

Boxoft Image To PDF Demo. Purchase from  
www.Boxoft.com to remove the watermark

С.В. СТАРОДУБЦЕВ  
А.М. РОМАНОВ

Прохождение  
заряженных  
частиц  
через вещество

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
АКАДЕМИИ НАУК УЗБЕКСКОЙ ССР

Прохождение заряженных частиц через вещество



ЎЗБЕКИСТОН ССР ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ  
ФИЗИКА-ТЕХНИКА ИНСТИТУТИ

С. В. СТАРОДУБЦЕВ, Аи. М. РОМАНОВ

ЗАРЯДЛИ  
ЗАРРАЧАЛАРНИНГ  
МОДДАДАН ЎТИШИ

ЎЗБЕКИСТОН ССР ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ НАШРИЙТИ  
ТОШКЕНТ.1962

АКАДЕМИЯ НАУК УЗБЕКСКОЙ ССР

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С. В. СТАРОДУБЦЕВ, А. М. РОМАНОВ

ПРОХОЖДЕНИЕ  
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК УЗБЕКСКОЙ ССР  
ТАШКЕНТ-1962

В книге изложены основы теории взаимодействия заряженных частиц с веществом и рассмотрены результаты многочисленных экспериментальных исследований, связанных с прохождением тяжелых заряженных частиц и электронов через вещество.

Основное внимание уделено вопросам потери энергии заряженными частицами и производимой ими ионизацией, соотношениям между пробегом и энергией частиц и т. д. Приводится обширный справочный материал, полезный для физиков и инженеров.

Книга рассчитана на научных сотрудников исследовательских институтов, преподавателей вузов, студентов старших курсов физического и инженерно-физического профилей.

Стародубцев С. В. и Романов А. М. Прохождение заряженных частиц через вещество. Т., Изд-во Акад. наук УзССР, 1962. с. (Акад. наук УзССР, Физико-техн. ин-т).

1. Соавт.

530.3

## Глава I

### ПРОХОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

#### § 1. ВВЕДЕНИЕ

**Краткий обзор процессов взаимодействия тяжелых заряженных частиц с веществом.** При прохождении заряженных частиц через вещество могут протекать следующие процессы:

1) неупругие столкновения со связанными электронами тормозящей среды, при которых теряемая частицей энергия расходуется на возбуждение или ионизацию атомов и молекул. Потери энергии в такого рода столкновениях называются ионизационными в отличие от радиационных потерь, связанных с образованием тормозного излучения при неупругом столкновении заряженных частиц с электронами;

2) неупругие столкновения с ядрами атомов, приводящие к образованию квантов тормозного излучения, возбуждению ядерных уровней или ядерным реакциям;

3) упругие столкновения с ядрами (или атомами как целым), при которых часть кинетической энергии падающей частицы передается атомам отдачи: суммарная кинетическая энергия сталкивающихся частиц остается при этом неизменной;

4) упругие столкновения с атомными электронами;

5) эффект Вавилова — Черенкова, т. е. испускание света при прохождении частиц через вещество со скоростью, превышающей фазовую скорость распространения световых волн в данном веществе.

Характер указанных процессов и их относительная роль в ослаблении интенсивности пучков частиц и торможении не одинаковы для заряженных частиц разной массы и скорости. В связи с этим при рассмотрении вопросов, связанных с прохождением частиц через вещество, выделяют группу тяжелых заряженных частиц и группу электронов (позитронов).

Тяжелыми мы называем частицы с массой, намного превышающей массу электрона (мезоны, протоны, лейтоны,  $\alpha$ -частицы и т. д.)

Роль неупругих столкновений с ядрами и упругих столкновений с электронами в ослаблении пучка тяжелых заряженных частиц пре-небрежимо мала по сравнению с ролью неупругих ионизационных столкновений с электронами и упругих соударений с ядрами (атомами) тормозящей среды\*. В свою очередь относительная роль электронных и атомных столкновений в ослаблении интенсивности пучка

\* При энергии протонов  $\gtrsim 10^6$  ээ и энергии  $\pi$ -мезонов  $\approx 10^{11}$  ээ главную роль начинают играть неупругие ядерные взаимодействия (см. § 3).

и замедлении тяжелых заряженных частиц зависит от их заряда и скорости.

Следует различать два крайних случая: когда падающие частицы имеют малый заряд ( $z \approx 1$ ) и большую скорость ( $v \geq \frac{cZ}{137}$ ) и, наоборот, большой заряд ( $z \gg 1$ ) и „малую“ скорость ( $v < \frac{cZ}{137}$ ). Здесь через  $z$  обозначен эффективный (с учетом экранирования электронами) заряд падающих частиц, а через  $Z$  — эффективный заряд ядер тормозящего вещества;  $c$  — скорость света.

В первом случае теоретическое описание торможения частиц оказалось вполне успешным и во многом предвосхитило развитие соответствующих экспериментальных исследований (§ 4–6). При больших скоростях и малых зарядах частиц потери энергии происходят малыми порциями, главным образом за счет неупругих соударений с электронами. При этом эффективный заряд частицы остается неизменным на большом участке пути, по крайней мере до тех пор, пока скорость частицы значительно превышает скорость электронов на ее  $K$ -оболочке. Из-за большой разницы масс тяжелая частица при столкновении с электронами почти не отклоняется от первоначального направления. Частицы одинаковой энергии проходят до остановки в веществе практически один и тот же путь. Все это наглядно иллюстрируется снимками следов  $\alpha$ -частиц и протонов в камере Вильсона или в фотоэмulsionии.

При уменьшении скорости заряженных частиц до величин, сравнимых со скоростью внутренних электронов атомов вещества ( $v \sim \frac{cZ}{137}$ ), роль последних в торможении частиц уменьшается. Указанное обстоятельство учитывается теорией путем введения так называемых поправок на эффект связи электронов (§ 4). Наконец, при дальнейшем уменьшении скорости заметную роль начинает играть перезарядка — процесс захвата и потеря частицами электронов (§ 7). На этой стадии торможения эффективный заряд частицы непрерывно уменьшается, скорость потерь энергии за счет неупругих соударений с электронами также становится меньше и одновременно возрастает роль упругих атомных столкновений (§ 2). Процесс перезарядки представляет собой один из возможных способов потери энергии падающими частицами, так как он связан с образованием пар ионов. При прохождении протонов с энергией  $\sim 25$  кэВ через водород потери от перезарядки составляют 15–17% от полных потерь энергии [132]. К сожалению, адекватного теоретического описания процесса перезарядки и потерь энергии замедленными заряженными частицами в настоящее время нет. Однако имеется значительное количество экспериментальных данных (§ 5–7), позволяющих установить некоторые общие закономерности этого явления.

При релятивистских скоростях заряженных частиц следует считаться с тем, что потери энергии зависят от спина частиц, а также учитывать влияние плотности тормозящей среды и ее диэлектрические свойства (§ 4).

Несмотря на то, что энергия, расходуемая быстрыми заряженными частицами на излучение Вавилова — Черенкова ничтожно мала по сравнению с ионизационными и другими видами потерь, роль этого излучения весьма велика при исследованиях в области высоких энергий. Соответствующие сведения об излучении Вавилова — Черенкова содержатся в § 9.

Для частиц с большим зарядом и малой скоростью существенное значение имеют процессы перезарядки. При снижении скорости частиц быстро уменьшаются эффективный заряд и ионизационные потери энергии, т. е. наблюдается явление, типичное для конечных участков пробега частиц малого заряда (протоны,  $\alpha$ -частицы). Одновременно нейтрализация частиц и уменьшение их скорости приводят к повышению роли упругих атомных столкновений. На некоторой стадии замедления ионизация, произведенная атомами отдачи, может составить значительную долю полной ионизации, произведенной медленной тяжелой частицей. Большая часть сведений о прохождении через вещество частиц большого заряда и малой скорости носит эмпирический характер (§ 7).

Основное внимание в данной главе уделено вопросам теоретических и экспериментальных исследований потерь энергии при прохождении частиц через вещество, зависимостям „пробег — энергия“ для тяжелых заряженных частиц в различных средах и соотношениям между теряемой энергией и ионизацией. Как известно, сведения подобного рода имеют важное значение при планировании и постановке широкого класса экспериментальных исследований, а также при интерпретации результатов этих исследований. Достаточно напомнить, что характеристики и свойства регистрирующих и анализирующих устройств, используемых в ядерной и атомной физике, определяются в конечном итоге характером взаимодействия заряженных частиц с веществом, представляющим чувствительный объем детектора. Многие методы физических исследований (см., например, § 10) связаны с явлениями, наблюдающимися при прохождении частиц через вещество.

Большой научный и практический интерес представляет изучение взаимодействия частиц с веществом с точки зрения физических и химических изменений, которые происходят в тормозящем слое под действием излучений.

**Поперечное сечение взаимодействия.** Для характеристики вероятности того или иного процесса взаимодействия пользуются понятием поперечного сечения. Оно определяется следующим образом.

Пусть частица с энергией  $E$  проходит через толщу вещества  $dx$ , причем в  $1 \text{ см}^3$  вещества содержится  $n$  „центров взаимодействия“ (атомов, ядер или электронов). Тогда  $\sigma(E)ndx$  представляет вероятность того, что произойдет взаимодействие падающей частицы с интересующей нас частицей вещества. Величина  $\sigma(E)$  называется эффективным поперечным сечением взаимодействия, и она, как следует из определения, численно равна вероятности того, что данный акт взаимодействия произойдет при прохождении одной частицей мишени, содержащей один „центр взаимодействия“ на площадке  $1 \text{ см}^2$ . Поперечное сечение имеет размерность площади.

Если через мишень, содержащую  $ndx$  „центров“, проходит  $N$  частиц с энергией  $E$ , то часть из них —  $dN$  — испытывает взаимодействие (произойдет  $dN$  актов взаимодействия). При этом

$$dN = \sigma(E) N n dx. \quad (1,1)$$

Дифференциальное поперечное сечение  $\sigma(E, Q\theta, \varphi)$  определяет число актов взаимодействия частицы с мишенью, содержащей один „центр“ на площадке  $1 \text{ см}^2$ . Эти акты связаны с передачей энергии от  $Q$  до  $Q - dQ$  и отклонением падающей частицы в телесном углу от  $\Omega$  до  $\Omega - d\Omega$ , так что

$$dN = \sigma(E, Q, \theta, \varphi) N n dxdQ d\Omega, \quad (1,2)$$

где

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$

— элемент телесного угла в сферических координатах  $(r, \theta, \varphi)$ .

## § 2. УПРУГИЕ СОУДАРЕНИЯ И ПЕРЕДАЧА ЭНЕРГИИ ПРИ УПРУГОМ РАССЕЯНИИ ЧАСТИЦ НА ЯДРАХ (АТОМАХ)

**Кинематика упругих соударений (нерелятивистский случай).**

Рассмотрим наиболее часто встречающийся случай упругого столкновения двух свободных частиц, одна из которых с массой  $m_2$  до столкновения покоялась, а другая — с массой

$m_1$  — имела до соударения скорость  $v$  в лабораторной системе координат (ЛСК). В результате соударения частицы приобретают скорости  $v_1$  и  $v_2$ , разлетаются под углами  $\theta_1$  и  $\theta_2$  к направлению вектора  $v$  (рис. 1). Величины скоростей частиц после соударения легко определяются на основе соотношений, выражающих законы сохранения импульса и энергии. В нерелятивистском приближении ( $\beta = \frac{v}{c} \ll 1$ , где  $c$  —

Рис. 1. Схема соударения двух частиц.

скорость света) соответствующие расчеты приводят к следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[ \cos \theta_1 \pm \sqrt{\left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 - \sin^2 \theta_1} \right] v = \\ &= v \frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ v_2 &= v \left( \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} \right) \cos \theta_2. \end{aligned} \right\} \quad (2,1)$$

При  $m_1 < m_2$  в первой из формул (2,1) допускаются оба знака перед корнем, при  $m_2 < m_1$  берется знак плюс. Легко показать также, что при  $m_1 > m_2$  углы отклонения соударяющихся частиц не могут быть больше, чем

$$\theta_{1\max} = \arcsin \left( \frac{m_2}{m_1} \right),$$

$$\theta_{2\max} = \arcsin \left( \frac{m_1 - m_2}{2m_1} \right)^{1/2}.$$

Например, при упругом рассеянии на водороде  $\alpha$ -частиц последние не могут отклониться от первоначального направления на угол больше  $14^\circ 30'$ . Связь между кинетическими энергиями частиц до и после соударения определяется соотношениями

$$T_1 = T \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \left[ \cos \vartheta_1 \pm \sqrt{\left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 - \sin^2 \vartheta_1} \right]^2 = \\ = T \left[ \frac{\sin \vartheta_1}{\sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)} \right]^2 . \quad (2,2)$$

$$T_2 \equiv Q = T \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cos^2 \vartheta_2 = T \frac{m_1}{m_2} \left[ \frac{\sin \vartheta_1}{\sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)} \right]^2$$

При лобовом ударе ( $\vartheta_2 = 0$ ) первоначально покоящейся частице передается максимальная энергия, равная

$$T_{2\max} \equiv Q_{\max} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} T. \quad (2,3)$$

Так, например, при лобовом упругом столкновении нейтрона с протоном происходит полная остановка нейтрона, а энергия протона отдачи равна начальной энергии нейтрона. При упругом рассеянии нейтронов на дейтерии и углероде максимальная энергия ядер отдачи составляет соответственно 89 и 28% от энергии рассеиваемых нейтронов. Таким образом, легкие элементы являются эффективными замедлителями нейтронов, что широко используется в ядерной физике и технике.

Рассмотрим результат упругого соударения в системе координат, в которой центр инерции сталкивающихся частиц движется (СЦИ).

Суммарный импульс взаимодействующих частиц в СЦИ равен нулю, так что скорости частиц обратно пропорциональны величинам их масс.

До столкновения частица с массой  $m_1$  движется по направлению к центру инерции системы  $C$  (рис. 2) со скоростью

$$v_{1C} = v - v_C = v \frac{m_2}{m_1 + m_2} = v \frac{\mu}{m_1},$$

а частица  $m_2$  движется к центру инерции в противоположном направлении со скоростью

$$v_{2C} = v_C = v \frac{m_1}{m_1 + m_2} = v \frac{\mu}{m_2}.$$

Здесь и дальше  $\mu$  означает приведенную массу системы частиц

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (2,4)$$

В силу законов сохранения скорости (импульсы) частиц в СЦИ после соударения остаются неизменными по величине и противоположно направленными. Результатом упругого соударения частиц в

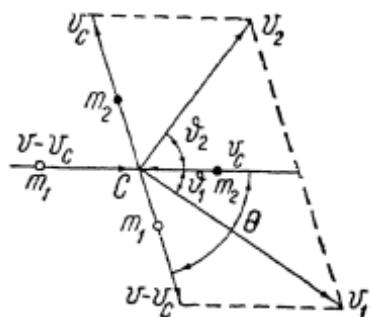


Рис. 2. Диаграмма скоростей частиц при упругом соударении.

СЦИ является поворот скоростей частиц на один и тот же угол  $\Theta$  (рис. 2), который называется углом рассеяния в СЦИ.

Результат любого взаимодействия частиц определяется энергией относительного движения в СЦИ, которая равна

$$T_c = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T = \frac{1}{2} \mu v^2. \quad (2,5)$$

Из формулы (2,5) следует, например, что при рассеянии  $\alpha$ -частиц на золоте энергия соударения в СЦИ составляет 98% энергии соударения в ЛСК, а при рассеянии на атомах  $\text{Li}^6$  — только 60%.

Для того чтобы найти связь между углами рассеяния в ЛСК и СЦИ, вновь обратимся к диаграмме скоростей, изображенной на рис. 2. Из диаграммы видно, что скорости  $v_1$  и  $v_2$  являются векторными суммами скоростей соответствующих частиц в СЦИ (после соударения) и скорости центра инерции в ЛСК.

Углы рассеяния в СЦИ и ЛСК связаны следующими соотношениями:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{(v - v_C) \sin \theta}{v_C + (v - v_C) \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{k + \cos \theta}, \quad (2,6)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} (\pi - \theta), \quad (2,7)$$

$$\sin(\theta - \theta_1) = k \sin \theta_1; \quad (2,8)$$

здесь

$$k = \frac{m_1}{m_2}.$$

Анализ приведенных формул позволяет сделать несколько заключений общего характера.

Когда  $k < 1$ , или  $m_1 < m_2$ , величина  $\theta_1$  непрерывно возрастает от 0 до  $\pi$  при увеличении  $\Theta$  от 0 до  $\pi$ . При этом  $\theta_1 > \frac{\theta}{2}$ , а  $(\theta_1 + \theta_2) > \frac{\pi}{2}$ .

В предельном случае  $m_1 \ll m_2$ ,  $\theta_1 \approx \Theta$  и  $\theta_1 + \theta_2 \approx \frac{\pi + \Theta}{2}$ .

При равенстве масс сталкивающихся частиц ( $k = 1$ )

$$\theta_1 = \frac{\theta}{2} \text{ и } \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2},$$

т. е. угол разлета частиц после соударения в ЛСК равен  $\frac{\pi}{2}$  и рассеяние в „заднюю“ полусферу не происходит. Изменению  $\Theta$  от 0 до  $\pi$  соответствует изменение  $\theta_1$  от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ .

Наконец, при  $m_1 > m_2$  ( $k > 1$ )

$$\theta_1 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ и } \theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{2}.$$

Угол  $\theta_1$  растет в этом случае от 0 до максимального значения  $\arcsin\left(\frac{1}{k}\right) < \frac{\pi}{2}$  при увеличении  $\Theta$  от 0 до  $\arccos\left(-\frac{1}{k}\right)$ ; при дальнейшем росте  $\Theta$  угол  $\theta_1$  уменьшается, достигая нуля при  $\Theta = \pi$ .

Величины скоростей в ЛСК  $v_1$  и  $v_2$  связаны с углом рассеяния  $\Theta$  следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{\sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos \Theta}}{m_1 + m_2} v \\ v_2 &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v \sin \frac{\Theta}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (2,9)$$

Вторая из формул (2,2), характеризующая величину переданной при соударении энергии, с учетом выражений (2,3) и (2,7) может быть записана в виде

$$Q = Q_{\max} \sin^2 \frac{\Theta}{2}. \quad (2,10)$$

Формула (2,10) справедлива и в релятивистском случае при использовании соответствующего значения  $Q_{\max}$  (см. ниже).

Совокупность приведенных здесь и в следующем разделе параграфа кинематических соотношений основана на применении законов сохранения. При этом не делается никаких предположений о природе и характере сил, вызывающих отклонение частиц при соударении. Однако для того чтобы определить величину угла рассеяния в единичном акте или распределение частиц по углам рассеяния, необходимо решить задачу о движении частиц с учетом конкретного закона их взаимодействия.

**Кинематика упругих соударений релятивистских частиц.** Рассеяние релятивистской частицы с массой покоя  $m_1$  и энергией  $E = T + m_1 c^2$  на неподвижной частице с массой покоя  $m_2$  описывается следующими кинематическими соотношениями [13, 65]:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E - \frac{m_2 (E^2 - m_1^2 c^4)}{m_1 c^2 + m_2 c^2 + 2m_2 E} (1 - \cos \Theta) \\ E_2 &= m_2 c^2 + \frac{m_2 (E^2 - m_1^2 c^4)}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 E} (1 - \cos \Theta) \end{aligned} \right\}, \quad (2,11)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} T_{2\max} &= Q_{\max} = \frac{2m_2 (E^2 - m_1^2 c^4)}{(m_1^2 + m_2^2) c^2 + 2m_2 E} \\ \frac{T_{1\min}}{T} &= \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1^2 + m_2^2 + \frac{2}{c^2} m_2 E} \end{aligned} \right\}. \quad (2,12)$$

Здесь через  $E_1$  и  $E_2$  обозначены полные (включающие массу покоя) энергии частиц после соударения в ЛСК;  $\Theta$ , как обычно, обозначает угол рассеяния в СЦИ.

Из формул (2,12) следует, что быстрая релятивистская частица может передать значительную долю своей начальной энергии ударяемой частице как при  $m_1 \gg m_2$ , так и при  $m_1 \ll m_2$  (из формул нерелятивистской механики, см. выше, следует, что при таких соотношениях масс падающая частица передает ничтожную долю начальной энергии).

Для этого необходимо, чтобы в первом случае выполнялось условие

$$E \geq \frac{m_1^2}{m_2} c^2,$$

во втором —

$$E > m_2 c^2.$$

Углы отклонения частиц после соударения в ЛСК выражаются формулами

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{E_1(E+m_2 c^2) - E m_2 c^2 - m_1^2 c^4}{p p_1 c^2} \\ \cos \theta_2 &= \frac{(E+m_2 c^2)(E_2-m_2 c^2)}{p p_2 c^2} \end{aligned} \right\}, \quad (2.13)$$

где  $p$  — импульс падающей частицы,  $p_1$  и  $p_2$  — импульсы частиц после соударения в ЛСК. При этом

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ \beta &= \frac{v}{c} \end{aligned} \quad (2.14)$$

и

$$\frac{E}{c^2} = p^2 + m^2 c^4 = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.15)$$

Так же, как и в нерелятивистском случае, при  $m_1 > m_2$  угол рассеяния налетающей частицы не может быть больше

$$\theta_{1\max} = \arcsin \frac{m_2}{m_1}.$$

Если использовать в качестве параметра величину переданной при соударении энергии  $Q \equiv T_2$ , то углы отклонения частиц в ЛСК удовлетворяют соотношениям

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{E^2 - m_1^2 c^4 - Q(E+m_2 c^2)}{\sqrt{(E^2 - m_1^2 c^4)[(E-Q)^2 - m_1^2 c^4]}} \\ \cos \theta_2 &= \frac{Q(E+m_2 c^2)}{\sqrt{(E^2 - m_1^2 c^4)[(m_2 c^2 + Q^2) - m_2^2 c^4]}} \end{aligned} \right\}. \quad (2.16)$$

При равенстве масс сталкивающихся частиц ( $m_1 = m_2 = m$ ) имеем

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_1 &= \sqrt{\frac{2mc^2}{E+mc^2} \frac{Q}{E-Q-mc^2}} \\ \operatorname{tg} \theta_2 &= \sqrt{\frac{2mc^2}{E+mc^2} \frac{E-Q-mc^2}{Q}} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{Q}{E - Q - mc^2}}. \quad (2.18)$$

**Движение в центральном кулоновском поле.** Разложение движения системы из двух частиц на движение центра инерции и движение относительно центра инерции позволяет упростить „задачу двух тел“, свести ее к задаче о движении одной частицы с массой  $\mu$  (приведенная масса) в потенциальном поле  $U(r)$ , симметричном по отношению к неподвижному силовому центру. Поле, в котором потенциальная энергия зависит только от расстояния до некоторой неподвижной точки, называется центральным. Так, например, описание столкновения частиц с зарядами  $Z_1 e$  и  $Z_2 e$ , взаимодействие между которыми подчиняется закону Кулона, сводится к решению задачи о движении частицы с массой  $\mu$  в центральном поле сил с потенциалом

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}. \quad (2.19)$$

Соответствующие расчеты (см., например, [62]) показывают, что траектория такой частицы представляет гиперболу с фокусом в центре инерции. Она симметрична относительно прямой, соединяющей центр инерции  $C$  с ближайшей к нему точкой траектории (рис. 3). Угол  $\varphi_0$  между этой прямой и асимптотами траектории определяется соотношениями, выражающими законы сохранения энергии и момента импульса в полярных координатах  $(r, \varphi)$ :

$$\varphi_0 = \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{\left(1 - \rho^2/r^2 - \frac{U}{T_c}\right)^{1/2}},$$

где  $\rho$  — прицельный параметр, т. е. расстояние, которое прошла бы частица от центра в отсутствие силового поля;

$r_{\min}$  — минимальное расстояние частицы от центра инерции;

$T_c$  — энергия относительного движения частиц в СЦИ, определяемая формулой (2.5).

Как следует из рис. 3, углы  $\varphi_0$  и  $\Theta$  связаны соотношением

$$\Theta = |\pi - 2\varphi_0|. \quad (2.20)$$

Интегрирование выражения для  $\varphi_0$  с учетом (2.19) и (2.20) приводит к формуле, связывающей угол рассеяния  $\Theta$  и прицельный параметр  $\rho^*$

\* Эта формула пригодна только для частиц нерелятивистских скоростей. При релятивистских скоростях частиц и малых углах рассеяния

$$\Theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{v \rho}, \quad (2.21a)$$

где  $p$  — импульс падающей частицы, а  $\rho$  ограничено расстояниями, на которых поле можно считать чисто кулоновским.

