векторный потенциал — как у линейной скорости.

Используя (507) и (506), кручение от бесконечного прямолинейного тока массы можно записать через векторное произведение:

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{2\gamma}{c^2 R}\left[\frac{\boldsymbol{R}}{R}\times\frac{d\boldsymbol{M}}{dt}\right], \tag{514}$$

где γ — гравитационная постоянная,

c — скорость света,

$\boldsymbol{R}$ — кратчайший вектор, соединящий ток массы с точкой, где определяется кручение,

$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt}$ — вектор тока массы.

В центре тока массы кольцеобразной формы с радиусом R кручение равно:

$$\Omega = \frac{2\pi\gamma}{c^2 R}\frac{dM}{dt}.$$

По аналогии с магнитным моментом введем гравитационный момент P_G как произведение массового тока на обхватываемую им площадь:

$$P_G = \frac{dM}{dt}\pi R^2$$

Для расчета кручения в центре вращающегося кольца имеем:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{M}{T}, \quad \frac{2\pi R}{T} = V, \quad P_G = \frac{MVR}{2} = \frac{I}{2},$$

$$\Omega = -\frac{\gamma}{c^2R^3}I,$$

здесь M — масса кольца,

T — период вращения кольца,

V — линейная скорость вращения кольца,

I — спин (момент импульса) кольца.

На больших расстояниях r от вращающегося кольца кручение представляется дипольной формулой:

$$\Omega = \frac{\gamma}{2c^2}\left(\frac{I}{r^3} - \frac{3(I\cdot r)\cdot r}{r^5}\right).$$

Для дальнейшего изложения напомним некоторые положения алгебры четырехмерных векторов, используемые в теории относительности (смотри например [113]). Вектор местоположения частицы или точки в системе отсчета с временем t, координатами x, y, z и трехмерным радиус-вектором r записывается так:

$x^i = (ct, x, y, z) = (ct, r)$ то есть 3-вектор r является составной частью 4-вектора x^i, задавая в нем три последние компоненты x, y, z.

Четырехмерная скорость частицы, движущейся с трехмерной скоростью V:

$$u^i = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right).$$

Четырехмерный импульс:

$$p^i = mu^i = \left(\frac{mc}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{mV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right),$$

здесь m — масса покоя частицы,

c — скорость света.

Четырехмерная сила:

$$F^i = \left(\frac{\frac{dE}{dt}}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad \frac{F}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right), \tag{515}$$

где E — полная энергия частицы,

F — обычная сила в трехмерном пространстве,

V — скорость движения частицы, на которую действует сила.

Индексы i, k, m, n и другие латинские буквы пробегают значения 0, 1, 2, 3, первые компоненты четырехмерных векторов всегда скалярные величины, а остальные три компоненты являются компонентами трехмерных векторов. Если символ вектора (или тензора) находится вверху, то этот вектор называется контравариантным, нижний символ у вектора обозначает ковариантный вектор. При одинаковых индексах, встречающихся одновременно в верхних и нижних символах в произведениях векторов или тензоров, будет подразумеваться необходимость суммирования соответствующих компонент. Переход от ковариантных индексов к контравариантным и наоборот осуществляется с помощью метрического тензора g_{ik}:

$$A_i = g_{ik} A^k, \quad A^i = g^{ik} A_k.$$

В псевдоевклидовом пространстве (пространство-время Минковского) с учетом используемой нами системы так называемых действительных координат метрический тензор сводится к тензору η_{ik}:

$$\eta_{ik} = \eta^{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{516}$$

Для тензора второго ранга, если рассматривать его как матрицу, индексы $i, k = 0, 1, 2, 3$ соответствуют значениям индексов матриц 1, 2, 3, 4; первый индекс слева означает номер строки, другой правый индекс — номер столбца соответствующей матрицы.

Тогда если 4-вектор $A^k = (A^0, A^1, A^2, A^3)$, то

$$A_i = (A_0, A_1, A_2, A_3) = \eta_{ik} A^k = (A^0, -A^1, -A^2, -A^3), \text{ и}$$

$$A_0 = A^0, \quad A_1 = -A^1, \quad A_2 = -A^2, \quad A_3 = -A^3,$$

или i-я компонента вектора A_i есть скалярное произведение i-й строки тензора η_{ik} на вектор — строку A^k

Скалярное произведение двух векторов имеет вид:

$$A \cdot B = A_i B^i = A_0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3 =$$

$$= \eta_{ik} A^k B^i = A^0 B^0 - A^1 B^1 - A^2 B^2 - A^3 B^3.$$

Длина любого вектора является инвариантной величиной при смене системы отсчета, это же относится и к квадрату его длины, который можно найти из скалярного произведения вектора самого на себя. Для вектора местоположения имеем:

$$x_i x^i = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = (ct)^2 - r^2.$$

Заметим, что четырехмерное скалярное произведение в отличие от трехмерного скалярного произведения имеет знаки минус при перемножении компонент 1, 2, 3. В системе отсчета с временем t' и трехмерным радиус-вектором r' длина вектора не должна измениться:

$$x_i^2 = x_i x^i = (ct')^2 - r'^2 = s'^2 = (ct)^2 - r^2 = s^2.$$

Величина s носит название интервал и для каждой точки является инвариантом. Найдем длину вектора сдвига (перемещения) $dx^i = (c\,dt, dr)$:

$$dx_i^2 = ds^2 = c^2 (dt)^2 - (dr)^2 = c^2 (dt)^2 \left[1 - \left(\frac{dr}{c\,dt}\right)^2\right].$$

Учтем теперь, что $\dfrac{dr}{dt} = V$:

$$ds = c\,dt\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

Величины ds и $ds/c = dt_0$ являются инвариантами, тогда и величина $dt_0 = \sqrt{1 - V^2/c^2}\,dt$ является инвариантом при преобразованиях системы отсчета. Трехмерная скорость обычно находится дифференцированием вектора положения $\boldsymbol{r}$:

$$\boldsymbol{V} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}.$$

Для четырехмерной скорости имеем аналогично:

$$u^i = \frac{dx^i}{dt_0} = \left(\frac{c\,dt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}\,dt}, \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right) =$$

$$= \left(\frac{c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right).$$

Выражения для трехмерных и четырехмерных сил через производные от импульсов по времени:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}, \quad F^i = \frac{dp^i}{dt_0} = \frac{d(mu^i)}{dt_0} = \frac{d}{dt_0}\left(m\frac{dx^i}{dt_0}\right), \tag{517}$$

$$F^i = \frac{dp^i}{dt_0} = \left(\frac{d\left(\frac{mc}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)}{dt\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{d\left(\frac{m\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)}{dt\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right).$$

Из сравнения с (515) для векторной компоненты силы F^i получается определение трехмерной силы в теории относительности:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = \boldsymbol{V}\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \frac{m}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}.$$

Сопоставляя скалярные компоненты (515) и (517), находим:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = \frac{dE}{dt},$$

где $E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ — полная энергия частицы массы m с учетом энергии покоя.

Ускорение $\dfrac{d\boldsymbol{V}}{dt}$ тела с переменной массой (без учета импульса теряющейся или привносимой массы) вычисляется по следующей формуле:

$$\frac{m}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\boldsymbol{F} - \sqrt{1 - V^2/c^2}\,\frac{dm}{dt}\boldsymbol{V} \tag{518}$$

Это соотношение доказывается следующим путем. С одной стороны можно записать:

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{V}) = \boldsymbol{p}\frac{d\boldsymbol{V}}{dt} + \boldsymbol{V}\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{p}\frac{d\boldsymbol{V}}{dt} + \boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{F}.$$

С другой стороны имеем:

$$p{\cdot}V = \frac{mV^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} = E - mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2},$$

$$\frac{d}{dt}(p{\cdot}V) = \frac{dE}{dt} - \frac{d}{dt}(mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2}) = \frac{dE}{dt} + p\frac{dV}{dt} - c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}\,\frac{dm}{dt}.$$

Сравнивая два выражения для $\frac{d}{dt}(p{\cdot}V)$, подставляя $\frac{dE}{dt}$ для случая переменной массы и сокращая результат на скорость V, приходим к (518). Если масса m не просто изменяется со временем, но и переносит за время dt импульс ($dm\ s$) с абсолютной скоростью s, то (518) необходимо уточнить:

$$\frac{m}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{dV}{dt} = (1 - \frac{V^2}{c^2})F + \sqrt{1 - V^2/c^2}\,\frac{dm}{dt}(s - V). \qquad (518')$$

В обычном случае, например при взлете ракеты, $s \gg V$, $\frac{dm}{dt} < 0$ (масса ракеты уменьшается), и ускорение $\frac{dV}{dt}$ направлено против скорости s.

Если масса m постоянна во времени, то тогда $dE/dt = V{\cdot}F$ и (515), (517) принимают вид:

$$F^i = (\frac{F{\cdot}V}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}\,,\ \frac{F}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}). \qquad (519)$$

При переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую все четырехмерные векторы преобразуются с помощью соотношений типа (386) и (388) из теории относительности. Если в неподвижной системе отсчета K координаты точки определяются вектором $x^i = (ct\ , r)$, то в системе отсчета K', движущейся со скоростью V_0 вдоль оси X относительно K, вектор этой же точки равен $x'^i = (ct', r')$, причем выполняются соотношения между координатами:

$$t' = \frac{t - V_0\,x/c^2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad x' = \frac{x - V_0\,t}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad y' = y,\quad z' = z.$$

Вообще при частном преобразовании Лоренца в движущуюся систему отсчета компоненты любого контравариантного вектора будут выглядеть так:

$$A'^0 = \frac{A^0 - V_0\,A^1/c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad A'^1 = \frac{A^1 - V_0\,A^0/c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad A'^2 = A^2,\quad A'^3 = A^3. \qquad (520)$$

Для ковариантных векторов с учетом изменения знака пространственных компонент получается:

$$A'_0 = \frac{A_0 + V_0\,A_1/c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad A'_1 = \frac{A_1 + V_0\,A_0/c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},\quad A'_2 = A_2,\quad A'_3 = A_3.$$

Применяя преобразования типа (520) к скалярной компоненте четырехмерной скорости u^i как к скалярной (временной) компоненте вектора x^i, можно найти преобразование лоренцева фактора:

$$\frac{c}{\sqrt{1-V'^2/c^2}} = \frac{\dfrac{c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \dfrac{V_0 V_X}{c\sqrt{1-V^2/c^2}}}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}} \quad \text{или:}$$

$$\sqrt{1-V'^2/c^2} = \frac{\sqrt{1-V^2/c^2}\sqrt{1-V_0^2/c^2}}{1-V_0 V_X/c^2}, \qquad (521)$$

здесь V и V' — скорости частицы в системах отсчета K и K' соответственно,
V_0 — скорость движения системы отсчета K' относительно K,
V_X — проекция скорости частицы V на ось X системы отсчета K.

Преобразование x-компоненты четырехмерной скорости u^i проводится также, как для x-компоненты вектора x^i:

$$\frac{V'_X}{\sqrt{1-V'^2/c^2}} = \frac{\dfrac{V_X}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \dfrac{V_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}} = \frac{V_X - V_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}\sqrt{1-V_0^2/c^2}}.$$

Подставляя в это выражение (521), получаем:

$$V'_X = \frac{V_X - V_0}{1 - V_0 V_X/c^2},$$

а это есть релятивистская формула сложения скоростей, обратная по отношению к (392). Из (520) следует, в частности, что $y = y'$ для вектора x^i, также будет и для y-компоненты вектора u^i, аналогично для z-компонент:

$$\frac{V'_Y}{\sqrt{1-V'^2/c^2}} = \frac{V_Y}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

Используя (521), приходим к следующему:

$$V'_Y = \frac{V_Y\sqrt{1-V_0^2/c^2}}{1-V_0 V_X/c^2}.$$

Подобно выглядит формула и для z-компоненты скорости V' в системе отсчета K' (сравни с (392)). В (393) и (394) фактически приведен пример обратных преобразований типа (387) и (389) от четырехмерного вектора импульса p'^i к вектору p^i

В качестве еще одного примера приведем выражение для четырехмерного волнового вектора произвольной волны:

$$K_i = (\omega, cK), \quad K^i = (\omega, -cK),$$

здесь ω — угловая частота колебаний,
с — скорость света,
K — волновой вектор, $K = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны.

Нетрудно убедиться непосредственной подстановкой, что квадрат вектора K_i, а также скалярное произведение $K_i x^i$ являются инвариантами при преобразованиях Лоренца:

$$K_i^2 = K_i K^i = \omega^2 - c^2 K^2, \quad K_i x^i = c(\omega t - K\cdot r).$$

Используя (520) для ковариантного вектора, получим преобразованные компоненты вектора K_i в другой инерциальной системе, двигающейся со скоростью V_0 относительно оси X:

$$\omega' = \frac{\omega + V_0 K_X}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad K'_X = \frac{K_X + V_0\omega/c^2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad K'_Y = K_Y, \quad K'_Z = K_Z.$$

здесь K_X, K_Y, K_Z — проекции волнового вектора K на оси координат.

Пусть в исходной системе волна распространяется в плоскости XOY из начала координат, тогда $K_X = K\cos\varphi$, $K_Y = K\sin\varphi$, где φ – угол между осью X и вектором K. Если еще волна электромагнитная и монохроматическая, то ее скорость в вакууме равна скорости света и справедливо соотношение $\omega = cK$. Тогда угловая частота колебаний ω' будет равна:

$$\omega' = \frac{\omega(1 + \frac{V_0}{c}\cos\varphi)}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

что целиком совпадает с (376) для выражения релятивистского эффекта Допплера. В исходной неподвижной системе отсчета также имеем: $\operatorname{tg}\varphi = K_Y/K_X$. Так как $K'_Y = K_Y = K\sin\varphi$, то в движущейся системе отсчета для $\varphi \neq \pi/2$ и при $V_0 \ll c$ можно записать:

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{K'_Y}{K'_X} = \frac{K_Y\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}{K_X + V_0\omega/c^2} = \frac{\sin\varphi\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}{\cos\varphi + V_0/c} \sim$$

$$\sim \frac{\operatorname{tg}\varphi}{1 + \dfrac{V_0}{c\cos\varphi}} \sim \operatorname{tg}\varphi\left(1 - \frac{V_0}{c\cos\varphi}\right).$$

Если положить $\varphi' = \varphi + \delta\varphi$, то так как

$$\operatorname{tg}\varphi' - \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin(\varphi' - \varphi)}{\cos\varphi'\cos\varphi} \sim \frac{\delta\varphi}{\cos^2\varphi},$$

то для отклонения волнового вектора в движущейся системе отсчета получаем зависимость от скорости и направления движения V_0:

$$\delta\varphi = -\frac{V_0}{c}\sin\varphi.$$

При $\varphi = \pi/2$ находим: $\operatorname{tg}\varphi' = \dfrac{c}{V_0}\sqrt{1 - V_0^2/c^2} \sim \dfrac{c}{V_0}$,

$$\delta\varphi = \varphi' - \varphi = \operatorname{arctg}\frac{c}{V_0} - \frac{\pi}{2} = -\operatorname{arctg}\frac{V_0}{c} \sim -\frac{V_0}{c}.$$

Следовательно, при малых скоростях общей формулой для отклонения является $\delta\varphi = -\dfrac{V_0}{c}\sin\varphi$, которая, как известно, описывает аберрацию света от звезд, открытую Д. Брадлеем в 1725 году.

Теперь мы вновь обращаемся к гравитационным величинам. Четырехмерный вектор плотности импульса будет иметь такой вид:

$$J^i = \rho_0 u^i = \left(\frac{c\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{V\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = (c\rho, J), \tag{522}$$

где ρ_0 — плотность покоящегося вещества,
u^i — четырехмерная скорость,
ρ — плотность движущегося со скоростью V вещества,
c — скорость света,
$\boldsymbol{J}$ — плотность тока массы.

Поскольку гравитационное ускорение $\boldsymbol{G}$, кручение $\boldsymbol{\Omega}$, скалярный потенциал гравитационного поля ψ и векторный потенциал $\boldsymbol{D}$ удовлетворяют уравнениям, аналогичным уравнениям Максвелла, то потенциалы ψ и $\boldsymbol{D}$ автоматически изменяются в соответствии с преобразованиями Лоренца и составляют вместе четырехмерный вектор потенциала:

$$D^i = \left(\frac{\psi}{c}, \boldsymbol{D}\right). \qquad (523)$$

Предположим, что в системе отсчета K', двигающейся вдоль оси X системы отсчета K со скоростью V_0, гравитационная масса M_0 покоится в начале координат O'. Тогда в любой точке системы K' векторный потенциал $\boldsymbol{D}' = (D'_X, D'_Y, D'_Z) = 0$, а скалярный потенциал имеет вид:

$$\psi' = -\frac{\gamma M_0}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}} = -\frac{\gamma M_0}{r'}.$$

С помощью обратных преобразований типа (389), (387) нетрудно найти потенциалы в системе отсчета K, для чего в (520) следует изменить знаки перед V_0 и переставить между собой штрихованные и нештрихованные компоненты векторов:

$$\frac{\psi}{c} = \frac{\frac{\psi'}{c} + \frac{V_0 D'_X}{c}}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}} = \frac{\psi'}{c\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$D_X = \frac{D'_X + V_0\psi'/c^2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}} = \frac{V_0\psi'}{c^2\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad \text{здесь учтено, что } D'_X = D'_Y = D'_Z = 0.$$

Заменяя координаты в r' в потенциале ψ' через координаты системы отсчета K с помощью (386) и равенств $y = y'$, $z = z'$, получим:

$$\psi = -\frac{\gamma M_0}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}\sqrt{\frac{(x - V_0 t)^2}{1 - V_0^2/c^2} + y^2 + z^2}}, \qquad (524)$$

$$D_X = \frac{V_0\psi}{c^2}, \quad D_Y = D_Z = 0.$$

Если учесть (507), то векторный потенциал отдельной движущейся частицы можно записать в более общем виде:

$$\boldsymbol{D} = \frac{\psi}{c^2}\boldsymbol{V}, \qquad (525)$$

где V — скорость движения частицы с учетом запаздывания,
ψ — гравитационный скалярный потенциал частицы с учетом запаздывания,
c — скорость света.

Знание потенциалов в различных системах отсчета позволяет находить гравитационное ускорение $\boldsymbol{G}$ и кручение поля $\boldsymbol{\Omega}$ с помощью (506), а затем и действующую гравитационную силу по формуле (505). Применяя далее (518′) к сумме всевозможных действующих сил, включая силу самодействия от испускаемого частицей излучения, можно определить движение тел.

Для краткой записи волновых уравнений обычно используют четырехмерные производные по времени и пространственным координатам. Так, оператор градиента имеет вид ковариантного вектора:

$$\mathrm{grad}_i = \frac{\partial}{\partial x^i} = \partial_i = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \mathrm{grad}\right),$$

где grad — обычный градиент по пространственным координатам.

Четырехмерная дивергенция вектора определяется как скалярное произведение оператора градиента на четырехмерный вектор. Например, дивергенция вектора положения равна:

$$\mathrm{grad}_i x^i = \partial_i x^i = \frac{\partial(ct)}{c\partial t} + \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 4.$$

Для дивергенции вектора плотности импульса J^i из (522) получим:

$$\partial_i J^i = \frac{\partial(c\rho)}{c\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\boldsymbol{J} = 0. \qquad (526)$$

Равенство нулю выражения (526) вытекает из закона сохранения массы согласно (510). Аналогично дивергенция вектора потенциала D^i из (523) равна нулю, что соответствует условию калибровки Лоренца в (508):

$$\partial_i D^i = \frac{\partial(\psi/c)}{c\partial t} + \mathrm{div}\boldsymbol{D} = 0.$$

Следует заметить, что равенство нулю дивергенции 4-вектора или тензора часто бывает отражением непрерывности процесса во времени и пространстве либо своеобразным калибровочным условием на компоненты вектора (тензора). Скалярное произведение оператора ∂_i самого на себя дает новый оператор — четырехмерный даламбертиан:

$$\Box^2 = \partial_i \partial^i = \frac{\partial}{c\partial t}\left(\frac{\partial}{c\partial t}\right) - \mathrm{grad}\,\mathrm{grad} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta. \qquad (527)$$

здесь оператор $\partial^i = \dfrac{\partial}{\partial x_i} = \left(\dfrac{\partial}{c\partial t}, -\mathrm{grad}\right)$ является контравариантным вектором, а оператор Δ — обычный лапласиан по пространственным координатам:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Видно, что четырехмерный даламбертиан (527) в галилеевых координатах только знаком отличается от обычного даламбертиана, использованного в (509).

В соответствии с волновыми уравнениями (509) действие четырехмерного даламбертиана на вектор потенциала D^i из (523) дает вектор, пропорциональный вектору плотности импульса J^i из (522):

$$\Box^2 D^i = -\frac{4\pi\gamma}{c^2} J^i \qquad (528)$$

Одно четырехмерное уравнение (528) эквивалентно четырем уравнениям для потенциалов (508) или (509).

По аналогии с тензором электромагнитного поля в электродинамике введем антисимметричный тензор гравитационного поля:

$$\Phi_{ik} = \partial_i D_k - \partial_k D_i , \tag{529}$$

где $D_i = \eta_{ik} D^k = (\frac{\psi}{c}, -D)$ — ковариантный четырехвектор потенциала (сравни с (523)).

В частности, компонента Φ_{01} с учетом (506) равна:

$$\Phi_{01} = \frac{\partial(-D_X)}{c\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\psi}{c}) = \frac{G_X}{c}.$$

Для Φ_{23} имеем: $\Phi_{23} = \frac{\partial(-D_Z)}{\partial y} - \frac{\partial(-D_Y)}{\partial z} = -\Omega_X$.

Вычисляя остальные компоненты тензора, представим Φ_{ik} в виде матрицы:

$$\Phi_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{G_X}{c} & \frac{G_Y}{c} & \frac{G_Z}{c} \\ -\frac{G_X}{c} & 0 & -\Omega_Z & \Omega_Y \\ -\frac{G_Y}{c} & \Omega_Z & 0 & -\Omega_X \\ -\frac{G_Z}{c} & -\Omega_Y & \Omega_X & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот же тензор в контравариантном виде может быть найден двумя путями:

$$\Phi^{ik} = g^{in}\Phi_{nm}g^{mk}, \quad \text{или} \quad \Phi^{ik} = \partial^i D^k - \partial^k D^i, \tag{530}$$

здесь оператор $\partial^i = \frac{\partial}{\partial x_i} = (\frac{\partial}{c\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z}) = (\frac{\partial}{c\partial t}, -\mathrm{grad})$ является четырехмерным градиентом по ковариантным координатам, составляющим в свою очередь вектор $x_i = (ct, -x, -y, -z)$, g^{in} — метрический тензор, для галилеевых координат равный η^{in} из (516).

В результате для Φ^{ik} имеем:

$$\Phi^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{G_X}{c} & -\frac{G_Y}{c} & -\frac{G_Z}{c} \\ \frac{G_X}{c} & 0 & -\Omega_Z & \Omega_Y \\ \frac{G_Y}{c} & \Omega_Z & 0 & -\Omega_X \\ \frac{G_Z}{c} & -\Omega_Y & \Omega_X & 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку компоненты трехмерных векторов G/c и $\boldsymbol{\Omega}$ оказываются компонентами тензора Φ_{ik}, то гравитационное ускорение G и кручение Ω преобразуются при переходе в другую систему отсчета по тензорному закону. Применяя частные преобразования Лоренца (520) к каждому контравариантному вектору в определении тензора Φ_{ik} в (530), считая при этом, что оператор $\mathrm{grad}^i = \partial^i$ также 4-вектор, можно найти преобразования для значащих компонент тензора при переходе в другую инерциальную систему отсчета:

$$\Phi'^{ik} = \partial'^i D'^k - \partial'^k D'^i, \quad \partial'^0 = \frac{\partial^0 - V_0 \partial^1 / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad \partial'^1 = \frac{\partial^1 - V_0 \partial^0 / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$D'^0 = \frac{D^0 - V_0 D^1 / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad D'^1 = \frac{D^1 - V_0 D^0 / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$\partial'^2 = \partial^2, \quad \partial'^3 = \partial^3, \quad D'^2 = D^2, \quad D'^3 = D^3$$

Подставляя все это в Φ'^{ik}, получаем:

$$\Phi'^{01} = \Phi^{01}, \quad \Phi'^{02} = \frac{\Phi^{02} - V_0 \Phi^{12} / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad \Phi'^{03} = \frac{\Phi^{03} - V_0 \Phi^{13} / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$\Phi'^{12} = \frac{\Phi^{12} - V_0 \Phi^{02} / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad \Phi'^{23} = \Phi^{23}, \quad \Phi'^{31} = \frac{\Phi^{31} - V_0 \Phi^{30} / c}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}.$$

Заменяя компоненты тензоров Φ'^{ik} и Φ^{ik} на компоненты G и Ω, находим преобразование G и Ω от неподвижной системы отсчета K в систему отсчета K', двигающуюся вдоль оси X системы K со скоростью V_0 при параллельных осях Y и Y', Z и Z':

$$G'_X = G_X, \quad G'_Y = \frac{G_Y - V_0 \Omega_Z}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad G'_Z = \frac{G_Z + V_0 \Omega_Y}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$\Omega'_X = \Omega_X, \quad \Omega'_Y = \frac{\Omega_Y + V_0 G_Z / c^2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \quad \Omega'_Z = \frac{\Omega_Z - V_0 G_Y / c^2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}.$$

Учитывая, что в уравнения (504) входят производные от компонент тензора Φ_{ik} по координатам, кратко (504) можно записать так:

$$\partial_n \Phi_{ik} + \partial_i \Phi_{kn} + \partial_k \Phi_{ni} = 0, \quad \partial_k \Phi^{ik} = \frac{4\pi\gamma}{c^2} J^i, \tag{531}$$

где J^i — вектор плотности импульса (522).

Сравнивая (505) и (519) для случая, когда у тела нет потери массы ($\frac{dm}{dt} = 0$), приходим к выражению для четырехмерной гравитационной силы:

$$F^i = m \Phi^{ik} u_k = \Phi^{ik} p_k = \left(\frac{m \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{G}}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{\boldsymbol{F}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right),$$

где m — масса покоя,

$u_k = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, -\frac{\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)$ — ковариантный 4-вектор скорости,

p_k — ковариантный 4-вектор импульса,

$\boldsymbol{F}$ — гравитационная сила (505).

В соответствии с (517) уравнение движения частицы под действием гравитационной силы может быть записано в следующем виде:

$$\frac{dp^i}{dt_0} = \Phi^{ik} p_k, \tag{532}$$

где p^i и p_k — контравариантный и ковариантный 4-импульсы соответственно, $dt_0 = ds/c$ — инвариант времени (ds — интервал, c — скорость света).

Для системы частиц и гравитационного поля уравнения движения частиц и поля могут быть выведены путем варьирования функционала действия S от функции Лагранжа L:

$$S = \int_{t1}^{t2} L\,dt,$$

$$L = -\sum_j m_j c\frac{ds_j}{dt} - \sum_j m_j \frac{D_k\,dx^k}{dt} + \frac{c}{16\pi\gamma}\int\frac{\Phi_{ik}\Phi^{ik}\,dx^4}{dt} =$$

$$= -c^2\sum_j m_j\sqrt{1 - V_j^2/c^2} - \sum_j m_j(\psi_j - D_j\cdot V_j) - \frac{1}{8\pi\gamma}\int(G^2 - c^2\Omega^2)\,dx^3,$$

здесь учтена несимметричность тензора $\Phi_{ik} = -\Phi_{ki}$, так что $\Phi_{ik}\Phi^{ik} = -\Phi_{ik}\Phi^{ki} = -2(G^2/c^2 - \Omega^2)$, в функцию Лагранжа вносят вклад каждая j-я частица с массой m_j, скоростью движения V_j и инвариантом интервала ds_j, D_k — ковариантный 4-вектор потенциала, входящий в (529), dx^k — 4-вектор смещения частиц, потенциалы ψ_j, D_j означают потенциалы поля, воздействующие на j-ю частицу, $D_j\cdot V_j$ — скалярное произведение трехмерных векторов, $dx^3 = dx\,dy\,dz$ есть трехмерный элемент обьема, $dx^4 = c\,dt\,dx^3$ — элемент 4-обьема. Результатом варьирования интеграла S оказываются уравнения (531) при варьировании по тензору Φ_{ik} и при варьировании по 4-потенциалу D_k, входящему в скалярное произведение $D_k\,dx^k$ во втором члене функции L и в тензор Φ_{ik} в третьем члене согласно (529), а также уравнения типа (532) для множества частиц (при варьировании по 4-вектору dx^k). Более подробно вывод уравнений движения вещества и поля из принципа наименьшего действия смотри в Приложении в конце книги.

Рассмотрим симметричный тензор плотности энергии-импульса гравитационного поля в соответствии с определением:

$$U^{ik} = \frac{c^2}{4\pi\gamma}(-g^{im}\Phi_{mr}\Phi^{rk} + \frac{1}{4}g^{ik}\Phi_{rm}\Phi^{mr}). \qquad (533)$$

В пространстве Минковского $g^{ik} = \eta^{ik}$, $\Phi_{rm}\Phi^{mr} = \frac{2}{c^2}(G^2 - c^2\Omega^2)$, и с учетом (511), (512) тензор U^{ik} можно представить так:

$$U^{ik} = \begin{pmatrix} u & \frac{S_{rx}}{c} & \frac{S_{rY}}{c} & \frac{S_{rZ}}{c} \\ \frac{S_{rX}}{c} & u + \frac{G_X^2 + c^2\Omega_X^2}{4\pi\gamma} & \frac{G_X G_Y + c^2\Omega_X\Omega_Y}{4\pi\gamma} & \frac{G_X G_Z + c^2\Omega_X\Omega_Z}{4\pi\gamma} \\ \frac{S_{rY}}{c} & \frac{G_X G_Y + c^2\Omega_X\Omega_Y}{4\pi\gamma} & u + \frac{G_Y^2 + c^2\Omega_Y^2}{4\pi\gamma} & \frac{G_Y G_Z + c^2\Omega_Y\Omega_Z}{4\pi\gamma} \\ \frac{S_{rZ}}{c} & \frac{G_X G_Z + c^2\Omega_X\Omega_Z}{4\pi\gamma} & \frac{G_Y G_Z + c^2\Omega_Y\Omega_Z}{4\pi\gamma} & u + \frac{G_Z^2 + c^2\Omega_Z^2}{4\pi\gamma} \end{pmatrix},$$

где u — плотность энергии гравитационного поля (511),

$S_{\Gamma X}$, $S_{\Gamma Y}$, $S_{\Gamma Z}$ — компоненты вектора плотности потока энергии поля (512),
c — скорость света,
γ — гравитационная постоянная.

Компоненты тензора U^{ik} при $i, k = 1, 2, 3$ с точностью до знака составляют трехмерный тензор обьемного гравитационного давления или тензор натяжений σ^{pq}, $p, q = 1, 2, 3$. Этот тензор можно выразить через компоненты гравитационного ускорения $\boldsymbol{G}$ и кручения $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\sigma^{pq} = \frac{1}{4\pi\gamma}\left[-G^p G^q - c^2\Omega^p\Omega^q + \frac{1}{2}\delta^{pq}(G^2 + c^2\Omega^2)\right],$$

здесь $G^1 = G_X, G^2 = G_Y, G^3 = G_Z, \Omega^1 = \Omega_X, \Omega^2 = \Omega_Y, \Omega^3 = \Omega_Z$,
$\delta^{pq} = 1$ при $p = q$, и $\delta^{pq} = 0$ при $p \neq q$.

Из выражения (505) можно найти плотность гравитационной силы, действующей на элемент обьема с массой $dm = \rho_0 dx_0^3 = \rho dx^3$ (здесь ρ_0 и dx_0^3 – плотность вещества и элемент 3-обьема в покое, а ρ и dx^3 — то же в движении):

$$f_0 = \frac{dF}{dx_0^3} = \rho_0 G + \rho_0[V \times \Omega] = \rho_0 G + [J_0 \times \Omega],$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad dx^3 = dx_0^3\sqrt{1 - V^2/c^2},$$

$J_0 = \rho_0 V$ — плотность тока массы при плотности массы покоя.

Четырехмерная плотность силы находится через плотность импульса (522) аналогично (517):

$$f^i = \frac{dJ^i}{dt_0} = \frac{d(\rho_0 u^i)}{dt_0} = \left(\frac{d\left(\frac{\rho_0 c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)}{dt\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{d\left(\frac{\rho_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)}{dt\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) =$$

$$= \left(\frac{\frac{d\varepsilon}{dt}}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{\frac{dJ}{dt}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right),$$

где $\varepsilon = \dfrac{\rho_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ — плотность энергии вещества.

Сравним далее два выражения:

$$\frac{d}{dt}(J \cdot V) = J\frac{dV}{dt} + V\frac{dJ}{dt} = J\frac{dV}{dt} + V \cdot f_0,$$

$$\frac{d}{dt}(J \cdot V) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 V^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - \rho_0 c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}\right) =$$

$$= \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\rho_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{dV}{dt} - c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}\,\frac{d\rho_0}{dt}.$$

Для идеальной несжимаемой жидкости $\dfrac{d\rho_0}{dt} = 0$ и тогда $\dfrac{d\varepsilon}{dt} = V \cdot f_0$. Если плотность ρ_0 постоянна во времени, то для f^i с учетом выражения для f_0 имеем:

$$f^i = \left(\frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{f}}{c}, \mathbf{f}\right) = \left(\frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{f}_0}{c\sqrt{1-V^2/c^2}}, \frac{\mathbf{f}_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\right) =$$

$$= \left(\frac{\mathbf{J}_0\cdot\mathbf{G}}{c\sqrt{1-V^2/c^2}}, \frac{\mathbf{f}_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\right), \qquad (534)$$

где $\mathbf{J}_0 = \rho_0 \mathbf{V}$,

$\mathbf{G}$— гравитационное ускорение.

Сравнение определения f^i с (534) для несжимаемой жидкости дает:

$$\mathbf{f}_0 = \frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 \mathbf{V}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\right), \qquad \frac{d\varepsilon}{dt} = \mathbf{V}\cdot\mathbf{f}_0 = \rho_0 \mathbf{V}\cdot\mathbf{G}.$$

Взяв дивергенцию от тензора плотности энергии-импульса гравитационного поля U^{ik}, можно также получить 4-мерный вектор плотности силы:

$$f^i = -\partial_k U^{ik} = \left(\frac{\mathbf{G}\cdot\mathbf{J}}{c}, \mathbf{f}\right), \qquad (535)$$

где сила $\mathbf{f} = \dfrac{\mathbf{f}_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$ согласно (534).

Вычисление тензорной трехмерной дивергенции от тензора натяжений σ^{pq} дает:

$$\partial_q \sigma^{pq} = f^p + \frac{\partial g^p}{\partial t}, \qquad (536)$$

где f^p — компоненты трехмерной силы $\mathbf{f} = \rho\mathbf{G} + [\mathbf{J}\times\mathbf{\Omega}]$,

g^p — компоненты вектора плотности импульса гравитационного поля (513),

индексы $p, q = 1, 2, 3$.

Введем тензор плотности энергии-импульса жидкости или непрерывно распределенного вещества без учета сдвиговой вязкости в системе отсчета, в которой давление вещества изотропно:

$$t^{ik} = \left(\frac{P_0}{c^2} + \rho_0\right) u^i u^k + (L - P_0) g^{ik}, \qquad (537)$$

где P_0 — изотропное давление,

ρ_0 — плотность массы-энергии покоящегося вещества,

u^i — 4-скорость элементов обьема,

g^{ik} — метрический тензор,

L — некоторая функция, которую мы далее определим.

Компоненты этого тензора при $g^{ik} = \eta^{ik}$ из (516) можно представить в виде матрицы:

$$t^{ik} = \left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{c^2 - V^2}\right) \begin{pmatrix} c^2 + \frac{(L-P_0)(c^2-V^2)}{\rho_0 c^2 + P_0} & cV_x & cV_y & cV_z \\ cV_x & V_x^2 + \frac{(P_0-L)(c^2-V^2)}{\rho_0 c^2+P_0} & V_x V_y & V_x V_z \\ cV_y & V_x V_y & V_y^2 + \frac{(P_0-L)(c^2-V^2)}{\rho_0 c^2+P_0} & V_y V_z \\ cV_z & V_x V_z & V_y V_z & V_z^2 + \frac{(P_0-L)(c^2-V^2)}{\rho_0 c^2+P_0} \end{pmatrix}.$$

Часть тензора t^{ik} с точностью до знака образует трехмерный тензор напряжений τ^{pq}:

$$\tau^{pq} = -\frac{(\rho_0 c^2 + P_0)V^p V^q}{c^2 - V^2} + (L - P_0)\delta^{pq}, \tag{538}$$

причем в декартовых координатах x, y, z ковариантные V_p и контравариантные V^p векторы совпадают (например скорость $V_1 = V^1 = V_X$).

Найденная выше дивергенция тензора U^{ik} давала гравитационную силу, действующую на вещество, аналогично дивергенция тензора t^{ik} будет давать силу, действующую со стороны вещества на гравитационное поле и окружающие вещество тела. Учитывая, что в пространстве Минковского $g^{ik} = \eta^{ik}$, дивергенцию второго члена справа в (537) можно представить в виде 4-вектора:

$$\partial_k((L - P_0)g^{ik}) = (\frac{\partial(L - P_0)}{c\partial t}, -\operatorname{grad}(L - P_0)).$$

Скалярная и первая векторная компоненты дивергенции первого члена правой части в (537) соответственно равны:

$$\partial_k\left[(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^0 u^k\right] = c\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_0 + P_0/c^2}{1 - V^2/c^2}\right) + \operatorname{div}\left(\frac{(\rho_0 + P_0/c^2)V}{1 - V^2/c^2}\right)\right] =$$

$$= \frac{c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\underbrace{\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \operatorname{div}\left(\frac{\rho_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)\right]}_{=0} +$$

$$+ \frac{c\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + V\cdot\operatorname{grad}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{1}{c}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P_0}{1 - V^2/c^2}\right) + V\cdot\operatorname{grad}\left(\frac{P_0}{1 - V^2/c^2}\right)\right] + \frac{P_0}{c(1 - V^2/c^2)}\operatorname{div}V =$$

$$= \frac{c\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \frac{1}{c}\frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{P_0}{c(1 - V^2/c^2)}\operatorname{div}V,$$

$$\partial_k\left[(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^1 u^k\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{(\rho_0 + P_0/c^2)V_X}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(\rho_0 + P_0/c^2)V_X^2}{1 - V^2/c^2}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{(\rho_0 + P_0/c^2)V_X V_Y}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{(\rho_0 + P_0/c^2)V_X V_Z}{1 - V^2/c^2}\right) =$$

$$= \frac{V_X}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\underbrace{\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \operatorname{div}\left(\frac{\rho_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)\right]}_{=0} +$$

$$+ \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_X}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + V\cdot\operatorname{grad}\left(\frac{V_X}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{P_0}{c^2 - V^2}\left[\frac{\partial V_X}{\partial t} + V_X\frac{\partial V_X}{\partial x} + V_Y\frac{\partial V_X}{\partial y} + V_Z\frac{\partial V_X}{\partial z} + V_X\frac{\partial V_X}{\partial x} + V_X\frac{\partial V_Y}{\partial y} + V_X\frac{\partial V_Z}{\partial z}\right] +$$

$$+ V_x\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P_0}{c^2 - V^2}\right) + V\cdot\text{grad}\left(\frac{P_0}{c^2 - V^2}\right)\right] =$$

$$= \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{V_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \frac{P_0}{c^2 - V^2}\left[\frac{dV_x}{dt} + V_x\,\text{div}V\right] + V_x\frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{c^2 - V^2}\right).$$

Аналогично находятся величины $\partial_k\left[(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^2u^k\right]$ и $\partial_k\left[(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^3u^k\right]$.

Выше две скобки были приравнены нулю, так как они выражали закон сохранения массы-энергии при движении вещества (уравнение непрерывности (510)):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \text{div}\left(\frac{\rho_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = 0. \qquad (539)$$

Кроме этого было использовано операторное соотношение, справедливое для любой функции:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V\cdot\text{grad}. \qquad (540)$$

Здесь V — скорость движения элемента вещества относительно системы отсчета или с точностью до знака относительная скорость движения системы отсчета через вещество.

Если есть только вещество и гравитационное поле, то для дивергенции суммы тензоров плотности энергии-импульса вещества и поля должно быть:

$$\partial_k(t^{ik} + U^{ik}) = \partial_k T^{ik} = 0, \qquad (541)$$

здесь T^{ik} — тензор плотности энергии-импульса вещества и поля в целом.

Это уравнение с учетом (535) и найденных выше компонент дивергенции тензора t^{ik} эквивалентно 4 уравнениям движения вещества в поле:

$$\frac{c^2\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{P_0}{(1 - V^2/c^2)}\text{div}V =$$

$$= \frac{\partial P_0}{\partial t} - \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}V\cdot G, \qquad (542)$$

$$\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) + \frac{P_0}{c^2 - V^2}\left[\frac{dV}{dt} + V\,\text{div}V\right] + V\frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{c^2 - V^2}\right) =$$

$$= -\,\text{grad}P_0 + \text{grad}L + \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}G + \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}[V \times \Omega], \qquad (543)$$

здесь V — скорость движения элемента вещества,

c — скорость света,

ρ_0 — плотность массы-энергии покоящегося вещества,

P_0 — изотропное давление частиц в веществе,

G — гравитационное ускорение,

Ω — кручение гравитационного поля.

Уравнение (543) является релятивистским гидродинамическим уравнением для сжимаемой жидкости без вязкости, переходящим для идеальной несжимаемой жидкости при $L = 0$ в пределе малых скоростей и давлений в уравнение Эйлера. Полученные уравнения не являются независимыми, так что если умножить скалярно уравнение (543) на скорость V и вычесть из (542), то после деления оставшихся членов на давление P_0 получится следующее:

$$\operatorname{div} V + \frac{V}{c^2 - V^2}\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{P_0}\frac{dL}{dt}. \tag{544}$$

Из (539) при использовании (540) и после разложения дивергенции по правилу $\operatorname{div}(A\,\boldsymbol{B}) = A \operatorname{div} \boldsymbol{B} + \boldsymbol{B}\cdot \operatorname{grad} A$ следует:

$$\operatorname{div} V + \frac{V}{c^2 - V^2}\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{dt}. \tag{545}$$

Сравнивая выражения (544) и (545), можно найти функцию L через давление и плотность:

$$\frac{1}{P_0}\frac{dL}{dt} = \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{dt}, \quad L = \int \frac{P_0}{\rho_0} d\rho_0. \tag{546}$$

При стационарном давлении интеграл $L = P_0 \ln[\rho_0 / \rho_0(t=0)] + const$. Для несжимаемой жидкости всегда $\rho_0 = \rho_0(t=0) = const$ и функция $L = const$.

В общем случае в (541) следует добавить тензор плотности энергии-импульса электромагнитного поля, при учете которого возможно некоторое изменение плотности покоящегося вещества ρ_0, в правой части (542) добавится член $\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E}$, а в правой части (543) — выражение $\rho_э \boldsymbol{E} + [\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}]$ (здесь $\boldsymbol{E}$ — напряженность электрического поля, $\boldsymbol{j}$ — плотность электрического тока, $\rho_э$ — плотность движущегося пространственного заряда вещества, $\boldsymbol{B}$ — индукция магнитного поля).

Найдем теперь трехмерную тензорную дивергенцию тензора τ^{pq} (538), преобразуя ее с помощью (540) и (545):

$$\partial_q \tau^{pq} = -\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{V^p}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) - \frac{P_0}{c^2 - V^2}\left[\frac{dV^p}{dt} + V^p \operatorname{div} V\right] -$$

$$- V^p \frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{c^2 - V^2}\right) + \operatorname{grad}^p (L - P_0) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{(\rho_0 c^2 + P_0)V^p}{c^2 - V^2}\right).$$

Считая, что в замкнутом обьеме сумма дивергенций тензоров σ^{pq} и τ^{pq} в отсутствие других полей должна равняться нулю, с учетом (536), (543) находим:

$$\partial_q \sigma^{pq} + \partial_q \tau^{pq} = \frac{\partial g^p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{(\rho_0 c^2 + P_0)V^p}{c^2 - V^2}\right) = 0,$$

здесь g^p — компоненты плотности импульса гравитационного поля (513),
V^p — компоненты скорости движения вещества V, то есть при

$$p = 1, 2, 3 \quad V^1 = V_X, \quad V^2 = V_Y, \quad V^3 = V_Z.$$

Полученное выражение описывает закон сохранения суммарного импульса вещества и поля при отсутствии потока импульса за пределы обьема.

Рассмотрим дивергенции таких частей тензоров U^{ik} и t^{ik}, как их векторы плотности потока энергии. В тензоре U^{ik} (533) находится вектор $\boldsymbol{S}_\Gamma$ из (512), по смыслу аналогичный вектору Пойнтинга для электромагнитного поля, и имеющий дивергенцию в виде:

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_{\Gamma} = -\frac{\partial U^{00}}{\partial t} - \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{G}, \qquad (547)$$

где U^{00} — скалярная компонента в тензоре U^{ik} (533) и одновременно плотность энергии гравитационного поля (511),

$\boldsymbol{J}$ — плотность тока массы (плотность импульса вещества),

$\boldsymbol{G}$ — гравитационное ускорение,

$S_{\Gamma X}=cU^{01}$, $S_{\Gamma Y}=c\,U^{02}$, $S_{\Gamma Z}=c\,U^{03}$, здесь $S_{\Gamma X}, S_{\Gamma Y}, S_{\Gamma Z}$ – компоненты вектора $\boldsymbol{S}_{\Gamma}$;

U^{01}, U^{02}, U^{03} – компоненты тензора (533),

c — скорость света.

При выводе (547) следует использовать векторное соотношение:

$$\mathrm{div}[\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}] = \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{rot}\boldsymbol{B}.$$

Смысл равенства (547) заключается в том, что поток энергии в некоторый обьем через его поверхность приводит к увеличению гравитационной энергии в этом обьеме и совершению работы по ускорению вещества.

В тензоре t^{ik} (537) содержится вектор плотности потока механической энергии $\boldsymbol{S}_U$:

$$\boldsymbol{S}_U = \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\boldsymbol{V}, \quad \text{или} \quad S_U^p = ct^{0p},$$

где индекс $p = 1, 2, 3$, $S_U^1 = S_{UX}$, $S_U^2 = S_{UY}$, $S_U^3 = S_{UZ}$,

t^{0p} — компоненты тензора (537).

Этот вектор несколько отличается от обычно упоминаемого вектора Умова. Дивергенция $\boldsymbol{S}_U$ с учетом (540) равна:

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_U = \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \boldsymbol{V}\cdot\mathrm{grad}\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\right) =$$

$$= \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\right) =$$

$$= -\frac{\partial t^{00}}{\partial t} + \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{\partial(L - P_0)}{\partial t},$$

здесь t^{00} — скалярная компонента в тензоре t^{ik} (537).

Сложим дивергенции векторов $\boldsymbol{S}_{\Gamma}$ и $\boldsymbol{S}_U$ вместе с частными производными от U^{00} и t^{00} по времени и используем (542), (545), (547):

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_{\Gamma} + \frac{\partial U^{00}}{\partial t} + \mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_U + \frac{\partial t^{00}}{\partial t} =$$

$$= -\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{G} + \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2}\right) + \frac{\partial(L - P_0)}{\partial t} =$$

$$= \frac{\rho_0 c^2}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2}{1 - V^2/c^2}\right) - \frac{\rho_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) =$$

$$= \frac{\rho_0 c^2}{1 - V^2/c^2}\,\mathrm{div}\boldsymbol{V} + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = 0.$$

Вспоминая, что $\varepsilon = \dfrac{\rho_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \rho c^2$ — полная энергия единицы обьема вещества без учета давления, для дивергенции скорости находим уравнение неразрывности, эквивалентное (539):

$$\operatorname{div} V = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}.$$

Кроме этого, дивергенция суммарного потока механической и гравитационной энергии из элемента обьема равняется скорости суммарных потерь энергии в этом элементе обьема:

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_r + \boldsymbol{S}_U) = -\frac{\partial}{\partial t}(U^{00} + t^{00}). \qquad (548)$$

Если рассматривать еще и электромагнитное поле, то в левую часть (548) под знак дивергенции следует добавить вектор Пойнтинга $\boldsymbol{S}_P = [\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}]$, где $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ — соответственно электрическая и магнитная напряженности поля, а в правую часть — плотность электромагнитной энергии или скалярную компоненту тензора плотности энергии-импульса электромагнитного поля, равную $W^{00} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}_э + \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H})$, где $\boldsymbol{D}_э$ — электрическое смещение, $\boldsymbol{B}$ — магнитная индукция.

Учитывая (547) и аналогичное соотношение для электромагнитного поля, получим:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{S}_U = -\frac{\partial t^{00}}{\partial t} + \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{G} + \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E},$$

где $\boldsymbol{j}$ — плотность электрического тока,

$\boldsymbol{E}$ — напряженность электрического поля.

Рассмотрим теперь скалярные компоненты тензоров плотности энергии-импульса гравитационного поля, электромагнитного поля и вещества. Из (548) следует, что в отсутствие потоков энергии полей в любом малом обьеме должно выполняться соотношение для плотностей энергии:

$$\mathcal{E} = U^{00} + t^{00} + W^{00} = \qquad (549)$$

$$= -\frac{1}{8\pi\gamma}(G^2 + c^2\Omega^2) + \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - V^2/c^2} + L - P_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}_э + \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H}) = const,$$

здесь $\mathcal{E}$ — полная плотность энергии вещества и поля,

γ — гравитационная постоянная,

G — гравитационное ускорение,

c — скорость света,

Ω — гравитационное кручение,

ρ_0 — плотность покоящегося вещества,

P_0 — изотропное давление,

L — величина согласно (546),

V — средняя скорость движения вещества в данном обьеме.

Используя (548) и учитывая электромагнитное поле, можно записать:

$$-\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial t} = \operatorname{div}(\boldsymbol{S}_r + \boldsymbol{S}_U + \boldsymbol{S}_P) = \operatorname{div}\boldsymbol{S}.$$

Используем теперь следующие выражения:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + V\cdot\mathrm{grad}\,\varepsilon \quad \text{согласно (540)},$$

$$\mathrm{div}(\varepsilon V) = \varepsilon\,\mathrm{div}V + V\cdot\mathrm{grad}\,\varepsilon,$$

$$\mathrm{div}V = -\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}, \quad \text{где } \rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

В результате получим:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} + \mathrm{div}(\varepsilon V) + \frac{\varepsilon}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = \mathrm{div}\,S.$$

Предположим теперь, что рассматривается небольшой кусок вещества, изолированный от окружающей среды. Тогда изменением внешних полей можно пренебречь — они не проникают в такую систему благодаря изоляции. Полная внутренняя энергия системы при ее неизменном обьеме будет также постоянна и можно положить $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$. В этом случае имеем:

$$\mathrm{div}(\varepsilon V - S) + \frac{\varepsilon}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = 0, \quad \text{или подставляя } \varepsilon \text{ и } S:$$

$$\mathrm{div}\left[(L - P_0)V + U^{00}V + W^{00}V - S_r - S_P\right] + \frac{U^{00} + t^{00} + W^{00}}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = 0.$$

То, что находится под знаком дивергенции, следует по-видимому отождествить с вектором типа Умова или вектором плотности потока энергии, возникающим вследствие колебаний плотности вещества ρ. В замкнутой системе колебания приводят к изменениям локальных плотности вещества, давления, плотности потенциальной энергии и излучения. При этом надо учесть, что в небольшом куске вещества можно пренебречь обычной гравитацией, но необходимо учитывать ядерную гравитацию между атомами вещества, то есть в U^{00} и S_r должна входить постоянная ядерной гравитации Γ из (422).

Для того, чтобы провести параллель между гравитационными и электромагнитными полями, сравним соответствующие четырехмерные векторы. Четыревектор плотности электрического тока можно определить так:

$$j^i = \rho_{0э} u^i = \left(\frac{c\rho_{0э}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{V\rho_{0э}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) = (c\rho_э, j),$$

где $\rho_{0э}$ и $\rho_э$ — плотности покоящегося и движущегося заряда соответственно,
c – скорость света,
j — плотность электрического тока,
V — скорость движения зарядов.

Четырехмерный вектор электромагнитного потенциала имеет вид:

$$A^i = \left(\frac{\varphi}{c}, A\right), \tag{550}$$

где φ — электрический скалярный потенциал,

A — векторный потенциал электромагнитного поля.

