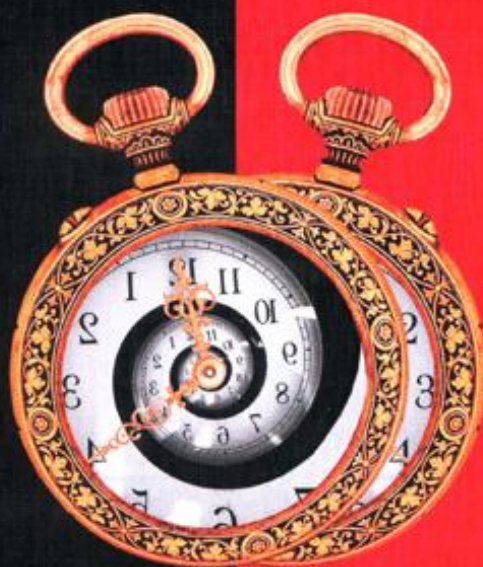


И.Н. ТАГАНОВ Ю.И. БАБЕНКО

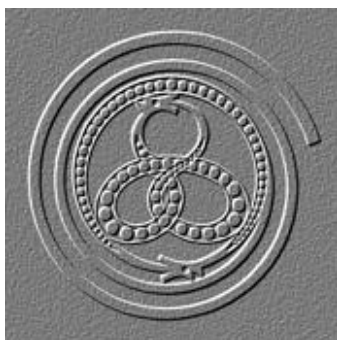


**АНТИВРЕМЯ И
АНТИПРОСТРАНСТВО**

ТАГАНОВ И.Н., БАБЕНКО Ю.И.

АНТИВРЕМЯ И АНТИПРОСТРАНСТВО

Третье издание



**Российская Академия наук
Санкт-Петербург 2016**

УДК 530.16+524.83

ББК 22.311/22.632

T13

Таганов И.Н., Бабенко Ю.И.

T13 Антивремя и Антипространство. Третье издание– Санкт-Петербург: ТИН, 2016 – 200 стр., 63 ил. (Электронное издание)

ISBN 978-5-902632-25-2

© Таганов И.Н. Часть I, 2015

© Бабенко Ю.И. Часть II, 2015

В Части I книги обсуждаются теорема и уравнение необратимого «физического» времени, а также рассматривается предложенная И.Н. Тагановым в конце 1990-х годов модель «спирального» физического времени, которое подобно материи обладает дискретностью «в малом», неоднородно «в большом» и допускает существование «антивремени». Интервалы «спирального» времени в Микром мире определяются комплексными числами, а однородное абсолютное время Ньютона и мнимое время Пуанкаре-Минковского являются его предельными формами. В микромире со спиральным временем нет «корпускулярно-волнового дуализма» и индивидуальная микрочастица в свободном движении в каждый момент комплексного времени имеет вполне определенное положение, определяемое комплексными координатами. В зависимости от разрешения измерительного прибора, мы можем видеть, или траекторию отдельной частицы, или результат квантовой самоорганизации (в том числе и волновой) в ансамбле многочисленных частиц, взаимодействующих с устройством, применяемым для наблюдения. Модель спирального времени, в частности, предсказывает новые соотношения неопределенностей в квантовой физике и нарушение зеркальной симметрии интегральной внутренней четности всего разнообразия изученных микрочастиц, что вполне соответствует результатам современных исследований. Модель спирального времени предсказывает новое физическое явление – космологическое замедление времени, когда все характерные интервалы времени в прошлом оказываются короче, нежели в будущем. В книге обсуждаются астрономические наблюдений, которые свидетельствуют о проявлениях космологического замедления времени в дальнем космосе, в Солнечной системе и на Земле.

В Части II книги рассматривается найденный Ю.И. Бабенко в конце 1990-х годов новый математический объект – пространство с не положительным (целым) числом измерений, то есть «антипространство». Математическим инструментом в предложенной модели антипространства является теория двухсторонних расходящихся рядов, которая, в частности, позволяет установить совместимость предложенной концепции антипространства с «аналитическим продолжением» известных геометрических соотношений для «положительных пространств». Современные исследования в физике высоких энергий обнаруживают проявления существования антивремени и антипространства в микромире и в космологии. В середине 20-го века, начиная с материи, начался процесс «расщепления» фундаментальной триады «пространство – время – масса» на «сущности» и «анти-сущности», который неизбежно будет продолжаться. Возможно, что уже недалеко время, когда термины «антипространство» и «антивремя» будут использоваться с той же уверенностью, как сегодня рассуждения об антивеществе.

Ключевые слова: время, пространство-время, многомерные пространства, расходящиеся ряды, соотношение неопределенностей, элементарные частицы

Бумажные издания

На русском языке:

ISBN 978-5-902632-17-7 (2015; Твердый переплет; 70×100 1/16)

На английском языке:

ISBN 978-5-902632-18-4 (2016; Hard cover; 70×100 1/16)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Независимость от наблюдателя и «объективность» научного описания природы это всего лишь иллюзия. Казалось бы, естествознание явно не включает разум и сознание наблюдателя в описание природы. Но мы наблюдаем природу не саму по себе, а только во взаимодействии с нашими органами чувств и разумом. Научный образ природы постепенно формируется в диалогах многих наблюдателей и экспериментаторов с природой, и поэтому существенно зависит от способов наблюдений и языка, который применяет разум. Например, основой научного языка являются фундаментальные методологические категории – пространство, время, причинность, субстанция, движение и т.д. Все эти категории являются результатом длительного исторического развития языка и культуры и, в частности, научной методологии.

Достижения культуры, унаследованные от предыдущих эпох, определяют принципы и способы описания природы в естествознании. Методология и особенности доступных человеку логических и математических средств определяют создаваемый естествознанием образ природы. Поэтому во все разделы естествознания через общий образный язык и методологические традиции включены предыдущие достижения культуры, которые являются субъективными по отношению к не зависящей от существования нашей цивилизации природы.

Анализ традиций познания и долгой истории становления и развития нашей культуры, способен обнаружить основные метафизические принципы, отражающие системные свойства процессов познания, которые и определяют главные черты эволюции естествознания. В частности, Принцип всеобщего дуализма возник, вероятно, в глубокой древности вскоре после пробуждения сознания у человека, когда вслед за разделением впечатлений от внешнего мира и собственных переживаний, последовало постепенное накопление наблюдений двойственности в природе. Постепенно концепция дуализма стала главным системообразующим принципом религиозных философий и математических моделей в естествознании.

Проведя анализ возникновения и эволюции математического символизма, можно обнаружить дуализм в самом фундаменте современной математики. К концу 19 века окончательно сложилась структура дуализма чисел – четные и нечетные, простые и составные, рациональные и иррациональные; положительные и отрицательные, действительные одномерные и многомерные гиперкомплексные числа. Таким образом, важнейшая абстрактная система – числовой ряд, на котором в течение многих столетий происходило становление математики, обнаруживает дуализм в своей структуре.

В конце 19 столетия на основе фундаментальной триады «пространство – время – масса» была создана теория размерностей, в которой строго в соответствии с Принципом всеобщего дуализма все размерные физические величины являются двухкомпонентными объектами, сочетающими свойства количественных и качественных характеристик. Теория размерностей, неразрывно связанная с традициями и принципами формирования символических и математических моделей, являясь плодом долгого развития нашей культуры, служит своеобразным методологическим канон естествознания. Этот канон не только объединяет различные разделы естествознания, но и в значительной степени предопределяет развитие его теоретических концепций и математических моделей.

Вместо фундаментальной триады «пространство – время – масса» принцип постоянства скорости света в сочетании с законом тяготения Ньютона, которые определяют конструкции общепризнанных эталонов базовых единиц, дают возможность ввести унитарные системы единиц, представив размерности физических величин целыми степенями какой либо одной выбранной базовой единицы измерения, например, длины или массы.

Несомненно, что самым интригующим результатом развития квантовой физики, явилось открытие дуализма материи, и в наше время термины «антивещество» и «антиматерия» уже окончательно переместились со страниц научно-фантастических романов в энциклопедии и

учебники физики. К концу минувшего 20 столетия сложилось представление о трех фундаментальных, «топологических», свойствах материи:

- дискретность «в малом»,
- неоднородность «в большом» и
- способность существовать в двух формах: материи и антиматерии.

Однако, взаимозаменяемость базовых размерностей в унитарных физических размерностях возможна только в том случае, если все, в том числе и топологические свойства всех трех элементов базовой триады одинаковы. Это означает, что и пространство и время, при определенных условиях должны обнаруживать топологические свойства, присущие массе – дискретность «в малом», неоднородность «в большом» и возможность существования антиподов – «антипространства» и «антивремени».

Возникает вопрос – если физикам удалось в 20 столетии открыть антиматерию, то можно ли также плодотворно обсуждать существование антивремени и антипространства?

В Части I нашей книги рассматривается предложенная в конце 1990-х годов И.Н. Тагановым модель «спирального» физического времени, которое подобно материи обладает дискретностью «в малом», неоднородно «в большом» и допускает существование антивремени. До этого в естествознании использовались только две концепции времени – привычное нам абсолютное, математическое время Ньютона, интервалы которого определяются действительными числами, и мнимое время, введенное Пуанкаре и Минковским для геометрической интерпретации специальной теории относительности. Интервалы «спирального» времени Микромира определяются комплексными числами, а время Ньютона и Минковского являются его частными формами.

В микромире со спиральным временем нет «корпускулярно-волнового дуализма» и индивидуальная микрочастица в свободном движении в каждый момент комплексного времени имеет вполне определенное положение, определяемое комплексными координатами. В зависимости от разрешения измерительного прибора, мы можем видеть, или траекторию отдельной частицы, или результат *квантовой самоорганизации* (в том числе и волновой) в ансамбле многочисленных частиц, взаимодействующих с устройством, применяемым для наблюдения. Модель спирального времени, в частности, предсказывает новые соотношения неопределенностей в квантовой физике и нарушение зеркальной симметрии интегральной внутренней четности всего разнообразия изученных микрочастиц, что вполне соответствует результатам современных исследований.

Модель спирального времени предсказывает новое физическое явление – космологическое замедление времени, когда все характерные интервалы времени в прошлом оказываются короче, нежели в будущем. В книге обсуждаются астрономические наблюдений, которые свидетельствуют о проявлениях космологического замедления времени в дальнем космосе, в Солнечной системе и на Земле.

Во Части II нашей книги рассматривается найденный в конце 1990-х годов Ю.И. Бабенко новый математический объект – пространство с не положительным (целым) числом измерений, то есть «антипространство». Математическим инструментом в предложенной модели антипространства является теория двухсторонних расходящихся рядов, которая, в частности, позволяет установить совместимость предложенной концепции антипространства с «аналитическим продолжением» известных геометрических закономерностей для «положительных пространств».

В частности, происхождение трехмерной Вселенной «из ничего» после Большого Взрыва может быть объяснено «взрывом» нуль-мерного (или минус-мерного) антипространства, которое «выделило» положительное трехмерное пространство. По сравнению с другими (даже сильно искривленными) положительными пространствами антипространства имеют несомненные преимущества. Будучи не наблюдаемыми в макромире, антипространства бесконечно протяженны, и поэтому трехмерная материя имеет достаточно места для расширения.

Недавние исследования в физике высоких энергий позволяют предполагать проявления антивремени и антипространства как в Микромире, так и в космологии. Начавшееся в середине 20 века с материи, «расщепление» фундаментальной триады «пространство – время – масса» на сущности и анти-сущности, неизбежно должно продолжиться, следуя фундаментальному Принципу всеобщего дуализма. Возможно, что уже недалеко время, когда термины «антипространство» и «антивремя» будут использоваться с той же уверенностью, как сегодня рассуждения об антивеществе.

Электронное издание монографии, которое мы представляем на суд читателей, развивает идеи, впервые опубликованные в наших статьях и книгах:

Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и антипространство*. СПб.: СПбГУ, 2001. ISBN 5-7997-0292-1

Бабенко Ю.И. *Отрицательное пространство или пространства с отрицательным числом измерений*. - СПб.: Проффессионал, 2014. - 64 с. ISBN 978-5-91259-098-6

Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и Антипространство. Второе издание*. – Санкт-Петербург: ТИН, 2015. ISBN 978-5-902632-17-7.

Taganov, Igor. N., Babenko, Yuri. I. *Antitime and Antispace. Third Edition*. – Saint Petersburg: TIN, 2016. ISBN 978-5-902632-18-4

В заключение мы считаем своим приятным долгом поблагодарить тех многочисленных читателей наших книг, которые прислали нам свои отзывы и советы.

Санкт-Петербург

Ю.И. Бабенко, И.Н. Таганов

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ЧАСТЬ I. АНТИВРЕМЯ (И.Н. Таганов)	7
ГЛАВА I. ДУАЛИЗМ И СИММЕТРИЯ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ	7
1.1. Аксиоматическая метафизика	27
1.2. Искусство Гермеса и теория размерностей	41
Литература I.1.	71
ГЛАВА II. ВРЕМЯ И АНТИВРЕМЯ	73
2.1. Дискретность необратимого «физического» времени	78
2.2. Теорема и уравнение «физического» времени	84
2.3. Модели «физического» времени	88
2.4. Принцип относительности измерений и космологическое замедление времени	93
2.5. Наблюдения	104
2.6. Время и Антивремя	119
Литература I.2.	130
ГЛАВА III. МИКРОМИР С КОМПЛЕКСНЫМ ВРЕМЕНЕМ	133
3.1. Новые соотношения неопределенностей в физике субъядерного мира	145
3.2. Зеркальная асимметрия микромира	155
Литература I.3.	158
ПРИЛОЖЕНИЕ	160
ЧАСТЬ II. АНТИПРОСТРАНСТВО (Ю.И. Бабенко)	163
1. Расходящиеся ряды	166
2. Антипространства	179
3. Правильные фигуры в антипространствах	185
4. Уравнение Шредингера в антипространствах	190
5. Физические аналогии	196
Литература II	199

ЧАСТЬ I. АНТИВРЕМЯ

И.Н. Таганов

ГЛАВА I. ДУАЛИЗМ И СИММЕТРИЯ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ

Начало истории философской концепции дуализма скрывает мгла седой древности, но можно предположить, что первые смутные ощущения двойственности мироздания возникли вскоре после пробуждения сознания у человека. За разделением впечатлений от внешнего мира и собственных переживаний последовало постепенное накопление наблюдений двойственности природы – рождение и смерть, мужчины и женщины, день и ночь, лето и зима... Уже в глубокой древности было осознано важное символическое значение философских категорий и, в частности, Принципа универсального дуализма:

«Истина не пришла в мир обнаженной, но она пришла в символах и образах. Он не получит ее по-другому. Есть возрождение и образ возрождения. Следует воистину возродить их через образ». (Апокрифическое Евангелие от Филиппа; 3 столетие)

Первые символы дуализма – отпечатки правых и левых рук и ног украшают стены множества пещер каменного века с возрастом 20–30 тысяч лет. На стене знаменитой французской пещеры Пеш Мерле (*Pech Merle*), в которой люди жили уже 25 тысяч лет тому назад, отпечатки правых и левых рук включены в композицию «фрески с пятнистыми конями» (Рис. 1.1). А декорация одной из пещер каменного века в Патагонии состоит исключительно из отпечатков человеческих рук (Рис. 1.1).

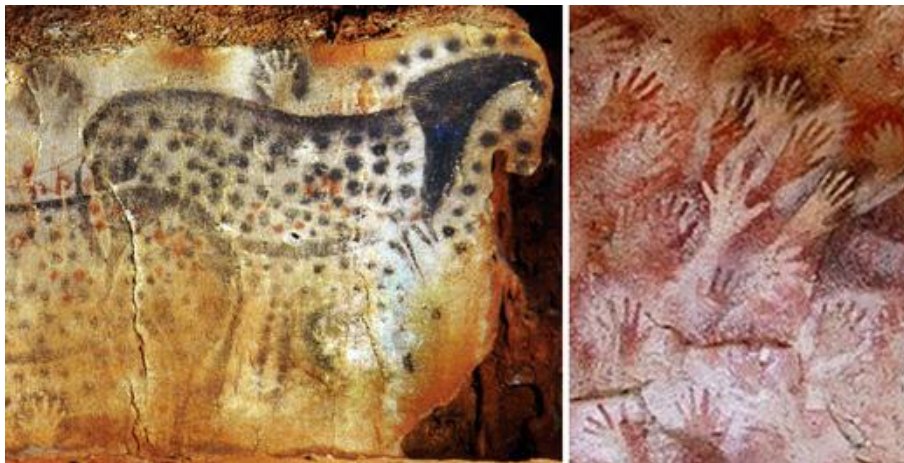


Рис. 1.1. Слева. Фреска каменного века с пятнистыми конями в пещере *Pech Merle* во Франции (<http://phys.org/>). Справа. Отпечатки рук в древней пещере в Патагонии (<http://cdn2-b.examiner.com/>).

Французские археологи, изучив более 500 отпечатков рук в 26 пещерах Испании и Франции, опубликовали сенсационные выводы: во-первых, среди художников каменного века большинство составляли женщины и дети, а во-вторых, 20–30 тысяч лет тому назад левшей было почти в два раза больше, чем в наше время.

В качестве традиционного символа дуализма, по меньшей мере, с начала исторической эпохи утвердилось изображение правой и левой ступней ног, которое входит, например, в композицию символов на каменном идоле Кеми-обинской культуры III тысячелетия до н.э. Символизм пары ступней ног, высеченных в пещерном индуистском храме в Эллоре, усилен изображениями правой и левой свастик. Пара ступней ног, украшенных сложной резной композицией, в которую входят многие священные эмблемы буддизма, изображена на каменной плите, бережно сохраняемой в «Пагоде диких гусей» в Сиане. Легенда гласит, что Суан Цанг, пилигрим и первый настоятель буддийского монастыря в Сиане, привез эту плиту из Индии в 652 году в числе многих других реликвий и древних манускриптов.



Рис. 1.2. 1. Скульптура эпохи царства Гандхара с отпечатками ног Будды (*Buddhapada*) (2 столетие; художественная галерея Йельского университета, США). 2. *Swayambhunath* в Храме обезьян (Катманду). 3. *Buddhapada* в буддийском храме *Kozan-ji*.

Буддизм, восприняв с небольшими изменениями многие древние индуистские эмблемы, распространил символ дуализма в форме пары ступней ног (*Buddhapada*) по обширным территориям юго-восточной Азии (Рис 1.2). Этот символ встречается и в Тибете, украшая, в частности, каменные плиты ступеней нескольких храмов монастыря Ташилумпо в Шигатзе.

Однако, вероятно, символ дуализма в форме пары ступней ног проник в Китай задолго до распространения там буддизма. Ступни ног, вырезанные из тонких пластин нефрита, археологи часто находят в составе погребального инвентаря царских могил эпохи Восточной династии Чжоу (770–256 до н.э.). В Историческом музее Сианя хранятся изящные нефритовые ступни, найденные в могиле правителя «страны Цин» (537 до н.э.) среди костей сотен похороненных заживо рабов и боевых коней.



Рис. 1.3. 1. Спирали в петроглифах Шотландии. 2. Спирали на древних бронзовых изделиях Китая.

Не менее древней эмблемой дуализма является пара спиралей, завитых в разные стороны, которые часто встречаются в древних петроглифах (рис.1.3-1). Спирали издавна включали в композиции резного декора пещерных индуистских храмов, но особенно они были распространены в Китае как популярный мотив украшения бронзовых изделий в эпоху династий Шань (16–11 века до н.э.) и Чжоу (11–3 века до н.э.). Этот символ довольно быстро утратил ритуально-обрядовое значение и постепенно превратился в излюбленный элемент китайского декоративного искусства – «облачный» орнамент.

Характерными для Китая символами дуализма со времен династии Западного Чжоу служили зеркала. Эти массивные бронзовые диски, одна из сторон которых была зеркально отполирована, а другая украшена высоким рельефом, служили важными атрибутами религиозных и магических ритуалов на протяжении почти двух тысячелетий. Подметив отличие оригинала и его зеркального изображения, китайские маги использовали зеркала как

специальный инструмент для преобразования «правого» и «левого» в орнаментально-символических композициях и даже применяли зеркала в медицине.

О значении зеркала как космологического символа свидетельствуют украшающие их орнаменты. На зеркалах эпох династий Чжоу и Хань можно найти индийскую Калачакру (Колесо времени), зодиакальную символику, эмблемы четырех сторон света, символы пяти священных гор Китая. В эпоху династии Тан (618–907) на зеркалах появляются буддийские эмблемы, а контурам зеркал стали часто придавать форму восьми лепесткового лотоса.



Рис. 1.4. Знак «Близнецы» в Зодиаке храма богини Хатхор в Дендере (1 век; Египет)

Древним символом дуализма были близнецы, которые часто появляются как аллегории двойственности во многих религиозно-мифологических системах. Одним из ярких примеров этой традиции может служить зороастрийская мифология Персии. Для того чтобы подчеркнуть первичный, фундаментальный характер категорий добра и зла в зороастрийской мифологии верховный бог Ахура Мазда и главный демон зла Ангра Майнйу считаются близнецами по рождению.

Религиозная философия зороастризма представляет собой морализованную версию основных концепций древней ведийской философии арийских племен, в которой особое значение придается обобщению этических категорий добра и зла до уровня онтологических первоначал, взаимодействием которых определяется бытие и вселенная. Предельной напряженности дуализм добра и зла достиг в учении

Персидского пророка Мани (3 век н.э.), который провозгласил симметрию и полное равноправие категорий добра и зла, как изначальных принципов бытия.

В конце II тысячелетия до н.э. пророк Моисей придал Принципу всеобщего дуализма космическое значение, описав в Книге бытия процесс Творения, как последовательное разделение противоположных сущностей (Быт. 1:1–1:18 [2]):

1.1. В начале сотворил Бог *небо* и *землю*

1.4. И увидел Бог свет, что он хорош, и отделил Бог *свет* от *тьмы*.

1.6. И сказал Бог: да будет *твердь* посреди *воды*, и да отделяет она *воду* от *воды*.

1.7. И создал Бог *твердь*; и отделил *воду*, которая под твердью, от *воды*, которая над твердью. И стало так.

1.14. И сказал Бог: да будут светила на тверди небесной для отделения *дня* от *ночи*, и для знамений, и времен, и дней, и годов;

1.16. И создал Бог *два светила* великие: светило большее, для управления *днем*, и светило меньшее, для управления *ночью*, и звезды

1.17. И поставил их Бог на тверди небесной, чтобы светить на землю,

1.18. И управлять *днем* и *ночью*, и отделять *свет* от *тьмы*. И увидел Бог, что *это* хорошо.

Проведя анализ возникновения и эволюции математических символов, можно обнаружить дуализм в самом фундаменте современной математики. Самыми лаконичными были древнейшие цифровые системы – они, подобно современному двоичному коду, состояли всего из двух знаков для 1 и 10, хотя и допускали применение дополнительных обозначений, чаще всего для 5, 100 и 1000.

С удивительным единодушием создатели древних цифровых систем выбрали в качестве базовых знаков традиционные символы мужского и женского начал (рис. 1.5). Вертикальная черта это самый распространенный фаллический символ мужского начала, а округлые формы, типа круга, чаши, полумесяца или горизонтальная черта почти повсеместно, как в

Европе, так и в Азии издавна считались символами женского начала. Отступление от этого правила в Китае только кажущееся, так как традиционная этика юго-восточной Азии предписывала не мужчине, а женщине активную роль в любви. Там символом мужского начала была горизонтальная черта, а красноречивый знак, похожий на крест, считался символом женского начала.

1	10	
I	0	МЕСОПОТАМИЯ III тыс. до н.э.
I	∩	ЕГИПЕТ III тыс. до н.э.
I	—	КРИТ II тыс. до н.э.
—	+	КИТАЙ II тыс. до н.э.
∪	<	ВАВИЛОН II тыс. до н.э.
I	?	ИНДИЯ I тыс. до н.э.

Рис. 1.5. Символы основных чисел, определявших цифровые системы цивилизаций Древнего мира

До 10 века в Европе повсеместно использовали римские цифры, в частности, потому что достаточно было помнить всего шесть знаков. Арабские цифры получили широкое распространение только в 15 столетии, хотя образованные люди начали их использовать гораздо раньше. Монах, алхимик и астроном Герберт де Аурильях (946–1003), в конце жизни избранный римским Папой с именем Сильвестра II, прожив долго в Испании, научился у астрономов Барселоны и Кордобы технике арифметических вычислений с помощью «апексов» – специальных жетонов с начертанными на них арабскими цифрами, которые для удобства раскладывались на специальной доске «абаке». Постепенно абак стали использоваться европейскими торговцами, и вычисления с помощью апексов сохранялись, например, во Франции до конца 18 века. Восточный аналог абак и апексов – конторские счеты в консервативных кругах стран Востока и сейчас часто заменяют портативные калькуляторы.

То, что мы привыкли называть арабскими цифрами, в действительности является старо-индийской цифровой системой, палеография которой восходит к начертанию букв древнего санскритского алфавита «брахми». Следует отметить, что в Индии долго не использовали знака нуля для создания позиционного исчисления. Об этом, в частности, свидетельствует первое известное упоминание об индийских цифрах в писаниях епископа Северуса Себогта, служившего в Месопотамии в середине 7 столетия и писавшего только о «девяти индийских знаках». Правила операций с нулем впервые получили признание в Индии только после появления в 628 году труда Брахмагупты *Открытие Вселенной*, но в практике вычислений в Индии нулем систематически стали пользоваться только в конце 9 столетия.

Отсутствие нуля в древней индийской цифровой системе, воспринятой арабами, впоследствии предопределило трудности освоения и осмысления понятия нуля европейскими математиками. В европейском естествознании только с 17 века начало складываться представление о нуле, как о символе, разделяющем полярные цифровые категории в концепции математического дуализма. Оксфордский профессор Джон Уоллис, вероятно, впервые отказался от трактовки положительных и отрицательных чисел как «прибылей» и «убытков». Уоллис, как и Леонард Эйлер, пытался трактовать связь положительных и отрицательных чисел, как «переход через бесконечность».

Декарт, Ньютон и Лейбниц определяли отрицательные числа поэтически, как «числа, меньшие, чем Ничто». Только в первой половине 19 столетия, после выхода в свет книги Мартина Ома *«Опыт совершенно последовательной системы математики»* (1822) стало принято говорить об отрицательных числах, как о естественном расширении обычной числовой системы.

К концу 19 века окончательно сложилась структура дуализма чисел – четные и нечетные числа; рациональные и иррациональные числа; положительные и отрицательные числа; действительные одномерные и многомерные гиперкомплексные числа. Ноль и бесконечность часто стали рассматриваться как символы дуализма конечного и бесконечного. Таким образом, важная абстрактная система – числовой ряд, на котором в

течение многих столетий происходило становление математики, обнаруживает в своих истоках символизм и структуру древней концепции дуализма.

В общей концепции Принципа универсального дуализма особое значение имеет метафизическая категория симметрии. Любое нарушение симметрии геометрической фигуры приводит к несовместимости ее со своим зеркальным отображением, поэтому одним из признаков асимметрии может служить факт несовместимости оригинала со своим зеркальным отображением. Фигуры со смешанной симметрией не могут быть разделены на равные части и, следовательно, являются асимметричными. Всякая асимметричная фигура может быть построена в двух *энантиоморфных* модификациях – «правой» и «левой». Никакого абсолютного критерия для отличия правого от левого не существует, но, однажды назвав одну из двух энантиоморфных модификаций «правой» R , другую, парную к ней следует называть «левой» L .

Фундаментальное значение пары антиподов левого и правого определяется особым значением операции зеркального отражения. Под зеркальным отражением или *инверсией координат* $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ понимают одновременное зеркальное отражение относительно трех взаимно перпендикулярных плоскостей, проходящих через начало координат. Складывая ладони своих рук при молитве, люди моделируют типичную операцию зеркального отражения. Используя пары типовых асимметричных фигур (R , L) и размножая их с помощью элементов симметрии, можно построить все мыслимые группы симметрии – точечные, линейные, плоские и пространственные. Все симметричные преобразования конечных фигур могут быть сведены к последовательным зеркальным отражениям в трех плоскостях, которые могут и не быть плоскостями симметрии.

Термин «асимметрия» используется часто также в статистическом смысле для обозначения неравенства долей «правых» и «левых» объектов в некоторой их совокупности. Самой распространенной мерой статистической асимметрии какого либо множества объектов является указание доли доминирующего в этом множестве типа симметрии. Например, «праворукость» является доминирующим свойством населения Земли и, хотя доля левшей у различных этнических групп может изменяться в зависимости от возраста от 5 до 30%, но средний процент правшей среди взрослого населения достаточно стабилен, достигая 90%. Поэтому этот тип асимметрии часто обозначается как $R_{0,9}$.

О философском значении асимметрии правого и левого много писали еще пифагорейцы 2500 лет тому назад, включив оппозицию «правое – левое» в свой список десяти самых важных противоположностей природы. Пифагорейцы иногда использовали термин «симметрия» как синоним гармонии, которую они считали главным законом нашего мира.

Меч в правой руке, которым большинство воинов-правшей защищали свою родину, дал повод во многих культурах считать «правое» символом добра, а «левое» символом зла. Разбойник, распятый именно справа от Христа, раскаялся и попал в рай, а евангелист св. Матфей еще ярче подчеркнул символическое значение правого и левого в христианской культуре (Матф. 25:32, 33) [2]:

32. И соберутся пред Ним все народы; и отделит одних от других, как пастырь отделяет овец от козлов;

33. И поставит овец по *правую* Свою сторону, а козлов – по *левую*.

Тень от обелиска солнечных часов перемещается в северном полушарии слева направо. Так еще в древнем Вавилоне было выбрано направление движения часовой стрелки, вращение которой принято и теперь считать «правым». Промышленность, выпускающая в наше время преимущественно винты с правой резьбой, то есть закручивающиеся при движении головки винта слева направо, надежно закрепила в нашем сознании этот выбор «правого» винта в качестве синонима движения «по часовой стрелке», сделанный более

четырёх тысячелетий тому назад в Вавилоне. Следуя этим древним традициям, мы обычно приписываем «левым» объектам отрицательное значение индекса симметрии и виртуальное движение «против часовой стрелки».

Изучение симметрии неживой природы сначала не обнаружило сколько-нибудь впечатляющих отклонений от симметрии левого и правого. Следует отметить, что вообще количество минералов, кристаллы которых могут иметь либо левую, либо правую форму, относительно невелико и их доля не достигает 9 %. Обширные исследования встречаемости правых и левых форм в мире неорганических природных кристаллов показали, что среди минералов нет достоверного доминирования одной из форм. Редким исключением оказались лишь немногочисленные кристаллы, например, хромовокислого калия, азотнокислых свинца и бария. Однако существует много примеров сочетаний внешних условий, при которых происходит преимущественная кристаллизация или синтез одной из двух энантиоморфных форм минералов, но это относится уже к особой области физической химии – стереоспецифическому синтезу.



Рис. 1.6. Иллюстрация в книге *Index Musei* (1742).

Исследования зеркальной асимметрии в биологии начались с открытия еще в 18 веке французским литератором Бернардином де Сен-Пьером (1737–1814) значительного преобладания правозакрученных раковин у моллюсков (Рис. 1.6). Дальнейшие исследования показали, что действительно у большинства брюхоногих одна из энантиоморфных форм очень часто доминирует, достигая иногда впечатляющих значений асимметрии $R_{0.96}$. В природе встречаются очень необычные формы асимметрии. Например, у некоторых рыб бассейна Амазонки существуют даже две половые расы: одна раса состоит из *R-самцов* и *L-самок*, а другая, наоборот, из *L-самцов* и *R-самок*. Причем размножение этих рыб возможно только в пределах своих половых рас.

Внешняя симметрия млекопитающих с одной плоскостью симметрии скрывает многочисленные проявления асимметрии в их внутреннем строении и физиологии. Сердце, желудок и селезенка находятся слева, а печень и аппендикс справа. У людей в большинстве

случаев правая рука несколько крупнее левой, а левая нога крупнее правой. У приматов также как и у людей распространено доминирование одной из рук – большинство шимпанзе и горилл левши, а орангутанги и гиббоны, наоборот, как и люди преимущественно правши.

Возрастание интереса к проблеме правых и левых молекул в биохимии обычно связывают с открытием в 1815 году французским физиком и астрономом Жаном Био (1774–1862) явления оптической изомерии. В 1848 году Луи Пастер (1822–1895) доказал, что оптическая изомерия имеет молекулярную природу. В своих пионерских исследованиях Пастер обнаружил, что серо-голубая плесень (*Penicillium glaucum*) избирательно поглощает только один из стереоизомеров винной кислоты. Правыми и левыми стереоизомерами называют вещества, молекулы которых, имея одинаковый атомный состав, структуру химических связей и термодинамические характеристики, составляют пару энантиоморфных антиподов по конфигурациям своих молекул. Некоторые стереоизомеры «оптически активны», так как способны вращать плоскость поляризации проходящего сквозь них света.

При исследовании биологически активных соединений клеток различных тканей среди них оказалось множество оптически активных соединений – сахаров, аминокислот, белков и нуклеиновых кислот. Анализ относительной встречаемости правых и левых молекул в клетках живых существ продемонстрировал удивительную биохимическую асимметрию – в природе отсутствует левая ДНК, все известные организмы имеют левые аминокислоты и правые углеводы. Это удивительное свойство биохимии Жизни называют «хиральной чистотой». В отличие от земной Жизни полипептиды, которые иногда находят в метеоритах, не обладают хиральной чистотой, а состоят из равных долей правых и левых аминокислот. Так что можно сказать, что в отличие от почти симметричной неорганической природы Жизнь, – это яркая асимметричная форма материи на Земле.

В 1894 году в статье *О симметрии физических явлений; симметрия электрического и магнитного поля*¹ Пьер Кюри (1859–1906), очень интересовавшийся проблемой асимметрии в природе, сформулировал следующий принцип:

«Симметрия порождающей среды как бы накладывается на симметрию тела, образующегося в этой среде. Получившаяся в результате форма тела сохраняет только те элементы своей собственной симметрии, которые совпадают с наложенными на него элементами симметрии среды».

Утраченные объектом в процессе формирования элементы симметрии т.е. «исчезнувшую» симметрию Кюри называл *диссимметрией*. В 1898 году английский химик Френсис Джепп (1848–1928) в своих популярных лекциях «Стереохимия и витализм» неизменно утверждал, что «только асимметрия может порождать асимметрию».

Во второй половине 20-го столетия получил признание динамический принцип формирования асимметричных явлений и объектов. При описании физических процессов всегда необходимо ввести ту или иную систему координат, выбор которой определяет в пространстве-времени некоторые привилегированные направления координатных осей. Это ограничение вступает в противоречие с принципом однородности и изотропии пространства-времени, которым часто пользуется естествознание. Поэтому физический смысл обычно имеют только те соотношения, которые инвариантны относительно поворотов и смещений относительно используемых координатных осей. Эти условия инвариантности значительно ограничивают разнообразие возможных «физических законов» и связывают их с групповой теорией симметрии.

Асимметричный объект всегда является материальным воплощением какого либо динамического процесса, в котором уже можно обнаружить те или иные нарушения динамической симметрии. Физическое время является глобальным асимметричным фактором из-за асимметрии «Стрелы времени», направленной из прошлого в будущее, и

¹ Curie P. Oeuvres. Paris, 1908.

поэтому многие природные процессы, развивающиеся в асимметричном пространстве-времени, и материальные объекты, которые формируются при участии этих процессов, должны обнаруживать ту или иную асимметрию, которую, впрочем, иногда бывает трудно выявить и описать формально.

Впечатляющим проявлением асимметрии в космосе является открытое в 2010 году явление группировки спиральных галактик по типу симметрии (Таганов 2010 [22]). В неисчерпаемом многообразии космических структур внимание астрономов неизменно привлекают спиральные галактики. Это самый распространенный морфологический тип галактик, включающий более 60 % всех наблюдаемых галактик. Загадкой до сих пор является крайне неравномерное распределение спиральных галактик – среди галактик поля их доля составляет почти 70 %, а в крупных скоплениях галактик их количество едва достигает 20 %.

Обычно эти красивые звездные системы имеют одну, две или более неровных спиральных ветвей, образующих плоский диск, а в центральной области галактики видно сфероидальное вздутие (балдж), в котором находится ядро галактики. Спиральные ветви богаты яркими газовыми туманностями, окружающими горячие звезды-гиганты, а также облаками темной газопылевой материи. Спиральные галактики в лучах H_α выглядят особенно контрастно, поскольку водородные поля распределяются чаще всего в пределах их ветвей.

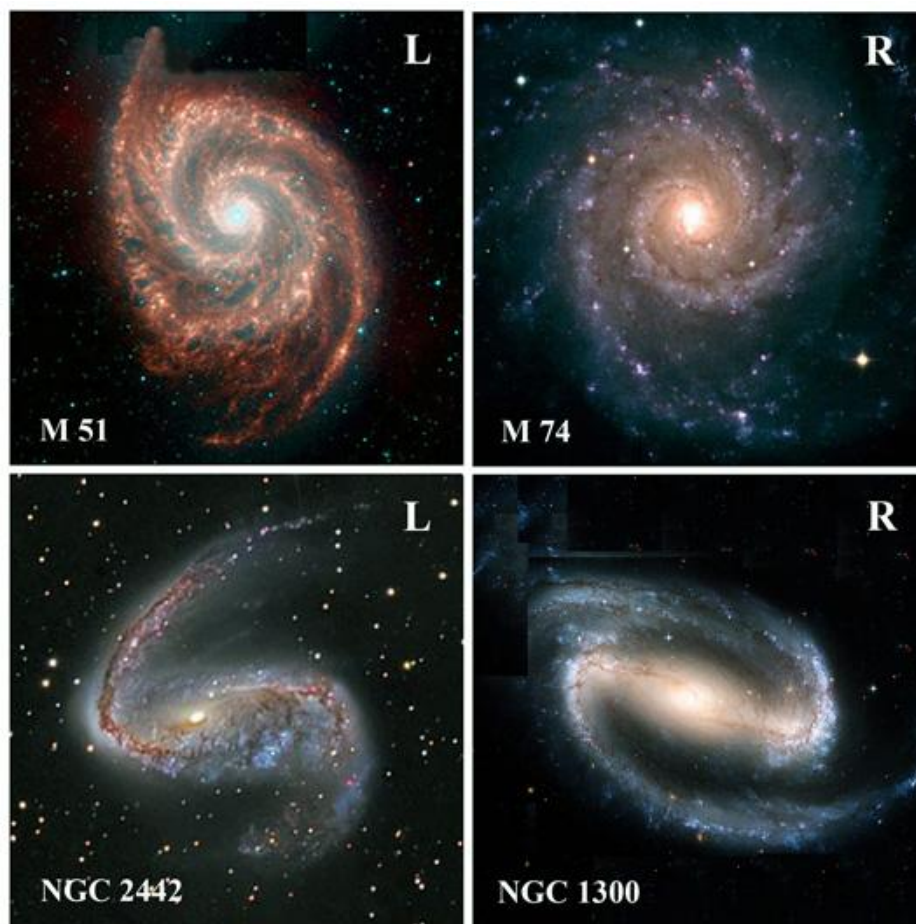


Рис. 1.7. Типичная морфология спиральных галактик с левым (L) и правым (R) типами симметрии (<http://hubblesite.org/>).

Со времен Эдвина Хаббла спиральные галактики принято делить на два класса. Примерно у половины всех спиральных галактик ветви начинаются сразу от ядра (рис. 1.7, верхний ряд) и их называют «нормальными» (класс S). У остальных через ядро проходит яркая перемычка (бар), распространяющаяся далеко за пределы ядра, и только от нее начинают закручиваться спиральные ветви (рис. 1.7, нижний ряд). Это так называемые «пересеченные»

галактики (класс *SB*). Астрономические наблюдения 1990-х годов дали повод считать нашу галактику Млечный Путь тоже «пересеченной» спиралью, хотя сам бар трудно наблюдать из нашего положения в пределах галактического диска.

Однозначной связи направления вращения и направления закручивания спиральных ветвей у галактик не оказалось. Так что обе галактики на рис. 1.7 в верхнем ряду могут вращаться, например, в левую сторону (против часовой стрелки). В этом случае ветви левой галактики (*M51*) называют «отстающими», а правой (*M74*) «опережающими». После того как было обнаружено много галактик, у которых разные ветви имеют разные направления вращения, интерес к проблеме связи морфологии галактик и направлений их вращения значительно снизился.

Строго спиральная форма галактик почти не встречается и, как правило, морфология наблюдаемых спиральных галактик включает такие элементы как дуги, кольца, радиальные ветви, вереницы уплотнений, которые резко не различаются и часто переходят друг в друга и в спиральные ветви. Тем не менее, по доминирующему направлению спиральности ветвей и дуг во многих случаях можно достаточно уверенно отнести спиральную галактику либо к «левому», *S*-образному (отрицательному) типу (рис. 1.7, левая колонка), либо к «правому» (положительному) морфологическому типу (рис. 1.7, правая колонка).

В течение многих лет коллектив русских астрономов под руководством профессора Бориса Александровича Воронцова-Вельяминова изучал морфологию галактик, и в 1961–74 годах были опубликованы пять томов «Морфологического каталога галактик», с подробным описанием более 30 000 галактик северного и южного неба [3]. В каталоге приводится детальное описание морфологии галактик со звездными величинами вплоть до 16^m – 17^m . В 2005–2007 году был проведен трудоемкий статистический анализ каталога Воронцова-Вельяминова для того чтобы количественно оценить зеркальную асимметрию спиральных галактик [22].

Надежное определение типа симметрии удастся провести только для галактик со звездными величинами до 15^m , и только в тех случаях, когда наклон плоскости галактики к лучу зрения не менее 45 градусов. Для исследования было отобрано из каталога Воронцова-Вельяминова 6650 спиральных галактик северного неба, удовлетворяющих этим условиям.

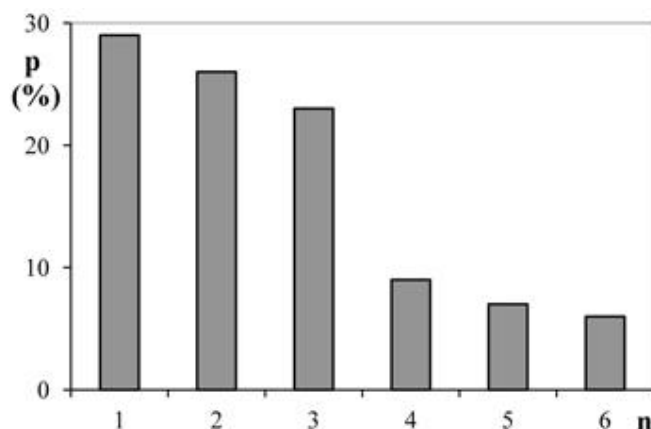


Рис. 1.8. Гистограмма (p %) распределения галактик определенного типа симметрии (либо все R , либо все L) по группам галактик разной численности (n)

Тщательное исследование 750 спиральных галактик со звездными величинами до 14^m и с разными типами симметрии привело к открытию *нового явления – группировки спиральных галактик по типу их симметрии*. Наблюдается не более 30% одиночных галактик, а 70% галактик входят в группы или пары галактик (26%) всегда с одним и тем же типом симметрии (рис. 1.8, 1.9).

Формирование групп галактик с одним и тем же типом симметрии приводит и к зеркальной асимметрии скоплений галактик (кластеров), в которые они входят.

Предварительная приближенная оценка зеркальной асимметрии кластеров северного неба:
 $A_c \simeq -0.05$.

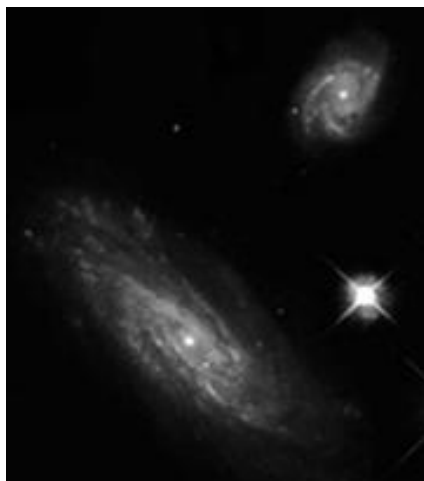


Рис. 1.9. Типичная пара спиральных галактик в группе с одним и тем же «правым» (R) типом симметрии (<http://hubblesite.org/>)

Степень отклонения от паритета левых и правых форм удобно оценивать «асимметрией» выборки:

$$A_{RL} = (R - L)/(R + L) \quad \sigma_A = 1/\sqrt{R + L} \quad (1.1)$$

В этой формуле R и L соответственно количество правых и левых морфологических форм спиральных галактик в выборке $N = R + L$.

Недавнее определение частоты встречаемости галактик различных типов симметрии показало, что *на северном небе достоверно доминируют спиральные галактики с левым, S-образным типом симметрии* (рис. 1.7, левая колонка). Зеркальная асимметрия спиральных галактик северного неба в соответствии с (1.1) была оценена так:
 $N = 13140$; $A_{RL} = -0,0706 \pm 0,0087$ (Land et al. 2008²);
 $N = 15158$; $A_{RL} = -0,0607 \pm 0,0118$ (Longo 2009³);
 $N = 6650$; $A_{RL} = -0,09 \pm 0,012$ (Таганов 2010 [22]);

Религии, мифы, искусство и наука имеют, по меньшей мере, то общее, что все они являются системами структур символов (символических моделей). Всё впечатляющее наследие нашей культуры может рассматриваться как обширная коллекция разнообразных, но объединённых бесчисленными историческими и логическими связями, материализованных структур символов.

Структуры символов строятся из различных символов с помощью отношений, и обычно все имеют некоторое интуитивное представление и о символах и об отношениях. Символы – это, например, графические знаки и эмблемы; слова и письменные знаки в форме букв или иероглифов; фигуры или цветовые пятна в реалистических и абстрактных произведениях живописи; цифры и математические обозначения величин и количеств. Отношения – это правила сопоставления и преобразования символов, к которым относятся, например, правила грамматики различных языков, традиции иконографии и перспективы в живописи, математические операции и функции.

Структурами символов (символическими моделями) являются наборы символов, связанные множествами отношений. Термины «структура символов» и «символическая модель» могут использоваться как синонимы, но употребление слова «модель» напоминает, что один и тот же набор символов может применяться для нескольких различных моделей, отличающихся свойствами отношений. *Использование двух различных элементов – символов и отношений – это фундаментальное проявление метафизической доктрины универсального дуализма в структуре символических моделей.*

Интересно, что этимология слова «символ», которое часто используется в этой книге, тесно связана с категорией дуализма. Греческий глагол *symbollein*, от которого и произошло это слово, некогда применялся для обозначения выбрасывания двух игровых костей из стаканчика, а словом *symbolon* называли парный пароль, например, разломленную пополам монету. Платон применил слово *symbola* для двух половин мифических сферических андрогин, разделенных богами надвое за гордыню.

Структура символической модели, определяется всей совокупностью отношений, которые обеспечивают связи между символами модели. Повествовательные предложения,

² Land, K. et al. // Mon. Not. Royal Astr. Soc. (2008) 388; 1686.

³ Longo, M.J. Evidence for a Preferred Handedness of Spiral Galaxies // Preprint arXiv:0904.2529 [astro-ph.CO] 15 Apr 2009.

составленные из слов (символов) по правилам грамматики (отношения), представляют собой типичные символические модели. Композиции произведений живописи, в которых отдельные фигуры и изображения объектов (символы) подчинены правилам канона, сюжета и перспективы (отношения), также могут рассматриваться как символические модели. Уравнения и формулы законов природы являют собой примеры символических моделей, в которых используются математические символы и знаки математических отношений.

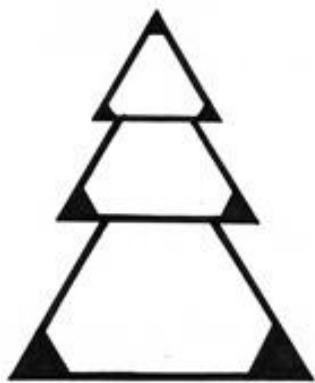


Рис. 1.10.

Многоуровневая
иерархическая модель

Использование всей символической модели или некоторых ее частей в качестве самостоятельных символов позволяет создавать многоуровневые, иерархические структуры символов (рис. 1.10). Одним из примеров такой иерархической символической модели является текст, сформированный из отдельных предложений, состоящих из слов, которые собраны из отдельных букв.

Издавна средствами создания символических моделей служили эмблемы, тексты и формулы. Математические формулы, однако, являются специальной, лаконичной формой текста. В теории алгоритмов и машинных языков доказывается, что любая математическая формула может быть представлена текстом без каких либо потерь общности и точности. Так что можно ограничиться сравнением текстов и эмблем, как двух взаимно-дополнительных средств создания символических моделей.

Каждый из этих двух инструментов не может быть заменен другим. Чтобы в этом убедиться попробуйте описать только текстом абстрактную картину или географическую карту, которые являются типичными эмблемами. Никому ещё не удавалось составить себе сколько-нибудь правильное представление об абстрактной живописи только по ее словесному описанию. Что же касается географических карт, то если вам хватит терпения завершить нелегкий труд описания какой-нибудь карты текстом, то попытайтесь определить, используя это громоздкое описание, расстояние между какими либо выбранными наугад пунктами на карте. Сколько бы вы не трудились, это не удастся, хотя с применением самой карты-эмблемы расчет по масштабной линейке займет не более минуты.

Изображения и эмблемы более императивны, чем письмо – они навязывают свое значение целиком и сразу, не анализируя его и не дробя на составные части. Эмблемы – это древнейший, созданный еще до изобретения цифр и письменности, способ представления символических моделей, и именно он в наибольшей степени сохраняет магический, трансцендентный дух первозданной мудрости. Мистический анализ эмблем рассматривался многими религиозными философиями как единственный способ постижения божественной Истины. Интересным примером такого подхода служит странная средневековая книга *Liber Mutus*, в которой всего одна строчка текста, а весь манускрипт состоит из графических символов и эмблем.

Анализ структуры мифов, магических ритуалов и физических теорий приводит к заключению, что символ это не однозначный объект. Единственность значению символа придает только конкретный контекст символической модели, то есть вся структура отношений между символами модели.

Поскольку конкретные значения символов определяются всей системой отношений символической модели, то ценной особенностью некоторых символических моделей является независимость смыслового контекста модели по отношению к изменению ее символов. Такое свойство моделей можно называть «конструктивностью». Примером конструктивных символических моделей могут служить математические формулы. Так, простая математическая модель операции сложения $A+B=D$ не меняет смысла при изменении символов, например, при переходе от латинских букв к русским: $A+B=D$. Однако, стоит изменить хотя бы одно отношение в модели, например, заменить плюс минусом, как смысл (контекст) модели совершенно меняется.

Свойство конструктивности символических моделей было замечено очень давно. Аллегорический метод толкования мифов и легенд о богах в греческой философии, восходящий к Гесиоду (8–7 века до н.э.) и Гомеру (8 век до н.э.), основан на замене символов мифа при сохранении структуры отношений в контексте мифа. Христианская традиция аллегорического толкования Священного Писания начала формироваться в первые века нашей эры в Александрийской Церкви, основанной по преданию евангелистом св. Марком. В трудах первых христианских богословов 2–3 веков Филона Александрийского, Климента Александрийского и Оригена можно найти множество образцов аллегорического толкования текстов Ветхого Завета.

Постепенно традиции аллегорического толкования священных текстов оформились в учение о возможности обнаружить в каждом священном тексте, по меньшей мере, четыре главных значения: буквальное, духовно-нравственное, символическое и мистическое (анагогическое). Убеждение в многозначности толкования священных текстов широко распространено и на Востоке. Так, обсуждая содержание гимнов Ригведы, индийские брахманы утверждают, что каждый гимн или раздел Вед допускает 108 различных толкований и это число совпадает с общим количеством возможных звучаний священной мантры “А-У-М”.

В эпоху Возрождения, когда христианская Церковь впервые столкнулась с острой критикой со стороны молодого естествознания, получила распространение теория «двойственности истины». Богословы подчеркивали, что Библия сообщает только «о Том, Кто в «начале» Своей премудрой волей сказал «да будет». Свидетельствуя о Творце и о том, что мир был сотворен, Библия ничего не говорит о подробностях процесса творения на языке науки. Однако при желании, описание многих деталей процесса Творения может быть обнаружено в священных текстах, и с помощью аллегорического метода переведено на язык естествознания.

Структура символических моделей в значительной мере определяется теми средствами, которые используются для сохранения и тиражирования моделей. Индивидуальное познание, образ, созданный личной фантазией, понимание какого либо явления или формулировка закона природы, еще не предполагают автоматически возможности передачи этого нового знания другим людям. Для того чтобы сделать личный опыт достоянием коллективного сознания, необходимо воспользоваться одним из инструментов общения, созданных культурой цивилизации.

Опыт религиозно-философского творчества разных народов привел к заключению, что наилучшим способом представления сложных идей в форме символических моделей является сочетание эмблем и текста. Такое сочетание вполне соответствует психофизиологическим особенностям восприятия мира сознанием, деятельность которого представляет собой взаимодействие логических рассуждений и образно-ассоциативного творчества. Во многих религиях основным литургическим принципом является гармоничное сочетание текста и образно-ассоциативных впечатлений. Священные гимны древних Вед представляют собой сочетание речевого озвучивания текстов и музыки. Католическая литургия также основана на восприятии священных текстов молитв в сопровождении музыки. Православная литургия строится как торжественное чтение священных текстов, при активном участии певческого хора, в сочетании с благоговейным созерцанием священных образов иконостаса. Научные тексты, как правило, представляют собой композиции текста и формул в сочетании с иллюстрациями и графиками.

Помимо элементов (символов и отношений) и средств отображения (эмблем, текстов и формул) индивидуальность и особенности символических моделей определяются выбором структурообразующих принципов и концепций, от которых зависит вся архитектура моделей. Фундаментальные принципы и концепции построения символических моделей это наиболее консервативная часть методологии символических моделей. Эти принципы и концепции в большинстве своём унаследованы от древних религиозно-философских систем и, составив основу методологических традиций, сохранялись на протяжении тысячелетий

становления и развития нашей культуры. Неизбежно часть этих традиций отразилась в стилях искусства, вошла в структуру научных теорий и проникла в самую идеологическую ткань культуры, не только определяя форму символических моделей, но и предопределяя сами тенденции развития нашей культуры.

Развитые и влиятельные религиозные философии Древнего мира в своей метафизике неизменно использовали сочетание структурообразующего принципа всеобщего дуализма и триадное представление целостностей. Фундаментальные метафизические идеи религиозно-философских систем – концепции дуализма, единой первопричины и триадного представления целостностей не могли бы сохраниться на протяжении тысячелетий, если бы не содержали в аллегорической форме некоторых общих методологических принципов познания и особенностей Разума. Эта давняя методологическая традиция может быть продемонстрирована на примерах метафизики многих религиозно-философских систем.

Все основные концепции и символы религиозно-философской системы можно обнаружить при анализе принятого в этой системе космогонического мифа. Древнейшим мифом, дошедшим до нас со всеми важными подробностями, является индоиранский космогонический миф первого тысячелетия до н.э..

Древнеиндийская литература не предлагает какого либо одного канонического космогонического мифа. В этом обширном своде литературных произведений разных эпох можно найти различные версии и фрагменты мифов о творении Вселенной. Однако древнейшие гимны Ригведы [7] постоянно упоминают легенду о рождении мира из Золотого Яйца. Творение Вселенной происходило в несколько этапов из первобытного хаоса, символом которого служил первобытный океан:

«Тогда не было ни воздушного пространства, ни неба над ним... Тогда не было ни смерти, ни бессмертия, не было разницы между днем и ночью... Все это неразлично текуче... Без дуновения дышало Единое, и ничего кроме него не было» (Ригведа [7]).

Из возникшего в океане-хаосе Золотого Яйца родился первозданный двуполоый гигант Пуруша, а скорлупа Золотого Яйца, расколовшись на две половины, стала первой парой старших богов: Дьяусом – богом-отцом Неба и Притхви – богиней-матерью Земли. Старшие боги принесли гиганта Пурушу в жертву, расчленив его тело, из частей которого и образовалась Вселенная.



Рис. 1.11. Триада символов древнейшего индоевропейского космогонического мифа

Концепция дуализма служит системо-образующим принципом всего сюжета этого космогонического мифа. Скрытый дуализм Единого предстает в форме двух стихий – хаоса и Золотого Яйца с зародышем упорядоченной вселенной. Золотое Яйцо, расколовшись, порождает начальную триаду, которая состоит из пары старших богов, в которой Дьяус-Небо является символом мужского начала, а Притхви-Земля женского, и Пуруши – антропоморфного прообраза Вселенной (рис. 1.11).

Эта эмблема воспроизводит традиционную структуру графического символизма триадного представления целостностей. Каждая вершина треугольника, в свою очередь может рассматриваться как целостность,

потенциально представимая триадой.

Расчленение тела двуполого гиганта Пуруши для создания Вселенной вводит смесь женского и мужского начал во все материальные объекты и всю ткань бытия. Для истории концепции дуализма существенное значение имеет и то, что миф о расчленении тела гиганта вводит еще одно фундаментальное и универсальное противопоставление – правого и левого. Использование правых и левых ног, рук, ушей, глаз и т.д. гиганта в качестве материала для

строительства Вселенной придает дуализму правого и левого статус одного из фундаментальных космологических принципов. Введение символов «правого» и «левого», как независимых и дополнительных по отношению к противопоставлению символов мужского и женского начал, имело большое значение для формирования и эволюции религиозных и магических ритуалов, т.к. древняя традиция часто запрещает участие женщин и женских символов во многих важных обрядах.



Рис. 1.12. Структура символов индуистского космогонического мифа

В поздневедийский и эпический периоды истории индуизма получили распространение несколько расширенных версий мифа о Золотом Яйце, в том числе и миф о рождении демиурга – творца богов и основоположника ритуала жертвоприношений Праджапати («Владыки созданий»). Сам Праджапати также предстает в виде божественной триады: Брихаспати – божественный мудрец, верховный жрец и наставник богов, яркого золотого цвета, вооруженный молнией, золотым и железным топорами, восседающий на колеснице Закона; Тваштар – «творец всего», созидатель-поэт в образе старца с чашей сомы в руках и Пуруша – первозданный двуполоый гигант в облике человека.

Брихаспати и Тваштар создают Вселенную, принеся гиганта Пурушу в жертву старшим богам Неба и Земли и расчленив его тело. Впоследствии имена Праджапати и Пуруши долго сохранялись в Индуизме как эпитеты богов и сыновей Брахмы.

Концепция дуализма служит системообразующим принципом всех сюжетов известных древних редакций индоиранских космогонических мифов. Скрытый дуализм Единого предстаёт в облике двух стихий – хаоса и Золотого Яйца с зародышем упорядоченной вселенной. Золотое Яйцо, расколовшись, порождает чаще всего сразу две взаимосвязанные триады – триаду старших богов и триаду воплощений бога-творца. Миф завершается победным разрешением дуализма сил порядка (боги-громовержцы) и первозданного хаоса (демоны первобытных вод), в результате которого и возникают законы мироздания. Структура символической модели архаичного индоиранского космогонического мифа может быть представлена эмблемой рис. 1.12.

Эта эмблема представляет собой развитие эмблемы (рис. 1.11), в которой целостность одной из вершин первичной триады в свою очередь представлена триадой. Модель предстает как взаимосвязанная и компенсированная принципом дуализма система двух триад: триады старших богов и триады демиурга-творца. Структуры этого типа, использующие компенсационные возможности принципа дуализма и представление целостностей в форме триад, послужили в дальнейшем прототипами многих фундаментальных символических моделей в теологии, философии, искусстве и естествознании.

Метафизика ведийского Индуизма исходит из представления о Брахмане – высшей реальности, понимаемой иногда как душа, внутренняя сущность всех вещей, феноменов природы и процессов во Вселенной. Поэтому ритуальную практику ведийского Индуизма часто называют «брахманизмом». Брахман в индуизме определяется преимущественно отрицаниями – он вне времени, вне пространства, не может быть описан ни словами, ни образами, ни понятиями. Он неделим, бесконечен, вечен и невидим. Но все же и он не свободен от непреложного закона дуализма и имеет двойника Атмана – свое отражение в душе и сознании человека. Первичная оппозиция Брахман-Атман это высшая и личная трансцендентные сущности, они едины и неразделимы.

Брахман как символ вневременного покоя и неподвижности имеет и свою противоположность, символ вечного движения и изменений – Лилу. Это непрерывный процесс творения, воплощения Брахмана в бытие и Вселенную, который в Индуизме трактуется как «божественная магическая игра». Ли́ла неотделим от Брахмана, но не

тождественен ему. Ли́ла рассматривается в Индуизме как непостижимый, непредсказуемый, но в то же время ритмический процесс. В этом процессе различные фазы и состояния периодически сменяют друг друга так, что космическое целое Брахмана порождает множественность форм, которые затем вновь сливаются в едином Брахмане.

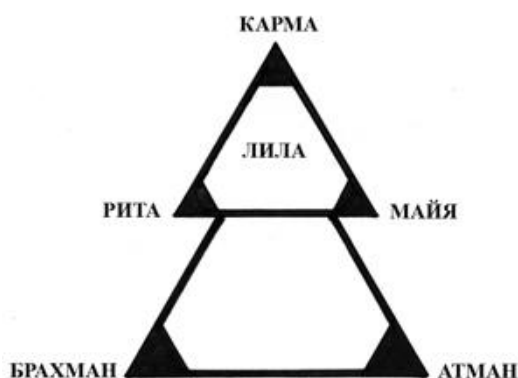


Рис.1.13. Структура символов ведийского Индуизма

Строго в соответствии с концепцией дуализма две самые существенные, но противоположные характеристики Лилы – ритмичность и непредсказуемость представлены в Индуизме особыми категориями – Ритой и Майей. Рита это высший закон Вселенной, ритмическое и динамическое начало Лилы, обеспечивающее регулярность и цикличность всех космических процессов, их закономерность. Майя, как метафизическая категория, определяет кажущуюся непредсказуемость, случайность Лилы с точки зрения человека, не способного понять истинные цели проявлений созидательной силы творческого, активного начала Брахмана.

Карма – это и характеристика и основной закон Лилы, благодаря которому все события во Вселенной упорядочены во времени и пространстве в соответствии с переплетением бесконечного множества причин и следствий. Древняя доктрина Кармы, некогда явившаяся метафизическим обобщением ведийских магических ритуалов, тщательно разрабатывалась многими философскими школами Индуизма. Привлекательность этой доктрины для многих религий связана, в частности, с тем, что она избавляет богов от обвинений в несовершенстве и несправедливости мира. Закон Кармы в Индуизме и Буддизме трактуется иногда как универсальная причинно-следственная обусловленность жизни и судьбы событиями и поступками человека в предыдущих воплощениях – прошлых жизнях.

Таким образом, структура метафизики Индуизма создана строго в соответствии с доктриной универсального дуализма фундаментальными оппозициями: «Брахман – Атман», «Брахман – Ли́ла», «Рита – Майя», а целостность этой религиозной философии обеспечивается триадами: «Брахман – Атман – Ли́ла» и «Рита – Майя – Карма» (рис. 1.13).



Рис. 1.14. Каменный барельеф триады богов Индуизма из пещерного храма 10 века в Гималаях

Индуистская космография также следует традиционному принципу представления целостностей, утверждая разделение мироздания на три части (Трилока) – небо, землю и пространство между ними. Значение промежуточного между небом и землей пространства определяется важной ролью посредника между двумя противоположностями и символизмом центра, как предела. В Упанишадах можно прочитать следующее изречение об универсальности триадного представления целостностей:

«Тот, кто безостановочно создает миры, троичен.

Он есть Брахма – отец. Он есть Майя – мать. Он есть Вишну – сын. Сущность, Субстанция и Жизнь. Каждый включает в себе двух остальных и все три составляют одно целое в Неизреченном».

Даосизм, древнейшая религия Китая, которую связывают с именем легендарного мудреца Лао Цзы, возникла не позднее 6 века до н.э. Лао Цзы это не имя, а уважительное обращение,

означающее «старец» или «старый учитель», которым пользовались ученики в царстве Чу, общаясь со своим наставником – почтенным дворцовым архивариусом Ли Эром.



Рис. 1.15. Лао Цзы следует за Солнцем на запад

Легенда гласит, что в конце жизни Лао Цзы, разочаровавшись в людях и государственной службе, сел на буйвола и покинул родину, двигаясь на запад вслед за солнцем. На пограничной заставе он оставил в качестве своего последнего наставления потомкам поэму «Дао Дэ Цзин» [4] из пяти тысяч иероглифов, которая и стала священной книгой Даосизма. Иероглиф, которым мудрец обозначил Дао, состоял из двух символов: «шоу» – голова и «цзоу» – путь или дорога. Поэтому Даосизм в Китае иногда называют Дао Цзяо – «Учение Пути».

Метафизика Даосизма, если судить о ней по поэме «Дао Дэ Цзин», в основных чертах воспроизводит структуру метафизических категорий ведийского Индуизма и строится на фундаментальной оппозиции «Дао – Дэ». Подобно Брахману в Индуизме, Дао это высшее, неделимое и непознаваемое в деталях первоначало, воплощением которого является все сущее, включая человека.

При такой трактовке Единого в Даосизме не возникает необходимости подчеркивать личностный аспект единого первоначала, подобный Атману Индуизма. Лао Цзы определяет Дао так, как принято говорить о едином, не персонифицированном первоначале. Подчеркивается его всеобщность, отсутствие формы и невозможность его адекватного описания средствами какого либо языка: «Если один спрашивает о Дао, а другой отвечает ему, то о Дао не знает ни один из них».

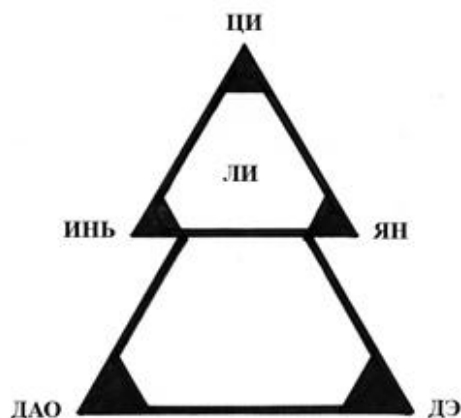


Рис. 1.16. Тριάная структура философских категорий Даосизма

Противоположностью Дао, как символа универсального первоначала и неподвижности, служит Дэ – динамический процесс воплощения Дао в материальный мир и бытие. Один из последних стихов «Дао Дэ Цзин» может рассматриваться как резюме всей метафизики раннего Даосизма:

«Дао рождает одно, одно рождает два, два рождает три, а три рождает все существа. Все существа носят в себе Инь и Ян, наполнены Ци и существуют в гармонии».

Таким образом, метафизика Даосизма, следуя доктрине универсального дуализма, использует фундаментальные оппозиции: «Дао – Дэ» и «Инь – Ян», где Инь и Ян, соответственно, универсальные женское и мужское начала. Целостность интерпретации событий во Вселенной и бытия обеспечивается триадой «Инь – Ян – Ци».

Эволюция метафизики Даосизма определялась проникновением в нее идей конфуцианства, много внимания уделявшего анализу категории Ци, – «эфира», жизненной энергии, одушевляющей космос и все сущее. Один из последних философов Даосизма Чжу Си (1130–1200). трактовал особую категорию Ли, введенную в позднем Даосизме, как своеобразное сочетание вселенского разума и законов природы, отводя ему роль универсального принципа организации, которому подчиняется все сущее. Чжу Си оставил лаконичное описание взаимосвязи основных философских категорий позднего Даосизма:

«Тай Цзи – Великий Предел, он предшествует Ли и Ци, но и существует наряду с ними. Его можно постичь только интуицией... Великий Предел породил два начала (Инь и Ян). Два начала породили четыре стихии. Четыре стихии породили восемь триграмм. Здесь одно делится на два и так происходит повсеместно, везде, вплоть до бесконечности – одно порождает два. То, что одно порождает два это высший естественный принцип. Спрашивают: как понимать, что Ли обнаруживается внутри Ци? Отвечаю: это подобно разделению изначального Ци на отдельные части – Инь, Ян и пять стихий: дерево, огонь, металл, воду, землю. Когда нет скопления Ци у Ли нет места для своего пребывания».

Самое выразительное воплощение доктрины универсального дуализма в греческой философии это мировоззрение Пифагорейцев, которые были убеждены в существовании единого бога – первоначала, первопричины бытия и Вселенной, числовым символом которого они считали Единицу (Монаду). Все формы бытия – это лишь определенные стороны, аспекты Монады, а все числа лишь отношения и комбинации Единицы.

Основным принципом воплощения бога в мир, способом создания всех предметов из Монады, главным принципом миропорядка Пифагорейцы провозгласили Гармонию. Они считали дуализм главным принципом Гармонии, усматривая его воплощение в четности музыкальных гармонических отношений. Триада в философии Пифагорейцев была символом творения, процесса воплощения бога (Монады) в человека, бытие и Вселенную. Особое значение, которое Пифагорейцы придавали числам, как системе символов, отражает присущее их метафизике недоверие к словам разговорного языка, как средствам описания философских категорий. Структура метафизических категорий Пифагорейцев может быть представлена триадой на рис. 1.17.



Рис. 1.17. Триада метафизических категорий Пифагорейцев

Метафизической доктриной Пифагорейцев было утверждение о том, что эволюция Вселенной, движение планет, история государств и судьбы людей определяются несколькими общими метафизическими Принципами, которые могут быть представлены только числами и геометрическими фигурами.

Пифагорейцы были убеждены в существовании единого бога – первоначала, первопричины бытия и Вселенной, числовым символом которого они считали Единицу (Монаду). Они не допускали существования какого либо иного наглядного образа

бога, полагая его не поддающимся объяснению словами. Монада рассматривалась ими, как начало всего сущего, эквивалент Бесконечного, абсолютное число, которое существует в самом себе и проявляется только через самого себя.

Ключом ко всему учению Пифагорейцев служила Пифагорейская математика, являвшая удивительное и неразделимое единство символических, геометрических и числовых образов. Аристотель, не разделяя всей философии Пифагорейцев, тем не менее, внимательно изучал и высоко ценил сам философский метод Пифагорейцев, посвятив ему много страниц в своих сочинениях. Критические замечания Аристотеля разъясняют смысл и значение числового символизма для Пифагорейцев [1]:

«Занимаясь математикой, они вообразили, что ее принципы лежат в основе всего... Известная комбинация чисел была в их глазах не что иное, как справедливость; другая комбинация чисел давала разум и ум; еще одна комбинация порождала счастливый случай и так далее... Пифагорейцы не отделяют чисел от предметов. Они полагают, что число есть основное начало и вещество предметов, их сущность и сила... Все пифагорейцы считают элементы чисел материальными, так как эти элементы находятся во всех предметах и образуют мир... полагая, что все в мире суть копии чисел»

Таким образом, Пифагорейцы придавали числам статус не только онтологических начал, но даже этических категорий. Особое значение, которое Пифагорейцы придавали числам, как системе символов, отражает присущее их метафизике недоверие к словам разговорного языка, как средствам описания философских категорий.

В математике Пифагорейцев, которая была одновременно и символическим образом и основным методом их философии, первые числа цифрового ряда (1, 2, 3, 4, 5) не считались числами, а рассматривались только как Высшие Символы, представлявшие метафизические Принципы.

Монада (1) – символ единого первоначала, первопричины бытия и Вселенной рассматривалась Пифагорейцами как воплощение метафизического Принципа структурной целостности и всеобщей взаимозависимости – любое число после деления или умножения на Монаду остается неизменным.

«Пифагор считал, что одним из первых принципов является Монада – бог и добро, порождение Единого и воплощение интеллекта; но и загадочная дуада тоже является божеством и воплощением зла, которую окружает масса инертной материи» (Аэций).

Полагая, что ничто не может существовать без своего «центра», Пифагорейцы считали центр окружности геометрическим символом Монады – Центр является источником всей геометрии, он непознаваем и уникален, однако, как и семя растения, Центр способен себя воспроизвести в форме круга. Воспроизводя себя, первое превращение Центра способно породить бесконечное множество окружностей, имеющих общий Центр.

Дуада (2) – символ метафизического Принципа всеобщего дуализма рассматривалась Пифагорейцами как отношение между Конечным (нечетным) и Бесконечным (четным), которое проектирует свою «женскую» природу на все четные числа: «По отношению ко всем числам Дуада в такой же степени мать, как Монада отец».

Из всех форм, круг является самой совершенной фигурой и прародителем всех геометрических форм. Первое преобразование окружности дает два смежных круга – основу построения всех геометрических фигур. Геометрическим символом Дуады является отношение между двумя смежными окружностями, представленное линией, соединяющей центры этих окружностей. Дуада это граница между Единичным и Множественным.

Аристотель свидетельствует, что Пифагорейцы, трактуя всеобщий дуализм, пользовались следующими десятью «координатами» [1]:

мужское – женское	добро – зло
правое – левое	свет – тьма
нечетное – четное	конечное – бесконечное
прямое – кривое	одинокое – множественное
квадратное – круглое	покоящееся – движущееся

Здесь в левой колонке собраны самые распространенные в Древнем мире графические символы дуализма, а в правой колонке – философские оппозиции, построенные на противопоставлении полярных категорий.

Триада (3) в философии Пифагорейцев была символом синтеза, Творения, как процесса воплощения бога (Монады) в человека и Вселенную посредством Гармонии, и часто иллюстрировалась «Формулой Творения»:

$$1(\text{Бог}) + 2(\text{Гармония}) = 3(\text{Триада})$$

Пифагорейцы учили, что все в мире троично, имеет три главных качества и может быть представлено треугольной диаграммой: «Узрите треугольник и проблема близка к решению – все вещи состоят из триад». Триада считалась первообразом полноценного числа, у

которого есть «начало», «конец» и «середина», и которое уже способно, как и все остальные числа кроме Высших Символов (1 и 2), увеличивать числа умножением больше, чем сложением. Число 3 это единственное число, для которого сумма и произведение предшествующих чисел совпадают: $1+2+3 = 1 \times 2 \times 3$. Треугольник, который заключает наименьшую площадь в периметре, считался геометрическим символом Триады.

Декада (10) Пифагорейцы считали результатом умножения Высших Символов на символ плодородия – Пентаду ($1 \times 2 \times 5 = 10$). Поскольку любое число, умноженное на десять, воспроизводит своё цифровое представление если отбросить ноль, и совпадает с результатом его умножения на единицу, то умножение на Декаду рассматривалось как переход любого числового символа на более высокий уровень в иерархии рассматриваемой системы. Декада была венцом Пифагорейской метафизики, завершавшейся «Формулой Вселенной»:

$$1+2+3+4=10 \quad (1.2)$$

Эта символическая формула описывает трансформацию первоначальной целостности (1) в целостность более высокого иерархического уровня (10), и рассматривалась Пифагорейцами как символическая модель процессов, которые формируют иерархическую структуру Вселенной.

Последователи Пифагора, разделяя числа на четные и нечетные, выделяли много видов составных чисел, имевших, по их мнению, разное качество и различные степени «совершенства». Особое значение придавалось «сверх-совершенным» числам (6, 28, 496...), у которых сумма целых частей равна самому числу. «Дружественными» считались те пары чисел, одно из которых представляло собой сумму делителей второго, например, 220 и 284. «Независимыми» называли числа без общих делителей. Число 36 пифагорейцы считали священным на том основании, что оно могло быть представлено в виде суммы кубов трех Высших Символов: $36 = 1^3 + 2^3 + 3^3$. Во многих числах усматривался скрытый геометрический символизм, поскольку представлявшие их счетные камни могли быть сложены в правильные фигуры. Так, например, числа 1, 3, 6, 10... называли «треугольными»; 1, 4, 9, 16... – «квадратными»; 5, 12, 22... – «пятиугольными».

Пифагорейцы учили, что каждая вещь, как и Вселенная в целом, имеет два аспекта: «множественность» – изменяющуюся характеристику, имеющую отношение к составным частям вещи, и «величину» – некоторую постоянную характеристику «плотности» вещи. Множественность, в свою очередь, имеет внутренний и внешний аспекты. Арифметика имеет дело с внутренним аспектом множественности, а музыка с внешним. Внешний и внутренний аспекты «величины» вещей и Вселенной исследуют, соответственно, геометрия и астрономия. Пифагорейцы объявили арифметику матерью всех наук, доказывая это тем, что геометрия, музыка и астрономия зависят от арифметики, а она от них нет.

Философское наследие Пифагорейцев было очень влиятельным на протяжении многих столетий и комментировалось почти всеми значительными философами. Записанное впервые Филолаем, оно развивалось в трудах его учеников, например Эврита, Ксенофила, Фантона, Эхекрата, Диокла и Полиместа. Теофраст, который возглавил Ликей после смерти Аристотеля, выполняя завет учителя, собрал и прокомментировал все сохранившиеся к тому времени легенды о Пифагоре и его первых последователях. Почти все крупные геометры и астрономы Греции считали себя Пифагорейцами. Даже Платон после изучения трудов Пифагорейцев в Италии стал учить, что разделение Единого приводит к числам и «идеи» заполняются этими числами. Идеи самих чисел он поместил между Единым и Разумом. Учение Пифагорейцев до сих пор служит источником идей и глубокомысленных аллегорий для всей Европейской культуры.

Утверждение христианского догмата о едином Боге в Трёх Лицах завершило долгую эпопею богословских споров, не утихавших на протяжении нескольких столетий в начале нашей эры. С апостольских времён христианское богословие формировалось в борьбе за утверждение учения о единстве Бога в форме симметричной божественной триады.

Проповедовалось отсутствие, какой либо иерархии в священной триаде, и все Лица Святой Троицы представлялись хотя и наделёнными самостоятельным бытием, но единосущными единому Богу. Следуя завету Христа: «Итак идите, научите все народы, крестя их во имя

Отца, Сына и Святого Духа» (Матф. 28:19), апостолы и их преемники проповедуют христианское откровение о Святой Троице уже на протяжении двух тысячелетий.

Споры о природе двуединого естества Христа в 5 столетии привели богословов к мысли, что гармония и непротиворечивость догмата о Богочеловеке может быть достигнута, только если целостность Бога-сына в свою очередь будет представлена триадой. То есть, если будет истолкован и определён способ объединения человеческой и Божественной сущностей. Итог богословских дискуссий, продолжавшихся полстолетия, подвёл VI Трулльский Вселенский Собор (680), который определил православное учение о двух волях в Боге-сыне: «...во Христе две природы, две воли и два «хотения» (Божественное и человеческое), причем человеческая природа в Нем ни в коей мере не подавляется Божественной».

Таким образом, после четырёх с лишним столетий богословских споров основные христианские догматы о едином Боге, Святой Троице и Богочеловеческой сущности Христа сложились в структуру двух взаимосвязанных триад (рис. 1.19). В этой эмблеме симметричная триада



Рис. 1.18. Готическая Троица

Святой Троицы уточняется триадой Бога-Сына, отражающей нераздельное соединение в Нём единством двух воль двух сущностей – человеческой и Божественной.



Рис. 1.19. Богословские категории христианства

В большинстве древних религий существовала традиция триадного представления божественных сущностей. Помимо самой известной египетской триады богов: Усира (греческого Осириса), Исет (греческой Изиды) и их сына Хора (греческого Гора), в Египте почиталась Мемфисская триада: Птах, Сохмет и их сын Нефертум и Фиванская триада: Амон, богиня Мут и их сын Хонсу (Рис. 1.20).

Шумерской триаде: Энлиль (Небо, воздух), Эа (вода) и Ану (звездное небо) наследовала вавилонская триада: Ану (небо), Элль (земля) и Эйя (подземный мир). Основная синтоистская триада: Аматерасу, Сусаноо и Цукуёми похожа на Персидскую триаду: Сиямек, Хушенг и Тахмураз.

Совпадение структур фундаментальных символических моделей, например, основных догматов христианства (рис. 1.19), метафизических категорий даосизма (рис. 1.16) и метафизики ведийского индуизма (рис. 1.13) не является случайным. Это совпадение отражает давнюю традицию применения триадных структур для представления сложных целостностей, сохраняющуюся на протяжении истории в метафизике большинства развитых религиозно-философских систем.

Триадное представление целостностей обладает свойством самоподобия – каждый элемент триады, в свою очередь может быть представлен триадой, что обеспечивает фрактальность (самоподобие) иерархических триадных структур. Иерархические, многоуровневые триадные модели, построенные методом последовательной «интеллектуальной триангуляции», представляют собой фрактальные структуры, в которых

каждая триада последующего уровня геометрически подобна триаде предыдущего. Важным преимуществом триадных моделей оказывается возможность единообразного усложнения и

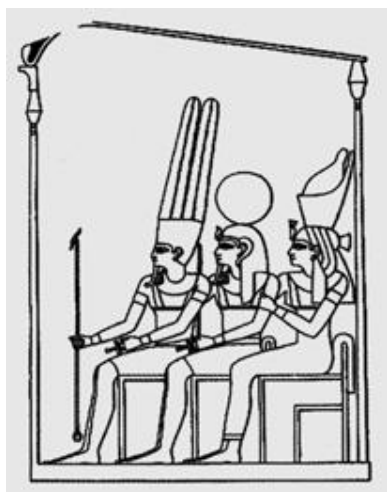


Рис. 1.20. Фиванская триада богов (храм Рамзеса II в Абу Симбеле, 13 в. до н.э.)

Древняя триада в пантеоне Ведийского Индуизма — «Брахма — Шива — Вишну», постепенно, уже в первом тысячелетии нашей эры уступила первенство божественной паре «Шива — Вишну», а затем распалась на отдельные культы Шиваизма и Вишнуизма. Через

столетия древняя триада вновь возродилась на некоторое время, но на этот раз архаичный бог Брахма уступил свое лидерство богине Деве, — синкретической Богине-Матери.

Замена культом богини традиционного почитания древнего бога означало кардинальное изменение одного из элементов Ведийской триады. К нашему времени во всей Индии сохранился только один храм, посвященный древнему богу Брахме.

Анализ преобразований триадных символических моделей показывает, что историческая эволюция таких структур часто сопровождалась исследованием «символического потенциала» упрощенных моделей, в которых исключен один или два элемента первоначальной триады. Такой процесс неизбежно влечет за собой определенное перераспределение общего «символического потенциала» триады (рис. 1.25). После

исключения одного или двух элементов из структуры модели, символизм оставшихся элементов должен быть усилен для компенсации. Кроме того, первоначальная символическая модель может измениться до неузнаваемости после замены элементов.