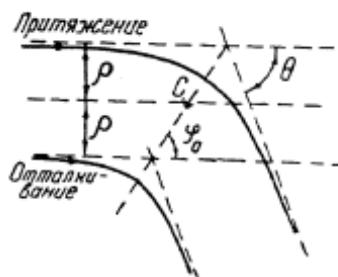


Рис. 3. Траектория частицы в центральном поле сил.

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\mu p v^2} = \frac{b}{2\rho}. \quad (2.21)$$

Здесь через  $b$  обозначено расстояние наибольшего сближения частиц при лобовом ударе ( $\rho = 0$ )

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{T_c} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{(\frac{1}{2} \mu v^2)}. \quad (2.22)$$

**Поперечное сечение рассеяния частиц в кулоновском поле.**  
Пусть на рассеивающий центр падает пучок частиц с одинаковыми скоростями  $v$ . Если обозначить через  $N$  число частиц, проходящих в 1 сек. через  $1 \text{ см}^2$  поперечного сечения пучка, то доля частиц в пучке, имеющих прицельные расстояния от  $\rho$  до  $(\rho + d\rho)$ , будет

$$dN = N 2\pi \rho d\rho.$$

Отношение

$$\frac{dN}{N} = 2\pi \rho d\rho$$

представляет собой (см. § 1) дифференциальное поперечное сечение для столкновений с прицельным параметром  $\rho$ .

Принимая во внимание (см. формулу (2.21)), что между прицельным параметром и углом рассеяния существует однозначная связь, можем ввести понятие дифференциального сечения рассеяния частиц на угол  $\Theta$

$$d\sigma(\Theta) = 2\pi \rho(\Theta) \left| \frac{dp}{d\Theta} \right| d\Theta$$

или, относя сечение к элементу телесного угла  $d\Omega = 2\pi \sin \Theta d\Theta$ ,

$$d\sigma(\Theta) = \frac{\rho \Theta}{\sin \Theta} \left| \frac{dp}{d\Theta} \right| d\Omega.$$

Используя (2.21) и производя несложные преобразования, получим выражение для поперечного сечения рассеяния частиц в кулоновском поле

$$d\sigma = \frac{\pi b^2}{4} \cos \frac{\theta}{2} \operatorname{cosec}^3 \frac{\theta}{2} d\Theta \quad (2.23)$$

или

$$\sigma(\Theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b^2}{16} \operatorname{cosec}^4 \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{16 T_c^2} \operatorname{cosec}^4 \frac{\theta}{2}. \quad (2.24)$$

При  $\Theta > \frac{\pi}{2}$  параметр столкновения  $\rho \ll \frac{b}{2}$  и поперечник сечения рассеяния назад равен  $\frac{\pi b^2}{4}$ . Поэтому величину  $b$  иногда называют диаметром соударения.

Формула (2.24) известна под названием формулы Резерфорда. Приведем ее в удобном для практических расчетов виде

$$\sigma_R(\Theta) = \frac{1,295 Z_1^2 Z_2^2}{T_c^2 (M_{\text{эф}})} \operatorname{cosec}^4 \frac{\theta}{2} \text{ мбарн/стер.} \quad (2.24a)$$

Относительные величины сечений резерфордовского рассеяния, дающие представление об изменении сечений с углом, даны в табл. 1 (случай  $\frac{b}{a} = 0$ ).

Полное сечение рассеяния на угол, превышающий  $\Theta_0$ , выражается формулой

$$\sigma_{R\theta} = \int_{\Theta_0}^{\pi} d\sigma_R = -\frac{16,2 Z_1^2 Z_2^2}{T_c^2 (M_{\text{барн}})} \operatorname{ctg}^2 \frac{\Theta_0}{2} \text{ мбарн.} \quad (2,25)$$

Так, полное сечение рассеяния протонов с энергией 5 МэВ на углы, превышающие  $10^\circ$  (СЦИ), равно  $\sim 3$  барн ( $3 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ ), если рассеяние происходит на углероде, и равно 527 барн, если рассеивателем является золото. Соответствующая вероятность рассеяния протона на угол, превышающий  $10^\circ$ , при прохождении 10 мк в графите и золоте\* равна  $4 \cdot 10^{-4}$  и  $4,3 \cdot 10^{-3}$ .

Если масса падающей частицы  $m_1$  много меньше массы рассеивающей неподвижной частицы  $m_2$ , то  $\Theta \approx \vartheta_1$  и  $T_c \approx T$  (энергия падающей частицы в ЛСК). В этом случае при расчете сечений рассеяния по формуле (2,24) можно использовать величины  $\vartheta_1$  и  $T$  вместо  $\Theta$  и  $T_c$ .

В общем же случае рассеяние в ЛСК описывается формулой\*\*

$$\sigma(\vartheta_1) = \frac{d\sigma}{d\omega_1} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4T^2} \times \\ \times \frac{1}{\sin^4 \vartheta_1} \frac{\left[ \cos \vartheta_1 \pm \sqrt{1 - \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^2 \sin^2 \vartheta_1} \right]^2}{\pm \sqrt{1 - \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^2 \sin^2 \vartheta_1}}, \quad (2,26)$$

где  $d\omega_1 = 2\pi \sin \vartheta_1 d\vartheta_1$  — элемент телесного угла в ЛСК.

При  $m_1 < m_2$  в формуле (2,26) следует перед корнем брать положительный знак. Если  $m_1 > m_2$ , то расчет для данного угла  $\vartheta_1$  надо производить при знаке плюс и минус перед корнем, а затем сложить результаты. При равенстве масс рассеиваемых и рассеивающих частиц ( $m_1 = m_2$ )

$$\sigma(\vartheta_1) = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T^2} \frac{\cos \vartheta_1}{\sin^4 \vartheta_1}. \quad (2,27)$$

Если рассеиваемая и рассеивающая частицы имеют не только одинаковые массы, но и тождественны, то необходимо учитывать квантовомеханический эффект обмена. С учетом этого эффекта сечение рассеяния в ЛСК определяется формулой Мотта (см., например, [71]):

$$\sigma(\vartheta) = \frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{Z^2 e^4 \cos \vartheta}{T^2} \left\{ \frac{1}{\sin^4 \vartheta} + \frac{1}{\cos^4 \vartheta} + \right. \\ \left. - 2 \left[ \frac{1}{\sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta} \cos \frac{2\pi Z^2 e^2}{hv} \ln \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \right\}, \quad (2,28)$$

\* Заметим, что средний пробег протонов с энергией 5 МэВ в графите равен 180 мк, в золоте — 61 мк (см. § 4).

\*\* Эту формулу в литературе иногда называют формулой Дарвина.

Таблица 1

Расчетные значения расстояний наименьшего сближения  $r_{\min}$  параметров соударения  $\rho$  и дифференциальных попечных сечений  $\sigma_{\text{экр}}$  для рассеяния в поле с потенциалом (2,34) по Эверхардту [236]

$\frac{\theta}{\pi}$	$\frac{b}{a} = 0$			$\frac{b}{a} = 0,1$			$\frac{b}{a} = 0,2$			$\frac{b}{a} = 0,5$		
	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{\rho}{b}$	$\frac{\sigma_R(\theta)}{b^2}$	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{\rho}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экр}}(\theta)}{b^2}$	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{\rho}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экр}}(\theta)}{b^2}$	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{\rho}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экр}}(\theta)}{b^2}$
0,01	32,3	31,8	$1,03 \cdot 10^6$	14,3	14,2	$1,02 \cdot 10^6$	9,59	9,51	$3,6 \cdot 10^4$	5,26	5,22	$8,1 \cdot 10^3$
0,02	16,4	15,9	$6,42 \cdot 10^4$	9,85	9,65	$1,47 \cdot 10^4$	7,11	6,99	$6,3 \cdot 10^3$	4,16	4,10	$1,70 \cdot 10^3$
0,03	11,1	10,6	$1,27 \cdot 10^4$	7,63	7,36	$4,27 \cdot 10^3$	5,77	5,62	$2,01 \cdot 10^3$	3,56	3,48	$6,1 \cdot 10^2$
0,04	8,46	7,95	$4,02 \cdot 10^3$	6,28	6,00	$1,71 \cdot 10^3$	4,91	4,75	$8,8 \cdot 10^2$	3,14	3,04	$2,91 \cdot 10^2$
0,06	5,81	5,29	$7,97 \cdot 10^2$	4,69	4,37	$4,45 \cdot 10^2$	3,87	3,63	$2,62 \cdot 10^2$	2,60	2,46	$9,8 \cdot 10^1$
0,08	4,49	3,96	$2,53 \cdot 10^2$	3,78	3,42	$1,62 \cdot 10^2$	3,19	2,92	$1,06 \cdot 10^2$	2,22	2,06	$4,32 \cdot 10^1$
0,10	3,70	3,16	$1,04 \cdot 10^2$	3,19	2,81	$7,4 \cdot 10^1$	2,74	2,14	$5,1 \cdot 10^1$	1,99	1,80	$2,26 \cdot 10^1$
0,15	2,64	2,08	$2,11 \cdot 10^1$	2,35	1,91	$1,67 \cdot 10^1$	2,09	1,73	$1,29 \cdot 10^1$	1,59	1,35	$6,5 \cdot 10^0$
0,20	2,12	1,54	$6,85 \cdot 10^0$	1,90	1,43	$5,7 \cdot 10^0$	1,73	1,32	$4,65 \cdot 10^0$	1,35	1,07	$2,57 \cdot 10^0$
0,30	1,60	0,981	$1,47 \cdot 10^0$	1,45	0,924	$1,28 \cdot 10^0$	1,34	0,865	$1,09 \cdot 10^0$	1,08	0,729	$6,9 \cdot 10^{-1}$
0,40	11,35	0,688	$5,23 \cdot 10^{-1}$	1,24	0,651	$4,64 \cdot 10^{-1}$	1,13	0,615	$4,06 \cdot 10^{-1}$	0,931	0,529	$2,78 \cdot 10^{-1}$
0,50	1,21	0,500	$2,50 \cdot 10^{-1}$	1,10	0,474	$2,23 \cdot 10^{-1}$	1,02	0,450	$1,99 \cdot 10^{-1}$	0,839	0,391	$1,43 \cdot 10^{-1}$
0,75	1,04	0,207	$8,57 \cdot 10^{-2}$	0,961	0,197	$7,7 \cdot 10^{-2}$	0,878	0,187	$7,0 \cdot 10^{-2}$	0,738	0,166	$5,4 \cdot 10^{-2}$
1,00	1,00	0	$6,25 \cdot 10^{-2}$	0,913	0	$5,65 \cdot 10^{-2}$	0,845	0	$5,14 \cdot 10^{-2}$	0,703	0	$4,01 \cdot 10^{-2}$

Продолжение табл. 1

$\frac{\theta}{\pi}$	$\frac{b}{a} = 1$				$\frac{b}{a} = 2$				$\frac{b}{a} = 5$				$\frac{b}{a} = 10$
	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экп}}(\Theta)}{b^2}$	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экп}}(\Theta)}{b^2}$	$\frac{r_{\min}}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{p}{b}$	$\frac{\sigma_{\text{экп}}(\Theta)}{b^2}$	
0,01	3,22	3,20	2,80.10 <sup>3</sup>	1,91	1,90	8,5.10 <sup>2</sup>	0,919	0,914	1,66.10 <sup>2</sup>	0,919	0,914	0,919	4,75.10 <sup>1</sup>
0,02	2,63	2,59	5,7.10 <sup>2</sup>	1,61	1,59	1,86.10 <sup>2</sup>	0,798	0,789	3,63.10 <sup>1</sup>	0,798	0,789	0,798	1,06.10 <sup>1</sup>
0,03	2,30	2,25	2,15.10 <sup>2</sup>	1,43	1,40	7,2.10 <sup>1</sup>	0,727	0,715	1,50.10 <sup>1</sup>	0,727	0,715	0,727	4,36.10 <sup>0</sup>
0,04	2,08	2,02	1,06.10 <sup>2</sup>	1,31	1,28	3,61.10 <sup>1</sup>	0,679	0,662	7,8.10 <sup>0</sup>	0,679	0,662	0,679	2,31.10 <sup>0</sup>
0,06	1,78	1,70	3,82.10 <sup>1</sup>	1,15	1,10	1,31.10 <sup>1</sup>	0,610	0,587	3,13.10 <sup>0</sup>	0,610	0,587	0,610	9,5.10 <sup>-1</sup>
0,08	1,58	1,47	1,81.10 <sup>1</sup>	1,04	0,975	6,6.10 <sup>0</sup>	0,561	0,531	1,64.10 <sup>0</sup>	0,561	0,531	0,561	5,1.10 <sup>-1</sup>
0,10	1,41	1,28	9,8.10 <sup>0</sup>	0,957	0,880	3,76.10 <sup>0</sup>	0,525	0,487	9,7.10 <sup>-1</sup>	0,525	0,487	0,525	3,15.10 <sup>-1</sup>
0,15	1,16	1,00	3,13.10 <sup>0</sup>	0,817	0,712	1,34.10 <sup>0</sup>	0,465	0,411	3,80.10 <sup>-1</sup>	0,465	0,411	0,465	1,28.10 <sup>-1</sup>
0,20	1,03	0,828	1,37.10 <sup>0</sup>	0,723	0,595	6,3.10 <sup>-1</sup>	0,420	0,352	1,90.10 <sup>-1</sup>	0,420	0,352	0,420	6,8.10 <sup>-2</sup>
0,30	0,844	0,588	4,25.10 <sup>-1</sup>	0,610	0,438	2,14.10 <sup>-1</sup>	0,360	0,267	7,1.10 <sup>-2</sup>	0,360	0,267	0,360	2,74.10 <sup>-2</sup>
0,40	0,736	0,435	1,83.10 <sup>-1</sup>	0,592	0,332	1,00.10 <sup>-1</sup>	0,329	0,209	3,58.10 <sup>-2</sup>	0,329	0,209	0,329	1,48.10 <sup>-2</sup>
0,50	0,671	0,326	9,8.10 <sup>-2</sup>	0,497	0,252	5,6.10 <sup>-2</sup>	0,305	0,162	2,17.10 <sup>-2</sup>	0,305	0,162	0,305	9,2.10 <sup>-3</sup>
0,75	0,593	0,140	3,84.10 <sup>-2</sup>	0,440	0,110	2,36.10 <sup>-2</sup>	0,273	0,073	1,02.10 <sup>-2</sup>	0,273	0,073	0,273	4,74.10 <sup>-3</sup>
1,00	0,967	0	2,90.10 <sup>-2</sup>	0,426	0	1,83.10 <sup>-2</sup>	0,265	0	3,14.10 <sup>-3</sup>	0,265	0	0,265	3,84.10 <sup>-3</sup>

где  $h$  — постоянная Планка;

$\theta = \frac{\theta}{2}$  — угол рассеяния в ЛСК. Перед членом в квадратных скобках берется +2, если частицы имеют нулевой спин, и -1, если частицы имеют спин 1/2.

Поперечное сечение для рассеивающих частиц („сечение отдачи“) в ЛСК легко получить из формулы (2,23), используя (2,7)

$$\sigma(\theta_2) = \frac{dz}{d\omega_2} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4 T^4} \frac{1}{\cos^2 \theta_2}, \quad (2,29)$$

$$(d\omega_2 = 2\pi \sin \theta_2 d\theta_2).$$

Приведем необходимые для практических расчетов соотношения, связывающие сечения рассеяния в ЛСК и СЦИ.

Число частиц, рассеянных в бесконечно малый телесный угол  $d\Omega$  в направлении  $\Theta$ , равно числу частиц, рассеянных в угол  $d\omega$  в направлении  $\theta$ :

$$\sigma(\Theta) d\Omega = \sigma(\theta) d\omega \quad (2,30)$$

или

$$\sigma(\Theta) = \sigma(\theta) \left( \frac{\sin \theta}{\sin \Theta} \right) \frac{d\theta}{d\Theta}.$$

Принимая во внимание выражение (2,8), имеем

$$\sigma(\Theta) = \sigma(\theta_1) \left( \frac{\sin \theta_1}{\sin \Theta} \right)^2 \cos(\Theta - \theta_1).$$

Аналогично из формул (2,30) и (2,7) получаем

$$\sigma(\Theta) = \sigma(\theta_2) \left( \frac{\sin \theta_2}{\sin \Theta} \right) \frac{d\theta_2}{d\Theta}. \quad (2,31)$$

При равенстве масс рассеиваемой и рассеивающей частиц

$$\sigma(\Theta) = \frac{\sigma(\theta_1)}{4 \cos \theta_1}.$$

Отметим формулы, связывающие поперечные сечения рассеяния релятивистских частиц в ЛСК и СЦИ:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\theta_1) &= \sigma(\Theta) \frac{\left[ \sin^2 \Theta + \gamma^2 (k + \cos \Theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\gamma (1 + k \cos \Theta)}, \\ \sigma(\theta_2) &= \sigma(\Theta) \frac{4 (1 - \beta^2) \cos \theta_2}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta_2)^2} \end{aligned} \right\}, \quad (2,32)$$

$$\sigma(\Theta) = \sigma(\theta_1) \frac{\gamma (1 + k \cos \Theta) \sin^2 \theta_1}{\sin^2 \Theta}. \quad (2,33)$$

Здесь  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ ;  $k = \frac{m_1}{m_2}$ .

**Поперечное сечение рассеяния в экранированном кулоновском поле.** Если не учитывать обменный эффект и уточнения теории относительности, то результат квантовомеханических расчетов сечений

рассеяния в „чистом“ кулоновском поле совпадает с приведенным выше результатом расчетов методами классической механики (см., например, [64, 71]). Однако в реальных случаях приходится считаться с тем, что сталкивающиеся частицы представляют собой сложные системы, состоящие из ядер конечных размеров, экранированных электронами. При исследовании рассеяния тяжелых заряженных частиц из области энергий  $10^3 - 10^7$  эв, особенно при рассеянии их на малые углы, в первую очередь следует учитывать отступление от „чистого“ кулоновского поля, связанное с экранированием ядер электронами.

Обычно при рассмотрении проблемы экранирования атом заменяют сферически симметричным полем сил, совпадающим с кулоновским полем ядра на малых (в масштабе размеров атома) расстояниях и убывающим на больших расстояниях быстрее, чем кулоновское поле.

Потенциальная энергия взаимодействия частиц в экранированном кулоновском поле может быть представлена, например, выражением

$$U_{\text{экр}}(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right), \quad (2.34)$$

где  $a$  — длина экранирования, которая применительно к ядерным (атомным) столкновениям записывается в виде [12]

$$a = a_0 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2}; \quad (2.35)$$

$Z_1$  и  $Z_2$  — атомные номера сталкивающихся частиц;

$a_0$  — боровский радиус водорода ( $0,53 \cdot 10^{-8}$  см).

Как известно [12, 71], классические методы расчета сечений рассеяния пригодны лишь при выполнении двух требований:

1) дебройлевская длина волны падающей частицы  $\lambda = \frac{h}{mv}$  меньше характеристических размеров области, в которой рассеивающее поле существенно меняется;

2) произведение изменения импульса частицы при рассеянии и характеристического размера области рассеяния удовлетворяет неравенству Гейзенберга.

В случае отсутствия экранирования ( $a = \infty$ ) в качестве характеристического размера удобно выбрать величину  $\frac{b}{2}$ , равную половине расстояния наибольшего сближения при лобовом ударе (см. формулу (2.22)). Тогда оба указанные выше требования приводят к одному и тому же условию

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{hv} = \frac{Z_1 Z_2}{137 \beta} \gg 1 \quad (2.36)$$

или

$$v \ll Z_1 Z_2 u_0, \quad (2.36a)$$

где  $v$  — скорость падающей частицы;

$u_0 = \frac{e^2 2\pi}{h} = 2,2 \cdot 10^8$  см/сек — скорость электрона в атоме водорода.

При этом рассеяние описывается формулой Резерфорда при всех углах рассеяния.

Если экранированием нельзя пренебречь, но оно является слабым, т. е. удовлетворяется условие

$$\xi = \frac{b}{2a} \ll 1, \quad (2.37)$$

то рассеяние практически следует формуле Резерфорда для всех углов, превышающих некоторый малый предельный угол

$$\Theta_a^* \approx \frac{b}{2a}. \quad (2.38)$$

Большой его определяется путем замены в формуле (2.21) прицельного параметра  $\varphi$  на длину экранирования  $a$ .

При  $\Theta < \Theta_a^*$  поперечное сечение упругих ядерных столкновений меньше, чем это следует из формулы Резерфорда. Иными словами, действие экранирования проявляется в уменьшении вероятности рассеяния на малые углы. В некоторых случаях (см. ниже) вероятность рассеяния на углы  $\Theta < \Theta_a^*$  полагают равной нулю и пренебрегают потерями энергии за счет столкновений, при которых падающая частица отклоняется на угол  $\Theta < \Theta_a^*$ .

Используя (2.22) и (2.35), выразим параметр экранирования через характеристики сталкивающихся частиц

$$\xi = Z_1 Z_2 (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{1/2} \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2} \right) \frac{1}{T(\text{Ry})}. \quad (2.37a)$$

Энергия, теряемая падающей частицей при упругом рассеянии на угол  $\Theta = \Theta_a^*$ , в соответствии с формулами (2.3), (2.7) и (2.37a) равна

$$Q_a^* = \frac{m_1}{m_2} (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2}) Z_1 Z_2 \frac{\text{Ry}}{T(\text{Ry})}. \quad (2.38a)$$

Здесь  $T(\text{Ry})$  — энергия падающей частицы в ЛСК, выраженная в ридбергах;  $1\text{Ry} = \frac{e^2}{2a_0} = 13,6 \text{ эв}$ .

Применение классической механики возможно также и при сильном экранировании ( $\xi > 1$ ). В этом случае необходимо, чтобы кроме (2.36) выполнялось более жесткое условие

$$\frac{\lambda}{2\pi a} \ll 1 \quad (2.39)$$

или

$$a \gg \xi = \frac{b}{2a}. \quad (2.39a)$$

При этом в силу неравенства Гейзенberга классическая механика описывает рассеяние только на углы, превышающие

$$\Theta_{\min} \approx \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\xi}{a}.$$

В табл. 1 приведены вычисленные методами классической механики [236] значения расстояний наибольшего сближения  $r_{\min}$ , пара-

метров соударения  $\rho$  и дифференциальных поперечных сечений  $\sigma_{\text{экв}}$  для рассеяния в поле с потенциалом (2,34). Случай  $\frac{b}{a} = 0$  соответствует рассеянию в чистом кулоновском поле (резерфордовское рассеяние).

На основании работы [236] рассмотрим рассеяние ионов неона с энергией  $T = 100 \text{ кэВ}$  на атомах аргона. В этом случае  $\mu = 13,36$  и  $T_c = 67 \text{ кэВ}$ . Приведенная длина

волны де-Броиля равна  $\frac{\lambda}{2\pi} =$

$= 3,32 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ , длина экранирования

$z = 1,56 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ , диаметр соударения  $b = 3,40 \cdot 10^{-10} \text{ см}$ . Условие

применимости понятия классических орбит (2,36) выполняется ( $z = 588$ ); здесь мы имеем дело

со случаем умеренного экранирования ( $\frac{b}{a} = 0,25$ ). Обращаясь

к табл. 1, видим, что при  $\frac{b}{a} =$

$= 0,250$  абсолютные величины сечений рассеяния на достаточно

большие углы должны быть меньше, чем сечения рассеяния в чистом кулоновском поле. Это подтверждается результатами

экспериментальных исследований. На рис. 4 точками изображены измеренные дифференциальные сечения рассеяния ионов неона с энергией 25, 50 и 100 кэВ на аргоне

[247]. Сплошные линии на этом рисунке получены расчетом (табл. 1) для соответствующих значений величин  $\frac{b}{a}$ . Следует отметить удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных данных при рассеянии на сравнительно малые углы ( $\theta_1 < 20^\circ$ ). При больших углах рассеяния экспериментальные величины сечений меньше теоретических (учитывающих экранирование), что по мнению авторов связано с влиянием неупругости соударений (многократная ионизация, перезарядка, см. § 7) и недекватностью выбора потенциала экранированного поля.