Векторы j^i и A^i записываются практически также, как векторы гравитационного поля J^i и D^i, а волновое уравнение электромагнитного поля с точностью до знака и коэффициентов подобно (528):

$$\Box^2 A^i = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} j^i,$$

здесь ε_0 — электрическая постоянная.

Мы видим, что без всяких противоречий электромагнитное и гравитационное поля описываются одними и теми же формулами, следовательно, они образуют единый обьект — электрогравитационное поле. Лишь одновременный учет всех компонент такого поля позволяет правильно записывать законы сохранения энергии, импульса и момента импульса и находить силы, действующие между обьектами.

§ 48. 2. Три избранные задачи

1. Рассмотрим задачу о гравитационном взаимодействии малой пробной массы M_1 и большой массы M_2 в двух системах отсчета — в системе K', в которой обе массы покоятся, а масса M_2 находится в начале координат, и в системе K, которая движется относительно K' влево вдоль оси X' (рисунок 85) со скоростью V_0. Компоненты силы тяготения между массами в системе отсчета K' имеют вид:

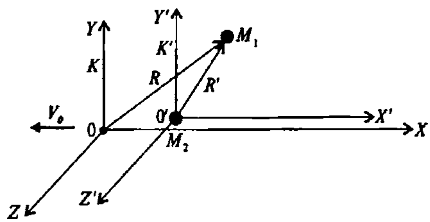


Рис. 85. Массы M_1 и M_2 покоятся в системе отсчета K', но двигаются вправо относительно системы отсчета K со скоростью V_0 (или система отсчета K движется влево относительно K' со скоростью V_0).

$$F'_X = -\frac{\gamma M_1 M_2 x'}{R'^3} = -\frac{\gamma M_1 M_2 x'}{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1,5}}, \tag{551}$$

$$F'_Y = -\frac{\gamma M_1 M_2 y'}{R'^3}, \quad F'_Z = -\frac{\gamma M_1 M_2 z'}{R'^3},$$

здесь γ — гравитационная постоянная,
x', y', z' — координаты точки, где находится масса M_1,
R' — расстояние между массами M_2 и M_1.

Перейдем в систему отсчета K, в которой обе массы вместе с системой отсчета K' движутся вправо вдоль оси X со скоростью V_0. Согласно (524) и (525) потенциалы от движущейся массы M_2 в системе K будут таковы:

$$\psi = -\frac{\gamma M_2}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}\sqrt{\dfrac{(x - V_0 t)^2}{1 - V_0^2/c^2} + y^2 + z^2}} = -\frac{\gamma M_2}{R\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$D_X = \frac{V_0 \psi}{c^2}, \quad D_Y = D_Z = 0,$$

здесь предполагается, что при $t = 0$ масса M_2 находилась в начале координат системы отсчета K, а расстояние R до массы M_1 в системе отсчета K учитывает эффект сокращения длины вдоль оси X за счет движения массы M_1. Определим теперь компоненты гравитационного ускорения G и кручения Ω с помощью (506):

$$G_X = -\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial D_X}{\partial t} = -\frac{\gamma M_2 (x - V_0 t)}{R^3 (1 - V_0^2/c^2)^{1,5}} + \frac{\gamma M_2 (x - V_0 t) V_0^2}{R^3 c^2 (1 - V_0^2/c^2)^{1,5}} =$$

$$= -\frac{\gamma M_2(x - V_0 t)}{R^3\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}.$$

Так как D_Y и D_Z равны нулю, то компоненты G_Y и G_Z получаются проще:

$$G_Y = -\frac{\partial\psi}{\partial y} = -\frac{\gamma M_2 y}{R^3\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$G_Z = -\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\gamma M_2 z}{R^3\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}.$$

Компоненты кручения по (506) равны:

$$\Omega_X = \frac{\partial D_Z}{\partial y} - \frac{\partial D_Y}{\partial z} = 0,$$

$$\Omega_Y = \frac{\partial D_X}{\partial z} - \frac{\partial D_Z}{\partial x} = \frac{\partial D_X}{\partial z} = \frac{\gamma M_2 z V_0}{R^3 c^2\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

$$\Omega_Z = \frac{\partial D_Y}{\partial x} - \frac{\partial D_X}{\partial y} = -\frac{\partial D_X}{\partial y} = -\frac{\gamma M_2 y V_0}{R^3 c^2\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}.$$

С помощью (505) находим компоненты силы, действующей на массу M_1, двигающейся со скоростью $V = (V_X, V_Y, V_Z)$, причем $V_X = V_0$, $V_Y = V_Z = 0$:

$$F_X = M_1 G_X + M_1(V_Y\Omega_Z - V_Z\Omega_Y) = M_1 G_X = -\frac{\gamma M_1 M_2(x - V_0 t)}{R^3\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}, \qquad (552)$$

$$F_Y = M_1 G_Y + M_1(V_Z\Omega_X - V_X\Omega_Z) = M_1 G_Y - M_1 V_X\Omega_Z = -\frac{\gamma M_1 M_2 y\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}{R^3},$$

$$F_Z = M_1 G_Z + M_1(V_X\Omega_Y - V_Y\Omega_X) = M_1 G_Z + M_1 V_X\Omega_Y = -\frac{\gamma M_1 M_2 z\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}{R^3}.$$

Согласно (393) поперечные по отношению к скорости V_0 приращения импульсов dp' и dp, создаваемые силами в системах отсчета K' и K, должны быть равны:

$$dp'_Y = dp_Y, \quad dp'_Z = dp_Z.$$

Так как по (395) $F = \dfrac{dp}{dt}$, то можно записать:

$$F'_Y dt' = F_Y dt, \quad F'_Z dt' = F_Z dt. \qquad (553)$$

Система отсчета K движется влево относительно системы отсчета K' со скоростью V_0, поэтому время в K замедлено по отношению к K' согласно (364):

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}. \qquad (554)$$

Подставим значения сил (551), (552) и интервалы времени (554) в (553), после сокращения одинаковых величин получим:

$$\frac{y'}{R'^3} = \frac{y}{R^3}, \quad \frac{z'}{R'^3} = \frac{z}{R^3}.$$

Поперечные к скорости V_0 координаты массы M_1 в обеих системах отсчета совпадают: $y' = y$, $z' = z$, следовательно, $R' = R$. Раскрывая значения R' и R через координаты, получим:

$$x' = \frac{x - V_0 t}{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}},$$

что совпадает с преобразованиями Лоренца (386). Кроме этого, при $R = R'$ сила F'_X в (551) равняется силе F_X в (552), если координату x' выразить через x и время t и учесть равенства $y' = y$, $z' = z$. Следовательно, использование гравитационных потенциалов ψ и $\boldsymbol{D}$, гравитационного ускорения $\boldsymbol{G}$ и кручения $\boldsymbol{\Omega}$ в данной задаче находится в согласии с теорией относительности Эйнштейна.

При получении компонент силы F_Y и F_Z в системе отсчета K было видно, что вследствие движения параллельных масс M_1 и M_2 возникает сила поперечного отталкивания (в членах, содержащих кручение Ω_Y и Ω_Z). Данная сила отталкивания вполне эквивалентна силе отталкивания F'_2 в (503). Благодаря этой силе при больших скоростях движения параллельно движущиеся массы притягиваются слабее друг к другу — суммарная сила стремится к нулю по мере приближения скорости к скорости света. Как следствие этого, две быстровращающиеся в одну сторону вокруг одной оси нейтронные звезды должны притягиваться друг к другу слабее, чем если бы они не вращались. В § 45 обсуждалась связь нуклонов в дейтроне, для которой известно, что нуклоны вращаются в одну сторону. Полагая, что все вышесказанное справедливо и для ядерной гравитации (с заменой постоянной γ на постоянную ядерной гравитации Γ из (422)), приходим к тому, что вращающиеся нуклоны в дейтроне притягиваются ядерной гравитацией слабее, чем если бы они были неподвижны.

2. В качестве одного из применений уравнений (508) рассмотрим стационарное решение для гравитационного скалярного потенциала ψ галактики, имеющей массивное ядро и разреженное гало. Так как ψ не зависит от времени, уравнение для потенциала примет вид:

$$\Delta\psi = 4\pi\gamma\rho, \tag{555}$$

где γ — гравитационная постоянная,

ρ — средняя пространственная плотность вещества звезд в галактике.

Предположим, что галактика имеет форму диска, тогда ψ в основном зависит только от одной координаты — радиального расстояния r. Разделим ψ и ρ на две компоненты: $\psi(r) = \psi_0(r) + \psi'(r)$, $\rho(r) = \rho_0(r) + \rho'(r)$, где $\psi_0(r)$ и $\rho_0(r)$ задают основное распределение гравитационного потенциала и плотности звездной массы, а величины $\psi'(r)$ и $\rho'(r)$ являются некоторыми небольшими стационарными отклонениями от основного распределения. Зная $\psi'(r)$, можно найти потенциальную энергию звезды с массой M_S, отсчитываемую от положения равновесия при потенциале $\psi_0(r)$: $U = M_S\,\psi'(r)$. Звезды, движущиеся вокруг ядра галактики, образуют звездный газ, который можно охарактеризовать некоторой звездной температурой T. С помощью величин U и T можно, как это следует из статистической механики, найти распределение плотности $\rho'(r)$ в пространстве:

$$\rho'(r) = \rho'\exp\left(-\frac{U}{K_S T}\right) = \rho'\exp\left(-\frac{M_S\psi'(r)}{K_S T}\right), \tag{556}$$

здесь ρ' — амплитуда отклонения плотности вещества от среднего значения $\rho_0(r)$,

M_S — средняя масса звезды в галактике,

K_S — звездная постоянная Больцмана (183),

T — звездная температура кинетического движения звезд.

Ввиду линейности (555) можно разделить на два уравнения для основного потенциала $\psi_0(r)$ и возмущения $\psi'(r)$:

$$\frac{d^2\psi_0(r)}{dr^2} = 4\pi\gamma\rho_0(r), \quad \frac{d^2\psi'(r)}{dr^2} = 4\pi\gamma\rho'(r).$$

Мы будем решать только второе уравнение, для которого известно распределение плотности в виде (556). Пользуясь малостью величины $\psi'(r)$, разложим экспоненту в (556) в ряд Тейлора и возьмем самые большие члены:

$$\rho'(r) \sim \rho' - \frac{\rho' M_S \psi'(r)}{K_S T}. \tag{557}$$

С учетом (557) уравнение для $\psi'(r)$ примет вид:

$$\frac{d^2\psi'(r)}{dr^2} + \frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}\psi'(r) = 4\pi\gamma\rho'.$$

Общее решение этого уравнения таково:

$$\psi'(r) = \frac{K_S T}{M_S} + A\sin\left(r\sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}} + \beta\right).$$

где A, β — некоторые константы.

Подставляя $\psi'(r)$ в (557), найдем добавку к основному распределению плотности звезд:

$$\rho'(r) = -\frac{A\rho' M_S}{K_S T}\sin\left(r\sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}} + \beta\right).$$

Колебания плотности $\rho'(r)$ на фоне некоторой средней плотности $\rho_0(r)$ выглядят как кольца в диске вокруг ядра галактики. Учитывая периодичность синуса, можно найти расстояние δr между двумя соседними максимумами плотности, один из которых находится в точке r, а другой в точке $r+\delta r$:

$$\sin\left(r\sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}} + \beta\right) = \sin\left[(r+\delta r)\sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}} + \beta\right] =$$

$$= \sin\left(r\sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho' M_S}{K_S T}} + \beta + 2\pi\right),$$

$$\delta r = \sqrt{\frac{\pi K_S T}{\gamma\rho' M_S}}. \tag{558}$$

Оценим δr в нашей Галактике, полагая, что $K_S \sim 10^{33}$ Дж/К по (182), $T \sim 10^6$ К по (164) — (174), $\rho' \sim 5\cdot 10^{-21}$ кг/м^3 — средняя плотность вещества звезд по пространству вокруг Солнца, средняя масса звезды $M_S \sim 10^{30}$ кг (смотри § 21), $\gamma = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ м$^3\cdot$кг$^{-1}\cdot$с$^{-2}$ — гравитационная постоянная. В результате находим:

$$\delta r \sim 10^{20} \text{ метра} \sim 3 \text{ кпк}.$$

Спиральная структура нашей Галактики действительно имеет характерный шаг порядка 3 кпк. Выбросы вещества и вращение галактических ядер превращает кольца в спирали, но в некоторых галактиках кольца плотности наблюдаются очень хорошо.

По-видимому, можно назвать по крайней мере еще два примера явлений, в которых кольца плотности должны играть существенную роль. В частности, хорошо известны кольца вокруг Сатурна и других больших планет, состоящие из пыли и обледенелых обломков различных размеров вплоть до нескольких метров в поперечнике. В качестве другого примера возьмем упорядоченное расположение планет Солнечной системы, которое может быть следствием квазипериодического распределения плотности вещества в допланетном диске. В результате планетезимали вначале оформлялись в кольцевые структуры, а затем в отдельные сгущения вещества. Ход изменения наблюдаемого расстояния между соседними планетами от текущего радиуса скорее всего был задан еще на стадии существования сплошного газо-пылевого диска, при этом важную роль играло падение температуры вещества диска по мере удаления от Солнца.

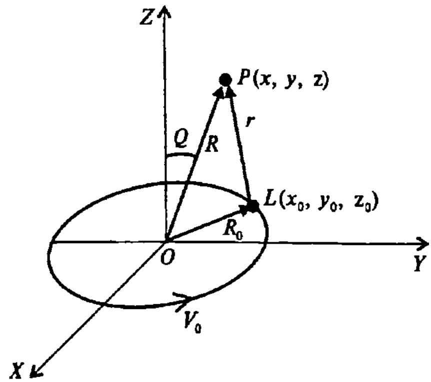


Рис.86.Определение гравитационного излучения в точке P от планеты, вращающейся по круговой орбите вокруг звезды в плоскости XOY.

3. Решим задачу о гравитационном излучении от планеты, обращающейся вокруг звезды по круговой орбите с радиусом R_0 (смотри рисунок 86). Звезда находится в начале координат в точке O, планета в момент наблюдения — в точке $L(x_0, y_0, z_0)$, потенциалы гравитационного поля ищутся в произвольной удаленной точке $P(x, y, z)$. Для кругового движения планеты в плоскости XOY с угловой частотой ω можно записать:

Орбитальная скорость: $V_0 = R_0\,\omega$,

Координаты планеты: $x_0 = R_0\cos\omega t$, $y_0 = R_0\sin\omega t$, $z_0 = 0$.

Скорости планеты: $V_X = \dfrac{dx_0}{dt} = -\,\omega R_0\sin\omega t$, $V_Y = \dfrac{dy_0}{dt} = \omega R_0\cos\omega t$,

$$V_X^2 + V_Y^2 = V_0^2.$$

Расстояние от планеты до точки наблюдения $P(x, y, z)$ с учетом запаздывания передачи гравитационного возмущения равно:

$$r' = \sqrt{(x - x_0(t'))^2 + (y - y_0(t'))^2 + z^2},$$

здесь $t' = t - \dfrac{r'}{c} \sim t - \dfrac{R}{c}$ — запаздывающее время,

c — скорость распространения гравитационного возмущения,

$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ — среднее расстояние от планеты до точки P.

Если скорость V_0 невелика по сравнению со скоростью света и скоростью гравитонов, то соотношения для потенциалов отдельной движущейся массы (524) и (525) можно упростить:

$$\psi = -\frac{\gamma M}{r'}, \quad D = \frac{V}{c^2}\psi = -\frac{\gamma M V}{r'c^2},$$

$$D_X = \frac{\gamma M\,\omega R_0\sin\omega t'}{r'c^2}, \quad D_Y = -\frac{\gamma M\,\omega R_0\cos\omega t'}{r'c^2},$$

где ψ — скалярный потенциал, определяемый в точке P в момент времени t через положение планеты в более ранний момент времени t',
γ — гравитационная постоянная,
M — масса планеты,
$\boldsymbol{D}$ — векторный потенциал,
V — вектор скорости планеты.

Поскольку планета движется только в плоскости XOY, то $V_Z = 0$, значит и $D_Z = 0$, и используя выражение $\boldsymbol{\Omega} = \operatorname{rot} \boldsymbol{D}$ из (506), можно найти вначале компоненту кручения Ω_X в точке P:

$$\Omega_X = \frac{\partial D_Z}{\partial y} - \frac{\partial D_Y}{\partial z} = -\frac{\partial D_Y}{\partial z} = \frac{\gamma M \omega R_0}{c^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\cos\omega(t - R/c)}{r'}\right).$$

Преобразуем частную производную и вычислим ее отдельные части:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\cos\omega(t - R/c)}{r'}\right) = \frac{1}{r'}\frac{\partial[\cos\omega(t - R/c)]}{\partial z} + \cos[\omega(t - R/c)]\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r'}\right),$$

$$\frac{\partial[\cos\omega(t - R/c)]}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[\cos\omega(t - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}/c)\right] = \frac{\omega z \sin\omega t'}{Rc},$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r'}\right) = -\frac{1}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial z}.$$

Собирая все вместе, находим для Ω_X:

$$\Omega_X = \frac{\gamma M \omega R_0}{c^2}\left(\frac{\omega z \sin\omega t'}{Rcr'} - \frac{\cos\omega t'}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial z}\right).$$

Подобным же образом находим другие компоненты кручения:

$$\Omega_Y = \frac{\partial D_X}{\partial z} - \frac{\partial D_Z}{\partial x} = \frac{\partial D_X}{\partial z} = \frac{\gamma M \omega R_0}{c^2}\left(-\frac{\omega z \cos\omega t'}{Rcr'} - \frac{\sin\omega t'}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial z}\right),$$

$$\Omega_Z = \frac{\partial D_Y}{\partial x} - \frac{\partial D_X}{\partial y} = -\frac{\gamma M \omega R_0}{c^2}\left(\frac{\omega x \sin\omega t'}{Rcr'} - \frac{\cos\omega t'}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial x} - \right.$$
$$\left. - \frac{\omega y \cos\omega t'}{Rcr'} - \frac{\sin\omega t'}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial y}\right).$$

Поскольку все отношения z/R, x/R, y/R меньше единицы, все частные производные $\frac{\partial r'}{\partial z}, \frac{\partial r'}{\partial x}, \frac{\partial r'}{\partial y}$ также меньше единицы, то при достаточно больших расстояниях r' члены, содержащие в знаменателе r'^2, будут малы и ими можно будет пренебречь. Выпишем оставшиеся члены в компонентах кручения, которые будут в основном ответственны за гравитационное излучение:

$$\Omega'_X = \frac{\gamma M \omega^2 R_0 z \sin\omega t'}{Rr'c^3}, \quad \Omega'_Y = -\frac{\gamma M \omega^2 R_0 z \cos\omega t'}{Rr'c^3},$$

$$\Omega'_Z = -\frac{\gamma M \omega^2 R_0}{Rr'c^3}(x \sin\omega t' - y \cos\omega t').$$

Вычислим теперь x-компоненту ускорения гравитационного поля по (506):

$$G_X = -\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{\partial D_X}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\gamma M}{r'}\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\gamma M \omega R_0 \sin\omega t'}{r' c^2}\right) =$$

$$= -\frac{\gamma M}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial x} - \frac{\gamma M \omega^2 R_0 \cos\omega t'}{r' c^2} + \frac{\gamma M \omega R_0 \sin\omega t'}{r'^2 c^2}\frac{\partial r'}{\partial t}.$$

Вновь пренебрегая всеми членами, содержащими r'^2 в знаменателе, для главных членов компонент G_X и G_Y гравитационного ускорения получаем:

$$G'_X = -\frac{\gamma M \omega^2 R_0 \cos\omega t'}{r' c^2},$$

$$G'_Y = -\frac{\gamma M \omega^2 R_0 \sin\omega t'}{r' c^2}.$$

Поскольку $D_Z = 0$, то $G_Z = -\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\gamma M}{r'^2}\frac{\partial r'}{\partial z} = G'_Z \sim 0$.

Поток гравитационной энергии в единицу времени через единичную площадь, перпендикулярную потоку, определяется вектором (512), подобным вектору Пойнтинга для электромагнитного поля:

$$\boldsymbol{S}_r = -\frac{c^2}{4\pi\gamma}[\boldsymbol{G} \times \boldsymbol{\Omega}].$$

Найдем компоненты вектора $\boldsymbol{S}_r$ для полей $\boldsymbol{G}'$ и $\boldsymbol{\Omega}'$:

$$S_{rX} = -\frac{c^2}{4\pi\gamma}(G'_Y \Omega'_Z - G'_Z \Omega'_Y) = -\frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{4\pi c^3 r'^2 R}(x\sin\omega t' - y\cos\omega t')\sin\omega t',$$

$$S_{rY} = -\frac{c^2}{4\pi\gamma}(G'_Z \Omega'_X - G'_X \Omega'_Z) = \frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{4\pi c^3 r'^2 R}(x\sin\omega t' - y\cos\omega t')\cos\omega t',$$

$$S_{rZ} = -\frac{c^2}{4\pi\gamma}(G'_X \Omega'_Y - G'_Y \Omega'_X) = -\frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2 z}{4\pi c^3 r'^2 R}.$$

На больших расстояниях, когда R много больше радиуса орбиты R_0, можно положить $r' \sim R$. Модуль вектора плотности потока энергии будет равен:

$$S_r = \sqrt{S_{rX}^2 + S_{rY}^2 + S_{rZ}^2} = \frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{4\pi c^3 R^3}\sqrt{(x\sin\omega t' - y\cos\omega t')^2 + z^2}.$$

После усреднения по времени приблизительно получаем:

$$S_r \sim \frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{4\pi c^3 R^2}.$$

Из всех компонент вектора плотности потока энергии только S_{rZ} постоянна, так что вектор $\boldsymbol{S}_r$ в каждой точке осциллирует вокруг компоненты S_{rZ}. Зададим в сферических координатах не зависящую от времени составляющую радиальной компоненты вектора $\boldsymbol{S}_r$ с тем, чтобы проинтегрировать поток энергии по поверхности сферы с радиусом R, для чего спроектируем S_{rZ} на радиус R:

$$S_{rr} = S_{rZ}\cos Q = -\frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2 z}{4\pi c^3 R^3}\cos Q,$$

здесь Q — угол, отсчитываемый от оси Z; Q является одной из сферических координат и изменяется от 0 до π.

Учитывая, что $z = R\cos Q$, а элемент площади в поверхностном интеграле равен $R^2 \sin Q\, dQ\, d\varphi$, вычисляем мощность гравитационного излучения:

$$\frac{dE}{dt} = -\int_0^{2\pi} \frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{4\pi c^3 R^3} d\varphi \int_0^{\pi} R^3 (\cos Q)^2 \sin Q\, dQ = -\frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{3c^3}. \qquad (559)$$

Расчет гравитационных потерь для Юпитера при его массе $M = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ кг, радиусе орбиты $R_0 = 7{,}78 \cdot 10^{11}$ метра, угловой частоте обращения вокруг Солнца $\omega = V_0 / R_0 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ с$^{-1}$ (здесь $V_0 = 13{,}1$ км/с — орбитальная скорость) дает:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{Юпитер}} = 1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ Вт}. \qquad (560)$$

Оценим время жизни Юпитера на орбите вокруг Солнца, разделив кинетическую энергию его движения на потери энергии от дипольного излучения (560):

$$t = \frac{E_K}{\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{Юпитер}}} = \frac{M V_0^2}{2\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{Юпитер}}} = 3 \cdot 10^{16} \text{ лет}.$$

Благодаря излучению гравитационной энергии планеты теряют свою энергию, что эквивалентно возникновению эффективной силы торможения. Аналогичное явление в электродинамике называется радиационным торможением и приписывается силам самодействия одних частей ускоряемого заряда на другие его части. Если же вспомнить, что мощность есть произведение силы на скорость, то мощность потерь энергии от излучения можно выразить через эффективную силу торможения $F_{торм}$ и скорость движения планеты по орбите V_0, то есть:

$$\frac{dE}{dt} = -F_{торм} V_0 .$$

Сравнение с (559) дает:

$$F_{торм} = \frac{\gamma M^2 \omega^4 R_0^2}{3c^3 V_0} = \frac{\gamma M^2 \omega^3 R_0}{3c^3}.$$

Вновь используя соотношение $V_0 = \omega R_0$, а также формулу для силы гравитационного притяжения между звездой и вращающейся вокруг нее планетой:

$$F_{гр} = \frac{\gamma M M_S}{R_0^2}, \text{ где } M_S \text{ — масса звезды},$$

для радиационной силы торможения получим:

$$F_{торм} = \frac{\gamma M^2 \omega^2 V_0}{3c^3}, \quad \text{а также:}$$

$$F_{торм} = \frac{1}{3} F_{гр} \frac{M}{M_S} \left(\frac{V_0}{c}\right)^3.$$

Выражение для силы торможения $F_{торм}$ с точностью до численного коэффициента порядка единицы можно получить и другим путем. Для этого нужно рассмотреть совместное движение звезды и планеты вокруг общего центра масс и найти вначале потенциалы ψ и D от звезды в месте расположения планеты с учетом ограниченной скорости движения гравитонов, то есть используя запаздывающие потенциалы. После этого с помощью (506) и (505) можно вычислить гравитационное ускорение G, кручение Ω и суммарную силу F, действующую на планету. Главным членом в силе F является обычная ньютоновская сила тяготения между звездой и планетой, но появляется и сила торможения $F_{торм}$, так что радиус орбиты и полная энергия планеты должны уменьшаться, а скорость ее движения по орбите увеличиваться.

Если рассматривать не движение планеты вокруг неподвижной звезды, а вращение двух одинаковых обьектов вокруг их общего центра масс, то в каждый момент времени их скорости будут направлены противоположно, что приведет к частичному погашению гравитационного излучения от системы. В этом случае необходимо определять поток энергии в более точном приближении, и формула для дипольного излучения (559) должна быть заменена соответствующей формулой для квадрупольного гравитационного излучения. Известно, что по порядку величины квадрупольное излучение можно найти, умножив (559) на отношение $(V_0/c)^2$. Для Юпитера мощность квадрупольного излучения очень мала и измеряется единицами киловатт. Почти такой же результат получается и из общей теории относительности для квадрупольного излучения.

Применим формулу (559) для гравитационного излучения от протонов, на которые действует ядерная гравитация (§ 45) с гравитационной постоянной $Г$ согласно (422), подставляя значение $Г$, находим:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{яд.\ гр.} = \frac{Г M_p^2 \omega^4 r_0^2}{3c^3} = \frac{e^2 \omega^4 r_0^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3}\frac{M_p}{M_E},$$

здесь M_p — масса протона,
ω — частота периодического движения,
r_0 — радиус круговой орбиты или амплитуда колебаний,
c — скорость света,
e — электрический заряд протона,
ε_0 — электрическая постоянная,
M_E — масса электрона.

С другой стороны, при том же самом движении средняя мощность от электромагнитного дипольного излучения от протона по стандартной формуле равна:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{э.м.} = \frac{e^2 \omega^4 r_0^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3},$$

Таким образом, мощность излучения от ядерной гравитации от протона в M_p/M_E раз превышает мощность от его электромагнитного излучения. К этому можно добавить, что в нейтронных звездах и в нуклонах как в их микроаналогах отношение полной энергии к электромагнитной энергии по порядку величины также равно M_p/M_E (смотри (455) и далее, а также (477) и (478)). Обобщая эти данные, можно предположить, что в среднем в нашем мире выполняется следующее соотношение между энергиями гравитационного и электромагнитного полей:

$$\frac{E_{гравитации}}{E_{элекромагн.}} \sim \frac{Масса\ протона}{Масса\ электрона} = 1836.$$

Связывая энергию покоя вещества Метагалактики с ее гравитационной энергией, а фоновое излучение — с электромагнитной энергией, для отношения плотностей энергий находим:

$$\frac{\rho c^2}{\varepsilon} \sim 2100,$$

здесь было принято $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3 — плотность вещества Метагалактики, $\varepsilon = 4{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж/м^3 — плотность энергии фонового излучения по (350), c — скорость света. Как видно, и здесь отношение энергий близко к отношению масс протона и электрона.

§ 48. 3. Системы отсчета и гравитация

В § 48. 1. были представлены уравнения поля, учитывающие перенос импульса и энергии гравитационными волнами. Из лоренц-инвариантности уравнений следует подобие преобразований электромагнитного и гравитационного полей при переходе из одной инерциальной системы в другую, когда необходимо координаты одной системы отсчета пересчитывать в координаты другой системы. Благодаря конечной скорости распространения сигналов происходит запаздывание передачи информации и возмущений от наблюдаемых обьектов, что и потребовало введения преобразований Лоренца. Данные преобразования учитывают тот факт, что вследствие движения меняются скорость течения времени внутри обьекта и его размеры в направлении скорости перемещения. Оказывается однако, что для точного описания явлений необходимо также взять в расчет влияние самих обьектов и их полей на процесс измерения необходимых координат в выбранной системе отсчета. Для примера рассмотрим движение пробного тела из бесконечности на гравитирующую массу M в двух системах отсчета, первая из которых система K находится далеко за пределами гравитационного поля, другая система K' движется вместе с телом, а ее ось X' параллельна скорости движения V. Если также ось X системы K параллельна оси X' системы K', то в соответствии с преобразованиями Лоренца (386), (388) можно записать:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{561}$$

В силу закона сохранения энергии сумма потенциальной и кинетической энергий тела должна быть константой: $U + E_k = \mathrm{const}$. Если вне гравитационного поля в системе отсчета K потенциальная энергия U, а также начальная кинетическая энергия равны нулю, то мы имеем:

$$U + E_k = 0, \quad -\frac{\gamma M m}{r} + \frac{mV^2}{2} = 0, \quad V^2 = \frac{2\gamma M}{r}.$$

здесь γ — гравитационная постоянная,
M — гравитирующая масса,
m — масса пробного тела,
r — расстояние от падающего тела до притягивающего центра массы M,
V — скорость движения тела.

Подставим квадрат скорости V в знаменатель (561):

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}}}, \quad t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}}}. \tag{562}$$

Пусть на расстоянии r от гравитирующей массы M начала координат обеих систем отсчета совпадают. Тогда из первого равенства в (562) при $t = 0$ и из второго равенства при $x = 0$ можно найти связь между малым изменением пространственной координаты и показаниями часов:

$$dx = dx'\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}}, \quad t = t'\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}}. \tag{563}$$

Согласно (563) в системе отсчета K регистрируется лоренцевское сокращение элемента длины dx', а время t с точки зрения наблюдателя в системе K' отстает из-за соответствующего движения системы K относительно K'. Используя принцип относительности, с точки зрения наблюдателя в системе K интервалу времени dt' должно соответствовать время dt:

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}}}. \tag{564}$$

В выражениях (563), (564) скорость движения тела неявно выражается через гравитационный потенциал ψ:

$$V^2 = \frac{2\gamma M}{r} = -2\psi.$$

В пределе слабого поля, когда ψ мало, из (563) и (564) получаем:

$$dx = dx'\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}} \sim dx'(1 - \frac{\gamma M}{rc^2}) = dx'(1 + \psi/c^2),$$

$$dt \sim \frac{dt'}{(1 + \psi/c^2)}.$$

Данные выражения по смыслу совпадают с (361), однако в (361) предполагается, что временной интервал T (сейчас у нас $T = dt'$) меняется для удаленного наблюдателя не из-за движения часов со скоростью V, а вследствие влияния гравитационного поля с потенциалом ψ. Дело оказывается в том, что электромагнитные кванты, переносящие информацию о ходе времени и пространственных координатах от системы отсчета K' в удаленную систему K, теряют часть своей энергии при таком переходе при движении против градиента гравитационного поля. В результате удаленному наблюдателю кажется, что процессы в гравитационном поле замедлены, а размеры тел вдоль градиента поля сокращаются. Если бы электромагнитные кванты не чувствовали влияния гравитационного поля, то можно было бы зафиксировать расстояние R между пробным телом и гравитирующей массой M и одновременно их скорость совместного удаления V. Тогда издалека мы наблюдали бы обычные эффекты относительности для системы отсчета K', движущейся со скоростью V, и неподвижные относительно нее пробное тело и гравитирующую массу. Для удаленного наблюдателя ничего не изменится, если в какой-то момент времени полностью затормозить такую систему отсчета K', пробное тело и гравитирующую массу M, но «включить» покраснение электромагнитных квантов при их выходе из гравитационного поля. При этом энергия квантов E изменится на величину ΔE, пропорциональную потенциалу ψ, то есть кванты потеряют часть энергии ΔE. Из (564) и обратной зависимости периода колебаний от частоты следует:

$$\nu = \nu'\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}} \sim \nu' + \frac{\nu'\psi}{c^2},$$

$$\frac{\nu' - \nu}{\nu'} = \frac{\Delta\nu}{\nu'} = \frac{\Delta E}{E} \sim -\frac{\psi}{c^2} = \frac{\gamma M}{rc^2}.$$

Совместим «заторможенную» систему отсчета K' с неподвижной притягивающей массой M сферической формы, и пусть пробное тело произвольно движется относительно K'. Тогда интервал для пробного тела в системе отсчета K' как квадрат четырехмерного вектора смещения имеет следующий вид:

$$ds'^2 = dx_i'^2 = c^2dt'^2 - d\ell'^2 = c^2dt'^2(1 - V'^2/c^2), \tag{565}$$

где V' — скорость пробного тела в системе отсчёта K',
$d\ell'$ — трехмерный вектор сдвига,
c — скорость света.

Квадрат длины вектора $d\ell'$ можно представить через сферические координаты:

$$d\ell'^2 = dr'^2 + r'^2 dQ'^2 + r'^2 \sin^2 Q' d\varphi'^2,$$

где r' — радиальная координата,
Q', φ' — поперечные радиусу углы.

Для удаленного наблюдателя интервал ds' (565) приблизительно преобразуется в интервал ds, если заменить r', Q', φ' на r, Q, φ соответственно, а вместо dr' и dt' использовать их выражения из (563) и (564):

$$ds^2 = (1 - \frac{2\gamma M}{rc^2})c^2dt^2 - \frac{dr^2}{(1 - \frac{2\gamma M}{rc^2})} - r^2(dQ^2 + \sin^2 Q d\varphi^2). \tag{566}$$

Выражение (566) описывает метрику пространства-времени вокруг гравитирующей массы с точки зрения внешнего наблюдателя и является решением Шварцильда для черной дыры. Особенно важно использовать математические формы для интервала типа (566) при больших скоростях движения тел или в сильных полях любого вида, которые могут воздействовать на процесс передачи информации от одной системы отсчета в другую (конкретная формула для интервала может зависеть от вращения гравитирующей массы, наличия электрического заряда и т. д.). Если в системе K' распространяется свет, то $V' = c$ и $ds' = 0$ согласно (565). Для внешнего наблюдателя интервал (566) также равен нулю, и если $dQ = d\varphi = 0$, то скорость движения фотонов вдоль радиальной координаты меньше скорости света:

$$\frac{dr}{dt} = c(1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}) < c.$$

Дифференциальный характер интервала (566) показывает, что наблюдаемые издалека скорость течения времени и изменение элемента длины зависят по крайней мере от одной координаты (в данном случае от радиальной координаты). В каждой точке гравитационного поля наблюдается свое собственное время и своя единица длины, которая еще может зависеть от ориентации в поле. Мы видим, что пространство-время в поле как бы искажается — меняется пространственно-временная метрика. Геометрически это означает, что плоское псевдоевклидовое пространство-время становится искривленным. Однако внутренний наблюдатель, произведя измерения времени и размеров в одной точке гравитационного поля рядом с собой, не обнаружит различия в метрике — для этого нужны по крайней мере две разнесенные друг от друга точки. Изменения метрики возникают при любых изменениях в наблюдаемой системе тел — при перемещении этих тел, вращении, появлении заряда или магнитного момента и т. д. В общем случае метрика определяется коэффициентами перед дифференциалами квадратичной формы, образующей квадрат интервала. В (566) имеется 4 коэффициента перед квадратами дифференциалов, но возможны и перекрестные члены типа $dt\, dr$, $dt\, dQ$. Мы можем использовать любые 4 обобщенные координаты вместо времени и трех пространственных координат для того, чтобы записать квадрат интервала:

$$ds^2 = g_{lk} dx^l dx^k,$$

здесь x^l, x^k — обобщенные координаты, одна из которых играет роль времени,

g_{ik} — коэффициенты перед произведениями дифференциалов; i, k меняются от 0 до 3; предполагается, что по дважды встречающимся индексам i, k производится суммирование.

Коэффициенты g_{ik} в совокупности образуют метрический тензор, имеющий 4x4=16 компонент. Однако 6 из них продублированы дважды вследствие симметрии тензора и остается 10 независимых компонент, каждая из которых может зависеть от обобщенных координат x^i. В частности, компонента g_{00} в (566), отражающая скорость течения времени, зависит от радиального расстояния r:

$$g_{00} = (1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}).$$

Знание тензора g_{ik} полностью задает метрику пространства-времени изучаемого обьекта и позволяет находить скорость течения времени, траектории движущихся пробных частиц и другие характеристики. Для определения компонент тензора g_{ik} в общей теории относительности обычно используют тензорное уравнение Эйнштейна (смотри соотношение (335)), распадающееся на 10 независимых уравнений. Если не учитывать космологическую постоянную, то уравнение (335) для контравариантных компонент тензоров можно записать так:

$$S^{ik} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}T^{ik},$$

где $S^{ik} = R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R$ — тензор Эйнштейна.

Аналогично (541) ковариантная производная тензора материи T^{ik} в римановом пространстве равна нулю, а для тензора S^{ik} это осуществляется автоматически в силу его определения. Уравнение движения материи находится из равенства нулю ковариантной производной (здесь она обозначается D_K) от тензора плотности энергии-импульса материи и имеет вид:

$$D_K T^{ik} = 0.$$

Разделим тензор материи на его части — тензор плотности энергии-импульса вещества t^{ik} и соответствующий тензор поля U^{ik} и возьмем в качестве t^{ik} тензор (537), а тензор U^{ik} со структурой типа (533) пусть описывает гравитационное и электромагнитное поля. Тогда с учетом (535) получим:

$$D_K(t^{ik} + U^{ik}) = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_k\left[\sqrt{-g}(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^i u^k\right] + \Gamma^i_{kn}(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u^k u^n +$$

$$+ g^{ik}\partial_k(L - P_0) - f^i + \Gamma^i_{kn}U^{kn} = 0,$$

здесь g — детерминант метрического тензора,

∂_k — оператор 4-градиента,

$f^i = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_k\left(\sqrt{-g}\,U^{ik}\right)$ — суммарная плотность гравитационной и электромагнитной силы, действующей на вещество.

Первый член в приведенном выражении аналогичен силе инерции (подобно тому как во втором законе Ньютона $Ma - \sum_i F_i = 0$ к силе инерции можно отнести произведение массы на ускорение Ma), третий член отражает реакции наложенных связей через функцию L по (546) и давление P_0, силы f^i являются активными действующими силами, а члены с компонентами связности Γ^i_{kn} относятся к дополнительным силам инерции, исчезающим при отсутствии искривления пространства-времени.

В плоском псевдоевклидовом пространстве $g^{ik} = \eta^{ik}$ по (516), $g = -1$, $\Gamma^i_{kn} = 0$ и выражение $D_k T^{ik} = 0$ сводится к уравнениям типа (542) и (543). В соответствии с принципом Д'Аламбера сумма действующих активных сил F_i, реакций наложенных связей N_i и всех сил инерции B_i должна равняться нулю:

$$\sum_i (F_i + N_i + B_i) = 0.$$

Сравнивая уравнения движения материи в поле тяготения с принципом Д'Аламбера, можно предположить, что компоненты сил с коэффициентами связности Γ^i_{kn} появляются вследствие влияния гравитации на процесс измерения координат обьектов в поле тяготеющих масс. Аналогично на вращающемся диске возникают дополнительные силы инерции, действующие на вещество. Таким образом, эффективное искривление пространства-времени гравитацией и неинерциальность системы отсчета учитывается введением дополнительных сил, а степень искривления определяется тензором Эйнштейна S^{ik} и пропорциональна тензору плотности энергии-импульса материи T^{ik} в силу уравнения (335).

Большой заслугой Эйнштейна является то, что вначале в специальной теории относительности (СТО) он выяснил, как выглядят события в инерциальных системах по отношению друг к другу, а затем сделал то же самое для неинерциальных систем в общей теории относительности (ОТО). В СТО все действующие поля предполагаются не влияющими на процесс измерений, преобразования Лоренца являются интегральными соотношениями между координатами, а уравнения электрогравитационного поля записываются в векторном виде. В ОТО возможны только дифференциальные соотношения между координатами, учет полей приводит к перемешиванию координат в выражениях для компонент метрического тензора, а уравнения поля имеют тензорный вид и используются для нахождения метрики.

В общем случае метрика определяется не видимым положением взаимодействующих тел, а их состоянием в предыдущий момент времени с учетом запаздывания переноса возмущений. Движение тел приводит к тому, что метрика меняется, а видимое наблюдателем пространство-время как бы колеблется. В пределе слабых полей уравнения для метрики должны переходить в волновые уравнения электрогравитационного поля типа (528), связывающие потенциалы поля и плотности импульса источников поля и учитывающие взаимное влияние источников друг на друга. По данным из [113] если $g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}$, где η_{ik} — метрический тензор (516) пространства Минковского, а h_{ik} отражает небольшие колебания метрики из-за движения материи, то длина волны λ гравитационных возмущений может быть связана с радиусом кривизны A пространства-времени соотношением:

$$\frac{\lambda}{A} \sim h = h^i_i,$$

где h — свертка тензора h_{ik}.

В стационарном случае, когда скорости движения источников поля постоянны или их действие компенсируется, можно найти систему отсчета, в которой потенциалы не зависят от времени и колебаний метрики нет. В этом случае волновые уравнения переходят в известное уравнение Пуассона:

$$\Delta\varphi = f,$$

где φ — искомый потенциал,

f — функция источника поля, определяемая пространственной плотностью массы (заряда) или плотностью тока массы (заряда), Δ – оператор Лапласа.

Общее решение уравнения Пуассона имеет вид:

$$\varphi(1) = -\int \frac{f(2)\,dV_2}{4\pi R_{12}},$$

где 1 — точка, в которой ищется потенциал φ,

R_{12} — расстояние между точкой 1 и областью 2, где находятся источники поля и где нужно брать интеграл по обьему.

Для случая $f = \text{const}$ и сферической симметрии получается решение:

$$\varphi = \frac{f r^2}{6} + \text{const}. \qquad (567)$$

В частности внутри однородного по плотности шара в статическом случае уравнение (508) принимает вид $\Delta\psi = 4\pi\gamma\rho$ и гравитационный потенциал равен:

$$\psi_B = \frac{2\pi\gamma\rho_0}{3}(r^2 - 3R^2), \qquad (568)$$

где γ — гравитационная постоянная,

$\rho = \rho_0$ — плотность покоящегося вещества,

R — радиус шара,

r — текущий радиус.

Решение (568) удовлетворяет принципу суперпозиции для потенциала и может быть получено из (507) при интегрировании по обьему по всем точкам шара. Согласно (506) гравитационное ускорение внутри шара направлено к его центру:

$$G_B = -\operatorname{grad}\psi_B = -\frac{2\pi\gamma\rho_0}{3}\operatorname{grad}(x^2 + y^2 + z^2 - 3R^2) = -\frac{\gamma M(r)}{r^3}\boldsymbol{r},$$

здесь $M(r) = \dfrac{4\pi\rho_0 r^3}{3}$ — масса вещества внутри текущего радиуса r,

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Для потенциала поля и ускорения G_H за пределами шара массы M при $r > R$ находим:

$$\psi_H = -\frac{\gamma M}{r}, \quad G_H = \gamma M \operatorname{grad}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = -\frac{\gamma M}{r^3}\boldsymbol{r}.$$

Энергия гравитационного поля шара в отсутствие движения вещества состоит из энергии поля внутри и снаружи шара, используя (511) получим:

$$E_{ГР} = -\int_0^\infty \frac{G^2}{8\pi\gamma} 4\pi r^2\,dr = -\frac{1}{2\gamma}\left(\int_0^R G_B^2 r^2 dr + \int_R^\infty G_H^2 r^2 dr\right) =$$

$$= -\frac{\gamma}{2}\left(\int_0^R \frac{M^2(r)}{r^2}dr + M^2\int_R^\infty \frac{dr}{r^2}\right) = -\frac{\gamma M^2}{10R} - \frac{\gamma M^2}{2R} = -\frac{0{,}6\,\gamma M^2}{R}.$$

Оценим работу гравитационных сил по переносу вещества из бесконечности внутрь обьема шара. Если шар наслаивается тонкими сферическими слоями, то для работы по переносу каждого слоя имеем:

$$dA = \int_{\infty}^{r} dF\,dr = \int_{\infty}^{r} dm\,G_{H}\,dr = dm\int_{\infty}^{r}(-\frac{\gamma M}{r^2})\,dr = \frac{\gamma M\,dm}{r}.$$

Полная работа при $dm = 4\pi r^2 \rho_0 dr$, $M = \frac{4\pi \rho_0 r^3}{3}$ равна:

$$A = \frac{16\pi^2 \gamma \rho_0^2}{3}\int_0^R r^4\,dr = \frac{0{,}6\,\gamma M^2}{R}.$$

Таким образом, энергия гравитационного поля тела с точностью до знака равна работе гравитационных сил по сжатию вещества в обьем этого тела. Поскольку над веществом совершается работа, его кинетическая энергия должна возрасти на величину E_K, причем в силу теоремы вириала оказывается, что $E_K = A/2$, а другая половина энергии уносится из сжимающегося вещества потоками быстрых частиц и излучением. Для оценки энергии тела кроме E_K используется также потенциальная энергия $U = E_{гр} = -A$. Потенциальная энергия вещества, находящегося на бесконечности, считается равной нулю: $U_\infty = 0$, а для однородного шара она равна:

$$U = -\frac{0{,}6\,\gamma M^2}{R}.$$

Полная энергия вещества шара соответственно такова: $E = U + E_K < 0$, причем выполнение неравенства $E < 0$ необходимо для устойчивости любого обьекта и сохранения его цельности. Величина E фактически выполняет роль энергии связи вещества в гравитационном поле, поскольку для распыления вещества на бесконечность с нулевой конечной скоростью (когда полная энергия вещества станет равна нулю) к телу с полной энергией E нужно добавить энергию $-E: E - E = 0$.

§ 48. 4. Метрика внутри однородного шара. Квазигалилеев подход

Целью данного параграфа является иллюстрация того, как из уравнений Эйнштейна вытекают волновые уравнения для метрики, причем компоненты метрического тензора оказываются функциями скалярного ψ и векторного $\boldsymbol{D}$ гравитационных потенциалов. В приближении слабого гравитационного поля для метрического тензора риманова пространства можно записать:

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik},$$

где η_{ik} — метрический тензор (516) пространства Минковского,

h_{ik} – добавочный тензор, компоненты которого являются функциями координат и малы по величине.

Тогда ковариантный симметричный тензор g_{ik} $(g_{ik} = g_{ki})$ имеет вид:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 + h_{00} & h_{01} & h_{02} & h_{03} \\ h_{10} & -1 + h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{20} & h_{21} & -1 + h_{22} & h_{23} \\ h_{30} & h_{31} & h_{32} & -1 + h_{33} \end{pmatrix}.$$

Для вычисления тензора g^{ik} используется соотношение $g_{ik}\,g^{km} = \delta_i^m$, где δ_i^m — символ Кронекера. Фактически g^{ik} является обратной матрицей по отношению к g_{ik}:

$$g^{ik} = \frac{A_{ik}}{\det g_{ik}} = \frac{(-1)^{i+k}\text{минор}}{g},$$

здесь A_{ik} — алгебраическое дополнение для компоненты g_{ik} или минор этой компоненты в матрице с соответствующим знаком,

$g = \det g_{ik}$ — детерминант тензора g_{ik}.

Ввиду малости величин h_{ik} при вычислении g и компонент g^{ik} можно пренебречь всеми произведениями типа $h_{ik}h_{mn}$ как членами большего порядка малости. В данном приближении величина g и тензор g^{ik} равны:

$$g \sim -1 - h_{00} + h_{11} + h_{22} + h_{33} = -1 - (h_{00} - \sum_{s=1}^{3} h_{ss}),$$

$$g^{ik} = \begin{pmatrix} 1 - h_{00} & h_{01} & h_{02} & h_{03} \\ h_{10} & -1 - h_{11} & -h_{12} & -h_{13} \\ h_{20} & -h_{21} & -1 - h_{22} & -h_{23} \\ h_{30} & -h_{31} & -h_{32} & -1 - h_{33} \end{pmatrix}. \tag{569}$$

Зная вид метрического тензора через компоненты h_{ik}, можно найти символы Кристоффеля Γ^s_{ik}, а затем тензор Риччи R_{ik} и скалярную кривизну R по стандартным формулам:

$$\Gamma^s_{ik} = \frac{1}{2}g^{sm}(\partial_i g_{mk} + \partial_k g_{mi} - \partial_m g_{ik}), \tag{570}$$

$$R_{ik} = \partial_s \Gamma^s_{ik} - \partial_k \Gamma^s_{is} + \Gamma^s_{ik}\Gamma^m_{sm} - \Gamma^s_{im}\Gamma^m_{sk}, \tag{571}$$

$$R = g^{ki}R_{ik}. \tag{572}$$

При вычислении величин Γ^s_{ik} по (570) следует использовать только компоненты g^{ii}, полагая $g^{00} = 1$ и $g^{pp} = -1$ ($p = 1, 2, 3$), пренебрегая произведениями других компонент g^{ik} ввиду их малости, так что например получим:

$$\Gamma^0_{00} = \frac{1}{2c}\frac{\partial h_{00}}{\partial t}, \quad \Gamma^3_{12} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial h_{32}}{\partial x} + \frac{\partial h_{31}}{\partial y} - \frac{\partial h_{12}}{\partial z}\right).$$

Аналогично в (571) можно не учитывать произведения малых величин типа $\Gamma^s_{ik}\Gamma^m_{sm}$ по сравнению с производными типа $\partial_s \Gamma^s_{ik}$. В результате для компоненты R_{00} тензора Риччи получается:

$$R_{00} = \frac{1}{2}\Delta h_{00} + \frac{1}{2c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(h_{11} + h_{22} + h_{33}) - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial h_{01}}{\partial x} + \frac{\partial h_{02}}{\partial y} + \frac{\partial h_{03}}{\partial z}\right),$$

здесь $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Приблизительно в таком же виде выражаются остальные компоненты тензора R_{ik}. С целью их упрощения наложим на метрический тензор g_{ik} так называемые условия изотермичности:

$$g^{ik}\Gamma^s_{ik} = 0,$$

что дает 4 соотношения между компонентами тензора h_{ik}. Вновь учитывая, что стоит использовать только компоненты g^{ii} при $g^{00} = 1$ и $g^{pp} = -1$ ($p = 1, 2, 3$), для $s = 0$ получаем одно из соотношений в виде:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{c\partial t}(h_{00} + h_{11} + h_{22} + h_{33}) = \frac{\partial h_{01}}{\partial x} + \frac{\partial h_{02}}{\partial y} + \frac{\partial h_{03}}{\partial z}.$$

Условия изотермичности могут выполняться только в одной системе отсчета, называемой гармонической. В гармонических координатах тензор Риччи приобретает весьма простой вид:

$$R_{ik} = \frac{1}{2}\Box h_{ik},$$

где $\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ — оператор Д'Аламбера,

а компоненты тензора h_{ik} выражены через гармонические координаты.

Вследствие малости h_{ik} скалярная кривизна R равна:

$$R = g^{ki}R_{ik} \sim R_{00} - R_{11} - R_{22} - R_{33} = \frac{1}{2}\Box(h_{00} - \sum_{S=1}^{3} h_{SS}).$$

Запишем уравнение для метрики Эйнштейна — Гильберта в дважды ковариантных индексах:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi\gamma}{c^4}T_{ik}. \qquad (573)$$

В качестве тензора плотности энергии-импульса материи T_{ik} возьмем только тензор t_{ik} (537) для несжимаемой жидкости (при $L = const$ согласно (546), мы же примем здесь $L = 0$) без учета других видов энергии:

$$t_{ik} = (\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u_i u_k - g_{ik}P_0, \qquad (574)$$

где ρ_0 — плотность покоящегося вещества,

P_0 — изотропное давление,

c — скорость света,

u_i — ковариантная 4-скорость.