1.1. Аксиоматическая метафизика

Фундаментальные метафизические идеи религиозно-философских систем — концепции дуализма, единой первопричины и триадного представления целостностей не могли бы сохраняться неизменными на протяжении тысячелетий, если бы не содержали в аллегорической форме некоторых общих методологических принципов создания универсальных символических моделей. Это даёт повод говорить об аксиоматической формулировке метафизики, как «метафилософии» — обобщённой, формализованной методологии, черты которой можно обнаружить в каждой развитой философии (Таганов 2001 [11]).

Такую метафизику можно рассматривать и как метатеорию философии, позволяющую анализировать различные мировоззрения с единой точки зрения и как метаязык, текстами которого являются философские доктрины. Такой метаязык должен состоять из словаря общих символов и отношений, которыми неизменно пользуется каждая философия, и синтаксиса – свода правил, позволяющих, используя словарь, построить символические модели основных доктрин религиозно-философских систем.

Метафизическая концепция универсального дуализма, как основа анализа, может быть использована для формирования словаря метафизики – лексикона целостностей и их частей, а также их символов и допустимых отношений между символами. Такой словарь будет отражать традиционную терминологию философии и категории умозаключений, связанных с фундаментальным противопоставлением единичного и множественного.

Синтаксис метафизики как метаязыка не должен зависеть от индивидуальных особенностей многообразия частных символов и отношений, отражая только универсальные свойства Разума и сознания, воплощением которых служат *процессы интуитивного анализа и синтеза, составляющие основу всех умозаключений – фундаментальный дуализм познания.*

Вне зависимости от содержания умозаключений процесс мышления всегда представляет собой некоторые последовательности сравнений и манипуляций целостностями и их частями. Это позволяет строить синтаксис метафизики, как набор утверждений о возможностях сравнения целостностей и их частей. При этом, *доктрина универсального дуализма может быть выбрана в качестве системообразующей концепции синтаксиса.*

Уже на заре формирования религиозных философий было замечено, что противоположные сущности в дуальных парах не являются изолированными и независимыми, а, как правило, взаимосвязаны – рождение и смерть соединены чередой событий жизни, а смену дня и ночи определяет вращение Земли. В древней философии Ведийского индуизма в начале I тысячелетия до н.э. уже рассматривался фундаментальный процесс взаимодействия противоположных категорий, определяющий мироздание: две первичные сущности – Пуруша (*Purusha* – активная причина) и Пракрити (*Prakriti* – пассивное начало природы) взаимодействуют, следуя непреложному вселенскому закону Рита (*R(i)ta*), и порождают все сущее.

Греческий философ Гераклит Эфесский (ок. 544–ок. 483 до н.э), творивший в Малой Азии и, вероятно, испытавший значительное влияние древнеиндийской философии, учил, что в основе непрерывно изменяющегося мироздания лежит взаимодействие противоположностей, следующее закону Логоса.

Гностические философы, стремившиеся в начале Христианской эры провести синтез классической греческой философии и Восточных учений, много внимания уделяли проблеме взаимодействия полярных категорий:

«Свет и тьма, жизнь и смерть, правое и левое – братья друг другу. Их нельзя отделить друг от друга. Поэтому и хорошие – не хороши, и плохие – не плохи, и жизнь – не жизнь, и смерть не смерть. Поэтому каждый будет разорван в своей основе от начала. Но те, кто выше мира – неразорванные, вечные». (Апокрифическое Евангелие от Филиппа; 3 столетие).

Таким образом, уже в первом тысячелетии до нашей эры сложилось представление о возможности объединения противоположных полярных сущностей, которое, в частности, воплотилось в развитии диалектики.

Аристотель писал, что изобретателем «диалектического метода» был Зенон Элейский (ок. 490–ок. 430 до н. э.), а диалоги Платона являются лучшими примерами диалектики Сократа (ок. 469–399 до н.э.). Греческая диалектика (от греческого *διαλεκτική*) представляла собой способ устранения противоречий в утверждениях с помощью диалога между философами, имевшими разные точки зрения на главную тему дискуссии.

Иммануил Кант описывал греческую классическую диалектику как диалог, основанный на сравнении аргументов и контраргументов. Сравнительный логический анализ исходного умозаключения («тезиса») и противоположного («антитезиса») мог приводить либо к опровержению одного из утверждений, либо к синтезу этих двух противоположных посылок в форме нового умозаключения, либо к совершенствованию первоначальных определений.

Например, Сократ в своих дискуссиях стремился опровергнуть утверждения своих оппонентов, доказывая истинность своих умозаключений. При этом он использовал силлогизмы – рассуждения, состоящее из трех простых атрибутивных высказываний: двух посылок и одного заключения, а также энтимемы – сокращённые силлогизмы, в которых в явной форме не выражена либо посылка, либо заключение, однако пропущенный элемент силлогизма подразумевается. Стратегией Сократа в дискуссии было стремление создать такую систему аргументов, с которой были бы вынуждены согласиться его собеседники, но которые при этом опровергали бы их первоначальные утверждения.

Классическую греческую диалектику, которую часто объединяли с логикой, изучали во всех средневековых университетах Европы, и она была центральной частью университетского Тривиума (*Trivium*) наряду с риторикой и грамматикой. В средневековой Индии и Тибете публичные дискуссии по философским проблемам между представителями различных религиозно-философских школ обычно привлекали множество зрителей, и в этих спорах судьями нередко выступали местные властители или даже царствующие особы.

История сохранила предание о философском диспуте в 8 столетии в тибетском монастыре Самье (*Samye*) между монахом Хешанг Могеянь (*Heshang Moheyang*), защищавшим концепции китайского Дзен-буддизма, и философом Камаласилой (*Kamalasila*) из индийского университета Наланда, который отстаивал доктрины индийского буддизма Ваджраяны. Проигравшим диспут был признан Хешанг Могеянь, который был изгнан из страны, а все его сочинения о «внезапном просветлении» были сожжены. После этого исторического диспута развитие буддизма в Тибете на протяжении многих веков следовало доктринам индийской Ваджраяны столь убедительно доказанным Камаласилой.

На рубеже 18 и 19 веков представители Немецкой классической философии, развивавшие «Немецкий идеализм» – Иммануил Кант, Иоганн Готлиб Фихте (1762–1814) и Георг Вильгельм Фридрих Гегель (1770–1831) возродили древнеиндийские идеи в интерпретации Гераклита Эфесского. Фихте начал применять триаду Канта «Тезис–Антитезис–Синтез» не только к методологии философских дискуссий, но и к описанию эволюционных процессов истории. В философии Гегеля основные принципы диалектики Ригведы и Гераклита Эфесского приобрели статус универсальных движущих сил познания, истории и природы.

Анализируя диалектическую триаду Канта-Фихте «Тезис–Антитезис–Синтез», Гегель подчеркивал, что в ней неявно предполагается, что антитезис может иметь природу и происхождение отличное от тезиса. В противоположность этому Гегель утверждал, что Тезис уже содержит в себе основные черты Антитезиса, подобно тому, как в древнеиндийской философии и в учении Гераклита «причина» уже содержит главные черты ее «следствия». В применяемой Гегелем диалектической триаде «Концепт–Отрицание–Синтез» (*Abstract–Negative–Synthesis*) исходный Концепт уже содержит неточности, ошибки или неполноту определений, и поэтому неизбежно должен пройти стадию «самоотрицания», для того чтобы приблизиться к истинности.

Диалектический процесс у Гегеля это переход одной концепции в другую, в котором обнаруживается, что обе эти концепции неполны, односторонни или ограничены, то есть содержат «отрицания» самих себя. Процесс мышления и создание умозаключений состоит из повторения трех стадий – исходная несовершенная концепция проходит стадию «отрицания» ее недостатков, а затем результат этого отрицания вновь «отрицается» для того чтобы получить более совершенный концепт. Эта трехчастная процедура с «отрицанием отрицания» может повторяться много раз⁴. Такой диалектический процесс является, по

⁴ Гегель. *Логика* в: *Энциклопедия философских наук*: в 3 т. – М.: Мысль, 1974–1977. §93, §95, §§176–179.

существу итеративным процессом последовательных приближений к более совершенной «синтетической» концепции. Гегель считал, что диалектика «отрицания отрицания» составляет также основу всех динамических процессов в природе, поскольку для него единственной реальной сущностью во Вселенной являлся *Geist* (Разум или Дух).

Многие черты диалектики «отрицания отрицания», разработанной Гегелем, можно найти в древнекитайской доктрине «Инь-Ян», которая утверждает, что жизнь Вселенной определяют две противоположные, но дополняющие друг друга универсальные «силы» или категории. Пассивная, инерционная сущность событий определяется как «Инь», а активное, динамичное начало – это «Ян». Атрибутами Инь считаются такие качества как «женское, холодное, земное, поглощающее и затемняющее», а также способность проявляться, например, в четных числах, луне, долинах и водных потоках. Активное мужское, горячее и проникающее начало Ян присутствует, например, в нечетных числах, солнце и горных вершинах.



Рис. 1.22. Диаграмма Тай-Цзи –циклическая смена Ян-Инь-Ян-Инь-...

Все во Вселенной пребывает в состоянии непрерывного циклического изменения (рис. 1.22). Ян со временем порождает свою противоположность Инь, а Инь, в свою очередь превращается в Ян, подобно процессу «отрицания отрицания» у Гегеля. Преобладание одного из этих начал может быть только временным. Инь и Ян проявляют себя через «жизненную энергию» Ци, которая способна приобретать оттенки либо мягкого оранжевого «цвета» Инь, либо ярко-голубого сияния Ян.

Циклический процесс смены Ян-Инь-Ян-Инь... иллюстрирует широко распространенная в Китае и странах Юго-восточной Азии диаграмма Тай-Цзи (Великий Предел). В триграммах рис. 1.22 сплошная черта это символ Ян, а прерывистая – Инь. В процессе превращения Ян в Инь в триграммах увеличивается количество и значение символов Инь, пока, наконец, не возникнет триграмма из одних символов Инь – это «чистый» Инь. Цикл завершается таким же превращением Инь в Ян, и последовательности таких циклов формируют все процессы и события во Вселенной.

Важным элементом диалектики Гегеля является процесс перехода количества в качество, который он называл «Мерой». В каждом объекте или процессе сосуществуют как количественные, так и качественные элементы. Присутствие и влияние количественных элементов может изменяться до определенного предела, не оказывая влияния на качество. Однако изменение количества всегда имеет некоторый предел, переход через который меняет качество⁵.

Гегель утверждал, что основа всего существующего – это Абсолютная идея, которая осуществляет самопознание и для этого создает диалектическую пару – природу и человека. Высшей ступенью этого самопознания является Абсолютное знание, представленное научными доктринами и философией. Скрытая во всём сущем Абсолютная идея все время преодолевает ограниченность частных концепций, заставляя их переходить из одних форм в другие, а затем возвращаться в новой, более истинной форме. В этом диалектическом процессе проявляется универсальная связь, соединяющая физический и духовный миры между собой и с Абсолютной идеей, которая вне этой связи, как нечто отдельное, не может существовать. В диалектическом идеализме Гегеля содержание, форма и метод полностью совпадают, а логика, метафизика и онтология, в сущности, тождественны.

⁶ Hegel. The logic: Encyclopedia of Philosophy: 3 vol. – 1974–1977. §93, §95, §§176-179.

⁵ Гегель. *Логика* в: *Энциклопедия философских наук*: в 3 т. – М.: Мысль, 1974–1977. §§108-109.

⁷ Hegel. The logic: Encyclopedia of Philosophy: 3 vol. – 1974–1977. §§108-109.

Постигая законы диалектической логики, Разум обретает точное знание реальности. Для Гегеля не существует пути к истине, кроме того, который обеспечивается изучением и применением логики. Вся природа и бытие являются для Гегеля только повторением, в чувственной, материальной форме, логических абстракций. Например, для Гегеля Время соответствует логической категории отрицания, отнесённой к самой себе, а Движение соответствует логической категории становления.

Модель диалектического процесса, разработанная Гегелем, применялась и до сих пор применяется в различных философских системах. В частности, диалектику Гегеля использовали Карл Маркс (1818–1883) и Фридрих Энгельс (1820–1895) для разработки Диалектического материализма.

Таким образом, на протяжении более двух тысячелетий постепенно сложилось представление о возможности объединения частично противоположных полярных сущностей **A** и **B** в единую систему с помощью введения особого отношения Ω , определяющего процесс их взаимодействия (рис. 1.23). Это представление является формулировкой интуитивного понимания того, что для создания целого из элементов необходимо обеспечить какую-то связь между этими частями, так сказать, «склеить» части. При минимальном количестве частей равном двум для того, чтобы образовать целое необходимо ввести, по крайней мере, ещё и одно отношение между этими частями. Таким образом, две части и одно системообразующее отношение между этими частями составляют минимальную триаду, способную представить некоторую целостность.

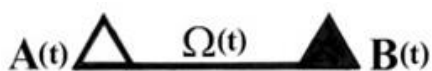


Рис. 1.23. Полярная динамическая триада

Трехчастную динамическую систему, представленную на рис. 1.23, можно называть «Полярной динамической триадой», поскольку в ней две противоположные (полярные) в некотором смысле сущности объединены динамическим, то есть зависящим от времени, взаимодействием в единую систему. Такая структура

может описывать «формальный дуализм», если отношение в триаде соответствует противопоставлению двух взаимоисключающих сущностей. Эта же структура отражает и диалектический процесс, в частности, процесс «отрицания отрицания» Гегеля, если взаимодействие приводит к изменению первичных качеств и формированию новых свойств у двух взаимодействующих в составе единой системы сущностей.

Концепция универсального значения динамических триад в природе позволяет создать принципы «Метафизики интегрального дуализма», которая, например, отличается от диалектики Гегеля также как интегральное исчисление от дифференциального. В диалектике «отрицания отрицания» Гегеля главной причиной диалектического процесса является «различие», а в Метафизике интегрального дуализма причиной объединения сущностей в триады является их «сходство» при наличии определенных различий.

Наглядной геометрической иллюстрацией концепции динамического дуализма является преобразование Платоновых многогранников, которые некогда служили символами пяти Элементов древнегреческой философии (рис. 1.24). Для каждого из Платоновых многогранников (P_s на рис. 1.24) можно построить дуальный многогранник $D-P_s$, у которого каждой грани исходного многогранника соответствует вершина дуального, каждой вершине исходного – грань дуального и каждому ребру исходного – ребро дуального. Есть разные способы геометрического построения дуальных многогранников, но во всех случаях исходный многогранник и его дуальный многогранник имеют одинаковые оси симметрии.

При объединении Платоновых многогранников P_s с их дуальными многогранниками $D-P_s$ с помощью отношения «симметричного пересечения» образуются более сложные многогранники P_s-D-P_s с большим количеством вершин, но разнообразие многогранников при этом уменьшается – из 5 различных Платоновых многогранников можно получить только 3 различные композиции P_s-D-P_s (рис. 1.24).

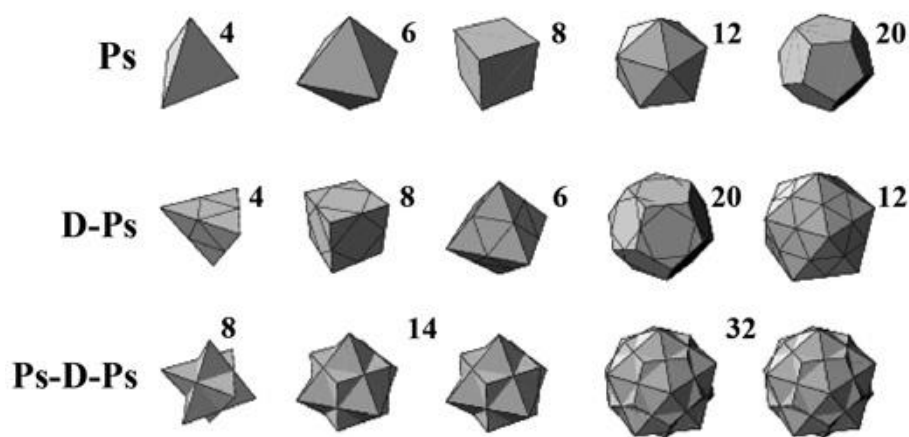


Рис. 1.24. Выпуклые правильные многогранники Платона Ps., их дуальные многогранники D-Ps и композиции исходных и дуальных многогранников Ps-D-Ps. Цифры – это количество вершин многогранников. (Использован фрагмент иллюстрации из <http://www.mathworld.wolfram.com/>)

Динамические полярные триады образуются из элементов, имеющих *не только черты различия, но, обязательно, и черты сходства*. При всех различиях рассмотренных Платоновых тел рис. 1.24 они имеют и сходство – все они, во-первых, выпуклые и, во-вторых, правильные, то есть имеют грани в форме выпуклых многоугольников, у которых все стороны и все углы между собой равны.

Примером образования динамической полярной триады является взаимодействие двух стабильных микрочастиц – электрона и протона, из которых, как полагают, состоит все вещество во Вселенной. Несмотря на различие масс, знаков электрических зарядов и собственных магнитных моментов, эти две фундаментальные частицы имеют и общие характеристики, например – величину электрического заряда, спин и внутреннюю четность. Динамические электромагнитные и квантовые взаимодействия между электроном и протоном приводят к образованию стабильной динамической триады – атома водорода, который является самым распространенным химическим элементом во Вселенной.

Все атомы химических элементов можно также рассматривать как динамические полярные триады. В них динамические отношения – электромагнитные и квантовые взаимодействия объединяют в единую структуру уже не отдельные электрон и протон, а *два многочастичных ансамбля электронов и нуклонов*.

Специфической особенностью познания является то, что мы, создавая то или иное мировоззрение, имеем дело не непосредственно с физической реальностью и бытием, а с их отражением в нашем сознании, то есть с некоторой первичной символической моделью этой реальности, созданной нашим разумом. Поэтому, говоря о «целом», «целостности», «частях целого» по отношению к познаваемому миру мы фактически имеем в виду отражения этих категорий в первичной символической модели мира в нашем сознании. Эта двойственность неизбежна и уверенность в правильности суждений об универсальных законах физической реальности, достигнутая коллективным анализом множества индивидуальных первичных символических моделей мира в сознании разных людей, опирается только на длительный исторический опыт.

Часть утверждений синтаксиса метафилософии, вероятно, не может быть строго доказана, поскольку для этого, вообще говоря, необходимо располагать формальным языком ещё более высокого уровня, и их следует рассматривать как аксиомы. Эти аксиомы мы старались аргументировать возможно полнее, причем наша аргументация состоит из ссылок как на давние философские традиции, поскольку они отражают успешный многовековой опыт создания семантических символических моделей, так и на теоремы и суждения некоторых разделов математики.

Аксиома Целого определяет отношение между целостностью и её частями:

А. Аксиома Целого: Целое содержит всё счётное множество своих частей и не совпадает ни с одним из его подмножеств.

В этой аксиоме под «целым» и «частями» следует понимать как целостности и их части познаваемой реальности, так и целостности и их элементы в первичной символической модели в нашем сознании, отражающей реальность. Разобшёнными подмножествами элементов символических моделей являются, например, подмножество символов, не связанных отношениями, и подмножество отношений в форме перечня без упоминания символов.

Аксиома Целого может рассматриваться как обобщение в аксиоматической метафизике динамического дуализма аксиомы Евдокса Книдского: «Целое больше части», которую он некогда положил в основу своей теории геометрических отношений, вошедшей в пятую книгу «Начал Евклида».

Аксиома Целого проливает свет на содержание центральной идеи многих восточных философий о принципиальной непознаваемости мира как целостности. Если использовать эту аксиому как определение отношения целого и его частей, и рассматривать целое как Единое метафизики, то предположение о познаваемости Единого как целостности приводит к противоречию. Процесс познания по своей сути предполагает наличие двух категорий – субъекта познания и объекта познания. Однако выделение субъекта и объекта, являясь определением двух отдельных сущностей, то есть формированием двух частей целого, нарушает целостность Единого. Процесс познания, даже если он принципиально возможен, уже не будет познанием Единого как целостности, так как, по существу одна часть Единого (субъект) познаёт другую часть Единого (объект).

Пифагорейцы, рассматривая единицу только как символ целостности, считали, что единица совмещает свойства как четных, так и нечетных чисел, т.е. «женское» и «мужское» начала. Еще одним поводом считать единицу символом целостности считалась ее неделимость на целые части.

Аксиома Целого проясняет кажущееся парадоксальным утверждение восточной метафизики о бесформенности, «пустоте» целостности (Шуньята Буддизма, пустота Дао). Если вспомнить применяемую в теории чисел операцию «деления по модулю», то окажется, что Единое как целостность, представимое сколь угодно большим целым числом, всегда равно нулю (то есть «пусто») «по модулю единица». Деление «по модулю единица» любого числа, рассматриваемого как образ целостности, эквивалентно представлению этого числа, без какого либо остатка, суммой единиц – числовых символов элементарных целостностей. Таким образом, любая целостность без остатка, то есть до «пустоты», может быть разделена на некоторое количество других целостностей. Такая схема рассуждений и приводит, в частности, к буддийской концепции «пустоты» единого, целостного первоначала.

Аксиомы Анализа и Синтеза утверждают возможность проведения анализа и синтеза целостностей:

В. Аксиома Анализа. Существует процедура анализа, приводящая к счетному множеству частей целого.

С. Аксиома Синтеза. Существует процедура синтеза, образующая целостность из счетного множества элементов.

Следствием аксиом А и В является утверждение о минимальном количестве частей, на которое может быть разделено целое:

Теорема ab. Количество частей, на которое может быть разделена целостность, не меньше двух.

Это заключение может быть доказано рассуждением от обратного. Обратное утверждение о том, что количество частей целого может быть меньше двух, т.е. одна часть (при счетном множестве частей) ошибочно, т.к. эквивалентно утверждению, что целое совпадает с его частью, вступающему в противоречие с Аксиомой Целого.

В теории чисел утверждение вида **ab** для представлений целостностей произвольными целыми числами является следствием теоремы: «Наименьший отличный от единицы делитель составного числа больше или равен двум». Если целостность представлена простым числом, то оно всегда может быть разделено на две составные части, к которым применима эта теорема.

Аргументом в пользу истинности утверждения **ab** является история обобщения логик. Двухзначная логика Дж. Буля получила признание с середины 19 века, а в 1920 году Яном Лукасевичем (1878–1956) была предложена трёхзначная логика. Через год были опубликованы работы Эмиля Поста (1897–1954), рассмотревшего возможность существования n -значных логик при $n > 2$. Вскоре были исследованы счетно-значные и даже континуум-значные логики. Но никому пока не удалось создать n -значную логику при $n < 2$.

Язык, в котором логическая константа имеет два значения это язык алгебры Буля. Язык, в котором исключено нулевое значение логической константы это язык булева кольца с единицей. Язык, в котором вообще нет логической константы это вырожденный язык дистрибутивной решётки. Так что, вероятно, минимальное количество значений логической константы, которое приводит к полноценному языку алгебры это 2.

Утверждение **ab** служит формальным обоснованием возможности бинарного анализа, позволяющего последовательно, минимальным разделением только на две части на каждом этапе, построить сколь угодно сложные классификации частей целостностей.

Следствием аксиом **A** и **C** является утверждение о минимальном количестве частей, необходимом для создания целостности:

Теорема ас. Количество элементов, необходимое для создания целостности, не меньше трёх.

При минимальном количестве частей равном двум в соответствии с **ab** для того, чтобы образовать целое необходимо ввести, по крайней мере, еще и одно отношение между этими частями. Таким образом, две части и одно системообразующее отношение между этими частями составляют минимальную триаду, способную представить целостность. Если речь идет о создании символической модели из символов и отношений между ними, то, минимальной по количеству элементов, символической моделью будет триада из двух символов и одного отношения между символами (см. рис. 1.23).

Пифагорейцы хорошо чувствовали системный символизм числа 3, составленного, по их мнению, из символов Монады-Отца и Дуады-Матери. Триада в философии Пифагора была символом творения, воплощения бога в мир и человека. Системный символизм триады распространялся Пифагорейцами на все «треугольные» числа, т.е. числа, представимые треугольной фигурой из счётных камней (1,3,6,10,...). Тройка рассматривалась в учении Пифагорейцев как первое «настоящее» число, «имеющее начало, середину и конец» и способное, как и все остальные числа, кроме 1 и 2, «увеличивать числа умножением больше, чем сложением». Треугольные числа составляли основу числовой магии не только в Греции, но и в Индии, Вавилоне и Китае, а Диофант Александрийский (201/215 – 285/299) в середине 3 века посвятил им отдельный трактат.

В теории чисел особое значение треугольных чисел подчёркивается теоремой, доказанной Гауссом в 1796 году: «Все числа могут быть представлены суммой не более чем трех треугольных чисел». В геометрии триады обычно представляют собой наименьшие носители системных свойств. Так, например, треугольник является наименьшим среди выпуклых многоугольников, из которых может быть построено сплошное покрытие плоскости. В

теории узлов «простой» узел после связывания концов превращается в «трилистник» – первый простейший узел неизоморфный кругу.

В качестве следствия аксиом **В** и **С** можно принять утверждение о взаимной независимости применения процедур анализа и синтеза:

Теорема вс. Одна и та же целостность может быть объектом, как синтеза, так и анализа.

Из этого утверждения, в частности, следует, что целостность, образованная процедурой синтеза, после этого может стать объектом анализа. Поскольку минимальное количество элементов, необходимое для синтеза, в соответствии с **ас** больше, чем минимальное количество элементов, являющихся результатом анализа, то возникает противоречие. Это противоречие трактует утверждение, которое может рассматриваться как следствие всех трех введенных аксиом:

Теорема абс. Минимальный, бинарный анализ целостности, представленной минимальной триадой, неадекватен в том смысле, что приводит к необходимости переопределения символов и отношений в исходной триаде.

При минимальном, бинарном анализе триады ее системообразующий элемент (отношение) должен в некотором смысле «распределиться» между двумя частями, сформированными в результате анализа. Это и приводит к необходимости переопределения первоначальных элементов триады, в каком-то смысле компенсирующему утрату системообразующего элемента или отношения в исходной триаде.

Возможности рационального, логического анализа триадных представлений целостностей ограничены, так как формальная логика использует всего несколько простых отношений: «и» ($\&$), «или» ($\vee$), «равно» и отрицание «не...». В математической логике доказывается, что сколь угодно сложная логическая функция может быть представлена либо конъюнктивной, либо дизъюнктивной нормальными формами. Нормальная конъюнктивная форма это неопределённо большая последовательность сопряжённых конъюнкций вида: «а и b и с и ...» ($a \& b \& c \& \dots$), а нормальная дизъюнктивная форма это, соответственно, последовательность сопряжённых дизъюнкций: «а или b или с или...» ($a \vee b \vee c \vee \dots$).

Логический анализ сложных отношений в триадах, используя небольшое количество простых стандартных отношений, требует введения неопределённо большого количества вспомогательных логических переменных: $a, b, c, d, \dots$ При этом формальная логика не может предложить каких либо универсальных способов введения таких вспомогательных переменных, пригодных для всего разнообразия возможных триадных представлений целостностей.

Рациональный анализ триадных представлений целостностей исторически строился на использовании простых отношений «и», «или», «равно» в сочетании с применением логического закона «исключённого третьего»: «Одно из двух высказываний – A или «не A » обязательно истинно» или «Если A ложно, то «не A » истинно». Закон исключённого третьего до сих пор служит основой формальных логических методов естествознания, хотя в его универсальности и сомневаются математики-интуиционисты, утверждающие, что не существует общего метода доказательства конечным числом логических операций ни ложности, ни истинности категорий этого закона.

Все количественные формулировки законов природы представляют собой результаты упрощённого представления первоначальных содержательных триад со сложными, трудно формализуемыми системообразующими отношениями стандартной формой « A пропорционально B ». В этой минимальной триаде после введения простого отношения

«пропорционально» ($\propto$) все сложности оказываются связанными с введением адекватных определений количественно измеримых категорий А и В.

Применение логического закона исключённого третьего при анализе триадных представлений целостностей может приводить к появлению взаимно-отрицающих, взаимно-исключающих категорий, содержательно никак не связанных с существом исследуемых целостностей, а лишь компенсирующих утрату системообразующих отношений при бинарном анализе. История культуры знает много примеров преднамеренного отказа от рационального, логического анализа триад, представляющих целостности, именно из-за опасения категоричности логического закона исключённого третьего. Догмат Святой Троицы, а также священные триады религиозно-философских систем Индуизма, Даосизма и Буддизма традиционно исключались из сферы рационального богословского анализа именно из-за несовершенства логического закона исключённого третьего.

Разделение на две части целого представляет собою элементарный акт анализа, а образование из трёх категорий минимальной триады, представляющей целостность, является элементарным актом синтеза. Эти процедуры, обладающие свойством минимальности, вполне универсальны. Элементарные акты анализа и синтеза могут быть использованы для построения сколь угодно сложных классификаций и многокомпонентных символических моделей целостностей.

Универсальность бинарного анализа и триадного представления целостностей подтверждает опыт математики. Двоичный код был изобретён ещё Лейбницем, который приписывал единице, следуя Пифагорейцам, значение символа Бога, а ноль считал символом «пустоты» – Ничто. Он впервые доказал, что все числа могут быть представлены комбинациями символов целостностей (единиц) и пустоты (нулей). Универсальность двоичного цифрового кода и его логического эквивалента – бимодальной логики Буля сегодня не вызывает сомнений и лучшим подтверждением этого служит прогресс компьютерных технологий.

Универсальность триадного элементарного акта синтеза подтверждается возможностью ассоциативно-дистрибутивных преобразований нормальных конъюнктивных и дизъюнктивных форм. Сколь угодно сложная логическая функция может быть приведена к нормальной дизъюнктивной форме вида:

$$a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee \dots = \{[(a_1 \vee a_2) \vee (a_3 \vee a_4) \vee (a_5 \vee a_6)] \vee [\dots] \quad (1.3)$$

Здесь каждое a_i либо переменное высказывание, либо его отрицание, либо конъюнкция переменных, причём все a_i попарно не равны.

Нормальная конъюнктивная форма может быть получена из дизъюнктивной заменой $\vee$ на $\&$ при изменении значения логической константы: 0 вместо 1 и 1 вместо 0. *Ассоциативные и дистрибутивные свойства логических операций позволяют представить дизъюнктивные и конъюнктивные формы логических функций в виде иерархий элементарных триад вида: $a_i \vee a_k$ или $a_i \& a_k$.*

Триадное представление целостностей обладает свойством самоподобия:

1. Каждый элемент триады, в свою очередь может быть представлен триадой, что обеспечивает фрактальность (самоподобие) иерархических триадных структур.

Иерархические, многоуровневые триадные модели, построенные методом последовательной «интеллектуальной триангуляции», представляют собой фрактальные структуры, в которых каждая триада последующего уровня геометрически подобна триаде предыдущего.

Рассмотрим бинарный анализ элементарной триады $S_1 \Omega S_2$, образованной двумя символами S_1 и S_2 с помощью системообразующего отношения Ω . Минимальное

количество элементов после бинарного анализа в соответствии с **ab** должно быть только два: s_1 и s_2 . Эти символы уже не могут совпадать с символами исходной триады из-за утраты первоначального системообразующего отношения и введения простейшего объединяющего отношения «и»: $s_1 \& s_2$. Применение для анализа логического закона исключенного третьего соответствует введению, после утраты первоначального отношения в исходной триаде, простейшей дизъюнкции «или»: $\sigma \vee \sigma^*$. При этом новые символы оказываются связанными отрицанием: σ^* это «не σ ».

II. Каждая целостность, представленная элементарной триадой, допускает упрощенное представление либо парой взаимно-дополняющих категорий бинарного анализа, либо, в случае применения логического закона исключённого третьего, анализ триады представляет собой выбор из пары противоположных, взаимоотрицающих категорий.

Если обозначить целостность U и воспользоваться квантором общности $\forall$, то это утверждение можно представить в форме следующего формального синтаксического правила:

$$\forall U[(S_1 \Omega S_2) \vee (s_1 \& s_2) \vee (\sigma \vee \sigma^*)] \quad (1.4)$$

Примером действия этого правила может служить исторически сложившееся разнообразие мировоззрений. Все синтетические мировоззрения используют триаду, в которой две категории «дух» и «материя» неразрывно соединены категорией «Творения». Бинарный анализ этой триады ведет к идеалистическому дуализму – мировоззрению, раздельно применяющему категории «дух» и «материя». Применение логического закона исключенного третьего приводит уже к монистической философии – материалистический монизм признает только категорию «материи», а идеалистический монизм только «дух».

Символические модели, представляющие собою системы из нескольких исходных утверждений и их следствий можно называть «теориями». Целесообразно рассмотреть особенности структуры теорий, обладающих подобно элементарным актам анализа и синтеза свойством минимальности.

III. Теория является структурно-минимальной, если в ней каждая комбинация исходных утверждений (посылок) имеет только одно следствие.

Объем структурно-минимальной теории, то есть общее количество ее утверждений, определяется только числом исходных посылок. Например, *объем структурно-минимальной теории в случае двух посылок, которую можно называть «аналитической», включает еще три их следствия и равен, таким образом, пяти. Структурно-минимальная теория в случае триады посылок содержит ещё семь их следствий, так что общее число элементов такой теории это десять.*

Графический образ структурно-минимальной теории, при двух посылках можно представить в форме двух треугольников, соединенных вершинами (рис. 1.25).

Здесь утверждения **a** и **b** это непосредственные следствия посылок **A** и **B**; утверждение **ab** – следствие сочетания обеих посылок. Числовой символ такой пятичленной структурно-минимальной теории может определяться объединением с помощью одного общего элемента двух целостностей, представленных триадами.

Именно этот смысл, вероятно, имели ввиду Пифагорейцы, считая число пять символом брака и плодородия. Приписывая числам 3 и 4 значения символов мужчины и женщины, они называли теорему о величине гипотенузы (5) в наименьшем пифагоровом треугольнике с такими катетами «теоремой невесты». Плутарх свидетельствует, что Пифагорейцы

применяли число 5 как символ живой природы, оправдывая это автоморфизмом числа 5, т.е. тем, что все степени числа 5 оканчиваются этой же цифрой.

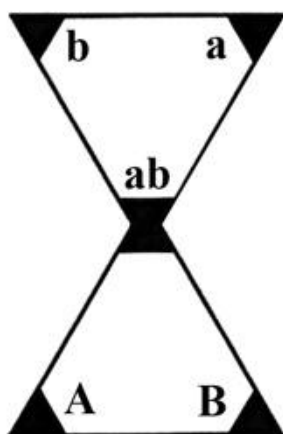


Рис. 1.25. Эмблема аналитической структурно-минимальной теории

Пятичленные символические структуры неизменно пользовались вниманием философов на протяжении всей истории культуры. Возможно, что истоком этого интереса было традиционное разделение горизонтального пространства на четыре направления и центр, в котором находится наблюдатель. Примером самой известной в средневековой Европе пятичленной символической структуры служат пять элементов Аристотеля: Эфир, Огонь, Воздух, Вода и Земля. Много пятичленных символических структур применялось в древнем Египте. Однако самым впечатляющим примером доминирования пятичленных структур служит традиционный символизм культуры Китая. Считается, что формирование этого символизма завершилось уже в эпоху династии Инь (18–12 вв. до н.э.). На протяжении более трех тысячелетий все сферы культуры Китая остаются пронизанными этим пятичленным символизмом.

Символизм сторон света и времен года в культуре Китая определяет все остальные символические соответствия. Традиционным символом Неба издавна был круг, а Земли – квадрат. Поэтому пятая часть света – Центр определялся как «проекция Неба на Землю». Та часть земного квадрата, на которую приходится благодатная проекция небесного круга и есть Центр – Поднебесная империя (Тянь Ся) или Центральное государство. Оставшиеся же без покровительства Неба части земного квадрата принадлежат иноземным «варварам». В качестве символического соответствия Центру в системе времен года выделялся особый период в середине лета, когда колосятся хлеба.

Таблица 1.1. Самые распространенных символы в культуре Китая

5 пространств	Центр	Восток	Юг	Запад	Север
5 символов	Желтый дракон	Бирюзовый дракон	Красная птица	Белый тигр	Таинственный воин
5 времен года	Середина лета	Весна	Лето	Осень	Зима
5 планет	Сатурн	Юпитер	Марс	Венера	Меркурий
5 элементов	Земля	Дерево	Огонь	Металл	Вода
5 стихий	Гром	Ветер	Солнце	Холод	Луна
5 цветов	Желтый	Сине-зеленый	Красный	Белый	Черный
5 нот	Нота «гун»	Нота «цзюэ»	Нота «чжи»	Нота «шан»	Нота «юй»
5 вкусов	Сладкий	Кислый	Горький	Острый	Соленый
5 органов	Сердце	Селезенка	Легкие	Печень	Почки
5 добродетелей	Искренность	Доброта	Благочестие	Справедливость	Мудрость
5 грехов	Разврат	Мотовство	Жестокость	Грубость	Обман
5 злаков	Просо	Пшеница	Бобы	Конопля	Пшено
5 лакомств	Говядина	Баранина	Курытина	Собачатина	Свинина
5 тварей	Человек	Насекомые	Птицы	Звери	Рептилии

Основой цифрового символизма в Китае считается представление о единице и всех нечетных числах как символах Неба и мужского начала (Ян). Дуада и все четные числа это символы Земли и женского начала (Инь). Триада считается символом вертикального членения мироздания: «Небо – Человек – Земля». Таблица 1.1 может дать некоторое представление о наиболее распространенных символических соответствиях в культуре Китая.

Графический образ структурно-минимальной теории, при трех исходных посылах, которую можно называть «синтетической», предстает в форме особой эмблемы, образованной соединением трех триад.

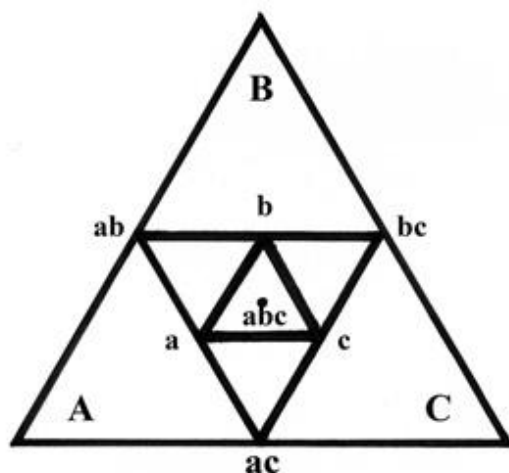


Рис. 1.26. Эмблема синтетической структурно-минимальной теории

Действительно, минимальное число исходных утверждений, составляющих систему, это три – два символа и отношение между ними. Минимальным же числом следствий этих трех утверждений, при условии, что каждая комбинация исходных утверждений имеет только одно следствие, будет семь. Таким образом, полное число утверждений в теории, представляющей собой систему, и обладающей свойством минимальности будет десять. Если обозначить следствия системы трех исходных утверждений **A, B, C** так: **A** → **a**; **AB** → **ab**; **ABC** → **abc**, то одной из форм геометрического представления этой структурно-минимальной теории будет эмблема рис. 1.26.

Сама развиваемая в этом разделе аксиоматическая метафизика может служить иллюстрацией такой структурно-минимальной теории, если принять, что непосредственными следствиями аксиом **A, B, C** могут служить утверждения:

- a.** Ни одно счётное подмножество частей Целого с ним не совпадает.
- b.** Каждое счётное множество частей целого может рассматриваться как результат применения процедуры анализа к целостности.
- c.** Каждая целостность может рассматриваться как результат применения процедуры синтеза к счётному множеству ее элементов.

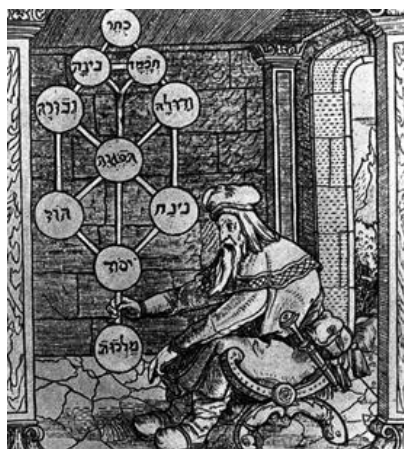


Рис. 1.27. Дерево Сефирот

Предложенная концепция структурно-минимальной синтетической теории может быть использована при реконструкции смысла и значения таинственного «Тетраксиса» Пифагорейцев. Тетраксис был главной священной эмблемой последователей Пифагора, на которой они даже клялись: «Клянусь Тем, Кто дал нашим душам Тетраксис». Пифагорейцы утверждали, что в этой эмблеме отражено всё совершенство и все гармоничные отношения, управляющие Вселенной. Ни подробных описаний, ни изображений Тетраксиса не сохранилось, вероятно, потому, что эта эмблема всегда была средоточием эзотерических доктрин пифагорейцев и передавалась только изустно после посвящения.

Гностики, обожествляя Пифагора, и терпеливо собирая все уцелевшие фрагменты его учения, неоднократно предпринимали попытки восстановить Тетраксис, но установили только то, что он представлял собой десятичленную эмблему в форме треугольника. Неослабевающий интерес

не только гностиков, но и неоплатоников, в частности Прокла, к тайне Тетраксиса находил понимание и у создателей Каббалы, которые также использовали десятичленную эмблему «дерева Сефирот» в качестве символа своей теософии (рис. 1.27).

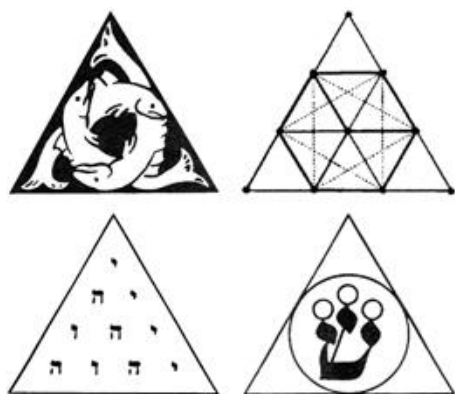


Рис. 1.28. Изображения Тетраксиса в трактатах Кабалы

Теоретическая Кабала («Традиция») как эзотерическая доктрина иудаизма всегда допускала только изустную передачу мистических интуитивных знаний и магических практик от учителей к ученикам, претендуя на роль тайного, эзотерического содержания Торы, некогда открытого Моисею.

Участие в создании «ритуальной» Кабалы магов, астрологов и алхимиков из многих стран Европы во времена позднего средневековья и Возрождения привели к тому, что к концу 17 века ритуальная Кабала представляла собой довольно пёструю смесь разнородных магических практик, включая алхимическую рецептуру, астрологические алгоритмы, ритуальную магию и даже экзорцизм в сочетании с некромантией. Анализ этой части Кабалы весьма

непрост еще и потому, что самые важные фрагменты кабалистических сочинений тщательно зашифрованы. На страницах трактатов ритуальной Кабалы можно найти различные треугольные эмблемы под именем Тетраксиса (рис. 1.28).

Представляется, что Пифагорейцы, прекрасно разбиравшиеся в геометрическом символизме чисел, не могли не открыть возможности комбинаторного преобразования любой триады в композицию из трех триад, симметрично сходящихся к единому центру. Тем более что такая эмблема является возможным геометрическим представлением структурно-минимальной теории, основанной на триаде исходных посылок (рис. 1.26).



Рис. 1.29. Тетраксис средневековой герметической теории цвета.

Одним из аргументов в пользу именно такой трактовки Тетраксиса Пифагора может служить то, что сходные геометрические структуры служат обязательными элементами большинства восточных космологических янтр и мандал [17]. Тетраксис в форме рис. 1.27 встречается в эзотерических трактатах адептов герметизма и алхимиков при описании этапов приготовления Философского камня и тайного символизма традиций применения цвета в средневековой живописи [16].

Эмблема средневековой теории цвета в форме Тетраксиса, реконструированная по комментариям в алхимических трактатах представлена на рис. 1.29. Цвета, составляющие внешнюю триаду на этой диаграмме – черный, белый и золотой, считались идеальными,

неземными цветами, своего рода архетипами, компонентами «идеи» цвета, как метафизической категории. Это обосновывалось тем, что, во-первых, белый цвет потенциально содержит в себе все цвета радуги, кроме черного – своей противоположности, и золотого. Во-вторых, в отличие от всех других цветов, оптическое смешение этих идеальных цветов не приводит ни к каким новым цветам.

Проекции трех идеальных цветов в земном, материальном мире представлены вершинами центральной, малой (мужской) триады. Земная проекция черного – это насыщенный синий: «синий есть тьма, ставшая видимой». Земная проекция белого – это желтый, а золотого – красный. Поскольку верхний треугольник большой триады в астрологии соответствовал Юпитеру, а в мифологии Зевсу, то этим царственным символам приписывались и царственные, «державные» цвета – золотой и красный.

Противоположности земных цветов образуют в эмблеме рис. 1.29 вершины средней (женской) триады. Такое построение совершенно правильно воспроизводит контрасты цветов: красный – зеленый, синий – оранжевый, желтый – пурпурный (фиолетовый). При этом, без какой либо дополнительной аргументации, возникают основные правила оптического смешения цветов: синий + желтый = зеленый; желтый + красный = оранжевый; красный + синий = пурпурный (фиолетовый).

В центре Тетраксиса помещен астрологический символ Солнца. Многие алхимики считали, что он соответствует «цвету истины» и цвету «Божественного, нетварного света». Земное представление этого цвета получали символическим сложением идеальных цветов: черный + белый + золотой = золотой. При этом предполагалось, что сложение противоположностей (белого и черного) приводит к их взаимной нейтрализации.

1.2. Искусство Гермеса и теория размерностей

Было бы опрометчиво думать, что история размерностей физических величин совпадает с тысячелетиями постепенного развития эталонов базовых единиц измерения. Естествознание использует размерности физических величин менее двух столетий, а необычная история разработки теории размерностей заслуживает самого пристального внимания.

Вплоть до 18 столетия естествознание и точные науки развивались преимущественно в рамках «герметической» философии, неотъемлемыми частями которой были астрология и алхимия. Герметической эту философию (Искусство Гермеса, *Ars Sacra*) называют в честь ее легендарного основоположника Гермеса Трисмегиста («Трижды величайшего»). Некоторые историки полагают, что титул «Трижды величайший» (*Trismegistus*), был дан Гермесу за владение тремя главными источниками мудрости – алхимией, астрологией и теургией. Современник библейского пророка Моисея, Гермес Трисмегист, по убеждению многих его последователей, был живым воплощением египетского бога мудрости Тота (римского Гермеса).

Происхождение герметической литературы окутано непроницаемой тайной, и неразрывно связано с историей поисков утраченной легендарной Единой Истины и «тайного священного знания». Одна из легенд гласит, что в древности допотопный мудрец Тот, предвидя всемирный Потоп, приказал высечь основные принципы тайного священного знания на каменной плите. Эта плита, как говорят, в эпоху фараонов была найдена в пещере одной из пустынь Египта, и ее текст составил основу мировоззрения и доктрин жрецов египетского бога мудрости Тота в Гермополе.

Предание гласит, что описание основ «тайного священного знания» бога Тота получил из Египта через свою супругу-египтянку библейский царь Соломон, который успешно использовал его при строительстве легендарного Первого Храма в Иерусалиме. То, что узнал Соломон от жрецов Тота, не только сделало его выдающимся мудрецом древности, но и привело к нескончаемой череде религиозных споров и конфликтов в Израиле. Соломон поразил своих подданных тем, что неожиданно отступил от завещанного пророком Моисеем строгого единобожия, и приказал воздвигнуть жертвенник богине Ашерах – супруге бога Иеговы. Поклонение богине Ашерах было неотъемлемой частью религиозных обрядов в

Израиле вплоть до реформ царя Иешуа в 7 веке до н.э. Со времен царя Соломона в Палестине уже никогда не прекращалась борьба сторонников строгого единобожия и «отступников», следовавших загадочным текстам древней плиты Тота.

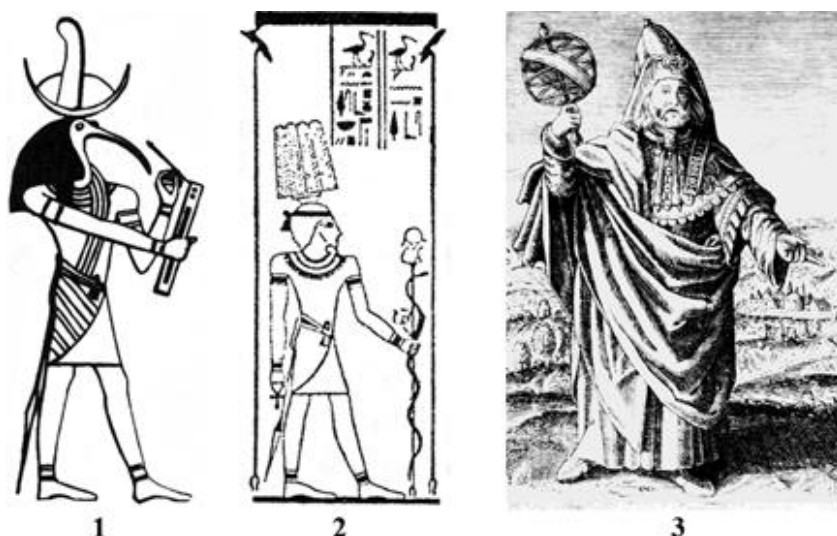


Рис. 1.30. Египетский бог мудрости Тот (1) и Гермес Трисмегист (2, 3).

Свидетельство существования в древности письменных памятников допотопной эпохи было случайно найдено при раскопках дворца ассирийского царя Ашурбанипала (7 век до н.э.). На одной из глиняных табличек (Британский Музей, К-3050 и К-2964) английские археологи с удивлением прочли слова царя:

«Я прочитал художественные сочинения шумеров и темные невразумительные тексты аккадцев, которые трудно одолеть, и получаю удовольствие, читая надписи на камнях допотопного времени»

К началу II тысячелетия до н.э., как утверждают, все важнейшие древние сведения по естествознанию, астрономии и магии, дошедшие от погибшей допотопной цивилизации, были собраны в папирусе, который называли «Книгой Тота». В «папирусе Туриса», опубликованном в 1868 году в Париже, рассказывается о попытке свержения фараона с помощью магических средств из Книги Тота. Папирус сообщает также, что после раскрытия заговора и казни его участников, Книга Тота была сожжена. Однако, вероятно, сохранились ее копии, поскольку по прошествии нескольких столетий Хануас, сын фараона Рамзеса II (1279–1213 до н.э.), был вынужден вновь торжественно сжечь Книгу Тота.

В 1828 была найдена «Стела Меттерниха» (названная так, потому что правитель Египта Мохаммед Али Паша подарил ее австрийскому дипломату Клементу Меттерниху). Надпись на этой стеле, которую датируют 360 годом до н.э., сообщает, что бог Тот сам повелел сжечь свою книгу, которая по его мнению представляла большую опасность для неразумных людей. Тем не менее, с первого века до н.э. и до конца второго столетия н.э., в основном в Египте, в Александрии, были написаны десятки книг по алхимии и магии, в которых были предприняты попытки восстановить фрагменты древней Книги Тота.

В 3 веке до н.э., в эпоху первых Птолемеев, на основе сохранившихся фрагментов Книги Тота, Болос из Мендеса написал трактат «Физика и магия», который, увы, до нас не дошел. В 295 году нашей эры римский император Диоклетиан (284–305) штурмом взял восставшую Александрию. Он не разрушил и не разграбил город, но приказал сжечь все книги по алхимии и магии, а также все манускрипты, в которых хотя бы упоминалась Книга Тота. Говорят, что Диоклетиан увез из Александрии в Рим и легендарную Изумрудную скрижаль Гермеса Трисмегиста. Но уже через пять лет в Александрии Зосимос Панополитанский вновь

систематизировал сохранившееся древнее знание в своей многотомной энциклопедии алхимии.

После того как царь Соломон проникся «тайным священным знанием» Тота, он со своими мудрецами составил легендарную «Книгу Соломона», которая содержала «всю мудрость допотопного мира». Эту книгу, в частности, упоминал в начале нашей эры историк Иосиф Флавий (ок. 37–ок. 100 н.э.), описывая события Иудейской войны. Через тысячу лет, в 12 столетии свитки Книги Соломона нашли рыцари Храма (тамплиеры) в подземельях разрушенного Иерусалимского храма, и, как говорят, в числе других реликвий и сокровищ перевезли в Шотландию или южную Францию.

В середине 13 столетия Книга Соломона попала в руки английского алхимика и философа Роджера Бэкона (1214–1294), который, прочитав ее, с возмущением написал: «Тот, кто пишет о величайших тайнах языком, доступным каждому – опасный безумец». Роджер Бэкон перевел всю, или часть Книги Соломона на известный только немногим посвященным «енохический» язык и, кроме того, зашифровал ее. Пергаментные свитки Книги Соломона на древнееврейском (или арамейском) языке, некогда принадлежавшие Роджеру Бэкону, были сожжены в 1350 году по приказу Папы Иннокентия VI.

Предполагается, что манускрипт Роджера Бэкона во второй половине 16 столетия нашел придворный алхимик и маг английской королевы Елизаветы I сэр Джон Ди (1527–1609). Впоследствии, сделав несколько копий манускрипта, Джон Ди в 1586 году подарил таинственную книгу венценосному покровителю алхимиков императору Рудольфу II, которого называли «германским Гермесом Трисмегистом».

В 1912 году американский антиквар Вилфред Войнич купил одну из копий предполагаемого манускрипта Роджера Бэкона у библиотеки иезуитов на вилле Мондрагоне близ Фраскати в Италии и увез книгу в США, после чего ее стали называть «манускриптом Войнича». После смерти Войнича таинственный манускрипт купил у наследников Войнича антиквар Ханс Краус, который в 1969 подарил эту уникальную книгу библиотеке редких книг и рукописей Йельского университета в США, где она и хранится с тех пор под номером 408. Эта книга со множеством загадочных иллюстраций написана на пергаментных листах разного формата, в среднем 16×23 см, и сшита в фолиант толщиной почти 5 см. Было сделано много фотокопий этой книги, и до сих пор не прекращаются попытки ее расшифровки.

Столетия непрекращающихся преследований, сопровождавшихся сожжением множества книг, превратили древние герметические манускрипты в бесценные сокровища, предназначенные только для посвященных. Все, что сохранилось в доступной для непосвященных форме от древнейших трактатов по алхимии и магии, как утверждают, было собрано в 1–5 веках н.э. в *Corpus Hermeticum*, одну из копий которого нашли в рукописях византийского историка и философа 11 века Михаила Псела (1018–ок. 1078). Эти книги впервые были изданы в 1945–1954 годах в Париже. Изумрудную Скрижаль Гермеса Трисмегиста, многотомный компендиум *Corpus Hermeticum* и диалог Апулея «Асклепий», с фрагментами, опубликованными в 5 столетии в «Антологии» Стобея, обычно относят к «высокому» герметизму⁶. Литературой «низкого» герметизма считаются многочисленные средневековые трактаты по астрологии, магии, алхимии и медицине.

Становление герметической философии многим обязано мировоззрению гностиков, зародившемуся в конце I тысячелетия до н.э. в Сирии и Месопотамии, и нашедшему благодатную интеллектуальную атмосферу для своего развития в египетской Александрии. Гностицизм первоначально представлял собой необычный сплав религиозных мифов, заимствованных у ассирийцев, персов и греков, приправленный философскими концепциями Пифагора и Платона, которых гностики почитали как богов.

⁶ Copenhaver, Brian P. (Editor). *Hermetica: The Greek Corpus Hermeticum and the Latin Asclepius in a New English Translation, with Notes and Introduction* (Cambridge) 1992. ISBN 0-521-42543-3 The standard English translation, based on the Bude edition of the *Corpus* (1946-54).

Основу метафизики гностицизма составляла концепция универсального дуализма, трактовавшаяся ими как непримиримое противостояние духа и материи, добра и зла, света и тьмы. Единая первопричина – Высочайший Дух, источник всей духовной жизни в учениях гностиков противопоставлялся материи, как независимому началу чувственной, материальной жизни и вселенского зла.

Гностики не захотели принять догмат Христианства о таинстве Творения, когда Бог, объединив Собой в гармоничную триаду дух и материю, тем самым устранил все их непримиримые противоречия. Разработав упрощённую метафизику на основе категорической оппозиции духа и материи, добра и зла, гностики создали своего рода «двумерную тень» христианской философии.

Впоследствии гностики подробно разработали заимствованное ими в Индии учение об интуитивном знании – Гнозисе. Это особое мистическое знание, позволяющее проникнуть в тайны мироздания, не может быть выражено ни словами, ни текстами, а воплощается только в символических эмблемах – «пантаклях» и сложных магических ритуалах. В этой концепции без труда узнаются основные черты древнего индуистского учения о янтрах и мантрах. Для гностиков идея Гнозиса была особенно полезна, так как оправдывала их традиционную привязанность к заклинаниям, колдовству и мистериям.

В конце второго столетия нашей эры проповеди гностиков стали угрожать популярности Христианства, что стимулировало развитие христианского богословия, как религиозно-философской оппозиции гностицизму. Целая плеяда христианских богословов: Ириней Лионский, Иустин Философ, Тертуллиан, Киприан Карфагенский, Климент Александрийский и Ориген потратила много сил на борьбу с гностицизмом. Из цитат в их сочинениях мы и черпаем сегодня скудные сведения о гностических учениях, так как после победы христианского богословия все подлинные творения гностиков были сожжены как еретические.

К моменту завоевания Александрии арабами в середине 7 века герметическая философия уже представляла собой сложившееся, гармоничное мировоззрение, соединившее в себе все лучшие достижения индийской, персидской, египетской и греческой философий. Обширная герметическая литература включала трактаты известных александрийских ученых, писавших под псевдонимами Клеопатры, Синезиуса, Демокрита, а также книги Стефана Александрийского и основателя греческой Школы Искусств в Александрии Зосимы Панополитанского.

После завоевания Александрии армиями Ислама, эстафету в развитии Искусства Гермеса приняли арабы. Они добросовестно перевели греческие герметические трактаты, и с энтузиазмом занялись поисками герметической истины. Уже в середине 8 века центры герметических исследований возникли в Багдаде, Дамаске, Хорезме. Позднее герметические философы мусульманской Испании пользовались заслуженным авторитетом у европейских алхимиков. Среди авторов арабских герметических трактатов имена имама Джафара, султана Халида, Авицены. Пожалуй, самым известным в Европе арабским философом был Гебер (Джабир ибн Гайан аль-Тарсуси), творивший, как полагают в 8 столетии.

Арабская алхимическая литература проникала в средневековую Европу через Испанию и торговые города Италии задолго до крестовых походов. Но золотой век европейской герметической философии и алхимии наступил только после крестовых походов в 13 столетии, когда «рыцари Креста» привезли с Востока обширные собрания манускриптов ранних христианских богословов, труды античных философов и множество арабских алхимических трактатов.

С 13 столетия европейское герметическое искусство и алхимия приобрели все черты интернационального интеллектуального движения. В Германии работали выдающиеся теоретики алхимии – епископ Регенсбурга св. Альберт Великий (1193–1280) и его ученик, доминиканский монах св. Фома Аквинат (1226–1274). В Англии, в Оксфорде влиятельную алхимическую школу создал монах-францисканец Роджер Бэкон (1214–1292). В Париже, в Сорбонне, кроме Арнольда из Виллановы (1240–1313), долгое время преподавал Альберт

Великий и переведенный из Оксфорда папой Климентом IV Роджер Бэкон. По приглашению папы Урбана IV в Риме и Неаполе богословие и теоретическую алхимию преподавал Фома Аквинский. Основателем испанской алхимической школы считают Раймонда Луллия (1233–1315). В Венеции в 13–14 веках работало много последователей арабской алхимии, в том числе и основатель венецианской алхимической школы Бернар, граф Тревизанский (1406–1490), развивавший идеи персидского алхимика Разеса (Абу-Бакр ар-Рази; 865–925).



Рис. 1.31. Св. Фома Аквинский в Римском университете

Шотландии, Англии, Испании, Италии. В эпоху Возрождения, которая была расцветом европейской герметической философии, связь между западными и восточными адептами Искусства Гермеса обеспечивали многочисленные тайные общества, в том числе итальянские *Fede Santa* и *Fideli d'Amore*, одним из руководителей которого был Данте Алигьери (1265–1321).

Немногочисленную элиту европейских алхимиков составляли теоретики и адепты, сумевшие на практике осуществить синтез Философского камня. Но подавляющее большинство ее приверженцев не имело ни духовных сил, ни достаточных средств, чтобы следовать девизу адептов: *Lege, lege, lege et relege, labora, ora et invenies* – «Читай, читай, читай и перечитывай, трудись, молись и откроешь». Большинство алхимиков надеялось, не тратя всю свою жизнь и сбережения на поиски Философского камня, научиться извлекать материальную выгоду с помощью знания таинственных процессов алхимии. Таких прагматиков адепты пренебрежительно называли «суфлерами» (от французского *souffler* – раздувать), а в Германии «пафферами». Эти старательные ремесленники ночи напролет работали мехами своих печей и горнов, неумоимо смешивая и выпаривая смеси самых невероятных веществ. Именно суфлеры, а не просвещенные адепты, создали основы современной промышленной химии, разработав множество удачных способов приготовления мыла, реактивов для выделки кож, сукна и шелка, красок, эмалей, цветных стекол, керамики, фарфора и глазурей.

Многие предприимчивые суфлеры своим трудом создали немалые состояния. Предки Микельанжело по материнской линии разбогатели, составив с помощью венецианского алхимика рецепт красивой красной краски для шерсти. Лука делла Роббиа, следуя советам алхимиков, разработал технологию покрытия терракоты цветными глазурями. Его сыновья, внуки и многочисленные родственники богатели, пользуясь этим изобретением вплоть до конца 16 века. Накопление сказочного богатства клана герцогов Медичей началось с

Особая роль герметической философии в истории европейской культуры определяется тем, что одной из главных ее задач с момента возникновения было гармоничное объединение интеллектуальных достижений Запада и Востока. В эпоху крестовых походов общение европейских философов со своими восточными коллегами стало зависеть от удачи и рыцарской храбрости. В это беспокойное время связь между философскими школами Запада и Востока обеспечивал орден Храма (тамплиеры).

В начале 14 столетия Орден Тамплиеров, обвиненный в ереси, несмотря на сопротивление Папы Климента V, был разгромлен во Франции королем Филиппом IV Красивым. Последний Великий Магистр Ордена Жак де Моле и несколько высокопоставленных рыцарей были сожжены в центре Парижа мартовским утром 1314 года. Однако монастыри и замки тамплиеров были разгромлены только во Франции. Многие рыцари Храма с остатками архивов ордена укрылись в

немалых доходов, полученных от продажи алхимических лекарств от малярии с заморской хиной.

В 16–17 веках, завершивших эпоху алхимии, печатались бесчисленные алхимические трактаты. Не только все крупные монастыри, но и университеты имели собственные алхимические лаборатории, а венценосные особы переманивали друг у друга астрологов и знаменитых алхимиков. Именно в эти времена французский литератор Винк Таннара писал: «Для обогащения предпочтительно выбирают один из трех путей: придворную службу, военную службу и алхимию».

Исследование истории и принципов герметической философии сталкивается со множеством трудностей. Эта философия никогда не представляла собой монолитного мировоззрения с единой системой принципов и методов, а развивалась как множество относительно независимых философских школ. Герметическая литература написана трудным языком и часто преднамеренно использует сложную, неоднозначную, а подчас и противоречивую символику. Кроме того, многие важные сочинения адептов *Ars Sacra* до сих пор считаются эзотерическими, и доступ к ним для непосвященных затруднен. Тем не менее, сравнительно-исторический анализ герметической литературы позволяет понять идеологию и основные принципы Искусства Гермеса.

Основой герметической философии является дуалистическая доктрина о единстве духа и материи в субстанции, в соответствии с которой, все в мире состоит из двух взаимодействующих сущностей – материи и духа. В трудах Парацельса (1493–1541) можно найти лаконичную формулировку этой доктрины:

«Свет природы учит нас, что всякая форма, разумная и неразумная, чувствительная и не обладающая чувствительностью, имеет присущий ей дух».

В алхимии материя определяет видимую, эмпирически наблюдаемую индивидуальность субстанции, а *дух обеспечивает единство и взаимозависимость всех объектов и процессов во Вселенной*. В отличие от материи, свойства духа не имеют материальных аналогий, а сам дух не наблюдаем, но могут быть замечены изменения духа в процессах преобразования субстанций. Подобно многообразию свойств материи, дух также имеет множество своих характеристик или «аспектов».

Для обозначения различных аспектов духа некоторые школы герметической философии использовали символику, заимствованную из классификации ангельских чинов Псевдо-Дионисия Ареопагита (6 век): Совершенства, Энергии, Силы, Власти, Начала. Такая символика, в частности, обеспечивала, по крайней мере, формальное соответствие этой доктрины герметической философии Священному Преданию христианской Церкви.

Преобразование субстанций подчиняется закону сохранения материи, с которым была хорошо знакома герметическая философия, возможно, благодаря трактатам эпикурейцев. Как и материя, в процессах преобразования субстанций сохраняются и некоторые аспекты духа. Направление и особенности преобразования субстанций во Вселенной определяются Божественным «Принципом максимального совершенства духа».

Представление о духе в герметической философии были лишены традиционного мистицизма, присущего догматам христианской Церкви о Святом Духе. Дух герметической философии больше соответствовал концепции «Единого» в мировоззрении античных философов из Элеи или концепции «Эйдоса» в учениях Платона и Аристотеля. Сложное понятие Эйдоса, европейские комментаторы античной философии обычно сводили к более наглядной «форме», а в европейской герметической философии эта аристотелевская форма часто отождествлялась с духом. Именно это отождествление имел ввиду Роджер Бэкон, когда в своих трудах утверждал, что «существует только соединение материи с формой», подразумевая под «формой» дух.

Даже торжественную латынь адепты герметической философии считали недостаточной для описания таинственного единства материи и духа в субстанции. Излюбленной формой

символических моделей в герметической философии и алхимии были «пантакли» – эмблемы, у которых символами служат не только структура, формы и графические знаки, но и сами материалы и технология создания пантакля. Этапы процесса его изготовления имеют также особое символическое значение. Примером пантакля является популярная в средние века космологическая модель герметической философии (рис.1.32).



Рис. 1.32. Космологический пантакль герметической философии

пифагорейцев: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

Со времен своего становления герметическая философия неустанно совершенствовала свой символизм, особенно много внимания уделяя разработке многоуровневых, многозначных символов. Так с 14 века символом доктрины о единстве духа и материи в субстанции стала эмблема Креста и Розы (рис. 1.33).



Рис. 1.33. Герметическая эмблема Креста и Розы

В этой эмблеме, во-первых, усматривалось сочетание Креста, как символа духа, с Розой – одним из символов материи. То, что роза в этой эмблеме всегда имела 10 лепестков, было указанием на «формулу вселенной» (1.2). Во-вторых, в этой эмблеме сочетание Креста – символа Христианского мира, с Розой, символом Ислама было утверждением метафизического единства западного и восточного мировоззрений.

Герметическая концепция иерархии символических описаний структуры вещества соответствовала «формуле Вселенной» (1.2) и космологическому пантаклю (рис. 1.32). Основа всех видов материи в природе одна – это Протовещество (единица в 1.2). Протовещество обладает двумя главными символическими свойствами – Летучестью и Твердостью (это 2 в 1.2). В свою очередь Протовещество состоит из трех Начал: Серы, Ртути и Соли (Мышьяка) (это 3 в 1.2). Каждое Начало представляет собой композицию четырех элементов античной философии: Земли, Воды, Воздуха и Огня (это 4 в 1.2). Единство четырех Элементов, при образовании Начал, обеспечивается Эфиром (*Quinta Essentia* – Пятая сущность, Квинтэссенция). Все эти символы, кроме общности имен, не имеют никакого отношения к одноименным веществам современной химии и, чтобы это подчеркнуть, в дальнейшем эти символические имена пишутся с заглавными буквами.

Василий Валентин, подчеркивая фундаментальность понятия Протовещества в герметической философии и алхимии, писал: «Все вещи происходят от одной причины, все они были сначала рождены одной и той же матерью... Есть только одна материя для всех металлов и минералов». Эту же концепцию поддерживал Бернар Тревизан: «Материя Камня (подразумевается Философский камень) имеет: три угла, три Начала – в своей субстанции; четыре угла, Элементы – в своей добродетели; два угла Устойчивость и Летучесть – в своей материи; один угол, всемирную материю – в своем корне».

Символом Протовещества в александрийской алхимии была змея, кусающая свой хвост – Уроборос (рис. 1.34-1). В европейской алхимии его чаще обозначали крылатым драконом, крылья которого символизировали Летучесть, а тело – Твердость (рис. 1.34-2) На этой гравюре сфера, заключающая крылья дракона Протовещества – это свойство Летучести, а сфера, очерчивающая тело – Твердость, коронованные змеи это три Начала.

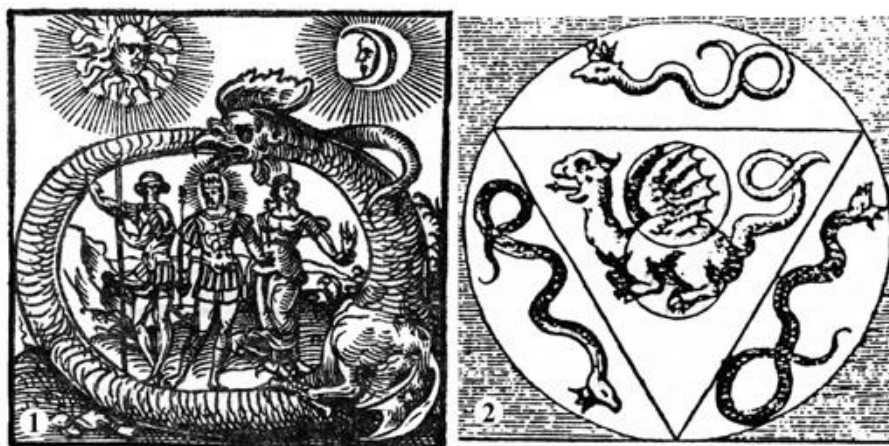


Рис. 1.34. Символы Протовещества

Герметическая философия, как и античная философия, рассматривала Элементы, как символы видимых и скрытых качеств материи. Земля служила символом «холодного» и «сухого», Вода – «холодного» и «влажного», Воздух – «теплого» и «влажного», Огонь – «теплого» и «сухого». Пятый элемент – Эфир, Квинтэссенция соединял Элементы в различных пропорциях, образуя Начала. Символом соединения Элементов в Началах часто служил крест с кругом в центре – Эфиром, обеспечивающим единство Элементов в Началах.

В трех Началах Сера считалась активным *мужским* началом материи, источником наблюдаемых свойств материи, символом таких качеств вещества, как «устойчивость», «теплота», «сухость». Ртуть (Меркурий) – это пассивное, *женское* начало материи, источник скрытых свойств материи, символ таких ее качеств, как «изменчивость», «влажность». Соль (Мышьяк) рассматривалась в алхимии как *системо-образующее отношение* мужского и женского начал материи. Соль соединяет Серу и Ртуть подобно «животворному принципу, соединяющему дух с телом». Именно это имел ввиду Роджер Бэкон, когда писал: «Сера, Меркурий и Мышьяк суть Начала, образующие металлы. Сера есть начало активное, Меркурий пассивное, Мышьяк – связь, их соединяет».

Эмпирическим воплощением герметической философии, кульминацией многолетнего изучения экзотического символизма древних трактатов и одновременно инициацией в «посвященного» (адепта) был *Opus Magnum* («Великое деяние») – приготовление Философского камня (*Magisterium* или *Lapis Philosophorum*). Считалось, что *Opus Magnum* имеет три цели. В материальном мире это синтез Философского камня, способного осуществлять необыкновенные превращения веществ (трансмутации). В то же время Великое деяние это постепенное укрепление духа и совершенствование души алхимика. И, наконец, *Opus Magnum* – это постижение Гнозиса, высшего знания о Вселенной и Боге, обретение Благодати и созерцание Бога в Его Славе.

Никогда не существовало, да и не могло быть какой либо разработанной во всех подробностях технологии синтеза Философского камня. Доктрина двух компонентов субстанций предполагала тесное взаимодействие, а временами даже единство в *Opus Magnum* духа самого алхимика и духов претерпевающих изменения веществ. Поэтому считалось, что некоторые этапы каждого Великого деяния всегда имеют индивидуальные особенности, отражая особенности духа работающего алхимика. Точно также два разных художника, имея один и тот же набор красок, напишут совершенно разные образы одной и той же натуры.

По мере осуществления *Opus Magnum* алхимик преображается, постигая Гнозис. Постигание Гнозиса, в свою очередь, позволяет ему принимать правильные решения в сложных технологических ситуациях, в чем ему не могут помочь никакие трактаты и сборники рецептов. Кроме того, считается, что Гнозис сам мистически участвует в Великом деянии. Поэтому представление о том, что Философский камень готовили для превращения неблагородных металлов в золото и серебро, наивно. Эти трансмутации служили только для испытания Магистерия, что adeпты всегда подчеркивали, перефразируя Евангелие: «Золото алхимии не от мира сего».

Магистерий, как часто кратко называли Философский камень, это материальное воплощение принципов герметической философии и ее универсальный символ, имевший множество значений. Его отождествляли с Микрокосмом и Мировым духом (*Spiritus Mundi*), относясь к нему, как к величественному символу достижения главной цели алхимии – постижения «Искусства превращения неблагородного в благородное». Магистерий не только обеспечивал трансмутации металлов в серебро и золото, но и был способен «лечить», устраняя пороки, драгоценные камни. Порошок и раствор Философского камня в вине считались универсальным лекарством и средством продления жизни. Правда, первые шаги к долголетию были мучительными – выпадали все зубы, волосы и ногти. И только после того, как все это вновь вырастало, адепт мог рассчитывать на долгую жизнь.



Рис. 1.35. Символ *Opus Magnum* и Магистерия

Символом Великого деяния и Философского камня в алхимии служило сочетание креста – символа четырех Элементов, соединенных Квинтэссенцией, и треугольника – символа единства трех Начал (рис. 1.35).

Тщетно было бы надеяться найти трактат по Искусству Гермеса, в котором ясно и последовательно были бы описаны принципы и методы алхимии. Это отчасти объясняется тем, что трактаты писались посвященными для посвященных и ни один из них не создавался как учебник или пособие для начинающих. Кроме того, как первые шаги, так и успешное завершение Великого деяния, определялись знаниями, которые были достоянием исключительно изустной традиции. *Verba Magistra* (Слова Учителя) было девизом обучения в герметической философии. Тем не менее, сравнительный анализ описаний *Opus Magnum* в трудах известных средневековых адептов позволяет реконструировать идеологию и методологию герметической философии.

Алхимическим методом синтеза Философского камня было воспроизведение действий природы, не допуская разрушительного влияния каких либо нежелательных случайностей (проявлений «вездесущего зла»). Синтез Магистерия всегда строился, в соответствии с доктриной всеобщего дуализма, как комбинация процессов растворения и сгущения – проекций на алхимическую практику основных философских методов анализа и синтеза. Сущность *Opus Magnum* очень проста и ее передает главный девиз алхимии: *Solve et coagula* – «Растворяй и сгущай». Альберт Великий писал: «Ты узнаешь, что всякий Магистерий состоит только из одного растворения и одного сгущения».

Как видно из приведенного краткого описания методологии герметической философии, ее метафизика, следуя Доктрине универсального дуализма, применяла ключевой для этой доктрины аналитический метод построения картины мира в форме взаимодействующих и взаимозависимых иерархий сущностей. Субстанция разделялась на дух и материю. Материя представлялась как композиция трех Начал, которые, в свою очередь, представляли различными сочетаниями пяти Элементов.

Молодое естествознание, начав свою эволюцию в эпоху расцвета герметической философии и алхимии, последовало по этому же пути. Рассматривая движение материи, механика сразу же разделила феномен движения на собственно материю и комплекс

абстрактных характеристик движения этой материи – скорость, импульс, энергию и т.д. На рубеже 19 и 20 столетий все разнообразие химических соединений было сведено к соединениям нескольких десятков химических элементов, представленных таблицей Менделеева.

После открытия нейтрона стало общепринятым представление о материи, как о сочетании строго определенных количеств всего трех «Начал» – электрона, протона и нейтрона. В дальнейшем, при исследовании взаимодействия частиц больших энергий, оказалось целесообразным пользоваться современной «стандартной» моделью микромира, которая предполагает, что все частицы состоят из 5-6 «Элементов» – кварков.

Существо герметической доктрины о двух компонентах всех субстанций в первую очередь связано с определением духа. Если отвлечься от архаизма символики аспектов духа, то в их особенностях можно выделить свойство эмпирической наблюдаемости только изменений, но не самого абсолютного значения интенсивности. Этим свойством обладают и некоторые фундаментальные физические характеристики, определяемые с точностью до произвольной аддитивной постоянной, например, энергия и потенциал поля.

Если считать основой контекста Божественного принципа максимального совершенства духа его экстремальный характер, то этот принцип может рассматриваться как прообраз всех экстремальных принципов современной аналитической механики и теоретической физики. Эти аналогии перестают казаться парадоксальными, если принять во внимание, что Галилей, Кеплер, Декарт, Паскаль, Лейбниц, Ньютон и многие другие ведущие ученые, определившие направление развития классической физики, творили в 17 столетии, когда изучение герметической философии в университетах было обязательным.

Герметическая концепция духа является попыткой воплощения древней метафизической идеи системности, – всеобщей взаимосвязи объектов и процессов в природе. Об этом свидетельствует популярная в Средние века притча о камне, оторванном от родной скалы. Такой камень все еще сохраняет многие свои характеристики, которые могут быть изучены и описаны. Но он уже лишен почти всех следов истории своего происхождения, которую можно было бы изучить, исследуя скалу, от которой его отделили.

В просвещенном 18 столетии герметическая философия постаралась скрыться от суеты и насмешек критически настроенного научного сообщества, став идеологией мистических тайных обществ, оккультных орденов и лож. Однако это затворничество оказалось непродолжительным.

Со времен средневековья сокровищницы аристократов и кунсткамеры постоянно пополнялись диковинами, обладавшими необычными свойствами – электрически активными экзотическими смолами, амброй, янтарем, а также природными магнитами и метеоритами. В конце 16 столетия Уильям Гильберт (1544–1603), английский физик и придворный врач королевы Елизаветы I и Якова I начал систематическое изучение магнитных и электрических явлений, впервые обогатив естествознание новым термином – «электрический». Гильберт проникательно считал Землю гигантским магнитом и полагал, что как электричество, так и магнетизм связаны с движением в веществе каких-то особых «флюидов».

Вплоть до конца 17 столетия совершенно загадочными представлялись процессы горения и теплопроводности. В 1673 году Роберт Бойль (1627–1691) выдвинул гипотезу о существовании невесомого «теплорода» – особой «тонкой материи», носителя теплоты. Для объяснения горения на рубеже 17 и 18 веков Иоганн Бехер (1635–1682) и Георг Шталь (1659–1734) предположили существование еще одной субстанции – «флогистона», невесомой жидкости, улетучивавшейся из вещества при его сжигании. Открытое позже увеличение массы металла при прокаливании начали объяснять отрицательной массой флогистона, а способность выделять флогистон из воздуха приписывали растениям. Теория флогистона, объединявшая многочисленные эмпирические сведения о процессах восстановления, горения и обжига, и успешно применявшаяся в промышленности получила широкое распространение в 18 веке.

Термин «флюид» введенный в 17 столетии для обозначения гипотетических жидкостей, объясняющих некоторые физические явления, настойчиво пропагандировал последователь Лейбница авторитетный философ и математик Христиан фон Вольф (1679–1754). Представление о «тонких материях», переносящих тепло, электричество и магнетизм, в 18 столетии не только сохранилось, но даже расширилось. Поскольку все попытки найти объяснение и описать действие «тонких материй» в рамках методологии механистического материализма оказались безуспешными, естествознание обратилось к тысячелетнему опыту герметической философии.

Для качественного описания природных «флюидов» герметическая философия издавна применяла представление об «эфире», одном из материальных проявлений духа, объединявшего все сущее в единую сложную систему. Упоминание об эфире, как об одном из Пяти элементов, можно найти уже в первом тысячелетии до н.э. в индийской Ригведе. В философии Пифагорейцев эфир это одна из составляющих воздуха, воды, а главное души. Анаксагор (ок. 500–429 до н.э.) называл эфиром силу, действующую в высших сферах мироздания. Аристотель считал эфир божественной и бессмертной сущностью, которая получила свое имя вследствие своего вечного движения (*αει* – «всегда», *φεω* – «бегу»).

Итальянский врач, астролог и философ Джироламо Фракастро (1476/1478–1553) в своей книге «Гомоцентричность, или Книга звезд» (1538), вероятно, впервые отчетливо изложил представление герметической философии об эфире, как общей причине электрических, магнитных и даже физиологических явлений.

Традиционный геометрический язык механистического естествознания, унаследованный от античной геометрии, плохо подходил для описания непрерывных, континуальных сред, которые должны были использоваться в моделях природных флюидов и всепроникающего эфира. В эту эпоху, решающую роль сыграли разработки алгебраического языка аналитической геометрии, выполненные Франсуа Виет, Рене Декартом и их последователями.

Используя идеи Ньютона о вязкости и гидростатику Блеза Паскаля (1623–1662), Даниил Бернулли (1700–1782) в своей «Гидродинамике» (1738) заложил основы математической теории движения сплошных сред. Эти исследования плодотворно продолжили в начале 18 столетия Леонард Эйлер (1707–1783), Жан Д’Аламбер (1717–1783), Жозеф Лагранж (1736–1813), Пьер-Симон Лаплас (1749–1827) и Симеон Пуассон (1781–1840). На основе этих новых математических аппаратов и теорий, именно в моделях движения эфира и природных «флюидов» впервые начала формироваться концепция размерностей физических величин.

Истоком концепции размерностей физических величин стало самое известное творение основателя герметической философии и алхимии Гермеса Трисмегиста – «Изумрудная Скрижаль», которая в герметической философии на протяжении столетий играла ту же роль, что и десять заповедей в Новом Завете. Молва гласила, что некогда слова Изумрудной Скрижали были высечены на плоскости гигантского изумруда полусферической формы, который долго хранился в Мусеуме египетской Александрии. Говорят также, что этот изумруд нашел сам Александр Македонский в сокровищнице египетского храма. Великий завоеватель, будто бы, был так восхищен мудростью текста, что приказал перевести его на греческий язык и высечь на гранитной стеле, установленной на предполагаемой могиле Гермеса Трисмегиста в Хеброне.