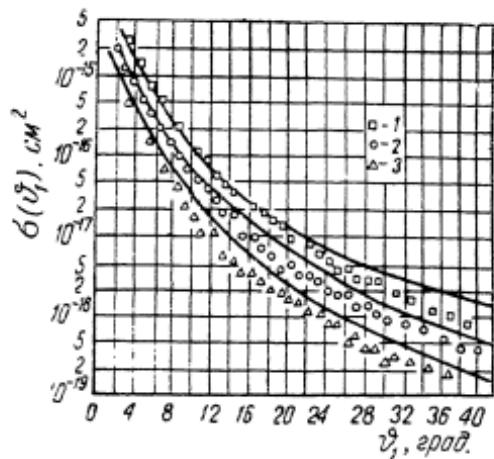


Рис. 4. Экспериментальные сечения рассеяния ионов неона на атомах аргона [247]:

1 —  $T = 25 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 1.0$ ); 2 —  $T = 50 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 0.5$ );

3 —  $T = 100 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 0.25$ ). Кривые — расчетные [236].

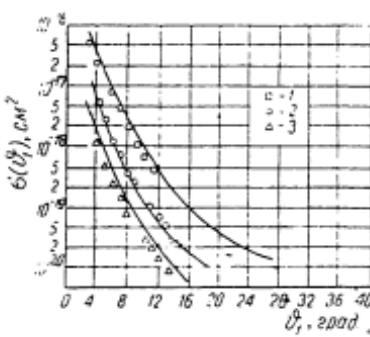


Рис. 5. Экспериментальные сечения рассеяния ионов гелия на гелии:

1 —  $T = 25 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 0.016$ ); 2 —  $T = 50 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 0.0078$ ); 3 —  $T = 100 \text{ кэВ}$  ( $b/a = 0.0039$ ). Красные кривые рассчитаны по формуле Резерфорда (2.27).

экспериментальных величин сечений ( $4 - 40^\circ$ ). Наоборот, при очень малых значениях параметра  $\frac{b}{a}$  рассеяние, как и следовало ожидать, практически не отличалось от резерфордовского. Это иллюстрируется рис. 5 [247], на котором приведены экспериментальные сечения рассеяния ионов  $\text{He}^+$  на

телии при энергии 25 кэв  $\left(\frac{b}{a} = 0,016\right)$ , 50 кэв  $\left(\frac{b}{a} = 0,0078\right)$  и 100 кэв  $\left(\frac{b}{a} = 0,0039\right)$ . Сплошные кривые получены расчетом по формуле (2,27).

О. Б. Фирсов показал [114], что взаимодействие атомов при расстояниях между ними  $< 10^{-8}$  см лучше описывается потенциалом

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \chi \left[ \left( Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2} \right)^{2/3} \frac{r}{a_{\text{TF}}} \right], \quad (2,40)$$

где  $\chi$  — функция экранирования Томаса—Ферми (ее значения табулированы, например, в работах [35, 62];

$a_{\text{TF}} = 0,885 \cdot a_0 = 4,68 \cdot 10^{-9}$  см — характеристический размер атома в модели Томаса—Ферми (ТФ).

Используя потенциал (2,40), Фирсов произвел расчеты прицельных параметров и дифференциальных сечений рассеяния при атомных столкновениях [112, 113]. Результаты расчетов приведены в функции безразмерных величин энергии и прицельного параметра, которые определяются так:

$$\begin{aligned} z &= \frac{T_C a_{\text{TF}}}{Z_1 Z_2 (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3} e^2} = \frac{T_C (zg)}{Z_1 Z_2 (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3} \cdot 30,4}, \\ z' &= \frac{(Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3} \rho}{a_{\text{TF}}} = \frac{(Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3} \rho (cm)}{4,68 \cdot 10^{-9}}. \end{aligned}$$

Здесь  $T_C$  — энергия соударения в СЦИ;

$\rho$  — параметр соударения.

В табл. 2 представлена зависимость приведенных прицельных параметров от  $\Theta$  (угол рассеяния в СЦИ) и  $z$  (приведенная энергия). Для расчета сечений рассеяния следует использовать данные табл. 2 и известные соотношения (см. выше):

$$\left. \begin{aligned} z(\Theta) &= \frac{\rho d\rho}{\sin \Theta d\Theta} = \frac{a_{\text{TF}}^2}{(Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{4/3}} \frac{\rho' d\rho'}{\sin \Theta d\Theta} \\ z^* &= 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos \Theta) \rho d\rho = \pi \frac{a_{\text{TF}}^2}{(Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{4/3}} \int_0^\pi \rho' \sin \Theta d\Theta \end{aligned} \right\}. \quad (2,41)$$

При  $z > 0,02$  в хорошем приближении

$$z^* = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T_C^2} \ln \left[ 1 + \frac{0,62 T_C \left( \frac{\hbar}{2\pi} \right)^2}{me^4 Z_1 Z_2 (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3}} \right].$$

Данные табл. 1 и 2 представляют интерес для опытов по изучению столкновений тяжелых атомов в области энергий порядка 1—100 кэв, исследований глубины проникновения ионов в твердые мишени и т. д. Эти данные могут быть применены и для описания неупругих соударений, если только неупругие потери энергии малы по сравнению с энергией столкновений. В данном случае кинематика

неупругих процессов существенно не отличается от кинематики упругих соударений.

Анализ экспериментальных данных о сечениях рассеяния на атомах тяжелых ионов с энергией порядка десятков кило-электронвольт [55, 56, 220, 247] показывает [112], что расчеты, произведенные с использованием функции экранирования Томаса-Ферми (табл. 2), лучше согласуются с экспериментом, чем те, в которых применяется экспоненциальная функция экранирования (табл. 1).

Таблица 2

Расчетные значения величин  $\rho'$  при рассеянии в поле с потенциалом (2,40) по Фирсову [112, 113]

$\frac{\pi}{z}$	0,3	0,5	0,7	1	1,5	2	2,5	$2,5 < \theta < \pi$
0,02	8,8	6,7	5,6	4,2	2,8	1,8	1,0	
0,03	7,4	5,8	4,6	3,5	2,3	1,5	0,8	
0,05	6,0	4,6	3,8	2,9	1,9	1,2	0,65	$1,3 (\pi - \theta)$
								$1,0 (\pi - \theta)$

$0,05 < z < 1$	$\rho' \approx (\pi - \theta) \left[ \frac{0,45}{(2\pi - \theta)\theta z} \right]^{\frac{1}{2}}$
1	1,45
1,5	1,10
2	1,00
3	0,78
4	0,58
5	0,41
7	0,25
10	0,19
1	0,55
1,5	0,41
2	0,33
3	0,23
4	0,18
5	0,15
7	0,12
10	0,11
1	0,34
1,5	0,25
2	0,19
3	0,15
4	0,11
5	0,09
7	0,07
10	0,05
1	0,21
1,5	0,15
2	0,12
3	0,09
4	0,06
5	0,045
7	0,035
10	0,030
1	0,18
1,5	0,12
2	0,09
3	0,07
4	0,053
5	0,045
7	0,033
10	0,024
1	0,11
1,5	0,08
2	0,06
3	0,045
4	0,035
5	0,030
7	0,022
10	0,016
1	0,18
1,5	0,12
2	0,09
3	0,07
4	0,053
5	0,045
7	0,033
10	0,024

Потенциал (2,34) сильно отличается от потенциала (2,40) при значении аргумента функции экранирования  $\chi \gg 1$  и дает заниженные значения. Это должно приводить и иногда приводит (см. ниже) к меньшим (по сравнению с экспериментальными) значениям прицельных параметров и сечений рассеяния для сравнительно больших углов, при которых играет роль не только производная потенциала, но и сам потенциал. Меньшее значение потенциала (2,34) в некоторой степени компенсируется большой величиной производной потенциала [112].

Данные, содержащиеся в табл. 3, дают возможность сравнить экспериментальные значения прицельного параметра при столкновениях ионов  $Ne^+$  с атомами неона [247] и теоретические значения, вычисленные с помощью функции экранирования Томаса-Ферми. Согласие во всем диапазоне исследованных углов и энергий весьма удовлетворительное. Соответствующие теоретические величины  $\rho'$ , вычисленные по Эверхарду (табл. 1), меньше экспериментальных значений  $\rho'_{\text{эксп}}$  и увеличиваются с уменьшением  $\Theta$  медленнее, чем  $\rho'_{\text{эксп}}$ .

Если выполняется условие слабого экранирования (2,37), но  $\frac{\pi h}{\lambda} < 1$ , или  $v > Z_1 Z_2 u_0$ , то вычисление сечений рассеяния в экранированном поле должно производиться методами квантовой механики. В общем случае решение представляет сложную задачу. Однако при

выполнении условия  $\frac{\pi \lambda}{\hbar} \ll 1$  или

$$x = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} = \frac{Z_1 Z_2}{137^3} \ll 1 \quad (2.42)$$

задачу о рассеянии в слабо экранированном кулоновском поле можно решать в приближении Борна, соответствующем случаю малого возмущения плоской волны, представляющей падающую частицу полем сил.

Таблица 3

Экспериментальные [247] и теоретические [112] величины прицельных параметров при рассеянии ионов  $\text{Ne}^+$  на атомах неона

Кинетич- ская энер- гия ( $\text{keV}$ ) и энергетич- еский па- раметр	$\Theta$ , рад	0,07	0,14	0,21	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98
	$\theta_1$ , град	2	4	6	8	12	16	20	24	28
$T=25$ $\epsilon=1,2$	$10^9 \rho_{\text{эксп}}$ , см	3,7	2,8	2,3	1,57	1,27	1,15	0,94	0,77	0,70
	$\rho_{\text{эксп}}$	2,8	2,0	1,68	1,14	0,91	0,76	0,68	0,56	0,51
	$\rho_{\text{теор}}$	3,05	2,15	1,73	1,15	1,05	0,75	0,68	0,58	0,51
$T=50$ $\epsilon=2,4$	$10^9 \rho_{\text{эксп}}$ , см	2,7	1,79	1,35	1,09	0,81	0,62	0,51	0,43	0,37
	$\rho_{\text{эксп}}$	1,98	1,31	0,99	0,80	0,59	0,45	0,38	0,32	0,27
	$\rho_{\text{теор}}$	2,2	2,2	1,10	0,90	0,66	0,50	0,40	0,33	0,27
$T=100$ $\epsilon=4,8$	$10^9 \rho_{\text{эксп}}$ , см	1,9	1,19	0,87	0,70	0,47	0,36	0,30	0,25	0,22
	$\rho_{\text{эксп}}$	1,40	0,87	0,63	0,51	0,34	0,26	0,22	0,18	0,16
	$\rho_{\text{теор}}$	1,45	0,95	0,70	0,56	0,39	0,29	0,24	0,20	0,16

Для экранированного поля с потенциалом (2.34) амплитуда рассеяния в борновском приближении определяется выражением

$$f_B(\Theta) = \frac{2 Z_1 Z_2 e^2 m_1 (2\pi)^2}{\hbar^2 \left[ q^2 + \left( \frac{1}{a} \right)^2 \right]} = \frac{f_R(\Theta)}{\left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{4\pi a \sin \frac{\Theta}{2}} \right)^2 \right]},$$

где

$$q = 2k \sin \left( \frac{\Theta}{2} \right) = \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) \sin \frac{\Theta}{2};$$

$f_R(\Theta)$  — амплитуда резерфордовского рассеяния.

Следовательно, в этом случае дифференциальное сечение рассеяния в экранированном кулоновском поле связано с сечением рассеяния в неэкранированном поле (резерфордовское сечение) следующим соотношением:

$$\sigma_B(\Theta) = \sigma_R(\Theta) \left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{4\pi a \sin \frac{\Theta}{2}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (2.43)$$

Полное же сечение будет малым по сравнению с  $\pi a^2$  при всех значениях длины экранирования  $a$ . Как следует из формулы (2,43) при  $\frac{\lambda}{2\pi} \ll a$  существует область углов, где сечение рассеяния практически совпадает с резерфордовским,  $\sigma_B = \sigma_R$ . Граница этой области определяется „углом экранирования“

$$\Theta_a^{**} \cong \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\xi}{a}. \quad (2,44)$$

При  $\frac{\lambda}{2\pi} \sim a$  сечение отличается от резерфордовского при всех углах рассеяния.

Мольер [388] показала, что более общее выражение для сечения рассеяния быстрых заряженных частиц в экранированном кулоновском поле может быть получено с помощью квазиклассического метода Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна [509]. Для учета экранирования автор использовала распределение электронов в атоме по модели Томаса—Ферми, т. е. вместо (2,34) было применено более точное выражение (2,40). Результаты расчетов Мольер коротко сводятся к следующему.

В широком диапазоне изменения параметра  $a$  и при  $q(\Theta) > 0,9$

$$q(\Theta) = \frac{\sigma_M(\Theta)}{\sigma_R(\Theta)} =$$

$$= \left[ 1 - \frac{8,85}{(\Theta/\Theta_0)^2} \left[ 1 + a^2 \cdot 2,303 \log_{10} \frac{0,90072 \Theta^4}{(0,13 + \frac{a^2}{3} + x^4) \Theta_0^4} \right] \right],$$

где  $q(\Theta)$  — функция экранирования по Мольер.

Величина

$$\Theta_0 = \frac{\lambda}{2\pi r_T \Phi} = \frac{\lambda 2\pi}{0,885 a_0 Z_q^{-1/3}} \quad (2,44a)$$

представляет собой отношение приведенной длины волны падающей частицы к характеристическому размеру атома по модели Томаса—Ферми. В остальных случаях ход функции экранирования устанавливается интерполяционной формулой

$$\Theta_q = \Theta_0 (A_q + B_q a^2)^{1/2},$$

где  $\Theta_q$  — угол, при котором функция рассеяния принимает заданное значение  $q$ .

Величины коэффициентов  $A_q$  и  $B_q$  табулированы в работе Мольер [388]. Зависимость  $q$  от  $\Theta/\Theta_0$ , вычисленная по интерполяционной формуле, представлена пунктирными кривыми на рис. 6. Заметим, что

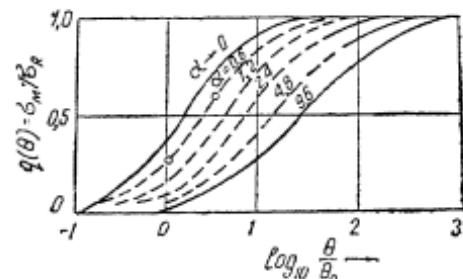


Рис. 6. Зависимость функции экранирования по Мольер [389] от угла рассеяния при различных значениях параметра  $a$ .

$\Theta_0$  почти в точности совпадает с углом экранирования  $\Theta_a^{**}$  (формула (2,44)), соответствующим первому борновскому приближению и потенциалу типа (2,34). Более точное значение угла экранирования  $\Theta_a$  по Мольер, учитывающее поправки к расчетам в первом борновском приближении, определяется формулой

$$\Theta_a^2 = \Theta_0^2 [1,13 + 3,76 z^2]. \quad (2,45)$$

Мольер считала, что угол экранирования определяется формулой (2,45) в широком диапазоне изменения параметра  $z$ . Однако в недавней работе Нигэма и сотрудников [404] было показано, что область применения расчетов Мольер ограничена практически условием (2,42). Действительная зависимость между  $\Theta_a^2$  и  $\Theta_0^2$  с учетом точного релятивистского выражения для сечения однократного рассеяния [229] и членов порядка  $a^2$  устанавливается более сложным выражением

$$\Theta_a^2 = \Theta_0^2 \left\{ 1 + 4z \beta \Theta_0 \left[ \left( \frac{1-\beta^2}{\beta} \right) \ln \Theta_0 + \frac{0.231}{\beta} + 1.4483 \right] \right\}, \quad (2,45a)$$

где  $\Theta_0$  определяется формулой (2,44а), если выбран потенциал Томаса—Ферми (2,40), и равен  $k \frac{\lambda}{2\pi r_{TF}}$  в случае потенциала (2,34) ( $k$  — множитель порядка единицы).

До сих пор мы рассматривали только столкновения частиц, в которых наблюдается значительное перекрытие электронных оболочек сталкивающихся партнеров и наружные электроны практически не влияют на потенциал взаимодействия.

При условии  $\frac{\lambda}{2\pi} \ll a$ , точнее, когда кинетическая энергия частицы меньше потенциала взаимодействия ядер, разделенных длиной экранирования, происходят столкновения типа твердых шаров. Верхний предел энергий, при которых применимо такое приближение, если принять потенциал (2,34), грубо может быть установлен с помощью соотношения

$$T = (2 Ry) Z_1 Z_2 \left( Z_1^{z/2} + Z_2^{z/2} \right)^{z/2} \frac{m_1 + m_2}{m_1}. \quad (2,46)$$

Рассеяние по законам соударений твердых шаров характеризуется сферической симметрией углового распределения в СЦII

$$d\sigma(\Theta) = \frac{\pi a'^2}{2} \sin \Theta d\Theta = \frac{z}{4\pi} d\Omega, \quad (2,47)$$

где  $\sigma \cong \pi a'^2$  — полное сечение рассеяния;

$a'$  — диаметр эффективной сферы, по порядку величины совпадающий с длиной экранирования  $a$ .

Соответствующее выражение для сечения рассеяния в ЛСК можно получить с помощью (2,6).

При  $m_1 < m_2$

$$\sigma(\theta_1) = \frac{d\sigma(\theta_1)}{d\omega_1} = \frac{a'^2}{4} \left[ 2 \frac{m_1}{m_2} \cos \theta_1 + \frac{1 + \frac{m_1^2}{m_2^2} \cos 2\theta_1}{\left( 1 - \frac{m_1^2}{m_2^2} \sin^2 \theta_1 \right)^{1/2}} \right]; \quad (2,47a)$$

при

$$m_1 > m_2$$

$$\sigma(\theta_1) = \frac{a^2}{2} \frac{1 + (m_1^2/m_2^2) \cos 2\theta_1}{[1 - (m_1^2/m_2^2) \sin^2 \theta_2]^{1/2}}. \quad (2.476)$$

Подведем итоги.

При слабом экранировании ( $\xi < 1$ ) задача рассеяния тяжелых заряженных частиц на атомах практически решается классическими методами или методом Борна. При  $\xi \sim 1$  эти методы дают совпадающие результаты. Во всех случаях рассеяние в значительной области углов совпадает с резерфордовским.

Если экранирование сильное ( $\xi > 1$ ), то рассеяние отличается от резерфордовского при всех углах. Однако, как показано выше, во многих практических задачах, относящихся к этому случаю (например, при выполнении условия (2.39)), столкновения описываются классической механикой, а при  $\xi \gg 1$  приближаются к столкновениям типа твердых шаров.

В некоторых специальных случаях, когда оказываются неприменимыми и классическая теория, и теория возмущений квантовой механики, следует пользоваться более точной квантовомеханической формулой рассеяния и соответствующим методом расчета; см., например, работы [12, 16, 17, 62, 401].

**Упругое рассеяние заряженных частиц больших энергий. Отступления от формулы Резерфорда, связанные с влиянием поля ядерных сил.** Рассмотрим некоторые результаты исследований упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц больших энергий ( $T > 10 \text{ MeV}$ ) в связи с обнаруженными отступлениями экспериментальных сечений рассеяния от сечений, определенных по формуле Резерфорда\*. Исследование этих отступлений дает возможность получить сведения о радиусах рассеивающих ядер и  $\alpha$ -частиц, а также о потенциале взаимодействия  $\alpha$ -частиц с ядрами в некулоновской области. Для таких исследований необходимы более быстрые  $\alpha$ -частицы, чем  $\alpha$ -частицы естественно-радиоактивных источников ( $T = 4-9 \text{ MeV}$ ). Именно поэтому, хотя отступления от формулы Резерфорда при рассеянии на легких ядрах наблюдались еще в ранних работах, систематическое их исследование стало возможным только с появлением ускорителей, дающих интенсивные пучки заряженных частиц с большой энергией.

В настоящее время достаточно подробно изучено рассеяние частиц на тяжелых и легких элементах при энергии  $\alpha$ -частиц  $10-40 \text{ MeV}$ . Основные результаты экспериментальных исследований (см., например, работы [257, 357, 280, 205, 60, 315]) можно сформулировать следующим образом:

1) энергетическая зависимость сечения рассеяния  $\alpha$ -частиц на тяжелых ядрах (серебро, золото, свинец) при фиксированном угле рассеяния следует формуле (2.29) до некоторой критической энергии  $T_c$ . Так, например, при рассеянии  $\alpha$ -частиц на золоте под углом  $\Theta = 60^\circ$   $T_c = 27 \text{ MeV}$  [257]. При дальнейшем увеличении энергии наблюдается

\* Эти отступления („аномалии“) наблюдаются также и при упругом рассеянии протонов, дейтонов и тритонов больших энергий [27, 61, 224, 280]. Однако „аномальное“ рассеяние  $\alpha$ -частиц представляет наибольший интерес, так как благодаря отсутствию у  $\alpha$ -частиц спина, облегчается его анализ, вследствие чего не возникает неопределенность, связанная с учетом спин-орбитальных сил. Полный обзор исследований упругого рассеяния быстрых  $\alpha$ -частиц ядрами содержится в появившейся недавно работе Эйсберга и Портера, *Rev. mod. phys.*, 33, 190 (1961).

быстрый (почти экспоненциальный) спад сечений рассеяния, причем абсолютные величины сечений намного меньше резерфордовских (см., например, рис. 7). Значение критической энергии  $T_0$  возрастает с увеличением заряда рассеивающих ядер и угла рассеяния;

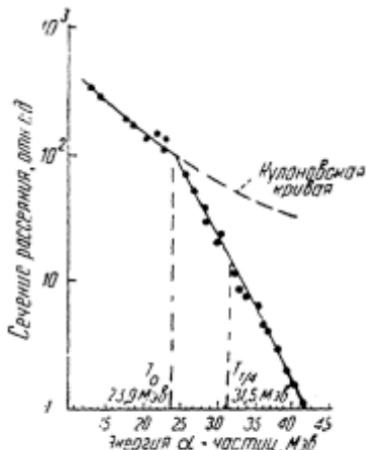


Рис. 7. Зависимость сечений упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на тантале при  $\theta = 60^\circ$  [257] от энергии:

$T_0$  — критическая\* энергия;  $T_{1/4}$  — энергия, при которой экспериментальное сечение рассеяния равно  $1/4$  теоретической величины, вычисленной для чисто кулоновского поля.

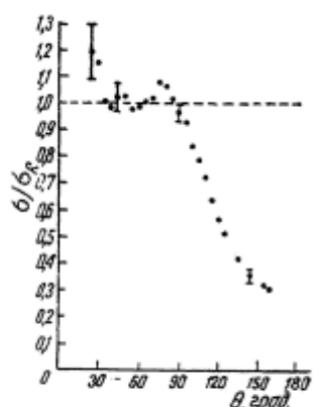


Рис. 8. Зависимость от угла измеренных и вычисленных по формуле Резерфорда дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на золоте при  $T = 22$  МэВ.

2) угловое распределение упруго рассеянных  $\alpha$ -частиц при заданной энергии следует формуле Резерфорда вплоть до некоторого критического угла  $\Theta_0$ , начиная с которого измеренное сечение рассеяния быстро падает и становится намного меньше резерфордовского. Одно из экспериментальных угловых распределений показано на рис. 8;

3) угловое распределение упруго рассеянных на легких и средних ядрах (углерод, алюминий, магний)  $\alpha$ -частиц имеет хорошо выраженную "колебательную" структуру (наличие максимумов и минимумов). Характер этой структуры закономерно меняется при переходе от одного рассеивающего элемента к другому (рис. 9) и при изменении энергии частиц.