В нашем приближении можно считать, что в (574) $g_{ik} = \eta_{ik}$,

$$u_i = g_{ik}u^k \sim \eta_{ik}\left(\frac{c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \frac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) \sim (c, -V),$$

$u_0 = c, \quad u_p = -V^p, \quad p = 1, 2, 3.$

Подставляя R_{ik}, R, t_{ik} в (573), получаем следующие уравнения:

$$\Box\left[h_{00} - \frac{1}{2}(h_{00} - \sum_{S=1}^{3} h_{SS})\right] = \frac{16\pi\gamma\rho_0}{c^2}, \qquad (575)$$

$$\Box h_{0p} = -\frac{16\pi\gamma}{c^3}(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})V^p, \tag{576}$$

$$\Box\left[h_{pp} + \frac{1}{2}(h_{00} - \sum_{s=1}^{3} h_{ss})\right] = \frac{16\pi\gamma}{c^4}\left[(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})V^p V^p + P_0\right], \tag{577}$$

$$\Box h_{pq} = \frac{16\pi\gamma}{c^4}(\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})V^p V^q, \quad p \neq q, \tag{578}$$

здесь $p, q = 1, 2, 3$.

Мы видим, что компоненты добавочного метрического тензора h_{ik} удовлетворяют волновым уравнениям, признаком которых является даламбертиан. Тем самым проявляются колебания метрики пространства-времени как отклонения от стационарного значения, фиксируемого тензором η_{ik}.

Рассмотрим уравнения (575) — (578) в статическом случае, когда произведениями скоростей движения вещества $V^p V^q$ можно пренебречь из-за их малости, а даламбертианы превращаются в лапласианы. Уравнения (577), (578) примут вид:

$$\Delta\left[h_{pp} + \frac{1}{2}(h_{00} - \sum_{s=1}^{3} h_{ss})\right] = \frac{16\pi\gamma P_0}{c^4}. \tag{579}$$

$$\Delta h_{pq} = 0. \tag{580}$$

Уравнение (580) имеет общее решение в виде:

$$h_{pq} = C_{pq} + \frac{C'_{pq}}{r},$$

где C_{pq}, C'_{pq} — некоторые константы,
r — текущий радиус.

Считая давление P_0 постоянным внутри однородного по плотности шара, из (579) согласно (567) находим:

$$h_{pp} + \frac{1}{2}(h_{00} - \sum_{s=1}^{3} h_{ss}) = \frac{8\pi\gamma P_0 r^2}{3c^4} + C_{pp}, \tag{581}$$

где C_{pp} — некоторые константы.

Аналогично при постоянной плотности ρ_0 в пренебрежении временной производной в даламбертиане решением (575) будет:

$$h_{00} - \frac{1}{2}(h_{00} - \sum_{s=1}^{3} h_{ss}) = \frac{8\pi\gamma\rho_0 r^2}{3c^2} + C_{00}, \tag{582}$$

где C_{00} — некоторая константа.

Просуммируем решение (581) по индексу p от 1 до 3 и подставим в (582), учитывая, что $\sum_{p=1}^{3} h_{pp} = \sum_{s=1}^{3} h_{ss}$:

$$\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{3} h_{ss} = 1{,}5\, h_{00} - \sum_{p=1}^{3} C_{pp} - \frac{8\pi\gamma P_0 r^2}{c^4},$$

$$h_{00} = \frac{4\pi\gamma\rho_0 r^2}{3c^2} + \frac{4\pi\gamma P_0 r^2}{c^4} + \frac{C_{00}}{2} + \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{3} C_{pp}.$$

Из (581) находим h_{pp}:

$$h_{pp} = \frac{4\pi\gamma\rho_0 r^2}{3c^2} - \frac{4\pi\gamma P_0 r^2}{3c^4} + C_{pp} + \frac{C_{00}}{2} - \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{3} C_{pp}.$$

Произведем дальнейшие упрощения. Из решения для h_{pp} видно, что эти величины совпадают с точностью до константы, поэтому в симметричном случае можно положить: $h_{pp} = h_{11} = h_{22} = h_{33}$,

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = C_{pp} = \frac{1}{3}\sum_{p=1}^{3} C_{pp}.$$

Используем далее решение Шварцильда (566) для метрики вокруг гравитирующей массы в сферических координатах:

$$ds^2(r) = g_{00}(r)\,c^2 dt^2 + g_{11}(r)dr^2 + g_{22}(r)(dQ^2 + \sin^2 Q\,d\varphi^2),$$

$$g_{00}(r) = 1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}, \quad g_{11}(r) = -\frac{1}{1 - \dfrac{2\gamma M}{rc^2}}, \quad g_{22}(r) = -r^2.$$

В гармонических координатах в общем виде интервал имеет вид:

$$ds^2 = g_{ik}\,dx^i dx^k, \tag{583}$$

причем в статическом случае при нулевых скоростях движения вещества основной вклад в интервал согласно (575) — (578) должны вносить только диагональные члены метрического тензора. Свяжем компоненты метрического тензора $g_{ik}(r)$ решения Шварцильда в сферических координатах с диагональными компонентами метрического тензора в (583) в гармонических координатах с помощью преобразования пространственных координат:

$$x = r\sin Q\cos\varphi, \quad y = r\sin Q\sin\varphi, \quad z = r\cos Q.$$

Подставляя в (583) дифференциалы dx, dy, dz, выраженные в сферических координатах, и считая, что $g_{11} = g_{22} = g_{33} = g_{pp}$, находим равенство интервала Шварцильда и (583) при следующих условиях:

$$g_{00}(r) = g_{00}, \quad g_{11}(r) = g_{pp}.$$

Так как мы приняли соотношение $g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}$, откуда $g_{00} = 1 + h_{00}$, $g_{pp} = -1 + h_{pp}$, то для границы сферического тела при радиусе R, когда метрика Шварцильда стыкуется с внутренней метрикой тела, можно записать:

$$h_{00}(R) = -\frac{2\gamma M}{Rc^2},$$

$$h_{pp}(R) = 1 + g_{pp} = 1 - \frac{1}{1 - \dfrac{2\gamma M}{Rc^2}} \sim -\frac{2\gamma M}{Rc^2}.$$

Подставляя $h_{00}(R) = h_{pp}(R)$ в решения для h_{00} и h_{pp} при $r = R$ и учитывая, что $M = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$, находим константы и полное решение внутри сферической массы:

$$C_{pp} = -\frac{8\pi\gamma P_0 R^2}{3c^4}, \quad C_{00} = -\frac{6\gamma M}{Rc^2},$$

$$h_{00} = \frac{4\pi\gamma\rho_0 r^2}{3c^2} - \frac{4\pi\gamma P_0(R^2 - r^2)}{c^4} - \frac{3\gamma M}{Rc^2},$$
$$h_{pp} = \frac{4\pi\gamma\rho_0 r^2}{3c^2} + \frac{4\pi\gamma P_0(R^2 - r^2)}{3c^4} - \frac{3\gamma M}{Rc^2}. \qquad (584)$$

С учетом (568) компоненты h_{00} и h_{pp} внутри тела оказываются функциями давления и скалярного гравитационного потенциала ψ_B:

$$h_{00} = \frac{2\psi_B}{c^2} - \frac{4\pi\gamma P_0(R^2 - r^2)}{c^4},$$
$$h_{pp} = \frac{2\psi_B}{c^2} + \frac{4\pi\gamma P_0(R^2 - r^2)}{3c^4}.$$

Подставляя эти значения h_{00} и h_{pp} в (575), в статическом случае приходим к уравнению Пуассона для гравитационного потенциала внутри тела:

$$\Delta\psi_B = 4\pi\gamma\rho_0.$$

Из (576) видно, что если обозначить:

$$h_{0p} = -\frac{4}{c}D^p, \quad (\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})V^p = J^p,$$

то (576) будет эквивалентно уравнению (508) для векторного гравитационного потенциала $\boldsymbol{D}$ и плотности тока массы $\boldsymbol{J}$ с учетом вклада массы-энергии от давления P_0. Поэтому величины h_{0p} следует считать соответствующими функциями компонент векторного потенциала D^p. Из вышеизложенного вытекает, что метрику непосредственно нельзя отождествлять с гравитационным полем — метрика есть сложная функция от состояния движения масс (либо функция соответствующих гравитационных потенциалов с учетом состояния вещества). Из (584) находим в центре сферического однородного тела при $r = 0$:

$$h_{00}(0) = -\frac{4\pi\gamma R^2(\rho_0 + P_0/c^2)}{c^2},$$
$$h_{pp}(0) = -\frac{4\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}. \qquad (585)$$

Если масса тела M и его радиус R или плотность вещества ρ_0 и давление P_0 стремятся одновременно к нулю, то h_{00} и h_{pp} также стремятся к нулю и метрика становится галилеевой, а пространство-время плоским.

§ 48. 5. Определение вклада энергии гравитационного поля в метрику однородного шара

Поскольку гравитационное поле обладает плотностью энергии (511) и описывается тензором плотности энергии-импульса U^{ik} (533), то это необходимо учитывать в уравнении (573) в тензоре материи T_{ik}. Как будет показано далее, это приведет к поправкам в следующем порядке малости по отношению к решению Шварцильда. Решение задачи начнем аналогично [117]. Используя сферические координаты $x^0 = ct$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$, будем искать неизвестные метрические коэффициенты g_{ik} в статическом интервале риманова пространства-времени для тела, обладающего сферической симметрией:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}dQ^2 + g_{33}d\varphi^2.$$

Обозначим $g_{00} = B$, $g_{11} = -K$, $g_{22} = -E$, $g_{33} = -E\sin^2 Q$ и будем считать, что величины B, K, E зависят только от радиуса r. Метрический тензор и его детерминант выглядят так:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E\sin^2 Q \end{pmatrix}, \quad g^{ik} = \begin{pmatrix} 1/B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/(E\sin^2 Q) \end{pmatrix},$$

$$g = \det g_{ik} = -BKE^2\sin^2 Q.$$

Запишем (573) для тензоров со смешанными индексами:

$$R_i^{\ k} - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi\gamma}{c^4}T_i^{\ k}, \qquad (586)$$

где $R_i^{\ k} = R_{in}\,g^{nk}$ — тензор Риччи со смешанными индексами, его можно найти, зная R_{in} из (571) и метрический тензор g^{nk},

δ_i^k — символ Кронекера, то есть тензор, у которого главные диагональные компоненты равны 1, а остальные компоненты равны нулю.

По формулам (570), (571) и (572) находим ненулевые коэффициенты Кристоффеля, компоненты тензора Риччи и скалярную кривизну R, учитывая равенство нулю производных по времени и по углам Q, φ:

$$\Gamma_{01}^0 = \Gamma_{10}^0 = \frac{B'}{2B}, \quad \Gamma_{00}^1 = \frac{B'}{2K}, \quad \Gamma_{11}^1 = \frac{K'}{2K}, \quad \Gamma_{22}^1 = -\frac{E'}{2K},$$

$$\Gamma_{33}^1 = -\frac{E'\sin^2 Q}{2K}, \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \Gamma_{13}^3 = \Gamma_{31}^3 = \frac{E'}{2E},$$

$$\Gamma_{33}^2 = -\sin Q\cos Q, \quad \Gamma_{23}^3 = \Gamma_{32}^3 = \mathrm{ctg}\,Q,$$

$$R_0^{\ 0} = \frac{B''}{2BK} - \frac{B'K'}{4BK^2} - \frac{(B')^2}{4B^2K} + \frac{B'E'}{2BKE},$$

$$R_1^{\ 1} = \frac{B''}{2BK} - \frac{B'K'}{4BK^2} - \frac{(B')^2}{4B^2K} + \frac{E''}{KE} - \frac{(E')^2}{2KE^2} - \frac{K'E'}{2K^2E},$$

$$R_2^{\ 2} = R_3^{\ 3} = \frac{E''}{2KE} - \frac{K'E'}{4K^2E} + \frac{B'E'}{4BKE} - \frac{1}{E},$$

$$R = \frac{B''}{BK} - \frac{B'K'}{2BK^2} - \frac{(B')^2}{2B^2K} + \frac{2E''}{KE} - \frac{(E')^2}{2KE^2} - \frac{K'E'}{K^2E} + \frac{B'E'}{BK\cdot E} - \frac{2}{E}.$$

здесь один штрих означает первую производную по координате r, а два штриха – вторую производную.

Тензор $T_i^{\ k}$ в (586) состоит из двух частей: $T_i^{\ k} = U_i^{\ k} + t_i^{\ k}$, где $U_i{}^k$ — тензор плотности энергии-импульса гравитационного поля,

$t_i{}^k$ — аналогичный тензор вещества.

Используя определение тензора U^{ik} из (533), запишем его в смешанных координатах:

$$U_i{}^k = g_{in} U^{nk} = \frac{c^2}{4\pi\gamma}(-\Phi_{im}\Phi^{mk} + \frac{1}{4}\delta_i^k \Phi_{sm}\Phi^{ms}),$$

здесь $\Phi_{sm} = \partial_s D_m - \partial_m D_s$ — тензор гравитационного поля (529),

D_m — ковариантный 4-вектор потенциала.

В сферических координатах скалярный потенциал поля ψ зависит только от радиуса, а для статических масс векторный потенциал D равен нулю. В результате за пределами тела имеем:

$$D_i = (\frac{\psi}{c}, -D) = (-\frac{\gamma M}{rc}, 0, 0, 0),$$

$$\Phi_{01} = -\Phi_{10} = -\frac{\gamma M}{r^2 c}, \quad \Phi^{ns} = g^{nk}\Phi_{km} g^{ms}, \quad \Phi^{01} = -\Phi^{10} = \frac{\gamma M}{BKr^2 c},$$

$$U_0{}^0 = U_1{}^1 = -\frac{\gamma M^2}{8\pi BKr^4} \qquad U_2^2 = U_3^3 = \frac{\gamma M^2}{8\pi BKr^4},$$

где γ — гравитационная постоянная,
M — гравитационная масса шара,
r — текущий радиус,
c — скорость света.

Внутри шара надо использовать потенциал ψ_B из (568):

$$\psi_B = \frac{2\pi\gamma\rho_0}{3}(r^2 - 3R^2),$$

где ρ_0 — однородная внутри шара плотность вещества,
R — радиус шара.

Компоненты тензора гравитационного поля примут вид:

$$\Phi_{01} = -\Phi_{10} = -\frac{\partial\psi_B}{\partial r} = -\frac{4\pi\gamma\rho_0 r}{3c},$$

$$\Phi^{01} = -\Phi^{10} = \frac{4\pi\gamma\rho_0 r}{3cBK}.$$

Гравитационный тензор плотности энергии-импульса внутри тела внешне похож на этот же тензор вне тела с той разницей, что нужно учитывать только массу вещества $M(r)$ внутри текущего радиуса r:

$$U_0{}^0 = U_1{}^1 = -\frac{\gamma M^2(r)}{8\pi BKr^4}, \quad U_2{}^2 = U_3{}^3 = \frac{\gamma M^2(r)}{8\pi BKr^4}.$$

В качестве тензора вещества возьмем тензор t^{ik} (537) для несжимаемой жидкости при $L = 0$, тогда можно записать:

$$t_i{}^k = g_{in} t^{nk} = (\rho_0 + \frac{P_0}{c^2})u_i u^k - P_0\delta_i^k,$$

где ρ_0 и P_0 — соответственно плотность и давление в элементе покоящегося вещества,

u_i — ковариантная 4-скорость.

В статическом случае вещество неподвижно, и если вектор положения $x^i = (ct\ ,\ r\ ,\ Q\ ,\ \varphi)$, то вектор смещения вещества $dx^i = (c\,dt\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0)$,

$$dx_k = g_{ki}\,dx^i = (B\,c\,dt\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0),$$

интервал: $ds^2 = dx_k\,dx^k = B\,c^2dt^2,\quad ds = \sqrt{B}\,c\,dt,\quad dt_0 = \dfrac{ds}{c} = \sqrt{B}\,dt,$

4-скорость: $u^i = \dfrac{dx^i}{dt_0} = (\dfrac{c}{\sqrt{B}}\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0),\quad u_i = (\sqrt{B}\,c\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0),$

ненулевые компоненты тензора вещества: $t_0^{\ 0} = \rho_0 c^2,$

$$t_1^{\ 1} = t_2^{\ 2} = t_3^{\ 3} = -\,P_0.$$

Уравнения (586) принимают вид:

$$-\frac{E''}{KE} + \frac{(E')^2}{4KE^2} + \frac{K'E'}{2K^2E} + \frac{1}{E} = -\frac{\gamma^2M^2(r)}{BKr^4c^4} + \frac{8\pi\gamma\rho_0}{c^2}. \qquad (587)$$

$$-\frac{(E')^2}{4KE^2} - \frac{B'E'}{2BKE} + \frac{1}{E} = -\frac{\gamma^2M^2(r)}{BKr^4c^4} - \frac{8\pi\gamma P_0}{c^4}. \qquad (588)$$

$$-\frac{B''}{2BK} + \frac{B'K'}{4BK^2} + \frac{(B')^2}{4B^2K} - \frac{E''}{2KE} + \frac{(E')^2}{4KE^2} + \frac{K'E'}{4K^2E} -$$

$$-\frac{B'E'}{4BKE} = \frac{\gamma^2M^2(r)}{BKr^4c^4} - \frac{8\pi\gamma P_0}{c^4}. \qquad (589)$$

Вычитая уравнение (588) из (587), находим:

$$\frac{E'}{2KE}\frac{d}{dr}\left[\ln\left(\frac{BKE}{(E')^2}\right)\right] = \frac{8\pi\gamma(\rho_0c^2 + P_0)}{c^4}.$$

Если рассматривать область вне гравитирующего тела, где плотность вещества $\rho_0 = 0$ и давление $P_0 = 0$, то получится:

$$\ln\left(\frac{BKE}{(E')^2}\right) = \text{const},\quad BK = C_1\left(\frac{d\sqrt{E}}{dr}\right)^2.$$

Постоянную C_1 можно найти из условия для B, K, E на бесконечности, где метрика должна быть псевдоевклидовой:

$$B(\infty) = 1,\quad K(\infty) = 1,\quad E(\infty) = r^2,\ \text{отсюда}\ C_1 = 1.$$

Если положить $BK = 1$ и $r^2 = E$ только для правой части уравнений (587), (588), 589), то можно быть уверенным, что вносимая тем самым ошибка будет незначительна, и уравнения (587), (588) можно переписать так:

$$-\frac{1}{E\dfrac{d\sqrt{E}}{dr}}\frac{d}{dr}\left[\frac{\sqrt{E}\left(\dfrac{d\sqrt{E}}{dr}\right)^2}{K}\right] + \frac{1}{E} = -\frac{\gamma^2M^2(r)}{c^4E^2} + \frac{8\pi\gamma\rho_0}{c^2}. \qquad (590)$$

$$-\frac{1}{K\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{E}}{dr}\frac{d}{dr}\left[\ln(B\sqrt{E})\right] + \frac{1}{E} = -\frac{\gamma^2M^2(r)}{c^4E^2} - \frac{8\pi\gamma P_0}{c^4}. \qquad (591)$$

Решим эти уравнения вначале вне вещества, затем внутри гравитирующего тела и сравним оба решения на границе сферического тела при его радиусе R. Интеграл от (590) вне вещества при $\rho_0 = 0$ и $M(r) = M$ дает:

$$\frac{\sqrt{E}}{K}\left(\frac{d\sqrt{E}}{dr}\right)^2 = \int\left(1 + \frac{\gamma^2 M^2}{c^4 E}\right)d\sqrt{E} = \sqrt{E} - \frac{\gamma^2 M^2}{c^4\sqrt{E}} + C_2,$$

$$K = \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{E} - \dfrac{\gamma^2 M^2}{c^4\sqrt{E}} + C_2}\left(\frac{d\sqrt{E}}{dr}\right)^2, \qquad (592)$$

где C_2 — некоторая константа.

Решение уравнения (591) при $P_0 = 0$ и величине K из (592) приводит к следующему значению B:

$$B = C_3\frac{\sqrt{E} - \dfrac{\gamma^2 M^2}{c^4\sqrt{E}} + C_2}{\sqrt{E}}. \qquad (593)$$

Из условия на бесконечности следует, что $BK = 1$ и постоянная $C_3 = 1$. Нетрудно проверить, что решение уравнения (589) вне вещества (когда $M(r) = M$) сводится к уже полученным решениям (592) и (593) при сделанных выше предположениях.

Однако строгое решение уравнений (587), (588), (589) без упрощающих условий $BK = 1$ и $r^2 = E$ для правых частей этих уравнений могло бы в принципе дать решение для B, K, E как функций от радиуса r, в то время как по (592), (593) K и B являются функциями от E, а зависимость E от радиуса r не определена.

Перейдем теперь к решению уравнения (590) внутри гравитирующего тела. Для упрощения интегрирования предположим, что гравитационную массу $M(r)$ можно представить в виде:

$$M(r) = \frac{4\pi\bar{\rho}_0(\sqrt{E})^3}{3},$$

где $\bar{\rho}_0$ — некоторая средняя плотность вещества тела.

В результате получим:

$$K(E) = \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{E} - \dfrac{2\gamma M(E)}{c^2} + \dfrac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4}\left(\frac{d\sqrt{E}}{dr}\right)^2, \qquad (594)$$

где $M(E) = \int\limits_{\sqrt{E(0)}}^{\sqrt{E(r)}} 4\pi\rho_0(\sqrt{E})^2 d\sqrt{E}$ — некоторая текущая масса гравитирующего тела,

C_4 — некоторая постоянная.

Сравнивая (592) и (594) при значении $\sqrt{E}$, соответствующем радиусу тела R, можно оценить C_2:

$$C_2 = -\frac{2\gamma M_0}{c^2} + \frac{6\gamma^2 M^2}{5c^4 R} + C_4, \qquad (595)$$

где $M_0 = \int\limits_{\sqrt{E(0)}}^{\sqrt{E(R)}} 4\pi\rho_0(\sqrt{E})^2 d\sqrt{E}$ — масса гравитирующего тела при $r = R$ (596)

и при $\sqrt{E} = \sqrt{E(R)}$, причем в (595) в знаменателе второго члена справа вместо $\sqrt{E(R)}$ подставлено R, что не вносит большой ошибки.

При движении внутрь однородной по плотности сферической массы по направлению к ее центру гравитационный потенциал, как известно, стремится к константе и согласно (568) зависит только от текущего радиуса r:

$$\psi = \frac{2\pi\gamma\bar{\rho}_0 r^2}{3} - \frac{3\gamma M}{2R},$$

здесь M, R — гравитационная масса и радиус всего тела.

Воспользуемся результатами предыдущего раздела о метрике в центре сферического тела, где согласно (585) получается:

$$h_{pp}(0) = -\frac{4\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}.$$

Так как в данном случае $g_{11}(r) = g_{pp}$ или $-K = -1 + h_{pp}$, то имеем:

$$K(r=0) = 1 - h_{pp}(0) = 1 + \frac{4\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}, \qquad (597)$$

здесь $g_{11}(r)$ — компонента метрического тензора в сферических координатах, g_{pp} — компонента метрического тензора в гармонических координатах.

В конце этого раздела будет показано, что $\sqrt{E} = r + \text{const}$,

$$\sqrt{E(r=0)} = \sqrt{E(0)} \sim \frac{\gamma M_0}{c^2} \text{ и отсюда } \frac{d\sqrt{E}}{dr} = 1.$$

Тогда из (594) следует, что в пренебрежении степенями малой величины $\sqrt{E(0)}$ величина $K(E)$ при $r = 0$ равна:

$$K(r=0) = \frac{\sqrt{E(0)}}{\sqrt{E(0)} + C_4} = \frac{1}{1 + \dfrac{C_4}{\sqrt{E(0)}}} \sim 1 - \frac{C_4}{\sqrt{E(0)}}.$$

Сравнивая данное значение с (597), находим C_4 через $\sqrt{E(0)}$:

$$C_4 = -\frac{4\pi\gamma R^2\sqrt{E(0)}\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}. \qquad (598)$$

С учетом значения $\sqrt{E(0)}$ постоянная C_4 оказывается величиной второго порядка малости по отношению к квадрату скорости света.

Интегрируем (591) внутри вещества с учетом (594):

$$\frac{d\left[\ln(B\sqrt{E})\right]}{d\sqrt{E}} = \frac{1 + \dfrac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2 E^2}{9c^4} + \dfrac{8\pi\gamma P_0 E}{c^4}}{\sqrt{E} - \dfrac{2\gamma M(E)}{c^2} + \dfrac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4} = F(E),$$

$$\text{или } B(E) = \frac{C_5}{\sqrt{E}}\exp\left[\int F(E)\,d\sqrt{E}\right].$$

Преобразуем неопределенный интеграл от $F(E)$:

$$\int F(E)d\sqrt{E} = \int \frac{d\left(\sqrt{E} - \frac{2\gamma M(E)}{c^2} + \frac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4\right)}{\sqrt{E} - \frac{2\gamma M(E)}{c^2} + \frac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4} +$$

$$+ \frac{8\pi\gamma}{c^2}\int \frac{E(\rho_0 + P_0/c^2)d\sqrt{E}}{\sqrt{E} - \frac{2\gamma M(E)}{c^2} + \frac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4},$$

$$B(E) = C_5 \left(\frac{\sqrt{E} - \frac{2\gamma M(E)}{c^2} + \frac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4}{\sqrt{E}} \right) \times$$

$$\times \exp\left(\frac{8\pi\gamma}{c^2} \int\limits_{\sqrt{E(0)}}^{\sqrt{E(r)}} \frac{E(\rho_0 + P_0/c^2)d\sqrt{E}}{\sqrt{E} - \frac{2\gamma M(E)}{c^2} + \frac{16\pi^2\gamma^2\bar{\rho}_0^2(\sqrt{E})^5}{45c^4} + C_4} \right). \qquad (599)$$

Под знаком экспоненты стоит выражение, пропорциональное отношению гравитационной энергии к энергии покоя вещества внутри текущего радиуса $\sqrt{E(r)}$. Из (593) и (599) с учетом (595) следует, что на границе тела при $r = R$ произведение экспоненты на постоянную C_5 должно равняться единице. Постоянную C_5 можно оценить с помощью данных предыдущего раздела, где компонента $g_{00}(r)$ метрического тензора в сферических координатах связывалась с компонентой g_{00} метрического тензора в гармонических координатах:

$g_{00}(r) = g_{00}$ или в обозначениях данного раздела $g_{00}(r) = B$:

$B = 1 + h_{00}$, где h_{00} согласно (585). Тогда при $r = 0$ находим:

$$B(r = 0) = 1 - \frac{4\pi\gamma R^2(\rho_0 + P_0/c^2)}{c^2}. \qquad (600)$$

При $r = 0$ экспонента в (599) обращается в единицу и приблизительно получаем:

$$B(r = 0) = C_5 \frac{\sqrt{E(0)} + C_4}{\sqrt{E(0)}}.$$

Сравнивая данное выражение с (600) с учетом (598), находим, что $C_5 < 1$:

$$C_5 = \frac{1 - \frac{4\pi\gamma R^2(\rho_0 + P_0/c^2)}{c^2}}{1 - \frac{4\pi\gamma R^2[\rho_0 - P_0/(3c^2)]}{c^2}} < 1.$$

Уравнение (589) внутри вещества сводится к релятивистскому уравнению гидростатики, связывающему текущую массу $M(E)$, давление и плотность вещества в зависимости от координаты $\sqrt{E}$. Если бы зависимость давления и плотности вещества от радиуса r была известной, то можно было бы найти величину E как функцию от r внутри вещества. За пределами гравитирующего тела давление и плотность вещества равны нулю, а зависимость E от r оказывается точно не определенной в связи со сложностью совместного решения уравнений (587), (588), (589). Обычно принимают, что E равна своему асимптотическому значению на бесконечности, то есть $E = r^2$. В этом случае с учетом (592), (593), (595), (598) и при $\sqrt{E(0)} \sim \frac{\gamma M_0}{c^2}$, $M \sim M_0$, получим метрику Шварцильда с добавкой от массы-энергии гравитационного поля:

$$g_{00} = B = 1 - \frac{2\gamma M}{rc^2}\left(1 + \frac{9\gamma M}{10Rc^2} - \frac{2\pi\gamma R^2 P_0}{3c^4}\right) - \frac{\gamma^2 M^2}{r^2 c^4},$$

$$g_{11} = -K = -\frac{1}{g_{00}}, \quad g_{22} = -E = -r^2.$$

В [117] выводится условие для метрического тензора, с помощью которого можно уточнить значение E:

$$\partial_i(\sqrt{-g}\, g^{ik}) + \sqrt{-g}\, \Gamma^k_{nm} g^{nm} = 0, \tag{601}$$

здесь $g = -BKE^2\sin^2 Q$ — детерминант метрического тензора,
Γ^k_{nm} — символы Кристоффеля в криволинейных сферических координатах.

В пространстве Минковского метрический тензор в сферических координатах имеет вид:

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2 Q \end{pmatrix}, \quad \eta^{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/(r^2\sin^2 Q) \end{pmatrix}.$$

Символы Кристоффеля вычисляются по формуле типа (570):

$$\Gamma^s_{ik} = \frac{1}{2}\eta^{sm}(\partial_i \eta_{mk} + \partial_k \eta_{mi} - \partial_m \eta_{ik}).$$

Отсюда получаем: $\Gamma^1_{22} = -r$, $\Gamma^1_{33} = -r\sin^2 Q$, $\Gamma^2_{33} = -\sin Q\cos Q$,

$$\Gamma^2_{12} = \Gamma^2_{21} = \Gamma^3_{13} = \Gamma^3_{31} = \frac{1}{r}, \quad \Gamma^3_{23} = \Gamma^3_{32} = \mathrm{ctg}\, Q.$$

При $k = 1$ условие (601) дает:

$$-\sin Q \frac{d}{dr}\left(\frac{E\sqrt{B}}{\sqrt{K}}\right) + 2r\sqrt{BK}\sin Q = 0, \tag{602}$$

или используя (592) и (593):

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{EB}{\left(\frac{d\sqrt{E}}{dr}\right)}\right] = 2r\frac{d\sqrt{E}}{dr}, \quad \frac{d}{d\sqrt{E}}\left[(E + C_2\sqrt{E} - \frac{\gamma^2 M^2}{c^4})\frac{dr}{d\sqrt{E}}\right] = 2r.$$

Если здесь пренебречь небольшой величиной $\gamma^2 M^2/c^4$, то общее решение для r имеет вид:

$$r(\sqrt{E}) = C_6\left[1 - \frac{2\sqrt{E} + C_2}{2C_2}\ln\left(\frac{\sqrt{E} + C_2}{\sqrt{E}}\right)\right] + C_7(\sqrt{E} + \frac{C_2}{2}).$$

На бесконечности следует принять $C_7 = 1$, что касается постоянной C_6, то ее значение нужно определять на границе тела при $r = R$ после подстановки в (602) значений $K(E)$ из (594) и $B(E)$ из (599) при задаваемых заранее зависимостях давления и плотности вещества от радиальной координаты. Однако можно заметить, что на бесконечности квадратная скобка после C_6 в выражении для $r(\sqrt{E})$ стремится к нулю и тогда с учетом (595) и (598) получаем:

$$\sqrt{E(r)} = r + \frac{\gamma M_0}{c^2} - \frac{3\gamma^2 M^2}{5c^4 R} + \frac{2\pi\gamma R^2\sqrt{E(0)}\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}. \qquad (603)$$

Устремляя в этом выражении координату r к нулю, получаем оценку $\sqrt{E(0)}$:

$$\sqrt{E(0)} \sim \frac{\dfrac{\gamma M_0}{c^2} - \dfrac{3\gamma^2 M^2}{5c^4 R}}{1 - \dfrac{2\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}} \sim \frac{\gamma M_0}{c^2}. \qquad (604)$$

Подставляя в (592) и (593) постоянную C_2 из (595) с помощью (598), (603), (604) окончательно определяем компоненты метрического тензора вне тела:

$$g_{00} = \frac{r - \dfrac{\gamma M_0}{c^2}\left(1 + \dfrac{2\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}\right) + \dfrac{\gamma^2 M^2}{c^4}\left(\dfrac{3}{5R} - \dfrac{1}{r}\right)}{r + \dfrac{\gamma M_0}{c^2}\left(1 + \dfrac{2\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}\right) - \dfrac{3\gamma^2 M^2}{5Rc^4}},$$

$$g_{22} = -\left[r + \frac{\gamma M_0}{c^2}\left(1 + \frac{2\pi\gamma R^2\left[\rho_0 - P_0/(3c^2)\right]}{c^2}\right) - \frac{3\gamma^2 M^2}{5Rc^4}\right]^2,$$

$$g_{11} = -\frac{1}{g_{00}}, \quad g_{33} = g_{22}\sin^2 Q.$$

здесь M_0 — масса тела при $r = R$ по формуле (596),

M — гравитационная масса, входящая в выражение для скалярного гравитационного потенциала вне тела: $\psi = -\gamma M/r$,

R — радиус однородного по плотности тела,

r — текущий радиус,

ρ_0 и P_0 — плотность вещества и давление соответственно,

γ — гравитационная постоянная,

c — скорость света.

Если сравнивать полученную метрику с результатом из [117], то можно увидеть, что вклад массы-энергии от гравитационного поля привел к появлению членов второго порядка малости, то есть содержащих величину c^4 в знаменателе (в [117] эти члены отсутствуют).

§ 48. 6. Гравитоны

Математически идея о всеобщем тяготении, восходящая еще к античности, была оформлена только в 1687 г. Ньютоном. Одна из официально известных попыток обьяснить тяготение действием гравитонов была сделана в 1784 г. швейцарским физиком и математиком Жоржем Лесажем (1724 — 1803). То, что любое действие на расстоянии должно иметь своего переносчика, кажется вполне естественным, неясным остается лишь вопрос о природе такого переносчика. Вероятнее всего, это должны быть очень мелкие многочисленные частицы, движущиеся с большими скоростями и постоянно взаимодействующие с окружающими телами. Тогда цельность всех материальных обьектов является следствием баланса сил гравитации и внутренних сил от давления (движения) частиц, составляющих эти обьекты. Из пропорциональности сил тяготения массе тел следует, что гравитационная масса отражает способность тела задерживать часть гравитонов и соответственно получать от них импульс силы. Согласно общей теории относительности, масса определяется не только количеством частиц в теле, но и характером их взаимодействия или общей (суммарной) энергией. Если гравитоны более или менее равномерно распределены в пространстве и являются характерным свойством материи, то это позволяет связать глобальное и локальное, инертные и гравитационные массы в несколько переделанном принципе Маха: Ускорения тел при взаимодействиях определяются не только самими телами (их массами), но и свойствами окружающей их среды.

Рассмотрим модель поля тяготения как потока гравитонов. На рисунке 87 показаны два элемента массы M_1 и M_2 толщиной x_1 и x_2 соответственно в виде шаровых сегментов, находящихся на расстоянии R друг от друга. Сегменты имеют одинаковую площадь и опираются на один и тот же телесный угол α. Часть гравитонов, влетающих справа и слева внутрь телесного угла α, передает свой импульс сегментам и тем самым прижимает их друг к другу. Массы сегментов равны:

$$M_1 = \rho_1 \alpha (R/2)^2 x_1, \quad M_2 = \rho_2 \alpha (R/2)^2 x_2, \tag{605}$$

где ρ_1, ρ_2 — плотности вещества сегментов.

Обозначим число гравитонов, влетающих снаружи в единицу времени в единичный телесный угол $d\alpha$ и тем самым имеющих компоненту импульса внутрь этого угла, через A_0:

$$A_0 = \frac{dN_0}{dt\, d\alpha}.$$

Будем считать, что количество поглощенных гравитонов в единицу времени в слое вещества толщиной x и плотностью ρ пропорционально числу влетающих гравитонов:

$$dA = -\aleph \rho x A, \quad A = A_0 \exp(-\aleph \rho x) \tag{606}$$

где dA — число поглощенных гравитонов,

$\aleph$ — коэффициент поглощения,

A — число гравитонов, проходящих слой вещества толщиной x.

Действующая сила есть импульс, переданный веществу поглощенными гравитонами в единицу времени:

$$F = \alpha m c\, dA,$$

где m — масса одного гравитона,

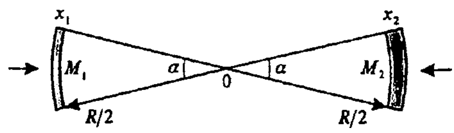


Рис. 87. Действие гравитонов на шаровые сегменты с массами M_1 и M_2 и толщиной x_1 и x_2 приводит к притяжению сегментов друг к другу.

c — скорость движения гравитона (предположительно равная скорости света).

Поток гравитонов слева последовательно воздействует на элементы массы M_1 и M_2, создавая силы F_1 и F_2' соответственно:

$$F_1 = \alpha mc\Delta A_1 = \alpha mc(A_0 - A_1) = \alpha mcA_0(1 - \exp(-\aleph\rho_1 x_1)) \sim \alpha mcA_0\aleph\rho_1 x_1,$$
$$F_2' = \alpha mc\Delta A_2' = \alpha mc(A_1 - A_2') \sim \alpha mcA_1\aleph\rho_2 x_2 =$$
$$= \alpha mcA_0\aleph\rho_2 x_2\exp(-\aleph\rho_1 x_1).$$

Здесь мы раскладывали экспоненту для случая малого аргумента:

$$\exp(-y) \sim 1 - y.$$

Для потока гравитонов справа аналогично имеем:

$$F_2 = \alpha mc(A_0 - A_2) = \alpha mcA_0\aleph\rho_2 x_2,$$
$$F_1' = \alpha mcA_0\aleph\rho_1 x_1\exp(-\aleph\rho_2 x_2).$$

Сила тяготения равна: $F = F_1 - F_1' = F_2 - F_2'$. Для вычисления F можно взять любую разность сил, в частности, для первой имеем:

$$F = F_1 - F_1' = \alpha mcA_0\aleph\rho_1 x_1(1 - \exp(-\aleph\rho_2 x_2)) \sim \alpha mcA_0\aleph^2\rho_1 x_1\rho_2 x_2.$$

Видно, что при прочих равных условиях сила пропорциональна плотностям вещества ρ_1 и ρ_2. С учетом (605) сила F примет вид:

$$F = \frac{4mcA_0\aleph^2}{\alpha(R/2)^2}\frac{M_1M_2}{R^2}.$$

Благодаря симметрии между массами M_1 и M_2 выражение для силы можно записать так: $F = M_1g_2 = M_2g_1$, где g_2 (или g_1) — гравитационное ускорение от массы M_2 (M_1) в точке расположения массы M_1 (M_2). Поскольку все силы можно свести к гравитационным или электромагнитным, являющимся компонентами электрогравитационной силы, то из выражения для гравитационной силы F вытекает справедливость второго и третьего законов Ньютона: любая сила есть скорость изменения импульса, а сила действия равна силе противодействия с учетом запаздывания из-за ограниченной скорости передачи воздействий.

Если раскладывать экспоненту в (606) до членов второго порядка, то массы сегментов в выражении для гравитационной силы F умножаются на некоторый коэффициент, так что гравитационная масса $M_{гр}$ будет меньше массы M, вычисляемой через плотность и обьем:

$$M_{гр} = M(1 - \frac{\aleph\rho x}{2}),$$

где $\aleph$ — коэффициент поглощения гравитонов,
ρ — плотность вещества,
x — толщина вещества для потоков гравитонов.

С ростом плотности вещества отношение гравитационной массы $M_{гр}$ к массе M уменьшается, что напоминает обычно принимаемый постулат об уменьшении гравитационной массы за счет вклада отрицательной массы-энергии потенциального гравитационного поля или энергии связи вещества.

Приведенный выше анализ гравитационных сил, действующих на шаровые сегменты, позволяет при некоторых предположениях обьяснить и закон инерции, то есть независимость гравитационного ускорения от скорости перемещения тел в потоке гравитонов и отсутствие торможения гравитонами движущихся тел. Пусть массы M_1 и M_2 на рисунке 87 движутся влево с одной и той же скоростью v. Перейдем в систему координат, в которой массы M_1 и M_2 покоятся, причем потоки гравитонов становятся неравноценными: с левой стороны в единицу времени прибудет больше гравитонов, чем с правой, при этом энергия каждого «левого» гравитона может быть больше, чем у «правого». Поскольку источник гравитонов слева эффективно приближается к неподвижным массам M_1 и M_2 со скоростью v, то частота прихода гравитонов согласно эффекта Доплера увеличивается:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_0}{dt}\frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c},$$

здесь частота прихода гравитонов $\frac{dN_0}{dt}$ входит в величину A_0 в статическом случае. Предположим, что гравитоны совмещают свойства и частиц и волн, так что энергия каждого «левого» гравитона также растет в соответствии с эффектом Доплера, то есть:

$$E = E_0\frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c}.$$

С ростом энергии E и частоты прихода гравитонов $\frac{dN}{dt}$ растет импульс, который может передаваться в единицу времени массам M_1 и M_2. Если импульс гравитона p пропорционален его энергии E, то для каждой действующей силы на массы M_1 и M_2 должно быть:

$$F \sim \frac{dN}{dt}p \sim E^2.$$

Предположим теперь, что гравитоны взаимодействуют с веществом также, как в квантовой теории упругого рассеяния, и полное сечение взаимодействия пропорционально квадрату длины волны де Бройля гравитонов λ_r:

$$\sigma \sim \lambda_r^2.$$

Учитывая, что коэффициент поглощения $\aleph$ в (606) пропорционален σ, $\lambda_r \sim 1/E$ как для фотонов или быстрых частиц, можно записать: $\aleph \sim 1/E^2$ Тогда для сил имеем:

$$F \sim \frac{dN}{dt}p\aleph \sim F_0,$$

то есть зависимость от скорости движения v для сил F исчезает, силы F равны своим статическим значениям F_0, а эффект действия гравитонов и гравитация относительно независимы от состояния движения тел.

Как правило, сила гравитации представляется так:

$$F_{гр} = \frac{\gamma M_1 M_2}{R^2},$$

где γ — гравитационная постоянная,

R — расстояние между тяготеющими массами M_1 и M_2.

Сравнивая выражение для силы $F_{гр}$ с силой F для шаровых сегментов, находим:

$$\gamma = \frac{4mcA_0\aleph^2}{\alpha(R/2)^2}. \tag{607}$$

В (607) телесный угол α зависит от расстояния R между сегментами, так что мы можем при любом R считать например, что произведение $\alpha(R/2)^2 = 1\,м^2$ и является единичной площадью одного сегмента.

$$A_0 = \frac{N}{4\pi \cdot 1\,\text{сек}},$$

где N — число гравитонов, влетающих внутрь сферы в секунду,
4π — полный телесный угол.

$$F_0 = 4\pi A_0 mc,$$

где F_0 — полная гравитационная сила,
$m\,c$ — импульс одного гравитона.

$$\alpha(R/2)^2 = S, \quad \varepsilon = \frac{F_0}{S},$$

где S — площадь поверхности сферы,
ε — гравитационное давление или приблизительно средняя плотность гравитационной энергии.

В результате из (607) получим:

$$\gamma = \frac{\varepsilon \aleph^2}{\pi}. \qquad (608)$$

В реальных телах гравитационное давление распределено не только по поверхности сферы, но и по всему обьему, поэтому в качестве ε лучше брать плотность гравитационной энергии тела. Если все гравитоны застревают внутри тела на протяжении его радиуса, то плотность энергии ε достигает максимума и при $\gamma = const$ согласно (608) можно найти значение $\aleph$. Из условия существенного изменения экспоненты в (606) на длине радиуса шара r находим:

$$\aleph \rho r = 1 \quad \text{или} \quad \aleph = \frac{1}{\rho r}. \qquad (609)$$

Средняя плотность гравитационной энергии равна:

$$\varepsilon = -\frac{U}{V}, \quad U = -\frac{K\gamma M^2}{r}, \quad V = \frac{4\pi r^3}{3}, \quad M = \rho V, \qquad (610)$$

где U — гравитационная энергия,
V — обьем шара,
M — масса шара,
ρ — плотность вещества.
Подставляя $\aleph$ из (609) и ε из (610) в (608), после сокращения получим:

$$K = \frac{3}{4}.$$

Для однородного шара должно быть $K = 0{,}6$, при увеличении плотности к центру шара величина K обычно медленно растет. Полученное нами значение $K = 0{,}75$ вполне подтверждает справедливость (608).

В § 30 мы определяли характерные скорости звездных обьектов следующей формулой:

$$C_X = \sqrt{\frac{-U}{2M}}, \quad \text{отсюда} \quad \varepsilon = -\frac{U}{V} = \frac{2MC_X^2}{V} = 2\rho C_X^2,$$

и с учетом (608) и (609) находим:

Используя соотношение $C_X = W_X r$, получим окончательно:

$$W_X = \sqrt{\frac{\pi\gamma\rho}{2}}, \tag{611}$$

то есть характерная угловая частота вращения W_X гравитационно-связанного тела, близкая к предельно возможной величине, определяется только плотностью тела ρ и гравитационной постоянной γ (сравни с похожей формулой (272) для вращения малых планет). При $\rho = 2\cdot 10^{17}$ кг/м^3 для нейтронной звезды согласно Таблицы 65 можно оценить частоту вращения из (611): $W_X = 4{,}6\cdot 10^3$ с$^{-1}$ что практически совпадает с предельной частотой вращения пульсаров.

Найдем коэффициент поглощения гравитонов в нейтронной звезде из (608) и (610):

$$\aleph = \sqrt{\frac{\pi\gamma}{\varepsilon}} = \frac{2\pi r^2}{M\sqrt{3K}} = 3{,}7\cdot 10^{-22}\ \text{м}^2/\text{кг}, \tag{612}$$

здесь $r = R_S = 14{,}9$ км — радиус нейтронной звезды в Таблице 65,

$M = 2{,}8\cdot 10^{30}$ кг — масса нейтронной звезды,

$K = 0{,}6$ — коэффициент для однородной по плотности звезды.

Наша Земля гораздо менее плотная, чем нейтронная звезда, и гравитоны будут задерживаться очень слабо. С помощью (609) можно расчитать длину свободного пробега гравитонов в земном веществе:

$$\ell \sim \frac{1}{\aleph\rho_3} = 5\cdot 10^{17}\,\text{метров},$$

где $\aleph$ — коэффициент поглощения (612),

$\rho_3 = 5{,}5\cdot 10^3$ кг/м^3 — плотность Земли.

Зная длину свободного пробега, нетрудно оценить эффективное сечение взаимодействия гравитонов с веществом. В нейтронной звезде вещество почти однородно и состоит из нуклонов, длина свободного пробега приблизительно равна радиусу звезды: $\ell \sim r$, и сечение с учетом (609) равно:

$$\sigma \sim \frac{1}{n\ell} = \frac{\aleph\rho}{n} = \aleph M_U = 6\cdot 10^{-49}\,\text{м}^2, \tag{613}$$

здесь n — концентрация нуклонов в нейтронной звезде,

ρ — плотность вещества,

M_U — атомная единица массы.

Сечение взаимодействия гравитонов (613) очень мало и сравнимо с сечением только таких частиц, как нейтрино. Известно, что полное сечение взаимодействия нейтрино с обычным веществом линейно растет от 10^{-47} м^2 для нейтрино с энергией в десятки кэВ до величины 10^{-40} м^2 для нейтрино с энергией порядка 100 ГэВ [149]. Из (613) следует, что проникающая способность гравитонов такая же большая, как у нейтрино с энергией около 1 кэВ.

Если бы плотность нейтронной звезды была постоянной на любой глубине (приближение однородной по плотности звезды), то давление вещества почти линейно росло бы с глубиной, а число гравитонов и соответственно плотность их энергии с глубиной падали бы. В первом приближении можно записать: $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_в + \varepsilon_г = const$, где ε_0 — суммарная плотность энергии, $\varepsilon_в$ — плотность энергии давления сжатого вещества, $\varepsilon_г$ — плотность энергии гравитонов. В центре звезды $\varepsilon_г \sim 0$ и $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_в$, на поверхности звезды, наоборот, $\varepsilon_в \sim 0$ и $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_г$. Полагая, что ε_0 равна средней плотности энергии ε гравитационного поля нейтронной звезды, найдем с помощью (610) пространственную плотность энергии гравитонов $\varepsilon_г$:

$$\varepsilon_г \sim \varepsilon = -\frac{U}{V} = \frac{3K\gamma M^2}{4\pi r^4} = 1{,}5 \cdot 10^{33}\ \text{Дж/м}^3, \qquad (614)$$

здесь $K = 0{,}6$ — коэффициент, зависящий от распределения плотности вещества звезды,

γ — гравитационная постоянная,

M, r — масса и радиус нейтронной звезды по данным Таблицы 65.

Если гравитоны перемещаются со скоростью света, то поток их энергии через единичную площадку в единицу времени равен:

$$S_{гр} \sim \varepsilon_г c \sim 4{,}5 \cdot 10^{41}\ \text{Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \qquad (615)$$

В равновесии поток энергии гравитонов (615) внутрь поверхности любого тела должен компенсироваться обратным потоком энергии, при этом часть энергии гравитонов может быть преобразована в другие формы, например в поток тепла из тела наружу и электромагнитное излучение. При нарушении равновесия в звезде возникает коллапс, когда энергия потока гравитонов частично переходит в кинетическую энергию движения сжимающегося вещества. Вспышка сверхновой звезды начинается в тот момент, когда падающее на кор нейтронной звезды вещество останавливается ядерными силами, а кинетическая энергия вещества через излучение и магнитное поле переходит к оболочке звезды и разбрасывает ее.

Из изложенного вытекает, что в равновесии потоков энергии от вещества нейтронной звезды и потока гравитонов обобщенная температура вещества нейтронной звезды не может опуститься ниже определенного значения. Под обобщенной температурой здесь понимается следующее. Для температуры обычного идеального газа имеем:

$$E_{K1} = \frac{m\text{v}^2}{2} = \frac{3kT_1}{2}, \quad \text{откуда температура } T_1 = \frac{2E_{K1}}{3k},$$

здесь E_{K1} — средняя кинетическая энергия одной частицы газа,

m — масса частицы,

v — средняя скорость движения частицы,

k — постоянная Больцмана.

Для идеального твердого тела можно принять, что $E_{K1} = 0$, зато на каждую частицу тела приходится потенциальная энергия с модулем $|U_1|$. Тогда для температуры T_2 можно записать такое же выражение, как для T_1:

$$T_2 = \frac{2|U_1|}{3k}.$$

В обычных телах можно определять прямо или косвенно и T_1 и T_2. Введем обобщенную температуру T как среднее температур T_1 и T_2:

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{E_{K1} + |U_1|}{3k}.$$

Если потенциальная энергия $U_1 < 0$, то получим $L_1 = E_{K1} - U_1$, где L_1 – функция Лагранжа в расчете на 1 частицу атомного размера, а также:

$$T = \frac{L_1}{3k}.$$

В случае выполнения теоремы вириала (что характерно для звездных обьектов) имеем:

$$E_{K1} = \frac{|U_1|}{2}, \quad T = \frac{|U_1|}{2k} = \frac{E_{K1}}{k}.$$

Оценим обобщенную температуру T нейтронной звезды с помощью выражения для $|U_1|$:

$$|U_1| = -\frac{U}{\Phi'} = \frac{K_1 \gamma M^2}{\Phi' r}, \qquad T \sim \frac{|U_1|}{2k} = 4{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{K}, \qquad (616)$$

где U — потенциальная энергия звезды (610),

$\Phi' = 1{,}68 \cdot 10^{57}$ — количество нуклонов в звезде и одновременно коэффициент подобия по массе из Таблицы 65 (§ 46. 1),

$K_1 = 0{,}6$ — коэффициент для однородной по плотности звезды.

Зная плотность энергии гравитонов (614), можно найти температуру потока гравитонов как температуру соответствующего излучения:

$$\varepsilon_r \sim aT_r^4, \quad T_r \sim \left(\frac{\varepsilon_r}{a}\right)^{1/4} \sim 10^{12}\ \text{K}, \qquad (617)$$

здесь $a = 7{,}565 \cdot 10^{-16}$ Дж/(м$^3 \cdot$К^4) — постоянная плотности излучения.

Обобщенная температура вещества нейтронной звезды (616) и температура потока гравитонов (617) имеют один порядок величины, что и должно быть, если считать, что гравитоны полностью задерживаются на протяжении радиуса звезды.

Сдавливание вещества гравитонами приводит к уменьшению обьема V и увеличению давления P, и если считать вещество звезды идеальным газом, то справедлива формула:

$PV = N_ч kT_1$, где $N_ч$ — число частиц в звезде.

В то же время с учетом теоремы вириала $E_K \sim -U/2 \sim \frac{3}{2} N_ч kT_1$,

где E_K, U — кинетическая и потенциальная энергии звезды. Отсюда следует, что $PV \sim U/3$, то есть сжимаемое гравитонами вещество должно иметь не только потенциальную энергию U, но и некоторую температуру T_1, возникающую от постоянного взаимодействия потока гравитонов с веществом.