Текст Изумрудной Скрижали (*Tabula Smaragdina*), который приписывают легендарному Гермесу Трисмегисту и египетскому богу мудрости Тоту, был обнаружен в арабских алхимических трактатах 6–8 веков и в 12 столетии был переведен на латынь несколькими алхимиками, возможно, из разных источников. Изумрудная Скрижаль высоко ценилась европейскими алхимиками и считалась квинтэссенцией герметической философии. Комментарии и переводы Изумрудной Скрижали были опубликованы, в частности, Тритемием, Роджером Бэконом и Альбертом Великим. Перевод Изумрудной Скрижали, сделанный Исааком Ньютоном, входит в коллекцию алхимических работ Ньютона, которая хранится в библиотеке Кембриджского университета.

*Verum, sine mendacio, certum et verissimum:
Quod est inferius est sicut quod est superius,
et quod est superius est sicut quod est inferius,
ad perpetranda miracula rei Unius.*

Подлинно, без всякой лжи, достоверно и в высшей степени истинно: То, что находится внизу, аналогично тому, что находится вверху, и то, что вверху, подобно тому, что находится внизу – для того чтобы являлись чудеса Единого.

*Et sicut res omnes fuerunt ab Uno,
meditatione Unius, sic omnes res natae ab hac
Una re, adaptatione.*

И подобно тому, как всё произошло от Единого через размышление Единого, так и все вещи родились от этой единой сущности через приспособление.

В качестве идеологии Теории размерностей были использованы первые строфы легендарной Изумрудной Скрижали, утверждающие единосущность мироздания, как произошедшего от Единого и подчеркивающие внутреннее подобие противоположностей (*inferius – superius*), способное устранить противоречия дуализма преобразованием в единую систему (*miracula rei unius*).

Строго в соответствии с доктриной универсального дуализма *все размерные физические величины являются двухкомпонентными объектами вида: $\Phi = \phi[\Phi]$, сочетающими свойства количественных и качественных характеристик*. Размерная физическая величина, например, некоторая длина, определяется ее безразмерным числовым значением r , которое одновременно может служить «масштабным фактором» a для длины, и ее физической «размерностью» $[L]$, которые устанавливает соотношение:

$$r[L] = R/L_0 = a \quad \text{например: } 3 [\text{см}] = 3 \text{ см}/1 \text{ см} = 3 \quad (1.5)$$

Здесь R это абсолютная длина в выбранной системе отсчета, а L_0 это эталон длины, использованный при измерении в этой же системе отсчета.

Численное значение физической характеристики ϕ является безразмерным числом, которое определяется отношением $\phi = \Phi/[\Phi]$ измеренной величины к соответствующей числовой характеристике $[\Phi] = L^a M^b T^c$ – «размерности», играющей роль масштаба измерения. Размерность физической величины определяется степенным одночленом принятых базовых, первичных размерностей. Например, размерность энергии: $[E] = ML^2 T^{-2}$ и в системе СИ это $[E] = \text{кг м}^2 \text{ с}^{-2}$. При изменении шкал базовых, первичных размерностей M, L, T изменяются и все масштабы производных размерностей.

Стимулом для развития теории размерностей явилось принятие революционным Национальным собранием Франции в 1793 году метрической системы мер *pur tous les temps* («на все времена»). Это решение было основано на выводах трех толстых томов *Base du systeme metrique decimal*, составленных лучшими французскими учеными.

Впервые размерности физических характеристик систематически использовал в 1820-х годах Жозеф Фурье (1768–1830) в своих исследованиях по теплофизике при описании движения «теплого флюида». У истоков же современных систем размерностей физических величин стоял Карл Фридрих Гаусс (1777–1855), который в качестве базовых единиц предложил использовать размерности фундаментальной триады «пространство (L) – масса (M) – время (T)». Разработку «абсолютной системы единиц LMT » Гаусса продолжил в 1860-е годы Уильям Томсон (лорд Кельвин; 1824–1907), постепенно добившись всемирного признания «научной» системы единиц CGS (СГС – «Сантиметр, Грамм, Секунда»), которая стала основой современной международной системы СИ, да и сама часто используется до сих пор, особенно в фундаментальных исследованиях.

Казалось бы, с числовыми значениями физических величин можно, не задумываясь, совершать все арифметические и алгебраические операции. Но это не так. Сложение и вычитание размерных величин допускается в теории размерностей только в случае

совпадения их размерностей. Например, «метры» можно складывать только с «метрами», но не с «секундами». Это правило является следствием требования «однородности» физических величин, которое предполагает существование метода сравнения для однородных величин. Интуитивно нетрудно определить что больше: 3 или 5 «метров», но интуиция бессильна при поиске ответа на вопрос: что больше – 3 «секунды» или 5 «метров»?

Возможность совершения математических операций с размерными величинами определяет аксиома Евдокса-Архимеда, которая некогда служила основой теории отношений Евдокса Книдского и его «метода исчерпания», который впоследствии плодотворно применял Архимед: «Говорят, что величины A и B имеют отношение между собой, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга (например: $A + A + \dots + A > B$)» (Евклид. *Начала*, книга V; 4).

Сложение, умножение, деление и возведение в степень величин с различными физическими размерностями не противоречит требованию сравнимости однородных величин, только в том случае, если известны *неизменные* соотношения между базовыми, первичными размерностями. При этом, например, для трех базовых размерностей необходимо располагать двумя независимыми соотношениями между базовыми размерностями.

В современной теории размерностей механических величин такими соотношениями являются:

1. Закон гравитации Ньютона со стандартизованным значением ускорения свободного падения на Земле $9,80665 \text{ м/с}^2$, который определяет использование международного эталона массы – платиноиридиевой гири, которая хранится в Международном бюро мер и весов в Севре (Франция):

$$F = G \cdot m_1 m_2 / r^2 \quad (1.6)$$

2. Принцип универсального постоянства скорости света в вакууме, который принят для создания современных эталонов длины («метр») и времени («атомная секунда»):

$$c = \text{const} = 299792458 \text{ м/с} \quad (1.7)$$

Существование в составе современных систем единиц соотношений (1.6, 1.7) обеспечивает возможность сокращения количества независимых базовых единиц измерения и размерностей. Например, принцип постоянства скорости света (1.7) дает возможность ввести универсальное соотношение между единицами длины и времени: $L = cT$ (например: $1 \text{ см} = 3,333...10^{-11} \text{ с}$).

Как отмечал уже в 1873 году Джеймс Максвелл (1831–1879), в качестве размерности массы можно использовать: $[M] = L^3 T^{-2}$. Эта размерность следует из законов Кеплера с поправкой Ньютона. При этом связь размерности Максвелла с «граммом» можно найти из условия $G = 1$, например: $1 \text{ г} = 6,674...10^{-8} \text{ см}^3 \text{ с}^{-2}$.

С помощью соотношений (1.6, 1.7) можно составить, например, следующую таблицу соответствия базовых размерностей современной системы единиц СИ (м, кг, с).

Таблица 1.2. Соотношения, определяющие базовые размерности системы СИ.

	м	кг	с
1 м	1	$G/c^2 = 7,425...10^{-28}$	$1/c = 3,333...10^{-9}$
1 кг	$c^2/G = 1,346...10^{27}$	1	$c/G = 4,492...10^{18}$
1 с	$c = 2,998...10^8$	$G/c = 2,226...10^{-19}$	1

Поскольку размерности используемых в естествознании физических величин определяются степенными одночленами вида $[\Phi] = L^a M^b T^c$, то применение двух независимых соотношений (1.6, 1.7) между базовыми, первичными единицами

фундаментальной триады, использующих физические константы, *позволяет выбрать любую из базовых единиц в качестве единственного, унитарного основания размерностей всех физических величин.*

Принцип постоянства скорости света в сочетании с законом тяготения Ньютона дает возможность ввести «Унитарные системы единиц», представив размерности $[\Phi]$ физических величин целыми степенями какой либо одной выбранной базовой единицы измерения:

$$[\Phi] \propto L^n \text{ или } M^n \text{ или } T^n \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.8)$$

Например, с помощью соотношений табл. 1.2 между базовыми единицами фундаментальной триады, размерности всех физических величин могут быть приведены к «геометрической» форме:

$$[\Phi]_L = L^a M^b T^c \propto L^{n=a+b+c} \quad (1.9)$$

Таким способом приведения размерностей всех физических величин к степеням размерности длины пользовался, например, Джон Уиллер (1911–2008) при разработке своей «геометродинамики» [21]. Применение им радиуса Шварцшильда и скорости света для определения соотношений между единицами длины, времени и массы эквивалентно рассмотренному выше примеру использования размерности массы по Максвеллу.

Джон Синг (1897–1995) использовал условие постоянства скорости света при введении размерностей в общей теории относительности [10]. В качестве единственной основной размерности при разработке своей версии «хроногеометрии» Синг принял время. Он устанавливал соотношение единицы массы и соответствующего характеристического интервала времени с помощью сравнения плотности энергии и плотности массы.

Рассмотренные примеры демонстрируют применение единиц длины или времени в качестве единственных, унитарных единиц, формирующих размерности всех физических величин. В силу эквивалентности основных единиц, все размерности физических величин могут быть представлены степенями не только единиц длины и времени, но и массы (см., например, книгу Джозефа Силка [9]).

Унитарные системы единиц обладают особыми свойствами, которые часто оказываются полезными при анализе размерностей физических величин.

1. Признание универсального постоянства скорости света и закона всемирного тяготения Ньютона приводит к пропорциональности всех базовых первичных единиц:

$$M \propto L \propto T \quad (1.10)$$

2. Принцип постоянства скорости света и применение закона всемирного тяготения Ньютона порождает «гравитационные» («механические») системы унитарных размерностей физических величин, в которых унитарная размерность всех форм энергии имеет вид :

$$[E] = L^2 T^{-2} M \propto L \propto T \propto M \quad (1.11)$$

3. Две фундаментальные константы гравитационных систем единиц – скорость света и гравитационная постоянная, в силу (1.10), являются безразмерными величинами в унитарных системах единиц: $[c] = LT^{-1} = [1]_U$ и $[G] = L^3 T^{-2} M^{-1} = [1]_U$.

Было бы опрометчиво думать, что теория размерностей физических величин, которая служит фундаментом современного естествознания, свободна от концептуальных противоречий. Естествознание использует размерности физических величин менее двух столетий, и далеко не все проблемы теории размерностей пока еще удалось решить.

С давних пор существует неопределенность и произвол в выборе базовых единиц измерения, и до сих пор в разных странах используются в технике заметно отличающиеся единицы измерения длины и веса, например, фут и фунт в Англии и США и метр и килограмм во многих странах Европы. Для того чтобы устранить неопределенность в выборе

базовых единиц измерений были предприняты попытки ввести «природные» единицы измерения, значения которых определяются фундаментальными физическими константами.

В 1881 году, ирландский физик Джордж Стони (1826–1911) ввел термин «электрон» для «фундаментальной единицы количества электричества» и сформулировал первую концепцию «природных» базовых единиц измерения, предложив «шкалу Стони»⁷. При выводе своих «природных» единиц из системы фундаментальных констант $\{e, G, c\}$, Стони приравнял силу тяготения и силу Кулона: $Gm^2/r^2 = e^2/r^2$, получив из этого равенства первую «природную» единицу массы: $m_s = e/\sqrt{G}$. Далее, применяя теорию размерностей, он получил последовательно: $m_s c^2 = e/l_s$ и $t_s = l_s/c$. Таким образом, система «природных» единиц Стони имеет вид:

$$t_s = (Ge^2/c^6)^{1/2} = 4,60 \cdot 10^{-45} \text{ с}; l_s = (Ge^2/c^4)^{1/2} = 1,38 \cdot 10^{-34} \text{ см}; m_s = (e^2/G)^{1/2} = 1,86 \cdot 10^{-6} \text{ г} \quad (1.12)$$

В 1899 году, Макс Планк (1858–1947) в своем историческом докладе «О необратимых процессах излучения», в котором он указывал на существование двух новых универсальных констант, в свою очередь, предложил ввести новые «естественные единицы» измерения⁸. Для вывода своих «природных» единиц из системы фундаментальных констант $\{h, G, c\}$ Макс Планк также сначала получил единицу массы $m_{pl} = \sqrt{hc/G}$ и далее из теории размерностей вывел: $l_{pl} = h/m_{pl}c$ и $t_{pl} = h/m_{pl}c^2$, так что система «природных» единиц Планка имеет вид:

$$t_{pl} = (Gh/c^5)^{1/2} = 1,13 \cdot 10^{-43} \text{ с}; l_{pl} = (Gh/c^3)^{1/2} = 4,05 \cdot 10^{-33} \text{ см}; m_{pl} = (hc/G)^{1/2} = 5,46 \cdot 10^{-5} \text{ г} \quad (1.13)$$

Планк, по-видимому, придавал особое значение своим «природным единицам», если посвятил им заключительный раздел своего исторического доклада. Однако эти идеи Стони и Планка не были поддержаны современниками, и их предали забвению более чем на полстолетия. Только Артур Эддингтон⁹ и Перси Бриджмен¹⁰ мельком упомянули Планковские единицы в своих обзорных работах.

Планковские единицы получили признание только в 1950-х годах после создания теоретической космологии и разработки гипотезы Большого Взрыва. Однако сама идея Стони и Планка о введении «природных» единиц с помощью фундаментальных констант нашла последователей, и в 1930-х годах в квантовой физике получили признание «системы атомных единиц», основанные на сочетаниях констант: $\{e; \hbar; m_e = 1\}$ и $\{c; \hbar; m_e = 1\}$. Последнее сочетание констант определяет «естественную единицу» энергии “*nu*” (*natural unit*), связанную с основными единицами системы СИ соотношениями: $1 \text{ Дж} = 1,223 \cdot 10^{13} \text{ nu}$; $1 \text{ м} = 2,58 \cdot 10^{12} \text{ nu}$; $1 \text{ с} = 7,764 \cdot 10^{20} \text{ nu}$.

Деление размерностей физических величин на два класса: базовые и производные, которые составлены из базовых размерностей, вообще говоря, неоднозначно. Вера в то, что трех основных размерностей достаточно для представления размерностей всего множества физических характеристик, основана на метафизическом принципе достаточности минимального триадного представления целостностей. Формально любые три размерности могут быть приняты в качестве базовых, и поэтому до сих пор продолжается дискуссия о рациональных принципах выбора базовых единиц.

⁷ Stoney, G.J. On the Physical Units of Nature // Phil. Mag. (1881), [5] 11, 381.

⁸ Plank, M. // Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1899, s. 440. Plank, M. // Ann. Phys., 1 (1900). Русский перевод: Планк М. М., 1975; сс. 232 – 233.

⁹ Eddington A. Report on relativity theory of gravitation. London, 1918.

¹⁰ Бриджмэн П.В. Анализ размерностей. Л.-М.: ОНТИ, 1934. Bridgman P.W. Dimensional analysis. New Haven: Yale University Press, 1931.

В 1908 году, русский ученый-энциклопедист Николай Александрович Морозов (1854–1946) опубликовал монографию [6] по анализу размерностей и выступил с критикой «абсолютной системы единиц» *LMT* Гаусса-Томсона. Он полагал, что о сущности Времени современная наука знает слишком мало, для того чтобы применять его в качестве базовой, первичной размерности, и предлагал заменить время скоростью: «Масса, путь и скорость, лежащие в основе этой системы (*предложенная Морозовым MLV-система*) являются естественными элементами физического мира».

Если использовать стандартное отношение единиц пространства и времени, которое может быть представлено некоторой эталонной скоростью V , и эталон массы, определенный законом тяготения Ньютона (1.6), то для системы единиц Морозова *LVM* справедливы следующие соотношения:

$$dx/dt = V \propto L \propto M \quad (1.14)$$

В своей книге, в частности, Морозов показал, что при использовании его системы единиц *LVM* многие формулы классической физики имеют наиболее простую форму. Семьдесят пять лет спустя, идеи Морозова без упоминания его имени были реализованы в современных взаимосвязанных эталонах «атомной секунды» и «метра», использующих «природный» эталон скорости – скорость света. Таким образом, *современные эталоны базовых единиц длины и времени оказались взаимосвязанными и являются релятивистскими, так как оба эталона предполагают универсальное постоянство скорости света.*

Помимо эталонов необходимым инструментом измерения является «шкала». На разных этапах развития естествознания было придумано много различных шкал и методов их использования. Для сравнения различных шкал удобно применять понятие «допустимого преобразование шкалы».

Весьма распространенные «номинальные» шкалы применяются для отнесения исследуемого объекта к одному из множества классов по некоторому признаку. Градации или классы номинальных шкал формируются так, чтобы различия между объектами внутри каждого класса были бы минимальны, а различия между объектами разных классов максимальны. При этом исключается пересечение классов. Номинальные шкалы могут быть построены и для количественных и для качественных характеристик объектов. Соответственно, описание классов может быть либо математическим, либо семантическим.

Числовые характеристики номинальных шкал носят условный, символический характер, например, это может быть нумерация полей рулетки в казино или номера лошадей на скачках. Очевидно, что арифметические операции с такими числами лишены смысла. Номинальные шкалы симметричны и транзитивны. Особым типом номинальной шкалы является дихотомическая шкала, в которой всего два класса, обозначающие наличие или отсутствие у объекта какого либо признака. Единственное требование к допустимому преобразованию номинальной шкалы это однозначность.

«Порядковые» шкалы являются модификацией номинальных шкал, и вводят не только множество классов, но и некоторое упорядочивающее отношение между классами. Примером порядковой шкалы может служить шкала оценок успеваемости в учебных заведениях. Введение упорядочивающего отношения делает порядковую шкалу несимметричной, но сохраняет транзитивность. Существование упорядочивающего отношения, однако, еще не обеспечивает применимости арифметических операций к номерам классов. Допустимым преобразованием для порядковых шкал является любая монотонная функция.

«Интервальные» шкалы часто используются для измерения объектов, характеристики которых допускают введение эталонов. Важным свойством интервальных шкал является инвариантность отношения двух разностей градаций шкалы, которое не зависит от единиц измерения и положения начала отсчета в шкале. Примером интервальной шкалы может служить шкала температур при измерениях с помощью ртутного термометра.

Допустимым преобразованием интервальных шкал является положительная линейная функция. Такое допустимое преобразование отражает свободу выбора начальной точки отсчета на шкале и возможность изменения масштаба шкалы. Особым типом интервальной шкалы является «шкала отношений», предполагающая использование стандартного эталона. Эталон дает возможность количественно определять степени отличия градаций шкалы. Допустимым преобразованием шкалы отношений является преобразование подобия.

Введение общепризнанных нулевых, начальных точек отсчета для широко распространенных шкал часто оказывается затруднительным и, как показывает история, обычно приводит к бесконечной череде тщетных согласований, а иногда и к серьезным конфликтам. Так, до сих пор в разных странах используются различные шкалы температур – Цельсия, Фаренгейта, Реомюра.

Летоисчисление у разных народов имеет различные начала отсчета: от Рождества Христова (с 1 января 1 года), от Сотворения Мира (например, с 7 октября 3761 года до н.э.), от Хиджры (с 16 июля 622 года). В Индии в наше время насчитывается, кроме григорианского, еще пять различных летоисчислений: от начала эпохи Калиюги (с 18 февраля 3102 года до н.э.), эра Нирваны с 543 года до н.э., эра Викрам Самбат с 57 года до н.э., эра календаря Сака с 15 марта 78 года и эра Фазли, введенная падишахом Акбаром 10 сентября 1550 года.

Попытка утвердить единое начало координат для астрономических расчетов в центре Солнца некогда принесла Копернику и Галилею множество неприятностей. Все эти трудно преодолеваемые разногласия национальных культур и религиозных традиций послужили историческим основанием того, что в естествознании предпочитают использовать интервальные шкалы, с произвольным началом отсчета.

В современном естествознании принято использовать равномерные шкалы с неизменными, фиксированными градациями. Однако древние системы измерения всегда строились как иерархические структуры. Например, исторически сложившаяся в Древнем мире система измерения длины, один из вариантов которой мы до сих пор используем, представляла собой последовательность возрастающих единиц измерения: перст – пядь – локоть – сажень – стадий – миля. Такая система единиц соответствует неравномерной шкале с возрастающими градациями.

Эта древняя традиция отражает давно подмеченное нашими предками свойство равномерных шкал – *утрату ценности удельной информации для градации шкалы при возрастании масштаба измеряемого объекта*. Доля миллиметра при измерении размеров деталей точных приборов может иметь решающее значение, но эта же доля миллиметра не имеет никакой ценности в астрономических или космологических оценках. Применение равномерных шкал в математических моделях естествознания создает своего рода «внутреннюю нагрузку» на теорию, заставляя, иногда за счет усложнения математической структуры теории, обеспечивать неоправданно высокую точность количественных оценок.

В середине 1950-х годов работы Николая Ивановича Таганова (1907–1966) продемонстрировали внутреннюю связь между математической формой физических теорий и методами определения базовых единиц и размерностей физических характеристик¹¹. Занимаясь разработкой удобных эмпирических уравнений для описания процессов химической технологии, он заметил, что источником многих нелинейностей в уравнениях является равномерность шкал и постоянство единиц измерения физических характеристик.

На обширном экспериментальном материале он продемонстрировал, что пределы изменения физических характеристик, для которых простая линейная зависимость обеспечивает достаточную точность расчета, могут быть значительно расширены, если использовать для этих характеристик *неравномерные шкалы или «переменные единицы измерения»*. Вместо общепринятых физических величин с постоянными единицами

¹¹ Taganov, N.I. // Journ. Sci. Ind. Research (India) (1960) 19A; 603. Таганов Н.И. О получении расчетных уравнений на основе переменных единиц измерения // Журн. Прикл. Хим. (1962) 35; 2262–2266.

измерения Н.И. Таганов продемонстрировал возможность использования физических величин с *переменными единицами измерения*.

Для интервальных шкал x_i безразмерные переменные единицы измерения могут быть введены делением значений градаций шкалы на допустимое линейное преобразование шкалы вида $\alpha_i x_i + \beta_i$. При этом эквивалентом пропорциональности $dx_1 \propto dx_2$ для дифференциалов величин с переменными единицами измерения будут соотношения, определяющие дробно-линейную функцию: $dx_1 \propto dx_2 \Rightarrow d(x_1/(\alpha_1 x_1 + \beta_1)) \propto d(x_2/(\alpha_2 x_2 + \beta_2))$. Такое преобразование соответствует переходу от размерных физических величин к безразмерным характеристикам с помощью аффинных преобразований шкал. Аффинное преобразование $\alpha_i x_i + \beta_i$ является более общим по сравнению с преобразованием подобия $\alpha_i x_i$, поскольку преобразования подобия составляют только подгруппу аффинной группы преобразований.

Таким образом, в первой половине 20 столетия работы Н.А. Морозова и Н.И. Таганова продемонстрировали глубокую внутреннюю связь между математической формой физических теорий и определениями базовых единиц, размерностей и шкал для измерения физических характеристик.

Внедрение в практику научных исследований абсолютной гауссовской системы единиц СГС в первой половине 19 столетия успешно проходило в классической механике, гидродинамике и теплофизике. Но в области исследования электрических и магнитных явлений использование абсолютной системы единиц столкнулось со многими трудностями. Отсутствие надежных механических и математических моделей электромагнитных явлений не позволяло установить соотношения между базовыми единицами абсолютной системы СГС и главными характеристиками электромагнитных явлений. Эти трудности сфокусировались в проблеме определения механической размерности элементарного электрического заряда.

Казалось бы, что для вывода размерности электрического заряда можно использовать закон Кулона или определение электростатического потенциала: $[E] = [e^2]/[r] = ML^2T^{-2}$. Оба этих способа приводят к соотношениям: $[e^2] = ML^3T^{-2}$ и $[e] = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$ (размерность электрического заряда в системе СГСЭ). Из этих соотношений следует: $[M] = L^3T^2$ и, принимая во внимание взаимозаменяемость базовых единиц пространства и времени, вследствие принципа постоянства скорости света, можно получить следующее определяющее соотношение для «электромагнитных» систем унитарных единиц:

$$M \propto L^{-1} \propto T^{-1} \quad (1.15)$$

Сравнивая это соотношение с (1.10) можно убедиться, что соотношения между унитарными размерностями в «гравитационной» и «электромагнитной» системах базовых единиц совершенно различны. Так что размерность электрического заряда $[e] = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$ не является его «механической» размерностью.

В отличие от абсолютной механической (гравитационной) системы единиц СГС, которая использует только три базовые размерности (L, M, T) , международная система единиц СИ, для того чтобы включить электромагнитные единицы, вынуждена применять четыре базовые единицы $(L, M, T, A = e \cdot T)$, где A это сила тока (Ампер), а e элементарный электрический заряд.

В качестве точных размерных констант в системе СИ, определены скорость света в вакууме c и магнитная постоянная μ_0 . Эти две константы и соотношение: $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ определяют значение электрической постоянной: $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Фарад/м (при $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с и $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Генри/м).

В системе единиц СИ электрическая постоянная ε_0 является коэффициентом пропорциональности между электрической индукцией $\vec{D}$ и напряжённостью электрического поля $\vec{E}$ в вакууме. Магнитная постоянная μ_0 – это коэффициент пропорциональности между магнитной индукцией $\vec{B}$ и напряжённостью $\vec{H}$ магнитного поля в вакууме.

Сразу после введения системы СИ в среде научной общественности сформировался обширный лагерь противников этой новой системы, которые утверждали, что введение электрической и магнитной постоянных носит искусственный характер, и в неявном виде возвращает в современную физику «устаревшую концепцию эфира».

Критики доказывали, что в вакууме для полного описания электромагнитного поля достаточно двух векторов $(\vec{E}, \vec{H})$, которые в системе СГС имеют одинаковую размерность, а компоненты пар векторов $(\vec{E}, \vec{D})$ и $(\vec{H}, \vec{B})$ во всех разумных системах единиц должны иметь одну и ту же размерность. Что же касается системы СИ, то в ней все четыре вектора $(\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B})$ имеют разные размерности.

Результатом этой критики явилось то, что в фундаментальных исследованиях продолжает использоваться абсолютная система единиц СГС, а система СИ применяется преимущественно в технических измерениях, проектировании и решении инженерных задач.

Казалось бы, что для того чтобы избежать критики и устранить все противоречия, было бы рационально принять в системе СИ базовые размерности системы СГС, определив, механическую размерность элементарного электрического заряда. Эта размерность позволила бы последовательно получить все соотношения между электромагнитными единицами СИ и базовыми механическими размерностями: Кулон = $[e]$; Ампер = Кулон $\times T$ = $[e] T$; Вольт = Джоуль / Кулон; Вебер = Джоуль / Ампер и т. д.

Но более 150 лет дискуссий с участием многих выдающихся ученых так и не решили проблемы определения механической (гравитационной) размерности элементарного электрического заряда. В наши дни в некоторых областях квантовой физики элементарный электрический заряд даже стали трактовать как своеобразное безразмерное квантовое число, называя его «элементарным зарядом» (*elementary charge*) или «фундаментальной единицей заряда» (*fundamental unit of charge*).

Теория размерностей, неразрывно связанная с традициями и принципами формирования символических моделей, являясь плодом долгого развития нашей культуры, служит своеобразным «метафизическим» канонem естествознания. Этот канон не только объединяет различные разделы естествознания, но и в значительной степени предопределяет развитие его теоретических концепций и математических моделей. Впечатляющей демонстрацией влияния теории размерностей на наше мировоззрение является нумерологический эффект Ньюкомба-Бенфорда.

Как уже отмечалось, в Теории размерностей производящей функцией является степенной одночлен $[\Phi] = L^a M^b T^c$, который может быть представлен в унитарной форме:

$$[\Phi] = U^x \quad x = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.16)$$

Здесь U это выбранная унитарная базовая размерность.

Степенная производящая функция Теории размерностей (1.16), в частности, является главной причиной широкой распространенности степенных и логарифмических зависимостей в естествознании. Более того, эта производящая функция обеспечивает даже своеобразный отбор и «нумерологическое предпочтение» цифр в числовом представлении физических констант и технических параметров.

Для степенной функции вида (1.16) вероятность p появления первой значащей цифры x определяется соотношением (см., например¹²):

$$p(x) = \lg(1 + 1/|x|) \quad (1.17)$$

Поскольку в размерностях физических величин, как правило, $|x| \leq 3$, то вероятность обнаружить в параметрах научных и технических расчетов первую значащую цифру 1, 2 или 3 должна более чем в 5 раз превышать вероятность встретить какую либо из остальных шести цифр.

В конце 19 столетия наблюдательный американский астроном Саймон Ньюкомб (1835–1909) заметил, что в университетских библиотеках страницы старых таблиц логарифмов потрепаны неравномерно – первой половиной этих таблиц явно пользовались гораздо чаще. Если бы цифры встречались в науке и технике с одинаковой вероятностью: $1/9 = 0,111...$, то старые таблицы были бы изношены равномерно. Опубликованная в 1881 году Ньюкомбом статья явилась первым сообщением о необычном явлении¹³.

В 1938 году американский физик Франк Бенфорд (1883–1948) исследовал это явление более подробно. Не поленившись провести анализ более 20 тысяч опубликованных физических констант и стандартных параметров технических расчетов, он подтвердил «феномен Ньюкомба-Бенфорда»¹⁴, который теперь иногда называют «законом первой цифры»: статистически достоверное различие в вероятностях появления первых значащих цифр в большинстве сборников цифровой информации. Анализ Бенфорда показал, что отклонение наблюдаемых вероятностей появления первых значащих цифр от формулы (1.17) не превышает 5 % (Табл. 1.3).

Таблица 1.3. Вероятности встречаемости первых значащих цифр

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Наблюдаемая вероятность	0,301	0,176	0,125	0,097	0,079	0,067	0,058	0,051	0,046
Равная вероятность	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111

Размерности физических параметров представляют собой лаконичные формулировки их определений и алгоритмов их измерения, одновременно конкретизируя их связь с общей системой физических величин. Подобно формулам химических соединений, *размерности физических величин являются одновременно и количественными и качественными характеристиками.*

Столь важная для теории размерностей категория «подобия» имеет долгую историю, и геометрическое подобие было одним из основных принципов доказательства теорем еще в «Началах» Эвклида. Идея геометрического подобия, сформулированная уже Пифагором, послужила прототипом концепции подобия физических процессов.

В теории подобия предполагается, что изучаемый процесс допускает «полное» (по терминологии Перси Бриджмэна) описание: $\varphi(x, y, \dots) = 0$, которое не меняется при изменении базовых, первичных размерностей, определяющих производные размерности всех переменных.

В соответствии с «П-теоремой» Эдгара Букингема (1867–1940), полное описание процесса может быть представлено в форме $F(\Pi_1, \Pi_2, \dots) = 0$, где $\Pi_1, \Pi_2, \dots$ это безразмерные

¹² Исаев А.В. *Суперструны и параллельные миры*. СПб.: ЛИСС, 2006.

¹³ Newcomb, S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers // Am. Journ. of Math. (1881) 4 (1/4); 39–40.

¹⁴ Benford, F. The law of anomalous numbers // Proc. Am. Phil. Soc. (March 1938) 78 (4); 551–572.

комплексы аргументов $X, Y, \dots$ в «полном» описания физического процесса¹⁵. Два физических процесса считаются подобными, если для них все эти безразмерные комплексы («критерии подобия») имеют одни и те же численные значения.

Теория алгебраических уравнений дает возможность утверждать, что если в «полное» описание процесса входит m аргументов, размерности которых определяют $n \leq m$ базовых размерностей, то помимо безразмерных отношений аргументов с одинаковыми размерностями (симплексов), в большинстве случаев из аргументов может быть построено еще $(m - n)$ безразмерных комплексов.

Важным результатом исследования подобия в Теории размерностей явилось понимание того, что *геометрическое подобие объектов и физических процессов отнюдь не гарантирует подобия их физических характеристик*. Исследования масштабных преобразований показали, что ограничения масштабной инвариантности при преобразовании $x \rightarrow ax; t \rightarrow bt$ не выдерживают многие уравнения физики. Даже такие масштабно-инвариантные уравнения как уравнения Максвелла без зарядов и токов или уравнения Ньютоновской гидродинамики теряют масштабную инвариантность, если в их начальные или граничные условия входят параметры с размерностью длины или времени. Многие фундаментальные константы и параметры, например, постоянная Планка и элементарный электрический заряд не являются масштабно-инвариантными.

Серьёзным ограничением масштабной инвариантности описаний физических процессов является потеря масштабной инвариантности при аффинном преобразовании: $f(r) \rightarrow f(r) + A$. Даже само-подобные фракталы являются масштабно-инвариантными только для дискретных значений масштабного фактора. Причём для совмещения преобразованного фрактала с исходным фракталом обычно необходимы дополнительные трансляции и вращения.

В Библии в рассказе о строительстве Вавилонской башни (Бытие, Гл. 11 [2]) мы находим предупреждение об отсутствии масштабной инвариантности в нашем мире. При увеличении масштаба длины r все массы возрастают как r^3 , а площади как r^2 так, что напряжения растут пропорционально r . При этом прочность большинства материалов, обратно пропорциональная средним межкустальным расстояниям в их структурах, уменьшается как $1/r$. Поэтому в мире с возрастающим масштабом расстояний все сооружения неизбежно ждет печальная судьба Вавилонской башни.

В современной промышленности отсутствие универсальной масштабной инвариантности доставляет много хлопот и является причиной дополнительных затрат при разработке новых машин и технологий. Например, для определения важнейших прочностных и эксплуатационных характеристик ракет и самолетов нельзя использовать их миниатюрные модели и приходится строить огромные стенды для испытания полноразмерных опытных образцов.

В естествознании многие эксперименты планируются как уменьшенные модели явлений и процессов природы. Несмотря на то, что моделирование на основе Теории размерностей является скорее искусством, нежели строго регламентированной методологией, теория физического подобия позволила решить множество важных научных и технических задач (см. например [8]). Более того, Теория размерностей является эффективным эвристическим методом, позволяющим предвидеть структуру многих законов природы и удачных математических моделей.

Со времен публикации в 1847 году книги Германа фон Гельмгольца (1821–1894) «О сохранении силы» («силой» в своих трудах Гельмгольц называл энергию) энергетическая методология стала господствовать в естествознании. В своей книге Гельмгольц, на основе

¹⁵ Buckingham, E. On Physically Similar Systems: Illustrations of the Use of Dimensional Equations // Phys. Rev. (1914) 4; 345-376. Buckingham, E. Model Experiments and the Form of Empirical Equations // Trans. ASME (1915) 37; 263.

анализа эквивалентности изменения кинетической энергии и работы сил в изолированной системе, доказывал принцип сохранения и превращения энергии, распространяя его на все разделы физики.

После книги Гельмгольца при разработке математических моделей и теорий в естествознании стало принято стремиться к тому, чтобы обеспечить для изолированной системы выполнение законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения. В соответствии с теоремой Эмми Нетер (1882–1935), эти законы сохранения являются следствием однородности времени (сохранение энергии), а также однородности (сохранение импульса) и изотропии (сохранение момента количества движения) пространства. *Поэтому обеспечение выполнения всех законов сохранения в математической модели, соответствует неявному предположению об однородности времени, а также об однородности и изотропии пространства.*

Анализ размерности энергии (1.11): $[E] = L^2 T^{-2} M$ в гравитационных системах единиц, для которых справедливо (1.10): $M \propto L \propto T$, позволяет получить, используя (1.10), соотношение:

$$[E] = L^2 T^{-2} M \propto M^2 L^{-1} = [E_G] \quad (1.18)$$

Это соотношение является *обобщенной теоремой вириала*, утверждающей пропорциональность любой формы энергии и некоторой эквивалентной гравитационной энергии.

Можно заметить, что в обеих системах единиц – и в «гравитационной» (1.11) и в «электромагнитной» (1.15) справедливо соотношение $[E] \propto M$, а фундаментальные константы, которые используются в этих системах (скорость света и гравитационная постоянная), допускают единственную конкретизацию этого соотношения – легендарную формулу $E = mc^2$.

Пропорциональность размерностей энергии и массы: $[E] \propto M$, которая обнаруживается в обеих системах единиц – и в «гравитационной» (1.11) и в «электромагнитной» (1.15) приводит, принимая во внимание взаимозаменяемость базовых единиц пространства и времени вследствие принципа постоянства скорости света, к следующим соотношениям для «электромагнитной» системы единиц:

$$[E] = ML^2 T^{-2} \propto M \propto L^{-1} \propto T^{-1} \quad (1.19)$$

Обратим внимание на соотношение $[E] \propto T^{-1}$ в (1.19). Если учесть, что размерность частоты $[\omega] = T^{-1}$, то это соотношение можно рассматривать как прототип структуры квантового уравнения Планка: $E \propto \omega$. Размерность импульса $[p] = ML T^{-1}$ в сочетании с «электромагнитной» размерностью массы $[M] = L^{-3} T^2$ приводит к соотношению $[p] \propto L^{-1}$, которое с учетом размерности волнового числа $[k] = L^{-1}$ может рассматриваться как прототип структуры квантового уравнения Луи де Бройля: $p \propto k$.

Теория размерностей в известной степени предопределяет некоторые черты образа мироздания, который создает естествознание. Уже во второй половине 19 века «абсолютная система единиц» Гаусса-Томсона, принятая для научных расчетов, потенциально уже содержала соотношения (1.19). Эти соотношения не могли не быть открыты экспериментально в форме законов Планка и де Бройля при постоянном использовании системы СГС, и в 20 столетии составили основу теоретических разработок квантовой физики.

В современной методологии естествознания Метрологическую доктрину определяет *Принцип относительности измерений*. Все физические характеристики являются относительными, поскольку их численные значения зависят от методологии измерения и применявшихся эталонов. Относительность физических величин подчеркивается их

размерностями, в которых по особым правилам указываются использованные при измерении базовые единицы той или иной системы размерностей, имеющие общепризнанные эталоны.

Принцип относительности измерений соответствует утверждению о том, что существо законов природы не зависит от эталонов, применяемых при измерении физических характеристик, которые определяются этими законами.

Размерная физическая величина, например некоторая длина, определяется ее числовым значением r и размерностью $[L]$ при помощи соотношения (1.5): $r[L] = R/L_0$, в котором R это абсолютная длина в выбранной системе отсчета, а L_0 это эталон длины, использованный при измерении R в этой системе отсчета. Изменение эталона может быть представлено с помощью безразмерного масштабного фактора a_i так, что новый эталон определяется соотношением:

$$L_{0i} = a_i L_0 \quad (1.20)$$

Следствием Принципа относительности измерений является неизменность отношения двух абсолютных значений физических величин при изменении эталонов, используемых при измерениях. Например, для рассматриваемого частного случая измерения длины при использовании масштабного фактора a мы будем иметь:

$$r_1[L]:r_2[L] = (R_1/L_0):(R_2/L_0) = (R_1/aL_0):(R_2/aL_0) = R_1:R_2 = \text{const} \quad (1.21)$$

Принцип относительности измерений однозначно определяет структуру размерностей физических величин $[\Phi]$ в форме *степенных одночленов* базовых, первичных размерностей, например, фундаментальной триады $\{L, M, T\}$ – «пространство L – масса M – время T »: $[\Phi] = L^a M^b T^c$. С подробным выводом формулы размерностей можно познакомиться, например, на стр. 19–21 в книге [8].

Следствием Принципа относительности измерений и соотношений (1.20, 1.21) является предполагаемая неизменность значений масштабных факторов a_i при изменении природы используемых эталонов базовых единиц. Например, в формулировках релятивистского принципа универсального постоянства скорости света никак не ограничиваются способы измерения скорости света. Предполагается, в частности, что любая скорость (в том числе и скорость света) может быть измерена, как с помощью конечных макроскопических интервалов длины и времени: $\{r, t\}$, так и с помощью микроскопических, квантовых характеристик, например, с помощью длин волн и периодов фотонов $\{\lambda, \delta t\}$:

$$dr/dt = (P_1 \cdot r)/(N_1 \cdot t) = (P_2 \cdot \lambda)/(N_2 \cdot \delta t) \leq c \quad P_1, P_2, N_1, N_2 = \text{const} \quad (1.22)$$

При независимости значений базовых единиц от природы используемых эталонов для выбранных масштабов R_0, λ_0 справедливо следующее соотношение для масштабного фактора:

$$a = r/R_0 = \lambda/\lambda_0 \quad (1.23)$$

Убеждение в независимости значений базовых единиц измерений от природы используемых эталонов нашло воплощение в современной метрологии, оправдывая применение квантовых устройств в качестве эталонов макроскопических базовых единиц – «метра» и «секунды».

Принцип относительности измерений, определяющий применяемую в естествознании Метрологическую доктрину, в значительной степени влияет на структуру научных теорий. Например, следствием Принципа относительности измерений является Специальная теория относительности, которая в наше время служит одной из основ теоретической физики.

Противоречивой истории создания Специальной теории относительности (СТО) и обсуждению постулата о постоянстве скорости света посвящена обширная литература, в

которой, несомненно, выделяется книга¹⁶ известного математика и философа Эдмунда Уиттекера – свидетеля и участника многих событий этой истории. Термин «специальная» был использован применительно к теории относительности много позже ее создания, вероятно, по инициативе Виллема де Ситтера (1872–1934) для того чтобы подчеркнуть применение в ней общего Принципа относительности только для специального случая равномерного относительного движения систем отсчета.

На протяжении почти всего 19 столетия большинство физиков полагало, что свет распространяется в форме поперечных волн в особой субстанции – «светоносном эфире», невидимо заполняющем все мировое пространство. Среди многочисленных моделей этой таинственной субстанции особой популярностью пользовалась модель эфира, предложенная Огюстеном Френелем, в которой эфир лишь частично увлекался движущимся материальным телом. Однако знаменитые эксперименты Майкельсона-Морли (1887) не обнаружили «эфирного ветра» при движении Земли по орбите.

В этом же 1887 году первое возможное объяснение отрицательного результата экспериментов Майкельсона-Морли предложил немецкий физик Вольдемар Фохт (1850–1919). Он вывел преобразования координат, не менявшие волновое уравнение и обеспечивавшие постоянство скорости света для всех инерциальных систем отсчёта¹⁷. В преобразования Фохта уже входил «Лорентц-фактор» $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, где v это скорость относительного движения систем отсчета, и новое определение времени, которое впоследствии в СТО стали называть «локальным временем»:

$$x' = (x - vt) \quad y' = y / \gamma \quad z' = z / \gamma \quad t' = (t - xv/c^2) \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (1.24)$$

После умножения правых частей преобразований Фохта на Лорентц-фактор γ они превращаются в преобразования Лорентца современной СТО. Однако величина замедления времени в движущейся системе отсчета у Фохта больше, чем в СТО.

Фундамент современной СТО был заложен работами двух ирландских физиков – Джорджа Фицджеральда (1851–1901) и Джозефа Лармора (1857–1942). В 1889 году в своей статье¹⁸ Фицджеральд предположил, что результаты опытов Майкельсона-Морли, не обнаружившие движения Земли относительно неподвижного эфира, могут объясняться сокращением длин всех объектов в направлении движения. А в 1897 году Джозеф Лармор опубликовал первую теорию¹⁹ «преобразований Лорентца» – за два года до Хендрика Лорентца и за восемь лет до Альберта Эйнштейна.

Принцип относительности в форме утверждения об эквивалентности инерциальных систем отсчета был выдвинут Анри Пуанкаре (1854–1912) в 1895 году в двух статьях²⁰, посвященных обсуждению работ Лармора по электромагнетизму. В своей статье «Измерение времени»²¹ (1898) Пуанкаре уже сформулировал *постулат универсального постоянства скорости света*, который, по его мнению, должен был определить будущую релятивистскую идеологию. Эту идею Пуанкаре обсуждал затем и в своем докладе²² на Международном физическом конгрессе в Париже в 1900 году.

В 1899 году Хендрик Лорентц (1853–1928) завершил работу по выводу своих известных преобразований, получивших по предложению Пуанкаре название «группы Лорентца»²³.

¹⁶ Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Современные теории 1900–1926. Пер с англ. Москва, Ижевск: ИКИ, 2004. ISBN 5-93972-304-7.

¹⁷ Voigt, W. On the Principle of Doppler // Göttinger Nachrichten (1887), 7; 41–51. Theorie des Lichts für bewegte Medien // Göttinger Nachrichten (1887), 8: 177–238.

¹⁸ Fitzgerald, G.F. The ether and the earth's atmosphere // Science (1889) 13;390.

¹⁹ Larmor, J. On a Dynamical Theory of the Electric and Luminiferous Medium, Part 3, Relations with material media // Phil. Trans. of the Royal Soc. of London (1897) 190; 205–300.

²⁰ Poincare, H. // L'Eclairage Electrique (1895) t.5, p.5.

²¹ Poincare, H. // Revue de Metaphysique et de Morale (1898) t.6, p.1.

²² Poincare, H. // Rapports du Congres de Physique Paris (1900), t.1, p.22.

²³ Lorentz, H.A. // Zittingsverlag, Acad.Wet. (1899) v.7, s.507 Amsterdam Proc., 1898-1899, p.427.

Подробный анализ преобразований Лорентца провел в своей книге²⁴ «Эфир и материя» Джозеф Лармор в 1900 году, впервые получив, в частности, релятивистскую формулу сложения скоростей и рассмотрев эффект замедления электромагнитных процессов в движущейся через эфир материальной системе.

Свои преобразования Лорентц использовал для описания электромагнитных явлений в инерциальных системах отсчета, равномерно движущихся относительно неподвижного эфира. При этом он считал сокращение длин всех объектов в направлении движения вполне реальными и объяснял их особым электромагнитным взаимодействием движущихся объектов с неподвижным эфиром. Вслед за Лорентцом много влиятельных физиков, в частности, – Оливер Хевисайд (1850–1925), Оливер Лодж (1851–1940), Джордж Фицджеральд и Джозеф Лармор в начале 20 века объясняли отрицательный результат экспериментов Майкельсона-Морли вполне реальным сжатием материи в направлении ее движения. Только Анри Пуанкаре начал рассматривать релятивистские эффекты как единый системный эффект кинематики движения, определявшийся общим Принципом относительности.

Дальнейшее развитие идеи определения времени на основе постулата о постоянстве скорости света было дано Пуанкаре в статье 1900 года «Теория Лорентца и принцип реакции»²⁵. В этой работе впервые была дана физическая интерпретация введенного Лорентцем «местного» времени как времени, соответствующего показаниям часов, синхронизованных световым сигналом в предположении постоянства скорости света. Пуанкаре, в частности, показал, что для вывода преобразований Лорентца необходимо, *во-первых, предположение об их линейности и, во-вторых, постулат о постоянстве скорости света в инерциальных системах отсчета*. В своем выступлении на Конгрессе искусств и науки в Сент-Луисе (1904) Пуанкаре так определил роль постулата об универсальном постоянстве скорости света:

«На основе всех этих результатов должна появиться новая динамика, которая помимо всего прочего характеризовалась бы правилом, что ничто не может иметь скорость, превышающую скорость света».

В своих проницательных статьях 1904/1905 годов²⁶ Пуанкаре показал, что преобразования Лорентца образуют группу в многообразии четырех измерений и нашел инварианты этой группы. В этих статьях была показана также плодотворность использования Принципа наименьшего действия в четырехмерной формулировке. При разработке первого релятивистского описания скалярного поля тяготения, Пуанкаре впервые ввел *мнимую координату времени*. Эти идеи стали основой псевдоевклидовой геометрии пространства-времени, которую через несколько лет подробно разработал в своих статьях²⁷ Герман Минковский (1864–1909).

Известная статья Альберта Эйнштейна 1905 года²⁸, посвященная теории относительности, хотя и не содержала никаких новых формул, но, зато демонстрировала, что в теории относительности можно отказаться от концепции неподвижного эфира и вместо этого рассматривать все инерциальные системы как равноправные. Эта статья, определив какие метрологические особенности измерения расстояний и интервалов времени приводят к

²⁴ Larmor, J.J. *Aether and Matter*. Cambridge, 1900.

²⁵ Poincare, H. // Archives Neerland (1900) v.5, p.252.

²⁶ Poincare, H. // Bull. des. Sci. Math. (1904) ser.2 v.28 p.302; The Monist of January (1905) v.15, p.1. Перевод см, например: *Принцип относительности* – М, 1973; с.27.

²⁷ Minkowski, H. a) // Доклад Математическому обществу в Геттингене 5 ноября 1907 г. b) // Gott. Nachr. (1908) s.53 c) // Phys. Zs. (1909) v.10, s.104; d) // Math. Ann. (1910) v.68, p.472. e) // Annalen der Physik (1915) b.47, p. 927. Перевод см., например: *Принцип относительности* – М, 1973; с.167.

²⁸ Einstein, A. // Annalen der Physik (1905) b.17, s. 891. Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. М., Наука, 1965, т. 1, с. 7.

преобразованиям Лорентца, впервые показала возможность аксиоматического построения теории относительности на основе двух исходных предположений уже рассмотренных ранее Пуанкаре – Принципа относительности и постулата о независимости скорости распространения света от движения его источника,.

Принцип относительности в формулировках Пуанкаре и Эйнштейна был воспринят научным сообществом без возражений, поскольку имел многовековую предысторию. Еще в 14 столетии в своих трактатах Николай Орем (1330–1382) рассматривал мысленный эксперимент с наблюдением движения в каюте идущего корабля, демонстрирующий относительность механического движения. Эта притча Николая Орема была широко известна и преподавалась во многих университетах Европы. Впоследствии кардинал Николай Кузанский (1401–1464) в своей книге «Об ученом невежестве» (*De docta ignoranta*) рассмотрел также космологическую трактовку принципа относительности:

«Наша Земля в действительности движется, хоть мы этого и не замечаем, воспринимая движение только в сопоставлении с чем-то неподвижным... Каждому, будь он на Земле, на Солнце или на другой звезде, всегда будет казаться, что он как бы в неподвижном центре, а все остальное движется».

После подробного обсуждения Галилеем в своем трактате «Диалоги о двух главнейших системах мира – птолемеевой и коперниковой» (1632) исторической притчи о наблюдении различных форм движения и физических процессов в каюте равномерно идущего корабля, принцип относительности стал основой разработки кинематики механического движения.

В отличие от Принципа относительности второй постулат Пуанкаре-Эйнштейна о независимости скорости света от скорости его источника вызвал возражения многих физиков. Большинство критиков этого постулата указывали, что он соответствует экстраординарному утверждению:

$$\bar{c} + \bar{V} = \bar{c} \text{ при } \bar{V} \neq 0 \quad (1.25)$$

Такое утверждение, по мнению ранних критиков СТО противоречит «здравому смыслу». Но ещё важнее то, что (1.25) противоречит аксиоме Архимеда, определяющей возможность умножения и деления только для «однородных» величин. Для однородных величин, которые можно сравнивать, определены две операции – отделение части и соединение (построение кратного). Однородность величин определяется аксиомой Архимеда: «Говорят, что величины однородны и имеют отношение между собой, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга». Очевидно, что скорость света в (1.25) не является однородной и сравнимой величиной, поскольку нет скорости, которая могла бы ее превзойти. Поэтому *все алгебраические преобразования, в которых участвует скорость света, не могут считаться математически корректными.*

Несколько влиятельных физиков, например, Вальтер Ритц (1908), Ричард Толмен (1910) и Дэниел Комсток (1910) подняли вопрос о возможности, отказавшись от постулата о постоянстве скорости света и сохраняя только Принцип относительности, построить новую теорию, согласующуюся с известными наблюдениями.

В сентябре 1910 года на общем заседании математического и физического отделения 82-го собрания немецких натуралистов и врачей в Кёнигсберге русский физик Владимир Сергеевич Игнатовский (1875–1942) сделал доклад «Некоторые общие замечания к принципу относительности»²⁹, в котором продемонстрировал возможность аксиоматического построения СТО с использованием только следующих предположений:

1. Принципа относительности.

²⁹ W. von Ignatowsky. Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip // Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. (1910) 12: 788–796. (Перевод см. – <http://synset.com>).

2. Предположения о линейности преобразований координат при переходе между инерциальными системами отсчета.

3. Предположения об изотропии пространства.

При таком подходе постулат Пуанкаре-Эйнштейна о независимости скорости света от движения его источника не использовался как исходное предположение, а релятивистское правило сложения скоростей становилось одним из результатов аксиоматической теории относительности. Утверждение о том, что объект, движущийся со скоростью света в одной системе отсчета, будет двигаться с такой же скоростью и в любой другой системе отсчета потеряло статус постулата, превратившись в доказанную теорему аксиоматической СТО Игнатовского.

Аксиоматический метод Игнатовского получил развитие уже в следующем 1911 году в статье Филиппа Франка и Германа Роте «О преобразовании пространственно-временных координат из неподвижных систем в движущиеся»³⁰. В этой работе было показано, что принцип относительности в форме аксиомы об эквивалентности и равноправии инерциальных систем отсчета приводит к преобразованиям координат в форме дробно-линейных функций, в которые может входить несколько параметров:

$$x' = \frac{A(v)x + B(v)t}{1 + a(v)x + b(v)t} \quad t' = \frac{D(v)x + E(v)t}{1 + a(v)x + b(v)t} \quad (1.26)$$

При одинаковых знаменателях эти дробно-линейные преобразования соответствуют преобразованиям проективной геометрии, которые переводят уравнение прямой линии $x = x_0 + ut$ в уравнение другой прямой линии $x' = x'_0 + u't'$. Применение второй аксиомы о линейности преобразований координат позволяет рассматривать далее преобразования вида:

$$x' = \gamma(v)[x - vt] \quad t' = \gamma(v)[t - \sigma(v)x] \quad (1.27)$$

Аксиома изотропии пространства для одномерного движения означает, что преобразования: $x \rightarrow -x; x' \rightarrow -x'; v \rightarrow -v$ не должны менять (1.27). Преобразованное соотношение $-x' = \gamma(-v)[-x + vt]$ совпадает с (1.27) только для чётных функций скорости: $\gamma(-v) = \gamma(v)$. Это позволяет определить неизвестные функции в (1.27): $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ и $\sigma(v) = v/c^2$, которые превращают (1.27) в преобразования Лорентца:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad t' = \gamma(t - vx/c^2) \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (1.28)$$

Преобразования Галилея, Фойгта и Лорентца являются частными видами группы проективных преобразований, причём и количество и тип параметров, которые входят в эти преобразования, определяется дополнительными предположениями. При использовании предположения об абсолютности времени и, соответственно, абсолютности понятия «одновременности» событий, эти проективные преобразования являются преобразованиями Галилея классической механики.

Определяющим для аксиоматики СТО является Принцип относительности, утверждающий равноправие инерциальных систем отсчёта. При этом параметр с размерностью скорости (c) в преобразованиях появляется как следствие того или иного определения эквивалентности инерциальных систем отсчёта. Изначально этот параметр никак не связан с волнами электромагнитного излучения или потоками фотонов. Для того чтобы утверждать, что этот параметр определяется фундаментальной константой – скоростью света, необходимо использовать дополнительные предположения.

Если в теории, кроме того, используется аксиома изотропии пространства, то преобразования координат превращаются в преобразования Лорентца. Для того чтобы учесть

³⁰ Philipp Frank und Hermann Rothe. Über die Transformation der Raumzeitkoordinaten von ruhenden auf bewegte Systeme // Ann. der Physik (1911) Ser. 4, Vol. 34, No. 5; 825–855. (Перевод – <http://synset.com>).

анизотропию пространства в преобразования координат необходимо ввести дополнительный безразмерный параметр. При анизотропии пространства в преобразованиях Лорентца (1.28) появляется еще один безразмерный параметр μ и они имеют вид (см., например, Степанов С.С. Релятивистский мир (2012) // <http://synset.com>):

$$x' = \left(\frac{c+v}{c-v} \right)^{\mu} \gamma(x-vt) \quad t' = \left(\frac{c+v}{c-v} \right)^{\mu} \gamma(t - vx/c^2) \quad (1.29)$$

На протяжении 20 столетия, метод аксиоматического построения СТО без использования постулата Пуанкаре-Эйнштейна об универсальном постоянстве скорости света, идеи которого впервые разработали в начале столетия Владимир Игнатовский, Филипп Франк и Герман Роте, неоднократно переоткрывался и обсуждался (например, Терлецкий, Я.П. 1965; Bersi, V., Gorini, V 1069; Lee, A.R., Kalotas, T.M. 1975; Mermin, N.D. 1986; Achin Sen 1994; Nishikawa, S. 1997). В наше время многие физики считают аксиоматическую формулировку СТО наиболее общей и математически корректной. Подробному обзору истории и современным проблемам аксиоматической СТО посвящены, например, статья А.К. Гуца³¹ и книга С.С. Степанова³².

Математическую формулировку предположения об изотропии пространства разработали в первой половине 20 столетия Эдвард Милн (1896–1950) и Артур Уокер (1909–2001). «Кинематическая космология», предложенная английским космологом Эдвардом Милном в 1933 году была основана на Специальной теории относительности³³. Эдвард Милн понимал определяющее значение измерения времени в естествознании, и попытался создать космологию в форме строго дедуктивной теории, основанной на методологии измерения времени. Он рассматривал Вселенную как «субстрат», образованный множеством движущихся «фундаментальных наблюдателей», которые обмениваются немедленно отражающимися сигналами, так что обмен информацией для каждой пары наблюдателей может быть представлен непрерывным зигзагом световых сигналов. Все сигналы содержат информацию о времени последнего отражения сигнала другим наблюдателем, так что наблюдатели могут косвенно определять отсчеты времени на часах друг друга. Все измерения, включая определение координат и скоростей, при таком подходе сводятся к расчетам по моментам отражения сигналов наблюдателями.

Статьи и книги Эдварда Милна оказали значительное влияние на развитие космологии, поскольку он впервые доказал, что эффективная космология может быть создана без использования теории гравитации. В частности, он обосновал первый Космологический принцип в форме двух постулатов:

1. Все наблюдения Вселенной, которые может провести наблюдатель, в каком либо определенном месте Вселенной, не отличаются от наблюдений в любом другом месте Вселенной.

2. Каждый наблюдатель видит Вселенную, находясь в центре сферически-симметричного, однородного и изотропного объема пространства. Математическая форма этого второго постулата имеет вид:

$$dr/dt = v \propto r \quad (1.30)$$

В 1936 году Артур Уокер в своих статьях, комментирующих Кинематическую космологию Милна³⁴, показал, что использование Милном СТО не является необходимым, и кинематический метод Милна может применяться и без использования преобразований Лорентца. В 1944 году Уокер, кроме того, доказал, что утверждение об однородности пространства, которое входит во второй постулат Милна (1.30), является следствием

³¹ Гуц А.К. Аксиоматическая теория относительности // УМН (1982) 37:2(224); 39—79.

³² Степанов С.С. Релятивистский мир (2012) // <http://synset.com>

³³ Milne, E.A. World-Structure and the Expansion of the Universe // Zeitschrift für Astrophysik (1933) 6, 1–95.

³⁴ Walker, A.G. // Proc. Lond. Math. Soc. (1937) 42, 90; (1940) 46, 113-154; (1943) 48, 161-179.

утверждения об изотропии сферически симметричного пространства при условии, что существуют гладкие мировые линии, соединяющие всех наблюдателей³⁵.

Таким образом, Милн и Уокер провели обратный анализ по сравнению с выводом СТО, предложенным Владимиром С. Игнатовским – начав с преобразований Лорентца, они вывели *математическую формулировку условия изотропии сферически симметричного пространства (1.30)*, которое является постулатом аксиоматической СТО Игнатовского и необходимым условием для вывода преобразований Лоренца.

Возвращаясь к формулировке Принципа относительности измерений (1.23): $a = r/R_0 = \lambda/\lambda_0$, мы можем заметить, что применение кинематического соотношения между длиной волны фотона λ_0 и периодом δt_0 ассоциированных с фотоном колебаний: $\lambda_0 = c \cdot \delta t_0$ позволяет преобразовать это соотношение к форме: $a = r/R_0 = \lambda/c\delta t_0$. При измерении макроскопических расстояний $r \gg \lambda$ с помощью импульсов света, как это происходит в современном эталоне «метра», в этом соотношении можно принять: $\lambda \simeq dr; \delta t_0 \simeq dt$ и тогда оно принимает вид:

$$a = dr/dt = V = R_0/c \cdot r \quad (1.31)$$

Соотношения (1.31) и (1.30) совпадают и, таким образом, *Принцип относительности измерений соответствует предположению об изотропии сферически-симметричного объема пространства, изучаемого наблюдателем, и, тем самым, является одной из аксиом, которые приводят к Специальной теории относительности.*

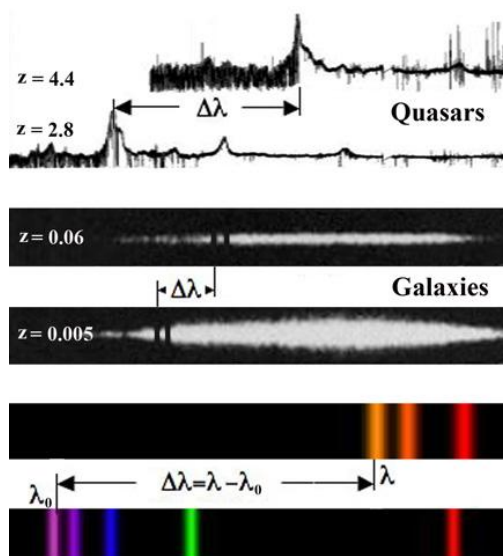


Рис. 1.36. Красное смещение в спектрах галактик и квазаров

Еще одно космологическое следствие Принципа относительности измерений было обнаружено в 1920-е годы при изучении спектров галактик. Обработывая результаты наблюдений спектров галактик, Вест Слайфер (1875–1969), Кнут Лундмарк (1889–1958), Эдвин Хаббл (1889–1953) и Мильтон Хьюмассон (1891–1972) обнаружили так называемый эффект «красного смещения» – по мере удаления галактик от наблюдателя характерные эмиссионные линии в их спектрах все более смещаются в длинноволновую часть спектра (рис. 1.37).

Для расчета красных смещений в спектрах применяется следующая формула:

³⁵ Walker, A.G. // Journ. Lond. Math. Soc. (1944) 19, 219-229.

$$z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 = \Delta\lambda/\lambda_0 = \lambda/\lambda_0 - 1 \quad (1.32)$$

Здесь λ_0 это длина волны лабораторного эталона, соответствующего наблюдаемой астрономами спектральной линии λ (рис. 1.36).

В 1929 году Эдвин Хаббл опубликовал свой анализ наблюдений спектров галактик, который свидетельствовал о линейной зависимости красных смещений z в спектрах от расстояний r до наблюдавшихся галактик:

$$cz = c(\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 = c \cdot \Delta\lambda/\lambda_0 = Hr \quad (1.33)$$

Соотношение (1.33), которое называют «законом Хаббла», имеет необычную форму – в его левой части находится функция длин волн фотонов, то есть микроскопических квантовых характеристик, а в правую часть входит макроскопическая космологическая характеристика – расстояние от земных наблюдателей до весьма далеких космических объектов. Разница в значениях параметров в левой и правой частях закона Хаббла достигает нескольких десятков порядков.

Бельгийский священник и астроном, Монсеньор Жорж Леметр (1894–1966), который впервые и применил термин «красное смещение», для интерпретации наблюдений красного смещения использовал аналогию этого эффекта с характеристиками излучения движущихся объектов. Эта аналогия основана на том, что наблюдаемые красные смещения в спектрах галактик формально могут наглядно иллюстрироваться формулой эффекта Доплера:

$$z = (\omega_0 - \omega)/\omega = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 = V/c \quad (1.34)$$

Здесь индекс 0 отмечает частоту и длину волны излучения объекта, движущегося со скоростью V .

Сходство формул (1.33) и (1.34) дало повод Леметру назвать космологический эффект красного смещения «кажущимся эффектом Доплера» и рассматривать гипотезу о расширении Вселенной со скоростью V , для которой из (1.33, 1.34) следуют соотношения:

$$V = c \cdot z = H \cdot r \quad (1.35)$$

Надежно наблюдаемый эффект красного смещения с интерпретацией Леметра стал основой космологической доктрины расширяющейся Вселенной, в моделях которой «фактор Хаббла» H по разному зависит от времени. В первой половине 20 столетия, когда астрономы могли наблюдать только космические объекты со сравнительно малыми красными смещениями в спектрах ($z \ll 1$), доктрину расширяющейся Вселенной поддерживали многие астрономы. Но в конце 20 столетия астрономические наблюдения дали много поводов усомниться в этой доктрине.

Из соотношений (1.35) следует, что скорость расширения Вселенной $V = cz$ для $z > 1$ может значительно превышать скорость света, что категорически противоречит Специальной теории относительности. В последние десятилетия астрономами были открыты космические объекты с «рекордными» значениями красных смещений, например, галактика *IOK-1* в созвездии Волосы Вероники с красным смещением $z \simeq 7$ и объект *GRB 090423* в созвездии Льва с красным смещением $z = 8,2$. Южная Европейская обсерватория на горе Паранал в Чили недавно сообщила о предполагаемом открытии «объекта 1916» с красным смещением около 10 вблизи центра богатого компактного скопления галактик *Abell 1835*. Кажущиеся скорости удаления от нас $V = cz$ всех этих далеких объектов намного превосходят скорость света.

Предполагалось, что нарушение утверждения Специальной теории относительности о том, что никакая скорость не может превышать скорость света, есть следствие того, что формула (1.35) только приближенная, поскольку для ее вывода использован нерелятивистский эффект Доплера (1.34) для относительно малых скоростей и соответственно для малых значений красного смещения. Однако попытки

усовершенствовать закон Хаббла (1.35), применив вместо (1.34) релятивистскую формулу для эффекта Допплера: $\omega = \omega_0[(c-V)/(c+V)]^{1/2}$, привели к соотношениям, которые не соответствовали астрономическим наблюдениям.

Из Принципа относительности измерений следует совершенно другая интерпретация феномена красного смещения. В математической формулировке этого Принципа (1.23):

$a = r/R_0 = \lambda/\lambda_0$ мы можем использовать определение красного смещения (1.32), из которого следует: $\lambda/\lambda_0 = 1+z$. Тогда формулировка Принципа относительности измерений принимает вид:

$$a = r/R_0 = 1+z = \lambda/\lambda_0 \quad (1.36)$$

В соотношениях (1.36) центральное равенство $r/R_0 = 1+z$ и является «законом Хаббла»: $cz = Hr$ в смещенной системе координат с условием: $r=0:z=0$ и с «постоянной Хаббла» $H = c/R_0$. При этом приближенная формулировка Принципа относительности измерений в форме (1.31) определяет «кажущуюся» скорость расширения Вселенной.

Таким образом, феномен красного смещения отнюдь не свидетельствует о расширении Вселенной, а является следствием универсального применения Принципа относительности измерений, как для измерения микроскопических характеристик фотонов (λ), так и космических расстояний (r).

Подводя итог проведенному анализу Принципа относительности измерений, можно заключить, что пропорциональность скорости и радиальной координаты (1.30): $V \propto r$, являясь следствием Принципа относительности измерений, соответствует предположению об изотропии сферически симметричного объема пространства, уже обсуждавшемуся некоторыми математиками и астрофизиками. Кроме того, это соотношение в предположении об эквивалентности инерциальных координатных систем и линейности преобразований координат обеспечивает универсальное постоянство скорости света и определяет необходимость использования преобразований Лорентца и релятивистской кинематики.

Эффективность применения Принципа относительности измерений как метафизического принципа определяется его двойственной сущностью:

Во-первых, этот принцип отражает исторически сложившуюся методологию измерений и принятую в естествознании концепцию размерностей физических величин, определяя тем самым субъективные особенности процесса познания.

Во-вторых, Принцип относительности измерений отражает надежду на то, что во многих случаях объективные особенности физической реальности могут быть изучены в предположении, что наблюдается изотропный сферически симметричный объем пространства.

ЛИТЕРАТУРА 1.1.

1. Аристотель. Сочинения. В 4 т. (Серия «Философское наследие»). М.: Мысль, 1975–1983.
2. Библия. Современный русский перевод. М.: Рос. Библейское о-во, 2011.
3. Воронцов-Вельяминов Б.А., Красногорская А.А. Морфологический каталог галактик. ТТ. 1–5. М.: Изд. МГУ, 1961–1974.
4. Дао дэ цзин. – СПб.: Азбука, 1998.
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
6. Морозов Н.А. Основы качественного физико-математического анализа. Москва, 1908.
7. Ригведа, тт.1-3. Перевод Е.Я. Елизаренковой. М., 1999.
8. Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике. Изд. 10-е. М.: Наука, 1987.
9. Силк Дж. Большой взрыв. М.: Мир, 1982. Silk J. The Big Bang. The creation and evolution of the universe. San Francisco: W.H. Freeman and Co. 1980.
10. Синг Дж.Л. Общая теория относительности. М.: ИЛ, 1963.

11. Таганов И.Н. Математические модели метафизики // *Математические методы в технике и технологиях - ММТТ-14*: Сб. трудов Международ. науч. конф. В 6-и т. Т.1. Секция 1, 4 /Смоленский филиал Московского энергетичес. инс-та (техн. ун-та). Смоленск, 2001. ISBN 5-7046-0651-4. (стр. 14-16)
12. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и антипространство*. СПб.: СПбГУ, 2001. ISBN 5-7997-0292-1
13. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. СПб.: ГеоГраф, 2003. ISBN 5-902211-02-6
14. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. Изд. 2-е испр. и доп. СПб.: ТИН, 2004. ISBN 5-902632-01-3
15. Таганов И.Н. *Открытие космологического замедления хода времени*. СПб.: ТИН, 2005. (Russ.&Engl.) ISBN 5-902632-02-1
12. Таганов И.Н. *Квантовая космология. Замедление времени*. СПб.: ТИН, 2008. ISBN 978-5-902632-04-8.
16. Таганов И.Н., Калиниченко Г.А., Таганова А.В., Ялпачик А.С. *Пара-Реализм*. Санкт-Петербург: ТИН, 2009.
17. *Святыни первого тысячелетия Христианства* (в 2-х томах). Том 1. *История Священного Писания*. Авторы-составители И.Н. Таганов и К.В. Голощاپов. Санкт-Петербург: Русская классика, 2012. ISBN 978-5-93205-043-9; ISBN 978-5-93205-044-6.
18. Таганов И.Н. *Физика необратимого времени*. Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-16-0.
19. Таганов И.Н., Саари В.-В.Е. *Древние загадки солнечных затмений. Асимметричная астрономия*. Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-14-6. Taganov, Igor N., Saari, Ville-V.E. *Ancient Riddles of Solar Eclipses. Asymmetric Astronomy*. – Saint Petersburg: TIN, 2014. ISBN 978-5-902632-15-3.
20. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и Антипространство. Второе издание*. – Санкт-Петербург: ТИН, 2015. ISBN 978-5-902632-17-7.
21. Уилер Дж. *Гравитация, нейтрино и Вселенная*. М.: ИЛ, 1962. Wheeler J.A. *Neutrinos, gravitation and geometry*. Bologna, 1960. Wheeler, J.A. *Geometrodynamics*. New York: Academic Press, 1962.
22. Taganov, Igor. Die Asymmetrie in der Natur. Neue Phänomene // Nachrichten der Olbers-Gesellschaft Bremen (2010) 229; 4–9.

ГЛАВА II. ВРЕМЯ И АНТИВРЕМЯ

На протяжении всего 20-го столетия естествознание настойчиво занималось исследованием материи, и плоды их успехов мы с удовольствием теперь вкушаем. Разработка корпускулярной, квантовой теории строения материи привела к заключению, что масса дискретна «в малом». И еще одно необычное свойство материи было открыто в процессе разработки корпускулярной доктрины – возможность существования «антиматерии».

Несомненно, что самым интригующим результатом развития квантовой механики, явилось предположение о дуализме самой материи, впервые прозвучавшее в работе Поля Дирака в 1928 году, где он предсказал существование позитрона. В 1932 году Карл Андерсон обнаружил позитрон при исследовании космических лучей, а в 1937 году он же открыл заряженные мюоны – положительный мю-мезон и отрицательный анти-мю-мезон.

Сороковые годы 20-го века принесли открытие на ускорителе в Беркли положительного пи-мезона и отрицательного анти-пи-мезона, предсказанных в 1935 году Хидэки Юкавой. В 1955 году получило экспериментальное подтверждение существование антипротона, а через год был обнаружен и антинейтрон. Не заставило себя ждать и открытие легких антиядер – в 1965 году группа американских физиков наблюдала образование ядер антидейтерия, а через пять лет русские физики на протонном синхротроне синтезировали ядра антигелия-3.

В 1995 году в швейцарском ЦЕРНе научились получать антиводород в значительных количествах и в наше время термины «антивещество» и «антиматерия» уже окончательно переместились со страниц научно-фантастических романов в энциклопедии и учебники физики.

Быстрый прогресс орбитальных средств астрономических наблюдений и развитие компьютерных технологий позволили в 1990-е годы начать исследование распределения материи в видимой нами части вселенной, на расстояниях превышающих 300 Мегاپарсек. Картина, открывшаяся перед астрономами, совершенно не соответствовала предположению классической космологии об однородном распределении галактик и других космических объектов на больших расстояниях.

Оказалось, что в масштабе нескольких сотен Мегاپарсек Вселенная представляет собой сложную сетчатую структуру, сформированную гигантскими «волоконками» и «стенами» из скоплений галактик. Так что масса оказалась неоднородной «в большом».

К концу минувшего 20 столетия сложилось представление о трех фундаментальных, «топологических», свойствах материи:

- дискретность «в малом»,
- неоднородность «в большом» и
- способность существовать в двух формах: материи и антиматерии.

Как уже отмечалось, в современной метрологии эталоны базовых единиц измерения – «килограмма», «метра» и «секунды» предполагают справедливость закона гравитации Ньютона: $F = G \cdot m_1 m_2 / r^2$ со стандартизованным значением ускорения свободного падения на Земле $9,80665 \text{ м/с}^2$ и Принципа универсального постоянства скорости света $c = \text{const} = 299792458 \text{ м/с}$. Эти два соотношения обеспечивают возможность ввести «унитарные» системы единиц, представив размерности всех физических величин целыми степенями какой либо одной выбранной базовой единицы измерения.

Взаимозаменяемость базовых размерностей в унитарных физических размерностях возможна только в том случае, если все, в том числе и *топологические свойства* всех трех элементов базовой триады одинаковы. Это означает, что и пространство и время, при определенных условиях должны обнаруживать топологические свойства, присущие массе: дискретность «в малом», неоднородность «в большом» и возможность существования антиподов – «анти-пространства» и «анти-времени».

В 1990-е годы русский математик Юрий Бабенко разработал теорию «анти-пространств», как пространств с неположительным числом измерений, метрика которых представима двусторонними расходящимися рядами (см. Часть II этой книги). Парадоксальным свойством таких антипространств, в частности, является то, что объекты большей размерности некоторым образом «содержатся» в пространствах с меньшим числом измерений, а самым «емким» является нуль-пространство. Оказывается, что специфическая геометрия антипространства обнаруживает многочисленные аналогии с необычными свойствами материи в микромире.

Так в конце 20-го столетия топологические характеристики физического пространства вплотную приблизились к свойствам материи – в конце 1920-х было открыто красное смещение в спектрах далеких галактик, которое может рассматриваться как свидетельство метрической неоднородности физического пространства «в большом», а Юрий Бабенко продемонстрировал возможность существования антипространства.

Представляется что, подтверждая Принцип универсального дуализма, *все три категории фундаментальной триады – «масса, пространство и время» имеют универсальные топологические свойства:*

- дискретность «в малом»,
- неоднородность «в большом» и
- способность существовать в двух антисимметричных формах.

В конце 1990-х годов автор этой части книги на основе Общей Теории Систем разработал модель «спирального» физического времени, которое подобно материи обладает дискретностью «в малом», неоднородно «в большом» и допускает существование «анти-времени» (Таганов, 2001–2003 [18–20]). До этого в естествознании использовались только две концепции времени – привычное всем нам абсолютное, математическое время Ньютона, интервалы которого определяются действительными числами, и мнимое время, введенное Пуанкаре и Минковским для геометрической интерпретации специальной теории относительности. *Интервалы «спирального» времени микромира определяются комплексными числами, а время Ньютона и Минковского являются его предельными частными формами.*

Начавшееся в середине 20 века с материи, «расщепление» фундаментальной триады на «сущности» и «анти-сущности», неизбежно должно продолжиться. Возможно, что уже недалеко то время, когда термины «антивремя» и «антипространство» будут использоваться с той же уверенностью, как сегодня рассуждения об антивеществе.

По свидетельству Платона открытие пифагорейцами иррациональных чисел произвело на античных философов такое сильное впечатление, что они надолго зареклись использовать числа в ответственных рассуждениях. Поэтому на протяжении всего Средневековья и эпохи Возрождения, вплоть до начала 18 столетия основным формальным языком молодого естествознания была геометрия, которая использовала богатое наследие античной математики.

Первое доказательство существования иррациональных чисел обычно приписывается пифагорейцу Гиппасу из Метапонта (ок. 500 до н. э.), который будто бы обнаружил фундаментальное противоречие, доказав, что если диагональ квадрата содержит целое число единичных отрезков, то это число должно быть одновременно и четным, и нечетным. Греческие математики назвали такое отношение несоизмеримых величин «алогос» (невыразимым). Существует легенда, что Гиппас завершил свое доказательство, находясь в морском путешествии, и был выброшен за борт другими пифагорейцами, воспринявшими его открытие как крах всей философии Пифагора.

Открытие Гиппаса поставило перед античной философией серьезную проблему, подвергнув сомнению предположение о том, что числа и геометрические объекты едины и неразделимы, и в равной степени способны описывать мироздание. Выход из кризиса через столетие предложил Евдокс Книдский. В дополнение к числам Евдокс ввёл более широкое

понятие «геометрической величины», которая не рассматривалась как число, а была только обозначением некоторой геометрической характеристики, например, отрезка прямой, угла, площади, объема. Поскольку никакое количественное значение не сопоставлялось геометрической величине, Евдокс смог охватить и соизмеримые, и несоизмеримые величины при определении дроби как отношения двух геометрических величин, и пропорции как равенства двух дробей.

Теория отношений Евдокса Книдского основана на понятии «однородных» величин, которые сравнимы между собой, и для которых определены две операции: отделение части и соединение (построение кратного). Однородность величин определяется аксиомой, ставшей известной впоследствии как аксиома Архимеда: «Говорят, что величины имеют отношение между собой, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга». Теория отношений Евдокса Книдского позволила греческой математике успешно развиваться, предоставив логическое обоснование операций с количественно несоизмеримыми величинами³⁶.

Искусство Гермеса – герметическая философия, астрология и алхимия познакомило Европу с арабскими цифрами и античной геометрией. *Начала* Евклида (3 век до н.э.) были переведены с греческого на арабский язык в 9 веке, а в середине 12 столетия астрологи, алхимики и философы в Европе уже пользовались книгами Евклида, хотя первый печатный латинский перевод *Начал* появился только в 1482 году. Были переведены на латынь и самые известные сочинения Архимеда, но его эффективные эвристические методы, включая алгоритмы «исчерпания» (конечно-разностного интегрирования), считавшиеся эзотерическими, передавались только изустно от учителя к ученикам.

Все книги по физике и механике вплоть до начала 18 столетия, включая классические труды Галилея, Кеплера, Декарта, Гюйгенса и Ньютона, неизменно используют геометрический язык, основанный на теории отношений Евдокса Книдского. Все преобразования отношений соответствуют традициям античных геометров: из исходного равенства отношений $a/b = c/d$ можно получить преобразованные: $a/c = b/d$ (*alternando*), $b/a = d/c$ (*invertendo*) и т.д. Развивая античную теорию отношений, английский математик Джон Уоллис в своей *Алгебре* (1685) из первичной пропорции вывел еще 52 производные пропорции и дал им латинские названия в стиле терминологии Евклида.

Для пропорций, включающих степени величин, использовались следующие описания: равенство $a/b = c^2/d^2$ описывалось как «*a* находится к *b* в удвоенном отношении *c* к *d*», а, например, для равенства $a/b = c^{3/2}/d^{3/2}$ использовался термин «полуторное отношение». Свойство изохронности колебаний маятника, было сформулировано последователями Галилея так: «длины маятников находятся в «двойном отношении» по сравнению с отношением времен одинакового числа их колебаний».

Основой техники преобразования пропорций было использование сочетаний и перестановок (принцип «*componendo et permutando*»):

$$\text{Componendo} \quad a/b = c/d \rightarrow (a+b)/b = (c+d)/d$$

$$\text{Permutando} \quad a/b = c/d \rightarrow a/c = b/d$$

В геометрии Евклида не существовали понятия «умножение» и «деление» геометрических величин. Результат «умножения» отрезков определялся как «площадь прямоугольника, получаемого «проведением» одного из них по другому». Когда нужно было «произведение» двух отрезков «разделить» на третий, то говорилось «приложить (*applicare*) данную площадь к такой-то длине».

До изобретения и широкого распространения универсальных базовых размерностей и соответствующих единиц измерения все физические законы и определения физических

³⁶ Бурбаки Н. *Архитектура математики. Очерки по истории математики*. М., 1963. Riddel R.C. Eudoxan mathematics and the Eudoxan spheres // *Archive for History of Exact Sciences* (1979) 20; 1-19.

величин формулировались для произвольных единиц измерения только в форме пропорциональностей. Например, в *Principia* Ньютона можно прочесть на первых же страницах [10]:

Определение VII. «Ускорительная величина центростремительной силы есть мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение данного времени».

Закон II. «Изменение количества движения *пропорционально* приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует».

При желании некоторые идеи «координат» и «уравнений кривых» можно усмотреть уже в сочинениях Архимеда и Аполлония Пергского (262–190 до н.э.) в «симптомах» конических сечений, которые отдаленно похожи на уравнения. Но страх перед числами после открытия пифагорейцами иррациональных чисел несколько столетий сдерживал применение чисел в развивавшемся естествознании.

Первые попытки вернуть число в естествознание были сделаны в начале 14 столетия философами и богословами из Мертон-колледжа в Оксфорде, которых впоследствии стали называть «Оксфордскими вычислителями». Томас Брэдвардин (*Thomas Bradwardine*), Уильям Хейтсбери (*William Heytesbury*), Ричард Суайнхед (*Richard Suisset*) и Джон Дамблдон (*John Dumbleton*) со своими учениками систематически заменяли цифрами геометрические характеристики античных философов и разрабатывали новую теорию – «Учение об интенсии и ремиссии качеств».

В этом смелом проекте математические методы применялись при анализе самых разнообразных качеств, способных изменяться в две противоположные стороны. При этом рассматривались не только физические характеристики вроде тепла, яркости, скорости, но и этические категории – грех, вождление, милосердие, Благодать. Философы Оксфордской школы доказали первую теорему кинематики о том, что тело, движущееся равноускоренно, проходит за интервал времени то же самое расстояние, которое прошло бы за это же время тело, движущееся равномерно со скоростью, равной средней скорости первого тела.