При рассеянии быстрых  $\alpha$ -частиц на тяжелых ядрах удовлетворяется условие  $(\lambda/2\pi) < R_{Aa}$ ; поэтому основные особенности угловых и энергетических распределений при упругом рассеянии можно объяснить в рамках полуклассической теории (см., например, [9, 206]), согласно которой выходящая  $l$ -парциальная волна исчезает, если расстояние наибольшего сближения для соответствующей классической траектории меньше, чем сумма радиусов ядра и  $\alpha$ -частицы. Во всех других случаях имеет место фаза, характерная для чисто кулоновского рассеяния. По этой теории классическое расстояние наибольшего сближения, соответствующее энергии, при которой экспериментальное сечение составляет  $1/4$  резерфордовского (см. рис. 7), равно сумме радиусов ядра и  $\alpha$ -частицы. На основе анализа экспериментальных данных, проведенного на базе этой теории, было получено следующее выражение для расстояния взаимодействия [357]:

$$R_{Aa} = r_0 \cdot A^{1/3} + b,$$

где

$$r_0 = (1,414 \pm 0,042) \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$$b = (2,19 \pm 0,20) \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

Найденный с помощью таких измерений радиус ядра характеризует расстояние, на котором  $\alpha$ -частица начинает "чувствовать" хвост ядерного потенциала, т. е. он значительно больше так называемого "электрического" радиуса ядра, определенного опытами по рассеянию электронов (§ 12) или переходам в мезоатомах.

Более строгий анализ тех же экспериментальных данных по упругому рассеянию заряженных частиц на основе оптической модели (см., например, [314]) позволяет получить сведения не только о радиусе взаимодействия, но и о параметрах, характеризующих выбранный потенциал взаимодействия, а также объясняет особенности углового распределения упруго рассеянных на легких ядрах  $\alpha$ -частиц. Однако намного проще метод, основанный на аналогии с дифракцией света на сфере, который дает возможность определять радиус ядерного взаимодействия. Метод заключается в сопоставлении максимумов и минимумов на экспериментальной кривой с нулями соответствующим образом подобранный функции

$$j_1(qR) = j_1(2kR \sin \theta/2),$$

где  $k$  и  $q$  — волновые числа  $\alpha$ -частицы и ядра отдачи;

$R$  — радиус взаимодействия;

$j_1$  — сферические бесселевы функции.

Еще более прост способ, состоящий в установлении разностей величины  $qR$  для соседних максимумов (минимумов) экспериментальной кривой. Опыт показывает, что эти разности подчиняются соотношению

$$\Delta(qR) = 2kR \Delta(\sin \frac{\theta}{2}) = \pi.$$

**Эффективное сечение для потерь энергии при упругом рассеянии.** Энергия  $Q$ , приобретаемая при упругом рассеянии рассеивающей частицей (энергия отдачи), равна энергии, теряемой рассеиваемой частицей. Она определяется формулой (2,2) или с учетом (2,5) и (2,7) соотношением

$$Q = 4 \left( \frac{m_1}{m_2} \right) T_c^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Выражая  $\sin \frac{\theta}{2}$  через  $Q$  и подставляя его в формулу (2,23), получаем соотношение

$$d\sigma_n = B_n \frac{dQ}{Q^2}, \quad (2,48)$$

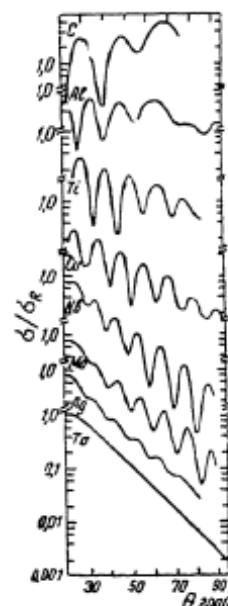


Рис. 9. Угловая зависимость отношения экспериментального и кулоновского сечений рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией 40,2 МэВ на различных ядрах.

определенное эффективное сечение рассеяния как функцию потери энергии  $Q$  рассеиваемой частицей.

Через  $B_n$  здесь обозначено

$$B_n = \pi \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T} \left( \frac{m_1}{m_2} \right) = 2 \pi \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 v^2}. \quad (2.49)$$

Из формулы (2.49) следует, что сечение для передачи энергии быстро уменьшается с возрастанием величины передаваемой энергии.

Полное сечение столкновений с передачей энергии от  $Q_1$  до  $Q_2$  равно

$$\sigma_n = B_n \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right), \quad (2.50)$$

где  $Q_2 < Q_{\max}$ , определяемого выражением (2.3), и  $Q_1 > Q_a^* (Q_a^{**})$ . Величина переданной энергии  $Q_a$  при предельном угле экранирования  $\Theta_a^*$  или  $\Theta_a^{**}$  вычисляется с помощью формул (2.38) или (2.44). Величина  $Q_a$  определяется, например, формулой (2.38а).

При сферически симметричном рассеянии (столкновения типа твердых шаров) любая передача энергии от 0 до  $Q_{\max}$  является равновероятной. При этом

$$ds \approx \pi a'^2 \frac{dQ}{Q_{\max}}, \quad (2.51)$$

где  $a'$  — величина порядка длины экранирования.

**Потери энергии при упругих ядерных столкновениях.** Средняя величина потери энергии частицами на единице длины пути определяется выражением

$$-\frac{dE}{dx} = n \int Q ds, \quad (2.52)$$

где  $n$  — число рассеивающих частиц в  $1 \text{ см}^3$  задерживающей среды;

$Q$  — энергия, переданная в единичном столкновении;

$ds$  — сечение столкновений, сопровождающихся передачей энергии  $Q$ .

Если принять, что число столкновений на единице длины пути подчиняется распределению Пуассона около среднего значения, отвечающего средним потерям энергии  $d\bar{E}$ , определяемым выражением (2.52), то средний квадрат флуктуаций потерь энергии

$$\sigma_E^2 = \left( dE - d\bar{E} \right)_{\text{ср}}^2$$

можно вычислить по формуле [12]

$$\sigma_E^2 = ndx \int Q^2 ds. \quad (2.53)$$

Как отмечалось выше, для быстрых частиц обычно выполняется условие слабого экранирования; сечения рассеяния на большей части углов определяются формулой (2.48). Подстановка (2.48) в (2.52) и (2.53) и пренебрежение потерями энергии в столкновениях с  $Q < Q_a^* (Q_a^{**})$  дает

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_n = n B_n \ln \frac{Q_{\max}}{Q_a}, \quad (2.54)$$

$$\sigma_n^2 \cong n B_n Q_{\max} \Delta x. \quad (2.55)$$

Принимая во внимание формулы (2.10), (2.38) и (2.42), имеем

$$\frac{Q_{\max}}{Q_a} \cong \left( \frac{2}{\theta^*} \right)^2 = \left( \frac{4\alpha}{b} \right)^2 \quad \text{при } \alpha > 1, \quad (2.56)$$

$$\frac{Q_{\max}}{Q_a} \cong \left( \frac{2}{\theta^{**}} \right)^2 = \left( \frac{4\pi a}{\lambda} \right)^2 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \alpha < 1 \\ \frac{\lambda}{2\pi a} \ll 1. \end{cases}$$

Эти величины при выполнении условия слабого экранирования (2.37) всегда значительно больше единицы. Например, при столкновении  $\alpha$ -частицы, обладающей энергией 1 МэВ, с алюминием  $\frac{Q_{\max}}{Q^*} \sim 10^6$ ; при столкновении иона неона с атомом аргона ( $T = 200$  кэВ)  $\frac{Q_{\max}}{Q^*}$  равно 250 и т. д., благодаря чему зависимость величины логарифма в (2.54) от скорости (энергии) падающей частицы оказывается слабой.

Таблица 4

**Массовые тормозные способности некоторых металлов для ионов гелия, обусловленные ядерными\* и электронными\*\* столкновениями**

Энергия ионов, МэВ	Алюминий		Никель		Серебро		Золото	
	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , кэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_e$ , МэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , кэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_e$ , МэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , кэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_e$ , МэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , кэВ. см <sup>2</sup> /г	$\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_e$ , МэВ. см <sup>2</sup> /г
0,2	7,4	—	5,7	—	4,28	—	3,0	—
0,5	3,5	—	2,75	0,709	2,12	0,544	1,56	0,315
1,0	1,94	1,31	1,54	0,82	1,22	0,64	0,92	0,42
2,0	1,06	—	0,87	—	0,70	—	0,53	—

\* Вычислены по формуле (2.54).

\*\* Экспериментальные значения [416].

Таким образом, в хорошем приближении потери энергии при упругих атомных (ядерных) столкновениях пропорциональны произведению квадратов зарядов сталкивающихся частиц и обратно пропорциональны квадрату скорости падающих частиц и массе рассеивающей частицы. С уменьшением скорости, когда  $\xi \approx 1$ , аргумент логарифма в формуле (2.54) становится малым; следует учесть также зависимость величины логарифмического члена в формуле (2.54) от скорости. Величина средних потерь энергии меняется в этом случае медленнее, чем  $v^{-2}$ .

Важно отметить, что для быстрых заряженных частиц, когда  $\xi < 1$ , главную роль в потере энергии играют электронные (§ 4–5), а не атомные (ядерные) столкновения. Роль последних в торможении становится заметной только при сравнительно малых скоростях и больших зарядах падающих частиц.

Обратимся к примерам. В табл. 4 приведены величины массовых ядерных тормозных способностей  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , вычисленные для ионов гелия и разных задерживающих веществ с помощью формулы (2.54).

В той же таблице для сравнения даны экспериментальные величины массовых тормозных способностей, обусловленных столкновениями с электронами (§ 5). Полная массовая тормозная способность связана с потерями как при ядерных, так и при электронных столкновениях. Из таблицы видно, что при  $T > 0,5$  Мэв для ионов гелия на долю ядерных столкновений даже в тяжелых веществах приходится не более 0,5% от общих потерь энергии.

Таблица 5

Массовая тормозная способность металлов для четырехзарядных ионов

$$\text{углерода } \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}, \text{ Мэв. см}^2/\text{г}$$

$T, \text{ кэв}$	$\frac{v}{u_0}$	Углерод		Алюминий		Никель		Серебро		Золото	
		$a$	$b$	$a$	$b$	$a$	$b$	$a$	$b$	$a$	$b$
360	1,10	3,42	0,113	2,36	0,097	1,24	0,078	1,01	0,055	0,475	0,037
400	1,16	3,56	0,108	2,56	0,088	1,34	0,071	1,06	0,051	0,496	0,035
600	1,42	4,17	0,078	3,27	0,064	1,69	0,053	1,32	0,038	0,650	0,027
800	1,64	4,67	0,061	3,68	0,051	1,98	0,042	1,54	0,031	0,773	0,022
1000	1,83	5,08	0,051	3,93	0,043	2,21	0,036	1,71	0,026	0,882	0,019
1200	2,00	5,43	0,043	4,11	0,036	2,40	0,030	1,85	0,022	0,970	0,016
1400	2,16	5,76	0,038	4,24	0,032	2,57	0,027	1,98	0,020	1,06	0,014
1600	2,32	6,04	0,034	4,36	0,029	2,70	0,024	2,08	0,013	1,13	0,013
1800	2,46	6,30	0,031	4,42	0,026	2,83	0,022	2,17	0,016	1,20	0,012
2000	2,58	6,50	0,028	4,48	0,024	2,93	0,020	2,25	0,015	1,26	0,011
2200	2,71	6,64	0,026	4,51	0,022	2,97	0,018	2,33	0,014	1,32	0,010
2400	2,83	6,76	0,024	4,58	0,020	3,01	0,017	2,40	0,013	1,36	0,010
2600	2,94	6,81	0,023	4,60	0,019	3,05	0,016	2,46	0,012	1,40	0,009
2800	3,06	6,87	0,022	4,62	0,012	3,09	0,015	2,50	0,012	1,42	0,009
3000	3,16	6,87	0,020	4,65	0,017	3,11	0,015	2,54	0,011	1,44	0,008
3200	3,27	6,88	0,019	4,68	0,016	3,14	0,014	2,57	0,010	1,45	0,008

Примечание.  $a$  — экспериментальные величины [422] массовой тормозной способности  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_e$ , обусловленной электронными соударениями;

$b$  — вычисленные по формуле (2,54) массовые тормозные способности  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_n$ , связанные с ядерными соударениями.

Для тяжелых ионов с относительно малыми скоростями торможение из-за ядерных столкновений более существенно, чем для ионов гелия. Однако и в этом случае торможение из-за электронных соударений играет главную роль. Так, например, потери энергии при ядерных соударениях четырехзарядных ионов углерода и кислорода в металлах составляют только несколько процентов от потерь при электронных соударениях (табл. 5 и 6). Иное положение в случае медленных частиц с большим эффективным зарядом; при этом наблюдается сильное экранирование ( $\xi > 1$ ), рассеяние близко к сферически симметричному и подстановка (2,51) в (2,52) и (2,53) приводит к следующим результатам:

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_n = \frac{1}{2} n \pi a'^2 Q_{\max}, \quad (2,57)$$

$$\sigma_E^2 = \frac{1}{3} n \Delta x \pi a'^2 Q_{\max}. \quad (2,58)$$

При  $\xi \approx 1$  сечение передачи энергии  $\tau$  обратно пропорционально квадрату скорости частиц и  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_n$  почти не зависит от скорости. Данный случай соответствует, например, торможению атомов отдачи при  $\alpha$ -распаде. В той области скоростей, где  $\xi > 1$ , ядерные соударения играют главную роль в торможении в противоположность случаю  $\xi < 1$ .

Таблица 6

Массовая тормозная способность металлов для четырехзарядных ионов кислорода  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)$ , Мэв. см<sup>2</sup>/г\*

T, кэв	$v/v_0$	Углерод		Алюминий		Никель		Серебро		Золото	
		а	б	а	б	а	б	а	б	а	б
360	0,949	3,43	0,257	2,30	0,205	1,35	0,164	1,02	0,116	—	—
400	1,00	3,63	0,230	2,52	0,189	1,42	0,152	1,10	0,107	0,517	0,072
600	1,23	4,43	0,167	3,32	0,139	1,79	0,113	1,40	0,082	0,707	0,056
800	1,42	5,11	0,133	3,91	0,111	2,13	0,092	1,68	0,067	0,833	0,047
1000	1,58	5,72	0,111	4,35	0,093	2,41	0,077	1,89	0,057	0,935	0,041
1200	1,73	6,22	0,094	4,72	0,078	2,64	0,066	2,09	0,049	1,05	0,035
1400	1,87	6,78	0,082	4,96	0,070	2,87	0,059	2,24	0,044	1,16	0,031
1600	2,00	7,13	0,074	5,18	0,062	3,09	0,053	2,39	0,039	1,28	0,028
1800	2,12	7,62	0,067	5,37	0,056	3,27	0,048	2,53	0,036	1,38	0,026
2000	2,24	8,02	0,062	5,54	0,053	3,39	0,045	2,67	0,034	1,46	0,025
2200	2,35	8,45	0,057	5,66	0,048	3,51	0,041	2,79	0,031	1,53	0,023
2400	2,45	8,79	0,053	5,73	0,045	3,61	0,039	2,89	0,029	1,61	0,021
2600	2,55	9,02	0,050	5,80	0,042	3,69	0,036	2,98	0,027	1,67	0,020
2800	2,65	9,27	0,046	5,87	0,040	3,78	0,034	3,08	0,026	1,73	0,019
3000	2,74	9,50	0,044	5,92	0,038	3,85	0,037	3,17	0,025	1,79	0,018
3200	2,83	9,70	0,042	5,98	0,036	3,86	0,031	3,22	0,023	1,84	0,017

\* См. примечание к табл. 5.

**Многократное рассеяние заряженных частиц.** Приведенные выше соотношения справедливы для расчета угловых распределений частиц, испытавших при прохождении фольги в среднем не более одного столкновения (однократное или единичное рассеяние). Между тем во многих практических случаях следует считаться с тем, что отклонение частицы при прохождении некоторой толщины вещества является суммарным эффектом не одного, а многих элементарных актов рассеяния на малые углы. В зависимости от среднего числа столкновений  $\Omega$ , которые испытывает частица при прохождении слоя вещества  $t$ , условно различают однократное ( $\Omega < 1$ ), кратное ( $\Omega = 1-20$ ) и многократное рассеяния ( $\Omega > 20$ ).

Действительный путь частицы в веществе с учетом многократного рассеяния больше, чем толщина фольги. Это обстоятельство необходимо учитывать при изучении соотношений между пробегом и энергией частиц (см. § 6, 15), интерпретации искривлений следов частиц в камере Вильсона или фотоэмulsionии (§ 10) и т. д.

Многократное рассеяние сверхбыстрых заряженных частиц в настоящее время широко используется в ядерной физике и физике элементарных частиц как метод определения энергии частиц (§ 10).

Этот метод основан на том, что средний угол отклонения частицы, испытавшей многократное рассеяние, прямо пропорционален ее заряду и обратно пропорционален ее энергии.

Теория многократного рассеяния развита в работах [52, 505, 262, 389, 460, 404, 407].

Наиболее ранней и простой является теория Вильямса [505]. Он исходил из того, что результирующее отклонение, испытываемое частицей при многократном рассеянии, является суммой большого числа единичных отклонений, вероятность которых определяется формулой Резерфорда. Угловое распределение прошедших фольги частиц обладает азимутальной симметрией относительно направления падающего пучка, так что вероятность их выхода из фольги в интервале углов  $(\Theta, \Theta + d\Theta)$  определяется распределением Гаусса:

$$p(\Theta) d\Theta = \frac{2\Theta}{\langle \Theta^2 \rangle_{cp}} \exp\left(-\frac{\Theta^2}{\langle \Theta^2 \rangle_{cp}}\right) d\Theta, \quad (2.59)$$

где  $\langle \Theta^2 \rangle_{cp}$  — среднеквадратичное отклонение, равное сумме среднеквадратичных отклонений по ортогональным осям в плоскости, перпендикулярной направлению движения падающих частиц (рис. 10).

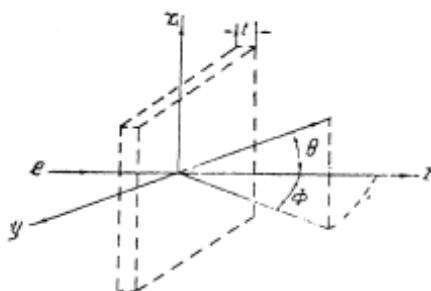


Рис. 10. Геометрия многократного рассеяния.

$Z_1 e$ ,  $p$  и  $v$  — заряд, импульс и скорость падающей частицы;  $Z_2 e$  — заряд рассеивающих ядер.

Заметим, что произведение  $pv$  равно удвоенной кинетической энергии частиц при малых скоростях ( $v \ll c$ ) или кинетической энергии при релятивистских ( $v \approx c$ ) скоростях.

Умножая указанную вероятность на  $\Theta^2$  и интегрируя по  $\Theta$  в пределах от  $\Theta_{min}$  до  $\Theta_{max}$  и по  $x$  от 0 до  $t$ , получаем значение среднеквадратичного угла отклонения при прохождении слоя вещества  $t$  (потери энергии в нем предполагаются достаточно малыми, чтобы считать величины  $p$  и  $v$  неизменными):

$$\langle \Theta^2 \rangle_{cp} = \frac{8\pi Z_1^2 Z_2^2 v^4}{p^2 v^2} nt \ln \frac{\Theta_{max}}{\Theta_{min}}. \quad (2.61)$$

Выбор угла  $\Theta_{max}$  в некотором отношении произведен — это самый большой из малых углов рассеяния. В качестве  $\Theta_{max}$  Вильямс принимает такой угол  $\Theta_1$ , при котором по всей толщине фольги происходит в среднем одно столкновение с отклонением на угол  $\Theta$ , превышающий  $\Theta_1$ . Полная вероятность однократного рассеяния на угол больше  $\Theta_1$

В соответствии с формулой Резерфорда (2.23) вероятность того, что частица, пройдя слой вещества толщиной  $dx$ , в результате однократного столкновения отклонится на малый угол  $\Theta$  в интервале  $(\Theta, \Theta + d\Theta)$ , равна

$$ndx \frac{8\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{p^2 v^2} \frac{d\Theta}{\Theta^3}, \quad (2.60)$$

где  $n$  — число атомов в  $1 \text{ см}^3$  вещества;

принимается равной в точности единице, так что

$$\Theta_{\max}^2 = \Theta_1^2 = \frac{4\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{p^2 v^2} nt. \quad (2.62)$$

Минимальный угол  $\Theta_{\min}$  определяется экранированием ядра атомными электронами (см. выше). Вильямс рассмотрел отдельно классический случай ( $\alpha = \frac{Z_1 Z_2}{137\beta} \gg 1$ ), когда угол  $\Theta_{\min}$  равен  $\Theta_a^*$  и случай пригодности борновского приближения ( $\alpha \ll 1$ ), когда угол  $\Theta_{\min}$  равен  $\Theta_a^{**}$ . Значения углов экранирования  $\Theta_a^*$  и  $\Theta_a^{**}$  определяются формулами (2.38) и (2.44).

Подстановка указанных значений  $\Theta_{\max} = \Theta_1$  и  $\Theta_{\min} = \Theta_a^{**}$  в (2.61) приводит к следующему выражению для среднеквадратичного угла отклонения частиц:

$$\langle \Theta^2 \rangle_{cp} = 2\Theta_1^2 \ln \frac{\Theta_1}{\Theta_a^{**}} = \frac{4\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{p^2 v^2} nt \ln \left[ 4\pi Z_1^2 Z_2^2 nt \left( \frac{h}{2\pi m_e v} \right)^2 \right], \quad (2.63)$$

где  $m_e$  — масса электрона.

Величина  $\frac{\Theta_1}{\Theta_a^{**}}$  по порядку совпадает со средним числом столкновений  $\Omega$ , испытываемых частицей при прохождении фольги. Так как при многократном рассеянии  $\Omega > 20$ , то логарифм в формуле (2.63) слабо зависит от величины аргумента. Зависимость  $\langle \Theta^2 \rangle_{cp}$  от параметров, характеризующих рассеиваемую частицу, определяется в основном множителем перед логарифмом.

Таким образом, уже из простой теории Вильямса следуют основные особенности многократного рассеяния: средний угол рассеяния пропорционален заряду рассеивающих ядер, обратно пропорционален энергии падающих частиц и зависит от толщины рассеивателя как  $t^{1/2}$ .

Более строго проблема многократного рассеяния исследована в теоретических работах Компанейца [52], Гоудсmita и Саундерсона [262], Мольер [389] и Снайдера и Скотта [460]\*. Наиболее завершенной (в смысле пригодности описания экспериментов) является нерелятивистская теория Мольер, основанная на изложенных выше результатах исследования однократного рассеяния в экранированном поле атома.

В работе Бете [148] рассмотрена связь между указанными теоретическими расчетами и сделаны некоторые уточнения. Наконец, в появившихся недавно трудах [256, 404, 407] указаны границы пригодности часто используемых расчетов Мольер и приведены точные формулы во втором борновском приближении.

Согласно Мольер, функция  $f(\Theta t) \Theta d\Theta$ , определяющая число частиц, испытавших отклонение в интервале углов  $(\Theta, \Theta + d\Theta)$  при прохождении через фольгу толщиной  $t$ , существенно зависит от угла  $\Theta_1$ , определяемого формулой (2.62) и учитывающего толщину фольги, и от угла экранирования  $\Theta_a$ , определяемого выражением (2.45) и описывающего экранирование кулоновского поля рассеивающих ядер.

\* См. также работы [148, 404, 256], в которых исследована связь между указанными теориями и установлены границы пригодности их.

С другой стороны, по Мольеру, зависимость  $f(\theta, t)$  от формы дифференциального поперечного сечения единичного рассеяния не столь существенна, если это сечение при больших углах рассеяния совпадает с резерфордовским. Так, функция экранирования  $q(\theta)$ , которую использует в своей теории многократного рассеяния Мольер, имеет следующий вид:

$$q_1(\theta) = \frac{\theta^4}{(\theta^2 + \theta_a^2)^2}.$$

При больших значениях параметра

$$\alpha = \frac{Z_1 Z_2 \beta^4}{137 \beta} \gg 1$$

$q_1(\theta)$  заметно отличается от  $q_0(\theta)$  (рис. 6).

В соответствии с формулами (2,62) и (2,45) среднее число актов рассеяния при прохождении частицей слоя вещества  $t$  равно

$$\begin{aligned} \Omega &\cong \frac{\theta_1^2}{\theta_a^2} = 4\pi N_A t \left( \frac{\hbar}{2\pi m_e c} \right)^2 \frac{Z_1^2 Z_2^{4/3}}{\beta^2 A} \frac{0,885^2}{1,13 + 3,76 \alpha^2} = \\ &= \frac{7800 t (\text{с/см}^2) Z_1^2 Z_2^{4/3}}{\beta^2 A (1 + 3,35 \alpha^2)}, \end{aligned} \quad (2,64)$$

где  $N_A$  — число Авогадро;

$A$  — атомный номер рассеивающего элемента,  $\beta = \frac{v}{c}$ ;

$m_e$  — масса электрона.