В центре звезды, где из-за большой плотности вещества поглощение гравитонов велико, температура T_1 должна быть максимальна, а ближе к поверхности плотность вещества и температура T_1 соответственно уменьшаются, так что формируется температурный градиент с потоком тепла наружу. Тепловая модель Земли, построенная с учетом градиента температуры в земной коре, общего теплового потока через поверхность, геофизических и химических данных предсказывает температуру в центре Земли порядка 5 — 6 тысяч градусов [72]. Из (616) для Земли находим среднюю температуру недр в кельвинах:

$$T_З \sim \frac{K_1 \gamma M_З^2}{2k N_ч R_З} \sim \frac{K_1 \gamma M_З M_U}{2k R_З} \sim 2300\ \text{K},$$

здесь $M_З$, $R_З$, $N_ч$ — масса, радиус и количество частиц Земли,

γ — гравитационная постоянная,

k — постоянная Больцмана,

M_U — атомная единица массы.

Аналогичный расчет для Солнца дает значение $T_C \sim 7\cdot 10^6$ K, благодаря чему в недрах Солнца возможны термоядерные реакции и избыточное выделение тепла по отношению к тепловому потоку, производимому взаимодействием гравитонов с веществом Солнца. Кроме постоянного гравитационного подогрева в планетах имеются собственные радиогенные источники тепла, которые становятся главными в случае маломассивных спутников типа Луны. Причиной теплового потока является также остывание ядер планет, которое с момента их образования отнюдь не закончилось.

В § 48. 2 был сделан вывод о том, что отношение гравитационной энергии к электромагнитной по порядку величины равно отношению масс протона и электрона. Следовательно, это должно быть справедливо и для отношения плотности энергии ядерной гравитации (смотри далее (618)) к плотности энергии равновесного фотонного газа. Считая фотонный газ в черной полости газом квантовых осцилляторов, с помощью распределения Планка плотность энергии может быть определена так:

$$\varepsilon_\phi = \int_0^\infty \frac{1}{\pi^2 c^3}\frac{\hbar\omega^3}{2}d\omega + \int_0^\infty \frac{1}{\pi^2 c^3}\frac{\hbar\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1}d\omega =$$

$$= \lim_{\omega\to\infty}\left(\frac{\hbar\omega^4}{8\pi^2 c^3}\right) + \frac{\pi^2 k^4 T^4}{15\hbar^3 c^3} = \varepsilon_0 + aT^4,$$

где $\hbar$ — постоянная Планка,

ω — угловая частота электромагнитных колебаний,

c — скорость света,

k — постоянная Больцмана,

T — температура черной полости,

a — постоянная плотности излучения, являющаяся комбинацией фундаментальных констант.

Первый интеграл в данном выражении представляет собой плотность энергии так называемых нулевых вакуумных колебаний электромагнитного поля, не зависящую от температуры (заметим, что вакуумные колебания проявляются в сдвиге уровней атома водорода (Лэмб, Резерфорд, 1947), в эффекте Казимира — смотри, например, [134], в появлении аномального магнитного момента у электрона и других частиц, в дельбрюковском рассеянии света на свете и так далее), однако этот интеграл расходится при больших частотах.

Для того чтобы оценить, насколько допустимы очень высокие частоты колебаний, используем известный исторический опыт. В свое время Эйнштейн «материализовал» казавшиеся до него совершенно бесплотными координатные оси и время, заменив их на жесткие стержни, линейки и часы. Результатом явилось сокращение длины, замедление времени и другие эффекты теории относительности. Предположим и мы, что наша черная полость состоит из реальных нуклонов, и для ее целостности частоты излучения не должны превышать такой величины, при которой фотоны смогли бы расщеплять нуклоны. Положим, что предельная энергия фотона не превышает энергию покоя (энергию связи) протона: $\hbar\omega_\Pi < M_p c^2$, где M_p — масса протона, и подставим значение ω_Π под знак предела в выражении для плотности энергии ε_0 вместо бесконечного значения частоты ω:

$$\varepsilon_0 < \frac{M_p^4 c^5}{8\pi^2\hbar^3} = 2\cdot 10^{35}\text{ Дж/м}^3.$$

При умеренных температурах в выражение для плотности энергии ε_{Φ} основной вклад вносит член ε_0, причем значение ε_0 при условии $\hbar\omega_{\Pi} = M_p c^2$ практически совпадает с плотностью энергии ядерной гравитации $\varepsilon_{я}$ из (618). Следовательно, из долговременной устойчивости вещества черной полости необходимо вытекает, что должно быть

$\frac{\varepsilon_{я}}{\varepsilon_{\Phi}} \sim \frac{\varepsilon_{я}}{\varepsilon_0} \gg 1$. Если принять, что отношение плотности энергии ядерной гравитации к плотности электромагнитного поля в черной полости равно отношению масс протона и электрона:

$\frac{\varepsilon_{я}}{\varepsilon_{\Phi}} \sim \frac{M_p}{M_E}$, то для предельной частоты равновесного электромагнитного излучения в полости следует условие: $\hbar\omega_{\Pi} \sim \frac{1}{6} M_p c^2$, и энергия отдельного фотона не должна превышать 1/6 энергии покоя протона. Очевидно, подобное условие должно быть справедливым и для звезд. И в самом деле, наибольшие наблюдаемые кванты энергии в эволюции звезд связаны со взрывами сверхновых и с нейтронными звездами, когда может выделяться энергия порядка десятых долей от массы-энергии звезды (например, часто принимается, что энергия нейтринного импульса при образовании нейтронной звезды составляет 1/10 от ее массы-энергии). Если бы черное тело состояло из нейтронных звезд, то в нем вполне были бы вероятны кванты с энергиями в десятые доли массы-энергии звезд (например, и от «естественных» столкновений нейтронных звезд) и почти невероятны более мощные кванты энергии, рожденные внутри черного тела. Таким образом, и для отношения «нулевых» равновесных энергий гравитационного и электромагнитного полей следует принять то же, что и для отношения этих полей внутри нуклонов и нейтронных звезд, в Метагалактике, а также для излучения этих полей (смотри § 48. 2) — то есть это величина порядка M_p / M_E, где масса протона M_p олицетворяет энергию гравитационного поля, а масса электрона M_E — энергию электромагнитного поля.

Попытаемся представить возникновение гравитационных волн в концепции гравитонов. Пусть наблюдатель находится в инерциальной системе отсчета, что выражается в отсутствии действующего на него ускорения. Если какая-то гравитационная масса неподвижна относительно наблюдателя, то получается неизменный во времени поток гравитонов и соответственно статическое гравитационное поле. Если же масса будет перемещаться относительно наблюдателя, то возникнут отклонения потока гравитонов от стационарного значения, перемещающиеся со скоростью движения самих гравитонов. Подобные колебания плотности потока гравитонов, фиксируемые наблюдателем, естественно считать гравитационными всплесками — волнами.

В § 46 было предположено, что нуклоны, как аналоги нейтронных звезд, были образованы под действием ядерной гравитации. Оценим плотность энергии ядерных гравитонов по формуле (614), заменив постоянную тяготения γ на постоянную ядерной гравитации Γ из (422) и подставив массу M_p и радиус протона R_p:

$$\varepsilon_{я} \sim \frac{3K_1 \Gamma M_p^2}{4\pi R_p^4} = 3 \cdot 10^{35}\ \text{Дж/м}^3. \qquad (618)$$

Плотность энергии ядерных гравитонов в 200 раз превышает плотность энергии обычных гравитонов (614), что по-видимому и обеспечивает целостность нуклонов даже внутри нейтронной звезды. Можно предположить, что гравитоны представляют собой целый спектр частиц с различной пространственной концентрацией в зависимости от энергии (и размеров) частиц и соответственно разной длиной свободного пробега в веществе.

Используем теперь теорию подобия и концепцию гравитонов для такого обьекта, как Метагалактика. Поскольку ни масса, ни размеры нашей Метагалактики точно не известны, в качестве модели для характеристики возможных свойств в § 36 была выбрана метагалактика с массой $M_М = 2{,}49 \cdot 10^{23}$ M_C (где M_C — масса Солнца) и радиусом $R_М = 1{,}19 \cdot 10^{10}$ пк (где 1 пк = $3{,}086 \cdot 10^{16}$ метра) такая, что ввиду своих свойств она представлялась экстремальной черной дырой Керра-Ньюмана. Согласно (334) и далее, полная энергия E такой черной дыры пропорциональна ее гравитационной энергии U и энергии покоя:

$$E = -M_М c^2 \sim U = -\frac{\gamma M_М^2}{R_М},$$

где c — скорость света,

γ — гравитационная постоянная.

Эквивалентное или возможное число нейтронных звезд в такой Метагалактике и отношение радиуса метагалактики к радиусу нейтронной звезды соответственно равны:

$$N = \frac{M_М}{M_S} = 1{,}8 \cdot 10^{23}, \quad \delta = \frac{R_М}{R_S} = 2{,}5 \cdot 10^{22}, \tag{619}$$

здесь M_S, R_S — масса и радиус нейтронной звезды из Таблицы 65.

Совершив переход к ядерным системам, рассмотрим «ядерную» метагалактику, в которой также находятся N нуклонов по (619), а размер ее равен $R_я = R_p \delta = 1{,}7 \cdot 10^7$ метров (здесь R_p — радиус протона, а величина δ из (619)). Мы должны считать, что такая «ядерная» метагалактика представляет собой гигантскую «ядерную» черную дыру, поскольку в ней должна действовать мощная ядерная гравитация с постоянной Γ из (422). Однако сделав обратный переход к макроскопическим системам, мы обнаруживаем обьект с массой порядка $N M_p = 3 \cdot 10^{-4}$ кг и радиусом $R_я = 1{,}7 \cdot 10^7$ метра, который теперь кажется нам весьма разреженным водородным газом с плотностью 10^{-26} кг/м^3, не имеющим никакого отношения к черным дырам. Поэтому мы должны считать гигантские «ядерные» черные дыры не существующими из-за того например, что ядерная гравитация просто перестает работать на расстояниях, существенно превышающих размеры нуклонов. Аналогично и нашу Метагалактику нельзя представлять гигантской черной дырой только лишь вследствие ее большой массы — уравнения гравитации могут оказаться недостаточными или даже непригодными для описания эволюции такого большого обьекта.

Наблюдаемой плотности вещества в Метагалактике $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3 соответствует плотность энергии $\varepsilon_М = \rho c^2 \sim 10^{-10}$ Дж/м^3. Если считать, что энергия гравитонов равномерно распределена в пространстве Метагалактики, то плотность энергии потока гравитонов (614) существенно превышает плотность энергии вещества. В то же время уравнения гравитации фактически учитывают только плотность энергии вещества, а постоянная гравитации предполагается неизменной на любых расстояниях и одинаковой для всех обьектов независимо от их размеров. В отсутствие гравитонов вполне можно было считать, что причиной тяготения является масса-энергия, и это позволяло Метагалактике либо сжиматься до очень малых размеров, либо наоборот, расширяться из одной точки (модель Большого взрыва). Наличие же гравитонов изменяет ситуацию так, что ни один обьект не может иметь плотность массы-энергии большую, чем плотность энергии потока самих гравитонов, и становится существенным эффект близкодействия гравитонов. В случае же коллапса Метагалактики образующиеся в ней в ходе эволюции нейтронные звезды остановят ее сжатие на некоторой стадии также, как в газовом облаке давление газа нуклонов всегда останавливает сжатие облака.

Связь между гравитационным полем и материальными телами тогда можно выразить так: гравитационное взаимодействие тел друг с другом есть следствие взаимодействия гравитонов с частицами этих тел, в то же время материальные тела сами образуются в ходе подобных процессов. В результате поле порождается частицами материальных тел и частицами-гравитонами и само состоит из них, а частицы всех видов возникают под действием поля.

Исходя из наблюдаемых космических явлений можно предположить следующую схему взаимодействия электромагнитного и гравитационного полей как компонентов электрогравитационного поля: электромагнитные процессы ответственны за ускорение заряженных частиц (космических лучей) и рождение фотонов различных энергий, распространяющихся в пространстве на большие расстояния. Массы и размеры этих частиц и энергии фотонов зависят от вида материи, их излучающей — это могут быть преоны, нуклоны, атомы, звезды, галактики и т. д. Все множество подобных частиц и квантов электромагнитной энергии образует гравитоны, которые воздействуют на вещество различных видов материи, сжимают его и увеличивают тем самым его электромагнитные свойства. Так электромагнетизм порождает гравитацию, а та в свою очередь создает разнообразные частицы — источники электромагнитного поля. Здесь также надо учесть, что построенная в § 48. 1. теория гравитационного поля подобна теории электромагнитного поля, так что гравитоны как и фотоны должны быть векторными частицами с единичным спином (в единицах постоянных действия соответствующих уровней материи, например, $L_x/(2\pi)$ для уровня преонов — смотри § 38. 2, постоянной Планка $\hbar$ для уровня нуклонов, звездной спиновой постоянной $\hbar_s$ (441) для уровня звезд).

В заключение опишем тривиальный рецепт создания антигравитационного двигателя. Допустим, что нами создан двухслойный материал, обладающий следующими свойствами. Верхний слой должен взаимодействовать с гравитонами таким образом, чтобы частично их пропускать, а частично отражать, как зеркало отражает излучение. Тогда изменение импульса от каждого отраженного гравитона будет равно 2 dp. Внутренний же слой должен отражать как можно меньше гравитонов, тогда изменение импульса на каждый поглощенный гравитон будет стремиться к величине dp. Если поместить такой материал в пространстве, то из-за разных сил давления от гравитонов он начнет двигаться в направлении, противоположном зеркальной стороне материала, создавая силу тяги.

§ 49. Энтропия

§ 49. 1. Аксиомы термодинамики и определения энтропии

Термодинамика, являющаяся в целом макроскопической теорией и исследующая усредненные свойства больших количеств вещества или ансамблей частиц, оперирует с физическими величинами двух типов: аддитивными (экстенсивными) типа обьема, энергии, массы, количества частиц, и неаддитивными (интенсивными) типа давления, температуры, концентрации частиц. Аддитивный параметр системы всегда равен сумме соответствующих аддитивных параметров подсистем данной системы, в то время как для неаддитивных величин это несправедливо. Например, для идеального газа можно записать:

$$PV = \frac{m}{M}RT, \quad E_K = N_ч \frac{3}{2}kT, \quad m = N_ч M_ч, \quad M = N_A M_ч, \tag{620}$$

$$R = kN_A\,,\quad PV = \frac{2}{3}E_K\,,\quad P = \frac{2E_K}{3V}\,,$$

здесь P — давление,
V — обьем,
m — масса газа в обьеме V,
M — масса одного моля газа,
R — газовая постоянная,
T — температура,
E_K — энергия движения частиц,
$N_ч$ — число частиц,
k — постоянная Больцмана,
$M_ч$ — масса одной частицы газа,
N_A — число Авогадро (число частиц в одном моле газа).

Если в последнем равенстве увеличить энергию E_K и обьем газа V в одно и тоже число раз за счет увеличения количества частиц $N_ч$, то давление (интенсивный параметр) в расширенной системе не изменится. Аналогично останутся неизменными и другие интенсивные величины:

$$T = \frac{2E_K}{3N_ч k}\,,\quad n = \frac{N_ч}{V}\,,\quad \rho = \frac{m}{V}\,,\quad \varepsilon = \frac{E_K}{V}\,, \tag{621}$$

здесь n — концентрация частиц,
ρ — плотность вещества,
ε — плотность энергии движения частиц.

Общим правилом в (620) и (621) является то, что отношение двух аддитивных величин уже не является аддитивной величиной. Кроме того, уравнение равновесного состояния идеального газа должно быть справедливо для любого его обьема и не должно вообще зависеть от аддитивных величин. В частности, из (620) и (621) получаем:

$$PV = N_ч kT\,,\quad P = nkT\,, \tag{622}$$

где давление P, концентрация частиц n и температура T являются неаддитивными переменными.

Энтропия системы относится к аддитивным величинам и по праву считается одной из самых загадочных функций состояния системы. Этому способствует и то, что ее прямое измерение затруднено. Для полноты картины перечислим основные постулаты термодинамики, которые почти все так или иначе связаны с энтропией (более подробно смотри, например, [88]):

1. Нулевое начало термодинамики: для каждой термодинамической системы существует состояние равновесия, которого она при фиксированных внешних условиях по истечении достаточно большого времени релаксации самопроизвольно достигает. При этом у изолированных систем в отсутствие потоков энергии и вещества извне интенсивные термодинамические параметры перестают зависеть от времени и выравниваются во всех точках. В состояниях устойчивого равновесия энтропия достигает локального экстремума.

2. Первое начало термодинамики (закон сохранения энергии) записывается обычно так:

$$dE = \delta Q - \delta A + \mu dN + \delta A', \tag{623}$$

то есть приращение энергии системы dE складывается из поступившего в систему количества тепла δQ за вычетом работы δA, выполненной системой над окружающей средой при изменении обьема, а также из энергии, переносимой количеством вещества dN (величина N измеряется в молях, μ — химический потенциал) и работы $\delta A'$, совершенной над системой внешними силами или полями. При отсутствии работы над системой и потоков энергии-вещества, когда $\delta A' = 0$, $\delta Q = 0$, $dN = 0$, выполнение системой работы δA приводит к тому, что $dE < 0$, и энергия системы E должна убывать. Из ограниченности энергии E следует, что вечный двигатель первого рода невозможен — бесконечное совершение работы над окружающей средой только лишь за счет изменения внутренней энергии системы запрещено.

Величина совершаемой работы δA не является полным дифференциалом, так как зависит не только от начального 1 и конечного 2 состояний системы, но и от пути перехода между ними, так что в общем случае $\delta A \neq A(2) - A(1)$. Аналогично количество полученной (переданной) теплоты δQ не является полным дифференциалом и зависит от условий процесса теплопередачи, $\delta Q \neq Q(2) - Q(1)$, и следовательно ни работа A, ни теплота Q не являются функциями состояния и потому сами по себе в термодинамической системе не сохраняются.

3. Второе начало термодинамики имеет несколько эквивалентных формулировок, самые известные из которых таковы:

а) Теплота не может сама по себе, без дополнительных затрат энергии, переходить от тел более холодных к более нагретым (Р. Клаузиус, 1850). Это утверждение явилось обобщением вывода С. Карно (1824) о неизбежном существовании в тепловой машине не только нагревателя с температурой T_1 и рабочего тела, но и так называемого холодильника с температурой $T_2 < T_1$, поглощающего остатки теплоты и уменьшающего тем самым коэффициент полезного действия машины η. В цикле Карно в тепловой машине с рабочим телом в виде идеального газа получается следующее:

$$\eta = \frac{\delta Q_1 - |\delta Q_2|}{\delta Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1,$$

где δQ_1 — теплота, полученная от нагревателя, $\delta Q_1 > 0$,

δQ_2 — теплота, переданная холодильнику, $\delta Q_2 < 0$.

Из данной формулы для коэффициента полезного действия в обратимом цикле Карно следует, что:

$$\frac{|\delta Q_2|}{\delta Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{|\delta Q_2|}{T_2} = 0.$$

Поскольку в конце замкнутого цикла тепло δQ_2 уходит из рабочего тела, то $\delta Q_2 < 0$, $|\delta Q_2| = -\delta Q_2$ и при $\delta Q_1 > 0$ имеем:

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = \oint \frac{\delta Q}{T} = dS_1 + dS_2 = dS = 0,$$

то есть изменения энтропии S рабочего тела за каждый полный цикл не происходит.

б) Существует такая функция состояния системы (энтропия S), изменение dS которой связано с количеством теплоты δQ и температурой T соотношением: $dS = \delta Q / T$, (Р. Клаузиус, 1865). В процессах релаксации в изолированной системе $dS \geqslant 0$.

в) Невозможен процесс, единственным результатом которого было бы совершение механической работы, произведенной в результате охлаждения теплового резервуара (Вильям Томсон (лорд Кельвин), 1851).

г) Невозможно построить вечный двигатель второго рода, то есть двигатель, полностью преобразующий полученную им теплоту в работу. Для тепловой машины это означает, что часть потока теплоты, переносимого рабочим телом от нагревателя, рассеется и не превратится в работу.

д) Вблизи каждого термодинамического состояния всегда есть состояния, перейти в которые с помощью адиабатического квазистатического процесса невозможно (К. Каратеодори, 1909).

4. Третье начало термодинамики (принцип В. Нернста, 1906): В любом изотермическом процессе, проведенном при абсолютном нуле температуры, изменение энтропии равно нулю, то есть $dS(T=0)=0$. Отсюда находим, что $S(T=0)=const$ и энтропия при нуле температуры не изменяется при малых приращениях каких либо термодинамических параметров (кроме самой температуры). В 1910 г. М. Планк, основываясь на статистическом определении энтропии, сформулировал следующий принцип: энтропия термодинамической системы при нуле абсолютной температуры равна нулю, $S(T=0)=0$.

5. В качестве еще одного предельного принципа термодинамики целесообразно выделить следующее утверждение: абсолютный нуль температуры не достижим. В самом деле, из квантовой механики следует существование так называемых нулевых колебаний, имеющихся в системе даже при самых низких температурах. Эти квантовые колебания выражаются в движениии основных наблюдаемых частиц — фотонов — квантов поля, электронов и нуклонов — частиц вещества, а также и в движении всех составляющих их более мелких частиц. Для достижения абсолютного нуля температуры необходимо остановить все возможные движения в системе, что представляется совершенно невозможным в предположении бесконечной делимости материи, относительной независимости уровней материи друг от друга и невозможности полной изоляции системы от окружающей среды.

Сочетание первого и второго начал термодинамики позволяет составить дифференциальный баланс энергии системы со значком δ, символизирующим неполный дифференциал, относящимся только к работе внешних сил $\delta A'$. Записывая работу самой системы в виде $\delta A = pdV$, количество тепла $\delta Q = TdS$, находим:

$$dE = TdS - PdV + \mu dN + \delta A'. \tag{624}$$

В 1872 г. Л. Больцман выяснил статистическую природу энтропии, получив для нее следующую формулу:

$$S = k\ln\overline{W}, \tag{625}$$

где k — постоянная Больцмана,

$\overline{W}$ — термодинамическая вероятность системы, или статистический вес, или число микросостояний системы, возможных для данного макросостояния с определенным набором термодинамических параметров, или часть обьема фазового пространства, доступного системе в данном макросостоянии.

Для дискретного статистического распределения вероятностей частиц системы энтропию можно представить так:

$$S = -N_ч\sum_i w_i\ln w_i, \tag{626}$$

где $N_ч$ — число частиц,

w_i — функция распределения вероятностей или вероятность пребывания системы в состоянии с данными i параметрами (например, N_i частиц имеет энергию E_i).

Согласно (625) возрастание энтропии при релаксации в изолированной системе обусловлено переходом системы из менее вероятного термодинамического состояния в более вероятное с соответствующим перераспределением энергии по подсистемам. В равновесии энтропия системы достигает максимума, величина $\overline{W}$ в (625) также максимальна, что дает основание считать равновесное состояние наиболее достижимым хаосом с предельным разбросом координат и импульсов частиц, а величину энтропии — мерой этого хаоса.

Информационная энтропия $S_И$ вводится как мера неопределенности сообщений, которые передаются символами $x_1......x_n$, причем появление величин x_i пропорционально их вероятностям $P_1.......P_n$:

$$S_И = - N_C \sum_i P_i \ln P_i\,, \qquad \sum_i P_i = 1, \tag{627}$$

N_C — количество символов в сообщении.

Энтропия $S_И$ равна нулю, если какие-то $P_i = 1$, а остальные $P_k = 0$. Тогда информация полностью достоверна, а ее неопределенность равна нулю. Однако при этом новая информация также равна нулю, поэтому полагают, что информационная энтропия (627) есть средняя информация сообщения, а для термодинамической системы вводят информацию $I = kS_И$. Связь между физической энтропией S и информационной энтропией $S_И$ одной и той же системы в предположении, что информация об одной частице соответствует одному символу, имеет вид:

$$- \Delta S = kS_И = I, \tag{628}$$

где k — постоянная Больцмана.

Если $P_i = 1/2$, $i = 1, 2$, то для сообщения длиной в один символ ($N_C = 1$) имеем:

$$S_И = - \sum_{i=1}^{2} P_i \ln(\frac{1}{2}) = - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})\ln(\frac{1}{2}) = \ln 2.$$

При $P_i = 1/2$ сообщения передаются двоичным кодом, самое короткое сообщение имеет энтропию $S_И = \ln 2$, а данное количество информации называется битом. Из (628) следует, что 1 бит $= k \ln 2 = 0{,}956 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, то есть при температуре 1 К требуется энергия порядка 10^{-23} Дж, чтобы узнать состояние одной частицы. Из (625) и (628) получаем:

$$I = k\ln(\overline{W}_1/\overline{W}_2) = S_1 - S_2 = - \Delta S = \Delta \$,$$

где $\overline{W}_1$ — начальная термодинамическая вероятность,

$\overline{W}_2$ — конечная термодинамическая вероятность после получения информации I (в расчете на одну частицу),

$\Delta\$$ — положительное приращение негэнтропии (отрицательной энтропии). Информация будет положительной при $\overline{W}_1 > \overline{W}_2$, то есть для получения информации в систему добавляется энергия, уменьшающая ее начальную энтропию S_1 до величины S_2. Поскольку было принято $k = 1$ бит/ln 2, то:

$$\Delta S = - I = - 1\text{бит}\,\frac{\ln(\overline{W}_1/\overline{W}_2)}{\ln 2} = \log_2(\overline{W}_2/\overline{W}_1).$$

Таким образом, энтропия есть мера недостатка информации о действительной структуре состояний системы [34].

§ 49. 2. Четвертое определение энтропии

К сожалению, термодинамическое, статистическое и информационное определения энтропии не позволяют до конца понять ее сущность, что является следствием макроскопического и усредненного в целом подхода. На самом же деле энтропию следует связывать с микроскопически действующими на каждую частицу силами, выражающимися через массы и заряды частиц и величины напряженностей действующих полей. Кроме энтропии самих частиц необходимо также учитывать энтропию поля внутри и вокруг частиц.

Составим полный дифференциальный баланс энергии системы типа (623) с тем, чтобы извлечь из него микроскопическое определение энтропии. Для этого возьмем суммарную плотность энергии ε идеальной сжимаемой жидкости (газа), которая согласно (549) состоит из плотности энергии вещества t^{00} и плотностей гравитационной U^{00} и электромагнитной W^{00} энергий:

$$\varepsilon = t^{00} + U^{00} + W^{00}.$$

Умножая обе части этого равенства на инвариантный обьем $V = V_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$, обозначая $E = \varepsilon V$, $u = U^{00} + W^{00}$, подставляя компоненту t^{00} из тензора (537) и беря дифференциалы, получим:

$$dE = d(t^{00}V) + d(uV) = \left[\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + (L - P_0)\sqrt{1 - v^2/c^2}\right]dV_0 +$$

$$+ V_0 d\left[\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + (L - P_0)\sqrt{1 - v^2/c^2}\right] + u\,dV + V\,du, \qquad (629)$$

здесь dE — приращение полной энергии в обьеме V, в том числе и за счет увеличения обьема системы на dV,
ρ_0 — плотность вещества в покоящейся относительно него системе отсчета,
P_0 — давление в покоящейся системе отсчета,
c — скорость света,
v — скорость движения элемента вещества,
L — функция согласно (546),
V_0 — обьем в покоящейся относительно вещества системе отсчета,
u — плотность энергии поля.

Преобразуем второй член в правой части (629), применяя оператор (540) к величине $(L - P_0)$, подставляя вместо частной производной $\frac{\partial(L - P_0)}{\partial t}$ ее выражение из (542), и используя равенство: $d\rho_0 = d(\frac{m}{V_0}) = \frac{dm}{V_0} - \frac{m\,dV_0}{V_0^2}$,

где m — масса вещества, а также выражение для дивергенции скорости из (545) и равенство $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор элемента вещества:

$$V_0 d\left[\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + (L - P_0)\sqrt{1 - v^2/c^2}\right] =$$

$$= V_0 d\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) + V_0\sqrt{1 - v^2/c^2}\,dt\frac{d(L - P_0)}{dt} + V_0(L - P_0)\,d\left(\sqrt{1 - v^2/c^2}\right) =$$

$$= V_0 d\left(\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) + V_0(L - P_0)\,d\left(\sqrt{1 - v^2/c^2}\right) +$$

$$+V_0 dt\sqrt{1-v^2/c^2}\left[\frac{\partial(L-P_0)}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\operatorname{grad}(L-P_0)\right]=$$

$$=V_0 d\left(\frac{\rho_0 c^2+P_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)+V_0(L-P_0)d\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)+$$

$$+V_0 dt\sqrt{1-v^2/c^2}\left[\frac{\rho_0\mathbf{v}\cdot G}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-\frac{c^2\rho_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{d}{dt}\left(\frac{P_0}{1-v^2/c^2}\right)-\frac{P_0}{1-v^2/c^2}\left(-\frac{d\rho_0}{\rho_0 dt}-\frac{\mathbf{v}}{c^2-v^2}\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)+\mathbf{v}\cdot\operatorname{grad}(L-P_0)\right]=$$

$$=\frac{V_0c^2 d\rho_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-V_0P_0 d\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)+V_0(L-P_0)d\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)+$$

$$+V_0\rho_0 d\mathbf{r}\cdot G+\frac{P_0V_0 d\rho_0}{\rho_0\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{P_0V_0\mathbf{v}\cdot d\mathbf{v}}{c^2(1-v^2/c^2)^{1,5}}+V_0\sqrt{1-v^2/c^2}\,d\mathbf{r}\cdot\operatorname{grad}(L-P_0)=$$

$$=V_0(L-P_0)d\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)+V_0\rho_0 d\mathbf{r}\cdot G+$$

$$+V_0\sqrt{1-v^2/c^2}\,d\mathbf{r}\cdot\operatorname{grad}(L-P_0)+\frac{c^2dm}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-$$

$$-\frac{\rho_0c^2dV_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{P_0V_0dm}{m\sqrt{1-v^2/c^2}}-\frac{P_0dV_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Учтем теперь, что $V_0\rho_0\,d\mathbf{r}\cdot G=m\,G\cdot d\mathbf{r}$ как произведение гравитационной силы $m\,G$, действующей на малый элемент обьема V_0 с массой m, на перемещение $d\mathbf{r}$ есть работа, и что уравнение (542) не включает работы электромагнитной силы $q\,E_э\cdot d\mathbf{r}$ (q — заряд, $E_э$ — напряженность электрического поля), которую поэтому следует добавить в (629). Кроме этого после подстановки преобразованного второго члена в (629) имеем:

$$(L-P_0)\sqrt{1-v^2/c^2}\,dV_0+V_0(L-P_0)\,d\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)=$$

$$=(L-P_0)d\left(V_0\sqrt{1-v^2/c^2}\right)=(L-P_0)dV.$$

В результате (629) принимает следующий вид:

$$dE=(L-P_0)dV+mG\cdot d\mathbf{r}+q\,E_э\cdot d\mathbf{r}+V\,d\mathbf{r}\cdot\operatorname{grad}(L-P_0)+$$

$$+\left(\frac{c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{P_0V_0}{m\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)dm+u\,dV+V\,du.$$

Произведем дальнейшие преобразования:

$$(L-P_0)dV+u\,dV=(u+L-P_0)dV.$$

Заменим массу вещества выражением $m=MN$, где M — масса одного моля вещества, N — количество вещества в молях, тогда при $dm=M\,dN$ получим:

$$\left(\frac{c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{P_0V_0}{m\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)dm=\mu\,dN, \tag{630}$$

$$\mu = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{P_0 V_0}{N\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ — химический потенциал.

Для идеального газа согласно (620) $P_0 V_0 = NRT$, а также:

$$\mu = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{RT}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \tag{631}$$

так что химический потенциал идеального газа зависит от температуры и вещество стремится переходить из области с большим химическим потенциалом в область с меньшим потенциалом также, как тепло переходит от тела с высокой температурой к телу с более низкой температурой. Вспомним теперь, что для суммы гравитационных и электромагнитных полей справедливо соотношение типа (547):

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_г + \boldsymbol{S}_p) = -\frac{\partial(U^{00} + W^{00})}{\partial t} - \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{G} - \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E}_э .$$

где $\boldsymbol{S}_г$ — вектор плотности потока гравитационной энергии (512),

$\boldsymbol{S}_p$ — вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Пойнтинга),

$\boldsymbol{J} = \dfrac{\rho_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ — вектор плотности массового тока,

$\boldsymbol{j} = \dfrac{\rho_э \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ — вектор плотности электрического тока,

ρ_0, $\rho_э$ — плотности вещества и электрического заряда соответственно в системе покоя,

$\mathbf{v} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ — скорость движения элемента вещества, имеющего массу и заряд.

С другой стороны согласно (540) можно записать:

$$\frac{d(U^{00} + W^{00})}{dt} = \frac{\partial(U^{00} + W^{00})}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\operatorname{grad}(U^{00} + W^{00}).$$

Возьмем отсюда частную производную по времени от величины $U^{00} + W^{00} = u$ и подставим ее в написанное выше выражение для дивергенции $\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_г + \boldsymbol{S}_p)$:

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_г + \boldsymbol{S}_p) = \mathbf{v}\cdot\operatorname{grad}u - \frac{du}{dt} - \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{G} - \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E}_э.$$

Умножим это равенство на $V\,dt = V_0\,dt\sqrt{1 - v^2/c^2}$, переставим его члены, и выражая плотности токов $\boldsymbol{J}, \boldsymbol{j}$ через плотности массы (заряда) и скорость $\mathbf{v}$, с учетом $m = \rho_0 V_0$, $q = \rho_э V_0$, $\mathbf{v}\,dt = d\boldsymbol{r}$, приходим к следующему:

$$m\boldsymbol{G}\cdot d\boldsymbol{r} + q\boldsymbol{E}_э\cdot d\boldsymbol{r} + V\,du = -V\,dt\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_г + \boldsymbol{S}_p) + V\,d\boldsymbol{r}\cdot\operatorname{grad}u.$$

Подставим левую часть этого равенства в выражение для приращения полной энергии dE и учтем предыдущие преобразования:

$$dE = -V\,dt\operatorname{div}(\boldsymbol{S}_г + \boldsymbol{S}_p) + (u + L - P_0)dV + \mu dN +$$
$$+ V\,d\boldsymbol{r}\cdot\operatorname{grad}(u + L - P_0). \tag{632}$$

До сих пор все выкладки производились для малого элемента вещества с инвариантным обьемом V. В общем же случае вместо умножения на обьем следует проводить интегрирование по обьему. В частности, поток гравитационной и электромагнитной энергии в обьем V за время dt следует отождествить с количеством теплоты δQ :

$$\delta Q = -\,dt\int_V \mathrm{div}(\boldsymbol{S}_\Gamma + \boldsymbol{S}_P)\,dV. \qquad (633)$$

В результате приращение полной энергии равно:

$$dE = \delta Q + (u + L - P_0)\,dV + \mu dN + V\,d\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0). \qquad (634)$$

Из (634) и (633) следует, что dE складывается из притока (оттока) энергии (теплоты δQ) в обьем V за время dt, изменения энергии поля и давления при увеличении обьема на dV, работы по изменению количества вещества в рассматриваемой термодинамической системе, работы по созданию градиентов плотности энергии поля и давления в обьеме V.

Далее в (650) будет показано, что $E = (u + L - P_0)V + \mu N$. Дифференцируя это равенство, сравнивая с (634) и учитывая, что:

$$V\,d(u + L - P_0) = V\,dt\frac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t} + V\,d\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0), \qquad (635)$$

получим: $\delta Q = V\,dt\dfrac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t} + N\,d\mu.$

Согласно (652) можно записать:

$$V\,dt\frac{\partial(L - P_0)}{\partial t} = V\,dt\left(-\frac{P_0}{T}\right)\frac{\partial T}{\partial t} = -\,dt\,NR\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}\,\frac{\partial T}{\partial t}.$$

С помощью (631) для идеального газа находим:

$$N\,d\mu = \frac{m + P_0V_0/c^2}{(1 - \mathrm{v}^2/c^2)^{1,5}}\,d\left(\frac{\mathrm{v}^2}{2}\right) + \frac{NR\,dT}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \delta E_K + \frac{NR\,dT}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}.$$

Учитывая, что $dT = dt\dfrac{\partial T}{\partial t} + d\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}\,T$, выражение для δQ принимает вид:

$$\delta Q = V\,dt\frac{\partial u}{\partial t} + \delta E_K + \frac{NR}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\,d\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}\,T + \frac{NR\mathrm{v}^2}{c^2\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\,dt\frac{\partial T}{\partial t},$$

то есть количество теплоты δQ, приходящее в систему за время dt, расходуется на рост со временем плотности потенциальной энергии u, увеличение кинетической энергии движения частиц вещества δE_K (с учетом вклада от массы-энергии от давления), создание градиента температуры в обьеме V, а также на нагревание вещества.

Если ввести дифференциал энтропии $dS = \delta Q/T$, где T — температура, то (634) принимает вид:

$$dE = T\,dS + (u + L - P_0)\,dV + \mu dN + V\,d\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0). \qquad (636)$$

Согласно (546) $dL = \dfrac{P_0\,d\rho_0}{\rho_0}$ и для несжимаемой жидкости $d\rho_0 = 0$ и $L = const$.

В равновесной термодинамике рассматриваются квазистатические обратимые процессы, когда каждое состояние предполагается квазиравновесным, переходы между конечными состояниями осуществляются медленно, и при малых изменениях параметров разность $(L - P_0)dV$ в (635) можно рассматривать как $-P\,dV$, где $P = P_0 - L$ — некоторое эффективное давление. В результате в равновесной термодинамике величина L не фигурирует. Если еще не учитывать изменение потенциальной энергии в обьеме dV, то (634) и (636) практически совпадают с обычными выражениями (623) и (624) для первого начала термодинамики.

Из (636) можно найти условия равновесия термодинамической системы:

– Если E, V, N являются константами, $\text{grad}(u + L - P_0) = 0$, то $dS = 0$ и энтропия системы S остается неизменной.

– Если E, S, V, N являются константами, то $\text{grad}(u + L - P_0) = 0$ и либо в системе отсутствуют градиенты плотности энергии поля и давления, либо они компенсируются друг с другом.

– Если S, N, $(u + L - P_0)$ являются константами, то $dE - (u + L - P_0)dV = 0$, и энтальпия $H = E - (u + L - P_0)V$ достигает минимального значения. Учитывая, что $E = (t^{00} + U^{00} + W^{00})V = (t^{00} + u)V$, и подставляя компоненту t^{00} из тензора (537), для энтальпии найдем:

$$H = \left[t^{00} - (L - P_0)\right]V = \frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - \mathrm{v}^2/c^2} V_0 \sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2},$$

или с учетом (630):

$$H = \frac{mc^2 + P_0 V_0}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \mu N. \tag{637}$$

– Если T, V, N являются константами, $\text{grad}(u + L - P_0) = 0$, то $dE - T\,dS = 0$, и свободная энергия $F = E - TS$ достигает минимума.

– Если T, N, $(u + L - P_0)$ являются константами, то:

$dE - T\,dS - (u + L - P_0)dV = 0$ и потенциал Гиббса Gi достигает минимума:

$$Gi = E - TS - (u + L - P_0)V = H - TS = \frac{mc^2 + P_0 V_0}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} - TS.$$

Найдем приращение энтропии, используя (635) и равенство:

$$d\left[(u + L - P_0)V\right] = (u + L - P_0)dV + V\,d(u + L - P_0), \tag{638}$$

а также определяя энергию E из выражения $H = E - (u + L - P_0)V$ с учетом значения энтальпии H из (637). Подставляя далее энергию E в (636), приходим к следующему:

$$dS = \frac{N\,d\mu + V\,dt \dfrac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t}}{T}.$$

Учитывая (630), для приращения энтропии dS получим:

$$dS = \frac{mc^2 d\left(\dfrac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\right) + m d\left(\dfrac{P_0 V_0}{m\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\right) + V\,dt \dfrac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t}}{T}. \tag{639}$$

Для примера применим данное соотношение для вычисления приращения энтропии идеального сжимаемого газа с постоянной массой m в отсутствие всяческих градиентов. В этом случае имеем:

$$mc^2 d\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\right) = \frac{m\,d(\mathrm{v}^2)}{2(1 - \mathrm{v}^2/c^2)^{1,5}} \sim d\left(\frac{m\mathrm{v}^2}{2}\right) \sim \delta E_K \sim \frac{3}{2} N_ч\, k\,dT,$$

где E_K — кинетическая энергия, а δE_K — ее приращение,

$N_ч$ — число частиц газа,

k — постоянная Больцмана,

T — температура.

Для идеального газа справедливо равенство $P_0 V_0 = \frac{m}{M} R T$, отсюда получим:

$$d\left(\frac{P_0 V_0}{m\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) \sim d\left(\frac{P_0 V_0}{m}\right) = \frac{R}{M} dT,$$

здесь R — газовая постоянная,

M — масса одного моля газа.

В однородном газе в отсутствие заметных градиентов можно принять, что величина $(u + L - P_0)$ зависит только от времени, тогда в (639) можно записать:

$$dt \frac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t} \sim d(u + L - P_0),$$

$$dS \sim \frac{3}{2} N_ч k \frac{dT}{T} + \frac{mR}{M}\frac{dT}{T} + \frac{V}{T} du + \frac{V}{T} dL - \frac{V}{T} dP_0.$$

При малых скоростях движения частиц $V = V_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \sim V_0$, $\frac{V_0}{T} = \frac{mR}{M P_0}$.

В члене вида $\frac{V}{T} du \sim \frac{mR}{M P_0} du$ содержится информация о зависимости энтропии от давления P_0 при изменении плотности потенциальной энергии u. С учетом (546) имеем:

$$\frac{V dL}{T} = \frac{V P_0}{T}\frac{d\rho_0}{\rho_0} \sim \frac{mR}{M}\frac{d\rho_0}{\rho_0},$$

и приращение энтропии dS можно проинтегрировать:

$$S - S' \sim \frac{3}{2} N_ч k \int_{T'}^{T} \frac{dT}{T} + \frac{mR}{M}\int_{T'}^{T}\frac{dT}{T} + \frac{mR}{M}\int_{u'}^{u}\frac{du}{P_0} + \frac{mR}{M}\int_{\rho'_0}^{\rho_0}\frac{d\rho_0}{\rho_0} - \frac{mR}{M}\int_{P'_0}^{P_0}\frac{dP_0}{P_0},$$

штрихованные величины означают состояние, от которого отсчитывается изменение энтропии. Согласно (620) $mR/M = N_ч k$, так что правую часть данного равенства можно переписать:

$$S - S' = \frac{3}{2} N_ч k \ln(T/T') + N_ч k \ln\left(\frac{T \rho_0 P'_0}{T' \rho'_0 P_0}\right) + N_ч k \int_{u'}^{u} \frac{du}{P_0}.$$

Наконец, если учесть уравнение состояния идеального газа, то:

$$P_0 V_0 = \frac{m}{M} RT, \quad P_0 = \frac{\rho_0 R T}{M}, \quad P'_0 = \frac{\rho'_0 R T'}{M}.$$

Отсюда находим: $\ln\left(\frac{T \rho_0 P'_0}{T' \rho'_0 P_0}\right) = \ln 1 = 0,$

$$S - S' = \frac{3}{2} N_ч k \ln(T/T') + N_ч k \int_{u'}^{u} \frac{du}{P_0}. \tag{640}$$

Пусть гравитационно-связанное газовое тело находится в равновесии, а величина u является плотностью гравитационной энергии. При постоянной массе, очень медленно изменяющемся обьеме и отсутствии значительных градиентов энтропия тела должна быть экстремальной, $dS = 0$, и из (640) следует:

$$dS = \frac{3}{2}N_ч k\frac{dT}{T} + N_ч k\frac{du}{P_0} = 0.$$

Для выполнения данного равенства при почти постоянном обьеме V_0 согласно уравнения состояния газа $P_0 V_0 = \frac{m}{M}RT = N_ч kT$ и соответственно $V_0 dP_0 = N_ч k dT$ следует использовать соотношение: $u = -1{,}5P_0$.

Обратная подстановка данной величины u в (640) дает:

$$S - S' = \frac{3}{2}N_ч k\ln(T/T') - \frac{3}{2}N_ч k\ln(P_0/P_0') = \frac{3}{2}N_ч k\ln(V_0/V_0'),$$

где S' — начальная энтропия тела,
V_0 — текущий обьем тела,
V_0'- начальный обьем тела.

Если под действием гравитации газовое тело уменьшает свой обьем, то $V_0 < V_0'$, $S < S'$, $dS < 0$, то есть энтропия уменьшается. Отрицательное приращение энтропии при условии $u = -1{,}5P_0$ означает, что при уменьшении обьема за счет работы сил гравитации из тела выделяется количество теплоты $\delta Q = TdS$ (энергия связи). Полагая, что $dS = \frac{3}{2}N_ч k\frac{dV_0}{V_0}$, для выделяющейся теплоты с учетом (620) находим:

$$\delta Q = E_K\frac{dV_0}{V_0},$$ где E_K— энергия движения частиц.

Рассмотрим изолированные системы, в которых отсутствуют постоянные потоки энергии и вещества в окружающую среду и обратные потоки извне внутрь каждой такой системы. В этом случае согласно (633) должна равняться нулю сумма векторов плотности потоков энергии $S_Г$ и S_P, что возможно в статических однокомпонентных полях, например, в постоянном электрическом поле без магнитной компоненты или в статическом гравитационном поле. Предположим, что полная энергия системы E постоянна, $dE = 0$, а некоторая одноразовая порция внутренней теплоты $\delta Q = TdS$ в соответствии с (636) была затрачена на приращение количества вещества dN, изменение обьема dV или на образование градиентов потенциальной энергии или давления (при этом энтропия системы за время dt уменьшится на dS за счет потоков энергии, описываемых векторами $S_Г$ и S_P и существующих в течении короткого интервала времени dt). Тогда в обратном процессе выравнивания градиентов или при возвращении к исходному состоянию из системы должна выделиться теплота δQ, если же систему изолировать, то теплота останется, а энтропия системы вернется к исходному состоянию. Обозначим подобное приращение энтропии системы через $dS_В$ (индекс «*В*» отмечает приращение энтропии за счет внутренних процессов выравнивания в изолированных системах). Тогда согласно (636) при $dE = 0$ имеем:

$$dS_В = \frac{-(u + L - P_0)dV - \mu dN - V d\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0)}{T}. \tag{641}$$

Используя (635) и (638) и обозначая через $U = uV$ потенциальную энергию вещества, относящуюся к обьему V, из (641) получим:

$$dS_В = \frac{-dU - d[(L - P_0)V] - \mu dN + V dt\dfrac{\partial(u + L - P_0)}{\partial t}}{T}.$$

Для квазистатических медленных процессов, рассматриваемых обычно в термодинамике, можно пренебречь частной производной по времени от плотности энергии поля и давления. В этом же приближении заменим разность $P_0 - L$ на эффективное давление P, причем будем считать, что $PV \sim PV_0 \sim NRT$, а также по (631) $\mu \sim Mc^2 + RT$.

Приращение энтропии принимает следующий вид:

$$dS_B \sim \frac{-dU + d(NRT) - (Mc^2 + RT)dN}{T} = \frac{-dU + NRdT - Mc^2dN}{T}, \quad (642)$$

здесь U — потенциальная энергия,
N — количество вещества в молях,
R — газовая постоянная,
T — температура,
M — масса одного моля,
c — скорость света.

Приведем характерные примеры роста энтропии в изолированных системах в процессах выравнивания.

1. Теплопроводность. Пусть имеются два различных идеальных газа с начальными температурами T_1 и T_2 соответственно, находящихся в тепловом контакте при постоянных обьемах. Если $T_1 > T_2$, то теплота переходит ко второму газу, T_1 уменьшается, а T_2 увеличивается. Тепловой баланс дает:

$$\delta Q_1 = N_1 C_V dT_1 = \frac{N_1 R}{\gamma - 1} dT_1, \quad \delta Q_2 = \frac{N_2 R}{\gamma - 1} dT_2, \quad -\delta Q_1 = \delta Q_2,$$

$dT_1 < 0$, $dT_2 > 0$, $C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1}$ — молярная теплоемкость идеального газа при постоянном обьеме,

γ — показатель адиабаты.

Согласно (642) при $dN = 0$ и неизменной потенциальной энергии ($dU = 0$) получится:

$$dS_B = \frac{N_1 R dT_1}{T_1} + \frac{N_2 R dT_2}{T_2} = -\frac{\delta Q_2(\gamma - 1)}{T_1} + \frac{\delta Q_2(\gamma - 1)}{T_2} =$$

$$= \frac{\delta Q_2(\gamma - 1)(T_1 - T_2)}{T_1 T_2} > 0.$$

2. Выравнивание количества вещества N в обьеме газа при $T = \text{const}$, $U = \text{const}$. Применим оператор (540) к величине N:

$$dN = dt\frac{\partial N}{\partial t} + d\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad}N.$$

Пренебрегая временной производной в dN для квазистатического процесса, из (642) находим:

$$dS_B = \frac{-Mc^2 d\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad}N}{T}. \quad (643)$$

В процессе выравнивания величина $d\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad}N < 0$ (здесь $d\mathbf{r}$ — вектор перемещения вещества) и следовательно $dS_B > 0$.

3. Установление равновесия в системе «газ под поршнем» при опускании массивного поршня от высоты h_1 до h_2 в поле тяжести. Изменение потенциальной энергии поршня равно (изменением потенциальной энергии газа можно пренебречь):

$$dU = M_П g h_2 - M_П g h_1 = -M_П g(h_1 - h_2) < 0,$$

где $M_П$ — масса поршня,

g — ускорение свободного падения.

Применение (642) при $dN = 0$ дает:

$$dS_в = \frac{-dU + NRdT}{T} = \frac{M_П g(h_1 - h_2) + NRdT}{T} > 0,$$

так как при сжатии N молей газа поршнем температура T газа растет, $dT > 0$.

4. Релаксация газа в гравитационном поле. Пусть в начальный момент поля нет и газ однороден по высоте, а при включении поля часть газа перемещается вниз, увеличивая там давление и концентрацию вещества в соответствии с распределением Больцмана (при этом давление газа с уменьшением высоты растет по экспоненте). Изменение потенциальной энергии порции газа с массой m можно оценить по перемещению его центра тяжести от высоты h_1 до высоты h_2, $h_1 > h_2$:

$$dU = mgh_2 - mgh_1 = -mg(h_1 - h_2) < 0.$$

Перераспределение газа приводит к возникновению градиента количества вещества N в обьеме и по аналогии с (643) при $dT = 0$ можно записать:

$$dS_в = \frac{-dU - Mc^2 dN}{T} = \frac{mg(h_1 - h_2) - Mc^2 dh \cdot \text{grad} N}{T} \geqslant 0,$$

здесь вектор перемещения массы газа dh и вектор градиента количества вещества grad N направлены в одну сторону. В начальный момент величина градиента grad N мала и $dS_в > 0$, но по мере экспоненциального роста этого градиента приращение внутренней энтропии $dS_в$ стремится к нулю.

5. Увеличение плотности электромагнитной энергии в черной полости. Известно, что для равновесного фотонного газа справедливы формулы:

$$E_И = VaT^4, \quad S_ф = V\frac{4}{3}aT^3,$$

где $E_И$ — энергия электромагнитного поля в обьеме V,

a — постоянная плотности излучения,

T — температура стенок черной полости,

$S_ф$ — энтропия фотонного газа.

Для дифференциалов величин $E_И$ и $S_ф$ при постоянном обьеме полости V выполняются соотношения:

$$dE_И = 4VaT^3 dT, \quad dS_ф = 4VaT^2 dT, \quad dS_ф = \frac{dE_И}{T}.$$

С другой стороны для вещества стенок полости при неизменном количестве вещества N ($dN = 0$) согласно (642) имеем:

$$dS_в = \frac{-dU + NRdT}{T}.$$

Если считать, что энергия $E_И$ фотонного газа со временем растет до равновесного значения, а потенциальная энергия электромагнитного поля перегретого вещества стенок настолько же уменьшается, то $dU < 0$, $dS_ф > 0$, $dS_в > 0$. Вблизи равновесия можно считать, что $dT = 0$, тогда $dS = dS_ф + dS_в > 0$ и суммарная энтропия вещества и равновесного внутреннего электромагнитного излучения (фотонного газа) в изолированной системе растет до некоторого максимума.