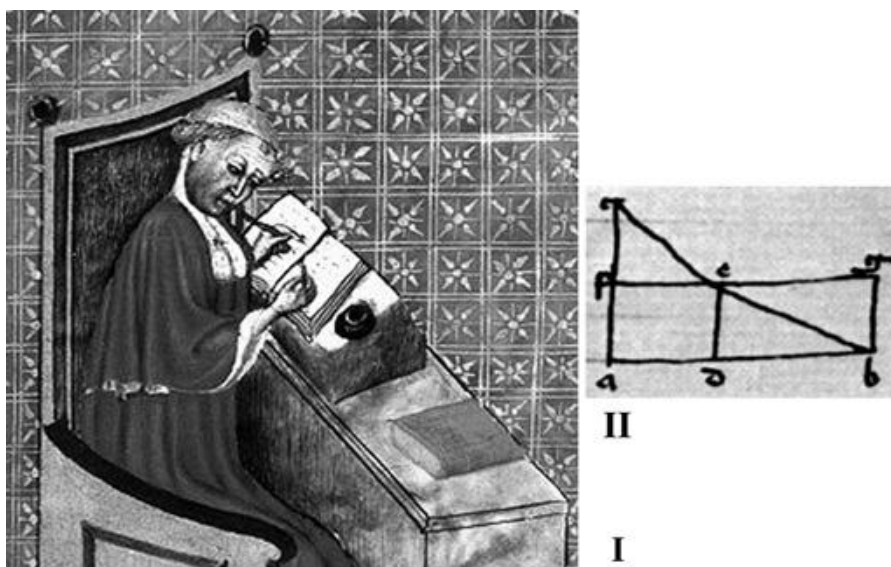


Рис. 2.1 **I.** Николай Орем, не различавший в своем «Учении о широте форм» интервалы времени и пространства, что привело впоследствии в естествознании к забвению наиболее важной характеристики времени – его необратимости. **II.** Первое графическое представление кинематики движения в трактате Николая Орема. Ординаты представляют время, абсциссы – мгновенную скорость.

Идеи «Оксфордских вычислителей» получили своё дальнейшее развитие в «учении о широте форм», развитом их младшим современником, епископом и канцлером французского короля Чарльза V Николаем Оремом (1330–1382), преподававшим в парижской Сорбонне. В своем трактате *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum* («О конфигурации

качеств») Николай Орем первым в Европе использовал координатное изображение функций от времени, называя координаты по аналогии с уже давно применявшимися в астрономии и географии «долготой» и «широтой».

В этом трактате Орем развивал свое «Учение о широте форм», используя графическое представление для переменной величины, зависящей либо от пространственных координат либо от времени. В частности, он изображает движение (рис. 2.1-II), откладывая по вертикальной оси время, а по горизонтальной оси «интенсивность» движения в данный момент времени (то есть величину, которую впоследствии стали называть мгновенной скоростью). Орем не только воспроизвел доказанную Оксфордской школой теорему о кинематике равноускоренного движения, но и рассмотрел мысленный эксперимент с механическим движением в каюте идущего корабля, демонстрирующий относительность механического движения. Эти достижения Николая Орема стали широко известны и преподавались во многих университетах Европы, впоследствии послужив основой кинематики механического движения, которую разрабатывали Галилей, Декарт, Ньютон и Лейбниц.

Представление интервалов времени в форме отрезков прямых линий в геометрических построениях, иллюстрирующих кинематику механического движения, стало первым шагом к утрате категорией времени своего главного онтологического признака – необратимости, который отличает время от пространства. Геометризация времени Николаем Оремом и его последователями была кардинальным отступлением от интерпретации времени античными философами.

Платон и Аристотель неизменно связывали время с движением и процессами изменения физической реальности, утверждая, что не только движение измеряется временем, но и время – движением: «они определяются друг другом, ибо время определяет движение, будучи его «числом», а движение – время» (Аристотель [1]). Всякое движение и процессы изменения физической реальности всегда обладают той или иной степенью необратимости, и именно необратимость в античной философии служит онтологическим фундаментом «физического» времени.

Аристотель полагал, что во времени как в непрерывной субстанции должен существовать некий инвариант – «первая мера», момент времени, мгновение, которые он называл «теперь»: «из всего сказанного очевидно, что во времени имеется нечто неделимое, что мы называем «теперь» [1]. Самыми важными свойствами этого «теперь» являются его потенциальная неделимость и в то же время потенциальная непрерывность, благодаря чему это «теперь» может служить границей между актуально не существующими «прошлым» и «будущим».

Введенный Аристотелем интервал «теперь» был призван, во-первых, будучи неделимым, определять движение как неизменную характеристику каждого динамического процесса и, во-вторых, гарантируя непрерывность связи между прошлыми и будущими состояниями процесса, обеспечивать наблюдаемую необратимость физического процесса.

Основным принципом описания движения у Галилея стало применение геометрического изображения времени в виде прямой линии, введенного Николаем Оремом. Ньютон, следуя за Галилеем, ввел абсолютное «математическое» время с образом «непрерывного течения» по прямой («флюксии»). Использование времени как равноправной с пространством координаты в принятой системе отсчета обеспечило Ньютону эффективность и наглядность геометрического описания механического движения.

Постепенно геометрическое представление интервалов времени в форме отрезков прямых линий создало образ обратимого времени подобного бесконечно протяженной прямой линии, которую можно измерять и по которой можно перемещаться в обе стороны. Использование времени как одной из координат принятой системы отсчета сделало время геометрическим параметром с неизменной и равномерной шкалой – независимой переменной в уравнениях движения. Этот процесс геометризации времени завершился в 20 столетии приданием времени физической размерности пространства с помощью

соотношения: $l = ct$, где c (м/с) это скорость света, и применением в специальной теории относительности квадрата интервала пространства-времени с размерностью квадрата длины: $ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2$.

Механистический детерминизм Галилея и Ньютона, ставший фундаментом классического естествознания, был основан на обратимости геометрического представления времени, введенного Николаем Оремом, и предполагал, что каждое тело вернется в исходное состояние, если обратить время, потому что траектория движущегося материального тела единственным образом определяется начальными условиями.

Вплоть до конца 19 столетия использование в естествознании абсолютного обратимого времени Ньютона не приводило к серьезным противоречиям с наблюдениями. Но в 20 столетии, когда в теоретической физике стал применяться объединенный 4-мерный континуум пространства-времени, ситуация изменилась. Это связано с тем, что *вместо асимметричного 4-мерного континуума с необратимым временем стало использоваться не соответствующее физической реальности симметричное пространство-время*.

В современном естествознании, не исключая и теоретическую физику, как и в классической механике 17 века, по прежнему используется обратимое абсолютное время, введенное Ньютоном по образцу средневековой геометрической концепции Николая Орема. Этот «первородный грех» естествознания имеет непредвиденные последствия и порождает множество парадоксов и методологических проблем в естествознании.

2.1. Дискретность «физического» времени

Проблема делимости времени с давних пор служила поводом для оживленных дискуссий естествоиспытателей и философов. Памятником этим спорам остаются известные апории ученика Парменида философа Зенона Элейского «О состязании в беге между Ахиллом и черепахой» и «О невозможности полета стрелы». Оригинальных сочинений Зенона из Элеи не сохранилось, но легенды, собранные Диогеном Лаэртским к 4 веку н.э., а также идеи Зенона в изложении Аристотеля, позволяют предполагать, что Зенон создал свои парадоксы при обсуждении «атомов времени», то есть, рассматривая модель дискретного времени.

Преодоление парадоксов Зенона Аристотель видел в утверждении о непрерывности движения. Говоря о непрерывности и бесконечной делимости движения, он, по существу, приписывал эти свойства и пространству и времени. О том, что эти идеи не были общепринятыми в античной философии, свидетельствует популярность Зенона, да и сам факт существования его апорий, сохранившихся до наших дней.

Среди греческих философов было много приверженцев атомизма и общей концепции существования неделимых тел (см. многочисленные примеры в интересной книге А.Н. Вальцева [4]):

«Из дающих учение о неделимых одни, как Левкипп и Демокрит, говорят, что существуют неделимые тела, другие, как Ксенократ, принимают неделимые линии, а Платон допускает неделимые плоскости»³⁷.

Демокрит и Эпикур были стойкими приверженцами атомизма и дискретности пространства и времени. Им, вероятно, и принадлежит разработка парадоксальной концепции «*изотахий*» (от греческих слов *ίσο* – «равный» и *ταχος* – «скорость»), хотя впервые этот термин встречается у Секста Эмпирика только в начале 2-го столетия нашей эры:

«Когда тело пробегает одно неделимое место за одно неделимое время, все движущееся окажется равной скорости, как, например, быстреешая лошадь и черепаха»³⁸.

³⁷ Из Схолии к трактату Аристотеля «О небе». Цит. по [5].

Впоследствии философ-неоплатоник, представитель Афинской школы неоплатонизма Симпликий Киликийский в 6 столетии писал:

«Сторонники Эпикура считают, что ввиду существования неделимых интервалов, все движется с одинаковой скоростью, так как иначе неделимые, оказавшись разделенными, перестали бы быть неделимыми».

Таким образом, признание существования атомов пространства и времени, неизбежно приводит к предположению о существовании «атома скорости» и, соответственно к концепции «изотаксии». Более того, признание существования неделимых отрезков пути и неделимых интервалов времени требует признания и неделимости элементарного движения.

Элементарное движение не может наблюдаться как непрерывная последовательность перемещений тела внутри неделимого элемента пространства. Элементарное движение не имеет ни «начала», ни «середины», ни «конца». Впервые осознавшие эту особенность дискретного пространства и времени греческие философы называли это свойством «кикинемы» – «совершившегося движения» (от греческого слова *κεκμησθαι* – продвинувшееся).

Один из комментаторов Аристотеля Александр Афродисийский в конце 2 столетия описал представление последователей Эпикура о свойстве «кикинемы»:

«Утверждая, что и путь, и движение, и время состоят из неделимых частиц, они утверждают также, что на каждом из неделимых путей движения нет, а есть только результат движения».

Аристотель, вообще не разделявший никаких концепций атомизма, относился критически и к представлениям о неделимых движениях, которые, по его мнению, приведут к парадоксальной ситуации, когда: «движение будет состоять не из движений, а из моментальных перемещений и продвижений чего-то недвижущегося» (Аристотель. «Физика», 6.1 [1]).

Средневековый философ Моше бен Маймон (Рамбам, Маймонид, 1135–1204) свидетельствует в своем труде «Путеводитель заблудших» о попытках рационального истолкования «изотаксии» арабскими философами его времени:

«Если два тела кажутся нам движущимися с разными скоростями, то причиной этого различия является не более быстрое и более медленное движение, а то, что движение, называемое нами медленным, прерывается промежутками покоя чаще, чем движение, называемое быстрым»³⁹.

Французский средневековый философ Николай Отрекурский (ок. 1299–ок. 1369) своими новаторскими идеями заслужил чести публичного сожжения своих книг по приказу Папы Климента VI. Философ, в частности, утверждал, что материя, пространство и время состоят из неделимых атомов, точек и мгновений, а все процессы синтеза и разложения материи происходят за счет перегруппировки атомов. Разрешение парадокса движения тел с различными скоростями без нарушения «изотаксии» философ видел в существовании микроскопических пауз покоя (*morulae*) в каждом движении:

³⁸ Секст Эмпирик. Пирроновы положения (3. 10). Перевод Н.В. Брюлловой-Шаскольской, СПб, 1913. Цит. по [5].

³⁹ Maimonides M. *The Guide for the Perplexed*. NY, 1946, p. 121.

«Чем больше *morulae* в движении, тем оно медленнее, а чем их меньше, тем оно быстрее; если же их нет совсем, оно будет предельно быстрым»⁴⁰.

Анализ неделимости элементарного движения приводит к необычной идее существования в микромире универсального процесса «реновации». Микрочастица, появившись в «начале» неделимого элемента пространства не может появиться в его «середине», а должна сразу оказаться в его «конце». Движение, у которого может регистрироваться только «результат» движения, а не отдельные его этапы, носит характер чередующихся «исчезновений» и «возрождений» – «реноваций». Такой процесс реновации неотделим от свойства «кикинемы» во всех его формулировках.

Процесс реновации особенно охотно обсуждался средневековыми арабскими и буддийскими философами. Мутакаллимы – философы мусульманской схоластики (например, Васыл Биу-Ата, Джахиз, Муаммар биу-Аббад), развивая доктрину атомарности пространства и времени, пришли к мысли, что как некогда «возникшее», мироздание не обладает вечным «пробыванием», и потому не может быть нескончаемым, а значит, имеет и конец во времени.

Мутакаллимы утверждали, что все в мире – тела, свойства, мысли, все изменяются не непрерывно, а скачками. Внезапно возникают, существуют в течение одного или нескольких «атомов» времени, и затем внезапно исчезают, с тем чтобы возродиться в другое время, в другом месте и, возможно, в обновленном виде.

Все эти парадоксальные идеи античных и средневековых философов казались окончательно забытыми к началу 20 столетия, но развитие квантовой механики заставило оценить проницательность давно почивших мудрецов. Вскоре после публикации уравнения Дирака для движения электрона Грегори Брейт показал (1928), что в этом уравнении единственными допустимым значением скорости электрона является скорость света⁴¹. Это следует из того, что при собственных значениях матриц Дирака $\alpha_k = \pm 1$ из операторных уравнений для компонент скорости электрона $\dot{x}_k = c\alpha_k$ получается $\dot{x}_k = \pm c$. Через год в 1929 году Владимир Фок и Дмитрий Иваненко доказали, что дифференцирование линеаризованного метрического расстояния всегда приводит к оператору скорости, с собственными значениями $\pm c$. Так, на этот раз не в философию, а в физику вернулась древняя проблема «изотахии»⁴².

Этот внезапно оживший древний метафизический призрак естественно повлек за собой попытки физической интерпретации свойства «кикинемы» и процесса реновации. В 1929 году Гвидо Бек оживил расчетами⁴³ старинную модель движения, прерываемого интервалами покоя, определив скорость результирующего движения формулой: $u = l/Nt$. В этой формуле N он назвал «периодом» движения, равным среднему числу «атомов» времени, затрачиваемых на прохождение одного «атома» пространства.

В 1930 году Эрвин Шредингер предложил модель «рыскания» электрона, которая при его мгновенной скорости, всегда равной скорости света, могла объяснить наблюдаемое движение электронов с различными скоростями⁴⁴. В своей модели Шредингер использовал представление координаты электрона в форме $x = \langle x \rangle + \xi$, где $\langle x \rangle$ соответствует среднему движению, а ξ это «дрожание» (*Zitterbewegung*) электрона. Амплитуда дрожания зависит от

⁴⁰ Зубов В.П. Николай из Отрекура и древнегреческие атомисты // Труды Института истории естествознания и техники АН СССР, 1956, 10; 338–383.

⁴¹ Breit, G. An interpretation of Dirac's theory of the electron // Proc. of the Nat. Acad. of Sci., USA (1928) 14; 553–559.

⁴² Fock, V., Iwanenko, D. Über eine mögliche geometrische Deutung der relativistischen Quantentheorie // Zeitschrift für Physik (1929) 54; 798–802.

⁴³ Beck, G. Die Zeitliche Quantelung der Bewegung // Zeitschrift für Physik (1929) 53; 675–682.

⁴⁴ Schrödinger, E. Über die kräftefreie Bewegung in der relativistischen Quantenmechanik // Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, math.-phys. Kl. (1930) 24; 418–428.

наблюдаемой скорости электрона, и для малых скоростей оценивается формулой $\xi_{\max} = \hbar/2m_e c$, имея порядок 10^{-11} см. По мере приближения скорости электрона к скорости света амплитуда «дрожания» стремится к нулю.

В последующие годы основной целью разработки квантовых моделей дискретных пространства и времени стало введение в теорию пространственных и временных координат на равных правах с другими механическими характеристиками, то есть замена координат операторами. При этом в соответствии с идеологией квантовой механики собственные значения таких операторов координат должны были представлять физически наблюдаемые характеристики микрочастиц.

Примером такого подхода может служить операторное представление координат Хартланда Снайдера, в котором использовалась квадратичная форма⁴⁵:

$$-\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + \zeta^2 = \eta^2 \quad (2.1)$$

Компоненты этой квадратичной формы рассматривались автором как аргументы операторов координат, которые вводились по образцу операторов орбитального углового момента. Определенные таким способом операторы пространственных координат имеют дискретный спектр с параметром «фундаментальной длины» l_0 :

$$x = n l_0 \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2)$$

Спектр временной координаты в модели Снайдера оставался непрерывным, так что им рассматривалась только модель квантованного пространства. Интересным результатом этого исследования явилось понимание того, что квантование пространства изменяет структуру соотношения неопределенностей Гейзенберга, которое принимает вид:

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar(1 + l_0^2 p^2 / \hbar^2) \quad (2.3)$$

История естествознания в 20 столетии знает много попыток обосновать целесообразность разработки концепции дискретного времени. Например, Эрнст Мах был убежден, что применяемое в физике дифференциальное исчисление является идеализацией и что, как расстояние между телами, так и промежуток времени между событиями, могут быть измерены только с ошибкой, которая не меньше «элементарных единиц длины и времени». Вольфганг Паули во многих своих работах предполагал, что сколь угодно точное определение координат и времени в релятивистской квантовой механике невозможно, поскольку Комптон-эффект принципиально ограничивает точность измерения координат частицы.

Идея ограниченной делимости времени следует из интерпретации постулата Планка о том, что никакое действие не может быть меньше половины «кванта действия»: $\Delta \varepsilon \Delta \tau \geq \hbar/2 = \text{const}$. Это неравенство для ограниченных изменений энергии $\Delta \varepsilon < \infty$ может рассматриваться как утверждение о конечности минимального интервала времени $\Delta \tau > 0$.

После создания теории информации в середине 20 столетия появилось много работ, посвященных анализу процессов измерения пространственных и временных характеристик, которые демонстрировали несовместимость самой концепции экспериментальной информации с континуальным представлением о пространстве и времени. Особое значение имели работы Леона Бриллюэна [2] и книга Хармута Хеннинга [27], в которой последовательно используются дискретные координатные системы для пространства и времени при анализе ряда физических процессов. Позиция Хеннинга сформулирована им так:

⁴⁵ Snyder, H.S. Quantized space-time // Phys. Rev. (1947) 71; 38–41.

«Мы исходим из того, что пространственно-временной континуум – это математическая абстракция, которая не наблюдается на практике, а понятие пространства-времени должно быть приведено в соответствие с положениями теории информации».

Несмотря на быстрое развитие теории информации довольно долго не удавалось разработать в рамках информационной теории измерений доказательство конечности минимальных интервалов пространства и времени. Это связано с тем, что ввиду универсальности представлений о пространстве и времени, при рассмотрении их возможной дискретности, нельзя исходить из анализа каких либо отдельных, частных физических процессов. Решением проблемы может быть только анализ достаточно общей математической модели причинного отношения между событиями. При этом структура такой математической модели, никак не должна быть связана с какими либо свойствами или характеристиками частных физических процессов или явлений.

Во второй половине 20 столетия было предложено две математические модели общего причинного отношения: вероятностная (Suppes 1970 [37]) и информационная (Таганов 1975 [14–17, 38]). В этих моделях использованы соответственно вероятностное и информационное определения причинного отношения. Равноценность этих двух определений не должна вызывать удивления, так как Колмогоровым в свое время была доказана полная эквивалентность информационной и вероятностной аксиоматик при построении аппарата математической статистики.

Соотношение между вероятностной и информационной моделями причинного отношения такое же, как, например, между уравнениями для функций распределения (например, уравнениями Больцмана или Чепмена-Энскога) и феноменологическими уравнениями в статистической физике. Преимуществом обеих моделей является возможность количественного описания причинных отношений между событиями, вне зависимости от их конкретного физического содержания, поскольку обе модели используют только вероятности наблюдаемых характеристик событий.

Достоинством информационной модели причинного отношения при обсуждении проблемы дискретности времени является *возможность интерпретировать ее как описание информационного канала связи между причиной и следствием*. Это позволяет в дальнейшем пользоваться теоремами информационной теории связи.

Для статистических множеств $\{x_{im}\}$ и $\{x_{jk}\}$ наблюдаемых характеристик событий X_i и X_j , находящихся в причинной связи, могут быть вычислены функционалы энтропии и информации $H(X_i), H(X_j), I(X_i, X_j)$. При этом не обязательно это должны быть энтропия и информация по Котельникову или по Шеннону. Могут рассматриваться и более общие определения функционалов информации и энтропии – так называемые f -энтропии и f -информации (см., например [4]). Для всех форм функционалов энтропии и информации справедливо неравенство (см., например [4]):

$$0 < I(X_i, X_j) \leq \min[H(X_i), H(X_j)] \quad (2.4)$$

Применительно к событиям, находящимся в причинной связи (X_i причина X_j), это неравенство можно интерпретировать как следующие утверждения:

1. Количество информации, которое может быть воспринято следствием от причины, не может быть больше энтропии следствия.
2. Количество информации, которое может быть передано следствию причиной не может быть больше энтропии причины.

Информационная модель причинно-следственного отношения (Таганов 1975 [14–17, 38]) соответствует частному случаю неравенства (2.4):

$$0 < I(X_i, X_j) \leq H(X_i) \quad (2.5)$$

представленного в форме эквивалентного равенства:

$$I(X_i, X_j) = \Gamma_{ji} H(X_i) \quad 0 \leq \Gamma_{ji} \leq 1 \quad (2.6)$$

Соотношение (2.6) можно использовать и в безразмерной форме после деления обеих его частей на энтропию следствия $H(X_j)$:

$$I(X_i, X_j)/H(X_j) = \Gamma_{ji} \cdot H(X_i)/H(X_j) \quad (2.7)$$

Модель причинного отношения в форме (2.7) соответствует утверждению о том, что *относительная доля энтропии следствия, связанная с действием некоторой причины, пропорциональна относительной (по отношению к энтропии следствия) энтропии этой причины.*

Коэффициент Γ_{ji} в (2.6, 2.7) служит количественной мерой интенсивности парной причинной связи безотносительно к содержательной интерпретации рассматриваемых событий. При отсутствии причинной связи и статистической независимости характеристик событий этот коэффициент равен нулю. Единичное значение этого коэффициента соответствует случаю строгой детерминации следствия причиной, понимаемой в том смысле, что качественное и количественное разнообразие характеристик следствия определяется разнообразием характеристик причины единственным образом.

Информационная модель причинного отношения, как описание информационного канала связи между причиной и следствием, показывает, что *при одной и той же статистической неопределенности следствия, информация, поступающая от причины, должна быть тем больше, чем больше собственная статистическая неопределенность причины.*

В соответствии с первой теоремой Шеннона [35], с уточнением Хинчина⁴⁶:

«Если скорость создания информации $\Delta I/\Delta \tau$ на входе канала связи с пропускной способностью K меньше этой величины, то существует такой код, при котором вероятность ошибок на приемном конце канала сколь угодно мала».

Обратная теорема Шеннона утверждает, что:

«Если скорость создания информации $\Delta I/\Delta \tau$ больше пропускной способности канала K , то никакой код не может сделать вероятность ошибки сколь угодно малой, а минимальное рассеяние информации на символ будет $(\Delta I/\Delta \tau - K) > 0$ и никакой код не может обеспечить меньшего рассеяния информации».

Прямая и обратная теоремы Шеннона применительно к информационному каналу связи между причиной и следствием ограничивают конечным пределом минимальную величину интервала времени между любыми причинно связанными событиями. Это следует из того, что условие безошибочной передачи информации, в соответствии с этими теоремами:

$$\Delta I/\Delta \tau < K \quad (2.8)$$

при всегда конечных ΔI и K , эквивалентно неравенству:

⁴⁶ Khinchin, A.I. *Mathematical Foundations of Information Theory*, New York: Dover, 1957. ISBN 0-486-60434-9.

$$\Delta\tau > \Delta I/K > 0 \quad (2.9)$$

Этот предельно малый интервал времени, удовлетворяющий условию безошибочной передачи информации между причиной и следствием, а тем самым являющийся пределом безошибочного измерения моментов и интервалов физического времени, можно отождествить с *константой дискретности физического времени* τ_0 :

$$\Delta\tau \geq \tau_0 > 0 \quad (2.10)$$

Обратившись к принципу постоянства скорости света: $c = \text{const} > 0$, минимальный интервал пространства Δs , с учетом соотношения (2.10), можно представить в виде:

$$\Delta s = c\Delta\tau \geq c\tau_0 > 0 \quad (2.11)$$

Таким образом, существование конечного предела безошибочного измерения минимальных интервалов времени τ_0 , являющееся следствием теорем Шеннона, применительно к каналу связи между причиной и следствием, приводит также к существованию конечного предела безошибочного измерения расстояний $\Delta s > 0$.

2.2. Теорема и уравнение времени

С конца 1940-х годов продолжались попытки создать квантовую теорию пространства-времени, используя опыт, идеологию и математические приемы классической квантовой механики⁴⁷. Однако такой подход не оправдал надежд, и в 1960-х годах были предприняты попытки разработать специфическую теорию «ячеистого» пространства-времени⁴⁸. В последние два десятилетия вновь ожил интерес к дискретным моделям пространства-времени в связи с попытками создания единой квантовой теории поля (модели «Великого объединения») и квантовой теории гравитации.

До сих пор, однако, все разработанные варианты квантовых теорий и модели «ячеистого» пространства-времени не оправдали ожиданий своих создателей в том смысле, что не удалось добиться сколько-нибудь значительного «объяснительного» потенциала теорий и предсказать какие-либо новые физические явления или законы. Проведенная работа, тем не менее, имеет важное методологическое значение, так как позволила обнаружить некоторые неожиданные особенности теорий дискретного пространства-времени.

Во-первых, вне зависимости от вида использованного математического аппарата, все квантовые теории пространства-времени демонстрируют слияние, своего рода «сплавление» воедино, эффектов классической квантовой теории и предполагаемых квантовых проявлений дискретности пространства-времени. Эта особенность сильно затрудняет анализ теоретических разработок и экспериментальное исследование предсказываемых специфических физических эффектов дискретности пространства-времени.

Во-вторых, отказ от концепции континуального пространства-времени во всех вариантах теорий приводит к необходимости введения в математические описания, явно или неявно, каких либо вспомогательных, фиктивных, нефизических пространств, обладающих свойством непрерывности. По-видимому, невозможно построить непротиворечивую теорию дискретного пространства-времени, полностью отказавшись от формализации дуализма «дискретное – непрерывное». Вероятно, какие-то непрерывные пространства с той или иной размерностью должны присутствовать в теории в качестве своеобразного, внутреннего эталона «анти-дискретности».

⁴⁷ Flint, H.T. The quantization of space and time. Phys. Rev. (1948) 74; 209–210. Hasbe, K. Quantum space-time // Prog. Theor. Phys. (1972) 48; 1742–1750. Hellund, E.J., Tanaka, K. Quantized space-time // Phys. Rev. (1954) 94; 192–195.

⁴⁸ Cole, E.A.B. Transition from continues to a discrete space-time scheme // Nuovo Cimento, (1970), 66 A; 645–655. Das, A. Cellular space-time and quantum field theory // Nuovo Cimento, (1960) 18; 482–504. Yukawa, H. Atomistics and the divisibility of space and time // Suppl. Prog. Theor. Phys. (1966) 37 – 38; 512–523.

Главная причина неудач в разработке теорий дискретного пространства-времени лежит глубже, нежели отдельные недостатки использованных математических аппаратов или ограничения известных технологий квантования. Все предложенные теории используют, по сути дела, формальные приемы квантования или дискретные топологии абстрактных математических множеств, представляющих пространство и время, но, не предлагая и не обсуждая никаких новых концепций *необратимости «физического» времени*.

Для того чтобы рассчитывать на успех, необходимо сначала создать новую концепцию необратимого физического времени, которая бы органично сочетала бы категории непрерывности и дискретности, одинаково существенные для отображения физической реальности. Математической основой такой концепции могла бы служить теория функций комплексного переменного, в которой непрерывность функций гармонично сочетается с дискретностью множеств их нулей и полюсов.

Все наши органы чувств и научные приборы подвержены действию неустранимых шумов, например, квантовых и тепловых, которые являются следствиями дискретности квантового действия, элементарного электрического заряда и флуктуаций вакуума. Все что мы чувствуем, наблюдаем и измеряем с помощью наших приборов содержит неустранимые ошибки и имеет конечную неопределенность.

Например, физические эксперименты и наблюдения дают информацию о событиях только для конечных интервалов времени. Так при исследовании движения тел экспериментальная физика может рассматривать только конечные интервалы времени (t_i, t_{i+1}) и наблюдать соответствующие положения движущегося тела для границ этого интервала (r_i, r_{i+1}) . Моменты времени и текущие состояния физических процессов внутри этих конечных интервалов не наблюдаются и поэтому физическим наблюдениям всегда присуща известная степень неопределенности. Эта неопределенность может быть уменьшена, но, как показывает развитие квантовой физики, она всегда будет оставаться конечной.

Для анализа методологических особенностей разработки математических моделей физического времени можно воспользоваться одной из самых общих концепций современной математики – теорией множеств и их мер⁴⁹ и доказать следующую теорему (Таганов 2013 [23, 25]).

При создании модели физического времени, как линейной аддитивной меры множества состояний физического процесса, наблюдаемого с конечной неопределенностью:

1. *Необходимо применение двухкомпонентных и, в частности, комплексных чисел.*
2. *Использование комплексных чисел в моделях физического времени приводит к дискретности интервалов времени.*

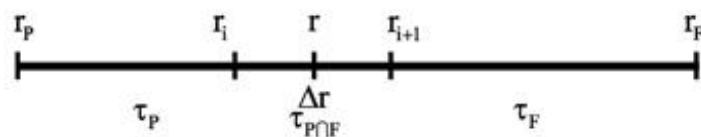


Рис. 2.2.

Рассмотрим множество состояний физического процесса, например, движение частицы (рис. 2.2), представленное интервалом (r_P, r_F) и разделенное состоянием r на два подмножества $P = (r_P, r)$ и $F = (r, r_F)$. Физические наблюдения не позволяют точно определить границу r этих подмножеств, но могут указать конечный интервал $(r_i, r_{i+1}) = P \cap F$, в который включена эта граница $r \subset (r_i, r_{i+1})$ с конечной неопределенностью Δr .

⁴⁹ Богачев В.И. *Основы теории меры*. 2-е изд., в двух томах. Москва–Ижевск: ИКИ, 2006. Брусиловский Б.Я. *Теория систем и система теорий*. Киев, 1977. Halmos, P. *Measure theory*. Van Nostrand and Co., 1950.

Если мы будем рассматривать физическое время τ , как аддитивную меру рассматриваемого множества, то:

$$\tau_{P \cup F} = \tau_P + \tau_F - \tau_{P \cap F} \quad (2.12)$$

Для того чтобы линеаризовать соотношение (2.12) следует принять во внимание, что мера множества по определению является действительным числом и может быть представлена произведением двух чисел:

$$\tau = xy \quad \tau_P = x_P y_P \quad \tau_F = x_F y_F \quad (2.13)$$

Для того чтобы сохранить линейность меры следует принять:

$$x_{P \cup F} = x_P + x_F \quad y_{P \cup F} = y_P + y_F \quad (2.14)$$

Подставив (2.14) в (2.12), можно получить с учетом (2.13) следующее соотношение:

$$\tau_{P \cup F} = x_{P \cup F} y_{P \cup F} = \tau_P + \tau_F + (x_P y_F + x_F y_P) \quad (2.15)$$

Сравнивая (2.15) с (2.12) можно заключить, что сумма в скобках в (2.15) это мера пересечения рассматриваемых подмножеств:

$$\tau_{P \cap F} = x_P y_F + x_F y_P \quad (2.16)$$

Точное определение граничного состояния r , разделяющего рассматриваемые подмножества эквивалентно условию $P \cap F = \emptyset$ и, соответственно, $\tau_{P \cap F} = 0$. Эти условия для (2.16) приводят к соотношениям:

$$x_P / x_F = -y_P / y_F = z \quad \tau_P = -\tau_F z^2 \quad (2.17)$$

Поскольку аддитивная мера это по определению положительное действительное число, то из (2.17) следует:

$$z = i\sqrt{\tau_P / \tau_F} \quad (2.18)$$

Таким образом, при создании модели физического времени, как линейной аддитивной меры множества состояний физического процесса, наблюдаемого только с конечной неопределенностью, необходимо использовать двухкомпонентные и, в частности, комплексные числа.

Рассмотрим частный случай, когда в (2.13) x и y это комплексно сопряженные числа:

$$\tau = xx^* \quad \tau_P = x_P x_P^* \quad \tau_F = x_F x_F^* \quad (2.19)$$

В этом случае для представления комплексного числа в форме $a = |a| \exp(i\varphi_a)$ первое соотношение в (2.17) имеет вид:

$$\exp(2i\varphi_P) = -\exp(2i\varphi_F) \quad (2.20)$$

Это соотношение соответствует дискретному ряду разностей фаз:

$$\varphi_P - \varphi_F = (n + 1/2)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

Соотношение (2.21) определяет счетное множество Q для которого $P \cap F = \emptyset$; $\tau_{P \cap F} = 0$ и, соответственно, могут быть определены моменты физического времени как значения линейной аддитивной меры. Таким образом, использование комплексных чисел в моделях физического времени приводит к дискретности интервалов времени и своеобразному «квантованию» времени.

Наряду с необратимостью характерным онтологическим признаком физического времени является его макроскопическая непрерывность. Для того чтобы учесть в математической модели непрерывность физического времени вполне естественным представляется применение общего уравнения непрерывности, которое эффективно описывает многие физические процессы (Таганов 2013 [23, 25]):

$$\partial T / \partial t + \operatorname{div}(\bar{V}_\tau \cdot T) = 0 \quad (2.22)$$

В этом уравнении $\bar{V}_\tau$ играет роль вектора «хода времени» в пространстве.

В микромире с комплексным временем $\tau = t + it'$ действительную функцию T , которая может наблюдаться в экспериментах (а также зависимые от нее характеристики), следует представить в форме: $T = \tau \tau^* = (t + it') \cdot (t - it')$. Производная T по времени t в этом случае имеет вид:

$$\dot{T} = \dot{\tau} \tau^* + \tau \dot{\tau}^* \quad (2.23)$$

Здесь и в дальнейшем используется сокращенное обозначение производных по времени: $\dot{\tau} = \partial \tau / \partial t$ и т.д. Уравнение непрерывности (2.22) при этих условиях имеет вид:

$$\dot{\tau} \tau^* + \tau \dot{\tau}^* + \operatorname{div}[\bar{V}_\tau \cdot (\tau \tau^*)] = 0 \quad (2.24)$$

Для того чтобы линеаризовать уравнение (2.24) можно воспользоваться приемом, предложенным Эрвином Маделунгом для вывода аналога уравнения Шредингера в форме квантового уравнения Эйлера:⁵⁰ $\bar{V}_\tau = A/i \cdot \nabla [\ln(\tau/\tau^*)] = A/i \cdot (\nabla \tau / \tau - \nabla \tau^* / \tau^*)$ и, соответственно:

$$\bar{V}_\tau \cdot (\tau \tau^*) = A/i \cdot (\tau^* \nabla \tau - \tau \nabla \tau^*) \quad (2.25)$$

Соотношения (2.23, 2.25) позволяют представить (2.24) в форме:

$$\tau(\dot{\tau}^* - A/i \cdot \Delta \tau^*) + \tau^*(\dot{\tau} + A/i \cdot \Delta \tau) = 0 \quad (2.26)$$

С помощью вспомогательной функции F , удовлетворяющей условию:

$$F \neq 0 \quad (2.27)$$

это соотношение может быть представлено в виде:

$$\frac{\dot{\tau} + A/i \cdot \Delta \tau}{\dot{\tau}^* - A/i \cdot \Delta \tau^*} = -\frac{\tau F}{\tau^* F} \quad (2.28)$$

Соотношение (2.28) эквивалентно следующим двум уравнениям для рассматриваемых комплексно сопряженных функций:

$$\dot{\tau} + A/i \cdot \Delta \tau + \tau \cdot F = 0 \quad (2.29)$$

$$\dot{\tau}^* - A/i \cdot \Delta \tau^* - \tau^* \cdot F = 0 \quad (2.30)$$

В уравнениях физического времени (2.29, 2.30) пока остаются неопределенными константа A ($[A] = L^2 T^{-1}$) и функция F ($[F] = T^{-1}$). В дальнейшем (см. Главу III) будет показано, что уравнения (2.29, 2.30) могут быть использованы как класс уравнений, описывающих *многие процессы самоорганизации*.

⁵⁰ Madelung, E. Eine anschauliche Deutung der Gleichung von Schrödinger // Naturwissenschaften (1926) 14 (45); 1004–1004. Madelung, E. Quantentheorie in hydrodynamischer Form // Z. Phys. (1927) 40 (3–4); 322–326. . Madelung, E. Die mathematischen hilfsmittel des physikers. Springer-Verlag, 1957. Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1960. Стр. 497.

2.3. Модели «физического» времени

Методологической основой естествознания является единая универсальная шкала времени и высокоточное измерение интервалов времени, поскольку общей целью естественных наук является исследование **настоящего** для того, чтобы предсказывать **будущее** и объяснять **прошлое**. На протяжении всей истории в естествознании используются кусочно-линейные шкалы времени, собранные из первичных временных интервалов Δt , которые формируют «часы», измеряя периоды циклических процессов либо в природных явлениях, либо в инженерных устройствах.

В шкале времени водяных и ртутных клепсидр, которыми пользовались естествоиспытатели до 17 столетия, первичный временной интервал соответствует одной капле воды или ртути, а в маятниковых часах первичный интервал это некоторая часть периода колебаний маятника. В атомных часах первичный интервал времени определяется периодичностью сигналов обратной связи, которые стабилизируют колебания кристалла генератора, настроенного в резонанс с внутренним стандартом частоты, например, электронными переходами в атомах цезия. В экспериментальных оптических часах первичные интервалы времени формируются сверхкороткими импульсами света.

Точность шкалы времени определяется двумя факторами – относительной неопределенностью первичных интервалов времени и точностью формирования целостной шкалы времени из множества этих первичных интервалов времени. Несмотря на впечатляющий прогресс точности первичных интервалов времени их краткосрочные испытания не гарантируют долгосрочную стабильность составленной из этих интервалов кусочно-линейной шкалы времени. Искусственная однородная шкала идеального «ньютоновского» времени, сформированная из множества высокоточных первичных интервалов не может считаться адекватным образом «физического» времени, потому что она *ничего не говорит ни о разнице между прошлым и будущим, ни о «Стреле времени», ни о «ходе времени».*

Очевидное для нас различие прошлого и будущего определяет концепцию Стрелы времени – мы помним прошлый год, а не следующий; у нас есть иногда надежные свидетельства прошлого, но никогда будущего; наши нынешние действия могут повлиять на будущее, но не на прошлое; мы убеждены, что причины всегда предшествуют их следствиям. Стрела времени проявляется в характере эволюции многих физических процессов, которые часто приводят к возрастанию термодинамического беспорядка и направлены к достижению равновесных состояний с более высокой энтропией. Многие физики считают, что взаимодействие множества необратимых термодинамических процессов во Вселенной и приводит к существованию космической Стрелы времени. Рост энтропии со временем вполне может объяснить то, что мы помним прошлое, но не будущее, что эффекты следуют за их причинами и, что мы стареем, но никогда не молодеем.

У большинства нет сомнений, что время в некотором смысле «проходит» или «течет», и существует два типа теорий о «Потоке времени» или о «Ходе времени». «Динамические» теории основаны на гипотезе о том, что Ход времени объективен и является свойством независимой от нашего разума реальности. Динамические теории предполагают, что сущность Потока времени состоит в том, что неопределенность будущих событий постепенно сменяется их значительно большей определенностью в настоящем и прошлом. Ход времени это множество процессов возрастания определенности событий, и некоторые динамические теории говорят о Потоке времени как о «становлении во времени».

Критики динамических теорий полагают, что есть особые физиологические особенности нашего мозга и восприятия, которые заставляют нас ошибочно думать, что мы чувствуем Поток времени. Наше восприятие событий отличается в разные моменты времени и предвосхищение событий всегда предшествует впечатлениям и воспоминаниям об этих событиях, но сам Ход времени только субъективен. Однако, независимо от того, как мы

анализируем метафору Потока времени, время, как нам кажется, «течет» в направлении будущего, в направлении, которое указывает Стрела времени.

Одной из часто обсуждаемых метафизических проблем является вопрос о том, имеют ли интервалы времени и события безотносительные, абсолютные свойства «архаичности», «современности» и «будущности». Есть ли, например, у некоторых событий объективные свойства, скажем, «архаичности», которые не зависят от особенностей нашего восприятия и применяемой нами шкалы времени? После открытия феномена космологического красного смещения астрофизики уже располагают способом количественной оценки степени «архаичности» фотонов в спектрах далеких космических объектов. Можно полагать, что будет найден и способ оценки степени «архаичности» или «будущности» самих интервалов физического времени.

Средневековые исламские и христианские философы приняли древнюю зороастрийскую и Библейскую идею о том, что время «линейно» и что Вселенная была создана в определенный момент в далеком прошлом. В 17 веке Ньютон также использовал линейное абсолютное время, представив его шкалу непрерывной прямой линией, уже применявшейся в 14 веке французским философом Николаем Оремом. В 19 веке в Европе, идея линейного времени доминировала как в естествознании, так и в философии. Открытие феномена замедления времени в 20 веке не изменило представления о линейности времени, поскольку формулы замедления времени в теории относительности являются однородными линейными преобразованиями неизменной линейной шкалы ньютоновского времени.

Обратимое время Ньютона, которое до сих пор используется в большинстве разделов естествознания, – это «пустое вместилище событий» и развитие событий никак не влияет на течение ньютоновского времени [10]:

«Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности без всякого отношения к чему-либо внешнему протекает равномерно и иначе называется длительностью. Относительное, кажущееся или обыденное время есть или точная, или изменчивая, постигаемая чувствами, внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо истинного математического времени, как то: час, день, месяц, год».

Как видно из этого отрывка, Ньютон вполне осознавал возможность различать два разных вида времени, но в своей механике, формулируя законы движения, он использовал только «абсолютное, истинное математическое» время.

Применяя в формулировках законов движения реальных, физических тел идеальное «математическое» время, Ньютон рисковал впасть в серьезные логические противоречия, что, например, отмечал в своей критике Эрнст Мах. Упрека в логических противоречиях можно избежать, если считать, что Ньютон, отождествив физическое и математическое время, фактически использовал в своей механике исторически первую «модель» физического времени в форме:

$$\tau = at \quad (2.31)$$

Здесь τ это физическое время, а t математическое время Ньютона. Впоследствии для краткости время Ньютона будет часто называться просто «ньютоновским», а также будут применяться следующие обозначения дифференцирования: $dx/dt = \dot{x}$; $dx/d\tau = x'$.

Абстрактный образ «математического» ньютоновского времени, – это континуум рациональных вещественных чисел. Размерный множитель a в (2.31) необходим, так как физическое и математическое время могут иметь разные физические размерности, а сами по себе элементы числового ряда вообще не имеют физической размерности. Ньютон фактически использовал соотношение (2.31), приняв единичный размерный множитель

$a = \mathbb{I}[t]$, тем самым, наделив числа вещественного ряда размерностью времени и приняв одинаковые размерности для физического и математического времени.

Соотношение (2.31) придает физическому времени все свойства континуума вещественных чисел – изотропию и однородность, а также бесконечную делимость, столь желанную для оправдания применения в естествознании исчисления бесконечно малых. Однородность физического времени также необходима в физике, так как обеспечивает существование общепринятой формулировки закона сохранения энергии.

Таким образом, физическое время, соответствующее модели Ньютона (2.31), предстает как возможность независимо и однозначно определить отсчет времени в форме *действительного числа* в любой точке пространства, коль скоро определены: общее начало отсчета времени и его единицы измерения (размерность физического времени). При этом предполагается возможность определения сколь угодно малых интервалов Δt физического времени – потенциальная бесконечная делимость физического времени:

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad (2.32)$$

Актуальная бесконечная делимость абсолютного ньютоновского времени зависит от технических возможностей создания устройств, моделирующих непрерывную последовательность интервалов абсолютного времени. Современная трактовка абсолютного ньютоновского времени воплотилась в решении XIII Генеральной конференции по мерам и весам (1967), которая приняла определение «секунды» как интервала времени, равного 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя определенными уровнями основного состояния атома цезия-133 при температуре 0 Кельвинов и при отсутствии возмущения внешними полями.

В наши дни применяемое в естествознании ньютоновское время с равномерной и неизменной шкалой часто называют «атомным временем», поскольку последовательность интервалов времени генерируют особо точные ионные, атомные и оптические стандарты частоты. Относительная ошибка современных приборов атомного времени столь мала, что позволяет надеяться обеспечить в ближайшем будущем актуальную делимость абсолютного ньютоновского времени (величину интервала Δt в 2.32) для относительно небольших промежутков времени на уровне $10^{-15} - 10^{-16}$ секунды.

Вскоре после разработки принципов специальной теории относительности и основ релятивистской механики, Герман Минковский в 1908 году, используя предложенную Анри Пуанкаре концепцию «*мнимого времени*», разработал геометрию 4-мерного пространства, вращения координатных осей которого определялись преобразованиями Лорентца. При этом определенное множество траекторий в этом псевдоевклидовом пространстве соответствовало аксиомам специальной теории относительности. Координаты события (τ, x, y, z) представляются «мировой» точкой в пространстве Минковского при условии, что в (2.31) $a = ic$:

$$\tau = ict \quad (2.33)$$

Мнимое время Пуанкаре-Минковского имеет размерность длины, а постулатам теории относительности в терминах геометрии пространства Минковского соответствует инвариантность 4-мерного интервала (4-мерного расстояния между мировыми точками) относительно вращений 4-мерной координатной системы в какой либо гиперплоскости, при условии, что этот интервал определяется соотношением:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2 - dl^2 \quad (2.34)$$

Пространство Минковского представляет собой 4-мерное псевдоевклидово пространство с сигнатурой $(-1, 3)$ и в нем равенство нулю расстояния между двумя точками может и не означать равенства всех координат этих точек. Если рассматривать соотношение (2.33) как

модель, то оказывается, что модель физического времени Пуанкаре-Минковского обладает следующими свойствами:

I. Моменты физического времени в этой модели представлены мнимыми числами.

II. Размерность физического времени с помощью константы скорости света приведена в соответствие с размерностью пространства.

III. Модель Пуанкаре-Минковского вводит анизотропию и неоднородность 4-мерного пространства-времени относительно причинно-следственных отношений между событиями.

Все пары событий, представимые в пространстве Минковского мировыми точками, могут быть разделены на три класса:

1. События, для которых $c\Delta t > \Delta s$, могут иметь причинно-следственную связь, так как между ними возможно взаимодействие, распространяющееся со скоростью, меньшей скорости света. Интервал Δs между такими событиями мнимый, что и дало повод называть такие интервалы «времени-подобными». События, разделенные времени-подобными интервалами, ни в какой системе отсчета не могут быть одновременными, и, тем более, ни в какой системе отсчета не может измениться порядок их следования во времени. Это означает, что для множества таких событий определения «раньше» и «позже» абсолютны.

2. События, для которых $c\Delta t < \Delta s$, не могут иметь причинно-следственную связь, так как взаимодействие, распространяющееся в пространстве с предельно большой скоростью света, не может пройти расстояние Δs за промежуток времени Δt . Интервал Δs между такими событиями вещественный, что дало повод называть такие интервалы «пространственно-подобными». Для событий, разделенных пространственно-подобными интервалами, можно найти системы отсчета, в которых порядок их следования во времени разный. Это означает, что для множества таких событий определения «раньше» и «позже» относительны.

3. События, для которых $c\Delta t = \Delta s$, разделяет нулевой интервал $\Delta s = 0$ и они могут иметь причинно-следственную связь за счет взаимодействия, распространяющегося в пространстве со скоростью света. Мировые точки таких событий лежат в пространстве Минковского на поверхности 4-мерного гиперконуса («светового конуса»), который и разделяет области времени-подобных и пространственно-подобных интервалов.

Никакие вращения координатных осей пространства Минковского, соответствующие допустимым преобразованиям Лорентца, не могут перевести интервалы времени одного класса в другой.

Физика 20-го века теоретически и экспериментально исследовала феномен «замедления времени». В специальной теории относительности, замедление времени является разностью интервалов времени между событиями, которые измеряются наблюдателями, движущимися относительно друг друга с постоянной скоростью V : $\tau = \gamma_K t$; $\gamma_K = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$. В геометрических теориях гравитации и, в частности, в общей теории относительности, замедление времени регистрируется, когда наблюдатель сравнивает две шкалы времени в областях с различным гравитационным потенциалом: $\tau = \gamma_G t$; $\gamma_G = (1 + 2\varphi/c^2)^{-1/2}$; $\varphi = -GM/R$. Эффект замедления времени возникает не из-за каких либо технических особенностей конструкции часов, и не из-за конечности скорости распространения информационных сигналов. Предполагается, что замедление времени является следствием внутренней природой самого пространства-времени.

Модели времени Ньютона (2.31) и Пуанкаре-Минковского (2.33) представляют собой частные случаи линейного, однородного преобразования математического времени вида (2.31), в котором коэффициент пропорциональности определяется соотношением единиц измерения физического и математического времени.

В 1947 году австрийский математик Курт Гёдель (1906–1978) обнаружил решения уравнений гравитационного поля Эйнштейна, которые допускали существование замкнутых

петель собственного времени (замкнутых времени-подобных мировых траекторий)⁵¹. Каждое событие в такой петле является частью собственной каузальной истории петли, и наблюдатель в такой каузальной петле может непрерывно перемещаться в свое будущее, пока он не прибудет обратно в свое собственное прошлое. Говорят, что Гёдель, будучи близким другом Эйнштейна, подарил свое парадоксальное решение Эйнштейну в день его 70-летия, и эти «вращающиеся вселенные» Гёделя, которые позволяли путешествия в прошлое, дали повод Эйнштейну усомниться в универсальности его общей теории относительности.

Решения уравнений гравитации, найденные Гёделем эквивалентны введению специальных нелинейных шкал времени вида: $\tau = F(t, \vec{r}; \dots)$. Научные дискуссии после публикации решений Гёделя заставили вспомнить, что нелинейные шкалы времени, хотя и не столь парадоксальные, уже рассматривались, в частности, голландским астрономом Виллемом де Ситтером (1917)⁵²: $\tau = (1 - r^2/R^2)^{1/2} \cdot t$ и британским космологом Эдвардом Милном (1933)⁵³: $\tau = t_0 \log(t/t_0) + t_0$.

Нелинейные модели физического времени вида $\tau = F(t; \dots)$ способны отразить объективную разницу между прошлым ($-t$) и будущим ($+t$): $F(-t; \dots) \neq F(+t; \dots)$, которая устанавливает направление Стрелы времени, и является одним из возможных определений необратимости физического времени. Неизменная шкала ньютоновского времени t служит аргументом и внутренним эталоном однородности в таких моделях, позволяя определить Ход физического времени: $d\tau/dt = \dot{F}(t; \dots)$, который может и не быть постоянным.

В естествознании не существует общего решения задачи создания единственной символической или уникальной математической модели, поскольку для каждого физического процесса или явления может быть предложено множество различных моделей. Необходимы специальные критерии для того, чтобы выбрать одну модель среди множества возможных альтернатив. В этой связи возникает вопрос: как можно убедиться в преимуществах какой либо модели времени? Несомненно, одним из наиболее важных критериев выбора математической модели является требование, чтобы совпадение рассматриваемой модели с наблюдениями и экспериментальными данными должно быть максимальным.

Метод сравнения моделей времени может использовать представление математических моделей физических процессов в форме соотношений вида:

$$F(t; y, x_i, \dots) = 0 \quad \Phi(\tau; y, x_i, \dots) = 0 \quad (2.35)$$

Здесь x_i и y обозначают наблюдаемые характеристики физического процесса. Для исключения времени из этих соотношений можно использовать интегрирование по времени или какие либо зависящие от времени характеристики $y(t)$ и $y(\tau)$. Тогда, применив обратные функции $t = f(y)$ и $\tau = \varphi(y)$, можно представить (2.35) в форме:

$$F[f(y); y, x_i, \dots] = 0 \quad \Phi[\varphi(y); y, x_i, \dots] = 0 \quad (2.36)$$

Например, в астрофизике нет способа непосредственного определения по наблюдениям интервалов времени между событиями в истории Вселенной. Однако, в космологии фотометрическое расстояние r_L можно определить по видимой звездной величине и красному смещению в предположении о постоянстве скорости света, и тогда: $t = r_L(z; \dots)/c$ и

⁵¹ Gödel, K. An Example of a New Type of Cosmological Solutions of Einstein's Field Equations of Gravitation // *Rev. Mod. Phys.* (1 July 1949) 21, 447.

⁵² De Sitter, W. // *Proc. Akad. Wetensch. Amsterdam* (1917 a) 19, 1217. De Sitter, W. // *MNRAS* (1917 b) 78, 3.

⁵³ Milne, E.A. *World-Structure and the Expansion of the Universe* // *Zeitschrift für Astrophysik* (1933) 6, 1–95. Milne, E.A. *Relativity, gravitation and world-structure*, Oxford: Clarendon Press, 1935.

$\tau = r_L(z; \dots)/c$ [5, 30, 34]. С помощью таких соотношений из уравнений вида (2.35) можно получить для наблюдаемых характеристик x_i соотношения вида:

$$x_i = F_i(z; \dots) \quad x_i = \Phi_i(z; \dots) \quad (2.37)$$

Сравнивая соотношения вида (2.36, 2.37) с данными наблюдений, можно прийти к тому или иному заключению относительно правомерности и полезности использования рассматриваемой модели времени.

2.4. Принцип относительности измерений и космологическое замедление времени

Во второй половине 20 столетия происходило быстрое развитие аксиоматического обоснования ряда теоретических разделов естествознания. В аксиоматических теориях первым этапом является введение основных понятий, для которых создается структура аксиом, в которых устанавливаются важнейшие логические связи между первоначальными основными понятиями. Затем, с помощью определений вводятся необходимые дополнительные понятия и, наконец, на основе принятых аксиом выводятся и доказываются производные утверждения-теоремы. Главные требования, которые предъявляются к аксиоматической теории это надежное эмпирическое обоснование основных понятий и аксиом, а также доказательство независимости и непротиворечивости принятых аксиом.

Инструментами исследования физического времени могут эффективно служить его математические модели, разработанные в соответствии с идеологией Общей Теории Систем и основными методологическими концепциями естествознания.

Анализ разработанных аксиоматических обоснований классической механики, термодинамики, специальной теории относительности и квантовой теории поля приводит к заключению, что, количественные математические модели необратимого «физического» времени могут быть созданы на основе трех предположений:

1. Физическое время τ , шкала которого может быть представлена в форме однозначного преобразования искусственной однородной шкалы ньютоновского времени t , необратимо:

$$\tau(-t) \neq \tau(0) \neq \tau(+t) \quad (2.38)$$

2. Все физические процессы и взаимодействия определяются Принципом наименьшего действия.

3. Современную метрологию в естествознании определяет Принцип относительности измерений, который предполагает универсальное постоянство скорости света: $c = \text{const}$ и утверждает, что существо законов природы не зависит от эталонов, применяемых при измерении физических характеристик, которые определяются этими законами.

В концепции физического времени единственной причиной «течения» времени является его необратимость (2.38), причем в этой формуле t это некоторый «стандарт однородной шкалы времени» для обратимого времени, которое в физике ассоциируется с идеализированным ньютоновским временем. Хотя, вероятно, не существует природного физического процесса, который мог бы быть использован для создания идеальной однородной шкалы времени для космологических интервалов времени, но разработаны весьма совершенные устройства для создания стабильных искусственных однородных шкал времени, например, современные атомные часы.

В теоретической физике и, в частности, в космологии и астрономии без каких-либо обсуждений предполагается полная эквивалентность абсолютного пространства r с идеализированным ньютоновским временем t и «физических» пространства l и времени τ , о свойствах которых мы судим, анализируя наши наблюдения природы. Но в этом можно усомниться, в частности, потому, что и в физике микромира и в астрономии применяется ньютоновское время, которое является обратимым, что противоречит всему опыту естествознания.

Достаточно общая математическая модель необратимого «физического» времени τ , которое характеризуется условием: $\tau(-t) \neq \tau(+t)$ может быть представлена в виде:

$$\tau = a(\tau) \cdot t \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} a(\tau) = 1 \quad a(+\tau) \neq a(-\tau) \quad (2.39)$$

Это соотношение при условии постоянства скорости света определяет метрическую неоднородность физического пространства-времени. Применяя соотношения: $l = c\tau$; $r = ct$, после деления обеих частей (2.39) на скорость света мы получим:

$$l = a(\tau) \cdot r = a(l/c) \cdot r \quad \lim_{l \rightarrow 0} a(l/c) = 1 \quad (2.40)$$

Как следует из этого соотношения, в метрически неоднородном пространстве-времени длина отрезка зависит не только от координат его начала и конца, но и от размера самого отрезка. Используя дифференциал соотношения (2.40): $dl = a(\tau) \cdot dr$ для формирования интервала: $ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2$ в метрически неоднородном пространстве-времени, мы получим соотношение, формально полностью совпадающее с интервалом, применяемым в космологии для сферически симметричной пространственно-плоской «расширяющейся» вселенной (см., например, [5, 30, 34]), но с другим – необратимым физическим временем τ :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - a^2(\tau) \cdot dr^2 \quad (2.41)$$

Таким образом, анализ модели метрически неоднородного физического пространства-времени с необратимым временем приводит к интервалу (2.41), совпадающему с метрическим формализмом классической космологии «расширяющейся» вселенной. Но это уже не кинематическое расширение, а своеобразное «расширение без движения», отражающее особенности необратимого времени и метрически неоднородного пространства. В таком «неподвижном», но неоднородном пространстве-времени, нет особых выделенных точек и «начального» момента времени. Что же касается выражения «расширение пространства вселенной», то его следует воспринимать как метафору, возникшую при исторически первой трактовке космологического красного смещения как «кажущегося эффекта Допплера».

Уравнения для производных масштабного фактора $a = r/R_0$: $da/dt = \dot{a}$ и $da/d\tau = a'$ можно получить из (2.41) с помощью условия универсального постоянства скорости света на траекториях фотонов в пространстве Минковского ($ds = 0$ в (2.34): $dr/dt = a dr/d\tau = c = const$. Отсюда следует: $R_0 da/dt = a R_0 da/d\tau = c = const$ или $da/dt = a da/d\tau$ и далее в силу $da/dt = da/d\tau \cdot d\tau/dt = da/d\tau \cdot a$ мы получим:

$$d\tau/dt = a \quad (2.42)$$

$$\dot{a} = a' \cdot a \quad (2.43)$$

В кинематике с необратимым временем можно использовать удобные «параметры замедления»: $q_t = -a\ddot{a}/\dot{a}^2$; $q_\tau = -aa''/a'^2$. Положительное значение параметра замедления соответствует замедляющемуся движению, а отрицательное ускоряющемуся. С помощью параметров замедления мы можем доказать следующую Кинематическую теорему концепции необратимого времени: для параметров замедления q_t ; q_τ с обратимым (t) и необратимым (τ) временем имеет место следующее соотношение (Таганов 2004 [21, 22]):

$$q_t = q_\tau - 1 \quad (2.44)$$

При выводе этого соотношения используются следующие преобразования – из (2.42): $d\tau/dt = a$ следует: $\dot{a} = da/dt = da/d\tau \cdot d\tau/dt = a' \cdot a$ (I) и $d/dt(da/d\tau) = d^2a/d\tau^2 \cdot d\tau/dt = a'' \cdot a$ (II). Поэтому $\ddot{a} = a^2 a'' + aa'^2$ и далее: $q_t = -a\ddot{a}/\dot{a}^2 = -(a^3 a'' + a^2 a'^2)/(a^2 a'^2) = q_\tau - 1$.

Из (2.44) следует, что умеренное ($q_t < +1$) замедление движения при необратимом физическом времени кажется ускоряющимся движением ($q_t < 0$) при использовании обратимого ньютоновского времени. Движение с постоянной скоростью для ньютоновского времени ($q_t = 0$) соответствует замедляющемуся движению для физического времени ($q_t = +1$). Эти эффекты сходны с изменениями в кинематике при переходах между инерционной и неинерционной системами отсчёта.

Для масштабного фактора: $a = r/R_0; R_0 = const$ можно использовать соотношения: $\dot{a} = \dot{r}/R_0; a' = r'/R_0; \ddot{a} = \ddot{r}/R_0; a'' = r''/R_0$, которые позволяют получить из (2.44) следующую формулу:

$$r'' = R_0^2 (\ddot{r}/r^2 - \dot{r}^2/r^3) \quad (2.45)$$

Если мы воспользуемся для интерпретации (2.45) вторым законом Ньютона: $mr'' = F$, то окажется, что *в пространстве-времени с необратимым физическим временем, на единицу массы движущегося тела действует виртуальная сила*. Например, из (2.45) следует, что инерционное движение с постоянной скоростью в ньютоновском времени: $\dot{r} = const; \ddot{r} = 0$ будет соответствовать замедляющемуся движению в физическом времени под действием виртуальной тормозящей силы: $F_r \propto r'' = -R_0^2 \dot{r}^2/r^3$. Это явление ранее уже обнаружили Виллем де Ситтер и Эдвард Милн для нескольких типов неоднородных шкал времени⁵⁴.

Принцип наименьшего действия: $dS/d\tau = 0 \rightarrow S = const$ может быть представлен, в частности, как постоянство произведения импульса p_r единицы массы движущегося тела на единицу его радиальной траектории: $S = p_r \cdot r = r' \cdot r = const$. В квантовой физике это соотношение сформулировано в форме уравнения де Бройля (см. Главу III). Из этого определения действия для движущегося тела с масштабным фактором: $a = r/R_0; R_0 = const$ следует уравнение:

$$a' \cdot a = A = const \quad (2.46)$$

Решением уравнения (2.46) для начального условия $\tau = 0: a = 1$ является функция: $a = (1 + 2A\tau)^{1/2}$. Подставив эту функцию в (5.42) мы получим уравнение: $d\tau/dt = (1 + 2A\tau)^{1/2}$, которое для начальных условий: $t = 0: \tau = 0$ имеет решение:

$$\tau = t + At^2/2 \quad a = (1 + 2A\tau)^{1/2} \quad (2.47)$$

$$t = A^{-1}[(1 + 2A\tau)^{1/2} - 1] \quad a = 1 + At \quad (2.48)$$

Соотношения (2.47, 2.48) определяют преобразования шкал необратимого физического времени и обратимого ньютоновского времени, удовлетворяющие Принципу наименьшего действия.

Наглядное представление физических процессов с помощью потенциалов играет важную роль в физике, позволяя широко использовать общее уравнение: $\bar{q} = \nabla\varphi$, в котором характеристический вектор процесса $\bar{q}$ определяется градиентом потенциала φ . Такое представление используется, например, в электродинамике, гидродинамике и термодинамике для описания «поток». С помощью соотношений (2.42, 2.47, 2.48) «поток» физического времени может быть представлен в такой же наглядной форме:

⁵⁴ De Sitter, W. *Astronomical Aspect of the Theory of Relativity*. University of California Pub. in Mathematics (Berkeley: Univ. Calif. Press), 1933, 2, No. 8. Milne, E.A. *World-Structure and the Expansion of the Universe* // *Zeitschrift für Astrophysik* (1933) 6, 1–95.

$$q_\tau = d\tau/dt = \nabla_t \tau = 1 + At = (1 + 2A\tau)^{1/2} \quad (2.49)$$

Поток физического времени направлен из прошлого с меньшими характеристическими интервалами в будущее с большими характеристическими интервалами.

Для определения константы A в (2.47, 2.48) можно воспользоваться формулировкой Принципа относительности измерений (1.36): $a = r/R_0 = 1 + z = \lambda/\lambda_0$, которая соответствует постулату Милна-Уокера: $dr/dt = v \propto r$ об изотропии сферически симметричного объема пространства и эмпирическому закону Хаббла: $H = \dot{a}/a = \text{const}$ (подробнее см. Главу I). Для (2.48) это соотношение имеет вид: $H = \dot{a}/a = A/(1 + At)$ и для космологически кратковременных наблюдений ($1 + At \approx 1$) определяет приближенную оценку: $A \approx H$, при которой из соотношений (2.47, 2.48) следует:

$$\tau = t + Ht^2/2 \quad t = H^{-1}[(1 + 2H\tau)^{1/2} - 1] \quad (2.50)$$

Уравнения (2.50) демонстрируют прогрессивное увеличение интервалов физического времени τ по сравнению с постоянными интервалами неизменной шкалы ньютоновского времени t , то есть своеобразное «расширение» физического времени. Термин «расширение пространства» в наше время часто используется в космологии. Однако вместо несколько косноязычного словосочетания «расширение времени» представляется целесообразным пользоваться более точным термином «замедление хода времени».

В нашей книге используется термин «ход времени», который начали применять Пуанкаре, Эйнштейн и Минковский еще при разработке Специальной теории относительности. Ход физического времени (с^{-1}) определяется как величина $\Delta\tau^{-1}$, обратная по отношению к некоторому выбранному характеристическому интервалу времени $\Delta\tau$. Возрастанию характеристического интервала, как это имеет место в (2.50), соответствует уменьшение величины хода времени, то есть «замедление хода времени».

Замедляющее ход, «расширяющееся» время принципиально отличается от идеализированного ньютоновского времени, которое всегда используется в естествознании как неизменный и однородный континуум. Необратимое время, принципиально отличное от обратимого ньютоновского времени, в нашей книге называется «физическим». Применение термина «физическое время» может быть оправдано аналогией с термином «физический вакуум», который в квантовой физике заменил классическое представление о «пустоте», как об абстрактном трехмерном математическом пространстве.

Направление «Стрелы времени» и «потока времени» определяется ходом времени. Для обратимого ньютоновского времени направленность хода времени отсутствует: $t + (-t) = 0$. Направленность Стрелы физического времени: $\tau(t) + \tau(-t) > 0$ и «потока времени» (2.49) определяет объективное отличие будущего от прошлого. В соответствии с (2.49) отношение интервалов физического и ньютоновского времени линейно уменьшается по мере рассмотрения все более давних эпох (при отрицательных t и τ): $\tau/t = 1 - H/2 \cdot t$ и наоборот линейно возрастает при прогнозе будущих событий (при положительных t и τ): $\tau/t = 1 + H/2 \cdot t$ (рис 2.3).



Рис. 2.3. Шкалы идеализированного ньютоновского времени и физического времени

Степень асимметрии пространства-времени можно определить суммой значений координат до и после инверсии: $(t \rightarrow -t; r \rightarrow -r)$. Например, асимметрию однородного пространства-времени Минковского при $r = ct$ можно определить соотношениями: $A_t = t + (-t) = 0$; $A_r = r(t) + r(-t) = 0$. Так что асимметрия однородного пространства-времени равна нулю. Такая же оценка асимметрии метрически неоднородного пространства-времени с замедляющимся физическим временем (2.50) при $r = c\tau(t)$ приводит к соотношениям:

$$A_t = \tau(t) + \tau(-t) = Ht^2 > 0 \quad A_r = c\tau(t) + c\tau(-t) = cHt^2 > 0 \quad (2.51)$$

Таким образом, *характерной особенностью пространства-времени с замедляющимся физическим временем является его асимметрия*. В асимметричном пространстве-времени нельзя достичь инверсии физического времени только инверсией ньютоновского времени: $\tau(-t) \neq -\tau(t)$, и эта асимметрия пространства-времени обуславливает ряд новых физических явлений.

Подобно тому, как применение Принципа относительности движения вводит в кинематику фундаментальную константу скорости света, применение Принципа относительности измерений, который определяет группу преобразований подобия для эталонов систем отсчета, вводит в кинематику еще одну фундаментальную константу – постоянную Хаббла.

Феномен замедления физического времени вполне соответствует общей релятивистской концепции замедления времени. В Специальной теории относительности замедление времени определяется преобразованием Лорентца для двух инерциальных систем отсчета. В более общем случае относительного движения замедление времени определяется преобразованием, учитывающим также относительное ускорение систем отсчета. При использовании принципа эквивалентности инерционной и гравитирующей массы (в Общей теории относительности) замедление времени определяется разностью гравитационных потенциалов в сравниваемых системах отсчета. *Феномен «космологического» замедления времени обнаруживается при сравнении систем отсчета разного масштаба – микроскопической с квантовой кинематикой и макроскопической, применяемой, например, в космологии.*

Закон Хаббла в форме: $r = c/H \cdot (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ можно рассматривать как преобразование пространственной координаты луча зрения от микроскопической квантовой системы отсчета отдельного фотона к макроскопической системе отсчета. При этом в полных преобразованиях систем координат помимо преобразования пространственных координат должно быть определено и соответствующее преобразование времени. Соотношение (2.50): $\tau = t + H/2 \cdot t^2$ дополняет закон Хаббла, определяя соответствующее этому закону преобразование времени при сравнении микроскопических квантовых систем отсчета с макроскопическими.

В современной космологии постоянная Хаббла используется как эмпирический параметр. Размерность константы Хаббла зависит от формы рассматриваемого закона Хаббла. В соотношении: $z = Ht$ размерность константы: $[H] = T^{-1}$ то есть, например, $[H] = c^{-1}$. В законе Хаббла (1.33): $cz = Hr$ размерность константы: $[H] = [V]L^{-1}$ то есть, например, $[H] = \text{км/с/Мпк}$ (Мпк – Мегапарсек). При этом соотношение между этими часто применяемыми размерностями такое: $1 \text{ км/с/Мпк} = 3,2 \cdot 10^{-20} \text{ с}^{-1}$.

В наше время в астрофизике и космологии наиболее популярны оценки современного значения постоянной Хаббла в пределах 60–70 км/с/Мпк. Например, коллектив международного исследовательского проекта «Планк» недавно опубликовал оценку: $H_0 = (2,17 \pm 0,02) \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$ (67,8 ± 0,77 км/с/Мпк).

Разработка космологии с необратимым замедляющимся временем позволяет, в частности, определить постоянную Хаббла и другие ключевые космологические параметры как простые

функции фундаментальных физических констант (Таганов 2008 [22, 23]). Рассматривая космологию, инвариантную относительно измерения времени, мы должны помнить, что для такой теории, как и для ковариантных формализмов, Гамильтониан H в уравнении Гамильтона-Якоби для Принципа наименьшего действия: $H + \partial S / \partial \tau = 0$ равен нулю, и можно использовать соотношение:

$$\partial S / \partial \tau = 0 \quad S = \text{const} \quad (2.52)$$

Принцип наименьшего действия (2.52) в форме: $S = E\tau = \text{const}$ даёт возможность использовать в релятивистской Вселенной теорию потенциалов для определения взаимодействий, например, гравитационных и электромагнитных. Из (2.52) при $r = c\tau; c = \text{const}$ следует:

$$E = \text{const} / \tau = \text{const} / r \quad (2.53)$$

Принцип наименьшего действия позволяет, в частности, найти потенциальную форму представления силы инерции. Как известно, Принцип наименьшего действия $\delta S = 0$ при независимом варьировании по обобщённым импульсам и координатам (p, q) приводит к каноническим уравнениям Гамильтона:

$$p' = -\partial H / \partial q \quad q' = \partial H / \partial p \quad (2.54)$$

Если преобразования, определяющие обобщённые координаты, не зависят от времени, то гамильтониан равен полной энергии: $H = E = T + U$. Импульс на единицу массы движущегося тела это $p = v$, а ускорение: $a = p' = v'$, которое в соответствии со вторым законом Ньютона определяет силу, действующую на единицу массы: $f = a$. При этом определение ускорения и силы в соответствии с каноническими уравнениями Гамильтона (2.55) будет:

$$p' = a = f = -\partial H / \partial q = -\nabla E \quad (2.55)$$

Гамильтониан для единицы массы тела, движущегося по инерции при отсутствии поля потенциальной энергии ($U = 0$), равен кинетической энергии:

$$H = v^2 / 2 \quad (2.56)$$

В этом случае каноническое уравнение Гамильтона (2.55) соответствует определению ускорения и силы инерции f_I для единицы массы с помощью потенциала:

$$p' = a = f_I = -\partial H / \partial q = -\nabla(v^2 / 2) \quad (2.57)$$

Таким образом, потенциальное представление силы инерции следует из Гамильтоновой формулировки Принципа наименьшего действия (2.57): $f_I = -\nabla(v^2 / 2)$. Весьма наглядно такое же представление силы инерции можно получить, приравняв кинематическое замедление времени в Специальной теории относительности к замедлению времени в гравитационном поле с потенциалом φ : $t' = (1 - v^2 / c^2)^{-1/2} \cdot t = (1 - 2\varphi / c^2)^{-1/2} \cdot t$. Из этого соотношения следует $\varphi = v^2 / 2$ и при широком толковании принципа эквивалентности можно считать, что динамический потенциал $\varphi = v^2 / 2$ подобно гравитационному потенциалу искривляет пространство-время.

Из формулировки Принципа наименьшего действия (2.52): $S = E\tau = \text{const}$ для постоянного объёма $V = \text{const}$ и плотности энергии $\rho_E = E / V$ следует соотношение: $\rho_E = \text{const} / \tau$. Определение стационарного действия (2.60): $S = p_r \cdot r \propto r' \cdot r = \text{const}$ может

рассматриваться как дифференциальное уравнение, имеющее решение: $r^2 = \text{const} \cdot \tau$. С помощью этого решения соотношение $\rho_E = \text{const}/\tau$ может быть преобразовано к форме:

$$\rho_E \tau = \text{const} \quad \rho_E = \text{const}/r^2 \quad (2.58)$$

Это соотношение, которое является одной из возможных формулировок Принципа наименьшего действия, используется в космологии с необратимым физическим временем в качестве уравнения состояния Вселенной.

Для $a = \lambda/\lambda_0$; $z = \lambda/\lambda_0 - 1$; $r = c\tau$; $A \simeq H$ из (1.36) можно получить следующие соотношения для красного смещения z и космологического расстояния r :

$$z = (1 + 2H\tau)^{1/2} - 1 \quad (2.59)$$

$$r = c/2H \cdot [(1 + z)^2 - 1] \quad (2.60)$$

Для зависимости химического потенциала вещества μ от плотности вида: $\mu \propto \rho^n$ связь давления и плотности определяется соотношением: $P \propto \rho^{n+1}$. При этом для релятивистской материи $n=1/3$ и полная энергия равна нулю: $E=0$, а гравитационная энергия: $E_G = -3Gm^2/2r$ (см., например [7]). Полная энергия конечного объема релятивистской Вселенной с учетом этих соотношений и энергетического эквивалента массы материи M определяется соотношением: $E = mc^2 + E_U - (3Gm^2/2r) = 0$. В этом соотношении E_U это энергия структур и процессов, которые могут быть описаны с помощью потенциалов и для которых может быть использована теорема вириала: $E_U = -U_G/2 = 3Gm^2/4r$. Тогда для полной энергии релятивистской Вселенной мы получим:

$$mc^2 - (3Gm^2/4r) = 0 \quad (2.61)$$

Подставляя в (2.61) преобразованное соотношение (2.60): $R = R_0(1 + 2H\tau)^{1/2}$, можно получить оценку для процесса роста массы Вселенной:

$$M = 4c^2 R_0 / 3G \cdot (1 + 2H\tau)^{1/2} \quad (2.62)$$

Из энергетического баланса (2.61) можно получить соотношения для массы и плотности массы: $\rho_m = m/V = 3m/4\pi r^3$, определенные как *экстенсивные параметры для конечных объемов и масс релятивистской материи*:

$$m = 4c^2 r / 3G \quad (2.63)$$

$$\rho_m = (c^2/\pi G) \cdot r^{-2} \quad (2.64)$$

Наблюдаемые астрономами космические объекты чрезвычайно разнообразны, и для многих объектов диапазоны изменения их основных характеристик перекрывают несколько порядков значений. Об этом разнообразии можно судить, например, по данным справочника [28], где представлены диапазоны изменения и средние значения характеристик основных видов космических объектов, формирующих крупномасштабную структуру видимой части вселенной, рассчитанные по относительно надежным астрофизическим данным.

Для средних значений масс и радиусов космических объектов из формул (2.63, 2.64) следуют соотношения:

$$\langle m \rangle \propto \langle r \rangle \quad (2.65)$$

$$\langle \rho \rangle \propto \langle r \rangle^{-2} \quad (2.66)$$

Степень соответствия этих соотношений астрономическим данным, приведенным в [42], демонстрирует рис. 2.4.

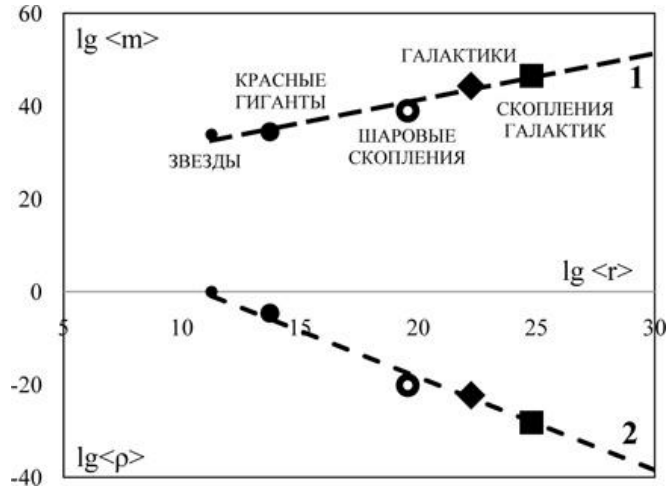


Рис. 2.4. Сравнение определенных по наблюдениям характеристик различных космических объектов с оценками формул: (2.64) (линия 1) и (2.65) (линия 2).

Таким образом, несмотря на качественное и количественное разнообразие космических объектов и структур, простые оценки (2.65, 2.66), полученные из уравнения состояния (2.61), достаточно хорошо соответствуют астрономическим наблюдениям.

К традиционным для классической космологии терминам «радиус вселенной» и «возраст вселенной» следует относиться как к метафорам и вместо них предпочтительнее пользоваться термином «космологический масштаб» метрической и термодинамической неоднородности.

Оценки космологических масштабов времени («возраста вселенной») и расстояний («радиуса вселенной») можно найти, используя соотношение (2.50). Значение ньютоновского возраста вселенной можно определить из условия: $\tau = 0$, для которого уравнение (2.50) имеет вид: $\tau = 0 = -t + H/2 \cdot t^2$. Отсюда следует: $-1 + H/2 \cdot t = 0$ и соответственно:

$$t_p = 2/H = 32,15 \text{ млрд. лет} \quad (2.67)$$

Кажущаяся скорость расширения вселенной $V = cz$ достигает предельной величины скорости света при $z=1$. Для этого значения соотношение (2.60) имеет вид: $r = c\tau = c/2H \cdot [(1+z)^2 - 1]$, откуда для $z=1$ следует: $\tau = 1/2H \cdot [(1+1)^2 - 1]$, то есть:

$$\tau = T_H = 3/2H = 7,618 \cdot 10^{17} \text{ с (24,15 млрд. лет)} \quad (2.68)$$

В (2.67, 2.68) и в дальнейшем при расчете численных значения космологических масштабов используется теоретическое значение константы Хаббла (2.75), вывод которого последует через страницу.

Соотношение $R_H = cT_H$ при условии (2.68) дает оценку космологического масштаба расстояний («радиуса вселенной»):

$$R_H = cT_H = 3c/2H = 2,283 \cdot 10^{28} \text{ см} \quad (2.69)$$

Соотношение (2.63) позволяет оценить космологический масштаб массы при $r = R_H$:

$$M_H = 4c^2 R_H / 3G = 2c^3 / GH = 4,099 \cdot 10^{56} \text{ г} \quad (2.70)$$

Для космологических масштабов (2.68, 2.69, 2.70) с помощью (2.64) можно оценить средние плотности массы, энергии и действия:

$$\rho_m = (c^2 / \pi G) \cdot R_H^{-2} = 4H^2 / 9\pi G = 8,227 \cdot 10^{-30} \text{ г см}^{-3} \quad (2.71)$$

$$\rho_E = \rho_m c^2 = 4c^2 H^2 / 9\pi G = 7,394 \cdot 10^{-9} \text{ эрг см}^{-3} \quad (2.72)$$

$$\rho_S = \rho_E T_H = 2c^2 H / 3\pi G = 5,627 \cdot 10^9 \text{ эрг с см}^{-3} \quad (2.73)$$

Из Принципа наименьшего действия: $S = E\tau = \text{const}$ для постоянного объема $V_H = \text{const}$ и (2.73) следует соотношение: $\rho_{SH} = 2c^2 H / 3\pi G = \text{const}$, определяющее стационарность действия в мегамире. Уравнение Планка $\varepsilon \delta t = \hbar / 2 = \text{const}$ также можно представить как утверждение стационарности действия в микромире, если предположить существование ограниченного объема $v_{pl} = \text{const}$, в котором определяется квант действия: $\varepsilon \delta t / v_{pl} = \hbar / 2v_{pl} = \text{const}$. Можно полагать также, что квант действия определен в том же объеме, что и элементарный заряд, то есть в сфере $v_{pl} = 4\pi r_e^3 / 3$, где $r_e = e^2 / m_e c^2$ классический радиус электрона. Соответствующая плотность действия в микромире тогда будет $\rho_{spl} = \hbar / 2v_{pl} = 3\hbar / 8\pi r_e^3 = \text{const}$. Универсальность Принципа наименьшего действия позволяет сформулировать *условие динамического единства микромира и мегамира в форме утверждения об универсальной стационарности плотности действия с универсальной константой связи микромира и мегамира*:

$$\rho_{SH} = \rho_{spl} \rightarrow K_S = 2c^2 H / 3G = 3\hbar / 8r_e^3 = 1,768 \cdot 10^{10} \text{ эрг с см}^{-3} \quad (2.74)$$

С помощью этого соотношения можно определить постоянную Хаббла как простую функцию фундаментальных констант:

$$H = 9G\hbar / 16c^2 r_e^3 = 1,97 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1} (61,6 \text{ км/с/Мпк}) \quad (2.75)$$

Это теоретическое значение константы Хаббла вполне соответствует оценкам этого параметра по наблюдениям. Жорж Леметр на основании всего нескольких десятков наблюдений близких галактик оценил параметр Хаббла в 1927 году как 627 км/с/Мпк. Сам Эдвин Хаббл оценивал величину этого параметра в 1930-е годы как 500 км/с/Мпк. В 1940-е годы астрофизики чаще пользовались значением 200 км/с/Мпк.

Рост точности и надежности астрономических наблюдений постепенно снижал статистические и систематические погрешности оценок значения константы Хаббла. В 1970–1990 годах обобщение всех опубликованных к тому времени данных по красным смещениям привело к оценке значения константы Хаббла в диапазоне: 50–80 км/с/Мпк.