Уточнения, вводимые Бете [148], требуют замены численного коэффициента в выражении (2,64) на 6680 и замены  $Z_2^2$  на  $(Z_2 + 1) Z_2^{4/3}$ . Это дает возможность учесть добавочный эффект рассеяния на электронах [58].

Задача определения среднего угла отклонения частицы как результата многочисленных отдельных отклонений сводится, по Мольеру, к решению трансцендентного уравнения

$$B - \ln B = \ln \Omega - 0,115$$

и разложению функции распределения  $f(\theta, t)$  в ряд по отрицательным степеням параметра  $B$ :

$$f(\theta, t) \theta d\theta = [f^{(0)} + f^{(1)}(\delta) B^{-1} + f^{(2)}(\delta) B^{-2} + \dots] \theta d\theta, \quad (2,65)$$

где

$$\delta = \frac{\theta}{\theta_1 \sqrt{B}}, \quad f^{(0)} = 2 \exp(-\delta^2).$$

Первый член в выражении (2,65) описывает обычное гауссовое распределение, второй член учитывает поправки, связанные с рассеянием на большие углы. При малых углах рассеяния и достаточно больших значениях  $B$  ( $\delta < 1$ ) угловое распределение частиц является существенно гауссовым; поправки к нему  $\sim 1/B$ , т. е. порядка 10%.

Ниже приведены численные значения параметра  $B$  в формулах (2,65) и (2,66):

$\lg \frac{\theta_1^2}{\theta_a^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$B$	3,36	6,29	8,93	11,49	13,99	16,46	18,90	21,32	23,71
-----	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Величины  $f^{(1)}$  и  $f^{(2)}$  вычислены и табулированы Мольер [389] и Бете [148]. Результаты Бете точнее и охватывают большой интервал значений  $\delta$ . Они приведены в табл. 7. В этой же таблице содержатся численные значения функций  $\frac{1}{2} \delta^4 f^{(1)}$  и  $\frac{1}{2} \delta^4 f^{(2)}$ , определяющих отношение соответствующих сечений к резерфордовскому сечению при больших углах рассеяния.

Таблица 7  
Численные значения коэффициентов функции  
распределения  $f(\theta, t)$  (2,65)

$\delta$	$f^{(0)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$\frac{1}{2} \delta^4 f^{(1)}$	$\frac{1}{2} \delta^4 f^{(2)}$
0	2	0,8456	2,4929	0	0
0,2	1,9216	0,7038	2,0694	0,0006	0,0008
0,4	1,7214	0,3437	1,0488	0,0044	0,0034
0,6	1,4094	-0,0777	-0,0044	-0,0050	-0,0003
0,8	1,0546	-0,3981	-0,6068	-0,0815	-0,1246
1	0,7388	-0,5285	-0,6359	-0,2642	-0,318
1,2	0,4738	-0,4770	-0,3086	-0,4946	-0,320
1,4	0,2817	-0,3183	0,0525	-0,6113	0,101
1,6	0,1546	-0,1396	0,2423	-0,4573	0,669
1,8	0,0783	-0,0006	0,2386	-0,0032	1,251
2	0,0366	+0,0782	0,1316	0,6258	1,053
2,2	0,01581	0,1054	0,0196	1,2347	0,475
2,4	0,00630	0,1008	-0,0467	1,6718	-0,775
2,6	0,00232	0,08262	-0,0649	1,8877	-1,483
2,8	0,00079	0,06247	-0,0546	1,9200	-1,676
3	0,000250	0,04550	-0,03568	1,8429	-1,448
3,2	$7,3 \cdot 10^{-5}$	0,03288	-0,01923	1,7240	-1,008
3,4	$1,9 \cdot 10^{-5}$	0,02402	-0,00847	1,6050	-0,566
3,6	$4,7 \cdot 10^{-6}$	0,01791	-0,00264	1,5038	-0,222
3,8	$1,1 \cdot 10^{-6}$	0,01366	0,00005	1,4237	0,005
4,0	1000 $f^{(0)}$	1000 $f^{(1)}$	1000 $f^{(2)}$		
4,0	$2,3 \cdot 10^{-4}$	10,638	1,0741	1,3617	0,1375
4,5	$3 \cdot 10^{-6}$	6,140	1,2294	1,2588	0,2521
5	$2 \cdot 10^{-8}$	3,831	0,8326	1,1972	0,2602
5,5	$2 \cdot 10^{-10}$	2,527	0,5368	1,1563	0,2456
6	$5 \cdot 10^{-13}$	1,739	0,3495	1,1275	0,2264
7	$1 \cdot 10^{-15}$	0,9080	0,1584	1,0901	0,1901
8	$3 \cdot 10^{-25}$	0,5211	0,0783	1,0679	0,1604
9	$1 \cdot 10^{-32}$	0,3208	0,0417	1,0523	0,1369
10	$1 \cdot 10^{-40}$	0,2084	0,0237	1,0419	0,1186

Распределение проекций угла рассеяния на плоскость, параллельную направлению пучка рассеиваемых частиц, определяется функцией

распределения

$$f(\varphi, t) d\varphi = [2\pi^{-1/2} \exp(-\varphi^2) + f^{(1)}(\varphi) B^{-1} + f^{(2)}(\varphi) B^{-2} + \dots] d\varphi, \quad (2.66)$$

где  $\varphi = \frac{\Phi}{\Theta_1 \sqrt{B}}$  и  $\Phi$  — проекция угла рассеяния (рис. 10).

Средняя величина угла многократного рассеяния  $\bar{\alpha}_t$  определяется из выражения

$$\frac{2}{\pi} \bar{\alpha}_t = \bar{\Phi} = \Theta_1 \sqrt{B} \left( 1 + \frac{0.982}{B} - \frac{0.117}{B^2} + \dots \right). \quad (2.67)$$

В работах Нигэма и сотрудников [404, 407] отмечено, что результаты расчетов Мольер недостаточно точны, так как основаны на использовании формулы (2.45), которая справедлива только при выполнении условия (2.42), т. е. в первом борновском приближении.

Используя формулы Гоудсmita и Саундерсона [262] для коэффициентов разложения функции распределения многократного рассеяния по полиномам Лежандра и релятивистскую формулу Далитца (2.45a) для угла однократного рассеяния, Нигэм и сотрудники получили следующее выражение для функции распределения при многократном рассеянии:

$$f(\Theta, t) \simeq C \left( \Theta_1^2 B \right)^{-1} \left\{ f^{(0)} + B^{-1} \left( f^{(1)'} + f^{(1)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2! B^2} \left( f^{(2)'} + f^{(2)} + \dots \right) \right\}, \quad (2.68)$$

где

$$C = \exp \left\{ \frac{B \Theta_1^2}{16} \left[ 1 + \frac{8\pi\alpha}{B} + 2\zeta \frac{\ln 2}{B} + \frac{8(\beta^2 + \pi\alpha)}{B} \times \right. \right. \\ \left. \times (0.577 - \ln \Theta_1 \sqrt{B}) \right\};$$

$$\zeta = 1 + 2\alpha\Theta_0(1 - \beta^2).$$

Численные значения  $f^{(0)}$  и  $f^{(1)}$  следует брать из табл. 7. Величины  $f^{(1)'}$  вычислены для ряда частных случаев в работах [404, 256]; приведем численные значения  $f^{(1)'} / \alpha \Theta_1 \sqrt{B}$ :

$\delta$	0	0,2	0,4	0,6	0,8
$f^{(1)'} / \alpha \Theta_1 \sqrt{B}$	-11,123	-9,085	-6,848	-4,952	-3,254
$\delta$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
$f^{(1)'} / \alpha \Theta_1 \sqrt{B}$	-1,740	-0,371	+0,908	2,179	3,569
				0,716	0,170

Вкладом  $f^{(2)}$  и  $f^{(2)'}$ , как уже отмечалось выше, в большинстве случаев можно пренебречь.

Экспериментальная проверка теории многократного рассеяния производилась главным образом при изучении рассеяния электронов (см. § 12). Можно указать только несколько исследований, в которых для проверки теории использовались нерелятивистские тяжелые заряженные частицы.

В работах Маурера [394] и Флейшмана [256] исследовано многократное рассеяние  $\alpha$ -частиц от естественно радиоактивных веществ. Биксел [173] экспериментально изучал многократное рассеяние протонов с энергией 0,7—4,8 Мэв в металлических фольгах. Ошмоя и Крю [141] исследовали многократное рассеяние в металлах дейтонов с энергией 7,5 Мэв.

Во всех указанных работах было найдено удовлетворительное согласие с изложенными выше результатами расчетов Мольер. В качестве примера на рис. 11 приведена кривая, показывающая экспериментальное угловое распределение  $\alpha$ -частиц с энергией 8,78 Мэв, прошедших 2,6 мг/см<sup>2</sup> свинца (точки) [256]. На том же рисунке пунктирная линия изображает теоретическое распределение.

В работе Арутюняна [10] исследовано угловое распределение протонов с энергией 40—200 Мэв, испытавших многократное рассеяние в меди и свинце. Было отмечено, что в этой области энергий важное значение имеет учет конечных размеров ядра и влияния поля ядерных сил.

**Кратное рассеяние.** Угловое распределение частиц при кратном ( $\Omega < 20$ ) рассеянии можно получить только численными методами. В табл. 8 даны результаты численного исследования функции углового распределения частиц при однократном и кратном рассеяниях [356].

Для практического использования данных табл. 8 необходимо на опыте определить отношение  $\frac{I' (0)}{I (0)}$ , в котором  $I (0)$  — поток частиц в переднем направлении без фольги,  $I' (0)$  — с рассеивающей фольгой. Если поток падающих на фольгу частиц нормирован к единице, причем в соответствии с условиями опыта

$$I(\gamma) = \begin{cases} 2/\gamma_H^2 & \text{при } \gamma = \gamma_H = \frac{\theta_*}{\theta_*} \\ 0 & \text{при } \gamma > \gamma_H, \end{cases}$$

то измеренное отношение равно

$$\frac{I' (0)}{I (0)} = 1 - G (\Omega, \gamma_H). \quad (2,69)$$

С помощью табл. 8 выбирается такая пара величин  $\Omega$  и  $\gamma_H$ , которая одновременно удовлетворяет формулам (2,69) и (2,64).

### § 3. ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР И ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Большинство актов взаимодействия быстрых заряженных частиц с ядрами тормозящего вещества является упругими, несмотря на это часть из них может приводить к возбуждению ядер (неупругое рассеяние) или ядерным реакциям. Относительная доля неупругих столкновений с ядрами в общем случае растет с увеличением энергии

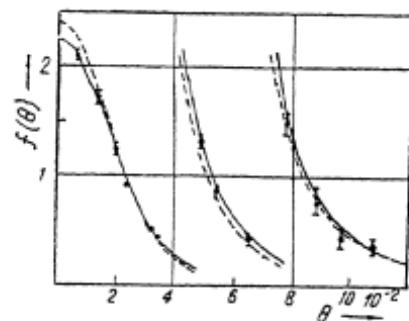


Рис. 11. Угловое распределение  $\alpha$ -частиц с начальной энергией 8,78 Мэв, прошедших через слой свинца толщиной 2,6 мг/см<sup>2</sup> [256]. Пунктирная кривая рассчитана по теории Мольер, сплошная — расчет с учетом поправок Нигэма и др. [404].

Таблица 8

Численные значения функции  $G(\Omega, \theta/\Theta_n)$ 

$\theta/\Theta_n$	0	0,2	0,4	0,6	1	2	3	4	5	6	7	8
0,0	0,338(-0)	0,572(-0)	0,725(-0)	0,8808(-0)	0,8137(-0)	0,5945(-0)	0,4114(-0)	0,2866(-0)	0,2062(-0)	0,1547(-0)	0,1210(-0)	
0,1	0,336(-0)	0,569(-0)	0,721(-0)	0,8658(-0)	0,8020(-0)	0,5875(-0)	0,4076(-0)	0,2846(-0)	0,2052(-0)	0,1542(-0)	0,1207(-0)	
0,2	0,313(-0)	0,531(-0)	0,673(-0)	0,8233(-0)	0,7685(-0)	0,5675(-0)	0,3969(-0)	0,2791(-0)	0,2024(-0)	0,1527(-0)	0,1199(-0)	
0,4	0,253(-0)	0,431(-0)	0,549(-0)	0,6833(-0)	0,6573(-0)	0,5004(-0)	0,3601(-0)	0,2597(-0)	0,1923(-0)	0,1474(-0)	0,1170(-0)	
0,6	0,186(-0)	0,319(-0)	0,414(-0)	0,5229(-0)	0,5270(-0)	0,4196(-0)	0,3147(-0)	0,2351(-0)	0,1790(-0)	0,1400(-0)	0,1128(-0)	
0,8	0,129(-0)	0,224(-0)	0,294(-0)	0,3834(-0)	0,4096(-0)	0,3441(-0)	0,2703(-0)	0,2099(-0)	0,1647(-0)	0,1318(-0)	0,1079(-0)	
1,0	0,883(-1)	0,155(-0)	0,207(-0)	0,2770(-0)	0,3158(-0)	0,2806(-0)	0,2311(-0)	0,1864(-0)	0,1506(-0)	0,1233(-0)	0,1025(-0)	
1,25	0,550(-1)	0,995(-1)	0,134(-0)	0,1853(-0)	0,2293(-0)	0,2181(-0)	0,1900(-0)	0,1602(-0)	0,1340(-0)	0,1126(-0)	0,9554(-1)	
1,5	0,348(-1)	0,655(-1)	0,905(-1)	0,1262(-0)	0,1688(-0)	0,1709(-0)	0,1566(-0)	0,1374(-0)	0,1187(-0)	0,1023(-0)	0,8844(-1)	
2,0	0,152(-1)	0,288(-1)	0,415(-1)	0,6276(-1)	0,9574(-1)	0,1076(-0)	0,1073(-0)	0,1010(-0)	0,9229(-1)	0,8316(-1)	0,7456(-1)	
2,5	0,741(-2)	0,147(-1)	0,215(-1)	0,3402(-1)	0,5720(-1)	0,6976(-1)	0,7449(-1)	0,7243(-1)	0,7116(-1)	0,6673(-1)	0,6183(-1)	
3,0	0,396(-2)	0,800(-2)	0,120(-1)	0,1975(-1)	0,3567(-1)	0,4634(-1)	0,5229(-1)	0,5467(-1)	0,5462(-1)	0,5307(-1)	0,5067(-1)	
4,0	0,139(-2)	0,285(-2)	0,442(-2)	0,7733(-2)	0,1531(-1)	0,2176(-1)	0,2667(-1)	0,3006(-1)	0,3211(-1)	0,3310(-1)	0,3329(-1)	
6,0	0,291(-3)	0,605(-3)	0,950(-3)	0,1737(-2)	0,3745(-2)	0,5848(-2)	0,7891(-2)	0,9774(-2)	0,1142(-1)	0,1279(-1)	0,1390(-1)	
8,0	0,948(-4)	0,195(-3)	0,340(-3)	0,5359(-3)	0,1187(-2)	0,1927(-2)	0,2723(-2)	0,3543(-2)	0,4357(-2)	0,5138(-2)	0,5869(-2)	
10	0,381(-4)	0,780(-4)	0,117(-3)	0,2040(-3)	0,4531(-3)	0,7444(-3)	0,1072(-2)	0,1429(-2)	0,1806(-2)	0,2195(-2)	0,2587(-2)	
15	-	-	-	0,3273(-4)	0,7099(-4)	0,1152(-3)	0,1656(-3)	0,2225(-3)	0,2856(-3)	0,3550(-3)	0,4303(-3)	
20	-	-	-	0,8744(-5)	0,1851(-4)	0,2938(-4)	0,4146(-4)	0,5484(-4)	0,6958(-4)	0,8577(-4)	0,1034(-3)	

$\Theta_a \backslash \Theta_a$	2	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
0,0	0,9806 (-1)	0,8188 (-1)	0,7001 (-1)	0,6098 (-1)	0,5392 (-1)	0,4825 (-1)	0,4360 (-1)	0,3973 (-1)	0,3365 (-1)	0,2911 (-1)	0,2911 (-1)
0,1	0,9791 (-1)	0,8179 (-1)	0,6995 (-1)	0,6094 (-1)	0,5389 (-1)	0,4822 (-1)	0,4358 (-1)	0,3971 (-1)	0,3364 (-1)	0,2911 (-1)	0,2911 (-1)
0,2	0,9746 (-1)	0,8152 (-1)	0,6978 (-1)	0,6082 (-1)	0,5380 (-1)	0,4816 (-1)	0,4353 (-1)	0,3967 (-1)	0,3362 (-1)	0,2909 (-1)	0,2909 (-1)
0,4	0,9577 (-1)	0,8049 (-1)	0,6911 (-1)	0,6037 (-1)	0,5347 (-1)	0,4791 (-1)	0,4334 (-1)	0,3952 (-1)	0,3351 (-1)	0,2901 (-1)	0,2901 (-1)
0,6	0,9328 (-1)	0,7892 (-1)	0,7892 (-1)	0,6806 (-1)	0,5963 (-1)	0,5294 (-4)	0,4750 (-1)	0,4302 (-1)	0,3926 (-1)	0,3334 (-1)	0,2888 (-1)
0,8	0,9022 (-1)	0,7692 (-1)	0,6870 (-1)	0,5866 (-1)	0,5221 (-1)	0,4695 (-1)	0,4258 (-1)	0,3891 (-1)	0,3309 (-1)	0,2871 (-1)	0,2871 (-1)
1,0	0,8675 (-1)	0,7453 (-1)	0,6506 (-1)	0,5746 (-1)	0,5131 (-1)	0,4625 (-1)	0,4203 (-1)	0,3847 (-1)	0,3279 (-1)	0,2849 (-1)	0,2849 (-1)
1,25	0,8203 (-1)	0,7130 (-1)	0,6269 (-1)	0,5571 (-1)	0,4998 (-1)	0,4521 (-1)	0,4120 (-1)	0,3779 (-1)	0,3232 (-1)	0,2814 (-1)	0,2814 (-1)
1,5	0,7705 (-1)	0,6771 (-1)	0,6005 (-1)	0,5371 (-1)	0,4843 (-1)	0,4399 (-1)	0,4022 (-1)	0,3698 (-1)	0,3176 (-1)	0,2773 (-1)	0,2773 (-1)
2,0	0,6683 (-1)	0,6008 (-1)	0,5423 (-1)	0,4920 (-1)	0,4487 (-1)	0,4113 (-1)	0,3789 (-1)	0,3506 (-1)	0,3039 (-1)	0,2673 (-1)	0,2673 (-1)
2,5	0,5694 (-1)	0,5234 (-1)	0,4812 (-1)	0,4432 (-1)	0,4071 (-1)	0,3789 (-1)	0,3520 (-1)	0,3281 (-1)	0,2787 (-1)	0,2551 (-1)	0,2551 (-1)
3,0	0,4787 (-1)	0,4495 (-1)	0,4208 (-1)	0,3935 (-1)	0,3680 (-1)	0,3445 (-1)	0,3231 (-1)	0,3030 (-1)	0,2695 (-1)	0,2412 (-1)	0,2412 (-1)
4,0	0,3291 (-1)	0,3215 (-1)	0,3115 (-1)	0,3001 (-1)	0,2880 (-1)	0,2757 (-1)	0,2636 (-1)	0,2519 (-1)	0,2300 (-1)	0,2104 (-1)	0,2104 (-1)
6,0	0,1475 (-1)	0,1536 (-1)	0,1578 (-1)	0,1602 (-1)	0,1612 (-1)	0,1611 (-1)	0,1600 (-1)	0,1583 (-1)	0,1533 (-1)	0,1473 (-1)	0,1473 (-1)
8,0	0,6537 (-2)	0,7132 (-2)	0,7652 (-2)	0,8057 (-2)	0,8470 (-2)	0,8775 (-2)	0,9018 (-2)	0,9204 (-2)	0,9432 (-2)	0,9506 (-2)	0,9506 (-2)
10	0,2974 (-2)	0,3249 (-2)	0,3708 (-2)	0,4045 (-2)	0,4359 (-2)	0,4647 (-2)	0,4908 (-2)	0,5142 (-2)	0,5532 (-2)	0,5824 (-2)	0,5824 (-2)
15	0,5109 (-3)	0,5964 (-3)	0,6860 (-3)	0,7791 (-3)	0,8748 (-3)	0,9725 (-3)	0,1071 (-2)	0,1171 (-2)	0,1368 (-2)	0,1559 (-2)	0,1559 (-2)
20	0,1227 (-3)	0,1434 (-3)	0,1658 (-3)	0,1896 (-3)	0,2150 (-3)	0,2418 (-3)	0,2701 (-3)	0,2996 (-3)	0,3622 (-3)	0,4289 (-3)	0,4289 (-3)

Примечание. В таблице 0,800 (-2) обозначает  $0,800 \cdot 10^{-2}$  и т. д.

падающих частиц, хотя, как мы увидим ниже, роль неупругого рассения и ядерных реакций в ослаблении пучка быстрых заряженных частиц при нерелятивистских энергиях мала. При больших энергиях частиц вклады упругого и неупругого взаимодействий с ядрами становятся примерно одинаковыми.

В этом параграфе будут рассмотрены самые общие вопросы, связанные с ядерными реакциями.

**Кинематика ядерных реакций.** В нерелятивистском случае кинетическая энергия частицы  $b$ , возникающей в результате ядерной реакции  $A(a, b)B$  и вылетающей под углом  $\theta_a$  (ЛСК) к направлению движения частицы  $a$ , определяется следующей формулой:

$$T_b^{\frac{1}{2}} = \frac{(m_a m_b T_a)^{\frac{1}{2}} \cos \theta_a}{m_b + m_B} \pm \left\{ \left[ \frac{m_B - m_a}{m_b + m_B} + \frac{m_a m_b \cos^2 \theta_a}{(m_a + m_b)^2} \right] T_a + \frac{m_B}{m_b + m_B} Q \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (3,1)$$

Здесь  $T_a$  — кинетическая энергия частицы  $a$ , вызывающей реакцию, в ЛСК;

$m_a$ ,  $m_A$ ,  $m_b$ ,  $m_B$  — соответственно массы налетающей частицы, ядра-мишени, возникающей легкой частицы и ядра отдачи;

$Q$  — энергия реакции.

Выражение для энергии отдачи  $T_B$  в функции угла вылета ядра отдачи  $\theta_B$  (ЛСК) имеет такой же вид, только везде индекс  $a$  надо заменить на индекс  $B$ .

Величина  $Q$  равна разности кинетических энергий частиц до и после реакции. Она может быть также выражена через массы участвующих в реакции частиц

$$Q = T_B + T_b - T_a = \frac{1}{c^2} \left[ (m_a + m_A) - (m_b + m_B) \right], \quad (3,2)$$

где  $c$  — скорость света.

Для практических приложений удобна формула

$$Q = \frac{m_a + m_A}{m_B} T_a - \frac{(m_B - m_b)}{m_B} T_a - \frac{2 \sqrt{m_a m_b T_a T_b}}{m_B} \cos \theta_a. \quad (3,2a)$$

Реакции, для которых  $Q > 0$ , называются экзотермическими. При  $Q > 0$  и  $m_B > m_a$  перед скобкой в формуле (3,1) следует ставить положительный знак.

Для эндотермических реакций ( $Q < 0$ ) энергия частицы имеет одно значение только в том случае, когда

$$T_a > \left( - \frac{m_B}{m_B - m_a} \right) Q.$$

Например, в реакции  $H^1(p, n)He^3$  ( $Q = -0,764$  Мэв) при  $T_a < 1,148$  Мэв величина  $T_b$  имеет два значения. Эндотермические реакции энергет-

тически возможны только при энергии налетающих частиц, превышающей пороговое значение

$$T_{a \text{ пор}} = Q \left( \frac{m_a + m_A}{m_A} \right). \quad (3.3)$$

Для упомянутой выше реакции  $H^3(p, n)He^3$  пороговое значение энергии равно  $1,019 \text{ Мэв}$ . При энергии налетающих протонов от  $1,019$  до  $1,148 \text{ Мэв}$  образуются нейтроны двух энергетических групп.