6. Осмотические явления. Жидкость (и даже твердое тело) можно рассматривать как сильно сжатый газ, в единице обьема которого находится большое количество

взаимодействующих между собой атомов. Из условий равновесия и устойчивости вытекает приблизительное равенство между силами притяжения атомов друг к другу и силами от внутреннего давления (отталкивания). В первом приближении внутреннее давление P_B в жидкости можно оценить по формуле для идеального сжимаемого газа с учетом соотношений $m = N_ч M_ч$, $M = M_ч N_A$, $R = N_A k$, так что имеем:

$$P_B V = \frac{m}{M} RT = NRT = N_ч kT, \quad P_B = \frac{\rho}{M} RT = nkT, \qquad (644)$$

где V — обьем,
m — масса газа,
M — масса одного моля,
$N_ч$ — количество частиц в массе газа m,
$M_ч$ — масса одной частицы,
N_A — число Авогадро,
R — газовая постоянная,
k — постоянная Больцмана,
T — температура,
N — количество молей газа,
ρ — плотность газа,
n — концентрация частиц газа.

Для воды $M = 1{,}8\cdot10^{-2}$ кг/моль, обьем одного моля (когда $N = 1$) $V = 1{,}8\cdot10^{-5}$ м^3 и при $T = 300$ K внутреннее давление по (644) получается порядка величины $P_B = 1{,}4\cdot10^8$ Па. Такие большие внутренние давления в жидкостях позволяют обьяснить тот факт, что они слабо сжимаются внешним давлением и нужно приложить большие усилия для того, чтобы разорвать обычную воду. Относительное изменение обьема под действием давления обычно определяется следующей формулой:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\varkappa P,$$

здесь $\varkappa$ — сжимаемость вещества.

Если $\Delta V/V = 1$, то $P \sim 1/\varkappa$ и для воды $P \sim 2{,}1\cdot10^9$ Па — это такое давление, которое необходимо, чтобы «растянуть» начальный обьем воды в два раза.

Для твердых тел по закону Гука имеем:

$$P = E\frac{\Delta\ell}{\ell},$$

где P — давление (напряжение), прилагаемое к телу,
E — модуль Юнга,
$\Delta\ell/\ell$ — относительное удлинение тела под действием давления.

При $\Delta\ell/\ell = 1$ получается $P = E$, так что для свинца $P = 1{,}6\cdot10^{10}$ Па, для иридия $P = 5{,}3\cdot10^{11}$ Па, и судя по сжимаемости (растяжимости) внутреннее давление в твердых телах не меньше, чем в жидкостях.

Предположим теперь, что в сосуде чистый растворитель отделен от раствора (состоящего из того же растворителя и некоторого вещества в нем) полупроницаемой мембраной, пропускающей только молекулы растворителя. Из-за присутствия вещества концентрация растворителя в растворе меньше, чем в чистом растворителе, поэтому растворитель будет переходить через мембрану в раствор. Диффузия растворителя в данных условиях называется осмосом и приводит к понятию осмотического давления P_0, которое определяется из соотношения:

$$P_P = P_P' + P_0, \qquad (645)$$

где P_P — внутреннее давление в чистом растворителе с одной стороны мембраны,

P'_P — парциальное внутреннее давление растворителя в растворе с другой стороны мембраны,

P_0 — осмотическое давление, равное такому внешнему давлению на раствор, при котором осмос (перенос растворителя через мемебрану) прекращается.

С другой стороны согласно (644) $P_P = \dfrac{N_P kT}{V}$ и внутреннее давление в чистом растворителе определяется числом частиц растворителя N_P в обьеме V. В растворе часть молекул растворителя заменена на молекулы растворенного вещества, число которых в таком же обьеме V равно N_B, так что $N_P = N'_P + N_B$. Далее получаем:

$$P_P = \frac{N_P kT}{V} = \frac{(N'_P + N_B)kT}{V} = P'_P + \frac{N_B kT}{V} = P'_P + P_B,$$

что соответствует закону Дальтона о том, что суммарное давление смеси газов равняется сумме парциальных давлений компонентов смеси. Сравнивая полученное выражение для P_P с (645), приходим к формуле Вант-Гоффа для осмотического давления между раствором и чистым растворителем, разделенных полупроницаемой мембраной:

$$P_0 = P_B = \frac{N_B kT}{V} = n_B kT, \quad P_0 < P_P,$$

где n_B — обьемная концентрация вещества в растворе,

P_P — внутреннее давление в чистом растворителе.

Обычно явление осмоса обьясняют несовпадением химических потенциалов двух подсистем — раствора и чистого растворителя, что приводит к обмену частицами между подсистемами при неизменном обьеме подсистем (то есть без выполнения работы над внешними телами). Из (642) с учетом (643) при $dU = 0$, $dT = 0$ рост энтропии при переходе к равновесному состоянию системы раствор — мембрана — чистый растворитель вполне можно обьяснить обычным выравниванием концентрации (давления) растворителя между подсистемами, так что приращение внутренней энтропии равно:

$$dS_B = \frac{-Mc^2 d\mathbf{r}\cdot \mathrm{grad}\, N}{T} > 0,$$

где M — масса одного моля растворителя,

c — скорость света,

grad N — пространственный градиент в распределении количества растворителя N между подсистемами,

$d\mathbf{r}$ — вектор перемещения молекул растворителя между подсистемами с характерной длиной порядка толщины мембраны.

7. Испарение жидкости с образованием новой фазы — пара при постоянной температуре. Из (642), (643) в предположении $dT = 0$ находим:

$$dS_B = \frac{-dU - Mc^2 d\mathbf{r}\cdot \mathrm{grad}\, N}{T}.$$

При удалении молекул из жидкости их потенциальная энергия растет, $dU > 0$, при этом произведение $d\mathbf{r}\cdot \mathrm{grad}\, N < 0$, поскольку в жидкости молекул больше, чем в паре, вектор градиента количества вещества grad N направлен от пара в сторону жидкости, а $d\mathbf{r}$ — в сторону пара. В результате $dS_B > 0$, а по мере насыщения пара grad N уменьшается и dS_B стремится к нулю. В равновесии можно считать, что dU

численно равна энергии связи $E_{св}$ молекул жидкости, вылетающих в паровую фазу и создающих градиент количества вещества, причем

$$E_{св} = M c^2 dr \cdot \mathrm{grad} N,$$

где dr — среднее расстояние между молекулами вблизи границы раздела фаз.

8. Пусть в сосуде с постоянным обьемом V находится газ при температуре T и в некоторый момент его частицы получают приращение скорости за счет работы внешних сил. Прибавка кинетической энергии частиц газа δE_K после установления равновесия приводит к увеличению температуры газа:

$$dT = \frac{2\delta E_K}{3N_ч k} = \frac{2\delta E_K}{3NR} > 0.$$

Из (642) при $dU = 0$, $dN = 0$ для приращения внутренней энтропии следует:

$$dS_в = \frac{NRdT}{T} = \frac{2\delta E_K}{3T} > 0.$$

Если начальное движение частиц было направлено в одну сторону, то с течением времени оно становится хаотическим из-за многочисленных взаимодействий частиц — энергия направленного движения в изолированной системе в конце концов диссипирует в разных направлениях.

Таким образом, внутренняя энтропия при релаксации изолированной системы в процессах диффузии, теплопроводности, вязкости, химических реакциях, фазовых переходах и т. д. возрастает и достигает максимума в равновесии. При флуктуациях в равновесной системе возникают силы, возвращающие ее в исходное состояние, так что для получения отклонения от равновесных параметров необходимо выполнить некоторую работу. Обычно поведение системы вблизи равновесия описывается правилом Ле Шателье (1884 г.):

«Всякая система, находящаяся в состоянии термодинамического равновесия, претерпевает в результате изменения одного из параметров термодинамического состояния такие смещения других ее параметров, которые, происходя сами по себе, вызвали бы изменение рассматриваемого параметра в противоположном направлении (то есть возникает некоторое сопротивление системы отклонению от равновесия).»

Следует заметить однако, что не по всем параметрам равновесие может быть устойчивым. При изменении некоторых параметров сила сопротивления может и не возникать или компенсироваться в сложной системе благодаря разным механизмам возникновения сил сопротивления. Отступления от правила Ле Шателье возможны также при больших отклонениях от истинного равновесия при переходах к метастабильным или динимически устойчивым равновесным состояниям, а также в открытых системах благодаря обмену массой, энергией и импульсом с окружающей средой.

Как будет показано далее в (650), полная энергия системы может быть представлена так: $E = (u + L - P_0)V + \mu N$. Будем считать, что сила, возвращающая систему к положению равновесия, выражается через градиент от полной энергии:

$$F = -\mathrm{grad} E = -V \mathrm{grad}(u + L - P_0) - \mu \mathrm{grad} N - \\ - (u + L - P_0)\mathrm{grad} V - N \mathrm{grad} \mu. \qquad (646)$$

Если разделить (641) на dr, взяв градиент в виде $\frac{\partial}{\partial r} = \mathrm{grad}$, то получится следующее:

$$T\,\mathrm{grad}\,S_B = -(u + L - P_0)\,\mathrm{grad}\,V - \mu\,\mathrm{grad}\,N - V\,\mathrm{grad}(u + L - P_0).$$

Подставим это в (646):

$$F = T\,\mathrm{grad}\,S_B - N\,\mathrm{grad}\,\mu. \tag{647}$$

Следовательно, возвращающая сила пропорциональна температуре и градиенту внутренней энтропии, возникающему при изменении состояния системы. Используя упрощенные выражения (642) для dS_B и (631) для химического потенциала идеального газа, а именно беря дифференциал $d\mu \sim \delta E_K / N + R\,dT$ (где δE_K — приращение кинетической энергии частиц газа), и деля их на $d\mathbf{r}$ для получения градиентов вдоль направления $d\mathbf{r}$, из (647) находим:

$$F \sim -\,\mathrm{grad}\,U - Mc^2\,\mathrm{grad}\,N - \mathrm{grad}\,E_K = -\,\mathrm{grad}\,E_C - Mc^2\,\mathrm{grad}\,N, \tag{648}$$

где $E_C = U + E_K$ — сумма потенциальной и кинетической энергий,
M — масса одного моля,
c — скорость света,
N — количество вещества в молях.

Наличие в (648) двух членов приводит к тому, что сила F вблизи от точки равновесия может иметь разные знаки и не всегда является возвращающей к прежнему состоянию равновесия силой. Например, при увеличении обьема в открытой системе жидкость — насыщенный пар, когда температура системы поддерживается постоянной за счет внешнего термостата, величина grad N растет, сила F направлена против grad$N$ и двигает молекулы из жидкости в пар, переводя систему к новому, а не к прежнему положению равновесия (при этом в отсутствие grad$N$ пар за счет grad E_C целиком превратился бы в жидкость). Поэтому правило Ле Шателье следует рассматривать как принцип смещения равновесия: «если на систему, находящуюся в равновесии, производится внешнее воздействие, то равновесие смещается в том направлении, при котором система как бы вновь восстанавливает свое прежнее состояние.»

Вернемся теперь к выражению (636) и оценим величину энтропии S в том случае, когда количество молей вещества N является медленно изменяющейся величиной, почти константой, то есть можно считать, что $dN \sim 0$. Разделив (636) на N, обозначая $E_1 = E/N$, $S_1 = S/N$, $V_1 = V/N$ (где E_1, S_1, V_1 — полная энергия, энтропия и обьем, приходящиеся на один моль вещества), получим:

$$dE_1 \sim T\,dS_1 + (u + L - P_0)\,dV_1 + V\,\mathrm{grad}(u + L - P_0)\,d(\mathbf{r}/N). \tag{649}$$

Из (636) и (649) также следует:

$$\mu = \frac{\partial E}{\partial N} = \frac{\partial (E_1 N)}{\partial N} = E_1 + N\frac{\partial E_1(S_1, V_1, \mathbf{r}/N)}{\partial N} =$$

$$= E_1 + N\left(\frac{\partial E_1}{\partial S_1}\frac{\partial S_1}{\partial N} + \frac{\partial E_1}{\partial V_1}\frac{\partial V_1}{\partial N} + \frac{\partial E_1}{\partial (\mathbf{r}/N)}\frac{\partial (\mathbf{r}/N)}{\partial N}\right),$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial S_1} = T, \quad \frac{\partial E_1}{\partial V_1} = u + L - P_0, \quad \frac{\partial E_1}{\partial (\mathbf{r}/N)} = V\,\mathrm{grad}(u + L - P_0),$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial N} = -\frac{S}{N^2}, \quad \frac{\partial V_1}{\partial N} = -\frac{V}{N^2}, \quad \frac{\partial (\mathbf{r}/N)}{\partial N} = -\frac{\mathbf{r}}{N^2}.$$

Подставляя данные частные производные в выражение для химического потенциала μ и умножая на N, найдем μ, а затем и энтропию:

$$\mu = E_1 - \frac{TS}{N} - \frac{(u + L - P_0)V}{N} - \frac{V\boldsymbol{r}\cdot \mathrm{grad}(u + L - P_0)}{N},$$

$$S = \frac{E - (u + L - P_0)V - \mu N - V\boldsymbol{r}\cdot \mathrm{grad}(u + L - P_0)}{T}.$$

Вспоминая, что: $E = \varepsilon V = (t^{00} + U^{00} + W^{00})V,$

$$uV = (U^{00} + W^{00})V, \quad V = V_0\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2},$$

$$t^{00}V = (\frac{\rho_0 c^2 + P_0}{1 - \mathrm{v}^2/c^2} + L - P_0)V_0\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2} = \frac{mc^2 + P_0V_0}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} + (L - P_0)V,$$

а также согласно (630): $\mu N = \dfrac{mc^2 + P_0V_0}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}.$

приходим к соотношениям:

$$E - (u + L - P_0)V - \mu N = 0. \qquad (650)$$

$$S = -\frac{V\boldsymbol{r}\cdot \mathrm{grad}(u + L - P_0)}{T}. \qquad (651)$$

Если статистическая теория представляет энтропию как величину, пропорциональную логарифму количества микросостояний системы, реализующих данное макросостояние, а теория информации — как количество неизвестной информации о системе, то из (651) следует, что энтропия характеризует структуру системы с точки зрения распределения энергии в обьеме внутри и вокруг системы, то есть меру связанности и взаимодействия частиц системы.

В качестве примера используем (651) для вычисления энтропии гравитационно-связанного тела в форме шара, погруженного в разреженную среду. В этом случае V и T — обьем и температура малого элемента вещества шара, u — плотность гравитационной энергии, связанной с данным элементом, а энтропия шара как аддитивная величина есть сумма энтропий всех малых элементов вещества. Предположим, что веществом шара является идеальный газ, для которого можно записать:

$$P_0V_0 = \frac{m}{M}RT, \quad P_0 = \frac{\rho_0}{M}RT, \quad \rho_0 = \frac{P_0M}{RT},$$

где m — масса газа в обьеме V_0,
ρ_0 — плотность вещества в системе покоя,
M — масса одного моля,
R — газовая постоянная.
Используем далее (546):

$$dL = \frac{P_0}{\rho_0}d\rho_0 = \frac{P_0M}{\rho_0R}d(\frac{P_0}{T}) = \frac{P_0M\,dP_0}{\rho_0RT} - \frac{P_0M\,P_0\,dT}{\rho_0RT^2} = dP_0 - \frac{P_0}{T}dT, \qquad (652)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{\partial P_0}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{P_0}{T}\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{r}}, \quad \text{или} \quad \mathrm{grad}(L - P_0) = -\frac{P_0}{T}\mathrm{grad}\,T.$$

Для упрощения расчетов примем, что температура и давление в центре шара максимальны и изменяются следующим образом:

$$T = \frac{A}{r + r_1} \sim \frac{A}{r}, \quad P_0 = \frac{B}{r + r_2} \sim \frac{B}{r},$$

здесь A, B, r_1, r_2 — некоторые константы,

r — текущий радиус, кроме этого радиус шара $R_ш \gg r_1, r_2$.

Тогда одна часть выражения (651) принимает вид:

$$- \boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad}(L - P_0) = -\frac{P_0}{T}\boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad} T \sim \frac{P_0}{T}\boldsymbol{r}\left(-\frac{A}{r^2}\right)\frac{\boldsymbol{r}}{r} = -\frac{P_0 A}{T r} \sim -P_0 \sim -\frac{B}{r}. \quad (653)$$

Вычислим градиент плотности энергии поля u, используя выражение (511) для плотности гравитационной энергии:

$$u = -\frac{1}{8\pi\gamma}G^2,$$

где γ — гравитационная постоянная,

G — гравитационное ускорение.

Внутри шара с однородной плотностью вещества ρ_0 имеем (смотри (568) и далее):

$$G = -\frac{\gamma M(r)}{r^2} = -\frac{4\pi\gamma\rho_0 r}{3}, \quad u = -\frac{2\pi\gamma\rho_0^2 r^2}{9},$$

$$- \boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad} u = \frac{2\pi\gamma\rho_0^2}{9}\boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad}(r^2) = \frac{4\pi\gamma\rho_0^2 r^2}{9}. \quad (654)$$

Для получения энтропии S_i в обьеме шара нужно проинтегрировать (651) по обьему шара с учетом (653), (654) и выражения для температуры $T \sim A/r$:

$$S_i = -\int_0^{R_ш} \frac{\boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad}(u + L - P_0)}{T} dV \sim \int_0^{R_ш} \left(\frac{4\pi\gamma\rho_0^2 r^3}{9A} - \frac{B}{A}\right) 4\pi r^2 dr =$$

$$= \frac{8\pi^2\gamma\rho_0^2 R_ш^6}{27A} - \frac{4\pi B R_ш^3}{3A}.$$

Хотя коэффициент B может быть любым, но при некотором его значении для определенного радиуса шара $R_ш$ энтропия S_i достигает экстремума. Допустим, что так это и есть, найдем B из условия равенства нулю производной от S_i и определим экстремальное значение S_i

$$\frac{dS_i}{dR_ш} = \frac{48\pi^2\gamma\rho_0^2 R_ш^5}{27A} - \frac{12\pi B R_ш^2}{3A} = 0, \quad B = \frac{4\pi\gamma\rho_0^2 R_ш^3}{9},$$

$$(S_i)_{экстр} = -\frac{8\pi^2\gamma\rho_0^2 R_ш^6}{27A} = -\frac{\gamma M_ш^2}{6A},$$

здесь $M_ш$ — масса однородного по плотности шара.

Предположим, что вне шара температура везде постоянна и равна температуре поверхности шара, то есть $T_ш \sim A/R_ш$, причем в этой области $\operatorname{grad}(L - P_0) = (-\operatorname{grad} T) P_0/T \sim 0$ и тогда основной вклад в энтропию по (651) вносит градиент плотности энергии поля. Основные соотношения для энтропии S_0 в области за пределами шара имеют вид:

$$G = -\frac{\gamma M_ш}{r^2}, \text{ где текущий радиус } r \geqslant R_ш, \quad u = -\frac{G^2}{8\pi\gamma} = -\frac{\gamma M_ш^2}{8\pi r^4},$$

$$- \boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad} u = -\frac{\gamma M_ш^2}{8\pi}\boldsymbol{r} \cdot \operatorname{grad}\left(\frac{1}{r^4}\right) = -\frac{\gamma M_ш^2}{2\pi r^4},$$

$$S_0 = -\int\limits_{R_ш}^{\infty} \frac{\mathbf{r}\cdot\operatorname{grad}u}{T_ш}dV = -\int\limits_{R_ш}^{\infty} \frac{\gamma M_ш^2}{8\pi r^4 T_ш} 4\pi r^2 dr = -\frac{2\gamma M_ш^2}{R_ш T_ш} \sim -\frac{2\gamma M_ш^2}{A}.$$

Суммарная энтропия внутри и вне шара будет равна:

$$S = (S_i)_{\text{экстр}} + S_0 = -\frac{\gamma M_ш^2}{6A} - \frac{2\gamma M_ш^2}{A} = -\frac{13\gamma M_ш^2}{6A} = -\frac{13\gamma M_ш^2}{6R_ш T_ш}. \qquad (655)$$

Учитывая определение средней температуры (616), для однородного шара находим:

$$U = -\frac{0{,}6\,\gamma M_ш^2}{R_ш}, \qquad \overline{T} = \frac{|U|}{2kN_ч} = \frac{0{,}3\,\gamma M_ш^2}{kN_ч R_ш},$$

где U — потенциальная гравитационная энергия шара,
$N_ч$ — число частиц шара,
k — постоянная Больцмана,
$\overline{T}$ — средняя температура вещества шара, так что энтропия (655) нашего шара, находящегося в разреженной среде с температурой $T_ш$, равна $S = -\dfrac{13N_ч k}{1{,}8}\dfrac{\overline{T}}{T_ш}$.

В предельном случае при равенстве средней и поверхностной температур, когда $\overline{T} \sim T_ш$, энтропия одной частицы гравитационно-связанного вещества в рамках нашего расчета стремится к величине $S/N_ч \sim -7{,}2k$ (здесь величина k — постоянная Больцмана, характеризующая атомный уровень материи и тесно связанная со свойствами нуклона. Очевидно, что для вещества, составленного из мельчайших преонов или, в противоположность этому, из нейтронных звезд, подобные постоянные должны быть совершенно другими).

Отрицательный знак энтропии S не противоречит тому, что по мере уменьшения радиуса и обьема приращение энтропии гравитационно-связанного газового тела отрицательно (смотри (640) и далее), поскольку при этом растет отношение $\overline{T}/T_ш$ и энтропия S соответственно уменьшается. Кроме того, из (636) следует, что $T = \dfrac{\partial E}{\partial S}$, и так как полная энергия шара E для его устойчивости должна быть все более отрицательной при уменьшении радиуса шара, то при отрицательном приращении энтропии температура T получается положительной, как этого и следует ожидать.

Анализ формулы (651) показывает, что она имеет структуру следующего вида:

$$S = \frac{K_1 U - K_2 PV}{T},$$

где K_1, K_2 — некоторые коэффициенты порядка нескольких единиц,
U — потенциальная энергия,
P — давление,
V — обьем элемента вещества,
T — температура.

Учитывая, что для идеального газа $PV = N_ч kT$, а его внутренняя кинетическая энергия $E_K = 1{,}5N_ч kT$, для энтропии приблизительно находим:

$$S = \frac{K_1 U - K_3 E_K}{T} \sim \frac{K(U - E_K)}{T} = -\frac{K\overline{L}}{T}, \qquad (656)$$

здесь мы положили $K_3 = 2K_2/3$ и предположили, что $K_1 \sim K_3 \sim K$.

Разность внутренней кинетической и собственной потенциальной энергий газа $E_k - U$ мы обозначили через $\overline{L}$ по аналогии с обычно используемой функцией Лагранжа La, которая для отдельной частицы равна разности кинетической энергии ее движения как целого и потенциальной энергии во внешнем поле. Как известно, функция Лагранжа входит в математическое выражение принципа наименьшего действия по Гамильтону:

«Если действие $D_r = \int_{t_0}^{t} La dt$, то движение системы из одной конфигурации в другую за время от t_0 до t происходит таким образом, что изохронная вариация $\delta D_r = 0$ (время не варьируется), при этом равенство нулю вариации действия приводит к уравнениям движения, выражающимся через частные производные от функции Лагранжа.»

Из соотношения (656) следует, что энтропия элемента вещества в системе отсчета, связанной с ним самим, приблизительно пропорциональна его внутренней функции Лагранжа $\overline{L}$. Кроме этого, из (656) можно выразить температуру:

$$T = \frac{K_1 U - K_3 E_k}{S} \sim \frac{\overline{L}}{(-S/K)} = \frac{\overline{L}/N_q}{[-S/(N_q K)]}. \tag{657}$$

В числителе данного выражения находится внутренняя функция Лагранжа в расчете на одну частицу вещества $L_1 = \overline{L}/N_q$, а в знаменателе — энтропия одной частицы $(-S/N_q)$, деленная еще на некоторый коэффициент K. В § 48. 6. было определено понятие обобщенной температуры $T = L_1/(3k)$, где L_1 — функция Лагранжа в расчете на одну частицу, k — постоянная Больцмана. Очевидно, что введенная таким образом обобщенная температура достаточно близка к температуре (657) по своему физическому содержанию.

Заметим, что обычно температура определяется как частная производная от полной энергии по энтропии, согласно (636) $T = \frac{\partial E}{\partial S}$, причем передаваемое телу количество теплоты связано с температурой и изменением энтропии соотношением $\delta Q = T dS$. Введенная так температура T совпадает с температурой тела только в квазистатическом обратимом процессе. Если же тепло вводится в тело с помощью излучения извне, то температура $T = \frac{\delta Q}{dS} = \frac{\partial E}{\partial S}$ будет уже температурой излучения, а не самого тела. В этом случае соотношение (657) следует считать более точным определением температуры тела.

В заключение поясним на простом примере, почему оказалось возможным иметь четыре определения энтропии. Предположим, что у нас имеется пустой сосуд, обьем которого неизвестен. Обьем, как и энтропия, является аддитивной величиной, и для его измерения тоже можно предложить не менее четырех способов. Нальем, например, в сосуд воду до краев и измерим разницу в массах пустого и полного сосудов — это будет масса воды m, откуда обьем сосуда $V = m/\rho$, где ρ — плотность воды. Если же в сосуде находится известное количество молей газа, то можно измерить давление и температуру этого газа и также оценить обьем из газового закона. Данные подходы напоминают обычное термодинамическое определение энтропии. По другому способу нужно запускать в сосуд отдельные молекулы и сосчитать их число N, тогда $V = N\mathrm{v}$, где v — обьем, приходящийся на одну молекулу в данных условиях. Этот подход условно соответствует статистическому определению энтропии, когда учитывается число частиц и их возможные состояния. В третьем способе можно облучить газ или жидкость в сосуде и по мощности обратного релаксационного излучения оценить число молекул и их суммарный обьем. Получение информации как следствие некоторой причины или процесса характерно и для определения информационной энтропии. Наконец, внутренний обьем сосуда без использования всякого постороннего вещества можно просто вычислить по формуле: $V = V_C - M/\rho_C$, где V_C — внешний обьем сосуда, M — масса сосуда, ρ_C — плотность вещества сосуда. Четвертое определение энтропии, представленное в данном параграфе, как раз и вытекает из прямого теоретического расчета.

§ 49. 3. Открытые системы

В отличие от изолированных систем открытые и тем самым неравновесные системы в соответствии с (633), (634), (636) обмениваются с окружающей средой теплотой и излучением (член δQ), веществом (член μdN), выполняют работу над внешними телами при изменении своего обьема (член $(u + L - P_0)dV$). Кроме этого может выполняться внутренняя работа за счет сил поля и давления и соответственно изменяться потенциальная энергия (член $V dr \cdot \mathrm{grad}(u + L - P_0)$).

При $\delta Q = T\,dS$ приращение полной энергии системы равно:

$$dE = T\,dS + (u + L - P_0)dV + \mu dN - V dr \cdot \mathrm{grad}(u + L - P_0). \qquad (658)$$

Как было показано в § 49. 2. , в изолированных системах в ходе релаксации при переходе к равновесию энтропия растет за счет выделения внутреннего тепла в диссипативных процессах. Мы назвали такую энтропию внутренней и обозначили как $S_в$ в отличие от наружной энтропии $S_н$, возникающей за счет обмена энергией с внешней средой. Суммарное изменение энтропии системы будет равно:

$$dS = dS_в + dS_н,$$

где согласно (633) $dS_н = \dfrac{\delta Q_н}{T} = -\dfrac{dt\int_V \mathrm{div}\, S_г\, dV}{T_г} - \dfrac{dt\int_V \mathrm{div}\, S_р\, dV}{T_р}$,

$S_г$, $S_р$ — векторы плотности потока гравитационной и электромагнитной энергии соответственно,

$T_г$ — температура гравитационного излучения,

$T_р$ — температура электромагнитного излучения.

Стационарная система через характерный период или законченный цикл возвращается к исходному состоянию, поэтому за это время полное изменение энтропии равно нулю:

$$dS = dS_в + dS_н = 0, \qquad (659)$$

и положительное приращение внутренней энтропии $dS_в$ должно компенсироваться отрицательным приращением энтропии, поступающей снаружи, то есть $dS_н < 0$.

Предположим, что в стационарную систему поступает количество теплоты δQ_1 с температурой T_1 и уходит количество теплоты δQ_2 с температурой T_2. Условие стационарности (659) для законченного цикла дает:

$$-dS_в = dS_н = \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{\delta Q_2}{T_2} \leqslant 0, \quad \delta Q_1 - \delta Q_2 = \delta A, \qquad (660)$$

где δA — выполненная за цикл работа над внешними телами, и мы принимаем, что здесь $\delta Q_1 > 0$, $\delta Q_2 > 0$, но перед δQ_2 стоит знак минус как у уходящей из системы теплоты.

В цикле Карно идеальной тепловой машины $dS_B = 0$ и $\dfrac{\delta Q_1}{T_1} = \dfrac{\delta Q_2}{T_2}$,

T_1 — температура нагревателя, T_2 — температура охлажденного газа, при которой остатки теплоты δQ_2 уходят в холодильник. Работа такой машины над окружающей средой возможна только при $T_1 > T_2$ и равна $\delta A = \delta Q_1 - \delta Q_2$.

В любой реальной системе присутствуют диссипативные процессы, $dS_B \neq 0$ и тогда по (660) $\delta Q_1/T_1 < \delta Q_2/T_2$. В стационарной системе обычно реализуется случай, когда $\delta Q_1 \geqslant \delta Q_2$, тогда и $T_1 \geqslant T_2$. В частном случае полуоткрытой системы, когда $\delta Q_1 = 0$, $\delta Q_2 > 0$ и из системы уходит количество теплоты δQ_2, уносящее с собой энтропию $dS_H = -\delta Q_2/T_2$, причем $dS_H = -dS_B$, общее изменение энтропии равно нулю и система стационарна относительно энтропии до тех пор, пока не придет в равновесие. После этого рост внутренней энтропии прекратится и поток теплоты (энергии) наружу исчезнет.

Еще одним примером стационарной открытой системы может служить стержень, на одном конце которого поддерживается температура T_1, а на другом — температура T_2, причем $T_1 > T_2$. Благодаря градиенту температуры через стержень проходит стационарный тепловой поток, так что $\delta Q_1 = \delta Q_2 = \delta Q$ и работа над внешними телами δA равна нулю. Приращение внутренней энтропии по (660) равно:

$$dS_B = \frac{\delta Q}{T_2} - \frac{\delta Q}{T_1} = \delta Q\,\frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} > 0.$$

В данном случае внутренняя энтропия растет благодаря диссипации поступающей теплоты (энергии) δQ в процессе теплопроводности. Для упрощения расчетов положим $T_1 \sim T_2 \sim T$, $dS_B = \delta Q_B/T$, где δQ_B — внутренняя теплота от процесса диссипации проходящей через стержень теплоты δQ. Тогда баланс энтропии дает:

$$dS_B = \frac{\delta Q_B}{T} \sim \delta Q\,\frac{T_1 - T_2}{T_1 T}, \qquad \frac{\delta Q_B}{\delta Q} \sim \frac{T_1 - T_2}{T_1} \sim \frac{\delta A_B}{\delta Q}. \tag{661}$$

Последнее равенство напоминает формулу для коэффициента полезного действия тепловой машины в цикле Карно, поэтому внутреннее тепло δQ_B мы приравняли внутреней работе δA_B. Эта работа, совершаемая тепловым потоком в стержне, вполне эквивалентна работе сил трения и полностью переходит обратно во внутреннее тепло δQ_B, а затем и в общий тепловой поток δQ.

В целом принцип действия открытой системы, длительное время функционирующей в стационарном режиме, заключается в следующем: энергия δQ_1, поступающая в систему при температуре T_1, расходуется на совершение внешней работы δA и вытекает из системы в количестве $\delta Q_2 = \delta Q_1 - \delta A$ при температуре T_2. При выполнении условия $\delta Q_2/T_2 - \delta Q_1/T_1 = dS_B > 0$ внутренняя энтропия отлична от нуля, в системе выполняется внутренняя работа δA_B и происходят какие-то движения, не вносящие однако вклада в общий баланс энергии из-за их внутреннего характера. Соотношения энергий и температур таковы:

$$\delta Q_1 = \delta A + \delta Q_2, \qquad T_1 > T_2, \qquad \delta A_B \sim \delta Q\,\frac{\Delta T}{T}, \tag{662}$$

где ΔT — разность температур входящего и выходящего потоков энергии, T — некоторая усредненная температура энергии δQ, проходящей через систему.

Происходящие внутри системы процессы приводят к тому, что пришедшие в систему при температуре T_1 кванты энергии дробятся, меняется их количество и качество, поэтому уходящая из системы энергия характеризуется другой температурой T_2. Сравнение выражения $dS_B = \delta Q_B / T = \delta A_B / T$ с (641) показывает, что внутренняя работа δA_B может заключаться в изменении обьема некоторых подсистем системы, в обмене частицами между подсистемами и в создании градиентов потенциальной энергии и давления.

Практически все обьекты во Вселенной являются открытыми системами, развивающимися и выполняющими внешнюю и внутреннюю работу благодаря потокам массы-энергии, протекающим через них. Принцип действия открытой стационарной системы абсолютно универсален — он одинаково пригоден для описания обьектов как в неживой природе, так и для живых существ. Возьмем для примера коллапсирующую звезду, на которую падает поток высокоэнергичных гравитонов с большой температурой и которая испускает обратно поток несколько охладившихся гравитонов и электромагнитное излучение. Такая звезда может менять свой обьем с выполнением работы против сил внешнего давления от гравитонов или против сил внутреннего давления, кроме этого в ней происходят всевозможные ядерные и химические реакции и превращения, так что звезда постепенно эволюционирует. Аналогично для Земли весьма важным является различие температур между приходящим солнечным излучением ($T_1 \sim 5780$ K) и оттоком инфракрасной радиации при температуре $T_2 \sim 254$ K (согласно спутниковых измерений). Приток и отток массы-энергии для Земли в стационарном режиме можно считать одинаковыми (тогда внешняя работа не совершается), однако вследствие большой разности температур T_1 и T_2 почти вся отрицательная внешняя энтропия dS_H по (660) должна быть скомпенсирована положительной внутренней энтропией dS_B. В результате согласно (662) на планете совершается большая внутренняя работа δA_B, а именно: поддерживается парниковый эффект (температура земной поверхности выше температуры атмосферы на высоте нескольких километров), происходит круговорот воды и других веществ (испарение океанов и затем выпадение осадков), осуществляется горизонтальный перенос массы-энергии с помощью ветров и т. д. Энергия для всех указанных процессов черпается из солнечной энергии и в конце концов трансформируется в радиацию, излучаемую самой Землей (то есть ее поверхностью и атмосферой).

На поверхности Луны нет ни атмосферы, ни воды и потому многие типично земные процессы отсутствуют. В этом случае внутренняя работа δA_B по (662) заключается, по видимому, в температурных изменениях обьема вещества и возникающих при этом деформаций и напряжений при солнечном облучении.

Заметим, что если температура потока излучения от Солнца фиксирована и определяется его фотосферой (то есть $T_1 \sim 5780$ K), то температура планетной радиации T_2 зависит от расстояния между Солнцем и планетой согласно баланса потоков приходящей и уходящей энергий:

$$\frac{P\pi r^2(1-B)}{4\pi R^2} \sim 4\pi r^2 \sigma T_2^4,$$

где P — светимость Солнца (мощность излучения),

r — радиус планеты,

R — расстояние между Солнцем и планетой,

B — альбедо или отношение отраженной энергии к падающей при той же самой температуре T_1,

σ — постоянная Стефана-Больцмана.

В этом равенстве энергия, падающая на сечение планеты πr^2 в секунду, равна светимости модели планеты в виде черного сферического тела с поверхностью $4\pi r^2$ и температурой T_2. По данным из [80], Земля получает от Солнца негэнтропию $\$$ (отрицательную внешнюю энтропию) в количестве $\$ = -S_H = 2{,}1\cdot10^{22}$ Дж/К за один год.

В термодинамике стационарных открытых систем можно сформулировать соответствующие постулаты также, как это было сделано в § 49. 1., а именно:

1. При фиксированных внешних условиях каждая система приходит к состоянию некоторого динамического равновесия с определенным уровнем флуктуаций и отклонений от равновесия. В стационарном режиме усредненные по времени интенсивные (неаддитивные) параметры зависят только от пространственных координат, а суммарная внешняя и внутренняя энтропии системы не изменяются.

2. Дифференциальный баланс энергии в общем случае имеет вид (658). Для изолированных систем при $dE = 0$ согласно (641) изменение внутренней энтропии равно:

$$dS_B = \frac{-(u + L - P_0)dV - \mu dN - V dr\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0)}{T} = \frac{\delta Q_B}{T}.$$

Поскольку изменение кинетической и потенциальной энергий системы не может быть безграничным, то и прирост внутренней энтропии dS_B является ограниченным. По (661) $\delta Q_B = \delta A_B$, и в изолированной системе бесконечная внутренняя работа A_B невозможна (сравни с принципом невозможности вечного двигателя первого рода в § 49. 1.). В открытой же системе постоянная внутренняя работа выполняется, пока существует система и потоки массы-энергии сквозь нее.

3. Невозможно существование системы, полностью преобразующей внешнюю энтропию во внутреннюю, или полностью преобразующей внешнюю энергию во внутреннюю работу. Это следует из соотношений (661), (662) для коэффициента преобразования теплоты δQ в работу δA_B и обуславливается обязательным оттоком энергии из системы (сравни с принципом запрета вечного двигателя второго рода). Поскольку по (661):

$$\delta Q_B \sim \delta Q \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

то мы приходим к тому, что невозможно превратить полностью внешнюю теплоту δQ во внутреннюю теплоту системы δQ_B. Непосредственно обобщая данный вывод, можно утверждать, что невозможно преобразовать без потерь энергию одного вида в энергию другого вида, сохранить энергию во времени или передать энергию любого вида в другое место без рассеяния части энергии в окружающей среде.

Фактически мы уже пользовались этим принципом в § 38 для аргументации того, что космологическое покраснение фотонов при движении их в пространстве обязано существовать и вполне может обьяснить красное смещение спектров галактик без привлечения концепции разбегания галактик и эффекта Допплера.

Если учесть связь массы с энергией, а энергии с информацией, то можно сформулировать еще более общее утверждение:

«Реальное превращение в пространстве-времени одной величины A в другую величину B (или в ту же величину в том же или в другом месте) без изменения начального качества и количества невозможно.»

В частности, коэффициент полезного действия тепловой (и вообще любой) машины меньше 100 %, поскольку не вся теплота превращается в работу; при передаче информации конечный результат отличается от исходного за счет появления шумов, эффективно уменьшающих количество полезной информации; отражение как способ копирования (тиражирования) информации не совсем точно; при передаче энергии на расстояние часть ее теряется; в любом процессе есть источники диссипации энергии, тормозящие процесс и останавливающие его в том случае, когда нет достаточного притока энергии извне; по закону перехода количества в качество для получения нового качества системы (переход из состояния A в состояние B) нужно изменить начальное количество некоторых ее слагаемых (компонент); время жизни любой открытой системы ограничено — под воздействием потоков массы-энергии система изменяется качественно и количественно, изнашивается или стареет; всякое измерение в принципе должно иметь ошибку, характеризующую не учтенные влияния, действующие в момент измерения; невозможно гарантировать полное и окончательное описание материального мира, поскольку для этого приходится строить и постоянно дополнять второй, идеальный мир понятий, образов и величин, абстрагированных из природы и взаимодействующих между собой по математически строгим правилам.

Таким образом, если второе начало термодинамики для закрытых систем можно сформулировать как рост внутренней энтропии при релаксации, то для открытых систем появляется другой закон: системы живут и развиваются, пока приток негэнтропии $d\$$ извне полностью компенсирует выработку внутренней энтропии $dS_в$:

$$dS = dS_в + dS_н = dS_в - d\$ \leqslant 0, \quad d\$ = -dS_н, \qquad (663)$$
$$dS_в \geqslant 0, \quad dS_н \leqslant 0, \quad d\$ \geqslant 0,$$

здесь dS — изменение полной энтропии открытой системы,
$dS_н$ — изменение внешней энтропии.

Если же $dS > 0$, то открытая система умирает, движения в ней затухают до уровня флуктуаций. Именно закон уменьшения энтропии открытых систем в виде (663) описывает все природные процессы, в которых происходят нетривиальные изменения в качестве или количестве, и является необходимым дополнением к закону роста внутренней энтропии $dS_в > 0$ в закрытых системах. Движение, эволюция и жизнь осуществляются в непрерывной борьбе двух противоположных тенденций — роста внутренней энтропии $S_в$ и ее уменьшения за счет притока негэнтропии $\$$ извне. Непонимание этого факта и сущности энтропии приводило к тому, что зачастую закон уменьшения энтропии в виде (663) четко и ясно не формулируется как закон роста порядка, появления новых структур, углубления иерархии внутри систем — то есть как закон прогрессивной эволюции (соответственно увеличение энтропии в системе при $dS > 0$ отражает регрессивную затухающую эволюцию).

Благодаря потокам массы-энергии извне открытая система эволюционирует, поскольку, прежде чем покинуть систему в несколько преобразованном виде, пришедшая энергия производит внешнюю и внутреннюю работы. Выполнение работы означает, что система может двигаться относительно окружающих тел или изменять конфигурацию, при этом внутри системы может углубляться дифференциация подсистем, возрастать сложность, меняться структура и возникать новые типы самоорганизации. Источником движения и развития является, как всегда, диссимметрия потоков энергии, вещества, информации и так далее, когда есть какие-либо градиенты этих величин. Все это относится как к живым, так и к неживым системам, и иногда их даже трудно отличить друг от друга. По нашему мнению, живыми системами (живыми существами) следует называть такие системы, которые в целом (то есть в масштабе своей системы) уже способны «сознательно» контролировать потоки массы-энергии, проходящие через них, и тем самым активно влиять на развитие мира внутри и вокруг себя. Слово «сознательно» мы взяли в кавычки, потому что большей частью этот контроль происходит незаметно, на уровне подсознания, за счет встроенных рефлексов. Это значит, что в живой системе существуют механизмы, под действием которых нежелательные потоки массы-энергии по возможности отсекаются во избежание разрушения системы или выхода из режима нормального функционирования. В то же время при недостатке энергии (а также вещества и информации) живые системы либо активно ищут их источники либо переходят в энергосберегающий режим. Чем ярче проявляются эти свойства живых систем, тем сильнее отличаюся они от неживых.

Изучением основных закономерностей образования, поддержания и разрушения упорядоченных временных и пространственных структур в открытых системах занимается синергетика. Существенное влияние на образование структур оказывают симметрии системы и коллективные эффекты в поведении подсистем, слагающих систему. В результате удается классифицировать типы структур и описывать многие из них едиными уравнениями и моделями. Возникновение порядка из беспорядка как правило происходит весьма быстро, с экспоненциальным ростом флуктуаций и начальных колебаний при переходе через некоторое граничное значение величины внешнего воздействия. Таковы например шестиугольные ячейки Бенара в плоском горизонтальном слое вязкой жидкости, подогреваемой снизу; тороидальные вихри Тейлора между вращающимися цилиндрами; гидродинамические неустойчивости Марангони; мазерный и лазерный эффекты генерации излучения; автоволны в активных средах; движущиеся волновые структуры в периодических реакциях Белоусова-Жаботинского; образование кристаллической решетки; упорядочивание магнитных моментов в ферромагнетиках; фазовые переходы в целом. При нарастании внешего воздействия в системе могут несколько раз возникать и разрушаться структуры разного вида с переходом от хаоса к порядку и наоборот. Согласно теореме И. Р. Пригожина (1947 г.), при данных внешних условиях, препятствующих достижению системой равновесного состояния, стационарному состоянию системы соответствует минимальное производство энтропии. Поэтому возникновение упорядоченных структур и самоорганизацию в системе можно считать способом, с помощью которого системе удается при некоторых условиях снизить производство внутренней энтропии S_B в единицу времени. С другой стороны упорядочение при росте кристаллов, коагуляции, гравитационном коллапсе дает отрицательную энтропию согласно (651) с ростом энтропии по абсолютной величине. Отрицательность энтропии с точки зрения полузакрытой системы в статическом внешнем поле означает, что из системы излучается энергия связи (энергия упорядочения). Если же считать поле потоком частиц типа фотонов или гравитонов, то любая система становится открытой, а ее упорядочение осуществляется за счет энергии частиц поля или изменения их качества (например, температуры приходящего и уходящего излучений разные), при этом энтропия может становиться все более отрицательной благодаря вносимой частицами поля негэнтропии или отрицательной энтропии.

Рассмотрим давно дискутирующийся вопрос о тепловой смерти Вселенной и ее энтропии, впервые сформулированный Р. Клаузиусом в 1865 г. на основании толкования второго начала термодинамики для закрытых систем. По Клаузиусу все виды энергии во Вселенной в конце концов должны перейти в равномерно распределенную по пространству тепловую энергию, после чего макроскопические движения должны прекратиться. Как известно, в закрытой системе в равновесии температура выравнивается по обьему, частицы системы приобретают разброс скоростей в соответствии с распределением Максвелла, кроме этого, возможны флуктуации различных величин — концентрации, давления, температуры, обьема и так далее — возле средних значений. Вселенная в целом является сложно устроенным иерархическим обьектом — она состоит из вложенных друг в друга систем частиц, начиная от самых мелких, всю бесконечную совокупность которых мы называем преонами, затем следуют уровни партонов, нуклонов, атомов, молекул и комплексов молекул, составляющих мельчайшую пыль различных размеров, далее можно отличить более крупную пыль, проявляющуюся в виде микрометеоритов, и уже достаточно большие космические обьекты — метеориты, астероиды, кометы, планеты, звезды, скопления звезд, галактики, скопления и сверхскопления галактик, Метагалактику и так далее (смотри § 29 и § 33). По видимому, имеет смысл рассматривать не только системы частиц вещества, но и соответствующие системы частиц поля — разнообразные кванты типа фотонов и гравитонов. В силу второго начала термодинамики частицы каждой системы должны стремиться к равновесию и выравниванию температур, как это происходит, например, в космическом облаке атомарного водорода или в стационарном шаровом скоплении звезд. Хотя каждая система частиц сама по себе может прийти в равновесие, взаимодействия различных систем резко изменяют ситуацию — так, одна звезда, находящаяся в центре газового облака, делает его существенно неравновесным. Именно открытость и взаимопроникновение всех систем частиц друг в друга приводит к тому, что Вселенная в силу бесконечности ее систем частиц никогда не сможет стать равновесной закрытой глобальной системой с максимально возможной внутренней энтропией. Поскольку Вселенная состоит из открытых систем частиц, она и сама является открытой системой (и в то же время — закрытой системой, поскольку взаимодействует сама с собой) и в частности может находиться в стационарном состоянии, когда выполняется условие (660): суммарное изменение энтропии в отдельно взятых обьемах или системах частиц равно нулю, вырабатываемая внутренняя энтропия погашается негэнтропией извне (или из других систем частиц), при этом совершаются внешняя и внутренняя работы, происходят определенные движения и Вселенная таким образом эволюционирует на каждом уровне материи. Как было показано в §§ 45–48, основными силами во Вселенной являются электрогравитационные силы, благодаря динамическому балансу которых осуществляется стабильность наблюдаемых обьектов от преонов до Метагалактики, а также возникают сами частицы поля — фотоны и гравитоны (по Эйнштейну, все виды энергии вносят вклад в гравитацию, поэтому и гравитация порождает другие виды энергии, вещество создает поле и наоборот). Как известно, возникновение любого обьекта сопровождается выделением или поглощением энергии связи в виде кванта энергии, причем более массивным обьектам соответствуют более крупные кванты. Обычная судьба кванта энергии после его возникновения — взаимодействие с различными обьектами с передачей им движения и негэнтропии, дробление на более мелкие кванты с меньшей энергией и увеличивающейся хаотичностью при движении в пространстве. Можно также сказать, что эволюция кванта как потока энергии аналогична эволюции каждого обьекта или процесса — после зарождения следует развитие до максимума, а затем разрушение или трансформация. В целом в эволюции космических обьектов следует выделить два противоположных и дополняющих друг друга процесса — образование новых частиц-обьектов с поглощением негэнтропии и выделением квантов энергии (частиц поля) с одной стороны, и эволюция квантов энергии с распределением накопленной негэнтропии и дроблением квантов с другой стороны, при условии сохранения полной энергии вещества и поля. Наличие противоположно направленных процессов образования энтропии и негэнтропии во Вселенной в силу ее бесконечности делает вывод о тепловой смерти несостоятельным. Часто противопоставляемые друг другу два вида эволюции — биологическая эволюция живых систем Дарвина с характерным усложнением структуры, самоорганизацией и созиданием, и эволюция замкнутых систем с выравниванием всех параметров и ростом внутренней энтропии — в приложении ко Вселенной диалектически сливаются в эволюцию бесконечной открыто-закрытой системы, в отдельных частях которой происходит выработка внутренней энтропии, частично или полностью компенсируемая потоками негэнтропии из других частей.

Имеется еще одна проблема, связанная с соотношением энтропий вещества и поля в наблюдаемой нами части Вселенной. Согласно измерениям наибольшей плотностью электромагнитной энергии обладает фоновое реликтовое излучение с температурой $T_И = 2{,}73$ K, почти изотропно приходящее на Землю. Обьемная плотность энтропии этого излучения равна:

$$s_И = \frac{S_И}{V} = \frac{4}{3}aT_И^3 = \frac{4\varepsilon}{3T_И} = 2\cdot10^{-14}\,\text{Дж}\cdot\text{м}^{-3}\cdot\text{К}^{-1},$$

где $S_И$ — энтропия излучения в обьеме V,

a — постоянная плотности излучения,

ε — плотность энергии фонового излучения по (350).

При ожидаемой средней плотности вещества Метагалактики $\rho \sim 10^{-27}$ кг/м^3 на 1 кубический метр пространства приходится приблизительно 10^{-27} кг вещества, что по порядку величины соответствует массе одного нуклона. Оценивая энтропию одного нуклона в Метагалактике как величину порядка $B\,k$, где B — некоторое небольшое число, k — постоянная Больцмана, для обьемной плотности энтропии вещества получаем:

$$s_B \sim \frac{Bk}{1\,\text{м}^3} = B\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\,\text{Дж}\cdot\text{м}^{-3}\cdot\text{К}^{-1}.$$

Отношение плотностей энтропий излучения и вещества дает довольно большое и несколько загадочное число:

$$\frac{s_И}{s_B} \sim \frac{1{,}45\cdot10^9}{B}, \tag{664}$$

с существенным преобладанием энтропии излучения.

Для того, чтобы понять этот результат, рассмотрим гравитационно-связанное тело, в котором излучение находится в равновесии с веществом, как в черном теле. Среднюю температуру $\overline{T}$ в этом теле можно оценить с помощью (616):

$$\overline{T} \sim \frac{|U|}{2kN_Н}, \tag{665}$$

где $|U|$ — модуль потенциальной энергии гравитации,

k — постоянная Больцмана,

$N_Н$ — количество нуклонов в данном теле.

Используя (665) и закон Вина по (351), найдем отношение числа фотонов $N_Ф$ к числу нуклонов $N_Н$:

$$\frac{N_Ф}{N_Н} = \frac{E_И}{W N_Н} = \frac{2{,}898\cdot10^{-3}\cdot E_И}{hc\overline{T}N_Н} = \frac{2\cdot k\cdot 2{,}898\cdot10^{-3}}{hc}\frac{E_И}{|U|} = 0{,}4\frac{E_И}{|U|},$$

здесь $E_И$ — полная энергия излучения в обьеме тела при температуре $\overline{T}$,

W — средняя энергия одного фотона, $W = hc/\lambda = h\nu$, где λ — длина волны,

ν — частота фотона,

h — постоянная Планка,

c — скорость света.

У нас получилось, что $\dfrac{N_Ф}{N_Н} = 0{,}4\dfrac{E_И}{|U|} \sim 0{,}4\dfrac{\varepsilon}{|u|}$, где ε — плотность излучения в обьеме тела,

$|u|$ — отношение модуля гравитационной энергии к обьему тела.

Если обьемная плотность энтропии излучения $s_И = \frac{4}{3}\frac{\varepsilon}{T_И}$, потенциальная энергия гравитации $U = -\frac{0{,}6\,\gamma M^2}{R}$ как для однородного по плотности вещества шара, то обьемную плотность энтропии вещества можно найти по (655):

$$s_B = \frac{S_B}{V} = \left|-\frac{13\,\gamma M^2}{6RT_ш V}\right| = \frac{13|U|}{3{,}6\,T_ш V} = \frac{3{,}6|u|}{T_ш},$$

где $T_ш$ — температура поверхности гравитационно-связанного тела.