Результаты программы *HKP (Hubble Key Program)* исследования Цефеид в галактиках на расстояниях до 20 Мпк ($z < 0,1$) дали оценки⁵⁵ значения параметра Хаббла: 68 ± 6 км/с/Мпк (2000) и 72 ± 8 км/с/Мпк (2001). Одним из результатов недавнего международного проекта по исследованию сверхновых звезд класса *SNe Ia* с большими красными смещениями ($z = 0,1 \div 1$) явилась оценка значения параметра Хаббла: 65 ± 7 км/с/Мпк [59]. И, наконец, признанные эксперты по космологическим константам *A. Sandage* и *G. Tammann* опубликовали недавно следующие оценки константы Хаббла: $63,2 \pm 1,3$ км/с/Мпк (*Tammann*, 2006⁵⁶) и $62,3 \pm 1,3$ км/с/Мпк (*Sandage*, 2006⁵⁷). Так что в последние два десятилетия

⁵⁵ Freedman, W. et al // ApJ. (2001) 553; 47.

⁵⁶ Tammann, G.A. The Ups and Downs of the Hubble Constant // Rev. Mod. Astron. (2006) 19;1 (arXiv:astro-ph/0512584v1 23 Dec 2005)

сложилась выразительная тенденция сближения оценок константы Хаббла по астрономическим наблюдениям и полученного теоретического значения (2.75) – 61,6 км/с/Мпс.

Соотношение (2.58): $\rho_E \tau = \text{const}$ в силу неизменности уравнения состояния релятивистской материи (2.61) должно быть справедливым для любого момента времени τ и, в том числе, для космологического масштаба физического времени (2.68): $\tau = T_H = 3/2H$. С помощью этого соотношения и теоретической формулы (2.75) для константы Хаббла в уравнении (2.58) можно определить константу и представить его в форме:

$$\rho_E \tau = k_T \quad k_T = 2c^2 H / 3\pi G = 3\hbar / 8\pi r_e^3 = (3\hbar c^6 / 8\pi e^6) \cdot m_e^3 = 5,629 \cdot 10^9 \text{ эрг с см}^{-3} \quad (2.76)$$

Применение орбитальных средств астрономических наблюдений с высоким разрешением и развитие компьютерных технологий привели в 1980-е годы к созданию новых статистических методов исследования «трехмерного» распределения материи в дальнем космосе. Переход от двумерной проекции крупномасштабной структуры вселенной на небесную сферу к «трехмерной» картине в этих методах проводится с применением оценок красного смещения галактик с последующим расчетом по закону Хаббла: $r = cz/H$ их удаленности – «третьей» координаты «трехмерного» распределения галактик.

В 1980-е годы было определено не более тысячи красных смещений галактик, в середине 1990-х уже более ста тысяч, а в наше время количество известных красных смещений галактик намного превышает несколько миллионов. Однако следует иметь ввиду, что формируемая с помощью закона Хаббла «трехмерная» картина распределения галактик не является истинным трехмерным сечением 4-мерного пространства-времени наблюдаемой вселенной в какой то определенный момент времени.

Закон Хаббла дает возможность оценить удаленность галактик по лучу зрения только *со смещением по времени в прошлое*. Например, из-за конечности скорости света распределение галактик, удаленных на 300 Мпк, наблюдается нами таким, какое оно было почти миллиард лет тому назад. Поэтому «трехмерное» распределение галактик, исследуемое современными статистическими методами, представляет собой набор сферических слоев трехмерного распределения галактик, *наблюдаемых в разные последовательные моменты времени истории вселенной*.

Применение закона Хаббла для расчета «третьей» координаты при статистическом анализе распределения галактик, предполагает использование соотношения: $r = c\tau$. Если определить характеристическое время в уравнении (1.79), применив соотношение: $\tau = r/c$ и приняв во внимание что $\rho_E = \rho_m c^2$, то оно примет вид (Таганов 2008 [22, 23]):

$$\rho_m = (2cH/3\pi G) \cdot r^{-1} = (k_T/c) \cdot r^{-1} = 1,878 \cdot 10^{-1} \cdot r^{-1} \text{ г см}^{-3} \quad (2.77)$$

Для фракталов с помощью соотношения $m \propto r^D$ может быть введена фрактальная размерность Хаусдорфа D , которая связана с плотностью массы соотношением: $\rho_m \propto r^{-(3-D)}$. Сравнивая эту формулу с (2.77) можно прийти к заключению, что соотношение (2.77) должно соответствовать распределению материи в крупномасштабной структуре вселенной с фрактальной размерностью (Таганов 2008 [22, 23]):

$$D = 2 \quad (2.78)$$

Таким образом, статистические методы анализа распределений галактик, использующие для определения одной из координат галактики закон Хаббла, *должны в соответствии с уравнением (2.77) обнаруживать фрактальную размерность крупномасштабной структуры вселенной порядка $D = 2$* .

⁵⁷ Sandage, A. et al. The Hubble Constant: A Summary of the Hubble Space Telescope Program for the Luminosity Calibration of Type Ia Supernovae by Means of Cepheids // ApJ. (2006) 653; 843-860.

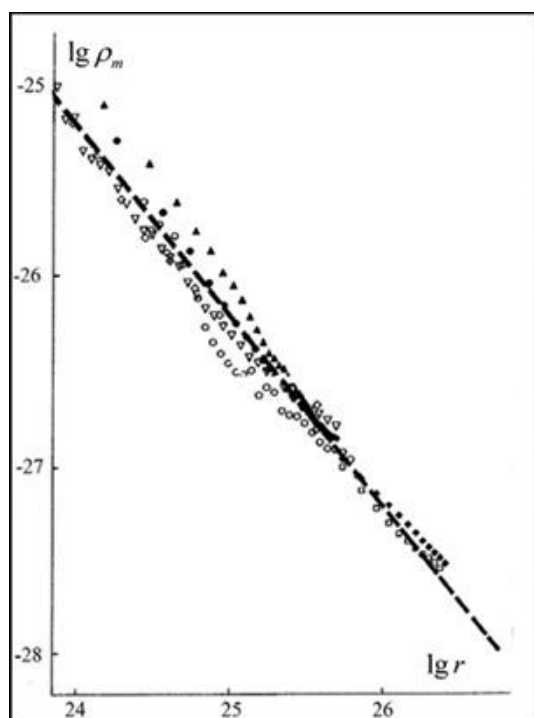


Рис. 2.5. Сравнение теоретической формулы (2.77); пунктирная прямая) с расчетами по данным нескольких каталогов галактик⁵⁸.

И действительно в 1987 году Лучано Петронеро опубликовал результаты статистического исследования каталогов галактик⁵⁸, которые свидетельствовали, что фрактальная размерность наблюдаемой крупномасштабной структуры вселенной: $D = 2 \pm 0,2$.

Одним из преимуществ фрактальных статистических методов исследования крупномасштабной структуры вселенной является возможность оценки средней массовой плотности космических структур разных масштабов без определения масс всех галактик в исследуемом объеме. Это обеспечивает возможность непосредственного сравнения уравнения (2.77) с астрономическими наблюдениями.

На рис. 2.5 приведено сравнение формулы (2.77) со статистическими расчетами распределений галактик⁵⁸. Различные обозначения маркеров соответствуют расчетам с использованием разных каталогов галактик и рис. 2.5 демонстрирует хорошее соответствие (2.77) наблюдениям вплоть до масштаба порядка 300 Мпк.

Петронеро и его последователи обнаружили, что значение фрактальной размерности $D \sim 2$ не зависит от пространственного масштаба статистического анализа. Оказалось, что эта фрактальная размерность характеризует не только распределение отдельных галактик, но действительна также для распределения скоплений галактик, распределения радио-галактик, источников рентгеновского излучения и квазаров, сохраняясь, по крайней мере, до масштабов порядка 1000 Мпк [58]. Так что современные исследования крупномасштабной структуры наблюдаемой части вселенной вполне подтверждают уравнения (1.79, 1.88).

Последовательное применение Принципа наименьшего действия в космологии с необратимым физическим временем, позволяет определить взаимозависимость ключевых характеристик Вселенной и основных процессов микромира, представленных фундаментальными константами (Таблица 2.1; подробнее см. в [22, 23])

Таблица 2.1. Теоретические оценки ключевых параметров наблюдаемой Вселенной

Ключевые космологические параметры	Наблюдения	Теоретические оценки (Таганов 2008 [22, 23])
Константа связи микромира и мегамира (эрг с см ⁻³)		$K_s = 2c^2 H / 3G = 3\hbar / 8r_e^3 = 1,768 \cdot 10^{10}$ эрг с см ⁻³
Постоянная Хаббла (с ⁻¹ ; км/с/Мпк)	(Tammann et al, 2006) $H = 63,2 \pm 1,3$ (Sandage et al, 2006) $H = 62,3 \pm 1,3$	$H = 9G\hbar / 16c^2 r_e^3 = 1,970 \cdot 10^{-18}$ с ⁻¹ (61,6 км/с/Мпк)
Средняя плотность массы (г см ⁻³)	$\rho_m = (5 \div 10) \cdot 10^{-30}$	$\rho_m = 9\hbar^2 G / 64\pi c^4 r_e^6 = 8,217 \cdot 10^{-30}$ г см ⁻³
Плотность энергии (эрг см ⁻³) и	$\rho_{CMB} = 4,19 \cdot 10^{-13}$ эрг см ⁻³	$\rho_{CMB} = \rho_m \cdot e^4 / \hbar^2 \cdot (1 + m_e / m_p) = 3,931 \cdot 10^{-13}$ эрг см ⁻³

⁵⁸ Pietronero L. The fractal structure of the Universe: correlations of galaxies and clusters and the average mass density // Physica A. (1987)144; 257.

температура (К) космического микроволнового фона	$T_{CMB} = 2,73K$	$T_{CMB} = (\rho_{CMB}/\sigma)^{1/4} = 2,685K$
Фрактальная размерность крупномасштабной структуры вселенной	$\rho_m \propto r^{-1}$ $D = 2 \pm 0,2$	$\rho_m = (3\hbar/8\pi c r_e^3) \cdot r^{-1} = 1,878 \cdot 10^{-1} \cdot r^{-1} \text{ г см}^{-3}$ $D = 2$

В этих формулах: гравитационная постоянная $G = 6,674 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \text{ г}^{-1} \text{ с}^{-2}$; постоянная Планка $\hbar = h/2\pi = 1,055 \cdot 10^{-27} \text{ эрг с}$; скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^{10} \text{ см с}^{-1}$; элементарный электрический заряд e ($e^2 = 2,307 \cdot 10^{-19} \text{ г см}^3 \text{ с}^{-2}$); классический радиус электрона $r_e = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13} \text{ см}$; масса электрона $m_e = 9,110 \cdot 10^{-28} \text{ г}$; масса протона $m_p = 1,673 \cdot 10^{-24} \text{ г}$; константа Стефана-Больцмана $\sigma = 7,566 \cdot 10^{-15} \text{ эрг см}^{-3} \text{ К}^{-4}$.

Уравнение (2.62) предсказывает постепенный рост массы Вселенной, то есть существование процессов образования новой материи. Среднюю скорость синтеза новой материи можно оценить с помощью космологических масштабов: $Q_H = M_H/T_H V_H = 8H^3/27\pi G \simeq 10^{-47} \text{ г с}^{-1} \text{ см}^{-3}$. Такая скорость образования материи означает, что, например, в объеме Земли за всю ее историю могло бы образоваться не более $2 \cdot 10^{-3}$ граммов водорода, которого не хватило бы, чтобы надуть даже детский воздушный шарик. Но в масштабах Вселенной такой рост массы означает, что каждую секунду могут появляться новые космические тела с общей массой более 10^5 солнечных масс, то есть масса порядка массы шарового скопления звезд или карликовой галактики.

Рассмотренные оценки характеристик процесса роста массы Вселенной, однако, отнюдь не дают повода думать, что материя синтезируется равномерно во всем объеме Вселенной. Наоборот, представляется более вероятным, что высокоэнергетические процессы синтеза новой материи происходят в относительно немногочисленных центрах, которые мы, возможно, наблюдаем, как квазары и активные ядра массивных галактик.

2.5. Наблюдения

Возможности астрофизических наблюдений нестационарного состояния Вселенной в пределах нашей галактики с помощью космологического красного смещения ограничены как точностью спектральных методов, так и влиянием эффектов Доплера при значительных скоростях относительного движения Земли и звезд нашей галактики. Для типичных относительных скоростей порядка 100–300 км/с в пределах нашей галактики доплеровское смещение составляет $(3-10) \cdot 10^{-4}$. Такое доплеровское смещение ограничивает возможности наблюдения космологических красных смещений из нашей галактики расстояниями 2–5 Мпк, для которых космологическое и доплеровское смещения имеют один порядок.

Характерным признаком доплеровских искажений космологического красного смещения для внегалактических объектов является анизотропия определяемых по наблюдениям значений константы Хаббла. Для галактик нашего сверхскопления с центром в созвездии Девы отклонение оценок константы Хаббла от среднего значения для некоторых направлений оказывается 150 % и более. Анизотропия оценок постоянной Хаббла становится существенно меньше только для галактик в соседних сверхскоплениях – в созвездиях Льва (140 Мпк) и Геркулеса (190 Мпк).

В отличие от космологического красного смещения оценки степени отклонения метрики пространства-времени от стационарного состояния по замедлению хода физического времени не зависят от какого либо движения космических тел. Поэтому отклонения метрики пространства-времени от стационарного состояния можно обнаружить по замедлению физического времени в пределах Солнечной системы, в системе Земля-Луна и даже на самой Земле.

Физическая природа наблюдаемых проявлений космологического замедления времени определяется тем, что *все равномерные движения в замедляющем ход физическом времени предстают ускоряющимися под действием виртуальных сил, если для расчетов при наблюдениях применяется ньютоновское время с неизменной и равномерной шкалой.*

I

В наших статьях и книгах (см., например, [22–24]) мы уже рассматривали влияние локальной нестационарности пространства-времени на кинематику системы Земля-Луна. При этом отмечалось, что наиболее выразительно феномен космологического замедления времени проявляется в кажущемся вековом росте скорости вращения Земли.

Проведенное астрономами исследование ускорения Луны обеспечило возможность оценить скорость вращения Земли за вычетом торможения ее вращения приливными влияниями Луны и Солнца. К немалому удивлению геофизиков оказалось, что после исключения всех известных приливных влияний, угловая скорость вращения Земли обнаруживает вековое возрастание, и ее относительное увеличение $\delta\omega/\omega$ составляет [9, 12]: за последние 2200 лет примерно 10^{-7} , а с 1700 по 1950 год примерно $4 \cdot 10^{-8}$. Кроме того, как и для ускорений Луны, обнаружено расхождение в оценках относительного ускорения вращения Земли по историческим (так называемым «античным») и современным данным.

Разница Эфемеридного (ET) и Мирового солнечного времени (UT) является мерой ошибки («эфемеридной поправкой») δt определения интервала времени из-за неравномерности движения Земли по орбите и колебаний скорости вращения Земли:

$$\delta t = t_{ET} - t_{UT} \quad (2.79)$$

В 1994 году в одном из буддийских монастырей в районе озера Байкал был найден фрагмент древних астрономических хроник солнечных затмений 2–11 веков, составленных в средневековом буддийском университете Наланда в Индии. Оказалось, что эти очень точные и подробные описания исторических затмений систематически расходятся с современными расчетами. Теоретическая оценка эфемеридной поправки, рассчитанная для этих астрономических хроник была: $\delta t \simeq 41 \cdot T_c^2$, где δt и измеряется в секундах, а T_c в юлианских столетиях (36525 юлианских дней). Эта теоретическая оценка систематически переоценивала значения эфемеридных поправок: $\delta t \simeq 31 \cdot T_c^2$, рассчитанные по древним наблюдениям.

После обсуждения этих странных расхождений, возраставших для более древних наблюдений, с астрономами Оксфордского университета и профессором Фредом Хойлом, И.Н. Таганов в 1995 году предположил, что эти расхождения являются свидетельством нового физического явления – космологического замедления времени. Анализ феномена красного смещения с учетом квантовой кинематики фотонов позволил ему вывести формулы (2.50) для «физического» времени, которое регистрируют наши часы:

В 1997 году, Ф. Стивенсон и В. Далмау подтвердили эффективность концепции физического времени и формулы (2.50) при интерпретации древних астрономических наблюдений. Стивенсон исследовал большое количество данных о наблюдениях более 200 солнечных затмений в эпохи, предшествовавшие изобретению телескопа – затмений, наблюдавшихся астрономами Вавилона, Древней Греции, древнего и средневекового Китая, а также средневековыми европейскими и арабскими обсерваториями [36].

В 1984–1997 годах, Стефенсон и Моррисон исследовали обширный массив данных о наблюдениях затмений в эпоху, предшествовавшую изобретению телескопа. База данных этих исследователей, помимо уже анализировавшихся другими авторами наблюдений затмений в средневековой Европе, содержала обширную информацию о затмениях, наблюдавшихся астрономами древнего Вавилона, античной Греции, древнего и средневекового Китая, а также средневековыми обсерваториями Арабского мира [36].

При анализе давних астрономических наблюдений авторы использовали постоянное значение лунного ускорения: -26 д.сек/век² («секунд дуги в век за век») и вычисляли оценки δt в качестве меры изменения скорости вращения Земли (рис. 2.6). Оказалось, что величина среднего темпа роста LOD около $1,7$ мс/век, что существенно меньше оценки роста LOD за счет лунных и солнечных приливных влияний ($2,3$ мс/век).

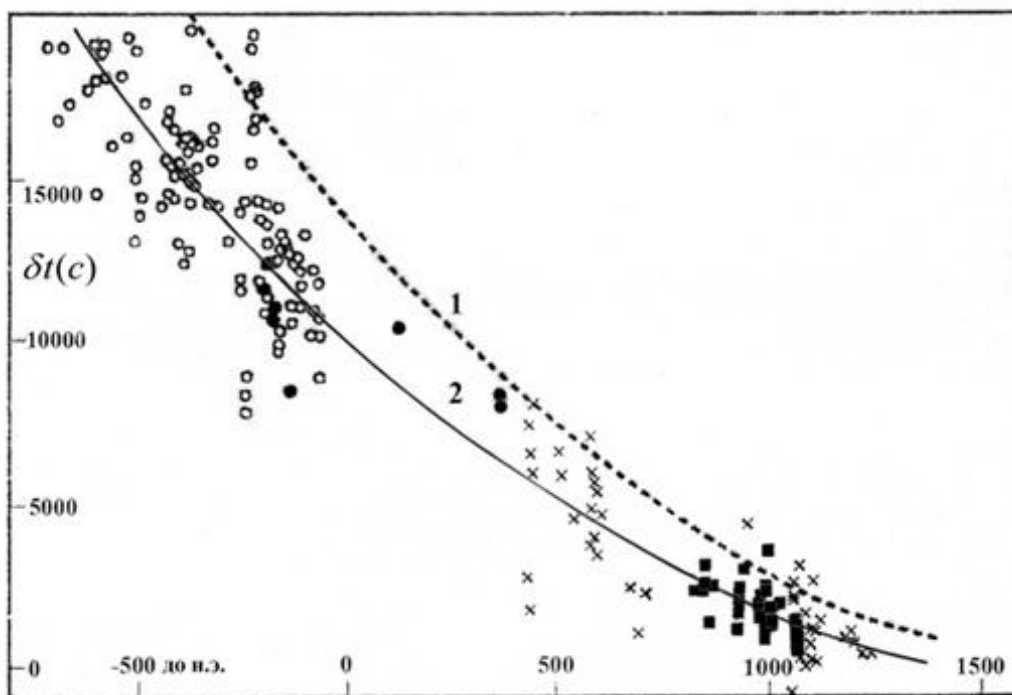


Рис. 2.6. Оценки величин δt (сек.; ординаты) – ошибок определения времени из-за неравномерности вращения Земли, рассчитанные по наблюдениям затмений в эпоху 700 г. до н.э.–1500 г. Кружки – наблюдения в древнем Вавилоне, заполненные кружки – наблюдения в античной Греции, крестики – наблюдения астрономов древнего и средневекового Китая, заполненные квадраты – наблюдения средневековых обсерваторий Арабского мира [36]. Пунктирная кривая 1 соответствует уравнению (2.80), а кривая 2 уравнению (2.82).

Поскольку в рассматриваемую эпоху не было заметного изменения уровня Мирового океана, то можно полагать, что значение ускорения Луны и энергия, рассеиваемая приливным трением, оставались постоянными. Теоретическая оценка возрастания величины δt из-за приливного трения при постоянном значении лунного ускорения: -26 д.сек/век² (пунктирная кривая 1 на рис. 2.6) соответствует следующему уравнению [36]:

$$\delta t = 42 \cdot T_c^2 \quad (2.80)$$

В этом уравнении единицей измерения δt служит секунда, а T_c измеряется в юлианских столетиях до 1820 года, в соответствии с определением ET-системы.

Можно заметить, что уравнение (2.80) (пунктирная кривая 1 на рис. 2.6) систематически переоценивает значения δt , рассчитанные по наблюдениям. Для того чтобы получить уравнение, соответствующее всему множеству маркеров результатов расчетов, представленному на рис. 2.6, следует предположить, что помимо тормозящего вращения Земли приливного воздействия Луны и Солнца, существует еще какой-то неизвестный фактор, компенсирующий наблюдаемое расхождение темпов роста LOD примерно на $0,6$ мс/век.

Космологическое замедление времени наглядно объясняет расхождение оценки (2.80) и расчетов по наблюдениям, представленным на рис. 2.6. Для того чтобы учесть влияние космологического замедления времени в соотношении (2.79) следует использовать не идеализированное ньютоновское время t_{UT} с равномерной шкалой, а замедляющее ход

физическое время, в соответствии с (2.50): $\tau_{UT} = t_{UT} + Ht_{UT}^2/2$. При этом условии из соотношения (2.50) можно получить:

$$\delta t = t_{ET} - \tau_{UT} \quad \text{и, затем:} \quad \delta t = t_{ET} - \tau_{UT} = 42 \cdot T_c^2 - HT_c^2/2 \quad (2.81)$$

Если использовать теоретическое значение константы Хаббла (2.75): $H = 1,97 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$ и учесть, что в одном юлианском столетии: $T_c = 3,156 \cdot 10^9$ секунд, то соотношение (2.81) примет вид:

$$\delta t = 32,2 \cdot T_c^2 \quad (2.82)$$

В этом уравнении также как и в (2.80) единицей измерения δt служит секунда, а T_c измеряется в юлианских столетиях. На рис. 2.6 сплошная кривая 2 представляет уравнение (2.82) и достаточно хорошо соответствует множеству маркеров, отмечающих расчеты δt по наблюдениям исторических затмений.

Следует отметить, что В. Далмау (Dalmau⁵⁹ 1997) в результате анализа нескольких арабских средневековых наблюдений затмений вывел эмпирическую формулу: $\delta t = 31,5 \cdot T_c^2$, которая почти совпадает с (2.82).

II

С недавнего времени международные службы точного времени стали достаточно надежно измерять вековое ускорение вращения Земли, которое должно приводить к среднему за столетие уменьшению продолжительности суток (LOD) после исключения всех приливных влияний примерно на: $1,7 - 2,3 = -0,6$ мс/век. Для стандартной продолжительности суток 86400 сек и 36525 дней Юлианского столетия средняя скорость такого уменьшения LOD может быть оценена соотношением:

$$d\Delta t/dt \simeq [(1,7 - 2,3) \cdot 10^{-3} \cdot 36525] / (86400 \cdot 36525) = -6,944 \cdot 10^{-9} \quad (2.83)$$

Это кажущееся ускорение вращения Земли отражает космологическое замедление хода физического времени, для которого из (2.50) следует: $\Delta t = t - \tau = -H/2 \cdot t^2$. С помощью этого соотношения и значения постоянной Хаббла (2.75) можно теоретически оценить величину скорости потенциального уменьшения LOD на протяжении столетия:

$$d\Delta t/dt = -Ht = -1,97 \cdot 10^{-18} \cdot 86400 \cdot 36525 = -6,217 \cdot 10^{-9} \quad (2.84)$$

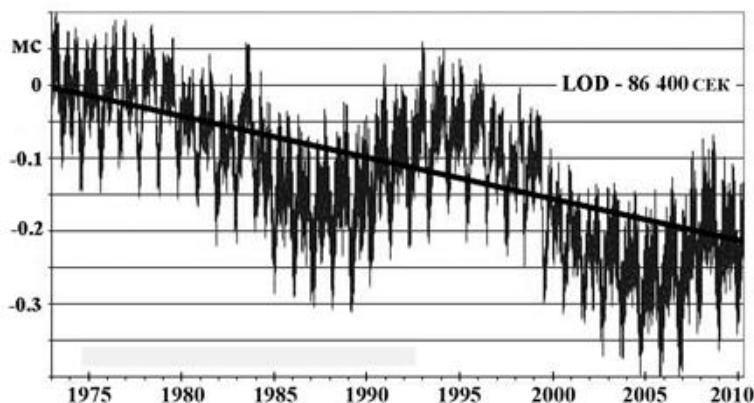


Рис. 2.7. Флуктуации продолжительности LOD (с компенсацией приливных влияний). На рисунке ясно видна тенденция к сокращению продолжительности LOD , которая отмечена сплошной линией:

⁵⁹ Dalmau, W. Critical remarks on the use of medieval eclipse records for the determination of long term changes in the earth's rotation // Surveys in Geophysics (1997) 18: 213-223.

$LOD = 8,64 \cdot 10^7 - (0,622T_c)$ (мс), соответствующей теоретической оценке (2.84). (По данным *IERC* – *International Earth Rotation Center*; *Bulletin C 36*. <https://oceanography.navy.mil> и tycho.usno.navy.mil)

Как показывает сравнение этих оценок, теоретическая оценка (2.84) отличается от оценки по астрономическим наблюдениям (2.83) всего на 10 %, что заметно меньше средней неопределенности данных наблюдений, которые иллюстрирует рис. 2.7.

III

При астрономических наблюдениях Луны, Земли, Венеры и Меркурия астрономы обнаруживают необъяснимые ускорения движения этих небесных тел, пропорциональные их средним движениям по орбитам⁶⁰. В соответствии с законами Кеплера и Ньютона изменение долготы планеты определяется уравнением: $L = L_0 + nT_c$, где n это среднее движение планеты в секундах дуги за столетие. Применение соотношения (2.50) для замедляющегося физического времени при описании движения планеты по орбите приводит к уравнению: $L_\tau = L_0 + nT_c + n \cdot H_c / 2 \cdot T_c^2$. Последнее слагаемое в правой части уравнения и соответствует ускорениям, которые наблюдают астрономы.

Для того чтобы определить величину отклонения от теоретического движения планеты обычно используют поправку для долготы планеты δL , равную разности между долготой, рассчитанной по теоретическому уравнению: $L = L_0 + nT_c$ и наблюдаемой долготой планеты. С помощью этого уравнения и уравнения (2.50), определяющего замедление физического времени можно получить оценку «космологической поправки» для долготы планеты:

$$\delta L = L_t - L_\tau = -n \cdot H_c / 2 \cdot T_c^2 \quad (2.85)$$

Таблица 2.2. Сравнение теоретических значений космологических поправок (2.85) для движения планет с их оценками по наблюдениям.

	Среднее движение планеты n (д.сек/век)	Теоретическая космологическая поправка $-\delta L_\tau = n \cdot H_c / 2 \cdot T_c^2; T_c = 1$ век (д.сек/век ²)	Оценка космологических поправок по наблюдениям $< -\delta L_\tau >$ (д.сек/век ²)	Литература
Луна	$1,74 \cdot 10^9$	5,41	$6,2 \pm 0,7$	2.2-1–2.2-5
Меркурий	$5,4 \cdot 10^8$	1,68	$1,62 \pm 0,26$	2.2-4–2.2-6
Венера	$2,1 \cdot 10^8$	0,66	$0,61 \pm 0,1$	2.2-4–2.2-6
Земля	$1,296 \cdot 10^8$	0,4	$0,47 \pm 0,23$	2.2-1–2.2-5

Литература к Таблице 2.2

2.2-1. Fotheringham J. Secular accelerations of sun and moon as determined from ancient lunar and solar eclipses, occultation and equinox observations // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* (1920) 80, 578.

⁶⁰ Seidelman P. K., Santoro E. J., Pulkkinen K. F. In *Dynamical Astronomy*. Eds. Szebenhey V., Balazs B. Austin, Texas, 1985; 55. Seidelman P. K., Santoro E. J., Pulkkinen K. F. In *Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry*. Eds. Kovalevsky J. and Brumberg V.A. Kluwer, Dordrecht, 1986; 99. Yao Z-G., Smith C. In *Mapping the Sky*. Eds. Debarbat S., Eddy J.A., Eichhorn H.K., Upgren A.R. Kluwer, Dordrecht, 1988; 501. Yao Z-G., Smith C. In *Developments in Astrometry and Their Impact on Astrophysics and Geodynamics*. Eds. Muller I.I. and Kolaczek B. Kluwer, Dordrecht, 1993; 403. ⁶⁰ Standish E.M., Williams J.G. In *Inertial Coordinate System on the Sky*. Eds. Lieske J.H. and Abalakin V.K. Kluwer, Dordrecht, 1990; 173. Kolesnik Y. B. // *A&A* (1995) 294, 876. Kolesnik Y. B. In *Dynamics, Ephemerids and Astrometry of the Solar System*. Eds. Feeraz-Mello S., et. al. Kluwer, Dordrecht, 1996; 477. Kolesnik, Y., Masreliez, C.J. Secular trends in the mean longitudes of the planets derived from optical observations // *AJ* (2004), 128, No 2; 878.

2.2-2. De Sitter W. On the secular accelerations and the fluctuations of the longitudes of the moon, the sun, Mercury and Venus // Bull. Astron. Inst. Netherlands. (1927) 4, 21.

2.2-3. Jones, Sir H. Spencer. The rotation of the Earth and the secular acceleration of the sun, moon and planets // Mon. Not. Roy. Astron. (1939) 99, 541.

2.2-4. Таганов И.Н. Физика необратимого времени. – Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-16-0. Taganov, Igor N. Irreversible-Time Physics. - Saint Petersburg: TIN, 2013. ISBN 978-5-902632-12-2.

2.2-5. Таганов И.Н., Саари В.-В.Е. Древние загадки солнечных затмений. Асимметричная астрономия. – Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-14-6. Taganov, Igor N., Saari, Ville-V.E. Ancient Riddles of Solar Eclipses. Asymmetric Astronomy. – Saint Petersburg: TIN, 2014. ISBN 978-5-902632-15-3

2.2-6. Kolesnik, Y., Masreliez, C.J. Secular trends in the mean longitudes of the planets derived from optical observations // AJ (2004), 128, No 2; 878.

Таблица 2.2 показывает, что расхождение теоретических космологических поправок (2.85) для движения планет и соответствующих оценок по наблюдениям не превышает статистической неопределенности наблюдений.

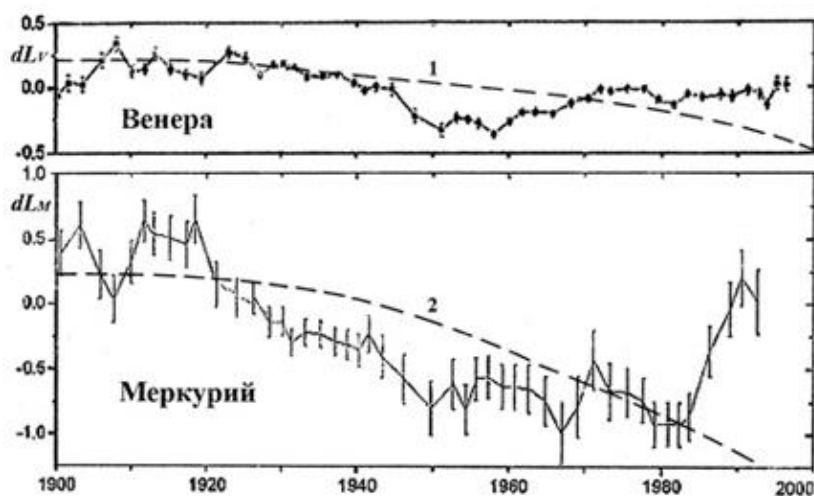


Рис. 2.8. Поправки к теоретическим значениям долготы Меркурия dL_M и Венеры dL_V (в секундах дуги) по наблюдениям в эпоху 1900–2000. Расчеты трендов с учетом космологических поправок (2.85) – пунктирные кривые 1: $dL_V = 0,2 - 0,66 \cdot T_c^2$ 2: $dL_M = 0,23 - 1,68 \cdot T_c^2$.

Феномен космологического замедления времени дает уникальную возможность оценить значение постоянной Хаббла не из красных смещений в спектрах далеких галактик, а из наблюдений орбитального движения Земли, Луны, Венеры и Меркурия. Из (2.85) для $T_c = 1$ век можно получить формулу для оценки постоянной Хаббла по наблюдениям движения планет: $H_{c(obs)} = 2 \langle \delta L_\tau \rangle / n$. Эта формула при использовании наблюдаемых значений космологических поправок $\langle \delta L_\tau \rangle$ из таблицы 22.2 дает следующее значение постоянной Хаббла по наблюдениям: $H_{obs} = (6,55 \pm 0,75) \cdot 10^{-9}$ век $^{-1} = (2,08 \pm 0,24) \cdot 10^{-18}$ с $^{-1}$ ($65 \pm 7,5$ км/с/Мпк). Эта оценка близка к теоретическому значению постоянной Хаббла (2.75): $H = 1,97 \cdot 10^{-18}$ с $^{-1}$ (61,6 км/с/Мпк) и хорошо соответствует недавней (2013) оценке постоянной Хаббла международным астрофизическим проектом «Планк» (2013): $(2,17 \pm 0,02) \cdot 10^{-18}$ с $^{-1}$ ($67,8 \pm 0,77$ км/с/Мпк).

IV

Проявления феномена космологического замедления времени можно наблюдать не только в масштабах вселенной и Солнечной системы, но и в микромире. В частности, замедление хода физического времени по отношению к равномерной шкале ньютоновского времени обнаруживается при анализе кинетики распада радиоактивных изотопов (Таганов 2003 [21–23, 42, 43]).

Константа скорости распада изотопа пропорциональна вероятности распада нестабильного ядра изотопа, которая, в свою очередь, обратно пропорциональна среднему времени жизни возбужденных ядер этого изотопа. В соответствии с рассматриваемой концепцией физического времени средние времена жизни ядер изотопов должны исчисляться не в ньютоновском, а в физическом времени. Если изотопы объективно распадаются в замедляющем ход физическом времени, то разница в количестве реально распавшихся ядер и прогнозом, сделанным на основе описания кинетики распада в равномерном ньютоновском времени будет тем больше, чем больше период полураспада изотопа.

Характерной особенностью пространства-времени с замедляющимся временем является его асимметрия. Поэтому возможны два сценария анализа кинетики распада изотопов с различными началами отсчета времени.

1. Если проводить ретроспективный анализ, то началом отсчета времени следует принять нашу эпоху. При этом в соответствии с (2.50) отношение интервалов физического и ньютоновского времени линейно уменьшается по мере рассмотрения все более давних эпох (при отрицательных t и τ): $\tau/t = 1 - H/2 \cdot t$.

2. Когда рассматривается прогноз кинетики распада изотопа в будущем, то отсчет времени ведется с момента начала процесса и для распадов ядер в будущем (при положительных t и τ), отношение интервалов физического и ньютоновского времени, наоборот, линейно возрастает: $\tau/t = 1 + H/2 \cdot t$.

Кинетика изменения концентраций радиоактивных изотопов в замедляющемся физическом времени определяется модифицированным законом радиоактивного распада:

$$N_{\tau}^I = N_0^I \exp(-\lambda_{\tau}^I \tau) = N_0^I \exp[-\lambda_{\tau}^I (t + Ht^2/2)] \quad (2.86)$$

Здесь N_0^I , N_{τ}^I это количества не распавшихся ядер I -го изотопа соответственно в начальный и произвольный моменты времени, λ_{τ}^I константа скорости распада I -го изотопа в физическом времени.

Разница в результатах расчетов с ньютоновским и физическим временем становится существенной только для больших интервалов времени, например, в изотопной геохронологии. Основу методологии изотопной геохронологии, помимо закона радиоактивного распада составляют соотношения:

$$t_e^I = L_e^I / \lambda_t^I \quad \tau_e^I = L_e^I / \lambda_{\tau}^I \quad (2.87)$$

Здесь λ_t^I и λ_{τ}^I это константы скорости распада I -го изотопа, определяющие специфику изотопного метода, t_e^I и τ_e^I это экспериментальные оценки ньютоновского и «физического» возраста геологического образца, а L_e^I — это так называемая «кинетическая функция» экспериментально определяемых концентраций изотопов, влияющих на изотопные соотношения, устанавливающиеся в процессе распада основного I -го изотопа. Здесь и в дальнейшем индекс « e » отмечает экспериментальные оценки характеристик.

Вид функции L_e^I определяется особенностями конкретного метода изотопной геохронологии⁶¹. Подробнее методологию изотопного определения возраста геологических образцов можно рассмотреть на примере распространенного рубидий-стронциевого метода (Rb/Sr метод). Атом изотопа ^{87}Rb распадается, образуя один атом радиогенного изотопа ^{87}Sr и свободный электрон. Если геологический образец никогда не содержал первичного не

⁶¹ Горохов И.М. Рубидиево-стронциевый метод изотопной геохронологии. М., 1985. Faure, G., Mensing, D. *Isotopes - Principles and applications*. 3rd Edition. J. Wiley & Sons, 2005. ISBN 0-471-38437-2. Mattinson, J. M., Revolution and evolution: 100 years of U-Pb geochronology // *Elements* (2013) 9, 53–57.

радиогенного ^{87}Sr , то количество $^{87}\text{Sr}_t$ в момент времени t , в соответствии с законом радиоактивного распада будет:

$$^{87}\text{Sr}_t = ^{87}\text{Rb}_t \left[\exp(\lambda_t^{87} t) - 1 \right] \quad (2.88)$$

Используя это соотношение, после определения в геологическом образце концентраций $^{87}\text{Rb}_t$ и $^{87}\text{Sr}_t$, можно оценить возраст образца по формуле:

$$t = L_e^{87} / \lambda_t^{87} \quad L_e^{87} = \ln[(^{87}\text{Sr}_t / ^{87}\text{Rb}_t) + 1] \quad (2.89)$$

Если исследуемый геологический материал в момент начала распада ^{87}Rb содержал некоторое количество первичного не радиогенного изотопа стронция $^{87}\text{Sr}_0$, то расчетная формула несколько усложняется:

$$t = L_e^{87} / \lambda_t^{87} \quad L_e^{87} = \ln\{1 + (^{86}\text{Sr}_t / ^{87}\text{Rb}_t)[(^{87}\text{Sr}_t / ^{86}\text{Sr}_t) - (^{87}\text{Sr}_0 / ^{86}\text{Sr}_0)]\} \quad (2.90)$$

В изотопной геохронологии применяется много модификаций расчетных формул для кинетических функций L_e^I . Но существенно то, что из-за неизменного использования закона радиоактивного распада, в формулу для расчета возраста образца вида (2.87, 2.89, 2.90) константа скорости распада основного изотопа λ_t^I *всегда входит в качестве делителя*.

При ретроспективном анализе в изотопной геохронологии следует иметь в виду, что «возраст» геологического образца это, по существу, отрицательная величина, поскольку он определяется отрицательным значением момента времени в прошлом, когда начался распад изотопа, по которому этот возраст определяется. В концепции замедляющегося физического времени все характеристические интервалы в прошлом оказываются меньше, чем в настоящем и будущем. Поэтому ретроспективная оценка физического времени распада изотопа вследствие замедления хода физического времени в прошлом оказывается меньше его оценки в ньютоновском времени и, соответственно физический возраст геологического образца меньше его ньютоновского возраста. Например, оценке продолжительности прошлого Земли: $t_E = -4,5$ млрд. «ньютоновских» лет соответствует примерно: $\tau_E = -3,9$ млрд. «физических» лет (по 2.50).

Для того чтобы за меньший интервал физического времени распалось бы то же самое количество атомов изотопа, что и за больший интервал ньютоновского времени, константа распада для физического времени λ_τ^I должна быть больше ньютоновской константы λ_t^I , так что всегда: $\lambda_\tau^I > \lambda_t^I$.

При относительно небольших интервалах времени (обычно не более 20 лет), на протяжении которых проводится экспериментальное определение констант скорости распада долгоживущих изотопов, не удастся учесть замедления хода физического времени. Поэтому константы, которые используются в расчетах изотопной геохронологии, по существу, представляют собой несколько *заниженные* экспериментальные оценки констант скорости распада изотопов в замедляющемся физическом времени.

Сравнение формул (2.86, 2.87) для ньютоновского и замедляющегося физического времени приводит к соотношениям:

$$\tau_e^I - t_e^I = t_e^I \cdot (1 - \lambda_t^I / \lambda_\tau^I) = \tau_e^I \cdot (\lambda_\tau^I / \lambda_t^I - 1) \quad \tau_e^I = t_e^I \cdot \lambda_t^I / \lambda_\tau^I \quad (2.91)$$

Из этих соотношений видно, что разница в оценках значений возраста в физическом и ньютоновском времени, при прочих равных условиях, тем больше, чем старше образец.

Для оценки расхождений одновременного определения ньютоновского возраста образца с помощью двух изотопов с разными константами скорости распада из формулы (2.91) при $\tau_e^{(1)} = \tau_e^{(2)} = \tau_e$ для ньютоновского и физического времени можно получить соотношение:

$$t_e^{(1)} - t_e^{(2)} = t_e^{(1)} \cdot [1 - (\lambda_t^{(1)} \lambda_t^{(2)}) / (\lambda_t^{(1)} \lambda_t^{(2)})] \quad (2.92)$$

Из формулы (2.92) следует, что если анализируется один и тот же геологический образец, имеющий единственный вполне определенный возраст в физическом времени, различными изотопными методами, то *оценки его ньютоновского возраста не будут совпадать. Причем оказывается, что метод с использованием более долгоживущего изотопа всегда будет приводить к меньшему значению ньютоновского возраста образца.*

Следует отметить, что эта разница в оценках возраста образцов характерна не только для ретроспективного сценария анализа кинетики (для отрицательных значений возраста), но и при прогнозе кинетики распада изотопов, то есть при положительных значениях возраста (подробнее см. в [21–23, 42, 43]).

Экспериментальное исследование расхождений изотопных датировок из-за не совпадения шкал ньютоновского и физического времени целесообразно проводить для методов, использующих изотопы с сильно отличающимися константами скорости распада. К таким методам, например, относятся широко применяемые в изотопной геохронологии методы – (U/Pb) (константа распада ^{238}U : $\lambda_t^{238} = 1,55 \cdot 10^{-10} \text{ г}^{-1} (\text{год}^{-1})$) и (Rb/Sr) (константа распада ^{87}Rb : $\lambda_t^{87} = 1,42 \cdot 10^{-11} \text{ г}^{-1}$).

В последние десятилетия в геохронологии начал активно использоваться «самарий – неодимовый метод» (Sm/Nd), который многими геохимиками считается наиболее точным и даже используется в качестве стандарта, с которым сравниваются данные других методов⁶². Это связано с тем, что в силу геохимических особенностей самарий и неодим наименее подвержены влиянию метаморфических процессов. Самарий-неодимовый метод определения абсолютного возраста основан на регистрации продуктов распада изотопа ^{147}Sm с образованием в качестве конечного продукта изотопа ^{143}Nd . Константа распада ^{147}Sm : $\lambda_t^{147} = 6,42 \cdot 10^{-12} \text{ г}^{-1}$ меньше констант распада изотопов, определяющих результаты применения (U/Pb) и (Rb/Sr) изотопных методов. Поэтому можно предвидеть, что при одновременном определении возраста одного и того же геологического образца (U/Pb), (Rb/Sr) и (Sm/Nd) методами, самарий-неодимовый метод будет давать наименьшие оценки ньютоновского возраста образца.

Из сотен опубликованных в последние тридцать лет результатов изотопного определения возрастов геологических образцов удастся отобрать несколько десятков публикаций об одновременном определении возраста образцов с помощью (U/Pb), (Rb/Sr) и (Sm/Nd) методов (табл. П1 и П2 Приложения).

Расхождение оценок возраста образцов при параллельном использовании (U/Pb), (Rb/Sr) и (Sm/Nd) методов особенно заметно для образцов с возрастом более миллиарда лет. Анализ оценок ньютоновского возраста геологических образцов (табл. П1, колонки 1, 2 Приложения), сделанных при параллельном использовании (U/Pb) и (Rb/Sr) методов, демонстрирует их систематическое расхождение со средней разностью порядка 0,14 млрд. лет (6,5 %). Расхождение оценок ньютоновского возраста геологических образцов (табл. П2, колонки 1, 2 Приложения), сделанных при параллельном использовании (U/Pb) и (Sm/Nd) методов, еще больше – соответственно 0,13 млрд. лет и 8,5 %. Эти расхождения оценок возраста образцов значительно превышают средний уровень неопределенности оценок возраста в изотопной геохронологии (1–2 %).

Приведенные в табл. П1, П2 Приложения оценки ньютоновского возраста геологических образцов t_{ei}^{238} , t_{ei}^{87} и t_{ei}^{147} позволяют с помощью формулы (2.87) восстановить соответствующие экспериментальные значения параметров L_{ei}^{238} , L_{ei}^{87} и L_{ei}^{147} . После этого,

⁶² Сергеев С.А., Лохов К.И., Шевченко С.С. и др. *Оптимальный выбор методов изотопных геохронологических и изотопно-геохимических исследований*. СПб.: ВСЕГЕИ, 2007. ISBN 978-5-93761-090-4. Ронкин Ю.Л., Хойман К.-Х. Определение погрешностей Sm-Nd модельных датировок // Ежегодник-2008: Сборник. Ин-т геол. и геохим. УрО РАН. Екатеринбург: Ин-т геол. и геохим. УрО РАН, 2009, СС. 334-336.

используя на этот раз формулу (2.87) с константами скорости распада в физическом времени, можно найти значения $\lambda_{\tau_e}^{238}$, $\lambda_{\tau_e}^{87}$ и $\lambda_{\tau_e}^{147}$ при которых в рассматриваемой статистике измерений достигается минимальная сумма разностей возрастов геологических образцов в физическом времени: $\Phi = \sum_{(i)} [(L_{ei}^{238} / \lambda_{\tau_e}^{238}) - (L_{ei}^{87} / \lambda_{\tau_e}^{87})] \rightarrow 0$.

Для данных табл. П1, П2 Приложения значения констант скоростей распада, определенные минимизацией методом градиентного спуска, приведены в табл. 2.3. Для расчета физического возраста образца τ_e^I по определенному изотопным методом его ньютоновскому возрасту t_e^I можно пользоваться формулой (2.91): $\tau_e^I = t_e^I \cdot \lambda_i^I / \lambda_{\tau_e}^I$ и таблицей 2.3.

Таблица 2.3. Константы распада изотопов в ньютоновском и физическом времени

	^{238}U	^{87}Rb	^{147}Sm
λ_i^I (г ⁻¹)	$1,55 \cdot 10^{-10}$	$1,42 \cdot 10^{-11}$	$6,42 \cdot 10^{-12}$
$\lambda_{\tau_e}^I$ (г ⁻¹)	$1,806 \cdot 10^{-10}$	$1,55 \cdot 10^{-11}$	$6,87 \cdot 10^{-12}$

Анализ расчетов физического возраста образцов показывает, что среднее расхождение оценок физических возрастов, определенных параллельно (U/Pb) и (Rb/Sr) методами, составляет менее 0,0002 млрд. лет (0,01 %), а среднее расхождение для (U/Pb) и (Sm/Nd) методов менее 0,0002 млрд. лет (0,012 %), то есть *снижается более чем на два порядка по сравнению с расхождениями оценок ньютоновского возраста образцов.*

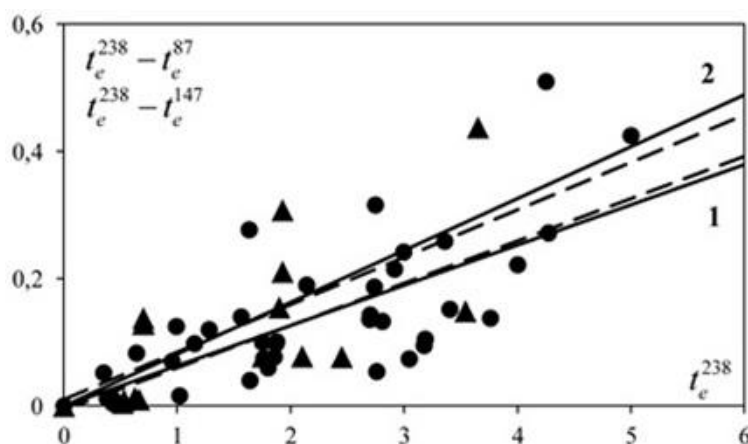


Рис. 2.9. Расхождение оценок ньютоновского возраста геологических образцов, полученных: (U/Pb) и (Rb/Sr) методами – кружки; (U/Pb) и (Sm/Nd) методами – треугольники. Сплошные линии: 1 – (2.93); 2 – (2.94); пунктирные линии – соответствующие тренды, рассчитанные по результатам изотопных датировок.

Если принять в формуле (2.92) в качестве первого (индекс 1) изотопного метода (U/Pb) метод, а в качестве второго (индекс 2) – (Rb/Sr) или (Sm/Nd) метод, то при найденных значениях констант скоростей распада в физическом времени (табл. 2.3) соотношение (2.92) имеет вид:

$$t_e^{238} - t_e^{87} = 0,0632 \cdot t_e^{238} \quad (2.93)$$

$$t_e^{238} - t_e^{147} = 0,0816 \cdot t_e^{238} \quad (2.94)$$

На рис. 2.9, который демонстрирует сравнение этих теоретических зависимостей с оценками возрастов геологических образцов (табл. П1, П2 Приложения), видно, что чем меньше константа скорости распада изотопа, определяющего метод определения возраста, тем больше расхождение оценок ньютоновского возраста геологических образцов. Несмотря на разброс экспериментальных маркеров на рис. 2.9, среднее относительное (отнесенное к

возрасту образца) расхождение экспериментальных данных с теоретическими формулами (2.93) и (2.94) не превышает 5 %.

Концепция замедляющего ход физического времени предоставляет уникальную возможность оценить величину константы Хаббла не по красным смещениям в спектрах излучения звезд далеких галактик, а по изотопным оценкам возрастов геологических образцов пород Земли и Луны.

С помощью формулы (2.50) по статистике возрастов геологических образцов в ньютоновском и физическом времени можно рассчитать оценку константы Хаббла. Для изотопных оценок формула (2.50) может быть использована в форме: $-\tau_{ei} = -t_{ei} + H_e t_{ei}^2 / 2$. Из статистики табл. П1 и П2 Приложения методом наименьших квадратов получается оценка:

$$H_e = (2,15 \pm 0,2) \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1} \quad (67,2 \pm 6 \text{ км/с/Мпк}) \quad (2.95)$$

Эти оценки достаточно близки к теоретическому значению константы Хаббла (1.78): $H = 61,6 \text{ км/с/Мпк}$; $(1,97 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1})$ и соответствуют часто применяемому в современной астрофизике интервалу оценок параметра Хаббла: $60 \div 75 \text{ км/с/Мпк}$.

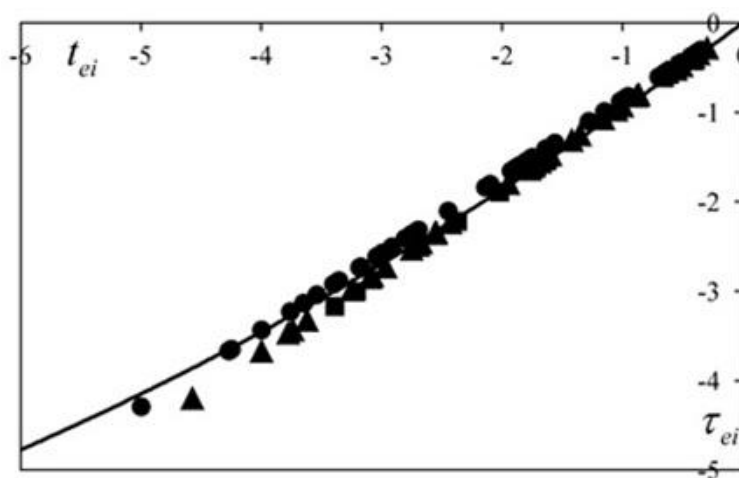


Рис. 2.10. Сравнение изотопных оценок физического возраста геологических образцов (кружки для U/Pb метода, треугольники для Rb/Sr метода, квадраты для Sm/Nd метода) с теоретической зависимостью: $-\tau_{ei} = -t_{ei} + H t_{ei}^2 / 2$ (сплошная кривая; $H = 1,97 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$)

На рис. 2.10 оси координат это физический и ньютоновский возраст геологических образцов в миллиардах лет, а сплошная кривая соответствует формуле (2.50): $-\tau_{ei} = -t_{ei} + H t_{ei}^2 / 2$ с теоретическим значением константы Хаббла (2.75): $H = 61,6 \text{ км/с/Мпк}$; $(1,97 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1})$. Относительное среднеквадратичное отклонение оценок возрастов геологических образцов, представленных в табл. П1 и П2 Приложения от теоретической формулы (2.50) менее 5 %.

Исследование, проведенное еще в 1970-е годы Э.К. Герлинг и Г.В. Овчинниковой⁶³, подтверждает обсуждаемое в этом разделе систематическое расхождение оценок возрастов горных пород и минералов, определенных одновременно уран-свинцовым (U/Pb) и рубидий-стронциевым (Rb/Sr) изотопными методами. Авторы отмечали, что в большинстве изотопных датировок (Rb/Sr) метод приводит к меньшим значениям возраста. Эти наблюдения вполне согласуются с формулами (2.91, 2.92), поскольку константа распада ^{87}Rb меньше константы для ^{238}U более чем в десять раз.

⁶³ Герлинг Э.К., Овчинникова Г.В. К вопросу о постоянстве скорости радиоактивного распада // Геохимия (1970) № 8; 891–902. Герлинг Э.К., Овчинникова Г.В. Постоянна ли скорость радиоактивного распада? // Радиохимия (1977) №1; 106–120.

В геохимии расхождение оценок возрастов геологических образцов, полученных с использованием (U/Pb), (Rb/Sr) и (Sm/Nd) изотопных методов обычно объясняют разнообразными процессами миграции элементов и их изотопов при метаморфизме горных пород (см., например⁶⁴). Считается, что в древних породах миграция изотопов возникала неоднократно и была особенно интенсивной в эпохи диастрофических циклов, когда происходил подъем геоизотерм, деформация горных пород и значительные перемещения растворов и флюидов.

Эффект Rb/Sr изотопного «омоложения» геохимии обычно связывают с выносом из пород при термальном метаморфизме значительного количества Rb и Sr . Причем особую роль играет преимущественный вынос изотопов радиоактивного распада, которые менее прочно связаны с кристаллической структурой минералов. Радиогенный ^{87}Sr может мигрировать быстрее стабильного ^{86}Sr , что проявится замедлением роста отношения $^{87}Sr/^{86}Sr$ в (2.90).

Возникновению эффекта Rb/Sr изотопного «омоложения» может способствовать также интенсивное вымывание Rb щелочными флюидами, которое приводит к уменьшению радиогенного стронция в породах. Вероятно, все эти процессы имели место и, в частности, с ними связаны расхождения в оценках Rb/Sr -возраста одинаковых пород из разных районов Земли. Упомянутые процессы термального метаморфизма, по-видимому, также являются одной из основных причин разброса экспериментальных точек на рис. 2.9.

Однако, представляется совершенно невероятным, что сложный комплекс радиохимических процессов, приводящий к явлению Rb/Sr и Sm/Nd изотопного «омоложения», каким то образом случайно был синхронизован на Земле и на Луне так, что в среднем определяется единственным параметром – не имеющей, казалось бы, никакого отношения ни к радиохимии, ни к геохимии космологической константой Хаббла, определяющей степень нестационарности вселенной.

Еще одним аргументом в пользу предположения о том, что средний эффект Rb/Sr изотопного «омоложения» не определяется вымыванием элементов щелочными флюидами, являются результаты изотопной хронологии образцов пород Луны. Считается, что на термальный метаморфизм пород Луны горячие растворы и флюиды практически не влияли. Тем не менее эффект Rb/Sr изотопного «омоложения» лунных пород оказывается в среднем даже больше чем на Земле (образцы 29–32 в табл. П1 Приложения).

Причиной наблюдаемых расхождений в оценках возраста геологических образцов Земли и Луны, полученных при использовании изотопов с сильно отличающимися константами распада, является *расхождение шкал неизменного ньютоновского и замедляющегося обратимого физического времени*. Совпадение оценок параметра Хаббла для внегалактических объектов с оценкой этого параметра методами изотопной хронологии для Земли и Луны может рассматриваться как еще одно подтверждение феномена космологического замедления хода физического времени.

V

Одним из способов регистрации космологического замедления хода времени в лаборатории может быть исследование стабильности резонансной частоты высокочастотного осциллятора на протяжении достаточно большого интервала времени. В последние десятилетия достигнуты значительные успехи в создании особо точных оптических стандартов частоты. В частности, Криогенные Сапфировые Осцилляторы (КСО; *CSO – Cryogenic sapphire oscillators*), изобретенные в 1980-х годах, используются уже много лет и их характеристики изучались во многих лабораториях. КСО обладают высокой стабильностью резонансной частоты и при кратковременных испытаниях вариация частоты у них менее одной части на 10^{15} . Высокая стабильность частоты позволяет успешно

⁶⁴ Салоп Л. И. *Геологическое развитие Земли в докембрии*. Л.: Недра, 1982.

использовать КСО в установках с атомными часами, работающими вблизи квантового шумового предела. Есть успешный опыт применения КСО для проверки Лорентц-инвариантности и оценки стабильности величины постоянной тонкой структуры.

Одним из признанных лидеров в разработке и исследовании КСО является группа инженеров-физиков в Университете западной Австралии⁶⁵. Первая модель КСО с сапфиром диаметром 3 см прошла испытания уже в 1989 году, показав отклонение от резонансной частоты 9,733 ГГц менее одной части на 10^{14} при испытаниях продолжительностью от 10 до 300 секунд. В 1998 году испытания КСО второго поколения с увеличенным до 5 см диаметром сапфира и резонансной частотой 11,932 ГГц показали уровень нестабильности частоты $(3-4) \cdot 10^{-15}$ при испытаниях продолжительностью до 100 секунд. Кратковременную нестабильность КСО третьего поколения, судя по сообщениям в 2006 году, удалось снизить до $6 \cdot 10^{-16}$ при испытании продолжительностью 20 секунд.

Несмотря на исключительно высокую стабильность частот КСО при кратковременных проверках, их долговременные испытания (месяцы и годы) уже в 1990-х годах обнаружили наличие дрейфа резонансной частоты. Это изменение резонансной частоты линейно зависело от времени на протяжении многих лет, и всегда имело одно и то же направление – резонансная частота уменьшалась (рис. 2.11).

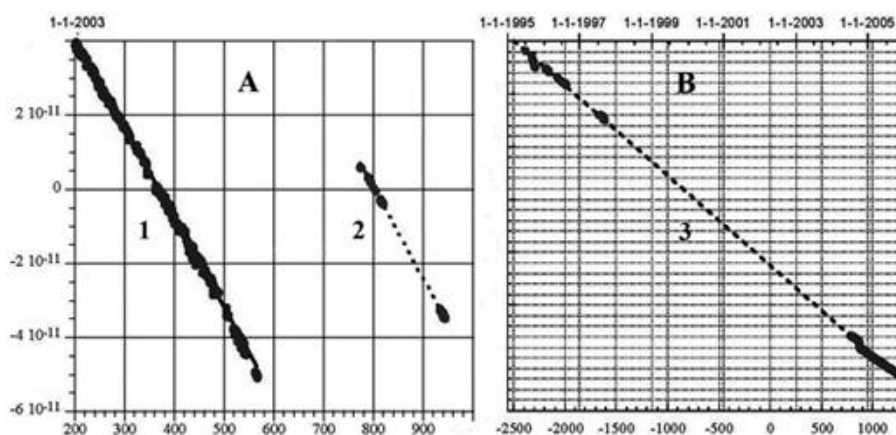


Рис. 2.11. Линейное уменьшение резонансных частот КСО ω_0 (ординаты – $\delta\omega = [\omega(\tau) - \omega_0] / \omega_0$; абсциссы – продолжительность испытаний в днях). А – испытания КСО (1, 2) в CNES (Тулуза); В – испытание КСО (3) в Национальном институте измерений (Австралия).

Таблица 2.4. Оценки декремента дрейфа частоты КСО

		Даты испытаний	Продолжительность работы КСО (годы)	$K \cdot 10^{13}$ (день ⁻¹)
	1	2	3	4
1[4-1]	CNES в Тулузе	2003-2005	3	-2,41
2[4-1]	CNES в Тулузе	2004-2005	3	-2,44
3[4-1,4-3]	Парижская обсерватория	2003-2005	5	-1,28
4[4-1,4-3]	Парижская обсерватория	2003-2005	5	-1,47
5[4-1]	Национальный институт измерений (Австралия)	1995-1998; 2004-2006	10	-0,85
	Среднее значение			$(-1,69 \pm 0,71)$

Литература к табл. 2.4

⁶⁵ Bize, S., Wolf, P., Abgrall, M. et al. Cold Atoms Clocks, Precision Oscillators and Fundamental Tests // Lect. Notes Phys. (2004) 648; 189. Hartnett, J.G., Locke, C.R., Ivanov, E.N. et al. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high long-term frequency stability // (2006) arXiv: physics/0608124.

[4-1]. Tobar, M.E., Ivanov, E.N., Locke, C.R. et al. Long Term Operations and Performance of Cryogenic Sapphire Oscillators // (2006) arXiv: physics/0608202.

[4-2]. Hartnett, J.G., Locke, C.R., Ivanov, E.N. et al. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high long-term frequency stability // (2006) arXiv: physics/0608124.

[4-3]. Bize, S., Wolf, P., Abgrall, M. et al. Cold Atoms Clocks, Precision Oscillators and Fundamental Tests // Lect. Notes Phys. (2004) 648; 189.

На долговременную частотную стабильность КСО могут влиять различные факторы: дефекты механической обработки и сборки, медленные изменения вакуума в камерах, скрытые дефекты кристалла сапфира и многое другое. Инженеры пытались усовершенствовать систему крепления сапфира, подозревая, что дрейф частоты может иметь причиной постепенное снижение напряжений, возникших при сборке прибора.

Особенно необычной оказалась линейная зависимость сдвига частоты от времени, поскольку, как правило, медленные процессы релаксации напряжений характеризуются постепенно уменьшающимся со временем дрейфом частоты. Несмотря на многочисленные и разнообразные изменения конструкций КСО, средний темп наблюдаемых при испытаниях дрейфов резонансных частот и их направление так и не изменились за последние 20 лет, и этот линейный дрейф даже стали называть «естественным постоянным дрейфом КСО».

Декремент дрейфа частоты K при испытаниях КСО определялся по линейному уравнению: $\delta\omega = [\omega(\tau) - \omega_0] / \omega_0 \simeq -K\tau$.

Оценки декремента дрейфа частоты K (день⁻¹) для нескольких испытаний КСО представлены в табл. 2.4.

С помощью соотношений: $\omega = c/\lambda$; $\omega_0 = c/\lambda_0$, определения красного смещения и формулы (2.59): $z = (1 + 2H\tau)^{1/2} - 1$ можно получить следующее уравнение для дрейфа частоты осцилляторов в концепции замедляющегося времени:

$$\delta\omega = (\omega - \omega_0) / \omega_0 = (\lambda_0 - \lambda) / \lambda = -z / (1 + z) = (1 + 2H\tau)^{-1/2} - 1 \simeq -H\tau \quad (2.96)$$

Таким образом, декремент затухания частоты высокоточных осцилляторов при долговременных испытаниях должен совпадать с постоянной Хаббла (2.75): $H = 1,970 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1} = 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ 1/день}$.

В проведенных многолетних испытаниях⁶⁶ у разных конструкций КСО декремент дрейфа частоты немного отличался, но всегда оставался у лучших приборов в пределах $(0,85 \div 2,44) \cdot 10^{-13} \text{ 1/день}$, составляя в среднем $(1,69 \pm 0,71) \cdot 10^{-13} \text{ 1/день}$, что весьма близко к теоретическому значению постоянной Хаббла (2.75) в уравнении (2.96).

Можно полагать, что высокостабильные стандарты частоты на криогенных сапфировых осцилляторах уже несколько лет регистрируют космологическое замедление хода времени при долговременных испытаниях.

VI

Самым выразительным свидетельством космологического замедления хода времени в дальнем космосе является иллюзия ускоряющегося расширения Вселенной. Недавно научное сообщество оживленно обсуждало свидетельства «ускоренного расширения» Вселенной, обнаруженные независимо двумя коллективами исследователей (Perlmutter et al⁶⁷ и Adam Riess et al⁶⁸). Для того чтобы обнаружить это явление использовались эмпирические оценки

⁶⁶ Tobar, M.E., Ivanov, E.N., Locke, C.R. et al. Long Term Operations and Performance of Cryogenic Sapphire Oscillators // (2006) arXiv: physics/0608202.

⁶⁷ Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // Astrophys. J., 517, 565-586 (1999).

⁶⁸ Riess, A.G., Filippenko, A.V., Challis, P. et al. Observational Evidence from Supernovae for Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Astron. J. (1998) 116; 1009-1038.

космологических параметров Ω_M, Ω_Λ «стандартной» космологической модели, полученные обработкой результатов исследования взрывов сверхновых звезд класса *SNe Ia*. В этих исследовательских проектах были получены следующие оценки космологических параметров: $\Omega_{Me} = 0,28^{+0,09}_{-0,08}$ [71] и $\Omega_{Me} = 0,29^{+0,05}_{-0,03}$ [72]. Соотношение $\Omega_M + \Omega_\Lambda \simeq 1$ позволяет для стандартной «плоской» космологической модели оценить значение Ω_Λ , а затем рассчитать по формуле: $q_t = 1/2\Omega_M - \Omega_\Lambda$ оценку «параметра замедления» для ньютоновского времени:

$$q_{te} = -0,56 \pm 0,11 \quad (2.97)$$

Это отрицательное значение параметра замедления позволило утверждать, что в нашу эпоху Вселенная расширяется с ускорением. Необычный образ «ускоренно расширяющейся» Вселенной постепенно стал привычным, и в 2011 году Нобелевский комитет присудил Нобелевскую премию по физике астрофизикам Саулу Перлмуттеру (*Saul Perlmutter*), Брайану Шмидту (*Brian Schmidt*) и Адаму Риссу (*Adam Riess*) с формулировкой: «За открытие ускоренного расширения Вселенной с помощью наблюдения далеких сверхновых». Несомненно, что огромный объем тщательных наблюдений сверхновых звезд, выполнявшийся несколькими десятками астрономов на протяжении почти 20 лет, заслуживает самой высокой оценки. Но этот труд отнюдь не привел к открытию «ускоренного расширения» Вселенной, а служит *впечатляющим подтверждением феномена космологического замедления хода физического времени*.

В концепции спирального замедляющегося времени свидетельства кажущегося «ускоренного расширения» Вселенной имеют естественное объяснение (Таганов 2005 [21–23]. В соответствии с Кинематической теоремой концепции спирального времени (см. вывод 2.44) действительно следующее соотношение между космологическим параметром замедления в физическом времени $q_\tau = -aa''/a'^2$ и параметром замедления $q_t = -\ddot{a}/\dot{a}^2$ в ньютоновском времени:

$$q_t = q_\tau - 1 \quad (2.98)$$

Из (2.98) следует, что умеренное ($q_\tau < +1$) замедление расширения Вселенной в физическом времени кажется ускоряющимся расширением ($q_t < 0$) в ньютоновском времени. Равномерному расширению в ньютоновском времени ($q_t = 0$) соответствует замедляющееся расширение Вселенной в физическом времени ($q_\tau = +1$). Эти координатные эффекты подобны изменениям кинематики при переходах между инерциальными и неинерциальными системами отсчета.

Применив соотношение (2.97, 2.98) можно получить оценку параметра замедления в физическом времени по наблюдениям сверхновых звезд класса *SNe Ia*:

$$q_{te} = q_{te} + 1 = (-0,56 \pm 0,11) + 1 = +0,44 \pm 0,11 \quad (2.99)$$

Таким образом, в физическом времени, в котором в действительности и проводятся астрофизические наблюдения, расширение Вселенной не ускоряется, а наоборот замедляется.

Таким образом, иллюзия «ускоренного расширения» Вселенной возникла из-за того что для интерпретации наблюдений астрофизических процессов, развивающихся в замедляющемся физическом времени, использовалась космологическая модель с равномерной и неизменной шкалой ньютоновского времени.

Причину обнаруженного «ускоренного расширения» Вселенной многие теоретики связывают с ненулевым значением космологической постоянной Эйнштейна, которую, в свою очередь, объясняют предположением о существовании таинственной «темной

энергии». Темная энергия предстает гипотетической формой энергии, которая невидимо заполняет все пространство и ответственна за ускоренное расширение Вселенной. В стандартной космологической модели эта загадочная темная энергия составляет почти три четверти всей массы-энергии Вселенной! Поскольку «темная энергия» включена в стандартную космологическую модель только для объяснения ускоренного расширения Вселенной, то *этот призрак не замедлит исчезнуть, как только будет осознана иллюзорность самого «ускоренного расширения» Вселенной.*

2.6. Время и Антивремя

Модели времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского, которые традиционно используются в естествознании при формулировке законов природы, имеют, по меньшей мере, следующие недостатки:

1. Обе модели, соответствуя концепции непрерывного, бесконечно делимого времени, допускают измерение сколь угодно малых интервалов времени. Представляя собой линейные, однородные преобразования математического времени Ньютона, то есть континуума вещественных чисел с размерностью времени, эти модели не позволяют говорить о «настоящем», как о конечном интервале времени.

В континуумах времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского между любой парой моментов, которые рассматриваются как прошлое и будущее, можно ввести бесконечное множество «вложенных» пар таких же моментов с бесконечно уменьшающимися интервалами между прошлым и будущим. При этом модели континуального физического времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского входят в противоречие, как с информационной теорией измерения, так и с квантовой физикой.

2. Физическое время в моделях Ньютона и Пуанкаре-Минковского меняет знак при замене знака математического времени на обратный, то есть соответствует представлению об обратимом времени, что противоречит всему опыту естествознания. Отсутствие в математической структуре этих моделей элементов, не допускающих обращения физического времени, заставляет искать причины наблюдаемой необратимости времени вне самой теории пространства-времени. Чаще всего причины наблюдаемой необратимости времени связывают либо с необратимым «расширением» вселенной, либо с многочисленными необратимыми процессами, протекающими с возрастанием энтропии.

3. Модели Ньютона и Пуанкаре-Минковского не обладают формальными возможностями определения «анти-времени», что противоречит фундаментальному методологическому принципу дуализма в естествознании. Многовековая убежденность в универсальной всеобщей двойственности заставляет отдавать предпочтение математическим моделям, структура которых допускает описание, как сущностей, так и анти-сущностей.

Замена знака математического времени на обратный в моделях Ньютона и Минковского не может рассматриваться как переход к «анти-времени», так как представляет собой изменение направления хода физического времени, которое в большинстве случаев приводит к лишению смысла изменению причинно-следственных отношений. Предполагая в этом разделе еще вернуться к обсуждению пунктов 1 и 2, имеет смысл начать с особенностей дуализма «время – анти-время», тем более, что эта двойственность имеет не только математические, но и культурно-исторические аспекты.

Естествознание унаследовало от античной философии и физики концепцию движения, разработанную на основе анализа преимущественно одномерного механического перемещения тел. При этом доминирующее представление о времени, которое неразрывно связано с концепцией описания движения, также оказалось одномерным. В европейской культурной традиции до сих пор преобладает образ времени, как непрерывного потока, неизбежно отдаляющего прошлое и неумолимо приближающего будущее.

Одномерность времени служит и характерной особенностью модели пространства-времени, которой пользуется теоретическая физика. В любой одномерной модели времени не может существовать никакого образа анти-времени. Единственным преобразованием

симметрии в одномерных моделях времени является обращение, изменение знака времени, как правило, лишённое физического смысла.

Обращаясь к истории культуры неевропейских народов, удастся обнаружить исторически сложившиеся представления о времени, допускающие существование образа анти-времени без всякого искажения причинно-следственных отношений между событиями. В Индии, Китае и юго-восточной Азии при обсуждении проблем времени, так или иначе, используются идеи, восходящие к давней эпохе формирования ведийской мифологии. В философии индуизма время часто трактуется как главный космогонический фактор, а санскритское слово, обозначающее время – «Кала», происходит от имени архаичного бога Солнца, некогда олицетворявшего переменный, циклический характер событий и времени.



Рис. 2.12. Кала-чакра – древняя индийская эмблема Колеса Времени

Современная индуистская теология рассматривает время как ипостась или особую энергию «шакти» верховного бога Брахмы, воплощениями которого в пантеоне индуизма являются боги Шива и Вишну. Именно особенности этой энергии Брахмы и служат причиной циклического сотворения и разрушения вселенной. Когда на исходе эпохи бытия вселенной (Кальпы) Кала-агни («Огонь Времени») затухает, «время поглощает само себя», превращаясь в Маха-кала – трансцендентное, абсолютное «Время над Временем». Так начинается таинственная эпоха небытия вселенной – Праляйя.

Единственным способом постижения сущности времени в индуизме считается размышление над его эмблемой – Кала-чакрой («Колесом Времени», рис. 2.12), символом активного циклического времени, меры и причины всех изменений в мире. В центре эмблемы Кала-чакры символы всеобщего дуализма – свет и тьма, разделенные молнией, восемь спиц, – это символы восьми созвездий древнего ведийского зодиака, а три точки у основания спиц призваны напомнить о триадном принципе представления целостностей.

В отличие от европейского одномерного образа времени, индуистская эмблема времени двумерна. Вращение Кала-чакры, которое в индуизме служит символом «хода времени», может происходить как «по солнцу», так и «против солнца». Эти два направления вращения соответствуют двум знакам кинематической симметрии символа времени, то есть по существу, образам времени и антивремени. Конечно, если то или иное вращение уже происходит, то оно не может быть изменено на обратное, так как это было бы равносильно обращению направления хода времени.

Однако потенциально существует выбор между двумя образами Кала-чакры с разными направлениями вращения и, соответственно, временем и антивременем. При этом, как и в случае потенциально свободного выбора мастером-часовщиком того или иного направления движения стрелок на круглом циферблате часов, не ожидается никаких изменений причинно-следственных отношений между событиями. Например, в кафедральном соборе Флоренции до сих пор исправно ведут счет времени часы, построенные в 1443 году по эскизу Паоло Уччелло, стрелки которых движутся «против часовой стрелки».

В соответствии с Теоремой времени и при использовании формулы Эйлера для комплексных чисел общая модель физического времени, представимого только комплексными числами, может рассматриваться в форме:

$$\tau(t) = t \cdot [F(t) + i \cdot \Phi(t)] = |\tau(t)| \cdot \exp[i\varphi(t)] \quad (2.100)$$

Можно заметить, что модель времени Ньютона в классической физике ($\tau = t$) и модель мнимого времени Пуанкаре-Минковского ($\tau = it$) в теории относительности представляют

собой частные случаи модели (2.100), а само соотношение (2.100), в частности, *может быть параметрическим уравнением спирали*.

Для того чтобы обнаружить спиральную структуру необратимого физического времени можно использовать уравнение (2.42): $d\tau/dt = a$. Опыт успешного применения классической и квантовой механик, использующих модели времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского вида $\tau = at$; ($a=1$; $a=i$) для описания движения дает повод думать, что разность $(\tau - at)$ должна быть достаточно малой величиной. Это и есть то дополнительное условие, которое будет использовано для вывода частных моделей спирального физического времени.

Разность $(\tau - at)$ можно использовать в качестве малого параметра, представив правую часть (2.42) в форме разложения по степеням этого малого параметра: $d\tau/dt = a_0 + a(t)(\tau - at) + a_1(t)(\tau - at)^2 + \dots$. Ограничиваясь линейным приближением в правой части этого уравнения можно получить математическую модель физического времени в виде:

$$d\tau/dt = a_0 + a(t)(\tau - at) \quad (2.101)$$

При таком подходе модели времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского предстают как решения уравнения (2.101) при $a(t)=0$ и $a_0=1$ или $a_0=ic$ соответственно. Общим же решением уравнения (2.101) является функция: $\tau = a_0 t + \exp[\theta(t)]$; $\theta(t) = \int a(\xi) d\xi$, которая с помощью вспомогательной функции: $\theta(t) = \ln[\tau_0(t)] + i\theta_0(t) \cdot t$ может быть представлена в виде:

$$\tau = a_0 t + \tau_0(t) \cdot \exp[i\theta_0(t)t] \quad \text{или} \quad \tau = a_0 t + \tau_0(t) \cdot \{\cos[\theta_0(t)t] + i\sin[\theta_0(t)t]\} \quad (2.102)$$

При анализе свойств симметрии модели комплексного физического времени (2.102) полезно рассмотреть наглядный геометрический образ, соответствующий этой модели. Тригонометрическую форму (2.102) можно представить в виде:

$$\tau(t) = \tau_0(t) \cdot \cos \psi(t) + i\tau_0(t) \sin \psi(t) + \psi(t)/\theta_0(t) \quad \psi(t) = t \cdot \theta_0(t) \quad (2.103)$$

Соотношение (2.103) определяет сумму координат точки, радиус-вектор которой соответствует уравнению:

$$\vec{\tau}(t) = \vec{e}_1 \tau_0(t) \cdot \cos \psi(t) + i\vec{e}_2 \tau_0(t) \cdot \sin \psi(t) + \vec{e}_3 \psi(t)/\theta_0(t) \quad (2.104)$$

Уравнение (2.104) определяет радиус-вектор точки, описывающей трехмерную спираль (или служит векторной формой представления винтовой линии) с переменным шагом и диаметром витков в псевдоевклидовом пространстве $\{\vec{e}_1, i\vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ (см., например [11]). Геометрический образ комплексного физического времени с моделью (2.102) – это спираль, которую описывает такой возрастающий радиус-вектор при росте параметра t – ньютоновского времени (рис. 2.13).

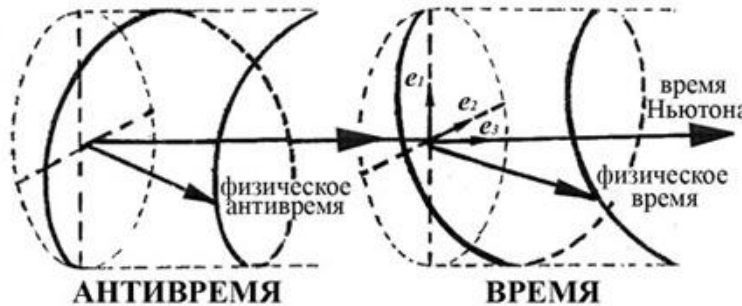


Рис. 2.13. Геометрические образы комплексного физического времени и антивремени

Шаг «спирали времени» $\Delta_\tau(t)$ определяется формулой:

$$\Delta_\tau(t) = |2\pi/\theta_0(t)| \quad (2.105)$$

Анализ геометрического образа модели комплексного физического времени, приводит к заключению, что при скалярном $\tau_0(t)$ параметр $\theta_0(t)$ должен быть псевдоскаляром, поскольку кручение $\chi(t)$ «спирали времени» это псевдоскаляр, меняющий знак при изменении знака координат оси $\vec{t} = \vec{e}_3 t$. Чтобы сделать это явным, полезно ввести в определение параметра $\theta_0(t)$ в (2.102) единичный псевдоскаляр $s = \pm 1$ – «спиральность физического времени», определив тем самым новый псевдоскалярный параметр – «ход физического времени» $\Im(t)$:

$$\Im(t) = s \cdot \theta_0(t) \quad s = \pm 1 \quad (2.105)$$

Внутренняя симметрия модели комплексного физического времени (2.102) допускает два различных знака спиральности $s = +1$ и $s = -1$, которые соответствуют «правой» и «левой» спиралям времени и, соответственно, комплексному и комплексно-сопряженному физическому времени:

$$\tau = t + \tau_0(t) \cdot \exp[+i\theta_0(t) \cdot t] \quad (2.106)$$

$$\tau^* = t + \tau_0(t) \cdot \exp[-i\theta_0(t) \cdot t] \quad (2.107)$$

Можно интерпретировать эти два соотношения, как определения соответственно «времени» и «антивремени». Конечно, названия «время» и «антивремя» условны в той же мере, как и термины «правая» и «левая» спирали, и для того, чтобы уверенно пользоваться этими терминами, следует как-то определить знак спиральности физического времени нашего мира. Переход к отрицательным значениям ньютоновского времени в формулах (2.106, 2.107), что соответствует попытке обратить физическое время, не приводит к комплексно-сопряженным выражениям, а к соотношению, которое не соответствует обращенному физическому времени:

$$\tau = -t + \tau_0(t) \cdot \exp[+i\theta_0(t) \cdot t] \quad (2.108)$$

Это объясняется тем, что псевдоскаляр спиральности s , а тем самым и ход времени $\Im(t)$ (2.105) при изменении знака ньютоновского времени, т.е. при изменении ориентации оси $\vec{t} = \vec{e}_3 t$ также меняет знак и в результате знак показателя экспоненты в (2.108) не меняется.

Таким образом, необратимость комплексного физического времени является структурным свойством его модели. Попытки изменить знак физического времени, меняя знак ньютоновского времени, столь же тщетны, как и усилия, затраченные при стараниях навинтить гайку с левой резьбой на винт с правой резьбой или наоборот.

Параметр $\theta_0(t)$ в соответствии с формулой (2.105) определяет шаг спирали времени, то есть приращение модуля физического времени за один оборот спирали. Этот параметр наряду со спиральностью s определяет отличие модели комплексного физического времени от моделей Ньютона и Пуанкаре-Минковского. Определяя изменение физического времени, как приращение его вещественной части за полный цикл изменения его мнимой составляющей, параметр $\theta_0(t)$ служит и естественным масштабом физического времени «в малом», устанавливая продолжительность «мгновения», «мига», из которых и складывается то «настоящее», в котором мы живем.

Псевдоскаляр $\Im(t)$ (2.105) можно интерпретировать как параметр, определяющий величину «хода» физического времени. Этот параметр, имеющий размерность $[T^{-1}]$, обратную по отношению к размерности времени, определяет своего рода универсальную

«тактовую частоту» Вселенной, которая воспринимается нами как ход времени. Знак параметра $\Im(t)$ совпадает со знаком спиральности s физического времени. При возрастании величины параметра $\theta_0(t)$, абсолютное значение $\Im(t)$ уменьшается, что соответствует *замедлению хода физического времени*.