В принятых здесь обозначениях упругое рассеяние на ядрах записывается так:  $A(a, a)A$ . Для упругого рассеяния  $Q=0$  и выражение (3.1) совпадает с приведенной ранее формулой (2.2).

При неупругом рассеянии  $A(a, a)A^*$  ядро после соударения остается в возбужденном состоянии. Энергия реакции в этом случае равна взятой с обратным знаком энергии возбуждения уровня ядра  $A$ :

$$Q = -W_{A^*}.$$

Связь между углами вылета возникающих в реакции частиц в ЛСК и СЦИ дается формулами (2.6) и (2.8). Однако в отличие от упругого рассеяния величина  $k$ , входящая в эти формулы, определяется теперь так:

$$k = \left( \frac{m_a m_b}{m_A m_B} \frac{T_{ac}}{T_{ac} + Q} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{m_a m_b}{m_A m_B} \frac{T_a}{T_a + Q \left( 1 + \frac{m_a}{m_A} \right)} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (3.4)$$

$T_a$  и  $T_{ac}$  — кинетическая энергия падающей частицы в ЛСК и СЦИ соответственно.

**Сечения ядерных реакций и их роль в ослаблении пучка заряженных частиц.** В соответствии с общим определением (§ 1) сечение ядерной реакции определяется как вероятность того, что она произойдет, если падающий „пучок“ состоит из одной частицы, а мишень содержит одно ядро на единицу площади сечения пучка.

Полное число ядерных реакций данного типа, которые осуществляются при прохождении потока частиц через слой вещества толщиной  $dx$ , определяется формулой (1.1), где  $\sigma$  означает полное сечение реакции при энергии частиц  $E$ . В результате неупрого ядерного взаимодействия бомбардирующая частица или полностью „исчезает“, или резко изменяет свою энергию и направление движения. Это приводит к ослаблению интенсивности падающего пучка. В случае тонкой мишени уменьшение потока частиц, согласно (1.1), равно

$$\Delta N = N_0 [1 - \exp(-\sigma n x)] \approx N_0 \sigma n x, \quad (3.5)$$

где  $x$  — толщина мишени;

$n$  — число ядер данного сорта в  $1 \text{ см}^3$ ;

$\sigma$  — сумма сечений различных реакций, которые может вызвать частица с данной энергией.

Абсолютные сечения реакций и их зависимости от энергии (функции возбуждения) не могут быть, за исключением небольшого числа случаев, вычислены теоретически. Ограничимся лишь перечислением сведений самого общего характера, относящихся к ядерным реакциям с быстрыми заряженными частицами.

При энергии заряженных частиц ниже высоты кулоновского барьера

$$B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \quad (R — радиус ядра)$$

сечение реакции увеличивается экспоненциально с возрастанием  $T_a$ . Если энергия превышает высоту барьера, то величина сечения определяется влиянием других факторов. Для грубых прикидочных расчетов по формуле (3,5) следует брать величину  $\sigma \approx 10^{-25} - 10^{-24} \text{ см}^2$ . Необходимо иметь в виду, что реакции, вызываемые дейтонами при одинаковой энергии частиц, дают больший выход, чем реакции, вызываемые протонами и  $\alpha$ -частицами той же энергии.

Если в формуле (3,5) положить, что  $\sigma = 10^{-25} \text{ см}^2$ ,  $n = 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , то при прохождении через слой вещества толщиной  $10 \text{ мк}$  ( $10^{-3} \text{ см}$ ) относительное уменьшение потока заряженных частиц составит  $10^{-4} \%$ .

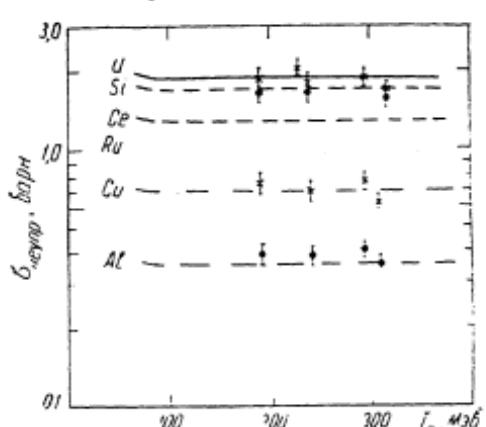


Рис. 12. Сравнение экспериментальных сечений [378] неупругого взаимодействия протонов с ядрами (изображены точками) и теоретических сечений (сплошные кривые), вычисленных авторами работы [377].

В случае толстых мишеней ( $\tau_{pl} \sim 1$ ) движение частиц из-за большой потери энергии на ионизацию (§ 5–6) быстро замедляется, в связи с чем уменьшается их энергия. Для ориентировочных расчетов следует принять, что на  $10^5 - 10^6$  быстрых заряженных частиц, попавших на мишень, приходится одна ядерная реакция.

На рис. 12 приведены расчетные [377] кривые полных сечений неупругого взаимодействия быстрых протонов с ядрами различных элементов. На той же кривой точки показывают результаты эксперимента [378]. Эти кривые позволяют судить о порядке сечений неупругого взаимодействия быстрых заряженных частиц с ядрами.

Учет ослабления пучка из-за поглощения частиц ядрами имеет существенное значение, например, при анализе кривых трансмиссии с целью определения среднего пробега частиц в веществе (см. § 6).

**Измерение энергии частиц и калибровочные энергетические стандарты.** В практике физических и технических исследований часто встречается необходимость точного определения энергии частиц. Такая задача возникает, например, когда исследуются потери энергии при прохождении частиц через вещество (§ 5). Наиболее точными методами определения энергии заряженных частиц являются электростатический и магнитный анализы, а для сверхбыстрых частиц, кроме того, измерение угла испускания черенковского излучения (см. § 9).

Магнитная жесткость  $B_\rho$ , где  $\rho$  — радиус кривизны траектории частицы в поперечном магнитном поле, является мерой отношения импульса частицы  $p$  и ее заряда  $Ze$

$$B_\rho = \frac{pc}{Ze} = \frac{m\dot{c}^2}{Ze(1 - \beta^2)^{1/2}}.$$

Используя известное релятивистское соотношение между энергией и импульсом, получаем

$$\left. \begin{aligned} E &= mc^2 \left\{ 1 + \left( \frac{ZeB\rho}{mc^2} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ T &= mc^2 \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{ZeB\rho}{mc^2} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \end{aligned} \right\}, \quad (3,6)$$

где  $T$  — кинетическая энергия частицы;

$m$  — ее масса покоя.

При очень больших скоростях частиц, когда исчезает различие между полной и кинетической энергиями, величина  $B\rho$  связана с  $E$  (эв) простым соотношением

$$E(\text{эв}) = 300 B\rho (\text{гс}\cdot\text{см}). \quad (3,7)$$

При малых (нерелятивистских) скоростях

$$T \cong \frac{(ZeB\rho)^2}{2mc^2}. \quad (3,8)$$

Выражая  $B\rho$  в гауссо-сантиметрах, массу частицы в атомных единицах массы (1 а. е. м. =  $1,6 \cdot 10^{-24}$  г) и энергию ее в электронвольтах, имеем

$$B\rho (\text{гс}\cdot\text{см}) = \frac{144}{Z} \sqrt{M(\text{а.е. м.}) T(\text{эв})}. \quad (3,8a)$$

Отметим еще одну удобную для расчетов формулу, дающую связь между магнитной жесткостью и скоростью электронов

$$B\rho(\text{гс}\cdot\text{см}) = 1704,5 \beta (1 - \beta^2)^{-1/2}. \quad (3,9)$$

Радиус отклонения частицы в электростатическом поле связан с отношением заряда частицы к ее энергии. Для наиболее часто встречающегося случая цилиндрического анализатора связь между энергией частицы  $V$ , проходящей по среднему радиусу  $\rho$ , и напряжением между пластинами конденсатора  $V'$  описывается приближенной формулой

$$V' = \frac{2d}{\rho} V, \quad (3,10)$$

где  $d$  — расстояние между пластинами конденсатора.

При работе с пучками заряженных частиц задача монохроматизации пучка является обычно более легкой, чем измерение абсолютной энергии частиц. Поэтому широкое применение в практике физических измерений получило использование колибровочных энергетических "стандартов".

В табл. 9 даны величины  $B\rho$  и абсолютные величины энергии линий спектра некоторых  $\alpha$ -радиоактивных естественных изотопов, часто применяемых в качестве реперов, от которых отсчитывается энергия.

Значения энергий резонансов и порогов некоторых реакций, полезные в качестве энергетических стандартов при физических исследованиях, приведены в табл. 10.

Таблица 9

**Значения энергий и магнитных жесткостей  $\alpha$ -частиц естественных источников, используемых в качестве стандартов**

Изотоп	Обозначение группы частиц	Энергия $T_{\alpha}$ , МэВ	Магнитная жесткость $B_p$ ( $10^5$ гс·см)
Po <sup>210</sup>	—	$5,307 \pm 0,0026$	$3,31649 \pm 0,0008$
Bi <sup>212</sup> (ThC)	$\alpha_1$ (70 %)	$6,0861 \pm 0,0024$	$3,55389 \pm 0,0007$
	$\alpha_0$ (23 %)	$6,0466 \pm 0,0027$	$3,51232 \pm 0,0008$
Po <sup>214</sup> (RaC')	—	$7,6802 \pm 0,0009$	$3,99274 \pm 0,00022$
Po <sup>212</sup> (ThC')	—	$8,7801 \pm 0,004$	$4,26934 \pm 0,0009$

Таблица 10

**Величины резонансных и пороговых энергий протонов, используемых в качестве абсолютных калибровочных стандартов**

Реакция	Энергия (кэВ), определенная методом		Примечание
	электростатического анализа	магнитного анализа	
F <sup>19</sup> ( $p, \alpha \gamma$ ) O <sup>16</sup>	$340,4 \pm 0,4$ $483,6 \pm 0,3$ $872,4 \pm 0,4$	$340,5 \pm 0,3$ — $871,3 \pm 0,4$	Резонанс •
Al <sup>27</sup> ( $p, \gamma$ ) Si <sup>28</sup>	$992,4 \pm 0,5$	$990,8 \pm 0,2$	•
Ni <sup>59</sup> ( $p, \gamma$ ) Cu <sup>60</sup>	$1424,1 \pm 0,7$ $1843,7 \pm 0,9$	—	•
C <sup>13</sup> ( $p, \gamma$ ) N <sup>14</sup>	$1747,6 \pm 0,9$ $3237,2 \pm 1,6$	—	•
Li <sup>7</sup> ( $p, n$ ) Be <sup>7</sup>	$1881,2 \pm 0,9$	$1881,3 \pm 0,7$	Порог
C <sup>13</sup> ( $p, \gamma$ ) N <sup>14</sup>	$3237,2 \pm 1,6$	—	•
F <sup>19</sup> ( $p, n$ ) N <sup>19</sup>	$4223,2 \pm 2,0$	—	•

## § 4. ТЕОРИЯ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ПРИ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЧАСТИЦ С АТОМНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

**Классическая теория ионизационных потерь энергии (Бор).**

Пусть частица с зарядом  $ze^*$  движется со скоростью  $v$  относительно неподвижного и свободного электрона по траектории с прицельным расстоянием  $\rho$ . Если прицельное расстояние достаточно велико, можно считать, что оно практически не изменится при соударении с электроном; останется почти неизменной также скорость падающей частицы. В результате соударения электрон приобретёт импульс отдачи в направлении, перпендикулярном движению частицы, равный

$$p_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} \frac{dx}{v} = \frac{z^2 e^4}{4 v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + \rho^2)^{1/2}} = \frac{2ze^2}{\rho v} \quad (4.1)$$

и энергию

$$Q = \frac{p_{\perp}^2}{2m} = \frac{2z^2 e^4}{mv^2 \rho^2}. \quad (4.2)$$

Более точная формула имеет вид (см. § 2)

$$Q = \frac{2z^2 e^4}{mv^2} \frac{1}{\rho^2 + (b/2)^2}. \quad (4.2a)$$

В выражениях (4.2) и (4.3) и во всех следующих формулах через  $m$  обозначена масса электрона, через  $b$  — диаметр соударения, определяемый формулой (2.22).

При прохождении в тормозящем веществе слоя толщиной  $dx$  частица испытывает  $2\pi\rho dxdn$  соударений, прицельные расстояния которых заключены в пределах от  $\rho$  до  $\rho + dp$  ( $n$  — число электронов в  $1 \text{ см}^3$  вещества).

Выражая величину прицельного расстояния с помощью формулы (4.1), найдем, что число столкновений, для которых величина передаваемого импульса заключена в пределах от  $\rho$  до  $\rho + dp$ , равно  $\frac{8\pi n dx z^2 e^4 dp}{c^2 p^3}$ . Поделив это выражение на  $ndx$ , получим среднее число столкновений с передачей импульса от  $\rho$  до  $\rho + dp$ , приходящееся на один электрон

$$\sigma(p)dp = \frac{8\pi z^2 e^4}{v^2} \frac{dp}{p^3}. \quad (4.3)$$

В соответствии с § 1 это есть дифференциальное поперечное сечение передачи электрону импульса  $p$ .

Дифференциальное сечение потери энергии падающей частицей (передачи энергии свободному электрону) равно

$$d\tau_{\text{к.т.}}(Q) = \sigma(Q) dQ = B_e \frac{dQ}{Q^2}, \quad (4.4)$$

где

$$B_e = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2}. \quad (4.5)$$

\* Здесь и дальше имеется в виду эффективный заряд движущейся частицы, который совпадает с зарядом ядра частицы только при скоростях, значительно превышающих скорости наиболее сильно связанных электронов (см. ниже).

есть аналог величины  $B_n$  (см. § 2) для случая столкновения с электронами. Это выражение следует также из формулы (2,48), если положить  $m_2 = m$ ,  $z_2 = 1$  и  $Z_1 = z$ .

Подстановка (4,5) в (2,52) с учетом (4,3) и (4,4) дает следующий результат:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} n \int \frac{\rho d\rho}{\rho^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}. \quad (4,6)$$

Интегрирование выражения (4,6) по всем значениям  $\rho$  от 0 до  $\infty$  приводит к абсурдному результату (бесконечная передача энергии). Это свидетельствует о необходимости учитывать связь электронов в атомах тормозящего вещества. Бор [149], рассматривая атом как набор гармонических осцилляторов, т. е. считая электроны связанными упругими силами с собственными частотами  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ), показал, что электроны можно считать свободными при малых прицельных расстояниях („близкие“ соударения), когда время удара  $\tau \approx \frac{b}{v}$  меньше, чем периоды колебаний электронов  $\frac{1}{\omega_i}$ . Наоборот, в случае „далеких“ соударений ( $\tau \gg \frac{1}{\omega_i}$ ) энергия, передаваемая связанным электронам, значительно меньше, чем энергия, получаемая при том же значении  $\rho$  свободными электронами. По Бору можно считать, что при

$$\rho > \rho_s = \frac{1.123 v}{m_s}$$

электроны возмущаются полем заряженной частицы адиабатически ( $Q = 0$ ). Величина  $\rho_s$  называется адиабатическим пределом.

Интегрирование формулы (4,6) от 0 до  $\rho_s$  при выполнении условия  $\rho_s \gg b$  ( $b$  — диаметр соударения; см. (2,22)) дает выражение для средних потерь энергии на единице длины пути, обусловленных столкновениями с электронами,

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_e = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} n \sum \ln \frac{1.123 M m v^3}{\omega_i^2 z e^2 (M + m)} \text{ эрг/см},$$

где  $M$  — масса падающей частицы;

$$\omega_i = 2\pi\omega_i.$$

Если частота колебаний электронов выражается соотношением

$$\ln \bar{\omega} = \sum_i f_i \ln \omega_i, \quad (4,7)$$

где  $f_i$  — силы осцилляторов, соответствующие переходам с частотами  $\omega_i^*$ , то формулу ионизационных потерь можно записать таким образом (индекс  $e$  при  $dE/dx$  в дальнейшем будем опускать):

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} n \ln \frac{1.123 M m v^3}{\omega z e^2 (M + m)}. \quad (4,8)$$

\* Сила осциллятора для данного перехода равна числу электронов на данном уровне, деленному на число электронов в атоме  $Z$ .

С учетом релятивистской поправки [149] формула (4,8) приобретает вид

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left\{ \ln \frac{1,123 M m v^2}{\omega z e^2 (M + m)} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right\}; \quad (4,9)$$

$$\beta = v/c.$$

Формулы (4,8) и (4,9) известны в литературе под названием формул Бора.

Формулы Бора применяются для ограниченной области скоростей и зарядов частиц. Поскольку классические методы расчета имеют силу только при выполнении неравенства (2,36), необходимым условием применения формул Бора является требование

$$v \ll zu_0 = \frac{ze^2}{2\pi\hbar},$$

где  $ze$  — эффективный заряд падающей частицы;

$v$  — скорость электрона в атоме водорода.

Со стороны малых скоростей ограничение накладывается условием разделения ударов на близкие и далекие, требующим, чтобы

$$v > u_s, \text{ или } \eta_s = \frac{v}{u_s} > 1; \quad (4,10)$$

здесь  $u_s$  — орбитальная скорость электрона в атоме задерживающего вещества. При выполнении этих условий распределение передачи энергии определяется классической теорией (рис. 13а).

Строго говоря, формула Бора (4,8) пригодна для вычислений, если

$$\frac{\alpha}{\eta_s} < 1 \text{ и } \eta_s > \alpha > 1, \quad (4,11)$$

где  $\alpha$  определяется выражением (2,36),  $\eta_s$  — формулой (4,10).

При указанном условии адиабатический предел  $\rho_s$  больше некоторого значения прицельного параметра  $\rho_i$ , при котором переданная электрону энергия  $Q$  равна  $I_s$  — энергии, необходимой для удаления электрона с  $s$ -орбиты  $\left( I_s = \frac{\hbar\omega_s}{2\pi} = \frac{mu_s^2}{2} \right)$ . Столкновения с  $\rho < \rho_i$  являются „свободными“, так как передаваемая электрону энергия превышает  $I_s$ , а столкновения с  $\rho > \rho_i$  принадлежат к так называемым „резонансным“. В последнем случае поле, созданное движущейся частицей в области атома, мало и практически одинаково во всех точках атома. Вероятность ионизации или возбуждения атома при одном столкновении невелика. Статистическое распределение переходов, вызванных резонансными столкновениями, необходимо вычислять методами квантовой механики. Однако, как показано Бором [12], выражение (4,8) для полной потери энергии, как суммы энергий, переданных в отдельных столкновениях вплоть до  $Q_s$ , дает правильный результат при выполнении (4,11). Это иллюстрируется рис. 13б, где площадь, заштрихованная горизонтальными линиями и показывающая потерю энергии

при квантовых резонансных столкновениях\*, равна площади, заштрихованной вертикальными пунктирными линиями (расчет произведен классическими методами).

Вклад резонансных эффектов в торможение при условии (4,11) всегда меньше вклада свободных столкновений. Это различие увеличивается с ростом параметра  $\alpha$ ; когда

$$\frac{Zz}{(137\beta)^2} \approx 1,$$

резонансные эффекты не играют роли при торможении на  $K$ -электронах вещества с атомным номером  $Z$ .

Если торможение происходит при

$$\alpha > \eta_s > 1; \left( \frac{\alpha}{\eta_s} > 1 \right) \quad (4,12)$$

или

$$\frac{Zz}{(137\beta)^2} > 1,$$

то для расчета потерь энергии следует использовать другую формулу, предложенную в 1948 г. Бором [12]:

$$-\frac{dE}{dx} = B_e n \ln \left[ \frac{2^{3/2} m^{3/2} v^4}{h^{1/2} \omega^{3/2} z e^3} \right], \quad (4,13)$$

где  $B_e$  по-прежнему определяется выражением (4,5); обозначения те

Рис. 13. Статистическое распределение передачи энергии при соударении с электронами. Стрелками указаны максимумы квантовомеханических резонансов.

же, что и в (4,8). В этом случае  $\rho_t > \rho_s$ , но соударения с  $\rho_t > \rho_s$  не будут адиабатическими, так как длительность столкновения превышает  $\frac{1}{\eta_s}$ . Согласно Лэмбу [374], ионизация при  $\rho > \rho_s$  обусловлена вырыванием электронов из атома статическим полем сил.

Детальный анализ других возможных случаев применения классической теории Бора можно найти в работах [12 и 401].

Ограничимся указанием на то, что классическая теория Бора может быть с успехом применена для вычисления ионизационных потерь энергии тяжелыми частицами с большим эффективным зарядом. В качестве примера рассмотрим прохождение осколков деления через водород. В начале движения эффективный заряд осколков  $z$  приблизительно равен 20, а скорость составляет  $1,4 \cdot 10^8$  см/сек [89,364], так что  $\alpha \approx 3,2$ ,  $\eta = 6,6$ . Ионизационные потери энергии в данном случае следует вычислять по формуле (4,8). В конце пробега осколков, когда  $z \sim 2$  и  $v \sim 2,2 \cdot 10^8$  см/сек,  $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$ , потери энергии вычисляются по формуле (4,13).

\* Эта площадь условно изображает суммарное сечение передачи энергии в резонансных переходах, имеющих место при  $\rho > \rho_t$ .

Ионизационные потери энергии быстрыми частицами с малым эффективным зарядом (протоны,  $\alpha$ -частицы), определенные с помощью формул Бора, значительно превышают экспериментальное значение. Это объясняется тем, что с увеличением скорости частиц адиабатический предел  $Q_s$  становится много меньше  $I_s$  (рис. 13 в). В то же время потери энергии в области квантовомеханических резонансных эффектов значительно меньше, чем потери энергии при  $Q_s < I_s$ , вычисленные методами классической теории (вертикальные штрих-пунктирные линии на рис. 13 в).

**Квантовомеханическая теория ионизационных потерь энергии (Бете, Блох).** В рамках квантовой теории также оказывается полезным деление соударений на далекие и близкие. Принято [92,480] называть близкими такие соударения, при которых частица передает электрону энергию  $Q > H$ ; соударения, при которых  $Q < H$ , считаются далекими. Необходимо, чтобы величина  $H$  удовлетворяла двум условиям: во-первых, она должна быть достаточно большой по сравнению с энергией связи электрона в атоме тормозящего вещества, во-вторых, должна быть настолько малой, чтобы эффективный диаметр столкновения был больше атомных размеров. В большинстве практических случаев  $H \approx 10^4 - 10^5$  эв.

Необходимость деления соударений на близкие и далекие связана с тем, что при первых надо учитывать типичные квантовомеханические эффекты спина, магнитного момента, а также эффект перезарядки при столкновении идентичных частиц. При далеких столкновениях указанные эффекты не играют роли в определении потерь энергии.

Если выполняется условие (2,42), расчет ионизационных потерь энергии за счет далеких столкновений производится методом парциальных волн в борновском приближении теории возмущений (см., например, [64,71]). По расчетам, выполненным Бете [150],

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Q < H} = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left[ \ln \frac{2mv^2 H}{I^2(1-\beta^2)} - \beta^2 \right], \quad (4,14)$$

что справедливо как для тяжелых падающих частиц, так и для легких. Здесь и дальше через  $n$  обозначено число электронов в 1 см<sup>3</sup> задерживающего вещества ( $n = NZ$ , где  $N$  — число атомов в 1 см<sup>3</sup>).

В формуле (4,14) через  $I$  обозначен средний потенциал возбуждения атомов тормозящей среды, который определяется с помощью соотношения, аналогичного (4,7):

$$Z \ln I = \sum f_{nk} \ln I_{nk},$$

где  $f_{nk}$  — силы осцилляторов для переходов между оптическими уровнями  $n$  и  $k$ ;

$I_{nk}$  — соответствующие энергии переходов.

Поперечные сечения для потерь энергии в близких соударениях ( $H < Q < Q_{max}$ ) зависят от квантовомеханических эффектов спина и перезарядки.

Соответствующие расчеты (Баба, Мэсси, Оппенгеймер, Снайдер и Сербер) для тяжелых частиц со спином  $0, \frac{1}{2}$  и 1 привели к следующим результатам.