Отношение плотностей энтропий будет равно:

$$\frac{s_И}{s_B} \sim 0{,}37\frac{\varepsilon}{|u|}\frac{T_ш}{T_И}.$$

Если средние температуры излучения $T_И$ и поверхности тела $T_ш$ одинаковы, $T_И \sim T_ш \sim \overline{T}$, где $\overline{T}$ — средняя температура тела по (616), то из соотношения $\frac{N_Ф}{N_Н} \sim 0{,}4\frac{\varepsilon}{|u|}$ получается:

$$\frac{s_И}{s_B} \sim 0{,}37\frac{\varepsilon}{|u|} \sim \frac{0{,}37}{0{,}4}\frac{N_Ф}{N_Н},$$

то есть отношение плотностей энтропий почти совпадает с отношением числа фотонов и нуклонов.

Согласно (351) в 1 кубическом метре Метагалактики по закону Вина находятся $2{,}2\cdot 10^8$ фотонов реликтового излучения и 1 нуклон, так что $\frac{N_Ф}{N_Н} \sim 2{,}2\cdot 10^8$, отсюда умножая на $\frac{0{,}37}{0{,}4}$, получим $\frac{s_И}{s_B} \sim 2\cdot 10^8$. Сравнивая этот результат с (664), определяем $B = 7{,}2$ и энтропию на один нуклон $7{,}2\,k$, где k — постоянная Больцмана. Такая же энтропия на одну частицу гравитационно-связанного тела получается и в том предельном случае, когда $T_ш = \overline{T}$, то есть когда равны друг другу средняя и поверхностная температуры данного тела (смотри (655) и далее).

Допустим, что действительно когда-то в прошлом Метагалактика являлась гравитационно-связанным черным телом, и температура излучения $T_И$ совпадала со средней температурой ее вещества $\overline{T}$. Возьмем для примера метагалактику с размером $R_М = 14{,}05$ Гпк $= 4{,}3\cdot 10^{26}$ метра из списка размеров (278), тогда при средней плотности вещества $\rho = 10^{-27}$ кг/м^3 ее масса составит $M_М = 3{,}3\cdot 10^{53}$ кг. Согласно (665) для температур можно записать:

$$\overline{T} = T_И = 2{,}73\text{ К} = \frac{|U|}{2kN_Н} = \frac{0{,}3\Gamma_М M_М^2}{kN_Н R_М} = \frac{0{,}3M_Н}{k}\frac{\Gamma_М M_М}{R_М},$$

здесь U — гравитационная энергия метагалактики,

$N_Н$ — общее число нуклонов,

k — постоянная Больцмана,

Γ_M — гравитационная постоянная для метагалактики как для газа нуклонов при температуре T_H,

M_H — масса нуклона.

Из данного равенства можно выразить величину Γ_M:

$$\Gamma_M = \frac{kR_M T_H}{0{,}3M_H M_M} = 9{,}8\cdot 10^{-23}\ \text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2).$$

Значение Γ_M оказывается существенно меньше обычной гравитационной постоянной γ, используемой для звезд и планет (в свою очередь, постоянная γ много меньше постоянной ядерной гравитации Γ (422)). Постоянную Γ_M можно найти и из теории размерностей, откуда следует, что

$$\frac{\Gamma_M}{\gamma} = \frac{P''^3}{\Phi'' \Pi''^2} = \frac{P'' S''^2}{\Phi''},$$

где P'', Φ'', Π'', S''— коэффициенты подобия между метагалактиками и звездами по размерам, массам, времени и скоростям соответственно. Если в качестве опорной звезды взять нейтронную звезду с параметрами из Таблицы 65 в § 46. 1. , то коэффициенты подобия P'', Φ'', будут таковы:

$$P'' = \frac{R_M}{R_S} = 2{,}2\cdot 10^{22}, \quad \Phi'' = \frac{M_M}{M_S} = 1{,}18\cdot 10^{23},$$

где R_S , M_S — радиус и масса нейтронной звезды.

Для определения характерной скорости частиц метагалактики используем (440) при $A = 0{,}78$, $K = 0{,}6$, и выражение для температуры T_H:

$$V_M = \sqrt{\frac{AK\Gamma_M M_M}{2R_M}} = \sqrt{0{,}234}\sqrt{\frac{\Gamma_M M_M}{R_M}} = \sqrt{0{,}234}\sqrt{\frac{kT_H}{0{,}3M_H}} = 1{,}33\cdot 10^2\ \text{м/с}.$$

Коэффициент подобия по скоростям будет равен:

$$S'' = \frac{V_M}{C_S} = 2{,}46\cdot 10^{-6},$$

здесь C_S — характерная скорость частиц нейтронной звезды.

Подставляя P'', Φ'', S'' можно вновь получить Γ_M из соотношения размерностей:

$$\Gamma_M = \frac{\gamma P'' S''^2}{\Phi''} = 9{,}8\cdot 10^{-23}\ \text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2).$$

Данным значением гравитационной постоянной Γ_M нужно было бы пользоваться для оценки гравитационной энергии данной метагалактики в том случае, если бы она была просто равновесным газом нуклонов и излучения. Тогда большая величина отношения плотностей энтропий излучения и вещества s_H/s_B и отношения числа фотонов к числу нуклонов N_Φ/N_H в нашей Метагалактике могла бы быть объяснена изменением гравитационной постоянной от значения γ до Γ_M при переходе к большим размерам и соответственно уменьшением модуля гравитационной энергии $|U|$ (поскольку $\dfrac{N_\Phi}{N_M} \sim 0{,}3\dfrac{E_H}{|U|}$, где E_H — энергия излучения). Если же это не так, но реликтовое излучение когда-то образовалось в Метагалактике в равновесии с газом нуклонов, то это излучение следует приписать процессам образования или распада нуклонов в согласии с разделом в) в § 38.

В настоящее время в результате гравитационного скучивания Метагалактика имеет иерархическую структуру из сверхскоплений и скоплений галактик, так что скорости звезд и галактик существенно превышают скорости нуклонов при температуре $T_H = 2{,}73$ К. Для примера оценим эффективную гравитационную постоянную $Г_Г$ для звезд в нашей Галактике с помощью теории размерностей. Если средний радиус обьема диска Галактики $R_Г < 10$ кпк, масса Галактики $M_Г > 1{,}6 \cdot 10^{11} M_C$ (M_C — масса Солнца), средняя скорость движения звезд $V_Г \sim 220$ км/с, то коэффициенты подобия по отношению к нейтронной звезде будут равны:

$$P = \frac{R_Г}{R_S} < 2 \cdot 10^{16}, \quad \Phi = \frac{M_Г}{M_S} > 10^{11}, \quad S = \frac{V_Г}{C_S} \sim 4 \cdot 10^{-3}.$$

Тогда для $Г_Г$ находим так же, как и выше для метагалактики:

$$Г_Г = \frac{\gamma P S^2}{\Phi} < 3\gamma.$$

Следовательно, для звезд в нашей Галактике гравитационная постоянная $Г_Г$ того же порядка, что и гравитационная постоянная γ, определенная из экспериментов на Земле.

§ 50. Инвариантность и подобие

Переводя инвариантность с латинского как неизменность, независимость, сохраняемость, рассмотрим ее связь с симметриями, законами сохранения, вариационными принципами и различного рода преобразованиями.

§ 50.1. Симметрии

Будем классифицировать симметрии с помощью философских категорий, возьмем в частности категории формы и содержания. Удобным примером симметрий формы являются симметрии кристаллов, когда их форма совмещается сама с собой в пространстве или во времени при поворотах вокруг некоторых осей, при инверсии (отраженин относительно точки симметрии), при отражении вокруг линии симметрии (это эквивалентно вращению вокруг оси), при отражении относительно плоскости (зеркальное отражение), при одновременном повороте и инверсии и других операциях – всего известно 9 элементов симметрии кристаллов, комбинации которых дают 32 точечных группы симметрии, в свою очередь, этим группам соответствует 47 простейших форм – геометрических фигур типа одногранника, двугранника, призмы, пирамиды, тетраэдра, куба, октаэдра и так далее. В данном случае обьект взаимодействует только с системой отсчета наблюдателя, поэтому в силу принципа относительности неважно, движется ли (или преобразуется) обьект относительно неподвижной системы наблюдателя или все пространство вместе с наблюдателем как-то преобразуется возле неизменного обьекта – в обоих случаях наблюдатель отметит совпадение начальной и конечной формы (конфигурации) обьекта (можно также представить себе внутреннюю перестройку некоторых тождественных друг другу частиц обьекта).

Предположим теперь, что взаимодействуют два обьекта с изменением формы и содержания каждого из них. Подобное взаимодействие приводит к отражению обьектов друг на друга и возникновению следов или отпечатков на этих обьектах. Обычно для копирования формы какого-либо обьекта образуют его отпечаток на другом обьекте, а затем с этого отпечатка снимают на третьем обьекте второй отпечаток, являющийся уже копией формы первоначального обьекта. В процессе копирования можно создать множество обьектов-копий, так что даже их попарная перестановка приводит к симметрии относительно перестановок одинаковых (или подобных) обьектов между собой. Заметим, что форма-оригинал и ее отпечаток на другом обьекте являются взаимодополняющими друг друга также, как, скажем, твердый шар и окружающая его пустота по отношению к шарообразной полости в твердом теле. Замена оригинала на отпечаток приводит к так называемым дискретным симметриям, симметриям противоположностей (относящимся к симметриям содержания в нашем контексте), когда законы существования оригинала и его отпечатка дополняют друг друга. Например, изображение в зеркале отличается от оригинала заменой правого на левое (симметрия зеркального отражения); при инверсии правое и левое, верх и низ, положительное и отрицательное меняются местами; обращение времени преобразует скорости движения всех частиц на противоположные; зарядовое сопряжение заменяет частицы на античастицы; замена массы на соответствующий заряд приводит к симметрии гравитационных и электромагнитных сил; при калибровочной симметрии сопоставляются между собой свойства («заряды») частиц и полей, например, поворот вектора волновой функции электрона в специальной плоскости комплексного переменного накладывает калибровочное условие на четырехмерный потенциал некоторого поля, которое оказывается электромагнитным (аналогично возникает соответствие между массой и гравитационным полем).

В принципе мир можно описывать различного типа системами отсчета: можно брать координаты всех частиц и время, а можно взять и импульсы (или энергию) всех частиц и время, или еще какое-то сочетание переменных. Если в классической механике обычно используют только координаты и время и лишь изредка рассматривают так называемые фазовые пространства с импульсами или энергиями, то в квантовой механике широко применяются и координатное, и импульсное, и энергетическое представления как базовые. Известно, что координатное и импульсное представления оказываются дополнительными друг к другу, что видно из соотношения Гейзенберга и симметрии волновых функций в соответствующих представлениях – они преобразуются друг в друга с помощью Фурье-преобразования.

Вообще симметрия между взаимодополняющими обьектами или понятиями типа целое и его части, волны и частицы, координата и импульс квантовой частицы, кривизна пространства-времени и энергия этого пространства в общей теории относительности, живое и неживое, идеальное и материальное и т. д. всегда приводит к взаимодополняемости законов существования этих обьектов, что можно считать инвариантом данного типа симметрии. При дискретной симметрии можно ввести сохраняющуюся в ходе процесса величину, приписав ей в простейшем случае значения $+1$ или -1. Например, при пространственной инверсии сохраняется внутренняя четность в течении процесса, реакции или взаимодействия; при зарядовом сопряжении истинно нейтральных частиц сохраняется их зарядовая четность, а для заряженных частиц в ходе реакции сохраняется суммарный заряд. Кроме этого, в равновесии наблюдается симметрия, общая для взаимодополняющих обьектов. Так, общей симметрией целого и его частей, формы и содержания для кристаллов оказывается симметрия между расположением атомов в кристаллической решетке, формой кристалла и физическими свойствами типа электрической проводимости, теплопроводности, упругости, диэлектрической восприимчивости, магнитной проницаемости, показателя преломления и другими.

Согласно принципа Ф.Неймана (1798 - 1895 гг.), физические свойства кристалла, зависящие от направления относительно кристаллических осей, имеют симметрию, включающую в себя симметрию формы кристалла. Более глубокий принцип П.Кюри утверждает, что симметрия причины сохраняется в симметрии следствия, а диссимметрия (понимаемая как недостаток какой-то симметрии) следствия присутствует и в диссимметрии причины, так что именно диссимметрия есть причина любого явления. В механических явлениях симметрия причины и следствия проявляется в третьем законе Ньютона – сила действия равна силе противодействия; в термодинамике при суперпозиции воздействий различного рода в едином процессе возникает симметрия между диагональными онсагеровскими кинетическими коэффициентами, связывающими потоки и термодинамические силы; в теории рассеяния симметрия причины и следствия процесса проявляется в дисперсионных соотношениях; по правилу Ленца в электромагнетизме возникает симметрия между изменением магнитного потока и направлением индуцированного электрического тока; упорядочивание электронных оболочек атомов в соответствии с принципом Паули приводит к симметрии в химических свойствах атомов в периодической системе Менделеева.

Считая, что эволюция взаимодополняющих обьектов происходит синхронно, причем они причинно влияют друг на друга, приходим к тому, что любые взаимодополняющие обьекты должны иметь общую друг относительно друга симметрию, которая сама в этом случае становится инвариантом, закономерностью. К данному выводу можно прийти и путем обобщения правила Шубникова, по которому симметрия составной системы либо сводится к пересечению групп симметрии частей, либо старше его. Наличие различных, но общих симметрий во взаимодополняющих и потому противоречивых обьектах приводит к их единству, общности, и тем самым это правило служит укреплению целостной картины мира.

Если при преобразованиях симметрии определенное содержание обьекта, описываемое рядом физических переменных, не меняется, то соотношение между этими переменными или физический закон не меняют своего вида и данный закон оказывается инвариантом преобразований. Например, симметрия точек пространства при сдвиге в нем изолированного от внешних воздействий обьекта как целого означает однородность пространства и приводит к инвариантности полного импульса обьекта; симметрия относительно поворотов в пространстве выявляет изотропию пространства и инвариантность полного момента импульса обьекта; симметрия при смене начала отсчета времени эквивалентна допущению однородности времени и обеспечивает инвариантность полной энергии обьекта (физической системы); симметрия при преобразованиях Лоренца в отсутствие сил сводится к закону инерции для центра масс системы; симметрия различных обьектов одинаковой массы (или одного обьекта в разных состояниях) заключается в их приблизительной тождественности при гравитационных воздействиях на другие тела и в данных условиях закон всемирного тяготения становится инвариантом при замене таких обьектов друг на друга (эта симметрия практически совпадает с изотопической инвариантностью сильного взаимодействия в физике элементарных частиц, когда ядерные силы почти не зависят от заряда); симметрия одинаковых (например, инерциальных) систем отсчета при их замене сводится к инвариантности математической формы всех физических законов – физические явления в одинаковых системах протекают одинаково, при этом в инерциальных системах отсчета инвариантами преобразований оказываются длины четырехмерных векторов и определенные комбинации компонент тензоров, а тензорные уравнения в общей теории относительности инвариантны относительно выбора любой координатной системы.

Симметрия множества одинаковых взаимодействующих частиц (обьектов) определяется тем, что при обмене одинаковыми частицами определенное состояние системы не меняется – например, в равновесии сохраняется распределение Больцмана для классических механических частиц, распределение Бозе-Эйнштейна для квантовых частиц-бозонов и распределение Ферми-Дирака для фермионов, а кристаллическая решетка кристаллов периодична в пространстве (трансляционная симметрия). Классификация адронов с помощью кварков приводит к новым приблизительным симметриям: унитарная симметрия обьединяет частицы в семейства-мультиплеты (при этом частицы в мультиплете отличаются разными зарядами и странностью) и в сверхмультиплеты, зависящие также от очарования и красоты и наличия соответствующих кварков в адронах; у каждого типа (аромата) кварков предполагается наличие трех состояний – цветов, симметричных относительно сильного взаимодействия. Наконец, имеются многочисленные работы, в которых разрабатываются идеи суперсимметрии, связывающей поля таких различных типов, как бозонные и фермионные. Инвариантами такой симметрии должны быть соотношения между безразмерными константами взаимодействий разных типов.

Для системы невзаимодействующих одинаковых обьектов симметрия замены приводит к инвариантности, независимости конфигурации системы, в том числе и от типа обьектов – так на разных обоях могут периодически с одинаковым шагом повторяться различные фигуры, и мы видим, что симметрия формы отдельных частей в данном случае не влияет на конфигурацию и симметрию формы целого обьекта.

Приведем еще примеры сохранения содержания при преобразованиях симметрии: для кулоновского и гравитационного взаимодействий характерна симметрия между различными состояниями системы, отличающимися орбитальными моментами импульса, но имеющими в качестве инварианта одну и ту же полную энергию (вырождение энергии); если считать сам физический закон инвариантом, то симметрия между физическими переменными, описывающими этот закон, сводится к зависимости любой из этих переменных от соответствующих комбинаций оставшихся переменных (динамическая симметрия), в частности, кинетическая энергия частицы непрерывно зависит от ее массы и скорости, а энергия атома может дискретно зависеть от квантовых чисел (при этом весь набор уровней энергии становится инвариантом); симметрия между силами инерции и тяготения проявляется в независимости закона падения тел в гравитационном поле от массы падающих тел (ускорение падения является инвариантом) и в равенстве гравитационной и инертной масс тел (слабый принцип эквивалентности), а по сильному принципу эквивалентности Эйнштейна все физические законы выполняются одинаково и в гравитационном поле и в соответствующим способом ускоренной системе; симметрия между реакциями взаимодействия элементарных частиц заключается в том, что в каждой реакции инвариантами оказываются либо суммарный барионный заряд, либо лептонный, электрический, цветовой и другие заряды, либо их комбинации; симметрия между степенями свободы в молекулах или в других подобных обьектах приводит к тому, что на каждую степень свободы приходится энергия $kT/2$, где k – постоянная Больцмана, T – температура; в нашей Галактике наблюдается симметрия между магнитными полями, космическими лучами, турбулентными движениями газа, полным излучением звезд и фоновым излучением – их энергии имеют один и тот же порядок величины.

Подразделяя движение (эволюцию) материальных тел на более или менее статические (стационарные) состояния и динамические процессы, в которых происходит изменение состояний, можно определить следующие типы симметрий формы и содержания: симметрия состояния тела или системы тел, симметрия процесса, симметрия состояний различных тел, симметрия между различными процессами, симметрия между состоянием и процессом (между состояниями и процессами). В частности, если наблюдается симметрия между различными процессами, то такие процессы называются аналогичными или подобными и описываются одинаковыми уравнениями в математическом отношении, а физические переменные одного процесса соответствуют переменным другого процесса. Из множества подобных процессов упомянем лишь два: оптико-механическая аналогия, устанавливающая связь между движением материальной точки в статическом потенциальном поле и распространением светового луча в изотропной оптически неоднородной среде, а также связь оптического принципа Ферма и вариационного принципа Мопертюи для движения тела с заданной начальной кинетической энергией в потенциальном поле; задачи с постоянным потоком тепла или частиц в однородной среде и задачи электростатики одинаковы по форме, причем вектор потока тепла h соответствует электрической напряженности E, а температура T соответствует электрическому потенциалу φ. Для качественно одинаковых движений характерной является симметрия процесса как такового, когда инвариантами становятся не уравнения движения (как в аналогичных процессах), а критерии подобия – безразмерные комбинации физических переменных. Критерии подобия можно построить для любого процесса, что позволяет использовать упрощенное моделирование для получения информации о сложных реальных процессах. Наиболее распространенные критерии подобия, имеющие собственные обозначения, таковы: в гидроаэродинамике – число Рейнольдса Re, число Фруда Fr, число Струхаля Sh и число Маха M; в процессах теплопередачи – критерии Нуссельта Nu, Грасгофа Gr, Прандля Pr, Пекле Pe, Стэнтона St; в механике – число Ньютона Ne; в процессах теплопроводности – числа Фурье Fo и Био Bi. Поскольку критериев подобия также много, как и различных процессов, то подавляющее большинство из них не имеет собственного названия. Например, критерий изохронности в электромагнитных процессах имеет вид $H_0 = \omega t$, где H_0 – безразмерная величина, ω – характерная частота, t – время; критерием квантовых процессов на атомном уровне является соотношение неопределенностей $Q = \Delta P \Delta X / h$, где ΔP, ΔX – неопределенности в импульсе и координате соответственно, h – постоянная Планка; в электрических цепях безразмерные критерии подобия равны $L/(R\,t)$ и $C/(G\,t)$, где L – индуктивность, R – сопротивление, t – время, C – емкость, G – проводимость; в физике твердого тела используют параметр де Бура $\Lambda = A_H / a$, где A_H – амплитуда нулевых колебаний атомов в кристаллической решетке, a – межатомное расстояние.

Качественно одинаковые процессы, если в них совпадают критерии подобия, протекают одинаково и дают подобный результат. Легче всего получить критерии подобия путем деления друг на друга двух величин одинаковой размерности – так отношение потенциальной и кинетической энергий U/E_K характеризует степень связанности системы частиц, а также приблизительно равно углу, на который отклонится частица, пролетающая мимо притягивающего или отталкивающего центра. Если же в критерий подобия входит три физические переменные или более, то подобие процесса может сохраняться и в том случае, когда одна переменная является константой, а остальные изменяются пропорционально друг другу. Удобно находить критерии подобия путем приведения уравнения, описывающего процесс, к безразмерному виду, тогда безразмерные коэффициенты при производных и являются критериями подобия. К симметрии процесса следует отнести и то, что в уравнении процесса число физических величин одинаковой векторной и тензорной размерности должно быть четным (при этом надо учитывать, что векторное произведение двух обычных полярных векторов дает снова вектор, но уже не полярный, а аксиальный, который тоже надо учитывать в общем балансе векторов, это же относится и к тензорным произведениям и операциям).

Симметрия между состояниями и процессами говорит нам о том, что любое статическое состояние системы есть проявление какого-то динамически протекающего процесса, в котором уравновешиваются все действующие силы, компенсируются движения, и статика становится инвариантом. С другой стороны, динамику и все процессы невозможно описывать без статики, без некоторых стабильных элементов, взаимодействие которых и дает все разнообразие процессов. Например, ядерная гравитация создает такие вырожденные статические обьекты, как нуклоны и электроны, которые в свою очередь ответственны за электромагнитное излучение и соответствующие ему процессы.

С точки зрения категорий целого и его частей можно также разделить симметрии на две части – глобальные или внешние, когда окружающая среда при преобразовании симметрии не влияет на свойства обьекта или системы как целого и оставляет его форму или содержание неизменным, и локальные или внутренние, когда соответствующие преобразования внутри обьекта или системы не влияют на свойства окружающей среды.

Противоположным понятием к симметрии может быть хаотичность, отсутствие видимой связи между различными обьектами или состояниями одной и той же системы. Иногда в качестве противоположности для симметрии называют такие понятия, как асимметрия, диссиметрия или антисимметрия, что на наш взгляд не совсем верно, если под асимметрией понимать перекошенную, неполную симметрию, диссимметрию рассматривать как разность между полной возможной симметрией и реальной симметрией обьекта, а антисимметрию определять как антиравенство (частица и античастица, два одинаковых обьекта с некоторым противоположным свойством) или особый род симметриии. Как две противоположности симметрия и хаотичность взаимодополняют друг друга и образуют новую своеобразную симметрию – отражение симметрии, когда явная симметрия может быть отражена в скрытую симметрию хаоса, а симметрия появляется из хаоса и наоборот по вполне определенным законам.

Для познания и отражения свойств материального мира каждое живое существо или их сообщество строит свой идеальный мир понятий, образов и связей (закономерностей) между ними, а затем действует в соответствии с этими знаниями, так что оба мира отражаются и влияют друг на друга. Будучи взаимодополняющими обьектами, материальное и идеальное образуют между собой симметрию, включающую в себя множество всевозможных частных симметрий и являющихся тем самым ее инвариантами.

В соответствии с вышеизложенным мы принимаем, что симметрия проявляется в отношении инвариантности формы одного обьекта или взаимодополнительности формы сопряженных обьектов, а также в отношении инвариантности содержания, когда законы движения обьектов или законы существования понятий сохраняются или оказываются дополнительными друг к другу при преобразованиях описывающих их переменных. Обратно, если при каких-то преобразованиях (операциях), проведенных в отношении системы, установлена инвариантность формы или содержания (законов существования), то здесь налицо симметрия, понимаемая как определенное частное соответствие между исходной и преобразованной системами, которое можно выразить в виде математической функции. Очевидно, что симметрия тесно связана с категориями сохранения и изменения – практически она может быть найдена только тогда, когда при каком-то изменении что-то сохраняется.

Применяемые одновременно различные операции симметрии порождают так называемые комбинированные симметрии. Характерным примером является CPT-симметрия, где C – зарядовое сопряжение, P – пространственная инверсия относительно начала отсчета (замена вектора положения $\boldsymbol{r}$ на $-\boldsymbol{r}$), T – обращение времени. При CPT-преобразовании уравнения квантовой теории поля не меняются, откуда для частиц и античастиц следует противоположность их магнитных моментов по отношению к спину и связь между амплитудой рождения частицы и амплитудой поглощения соответствующей античастицы (перекрестная или кроссинг-симметрия). Считается, что CPT – точная симметрия, в то время как для P, T и CP-симметрий по отдельности обнаружены нарушения при слабых взаимодействиях. Примерами других комбинированных симметрий являются G-четность, составленная из изотопической инвариантности и зарядового сопряжения, и киральная симметрия, связанная с изотопической инвариантностью и внутренней четностью.

Посмотрим, какое место в ряду симметрий занимают симметрии подобия по физическим переменным. В простейшем случае изменение всех размеров какого-либо обьекта в одно и тоже количество раз дает новый обьект, геометрически подобный исходному и являющийся масштабно-измененной копией по отношению к оригиналу. Данная масштабная симметрия не является простой симметрией формы (обьекты не совмещаются друг с другом) или симметрией дополнительных обьектов, но можно предположить, что она относится к симметрии содержания, когда инвариантом становится «содержание формы», то есть закон относительного расположения элементов формы или конфигурации.

К симметриям содержания относятся также симметрия подобия по скорости течения времени и симметрия подобия по скоростям движения частиц. Обе эти симметрии связаны друг с другом, поскольку при увеличении скорости времени в системе процессы в ней происходят быстрее и соответственно растут видимые скорости движения частиц. Инвариантом данных симметрий является процесс сам по себе и форма его математического описания в виде закона с учетом того, что в разных системах отсчета время свое.

Сравнивая между собой различные масштабно-измененные копии, можно заметить, что у них отношение обьема фигуры к ее поверхностной площади разное, поскольку обьем пропорционален кубу характерного размера, а площадь — только квадрату этого размера. Следовательно, физические свойства копий при симметрии подобия по размерам становятся разными и уменьшенные модели обьектов не совсем равнозначны самим обьектам. Существуют однако процессы, в которых комбинированная симметрия с одновременным изменением геометрических масштабов и скорости течения времени оставляет процессы физически более или менее эквивалентными. Например, в гидроаэродинамике одним из критериев подобия процесса является число Рейнольдса $Re = \ell \mathrm{v}/\nu$, где ℓ – характерный размер тела, v – скорость движения тела относительно обтекающего его потока жидкости или газа, $\nu = \mu/\rho$ – кинематический коэффициент вязкости, зависящий от плотности ρ жидкости или газа и динамической вязкости μ. Поскольку

$\mathrm{v} = \frac{dr}{dt}$, где dr – перемещение тела относительно потока за время dt,

то $Re = \frac{\ell}{\nu}\frac{dr}{dt}$ и одновременное изменение масштаба ℓ и длительности времени dt

в одно и то же число раз оставляет величину Re неизменной. Аналогичная комбинированная симметрия наблюдается в процессах глубоко неупругого лептон-адронного рассеяния (скейлинг Бьеркена) и в инклюзивных адронных процессах (скейлинг Фейнмана), когда приблизительно сохраняются безразмерные формфакторы (структурные функции) и инвариантные сечения процессов соответственно.

Выбирая среди физических систем такие, в которых имеется одинаковое число частиц, приходим к симметрии по количеству частиц, когда инвариантом становится само число частиц, невзирая на их свойства. Как известно, по мере роста числа частиц любая система приобретает новые свойства (закон перехода количества в качество). Так, только при достаточно большой массе космическое газовое облако может превратиться в звезду и излучать за счет термоядерных реакций в ее недрах, а любой город больше окружающих его сел и деревень. Что касается статических состояний обьектов, то в силу иерархии и взаимопроникновения систем частиц во Вселенной каждый стабильный обьект содержит в себе большое количество более мелких стабильных частиц, причем число этих частиц не может быть меньше определенной величины (иначе обьект потеряет часть своих свойств). По-видимому, закономерность эволюции материального мира такова, что она в конце концов приводит к возникновению максимально вырожденных и долгоживущих обьектов типа нуклонов (или нейтронных звезд), комбинации которых в совокупности и составляют основу наблюдаемого вещества. Количество частиц в вырожденных обьектах и следовательно массы этих обьектов остаются приблизительно одинаковыми и могут считаться инвариантами (это приводит к симметрии относительно замены одинаковых частиц). Отношения же количества частиц или масс различных вырожденных обьектов также являются безразмерными инвариантами и дают симметрии подобия по количеству частиц или по массам соответственно.

Зададимся теперь вопросом, что может быть общего в таких преобразованиях, после которых в системе вновь действительны те же самые уравнения движения? Если не учитывать тривиальных операций преобразования системы самой в себя и перехода к другим способам и масштабам измерения физических единиц, известны следующие универсальные симметрии: преобразования систем отсчета, находящихся в одинаковых условиях, друг в друга (это могут быть, например, инерциальные системы или системы в одинаковом поле тяготения); комбинированная CPT-симметрия с заменой частиц на античастицы, пространственной инверсией и обращением времени. Очевидно, что после каждого из таких преобразований мы получаем системы, подобные друг другу. Кроме этого, можно видеть, что каждый раз преобразованию подвергаются три таких элемента движения, как геометрический параметр (конфигурация частиц), кинематический параметр (связанный с течением времени) и динамический параметр, зависящий от массы, заряда или другого свойства частиц. Считая, что одновременное использование геометрии, кинематики и динамики в принципе является самодостаточным для описания любого физического явления, примем, что универсальная симметрия в общем случае должна быть комбинированной симметрией геометрии, кинематики и динамики. Обозначая теперь через P симметрию подобия обьектов по геметрическим размерам, симметрию кинематики через S – подобие по скоростям частиц внутри обьектов, симметрию динамики через Φ – подобие обьектов по массам или количеству частиц, приходим к тому, что преобразование $SP\Phi$ переводит один уровень обьектов в другой уровень, на котором выполняются те же самые физические законы. В частности, это должно касаться преонов, партонов, нуклонов, нейтронных звезд и центральных ядер активных галактик (вырожденные обьекты) и других промежуточных обьектов (смотри §§ 29, 33, 38). Фактически исходя из $SP\Phi$-симметрии в § 45 сильное взаимодействие элементарных частиц было отождествлено с ядерной гравитацией, отличающейся от обычной гравитации только величиной гравитационной постоянной.

Итак, мы считаем, что после преобразования $SP\Phi$, также как и после преобразования CPT, физические законы выполняются одинаково и являются инвариантами преобразований комбинированной симметрии. Рассматривая подобие нуклонов и нейтронных звезд, можно определить безразмерные «вертикальные» коэффициенты подобия этих обьектов: S' – отношение характерных скоростей частиц в обьектах; P' – отношение размеров (радиусов); Φ' – отношение масс. Как показано в § 47, для данных коэффициентов справедливо соотношение (499):

$$\frac{\Phi'}{P'^3 S'^3} \sim 25.$$

Это соотношение в свою очередь можно рассматривать как некоторый инвариант $SP\Phi$-симметрии нуклонов и нейтронных звезд. В § 26 были введены «горизонтальные» коэффициенты подобия для атома водорода:

$\alpha = v/c$ – отношение скорости электрона на первой боровской орбите к скорости света (постоянная тонкой структуры),

$\beta = M_p / M_E$ – отношение масс протона и электрона,

$\delta = r / R_p$ – отношение радиуса первой орбиты электрона к радиусу протона.

Соотношение (238) между этими коэффициентами также является инвариантом и должно выполняться для нейтронных звезд:

$$\pi \alpha \delta = \beta, \qquad (666)$$

здесь под величиной δ для нейтронных звезд следует понимать отношение R / R_S, где R_S – радиус нейтронной звезды, а радиус R соответствует расстоянию, при котором вещество планет начинает разрушаться под действием приливных сил от звезды (смотри по этому поводу § 46.3.); аналогично $\alpha = V / C_S$, где V – орбитальная скорость вещества на орбите радиуса R, C_S – характерная скорость частиц нейтронной звезды согласно (440); $\beta = M_S / M_\Pi$, где M_S – масса нейтронной звезды, M_Π – масса планеты по (458). Справедливость соотношения (666) и для нуклонов и для нейтронных звезд эквивалентна признанию принципа относительности уровней материи, когда с учетом изменения скорости течения времени (скоростей процессов) подобные процессы протекают одинаково.

Дважды применяя принцип подобия – во первых между гравитацией и электромагнетизмом, исходя вначале из подобных друг другу законов кулоновского взаимодействия и ньютоновской гравитации, и во вторых рассматривая подобие звездных и атомных систем, приходим к следующему: гравитация и электромагнетизм обьединяются в единое электрогравитационное поле; сильные ядерные взаимодействия становятся ядерной гравитацией или гравитацией микромира. Поскольку электромагнетизм и слабые взаимодействия уже обьединены в 60-х годах нашего века С. Вайнбергом, А. Саламом и Ш. Глэшоу в единую электрослабую теорию, то с появлением электрогравитации (смотри §§ 45, 48) становится возможным провести «великое обьединение» четырех известных к настоящему времени взаимодействий: сильного, электромагнитного, слабого и гравитационного. Симметрия между этими взаимодействиями складывается из двух симметрий: симметрии дополнительных друг к другу электромагнитного и гравитационного полей, и симметрии подобия полей, вытекающей из симметрии между микро и макро-уровнями вещества. В рамках данного обьединения слабое взаимодействие есть результат нарушения длительного баланса между электромагнитной силой и ядерной гравитацией, приводящего к распаду частиц (например, бета-распад), а также следствие соответствующего электрогравитационного взаимодействия в процессах рассеяния с участием лептонов.

В заключение перечислим все то, что может сохраняться при преобразованиях и тем самым называться инвариантом:

– обьекты материального мира и их отражения в идеальном мире;

– сохраняющиеся свойства и характеристики материальных и идеальных обьектов;

– равновесные, стационарные, статические состояния;

– процессы;

– законы сохранения, описывающие неизменные свойства или состояния;

– законы движения тел или систем, участвующих в процессах.

§ 50.2. Математика симметрии

Тот факт, что любая симметрия характеризуется своим инвариантом или набором инвариантов, можно записать в виде следующего общего соотношения для некоторой функции F, имеющей свой характерный вид для каждой симметрии:

$$F(A,B,C...) = const, \qquad (667)$$

где A, B, C – некоторые физические переменные величины (векторы положения частиц, число частиц, скорости, массы, размеры, силы, температуры и т.д.), от которых зависит функция F.

В частности при симметрии изотропного пространства, когда его свойства одинаковы по всем направлениям, у вращающегося в таком пространстве одиночного тела сохраняется момент импульса I:

$$I = J\omega = const \quad \text{или} \quad J_1\omega_1 = J_2\omega_2 \quad \text{или} \quad \frac{J_1\omega_1}{J_2\omega_2} = 1,$$

здесь J_1, J_2 – моменты инерции тела во временных точках t_1, t_2 соответственно, ω_1, ω_2 – угловые скорости вращения тела при t_1 и t_2.

В некоторых случаях (667) может быть многозначной функцией, например: $F_1(A) = K_1$, $F_2(B) = K_2$, $F_3(C) = K_3$, и так далее, здесь K_1, K_2, K_3 – некоторые константы.

Так, если $|\boldsymbol{R}| = |-\boldsymbol{R}| = const$, где $\boldsymbol{R}$ – радиус-векторы точек тела, то при $\boldsymbol{R} = const$ получаем либо $\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{R}_2$ и тело после преобразования симметрии переходит само в себя, либо $\boldsymbol{R}_1 = -\boldsymbol{R}_2$ и тело подвергается преобразованию инверсии.

Для каждого из двух взаимодополняющих друг друга обьектов (например, частицы и волны) можно записать в согласии с (667):

$$F_1 = const, \quad F_2 = const, \qquad (668)$$

где F_1, F_2 – наборы инвариантов возможных симметрий каждого из обьектов. Тогда симметрия взаимодополняющих обьектов проявляется в преобразованиях от одного обьекта к другому, когда F_1 переходит в F_2 и наоборот, однако можно видеть, что инвариантом остается следующая сумма функций (понимаемая как взаимодополнительность сама по себе): $F_1 + F_2 = const$, что по форме совпадает с (667). Взаимодействие дополняющих друг друга обьектов часто приводит к тому, что один обьект порождает другой как причина и следствие – так увеличение количества отдельных частей придает целому новое качество и целое отличается от частей, а форма кристалла зависит от типа элементарной кристаллической ячейки. В результате по принципу П. Кюри симметрия причины сохраняется в симметрии следствия, и если имеется (668), то существует такой набор инвариантов F_3, который соответствует общей симметрии взаимодополняющих и взаимодействующих обьектов, причем F_3 является частью и F_1 и F_2.

Симметрия между различными, но подобными процессами выражается в том, что вид функции F в (667) одинаков для сравниваемых процессов (функция F может задавать уравнение движения, одинаковое для разных систем). Если же рассматривается симметрия процесса сама по себе, то F в (667) сводится к критериям подобия. Для универсальных симметрий при смене систем отсчета, а также при *CPT* и *SPФ*-симметриях F в (667) представляет собой множество уравнений движения и законов природы, остающихся неизменными для преобразованной физической системы.

Соотношение (667) означает, что у каждой симметрии имеется какой-то свой закон сохранения. Физическая система в общем случае может иметь несколько симметрий и столько же законов сохранения. В математическом отношении совокупность преобразований (операций) симметрии системы образует группу, если отдельные симметрии или элементы группы согласованы между собой. Для аддитивной группы должны выполняться три правила: сумма двух элементов группы должна давать снова элемент группы, так что выполняется правило ассоциативности

$(a + b) + c = a + (b + c)$, должен быть «нулевой» элемент, сложение с которым оставляет любой элемент неизменным; каждому элементу должен соответствовать такой элемент, что их сумма равна нулевому элементу. В мультипликативной группе основные три правила те же самые, только суммирование заменяется произведением элементов, а вместо нулевого элемента используется «единичный» элемент. Бесконечный ряд целых положительных и отрицательных чисел образует аддитивную группу, нулевым элементом которой является число нуль, и мультипликативную группу с единичным элементом, равным единице.

Различные комбинации 9 элементов симметрии формы кристаллов дают 32 точечные группы симметрии (слово «точечные» подчеркивает тот факт, что по крайней мере одна точка кристалла при любой операции остается на своем месте); 21 элемент симметрии пространственных кристаллических решеток приводят к 230 пространственным группам, описывающим симметрию расположения атомов в кристалле.

Если пространство-время однородно и изотропно, то физические явления в системе и все относительные движения частиц системы будут протекать одинаково после следующих активных преобразований: после сдвигов в пространстве, после сдвигов во времени, после вращений в пространстве, после изменения скорости движения всей системы как целого. Требование изотропности и однородности пространства-времени означает, что физическая система при преобразованиях остается изолированной от внешних влияний. Четыре активных преобразования, указанные выше, соответствуют четырем симметриям, являющимся элементами группы Пуанкаре. Исключение из группы Пуанкаре симметрий сдвигов в пространстве и во времени приводит к группе Лоренца, состоящей из симметрий при вращении вокруг начала координат и преобразований систем координат Лоренца. Заметим, что при малых скоростях движения преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея-Ньютона классической механики. Следствием инвариантности законов природы при произвольных преобразованиях Пуанкаре оказывается инвариантность длин четырехмерных векторов и некоторых комбинаций компонент тензоров в разных инерциальных системах отсчета.

Универсальная симметрия *CPT*, где *C* – зарядовое сопряжение, *P* – пространственная инверсия, *T* – обращение времени, также образует группу в математическом смысле (В. Вайскопф, В. Паули, 1934 г.). Беря квадрат любого преобразования, получим единичный элемент группы. Для сильных и электромагнитных взаимодействий симметрия *CPT* выполняется строго – как для отдельных симметрий, так и для их комбинаций, причем из условия принадлежности к группе сумма двух преобразований эквивалентна третьему преобразованию, например, $CP = T$. При слабых взаимодействиях, когда нарушается баланс сильных и электромагнитных сил, каждая из симметрий *C*, *P* или *T* становятся неточными, и только полная комбинированная симметрия *CPT* остается устойчивой. Аналогичная ситуация складывается и для *SPФ*-симметрии: отдельные преобразования подобия по скоростям *S*, по размерам *P* или по массам *Ф* не дают симметрии относительно всех физических законов. Но это становится возможным для полной комбинированной симметрии *SPФ* (при переходе на другой подобный уровень материи физические явления протекают подобно).

Понятие группы охватывает либо одну симметрию (например, группа *SU*(2) вращений в изотопическом пространстве), либо несколько симметрий, как в группе *SU*(3) унитарной симметрии, где связаны изоспин и гиперзаряд. Сами же симметрии могут быть извлечены из уравнений, описывающих статику, кинематику, динамику или их совместные проявления в природных явлениях. Так, для рычажных весов условие равновесия имеет вид: $l_0 M_0 = l_1 M_1$, где l_0, l_1 – длины рычагов, M_0 – масса гирь, M_1 – взвешиваемая масса. Как видно, условие равновесия останется прежним, если длины рычагов изменить в одно и то же количество раз, так что все полученные таким образом весы будут связаны между собой симметрией подобия по размерам. Аналогично возникнет и симметрия подобия по массам, если все массы, включая массы гирь, одновременно увеличить (уменьшить) в какое-то количество раз. Совместное преобразование перемещений тел $d\mathbf{r}$ и скорости времени (изменение интервала времени dt по отношению к исходному интервалу времени) может привести к тому, что в измененном мире скорости тел $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ останутся прежними, однако при этом ускорения тел $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ станут другими, что неизбежно приводит и к изменению динамики.

Из вышеизложенного следует, что для нахождения симметрии следует делать различные преобразования в физических переменных, входящих в уравнения, и затем находить инварианты симметрии – либо неизменность самого уравнения, либо неизменность физических величин или их комбинаций. Допустим, мы имеем тело, на которое действуют активные силы $\mathbf{F}_i$ и реакции идеальных связей $\mathbf{N}_i$, причем $\mathbf{N}_i$ всегда перпендикулярны возможным перемещениям точек приложения сил $\delta\mathbf{S}_i$ вдоль связей и $\mathbf{N}_i = 0$ в отрыве от связей. Тогда суммарная работа всех сил, действующих на покоящееся тело, равна:

$$\delta A = \sum_i \delta A_i = \sum_i (\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i)\delta\mathbf{S}_i = \sum_i F_i\, \delta S_i \cos\alpha_i = 0, \tag{669}$$

где α_i – угол между $\mathbf{F}_i$ и $\delta\mathbf{S}_i$.

Очевидно, что для равновесия тела необходимо, чтобы работа δA равнялась нулю – тогда либо суммарная сила $\sum_i(\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i)$ равна нулю, либо равны нулю перемещения δS_i точек приложения сил. Условие (669) равновесия тела относится к вариационному принципу возможных (виртуальных) перемещений и приводит к симметрии между всеми покоящимися телами – для них всегда $\delta A = 0$ при варьировании возможных перемещений тел или преобразованиях от одного возможного перемещения к другому.

Если тело движется, а не покоится, то среди прочих сил необходимо учитывать и силы инерции $\mathbf{B}_i$ (все они пропорциональны массе тела и зависят либо от скорости, либо от ее производных по времени). В соответствии с принципом Д'Аламбера в любом случае справедливо соотношение сил:

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i + \mathbf{B}_i = 0.$$

С учетом принципа возможных перемещений получается вариационный принцип Д'Аламбера-Лагранжа:

$$\delta A = \sum_i \delta A_i = \sum_i (\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i + \mathbf{B}_i)\delta\mathbf{S}_i = \sum_i (\mathbf{F}_i + \mathbf{B}_i)\delta\mathbf{S}_i =$$
$$= \sum_i (F_i \cos\alpha_i + B_i \cos\beta_i)\delta S_i = 0, \tag{670}$$

где δS_i – возможные перемещения точек тела,

α_i, β_i – соответствующие углы между силами и возможными перемещениями.

Равенство $\delta A = 0$ в (670) является в данном случае инвариантом как для движущихся, так и для покоящихся тел при вариации любых перемещений, что делает все тела симметричными относительно механического движения с идеальными связями.

Более изощренный принцип наименьшего принуждения Гаусса говорит о том, что для механических систем с идеальными связями при заданных начальных условиях истинным будет то движение, при котором «принуждение» z все время остается наименьшим. Величина z определяется так:

$$z = \sum_i \frac{1}{2} M_i \left(\frac{F_i}{M_i} - W_i\right)^2,$$

где M_i – масса i-й частицы системы,

F_i – активная сила, действующая на i-ю частицу,

W_i – ускорение i-й частицы под дествием активной силы F_i и реакции связи N_i.

Для нахождения истинных ускорений W_i частиц системы следует взять вариацию от z и приравнять ее нулю, $\delta z = 0$, при этом нужно варьировать возможные ускорения частиц при неизменных силах. Очевидно, что вариация z будет равна:

$$\delta z = \sum_i \frac{1}{2} M_i \cdot 2 \cdot \left(\frac{F_i}{M_i} - W_i\right)(-\delta W_i) = -\sum_i (F_i - M_i W_i)\frac{\delta^2 S_i}{\delta t^2} =$$

$$= -\frac{1}{\delta t^2}\sum_i (F_i + B_i)\delta S_i,$$

так что при введении силы инерции $B_i = -M_i W_i$ условие $\delta z = 0$ эквивалентно (670), которое верно всегда.

Надо заметить, что в рассмотренных выше случаях не случайно варьируется либо работа по перемещению тел, либо ее производные по времени. Хорошо известно, что выполняемая работа всегда изменяет энергию тел, а для изменения состояния любого движения необходимо совершить работу, при этом можно записать:

$$\delta A = dE = \delta E_K + \delta U,$$

где δA – совершенная над системой работа любого вида,

dE – изменение полной энергии системы, которое часто можно разбить на две части – изменение кинетической энергии δE_K и изменение потенциальной энергии δU.

Величина работы δA сама по себе не является однозначной функцией состояния системы, поскольку целиком зависит от поведения окружающей систему среды и вида взаимодействия с ней, но полную энергию E системы в заданных полях следует считать функцией только от времени, координат и их производных по времени:

$E = E(r, \dot{r}, \ddot{r} \quad t)$, где r – геометрические координаты точек системы, а точки над r означают дифференцирование по времени. Соотношение между работой δA и изменением полной энергии системы приблизительно такое же, как между массой очередной порции воздуха dm при надувании воздушного шарика и изменением общего количества воздуха в шарике dM: хотя $dm = dM$, но только величина M может считаться однозначной функцией состояния шарика и тем самым dM будет полным дифференциалом и равняться нулю в круговом процессе. Поскольку работу можно свести к изменению энергии, обычно являющейся функцией состояния системы, в современной физике принято использовать вариационные принципы, связанные не с работой, а с энергией, так что вариации энергии переходят в вариации по времени, координатам или их производным. Точнее, вычисляются вариации не самой энергии, а энергетической функции, состоящей из отдельных видов энергии. Например, функция Лагранжа L для консервативной системы, в которой действуют только потенциальные силы и полная энергия сохраняется, равна разности кинетической и потенциальной энергий: $L = E_K - U$. Широко распространенный вариационный принцип наименьшего действия по Гамильтону-Остроградскому устанавливает, что среди всех кинематически возможных перемещений системы из одной конфигурации в другую (соседнюю с первой), совершаемых за один и тот же промежуток времени $t - t_0$, действительным является то, для которого действие s будет минимальным. Действие определяется как интеграл по времени от функции Лагранжа:

$$s = \int_{t_0}^{t} L\,dt, \text{ и для реального движения должно быть } \delta s = 0, \tag{671}$$

где δs означает неполную первую вариацию от действия s, поскольку время здесь не варьируется.

Переход от различного вида работ к единому понятию энергии в вариационном принципе позволяет использовать его не только для механического, но и для других видов движения. После выполнения варьирования функции Лагранжа в (671) из условия $\delta s = 0$ следует равенство нулю подинтегрального выражения, состоящего из производных от функции L и являющегося уравнением движения системы. В целом каждому классу движений с определенным сочетанием сил и потенциалов поля соответствует своя функция действия s, которая только в реальном движении достигает экстремума. В том случае, когда массы и заряды частиц системы не меняются, функцию Лагранжа L можно считать зависящей только от координат частиц и их скоростей, а также от величины напряженностей и потенциалов внешнего поля. При определенных преобразованиях физических переменных функция L может измениться так, что уравнение движения системы, вытекающее из условия $\delta s = 0$, останется тем не менее неизменным. В этом случае появляется симметрия явлений относительно данных преобразований функции Лагранжа. Для примера рассмотрим движение пробной частицы вокруг массивного заряженного тела, собственным движением которого можно пренебречь. Для такой консервативной системы функция Лагранжа равна:

$$L = E_K - U = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \frac{\gamma M m}{r} - \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{672}$$

где m, q – масса и заряд частицы,

v – полная скорость частицы на орбите,

γ – гравитационная постоянная,

M, Q – масса и заряд тела,

r – расстояние между телом и частицей,

ε_0 – электрическая постоянная.

При смене знаков у зарядов Q, q функция L не меняется, движение частицы останется прежним и тем самым проявляется C-симметрия зарядового сопряжения. Перейдем в (672) к сферическим координатам r, ϑ, φ:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\vartheta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta) + \frac{\gamma M m}{r} - \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Инверсия положения точки относительно центра координат сводится к смене знаков у углов ϑ и φ, но они входят в выражение для L в квадратах, поэтому при P-симметрии функция Лагранжа не меняется, а отраженное движение подобно истинному. Смена направления течения времени – T-симметрия – также не меняет функцию Лагранжа, так как все временные производные входят в нее в квадрате. В итоге CPT-преобразование симметрично для функции Лагранжа (672).

Уравнение Лагранжа для консервативной системы, получаемое из условия экстремальности (671), имеет вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial X_i} = 0,$$

здесь X_i – координаты, $\dot{X}_i$ – скорости.

Для сферических координат $X_i = r,\ \vartheta,\ \varphi$, так что имеется три уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{r}) = mr\dot{\vartheta}^2 + mr\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta - \frac{\gamma Mm}{r^2} + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$
$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\vartheta}) = \frac{mr^2\dot{\varphi}^2\sin 2\vartheta}{2}, \qquad (673)$$
$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}\sin^2\vartheta) = 0.$$

Уравнения движения частицы (673), как и следовало ожидать, оказываются симметричными относительно CPT-преобразования.

В § 50.1. было показано, что универсальная симметрия складывается из преобразований статики, кинематики и динамики. В связи с этим следует проверить, как изменятся соотношения (672) и (673) при одновременных преобразованиях скоростей (операция S), размеров (операция P) и масс (операция Φ), когда от одного уровня материи мы переходим к другому уровню материи. Произведем обозначения:

$\mathrm{v} = \mathrm{v}'S',\ \ \gamma = \gamma' K_\gamma,\ \ M = M'\Phi',\ \ m = m'\Phi',\ \ r = r'P',\ \ Q = Q'K_q,\ \ q = q'K_q,$

тогда из (672) имеем:

$$L' = \Phi' S'^2 \frac{m'\mathrm{v}'^2}{2} + \frac{K_\gamma \Phi'^2}{P'}\frac{\gamma' M' m'}{r'} - \frac{K_q^2}{P'}\frac{Q'q'}{4\pi\varepsilon_0 r'}.$$

Если для коэффициентов подобия в L' выполняется равенство:

$$\Phi' S'^2 = \frac{K_\gamma \Phi'^2}{P'} = \frac{K_q^2}{P'} = const, \qquad (674)$$

то видно, что функция L' отличается от функции L в (672) только постоянным множителем, так что уравнения (673) не изменятся. Используем (674) при условии $const = 1$ для определения K_γ и K_q:

$$K_\gamma = \frac{P'S'^2}{\Phi'},\quad K_q = S'\sqrt{P'\Phi'}. \qquad (675)$$

Мы нашли выражение коэффициентов подобия по гравитационной постоянной K_γ и по электрическому заряду K_q через коэффициенты подобия по скоростям S', размерам P' и массам Φ'. Учитывая, что размерность гравитационной постоянной γ в системе физических единиц СИ равна: $[\gamma] = \text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$, согласно теории размерностей величина K_γ должна быть такой:

$$K_\gamma = \frac{P'^3}{\Phi' \Pi'^2},$$

где Π' – коэффициент подобия по скорости течения времени.