Вновь обратившись к эмблеме Кала-чакры на рис. 2.12, можно заметить, что геометрический образ комплексного физического времени, отвечающий модели (2.102), соответствует ведийскому Колесу времени, которое, вращаясь в ту или иную сторону, очень быстро навинчивается на свою ось так, что каждая точка его обода описывает в пространстве спираль. При этом вращение Колеса времени может, например, постепенно замедляться, а его диаметр увеличиваться. Эта аналогия дает нам повод в дальнейшем иногда для краткости называть комплексное физическое время с моделью (2.102) просто «спиральным временем».

Таким образом, если геометрический образ времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского одномерен, а ведийская Кала-чакра двумерна, то наглядный геометрический образ спирального комплексного времени трехмерен (см. рис. 2.13).

Выдающийся русский астрофизик и астроном Николай Александрович Козырев (1908–1983) был, по-видимому, первым, кто, обратил внимание на возможность существования двух состояний симметрии времени. Он был не только блестящим ученым и философом, но и обладал редкостным даром пророка, и его идеи на много лет определили направления исследований в области теории причинности и физического времени.

Рассмотренная ранее геометрическая интерпретация модели комплексного физического времени дает возможность наглядно продемонстрировать отличие развиваемой в этой книге теории спирального времени от «причинной» теории времени Козырева [6]. В теории Козырева время, по существу, трактуется как переменное псевдовекторное поле в пространстве, причем ориентация псевдовектора времени в каждой точке пространства определяется относительным расположением в пространстве вблизи этой точки некоторых причинно-связанных событий. У Козырева, например, можно найти такие слова [6]:

«Из наших аксиом следует, что ход времени может быть определен по отношению к пространству...направленность времени может быть определена, как направление в пространстве».

Таким образом, время по Козыреву представимо трехмерным пространственным псевдовектором, меняющим знак при замене причин на следствия или наоборот. В нашей модели спирального времени удастся создать наглядный геометрический образ физического времени, только если дополнить ось ньютоновского времени в четырехмерном пространстве-времени еще двумя виртуальными, вспомогательными координатными осями, сформировав таким способом, шестимерное псевдоевклидово гиперпространство с сигнатурой $(-1, 5)$. Так что спиральное физическое время, в отличие от времени Козырева, никоим образом не может быть представлено псевдовектором в трехмерном физическом пространстве и должно рассматриваться как независимая специфическая («винтовая» – см. далее) координата четырехмерного пространства-времени. Кроме того, спиральное время, в отличие от времени Козырева, никак не связано с какими бы то ни было причинно обусловленными событиями.

В 1918 году, немецкий математик Эмми Нетер (1882–1935) опубликовала теорему о том, что каждой дифференцируемой симметрии действия для физической системы соответствует определенный закон сохранения. Из этой теоремы, в частности, следует, что инвариантности физической системы относительно переноса во времени соответствует закон сохранения энергии.

Инвариантность физической системы при переносе во времени может быть обеспечена только для моделей времени, допускающих введение однородных шкал времени, например,

для моделей Ньютона и Пуанкаре-Минковского. Для модели спирального времени (2.102) с изменяющимися амплитудой и фазой в общем случае нельзя ввести однородную шкалу времени. Поэтому *спиральное физическое время с точки зрения теоремы Нетер может быть, например, «генератором энергии»*. Для модели спирального физического времени можно обеспечить существование закона сохранения энергии в общепринятой форме, но при этом *возникает квантование времени*.

Для того, чтобы существовал закон сохранения энергии в общепринятой формулировке, необходимо обеспечить выполнение условия однородности шкалы физического времени при произвольных t_1, t_2, t_3 :

$$|\tau(t_1) - \tau(t_2)| = |\tau(t_1 + t_3) - \tau(t_2 + t_3)| \quad (2.109)$$

Это условие для модели (2.102) не может быть обеспечено для всего континуума значений t и τ , но может выполняться для счетного множества $\{t_n, \tau_n\}$ в более простой частной модели спирального времени:

$$\tau = t + \tau_0 \exp(i\theta_0 t) \quad \tau_0; \theta_0 = \text{const} \quad \theta_0 = 2\pi/\tau_0 \quad \Im_0 = s \cdot 2\pi/\tau_0 \quad t = n\tau_0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.110)$$

Соотношение $\theta_0 = 2\pi/\tau_0$ в (4.33) обеспечивает для счетного множества $t = n\tau_0$ $n = 0, 1, 2, \dots$ обращение в единицу косинусов и в ноль синусов в тригонометрическом представлении модели (2.102).

В упрощенной модели (2.110) спиральная геометрия физического времени определяется следующими соотношениями для шага спирали Δ_τ и отношения k/χ кривизны к кручению:

$$\Delta_\tau = |2\pi/\theta_0| = \tau_0 \quad k/\chi = \tau_0 \theta_0 = \pm 2\pi \quad (2.111)$$

Для счетного множества моментов времени $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$ в (2.110) выполняется как условие однородности шкалы физического времени (2.109), так и условие сохранения инерциальности систем отсчета. Однако, физическое время, определяемое моделью (2.110), удовлетворяя условию однородности шкалы, *не является изотропным*. Множество положительных значений физического времени служит привилегированной системой отсчета, *отражая необратимость физического времени*.

В качестве меры асимметрии (анизотропии) физического времени можно использовать величину $A = |\tau(-t) + \tau(+t)|$. Для моделей Ньютона и Пуанкаре-Минковского $A = 0$. Для модели (2.110) степень асимметрии больше нуля:

$$A = |\tau(-t) + \tau(+t)| = 2\tau_0 > 0 \quad (2.112)$$

Изотропное пространство обладает нулевой асимметрией $A_s = x + (-x) = 0$ для всех направлений в нем. Если мы определим пространственные интервалы с помощью ньютоновского времени или времени Пуанкаре-Минковского: $x = c \cdot (+t)$ или $x = +ict$ и, соответственно: $-x = c \cdot (-t)$ или $-x = -ict$, то также получим условие нулевой асимметрии: $A_s = 0$. Но если мы начнем пользоваться физическим временем (2.110) и определим интервалы пространства так: $x = c \cdot \tau(+t)$ и $-x = c \cdot \tau(-t)$ то мы обнаружим ненулевую асимметрию пространства:

$$A_s = |c \cdot \tau(+t) + c \cdot \tau(-t)| = 2c\tau_0 > 0 \quad (2.113)$$

Таким образом, асимметричное физическое время индуцирует также и асимметрию (анизотропию) пространства.

Если вычислить модули разности физического и ньютоновского времени для различных моделей времени, то окажется:

$$\begin{aligned} |\tau - t| &= 0 && \text{модель Ньютона} \\ |\tau - t| &= \tau_0 && \text{модель (2.110)} \\ |\tau - t| &= t\sqrt{2} && \text{модель Пуанкаре-Минковского} \end{aligned}$$

Таким образом, эта триада моделей исчерпывает возможности линейного преобразования модуля физического времени (при произвольном начале отсчета ньютоновского времени), для которого сохраняется инерциальность систем отсчета и существует закон сохранения энергии в общепринятой форме. Эта же триада исчерпывает и формы алгебраического представления интервалов физического времени: в модели Ньютона – вещественные, в модели Пуанкаре-Минковского – мнимые, в модели (2.110) – комплексные числа.

Принцип инерции Демокрита утверждал, что «движение, однажды возникнув, будет продолжаться бесконечно долго, если ему ничто не препятствует». Именно в такой форме со времен Галилея принцип инерции механического движения и применяется в физике. Замечательные достижения Галилея в механике часто связывают с его отказом от общепринятого в то время принципа инерции Аристотеля: «движение прекращается, если его что-нибудь не поддерживает». Однако противоречие между принципами Демокрита и Аристотеля только кажущееся. Например, бесконечное движение не противоречит принципу инерции Аристотеля, если считать, что оно поддерживается силой инерции. По существу, оба этих классических принципа инерции являются частными случаями общего принципа причинности для движения:

Существование бесконечного движения, а также все изменения движения, включая прекращение движения, все это следствия действия сил, являющихся причинами изменения движения.

В соответствии с этим принципом причинности, сохранение инерциальности систем отсчета при переходе от одной модели времени к другой, предполагает отсутствие возникновения каких либо дополнительных сил, способных изменить движение тел. При определении инерциальных систем отсчета обычно используется частный случай движения тел с неизменной массой при действии только силы инерции – прямолинейное, равномерное движение. Для этого движения условие сохранения инерциальности систем отсчета при переходе от ньютоновского времени к комплексному физическому времени имеет вид:

$$\text{если } dl/dt = \text{const}, \text{ то и } dl/d\tau = \text{const}$$

Исключение dl из этих соотношений приводит к следующему условию сохранения инерциальности систем отсчета для различных моделей времени:

$$d\tau/dt = \psi \quad \psi = \text{const} \quad (2.114)$$

Для модели Ньютона $\tau = t$ константа ψ в (2.114) вещественная: $\psi = 1$; для модели Пуанкаре-Минковского мнимая: $\psi = ic$, а для модели (2.110) комплексная: $\psi = 1 \pm i2\pi$.

Для того, чтобы представить себе наглядно разницу в трактовке движения с помощью ньютоновского времени и комплексного физического времени, целесообразно рассмотреть подробнее описание прямолинейного и равномерного в комплексном времени τ движения тела с постоянной массой m и скоростью u .

Условие инвариантности 4-мерного интервала для двух тел – движущегося ($dl > 0$) и неподвижного ($dl = 0$) имеет вид:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 d\tau^2 \quad (2.115)$$

Это соотношение обычно используется в специальной теории относительности для определения «собственного» времени τ движущегося тела (см., например стр. 18 в [8]). Но из этого соотношения также следует:

$$u_s^2 = (ds/d\tau)^2 = c^2 \quad (2.116)$$

Это соотношение является определением «изотахии»: мгновенная скорость любого тела, определенная как производная от 4-мерного интервала по «собственному» времени тела ($u_s = ds/d\tau$) всегда равна скорости света.

Для того чтобы обнаружить у движения в физическом времени удивительное свойство «кикинемы» и связанное с ним явление «реновации», рассмотрим траекторию прямолинейно движущегося тела с постоянной массой:

$$x_\tau = u\tau \quad (2.117)$$

С помощью тригонометрического представления модели комплексного времени (4.33) это уравнение траектории можно представить в виде:

$$x_t = u[t + \tau_0 \cos(2\pi t/\tau_0)] + iu \sin(2\pi t/\tau_0) \quad t = n\tau_0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.118)$$

Необходимость использовать при описании движения только дискретные значения ньютоновского времени $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$, означает, что минимальный интервал физического времени между «прошлым» и «будущим» не может быть меньше τ_0 . Так что константа τ_0 представляет собой оценку продолжительности «настоящего» в модели необратимого физического времени микромира.

Анализ соотношения (2.118) показывает, что равномерное в комплексном физическом времени движение, делит все множество моментов ньютоновского времени на два подмножества. В одном из них, имеющем мощность континуума, движение тела неопределенно, так как соотношение, определяющее координаты тела, содержит мнимые величины. И только во втором, уже счетном подмножестве моментов $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$ движение тела вполне определено, так как его координаты вещественны. Это означает, что в области комплексных значений координат, движущееся тело недоступно для регистрации, – оно то «исчезает» для наблюдателя, то вновь «возрождается», становясь доступным для наблюдений в моменты времени $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$, когда координаты тела вещественны. Это и есть загадочное свойство «кикинемы» движения, приводящее к бесконечному процессу «реновации» движущихся тел.

Проведенный анализ показывает, что феномен движения выделяет в физическом времени континуум конечных интервалов времени с продолжительностями порядка τ_0 , то есть почти сплошное «настоящее» с конечной мерой, а моменты, которые можно приписать прошлому и будущему, составляют только счетное множество меры нуль.

Модель комплексного физического времени, в частности, позволяет наглядно разрешить давний парадокс Зенона Элейского «О невозможности полета стрелы», который не любят обсуждать физики, и от которого раздраженно отмахиваются математики.

Невозможность полета стрелы в апории Зенона доказывается следующей последовательностью умозаключений:

1. Время складывается из неделимых «настоящих», в которых стрела либо покоится, либо движется.
2. В течение неделимого «настоящего» стрела не может двигаться, поскольку если бы она двигалась, то это неделимое «настоящее» можно было бы разделить на еще меньшие части, соответствующие различным положениям стрелы.
3. Поскольку ничего, кроме множества «настоящих» во всем конечном промежутке времени нет, то это означает, что стрела не может двигаться, так как иначе нужно допустить, что «движение, – это сумма покоев».

При использовании модели комплексного физического времени парадокс Зенона разрешается доказательством ошибочности его второго умозаключения. Физическое время

действительно, как и полагает Зенон, складывается из неделимых «настоящих». Но на протяжении этих настоящих стрела не может быть в состоянии покоя, так как не имеет определенного положения, поскольку выражения, определяющие ее координаты, как видно из (2.118), содержат мнимые величины. В силу логического закона «исключенного третьего», если на протяжении интервалов «настоящего» стрела не покоится, то она движется. Что же касается множества моментов $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$, когда координаты стрелы имеют вещественные значения, и стрелу можно было бы считать покоящейся, то оно счетное, имеет меру нуль, и из всех этих моментов нельзя составить никакого конечного интервала времени.

В конце 19 века трудами Уильяма Клиффорда, Августа Мебиуса, Луи Пуансо и Мишеля Шаля в математику было введено понятие «винта», а в 1895 году Александр Петрович Котельников опубликовал в Казани книгу «Винтовое счисление и некоторые приложения его к геометрии и механике», в которой впервые последовательно строилось «винтовое исчисление» на основе множителя Клиффорда. Достаточно подробное представление о современном винтовом исчислении можно составить по монографии⁶⁹.

В винтовом исчислении винт рассматривается, как упорядоченная пара $(\vec{r}, \vec{r}^0)$ коллинеарных векторов, имеющих началом одну точку. Вектор $\vec{r}$ называют «вектором винта», $\vec{r}^0$ «моментом винта», а коэффициент p в равенстве $\vec{r}^0 = p\vec{r}$ «параметром» винта. В этих терминах винтового исчисления комплексное время, соответствующее модели (2.110), определяется винтом с единичным вектором $\vec{e}$:

$$(\vec{e}t\theta_0, \vec{e}t/\tau_0) \quad \theta_0 = 2\pi/\tau_0 \quad p = \pm 1/2\pi \quad (2.119)$$

Дифференцирование и интегрирование по винтовому аргументу часто рассматриваются в винтовом исчислении как операции с особыми комплексными числами вида: $\vec{r} + \omega\vec{r}^0$ при $\omega^2 = 0$ (формализм Клиффорда). Параметр $m = |r|\exp(\omega p)$ называют «комплексным модулем» винта. В формализме Клиффорда винт времени, соответствующий модели (2.110), имеет вид:

$$\vec{r} + \omega\vec{r}^0 = \vec{e}t(\theta_0 + \omega/\tau_0) \quad \theta_0 = 2\pi/\tau_0 \quad m = |t|\exp(\pm \omega/2\pi) \quad (2.120)$$

Таким образом, при использовании модели комплексного физического времени, может успешно применяться не слишком популярное, но хорошо разработанное, винтовое исчисление.

Для того чтобы расширить представление о константе τ_0 , целесообразно вернуться к недостаткам моделей времени Ньютона и Пуанкаре-Минковского, отмеченным ранее. Еще Блаженный Августин (354–430), восхищавшийся трудами Аристотеля, не мог смириться с его концепцией непрерывного, бесконечно делимого времени. Он считал, что при таком подходе лишается всякого смысла понятие «настоящего» и остается только прошлое и будущее:

«Что же представляет собой время? Как понимать длительность или краткость времени и где они существуют? В прошлом? Но его уже нет. В будущем? Но его еще нет. Значит в настоящем... этот кратчайший, неделимый уже далее на мельчайшие части миг и составляет собственно настоящее время».

Модель спирального времени при $\tau_0 > 0$ обеспечивает не только конечность «настоящего», но и своеобразное «квантование» времени без использования каких либо методов квантовой теории. Квантование возникает в концепции спирального физического времени при введении дискретного множества моментов $t = n\tau_0$; $n = 0, 1, 2, \dots$, как следствие

⁶⁹ Диментберг Ф.М. Винтовое исчисление. М., 1965.

необходимости обеспечить однородность физического времени для того, чтобы классическая формулировка закона сохранения энергии осталась без изменений.

Совмещение категорий непрерывности и дискретности в концепции спирального времени обеспечивается тем, что для представления физического времени используется функция комплексного переменного. При этом вещественные и мнимые части многих зависимых от времени физических характеристик оказываются аналитическими функциями, которые, являясь решениями уравнения Лапласа, представимы гармоническими функциями.

Термин «дуализм» используется современными философами во многих, часто разноречивых, контекстах. Анализ философской категории дуализма в духе обсуждения отношения полярности, понимаемого как существование двух логически равноценных, изначально различных и, в некотором смысле противоположных сущностей, представляется наиболее плодотворным. Именно обоснование принципом дуализма возможности и необходимости существования полярных «сущностей» и «анти-сущностей» служит одним из самых эффективных стимулов прогресса естествознания в наше время.

Понимание того, что кажущаяся простота наблюдения и исследования свойств «сущностей» отнюдь не исключает возможности существования и «анти-сущностей», было свойственно естествознанию с самого начала его становления. Задолго до эпохи Просвещения появились первые памфлеты и утопии, гадавшие о жизни «антимиров» и «антиподов», придуманных Леонардо да Винчи. Однако до математических моделей и экспериментального исследования «анти-сущностей» было еще далеко.

Метафизика дуализма не сводится только к обоснованию идеи возможности возникновения «сущностей» и «анти-сущностей». Важнее наличие глубокой внутренней связи между идеями дуализма и дискретности. Например, возникновение и взаимопревращения частиц и античастиц, существование которых обосновано идеей дуализма, может быть адекватно описано только квантовой теорией, воплощающей идею дискретности материи и действия. А дуализм квантовых статистик Бозе и Ферми определяется дискретностью состояний частиц с двумя различными значениями спинов.

Формально различие между сущностями и анти-сущностями может быть описано некоторым набором параметров с противоположными знаками. Преобразование знаков этих параметров не может быть проведено в большинстве случаев непрерывно и является принципиально дискретной операцией. Важным аспектом метафизической связи идей дуализма и дискретности является то, что принцип дуализм обеспечивает только возможность выбора между двумя альтернативами, но сам выбор между этими альтернативами это принципиально *дискретная* операция.

Со времени признания специальной теории относительности и начала развития идеологии релятивизма физикам не дают покоя два, вероятно, взаимосвязанных вопроса:

1. Почему скорость движения в природе ограничена именно скоростью света?
2. Почему даже в космических лучах из глубин вселенной наши приборы никогда не регистрируют частицы с энергиями более 10^{21} эВ. Что ограничивает энергию микрочастиц?

Для того чтобы попытаться ответить на эти вопросы необходимо, прежде всего, оценить значение абсолютного предела делимости физического времени $\tau_0 > 0$. Это трудная проблема, поскольку все экспериментально измеряемые в наши дни интервалы времени, по-видимому, на много порядков превосходят этот предел. В 12 веке эту проблему бесстрашно пытался решить Моше бен Маймон, разделив час на 60 минут и повторив такое деление 10 раз, он получил длительность «атома времени» равную $6 \cdot 10^{-15}$ секунды.

Результаты экспериментального определения геометрических характеристик стабильных элементарных частиц в наше время, вероятно, еще далеки от теоретического предела измерения малых расстояний. В 1960-е годы проводились измерения диаметра нейтрона по неупругому рассеянию ускоренных до сотен МэВ электронов, которые привели к оценке $1,6 \cdot 10^{-15}$ м. с ошибкой не менее 20%. В эти же годы диаметр протона, как размер облака

виртуальных пи-мезонов, был определен с помощью дифракции пи-мезонов высоких энергий как $1,4 \cdot 10^{-15}$ м. с такой же оценкой ошибки. В наше время оценка радиуса протона с ошибкой менее 1 %, полученная прецизионной спектроскопией водорода, составляет – CODATA-2010: $(0,8775 \pm 0,0051) \cdot 10^{-15}$ м.

Сообщалось, что недавно в связи с поиском кварков, были разработаны методы экспериментальной оценки геометрических характеристик частиц порядка 10^{-16} м. Таким образом, если разделить этот достигнутый предел экспериментальных измерений на скорость света, то можно получить одну из оценок верхней границы величины τ_0 : 10^{-24} сек.

Для того чтобы получить теоретическую оценку предела делимости физического времени следует обратиться к идеям Джорджа Стони и Макса Планка, впервые применивших фундаментальные константы для оценок «природных» масштабов пространства, времени и массы, называя их «естественными» единицами.

Две близкие по значениям системы базовых единиц Стони и Планка имеют общий недостаток – они используют константу скорости света. Использование этой константы вводит априорное соотношение для значений интервалов пространства и времени, которое должно ограничиваться величиной скорости света. Все ограничения, связанные с конечностью величины скорости света, должны в идеале появляться как следствия теории или модели, и априорное использование в теории константы скорости света снижает общность таких исследований.

Можно получить еще одну триаду «естественных» единиц, не используя константу скорости света, исходя из системы фундаментальных констант $\{e, G, h\}$. Для этого достаточно заменить в формулах либо системы Стони (1.12), либо Планка (1.13), константу скорости света на отношение e^2/h , которое имеет размерность скорости:

$$t_0 = (Gh^6/e^{10})^{1/2} = 2,940 \cdot 10^{-36} \text{ с};$$

$$l_0 = (Gh^4/e^6)^{1/2} = 1,023 \cdot 10^{-28} \text{ см}; m_0 = (e^2/G)^{1/2} = 1,859 \cdot 10^{-6} \text{ г} \quad (2.121)$$

Применив эту новую систему «естественных» единиц мы можем принять следующие оценки основных параметров модели (4.33) спирального времени микромира:

$$\tau_0 = (Gh^6/e^{10})^{1/2} = 2,940 \cdot 10^{-36} \text{ с} \quad (2.122)$$

$$\mathfrak{T}_0 = s \cdot 2\pi/\tau_0 = \pm 2,137 \cdot 10^{36} \text{ с}^{-1} \quad (2.123)$$

Из-за ограниченности величины минимального интервала физического времени параметром τ_0 , в моделях, использующих концепцию комплексного спирального времени, оказываются ограниченными – минимальное значение периодов $\delta\tau$ и максимальная величина частоты ω , ассоциированных с микрочастицами колебаний:

$$\delta\tau \geq \tau_0 \quad \omega \leq 1/\tau_0 \quad (2.124)$$

Если использовать формулу Планка, ограничивающую величину действия в микромире $\varepsilon \cdot \delta\tau \geq h/2$, формулу для энергии квантовой частицы $\varepsilon = h\omega = h/\delta\tau$ и формулу $\varepsilon = mc^2$, то с помощью (2.122) можно получить *неравенства, ограничивающие значения энергий квантовых процессов и масс микрочастиц*:

$$\varepsilon \leq h/2\tau_0 = 1/2 \cdot (e^{10}/Gh^4)^{1/2} = 7,034 \cdot 10^{20} \text{ эВ} \quad (2.125)$$

$$m \leq h/c^2\tau_0 = (e^{10}/Gc^4h^4)^{1/2} = 2,508 \cdot 10^{-12} \text{ г} \quad (2.126)$$

В квантовой механике сохраняется пропорциональность кинетической энергии микрочастицы квадрату групповой скорости и ассоциированного с ней волнового пакета:

$\varepsilon = tu^2/2$. При этом из соотношения (2.125) следует неравенство: $\varepsilon = tu^2/2 \leq h/2\tau_0$. Если подставить в это неравенство соотношение для массы (2.126), то оно превратится в неравенство, ограничивающее скорость движения микрочастицы скоростью света:

$$u^2 \leq c^2 \quad (2.127)$$

Таким образом, ограничение максимальной энергии микрочастиц (2.125) и релятивистское ограничение максимальной скорости частиц именно скоростью света (2.127) являются следствиями существования конечного предела делимости физического времени $\tau_0 > 0$.

В квантовой физике накопилось множество экспериментальных свидетельств ограничения скоростей движения микрочастиц скоростью света. Что же касается ограничения энергий микрочастиц (2.125), то оно также подтверждается исследованиями космических лучей, энергии которых на много порядков могут превосходить энергии частиц, достигнутые на действующих в наше время ускорителях, хотя все же энергии большинства космических частиц находятся в диапазоне от 10^7 эВ до 10^{10} эВ.

В 1966 году Георгий Зацепин, Вадим Кузьмин и Кеннет Грайзен предположили, что должен существовать верхний предел энергий частиц космических лучей, обусловленный их взаимодействием с фотонами микроволнового космического фона⁷⁰. Авторы рассчитали, что частицы с энергией выше $6 \cdot 10^{19}$ эВ должны взаимодействовать с фотонами, рождая пионы до тех пор, пока их энергия не станет меньше этого энергетического порога. Средняя дистанция для достижения такого предела оценивается как 50 Мпк, а поскольку ближе этого расстояния никаких источников космических лучей таких высоких энергий нет, то частицы с энергиями, превышающими этот предел наблюдаться не должны.

Но в 1991 году в США на исследовательской установке с площадью детектора в 1000 квадратных километров⁷¹ была зарегистрирована космическая частица с энергией более 10^{20} эВ. С тех пор в разных странах было зарегистрировано⁷² не менее 15 космических частиц с энергиями, порядка 10^{20} эВ (см. также [29]).

Проведенные исследования показали, что частицы с энергиями больше 10^{18} эВ могут регистрироваться детектором с площадью в один квадратный километр не чаще одного раза в неделю. Что же касается частиц с энергиями более 10^{20} эВ, то такой детектор будет их регистрировать только один раз в столетие. Соотношение (2.125) как раз и устанавливает предел энергий микрочастиц, количественно совпадающий с этими недавними наблюдениями частиц ультра-высоких энергий в космических лучах.

ЛИТЕРАТУРА I.2

1. Аристотель. *Сочинения*. В 4 т. (Серия «Философское наследие»). М.: Мысль, 1975–1983.
2. Бриллюэн Л. *Наука и теория информации*. М.: ИЛ, 1986.
3. *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. Гл. ред. Ю.В. Прохоров. М.: Изд. «Большая Российская Энциклопедия», 1999.
4. Вяльцев А.Н. *Дискретное пространство-время*. М.: Наука, 1965.
5. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. *Строение и эволюция Вселенной*. М.: Наука, 1975.
6. Козырев Н.А. *Причинная или несимметричная механика в линейном приближении*. Пулково, 1958.
7. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Статистическая физика*. Изд. 2-е. М.: Наука, 1964.

⁷⁰ Zatsepin, G.T., Kuz'min, V.A. Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (1966) 4; 78–80.

⁷¹ Linsley, John. Evidence for a Primary Cosmic-Ray Particle with Energy 10^{20} eV // Physical Review Letters (1963) 10; 146. Greisen, K. End to the Cosmic-Ray Spectrum? // Physical Review Letters (1966) 16 (17); 748–750.

⁷² The Pierre Auger Collaboration. Correlation of the Highest-Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects // Science (2007) 318 (5852); 938–943.

8. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Теория поля*. Изд. 2-е. М.: Наука, 1973.
9. Манк У., Макдональд Г. *Вращение Земли*. М.: Мир, 1964.
10. Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. Пер. с латинского и примеч. А.Н. Крылова. М.: Наука, 1989.
11. Рашевский П.К. *Курс дифференциальной геометрии*. Изд. 4-е. М., 1956.
12. Сидоренков Н.С. *Физика неустойчивости вращения Земли*. М.: Наука, 2002.
13. *Справочное руководство по небесной механике и астродинамике*. Изд. 2-е. М.: Наука, 1976.
14. Таганов И.Н. Информационное моделирование многофакторных систем в химии и химической технологии // Теор. осн. хим. технол. (1975) 9, №2; 248–253.
15. Таганов И.Н. В Сб. *Математика в социологии*. М.: Мир, 1977; 124–134.
16. Таганов И.Н. *Моделирование процессов массо- и энергопереноса. Нелинейные системы*. Л.: Химия, 1979.
17. Таганов И.Н., Тургумбаев Г.А. *Причинный анализ сложных систем*. Алма-Ата: Мектеп, 1984.
18. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и антипространство*. СПб.: СПбГУ, 2001. ISBN 5-7997-0292-1
19. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. СПб.: ГеоГраф, 2003. ISBN 5-902211-02-6
20. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. Изд. 2-е испр. и доп. СПб.: ТИН, 2004. ISBN 5-902632-01-3
21. Таганов И.Н. *Открытие космологического замедления хода времени*. СПб.: ТИН, 2005. (Russ.&Engl.) ISBN 5-902632-02-1
22. Таганов И.Н. *Квантовая космология. Замедление времени*. СПб.: ТИН, 2008. ISBN 978-5-902632-04-8. Taganov, Igor N. *Quantum Cosmology. Deceleration of Time*. St.-Petersburg.: TIN, 2008. ISBN 978-902632-05-4.
23. Таганов И.Н. *Физика необратимого времени*. Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-16-0. Taganov, Igor N. *Irreversible-Time Physics*. Saint Petersburg: TIN, 2013. ISBN 978-5-902632-12-2.
24. Таганов И.Н., Саари В.-В.Е. *Древние загадки солнечных затмений. Асимметричная астрономия*. Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-14-6. Taganov, Igor N., Saari, Ville-V.E. *Ancient Riddles of Solar Eclipses. Asymmetric Astronomy*. – Saint Petersburg: TIN, 2014. ISBN 978-5-902632-15-3.
25. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и Антипространство. Второе издание*. – Санкт-Петербург: ТИН, 2015. ISBN 978-5-902632-17-7.
26. *Физические величины. Справочник*. М., 1991.
27. Хармут Х. *Применение методов теории информации в физике*. М., 1989.
28. *Allen's Astrophysical Quantities*. 4th ed. Ed. Arthur N. Cox. AIP Press&Springer, 1999. ISBN 0-358-98746-0
29. Clay, R., Dawson, B. *Cosmic Bullets: High Energy Particles in Astrophysics*. Cambridge, MA: Perseus Books, 1997. ISBN 0738201391.
30. Peebles, P.J.E. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton NJ: Princeton University Press, 1993.
31. Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // *Astrophys. J.*, 517, 565-586 (1999).
32. Riess, A.G., Filippenko, A.V., Challis, P. et al. Observational Evidence from Supernovae for Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *Astron. J.* (1998) 116; 1009-1038.
33. Riess, A.G., Strolger, L-G., Tonry, J. et al. Type Ia supernova discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // *Astrophys. J.* (2004) 607; 665-687.
34. Rowan-Robinson, M. *Cosmology*. 4-th Ed. Oxford: Clarendon Press, 2004.

35. Shannon, C.E., Weaver, W. *The mathematical Theory of Communication*. Univ.Illinois Press, 1949 (pp. 3–89).
36. Stephenson, F.R. *Historical Eclipses and Earth's Rotation*. Cambridge University Press, 1997.
37. Suppes, P.A. *Probabilistic Theory of Causality*. Amsterdam, 1970.
38. Taganov, I.N. In *Quantitative Sociology*. Ed. Blalock H.M. New York: Academy Press, 1975; 155–164.
39. Taganov, I.N. Observational Evidences of the Cosmological Deceleration of Time. In *Practical Cosmology. Proceedings of the International conference “Problems of Practical Cosmology”*, held at Russian Geographical Society, 23-27 June 2008, Saint Petersburg, Russia. Eds. Yu.V. Baryshev, I.N. Taganov, P. Teerikorpi. Vol. 1,2. St.-Petersburg.: TIN, 2008. ISBN 978-5-902632-06-1. Vol. 1; 264–274. arXiv:0807.4083v1 [physics.gen-ph] 25 Jul 2008.
40. Taganov, I.N. Conception of Quantum Cosmology. In *Practical Cosmology. Proceedings of the International conference “Problems of Practical Cosmology”*, held at Russian Geographical Society, 23-27 June 2008, Saint Petersburg, Russia. Eds. Yu.V. Baryshev, I.N. Taganov, P. Teerikorpi. Vol. 1,2. St.-Petersburg.: TIN, 2008. ISBN 978-5-902632-06-1. Vol. 2; 68–85. arXiv:0807.4399v1 [physics.gen-ph] 28 Jul 2008.
41. Taganov, Igor. Das expandierende Universum und die Verlangsamung der Zeit // *Nachrichten der Olbers-Gesellschaft Bremen* (2009) 225; 4–10.
42. Taganov, Igor. Kosmische Verlangsamung der Zeit im Sonnensystem und auf der Erde // *Nachrichten der Olbers-Gesellschaft Bremen* (2013) 241; 12–19.
43. Taganov, Igor, Saari Ville. Die variable Beschleunigung des Mondes // *Nachrichten der Olbers-Gesellschaft Bremen* (2015) 249; 4–14.

ГЛАВА III. МИКРОМИР С КОМПЛЕКСНЫМ ВРЕМЕНЕМ

В наше время подробно разработаны **9** различных математических формализмов квантовой механики⁷³: формализм волновой функции, матричный (операторный) формализм, интегрирование по траекториям, формализм фазового пространства, формализм матрицы плотности, осреднение вторичного квантования, вариационный формализм, формализм волны-пилота и формализм Гамильтона-Якоби.

Кроме того известно более **30** различных философско-методологических интерпретаций квантовой механики и их число быстро возрастает (рис. 3.1).

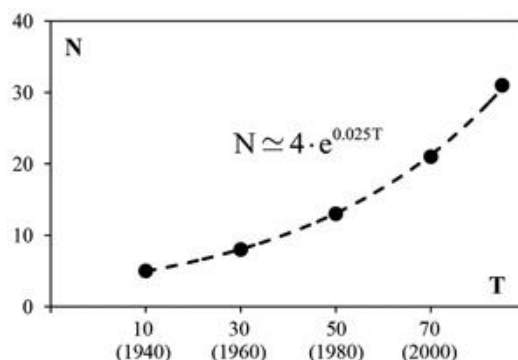


Рис. 3.1. Рост количества (*N*) интерпретаций квантовой механики в 1930-2015 гг.

Авторами первых десяти интерпретаций квантовой механики были физики, принимавшие активное участие в разработке формального аппарата и приложений квантовой механики, но не считавшие ее основные идеи достаточно обоснованными:

Max Born, 1926
Niels Bohr, 1927
Louis de Broglie, 1927,
John von Neumann, 1932
Garrett Birkhoff, 1936

David Bohm, 1952
Satosi Watanabe, 1955
Hugh Everett, 1957
Edward Nelson, 1966
Eugene Wigner 1967

На протяжении всей истории квантовой механики количество предлагавшихся новых интерпретаций всегда оказывалось пропорциональным числу уже опубликованных, и этот экспоненциальный «интеллектуальный взрыв» свидетельствует о не устраненных сомнениях и нарастающем беспокойстве научного сообщества. Объем информации по различным интерпретациям и математическим аппаратам квантовой механики превышает в наше время 15 толстых томов. В этом обширном компендиуме довольно трудно найти лаконичные и ясные формулировки логических противоречий и методологических недостатков, которые являются причиной нарастающего количества предложенных интерпретаций квантовой механики.

Исторически сложившимися главными причинами разработки различных интерпретаций квантовой механики являются следующие:

1. Совместное использование фундаментальных постулатов квантовой механики — уравнений Планка и де Бройля во многих случаях приводит не только к логическим парадоксам, но и к противоречиям с наблюдениями и специально спланированными экспериментами.

2. До сих пор не удается создать «наглядный» и свободный от противоречий образ физического объекта, который бы гармонично соединял свойства частицы и волны («корпускулярно-волновой дуализм»), одновременно присущие наблюдаемым объектам микромира. Это связано с тем, что психологически и методологически трудно совместить

⁷³ Styer, D.F. Nine formulations of quantum mechanics // Am. J. Phys. 2002, 70 (3).

характеристики потенциально бесконечно протяженных объектов – волн и компактных объектов – частиц.

Начав с анализа применения в квантовой механике уравнений Планка и Де Бройля, мы быстро обнаружим противоречия с наблюдениями. Квантовая механика в качестве аксиом использует два эмпирически найденных соотношения [1, 4, 5]:

$$\text{Уравнение Планка (1900–1903): } \varepsilon = \hbar\omega \quad \hbar = h/2\pi \quad (3.1)$$

$$\text{Уравнение Де Бройля (1924): } p = \hbar k \quad \hbar = h/2\pi \quad (3.2)$$

Микрочастица *конечной* массы может быть представлена только волновым пакетом, занимающим *конечную* протяженность в пространстве Δx и имеющим **конечный** интервал волновых чисел Δk . В уравнениях (3.1, 3.2) неявно используется групповая скорость u движения волнового пакета, представляющего микрочастицу, и тогда по определениям:

$$\text{Кинетическая энергия: } \varepsilon = tu^2/2 = p^2/2m \quad (3.3)$$

$$\text{Импульс } p = tu \quad (3.4)$$

Соотношения (3.1–3.4) позволяют определить следующие характеристики волнового пакета, представляющего микрочастицу с конечной массой:

$$\text{Групповая скорость: } u = d\omega/dk = d\varepsilon/dp = d/dp(p^2/2m) = p/m \quad (3.5)$$

$$\text{Фазовая скорость: } w = \omega/k = \varepsilon/p = p^2/2m \cdot p = p/2m \quad (3.6)$$

Как видно из сравнения соотношений (3.5) и (3.6) групповая и фазовая скорости волнового пакета не совпадают и $u = 2w$. Это значит, что волновой пакет, представляющий движение свободной микрочастицы с конечной массой, меняет форму и *быстро расплывается*.

В отличие от волнового пакета для микрочастицы с конечной массой, волна, описывающая движение безмассового фотона, не имеет дисперсии в пустоте. Для импульса фотона справедливо соотношение Максвелла: $p = \varepsilon/c$ или $\varepsilon = cp$, которое для определений групповой и фазовой скоростей дает: $u = d\varepsilon/dp = c$ и $w = \varepsilon/p = c$. Групповая и фазовая скорости фотона равны и совпадают со скоростью света: $w = u = c$, так что фотонная волна не расплывается, не имея дисперсии в пустоте.

Пока не найден последовательный и математически корректный дедуктивный вывод уравнения Шредингера (1926) и некогда оно было «подобрано» гениальным автором на основе оптико-механических аналогий так, чтобы хорошо соответствовать экспериментальным данным. Странно, но, как было показано сначала Планком (1928), а затем и еще несколькими теоретиками, из уравнения Шредингера при не слишком серьезных ограничениях может быть вполне корректно выведено уравнение Гамильтона-Якоби классической механики. Здесь и в дальнейшем используется сокращенное обозначение производных по времени: $\dot{\psi} = \partial\psi/\partial t$ и тогда уравнение Шредингера имеет вид [1, 4]:

$$i\hbar\dot{\psi} = -\hbar^2/2m \cdot \Delta\psi + U\psi \quad (3.7)$$

В частности, уравнение (4.59) при $U = 0$, то есть для свободного движения частицы, имеет вид:

$$i\hbar\dot{\psi} = -\hbar^2/2m \cdot \Delta\psi \quad (3.8)$$

В математической физике уравнения в частных производных первого порядка по времени не имеют вещественных периодических решений, описывая «диффузионные» процессы. Но уравнение Шредингера (3.8) благодаря мнимому коэффициенту при производной по времени может иметь периодическое решение в форме «волны Де Бройля»:

$$\psi(x,t) = A \exp[i(\omega t - kx)] \quad (3.9)$$

Значение фазы волны $\alpha = \omega t - kx$ перемещается в пространстве с фазовой скоростью: $w = \omega/k$. Зависимость фазовой скорости «волны Де Бройля» от частоты определяется дисперсионным соотношением:

$$\omega = \hbar/2m \cdot k^2 \quad (3.10)$$

Это означает, что поскольку фазовая скорость волны w зависит от волнового числа: $w = \omega/k = \hbar/2m \cdot k$, то в пустом пространстве *волновые пакеты для частиц с конечной массой быстро расплываются* (рис. 3.2).

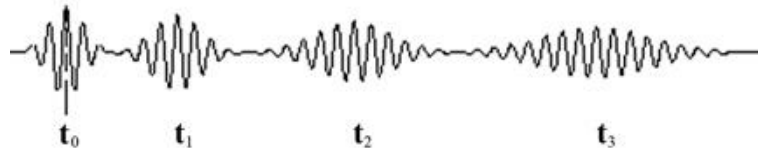


Рис. 3.2. Быстрое расплывание волнового пакета, представляющего микрочастицу с конечной массой

Волновой пакет ($\Delta k > 0$), представляющий свободно движущуюся микрочастицу с конечной массой m , расплывается вдоль направления движения, так что его размеры быстро возрастают (см. например⁷⁴):

$$\Delta x \simeq (\hbar/m \cdot t)^{1/2} \quad (3.11)$$

Таким образом, как следует из (3.11), время расплывания волнового пакета, описывающего нерелятивистскую микрочастицу с массой m и диаметром d , оценивается соотношением:

$$t \simeq md^2/\hbar \quad (3.12)$$

Например, характерное время расплывания волнового пакета **в миллиард раз** для нерелятивистского протона с массой $m_p \simeq 1,7 \cdot 10^{-24}$ г. и диаметром $d_p \simeq 1,75 \cdot 10^{-13}$ см. составляет менее $t \simeq 10^{-4}$ секунды. Это значит, что область волнового пакета, описывающего нерелятивистский протон, *всего за пару дней расплывается до размеров апельсина*. В то же время систематически изучаемые с 1930-х годов космические лучи состоят в основном из свободно движущихся протонов обычного размера, но возраст значительной части этих протонов исчисляется тысячами и миллионами лет.

Эрвин Шредингер сначала не заметил этого драматического расплывания волнового пакета, которое следует из (3.8), поскольку был увлечен анализом решений уравнения (3.7), весьма точно определявших экспериментальные оценки энергетических состояний атома водорода, полученные спектрометрией. Только через год (1927) статья⁷⁵ английского физика Чарльза Дарвина, внука создателя эволюционной теории, привлекла внимание научной общественности к неизбежному расплыванию волновых пакетов, определявшихся уравнениями (3.1, 3.2 и 3.8).

Как утверждают некоторые американские историки⁷⁶, с расплыванием волновых пакетов, которое следует из уравнения Шредингера (3.8), связана печальная история. В 1921 году, за 3 года до Де Бройля и за 5 лет до Шредингера, американский физик Артур Констант Лунн

⁷⁴ Карпман В.И., *Нелинейные волны в диспергирующих средах*, М., 1973; Уизем Дж. *Линейные и нелинейные волны*. Пер. с англ., М., 1977. Abers, E.; Pearson, Ed. *Quantum Mechanics*. Addison Wesley, Prentice-Hall Inc., 2004. Pauli, W. *Wave Mechanics: Volume 5 of Pauli Lectures on Physics*, Books on Physics, Dover Publications, 2000.

⁷⁵ Darwin, C.G. // *Proc. Roy. Soc.* (1927) A 117, 258.

⁷⁶ Kamen, M.D. *Radiant Science, Dark Politics*. Berkeley and Los Angeles, CA: University of California Press, 1985; pp. 29–32. Weissman, M.B., Iliev, V.V., Gutman, I. A pioneer remembered: biographical notes about Arthur Constant Lunn // *Communications in Mathematical and in Computer Chemistry*. (2008) 59 (3): 687–708.

(1877–1949) из Чикагского университета предложил уравнения, которые мы теперь и называем «уравнениями Де Бройля и Шредингера». Лунн не ограничился только обсуждением своих уравнений, но и получил на их основе энергетические характеристики атома водорода. Однако известный американский журнал *Physical Review* отказался опубликовать статью Лунна на том основании, что его уравнения приводили к не соответствующему наблюдениям быстрому расплыванию «волн материи».

Первые теоретики квантовой механики, очарованные эффектными расчетами спектров атома водорода в стационарном состоянии, уклонились от анализа неудобного феномена расплывания волновых пакетов свободно движущихся частиц, воспользовавшись идеей Макса Борна о «вероятностной интерпретации» волновых функций – «квадрат модуля волновой функции $|\psi(r,t)|^2$ есть плотность вероятности обнаружить частицу в точке пространства r в момент времени t ». В своей классической статье (1926) Макс Борн так сформулировал основную идею вероятностной интерпретации: «Движение частицы следует вероятностным законам, сама же вероятность распространяется в соответствии с законом причинности».

Поскольку совершенно абстрактный квадрат комплексной волновой функции, определяющей координату частицы, не имеет никакого наглядного физического образа, то его быстрое расплывание стали считать столь же абстрактным и лишенным физического содержания явлением «расплывания вероятности», неявно предполагая, что истинные, но скрытые физические характеристики микрочастицы ведут себя вполне разумно. Вероятностную интерпретацию волновой функции поддерживали и применяли в 1930-е годы многие физики и, в том числе, Н. Бор, В. Гейзенберг, А. Зоммерфельд и В. Паули.

С тех пор вероятностная интерпретация квантовой механики всегда применяется для того чтобы формально устранять регулярно возникающие логические и экспериментальные противоречия в квантовой физике. Следует, однако, заметить, что *вероятностные и статистические интерпретации каких либо характеристик в разработанных математических аппаратах квантовой механики не содержатся и из них не следуют, а только дополнительно постулируются*. В фундаментальных для квантовой физики соотношениях Планка и Де Бройля никаких вероятностей нет и в помине. Кроме того, еще в 1940 году Дмитрием Ивановичем Блохинцевым было доказано, что не существует никакой математически корректной статистической функции распределения, зависящей от импульсов и координат, которая могла бы представить квантовый ансамбль⁷⁷.

Конечно, не все теоретики безоговорочно приняли вероятностную интерпретацию квантовой механики, понимая, что теория, основанная на уравнениях, противоречащих наблюдениям, неизбежно будет впоследствии приводить к парадоксам и необходимости введения корректирующих эмпирических параметров, а также особых «запретов» и «правил». Альтернативные проекты разработки кинематики и динамики микрочастиц, совмещавших корпускулярные и волновые особенности движения, использовали две основные идеи:

1. «Расщепление» корпускулярно-волнового дуализма микромира на две взаимодействующие физические сущности – корпускулярную и волновую, каждая из которых имеет собственную интерпретацию и математическое описание. Примерами реализации этой идеи может служить вывод Эрвином Маделунгом эквивалента уравнения Шредингера в форме квантовых уравнений Эйлера⁷⁸ и теория волны-пилота, развивавшаяся Луи де Бройлем и Дэвидом Бомом⁷⁹.

⁷⁷ Blohintsev, D.I. // Journ. of Phys. USSR (1940) 2, 71.

⁷⁸ Madelung, E. Eine anschauliche Deutung der Gleichung von Schrödinger // *Naturwiss.* (1926) 14 (45), 1004.
Madelung, E. Quantentheorie in hydrodynamischer Form // *Zeit. f. Phys.* (1927) 40 (3–4); 322–326.

⁷⁹ Bohm, D.A. Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden Variables” I // *Phys. Rev.* (1952) 85: 166–179. Bohm, D. *Causality and Chance in Modern Physics*. Routledge & Kegan Paul and D. Van

2. Устранение феномена расплывания волновых пакетов, представляющих микрочастицы, за счет применения в квантовой физике нелинейных волновых уравнений с самофокусировкой. Примером удачной реализации этой идеи может служить «Унитарная квантовая теория», разработанная Львом Георгиевичем Сапогиным и его последователями в 1970–1988 годах⁸⁰.

Вся современная физика микромира основана на экспериментах, в которых регистрируются взаимодействия отдельных микрочастиц и ансамблей микрочастиц со сложными макроскопическими приборами. Все реальные измерения характеристик микрочастиц производятся с ограниченной точностью, а нулевые ошибки измерений возможны только в умозрительных экспериментах. Как было показано в Главе II *при использовании времени как линейной аддитивной меры множества состояний физического процесса, наблюдаемого с конечной неопределенностью, необходимо применение двухкомпонентных и, в частности, комплексных чисел. Поэтому при анализе кинематики и динамики микрочастиц для исчисления времени можно использовать комплексные числа:* $T = at + ibt$.

В дальнейшем комплексные величины, как правило, обозначаются большими буквами, а действительные малыми. При этом все функции времени являются комплексными, но физически наблюдаемыми могут быть только характеристики, представленные действительными числами.

Рассмотрим описание прямолинейного равномерного движения со скоростью u , траектория которого описывается комплексной функцией, с использованием представления комплексного числа в форме Эйлера: $r(T) = |r| \exp(it\Phi)$. Параметр Φ , в свою очередь, может быть представлен в форме композиции кинематических характеристик волнового движения:

$$r(T) = |r| \exp(it\Phi) = |r| \exp[it(\nu - u/\lambda)] \quad (3.13)$$

Для интерпретации соотношения (3.13) в образах и движениях можно использовать две идеологии:

1. Можно рассматривать параметры в (3.13) как характеристики волнового движения, что будет началом разработки волновой механики с комплексным временем.

2. Соотношение (3.13) может соответствовать и корпускулярному образу – сложению (суперпозиции) трех взаимосвязанных движений тела с конечной массой m (рис. 3.3):

- вращения тела в плоскости YZ с круговой частотой ω , радиусом ρ и скоростью $\vec{w}$
- движения плоскости вращения тела YZ в направлении оси X со скоростью $\vec{u}$.
- вращения тела вокруг своего центра тяжести

Рисунок 3.3 демонстрирует схему сложного движения тела по спирали, которое может рассматриваться как геометрическое представление трехмерной волны, с длиной волны совпадающей с шагом спирали. При этом сохраняются стандартные соотношения для характеристик волновых процессов:

$$\text{Частота } \nu = \omega/2\pi \quad \text{Волновой вектор } k = 2\pi/\lambda \quad (3.14)$$

Nostrand, 1957. Holland, Peter R. *The Quantum Theory of Motion: An Account of the De Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

⁸⁰ Sapogin, L.G. Unitary Field and Quantum Mechanics / Investigation of Systems, Vladivostok, Academy of Sciences of the USSR, No. 2,54(1973). Sapogin, L.G.. On Unitary Quantum Mechanics // *Nuovo Cimento* (1979) 53A(2), 251. Sapogin, L.G. A Unitary Quantum Field Theory // *Annales de la Fondation Louis de Broglie* (1980) 5(4), 285.

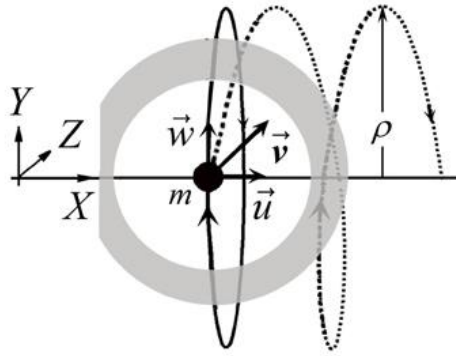


Рис. 3.3. Движение тела, при котором его центр тяжести перемещается по спирали

Свободное движение всех наблюдаемых объектов в природе соответствует Принципу наименьшего действия:

$$dS/dt = d/dt(E\delta t) = 0 \quad S = E\delta t = h = const \quad (3.15)$$

В формулировке Принципа наименьшего действия энергия может быть определена как величина действия в единицу времени: $E = S/\delta t$ или для движения тела по спирали, как произведение действия и частоты: $E = S\nu$. При условии постоянства действия (3.15) и определений (3.14) это соотношение принимает вид:

$$E = S\nu = h\nu = h/2\pi \cdot \omega = \hbar\omega \quad (3.16)$$

Действие может быть определено также как произведение импульса на единицу траектории движущегося тела: $S = \vec{p} \cdot \delta\vec{r}$, которое в случае рассматриваемого движения тела по спирали определяется для оси X соотношением: $S_x = p_x \cdot \lambda$. При условии постоянства действия (3.15) и определений (3.14) из этого соотношения следует:

$$p_x = S_x/\lambda = h/\lambda = h/2\pi \cdot k = \hbar k \quad (3.17)$$

Соотношения (3.16, 3.17) являются следствиями Принципа наименьшего действия и при этом совпадают с уравнениями Планка и де Бройля (3.1, 3.2).

Одним из дискуссионных вопросов с первых лет разработки квантовой механики является разное методологическое значение и происхождение уравнений Планка и Де Бройля. Уравнение Планка (3.1): $\varepsilon = \hbar\omega$ не является строго кинематическим соотношением, поскольку оценивает энергию, которая может иметь разные определения. Это соотношение, успешно применяется для оценки энергии микрообъектов вне зависимости от их движения, например, для неподвижных осцилляторов.

Исторически первые успехи квантовой физики определялись использованием константы и уравнения Планка для анализа состояний термодинамического равновесия. Постоянная Планка появилась вместе с постоянной Больцмана в соотношении для энтропии излучения, равновесного с ансамблем излучающих и поглощающих это излучение осцилляторов (1900). Уравнение (3.1) впервые в 1903 году применил Планк для интерпретации закона смещения Вина опять-таки для равновесного излучения черного тела, а в 1905 году Альберт Эйнштейн успешно использовал это уравнение для описания фотоэффекта вновь в условиях термодинамического равновесия. Что же касается уравнения Де Бройля (3.2), то это специфическое кинематическое соотношение для перемещающегося микрообъекта, определяющее связь импульса микрочастицы и характеристик ее волнового движения.

Представленный выше вывод уравнений Планка и Де Бройля для движения в комплексном времени проливает свет на эти давние вопросы. Оба соотношения являются следствиями Принципа наименьшего действия, который в равной степени применим и для описания характеристик термодинамического равновесия и для описания движения. Можно

сказать, что уравнения Планка и Де Бройля это взаимно дополнительные и допустимые, но отнюдь не единственные, формализации Принципа наименьшего действия.

Оценку скорости w и радиуса вращения ρ для схемы рис. 3.3 можно получить, приняв во внимание равномерное распределение кинетической энергии по степеням свободы: $mw^2/2 = mu^2/2$ и, соответственно: $w = u$ и $E = m(w^2 + u^2)/2 = mw^2 = mu^2$. При этом из соотношений (3.16, 3.17) следует: $u = \lambda \cdot \nu \Rightarrow u = \lambda \cdot w/2\pi\rho = \lambda \cdot u/2\pi\rho$ и соответственно: $\lambda = 2\pi\rho$. Подставив в это соотношение $\lambda = h/p_x$ из (3.17), мы получим:

$$\rho = h/(2\pi p_x) = \hbar/p_x = \hbar/mu \quad (3.18)$$

Таким образом, *радиус спиральной траектории частицы определяется константой $\hbar = h/2\pi$, и обратно пропорционален импульсу*. Формула (3.18) является аналогом формулы для «приведенной» длины волны Комптона: $\lambda = \hbar/mc$. Например, протон с энергией 20 МэВ движется со скоростью около $1/5c$ и его радиус спиральной траектории $\rho_p \simeq 1 \cdot 10^{-13}$ см лишь ненамного превышает радиус самого протона $r_p \simeq 0,87 \cdot 10^{-13}$ см.

Используя одномерное ньютоновское время t , мы можем представить себе только приближенный образ движения микрочастицы в двумерном комплексном времени в форме проекции спирального движения на плоскость YX , которое представляется нам сложением прямолинейного движения в направлении X со скоростью $\vec{u}$ и колебаний в направлении Y с такой же скоростью. Что же касается спиновых эффектов в кинематике микрочастиц, то для их описания может быть использовано вращение частиц (в комплексном времени) вокруг их центров тяжести.

Проведенный анализ позволяет предположить, что математический аппарат физики микромира может быть построен на основе двух предположений:

1. *Время в микромире может быть представлено только комплексными числами.*
2. *Движение в микромире определяется Принципом наименьшего действия.*

Вариационные задачи квантовой механики, использующие Принцип наименьшего действия, уже много лет успешно применяются для разработки вычислительных методов в квантовой химии. Но для интерпретации квантовой механики в микромире с комплексным временем определяющую роль играет то, что *Принцип наименьшего действия является эффективным способом описания процессов самоорганизации*. В таких процессах различные формы внутреннего порядка и корреляции возникают как результат взаимодействия элементов в первоначально неупорядоченном статистическом ансамбле. Самоорганизация ансамблей инициируется квантовыми и термодинамическими флуктуациями, которые усиливаются и развиваются различными обратными связями в ансамбле.

В квантовой физике уже хорошо исследованы некоторые типичные процессы самоорганизации, например, формирование атомных и молекулярных структур, осциллирующие химические реакции, процессы кристаллизации, спонтанное намагничивание, конденсация Бозе-Эйнштейна, сверхпроводимость, когерентное излучение.

Особенностью рассматриваемого нами подхода является придание процессам квантовой самоорганизации статуса определяющего класса процессов в микромире, формирующего главные свойства квантовых ансамблей, которые мы наблюдаем с помощью различных приборов.

При выводе основного уравнения квантовой самоорганизации мы будем исходить из условия целостности рассматриваемого ансамбля, эволюция которого определяется Принципом наименьшего действия. Как было показано еще в конце 19 столетия Николаем

.Александровичем Умовым (1846–1915)⁸¹ и [12], Принцип наименьшего действия приводит к уравнению непрерывности для обширного класса функций ρ_ε от плотности энергии:

$$\dot{\rho}_\varepsilon + \operatorname{div}(\rho_\varepsilon \bar{V}) = 0 \quad (3.19)$$

В микромире с комплексным временем все функции, определяющие эволюцию рассматриваемого квантового ансамбля, тоже комплексные. Поэтому действительную функцию ρ_ε , следует представить в форме: $\rho_\varepsilon = \varepsilon \varepsilon^*$, где $\varepsilon, \varepsilon^*$ это комплексно сопряженные «функции состояния».

Любая комплексная функция $X(T) = x(t) + iy(\tau)$ удовлетворяет условиям Коши-Римана: $\partial x / \partial t = \partial y / \partial \tau$; $\partial x / \partial \tau = -\partial y / \partial t$ и ее производная может быть представлена четырьмя различными соотношениями и, в частности, так:

$$dX/dT = \partial x / \partial t + i \partial y / \partial \tau \quad (3.20)$$

В этом случае производная функции ρ_ε по времени имеет вид:

$$\dot{\rho}_\varepsilon = \dot{\varepsilon} \varepsilon^* + \varepsilon \dot{\varepsilon}^* \quad (3.21)$$

Для того чтобы линеаризовать уравнения (3.19, 3.21) можно воспользоваться тем же методом, который мы применили при выводе Уравнения времени (36, 37) (см. Главу II). В этом выводе использован прием, предложенный Эрвином Маделунгом при выводе уравнений квантовой гидродинамики (смю например [5]):

$$\bar{V} = A/i \cdot \nabla [\ln(\varepsilon/\varepsilon^*)] = A/i \cdot (\nabla \varepsilon / \varepsilon - \nabla \varepsilon^* / \varepsilon^*) \text{ и, соответственно}$$

$$\rho_\varepsilon \cdot \bar{V} = A/i \cdot (\varepsilon^* \nabla \varepsilon - \varepsilon \nabla \varepsilon^*) \quad (3.22)$$

Повторив далее преобразования, использованные при выводе Уравнения времени (36, 37), мы получим следующую систему уравнений для функций состояния квантового ансамбля:

$$\dot{\varepsilon} + A/i \cdot \Delta \varepsilon + \varepsilon \cdot F = 0 \quad (3.23)$$

$$\dot{\varepsilon}^* - A/i \cdot \Delta \varepsilon^* - \varepsilon^* \cdot F = 0 \quad (3.24)$$

$$F \neq 0 \quad (3.25)$$

Для того чтобы провести качественный анализ системы уравнений (3.23–3.25) нам достаточно двух уравнений (3.23, 3.25).

1. Если принять: $A = -\hbar/(2mi)$ и $F = -U/i\hbar$, то мы получим из (3.23), после формального умножения уравнения на $i\hbar$, уравнение типа классического уравнения Шредингера (3.7):

$$i\hbar \dot{\varepsilon} = -\hbar^2/2m \cdot \Delta \varepsilon + \varepsilon \cdot U \quad (3.26)$$

Когда функция U определяет потенциальную энергию это уравнение описывает, в частности, самоорганизацию квантовых ансамблей в атомные и молекулярные структуры.

2. Из уравнения (3.23) в силу условия (3.25): $F \neq 0$ нельзя получить уравнение Шредингера для свободного движения микрочастиц (3.8), которое приводит к расплыванию волновых пакетов. Но зато, приняв: $A = 1/2$ и $F = -\gamma/i \cdot |\varepsilon|^2$ мы получим так называемое нелинейное уравнение Шредингера:

$$i\dot{\varepsilon} = -1/2 \cdot \Delta \varepsilon + \gamma |\varepsilon|^2 \varepsilon \quad (3.27)$$

⁸¹ Umov, N.A. Ableitung der Bewegungsgleichungen der Energie in kontinuierlichen Körpern // Zeitschrift für Mathematik und Physik (1874) Bd. XIX, H. 5, 5. 429.

Это уравнение описывает движение устойчивых, не расплывающихся солитонов, а также некоторые другие процессы квантовой самоорганизации в физике плазмы и в нелинейной оптике.

3. Приняв в уравнении (3.23): $A=1/2$ и $F=-1/i \cdot (V + \gamma|\varepsilon|^2)$ мы получим уравнение, которое описывает самоорганизацию квантового ансамбля при конденсации Бозе-Эйнштейна:

$$i\dot{\varepsilon} = -1/2 \cdot \Delta\varepsilon + (V + \gamma|\varepsilon|^2) \cdot \varepsilon \quad (3.28)$$

4. Приняв в уравнении (3.23): $A=-iD$ и $F=-R$ мы получим класс уравнений, описывающих процессы самоорганизации в химических реакциях с диффузией:

$$\dot{\varepsilon} = D \cdot \Delta\varepsilon + R \cdot \varepsilon \quad (3.29)$$

Некоторые уравнения типа (4.81) хорошо исследованы, например:

- уравнение Фишера: $R=1-\varepsilon$
- уравнение конвекции Рэлея-Бенара: $R=1-\varepsilon^2$
- уравнение Зельдовича: $R=\varepsilon-\varepsilon^2$

В экспериментальной квантовой физике мы наблюдаем только результаты взаимодействия квантовых ансамблей с макроскопическими приборами, а не свободные от такого взаимодействия ансамбли. Особенности самоорганизации квантового ансамбля определяются, во-первых, уравнениями самоорганизации в микромире с комплексным временем (3.23–3.25) и, во-вторых, граничными и иными условиями к этим уравнениям, которые определяются конструкцией макроскопического прибора, применяющегося для наблюдения ансамбля.

Несмотря на разнообразие картин самоорганизации в природе во многих случаях наблюдаемые картины самоорганизации являются результатами композиции всего трех характерных типов самоорганизации. Причем эти типы самоорганизации обнаруживаются как в микромире, так и в макромире и даже в космических масштабах.

Концентрическая самоорганизация (уравнения 3.26 и 3.29)

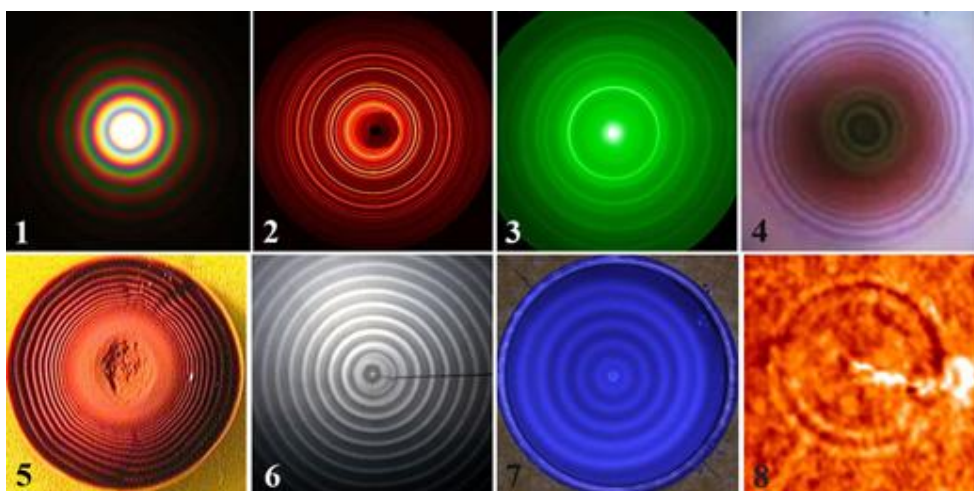


Рис. 3.4. 1. Дифракция видимого света (<http://www.kth.se/>). 2. Дифракция рентгеновских лучей в поликристаллическом порошке (<http://www.esrf.eu/>). 3. Дифракция электронов в тонкой золотой мембране (<http://www.lambdasys.com>). 4. Импульсное разрушение тонкого слоя сапфира (<http://www.opticsinfobase.org/>). 5. Химическая реакция Лизеганга (<http://polymer.bu.edu/>). 6. Стоячие волны в жидкости (<http://isites.harvard.edu/>). 7. Колония бактерий *Escherichia coli* (<http://hku.hk>). 8. Взрыв на Солнце (<http://www.boston.com/>).

Спиральная самоорганизация (уравнения 3.26 и 3.29)

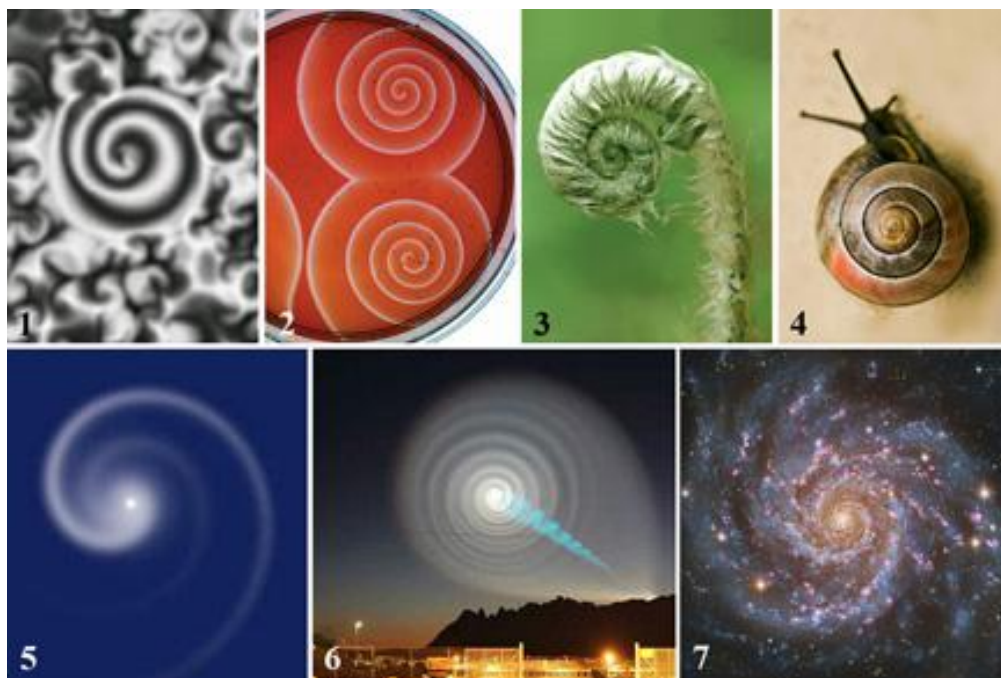


Рис. 3.5. 1. Спиральный вихрь в турбулентном течении жидкости (Zhang, H. et al // Phys. Rev. E 66:046303). 2. Химическая реакция Белоусова-Жаботинского (<http://2012books.lardbucket.org/>). 3. Побег папоротника (<http://kak.znate.ru/>). 4. Виноградная улитка ([http://www.gopixpic.com/_Brandon Gleich](http://www.gopixpic.com/_Brandon_Gleich)). 5. Австралийская атмосферная аномалия (<http://www.examiner.com/>). 6. Норвежская атмосферная аномалия (<http://www.treurniet.ca/>). 7. Спиральная галактика М74 (<http://apod.nasa.gov/>).

Фестонная самоорганизация (уравнения 3.28 и 3.29)

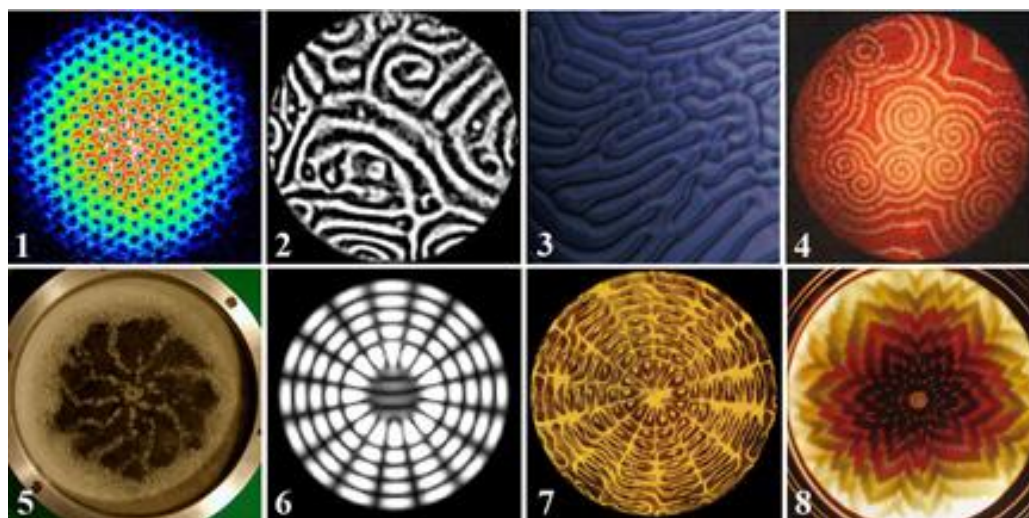


Рис. 3.6. 1. Конвективные вихри в конденсате Бозе-Эйнштейна (<http://www.redorbit.com/>). 2. Конвекция в жидком гелии (Lees, M.J. et al // Phys. Rev. Lett. 93, 144502 (2004)). 3. Конвекция Релея-Бенара в масле (<http://www.exploratorium.edu/>). 4. Химическая реакция Белоусова-Жаботинского (<http://www.ux.uis.no/>). 5. Конвекция на вращающемся диске (<http://www.kgroesner.de/>). 6. Фигура Хладни (<http://vimeo.com/>). 7. Фигура Хладни (<http://www.cymaticmusic.co.uk/>). 8. Колония бактерий *Escherichia coli* (<http://www.rohan.sdsu.edu/>).

Никакого дуализма волна-частица в микромире не существует и при свободном движении индивидуальная микрочастица в каждый момент комплексного времени имеет вполне определенные комплексные координаты. В зависимости от разрешающей способности прибора мы можем либо видеть траектории отдельных частиц, либо только

результат квантовой самоорганизации достаточно многочисленного ансамбля частиц при взаимодействии его с прибором для наблюдения.

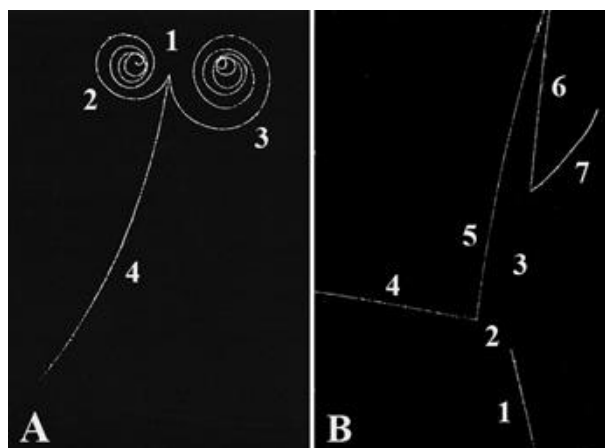


Рис. 3.7. Траектории микрочастиц в пузырьковой камере. А. Здесь гамма-фотон 1, который не оставляет следа в камере, после взаимодействия с атомным ядром образует электрон 2, позитрон 3 и рассеянный атомный электрон 4. В. Здесь отрицательный пи-мезон 1 с импульсом 1,2 Гев/с, т.е. движущийся со скоростью 99,3 % скорости света, после взаимодействия с протоном атомного ядра распадается на нейтральный лямбда-гиперон 2 и нейтральный К-гиперон 3, которые не оставляют следов. Затем лямбда-гиперон 2 распадается на протон 4 и отрицательный пи-мезон 5, а гиперон 3 распадается на положительный пи-мезон 6 и отрицательный пи-мезон 7.

При использовании пузырьковой камеры регистрирующими элементами являются отдельные атомы или молекулы, превращающиеся при взаимодействии с движущимися заряженными микрочастицами в ионы. Эти ионы вызывают конденсацию паров, образуя молекулярные кластеры макроскопических размеров, которые и позволяют видеть траектории микрочастиц. Пузырьковые камеры это приборы очень высокого разрешения, позволяющие отчетливо видеть траектории отдельных заряженных микрочастиц (рис. 3.7).

В начале 2000-х годов группа канадских физиков провела остроумную экспериментальную оценку корпускулярных характеристик отдельных фотонов⁸². Схема их экспериментальной установки представлена на рис. 3.8. Магнетрон, способный генерировать радиоизлучение с частотой 27–8 ГГц и, соответственно, с длиной волны $\lambda = 1,1–3,7$ см, как в импульсном, так и в непрерывном режиме, соединен волноводом с приемником, который может оценивать интенсивность радиоизлучения. В волноводе установлена регулируемая ирисовая диафрагма, обеспечивающая частичное экранирование излучения магнетрона.



Рис. 3.8. Экспериментальная установка для оценки размеров радио-фотонов

В импульсном режиме генерации отдельных радио-фотонов при просвете диафрагмы $d < 2\lambda$, который меньше корпускулярного диаметра радио-фотона, приемник не регистрирует радиоизлучения, то есть диафрагма не пропускает отдельные радио-фотоны к приемнику. В непрерывном режиме генерации ансамбля фотонов, при таком же просвете

⁸² Interenational Conference “Albert Einstein’s century” (Paris, July 18-22, 2005). Section “Nature of the quantum world and the Brownian motion”. “Einstein’s Photon Quantified and Experimentally Confirmed” Geoffrey Hunter (York University, Canada)

диафрагмы, приемник начинает регистрировать несколько ослабленное радиоизлучение, соответствующее дифракции ансамбля фотонов на диафрагме.

В квантовой физике много экспериментов достоверно регистрирующих корпускулярные характеристики отдельных микрочастиц, но нет экспериментов, обнаруживающих какие-либо волновые свойства у отдельных микрочастиц.

При наблюдении, например, дифракции электронов в тонкой металлической мембране применяются приборы низкого разрешения, в которых картина concentрической квантовой самоорганизации (рис. 3.4-3), соответствующая картине дифракции «электронных волн», формируется на фотопленке или на экране ансамблем из сотен тысяч и миллионов электронов. При таком эксперименте траектории отдельных электронов определить нельзя.

В 1950-е годы физики начали разрабатывать схемы экспериментов, позволяющие наблюдать постепенное формирование дифракционных распределений при накоплении характеристик траекторий отдельных электронов и фотонов⁸³. Развитие экспериментальной техники и компьютерных технологий позволили в конце 1980-х годов создать экспериментальные установки высокого разрешения, в которых могут наблюдаться одновременно и траектории отдельных микрочастиц и формирование картин волновой самоорганизации квантовых ансамблей. Это так называемые «одно-частичные» интерференционные установки, примером которых является схема, предложенная японским инженером Акира Тономура, для наблюдения постепенного формирования картины интерференции электронов⁸⁴.

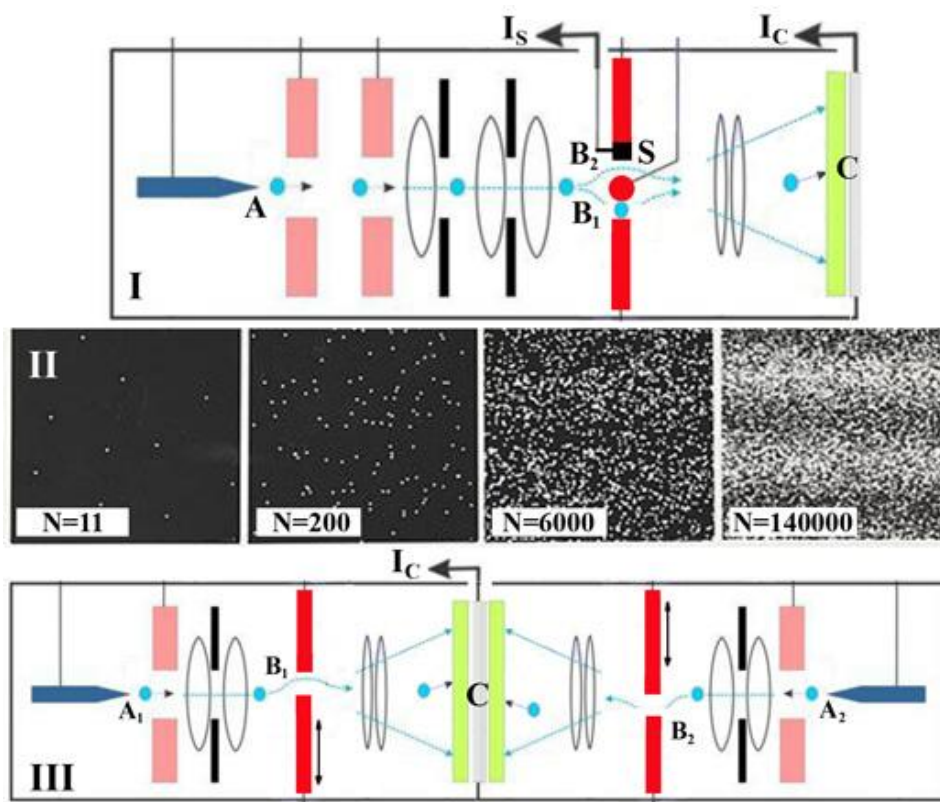


Рис. 3.9. Установки для регистрации постепенного формирования интерференционной самоорганизации квантовых ансамблей ускоренных электронов

⁸³ Биберман Л., Сушкин Н., Фабрикант В. Дифракция поочередно летящих электронов // ДАН СССР (1949) 66, №2, стр. 185. Janossy, L., Naray, Sz. Hungarian Acad. of Sci. Manuscript. Budapest, XII, Konkoly Thege bt, Hungary, 1957.

⁸⁴ Tonomura, A. et al. Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern // Am. J. Phys. 1989 Vol. 57, No 2 Febr.; 117-120.

В наших экспериментах использовались модифицированные схемы экспериментальной установки Акира Тономура, собранные из элементов электронных микроскопов (рис. 3.9). В экспериментальной установке, представленной на рис. 3.9-I, вольфрамовое острие А генерирует отдельные электроны с частотой $10\text{--}10^3$ 1/сек, которые затем ускоряются в электростатической системе с напряжением до 60 кВ до скоростей более 10^8 м/с. При этом время пролета электроном расстояния порядка 1 м в приборе до регистрирующего экрана С составляет менее 10^{-8} с. Из-за очень малой скорости генерации электронов, в каждый момент времени в установке находится только один электрон.

После прохождения электроном управляемой электронной бипризмы V_1V_2 , которая играет роль двух щелей в классическом двух-щелевом интерференционном эксперименте, электрон попадает на экран, способный определять и запоминать две координаты электрона на экране. Бипризма, в отличие от экспериментов Тономура, оснащена емкостным микродатчиком S, которые позволяет определить через какую часть бипризмы прошел каждый электрон, зарегистрированный на экране С. Таким образом, для каждого электрона, прошедшего через щели бипризмы определяется с микронной точностью траектория $A-V_1-C$ или $A-V_2-C$. После завершения эксперимента компьютер, в памяти которого сохранялись экранные координаты всех электронов, воспроизводит постепенное формирование интерференционной картины на экране С (рис. 3.9-II).

На рис. 3.9-II видно, что квантовые флуктуации в бипризме при малой мощности ансамбля ($N=11$, $N=200$) формируют случайное распределение электронов на экране. Только при мощности ансамбля в несколько тысяч электронов появляются интерференционные корреляции в экранном распределении. В экспериментах на этой установке регистрируется постепенный процесс самоорганизации квантового ансамбля, формирующий картину интерференции дифрагированных на бипризме электронов от одного генератора А.

В экспериментальной двухканальной установке, представленной на рис. 3.9-III, два независимых вольфрамовых острия A_1 и A_2 генерируют отдельные электроны, которые после ускорения до энергий порядка 60 кэВ и дифракции на щелях V_1 и V_2 регистрируются спаренными экранами С. В этой установке для каждого электрона, прошедшего через щели V_1 и V_2 , также определяются с микронной точностью траектории A_1-V_1-C и A_2-V_2-C . В экспериментах на этой двухканальной установке регистрируется постепенный процесс самоорганизации квантового ансамбля, формирующий картину интерференционного сложения дифрагированных на удаленных друг от друга щелях электронов от двух независимых генераторов A_1 и A_2 .

Также как при работе установки рис. 3.9-I квантовые флуктуации в щелях V_1 и V_2 при малой мощности ансамбля формируют случайное распределение электронов на экране (рис. 3.9-II). Только при мощности ансамбля в несколько тысяч электронов обнаруживаются интерференционные корреляции в экранном распределении. Этот эксперимент является аналогом экспериментов по наблюдению интерференции монохроматического света от двух независимых и некогерентных генераторов фотонов (см. например [14]).

Рассмотренные эксперименты опровергают основной «принцип дополнительности» Копенгагенской интерпретации квантовой механики, поскольку в них один и тот же прибор обнаруживает и корпускулярные (траектории) и волновые (интерференция) свойства микрочастиц. При этом необходимо заметить, что эти эксперименты могут рассматриваться как аргументы в пользу предложенной концепции – *отдельные микрочастицы не имеют волновых свойств, но достаточно мощные ансамбли микрочастиц при взаимодействии с некоторыми приборами способны формировать типичные волновые структуры самоорганизации.*

3.1. Новые соотношения неопределенностей в физике субъядерного мира

Статистическая физика, начав свое развитие в первом десятилетии 20 столетия с вероятностного обоснования термодинамики, в середине столетия уже стала неотъемлемой

частью квантовой физики. Во второй половине столетия методология статистической физики стала успешно применяться в биологии, экологии, социологии и даже в лингвистике.

С точки зрения Общей Теории Систем эффективность методов статистической физики определяется применением теории вероятностей и математической статистики для исследования объектов одной природы, объединенных в «статистические ансамбли» (системы), которые допускают описание достоверно установленными статистическими функциями. Статистическая физика субъядерного мира также может оказаться результативной, поскольку исследование взаимопревращений микрочастиц показало существование, по крайней мере, двух типов статистических ансамблей объектов одной природы (рис 3.10):

1. Массивные элементарные частицы и частицы-резонансы

2. Безмассовые фотоны, например, гамма-фотоны, излучаемые при распаде радиоактивных изотопов.