Для частиц с нулевым спином ( $\pi$ -частицы,  $\pi$ -мезоны) дифференциальное сечение передачи (потерь) энергии равно [152]

$$d\sigma(Q) = d\sigma_{\text{кл}}(Q) \left[ 1 - \beta^2 \frac{Q}{Q_{\max}} \right] \text{с.м}^2/\text{электрон}. \quad (4.15)$$

Для частиц со спином  $\frac{1}{2}$  (протоны,  $\mu$ -мезоны)

$$d\sigma(Q) = d\sigma_{\text{кл}}(Q) \left[ 1 - \beta^2 \frac{Q}{Q_{\max}} + \frac{Q}{2E^2} \right],$$

а со спином 1 (дейтоны, ядра  $\text{Li}^6$ )

$$d\sigma(Q) = d\sigma_{\text{кл}}(Q) \left[ \left( 1 - \beta^2 \frac{Q}{Q_{\max}} \right) \left( 1 + \frac{Q}{3Q_c} \right) + \frac{Q}{3E^2} \left( 1 + \frac{Q^2}{2Q_c} \right) \right].$$

Здесь  $d\sigma_{\text{кл}}(Q)$  — „классическое“ сечение передачи энергии свободному электрону, определяемое формулой (4.4);

$E = T + Mc^2$  — полная энергия падающей частицы;

$$Q_c = \frac{Mc^2 c^2}{m};$$

$Q_{\max}$  — максимально возможная в столкновении с электроном передача энергии, которая в соответствии с законом сохранения равна [152]

$$Q_{\max} = Mc^2 \frac{\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{M}{2m}\right) + \left(\frac{m}{2M}\right) + \left(\frac{E}{Mc^2}\right)}. \quad (4.16)$$

Различие сечений сказывается только в крайне релятивистском случае, когда сечение потерь энергии для частиц со спином 1 превышает сечение потерь для частиц со спином  $1/2$  и 0.

При  $T \ll \left(\frac{M}{2m}\right) Mc^2$  ( $\sim 10^{10}$  эв для  $\mu$ -мезонов,  $\sim 10^{12}$  эв для протонов) формула (4.16) упрощается:

$$Q_{\max} = \frac{2mv^2}{1 - \beta^2}. \quad (4.16a)$$

При  $E \gg \left(\frac{M}{m}\right) Mc^2$ , как мы убедились в § 2,  $Q_{\max} = E$ . В этом случае выполняются также условия  $\frac{Q_{\max}}{E} \ll 1$  и  $\frac{Q}{Q_c} \ll 1$ , так что различие сечений, обязанное эффекту спина, исчезает, и расчеты сечений потерь энергии для всех тяжелых падающих частиц следует производить по формуле (4.15).

Подстановка выражения (4.15) в (2.52) дает

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{dE}{dx} \right)_{Q>H} = \\ & = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left[ \ln \frac{Q_{\max}}{H} - \beta^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Полная средняя потеря энергии на единице длины пути равна сумме потерь от близких и далеких соударений с электронами:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left[ \ln \frac{2mv^2 Q_{\max}}{I^2 (1 - \beta^2)} - 2\beta^2 \right]. \quad (4.18)$$

Подстановка  $Q_{\max}$  из (4.16а) приводит к принятой форме записи:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left\{ \ln \left( \frac{2mv^2}{I} \right) - \ln (1 - \beta^2) - \beta^2 \right\}. \quad (4.19)$$

Выражения (4.18) и (4.19) называют формулами Бете — Блоха, или квантовомеханическими формулами средних ионизационных потерь энергии, а величину  $\frac{dE}{dx}$  — тормозной способностью вещества для частиц данного сорта (см. § 5).

При определении потерь энергии, как правило, не производят детальных вычислений  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Q>H}$  (близкие соударения). Обычно применяется формула (4.14) и вместо  $H$  используется величина  $Q_{\max}$ , определяемая выражением (4.16а). Действительно, поскольку  $d\sigma(Q) \sim \frac{1}{Q^2}$ , близкие соударения с большой передачей энергии происходят сравнительно редко. Учет их важен при определении вероятной, а не средней потери энергии (см. ниже).

При небольших значениях  $\beta$  суммарный вклад релятивистских членов в (4.19) равен  $+\beta^4/4$ . При  $\beta \approx 0,96$  ( $E \sim 3Mc^2$ ) потери энергии достигают минимального значения, в результате чего, согласно (4.19), должно наблюдаться непрерывное логарифмическое увеличение потерь. Практически, как увидим ниже, это увеличение при некотором значении энергии компенсируется уменьшением потерь из-за эффекта поляризации среды.

Формула (4.19) при нерелятивистских скоростях падающих частиц может быть записана в виде

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{mv^2} NB = \frac{2\pi z^2 e^4}{T} \left( \frac{M}{m} \right) NB, \quad (4.20)$$

где  $N$  — число атомов в  $1 \text{ см}^3$  тормозящего вещества;  
 $M$  и  $T$  — масса и кинетическая энергия падающих частиц;

$$B = Z \ln \frac{2mv^2}{I} = Z \ln \left[ 4 \left( \frac{M}{m} \right) \frac{T}{I} \right]; \quad (4.21)$$

$B$  — коэффициент торможения — безразмерная величина, зависящая от характеристик тормозящего вещества.

Величина логарифмического множителя в (4.21) меняется от 5 (уран) до 11 (водород).

Ионизационные потери энергии являются главным источником потерь, благодаря чему формула Бете — Блоха может быть использована при расчете тормозных способностей материалов для быстрых заряженных частиц. При этом предполагается выполнение следующих условий:

1) дебройлевская длина волны падающей частицы  $\frac{\lambda}{2\pi}$  велика по сравнению с диаметром соударения  $a$ , и условие (4,42) применительно к столкновению с электронами запишется так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi z e^2}{\hbar v} = \left( \frac{2\pi Z e^2}{\hbar v} \right) \frac{z}{Z} \ll 1 \\ \text{или } v > 2zu_0 \end{aligned} \right\}, \quad (4,22)$$

где  $ze$  — заряд падающей частицы;

$Z$  — атомный номер тормозящего вещества;

$u_0$  — скорость электрона в атоме водорода;

2) скорость падающей частицы достаточно велика по сравнению со скоростями электронов в атомах тормозящей среды, так что

$$T > \frac{M}{m} I_s; \quad (4,23)$$

здесь  $I_s$  — энергия ионизации  $s$ -го электрона;

3) заряд падающей частицы мал ( $\frac{z}{Z} \ll 1$ ) и неизменен (нет перезарядки);

4) малое отношение  $\frac{ze}{T}$  (вкладом потерь энергии из-за упругого рассеяния на ядрах можно пренебречь, см. § 2).

Исследования показали, что формула Бете — Блоха (4,19) весьма удовлетворительно описывает ионизационные и полные потери для протонов с энергией  $T \geq 1,5 \text{ МэВ}$  и  $\alpha$ -частиц с энергией  $T \geq 5 \text{ МэВ}$  в легких веществах. При энергиях, близких к указанным пределам, а также при торможении в тяжелых веществах оказалось необходимым принимать во внимание неодинаковую эффективность возбуждения различных электронных оболочек (эффект связи электронов). При больших энергиях частиц следует учитывать также эффекты, связанные с поляризацией атомов тормозящей среды и черенковским излучением.

Необходимо указать, что (4,9) и (4,19) являются предельными случаями формулы Блоха [151], полученной с помощью обобщенного в квантовомеханическом смысле метода прицельных параметров. Соответствующее выражение имеет вид

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2} n \left[ \ln \frac{mv^2 Q_{\max}}{(1 - \beta^2)^2} - \beta^2 + 0,423 - \operatorname{Re}\psi \left( i \frac{2\pi z e^2}{\hbar v} \right) \right], \quad (4,24)$$

где  $\psi$  — логарифмическая производная  $\Gamma$ -функции,  $\operatorname{Re}\psi$  — вещественная часть  $\psi$ .

При

$$\frac{2\pi z e^2}{\hbar v} \gg 1$$

$$\operatorname{Re}\psi \left( i \frac{2\pi z e^2}{\hbar v} \right) \approx \ln \frac{ze^2 \pi}{\hbar v}$$

и, так как  $\overline{\omega} = \frac{2\pi J}{h}$ , выражение (4,24) приводится к классической фор-

мule Бора (4,9). Когда  $\frac{2\pi z e^2}{hv} \ll 1$ , из (4,24) непосредственно следует формула Бете — Блоха (4,18), так как при малых значениях аргумента

$$\psi(x) \approx \psi(0) = -0,577.$$

**Поправки к формуле Бете — Блоха, учитывающие эффект связи электронов.** Как отмечалось выше, формула Бете — Блоха спрашивала при выполнении условия (4,23), требующего, чтобы скорость падающей частицы была больше скоростей  $K$ -электронов атомов тормозящей среды. Только при этом условии все электроны атома участвуют в поглощении энергии „на равных основаниях“ и величина  $I$ , входящая в формулы (4,19) и (4,21), не зависит от энергии падающих частиц.

С уменьшением скорости до  $v \sim v_K$ , где  $v_K$  — скорость  $K$ -электронов атомов тормозящего вещества, вклад  $K$ -электронов в торможение уменьшается, при  $v \sim v_L$  снижается эффективность торможения  $L$ -электронами и т. д.

Для того чтобы в этих условиях величина  $I$  в формуле Бете — Блоха была равна среднему потенциалу возбуждения атомов среды, т. е. зависела бы только от свойств среды и не зависела от скорости падающих частиц, необходимо ввести поправки на эффект связи электронов. Соответствующие поправки вычислялись в работах [295, 359, 493, 494].

Бете [150, 359] и Вальске [493, 494] предложили отдельно определять вклад в торможение от  $K$ -,  $L$ -электронов и т. д. При этом соответствующие парциальные коэффициенты торможения, входящие в (4,20), по Вальске, могут быть выражены следующим образом:

$$B_i(\theta_i, \eta_i) = S_i(\theta_i) \ln \frac{4\pi i^2 \eta_i}{\lambda_i} - C_i(\theta_i, \eta_i), \quad (4,25)$$

где

$$S_i = \frac{N_i}{2} \left[ 1 + f_i(\theta_i) \right];$$

$N_i$  — число электронов на  $i$ -ой оболочке тормозящего атома;

$f_i$  — сила осциллятора для всех оптических переходов электрона с  $i$ -ой оболочки на уровни непрерывного спектра или вакантные уровни дискретного спектра.

В формуле (4,25) параметр  $\theta_i$  выражает „наблюдаемую“ энергию ионизации электронов  $i$ -ой оболочки в единицах  $Z_i^* \text{Ry}/n_i^2$  ( $Z_i^*$  — эффективный заряд ядра на  $i$ -ой оболочке,  $n_i$  — главное квантовое число,  $\text{Ry} = 13,6 \text{ эв}$ ). Так, например, для электронов  $K$ -оболочки

$$\Theta_K = \frac{E_K}{(Z - 0,3) \text{ Ry}}.$$

Рекомендуется [494] определять величины  $\Theta_K$  и  $\Theta_L$  с помощью криевых, показанных на рис. 14.

Параметр  $\eta_i$  определяет энергию падающей частицы, выраженную в единицах  $M Z_i^{*2} \text{ Ry}/m$ , где  $M$  — масса падающей частицы,  $m$  — масса электрона. Величина его зависит от отношения скоростей

падающей частицы и электронов на  $i$ -ой оболочке атома тормозящей среды:

$$\gamma_{ii} = \frac{m}{M} \left( \frac{E}{Z_i^{*2} Ry} \right) = \frac{mv^2}{2Z_i^{*2} Ry} = \left( \frac{v}{u_0 Z_i^*} \right)^2,$$

где  $u_0 = \frac{2\pi e^2}{h}$  — скорость электрона на боровской орбите.

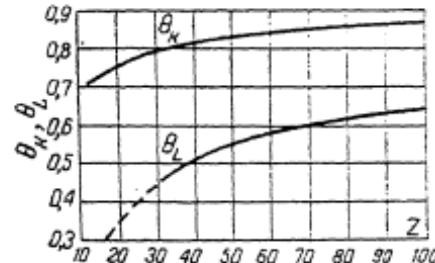


Рис. 14. Теоретическая зависимость параметров экранирования  $\theta_K$  и  $\theta_L$  от заряда ядра [494].

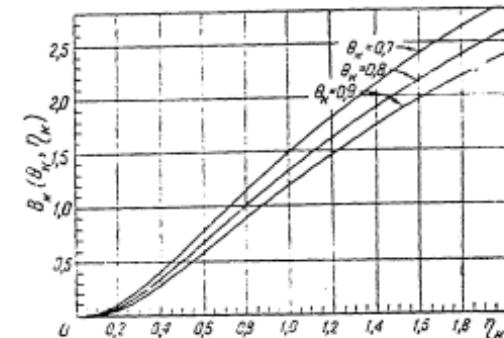


Рис. 15. Теоретическая зависимость коэффициента торможения от параметра  $\gamma_K$  [493].

Наконец, параметр  $\lambda_i$  представляет среднюю энергию возбуждения  $i$ -ой оболочки  $I_i$  в единицах

$$Z_i^{*2} Ry/n_i^2.$$

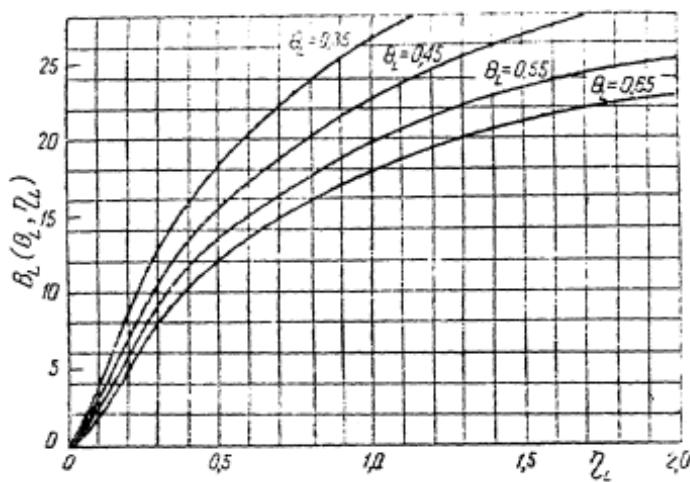


Рис. 16. Теоретическая зависимость коэффициента торможения  $B_L$  от параметра  $\gamma_L$  [494].

На рис. 15 и 16 приведены графики величин

$$B_K (\theta_K, \gamma_K) \text{ и } B_L (\theta_L, \gamma_L),$$

полученные расчетами [493, 494], в которых использовались водородо-подобные волновые функции атомов.

Коэффициент торможения  $B$ , входящий в формулу (4,20), определяется суммой  $B_i$  по всем оболочкам и в соответствии с выражением (4,25), а также определением параметров  $\eta$  и  $\lambda$  может быть записан в виде

$$B = \sum_i B_i(\theta_i, \eta_i) = \sum_i \left[ S_i(\theta) \ln \frac{2mv^2}{I_i} - C_i(\theta_i, \eta_i) \right].$$

Так как  $\sum S_i(\theta) = Z$ , то

$$B = Z \ln \frac{2mv^2}{I} - \sum C_i(\theta_i, \eta_i), \quad (4,26)$$

где

$$Z \ln I = \sum_i S_i(\theta_i) \ln I_i = \sum_i S_i(\theta_i) \ln \left( \frac{Z_i^{*2} \lambda_i R y}{n_i^2} \right).$$

Таблица 11

Численные значения коэффициентов торможения  $B_K(\theta_K, \eta_K)$

$\eta_K$	$\theta_K = 0,7$	$\theta_K = 0,8$	$\theta_K = 0,9$
1,50	2,249	2,031	1,857
1,75	2,573	2,337	2,142
2,00	2,851	2,595	2,385
2,50	3,366	3,077	2,841
3,50	4,122	3,782	3,508
5,0	4,931	4,537	4,221
10,0	6,406	5,900	5,496

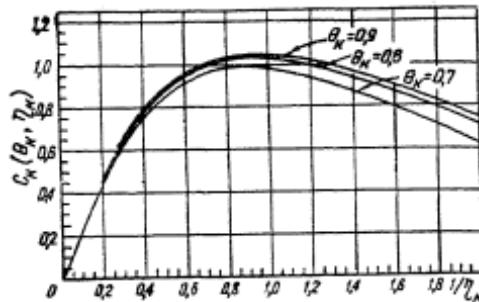


Рис. 17. Зависимость поправок  $C_K$  от параметра  $\eta_K$  по Вальске [493].

Коэффициент  $B$  удобно использовать в форме (4,26). Это обусловлено тем, что входящая в него величина среднего потенциала возбуждения  $I$  не зависит от скорости падающих частиц, даже если не выполнено условие (4,23). Дефицит тормозной способности электронов  $i$ -ой оболочки учитывается величиной  $C_i$ .

Пользуясь расчетными кривыми рис. 17 или данными табл. 11, можно определить величины  $C_K$  при значениях параметра  $\eta_K$  от 0,5 до 10 (20) для различных  $\theta_K$ . Результаты расчетов с  $\theta_K \approx 0,7$  пригодны для легких веществ (от углерода до алюминия), с  $\theta_K \approx 0,8$  — для элементов со средним  $Z$  ( $Z \sim 30$ ), а с  $\theta_K = 0,9$  — для тяжелых элементов ( $Z \sim 80$ ).

При малых энергиях частиц ( $\eta_K < 0,5$ ) для вычисления поправок  $C_K$  следует обратиться к выражению асимптотического типа

$$B_K(\theta_K, \eta_K) = S_K(\theta_K) \ln \eta_K + T_K(\theta_K) - C_K(\theta_K, \eta_K). \quad (4,27)$$

Величины  $B_K$  определяются по графику, изображенному на рис. 15, а величины  $S_K$  и  $T_K$  приведены в табл. 12. При  $\eta_K > 10$  поправки  $C_K$  находятся с помощью формулы (см. также табл. 13)

$$C_K(\theta_K, \eta_K) = U_K(\theta_K) \eta_K^{-1} + V_K(\theta_K) \eta_K^{-2} + W_K(\theta_K) \eta_K^{-3} + \dots \quad (4,28)$$

Если применение водородоподобных волновых функций при вычислении величин  $B_K$  и  $C_K$  в известной мере оправдано вследствие малой степени экранирования  $K$ -электронов внешними электронами, то при

Таблица 12

Численные значения величин  $S_K(\theta_K)$  и  $T_K(\theta_K)$

$\theta_K$	$S_K(\theta_K)$	$T_K(\theta_K)$
0,70	1,8133	2,4603
0,75	1,7223	2,4044
0,80	1,6457	2,3462
0,85	1,5807	2,2868
0,90	1,5250	2,2273

Таблица 13

Численные значения коэффициентов в формуле (4,28)

$\theta_K$	$U_K$	$V_K$	$W_K$
0,70	2,0662	7,3246	—45,0 (приблз.)
0,75	2,0999	7,3194	для всех $\theta_K$
0,80	2,1196	7,3191	
0,85	2,1290	7,3218	
0,90	2,1309	7,3263	

определенном величин  $C_L$ , а тем более  $C_M$ , оно заведомо связано с ошибкой, особенно при сильном экранировании. С другой стороны,

Таблица 14

Численные значения поправок  $C_L(\theta_L, \eta_L)$  по Вальске [494]

$\eta_L$	1	3,5	10	25	100	1000
$\theta_L$						
0,35	1,6934	0,4917	0,1619	0,06235	0,01516	0,001505
0,45	2,0298	0,5950	0,1988	0,07719	0,01888	0,001877
0,55	2,1358	0,6268	0,2100	0,08171	0,02001	0,001991
0,65	2,1519	0,6312	0,2116	0,08232	0,02016	0,002006

применение функций Хартри, во-первых, не всегда возможно, а, во-вторых, связано с трудоемкой вычислительной работой.

Таблица 15

Численные значения коэффициентов торможения  $B_L$

$\eta_L$	0,35	0,45	0,55	0,65
$\theta_L$				
1,0	26,52	22,48	19,80	17,89
1,1	27,70	23,48	20,70	18,71
1,25	29,32	24,86	21,95	19,87
1,50	31,48	26,68	23,56	21,36
1,75	32,89	27,79	24,51	22,20
2,00	34,09	28,74	25,31	22,90
2,5	36,88	31,09	27,40	22,84
3,5	40,34	33,87	29,81	27,01

Численные значения вклада  $L$ -электронов в коэффициент торможения  $B_L$  и поправок  $C_L$  получены Вальске [494]. Он использовал при расчетах водородоподобные волновые функции. Результаты расчетов представлены в виде кривых на рис. 9, а также в табл. 14—17. Метод использования этих данных такой же, как и данных соответствующих расчетов для  $K$ -оболочки.

Расчетные значения коэффициентов  $B_L$  и поправок  $C_L$  для некоторых значений  $\theta_L$  и  $\eta_L$  приведены в табл. 14 и 15. При относительно малых энергиях падающих частиц,  $\eta_L < 1$  (3,5),

вклад  $L$ -электронов в коэффициент торможения может быть вычислен по асимптотической формуле

$$B_L(\theta_L, \eta_L) = S_L(\theta_L) \ln \eta_L + T_L(\theta_L) + U_L \eta_L^{-1}, \quad (4,29)$$

причем численные значения  $S_L$ ,  $T_L$  и  $U_L$  содержатся в табл. 16.

При  $\eta_L > 3,5$  (10) поправки  $C_L$  устанавливаются по формуле

$$C_L(\theta_L, \eta_L) = U_L \eta_L^{-1} + M_L \eta_L^{-2} + N_L \eta_L^{-3} + O_L \eta_L^{-4}. \quad (4,30)$$

Коэффициенты  $U_L$ ,  $M_L$ ,  $N_L$  и  $O_L$  характеризуются данными табл. 17.

Таблица 16

Численные значения коэффициентов  $S_L$ ,  $T_L$  и  $U_L$  в формуле (4,29)

$\theta_L$	$S_L$	$T_L$	$U_L$
0,35	10,0371	28,1449	-1,5032
0,45	7,9116	24,4501	-1,8756
0,55	6,7454	21,9061	-1,9890
0,65	6,0345	20,0154	-2,0040

Таблица 17

Численные значения коэффициентов  $U_L$ ,  $M_L$ ,  $N_L$ ,  $O_L$  в формуле (4,30)

$\theta_L$	$U_L$	$M_L$	$N_L$	$O_L$
0,35	1,503	1,543	-4,00	+4,43
0,45	1,876	1,506	-4,00	+4,43
0,55	1,989	1,498	-4,00	+4,43
0,65	2,004	1,500	-4,00	+4,43

Для того чтобы иметь представление о порядке величин поправок к формуле (4,20), в табл. 18 даны суммарные поправки (в процентах

Таблица 18

Поправки (%) на эффект связи  $K$ - и  $L$ -электронов к величинам  $\frac{dE}{dx}$ , вычисленным по формуле (4,20)

$T_p, MeV$	Цинк	Олово	Иттербий	Торий
	$Z = 30$	$Z = 50$	$Z = 70$	$Z = 90$
1	+4,3*	+14*	+21**	+26**
5	-3,9*	-1,4*	+1,4*	+2,6**
10	-3,0	-2,3	-0,7*	+0,4**
20	-1,7	-2,0	-1,5*	-0,9*
50	-0,9	-1,2	-1,3	-1,1*
100	-0,4	-0,7	-0,8	-0,9
200	-0,2	-0,4	-0,5	-0,5
500	-0,07	-0,14	-0,2	-0,3
1000	-0,03	-0,06	-0,09	-0,13

\* Величина  $C_K$  отрицательная

\*\* Величины  $C_K$  и  $C_L$  отрицательные.

от величин  $\frac{dE}{dx}$ , вычисленных по формуле (4,20)) на эффект связи  $K$ - и  $L$ -электронов в различных веществах и при различных энергиях протонов. Так как первые два члена в асимптотическом выражении (4,27) могут быть записаны как  $S_K \ln \left( \eta_K \frac{T_K}{S_K} \right)$ , то очевидно, что

при  $\eta_K < \exp\left(-\frac{T_K}{S_K}\right)$  величина  $C_K$  имеет отрицательный знак ( $B_K$  всегда существенно положительная величина). По этой же причине могут иметь отрицательные значения величины  $C_L$  (см. табл. 18).

Из табл. 18 следует, что суммарная поправка  $(C_K + C_L)$  уменьшает расчетные значения потерь энергии в цинке ( $Z=30$ ) на величину, равную  $\sim 4\%$  при  $T_p = 5 \text{ Мэв}$ ,  $0,2\%$  при  $T_p = 260 \text{ Мэв}$ ,  $0,07\%$  при  $T_p = 500 \text{ Мэв}$ .