Сравнение с (675) дает: $\Pi' = P'/S'$.

Для подобия между нуклонами и нейтронными звездами с коэффициентами подобия из Таблицы 65, § 46, соотношение (675) для K_q совпадает с (447), а для K_γ имеем:

$$K_\gamma = \frac{\gamma}{\Gamma} = \frac{P'S'^2}{\Phi'} = \frac{P'^3}{\Phi'\Pi'^2},$$

где γ – обычная гравитационная постоянная,

Γ – постоянная ядерной гравитации из (422).

Итак, мы видим, что соответствующее преобразование *SPФ*-симметрии оставляет законы движения тел неизменными.

Важный способ получения законов сохранения дает теорема Э.Нетер (1918 г.): если дифференциальные уравнения, описывающие движение физической системы, получаются из вариационного принципа наименьшего действия, то каждому непрерывному преобразованию, оставляющему инвариантным действие s, соответствует дифференциальный закон сохранения. В частности, если пространство однородно и в любой его точке на систему не действуют внешние силы, то перенос пространства сквозь систему (пассивное преобразование) не меняет полный импульс системы. Аналогично изотропность пространства эквивалентна отсутствию моментов вращающих сил, что приводит к сохранению момента импульса при произвольном повороте пространства (повороте системы отсчета). При отсутствии внешних сил и моментов сил система оказывается замкнутой, так что в ней сохраняется полная энергия. Кроме этого, в силу инвариантности действия относительно преобразований Лоренца, в любой инерциальной системе выполняется закон инерции – движение центра масс замкнутой системы происходит по прямой с постоянной скоростью. Указанные 4 закона сохранения определяют наблюдаемую симметрию физического пространства-времени. Вообще метод вариации функций и физических переменных, осуществляя связь состояний рассматриваемой системы на основе принципа экстремума, эквивалентен преобразованиям, которые при определенных условиях дают законы сохранения и соответствующие симметрии.

Обратимся теперь к вопросу о точности выполнения законов сохранения. В физике и философии для описания обьективной реальности используются взаимодополняющие категории различного типа, такие как пространство и время, целое и части, форма и содержание, количество и качество, сохраняемость и изменчивость, абсолютное и относительное, тождественное и различное, дискретное и непрерывное, энергия и импульс, частота и волновой вектор, скалярный и векторный потенциалы, мощность и сила, симметрия и хаотичность, энтропия и температура, и многие другие. Эти идеальные понятия были извлечены из многовекового опыта человечества и потому их можно принять в качестве аксиом, уже не требующих доказательства для своего права на жизнь. До тех пор, пока не будет доказана их излишнесть, они могут считаться абсолютными. Однако свойства этих идеальных понятий, как постулируется в § 41, в принципе не могут быть абсолютными. Тем самым свойства протяженности и длительности, непрерывности и направленности, однородности и изотропности, трехмерности пространства и одномерности времени, скорости и массы тел не могут считаться абсолютными, но лишь относительными. И в самом деле, специальная теория относительности показывает, что наблюдаемая протяженность тел, их масса, длительность событий зависят от скорости движения системы отсчета наблюдателя. Но если свойства пространства-времени в принципе относительны, то отсюда сразу же вытекает относительность законов сохранения, например, того же закона сохранения энергии. В лучшем случае можно утверждать, что в реальной ситуации энергия может сохраняться лишь приблизительно. С одной стороны, это связано с тем, что ввиду бесконечной делимости материи нельзя мгновенно учитывать все происходящие взаимодействия в выбранной физической системе. С другой стороны, второе начало термодинамики открытых систем также запрещает сохранение энергии в определенном месте из-за невозможности реализации закрытой системы (смотри § 49.3.). Общим следствием относительности законов сохранения и инвариантности является то, что все наблюдаемые симметрии оказываются неточными, приблизительными.

Попробуем свести все наблюдаемые в природе инварианты в виде материальных и идеальных обьектов, сохраняющихся свойств, равновесных состояний, законов сохранения, движения и существования систем в единый философский закон сохранения-изменения. С этой целью используем категорию «организация», понимая под ней все совокупности устойчивых, одновременно сохраняющихся элементов и связей системы, взятых в их развитии и переходящих одна в другую. Можно также сказать, что организация отражает историю развития совокупности всех инвариантов системы. В частности, в системе могут быть неизменными заряд, масса, количество частиц, энергия, давление, обьем, температура, конфигурация, ориентация и скорость движения, плотности потоков, величины действующих сил, законы взаимодействия и так далее.

В результате возникает закон сохранения и изменения организации:

«В процессе развития система стремится сохранить свою равновесную организацию и перестраивает ее с постоянным противодействием всем влияниям, изменяющим организацию.»

Рассмотрим характерные примеры действия сформулированного выше закона:

1. Первый закон Ньютона (закон инерции): всякая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного постоянного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не выведет ее из этого состояния.

2. Третий закон Ньютона: сила, действующая на систему, равна силе обратного противодействия со стороны системы. Здесь имеется в виду, что под действием силы либо меняется скорость движения системы, либо ее конфигурация, то есть меняется организация, и система сопротивляется этому.

3. Правило Ленца: индукционный ток в контуре направлен так, что создаваемый им поток магнитной индукции через поверхность, ограниченную контуром, стремится препятствовать тому изменению потока, которое вызывает данный ток.

4. Принцип Ле-Шателье - Брауна: при отклонении внешнего воздействия от равновесного значения в системе происходят процессы, ослабляющие эффект от изменения внешнего воздействия, а при смещении равновесия к новому положению изменение организации системы минимально.

5. Закон роста внутренней энтропии в изолированной системе при переходе к равновесию. В данном случае восстанавливается равновесная организация системы, а изменение энтропии является количественной мерой данного процесса.

6. Условие стационарности открытой системы имеет вид:

$dS \leqslant 0$, где S – общая энтропия системы. При $S = const$ приращение энтропии $dS = 0$, если же $dS < 0$, то с увеличением проходящего через систему потока энергии система переходит к новому состоянию равновесия при минимально возможном изменении организации.

7. При некоторых определенных условиях в системе могут выполняться законы сохранения энергии, заряда, количества движения, момента импульса, прямолинейности движения в инерциальных системах, функции распределения частиц в статистической механике и другие, связанные с фундаментальными свойствами пространства-времени. Все эти законы по определению входят в закон сохранения организации.

8. Живые организмы стремятся сохранить внутри себя определенные условия, поддерживая гомеостаз – это могут быть фиксированные температура тела, давление крови, концентрации веществ, ритмы жизнедеятельности и так далее. Тем самым сохраняется внутренняя организация или самоорганизация. Взаимодействие живых

существ между собой в популяциях или с окружающей средой описывается другой системой инвариантов и приводит к понятию внешней организации, которая также стремится к сохранению (это справедливо и для бюрократической системы на предприятиях, в учреждениях, в любой ячейке общества, в науке, в искусстве и в идеологии, имеющих большой соблазн остановиться на достигнутом и с недоверием относиться к нововведениям). Адаптация организма к внутренним или внешним изменениям есть процесс с минимально возможной (оптимальной) перестройкой организации, а противостояние популяции и враждебной окружающей среды порождает либо перестройку окружающей среды, либо познание механизмов, с помощью которых можно ослабить ее влияние. При наличии возможности живое мигрирует в те благоприятные области, где оно сможет легко сохранить свою организацию, отсюда вытекает принцип экспансии жизни. С той же самой целью облегчения сохранения своей организации живое стремится обладать все более мощными источниками энергии, вещества и информации.

9. Диалектика целого и частного обычно сводится к тому, что целое как более сложное подчиняет себе частное. В популяциях отдельные индивиды вынуждены жертвовать своими интересами и подстраивать свою организацию под организацию популяции в целом. Однако при этом сохраняемость собственной организации индивида в популяции оказывается гораздо выше, чем у разрозненных организмов. В результате живое стремится создавать популяции максимально возможных размеров, популяции популяций и так далее. После рождения и расцвета каждое живое существо или популяцию в конце концов ожидает смерть или преобразование, и они активно сопротивляются своей гибели или трансформации своей организации.

В отношении живого можно сформулировать следующее утверждение: цель любой жизни, в том числе человека и общества – сохранение и улучшение достигнутой степени организации несмотря на изменение условий существования. В частности, в обществе принято брать пример с людей, обладающих высоким престижем – им предоставляется максимально допустимая свобода и возможности в обмен на заслуги перед обществом, что соответствует укреплению их собственной организации.

10. По принципу Неймана симметрия физических свойств кристалла включает в себя симметрию формы кристалла. Принцип Кюри утверждает, что симметрия причины сохраняется в симметрии следствия, а диссимметрия (недостаток симметрии) следствия присутствует и в диссимметрии причины. Согласно правилу Шубникова симметрия составной системы сводится либо к пересечению групп симметрии частей, либо старше ее. Данные принципы говорят о сохранении симметрии в системах и тем самым о сохранении организации. Аналогично в живых системах существенна передача информации новым поколениям, при этом имеются различные механизмы долговременной памяти – генетический код на уровне клеток, обучение примером на уровне организмов, язык символов и поз, передача сигналов химическими веществами, предметами, модулированными акустическими и световыми колебаниями, запись информации на материальном носителе с целью упрощения ее кодирования, передачи и воспроизведения. Передача информации говорит о стремлении сохранить знания и достигнутый уровень организации.

11. Принцип борьбы за существование, являющийся частью теории эволюции Дарвина, предполагает различные действия живых организмов, направленные на их сохранение и одновременно на сохранение популяций этих организмов. Стремление организмов и популяций к выживанию означает их стремление к сохранению своего существования и своей организации. Сохранение организации живого проявляется и в постоянном воспроизводстве одних и тех же белковых молекул с помощью генетического кода, записанного на ДНК и РНК, при этом избыточность генетического кода используется для страховки от неправильного считывания информации. Принцип

естественного отбора или избирательное выживание вытекает из того, что наиболее приспособленные организмы и популяции в стремлении к сохранению своей организации вытесняют менее приспособленных, получая тем самым лучшие условия для своего существования.

12. При стабильности, стационарности, неизменности системы выполняется принцип оптимальности связей и принцип меры – устойчивого равновесия между противоположностями, борьба которых является источником развития системы. В границах меры и оптимального функционирования организация системы обычно не меняется. Закон единства и борьбы противоположностей и закон отрицания отрицания приводят к тому, что каждая противоположность системы как целого рождается в диалектическом единстве перехода в нее всех противоположностей частей системы (так, сложная система может получить новое качество не только при изменении количества ее составных частей, но и при изменении качества взаимодействия частей при перестройке структуры). Таким образом, противоположности, отрицание и остальные категории философии, а также законы и принципы диалектики – все они являются устойчивыми элементами организации любой части бытия и тем самым входят в закон сохранения-изменения организации.

Из математики известно, что закон любого движения можно рассматривать как следствие экстремума некоторого соответствующего функционала. Если считать, что при выборе истинной траектории движения системы или истинного параметра экстремум заданного функционала является необходимым элементом организации, то тогда и вариационные принципы и действующие в системе законы являются особой формой закона сохранения организации. Мы можем теперь перейти от качественного описания организации к количественному, формулируя второй закон:

«Экстремальному сохранению (изменению) организации систем соответствуют экстремумы энергетических функций, описывающих системы.»

Приведем некоторые примеры действия данного закона:

а). Вариационные принципы механики – принцип виртуальных перемещений, принцип Д'Аламбера, принцип Д'Аламбера-Лагранжа, принцип наменьшего принуждения Гаусса, принцип наименьшего действия и другие. Во всех этих принципах с помощью операции варьирования находится экстремум соответствующей энергетической функции, что позволяет математически выразить наиболее вероятные законы движения систем. Само существование таких законов невзирая на различные случайные отклонения от них говорит о сохранении организации.

б). Теорема Пригожина о том, что в стационарных условиях в системе осуществляется минимальное производство энтропии. Данной теореме можно придать вид вариационного принципа:

$\delta\int\sigma_S\,dV = 0$, где σ_S – производство энтропии или приращение энтропии в единичном обьеме в единицу времени. Здесь минимальность производства энтропии можно рассматривать как сохраняющийся элемент организации.

в). Принцип Онсагера наименьшего рассеяния энергии на границах (смотри Onsager L. – Phys.Rev. – 1931 – V.37 – P.405, V.38 – P.2265). В вариационном виде можно записать:

$$\delta\int(\sigma_S - \Phi)\,dV = 0,$$

где σ_S – производство энтропии, Φ – функционал рассеяния энергии.

г). Принцип наименьшей диссипации энергии в системе (смотри Моисеев Н. Н. Алгоритмы развития. – М., Наука, 1987): если допустимо не единственное состояние системы (процесса), а целая совокупность состояний, согласных с законами сохранения и связями, наложенными на систему (процесс), то реализуется то ее состояние, которому отвечает минимальное рассеяние энергии, или минимальный рост энтропии. Данный принцип может не выполняться в системах, в которых переход в отдельные состояния происходит путем бифуркации или случайности, поскольку может получиться состояние с увеличенным рассеянием энергии. По-видимому, более общей формулировкой может быть следующая: скорость диссипации энергии в системе определяется действующими законами сохранения и связями и является скоростью изменения меры взаимодействия частей системы, данная скорость не может быть произвольно большой или меньше требуемого уровня.

д). В изолированной системе энтропия достигает наибольшей возможной величины, а температура выравнивается во всем обьеме. Если температура системы $T = const$, то для энергетической функции в равновесии можно записать:

$T\,dS = 0$, где dS – приращение энтропии.

Следовательно, состоянию равновесия как элементу организации соответствует максимум энтропии.

е). В стационарной открытой системе при неизменном распределении температур общая энтропия равна нулю:

$$dS = dS_B + dS_H = 0,$$

где dS_B – внутренняя энтропия,

dS_H – внешняя энтропия системы.

При условии $dS = 0$ достигается стационарность системы и максимальное сохранение ее организации.

ж). В различных законах распределения вероятностей частиц – в распределении Максвелла по скоростям в равновесной системе, в распределении Больцмана по координатам во внещнем силовом поле, в распределениях Гиббса по энергиям, в квантовых распределениях Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака – везде энергетические функции сравниваются с некоторой базовой энергетической функцией типа kT, где k – постоянная Больцмана, T – температура системы. Именно то множество частиц, энергетические функции которых близки по величине к значению kT, определяют основное, характерное движение системы, максимально сохраняя ее организацию.

з). В различных процессах образования систем и частиц полная энергия оказывается отрицательной, что является условием стабильности вещества. Экстремального значения достигают электромагнитная и полная энергии в вырожденных обьектах типа нуклонов и нейтронных звезд. Эти обьекты и становятся основой видимого вещества, долговременно сохраняя свою организацию.

и). Пример связи принципа экстремальности энергетической функции и организации дает анализ возможного ограниченного периодического движения около притягивающего центра в N-мерном пространстве – только при размерности пространства $N = 3$ полная энергия устойчивой системы достигает минимума. Тем самым подтверждается экстремальность организации нашего трехмерного пространства.

к). С точки зрения эволюции наиболее важными оказываются такие популяции, в которых достигается экстремальный уровень самоорганизации или оптимальное соотношение между организацией популяции и организацией индивидов. В частности, преимущество в развитии получают такие виды, у которых потребление энергии на единицу массы минимально.

л). Более организованная материя, обладающая увеличенным количеством инвариантов, как правило выглядит более организованной, симметричной, закономерно устроенной и в конце концов красивой. Главную роль при этом играет энергетика системы – усложнение ее организации сопровождается ростом модуля полной, потенциальной, внутренней и (или) внешней кинетической энергий, или энергии связи системы. В основе красоты лежит не только выражение и восприятие сконцентрированной энергии, но и гармоничность ее распределения и использования в наблюдаемом обьекте.

м). Поворотные или экстремальные точки развития систем со значительным изменением организации как правило сопровождаются экстремальными изменениями некоторых энергетических функций, переходами одних форм энергии в другие: при взрыве резко нарастает кинетическая энергия движения частиц; новая техника характеризуется увеличенным коэффициентом полезного действия; лосось, идущий на нерест, перестает питаться (это же верно и в отношении заболевшей кошки); более сложная работа влечет за собой повышенную оплату труда (здесь деньги рассматриваются как эквивалент энергии), любая перестройка требует затрат и т. д. Во многих случаях оказывается, что чем быстрее изменяется организация системы, тем больше энергии при этом преобразуется. Например, из соотношения Гейзенберга следует: $\Delta t \sim \frac{h}{\Delta E}$, то есть продолжительность квантового процесса Δt обратно пропорциональна изменению энергии системы ΔE (h – постоянная Планка). Соответственно скорость изменения организации будет прямо пропорциональна величине ΔE.

Организация тесно связана с категорией структуры. Определим структуру как результат разбиения системы на части со всеми присущими им связями и взаимодействиями, как некоторый мгновенный срез организации. Тогда все постоянное, сохраняющееся в структуре входит в организацию системы, образует ее. Различные мыслимые структуры системы конкретны, а организация как сохраняющаяся часть этих структур более абстрактна. Если появление нового качества системы обычно есть и изменение ее структуры, то изменение сущности системы (процесса) сопровождается изменением их организации.

В свете вышеизложенного удобно провести разграничение таких понятий, как движение, развитие и эволюция. Будем считать, что движение существует всегда, в то время как видимое развитие и эволюция могут отсутствовать – например, это характерно для движения тела по инерции или при наблюдении за системой или процессом в течении достаточно малого промежутка времени. Развитие можно охарактеризовать как такую связь явлений, когда происходит появление новых качеств и соответствующее изменение структуры. Тогда эволюцию системы логично определить как процесс изменения ее сущности и организации с момента возникновения системы до момента ее исчезновения.

§ 51. Основные результаты

1. Коэффициент подобия по времени между нуклонами и нейтронными звездами $\Pi' = 1{,}2 \cdot 10^{20}$. Приблизительно в это же количество раз скорости процессов (скорость течения времени) в нуклонах превышают скорости подобных процессов в нейтронных звездах.

2. Эфир, необходимый для обьяснения постоянства скорости света в пустоте, представляет собой физический вакуум, заполненный разнообразными частицами. Распространение электромагнитных колебаний может осуществляться комбинацией двух способов – волновые колебания заряженной плазмы физического вакуума и самостоятельное направленное движение пучков частиц, переносящих в себе электромагнитные колебания.

3. Волны де Бройля, проявляющиеся в эксперименте, оказываются следствием внутренних колебаний в движущихся частицах и преобразований Лоренца для этих колебаний в неподвижную лабораторную систему.

4. Электрические заряды элементарных частиц можно обьяснить вращением их магнитного момента, то есть внутренними токами и вращением самих частиц. Отсюда следует, что и магнитные диполи и электрические монополи (заряды) не существуют без замкнутых токов и вращательного движения как такового.

5. В качестве модели нейтрона предлагается протон с вращающимся около него электронным плазменным облаком.

6. Целостность элементарных частиц возникает благодаря сильному взаимодействию, которое эквивалентно гравитации микромира или ядерной гравитации. Формулы для потенциальной энергии связи частиц и силы ядерной гравитации подобны формулам для обычной гравитации, необходимо лишь заменить постоянную гравитации на постоянную ядерной гравитации $\Gamma = 1{,}5\cdot 10^{29}$ $м^3 \cdot кг^{-1} \cdot с^{-2}$. Устойчивость нейтрона и протона в дейтерии обеспечивается балансом сил ядерной гравитации и электромагнитного отталкивания. Слабое взаимодействие, приводящее к распадам частиц, является следствием превращений вещества внутри этих частиц, что и порождает их неустойчивость.

7. Для обьяснения нуклон-антинуклонной аннигиляции делается предположение о том, что энергия собственного вращения нуклонов в ходе аннигиляции переходит в электромагнитный гамма-квант, а само вещество нуклонов преобразуется в пионы или мезоны под действием силы ядерной гравитации.

8. Принимая, что аналогами нуклонов являются нейтронные звезды с массой $M_S = 1{,}41\ M_C = 2{,}8\cdot 10^{30}$ кг, с радиусом $R_S = 14{,}9$ км и с характерной скоростью частиц в звезде $C_S = 54000$ км/с, можно оценить коэффициенты подобия: $\Phi' = 1{,}68\cdot 10^{57}$ – отношение масс нейтронной звезды и нуклона; $P' = 2{,}26\cdot 10^{19}$ – отношение размеров; $S' = 0{,}18$ – отношение скоростей между C_S и скоростью света. Звездная постоянная вращения нейтронных звезд, эквивалентная постоянной Планка для нуклонов, равна $h'_S = 4{,}5\cdot 10^{42}$ Дж$\cdot$с.

9. Аналогом пионов являются легкие нейтронные звезды с массой $0{,}2\ M_C$ (M_C – масса Солнца), мюоны подобны легким белым карликам с массой $0{,}16\ M_C$ и радиусом порядка $1{,}5\cdot 10^7$ метра. Масса вырожденной планеты – аналога электрона равна $1{,}5\cdot 10^{27}$ кг $= 0{,}8\,M_Ю$ ($M_Ю$ – масса Юпитера).

10. Оценка радиуса свободного шарообразного электрона дает значение порядка 10^{-12} м. При приближении электрона к ядру на расстоянии около первой боровской орбиты электрон разрывается на части и превращается в облако за счет действия сил ядерной гравитации от ядра.

11. Для вырожденных обьектов отношение полной энергии связи (гравитационной энергии) к электромагнитной энергии приблизительно равно отношению масс протона и электрона. Это же справедливо и для отношения плотности энергии ядерной гравитации (618) к плотности энергии нулевых колебаний электромагнитного поля в черной полости с оболочкой из нуклонов.

12. Связь между электромагнетизмом и гравитацией для нейтронных звезд выражается формулами (453) и (471), где магнитный момент звезды P_{MS} выражается через гравитационную постоянную γ и спин звезды I_S:

$$P_{MS} = 2{,}79\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0\gamma M_E}{M_P}}\,I_S\,,$$

здесь ε_0 – электрическая постоянная,

M_E, M_P – массы электрона и протона.

13. Анализ специальной теории относительности показывает, что она не запрещает существования сверхсветовых скоростей передачи информации и движения частиц и волн. Увеличение плотности массы частиц по мере перехода ко все более мелким вырожденным частицам также приводит к выводу о необходимости существования сверхсветовых скоростей.

14. Феномен активных ядер галактик и квазаров можно обьяснить накоплением в них в ходе звездной эволюции вырожденных обьектов – белых карликов и нейтронных звезд.

15. Уравнения гравитационного поля подобны уравнениям Максвелла для электромагнитного поля, так что гравитационное и электромагнитное поля взаимодополняют друг друга и обьединяются в единое электрогравитационное поле. Уравнения движения вещества в гравитационном поле в пределе малых скоростей переходят в соответствующие гидродинамические уравнения. Компоненты метрического тензора в общей теории относительности в пределе слабого гравитационного поля оказываются функциями скалярного и векторного потенциалов гравитационного поля, определяющих энергию поля. Поле электрогравитации порождает частицы – составные обьекты все больших размеров, а эти частицы в свою очередь порождают поля, кванты которых дробятся и уменьшаются со временем. В целом движение вещества (поля) можно разделить на две части: вращение создает магнитные моменты, заряды и электромагнетизм, а прямолинейное движение вещества и квантов поля ответственно за возникновение масс и гравитацию.

16. Построена модель сил тяготения, в которой гравитация возникает за счет передачи импульса нуклонам вещества от потоков гравитонов, изотропно распределенных в пространстве.

17. Используя выражения для энергии вещества и электрогравитационного поля, можно прийти к первому началу термодинамики и уточнить понятия полной энергии системы и количества теплоты δQ согласно (633):

$$\delta Q = -\,dt\int_V \operatorname{div}(S_r + S_p)\,dV,$$

то есть количество теплоты δQ, полученное системой за время dt, определяется плотностями потоков гравитационной S_r и электромагнитной S_p энергий в обьем V системы. Для химического потенциала найдена формула:

$$\mu = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{P_0 V_0}{N\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где M – масса одного моля вещества,
v – скорость движения элемента вещества,
c – скорость света,
N – количество молей вещества,
P_0 , V_0 – давление и обьем вещества в покое.

18. Математической формулировкой правила Ле Шателье о противодействии системы отклонению от равновесия являются формулы (647) и (648) для возвращающей силы F:

$$F \sim -\operatorname{grad} E_C - Mc^2 \operatorname{grad} N,$$

где $E_C = U + E_K$ – сумма потенциальной и кинетической энергий системы,
M – масса одного моля,
c – скорость света,

N – количество вещества в молях.

19. Энтропия статической системы может быть найдена с помощью формулы (651):

$$S = -\int_V \frac{\mathbf{r}\cdot\mathrm{grad}(u + L - P_0)}{T} dV,$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор элемента обьема dV,
u – плотность потенциальной энергии,
L – функция по (546),
P_0 – давление в системе покоящегося вещества,
T – температура.

Следовательно, энтропия определяется структурой распределения энергии в системе. Кроме этого, энтропия тесно связана с внутренней функцией Лагранжа $\overline{L} = E_T - U$, где E_T – кинетическая энергия теплового движения частиц статической в целом системы, U – потенциальная энергия системы. В результате среднюю температуру системы можно оценить по формуле:

$$\overline{T} \sim \frac{L_1}{3k},$$

где L_1 – внутренняя функция Лагранжа в расчете на 1 частицу,
k – постоянная Больцмана.

20. Для открытых систем вводятся понятия внешней энтропии, связанной с обменом энергией (теплотой) между системой и окружающей средой, и внутренней энтропии, зависящей от количества теплоты, которая могла бы выделиться в закрытой системе в процессе перехода к равновесию при совершении некоторой внутренней работы. В стационарных открытых системах справедливы следующие постулаты:

– сумма внешней и внутренней энтропий системы не меняются;

– в отсутствие внешних потоков массы-энергии бесконечная внутренняя работа в системе невозможна;

– невозможно полностью преобразовать внешнюю энергию (теплоту) во внутреннюю работу системы.

Для приращения энтропии открытых систем можно записать: $dS = dS_B + dS_H$, где dS_B – приращение внутренней энтропии, dS_H – приращение внешней энтропии. Если все время $dS > 0$, то энтропия системы растет и система стремится к равновесию. Если же $dS = 0$, то система стационарна, при $dS < 0$ система получает большую негэнтропию $d\$ = -dS_H$ извне, что приводит систему к перестройке с тем, чтобы увеличить dS_B и привести систему к новому стационарному состоянию с условием $dS = 0$.

21. Общим выводом из термодинамики открытых систем является следующее: реальное превращение в пространстве-времени одной величины A в другую величину B (или в ту же величину A в том же или в другом месте) без изменения начального количества или качества невозможно.

22. Для обнаружения универсальных симметрий, после преобразований которых все физические законы в системе выполняются аналогично, следует либо перейти в другую систему отсчета, либо преобразовать систему или обьект сам по себе (CPT-симметрия с заменой зарядов, пространственной инверсией и обращением времени), либо одну систему заменить другой подобной системой ($SP\Phi$-симметрия при переходе от одного уровня материи к другому с учетом подобия скоростей S, подобия размеров P и подобия масс Φ).

23. Для описания свойств материальных частиц и их взаимодействий используются такие понятия, как пространство и время, количество частиц и их качества, целая частица и ее составные части, форма частицы и внутреннее содержание, дискретность или непрерывность системы частиц, – и многие другие категории, а также физические параметры типа координат, скоростей, масс, импульсов, энергий и так далее. Поскольку данные понятия и параметры универсальны и приложимы к любой системе, их можно считать абсолютными. Однако их свойства, такие как однородность пространства, однонаправленность времени, сохранение количества частиц или какого-то качества,например, импульса или энергии, твердости целого или тождественности одинаковых частиц – уже не могут быть абсолютными, но только относительными. В качестве постулата принимается, что свойства абсолютных свойств материи относительны. В результате неактуальными становятся споры о стрелах времени, дискретности пространства и тепловой смерти Вселенной – для решения подобных вопросов необходимо лишь применить диалектический подход.

24. Для описания системы используется понятие организации как совокупности устойчивых, одновременно сохраняющихся элементов, связей и отношений. Оказывается, что множество принципов можно обьединить в единый закон сохранения и изменения организации:

«В процессе развития система стремится сохранить свою равновесную организацию и перестраивает ее с постоянным противодействием всем влияниям, изменяющим организацию.»

В отношении организации можно сформулировать и количественный закон:

«Экстремальному сохранению (изменению) организации систем соответствуют экстремумы энергетических функций, описывающих системы.»

25. Отталкиваясь от закона единства и борьбы противоположностей, закона перехода количества в качество, иллюстрирующего переход одной противоположности в другую, и закона отрицания отрицания, по которому все старое содержится в новом в свернутом виде и повторяется на следующем витке развития на более высоком уровне, приходим к закону развития противоположностей:

«Каждая противоположность системы как целого рождается и изменяется в диалектическом единстве перехода в нее всех противоположностей частей системы, а противоположности системы как целого воздействуют на противоположности ее частей.»

Первую часть данного закона можно проиллюстрировать следующими примерами:

– новое качество системы возникает не только при изменении количества частей, но и при изменении качества их взаимодействия,

– новое общее может быть следствием изменения не только единичного, но и особенного, которое является общим по отношению к единичному,

– новое целое может зависеть не только от изменения частей, но и от изменения группы частей, которая в свою очередь есть целое по отношению к своим частям,

– следствие появляется как результат причины, однако при неизменной причине возможно следствие как результат изменения условий, являющихся следствием других процессов,

– новое может быть не только следствием перехода в него старого, но и результатом появления нового при неизменном старом,

– необходимость возникает не только как результат перехода в него случайного, но и при сохранении случайного как результат изменения усредненного, являющегося необходимым для случайного,

– новое содержание появляется не только при изменении формы, но и при изменении содержания частей,

– новая сущность может не приводить к видимому изменению явления, а выражаться через изменение сущности составных частей,

– эволюция живого определяется не только влиянием неживого, но и самим живым, которое изменяет условия своего существования.

Вторая часть закона утверждает зависимость противоположностей частей от противоположностей системы как целого – так, форма и содержание частей может зависеть от изменения формы и содержания целого, а существование частей определяется и законами существования целого.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим некоторые вехи развития естествознания, отражающие эволюцию систем взглядов на устройство природы. В 3 веке до нашей эры появляются «Начала» древнегреческого математика Евклида с основными аксиомами геометрии, что позволило математически строго исследовать свойства тел в видимом трехмерном пространстве и выделить повторяющиеся элементы формы этих тел. Однако уже за два столетия до этого древнегреческие ученые делали выводы о шарообразности Земли, а Аристотель (384 — 322 гг.до н.э.) оценивал радиус Земли с точностью в 60%.

Труд К. Птоломея «Альмагест», опубликованный приблизительно в 150 г., продолжая традиции Платона и Аристотеля наиболее тщательно обосновывал геоцентрическую систему мира, по которой Земля была центром Вселенной. В конкурирующей гелиоцентрической модели, созданной Аристархом Самосским в 3 веке до нашей эры, планеты обращаются вокруг Солнца, а сфера звезд находится очень далеко. Модель Птоломея, казавшаяся более логичной и ясной, господствовала вплоть до 16 века. В 1543 г. в книге «Об обращениях небесных сфер» Н.Коперник вновь возрождает гелиоцентрическую модель Аристарха. И. Кеплер, основываясь на наблюдениях Т. Браго, выводит правильные законы движения планет вокруг Солнца («Новая астрономия», 1609 г.). В это же время Д. Бруно (1548 — 1600) в книге «О бесконечности, Вселенной и мирах» развивает идеи древнегреческих философов Левкиппа, Демокрита, Эпикура, Лукреция о бесконечности пространства и Вселенной.

Привнеся в науку точный количественный эксперимент и математическое описание явлений, Г. Галилей в 1636 г. устанавливает принцип относительности (равноправие инерциальных систем отсчета в классической механике), принцип инерции, закон постоянства ускорения падающего тела и зависимость ускорения движения по наклонной плоскости от угла наклона. В механике Р. Декарта (1596 — 1650 гг.) обновляется античная универсальная физико-космологическая картина мира, в которой явления природы обьясняются механическим действием частиц друг на друга через эфир (теория близкодействия). При Галилее и Декарте впервые появляется понятие о пространственно-временной зависимости от системы отсчета, время становится одной их осей системы координат.

Новая космологическая гравитационная картина мира была построена И. Ньютоном («Математические начала натуральной философии», 1687 г.) на основе абсолютности пространства и времени и дальнодействия гравитации, то есть в предположении мгновенного распространения взаимодействий. Параллельно с механикой длительное время развивались теории электричества и магнетизма, обьединенные К. Максвеллом в единую классическую электродинамику («Динамическая теория электромагнитного поля», 1865 г.). Уравнения Максвелла описывают электромагнитные явления в любой среде, при этом свет, радиоволны, рентгеновское и гамма-излучения оказываются электромагнитными колебаниями разных частот.

Механика, гравитация и электромагнетизм, обьясняя различные природные явления, существовали практически независимо друг от друга вплоть до начала 20 века. В 1905 г. в статье «К электродинамике движущихся сред» А. Эйнштейн сформулировал специальную теорию относительности, в которой на основе принципа постоянства скорости света и принципа относительности применил преобразования Лоренца как для электромагнитных, так и для механических явлений. Преобразования пространства-времени Галилея при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую оказываются предельным случаем преобразований Лоренца, когда скоростями движения тел можно пренебречь по сравнению со скоростью света. Не удовлетворяясь теорией тяготения Ньютона, в которой гравитация распространяется с бесконечной скоростью, Эйнштейн в 1915 — 1916 гг. создает свою теорию явлений в гравитационном поле на принципе связи между наблюдаемым искривлением пространства-времени и количеством любого вида энергии-импульса (включая электромагнитную энергию) у материи, ответственной за гравитацию. Таким образом, в макромире движение заряженных и массивных тел описывается искривленным пространством-временем от тяготеющих масс и взаимодействующих зарядов и происходит по геодезическим линиям, причем каждое последующее движение этих тел зависит и от предыдущих состояний этих тел.

Исследования микромира, начиная с открытия радиоактивности А. Беккерелем в 1896 г., открытия электрона Дж. Дж. Томсоном в 1897 г., работ Э. Резерфорда по ядерной структуре атома, определения постоянной действия М. Планком из закона черного излучения привели в конце концов к созданию квантовой механики, теории строения вещества, атомов и их ядер. Дальнейшим шагом было обьединение квантовой механики, теории относительности и электродинамики в квантовую электродинамику с целью описания взаимодействия заряженных частиц и квантов полей (типа электронов, позитронов и фотонов). Кроме электромагнитных сил, между элементарными частицами имеются сильное и слабое взаимодействия (первое определяет целостность атомных ядер, а последнее ответственно, в частности, за бета-распад). В 60-х годах слабое и электромагнитное взаимодействия были обьединены в электрослабой теории единым математическим формализмом, так что в отношении микромира стало возможным говорить о сильных и электрослабых взаимодействиях.

Еще одним важным принципом является принцип симметрии, в частности в механике Ньютона и в специальной теории относительности преобразования Галилея и Лоренца соответственно переводят физические системы в такие симметричные состояния, что физические законы выполняются одинаково (принцип относительности). Общим признаком любой симметрии выступает наличие инвариантов при совершении операции симметрии. В механике — это преобразование координат с инвариантом в виде принципа относительности, а также законы сохранения некоторых величин, в специальной терии относительности скорость света считается инвариантом, в общей теории относительности симметрия между инертной и гравитационной массами связывает силы инерции и тяготения, а симметрия всех возможных систем отсчета приводит к принципу ковариантности. В квантовой механике важны другие симметрии. Например, *CPT*-теорема (где *C* — зарядовое сопряжение, *P* — пространственная инверсия, *T* — обращение времени) ставит в соответствие движению частиц определенное движение античастиц. Симметрия волновой функции относительно перестановки одинаковых частиц приводит к двум разным типам частиц — фермионам и бозонам, по разному ведущим себя по отношению к себе подобным частицам. Симметрия относительно разложения волновой функции на собственные функции приводит к принципу суперпозиции, симметрия относительно изменения состояния квантового обьекта приводит к правилам отбора, когда квантовые числа состояний изменяются дискретно и т.д.

Что же нового привносит теория подобия в описанную выше картину?

Во-первых, предполагается, что как принцип относительности пронизывает всю физику, так и принцип подобия должен иметь общий характер: каждое взаимодействие должно быть сопряжено с дополнительным ему взаимодействием; физические законы на всех уровнях материи должны быть подобными; универсальные принципы должны найти отражение во всех науках. В результате удается использовать похожие уравнения для построения теории и электромагнетизма и гравитации, что дает право обьединить их в единое электрогравитационное поле. Именно энергия-импульс этого поля определяет наблюдаемое искривление пространства-времени в общей теории относительности. Поскольку оценка физических явлений и измерения производятся с помощью электромагнитных колебаний, скорость распространения которых ограничена скоростью света, при достаточно больших скоростях движения наблюдателя относительно изучаемого обьекта происходит искажение видимой картины, что можно учесть множителем Лоренца, зависящим от относительной скорости движения. Аналогично происходит искажение видимых процессов в поле тяготения из-за изменения свойств квантов света, переносящих информацию об этих процессах. Общую теорию относительности и ее связь с геометрией пространства-времени в этом случае можно считать способом описания явлений в таких неинерциальных системах отсчета, какими являются тяготеющие массы. Следовательно, и специальная, и общая теории относительности обеспечивают переход между пространственно-временными континиумами различных наблюдателей, но само электрогравитационное поле при этом не исчезает, а только преобразуется.

Во-вторых, подобие физических законов на разных уровнях материи позволяет отождествить сильное взаимодействие элементарных частиц с ядерной гравитацией, отличающейся от обычной гравитации лишь увеличенной величиной постоянной тяготения. Баланс электромагнитных сил и ядерной гравитации приводит к стабильности ядер, атомов и молекул (статическое состояние вообще всегда баланс противоположно действующих сил), а нарушения баланса проявляются в распадах исходных состояний и сопровождаются испусканием частиц и излучения. Процессы слабого взаимодействия, обычно длящиеся много дольше, чем электромагнитные процессы, также можно отнести к нарушению баланса электроядерных сил вследствие длительного преобразования вещества внутри элементарных частиц и эволюции составных систем типа бета-радиоактивных атомных ядер.

В-третьих, совместное действие электромагнитных и гравитационных полей на различных уровнях материи приводит к образованию квантов материи в виде вырожденных обьектов (нуклонов, нейтронных звезд и т. д.), составляющих основу вещества. Одновременно с этим рождаются и кванты поля, переносящие энергию и импульс. Дополнительность вещества и поля заключается в том, что они на разных уровнях порождают друг друга. Эволюцию Вселенной условно можно представить в виде двух процессов: синтеза все более крупных частиц вещества из мелких частиц под действием поля, и дробления больших квантов энергии поля при взаимодействии с частицами на более мелкие кванты (одновременно присутствуют и обратные процессы дробления вещества и синтеза квантов). В этом случае Вселенная может рассматриваться как бесконечная открытая стационарная система, в которой благодаря закону сохранения и трансформации энергии суммарная энтропия не меняется и так называемая «тепловая смерть» отсутствует.

В-четвертых, выявляется новый тип универсальной *SPФ*-симметрии, где *S* — преобразование скоростей, *P* — преобразование размеров, *Ф* — преобразование масс. *SPФ*-симметрия уравнивает между собой различные уровни материи, в которых по-своему действуют одни и те же законы, так что функция Лагранжа остается инвариантной при *SPФ*-преобразовании. Развитие каждого уровня материи закономерно приводит к появлению квантованных по величине, инвариантных, унифицированных обьектов типа нуклонов или нейтронных звезд. Подобие этих обьектов заключается в их предельной вырожденности, так что они находятся в максимально достижимом равновесии с силами гравитационного давления извне.

Кроме этого, в данной работе автором сконцентрировано, дополнено или предложено множество догадок и гипотез о свойствах, закономерностях и строении Вселенной. Было бы невероятной удачей, если бы все они оказались абсолютно точными — слишком часто на длинной и долгой дороге познания под ногами оказываются кирпичи, не подкрепленные убедительными фактами. Однако наука не существует без гипотез, и можно надеяться, что читатель не только познакомился с ними и их обоснованием, но и вместе с автором прикоснулся к творческому духу человеческой мысли, дерзающей познать необьятное — весь мир и саму себя.

В самое последнее время появились некоторые новые интересные публикации. Приведем лишь две ссылки: Успехи физических наук – 1999 – Т. 169 – Вып. 5 – стр. 584, здесь сообщается об открытии с помощью орбитального телескопа Хаббла самой далекой галактики с красным смещением $z = 6{,}68$ (сравни с данными в § 38, пункт б)); Kouveliotou C. et al. – Astrophys. J. – 1999 – V. 510 – P. L115 – заметка о нейтронных звездах-магнетарах типа SGR 1900+14 с магнитными полями порядка $3{,}2 \cdot 10^{16}$ А/м (смотри также § 46.1).

К сожалению, данное издание не позволило вместить многие материалы, посвященные разработке идей в смежных с физикой областях знаний. В связи с этим автор считает необходимым продолжить работу над ними с тем, чтобы подготовить новую книгу, завершающую анализ теории подобия. Выпуск книги планируется в 2000 — 2001 гг. Все, кто желает способствовать ее изданию, могут внести пожертвования на расчетный счет 40802810149490130186 в Дзержинском ОСБ 6984/270 в Пермском банке СБ РФ, К/С 30101810900000000603, БИК 045773603, получатель — Федосин Сергей Григорьевич, ИНН 590500237954, или по адресу: 614088, г.Пермь, ул.Свиязева 22-79.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

1. Определение уравнения движения частицы в гравитационном поле с помощью функции Лагранжа. В соответствии с принципом наименьшего действия при движении по истинной траектории за интервал времени от t_1 до t_2 изменение действия должно быть минимальным. Если действие S имеет вид:

$S = \int_{t1}^{t2} L\, dt = 0$, где L — функция Лагранжа, то из условия:

$$\delta S = \int_{t1}^{t2} \delta L\, dt = 0 \qquad (676)$$

следуют уравнения Лагранжа для функции L как функции от координаты $\boldsymbol{r}$ и скорости $\boldsymbol{V}$ частицы:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{V}} = \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}}. \qquad (677)$$

Уравнения (677) получаются путем выражения вариации от L в (676) через частные производные от L по координате и скорости как от функции нескольких переменных и через вариации от координаты и скорости.

Функцию Лагранжа для одной частицы в гравитационном поле можно представить следующим образом:

$$L = -mc\frac{ds}{dt} - m\frac{D_k\, dx^k}{dt} + \frac{c}{16\pi\gamma}\int \Phi_{ik}\,\Phi^{ik}\frac{dx^4}{dt} = \qquad (678)$$

$$= -mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} - m(\psi - \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{V}) - \frac{1}{8\pi\gamma}\int (G^2 - c^2\Omega^2)\, dx^3,$$

здесь m — масса частицы,

c — скорость света,

ds — интервал, $ds = \sqrt{dx_k\, dx^k} = \sqrt{c^2(dt)^2 - (dr)^2} = c\, dt\sqrt{1 - V^2/c^2}$,

D_k — ковариантный 4-вектор потенциала, входящий в определение тензора гравитационного поля Φ_{ik} по (529),

dx^k — контрвариантный 4-вектор смещения частицы,

γ — гравитационная постоянная,

$dx^4 = c\, dt\, dx^3$ — элемент 4-обьема,

$dx^3 = dx\, dy\, dz$ — элемент 3-обьема,

ψ, $\boldsymbol{D}$ — скалярный и векторный гравитационные потенциалы,

G, Ω — гравитационные ускорение и кручение.

Предположим, что положение и скорость частицы не сказываются на величине гравитационных полей, действующих на эту частицу, тогда интеграл в (678) можно не варьировать, считая поля постоянными на интервале времени $t_2 - t_1$. Найдем частную производную от функции Лагранжа по координате:

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}} = \mathrm{grad}\, L = -m\,\mathrm{grad}\,\psi + m\,\mathrm{grad}(\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{V}) =$$

$$= -m\,\mathrm{grad}\,\psi + m\left[(\boldsymbol{D}\,\mathrm{grad})\boldsymbol{V} + (\boldsymbol{V}\,\mathrm{grad})\boldsymbol{D} + [\boldsymbol{D}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}] + [\boldsymbol{V}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{D}]\right].$$

Учитывая, что частные производные от скорости V по координатам равны нулю, используя соотношение $\boldsymbol{\Omega} = \operatorname{rot} \boldsymbol{D}$ из (506) и операторное соотношение (540) в виде $\dfrac{d\boldsymbol{D}}{dt} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\operatorname{grad})\boldsymbol{D}$, находим:

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}} = -\, m \operatorname{grad}\psi + m\left[(\boldsymbol{V}\operatorname{grad})\boldsymbol{D} + [\boldsymbol{V}\times \operatorname{rot}\boldsymbol{D}]\right] =$$

$$= -\, m \operatorname{grad}\psi + m\left(\frac{d\boldsymbol{D}}{dt} - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right) + m[\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{\Omega}].$$

Поскольку $\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{V}} = \dfrac{m\boldsymbol{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} + m\boldsymbol{D} = \boldsymbol{p} + m\boldsymbol{D}$,

где $\boldsymbol{p}$ — релятивистский импульс, то $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{V}} = \dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt} + m\dfrac{d\boldsymbol{D}}{dt}$.

В результате уравнения Лагранжа (677), соотношения (506) и (505) дают:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = -\, m \operatorname{grad}\psi - m\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + m[\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{\Omega}] = m\boldsymbol{G} + m[\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{\Omega}] = \boldsymbol{F}_{\text{гр}},$$

где $\boldsymbol{F}_{\text{гр}}$ — полная гравитационная сила, действующая на частицу. Полученное уравнение совпадает с обычным выражением (517) для скорости изменения импульса под действием силы.

2. Вывод уравнения движения частицы в четырехмерных обозначениях. Вариация действия по (676) и (678) в независимом от самой частицы гравитационном поле имеет вид:

$$\delta S = \delta\int_{t1}^{t2} L\,dt = \delta\int_1^2 \left(-\, mc\sqrt{dx_k\,dx^k} - mD_k\,dx^k\right) = 0.$$

Вспоминая, что $dx_k\,dx^k = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = ds^2$, находим:

$$\delta\left(\sqrt{dx_k\,dx^k}\right) = \frac{\delta(dx_k\,dx^k)}{2\sqrt{dx_k\,dx^k}} = \frac{2(c^2\,dt\,\delta dt - dx\,\delta dx - dy\,\delta dy - dz\,\delta dz)}{2\,ds} =$$

$$= \frac{dx_k\,\delta dx^k}{ds} = \frac{dx_k\,d\delta x^k}{ds} = \frac{u_k\,d\delta x^k}{c}\,,$$ где u_k — 4-скорость частицы.

$$\delta S = -\, m\int_1^2 \left(u_k\,d\delta x^k + D_k d\delta x^k + \delta D_k\,dx^k\right) = 0.$$

Дифференциалы 4-потенциала D_k можно выразить через дифференциалы 4-вектора x^i

$$dD_k = \frac{\partial D_k}{\partial x^i}dx^i, \qquad \delta D_k = \frac{\partial D_k}{\partial x^i}\delta x^i,$$

а члены с двойными дифференциалами в выражении для δS следует интегрировать по частям:

$$\delta S = -\, m\int_1^2\left(-\, du_k\,\delta x^k - \frac{\partial D_k}{\partial x^i}dx^i\,\delta x^k + \frac{\partial D_k}{\partial x^i}\delta x^i\,dx^k\right) - m(u_k\,\delta x^k + D_k\,\delta x^k)\Big|_1^2 = 0.$$

В начальной точке 1 и в конечной точке 2 траектории вариации δx^k равны нулю, поэтому второй член в δS можно не учитывать. В третьем члене внутри интеграла можно поменять индексы местами, поскольку по ним идет полная свертка и результат от индексов не зависит:

$$\delta S = -m\int_1^2\left[-du_k + \left(\frac{\partial D_i}{\partial x^k} - \frac{\partial D_k}{\partial x^i}\right)dx^i\right]\delta x^k = -m\int_1^2\left[-du_k + \Phi_{ki}\,dx^i\right]\delta x^k = 0.$$

На истинной траектории подинтегральное выражение должно равняться нулю.

Поскольку $m du_k = dp_k$, $u^i = \dfrac{dx^i}{dt_o}$, $p^i = mu^i = m\dfrac{dx^i}{dt_o}$,

где $dt_o = \dfrac{ds}{c} = dt\sqrt{1 - V^2/c^2}$ — инвариант времени, то можно записать:

$\dfrac{dp_k}{dt_o} = \Phi_{ki}\,p^i$, что эквивалентно уравнению движения частицы (532).

3. Получение уравнений гравитационного поля. Найдем вариацию действия для случая, когда вариация 4-потенциала D_k не влияет на заданное движение частицы, при этом можно считать, что скорость частицы $V = const$. Полагая частицу достаточно малой, а потенциалы гравитационного поля внутри нее однородными, второй член в (678) с учетом (522) и представлением массы через плотность и интеграл по объему частицы можно преобразовать:

$$-m\frac{D_k\,dx^k}{dt} = -\int\frac{\rho\,D_k\,dx^k}{dt}dx^3 = -\int\frac{\rho}{c}\frac{D_k\,dx^k}{dt}\frac{dx^4}{dt} = -\int\frac{J^k\,D_k}{c}\frac{dx^4}{dt},$$

здесь $dx^k = (cdt\;,\;dr)$, $J^k = \dfrac{\rho\,dx^k}{dt} = (\rho c\;,\;\rho V) = (\rho c\;,\;J)$, J^k — 4-вектор плотности импульса частицы, а плотность ρ отлична от нуля только в той части пространства, где находится частица. При $V = const$ вариация первого члена функции Лагранжа (678) в вариации действия (676) будет равна нулю, для остальных членов имеем:

$$\delta S = \delta\int_1^2\left(-\frac{J^k\,D_k}{c} + \frac{c}{16\pi\gamma}\Phi_{ik}\Phi^{ik}\right)dx^4 = \int_1^2\left[-\frac{J^k\,\delta D_k}{c} + \frac{c}{16\pi\gamma}\delta(\Phi_{ik}\Phi^{ik})\right]dx^4 = 0.$$

Так как свертка одинаковых тензоров не зависит от расположения индексов, то

$$\Phi_{ik}\Phi^{ik} = \Phi^{ik}\Phi_{ik},\quad \Phi_{ik}\delta\Phi^{ik} = \delta\Phi_{ik}\Phi^{ik} = \delta\Phi^{ik}\Phi_{ik} = \Phi^{ik}\delta\Phi_{ik},\quad \text{тогда}$$

$$\delta(\Phi_{ik}\Phi^{ik}) = \Phi_{ik}\delta\Phi^{ik} + \delta\Phi_{ik}\Phi^{ik} = 2\Phi^{ik}\delta\Phi_{ik}.$$

Исподьзуя определение тензора Φ_{ik} (529), находим:

$$\delta\Phi_{ik} = \frac{\partial\delta D_k}{\partial x^i} - \frac{\partial\delta D_i}{\partial x^k},\quad \delta(\Phi_{ik}\Phi^{ik}) = 2\Phi^{ik}\frac{\partial\delta D_k}{\partial x^i} - 2\Phi^{ik}\frac{\partial\delta D_i}{\partial x^k} = 4\Phi^{ik}\frac{\partial\delta D_k}{\partial x^i},$$

в последнем равенстве были переставлены индексы и учтено, что $\Phi^{ik} = -\Phi^{ki}$. Вариация действия приобретает вид:

$$\delta S = \int_1^2\left(-\frac{J^k\,\delta D_k}{c} + \frac{c}{4\pi\gamma}\Phi^{ik}\frac{\partial\delta D_k}{\partial x^i}\right)dx^4 = 0.$$

Второй член в интеграле нужно брать по частям:

$$\delta S = \int_1^2 \left(-\frac{J^k \delta D_k}{c} - \frac{c}{4\pi\gamma}\delta D_k \frac{\partial \Phi^{ik}}{\partial x^i} \right) dx^4 + \int_1^2 \frac{c}{4\pi\gamma} \frac{\partial(\Phi^{ik}\delta D_k)}{\partial x^i} dx^4 = 0.$$

Из теоремы Гаусса для бесконечного трехмерного обьема и при нулевых вариациях 4-потенциала D_k в начальный и конечный моменты времени 1 и 2 следует, что второй интеграл в δS равен нулю. Тогда для выполнения равенства $\delta S = 0$ должно быть:

$-\frac{J^k}{c} - \frac{c}{4\pi\gamma}\frac{\partial \Phi^{ik}}{\partial x^i} = 0$, или заменяя Φ^{ik} на $-\Phi^{ki}$ и переставляя индексы:

$\frac{\partial \Phi^{ik}}{\partial x^k} = \frac{4\pi\gamma}{c^2} J^i$, что совпадает со вторым уравнением в (531).