В физике микромира известно более 300 субъядерных частиц, но все важнейшие характеристики удалось определить пока только для 120 частиц. Так называемая «Стандартная модель» (СМ) чаще всего применяется для классификации и описания взаимопревращений субъядерных частиц (см. например [3]). Стандартная модель учитывает три из четырех фундаментальных взаимодействий (исключая гравитационное) при описании процессов в микромире и предполагает, что «истинными» элементарными частицами являются только кварки, лептоны и калибровочные бозоны (*gauge bosons*), поскольку отсутствуют свидетельства о наличии у этих частиц какой либо внутренней структуры из более простых элементов.

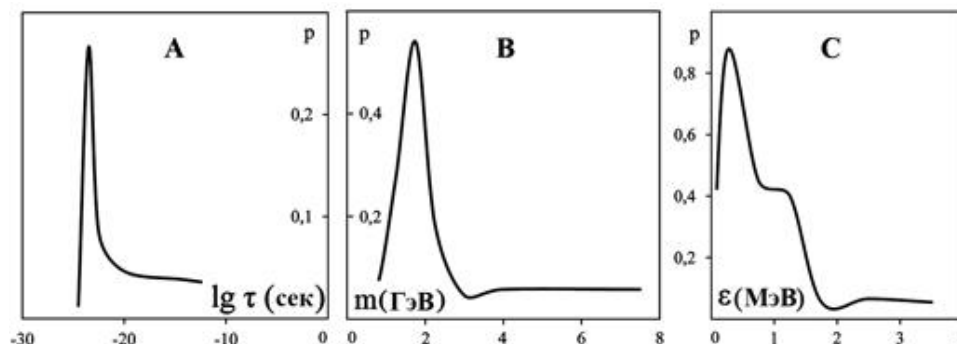


Рис. 3.10. Плотности вероятности для ансамблей субъядерных частиц. А. Времена жизни микрочастиц. В. Массы микрочастиц. С. Энергии гамма-фотонов при распаде радиоактивных изотопов.

Несмотря на успешное описание Стандартной моделью множества сложных процессов в микромире, эта теория не рассматривается как завершенная фундаментальная теория микромира. В частности, потому что эта теория не учитывает гравитационного взаимодействия и, более того, не совместима с общей теорией относительности.

Определяющую роль в СМ играют кварки, которые никогда не наблюдались экспериментально и, вероятно, не могут существовать как индивидуальные частицы. Характеристики кварков определены только на основании анализа взаимопревращений сложных микрочастиц, состоящих из нескольких кварков. О неполноте СМ свидетельствуют также трудности, с которыми сталкивается эта теория при описании лептонов и, в частности, неспособность теории объяснить ненулевые массы нейтрино. Ненаблюдаемость кварков в сочетании со слишком большим количеством эмпирических параметров (более 20!) дают повод рассматривать СМ только как эскиз будущей теории элементарных частиц.

Несмотря на все недостатки и незавершенность СМ ее терминология чаще всего используется при обсуждении процессов и закономерностей микромира. Все известное нам «население» субатомного мира СМ делит на две группы: относительно стабильные и часто наблюдаемые микрочастицы, которые обычно и называют «элементарными частицами», и

множество редких коротко-живущих частиц-резонансов, которые в этой книге часто называются просто «резонансами».

Элементарные частицы в свою очередь принято делить на два класса: лептоны и адроны. К лептонам относят частицы, не обладающие сильным взаимодействием и участвующие только в слабом, электромагнитном и гравитационном взаимодействиях. Лептонами (l) являются: электрон, мюон (μ), тяжелый лептон (τ), электронное, мюонное и τ -нейтрино, а также соответствующие им античастицы ($\bar{l}$).

Адроны это частицы, рассматриваемые как сложные кварковые структуры, участвующие в сильных взаимодействиях, которые делятся на две группы: барионы (b) и мезоны (m). Барионы, предположительно состоящие из трех и более кварков, имеют единичный барионный заряд $B = +1$, а их античастицы $B = -1$. Самыми распространенными барионами являются протоны и нейтроны, из которых состоят атомные ядра.

Мезоны и анти-мезоны состоят из пар «кварк-антикварк», а их барионный заряд равен нулю: $B = 0$. Кроме того, класс мезонов содержит особую группу «истинно нейтральных мезонов» (m_0), которые не имеют античастиц, например, мезоны π^0 и η . Среди лептонов и барионов таких «истинно нейтральных» частиц нет.

Большинство микрочастиц, обычно относимых к «элементарным», имеют малое время жизни и быстро распадаются, превращаясь в другие «элементарные» частицы. При этом нельзя считать, что продукты их распада более «элементарны», нежели сами распадающиеся частицы. К элементарным частицам (в дальнейшем часто просто «частицам») принято относить в основном микрочастицы стабильные по отношению к распадам по сильному взаимодействию (см., например стр. 974–980, табл. 36.4 в [13] и вебсайт *Particle Data Group* pdg.lbl.gov [15]). В наше время хорошо исследованы 20 частиц, в число которых входят лептоны, мезоны и барионы с различными значениями странности. Для странных мезонов $K^0, \bar{K}^0, K_S^0, K_L^0$ пока определены не все их характеристики, и поэтому они в дальнейшем не рассматриваются. Массы частиц сосредоточены в основном в диапазоне от 100 до 2300 МэВ. Калибровочные бозоны $W^\pm$ и Z , обнаруженные в 1983 году в экспериментах на протон-антипротонном коллайдере ЦЕРНа, имеют наибольшие массы среди известных частиц и резонансов – 80,8 и 92.9 ГэВ.

Обширное семейство резонансов ведет свою историю от первого резонанса, открытого в начале 1950-х годов в лаборатории Энрико Ферми при исследовании процесса взаимодействия пи-плюс-мезонов с протонами на циклотроне в Чикаго. Большинство резонансов было открыто в 1960-е годы на протонных ускорителях. Регистрация резонансов является достаточно редким событием, но, тем не менее, уже почти сотня резонансов достаточно хорошо изучена. Многочисленность резонансов это отражение сложного строения мезонов и барионов, обеспечивающего возможность относительно длительного существования разнообразных возбужденных состояний их кварковых структур. Однако эти возбужденные состояния крайне неустойчивы относительно быстрых переходов в другие состояния за счет сильного взаимодействия.

Характерной чертой резонансов является их чрезвычайно короткая жизнь, редко превышающая 10^{-21} секунды. Двигаясь с субсветовыми скоростями, резонансы успевают пройти за свою короткую жизнь не намного более 10^{-13} метра, то есть расстояние порядка нескольких сотен диаметров протона. Такие расстояния находятся вне пределов разрешающей способности самых лучших приборов для регистрации треков микрочастиц. Поэтому характеристики резонансов определяются косвенными методами.

Резонансы регистрируются как максимумы на колоколообразных («брейт-вигнеровских») зависимостях полных эффективных сечений рассеяния σ от энергии ε :

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 (\Gamma/2)^2 / [(\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 + (\Gamma/2)^2] \quad (3.30)$$

Энергия ε_0 , соответствующая максимуму сечения рассеяния $\sigma = \sigma_0$, считается энергетическим эквивалентом массы резонанса $\varepsilon_0 = mc^2$.

Время жизни частиц и резонансов может быть достоверно определено анализом треков в фотоэмульсиях и регистрирующих камерах только до значений порядка 10^{-20} секунды. Времена жизни, меньшие этого предела, оценивают, используя ширину Γ резонансной кривой (3.30) на половине ее высоты, из соотношения неопределенностей:

$$\langle \tau \rangle = h/2\Gamma \quad (3.31)$$

Резонансы рассматриваются в настоящее время как различные возбужденные состояния кварковых структур. Так, например, открытые в 1974 году резонансы с массами 3–4 Гэв, получившие название J/ψ -частиц, трактуются, как различные уровни возбуждения «чармония». В свою очередь чармоний интерпретируется, как структура из очарованного кварка c и его антикварка $\bar{c}$. Открытые в 1977 году тяжелые резонансы с массами порядка 10 Гэв, получившие название «ипсилон-частиц», интерпретируются, как уровни возбуждения «ипсилония» – структуры из прелестного кварка b и его антикварка $\bar{b}$.

Все хорошо изученные резонансы делят на две группы:

1. Мезонные резонансы (барионное число – ноль), распадающиеся на мезоны. Массы большинства мезонных резонансов от 0,7 до 2 ГэВ.

2. Барионные резонансы (барионное число – единица), распадающиеся на мезоны и один барион. Массы большинства барионных резонансов обычно находятся в диапазоне от 1,2 до 4 ГэВ.

Статистика микрочастиц, обсуждаемая в этой книге, помимо упомянутых 20 элементарных частиц включает 45 мезонных и 48 барионных резонансов, для которых известны все их основные характеристики (стр. 981–992; табл. 36.5 и 36.6 в [13], см. также⁸⁵ и вебсайт *Particle Data Group* pdg.lbl.gov [15]). Помимо средних значений масс и времен жизни частиц и резонансов опубликованы также оценки среднеквадратичных ошибок определения этих характеристик. В дальнейшем на графиках используются следующие обозначения: треугольники – частицы, квадраты – мезонные резонансы, ромбы – барионные резонансы, круги – фотоны.

Анализ особенностей конструкций приборов и методов исследования, для которых они используются, часто помогает понять многое относительно сущности и физических механизмов изучаемых процессов и явлений. Обзор разработанных методов и опубликованных результатов измерения малых интервалов времени порядка $10^{-25} \div 10^{-21}$ секунды приводит к заключению, что по мере уменьшения измеряемых интервалов, не только быстро возрастают относительные и абсолютные ошибки измерений, но и сама воспроизводимость измерений начинает утрачиваться по мере приближения к интервалам порядка 10^{-25} секунды.

Каждое измерение интервала времени можно рассматривать, как попытку оценить величину модуля физического времени с помощью некоторого прибора («часов»), воспроизводящего с той или иной степенью точности равномерную последовательность интервалов ньютоновского времени. Все реальные приборы подвержены флуктуациям, например, тепловым и квантовым, и точность воспроизведения ими эталонных интервалов времени ограничена. Поэтому последовательность эталонных интервалов времени, которая генерируется реальным прибором, всегда представляет собой случайный процесс.

Для того чтобы этот случайный процесс мог быть использован для измерения интервалов времени без нарушения принципа причинности, должна быть обеспечена определенная свобода выбора начала отсчета времени. Чтобы понятия «прошлое» и «будущее» ($\tau_i < \tau_m$)

⁸⁵ Reviews of particle properties // Rev. Mod. Phys. (1984) 56, N. 2, Pt. II, P. 2–304.

сохранялись при любом введении начала отсчета времени $\tau_s \geq \tau_0 > 0$ и любых $\tau_m \geq \tau_i \geq \tau_0 > 0$ случайный процесс должен удовлетворять следующему соотношению:

$$P[(\tau_i - \tau_s) < \tau_m | \tau_i \geq \tau_s] = P[\tau_i < \tau_m] \quad (3.32)$$

Случайные процессы, для которых справедливо соотношение (3.32) для условной и безусловной вероятностей P , обладают свойством отсутствия последствия и относятся к классу Марковских случайных процессов [2]. Интервалы Марковских случайных последовательностей статистически независимы и распределены по показательному закону, в котором вариация (отношение среднеквадратичного отклонения $\Delta\tau$ к среднему значению τ) случайных величин определяется соотношением:

$$\Delta\tau/\tau = \text{const} \quad (3.33)$$

В дальнейшем Δ обозначает среднее квадратичное отклонение (корень квадратный из дисперсии среднего значения) соответствующей физической характеристики, которое в квантовой физике часто называют «неопределенностью». Кроме того, в дальнейшем угловые скобки, обозначающие средние значения характеристик, будут опускаться.

Что касается сумм m независимых случайных интервалов времени, распределенных по показательному закону, то их распределение описывается формулой Эрланга m -го порядка (см., например [2]), которая определяет следующее соотношение для вариации:

$$\Delta\tau/\tau \propto 1/\sqrt{m} \quad (3.34)$$

Здесь и далее знак $\propto$ обозначает пропорциональность с точностью до постоянного размерного коэффициента.

Таким образом, статистические свойства процедур измерения времени, основанных на использовании генераторов Марковских случайных последовательностей эталонных интервалов, зависят от масштаба измеряемого промежутка времени. Если процедура измерения состоит в сравнении длительности измеряемого промежутка с отдельным малым эталонным интервалом той или иной длительности, то статистические характеристики измерений определяются соотношением (3.33). Если процедура измерения использует суммирование многих эталонных интервалов, то вариация результатов измерений будет соответствовать формуле (3.34).

Методология экспериментального естествознания предполагает отождествление специфических ответных реакций и особенностей поведения приборов с объективными характеристиками тех феноменов, для изучения которых эти приборы создаются. Следуя этой традиции, можно предположить, что двойственность статистических характеристик общих процедур измерения времени отражает некоторые объективные свойства физического времени. То, что изменение статистических характеристик измерения промежутков времени возникает при введении суммирования эталонных интервалов, позволяет связать эту особенность процесса измерения с проблемой допустимых преобразований физического времени «в малом».

Можно рассмотреть два вида преобразований интервалов времени δ_i : «масштабное» с коэффициентом m и «аддитивное»:

$$\delta_m = m\delta_i \quad \text{при} \quad \delta_i \leq \tau_* \quad (3.35)$$

$$\delta_m = \sum_{(m)} \delta_i \quad \text{при} \quad \delta_i > \tau_* \quad (3.36)$$

Можно показать (см., например [2, 8]), что вне зависимости от характера статистического распределения интервалов δ_i , для преобразований (3.35, 3.36) справедливы следующие соотношения, определяющие вариации:

$$\Delta\tau/\tau \propto \text{const} \quad \text{при} \quad \tau_0 < \tau \leq \tau_* \quad (3.37)$$

$$\Delta\tau/\tau \propto 1/\sqrt{\tau} \quad \text{при} \quad \tau > \tau_* \quad (3.38)$$

Сравнение формул (3.37, 3.38) с соотношениями (3.33, 3.34) показывает, что статистические свойства рассмотренных преобразований физического времени соответствуют вероятностным характеристикам процессов измерения времени с помощью Марковских последовательностей эталонных интервалов.

Физический смысл параметров τ_0 и τ_* в (3.35–3.38) это предельные значения минимальных интервалов физического времени, соответственно в эпохи «упругости» и «аддитивности» физического времени. Предположение об ограниченной аддитивности физического времени может быть сформулировано так:

Интервалы физического времени аддитивны, то есть могут быть представлены как суммы меньших интервалов, только в том случае, если величина этих меньших интервалов не превышает некоторый предел $\tau_ > 0$. Интервалы меньше этого предела не аддитивны, в том смысле, что не могут быть представлены суммами каких либо меньших интервалов, а изменение их величины осуществимо только масштабным преобразованием.*

Предположение о пределе аддитивности физического времени соответствует гипотезе о своеобразной «упругости» малых интервалов физического времени. Существование конечного «предела аддитивности» физического времени только на первый взгляд кажется необычным. Материя (по крайней мере, в конденсированном состоянии) обладает таким же свойством. Длина почти любого образца твердого вещества может быть несколько увеличена растяжением, пока не будет достигнут предел упругости вещества. На этой стадии образец испытывает масштабное преобразование. После исчерпания упругих свойств образца дальнейшее увеличение его длины возможно только за счет присоединения к нему других образцов. Это стадия аддитивного преобразования материи.

Таким же свойством обладают и жидкости, например, вода. Вода может существовать в форме почти сферических капель в достаточно большом диапазоне размеров – от мельчайших, невидимых капелек осеннего тумана до дробной оседаемости весенней капли. Однако величина сил поверхностного натяжения ограничивает максимальный размер капель, и дальнейшее увеличение водных масс осуществляется уже не масштабным преобразованием сферических капель, а их суммированием, слиянием в потоки. Можно сказать, что «предел аддитивности воды» примерно совпадает с размером слез.

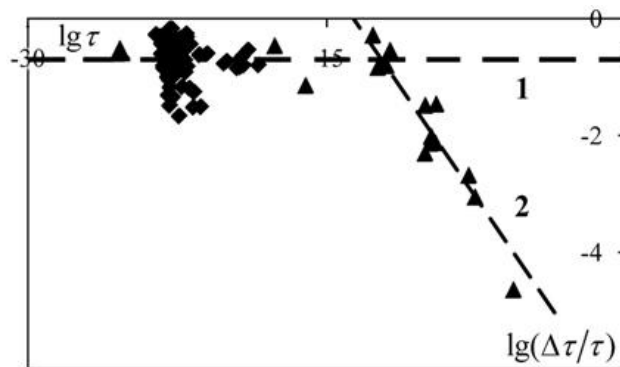


Рис. 3.11. Две группы микрочастиц, разделенные пределом аддитивности физического времени порядка 10^{-12} с. Линия 1 соответствует (3.37), а линия 2 – (3.38).

Для сравнения формул (3.37, 3.38) с экспериментальными данными можно воспользоваться результатами исследования микрочастиц, накопленными за последние шестьдесят лет. Рисунок 3.11 демонстрирует выразительное разделение всей рассматриваемой статистики (113 частиц и резонансов) на две группы, в соответствии с гипотезой о существовании предела аддитивности физического времени.

Экспериментальная оценка величины предела аддитивности – порядка 10^{-12} сек (рассчитанное значение – $6,6 \cdot 10^{-13}$ сек). Экспериментальные точки группируются вблизи двух прямых (пунктирные прямые на рис. 3.11 с коэффициентами, рассчитанными методом наименьших квадратов):

$$\text{Прямая 1. } \Delta\tau/\tau = 2 \cdot 10^{-1} \text{ при } \tau \leq 10^{-12} \text{ с.}$$

$$\text{Прямая 2. } \Delta\tau/\tau = 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 1/\sqrt{\tau} \text{ при } \tau > 10^{-12} \text{ с.}$$

То, что интервалы физического времени заметной длительности могут быть представлены, как суммы различного числа интервалов меньшей длительности, не вызывает сомнений. Однако неизвестно сколь долго это свойство сохраняется при уменьшении интервалов времени. Проблема оценки величины порога или «предела аддитивности» физического времени τ_* может рассматриваться как одна из задач экспериментального исследования свойств физического времени в микромире.

Особенностью методологии квантовой физики является возможность описания только результатов взаимодействия квантовых объектов с макроскопическими приборами, а не свободных, независимых квантовых объектов. Поэтому в квантовой физике среднеквадратичным отклонениям физических характеристик при измерениях придается не меньшее значение, нежели самим средним значениям этих характеристик. При этом функциональные зависимости для среднеквадратичных отклонений физических характеристик часто приобретают статус законов природы. Примером такого закона служит соотношение неопределенностей Гейзенберга для импульса и сопряженной координаты в квантовой механике [1, 4]:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h/2 \quad (3.39)$$

Еще одну форму соотношения неопределенностей предложили Л.И. Мандельштам и И.Е. Тамм в своей проницательной работе⁸⁶, продемонстрировав один из способов формулировки универсальных соотношений между неопределенностями физических характеристик:

$$\Delta \varepsilon \Delta \tau \geq h/2 \quad (3.40)$$

Неопределенности оценок массы Δm и времени жизни микрочастиц $\Delta \tau$ не являются исключительно результатами ошибок измерительной аппаратуры. Микрочастицы распадаются и преобразуются подобно возбужденным ядрам радиоактивных элементов и помимо средних масс и времени жизни имеют вполне определенные среднеквадратичные отклонения от этих значений (неопределенности). Несмотря на достаточно высокую точность измерения интервалов времени в современной физике элементарных частиц с типичными аппаратными ошибками порядка $10^{-14} - 10^{-13}$ с, оценки неопределенности времени жизни многих микрочастиц оказываются значительно больше, например, для многих мезонов порядка 10^{-11} с, а для гиперонов порядка 10^{-12} с.

В дополнение к соотношениям неопределенностей (3.39, 3.40) для субъядерного мира важную роль играет соотношение, определяющее относительные неопределенности $\Delta\tau/\tau$ и $\Delta\varepsilon/\varepsilon$. Такое соотношение можно получить из анализа Принципа наименьшего действия: $dS/d\tau = d(\varepsilon \cdot \tau)/d\tau = 0$. После дифференцирования из этого соотношения следует: $d\varepsilon \cdot \tau + \varepsilon \cdot d\tau = 0$. Это соотношение после замены дифференциалов на неопределенности: $d\varepsilon \sim \pm \Delta\varepsilon$; $d\tau \sim \pm \Delta\tau$ можно представить в форме неравенства: $\Delta\varepsilon/\Delta\tau \geq \text{const} \cdot \varepsilon/\tau$. Для $\varepsilon = mc^2$ это неравенство имеет вид: $\Delta m/\Delta\tau \geq \text{const} \cdot m/\tau$.

⁸⁶ Мандельштам Л.И., Тамм И.Е. // Изв. АН СССР. Сер. физ. (1945) 9; 122–128.

Для определения безразмерной константы в полученном соотношении следует принять во внимание, во-первых, то, что она должна определяться постоянной Планка, которая входит в соотношение неопределенностей (3.40), и скоростью света, которая определяет энергетический эквивалент массы. Во-вторых, константа не должна зависеть от массы какой либо конкретной частицы. Единственной безразмерной константой, удовлетворяющей этим условиям является *постоянная тонкой структуры*: $\alpha = e^2/\hbar c = 7,297 \cdot 10^{-3}$. Поэтому новое соотношение неопределенностей имеет вид:

$$\Delta m/\Delta \tau \geq \alpha \cdot m/\tau \quad \text{или} \quad \Delta m/m \geq \alpha \cdot \Delta \tau/\tau \quad \alpha = e^2/\hbar c = 7,297 \cdot 10^{-3} \quad (3.41)$$

Рисунок 3.12 демонстрирует удовлетворительное соответствие соотношения (3.41) в «минимальной» форме (то есть при знаке равенства) результатам исследования характеристик 20 частиц и 93 резонансов.

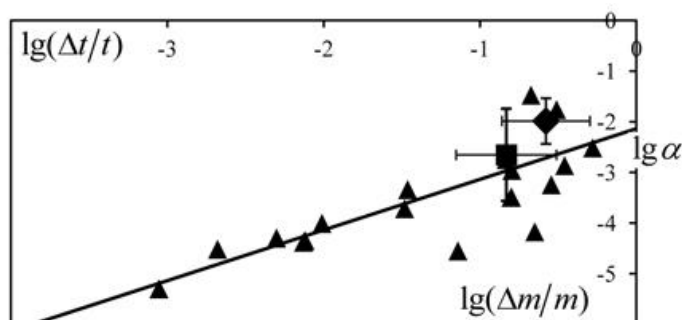


Рис. 3.12. Сравнение соотношения (3.41; сплошная прямая линия: $\lg(\Delta m/m) = \lg(\Delta \tau/\tau) + \lg \alpha$) с результатами исследования характеристик частиц и резонансов. Треугольные маркеры отмечают характеристики элементарных частиц; квадратный маркер отмечает средние характеристики мезонных резонансов, а ромб – средние характеристики барионных резонансов.

Появление в статистической физике субъядерного мира постоянной тонкой структуры, которая была введена в 1916 году Арнольдом Зоммерфельдом в качестве параметра в релятивистских поправках при описании спектральных линий моделью атома Бора, может сначала показаться странным. Первой интерпретацией этой константы было отношение скорости электрона на первой орбите Бора к скорости света. Однако дальнейшее развитие квантовой физики показало, что область применения этой константы значительно шире – в квантовой электродинамике постоянная тонкой структуры имеет значение константы взаимодействия между электрическими зарядами и фотонами, а также является естественным параметром в эффективных методах теории возмущений. В квантовой теории поля постоянная тонкой структуры служит «бегущей константой связи» в формализме ренормализационной группы, а также играет роль важнейшего «внешнего параметра» Стандартной модели физики элементарных частиц.

Одна из возможных интерпретаций соотношения (3.41) может быть сформулирована в терминах фрактальной геометрии. Фрактальная размерность Хаусдорфа D , обычно вводится соотношением между плотностью массы и характерным размером: $\rho_m \propto r^{-(3-D)}$ (см., например, [6]). Это соотношение эквивалентно пропорциональности: $m \propto r^D$, которая может быть представлена в форме: $\ln m = D \ln r + X$. Дифференцирование этого соотношения дает: $d(\ln m) = D \cdot d(\ln r)$ и соответственно $dm/m = D \cdot dr/r$. Из этого соотношения, применив релятивистское равенство $r = c\tau$ и заменяя дифференциалы на неопределенности, мы получим: $\Delta m/m = D_{m\tau} \cdot \Delta \tau/\tau$, которое совпадает с (3.41). Таким образом, можно сказать, что постоянная тонкой структуры определяет фрактальную размерность фазового пространства $\{m, \tau\}$ в субъядерном мире ($D_{m\tau} = \alpha$).

В статистической физике субъядерного мира можно применять методологию термодинамики, поскольку общие термодинамические соотношения не зависят от того, какой механикой описывается состояния элементов рассматриваемого ансамбля – классической или квантовой (см., например [4]).

Термодинамическое соотношение, связывающее работу r , свободную энергию f , энергию ε , температуру T и энтропию s в конечно-разностной форме имеет вид:

$$\Delta\varepsilon = \Delta f + T\Delta s \quad (3.42)$$

Если использовать безразмерную энтропию, то температура в энергетических единицах определяет среднюю энергию процесса $T = \varepsilon$. Умножая обе части соотношения (3.42) на основное неравенство концепции дискретного времени $\Delta\tau \geq \tau_0 > 0$, ограничивающее длительность интервала физического времени, можно получить соотношение:

$$\Delta\varepsilon\Delta\tau \geq \tau_0\Delta f + \tau_0\Delta s \cdot \varepsilon \quad (3.43)$$

Для того, чтобы преобразовать это соотношение, можно использовать следствие постулата Планка: минимальное действие, связанное с изменением свободной энергии на протяжении минимально возможного интервала времени τ_0 , не может быть меньше половины кванта действия: $\tau_0\Delta f \geq h/2$. С учетом этого соотношения неравенство (3.43) принимает вид:

$$\Delta\varepsilon\Delta\tau \geq h/2 + (\tau_0\Delta s) \cdot \varepsilon \quad (3.44)$$

Неравенство (3.44) можно преобразовать, приняв во внимание, что в квантовой механике для движения пакета волн, с групповой скоростью u остается справедливым классическое соотношение между энергией и импульсом: $\Delta\varepsilon = u\Delta p$. Используя это соотношение и определяя интервал времени как $\Delta\tau = \Delta x/u$, можно преобразовать неравенство (3.44) к виду:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h/2 + (\tau_0\Delta s) \cdot \varepsilon \quad (3.45)$$

Если считать, что средняя энергия в (3.44) это энергетический эквивалент массы частицы: $\varepsilon = mc^2$, и приняв во внимание, что для микрочастиц $(\tau_0\Delta s) \cdot mc^2 \gg h/2$, формулу (3.44) можно преобразовать к виду:

$$\Delta m/m \geq (\tau_0\Delta s)/\Delta\tau \quad (3.46)$$

Рис. 3.13-А демонстрирует хорошее совпадение данных исследования характеристик частиц и резонансов с неравенством (3.46) в «минимальной» форме при следующих значениях $\tau_0\Delta s$:

$$\text{Пунктирная прямая 1 } \Delta m/\langle m \rangle = 1.75 \cdot 10^{-25} / \Delta\tau \quad (3.47)$$

$$\text{Пунктирная прямая 2. } \Delta m/\langle m \rangle = 1.5 \cdot 10^{-16} / \Delta\tau \quad (3.48)$$

Раскрывая в формуле (4.98) (при знаке равенства) значение $\Delta\tau$ в соответствии с (4.89, 4.90), можно получить соотношения, определяющие вариации масс частиц в зависимости от их времени жизни τ :

$$\Delta m/m \propto 1/\tau \quad \text{при } \tau \leq \tau_* \quad (3.49)$$

$$\Delta m/m \propto 1/\sqrt{\tau} \quad \text{при } \tau > \tau_* \quad (3.50)$$

Рисунок 3.13-В демонстрирует хорошее совпадение экспериментальных данных с формулами (3.49, 3.50) при следующих значениях коэффициентов пропорциональности:

$$\text{Пунктирная прямая 1. } \Delta m/m = 10^{-25} / \tau \quad \text{при } \tau \leq 10^{-12} \text{ с.}$$

Пунктирная прямая 2. $\Delta m/m = 10^{-9}/\sqrt{\tau}$ при $\tau > 10^{-12}$ с.

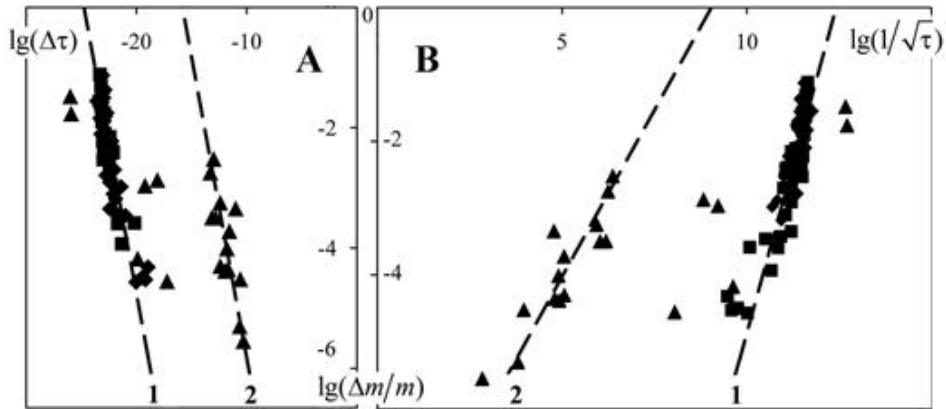


Рис. 3.13. Сравнение соотношений (3.46–3.50) с данными исследования характеристик частиц и резонансов: А. (3.46) – пунктирные прямые 1 и 2; В. (3.49) – пунктирная прямая 1; (3.50) – пунктирная прямая 2.

Для сравнения соотношения (3.44) с экспериментальными данными можно использовать статистику измерения энергий гамма-фотонов, образующихся при распаде радиоактивных изотопов (стр. 1045–1046; табл. 37.2 в [13] см. также⁸⁷). Эти экспериментальные данные помимо значений энергии фотонов ε и среднеквадратичных ошибок измерения их энергии $\Delta\varepsilon$, содержат значения периодов полураспада изотопов τ_d .

Для гамма-фотонов $(\tau_0\Delta s) \cdot \varepsilon \gg h/2$ и, кроме того, можно предположить, как это принято в ядерной физике, что неопределенности времен жизни $\Delta\tau$ возбужденных состояний ядер, порождающих излучение, пропорциональны периодам полураспада соответствующих изотопов: $\Delta\tau = k\tau_d$. При этих условиях соотношение (3.44) можно представить в виде:

$$\tau_d \cdot \Delta\varepsilon \geq (\tau_0\Delta s/k) \cdot \varepsilon \quad (3.51)$$

На рис. 3.14 прямая: $\tau_d\Delta\varepsilon = 95,34\varepsilon$, соответствующая формуле (3.51) при τ_d (с), ε (МэВ) и $\tau_0\Delta s/k = 95,34$ с/МэВ, демонстрирует удовлетворительное совпадение теории с результатами экспериментального исследования гамма-фотонов (127 измерений) с энергиями от 0,02 до 3,5 МэВ, образующихся при распаде радиоактивных изотопов с периодами полураспада от 15 часов до 1,3 лет.

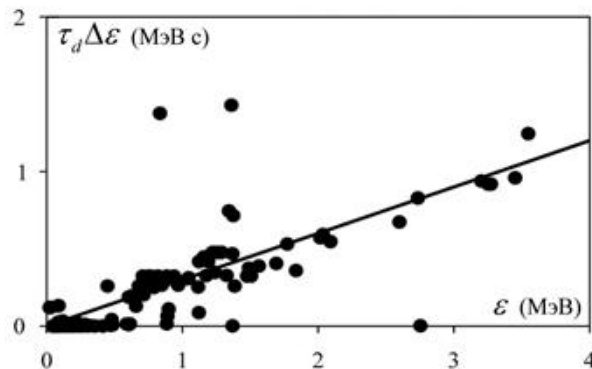


Рис. 3.14. Сравнение соотношения (3.51; сплошная прямая) с данными исследования гамма-фотонов, образующихся при распаде радиоактивных изотопов.

⁸⁷ Table of Isotopes. 7th ed. Ed. by C.M. Lederer and V.S. Shirley N.Y.: John Wiley and Sons Inc., 1978. Seelmann-Eggebert W. et al. Nuklidkarte. 5 Auflage, München: Gerbass und Sohn Verlag, 1981.

Соотношения неопределенностей (3.41) и (3.44) относятся к метрическим характеристикам фазовых пространств $\{m, \tau\}$ и $\{\varepsilon, \tau\}$. Можно показать, однако, что в статистической физике микромира могут существовать и *топологические соотношения неопределенностей*.

Топологическое соотношение неопределенностей можно получить, рассмотрев структурированное пространство, состоящее из множества соприкасающихся элементарных кубических ячеек со стороной $a_0 = \text{const}$. Физическим образом такого пространства является идеальный кристалл с кубическими элементарными ячейками.

Диагональ кубической ячейки в N -мерном пространстве определяется соотношением: $d = a_0 \sqrt{N}$, в котором для физического пространства: $N = 3$. Применив релятивистское соотношение $d = c\Delta\tau$, мы можем получить для элементарной ячейки: $\Delta\tau = a_0/c \cdot \sqrt{N}$. Определив далее величину $\Delta\tau$ из соотношения (3.40): $\Delta\tau \geq h/2\Delta\varepsilon$, мы получим следующее *топологическое соотношение неопределенностей*:

$$\Delta\varepsilon \cdot \sqrt{N} \geq hc/2a_0 \quad (3.52)$$

В это соотношение входит топологическая характеристика физического пространства – его размерность N , которая оказывается зависящей от неопределенности энергии квантового процесса. Значение правой части соотношения (3.52) для кристаллов с кубическими решетками со сторонами порядка 0,5 нм. оказывается умеренным – порядка 1,25 кэВ, что позволяет надеяться на то, что эффекты неопределенности размерности физического пространства могут изучаться экспериментально.

При дискретных, квантованных значениях $\Delta\varepsilon$ соотношение (3.52) может рассматриваться как модель физического процесса топологического расслоения пространства (*fibration, fiber bundle*)⁸⁸. Соотношение (3.52), в частности, показывает, что при экспериментах с малыми неопределенностями энергий интерпретация геометрических структур должна проводиться с учетом того, что их свойства симметрии могут и не соответствовать строго 3-мерному вмещающему пространству.

3.2. Зеркальная асимметрия микромира

Зеркальная симметрия в микромире определяется с помощью понятия «пространственной четности» (см., например [3, 4]). Пространственная четность микрочастиц это квантовое число $P = \pm 1$, которое характеризует поведение волновой функции частицы или системы частиц при пространственном зеркальном отражении. При инверсии координат скаляр и псевдовектор знаков не меняют и поэтому считают, что они имеют положительную четность ($P = +1$). Псевдоскаляр и вектор при инверсии координат меняют знак и, тем самым, имеют отрицательную четность ($P = -1$).

Поведение волновой функции частицы $\psi(\vec{r})$ в системе отсчета, связанной с частицей, определяется ее «внутренней четностью»:

$$\psi(\vec{r}) \rightarrow P\psi(-\vec{r}) \quad (3.53)$$

Частицы со спином $J = 0$ и внутренней четностью $P = +1$ ($J^P = 0^+$) иногда называют «скалярными», с $J^P = 0^-$ «псевдоскалярными», с $J^P = 1^-$ «векторными», а с $J^P = 1^+$ «псевдовекторными».

Четность системы из двух частиц определяется внутренними четностями этих частиц и «орбитальной четностью» $(-1)^L$ их относительного движения в системе координат, связанной с центром инерции этой пары частиц:

⁸⁸ Хьюзмоллер, Д. Расслоенные пространства. М.: Мир, 1970. Husemöller, D. Fibre Bundles. Springer Verlag, 1994 ISBN 0-387-94087-1

$$P_{12} = P_1 P_2 (-1)^L \quad (3.54)$$

Действуя по индукции с помощью соотношений (3.53, 3.54) можно найти четность системы из любого количества частиц.

Закон сохранения четности для микрочастиц был сформулирован в 1925 году Вольфгангом Паули и утверждал, что общая четность системы частиц одинакова как до, так и после их взаимодействия. Можно также сказать, что в соответствии с этим законом отраженный в зеркале физический процесс микромира должен быть таким же, как если бы зеркала не было, и мы наблюдали бы действительный, а не «за-зеркальный» процесс. Закон сохранения четности хорошо соответствовал интуитивному предположению о том, что природа не отдает предпочтение правому над левым, или наоборот.

Проблема сохранения зеркальной симметрии всегда привлекала особое внимание физиков еще и потому, что сохранение внутренней четности в превращениях микрочастиц считалось индикатором изотропии и однородности физического пространства в микромире. А эти фундаментальные свойства пространства составляют основу всей квантовой физики и гарантируют незыблемость важнейших законов сохранения.

Однако в конце 1940-х годов в космических лучах были открыты странные К-мезоны, которые довольно быстро распадались за счет слабого взаимодействия то на три пи-мезона, сохраняя первоначальную отрицательную четность К-мезона, то на два пи-мезона с суммарной положительной четностью, ярко демонстрируя вопиющее нарушение казавшегося дотоле незыблемым закона сохранения внутренней четности микрочастиц. Это удивительное поведение К-мезонов физики называли не менее необычно «загадкой тау-тэта».

В середине 1950-х два американских физика Цзун Дао Ли (*Tsung Dao Lee*) и Чжен Нинг Янг (*Chen Ning Yang*) выдвинули простое предположение, что в процессах распада, обусловленных, подобно распаду К-мезонов, только слабым взаимодействием, внутренняя четность микрочастиц действительно не сохраняется. Несколько остроумных экспериментов подтвердили их предположение и, более того, оказалось, что слабое взаимодействие имеет весьма выраженную тенденцию нарушать баланс внутренней четности систем микрочастиц. Труды Ли и Янга были вознаграждены в 1957 году Нобелевской премией по физике.

Отсутствие сохранения пространственной четности при слабых взаимодействиях подорвало доверие к гипотезе о зеркальной симметрии пространства, и внутренняя четность стала считаться «слабым» квантовым числом. Как полагали многие физики, идея зеркальной симметрии микромира была бы, по крайней мере, частично сохранена даже при нарушении пространственной четности, если бы в процессах превращения частиц сохранялась бы «комбинированная СР- четность».

СР-преобразование это сочетание уже упоминавшегося зеркального отражения Р и «зарядового сопряжения» С, то есть замены частиц на античастицы. На протяжении семи лет казалось, что утраченное доверие к зеркальной симметрии микромира удалось отчасти восстановить. Однако в 1964 году Джеймс Кронин и Вал Фитч обнаружили распад долгоживущего K_L^0 -мезона с отрицательным значением СР-четности на два пи-мезона – систему с положительной СР-четностью. Более 15 лет физика не могла придти в себя после очередного «зеркального» разочарования, но в 1980 году Джеймс Кронин и Вал Фитч все же были удостоены Нобелевской премии по физике за свое открытие.

Следует отметить, что нарушение закона сохранения СР-четности может иметь непосредственное отношение к происхождению и особенностям структуры вселенной. Одной из до сих пор не решенных космологических проблем является загадка отсутствия каких либо следов античастиц и антивещества во вселенной. Все «горячие» модели рождения вселенной предсказывают возникновение равных количеств частиц и античастиц. Но в этом случае каскадные процессы аннигиляции частиц и античастиц вскоре привели бы к образованию безбрежного океана излучения, без каких либо следов материи во вселенной. Одним из возможных объяснений отсутствия антивещества во вселенной являются так

называемые «условия Сахарова», в которых ключевую роль играет нарушение сохранения СР- четности на ранней стадии рождения вселенной.

Руины гипотезы о зеркальной симметрии микромира, украшенные двумя Нобелевскими премиями, несомненно, заслуживают продолжения их изучения. Для того чтобы в столь многих процессах превращений микрочастиц нарушалось сохранение зеркальной симметрии в микромире должен существовать некий еще не обнаруженный глобальный зеркально асимметричный фактор.

Зеркально асимметричный объект и, в частности, микрочастица с определенным значением пространственной четности всегда является результатом какого либо динамического процесса, в котором уже можно обнаружить те или иные нарушения динамической симметрии. Необратимое физическое время является глобальным асимметричным фактором, во-первых, из-за асимметрии «стрелы времени», направленной из прошлого в будущее, и, во-вторых, из-за спиральности, которая характеризуется только одним типом симметрии в нашем мире. Поэтому *некоторые природные процессы, развивающиеся в асимметричном необратимом физическом времени, а также материальные объекты, которые формируются при их участии, могут обнаруживать зеркальную асимметрию.*

В 2002 году автору этой книги пришла в голову мысль оценить степень зеркальной асимметрии всего открытого к настоящему времени множества элементарных частиц и резонансов, подобно тому, как мы оцениваем асимметрию встречаемости левшей и правшей в населении Земли. *Анализ характеристик почти полутора сотен микрочастиц с известным значением внутренней четности показал, что с достоверностью не менее 95 % зеркальная асимметрия этого множества отрицательна, причем частиц с отрицательным значением внутренней четности примерно на 10 % больше чем частиц с положительной внутренней четностью* (Таганов, 2003 [7, 8]).

Впоследствии оказалось, что анализ статистических свойств микрочастиц позволяет доказать *общую отрицательную зеркальную асимметрию всего множества элементарных частиц* (Таганов, 2010 [16; 10, 11]). При этом определяющую роль играет анализ внутренней четности частиц в основном состоянии, то есть с нулевым орбитальным моментом ($L = 0$ в 4.106). Резонансы же, являясь продуктами орбитальных и радиальных возбуждений кварковых структур микрочастиц, могут иметь отличные от исходной микрочастицы спины и внутреннюю четность.

Рассмотрим формирование значений внутренней четности у всех классов элементарных частиц в их основных состояниях.

I. Лептоны (l) и барионы (b) имеют полуцелый спин, подчиняясь статистике Ферми, и, являясь фермионами, имеют положительную внутреннюю четность $P(f) = +1$. Их античастицы $\bar{l}$ и $\bar{b}$ в силу условия $P(f) \cdot P(\bar{f}) = -1$, наоборот, имеют отрицательную внутреннюю четность $P(\bar{f}) = -1$. Поскольку все лептоны и барионы имеют соответствующие античастицы, то суммарная внутренняя четность этих классов частиц равна нулю:

$$l - \bar{l} + b - \bar{b} = 0 \quad (3.55)$$

В это и дальнейшие соотношения количества частиц различных классов входят со знаком, соответствующим их внутренней четности.

II. Мезоны (m) не имеют барионного заряда и обладают нулевым или целочисленным спином, то есть по статистическим свойствам являются бозонами. При анализе внутренней четности мезонов используют их кварковую модель, в соответствии с которой мезоны представляют собой структуры из пар «кварк-антикварк». Кварки имеют спин $1/2$, являясь фермионами, и поэтому четность пары «кварк-антикварк» отрицательна. Кроме того, в

состав класса мезонов входит особая группа «истинно нейтральных мезонов» (m_0) также с отрицательными внутренними четностями, которые не имеют античастиц.

Возбуждение кварковой структуры мезона может характеризоваться конечным угловым моментом L и тогда внутренняя четность возбужденного мезона определяется соотношением $P = (-1)^{L+1}$, которое может иметь положительное значение.

Тем не менее, четность большинства мезонов и анти-мезонов ($\bar{m}$) в основном состоянии при $L = 0$ отрицательна, и поэтому суммарная внутренняя четность всего класса мезонов отрицательная:

$$-m - \bar{m} - m_0 < 0 \quad (3.56)$$

Из соотношений (3.55, 3.56) видно, что в микромире существует избыток частиц с отрицательной четностью, определяемый количеством мезонов и их античастиц (3.56). Степень зеркальной асимметрии A всего множества $N = R + L$ микрочастиц определяется отклонением от паритета частиц с отрицательной (левых L) и положительной (правых R) внутренними четностями:

$$A = (R - L)/(R + L) = (N - 2L)/N \quad \sigma_A \sim 1/\sqrt{N} \quad (3.57)$$

В силу соотношений (3.56, 3.57) эта формула приводит к неравенству:

$$A = [N - 2(m + \bar{m} + m_0) - 2(\bar{l} + \bar{b})]/N = -(2m + m_0)/N < 0 \quad (3.58)$$

$$\text{или } A = (1 - 2N_m/N) \pm N^{-1/2} \quad (3.59)$$

где N_m количество мезонов и анти-мезонов, а N это общее количество изученных микрочастиц.

Таким образом, микромир обладает сохраняющейся общей отрицательной зеркальной асимметрией внутренней пространственной четности частиц в их основных состояниях, которая определяется количеством мезонов и анти-мезонов преимущественно с отрицательной внутренней четностью.

Важно, что отрицательная зеркальная асимметрия микромира сохранится вне зависимости от того, сколько новых частиц еще будет открыто, поскольку паритет четностей лептонов и барионов (3.55) будет всегда сохраняться, а открытие новых мезонов будет только увеличивать общую отрицательную зеркальную асимметрию микромира. Например, до открытия в 1983 году тяжелых калибровочных бозонов, из общего количества хорошо изученных частиц и античастиц $N = 82$ отрицательную четность имели 56 частиц, что в соответствии с (3.57–3.59) определяет следующее значение отрицательной зеркальной асимметрии микромира: $A = [82 - (2 \cdot 56)]/82 = -0,36 \pm 0,11$.

Возможно, что рассмотренное в этой главе хорошее совпадение экспериментальных данных с теоретическими зависимостями и не может рассматриваться как окончательный, решающий аргумент в пользу истинности концепции комплексного спирального времени в микромире, но помогает с оптимизмом относиться к перспективам развития этой концепции.

ЛИТЕРАТУРА 1.3.

1. Блохинцев Д.И. *Основы квантовой механики*. М. Высш. школа, 1961.
2. *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. Гл. ред. Ю.В. Прохоров. М.: Изд. «Большая Российская Энциклопедия», 1999.
3. Емельянов В. М. *Стандартная модель и ее расширения*. М.: Физматлит, 2007. ISBN 978-5-922108-30-0
4. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория)*. Изд. 6-е. : ФИЗМАТЛИТ, 2004.

5. Маделунг Э. *Математический аппарат физики*. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1960.
6. Мандельброт Б. *Фрактальная геометрия природы*. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
7. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. СПб.: ГеоГраф, 2003. ISBN 5-902211-02-6
8. Таганов И.Н. *Спираль Времени. Космологическое замедление хода времени*. Изд. 2-е испр. и доп. СПб.: ТИН, 2004. ISBN 5-902632-01-3
9. Таганов И.Н. *Квантовая космология. Замедление времени*. СПб.: ТИН, 2008. ISBN 978-5-902632-04-8. Taganov, Igor N. *Quantum Cosmology. Deceleration of Time*. St.-Petersburg.: TIN, 2008. ISBN 978-902632-05-4.
10. Таганов И.Н. *Физика необратимого времени*. – Санкт-Петербург: ТИН, 2014. ISBN 978-5-902632-16-0. Taganov, Igor N. *Irreversible-Time Physics*. – Saint Petersburg: TIN, 2013. ISBN 978-5-902632-12-2.
11. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и Антипространство. Второе издание*. – Санкт-Петербург: ТИН, 2015. ISBN 978-5-902632-17-7.
12. Умов Н.А. *Избранные сочинения. Классики естествознания. Математика. Механика. Физика. Астрономия*. (Под ред. чл.-корр. АН СССР проф. А.С. Предводителя), Гостехиздат, М.-Л. 1950.
13. *Физические величины. Справочник*. М., 1991.
14. Loudon, Rodney. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 2000. ISBN 0-19-850177-3.
15. Review of Particle Physics. Olive, K.A. et al. (Particle Data Group) // (2014) Chin. Phys. C 38, 090001. <http://pdg.lbl.gov/>.
16. Taganov, Igor. Die Asymmetrie in der Natur. Neue Phänomene // Nachrichten der Olbers-Gesellschaft Bremen (2010) 229; 4–9.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В Приложении для удобства читателей приведены таблицы с численными значениями характеристик и ссылки на литературные источники, использованные для рисунков 2.9 и 2.10.

Таблица П1.. Оценки возраста геологических образцов при одновременном использовании (*U/Pb*) и (*Rb/Sr*) методов изотопного анализа.

	Возраст в ньютоновском времени (млрд. лет)		Возраст в физическом времени (млрд. лет)		Район сбора и тип образцов	Лит.
	<i>U/Pb</i>	<i>Rb/Sr</i>	<i>U/Pb</i>	<i>Rb/Sr</i>		
	t_{ei}^{238}	t_{ei}^{87}	τ_{ei}^{238}	τ_{ei}^{87}		
	1	2	3	4		
1	0,35	0,298	0,300	0,273	Западная Корсика. Монциогранит.	[1]
2	0,38	0,368	0,326	0,337	ЮЗ Польша. Гнейс.	[2]
3	0,424	0,412	0,364	0,377	СЗ Шпицберген. Гранитоид.	[3]
4	0,432	0,428	0,371	0,392	ЮВ Ирландия. Гранит.	[4]
5	0,512	0,511	0,439	0,468	С Америка, Оклахома. Гранит.	[5]
6	0,64	0,557	0,549	0,510	З Камерун. Интрузивные породы.	[6]
7	0,954	0,884	0,819	0,810	Ю Норвегия. Гранит.	[7]
8	0,991	0,866	0,850	0,793	Ю Мексика. Гранит.	[8]
9	1,02	1,004	0,875	0,920	Канада, Онтарио. Пегматит.	[9]
10	1,151	1,053	0,988	0,965	Канада. Гранитоид.	[10]
11	1,28	1,16	1,098	1,063	С Америка, Адайрондак. Гнейс.	[11]
12	1,563 1,633	1,423 1,356	1,341 1,401	1,304 1,242	ЮЗ Швеция. Гранит.	[12]
13	1,64	1,6	1,407	1,466	Финляндия. Гранит.	[13]
14	1,75	1,65	1,502	1,512	Шпицберген. Гранитоид.	[14]
15	1,762	1,687	1,512	1,545	Центр. Австралия. Гнейс	[15]
16	1,8 1,87	1,74 1,772	1,545 1,605	1,594 1,623	С Швеция. Гранит.	[16]
17	1,854	1,777	1,591	1,628	ЮВ Швеция. Пегматит.	[17]
18	1,876	1,775	1,610	1,626	Канада, Онтарио. Метавулканиты.	[18]
19	2,14	1,95	1,837	1,786	Россия, Печенга. Гранит.	[19]
20	2,696 2,737 2,746	2,560 2,55 2,43	2,314 2,349 2,357	2,345 2,336 2,226	Канада, Онтарио. Гранит.	[20]
21	2,7 2,807	2,557 2,674	2,317 2,409	2,342 2,450	Канада, Манитоба. Гранит.	[21]
22	2,758	2,704	2,367	2,477	Бразилия. Базальт, гнейс.	[22]
23	2,915	2,7	2,502	2,473	ЮЗ Гренландия. Гнейс.	[23]
24	2,995	2,753	2,570	2,522	Африка, Сьерра-Леоне. Гранит.	[24]
25	3,044 3,175 3,185	2,97 3,08 3,08	2,612 2,725 2,733	2,721 2,822 2,822	Индия, Карнатака. Гнейс.	[25]
26	3,357	3,098	2,881	2,838	З Австралия, Нарьер. Гнейс.	[26]
27	3,402	3,25	2,920	2,977	Ю Африка, Натал. Лейкотоналиты.	[27]
28	3,76	3,622	3,227	3,318	З Гренландия, Ишуа. Гранит.	[28]
29	4,0	3,778	3,433	3,461	Луна. Образец 68415.	[29]
30	4,25	3,74	3,647	3,426	Луна. Базальт 75075.	[30]
31	4,272	4,0	3,666	3,664	Луна. Гранит.	[31]
32	5,0	4,575	4,291	4,191	Луна. Кристаллическая порода.	[32]

Литература к табл. П1

1. Rossi, P.C. // R. Acad. Sci., Ser. 2. (1988) 307, 13; 1541–1547.
2. Breemen, O. van, Bowes, D.R., Aftalion, M. et al. // Ann. Soc. ged. pol. (1988) 58; 1–2: 3–19.

3. Balasov, Ju.A. // Polar. Res. (1996) 15, 2; 153–165.
4. O'Connor, P.J., Kennan, P.S., Aftalion, M. et al. // Geol. Mag. (1988) 125, 1; 25–29.
5. Tilton, G.R., Davis, G.L., Wetherill, G.W. et al. // J. Geophys. Res. (1962) 67; 10–19.
6. Nguessi, T.C., Yves V.C. // R. Acad. Sci., Ser. 2, Fasc. 2. (1994) 319, 3; 317–324.
7. Corfu, F. // Lithos (1980) 13, 4; 305–323.
8. Weber, B., Kohler, H. // Precambrian Res. (1999) 96, 3–4; 245–262.
9. Aldrich, L.T., Wetherill, G.W., Tilton, G.R. et al. // Trans. Amer. Geophys. Union. (1956) 37, 3–18.
10. Turek, A., Smith, P.E., Symons, D.T.A. et al. // Can. J. Earth Sci. (1985) 22, 4; 621–626.
11. Carl, J.D., DeLorraine, W.F., Mose, D.G. et al. // Bull. Geol. Soc. Amer. (1990) 102, 2; 182–192.
12. Persson, P.O. // Geol. foren. Stockholm forthandl. (1986) 108, 4; 375–379.
13. Rama, T. // Bull. Geol. Soc. Finl. (1999) 71, 2; 339–345.
14. Johansson, A., Gee, D.G., Bjorklund, L. et al. // Geol. Mag. (1995) 132, 3; 303–320.
15. Mortimer, G.E., Cooper, J.A., James, P.R. // Lithos (1987) 20, 6; 445–467.
16. Torbjorn, S. // Geol. foren. Stockholm forthandl. (1981) 103, 4; 523–524.
17. Romer, R.L. // Geol. foren. Stockholm forthandl. (1997) 119, 4; 291–294.
18. Baldwin, D.A., Syme, E.C., Zwanzig, H.V. et al. // Can. J. Earth Sci. (1987) 24, 5; 1053–1063.
19. Дук Г.Г., Кольцова Т.В. Сб. *Проблемы эволюции докембрийской литосферы*. Ленинград, 1986; 192–200.
20. Turek, A., Smith, P.E., Van Schmus, W.R. // Can. J. Earth Sci. (1982) 19, 8; 1608–1626.
21. Ermanovich, J.F., Loveridge, W.D. // Pap. Geol. Surv. Can. (1980) 80 – 1C; 207–212.
22. Wirth, K.R., Gibbs, A.K., Olszewski, W.J.Jr. // Rev. Bras. geoscienc. (1986) 16, 2; 195–200.
23. Kalsbeek, F., Pidgeon, R.T. // Earth and Planet Sci. Lett. (1980) 50,11; 225–237.
24. Beckinsale, R.D., Gale, N.H., Pankhurst, R.J. et al. // Precambrian Res. (1980) 13, 1; 63–76.
25. Ramacrisnan, M., Moorbath, S., Taylor, P.N. et al. // J. Geol. Soc. India. (1984) 25, 1; 20–34.
26. De Laeter, J.R., Fletcher, I.R., Bickle, M.J. et al. // Austral. J. Earth Sci. (1985) 32, 4; 349–358.
27. Farrow, D.J., Harmer, R.E., Hunter, D.R. et al. // S. Afr. J. Geol. (1990) 93, 4; 696–701.
28. Moorbath, R.K., O'Nions, R.J., Pankhurst, R. // Nature (1973) 245; 21–26.
29. Nunes, P.D. Tatsumoto, M., Unruh, D.M. *Proc. of the 5th Lunar Conf.* (Suppl. 5 Geoch. et Cosm. Acta) (1974) 2; 1487–1492.
30. Chen, J.H., Tilton, G.R., Mattison, J.M. et al. *Proc. 9th Lunar and Planet Sci. Conf.*, Houston, Tex. (1978) vol. 1. New York, 1978; 509–521.
31. Mayer, C., Williams, I.S., Compston, W. // Terra cognita (1986) 6, 2; 173–182.
32. Papanastassion, D.A., Wassersurg, G.J. // Earth and Plan. Sci. Lett. (1972) 17, 1; 53–59.

Таблица П2. Оценки возраста геологических образцов при одновременном использовании (*U/Pb*) и (*Sm/Nd*) методов изотопного анализа.

	Возраст в ньютоновском времени (млрд. лет)		Возраст в физическом времени (млрд. лет)		Район сбора и тип образцов	Лит.
	<i>U/Pb</i>	<i>Sm/Nd</i>	<i>U/Pb</i>	<i>Sm/Nd</i>		
	t_{ei}^{238}	t_{ei}^{147}	τ_{ei}^{238}	τ_{ei}^{147}		
	1	2	3	4		
1	0,530	0,521	0,455	0,487	Намибия. Зона Дамара. Монациты.	[1]
2	0,517	0,512	0,444	0,478	Намибия. Зона Дамара. Монациты.	[1]
3	0,700	0,562	0,601	0,525	С Норвегия. Циркон, монацит.	[2]
4	0,700	0,569	0,601	0,532	С Норвегия. Габбро.	[2]
5	0,700	0,571	0,601	0,533	С Норвегия. Диорит.	[2]
6	0,625	0,612	0,536	0,572	Россия. Байк.-Муйск. пояс. Габбро-гранит.	[3-5]
7	0,663	0,653	0,569	0,610	Россия. Байк.-Муйск. пояс. Габбро-гранит.	[3-5]
8	1,927	1,619	1,654	1,513	Китай. Сев.-Кит. кратон. Гранат. гранул.	[6]
9	1,927	1,716	1,654	1,603	Китай. Сев.-Кит. кратон. Гранат. гранул.	[6]
10	1,752	1,674	1,504	1,564	Россия. Сибирский кратон. Граниты.	[7, 8]
11	1,898	1,743	1,629	1,629	Россия. Беломор. подвижный пояс. Граниты.	[9]
12	2,100	2,022	1,802	1,889	Россия. Алданский щит. Граниты, гнейсы.	[10]

13	2,449	2,372	2,102	2,217	Россия. Карелия. Граниты.	[11, 12]
14	3,650	3,212	3,133	3,002	Россия. Алданский щит. Граниты, гнейсы.	[10]
15	3,540	3,391	3,038	3,169	Россия. Вост. Карелия. Тоналит, гнейсы.	[13]

Литература к табл. П2

1. Jung, S., Mezger, K. // Contrib. Mineral. and Petrol. (2003) 146, № 3; 382–396.
2. Roberts, R.J., Corfu, F., Torsvik, T.H. et al. // Geol. Mag. (2006) 143, № 6; 887–903.
3. Изох А.Э., Гибшер А.С., Журавлев Д.З., Балыкин П.А. // ДАН (1998) 360, № 1; 88–92.
4. Рыцк Е.Ю., Амелин Ю.В., Ризванова Н.Г. и др. // Стратиграфия. Геологическая корреляция (2001) 9, № 4.
5. Шацкий В.С., Ягоутц Э., Рыбошлыков Ю.В. и др. // ДАН (1996), 350, № 5; 677–680.
6. Zheng Jianping, Griffin, W.L., O'Reilly et al. // Contrib. Mineral. and Petrol. (2004) 148 № 1; 79–103.
7. Гладкочуб Д.П., Писаревский С.А., Эрнст Р. и др. // Докл. РАН (2010) 430, № 5; 654–657.
8. Гладкочуб Д.П., Донская Т.В., Мазуркабзов А.М. и др. // Геология и геофизика (2007) 48, №1; 25–46.
9. Левский Л.К., Морозова И.М., Левченков О.А. и др. // Геохимия (2009) № 3; 227–244.
10. Котов А.Б., Сальникова Е.Б., Глебовицкий В.А. и др. // Докл. РАН (2006) 410, № 1; 91–94.
11. Чистяков А.В., Богатилов О.А., Гроховская Т.Л. и др. // ДАН (2000) 372, №2; 228–235.
12. Amelin, Yu.V., Heaman, L.M., Semenov, V.S. // Precamb. Res. (1995) 75; 31–46.
13. Смолькин В.Ф., Шарков Е.В. В Сб. *Геология: история, теория, практика: Международная конференция, посвященная 250-летию Государственного геологического музея им В.И. Вернадского. РАН. Москва 14–16 октября 2009. Тезисы докладов.* М.: ГГМ РАН, 2009; 232–234.

Конец Части I

ЧАСТЬ II. АНТИПРОСТРАНСТВО

Ю.И. Бабенко

С момента зарождения цивилизации и до конца 20-го столетия представления об устройстве Мира сводились к трем основным идеям:

1. *Материя бесконечно делима механически.*

2. *Материя состоит из неделимых первичных элементов.*

3. *Материя есть порождение духа и ее видимая структура совершенно отлична от «истинной».*

Мы не будем здесь рассматривать третью идею, несмотря на несомненное уважение к религиозным и идеалистическим учениям, стараясь оставаться в рамках Науки и ее методов. И такую «отбраковку» Гипотезы 3 придется делать до тех пор, пока понятие «духа» не будет причислено к физическим категориям. В принципе современное состояние наших знаний о природе микромира не исключает такой возможности в связи с ролью «наблюдателя» в микрофизическом эксперименте. (см., например, [10].)

Бесконечная делимость материи при сохранении масштабного самоподобия, несомненно, устроила бы специалистов по фрактальной геометрии. В средние века, на заре развития микроскопии, наблюдатели усмотрели в сперматозоиде целого, но очень маленького человечка. Некоторые ученые полагали, что его сперматозоиды содержат следующего, еще меньшего человечка и т. д. до бесконечности... Такая же структура «матрешек» казалась естественной и для всей материи. Однако последующее развитие науки неопровержимо доказало, что свойства материи при «последовательном измельчении» радикально меняются. Более того, эти свойства становятся в значительной степени недоступными нашему образному мышлению и адекватно описываются только соответствующим образом подобранными математическими конструкциями.

Впрочем, подобных примеров много и в макромире. Мы не можем представить четырехмерное пространство, но уверенно используем его при рассмотрении математических задач с четырьмя переменными. Более того, мы совершенно не в состоянии представить себе расстояние до соседней галактики. В нашем воображении оно не отличается от 10 или, максимум, 100 километров, хотя соответствующие расчеты движений между галактиками выполняются вполне уверенно.

Конечно, возможность бесконечной делимости материи не исключена, но, во всяком случае, при радикальном изменении свойств на каждом уровне.

Тезис Демокрита о существовании первичных элементов неоднократно воскресал как птица Феникс. Первичными кирпичиками побывали атомы, элементарные частицы, кварки. Но сам факт существования первичного элемента как физического объекта представляется невозможным даже в рамках «человеческого» восприятия действительности. Если есть первичный кирпичик, то у него есть и числовые характеристики. А последнее означает, что он «как-то устроен», т. е., в свою очередь, не является элементарным.

С подобным же положением столкнулись физики во времена Максвелла, когда многие полагали, что вакуум — это абсолютная пустота. Но если свет распространяется в вакууме с определенной (конечной) скоростью, значит вакуум «имеет какое-то устройство» и, во всяком случае, не является пустотой. Последующее развитие науки подтвердило этот тезис. И хотя мы до сих пор не знаем «как устроен вакуум», мы знаем, что в нем могут рождаться частицы, т. е. пустотой он не является.

Итак, по мере проникновения вглубь материи, мы сталкиваемся с изменением ее свойств. Но есть ли в этих изменениях какие-либо закономерности? Несомненно, так как каждая теория «более глубокого» уровня строится с использованием экстраполяции известной суммы знаний, накопленной на предыдущих уровнях.

Квантовая механика не появилась бы, если бы не было волновой теории света, квантовая электродинамика немыслима без квантовой механики, и т. д. При этом перед исследователями встают вечные вопросы – что именно и как экстраполировать? В такой ситуации процесс познания неизбежно сопряжен с перебором большого количества вариантов.

Эта книга представляет один из таких вариантов, выбранный совершенно произвольным образом. Автора привлекла следующая альтернатива, отдельные высказывания о которой появились во второй половине 20 столетия (см., например [5, с. 50].)

4. Начиная с некоторых, достаточно малых масштабов, свойства материи меняются таким образом, что «меньшие» частицы оказываются, в некотором смысле, состоящими из «больших».

Осторожнее было бы сказать, что одним из способов анализа свойств очень маленьких частиц является представление их суперпозицией больших частиц. При этом сам собой отпадает вопрос о существовании первичных элементов, но вместо этого появляется множество новых вопросов, некоторые из которых будут в дальнейшем рассматриваться.

Не следует удивляться тому, что сам факт составления меньших частиц из больших нелегко представить. Мы уже писали выше и неоднократно будем напоминать далее о необходимости «интеллектуального аскетизма», заключающегося в том, что далекие от нашего повседневного чувственного опыта объекты и явления, которые нельзя представить образно в полной мере, можно попытаться описать с помощью математического аппарата.

В этом разделе вводится в рассмотрение новый математический объект – *пространство с не положительным (целым) числом измерений*, которое для краткости мы часто будем именовать *антипространством*.

В рамках предложенного ниже формализма нульмерное пространство в некотором смысле является дуальным, принадлежа одновременно и к обычному пространству и к антипространству. При этом в зависимости от указанной принадлежности 0-пространство проявляет различные взаимоисключающие свойства. Как обычное пространство – это точка, как антипространство – это протяженное пространство. При этом последняя конструкция обладает рядом парадоксальных свойств, некоторые из которых имеют аналоги в физике микромира и соответствуют *Альтернативе 4*.

По уровню доказательности материал книги очень неоднороден. Абстрактная алгебраическая теория антипространства в рамках предложенных аксиом, несомненно, верна и, как нам представляется, удовлетворяет эстетическим требованиям, негласно предъявляемым к математическим теориям. Описание большинства геометрических характеристик «минус-тел» предположительно. И, наконец, обсуждение возможности *реального* существования антипространств является достаточно спекулятивным, так как не содержит каких-либо количественных результатов. Да и качественное сопоставление с наблюдаемыми фактами произведено выборочно, в соответствии с уровнем знаний автора, который не является специалистом по физике микромира. В сущности, эта часть книги даже не является научной. Тем не менее, она представляется достаточно занимательной, указывая одну из возможных форм организации материи.

В тексте очень часто встречаются кавычки. Не имея адекватного языка для описания «минус-объектов», мы вынуждены более или менее произвольно привлекать образную, нечетко определенную терминологию. Иногда приводятся результаты, на первый взгляд противоречащие нашим же концепциям. Но ведь именно парадоксы любой теории являются одним из самых эффективных средств выяснения границ ее применимости, уточнения исходных положений и выбора путей дальнейшего развития.

На протяжении всей истории существования науки многие математические понятия непрерывно обобщались. Наиболее известным примером является трансформация понятия числа. Пять тысяч лет назад число было только целым и положительным. Примерно через две тысячи лет оно стало дробным. Отрицательные числа появились в Индии примерно тысячу лет назад и первоначально интерпретировались как «долг», что не удивительно, так

как большинство арифметических задач того времени было связано с торговыми операциями. Одновременно с этим достижением начало оформляться понятие нуля не только как вспомогательного средства в позиционной системе исчисления, но и как самостоятельного числа. Этот процесс окончательно завершился только к 16 столетию. Комплексные числа возникли как результат решения алгебраических уравнений. Пока речь шла о конкретных уравнениях, можно было трактовать эти числа как отсутствие решений. Но когда выяснилось, что кубическое уравнение может иметь три вещественных корня, которые нельзя представить алгебраически без использования мнимых величин, пришлось включить их в математическую практику. После открытия Эйлером знаменитой формулы: $\exp(i\varphi) = \cos \varphi + i \sin \varphi$ мнимые числа нашли многочисленные применения при решении физических задач. В частности, без их использования трудно представить современную квантовую механику.

В дальнейшем возникли более сложные пост-числовые системы — кватернионы и октавы, векторы и тензоры, матрицы и группы. Появились иррациональные и трансцендентные числа, кардинальные числа Кантора и т. д.

Основатели дифференциального и интегрального исчисления Ньютон и Лейбниц, по видимому, одни из первых осознали тот факт, что не следует дожидаться, пока возникнет естественная необходимость расширения какого-либо математического понятия за пределы первоначальных границ. Следует обобщать существующие понятия всеми доступными способами, разумеется, руководствуясь своеобразным эстетическим чувством. В частности, Ньютон установил разложение бинома применительно к дробным показателям степени, а также заметил, что понятие n -ой производной от степенной функции легко обобщается на дробные значения величины n .

Именно на пути подобных обобщений наиболее вероятно открытие новых математических методов и физических приложений. Вообще, история математики показывает, что множество, на первый взгляд, абстрактных конструкций рано или поздно находит практическое применение. Могли ли думать античные ученые, что конические сечения станут неотъемлемой частью небесной механики? Эрмит ввел в рассмотрение свои матрицы до зарождения квантовых представлений. В 19 столетии Риман, Лиувилль, Летников, Сонин занимались обобщением понятия n -ой производной на дробные показатели, почти не заботясь о приложениях. Автору посчастливилось найти эффективное практическое применение дробной производной в самых разнообразных теплофизических и диффузионных задачах [2–4].

Первое множество дробной размерности было построено Кантором во второй половине 19 столетия. Теория пространств с дробным (положительным) числом измерений ведет свое начало от работ Хаусдорфа, опубликованных в начале 20 столетия, но практическое применение она нашла лишь во второй половине века. (см., например, [7, 17, 18].) Особенно впечатляющими оказались приложения в механике (странный аттрактор, теория динамического хаоса [1]).

Но если существуют реальные объекты, имеющие дробную размерность, то (повторяя историю развития понятия числа) возникает желание построить теорию пространств с отрицательным (для начала целым) числом измерений. Такая попытка сделана в настоящей работе.

Оказалось, что адекватным математическим аппаратом, описывающим антипространства (минус-пространства), являются двухсторонние расходящиеся ряды (ДРР). Детальное изложение современной теории расходящихся рядов (РР) увело бы нас слишком далеко от темы исследования, поэтому мы приводим в 4.2 лишь необходимые сведения, следуя книге Харди [12], разумеется, приспособивая их к задачам настоящего исследования.

Ранее теория антипространств была опубликована нами дважды [15, 16]. Предлагаемый материал является расширенным вариантом второй части книги [16], где некоторые (не принципиальные) положения пересмотрены.

Несколько слов о возможной реакции читателя на эту публикацию. Непрофессионал, вероятно, после недолгих раздумий примет все на веру и будет цитировать ее как истину в последней инстанции. Понравится она и философам, так как даст богатую пищу для спекуляций. Иное дело реакция математически подготовленного читателя. Его будут непрерывно раздражать выражения «может быть», «вероятно», «скорее всего» и т. д. Его будет коробить от того, что общие положения «доказываются» на частных примерах. Однако и он не может не согласиться, что в предложенной концепции пространств с не положительным числом измерений «что-то есть», особенно когда ознакомится с п. 3. Во всяком случае, мне кажется, даже для профессионала чтение этой части книги будет достаточно занимательным и стимулирующим опытом.

В лучшем случае эта часть книги даст стимул к исследованию минус-пространств. А в худшем, станет представителем оригинального литературного жанра — научной фантастики для математиков и физиков.

1. Расходящиеся ряды (РР)

При дальнейшем изложении мы не будем приводить доказательств (а зачастую они и не существуют), ограничиваясь «практическими рецептами» работы с РР и обращая особое внимание на возможные источники ошибок.

Интерес к использованию РР стал появляться по мере развития анализа, когда обнаружилось, что РР полезны, так как формально выполняемые над ними действия часто приводят к верным результатам, справедливость которых может быть затем проверена независимым способом.

При различных манипуляциях с РР возникает вопрос – какую «сумму» следует приписать расходящемуся выражению? Вот что пишет по этому поводу Эйлер, который часто использовал РР в промежуточных выкладках (цитируется по [12]):

«И вот я говорю, что вся трудность кроется в названии «сумма». Действительно, если под «суммой» ряда понимать, как это обычно делается, результат сложения всех его членов, то нет никакого сомнения, что суммы можно получить только для тех бесконечных рядов, которые являются сходящимися и дают результаты тем более близкие к некоторому определенному значению, чем больше членов складывается. Расходящиеся же ряды, члены которых не убывают... вообще не будут иметь никаких определенных сумм, если слово сумма понимать в смысле результата сложения всех членов. Этих затруднений и кажущихся противоречий мы совершенно избежим, если мы припишем слову «сумма» значение отличное от обычного. А именно, мы скажем, что *сумма* некоторого бесконечного ряда есть конечное выражение, из разложения которого возникает этот ряд... При этом соглашении, если ряд будет сходящимся, то новое определение слова «сумма» совпадает с обычным, а так как расходящиеся ряды не имеют никакой суммы в собственном смысле слова, то из этого определения не проистечет никаких неудобств. Приняв это определение, мы можем сохранить выгоды пользования расходящимися рядами и в то же время защититься от всяческих обвинений».

Тем не менее, мы полагаем, что для суммы расходящегося ряда целесообразно использовать специальный термин – *квасисумма*.

А какую квасисумму следует приписать РР в случае, когда конечное выражение, порождающее ряд, неизвестно? Если ряд является числовым, имеются процедуры (например, метод суммирования Чезаро, приведенный ниже), которые во многих случаях позволяют сопоставить РР определенное численное значение квасисуммы.

С философской точки зрения можно рассматривать РР как самостоятельный математический объект, моделирующий какие-то ситуации реального мира. В частности, они могут иметь прямой физический смысл, если наш Мир является бесконечным. Читатель может возразить, что по современным представлениям Вселенная конечна и «имеет форму»

трехмерной сферы, расположенной в четырехмерном пространстве. Но отсюда не следует, что нашей Вселенной ограничивается весь Мир. Автор является сторонником бесконечного Мира, полагая, что конечная конструкция не могла бы функционировать наблюдаемым образом.

1.1. Расходящиеся односторонние ряды

Рассмотрим основные методы суммирования РР. Запишем следующие известные разложения:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} \quad (1.1)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (1.2)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k! x^k = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t) dt}{1+xt} \quad (1.3)$$

Метод суммирования РР по Эйлеру (говорят, что ряд Еи-суммируем) состоит в распространении равенств типа (1.1–1.3) на случаи, когда соответствующие разложения расходятся.

В частности, полагая в (1.1) $x = -1$, получаем числовой ряд

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = 1/2 \quad (1.4)$$

суммирование которого интересовало еще Лейбница. Последний правильно «угадал» результат, взяв из метафизических соображений среднее от последовательности частных сумм.

Замечание 1.1. Ряд (1.4) был исторически первым примером, иллюстрирующим тот факт, что логический закон исключенного третьего в общем случае не имеет места применительно к бесконечным множествам.

Замечание 1.2. Отметим, что квазисумму (1.4) можно найти также из функционального уравнения $S = 1 - S$.

Полагая в (1.2) $x = -1$, имеем:

$$S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots = 1/4 \quad (1.5)$$

Здесь мы встретились с первым замечательным фактом теории РР.

Квазисумма РР, все члены которого являются целыми числами, может быть дробным числом.

Ряд (1.3) расходится при всех $x \neq 0$. Тем не менее, согласно методу Эйлера, при $x = 1$ имеем

$$S = 0! - 1! + 2! - 3! + 4! - \dots = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t) dt}{1+t} = 0,59635...$$

Здесь, так же как в случае (1.5), квазисумма целых слагаемых оказывается дробным числом.

Положим теперь в (1.1) $x = 2$. Получаем

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots = -1 \quad (1.6)$$

Замечание 1.3. Эта квазисумма может быть найдена также из функционального уравнения $S = 1 + 2S$.

Здесь мы встречаемся со вторым замечательным фактом теории РР. *Квазисумма РР, все члены которого положительны, может быть отрицательной.*

Указанные парадоксальные свойства квазисумм типа (1.5) и (1.6) будут использоваться нами в дальнейшем при обсуждении необычных результатов, относящихся к геометрическим фигурам в антипространствах.

Отметим, что при $x = 1$ из (1.1) получается «истинно расходящийся ряд»

$$S = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = \infty \quad (1.7)$$

Оказывается, что этот ряд не может быть просуммирован и другими методами теории РР (см. ниже).

Через сорок лет после выхода в свет работ Эйлера, в которых использовались РР, было замечено, что ряд (1.4) может быть получен не только из выражения (1.1), но также из разложения

$$\frac{1 + x + x^2 + \dots + x^{m-1}}{1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}} = \frac{1 - x^m}{1 - x^n} = 1 - x^m + x^n - x^{m+n} + x^{2n} - \dots \quad (1.8)$$

при любых целых m и n с $m < n$.

Полагая в (1.8) $x = 1$, находим $S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = m/n$, что противоречит (1.4). Парадокс был разрешен Лагранжем. Ряд (1.8), рассматриваемый как степенной, имеет пропуски. Так при $m = 2$, $n = 3$ следует записать: $S = 1 + 0 \cdot x - 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 - 0 \cdot x^4 - 1 \cdot x^5 + \dots$.

При $x = 1$ принцип Эйлера приписывает здесь квазисумму $S = 2/3$ не ряду (1.4), а ряду: $S = 1 + 0 - 1 + 1 - 0 - 1 + \dots$.

Таким образом, РР следует задавать не только последовательностью слагаемых, но также их «местом» в этой последовательности. Это третий замечательный факт теории РР. Он будет существенным при построении математической теории антипространства.

Замечание 1.4. Похожее явление – зависимость суммы от положения слагаемых – хорошо известно для условно (не абсолютно) сходящихся рядов.

Важным методом нахождения квазисумм РР является метод средних Чезаро. (Последний прекрасно «работает» и для медленно сходящихся рядов.) Назовем $C(1)$ суммой ряда

$S = \sum_{k=0}^{\infty} a_k$ предел последовательности (если она существует)

$$S = \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_k, \quad \sigma_k = \frac{S_0 + S_1 + \dots + S_k}{1 + k} \quad (1.9)$$

где $S_0 = a_0$, $S_1 = a_0 + a_1$, $S_2 = a_0 + a_1 + a_2$, ... – частные суммы.

Процедура Чезаро может выполняться несколько раз, будучи примененной, в свою очередь, к частным выражениям σ_k . При m -кратной процедуре говорят о $C(m)$ суммировании.

Найдем $C(1)$ квазисумму ряда (1.4). Для четных $k = 2m$ и нечетных $k = 2m + 1$ значений k из (4.1.9) получаем соответственно выражения

$$S_{2m} = 1, S_{2m+1} = 0; \quad \sigma_{2m} = \frac{m}{1 + 2m}, \sigma_{2m+1} = \frac{m}{2 + 2m}$$

Видно, что при $m \rightarrow \infty$ ($k \rightarrow \infty$) будет: $S = \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_k = 1/2$.

Однако ряд (1.6) не суммируется методом Чезаро, поскольку в соотношении

$$S_k = 2^{k-1} - 1, \quad \sigma_k = \frac{2^{k+2} - k - 3}{1 + k}$$

выражение σ_k не имеет конечного предела при $k \rightarrow \infty$. Повторяя процедуру Чезаро, мы также приходим к бесконечному значению квазисуммы. Впрочем, заранее было ясно, что такой подход не может дать отрицательного значения величины S , полученного методом Эйлера. Здесь мы встретились с четвертым замечательным фактом, относящимся к теории РР: *различные методы суммирования РР могут приводить к разным результатам*. Это обстоятельство будет использоваться нами при обсуждении физических следствий.

Отметим еще один недостаточно изученный факт. По-видимому, *квазисумма РР, полученная с помощью различных методов суммирования, может иметь лишь конечное число значений, соответствующее числу решений функционального уравнения, которому удовлетворяет квазисумма ряда*.

Для ряда (1.6) имеем $S = 1 + 2S$. Одно из решений (метод Эйлера) $S = -1$. Другое (метод Чезаро) $S = \infty$.

Укажем правила, которые выполняются для РР всегда.

Если

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k = S, \text{ то } \sum_{k=0}^{\infty} \text{const} \cdot a_k = \text{const} \cdot S \quad (1.10)$$

Если

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k = S, \sum_{k=0}^{\infty} b_k = T, \text{ то } \sum_{k=0}^{\infty} (a_k + b_k) = S + T \quad (1.11)$$

Степенные ряды можно почленно дифференцировать и интегрировать в случае, когда выражение, порождающее ряд, остается конечным. Формула (1.2) является первой производной от (1.1). Можно продолжить дифференцирование и получить новые РР. Интегрируя (1.1) сколь угодно раз в пределах $[0, x]$, также получаем новые РР.

Замечание 1.5. Полагая в интегралах и производных от (1.1) $x=1$, получаем множество «истинно расходящихся рядов», например,

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots &= \infty, \\ 1 + 2 + 3 + 4 + \dots &= \infty, \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + \dots &= \infty. \end{aligned}$$

Таким образом, ряд (1.7) не является в этом отношении уникальным

Нужно помнить, что при формальных операциях с РР источники возможных ошибок чрезвычайно разнообразны. Приведем примеры.

1. Запишем тождество

$$x + (2x^2 - x) + (3x^3 - 2x^2) + (4x^4 - 3x^3) + \dots = 0$$

Положим $x=1$. Тогда имеем $1+1+1+\dots=0$, что противоречит (1.7). Источник ошибки — произвольная перестановка членов в степенном ряду.

2. Для дзета-функции Римана имеем разложение

$$\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1} dx}{\exp(x) - 1} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots \quad (1.12)$$

которое имеет место при $|s| > 1$. Если положить в (1.12) $\zeta = 0$, формально получаем $1+1+1+1+\dots = \zeta(0) = -1/2$, что противоречит (1.7). Ошибка заключается в том, что ряд (1.12) представляется частным от деления двух расходящихся при $s = 0$ интегралов

$$I(s) = \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1} dx}{\exp(x) - 1} \text{ и } \Gamma(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} \exp(-x) dx$$

а операция деления расходящихся выражений, как правило, не корректна.

3. Имеются сложности при истолковании квазисуммы степенных разложений от многозначных функций. Например, для $|x| < 1$ имеем

$$S = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (1.13)$$

При $x = 2$ формально получаем

$$S(2) = 2 + \frac{8}{3} + \frac{32}{5} + \frac{128}{7} + \dots = \frac{1}{2} [\ln 3 - \ln(-1)] = \frac{1}{2} [\ln 3 + (2k+1)\pi i], \quad \pm k = 0, 1, 2, \dots$$

Помимо того, что квазисумма оказалась комплексной величиной, результат получился неоднозначным. Метод Чезаро дает для $S(2)$ бесконечное значение.

Резюмируя приведенный выше перечень (далеко не полный) возможных ошибок, перечислим еще раз безусловно корректные операции. При манипуляциях с РР можно уверенно пользоваться правилами (1.10) и (1.11) а также достаточно проверенными методами суммирования. Сюда относятся описанные выше метод степенных рядов Эйлера и метод Чезаро, а также другие процедуры (второй метод Эйлера, методы Абеля, Римана, Бореля, Вороного). (см., например, [12].) Можно использовать почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Все другие формальные операции с РР, включая перемножение и деление рядов, могут привести (но не всегда) к ошибкам.

1.2. Двухсторонние расходящиеся ряды (ДРР)

Перейдем к описанию двухсторонних расходящихся рядов (ДРР), которые составляют основной математический аппарат теории нуль- и минус-пространств.

Рассмотрим ряд

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^k \quad (1.14)$$

Выполним формальные преобразования:

$$S = \left(\dots + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) + (1 + x + x^2 + x^3 + \dots) = \frac{1}{x} \frac{1}{1 - (1/x)} + \frac{1}{1 - x} = 0 \quad (1.15)$$

Подобный же результат получается при разбиении (1.14) на две или большее количество частей в любом месте.

Таким образом, можно предполагать, что квазисумма ряда (1.14) равна нулю.

Эйлер фактически сформулировал правило: «сумма любой геометрической прогрессии, продолженной в обе стороны, равна нулю» и пользовался им в промежуточных выкладках. (Цитируется по [14, с. 312].)

Полагая в (1.15) $x = 1$, имеем

$$\dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = 0 \quad (1.16)$$

Обращаем внимание на принципиальное отличие ДРР (1.16) от одностороннего РР (1.7), сумма которого равна бесконечности.

Замечание 1.6. Сейчас уже трудно установить, кому принадлежит замечательная фраза: «Уравнения думают за нас». Не отражает ли результат (1.16) какое-то физическое свойство окружающего мира? В частности, можно интерпретировать последнее следующим художественно-философским образом: Бесконечное множество однородных элементов, равномерно заполняющее всю вещественную ось, ненаблюдаемо.

В первой половине 19 века Д.Ф. Грегори установил следующие формулы, обобщающие (1.15) (цитируется по [12]):

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi(x+k) = 0 \quad (1.17)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \varphi(x+k) = 0 \quad (1.18)$$

а также содержательное соотношение

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} [\varphi(x+k) - \varphi(x-k)] = \varphi'(x) \quad (1.19)$$

которые верны непосредственно или при надлежащем истолковании для интересных классов функции φ .

Из формулы (1.17) при $\varphi = 1$ следует результат (1.16). При этом выражение (1.18) дает

$$\dots - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 0 \quad (1.20)$$

Эта квазисумма может быть также получена из (1.15) при $x = -1$.

В п. 3 мы увидим, что при некоторых условиях имеет место обобщенная формула Грегори

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k = 0 \quad (1.21)$$

подразумевающая «аналитическую» зависимость a_k от номера.

В качестве примера, когда формулы (1.17) и (1.21) не выполняются, найдем квазисумму ряда Хевисайда

$$S = S(x, p) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{x^{p+k}}{\Gamma(p+k+1)} \quad (1.22)$$

(Γ – гамма-функция.)

Если p целое число и $p+k+1 \leq 0$, то соответствующие члены (1.22) обращаются в нуль, и мы имеем ряд, соответствующий экспоненциальной функции:

$$S(x, p) = \exp x \quad (1.23)$$

В остальных случаях ряд расходится для всех x , но, поскольку при формальном дифференцировании он воспроизводится, естественно допустить, что ряд всегда имеет своей квазисуммой выражение (1.23). Действительно, в книге [12] имеется доказательство того, что для дробных p ряд (1.22) асимптотически сходится к (1.24).

Этот результат противоречит формуле (1.21). Предположительная причина несоответствия заключается в том, что слагаемые ряда (1.22) изменяются «слишком сильно» в зависимости от номера по сравнению с рядом (1.14). К сожалению, мы не можем точно очертить границы применения формул (1.17), (1.18) и (1.21), но опыт показывает, что эти основополагающие соотношения теории ДРР справедливы, когда члены ряда изменяются «достаточно медленно» по отношению к номеру, в частности как степенная функция. Это

обстоятельство будет использовано в приложениях для «отбраковки» некоторых результатов.

Замечание 1.7. Отметим, что сходящиеся двухсторонние ряды в общем случае не подчиняются правилу (1.21). Например,

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{4}, \quad \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4} = \frac{\pi^4}{48}$$

Замечание 1.8. До этого почти все приведенные результаты были заимствованы у классиков. Начиная со следующего параграфа и до конца раздела почти весь материал принадлежит автору.

1.3. Сумма отрицательного числа членов ряда

Чтобы подойти к понятию антипространства, нам в качестве математического инструмента понадобится выяснить как получить численное значение суммы отрицательного числа членов конечного ряда. Отметим, что Эйлер использовал понятие суммы дробного числа членов, но нам предстоит обобщить это понятие применительно к отрицательным значениям.

Рассмотрим конечную сумму

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{4n^2 - 1} \quad (1.24)$$

Для нее известно замкнутое выражение

$$S_n = \frac{n}{2n+1} \quad (1.25)$$

Естественно приписать сумме нулевого и отрицательного числа членов ряда (1.24) значения, которые следуют из (1.25):

$$S_0 = 0, \quad S_{-1}, \quad S_{-2} = 2/3, \quad S_{-3} = 3/5, \dots \quad (1.26)$$

Но как быть, если замкнутое выражение для конечной суммы (4.1.24) не известно?

Будем исходить из формулы (1.21). Запишем выражение для двухстороннего аналога формулы (1.24):

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} = \left(\dots + \frac{1}{15} + \frac{1}{3} \right) + (-1) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \dots \right) = 0 \quad (1.27)$$

Здесь скобками выделены «отрицательная» часть членов ряда, «положительная», а также нулевой член.

Поскольку обе половины ряда (1.27) сходятся, это выражение легко проверить:

$$S = -1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} = -1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

Заметим, что двухсторонний ряд (1.27) имеет сумму равную нулю, что в точности равно сумме нулевого числа членов ряда S_0 в последовательности (1.26). Ниже мы увидим, что это совпадение не случайно.

Если в ряду (1.27) отбросить нулевой член, то получим сумму

$$S_{-1} = S - (-1) = \left(\dots + \frac{1}{15} + \frac{1}{3} \right) + 0 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \dots \right) = 1$$

соответствующую значению (1.26). Если отбросить слагаемые с $k = 0$ и $k = -1$, находим

$$S_{-2} = S - (-1) - \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\dots + \frac{1}{35} + \frac{1}{15}\right) + 0 + 0 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \dots\right) = \frac{2}{3},$$

что также соответствует (1.26).

Продолжая процесс отбрасывания слагаемых, можно убедиться, что эта процедура дает результаты, совпадающие со значениями (1.26). Поэтому можно сформулировать следующее правило:

Сумма нулевого числа членов ряда $\sum_{k=1}^n a_k$ равна нулю. Сумма $-m$ ($m \geq 1$) членов ряда равна сумме членов с номерами $0, -1, -2, \dots, -(m-1)$, взятой с обратным знаком.

Точные условия, при которых это правило выполняется, не выяснены, однако опыт нашей работы показывает, что оно справедливо в тех же случаях, что и формула (1.21). Члены ряда должны зависеть от номера «не очень сильно», возможно не сильнее, чем при степенной зависимости. Разумеется, величина a_k должна быть «аналитической» функцией номера и не должна обращаться в бесконечность при целых значениях $\pm k$.

Сформулированное правило позволяет предложить следующую трактовку понятий *нулевое* и *отрицательное* число членов ряда.

Ряд, имеющий 0 членов, в некотором отношении эквивалентен двухстороннему ряду (1.21). Ряд, имеющий (-1) членов соответствует двухстороннему ряду (1.21), где удалено нулевое слагаемое. Ряд, состоящий из $(-m)$ членов, эквивалентен двухстороннему ряду, где заменены нулями слагаемые с номерами $0, -1, -2, \dots, -(m-1)$.

Именно эта интерпретация позволит нам в дальнейшем оперировать такими понятиями как *нулевое* и *отрицательное* число объектов (в частности, координатных осей), используя их представление в виде двухсторонних рядов с соответствующими лакунами. Такое «дырочное» представление отрицательного числа предметов напоминает известную концепцию Дирака, рассматривающего позитрон как объект, полученный «изъятием» одного электрона из «равномерного бесконечного фона электронов» [6, с. 378].

Описанную выше процедуру нахождения суммы не положительного числа членов ряда можно строго обосновать пока лишь для случая, когда двухсторонний ряд абсолютно сходится и его сумма равна нулю. (Таковым был пример 1.24).

Положим, что

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n (b_{k+1} - b_k) = b_{n+1} - b_1 \quad (1.28)$$

т. е. общий член может быть представлен в виде конечной разности, определенной для всех $\pm k = 0, 1, 2, \dots$, причем $b_k \rightarrow 0$ при $|k| \rightarrow \infty$ быстрее, чем $|k|^{-\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$. (В частности, для ряда (4.1.24) $b_k = -1/[2(2k-1)]$.)

Из (1.28) формально следует, что

$$S_0 = b_1 - b_1 = 0, \quad S_{-1} = b_0 - b_1, \quad S_{-2} = b_{-1} - b_1, \dots \quad (1.29)$$

С другой стороны, согласно предложенному выше подходу, имеет место равенство

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k = \dots + (b_{-2} - b_{-3}) + \\ &+ (b_{-1} - b_{-2}) + (b_0 - b_{-1}) + (b_1 - b_0) + \dots = 0. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Из (1.30) следует, что $S_0 = 0$. Вычитая из этой суммы член $(b_1 - b_0)$, получаем $S_{-1} = b_0 - b_1$. Вычитая два слагаемых $(b_1 - b_0) + (b_0 - b_{-1})$, находим $S_{-2} = b_{-1} - b_1$ и т. д., что дает результаты в точности совпадающие с (1.29).

Проверим сформулированное выше правило применительно к ряду, который, будучи бесконечно продолжен, расходится. Рассмотрим сумму

$$S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (1.31)$$

Из (1.31) формально находим

$$S_0 = 0, \quad S_{-1} = 0, \quad S_{-2} = -1, \quad S_{-3} = -5, \quad S_{-4} = -14, \dots \quad (1.32)$$

Формула (1.21) дает

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} k^2 = \dots + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + \dots = 0 \quad (1.33)$$

Имеем $S_0 = S = 0$. Вычитая нулевой член, находим $S_{-1} = 0$. Вычитая последовательно сумму слагаемых с номерами $0, -1, -2, \dots$, получаем в точности значения (1.32), полученные формальным использованием конечной суммы (1.31).

Ряд (1.33) симметричен по отношению к замене $k \rightarrow -k$. Поэтому целесообразно проверить сформулированное правило для «антисимметричного» случая

$$S_n = \sum_{k=1}^n (2k+1) = n^2 + 2n \quad (1.34)$$

Формально находим

$$S_0 = 0, \quad S_{-1} = -1, \quad S_{-2} = 0, \quad S_{-3} = 3, \quad S_{-4} = 8, \dots \quad (1.35)$$

Запишем соответствующий сумме (1.34) ряд (1.21):

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (2k+1) = \dots - 5 - 3 - 1 + 1 + 3 + 5 + \dots = 0$$

Исключая последовательно слагаемые $k = 0, -1, -2, \dots$, получаем в точности значения (1.35).

Читатель может сам проверить предложенное правило суммирования не положительного числа членов для конечных сумм, имеющих замкнутое выражение. Например,

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = (-1)^n \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n (2k+1)^2 = \frac{1}{3} (n+1)(2n+1)(2n+3) - 1$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n}{30} (n+1)(2n+1)(3n^2 + 3n - 1)$$

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^4 = \frac{(-1)^n}{2} n(n^3 + 2n^2 - 1)$$

$$\sum_{k=1}^n \cos(k-1)x = \frac{1 - \cos x - \cos nx + \cos[(n-1)x]}{2(1 - \cos x)}$$

Однако применительно к ряду

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$$

предложенная методика неверна, в чем можно убедиться прямой проверкой. Причина несоответствия в том, что два члена ряда

$$S_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

при $k = -1$ и $k = -2$ имеют бесконечные значения. Подобное же расхождение читатель может проверить для суммы

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$

Замечание 1.9. Предложенная методика может быть использована для нахождения конечной части расходящихся интегралов, основы теории которых имеются в [12].

Запишем формулу [8, с. 604]

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1} = \operatorname{arctg} x - x + (-1)^n \int_0^x \frac{t^{2n+2} dt}{t^2 + 1} \quad (1.36)$$

Полагая в правой части (1.36) $n = 0$, получаем $S_0 = 0$. Для $n = -1$ находим $S_{-1} = -x$. Однако в случае $n = -2$ интеграл в (1.36) расходится. Вычислив последний в пределах $[\varepsilon, x]$, находим

$$S_{-2} = \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{x} - x + O(\varepsilon) \quad (1.37)$$

С другой стороны, рассматривая двухсторонний ряд

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1} = 0 \quad (1.38)$$

получаем $S_0 = 0$, а вычитая последовательно слагаемые с номерами $k = 0, -1$, приходим к выражениям $S_{-1} = -x$, $S_{-2} = -\frac{1}{x} - x$

Значения S_0 и S_{-1} совпадают с найденными выше, а величина S_{-2} дает правильное выражение для конечной части формулы (1.37).

1.4. Аксиоматика двухсторонних расходящихся рядов

Выше была фактически представлена необычная арифметика для операций с отрицательным числом объектов. Основанием для ее введения были специфические свойства ДРР. Однако эту арифметику можно построить аксиоматически, без какого-либо первоначального обоснования, имея в виду дальнейшее сопоставление с различными

следствиями. Фактически, для целей настоящей работы достаточно использовать следующие аксиомы:

$$1. S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k = 0$$

$$2. \text{ Если } S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{ и } S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k, \text{ то } S_0 = \sum_{k=1}^0 a_k = S = 0$$

$$3. \text{ Если } S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \text{ то } S_{-m} = \sum_{k=1}^{-m} a_k = S - \sum_{k=0}^{-m+1} a_k = - \sum_{k=0}^{-m+1} a_k, \quad m \geq 1$$

$$4. \text{ Если } S = \sum_k a_k, \quad T = \sum_k b_k, \text{ то } S + T = \sum_k (a_k + b_k)$$

(Символ $\sum_k$ подразумевает любые, а не только двухсторонне-бесконечные суммы.)

$$5. \text{ Если } S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k, \text{ то } \sum_{k=-\infty}^{m-1} a_k + (a_m + b) + \sum_{k=m+1}^{\infty} a_k = S + b = b$$

$$6. \text{ Если } S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k(x), \text{ то } \frac{d}{dx} S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{d}{dx} f_k(x) \quad (1.39)$$

Правило умножения на постоянную является следствием четвертой аксиомы:

$$\text{Если } S = \sum_k a_k, \text{ то } \text{const} \cdot \sum_k a_k = \sum_k \text{const} \cdot a_k \quad (1.40)$$

Первая аксиома вводит понятие *содержательного нуля*, представляемого двухсторонним рядом, который может быть и сходящимся и расходящимся. Вторая утверждает, что конечная сумма с нулевым числом членов тождественна содержательному нулю. Третья постулирует, что конечная сумма с отрицательным числом слагаемых $-m$ ($m > 0$) может быть представлена содержательным нулем из которого изъяты слагаемые с соответствующими номерами. Четвертая аксиома тривиальна. Из нее следует также возможность почленного интегрирования. Пятая очень важна, так как дает возможность складывать «аналитический» ряд с конечным выражением. Почленное дифференцирование устанавливается шестой аксиомой.

Мы не знаем достаточных условий применимости всех аксиом (1.39), но можем указать ориентировочно некоторые из них.

Величина a_k должна быть аналитической функцией номера k . При этом зависимость от k не должна быть «слишком сильной». Кроме того, величины a_k не должны обращаться в бесконечность при целых значениях $\pm k$.

Насколько «слабой» должна быть зависимость a_k от номера, доподлинно не известно. Рассмотренные выше примеры позволяют предположить, что для степенной функции аксиомы справедливы, а для экспоненциальной нет.

Замечание 1.10. Дадим пример использования аксиомы 5. Если $\dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = 0$, то $\dots + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + \dots = 1$. Пример подчеркивает, что не всякий двухсторонний ряд имеет суммой нуль, а только удовлетворяющий условию «аналитичности» по отношению к номеру.

Замечание 1.11. Разумеется, не подчиняется аксиоме 1 ДРР, разные части которого «образованы» различными формулами. Например, $(\dots + 1 + 1 + 1 + 1) + (1 + 2 + 4 - 8 + \dots) \neq 0$.

Замечание 1.12. Напомним еще раз одно важное обстоятельство. Детализируем выражение (1.21) и его следствия:

$$\dots + a_{-2} + a_{-1} + a_0 + a_1 + a_2 + \dots = 0$$

$$\begin{aligned} \dots + a_{-2} + a_{-1} + 0 + a_1 + a_2 + \dots &= -a_0 \\ \dots + a_{-2} + 0 + 0 + a_1 + a_2 + \dots &= -a_{-1} - a_0 \quad (1.41) \end{aligned}$$

Согласно сказанному в п. 1.1, сохранение «места» отброшенного члена в виде слагаемого равно нулю обязательно для расходящихся рядов.

Дадим «философскую» перефразировку предложенной концепции нулевого и отрицательного числа объектов.

Нулевым количеством объектов является их «двухсторонне-бесконечное количество», которое в некоторых операциях не наблюдаемо. Отрицательное количество объектов может быть смоделировано изъятием из двухстороннего бесконечного ненаблюдаемого количества конечного числа объектов с обязательным сохранением их места.

Замечание 1.13. Несколько слов о дифференцировании и интегрировании ДРР. Запишем еще раз ряд (4.1.15):

$$S = \dots + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad (1.42)$$

Дифференцируя (4.1.42), приходим к правильному результату без каких-либо осложнений:

$$\frac{dS}{dx} = \left(\dots - \frac{3}{x^4} - \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) + (0) + (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots) = -\frac{1}{x^2} \frac{1}{[1 - (1/x)]^2} + 0 + \frac{1}{(1-x)^2} = 0 \quad (1.43)$$

Обращаем внимание, что ряд (1.43) принадлежит к тому же классу, что и (1.42), — его члены могут быть представлены одной формулой, аналитической по отношению к номеру: $a_k = kx^{k-1}$.

Проинтегрировав ряд (1.42) в пределах $[a, x]$, находим

$$\begin{aligned} \int_a^x S dx &= \left[\left(\dots - \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} \right) + (\ln x) + \left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \right) \right]_a^x = \\ &= \left[\ln \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \ln x - \ln(1-x) \right]_a^x = \left[\ln \frac{1}{x} + \ln(x-1) + \ln x - \ln(1-x) \right]_a^x = \\ &= \left[\ln \frac{x-1}{1-x} \right]_a^x = \ln \frac{x-1}{1-x} - \ln \frac{a-1}{1-a} = \ln \left[\left(\frac{x-1}{1-x} \right) \left(\frac{1-a}{a-1} \right) \right] = \ln 1 = 0 \quad (1.44) \end{aligned}$$

Результат получился верным. Однако ряд (1.44) уже не принадлежит к рассматриваемому классу — он не может быть представлен единой формулой, где a_k зависит от k аналитически. Поэтому дальнейшее интегрирование с сохранением соотношения (1.21) невозможно.

Отсюда следует, что операция интегрирования требует дополнительных предосторожностей по сравнению с дифференцированием. (При манипуляциях со сходящимися рядами, напротив, интегрирование гораздо «безопаснее» дифференцирования.)

Замечание 1.14. Проиллюстрируем еще раз одну из основных особенностей РР и ДРР — зависимость значения квазисуммы от позиции слагаемых (см. п. 1.1).

Рассмотрим два ряда

$$S_1 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos kx = 0 \quad \text{и} \quad S_2 = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \cos kx = 2\pi\delta(x - 2\pi s), \quad \pm s = 0, 1, 2, \dots$$

которые отличаются лишь группировкой членов. Квазисумма первого равна нулю в силу (1.21), а сумма второго (представляющая Фурье-разложение периодической дельтаобразной функции, «гребенки»), равна нулю почти всюду, за исключением точек $x = 2\pi s$, где $S_2 = \infty$. Таким образом, $S_1 \neq S_2$. Расхождение происходит по той же причине, по которой имеет место неравенство $\dots + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = 0 \neq 2(1 + 1 + 1 + 1 + \dots) = \infty$.

1.5. Некоторые обобщения

1. Полученные выше результаты естественным образом могут быть распространены на случаи рядов любой кратности. В частности, для двойных рядов имеем

$$\begin{array}{c} \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \end{array} = 0$$

Изямая один элемент, получаем

$$\begin{array}{c} \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + \dots = -1 \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \\ \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \end{array}$$

Последнее равенство выполняется при различном порядке суммирования — по строкам, по столбцам или по диагоналям.

2. Аксиомы (1.39) дают возможность установить правила обращения с двухсторонними бесконечными произведениями (ДРП) и конечными произведениями, имеющими не положительное (целое) число множителей. Поскольку произведения при логарифмировании превращаются в суммы, из (1.39) следует, что при некоторых условиях имеют место формулы

$$1. P = \prod_{k=-\infty}^{\infty} a_k = 1$$

$$2. \text{ Если } P_n = \prod_{k=1}^n a_k, \text{ то } P_0 = \prod_{k=1}^0 a_k = P = 1$$

$$3. \text{ Если } P_n = \prod_{k=1}^n a_k, \text{ то } P_{-m} = P \Big/ \prod_{k=0}^{-m+1} a_k = 1 \Big/ \prod_{k=0}^{-m+1} a_k, \quad m \geq 1$$

$$4. \text{ Если } P = \prod_k a_k, \quad Q = \prod_k b_k, \text{ то } PQ = \prod_k (a_k b_k)$$

(Символ $\prod_k a_k$ подразумевает, что произведения могут быть любыми, том числе конечными.)

$$5. \text{ Если } P = \prod_{k=-\infty}^{\infty} a_k, \text{ то } \prod_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot (a_m \cdot \text{const}) \cdot \prod_{k=m+1}^{\infty} a_k = P \cdot \text{const} = \text{const} \quad (1.45)$$

Условия применимости формул (1.45) проверяются после логарифмирования и сведения к операции суммирования. Однако мы не можем утверждать наверняка, что отсутствуют еще какие-то дополнительные ограничения, так как наш опыт работы с ДРП гораздо меньше, чем с ДРР.

2. Антипространства

Будем исходить из известного выражения для квадрата расстояния между двумя точками в обыкновенном n -мерном пространстве

$$l_{1,2}^2 = \sum_{k=1}^n [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 \quad (2.1)$$

где $(x_k)_1$ и $(x_k)_2$ — декартовы координаты точек 1 и 2, соответственно.

2.1. Метрика нуль- и минус-пространств

Согласно концепции нулевого числа членов конечной суммы (см. пп. 1.3 и 1.4), естественно предположить, что для нульмерного пространства (мы пока еще не знаем, что это такое) имеет место метрика в форме ДРР:

$$l_{1,2}^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 \quad (2.3)$$

Таким образом, число взаимно ортогональных координатных осей для 0-пространства бесконечно.

Для (-1) -мерного пространства запишем метрику в виде ДРР с одной лакуной:

$$l_{1,2}^2 = \sum_{k=-\infty}^{-1} [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 + 0 + \sum_{k=1}^{\infty} [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 \quad (2.3)$$

Для $n = -m$ ($m \geq 1$) числа измерений имеем ДРР с m лакунами:

$$l_{1,2}^2 = \sum_{k=-\infty}^{-m} [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 + \sum_{k=0}^{-m+1} 0 + \sum_{k=1}^{\infty} [(x_k)_1 - (x_k)_2]^2 \quad (2.4)$$

2.2. Решение уравнений в антипространствах

Проверим, согласуются ли введенные определения метрики антипространств (2.2)–(2.4) с экстраполяцией известных формул для обычного n -мерного пространства в область не положительных значений n .

Дифференциальный оператор Лапласа, который в обычном n -мерном пространстве имеет вид

$$\Delta_n = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (2.5)$$

для 0-мерного пространства, в соответствии с пп. 1.3 и 1.4, запишем следующим образом:

$$\Delta_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (2.6)$$

Для (-1) -мерного пространства имеем

$$\Delta_{-1} = \sum_{k=-\infty}^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} + 0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (2.7)$$

Для $n = -m$ ($m \geq 1$) числа измерений таким же образом запишем

$$\Delta_{-m} = \sum_{k=-\infty}^{-m} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} + \sum_{k=-m+1}^0 0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (2.8)$$

Уравнение Лапласа в n -мерном пространстве для сферически симметричного случая имеет вид

$$\Delta_n \Psi = 0, \quad \Delta_n = r^{1-n} \frac{d}{dr} r^{n-1} \quad \Psi = \Psi(r), \quad r \in (0, \infty) \quad (2.9)$$

Нетривиальные решения последнего существуют для всех $n \in (-\infty, \infty)$. В частности, одним из решений являются функции

$$\Psi = r^{2-n}, \quad n \in (-\infty, 2), (2, \infty), \quad \Psi = \ln r, \quad n = 2 \quad (2.10)$$

Найдем решения уравнения (2.9) в декартовых координатах применительно к не положительным значениям n . Для нульмерного пространства в соответствии с (2.6) запишем

$$\left(\dots + \frac{\partial^2}{\partial x_{-2}^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_{-1}^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots \right) \Psi = 0 \quad (2.11)$$

Согласно (2.10) и (2.2) при $n = 0$ уравнению (2.11) должна удовлетворять функция

$$\Psi = r^2 = \dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots \quad (2.12)$$

Подставляя (2.12) в (2.11), убеждаемся, что ряд (2.12) действительно является решением, так как, в соответствии с (1.20) или (1.39),

$$\Delta_0 \Psi = \dots + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + \dots = 2(\dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots) = 0 \quad (2.13)$$

Для случая (-1) -пространства уравнение Лапласа в подробной записи имеет вид (см. (2.7))

$$\left(\dots + \frac{\partial^2}{\partial x_{-2}^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_{-1}^2} + 0 + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots \right) \Psi = 0 \quad (2.14)$$

Следует проверить, удовлетворяет ли уравнению (2.14) функция (2.10)

$$\Psi = r^3 = \left(\dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots \right)^{3/2} \quad (2.15)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = 3rx_k, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = \frac{3x_k^2}{r} + 3r \quad (2.16)$$

после подстановки (2.16) в (2.14), находим

$$\begin{aligned} \Delta_{-1} \Psi = & (3/r) (\dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + 0 + x_1^2 + x_2^2 + \dots) + \\ & + 3(\dots + r + r + 0 + r + r + \dots) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Согласно (2.3) или (2.15) первая группа слагаемых дает $(3/r)r^2 = 3r$, а вторая группа членов имеет сумму $-3r$. Таким образом, функция (2.15) действительно является решением уравнения $\Delta_{-1} \Psi = 0$.

Для произвольного отрицательного значения $n = -m$ ($m \geq 1$) должно быть

$$\Psi = r^{2+m} = \left(\dots + x_m^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right)^{(2+m)/2} \quad (2.18)$$

(В ряду (2.18) m лакун.)

Так как

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = (2+m)r^m x_k, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = (2+m)mr^{m-2} + (2+m)r^m$$

имеем

$$\begin{aligned} \Delta_{-n} \Psi &= (2+m)mr^{m-2} \left(\dots + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right) + \\ &+ (2+m)r^m \left(\dots + 1 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + 1 + \dots \right) = (2+m)mr^m - (2+m)mr^m = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, для произвольного значения $n = -m$ ($m \geq 0$) установлена взаимная непротиворечивость аксиом (1.39) и выражений (2.2)–(2.4), (2.6)–(2.8), т. е. концепциям не положительного числа объектов и минус-метрики. Образно говоря, предложенная теория выдержала первую «опытную проверку».

Замечание 2.1. Очевидно, что второе (тривиальное) решение уравнения (2.9) $\Psi = \text{const}$ также удовлетворяется для всех $n \leq 0$, так как оператор (2.8) обращает постоянную в нуль.

Выполним процедуру проверки для уравнения Гельмгольца.

$$(\Delta_n - a^2)\Psi = 0, \quad \Delta_n = r^{1-n} \frac{d}{dr} r^{n-1} \frac{d}{dr},$$

$$\Psi = \Psi(r), \quad r \in (0, \infty), \quad a^2 = \text{const} > 0 \quad (2.19)$$

Для $n \in (-\infty, \infty)$ одно из решений имеет вид

$$\Psi = r^v K_v(ar), \quad v = (2-n)/2 \quad (2.20)$$

где K_v — функция Макдональда.

Применительно к случаю $n = 0$ общее выражение (2.20) дает

$$\Psi = r K_1(ar), \quad r = \left(\dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots \right)^{1/2} \quad (2.21)$$

Так как

$$\frac{d}{dz} K_0(z) = -K_1(z), \quad \frac{d}{dz} K_1(z) = -\frac{1}{z} K_1(z) - K_0(z),$$

из (2.21) получаем

$$\frac{d\Psi}{dx_k} = -aK_0(ar)x_k, \quad \frac{d^2\Psi}{dx_k^2} = -aK_0(ar) + \frac{a^2}{r} K_1(ar)x_k^2 \quad (2.22)$$

Подставляя (2.22) в уравнение (2.19), где оператор Лапласа задан выражением (2.11), запишем

$$(\Delta_0 - a^2)\Psi = -aK_0(ar)(\dots + 1 + 1 + 1 + \dots) +$$

$$+ \left(a^2/r\right) K_1(ar) \left(\dots + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + \dots\right) - a^2 r K_1(ar) \quad (2.23)$$

Первый фрагмент в правой части (2.23) обращается в нуль в силу (1.16), а два последних взаимно уничтожаются, так как сумма квадратов координат равна квадрату радиуса. Поэтому действительно $(\Delta_0 - a^2)\Psi = 0$.

Для случая $n = -1$ решение (2.20) имеет вид

$$\Psi = r^{3/2} K_{3/2}(ar), \quad r = \left(\dots x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + 0 + x_1^2 + x_2^2 + \dots\right)^{1/2} \quad (2.24)$$

Функции Макдональда полуцелого индекса выражаются через элементарные функции. Поэтому с точностью до постоянного множителя вместо (2.24) можно записать

$$\Psi = (1 + ar) \exp(-ar) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = -a^2 \exp(-ar) x_k, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = -a^2 \exp(-ar) + \left(a^3/r\right) \exp(-ar) x_k^2 \quad (2.26)$$

Подставляя (2.25) в (2.19), где оператор Лапласа задается посредством (2.14), получаем

$$\begin{aligned} (\Delta_{-1} - a^2)\Psi &= -a^2 \exp(-ar) (\dots + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + \dots) + \\ &+ \left(a^3/r\right) \exp(-ar) \left(\dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + 0 + x_1^2 + x_2^2\right) - a^2 (1 + ar) \exp(-ar). \end{aligned}$$

Согласно (1.39) первая группа слагаемых имеет сумму $a^2 \exp(-ar)$, а вторая в силу (2.24) равна $a^3 r \exp(-ar)$. Поэтому убеждаемся, что $(\Delta_{-1} - a^2)\Psi = 0$.

Рассмотрим общий случай $n = -m$ ($m \geq 1$). Проверим решение (2.20), где $v = (2 + m)/2$.

Так как

$$\frac{d}{dz} K_v(z) = -\frac{v}{z} K_v(z) - K_{v-1}(z),$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x_k} &= -ar^{v-1} K_{v-1}(ar) x_k, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = -ar^{v-1} K_{v-1}(ar) + a^2 r^{v-2} K_{v-2}(ar) x_k^2, \\ (\Delta_{-n} - a^2)\Psi &= -ar^{m/2} K_{m/2}(ar) \left(\dots + 1 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + 1 + \dots \right) + \\ &+ a^2 r^{(m-2)/2} K_{(m-2)/2}(ar) \left(\dots + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right) - a^2 r^{(m+2)/2} K_{(m+2)/2}(ar) \quad (2.27) \end{aligned}$$

Поскольку

$$\left(\dots + 1 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + 1 + \dots \right) = -m, \quad \text{а} \quad \left(\dots + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right) = r^2,$$

из (2.27) находим

$$(\Delta_{-n} - a^2)\Psi = mar^{m/2} K_{m/2}(ar) + a^2 r^{(m+2)/2} [K_{(m-2)/2}(ar) - K_{(m+2)/2}(ar)] \quad (2.28)$$

В силу известного соотношения

$$K_{\nu-1}(z) - K_{\nu+1}(z) = -\frac{2\nu}{z} K_{\nu}(z)$$

из (2.27) окончательно получаем

$$(\Delta_{-n} - a^2)\Psi = mar^{m/2}K_{m/2}(ar) - 2\frac{m}{2}a^2\frac{r^{(m+2)/2}}{ar}K_{m/2}(ar) = 0 \quad (2.29)$$

Тем самым взаимная непротиворечивость концепций отрицательного числа объектов и минус-метрики подтверждена также решением уравнения Гельмгольца.

Рассмотренные выше уравнения (2.9) и (2.19) в значительной мере однотипны, а первое даже является частным случаем второго. Поэтому представляется необходимым исследовать уравнение с переменным коэффициентом

$$(\Delta_n - a^2 r^{-2})\Psi = 0, \quad \Delta_n = r^{1-n} \frac{d}{dr} r^{n-1} \frac{d}{dr}, \quad \Psi = \Psi(r), \quad r \in (0, \infty) \quad (2.30)$$

Его решениями являются функции

$$\Psi = r^{\nu}, \quad \nu = \frac{2-n}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2-n}{2}\right)^2 + a^2} \quad (2.31)$$

Для нульмерного пространства ($n = 0$) имеем

$$\nu = 1 \pm \sqrt{1 + a^2} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = \nu r^{\nu-2} x_k, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = \nu r^{\nu-2} + \nu(\nu-2)r^{\nu-4} x_k^2 \quad (2.33)$$

Подставляя (2.33) в (2.30), где оператор Δ_0 задается выражением (2.11), получаем

$$\begin{aligned} & (\Delta_0 - a^2 r^{-2})\Psi = \\ & = \nu r^{\nu-2} (\dots + 1 + 1 + 1 + \dots) + \nu(\nu-2)r^{\nu-4} (\dots + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + \dots) - a^2 r^{\nu-2} \end{aligned}$$

Это выражение обращается в нуль для величины ν , имеющей значение (2.32).

Для $n = -1$ аналогичным образом находим

$$\nu = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + a^2} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} & (\Delta_{-1} - a^2 r^{-2})\Psi = \\ & = \nu r^{\nu-2} (\dots + 1 + 0 + 1 + \dots) + \nu(\nu-2)r^{\nu-4} (\dots + x_{-1}^2 + 0 + x_1^2 + \dots) - a^2 r^{\nu-2}. \end{aligned}$$

Последнее выражение равно нулю при значениях ν , задаваемых формулой (2.34).

Аналогичное рассмотрение легко выполнить для любых $n = -m$ ($m \geq 1$). Имеем

$$\begin{aligned} & (\Delta_{-n} - a^2 r^{-2})\Psi = \nu r^{\nu-2} \left(\dots + 1 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + 1 + \dots \right) + \\ & + \nu(\nu-2)r^{\nu-4} \left(\dots + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right) - a^2 r^{\nu-2} = \end{aligned}$$

$$-vmr^{v-2} + v(v-2)r^{v-2} - a^2r^{v-2} \quad (2.35)$$

Выражение (2.35) действительно обращается в нуль при значениях

$$v = \frac{2+m}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2+m}{2}\right)^2 + a^2}$$

(см. 1.39).

В качестве следующего шага проверки предложенных гипотез рассмотрим нелинейное уравнение

$$\Delta_n \Psi - r^{-v-2} \Psi^2 = 0, \quad \Delta_n = r^{1-n} \frac{d}{dr} r^{n-1} \frac{d}{dr},$$

$$\Psi = \Psi(r), \quad r \in (0, \infty) \quad (2.36)$$

Его решениями являются функции

$$\Psi = r^v, \quad v = \frac{2-n}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2-n}{2}\right)^2 + 1} \quad (2.37)$$

Любопытно, что решения (2.37) совпадают с (2.31), где $a=1$. Поэтому сохраняют силу формулы (2.33).

Для $n=0$ имеем $v = 1 \pm \sqrt{2}$. Следовательно

$$\begin{aligned} \Delta_0 \Psi - r^{-v-2} \Psi^2 &= (1 \pm \sqrt{2}) r^{v-2} (\dots + 1 + 1 + 1 + \dots) + \\ &+ r^{v-4} (\dots + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + \dots) - r^{v-2} = 0 \end{aligned}$$

Если $n=-1$, таким же образом запишем

$$\begin{aligned} \Delta_{-1} \Psi - r^{-v-2} \Psi^2 &= v r^{v-2} (\dots + 1 + 0 + 1 + \dots) + \\ &+ v(v-2) r^{v-4} (\dots + x_{-1}^2 + 0 + x_1^2 + \dots) - r^{v-2}. \end{aligned}$$

Последнее равно нулю при $v(v-2) - v - 1 = 0$, т. е. $v = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$, что в точности согласуется с формулой (2.37).

Для произвольного (целого) значения $n = -m$ ($m \geq 1$) запишем

$$\begin{aligned} \Delta_{-n} \Psi - r^{-v-2} \Psi^2 &= v r^{v-2} \left(\dots + 1 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + 1 + \dots \right) + \\ &+ v(v-2) r^{v-4} \left(\dots + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + \dots \right) - r^{v-2} \end{aligned}$$

Это выражение равно нулю, если $v(v-2) - mv - 1 = 0$, т. е. когда

$$v = \frac{2+m}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2+m}{2}\right)^2 + 1}$$

что совпадает со значением (2.37).

Таким образом, взаимная непротиворечивость наших концепций подтверждена решением четырех уравнений трех различных типов.

3. Правильные фигуры в антипространствах

К сожалению, мы пока не научились исследовать «тела» в нуль- и минус-пространствах исходя непосредственно из метрики (2.2), (2.4). В основном будут экстраполироваться закономерности, которые для плюс-пространств (обычных пространств) имеют аналитическое выражение как функцию числа измерений. (Подобная экстраполяция успешно использовалась в п. 2 по отношению к дифференциальным уравнениям). При этом выявляются многочисленные парадоксы – результаты, не имеющие наглядной интерпретации и резко противоречащие обыденным представлениям.

3.1. Куб

«Объем» обычного n -мерного куба со стороной h равен произведению

$$V_n = \prod_{k=1}^n h = h^n \quad (3.1)$$

Для 0-пространства, беря нуль раз произведение сторон согласно (1.45), имеем

$$V_0 = \prod_{k=-\infty}^{\infty} h = \dots h h h h h \dots = 1 \quad (3.2)$$

Для (-1) -пространства, используя представление о (-1) -ом числе множителей (см. (1.45)), находим

$$V_{-1} = \dots h h \cdot 1 \cdot h h \dots = h^{-1} \quad (3.3)$$

Аналогичным образом, заменяя единицами $m = -n$ множителей ДРП (1.2), получаем выражение для «объема» $(-n)$ -куба

$$V_{-m} = V_n = h^{-m} = h^n \quad (3.4)$$

Формула (3.4) показывает, что зависимость (3.1) может быть аналитически продолжена в область не положительных значений n .

Выражения (3.2)–(3.4), несмотря на свою простоту, дают много пищи для размышлений. Замечательно, что «объем» 0-куба всегда равен единице, независимо от единиц измерения. В настоящее время мы не знаем, что это означает физически. Возможно, существует исключительная мера, связанная с наличием в природе «фундаментальной длины». Но, скорее всего, это какое-то специфическое свойство нуль-пространства.

Согласно (3.4), при $n \leq 1$ чем больше куб, тем меньше его «объем». Это может означать, что меньшее по «объему» тело каким-то образом составлено из «тел» больших размеров. (см. Гипотезу 4) Не потому ли минус-тела не наблюдаются в макром мире, что их «объем» слишком мал?

Площадь «поверхности» обычного n -мерного куба равна

$$S_n = 2nh^{n-1} \quad (3.5)$$

(Под площадью «поверхности» n -куба мы подразумеваем сумму «объемов» его $(n-1)$ -мерных граней.)

Замечание 3.1. На первый взгляд не понятен случай $n = 1$, когда куб является отрезком. При этом $S_1 = 2$. Однако, поскольку отрезок имеет две концевые точки являющиеся 0-мерными объемами, каждый из которых равен единице, этот результат согласуется с (3.2).

Экстраполируем формулу (3.5) на случаи $n \leq 0$. Из (3.5) следует, что площадь поверхности нуль-куба равна нулю. Это заключение еще не говорит об отсутствии «поверхности». Площадь может быть образована «ненаблюдаемыми квазисуммами» каких-то элементов в соответствии с равенствами типа $\dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = 0$ или $\dots + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = 0$.

При $n \leq 1$ $S_n < 0$. Можно предложить несколько вариантов интерпретации отрицательного значения площади.

– Поверхность минус-тела суть сумма двухстороннего бесконечного числа поверхностей с «дырками». Образ этой ситуации мы постоянно встречаем в настоящей работе (см., например, 1.41).

– Отрицательной может быть и квазисумма РР с положительными слагаемыми (см. 1.6).

– Поверхность ориентирована «в обратную сторону», т. е. расположена «внутри куба». При этом минус-куб «простирается» в бесконечность какого-то недоступного нам пространства, а внутренняя поверхность соприкасается с наблюдаемым Миром.

При такой интерпретации находит объяснение обратная зависимость «объема» минус-тела от размера.

Длина диагонали обычного n -куба выражается формулой

$$d_n = \left(\sum_{k=1}^n h^2 \right)^{1/2} = \sqrt{nh} \quad (3.6.)$$

Согласно (1.39) в 0-пространстве имеет место равенство

$$d_0 = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} h^2 \right)^{1/2} = 0.$$

Исключая из бесконечной суммы $m = -n$ слагаемых (с сохранением позиций этих слагаемых), получаем выражение для длины диагонали куба в пространстве не положительной размерности:

$$d_{-m} = d_n = \left(\sum_{k=-\infty}^{-m} h^2 + \sum_{k=-1+m}^0 h^2 + \sum_{k=1}^{\infty} h^2 \right)^{1/2} = \sqrt{-mh} = \sqrt{nh}.$$

Последнее показывает, что зависимость (3.6) может быть аналитически продолжена в область $n \leq 0$. При этом $d_0 = 0$, а для отрицательных значений n получаем мнимую величину. Нет необходимости привлекать для интерпретации мнимой длины время. Мы уже встречались ранее с ситуацией, когда квазисумма РР с положительными слагаемыми оказывалась комплексной (см. пример 1.13). Возможно также толкование аналогичное тому, которое было сделано выше применительно к площади поверхности куба — диагональ «находится» вне минус-куба.

3.2. Шар

«Объем» обычного n -мерного шара радиуса R дается формулой

$$V_n = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma[(n/2) + 1]} R^n \quad (3.7)$$

Γ – гамма-функция.

Будем полагать, что зависимость (3.7) может быть аналитически продолжена в область не положительных значений n . (В п. 3.1 такая возможность была продемонстрирована для куба.)

Для частных значений n находим

$$\begin{aligned} V_0 &= 1; \quad V_{-1} = \frac{1}{\pi R}; \quad V_{-2} = 0; \quad V_{-3} = -\frac{1}{2\pi^2 R^3}; \\ V_{-4} &= 0; \quad V_{-5} = \frac{3}{4\pi^2 R^5}; \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

Замечание 3.2. Нет полной уверенности, что мы правильно вычислили величины $V_{-2}, V_{-4}, \dots, V_{-2m}$. Возможно, гамма-множитель в (3.7) при $n = -2m$ следует трактовать как полусумму

$$\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{n+\varepsilon}{2} + 1\right) + \Gamma\left(\frac{n-\varepsilon}{2} + 1\right) \right], \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

которая имеет конечное значение.

Замечание 3.3. Зависимость (3.7) для $n \geq 0$ может быть представлена конечным произведением [11, с. 392]

$$V_n = \prod_{k=1}^n \frac{\pi \Gamma(k+1) R}{2^n \Gamma^2[(k/2)+1]}$$

Согласно формулам (4.1.45), для вычисления значений V_n применительно к $n \leq 0$ следует записать ДРП

$$V_n = \prod_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi \Gamma(k+1) R}{2^n \Gamma^2[(k/2)+1]} = 1$$

и последовательно заменить единицами множители $k = 0, -1, -2, \dots$.

Однако эта операция не корректна, так как некоторые множители (в частности $k = -1$) обращаются в бесконечность.

Площадь «поверхности» обычной n -сферы дается выражением

$$S_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} R^{n-1} \quad (3.10)$$

которое, будучи применено к не положительным значениям n , дает

$$\begin{aligned} S_0 &= 0, \quad S_{-1} = -\frac{1}{\pi R^2}, \quad S_{-2} = 0, \quad S_{-3} = \frac{3}{2\pi^2 R^4}, \\ S_{-4} &= 0, \quad S_{-5} = -\frac{15}{4\pi^3 R^6}, \dots \end{aligned} \quad (3.11)$$

Об истолковании нулевых и отрицательных значений V_n и S_n достаточно было сказано выше применительно к n -кубу (см. также Замечание 1 этого параграфа).

Запишем уравнение обычной n -сферы:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = R^2$$

Естественно предположить, что его аналог для нульмерного случая имеет вид

$$\dots + x_{-2}^2 + x_{-1}^2 + x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots = R^2 \quad (3.12)$$

а для $n = -m$ ($m > 0$)

$$\dots + x_{-m-1}^2 + x_{-m}^2 + \sum_{k=-m+1}^0 0 + x_1^2 + x_2^2 + \dots = R^2 \quad (3.13)$$

Положим, что все координаты точки сферы одинаковы, так что $x_k = a$. При этом из (3.12) и (3.13) получаются не вполне понятные выражения

$$0 = R^2 \quad (3.14)$$

$$-ma^2 = R^2 \quad (3.15)$$

Равенство (3.14) как будто означает, что в нульмерном пространстве радиус любой сферы равен нулю. Однако существует бесконечное множество точек, для которых уравнение (3.12) удовлетворяется без каких-либо оговорок. Отсюда следует, что нуль-сфера (если таковая существует) совершенно не похожа на обычную, но имеет какую-то достаточно сложную форму.

Формулу (3.15) объяснить проще, нежели (3.14), хотя и здесь имеется тот же парадокс, что и при нахождении диагонали куба, – величина R оказывается мнимой. Наиболее перспективным нам представляется полагать, что сфера «вывернута наизнанку» и радиус находится вне сферы.

3.3. Тетраэдрон

«Объем» правильного n -мерного симплекса со стороной h дается формулой

$$V_n = \sqrt{\frac{n+1}{2^n}} \frac{h^n}{\Gamma(n+1)} \quad (3.16)$$

«Площадь» боковой «поверхности» легко находится из (3.16), так как «грани» также являются правильными симплексами:

$$S_n = (n+1)V_{n-1} = \sqrt{\frac{n}{2^{n-1}}} \frac{n+1}{\Gamma(n)} h^{n-1} \quad (3.17)$$

Экстраполяция зависимостей (3.16) и (3.17) в область не положительных значений n дает

$$V_0 = 1, \quad S_0 = 0 \quad (3.18)$$

$$V_n = 0, \quad S_n = 0, \quad n \leq -1 \quad (3.19)$$

Результаты (3.18) не удивительны. «Объем» нуль-симплекса и «площадь» его поверхности совпадают с таковыми для куба и для шара. Трактовка формул (3.19) такая же как в п. 1. (Еще раз напоминаем: если величина «объема» или «площади поверхности» равна нулю, это еще не значит, что они не существуют.) Кроме того, возможно объяснение, данное в *Замечании 1.1* п. 1.

3.4. Дополнительные замечания

Тот факт, что $V_0 = 1$ в формулах обычной геометрии (3.1), (3.7) и (3.16) не вызывает удивления. Ведь n -объем измеряется другими n -объемами. А поскольку в «плюс-геометрии» точка не имеет структуры, объем не зависит от ее «формы». Однако в минус-геометрии положение меняется. Уравнение (3.12) показывает, что в нульмерном пространстве может существовать какая-то структура.

Здесь мы впервые встретились с двойственностью понятия точки, о которой будем неоднократно говорить далее. Ранее мы фактически постулировали существование двух проявлений алгебраического нуля – ноль *обычный* и ноль *содержательный* (см. обсуждение аксиом (1.39)). Оказывается, нульмерное пространство также может проявляться двумя способами. Если оно рассматривается как часть плюс-пространства, оно является *обычной точкой*. Если нуль-пространство относится к антипространству, оно является *протяженным* и может содержать какие-то структуры.

Отметим еще одно допущение, которое было сделано в пп. 2 и 3 (и будет делаться в дальнейшем). Обычная метрика (2.1) использует понятие расстояния (одномерный объект) между двумя точками (нульмерные объекты). При этом точки и соединяющая их прямая линия расположены в пространствах с размерностью не меньше единицы. Введенные же нами нуль- и минус-метрики (2.2)–(2.4) подразумевают, что *объекты большей размерности (точка и прямая линия) «содержатся» в пространствах с меньшим числом измерений*.

Возможно, это обстоятельство отражает специфику нашего мышления. В настоящее время единственным способом представить нуль- и минус-пространство, хотя бы с помощью математической схемы, является использование в качестве основополагающих элементов точки и отрезки, а также их комбинирование с привлечением закономерностей ДРР.

В связи с этим возникает вопрос. Могут ли правильные нуль- и минус-тела «содержать» не только точки и отрезки, но и объекты большей размерности? Ниже мы увидим, что это действительно так.

Обычный n -куб включает N элементов размерности $k \leq n$, что мы будем обозначать символом N_k^n . Для $n \geq 0$ имеем

$$N_k^n = 2^{n-k} \binom{n}{k} = \frac{2^{n-k} \Gamma(n+1)}{\Gamma(n+1-k) \Gamma(k+1)} \quad (3.20)$$

Результаты, полученные формальным использованием зависимости (3.20) при произвольных значениях n и k , удобно представить в виде таблицы 3.1.

Возможные объяснения отрицательных и дробных значений казалось бы «неделимых» элементов те же, что в п. 1. Для дробных значений имеется еще одна альтернатива, соответствующая ситуации, когда фигура является самопересекающейся. Например, обыкновенная звезда (пентаграмма) может рассматриваться как $5/2$ -угольник. Поясним это утверждение. Угол φ между радиусами, проведенными из центра в вершины звезды, соединенные одной прямой, равен $4\pi/5$. С другой стороны, для правильного m -угольника, вписанного в окружность, имеем $\varphi = 2\pi/m$. Если $\varphi = 4\pi/5$, получаем $m = 5/2$.

Таблица 3.1. Количество k -мерных элементов n -мерного куба (в пустых клетках подразумеваются нули).

$n \quad k$	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
–4	1				1/16	–1/8	5/32	–5/32	35/256
–3	–6	1			1/8	–3/16	3/16	–5/32	15/128
–2	12	–4	1		1/4	–1/4	3/16	–1/8	5/64
–1	–8	4	–2	1	1/2	–1/4	1/8	–1/16	1/32
0					1				
1					2	1			
2					4	4	1		
3					8	12	6	1	
4					16	32	24	8	1

Мы получили ответ на поставленный вопрос. Действительно, минус-кубы могут включать в качестве составных элементов кубы положительной размерности. В связи с этим использование понятий «точка» и «отрезок» применительно к антипространствам не представляется абсурдным.

В целом следует признать, что материал этого параграфа не обладает той убедительностью, что и п. 2. Однако мы сочли необходимым включить его в этот раздел, имея в виду возможное дальнейшее развитие теории антипространств.

4. Уравнение Шредингера в антипространствах

В этом разделе будут исследоваться решения стационарного уравнения Шредингера применительно к случаям нуль- и минус-пространств. Возникает вопрос – зачем это делать? Ведь ни откуда не следует, что это уравнение справедливо в антипространствах. Но мы так мало знаем об антимире, что пользуемся любой малейшей возможностью проникнуть в его тайны. И уравнение Шредингера – одна из таких возможностей.

4.1. Решение уравнения Шредингера для пространств с положительным числом измерений

В этом параграфе мы приведем известные решения уравнения Шредингера (используя наши обозначения) для удобства сопоставления со случаями пространств не положительного числа измерений.

Уравнение Шредингера для сферически симметричного случая, применительно к обычному n -мерному пространству и системе из двух взаимодействующих частиц, запишем в виде

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{n-1}{r} \frac{d\Psi}{dr} + \left(\frac{\beta}{r^{n-2}} - \varepsilon \right) \Psi = 0,$$

$$\Psi = \Psi(r), \quad r \in [0, \infty); \quad \Psi(0) < \infty, \quad \Psi(\infty) = 0; \quad n \neq 2 \quad (4.1)$$

Здесь Ψ – пси-функция, r – расстояние от центра тяжести взаимодействующих частиц. Первое слагаемое в скобках отражает зависимость потенциальной энергии системы от расстояния между частицами. Величина $\beta = const$ включает фундаментальные постоянные, массы частиц, заряды и константу взаимодействия. Положительное значение β соответствует притяжению частиц, отрицательное – отталкиванию. Коэффициент $\varepsilon = const > 0$ пропорционален собственной энергии системы E , для удобства промежуточных выкладок взятой с обратным знаком.

Сначала воспроизведем известное решение уравнения (4.1) применительно к хорошо изученному случаю $n = 3$ (см. например, [13, с. 103]). Уравнение (4.1) принимает вид

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Psi}{dr} + \left(\frac{\beta}{r} - \varepsilon \right) \Psi = 0 \quad (4.2)$$

Решение, удовлетворяющее условию ограниченности при $r \rightarrow \infty$, ищется в виде

$$\Psi = F(r) \exp(-\sqrt{\varepsilon}r) \quad (4.3)$$

После подстановки (4.4.3) в (4.4.2), получаем уравнение

$$rF'' + 2(1 - \sqrt{\varepsilon}r)F' + (\beta - 2\sqrt{\varepsilon})F = 0 \quad (4.4)$$

решение которого, ограниченное при $r \rightarrow 0$, ищется в виде ряда

$$F = \sum_{m=0}^{\infty} a_m r^m \quad (4.5)$$

Коэффициенты последнего, как выясняется после подстановки (4.5) в (4.4), удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$a_{m+1} = \frac{2\sqrt{\varepsilon}(m+1) - \beta}{(m+2)(m+1)} a_m \quad (4.6)$$

Физически приемлемым решениям исходного уравнения (4.2) соответствуют случаи, когда последовательность (4.6) обрывается, т.е.

$$\varepsilon = \varepsilon_m = \frac{\beta^2}{4(m+1)^2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4.7)$$

(Можно показать, что в противном случае не удовлетворяется условие ограниченности Ψ при $r \rightarrow \infty$).

Тем самым установлено, что уравнение (4.2) имеет решения с дискретным спектром собственных значений энергии. Физически это означает, что водородоподобная материя может существовать в трехмерном пространстве.

Наше решение позволяет определить функцию Ψ с точностью до постоянного множителя. Вопрос о нормировке волновой функции на единицу мы не рассматриваем как не представляющий интереса для этого исследования.

В случае $n = 4$ замена переменной $\sqrt{\varepsilon}r = \rho$ переводит (4.1) в уравнение

$$\frac{d^2\Psi}{d\rho^2} + \frac{3}{\rho} \frac{d\Psi}{d\rho} + \left(\frac{\beta}{\rho^2} - 1 \right) \Psi = 0 \quad (4.8)$$

не содержащее параметра ε . При этом, даже не решая уравнение (4.8), можно утверждать, что дискретные значения энергии не определяются, что исключает возможность существования водородоподобных объектов в четырехмерном пространстве.

Замечание 4.1. Сделанный вывод сохраняет силу для системы из любого числа взаимодействующих частиц, так как после замены $\sqrt{\varepsilon}r_{ik} = \rho_{ik}$ получается система уравнений типа (4.8), не содержащая величины ε .

Замечание 4.2. Для реальных систем всегда имеются отклонения от степенного закона взаимодействия на достаточно малых расстояниях. При этом в уравнении (4.8) появляются дополнительные слагаемые и приведенные выше рассуждения становятся неправомерными. Однако ясно, что если точечные системы и существуют в четырехмерном пространстве, то они не могут быть аналогом трехмерных.

Для пространств $n \geq 5$ выражение (4.1) при $r \rightarrow 0$ переходит в уравнение Бесселя $r^2\Psi'' + (n-1)r\Psi' + \beta r^{4-n}\Psi = 0$, имеющее решения

$$\begin{aligned} \Psi &= r^{(n-2)/2} J_v \left(-\frac{2}{n-4} \sqrt{\beta} r^{(4-n)/2} \right), \\ \Psi &= r^{(n-2)/2} Y_v \left(-\frac{2}{n-4} \sqrt{\beta} r^{(4-n)/2} \right), \quad v = \frac{n-2}{n-4} \end{aligned} \quad (4.9)$$

(Здесь J_v и Y_v — функции Бесселя первого и второго рода, соответственно.)

Выражения (4.9) для $n \geq 5$ осциллируют при $r \rightarrow 0$ с возрастающей частотой и амплитудой, что физически неприемлемо. Следовательно, и при $n \geq 5$ двухчастичный объект с законом взаимодействия r^{2-n} не реализуется.

Невозможность существования водородоподобной материи при $n \geq 4$ была ранее установлена в работе [16].

Полученные результаты настолько любопытны, что возникает потребность исследовать также случаи $n = 1$ и $n = 2$.

Для $n = 1$ уравнение (4.1) переписывается следующим образом

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + (\beta r - \varepsilon)\Psi = 0 \quad (4.10)$$

Замена переменной $r = \beta^{-1/3}\rho + \beta^{-1}\varepsilon$, $\rho = \beta^{1/3}r - \varepsilon\beta^{-2/3}$ переводит (4.10) в уравнение Эйри:

$$\frac{d^2\Psi}{d\rho^2} + \rho\Psi = 0, \quad \rho \in [-\varepsilon\beta^{-2/3}, \infty) \quad (4.11)$$

Ясно, что величина Ψ зависит от ρ непрерывным образом. Поэтому дискретные уровни энергии не наблюдаются.

Приведем решение уравнения (4.11), которое подтверждает сделанный вывод: $\Psi = \sqrt{\rho} J_{1/3}\left(\frac{2}{3}\rho^{3/2}\right)$.

Остается исследовать случай $n = 2$. Вместо (4.1) рассмотрим уравнение

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr} + \left[\beta \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) - \varepsilon \right] \Psi = 0 \quad (4.12)$$

Величина $r_0 = \text{const} > 0$ введена для того, чтобы сделать выражение под знаком логарифма безразмерным. Мы не будем обсуждать физический смысл r_0 , потому что для нашего рассмотрения это не существенно.

Замена переменной

$$r = r_0 \exp\left(\frac{\rho + \varepsilon}{\beta}\right), \quad \rho = \beta \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) - \varepsilon$$

переводит (4.12) в уравнение

$$\frac{d^2\Psi}{d\rho^2} + k(\varepsilon)\rho \exp\left(\frac{2\rho}{\beta}\right)\Psi = 0, \quad k(\varepsilon) = \frac{r_0^2}{\beta^2} \exp\left(\frac{2\varepsilon}{\beta}\right)$$

Очевидно, что функция Ψ зависит от ε непрерывно. Поэтому дискретные уровни энергии не существуют. Таким образом, установлено, что в пространствах с положительным числом измерений водородоподобная материя может существовать только при $n = 3$.

4.2. Уравнение Шредингера для нуль-пространства

Применительно к случаю $n = 0$ перепишем уравнение (4.1) в виде

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr} + (\varepsilon - \beta r^2)\Psi = 0,$$

$$\Psi = \Psi(r), \quad r \in [0, \infty); \quad \Psi(0) < \infty, \quad \Psi(\infty) = 0 \quad (4.13)$$

По отношению к (4.1) для удобства изменены знаки постоянных ε и β с тем, чтобы они оставались положительными. При этом уравнение (4.13) подразумевает, что имеет место отталкивание частиц.

Уравнение (4.13) по форме напоминает уравнение линейного гармонического осциллятора [13, с. 80] и поэтому естественно применить проверенный для него метод решения.

Положим

$$\Psi = F(r) \exp\left[-\left(\sqrt{\beta}/2\right)r^2\right] \quad (4.14)$$

После подстановки (4.14) в (4.13), получаем для F уравнение

$$rF'' - \left(1 + 2\sqrt{\beta}r^2\right)F' + \varepsilon rF = 0 \quad (4.15)$$

Для $r \rightarrow 0$ положим $F \propto r^\nu$. При этом, как следует из (4.15), показатель ν должен удовлетворять условию $\nu(\nu - 2) = 0$. Отсюда получаем два возможных значения $\nu = 0$ и $\nu = 2$, обеспечивающие условие ограниченности при $r \rightarrow 0$.

Поэтому решение уравнения (4.15) будем искать в виде ряда

$$F = \sum_{m=0}^{\infty} a_m r^{\nu+m}; \quad \nu = 0, 2 \quad (4.16)$$

Подставляя (4.16) в (4.15) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях r , приходим к рекуррентному соотношению

$$a_{m+2} = \frac{2\sqrt{\beta}(\nu+m) - \varepsilon}{(\nu+m+2)(\nu+m)} a_m; \quad \nu = 0, 2 \quad (4.17)$$

Если в (4.17) положить $\nu = 0$, приходим к абсурдному результату. При $a_0 \neq 0$ коэффициент a_2 обращается в бесконечность. Поэтому физически приемлемым является только одно из двух выражений (4.17), где $\nu = 2$. Таким образом,

$$a_{m+2} = \frac{2\sqrt{\beta}(2+m) - \varepsilon}{(4+m)(2+m)} a_m; \quad m = 0, 2, 4, \dots \quad (4.18)$$

и волновая функция с точностью до постоянного множителя дается формулой

$$\Psi = (a_0 r^2 + a_2 r^4 + a_4 r^6 + \dots) \exp\left[-\left(\sqrt{\beta}/2\right)r^2\right] \quad (4.19)$$

Степенной ряд (4.19) в общем случае расходится, так как при $m \rightarrow \infty$

$$a_{2m} \propto \left(\sqrt{\beta}r^2\right)^m / m! \quad (4.20)$$

Для значений (4.20) функция F , представляемая рядом (4.16), при $r \rightarrow \infty$ имеет своим пределом функцию $\exp\left(\sqrt{\beta}r^2\right)$ и экспоненциальный множитель в (4.19) не компенсирует более быстрое возрастание $F(r)$. Поэтому физически приемлемыми являются только те случаи, когда ряд (4.16) обрывается, что, согласно (4.18), дает условие, определяющее собственные значения энергии, при которых подходящее решение задачи (4.13) существует:

$$\varepsilon = \varepsilon_m = 2\sqrt{\beta}(m+2); \quad m = 0, 2, 4, \dots \quad (4.21)$$

Из формул (4.16)–(4.19) и (4.21) следует, что

– В отличие от трехмерного случая (4.7), уровни энергии положительны и расположены на одинаковых расстояниях друг от друга, отличаясь на величину $4\sqrt{\beta}$. (В этом имеется аналогия с линейным гармоническим осциллятором [13, с. 81].) Можно думать, что если нуль-системы действительно существуют, они должны быть более стабильными, чем системы в других измерениях.

– Выполняется принцип неопределенности Гейзенберга, так как минимальное значение энергии при $m = 0$ равно конечной величине: $\varepsilon_0 = 4\sqrt{\beta}$

– Частицы никогда не сближаются, так как $\Psi(0) = 0$.

– Замечательно, что связанными оказываются состояния, соответствующие отталкиванию частиц.

4.3. Уравнение Шредингера для минус-пространств

Применительно к случаю $n \leq 1$ будем рассматривать уравнение (4.1) в форме сходной с (4.13):

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} - \frac{(1-n)}{r} \frac{d\Psi}{dr} + (\varepsilon - \beta r^{2-n})\Psi = 0,$$

$$\Psi = \Psi(r), \quad r \in [0, \infty); \quad \Psi(0) < \infty, \quad \Psi(\infty) = 0 \quad (4.22)$$

Пренебрегая в (4.22) слагаемым βr^{2-n} , находим, что

$$\Psi = \Psi_0 \propto r^{2-n}, \quad r \rightarrow 0 \quad (4.23)$$

Последнее означает, что в минус-пространствах частицы никогда не сближаются.

Отбрасывая в (4.22) слагаемое ε , убеждаемся, что основной множитель, определяющий поведение решения при больших r , имеет вид

$$\Psi = \Psi_\infty \propto \exp\left[-\sqrt{\beta}\left(\frac{2}{4-n}\right)r^{(4-n)/2}\right], \quad r \rightarrow \infty \quad (4.24)$$

(При $n = 0$ отсюда следует (4.14).)

Подставляя в (4.22) выражение $\Psi = F\Psi_\infty$, убеждаемся, что найти функцию F в виде полинома (как это сделано в п. 4.1 и п. 4.2) и тем самым получить точное решение задачи не удастся. Поэтому проведем качественное исследование.

Сделаем в (4.22) подстановку

$$\Psi = r^\mu \Phi, \quad \mu = (1-n)/2 > 0 \quad (4.25)$$

Тогда для переменной Φ получаем уравнение

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \left[\varepsilon - \beta r^{2-n} - \frac{(1-n)(3-n)}{4r^2} \right] \Phi = 0 \quad (4.26)$$

Последнее по форме совпадает с уравнением, описывающим «квантовое движение» на полуоси $r \in [0, \infty)$ с потенциальной функцией

$$U(r) = \beta r^{2-n} + \frac{(1-n)(3-n)}{4r^2} > 0 \quad (4.27)$$

Выражение (4.27) обращается в бесконечность при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ и имеет минимум в точке

$$r = r_{\min} = \left[\frac{(1-n)(3-n)}{2\beta(2-n)} \right]^{1/(4-n)} \quad (4.28)$$

Первое граничное условие для уравнения (4.26), в соответствии с (4.23) и (4.25), можно получить из выражения $\Phi(r) \leq \text{const} \cdot r^{(3-n)/2}$, $r \rightarrow 0$. Имеем

$$\Phi(0) = 0 \quad (4.29)$$

Второе граничное условие следует из (4.24) и (4.25):

$$\Phi(\infty) = 0 \quad (4.30)$$

Уравнение (4.26), рассматриваемое на полуоси $r \in [0, \infty)$ совместно с граничными условиями (4.29) и (4.30), имеет бесконечное дискретное множество решений, соответствующих дискретному множеству собственных значений энергии $\varepsilon = \varepsilon_m > 0$. Этот факт объясняется тем, что в случаях $n \leq 1$ потенциальная яма (4.27) имеет «более крутые стенки», чем при $n = 0$, когда аналогичные решения существуют.

Таким образом, связанные состояния с дискретным спектром собственных значений энергии существуют при всех $n \leq 0$.

4.4. Учет орбитального движения

В настоящее время мы не можем отчетливо представить, что собой представляют всевозможные вращения в не положительных пространствах. Тем не менее, можно формально рассмотреть следующее обобщение уравнения (4.22), имеющее отношение к «вращениям»

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} - \frac{(1-n)}{r} \frac{d\Psi}{dr} + \left(\varepsilon - \beta r^{2-n} - \frac{\lambda}{r^2} \right) \Psi = 0 \quad (4.31)$$

(Граничные условия те же, что в (4.22).)

Безразмерный параметр $\lambda = \text{const} > 0$ можно трактовать как *постоянную разделения переменных*, не задумываясь о том, какие именно «вращения» она представляет.

Для $n = 0$ (нульмерное пространство) можно искать величину Ψ в виде (4.14). При этом вместо (4.15) получаем следующее уравнение для функции F :

$$r^2 F'' - (r + 2\sqrt{\beta} r^3) F' + (\varepsilon r^2 - \lambda) F = 0 \quad (4.32)$$

При $r \rightarrow 0$ имеем

$$F \propto r^{\nu}, \quad \nu = 1 \pm \sqrt{1 + \lambda} \quad (4.33)$$

Отрицательное значение ν не согласуется с граничным условием $\Psi(0) < \infty$ и поэтому должно быть исключено.

Подставляя в (4.32) ряд

$$F = \sum_{m=0}^{\infty} a_m r^{\nu+m}, \quad \nu = 1 + \sqrt{1 + \lambda} \quad (4.34)$$

и приравнявая выражения при одинаковых степенях r , находим рекуррентное соотношение

$$a_{m+2} = \frac{2\sqrt{\beta}(\nu+m) - \varepsilon}{(\nu+m+2)(\nu+m) - \lambda} a_m, \quad \nu = 1 + \sqrt{1 + \lambda} \quad (4.35)$$

Отсюда следует, что при

$$\varepsilon = \varepsilon_m = 2\sqrt{\beta}(\sqrt{1+\lambda} + m + 1) \quad (4.36)$$

ряд (4.34) обрывается. Таким образом, формула (4.36) дает возможные значения энергетических уровней при наличии орбитального движения. Если величина λ имеет конечное или бесконечное дискретное количество значений, в соответствующее число раз увеличивается и число возможных состояний системы.

Рассмотрим случаи $n \leq 1$. Подстановка (4.25) переводит (4.31) в аналог уравнения (4.26):

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \left\{ \varepsilon - \beta r^{2-n} - \left[\lambda + \frac{(1-n)(3-n)}{4} \right] \frac{1}{r^2} \right\} \Phi = 0 \quad (4.37)$$

Сравнивая (4.37) и (4.26), убеждаемся, что при $\lambda + (1-n)(3-n)/4 > 0$ нет никаких качественных отличий от случая $\lambda = 0$.

Таким образом, для всех $n \leq 0$ состояния с дискретным энергетическим спектром реализуются и при наличии «вращения».

Замечание 4.3. Отсутствие дискретного спектра при $\lambda \neq 0$ было ранее установлено в работе [16] применительно к значениям $n \geq 4$.

5. Физические аналогии

Заранее предупредим читателя — какие-либо *количественные* сопоставления с экспериментальными фактами, вытекающие из концепции нуль- и минус-пространства, у нас отсутствуют. В настоящее время имеется слишком ограниченный объем сведений по вопросам, связанным с реальностью. Несомненно, можно построить абстрактную *математическую теорию* антипространства, включающую минус-алгебру и минус-геометрию. Первым шагом должно стать более углубленное исследование РР и ДРР в тех вопросах, которые непосредственно связаны с минус-концепцией. В частности, необходимо установить границы применимости формул, дающих нулевое значение квазисумме ДРР.

Однако на пути создания *минус-механики* и *минус-физики* имеется ряд препятствий неясной степени сложности. В частности, мы не знаем, являются ли масса и заряд специфическим трехмерным проявлением свойств материи или эти сущности имеют аналоги и при других (в том числе не положительных) размерностях пространства. Как «течет» время в антипространствах? Существует ли минус-время (в том числе многомерное и минус-мерное)? И т. д.

Построение минус-механики и минус-физики может быть сделано перебором огромного количества вариантов сопоставления теоретических и экспериментальных данных, либо в результате «внезапного озарения». Ни один из этих путей не поддается прогнозированию, тем более, что в настоящее время сама необходимость минус-механики и минус-физики находится под вопросом.

Однако ряд *косвенных* закономерностей присущих нуль- и минус-объектам имеет аналоги в физике микромира. Создается впечатление, что на достаточно малых расстояниях начинают проявляться не только квантовые, но и «минус-геометрические» свойства материи. Последние не наблюдаются в макромире в силу обратной зависимости «объема» от размера (см. п. 4.).

5.1. Рабочая концепция антипространства. Дуализм понятия точки

При рассмотрении физических объектов не положительной размерности желательно иметь какую-то «образную» картину, позволяющую ориентироваться в лабиринте далеких от повседневной практики представлений.

Согласно метрике (2.2), нульмерное пространство представляет из себя бесконечно протяженное пространство с бесконечным (счетным) множеством взаимно перпендикулярных осей. С другой стороны, точка также является нульмерным пространством.

Для примирения этих двух (на первый взгляд взаимоисключающих) концепций необходимо допустить, что справедлива физическая

Гипотеза. *В зависимости от способа взаимодействия с другим (макроскопическим или микроскопическим) объектом, нуль-объект может проявлять свои свойства либо как «бесконечно протяженный объект» либо как «точка».*

В нашей трактовке различные способы взаимодействия (наблюдения, измерения) в математическом отношении имеют своим происхождением дуализм понятия квазисуммы нулевого числа членов ряда, которая одновременно представляет обычный нуль и двухстороннюю бесконечную сумму конечных величин (см. п. 1.3.).

Замечание 5.1. Наша интерпретация дуализма точки не является принципиально новой. Согласно принципу неопределенности Гейзенберга, движущийся электрон можно трактовать как точечный объект, если его импульс не определен, либо как бесконечно протяженный, если импульс известен точно.

Дельта-функция Дирака (аналог «физической» точки) может быть представлена интегралом

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ixt) dt \quad (5.1)$$

содержащим всевозможные гармоники, «размазанные» по всей оси x (аналог «протяженной» точки).

Представление (5.1) полезно в приложениях, так как дает возможность решать краевые задачи с «точечными» граничными условиями, используя различные варианты метода Фурье.

Минус-пространства получаются «изъятием» из нуль-пространства некоторого числа координатных осей с обязательным сохранением их «места». При этом не выявлено какой-либо универсального типа симметрии при замене $n \rightarrow -n$. Редким исключением является формула для «объема» n -куба: $V_n = 1/V_{-n}$ (см. п. 3.1.).

5.2. Гипотеза Большого взрыва

Происхождение трехмерной Вселенной «из ничего» некоторым образом может быть объяснено «взрывом» нульмерного (или минус-мерного) пространства, которое «выделило» из себя трехмерное. Большинство физиков в настоящее время склоняются к точке зрения, что исходное «ничто» является неизвестным нам состоянием вещества, возможно, с неизвестными геометрическими свойствами. Но, предлагая различные гипотетические варианты «праматерии», естественно привлекать «ближайших родственников» нашего пространства. Таковыми, в частности, являются наши антипространства. От других (пусть и искривленных) пространств имеется выгодное отличие. Будучи не наблюдаемыми в макром мире, они являются бесконечно протяженными, и поэтому трехмерной материи «есть куда расширяться».

Конечно, наша гипотеза порождает множество философских и физических вопросов. Например, существует ли нуль-пространство в единственном экземпляре или их бесконечно много (в соответствии с тем, что в нашем М мире «много физических точек»)?

Изменилась ли размерность пра-пространства после «выделения» нашего Мира? Имеется ли один трехмерный Мир или из различных координат пра-мира могут возникнуть много трехмерных миров, которые не пересекаются и могут взаимодействовать только через нуль-пространство? Не является ли гравитация «пружиной», пытающейся возратить наш Мир в антипространство из которого мы «выскочили» через точку? (Разумеется, точка предполагается «физической» и размер ее может быть связан с «фундаментальной длиной», если таковая имеется.) Происходит ли в настоящее время рождение трехмерной материи, например, в квазарах или ядрах галактик? Не являются ли черные дыры нуль- или минус-

объектами? Может ли искривленное антипространство быть одновременно плюс-мерным? И т. д.

5.3. Перечень аналогий

В этом параграфе перечислены некоторые факты, для которых возможно качественное объяснение в рамках концепции антипространства.

– Чем «протяженнее» субатомный объект, тем меньше его масса. Этот факт известен почти с момента рождения квантовой механики. Как следует из формулы Де Бройля $\lambda = h/(mc)$, длина волны движущейся частицы обратно пропорциональна ее массе. Комптоновская длина волны $\lambda = h/(mc)$, характеризующая относительные размеры микрообъектов в состоянии покоя, зависит от массы таким же образом.

Аналогичной является зависимость «объема» минус-тела от размера (см. п. 3.4.). Правда мы используем здесь дополнительные предположения, что объем частицы связан с массой прямой зависимостью (не обязательно линейной), а размер коррелирует с длиной волны.

– Дуализм частица-волна в физическом отношении напоминает двойственность понятия точки, которая одновременно является также бесконечно протяженным нульмерным пространством. В математическом отношении указанный дуализм имеет своим происхождением понятие суммы нулевого числа членов ряда (см. п. 1.3.) Последняя может быть представлена либо нулем, либо ДРР, квазисумма которого равна нулю.

– Отсутствие потери энергии при «орбитальном движении» электрона может говорить о том, что «вращение» происходит в антипространстве, законы излучения в котором нам не известны. Эти же соображения относятся к такому понятию как спин.

– Считается, что в кварконии сила взаимодействия кварков F не убывает с расстоянием. Согласно п. 4, это может иметь место в пространствах $n \leq 1$, так как $F \propto r^{1-n}$. Правда, в настоящее время считается, что эта сила вообще не зависит от расстояния, т. е. имеем $n = 1$. Однако наши знания о кваркониях не противоречат и возможностям $n < 1$.

– Кварки никогда не сближаются. Согласно п. 4, волновая функция системы из двух частиц в n -пространстве ($n \leq 0$) при $r \rightarrow 0$ имеет вид $\Psi \propto r^{2-n}$. Таким образом, при всех указанных значениях n частицы не могут находиться одновременно в точке $r = 0$.

– По отношению к электрону кварки имеют дробные заряды. Этот факт допускает объяснение в рамках теории РР и ДРР, моделирующей антипространство. Мы видели, что РР с целыми слагаемыми может иметь дробную квазисумму (см. п. 1.1).

– Многомерность объектов в теории струн не исключает того, что они на самом деле являются минус-мерными.

– Расходимости в квантовой электродинамике представляют из себя привычное явление. Обычно регуляризация «расходящихся формул» заключается в вычитании аналитического слагаемого, имеющего особенность, и сохранении конечной составляющей, которой и придается физический смысл. То есть расходящаяся часть трактуется как «ненаблюдаемая». Но «ненаблюдаемость» аналитических выражений является неотъемлемой частью теории антипространства. Не являются ли расходимости в существующих теориях следствием попыток описать минус-мерную ситуацию на языке плюс-формул? Неважно, что обычно речь идет об интегралах, а в нашей концепции о сумме. Ведь интеграл – это тоже сумма.

Трехмерные тела при различных движениях и взаимодействиях проявляют не только трехмерные свойства, но также двумерные (вращение) и одномерные (прямолинейное движение) и нульмерные (когда размер тела много меньше характерных размеров процесса).

Естественно допустить, что на достаточно малых расстояниях трехмерные объекты могут проявлять также свойства, отвечающие «движениям» в нуль- и минус-пространствах.

Однако описание какого-либо физического процесса на языке минус-геометрии в настоящее время нам не доступно. Не исключено, что именно формализм квантовой

механики и электродинамики позволяет провести усредненное рассмотрение явлений в антипространствах. Возможно ли более детальное описание дифракции электрона, его движения внутри атома, спина и т. д. в предположении, что указанные явления происходят (хотя бы частично) в антипространстве? Этого мы не знаем. Однако такая альтернатива должна приниматься во внимание при рассмотрении фундаментальных проблем физики микромира.

Нарисованная нами картина Мира еще не имеет статуса физической теории. Это только «предтеча» (квазитеория), основным достоинством которой является достаточная занимательность. Тем не менее, ясно, что на пути построения минус-алгебры мы можем получить важные результаты, имеющие приложения в «обычных» разделах математики. Расходящиеся ряды, которые были изгнаны из анализа (в основном усилиями Вейерштрасса), должны получить новую жизнь.

Что касается физических приложений, то вопрос о реальном существовании нуль- и минус-объектов, разумеется, остается открытым.

ЛИТЕРАТУРА II

1. Анищенко В.С. *Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах.* — М.: Наука, 1990.
2. Бабенко Ю.И. *Метод расчета тепловых и диффузионных потоков.* — Л.: Химия, 1986.
3. Бабенко Ю.И. *Метод дробного дифференцирования в прикладных задачах теории тепломассообмена.* — СПб.: НПО «Профессионал», 2009.
4. Бабенко Ю.И., Иванов Е.В. *Экстрагирование. Теория и практические приложения.* — СПб.: НПО «Профессионал», 2009.
5. Гинсбург В.Л. *О физике и астрофизике.* — М.: Наука, 1974.
6. Дирак П.А.М. *Принципы квантовой механики.* — М.: Наука, 1990. Dirac, P.A.M. *Principles of Quantum Mechanics.* Oxford: Claredon Press, 1958.
7. Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. *Красота фракталов.* — М.: Мир, 1993. Peitgen, H.-O., Richter, P.H. *The Beauty of Fractals.* — Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo: Springer-Verlag, 1986.
8. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. *Интегралы и ряды.* — М.: Наука, 1982.
9. Таганов И.Н., Бабенко Ю.И. *Антивремя и антипространство.* — СПб.: СПбГУ, 2001.
10. Уиллер Дж. *Квант и Вселенная.* В кн. *Астрофизика, кванты и теория относительности.* Ред. Федоров Ф.И. — М.: Мир, 1982.
11. Фихтенгольц Г.М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3.* — М.: Наука, 1968.
12. Харди Г.Г. *Расходящиеся ряды.* — М.: ИЛ, 1951. Hardy, G.H. *Divergent Series.* Oxford: Claredon Press, 1949.
13. Шифф Л. *Квантовая механика.* — М.: ИЛ, 1959. Shiff, L. *Quantum Mechanics.* — New York-Toronto-London: McGraw Hill Book Company Inc., 1955.
14. Юшкевич А.П. (Ред.) *История математики. Т. 3.* — М.: Наука, 1972.
15. Babenko, Yu.I. Non-positive Dimension Spaces. In *Proceeding of the International conference «Problems of Practical Cosmology» held at Russian Geographical Society 23-27 June 2008, St-Peterburg.* Vol 2, p. 54.
16. Gurevich, L., Mostepanenko, V. On the Existence of Atoms in n-Dimensional Space // *Phys. Letters.* (1971) V. 35 A, № 3. P. 201.
17. Mandelbrot, B.B. *The Fractal Geometry of Nature.* — San Francisco: Freeman, 1982.
18. Méhauté, A. *Les géométries fractales.* — Paris: Hermes, 1990.

Конец Части II

Доктор физ.-мат. наук
Таганов Игорь Николаевич

Доктор физ.-мат. наук
Бабенко Юрий Иванович

АНТИВРЕМЯ И АНТИПРОСТРАНСТВО
Третье издание
(Электронное издание)

ISBN 978-5-902632-25-2

© Таганов И.Н. Часть I, 2015
© Бабенко Ю.И. Часть II, 2015

Бумажные издания
На русском языке:
ISBN 978-5-902632-17-7 (2015; Твердый переплет; 70×100 1/16)
На английском языке:
ISBN 978-5-902632-18-4 (2016; Hard cover; 70×100 1/16)