4. Произведем теперь вариацию действия по тензору гравитационного поля Φ_{ik}, так что для вариации будет существеннен только интеграл в (678), содержащий $\Phi_{ik}\Phi^{ik}$. Для вариации действия формально можно записать:

$$\delta S = \frac{c}{16\pi\gamma}\int_1^2 \delta(\Phi_{ik}\Phi^{ik}) dx^4 = \frac{c}{8\pi\gamma}\int_1^2 \Phi_{ik}\delta\Phi^{ik} dx^4 = 0.$$

Поскольку тензор Φ_{ik} в подинтегральном выражении не равен нулю, то для выполнения условия $\delta S = 0$ примем, что $\delta\Phi^{ik} = 0$. Это же самое можно переписать так:

$$\delta\Phi^{ik} = -\delta\Phi^{ik} + \delta\Phi^{ik} + \delta\Phi^{ik} = -(\delta\Phi^{ik} + \delta\Phi^{ki} + \delta\Phi^{ki}) =$$
$$= -(\delta\Phi^{ik} + \eta^i_s\,\delta\Phi^{ks} + \eta^k_s\,\delta\Phi^{si}) = 0,$$

здесь η^i_s — всевдоединичный тензор (516) в смешанных индексах. Снова формально выразим вариации тензора Φ_{ik} через вариации по координатам:

$$\delta\Phi^{ik} = \frac{\partial\Phi^{ik}}{\partial x_s}\delta x_s, \quad \eta^i_s\,\delta\Phi^{ks} = \eta^i_s\frac{\partial\Phi^{ks}}{\partial x_s}\delta x_s = \frac{\partial\Phi^{ks}}{\partial x_i}\delta x_s,$$

$$\eta^k_s\,\delta\Phi^{si} = \eta^k_s\frac{\partial\Phi^{si}}{\partial x_s}\delta x_s = \frac{\partial\Phi^{si}}{\partial x_k}\delta x_s.$$

Вариация тензора Φ^{ik} принимает следующий вид:

$$\delta\Phi^{ik} = -\left(\frac{\partial\Phi^{ik}}{\partial x_s} + \frac{\partial\Phi^{ks}}{\partial x_i} + \frac{\partial\Phi^{si}}{\partial x_k}\right)\delta x_s = 0,$$

отсюда следует, что при произвольных δx_s должно быть:

$$\frac{\partial\Phi^{ik}}{\partial x_s} + \frac{\partial\Phi^{ks}}{\partial x_i} + \frac{\partial\Phi^{si}}{\partial x_k} = 0.$$

Если в этом симметричном выражении опустить все верхние индексы и поднять нижние, то получается первое уравнение гравитационного поля в (531) с нулевой правой частью.

ЛИТЕРАТУРА.

Принятые сокращения .
АВ — Астрономический вестник.
АЖ — Астрономический журнал.
ПАЖ — Письма в астрономический журнал.
АФ — Астрофизика.
НИ — Научные информации Астрономического Совета АН СССР.
ЖЭТФ — Журнал экспериментальной и теоретической физики.
УФН — Успехи физических наук.
AA — Astronomy and Astrophysics.
AJ — Astronomical Journal.
ApJ — Astrophysical Journal.
ApSS — Astrophysics and Space Science.
MN — Monthly Notices of the Royal Astron.Society.
PTP — Progress of Theoretical Physics.

1. Авакян С. В., Вдовин А. И., Пустарнаков В. Ф. Ионизирующие и проникающие излучения в околоземном пространстве. Справочник. — Санкт-Петербург, Гидрометеоиздат, 1994.

2. Авотина М. П., Золотавин А. В. Моменты основных и возбужденных состояний ядер. – М., Атомиздат, 1979.

3. Агекян Т. А. Звезды. Галактики. Метагалактика. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982.

4. Алешин А. Космический однофамилец Хаббла. — Знание-сила — 1997 — Вып. 8.

5. Аллен К. У. Астрофизические величины. – М., Мир, 1977.

6. Андреасян Р. Р. — АФ — 1986 — Т.24 — Стр. 363 — 376.

7. Андреасян Р. Р., Аршакян Т. Г., Макаров А. Н., Мнацаканян М. А. — в кн. «Материалы VII Всесоюзной конференции. Теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации» — Ереван, ЕрГУ, 1988, Стр. 398.

8. Астрономия, Т.24. Астрофизика и космическая физика. — М., ВИНИТИ АН СССР, 1983.

9. Астрономия, Т.29. Скопления галактик. — М., ВИНИТИ АН СССР, 1987.

10. Астрофизика и космическая физика. — М., Наука, Гл. ред. физ.- мат. лит., 1983.

11. Ахиезер А. И. Атомная физика. Справочное пособие. — Изд. Наукова думка, 1988.

12. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. — М., Наука, Гл. ред. физ.- мат. лит., 1988.

13. Барашенков В.С. Сечения взаимодействия элементарных частиц. — М., Наука, Гл. ред. физ.- мат. лит., 1966.

14. Барашенков В. И снова: свет быстрее света. — Знание-сила — 1997 — Вып. 4.

15. Барышев Ю. В. Современное состояние наблюдательной космологии. — в сб. «Классическая теория поля и теория гравитации», Т.4 — «Итоги науки и техники» — М., ВИНИТИ, 1992.

16. Белов К. П., Бочкарев Н. Г. Магнетизм на Земле и в космосе. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983.

17. Берлович Э. Е., Василенко С. С., Новиков Ю. Н. Времена жизни возбужденных состояний атомных ядер. — Ленинград, Наука, Ленинградское отделение, 1972.

18. Бескин В. С., Гуревич А. В., Истомин Я. Н. Магнитосфера пульсара. — в сб. ст. «Проблемы теоретической физики и астрофизики» — М., Наука, 1989.

19. Бета- и антинейтринное излучение радиоактивных ядер. Справочник. – М., Энергоатомиздат, 1989.

20. Биберман Л., Сушкин Н., Фабрикант В. — ДАН СССР — 1949 — Т. 66 — Стр. 185.

21. Бисноватый-Коган Г. С. Предел массы горячих сверхплотных устойчивых конфигураций. — АФ — 1968 — Т. 4 — Стр. 221 — 238.

22. Бисноватый-Коган Г. С. Физические вопросы теории звездной эволюции. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

23. Бисноватый-Коган Г. С. Два поколения маломассивных рентгеновских двойных и подкрученные радиопульсары . – АФ — 1989 — Т. 31 — Стр. 567 — 577.

24. Блан Д. Ядра, частицы, ядерные реакторы. – М., Мир, 1989.

25. Блэк Д. Ч. Миры иных звезд. — В мире науки — 1991 — Вып. 3 — Стр. 44 — 51.

26. Блэкет П. М. С. Магнитное поле вращающихся массивных тел. — УФН — 1947 — Т. 33 — Вып. 1 — Стр. 52 — 76.

27. Бозорт Р. Ферромагнетизм — пер. с англ. — М., Иностранная лит-ра, 1956.

28. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. — М., Мир, 1972.

29. Бочкарев Н. Г. Магнитные поля в космосе. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.

30. Бочкарев Н. Г. Местная межзвездная среда. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.

31. Брагинский В. Б., Панов В. И. Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс. — ЖЭТФ — 1971 — Т.61 — Вып. 3 — Стр. 873.

32. Бражникова Э. Ф. О галактической ориентации орбит спектрально-двойных звезд. – АЖ — 1975 — Т.52 — Вып.3.

33. Браун Д., Ро М. Структура нуклона. — в сб. ст. «Физика за рубежом», серия А — пер. с англ. — М., Мир, 1984.

34. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. — пер. с англ. — М., Гос. изд-во физ. мат. литературы, 1960.

35. Бронштэн В. А. Метеоры, метеориты, метеороиды. — М., Наука, 1987.

36. Бэттен Н. Двойные и кратные звезды. – М., Мир, 1976.

37. В мире науки — 1991 — Вып. 12 — Стр. 25.

38. В мире науки — 1992 — Вып. 8 — Стр. 6 — 14.

39. В мире науки — 1993 — Вып. 1 — Стр. 66.

40. Вайсберг Д., Тейлор Д., Фаулер Л. Гравитационные волны от пульсара в двойной системе. — УФН — 1982 — Т. 137 — Вып. 4 — Стр. 707 — 723.

41. Веселов А. И., Высоцкий М. И., Юров В. П. Полугодовые изменения потока солнечных нейтрино по данным Дэвиса за 1979 — 1982 гг. — Ядерная физика — 1987 — Т. 45 — Стр. 1392.

42. Взаимодействия адронов космических лучей сверхвысоких энергий (эксперимент «Памир»). — АН СССР, Труды физического института им. П. И. Лебедева, Т. 154 — М., Наука, 1984.

43. Витязев А. В., Печерникова Г. В., Сафронов В. С. Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.

44. Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Кручиненко В. Г. Метеоры и метеорное вещество. — Киев, Наукова думка, 1989.

45. Вонсовский С. В. Магнетизм. — М., Наука, 1971.

46. Воронцов С. В., Жарков В. Н. — Nature — 1977 — V. 625 — P. 426 — 427.

47. Воронцов-Вельяминов Б. А. Внегалактическая астрономия. — М., Наука, 1978.

48. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. — М., Иностранная литература, 1956.

49. Галлагер Т. Ф. Взаимодействие ридберговских атомов с излучением твердого тела. — в «Ридберговские состояния атомов и молекул» — пер. с англ. — М., Мир, 1985.

50. Герцберг Г. Спектры и строение двухатомных молекул. – М., Изд-во иностр. лит., 1949.

51. Гинзбург В. Л., Усов В. В. Об атмосфере магнитных нейтронных звезд (пульсаров). — Письма в ЖЭТФ – 1972 – Т. 15 — Вып. 5 — Стр. 280.

52. Горбацкий В. Г. Космические взрывы. - М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1979.

53. Горбацкий В. Г. Введение в физику галактик и скоплений галактик. — М., Наука, 1986.

54. Горелик Г. Е. Размерность пространства. — М., МГУ, 1983.

55. Гоффмейстер К. , Рихтер Г. , Венцель В. Переменные звезды. Пер. с нем. А. Г. Тоточава и Э. И. Желвановой. – М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1990.

56. Гринберг М. Межзвездная пыль. — М., Мир, 1970.

57. Гринберг О. У. Новый уровень структуры материи — в сб. «Физика за рубежом, серия А» — пер. с англ. — М., Мир, 1987.

58. Гудкова Г. В. , Жарков В. Н. Модели Урана и Нептуна. – АВ — 1984 — Т. 18 — Вып. 4 — Стр. 293 — 309.

59. Гуревич Л. Э. , Чернин А. Д. Происхождение галактик и звезд. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1987.

60. Гутброд Х. , Штокер Х. Уравнение состояния ядерной материи. — В мире науки — 1992 — Вып. 1 — Стр. 16 — 24.

61. Даукурт Г. Что такое квазары ? — Киев, Радянська школа, 1985.

62. Деньгуб В. М., Смирнов В. Г. Единицы величин. Словарь-справочник. — М., Издательство стандартов, 1990.

63. Де Бенедетти С. Ядерные взаимодействия. — пер. с англ. — М., Атомиздат, 1968.

64. Де Бройль Л. Соотношения неопределенностей Гейзенберга и вероятностная интерпретация волновой механики. — пер. с франц. — М., Мир, 1986.

65. Де Витт Б. С. Квантовая теория поля в искривленном пространстве-времени. — в сб. статей «Черные дыры», — М., Мир, 1978.

66. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. — пер. с англ. — М., Мир, 1968.

67. Де Ягер К. Звезды наибольшей светимости. — М., Мир, 1984.

68. Джелепов Б. С. , Зырянова Л. Н. , Суслов Ю. П. Бета-процессы. Функции для анализа бета-спектров и электронного захвата. — Л. , Наука, Ленинградское отделение, 1972.

69. Дибай Э. А. , Каплан С. А. Размерности и подобие астрофизических величин. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1976.

70. Долгинов А. З. , Гнедин Ю. Н. , Силантьев Н. А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1979.

71. Дорфман Я. Г. Всемирная история физики. — М., Наука, 1979.

72. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1978.

73. Жарков В. Н. Внутреннее строение планет-гигантов. – АВ — 1991 — Т. 25 — Вып. 6 — Стр. 627 — 649.

74. Засов А. В. Карликовые галактики. — М., Знание, 1984.

75. Зафиратос К. Д. Структура поверхности ядра. — в кн. «Физика атомного ядра и плазмы» — пер. с англ. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1974.

76. Зельдович Я. Б. Теория расширяющейся Вселенной, созданная А. А. Фридманом. — УФН — 1963 — Т. 80 — Стр. 357.

77. Зельдович Я. Б. , Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1975.

78. Зельдович Я. Б. Современная космология. — в Сб. «Прошлое и будущее Вселенной» — М., Наука, 1986.

79. Зигель Ф. Ю. Вещество Вселенной. — М., Химия , 1982.

80. Изаков М. Н. Самоорганизация и информация на планетах и в экосистемах. — УФН — 1997 — Т. 167 — Вып. 1 — Стр. 57 — 99.

81. Имхофф К. Л. Эволюция звезд типа Т Тельца и аргументы в пользу образования планет. — в «Протозвезды и планеты.» — Часть 2 — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

82. Инфракрасная спектроскопия высокого разрешения. — пер. с фр. и англ. — М., Мир, 1972.

83. Йывеер М. — Публ. Тартусской обс. — 1974 — Т. 53 — Стр. 89 .

84. Капица П. Л. Научные труды. Сильные магнитные поля. — М., Наука, 1988.

85. Караченцев И. Д. Индивидуальные массы галактик в парах. — АЖ — 1985 — Т. 62 — Вып. 3 — Стр. 417 — 431.

86. Караченцев И. Д. Двойные галактики. — М., Наука, 1987.

87. Касьяненко Л. Г. , Пушков А. Н. Магнитное поле, океан и мы. — Ленинград, Гидрометеоиздат, 1987.

88. Квасников И. А. Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем. — М., МГУ, 1991.

89. Киппер А. Старение и конечное время жизни фотона в космологическом пространстве. — Таллин, Валгус, 1981.

90. Климишин И. А. Релятивистская астрономия. — М., Наука, Гл. ред. физ. — мат. лит. , 1989.

91. Козик В. С. , Любимов В. А. , Новиков Е. Г. , Нозик В. З. , Третьяков Е. Ф. Об оценке массы $\widetilde{\nu}_e$ по спектру бета-распада трития в валине. — Ядерная физика — 1980 — Т. 32 — Стр. 301.

92. Козырев Н. А. , Насонов В. В. — в кн. «Астрометрия и небесная механика» — Москва — Ленинград, 1978.

93. Коллинз П. Введение в реджевскую теорию и физику высоких энергий. — пер. с англ. — М., Атомиздат, 1980.

94. Комаров Л. Е. , Алексеев В. А. Эврика! Снова и снова. — М., Сов. Россия, 1989.

95. Коноплева М. П. , Попов В. Н. Калибровочные поля. — М., Атомиздат, 1980.

96. Коржов Н. П. Структурные особенности гелиомагнитосферы. — в кн. «Прогнозирование состояния магнитосферы» — М., Наука, 1980, Стр. 10 — 11.

97. Короткий В. А. , Обухов Ю. Н. — ЖЭТФ — 1991 — Т. 99 — Вып. 1 — Стр. 22 — 31.

98. Коротцев О. Т. Звезды Пулково. — Л. , Лениздат, 1989.

99. Космическое излучение предельно высокой энергии. — Новосибирск, Наука, Сибирское отделение, 1991.

100. Космология. Теория и наблюдения. — пер. с англ. — М., Мир, 1978.

101. Коток Э. В. Эволюция звезд большой массы. — НИ — 1966 — Вып. 3 — Стр. 1 — 35.

102. Коток Э. В. , Надежин Д. К. Эволюция звезд большой массы. — НИ — 1968 — Вып. 7 — Стр. 44 — 62.

103. Крайчева З. Т. О возможной эволюционной стадии некоторых тесных двойных звезд большой массы. — НИ — 1978 — Вып. 41 — Стр. 52.

104. Криволуцкий А. Е. Голубая планета. — М., Мысль, 1985.

105. Крюгель Э. , Шустов Б. М. Пыль в космосе. — в кн. «Наука и человечество, 1989» — М., Знание, 1989.

106. Куто П. Наблюдения визуально-двойных звезд. — М., Мир, 1981.

107. Кухлинг X. Справочник по физике. — пер. с нем. под ред. Лейкина Е. М.— М., Мир, 1985.

108. Кюндиг В. Измерение поперечного эффекта Допплера в ускоренной системе. – Эйнштейновский сборник — М., Наука, 1968.

109. Кязумов Г. А. Кривые вращения нормальных галактик. Каталог. — АЖ – 1984 — Т. 61 — Стр. 846 — 853.

110. Лаврентьев М. М., Еганова И. А. , Луцет М. К. , Фоминых С. Ф. О дистанционном воздействии звезд на резистор. — ДАН СССР — 1990 — Т. 314 — Вып. 2 – Стр. 352 — 355.

111. Лаврентьев М. М., Гусев В. А. , Еганова И. А. , Луцет М. К. , Фоминых С. Ф. О регистрации истинного положения Солнца. — ДАН СССР — 1990 — Т. 315 — Вып. 2 — Стр. 368 — 370.

112. Ландау Л. Д. On the theory of stars. — Phys. Z. Sowjetunion — 1932 — V. 1 — P. 285.

113. Ландау Л. Д. , Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

114. Леви Е. , Сонетт К. Магнетизм метеоритов и магнитное поле в Солнечной системе на ранней стадии ее эволюции. — в «Протозвезды и планеты.» — Часть 2 — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

115. Линде А. Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. — М., Наука, Гл. ред. физ. — мат. лит. , 1990.

116. Липунов В. М. Астрофизика нейтронных звезд. — М., Наука, Гл. ред. физ. — мат. лит. , 1987.

117. Логунов А. А. , Мествиришвили М. А. Основы релятивистской теории гравитации. — М., МГУ, 1986.

118. Логунов А. А. , Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации. — М., Наука, 1989.

119. Логунов А. А. Релятивистская теория гравитации и принцип Маха. — М., Протвино, 1996.

120. Логунов А. А. , Мествиришвили М. А. Тензор энергии-импульса материи как источник гравитационного поля. — Теоретическая и математическая физика — 1997 — Т. 110 — Вып. 1 — Стр. 5 — 24.

121. Лоунасмаа О. В. , Пикетт Д. Сверхтекучее состояние ^{3}Не. — В мире науки – 1990 — Вып. 8 — Стр. 52 — 59.

122. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. — М., Гостехиздат, 1954.

123. Манчестер Р. , Тейлор Дж. Пульсары. — М., Мир, 1980.

124. Марочник Л. С. , Сучков А. А. Галактика. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

125. Мартынов Д. Я. Курс общей астрофизики. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

126. Масевич А. Г. , Рубен Г. В. , Ломнев С. П. , Попова Е. И. Расчет однородных моделей звезд с массами 4 M_c , 8 M_c , 16 M_c для различного химического состава и различных законов поглощения. — НИ — 1965 — Вып. 1 — Стр. 2 – 47.

127. Масевич А. Г. , Рубен Г. В. Сравнение теоретических последовательностей однородных моделей звезд с эмпирическими зависимостями. — НИ — 1966 — Вып. 3 — Стр. 36 — 50.

128. Масевич А. Г. , Тутуков А. В. Физика и эволюция звезд. — Итоги науки и техники, Т. 17, 1981.

129. Масевич А. Г. , Тутуков А. В. Эволюция звезд: теория и наблюдения. — М., Наука, 1988.

130. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Д. Гравитация, Т. 2 — пер. с англ. — М., Мир, 1977.

131. Милюков В. К. , Руденко В. Н. Гравитационно-волновая астрономия и детекторы гравитационных волн. — в сб. «Астрономия, Т. 41» — «Итоги науки и техники» — М., ВИНИТИ , 1991.

132. Миттон С. Исследование галактик. — пер. с англ. — М., Мир, 1980.

133. Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент. — М., Наука, 1979.

134. Мостепаненко В. М., Трунов Н. Н. Эффект Казимира и его приложения. — М., Энергоатомиздат, 1990.

135. Музылев В. В. , Пискунов А. Э. Индивидуальные характеристики звезд в рассеянных скоплениях. Распределение звезд по массам. – НИ — 1974 — Вып. 32 — Стр. 116 — 122.

136. Мусковиас Т. Ч. Протозвезды и протопланеты. Пер. с англ. — М., Мир, 1982.

137. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Кн. 1 — М., Энергоатомиздат, 1993.

138. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Кн. 2 — М., Энергоатомиздат, 1993.

139. Надежин Д. К. — ApSS — 1978 — V. 53 — P. 131.

140. Нарликар Дж. Неистовая Вселенная. — М., Мир, 1985.

141. Наука и человечество, 1988. — М., Знание, 1988.

142. Наука и человечество, 1991. — М., Знание, 1991.

143. Незлин М. В. Неустойчивость пучков заряженных частиц в плазме. — УФН – 1970 — Т. 102 — Вып. 1 — Стр. 105 — 140.

144. Новиков И. Д. Фролов В. П. Физика черных дыр. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.

145. Новиков И. Д. Эволюция Вселенной. — 3-е изд. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит., 1990.

146. Павленко Е. П. , Пельт Я. О синхронизации компонентов магнитной новой V 1500 Cyg. — АФ — 1991 — Т. 34 — Вып. 2 — Стр. 169 — 180.

147. Пайерлс Р. Частицы и силы. — в кн. «Фундаментальная структура материи». — пер. с англ. — М., Мир, 1984.

148. Панов В. Ф. Гравитация, космология и вращение. — Автореферат диссертации — Пермь, Изд-во ПГУ, 1992.

149. Перкинс Д. Внутри протона. — в кн. «Фундаментальная структура материи» — пер. с англ. — М., Мир, 1984.

150. Пиблс Ф. Дж. Э. Структура Вселенной в больших масштабах. — М., Мир, 1983.

151. Планк М. Избранные труды. — М., Наука, 1975.

152. Постнов К. А. Магнитные поля аккрецирующих белых карликов. — АЖ — 1985 – Т. 62 — Вып. 6 — Стр. 1116 — 1123.

153. Протодьяконов М. М., Герловин И. Л. Электронное строение и физические свойства кристаллов. — М., Наука, 1975.

154. Протозвезды и планеты. — Часть 2 — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

155. Псковский Ю. П. Соседи нашей Галактики. — М., Знание, 1983.

156. Псковский Ю. П. Новые и сверхновые звезды. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.

157. Пульсары. — Труды физического института имени П. Н. Лебедева — Т. 199 — М., Наука, 1989 .

158. Радциг А. А. , Смирнов Б. М. Справочник по атомной и молекулярной физике. — М., Атомиздат, 1980.

159. Ранкорн С. К. Палеомагнитный вектор. — В сб. тр. «Земная кора и верхняя мантия» — пер. с англ. — М., Мир, 1972.

160. Рахимов А. Г. Исследование Ташкентского каталога собственных движений звезд относительно галактик. — в книге «Кинематические и динамические характеристики отдельных звездных систем», Стр. 59 — 122, Изд. ФАН Узбекской ССР, Ташкент, 1978.

161. Ривс Г. Теория образования Солнечной системы при «большом взрыве». — в «Протозвезды и планеты.» — Часть 2 — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

162. Рузмайкин А. А. , Соколов Д. Д. , Шакуров А. М. Магнитные поля галактик. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

163. Рускол Е. Л. Модели строения и происхождения Луны. — АВ — 1991 — Т. 25 — Вып. 4 — Стр. 408 — 424.

164. Руффини Р. О гравитационно сколлапсировавших обьектах. — В кн. «Астрофизика, кванты и теория относительности» — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

165. Саслау У. Гравитационная физика звездных и галактических систем. — пер. с англ. — М., Мир, 1989.

166. Свечников М. А. Каталог орбитальных элементов, масс и светимостей тесных двойных звезд. — Иркутск, изд-во Ирк. университета, 1986.

167. Силк Д. Большой взрыв. Рождение и эволюция Вселенной. — пер. с англ. — М., Мир, 1982.

168. Соболев В. В. Курс теоретической астрофизики. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.

169. Спектральные проявления межмолекулярных взаимодействий в газах. — Новосибирск, Наука, Сибирское отделение, 1982.

170. Спитцер Л. Пространство между звездами. — М., Мир, 1986.

171. Справочник химика, Т. 1. — Ленинград, ГосХимИздат, 1963.

172. Степанян А. А. Гамма-астрономия сверхвысоких энергий и космические лучи. — М., Знание, 1983.

173. Сучков А. А. Галактики знакомые и загадочные. — М., Наука, Гл. ред. физ. —мат. лит. , 1988.

174. Темникова Т. И. Курс теоретических основ органической химии. — Л., Химия, 1968.

175. Товмасян Г. М. Внегалактические источники радиоизлучения. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1986.

176. Токсоц М. Н. , Джонстон Д. Х. Эволюция Луны и планет земной группы. — В кн. «Космохимия Луны и планет» — М., Наука, 1975.

177. Туоминен И. , Музылев В. Эволюция звезд промежуточных масс с быстрым дифференциальным вращением. — НИ — 1974 — Вып. 33 — Стр. 48 — 71.

178. Тутуков А. В. Внешняя зона неполной ионизации и ее влияние на внутреннее строение звезды. — НИ — 1966 — Вып. 3 — Стр. 55 — 75.

179. Тутуков А. В. Эволюция звезд с массой $M = 2M_C$ и $M = 4M_C$ в стадии горения водорода. — НИ — 1968 — Вып. 7 — Стр. 14 — 43.

180. Тутуков А. В. , Рубен Г. В. Эволюция звезд с магнитным полем. — НИ — 1974 — Вып. 31 — Стр. 5 — 16.

181. УФН — 1996 — Т. 166 — Вып. 5 — Стр. 583.

182. УФН — 1998 — Т. 168 — Вып. 7 — Стр. 792.

183. Федорова А. В. Эволюция звезд от границы Хаяши до выгорания водорода в центре звезды. — НИ — 1978 — Вып. 41 — Стр. 88 — 93.

184. Федорова А. В. , Блинников С. И. Влияние аккреции вещества и вращения на минимальную массу звезды главной последовательности. — НИ — 1978 — Вып. 42 — Стр. 75 — 94.

185. Федорова А. В. Влияние магнитного поля на минимальную массу звезды главной последовательности. — НИ — 1978 — Вып. 42 — Стр. 95 — 109.

186. Федорова А. В. , Имшенник С. В. Влияние различных параметров на структуру и нейтринное излучение Солнца. — НИ — 1984 — Вып. 57 — Стр. 80 — 84.

187. Фейнман Р. , Лейтон Р. Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Выпуск 3 — М., Мир, 1977.

188. Фейнман Р. , Лейтон Р. , Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Выпуск 4 — М., Мир, 1977.

189. Фейнман Р. , Лейтон Р. , Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — Выпуск 5 — М., Мир, 1977.

190. Фейнман Р. , Лейтон Р. , Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Выпуск 6 — М., Мир, 1977.

191. Фейнман Р. , Лейтон Р. , Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — Выпуск 7 — М., Мир, 1977.

192. Физика внегалактических источников радиоизлучения. — Сб. статей – пер. с англ. — М., Мир, 1987.

193. Физика космоса. — М., Сов. энциклопедия, 1986.

194. Физические величины. Справочник. — М., Энергоатомиздат, 1991.

195. Физический энциклопедический словарь. — М., Советская энциклопедия, 1984.

196. Физическая энциклопедия, Т. 1 — М., Советская энциклопедия, 1988.

197. Физическая энциклопедия, Т. 2 — М., Большая Российская энциклопедия, 1990.

198. Физическая энциклопедия, Т. 3 — М., Большая Российская энциклопедия, 1992.

199. Физическая энциклопедия, Т. 4 — М., Большая Российская энциклопедмя, 1994.

200. Фрауэнфельдер Г. , Хенли Э. Субатомная физика. — М., Мир, 1979.

201. Хаббард У. Внутреннее строение планет. — пер. с англ. , — М., Мир, 1987.

202. Хауд У. А. Кривая вращения Галактики с учетом расширения газовой составляющей. — ПАЖ — 1979 — Т. 5 — Стр. 124 — 127.

203. Хауд У. А. Gas cinematics in M31. — ApSS — 1981 — V. 76 — P. 477 — 490.

204. Хауд У. А. Rotation curve of our Galaxy for $R > R_c$. — ApSS — 1984 — V. 104 — P. 337 — 345.

205. Химическая энциклопедия: в 5 Т. — М., Советская энциклопедия, Т. 2. 1990.

206. Ходж Пол. Галактики. — пер. с англ. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1992.

207. Хокинг С. В. Черные дыры и термодинамика. — в Сб. статей «Черные дыры», Стр. 204 — 221, — М., Мир, 1978.

208. Хокинг С. От Большого взрыва до черных дыр. — пер. с англ. — М., Мир, 1990.

209. Хофштадтер Р. Атомные ядра — в сб. ст. «Физика атомного ядра», Вып. 1 — пер. с англ. — М., Гос. изд-во физ. мат. лит-ры ,1962.

210. Хофштадтер Р. Структура ядер и нуклонов. — УФН — 1963 — Т. 81 — Вып. 1 – Стр. 190.

211. Хохлова В. Л. Магнитные звезды. — в сб. «Астрономия, Т. 24 — Итоги науки и техники» — М., ВИНИТИ АН СССР, 1983, Стр. 283.

212. Цытович В. Н. Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака. — УФН — 1997 — Т. 167 — Вып. 1 — Стр. 57 — 99.

213. Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр. — в 2 частях — пер. с англ. — М., Мир, 1986.

214. Черепащук А. М. (ред.) Каталог тесных двойных систем на поздних стадиях эволюции. — М., Изд-во МГУ, 1988.

215. Черепащук А. М. Массы черных дыр в двойных звездных системах. — УФН — 1996 — Т. 166 — Вып. 8 — Стр. 809 — 832.

216. Черные дыры. Мембранный подход. — Под ред. К. Торна, Р. Прайса, Д. Макдональда. — М., Мир, 1988.

217. Чугай Н. Н. Спиральность нейтрино и пространственные скорости пульсаров. — ПАЖ — 1984 — Т. 10 — Вып. 3 — Стр. 210 — 213.

218. Шапиро С. , Тьюкольски С. Черные дыры, белые карлики, нейтронные звезды. В 2-х частях. — М., Мир, 1985.

219. Шаров А. С. Спиральная галактика Мессье 33. — М., Наука, Гл. ред. физ. — мат. лит. , 1988.

220. Шварцшильд М. Строение и эволюция звезд. — М., ИЛ, 1961.

221. Шварцшильд Б. Являются ли космические гамма-частицы фотонами очень высоких энергий? — в Сб. «Физика за рубежом» , Серия А — М., Мир, 1991.

222. Шкловский И. С. Звезды: их рождение, жизнь и смерть. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

223. Шкловский И. С. Вселенная. Жизнь. Разум. – М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.

224. Шпольский Э. В. Атомная физика. Т. 1. — М., Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

225. Шулов О. С. Магнитные поля белых карликов. — АФ — 1975 — Т. 11 — Вып. 1 — Стр. 163 — 192.

226. Шьяма Д. В. Термодинамика черных дыр. — в Сб. статей «Черные дыры», — М., Мир, 1978.

227. Эванс Н. Инфракрасные источники в плотных молекулярных облаках. — в книге «Инфракрасная астрономия», пер. с англ. — М., Мир, 1983.

228. Эйнштейн А. Физика и реальность. — М., Наука, 1965.

229. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1 — Стр. 685 — М., Наука, 1965.

230. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 2 — М., Наука, 1966.

231. Эриксон Т. , Вайзе В. Пионы и ядра. — пер. с англ. — М., Наука, Гл. ред. физ. — мат. лит. , 1991.

232. Эткинс П. Порядок и беспорядок в природе. — пер. с англ. — М., Мир, 1987.

233. Эффект Мессбауэра. Сб. статей. — М., Иностранная литература, 1962.

234. Юбелакер Эрик. Солнце. — пер. с нем. А. Г. Тоточава, — Слово, 1995.

235. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1965.

236. Angel J. R. P. Magnetic white dwarfs. — Ann. Rew. Astron. Astrophys. — 1978 — V. 16 — P. 487 — 519.

237. Appenzeller I., Tscharnuter W. The evolution of a massive protostar. — AA — 1974 — V. 30 — P. 423 — 430.

238. Astronomy. The cosmic perspective. — Copyright Zeilik M., Gaustad J., New York , 1990.

239. Astronomy and Astrophysics — 1974 — V. 33 — смотри также: Мартынов Д. Я. Курс общей астрофизики. — М., Наука, Гл. ред. физ. -мат. лит., 1988, Стр. 260.
240. Baade W. — ApJ — 1944 — V. 100 — P. 137.
241. Babcock H. W. — ApJ — 1947 — V. 105 — P. 105.
242. Bainbridge J. Gas imperfections and physical conditions in gaseous spheres of lunar mass. — ApJ — 1962 — V. 136 — P. 202 — 210.
243. Barrow J. D., Juszkiewicz R., Sonoda D. H. Universal rotation: how large can it be? — MN — 1985 — V. 213 — P. 917 — 943.
244. Baym G., Pethick Ch., Sutterland P. The ground state of matter at high densities : equation of state and stellar models. — ApJ — 1971 — V. 170 — P. 306 — 315.
245. Bietenholz M., Kronberg M. — ApJ — 1984 — V. 287 — P. L1 — L2.
246. Birch P. — Nature — 1982 — V. 298 — N. 5873 — P. 451.
247. Bisnovatyi-Kogan G. S., Blinnikov S. I. Static criterion for stability of arbitrarily rotating stars. — AA — 1974 — V. 31 — P. 391 — 404.
248. Blaauw A. — Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1964 — V. 2 — P. 213.
249. Blitz L., Fich M., Stark A. A. The galactic rotation curve to $R = 18$ kpc. Interstellar molecules. — Proc. IAU Symp. N. 87 / ed. B. H. Andrew — Dordrecht: D. Reidel. — P. 213 — 220, 1980.
250. Bolte M. Anaemia reveals star's great age. — Nature — 1997 — V. 385 — N. 6613 — P. 205.
251. Boozer A. H., Joss P. C., Salpeter E. E. — ApJ — 1973 — V. 181 — P. 393.
252. Brian M., Wickramasinghe D. T. A test of the dipole model for the rotating magnetic white dwarf Feige 7. — ApJ — 1986 — V. 301 — P. 177 — 184.
253. Burton W. B., Gordon M. A. Carbon monoxide in the Galaxy. III. The overall nature of the distribution in the equatorial plane. — AA — 1978 — V. 63 — P. 7 — 27.
254. Busse F. N. Generation of planetary magnetism by convection. — Phys. Earth and Plan. Interiors — 1976 — V. 12 — P. 350 — 358.
255. Butler R. P., Marcy G. W., Williams E., Hauser H., Shirts P. Three new «51-Pegasi-type» planets. — ApJ — 1997 — V. 474 — P. L115 — L118.
256. Carney B. W. The subdwarfs helium abundance and the rotation of the galactic halo. — ApJ — 1979 — V. 233 — P. 877 — 887.
257. Chandrasekhar S., Detweiler S. — Proc. Roy. Soc. Ser. A. — 1975 — V. 344— P. 441.
258. Cherepashchuk A. M. et al. Higly evolved close binary stars. Catalog. (ed. A. M. Cherepashchuk) — London, Gordon and Breach, 1996.
259. Chin C., Stothers R. Low-mass white dwarfs and the cooling sequences in the hyades claster. — ApJ — 1971 — V. 163 — P. 555 — 565.
260. Conway R. G., Birch P., Davis R. J., Jones L. R., Kerr A. J., Standard D. — MN — 1983 — V. 202 — N. 2 — P. 813 — 823.
261. Davis R. at all. In «Neutrino — 88». — Turfts and Boston universities— Boston, 1988.
262. Deharveng J. M., Pellet A. Etude cinematique et dynamique de M31 a partir de l'observation des regions d'emission. — AA — 1975 — V. 38 — P. 15 — 28.
263. De Vaucouleurs G. — AJ — 1953 — V. 58 — P. 30.
264. De Vaucouleurs G. — Vistas in astronomy — 1956 — V. 2 — P. 1584.
265. De Vaucouleurs G. — AJ — 1958 — V. 63 — P. 253.
266. De Vaucouleurs G. — Science — 1970 — V. 167 — P. 1203.
267. De Vaucouleurs G. — Symp. IAU N 84, P. 203, 1979.
268. Dicke R. H., Roll P. G., Krotkov. — Ann. Phys. — 1964 — V. 26 — P. 442.
269. Dolan J. — AA — 1975 — V. 39 — P. 463.

270. Dwight T. Hoxie. The structure and evolution of stars of very low mass. — ApJ — 1970 — V. 161 — P. 1083 — 1098.

271. Eötvos R. V., Pekar V., Fokate E. — Ann. Phys. (DDR) — 1922 — Bd 68 — S. 11 — 66.

272. Exrenfest P. In what way does it become manifest in the fundamental laws of physics that space has three dimensions ? — Proc. Amsterdam Acad. — 1917 — V. 20 — P. 200 — 209.

273. Ezer D., Cameron A. G. W. Evolution of stars of low mass. — NASA, 1967.

274. Faber S. M., Danziger I. J. Rotational velocities of evolved and F stars. — in «Stellar rotation» , P. 39 – 47, A. Slettebak (ed.). Copyright 1970 by D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland.

275. Ferrari A. J., Sinclair W. S., Sjogren W. L., Williams J. G., Yoder C. F. Geophysical parametres of the Earth-Moon system. — J. Geophys. Res. — 1980 – V. 85 — P. 3339 — 3951.

276. Franx M., Illingworth G. D., Kelson D. D., van Dokkum P. G., Tran K. – V. — ApJ — 1997 — V. 486 — P. L75 — L78.

277. Friedman J. L., Ipser J. R., Parker L. Rapidly rotating neutron star models. — ApJ — 1986 — V. 304 — P. 115 — 139.

278. Fujimoto M. Y., Taam R. E. — ApJ — 1986 — V. 305 — P. 246 — 250.

279. Gesari D., Mongillo M., Shu F. H. The correlation between mass and angular momentum of galaxies. — Bull. Amer. Astron. Soc. — 1971 — V. 3 — P. 238.

280. Ghosh P., Lamb F. K. Accretion by rotating magnetic neutron stars. II. Radial and vertical structure of the transition zone in disk accretion. — ApJ — 1979 — V. 232 — P. 256 — 276.

281. Ghosh P., Lamb F. K. Accretion by rotating magnetic neutron stars. III. Accretion torgues and period changes in pulsating X-ray sourses. — ApJ — 1979 — V. 234 — P. 296 — 316.

282. Goad J. W., de Veny J. B., Goad L. E. Velocities of the gas in M51. — ApJ. Suppl. — 1979 — V. 39 — P. 439 — 460.

283. Goedel K. — Rev. Mod. Phys. — 1949 — V. 21 — P. 447.

284. Grabosce H. C., Jr. Grossmann A. S. Evolution of low-mass stars. IV. Effects of multilevel atomic partition functions for the ideal-gas region. — ApJ — 1971 — V. 170 — P. 363 — 370.

285. Greenstein J. L., Boksenberg A., Carswell R., Shortridge K. The rotation and gravitational redshift of white dwarfs. — ApJ — 1977 — V. 212 — P. 186.

286. Grossmann A. S. Evolution of low-mass stars. I. Contraction to the main sequence. — ApJ — 1970 — V. 161 — P. 619 — 632.

287. Grossmann A., Mutschlecner J. Evolution of low-mass stars II. Effects of primordial deuterium burning and nongray surface condition during pre-main-sequence contraction. — ApJ — 1970 — V. 162 — P. 613 — 619.

288. Grossmann A. S., Grabosce H. C. Evolution of low-mass stars. III. Effects of nonideal thermodynamic properties during the pre-main-sequence contraction. — ApJ — 1971 — V. 164 — P. 475 — 490.

289. Hardorp J., Strittmatter P. A. Rotation and evolution of Be stars. — in «Stellar rotation», P. 39 — 47, A. Slettebak (ed.). Copyright 1970 by D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland.

290. Hayashi C., 1966 — in «Stellar Evolution», ed. R. F. Stein and A. G. W. Cameron (New York: Plenum press).

291. Heitz W. D. — AJ — 1972 — V. 77 — P. 160.

292. Hillebrandt W., Nomoto K., Wolff R. G. Supernova explosions of massive stars. The mass range 8 to 10 M_C — AA — 1984 — V. 133 — P. 175 — 184.

293. Hönl H., Dehnen H. — Phys. z. — 1962 — V. 166 — P. 544.

294. Houk N., Fesen R. HR diagrams derived from the Michigan spectral catalogue. — in «The HR Diagram» , eds. A. G. Davis Shilip and D. S. Hayes — P. 91 — 98 — IAU — 1978.

295. Humphreys R. M., Davidson K. Studies of luminous stars in nearby galaxies. Comments of the evolution of the most massive stars in the Milky Way and the large Magellanic Cloud. — ApJ — 1979 — V. 232 — P. 409 — 420.

296. Iben I. Jr. Stellar evolution I. The approach to the main sequence. — ApJ — 1965 — V. 141 — P. 993 — 1018.

297. Iben I. Jr. Stellar evolution II. The evolution of a 3 M_C star from the main sequence through core helium burning. — ApJ — 1965 — V. 142 — P. 1447 — 1467.

298. Iben I. Stellar evolution IV. The evolution of a 9 M_C star from the main sequence through core helium burning. — ApJ — 1966 — V. 143 — P. 505 — 515.

299. Iben I. Stellar evolution V. The evolution of a 15 M_C star from the main sequence through core helium burning. — ApJ — 1966 — V. 143 — P. 516 — 526.

300. Iben I. Stellar evolution VI. Evolution from the main sequence to the red-giant branch for stars of mass 1 M_C, 1,25 M_C and 1,5 M_C. — ApJ — 1967 — V. 147 — P. 624 — 649.

301. Iben I. Stellar evolution within and off the main sequence. — Ann. Rev. Astron. Ap. — 1967 — V. 5 — P. 571 — 626.

302. Ives H. E., Stilwell G. R. — J. Opt. Soc. Amer. — 1938 — V. 28 — P. 215.

303. Kelly Beatty J. A place colled Uranus ; Chalkin A. Voyager among the ice worlds. — Sky and telescope — Apr. — 1986.

304. Kelsall T. 1965. — в книге «Внутреннее строение звезд», под редакцией Аллера Л., Мак-Лафлина Д. Б. — М., Мир, 1970.

305. Kendall D., Young G. A. — MN — 1984 — V. 207 — P. 637 — 647.

306. Kikoin I., Gubar S. — Journ. of phys. — 1940 — V. 3 — P. 333.

307. Klapdor H. V., Grotz K. — ApJ — 1986 — V. 301 — P. L39.

308. Kox J., Salpeter E. E. Equilibrum models for helium-burning star. III. Semi-degenerate stars of small mass. — ApJ — 1964 — V. 140 – P. 485 — 498.

309. Kumar S. S. — ApJ — 1965 — V. 137 — P. 1121.

310. Kumar S. S., in «Low-luminosity stars», ed. S. S. Kumar , Gordon and Breach , New York, P. 255 , 1969.

311. Lamb D. Q., Van Horn H. M. Evolution of cristallizing pure ^{12}C white dwarfs. — ApJ — 1975 — V. 200 — P. 306 — 323.

312. Lamb D. Q., Lattimer J. M., Pethick C. J., Ravenhall D. G. Hot dense matter and stellar collapse. — Physical Review Lett. — 1978 — V. 41 — P. 1623 — 1626.

313. Landstreet J. D. The orientation of magnetic axes in the magnetic variables. — ApJ — 1970 — V. 159 — P. 1001 — 1007.

314. Landstreet J. D. A search for magnetic fields in normal upper-main-sequence stars. — ApJ — 1982 — V. 258 — P. 639 — 650.

315. Larson R. The evolution of protostars — theory. — Found. Cosm. Phys. – 1973 — V. 1 — P. 1 — 70.

316. Le Blanc J. M., Wilson J. R. A numerical example of the collapse of a rotating magnetized star. — ApJ — 1970 — V. 161 — P. 541 — 551.

317. Ledoux P., Renson P. Magnetic stars. — Annual rewiew of astronomy and astrophysics — 1966 — V. 4.

318. Liebert J. White dwarf stars. — Ann. Rew. Astron. Astrophys. — 1980 — V. 18— P. 363 — 398.
319. Lilly S. L. — ApJ — 1989 — V. 340 — P. 77.
320. Lilly S. L., Mc. Lean. — ApJ — 1989 — V. 346 — P. L66.
321. Linden Bell D. — MN — 1976 — V. 174.
322. Lippincott S. L., Hersley I. L. — AJ — 1972 — V. 77 — P. 679.
323. London F. — Superfluids — V. 1 — Dover Publications, Inc., 1960.
324. Longair M. S., Seldner M. — MN — 1979 — V. 1892 — P. 433.
325. Miley G. K. — MN — 1971 — V. 152 — P. 477.
326. Mitrofanov I. G. Close binary stars: Observations and interpretation. 1980, P. 453.
327. Narayan R., Ostricer J. P. Pulsar populations and their evolution. — ApJ — 1990 — V. 352 — P. 222 — 246.
328. Nature — 1997 — V. 385 — N. 6615 — P. 415.
329. Nature — 1997 — V. 386 — N. 6622 — P. 254.
330. Nature — 1998 — V. 395 — N. 6700 — P. 355.
331. Nature — 1998 — V. 395 — N. 6698 — P. 146.
332. Novotny O. Empirical relations between planetary magnetism and tidas. — Institute of Geophysics , Charles University, Prague, 1980.
333. Oort J. H. Questions concerning the large-scale structure of the Universe. — в сб. ст. «Проблемы теоретической физики и астрофизики» — М., Наука, 1989.
334. Otting H. — Phys. — 1939 — V. 2 — 40 — P. 681.
335. Paczynski B. Evolution of single stars I. Stellar evolution from main sequence to white dwarfs or carbon ignition. — Acta Astronomica — 1970 — V. 20 — P. 47 — 58.
336. Paczynski B. Evolution of single stars VI. Model nuclei of planetary nebulae. — Acta Astronomica — 1971 — V. 21 — P. 471 — 435.
337. Paczynski B. Linear series of stellar models. II. Pure carbon stars. — Acta Astronomica — 1972 — V. 22. 4 — P. 315 — 325.
338. Paczynski B. Carbon depletion in the envelopes of main sequence stars. — Acta Astronomica — 1973 — V. 23. 3 — P. 191 — 196.
339. Page D. N. Phys. Rev. Ser. D, 1976a, V. 13 — P. 198.
340. Page D. N. Phys. Rev. Ser. D, 1976b, V. 14 — P. 3260.
341. Pandharipande V. R., Smith R. A. — Nucl. Phys. — 1975 — V. A 175 — P. 225.
342. Phinney E., Webster R. — Nature — 1983 — V. 301 — P. 735 — 736.
343. Physics today, November 1986, P. 17.
344. Pontecorvo B., Bilenky S. Neutrino today. — Preprint JINR. — 1987 — E1,2-87-567, Dubna.
345. Pravdo S. H., Boldt E. A., Holt S. S., Serlemitsos P. J. — ApJ Lett. — 1977 — V. 216 — P. L23.
346. Ritter H. — Publ. Max-Planck-Inst. Astrophys. Carching. — Munchen — N. 285. — 1987.
347. Rose W. K., Smith R. L. Final evolution of a low-mass star. I. — ApJ — 1970 — V. 159 — P. 903 — 912.
348. Russel C. T., Elphic R. C., Slavin N. A. Limits on the possible intrinsic magnetic field of Venus. — J. Geophys. Res. — 1980 — V. 85 — P. 8319 — 8332.
349. Saar S. H., Linsky J. L. The magnetic field of the BY Draconis flare star EQ Virginis. — ApJ — 1986 — V. 302 — P. 777 — 784.
350. Sackmann I. -J., Anand S. P. S. Structure and evolution of rapidly rotating B-type stars. — ApJ — 1970 — V. 162 — N. 1 — P. 105 — 124.
351. Sangage A. — ApJ — 1972 — V. 173 — P. 485.

352. Sargent W. L., Young P. J., Boksenberg A., Shortridge K., Lynds C. R., Hartwick F. D. A. Dynamical evidences for a central mass condencation in the galaxy M 87. — ApJ — 1978 — V. 221 — P. 731.

353. Schwartz R. D. Herbig — Haro objects. — Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1983 — V. 21 — P. 209.

354. Schwarzshild M., Selberg H. Red Giants of population II. — ApJ — 1962 — V. 136 — P. 150 — 157.

355. Sears R. L. — ApJ — 1964 — V. 140. — P. 477.

356. Shipman H. L. Masses and radii of white-dwarf stars. III. Results for 110 hydrogen-rich and 28 helium-rich stars. — ApJ — 1979 — V. 228 — P. 240 — 256.

357. Slettebak A. Stellar axial rotation and equatorial breakup. — ApJ — 1966 — V. 145 — N. 1 — P. 126 — 129.

358. Spinrad H., Ostriker J. P., Stone R., Chiu G., Bruzual J. — ApJ — 1978 — V. 225 — P. 56.

359. Straka W. C. A determination of the lower mass limit for the main sequence. — ApJ — 1971 — V. 165 — P. 109 — 119.

360. Tailor J. H., Weisberg J. M. A new test of general relativity : gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16. — ApJ — 1982 — V. 253 — P. 908 — 920.

361. Takase B., Kinoshita H. Relations among several dynamical quontities of galaxies. — Publ. Astr. Soc. Japan — 1967 — V. 19 — P. 409.

362. Thirring H. — Phys. z. — 1918 — V. 19 — P. 33.

363. Thirring H. — Phys. z. — 1921 — V. 22 — P. 29.

364. Trumper J., Pietsch W., Reppin C., Voges W., Staubert R., Kendrziorra E. — ApJ Lett. — 1978 — V. 219 — P. L105.

365. Tully R. B. The kinematics and dynamics of M51. II. Axisymmetric properties. — ApJ. Suppl. — 1974 — V. 7 — P. 437 — 448.

366. Unwin S. C. Neutral hydrogen in the Andromeda Nebula. — I. HI emission in the south-west region of the nebula. — MN — 1980 — V. 190 — P. 551 — 574.

367. Van den Bos W. N. — J. Observateurs — 1960 — V. 43 — P. 145.

368. Vogt S. S. — ApJ — 1980 — V. 240 — P. 567.

369. Weaver T., Zimmerman G., Woosley S. Presupernova evolution of massive stars. — ApJ — 1978 — V. 225 — P. 1021 — 1029.

370. Wheaton W. A., Howie S., Goldman A., Cooke B. A., Lewin W. H. G. — Bull. AAs. — 1978 — V. 10 — P. 506.

371. Williams D. M., Kasting J. F., Wade R. A. Habitable moons around extrasolar giant planets. — Nature — 1997 — V. 385 — N. 6613 — P. 234 —235.

372. Wolszczan A., Frail D. A. A planetary system around the millisecond pulsar PSR 1257+12. — Nature — 1992 — V. 355 — P. 145 — 147.

373. Xamada T., Salpeter E. Models for zero-temperature stars. — ApJ — 1961 — V. 134 — P. 683 — 698.

374. Yoshi Y., Takahara F. — ApJ — 1988 — V. 326 — P. 1.

375. Zapolsky H. S., Salpeter E. E. The mass-radius relations for cold spheres of low mass. — ApJ — 1969 — V. 158 — P. 809 — 813.

376. Zeilik M., Gaustad J. Astronomy. The cosmic perspective. — John Wiley & Sons, inc., second editon, 1990.

377. Zwart P. J. About time. — North-Holland, Amsterdam, 1976.

Федосин Сергей Григорьевич

Физика и философия подобия от преонов до метагалактик

Компьютерная верстка Стиль-МГ Тел. (3422) 48-65-22.

Издательская лицензия ЛР № 065710 от 3 марта 1998 г.

Инженеры верстки: А. В. Казаков, К. А. Фролов.

Художники: В. В. Исаев, А. Н. Чубарь.

Оформление обложки: В. А. Татринин.

Сдано в набор 4.03.1999 г. Подписано в печать 29.07. 1999 г.
Формат 60x90/16. Бумага ВХИ «Г». Гарнитура «Таймс».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 34. Тираж 900. Заказ 1053.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных диапозитивов
в ООО «Типография «Книга»
614068, Россия, г. Пермь, ул. Коммунистическая, 57.