Для бериллия учет поправок  $C_K$  приводит к уменьшению потерь энергии на  $8\%$  при  $T_p = 0,6 \text{ Мэв}$ , на  $3\%$  при  $T_p = 1 \text{ Мэв}$  и на  $1,5\%$  при  $T_p = 2 \text{ Мэв}$ .

Поправка  $C_L$  для легких элементов может быть вычислена с помощью приближенного соотношения, следующего из формулы (4,30) при больших  $\eta_L$ :

$$C_L \approx \frac{A}{T_p (\text{Мэв})}. \quad (4,31)$$

Для алюминия, например,  $A = 1,5$  при  $T_p > 2 \text{ Мэв}$  [171], что согласуется с теорией Вальске.

Максимальное значение поправки  $C_L$  для алюминия достигается при энергии  $T_p = 4,6 \text{ Мэв}$ ;  $C_L$  имеет максимальное значение при  $T_p \approx 0,2-0,3 \text{ Мэв}$ .

**О средних потенциалах атомов тормозящей среды.** Входящая в формулу Бете — Блоха величина среднего потенциала возбуждения атомов тормозящей среды не может быть точно определена расчетным путем, за исключением самых легких элементов (водород, гелий).

Блох [151], используя статистическую модель Томаса — Ферми, показал, что зависимость величины  $I$  от атомного номера должна иметь, по крайней мере для тяжелых веществ, вид

$$I = I_0 Z, \quad (4.32)$$

где  $I_0$  — постоянная, определяемая из опыта и равная по порядку величины постоянной Ридберга ( $13,5 \text{ эв}$ ).

В теории ионизационных потерь энергии величина  $I$  считается параметром, характеризующим свойства тормозящего вещества, но не зависящим от скорости проходящих частиц. Иными словами, если теория верна и учтены поправки на эффект связи электронов, а также на поляризацию, то все опыты по определению величин  $\frac{dE}{dx}$  и  $R$  должны привести к одному и тому же для данного вещества значению  $I$ , независимо от энергии и сорта использованных частиц. Если опыт обнаружит зависимость  $I$  от энергии, то это будет свидетельством принципиальных недостатков изложенной выше теории. В табл. 19 сведены имеющиеся к настоящему времени экспериментальные данные о величинах  $I$ .

При ознакомлении с табл. 19 обнаруживается, что данные о величинах  $I$  противоречивы и не всегда согласуются с приведенным выше соотношением Блоха. Наблюдается, например, тенденция к уменьшению экспериментальных величин  $I$  с увеличением скорости энергии падающих частиц. Применение поправок на связь электронов  $C_L$  ослабляет эту тенденцию, но полностью не снимает расхождения. Таким

## Экспериментальные данные о величинах средних потенциалов возбуждения атомов тормозящей среды

Элемент	Эксперимен- тальная ве- личина $I_e$ , эв	$I_e = \frac{I}{Z}$	Метод определения ве- личин $I^*$	Энергия частиц $T_p$ , Мэв	Литература
<sup>1</sup> H	15,6	15,6	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
	15	15	$S_m$ ( $I_{Cu} = 305$ )	635	[49]
	18,0	18,0	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	270	[476]
<sup>2</sup> He	44	22	—	2	[137]
	34,0	11,3	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
	$64 \pm 5$	16	$S_m$		[383]
<sup>4</sup> Be	59,0	14,75	$R_I$	339,7	[384]
	64	16,0	$S_m$ ( $I_{Al} = 166,4$ )	19,8	[155]
	$63,4 \pm 0,5$	15,8	$R$ , учтено многократное рассеяние	6—18	[156]
<sup>6</sup> C	$61 \pm 6$	15,3	$S_m$ ( $I_{Cu} = 305$ )	635	[158]
	60,4	15,1	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
	69,7	11,6	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	270	[476]
<sup>7</sup> N	$85 \pm 8$	14,2	$S_m$ ( $I_{Cu} = 305$ )	635	[49]
	74,4	12,91	$R_I$	339,7	[384]
	76,4	12,7	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
<sup>8</sup> O	75,9	10,85	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	270	[476]
	80,5	11,5	$R_I$	5—8	[359]
	94	13,5	—	2	[447]
<sup>13</sup> Al	87,6	11	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	270	[476]
	$155 \pm 3$	12	$R$	—	[456]
	$172 \pm 5$	12,2	$R$	35—120	[161]
<sup>20</sup> Fe	166,4	12,8	$\frac{dE}{dx}$	19,8	[155]
	150	11,5	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
	150,3	11,56	$R_I$	1,5—4	[502]
<sup>22</sup> Ni	167	12,82	$R_n$	333,7	[374]
	$166,45 \pm 1$	12,8	$R_n$ , учтено многократное рассеяние	18	[291]
	163	12,6	$R$	6—18	[171]
<sup>26</sup> Fe	$163 \pm 3$	12,6	$\frac{dE}{dx}$ (абсолютное)	18	[216, 451]
	328,8	12,6	$S_m$ ( $I_{Al} = 166,4$ )	19,8	[155]
	$273 \pm 22$	10,5	$S_m$ ( $I_{Al} = 305$ )	635	[49]
<sup>28</sup> Ni	243	9,3	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]
	363,18	13,0	$\frac{dE}{dx}$	18	[216]
	323	11,5	$R$	752	[451]
<sup>30</sup> Cu	370	12,2	$S_m$	35—120	[177]
	$377,5 \pm 8$	13,0	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
	$309,9 \pm 3$	10,7	$R_I$	337,9	[384]
<sup>36</sup> Ar	366,0	12,6	$S_m$ ( $I_{Al} = 166,4$ )	19,8	[155]
	$375,6 \pm 20$	12,9	$R_n$ , учтено многократ- ное рассеяние	6—18	[156]
	$305 \pm 10$	10,5	$S_m$ ( $I_{Al} = 305$ )	635	[49]
<sup>40</sup> Rh	278	9,5	$S_m$ ( $I_{Al} = 15$ )	340	[158]
	645 $\pm$ 45	14,6	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
	428	8,9	$S_m$ ( $I_{Al} = 150$ )	340	[158]

Элемент	Эксперимен- тальная ве- личина $I, \text{ эв}$	$I_0 = \frac{I}{Z}$	Метод определения величин $I^*$	Энергия частиц $T_p, \text{ Мэв}$	Литература
$^{47}\text{Ag}$	587,0	12,5	$S_m (I_{\text{Al}} = 166,4)$	19,8	[155]
	$585 \pm 40$	12,5	$R_n$ , учтено многократное рассеяние	6—18	[156]
	$659 \pm 50$	14,0	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
$^{50}\text{Sn}$	$708 \pm 59$	14,2	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
	479	9,2	$S_m (I_{\text{Al}} = 150)$	340	[158]
$^{73}\text{Ta}$	$962 \pm 54$	13,2	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
$^{74}\text{W}$	920,5	12,4	$S_m (I_{\text{Al}} = 166,4)$	19,8	[155]
	$680 \pm 50$	9,2	$S_m (I_{\text{Cu}} = 805)$	635	[49]
	656	9,2	$S_m (I_{\text{Al}} = 150)$	340	[158]
$^{75}\text{Au}$	$1136 \pm 100$	14,4	$\frac{dE}{dx}$	18	[216, 451]
	997	12,7	$\frac{dE}{dx}$	19,8	[155]
	$1037 \pm 100$	13,1	$R_n$ , учтено многократное рассеяние	6—18	[156]
$^{82}\text{Pb}$	$810,7 \pm 12$	9,9	$R_t$	340	[384]
	970	11,8	$R_t$	35—120	[161]
	1070	13,0	$S_m (I_{\text{Al}} = 166,4)$	19,8	[155]
	758	8,6	$S_m (I_{\text{Al}} = 150)$	340	[158]
$^{92}\text{U}$	826	10,1	$R$	752	[510]
	821	8,8	$S_m (I_{\text{Al}} = 150)$	340	[158]
	917	10	$R$	752	[177]

\* В этой графе  $S_m$  — величина среднего потенциала, определенная по экспериментальным данным об относительной массовой тормозной способности вещества,  $dE/dx$  — по абсолютным измерениям тормозной способности,  $R$  — по измерениям среднего пробега,  $R_t$  — по измерениям экстраполированного по ионизации пробега,  $R_n$  — по кривой трансмиссии; см. § 5—6.

образом, имеются серьезные указания [171, 492] на недостаточную точность опытов или на то, что не используются некоторые поправки к экспериментальным значениям  $\frac{dE}{dx}$  и  $R$ , используемым для определения  $I$  (подробнее см. § 6.).

Другим объяснением наблюдающихся тенденций изменения  $I$  в зависимости от скорости является предположение о том, что само утверждение о независимости  $I$  от скорости недостаточно обосновано. В связи с этим Линнхард и Шарфф [360], опираясь на статистические аргументы, предложили для вычисления ионизационных потерь энергии использовать „универсальную“ функцию  $L(x)$ , равную (см. § 5) задерживающей силе одного электрона

$$L(x) = \frac{mv^2}{4\pi z^2 e^4} \left( \frac{1}{NZ} \right) \left( -\frac{dE}{dx} \right). \quad (4,33)$$

Здесь  $x$  — безразмерный параметр (если принять адекватность описания атомов тормозящей среды моделью Томаса — Ферми), зависящий

только от скорости частиц  $v$  и атомного номера тормозящего вещества  $Z$ :

$$x = \frac{1}{Z} \left( \frac{v}{u_0} \right)^2, \quad \left( u_0 = \frac{2\pi e^2}{h} \right). \quad (4.34)$$

При этом функция  $L(x)$  должна вести себя как  $\ln x$  при больших значениях параметра  $x$  ( $x > 100$ ), т. е. как и логарифмический член в формуле Бете — Блоха.

Функция  $L(x)$ , которая в конечном итоге должна быть определена эмпирическим путем, обладает достаточно универсальным характером. Для всех заряженных частиц и любых энергий данные об ионизационных потерях, выраженные в виде зависимости  $L(x)$  от параметра  $x$ , должны ложиться на плавную кривую; допустимы лишь небольшие отклонения от этой кривой в случае легких задерживающих материалов, обязанные отступлениям от модели Томаса — Ферми.

На основе экспериментальных данных, полученных до 1953 г., Линдхард и Шарфф [360] установили аналитический вид функции  $L(x)$ :

$$L(x) = 1,36x^{1/2} - 0,016x^{5/2}. \quad (4.35)$$

Резумеется, применение эмпирической функции  $L(x)$  исключает необходимость введения поправок  $C_i$  при вычислении ионизационных потерь энергии.

Окончательные выводы о том, зависит или не зависит от скорости частиц величина  $I$ , а также о целесообразности использования функции  $L(x)$  можно сделать только на основании опытов.

**Поляризационный эффект (эффект плотности).** При больших энергиях падающих частиц следует учитывать влияние плотности и диэлектрических свойств тормозящей среды на величину ионизационных потерь энергии. Так, поляризационный эффект частично компенсирует получающийся из формулы Бете — Блоха безграничный рост потери энергии при  $\beta \rightarrow 1$ . В теории, неучитывающей этот эффект, атомы тормозящего вещества рассматриваются как изолированные; потери энергии вычисляются как результат независимых взаимодействий частицы с отдельными атомами. Это справедливо только для близких соударений, при которых параметр соударения по порядку величины равен или меньше размеров атомов. Однако при далеких соударениях (параметр соударений превышает размеры атомов) необходимо считаться с тем, что электрическое поле падающей частицы уменьшается из-за поляризации промежуточных атомов среды. Это в свою очередь сокращает потери энергии, причем уменьшение зависит от дисперсионных свойств среды, а не от сорта проходящих частиц. Так как в плотных средах роль далеких соударений усиливается с ростом скорости частиц, то и поправки на поляризацию увеличиваются с ростом скорости.

Еще в ранних работах Тамма и Франка [106] при объяснении эффекта Вавилова — Черенкова (см. § 9) отмечалось, что в далеких соударениях существенную роль играют макроскопические свойства среды. Первое теоретическое исследование эффектов плотности среды было выполнено Ферми [242]. Он исходил из упрощенного предположения о том, что квазиупругая связь электронов в атомах вещества проявляется в колебаниях их только с одной собственной частотой и энергией, теряемая частицей, передается осцилляторам. Результат расчетов показал, что потери энергии зависят от плотности электронов в

среде и ее диэлектрических свойств. Оказалось, что эффект максимальен при  $v > c/\sqrt{\epsilon}$ , где  $\epsilon = 1 + \frac{4\pi ne^2}{mv^2}$  — диэлектрическая постоянная: при этом потери энергии стремятся к конечному пределу, не зависящему от энергии частиц.

В работах Вика [497], Халперна и Холла [286] произведено обобщение расчетов Ферми на случай произвольного числа дисперсионных осцилляторов, т. е. учтена зависимость диэлектрической постоянной  $\epsilon$  от большого числа собственных частот. Принято во внимание также влияние электронов проводимости. Учет зависимости  $\epsilon(\nu_i)$  привел к важным уточнениям. Так, в противоположность расчетам Ферми эффект плотности оказался больше для воды, чем для свинца; „насыщение“ ионизационных потерь проявляется слабее, чем это следует из расчетов Ферми, и т. д.

Наиболее полные численные расчеты эффекта плотности произведены Стерихаймером [446]\*. Основные результаты этих расчетов изложены ниже.

Поправка на эффект плотности  $\delta$  определяется из уравнения

$$\Delta \left( \frac{dE}{dx} \right) = \frac{2\pi ne^4}{mv^2} \delta. \quad (4.36)$$

Здесь

$$\delta = \sum f_i \ln \left( \frac{l_i^2 + l^2}{\nu_i^2} \right) - l^2 (1 - \beta^2), \quad (4.37)$$

где  $f_i$  — сила осциллятора для перехода с частотой  $\nu_i$ , причем частоты  $\nu_i$  измеряются в единицах частот плазмы  $(\frac{ne^2}{\pi m})^{1/2}$ ;  $n$  — число электронов в 1 см<sup>3</sup>;  $l_i = (\nu_i + f_i)^{1/2}$ ;  $l$  определяется решением уравнения

$$\frac{1}{\beta^2} - 1 = \sum \frac{f_i}{\nu_i^2 + l^2}. \quad (4.38)$$

При некоторой скорости  $\beta = \beta_0$  величина  $l$  становится равной нулю и тогда

$$\frac{1}{\beta_0^2} = 1 + \sum \frac{f_i}{\nu_i^2} = \epsilon$$

( $\epsilon$  — статическая диэлектрическая постоянная).

При  $\beta < \beta_0$  поправки на эффект плотности равны нулю. Это справедливо только в том случае, когда в расчетах потерь энергии по формуле Бете используются экспериментальные значения  $I$ , уже включающие поправку на эффект плотности при низких энергиях частиц. Если же величина  $I$  определяется из спектральных данных о частоте и энергии оптических переходов, то поправки на эффект плотности играют роль и при низких энергиях. Например, Стерихаймер определял частоты  $\nu_i$  по потенциалам ионизации  $K$ -,  $L$ - и т. д. электронов, а  $f_i$  полагал равными числам заполнения соответствующих оболочек, деленным на  $Z$ . При этом вычисленные значения  $I$  оказа-

\* См. также теоретические работы Будини и Таффара [211], Авакянца [11], Шахбазяна [131].

лись на 30—40% ниже экспериментальных, что обусловлено эффектом плотности и поляризации.

Когда  $\beta \ll \beta_0$ , а  $I = 0$ , из формулы (4,37) следует

$$\delta = \sum_i f_i \ln \frac{I_i^2}{\gamma_i^2} = \sum_i f_i \ln \left( 1 + \frac{f_i}{\gamma_i^2} \right). \quad (4,39)$$

Для среды, дисперсионные свойства которой описываются одним типом осцилляторов, выражение (4,39) упрощается

$$\delta = \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma_i^2} \right) = \ln \varepsilon,$$

что совпадает с результатом, полученным Ферми [242].

Приближенное аналитическое выражение для  $\delta$  может быть записано в виде [446]

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 4,606 X + C + a(X_1 - X)', & (X_0 < X < X_1) \\ \delta &= 4,606 X + C, & (X > X_1) \end{aligned} \right\}, \quad (4,40)$$

где  $X = \log_{10} \left( \frac{p}{Mc} \right)$ ;

$p$  — импульс;

$M$  — масса заряженной частицы;

$a, r$  и  $X_1$  — постоянные, характерные для каждого вещества;

$X_0$  — значение  $X$ , ниже которого  $\delta = 0$ ;

$$C = -2 \ln (I/nv_p) - 1. \quad (4,41)$$

Значения величин  $C, a, r, X, X_0$  для различных веществ приведены в табл. 20 [446]. При вычислении их использовались экспериментальные величины  $I$ , определенные Колдуэллом, Саксом и Ричардсоном [216, 451], см. табл. 19. Коэффициенты даны для газов при нормальном давлении. Если газы используются при давлении  $P$  атмосфер, поправка  $\delta_p(p)$  равна  $\delta_p(p) = \delta_1(pP^{1/2})$ .

**Расчетные (теоретические) величины ионизационных потерь энергии быстрых протонов.** Формула Бете — Блоха, включающая рассмотренные выше поправки на связь электронов  $C = \sum C_i$  и на эффект плотности  $\delta$ , может быть записана в удобном для расчетов виде

$$-\frac{1}{p} \frac{dE}{dx} \left( \frac{M_{\text{ат}} \cdot c m^2}{z} \right) = \frac{G z^2}{\beta^2} \left[ \ln \frac{2m v^2 Q_{\max}}{(1-\beta)^2 I^2} - 2\beta^2 - \delta - \frac{2C}{Z} \right]. \quad (4,42)$$

Здесь  $G = 0,1536 \frac{Z}{A}$  (численные значения  $G$  для разных веществ приведены в табл. 20);

$p$  — плотность задерживающей среды,  $\text{г}/\text{см}^3$ ;

$Z$  и  $A$  — заряд и массовое число атомов среды;

$z$  и  $v = \beta c$  — заряд и скорость проходящей частицы;

$Q_{\max}$  — максимальная переданная электрону энергия, определяемая формулой (4,16).

Точность расчетов по формуле (4,42) зависит главным образом от точности использованных при расчетах величин  $I$  и поправок  $C$  и  $\delta$ . Подстановка в (4,42) завышенных значений  $I$  приводит к уменьшению величин  $\frac{dE}{dx}$ , и наоборот, пренебрежение поправками  $C$  и  $\delta$

Таблица 20

Расчетные величины ионизационных потенциалов ( $Ry$ ) и численные значения коэффициентов в формулах (4,40) и (4,42) по Стернхеймеру [446]

Материал	$I$	$G$	$-C$	$a$	$m$	$X_1$	$X_0$
Литий Li	2,87	0,0664	3,07	0,374	3,05	2	-0,05
Бериллий Be	4,71	0,0681	2,83	0,413	2,82	2	-0,10
Графит	5,74	0,0768	3,22	0,531	2,63	2	-0,05
Магний Mg	11,5	0,0758	4,54	0,0938	3,56	3	0,10
Алюминий Al	12,0	0,0740	4,21	0,0906	3,51	3	0,05
Железо Fe	24,8	0,0715	4,62	0,127	3,29	3	0,10
Медь Cu	27,7	0,0701	4,74	0,119	3,38	3	0,20
Серебро Ag	48,5	0,669	5,75	0,251	2,88	3	0,20
Олово Sn	52,1	0,0647	6,28	0,104	2,52	3	0,20
Вольфрам W	72,9	0,0618	6,03	0,0283	3,91	4	0,30
Золото Au	83,5	0,0615	6,31	0,0436	3,62	4	0,30
Свинец Pb	86,8	0,0608	6,93	0,0652	3,41	4	0,40
Уран U	97,4	0,0594	6,69	0,0652	3,37	4	0,30
Антрацен	4,94	0,0810	3,11	0,420	2,86	2	0,11
Стильбен	4,81	0,0818	3,12	0,423	2,86	2	0,12
Полистирол	4,69	0,0826	3,15	0,429	2,85	2	0,13
Полиэтилен	4,04	0,0876	2,94	0,393	2,86	2	0,12
Люцит	5,08	0,0829	3,21	0,456	2,78	2	0,14
Толуен	4,58	0,0834	3,30	0,454	2,83	2	0,17
Ксилен	4,50	0,0839	3,25	0,444	2,84	2	0,16
Вода $H_2O$	5,45	0,0853	3,47	0,519	2,69	2	0,23
Хлористое серебро $AgCl$	36,1	0,0686	5,77	0,177	4,21	4	0,33
Бромистое серебро $AgBr$	42,2	0,0671	5,95	0,0285	4,03	4	0,30
Эмульсия	27,4	0,0698	5,55	0,0220	4,01	4	0,23
Иодистый литий $LiI$	46,3	0,0643	6,66	0,525	2,32	3	0,08
Иодистый натрий $NaJ$	41,3	0,0656	6,49	0,452	2,44	3	0,18
Водород $H_2$	1,40	0,1524	9,50	0,505	4,72	3	1,85
Гелий He	3,24	0,0767	11,18	2,13	3,22	3	2,21
Азот $N_2$	6,69	0,0768	10,68	0,125	3,72	4	1,86
Кислород $O_2$	7,65	0,0768	10,80	0,130	3,72	4	1,90
Неон Ne	9,56	0,0761	11,72	0,258	3,18	4	2,14
Аргон Ar	16,8	0,0692	12,27	0,0255	4,36	5	2,02
Криптон Kr	36,3	0,0661	13,12	0,0771	3,57	5	2,12
Ксенон Xe	55,7	0,0632	13,57	0,150	3,07	5	1,90
Метан $CH_4$	3,27	0,0958	9,56	0,0552	4,22	4	1,55
Этилен $(CH_2)_2$	4,04	0,0876	9,52	0,0700	3,94	4	1,54
Ацетилен $(CH)_2$	4,69	0,0826	9,95	0,0841	3,91	4	1,62
Углекислота $CO_2$	7,08	0,0768	10,32	0,0865	4,03	4	1,72

вызывает завышение величин  $\frac{dE}{dx}$ . Результаты расчетов Стернхеймера [447] для протонов с энергией  $T_p > 2$  Мэв представлены сплошными кривыми, изображенными на рис. 18 — 23. При расчетах были использованы следующие значения средних потенциалов ионизации:  $I_{(Be)} = 64$  эв,  $I_{(C)} = 78$ ,  $I_{(Al)} = 166$ ,  $I_{(Cu)} = 371$ ,  $I_{(Pb)} = 1070$ ,  $I_{\text{возд}} = 94$  эв. Они получены усреднением экспериментально определенных в работах [155, 156] величин  $I$ , см. табл. 19.

Поправки на плотность вычисляли способом, описанным выше (см. также табл. 20), а поправки на эффект связи  $K$ - и  $L$ -электронов

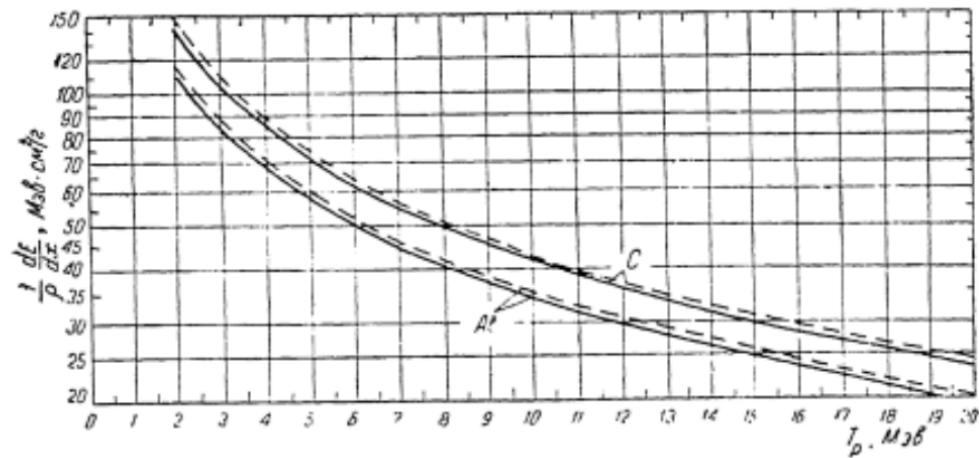


Рис. 18. Массовая тормозная способность углерода и алюминия для протонов [447];  $T_p = 0 \div 20$  Мэв.

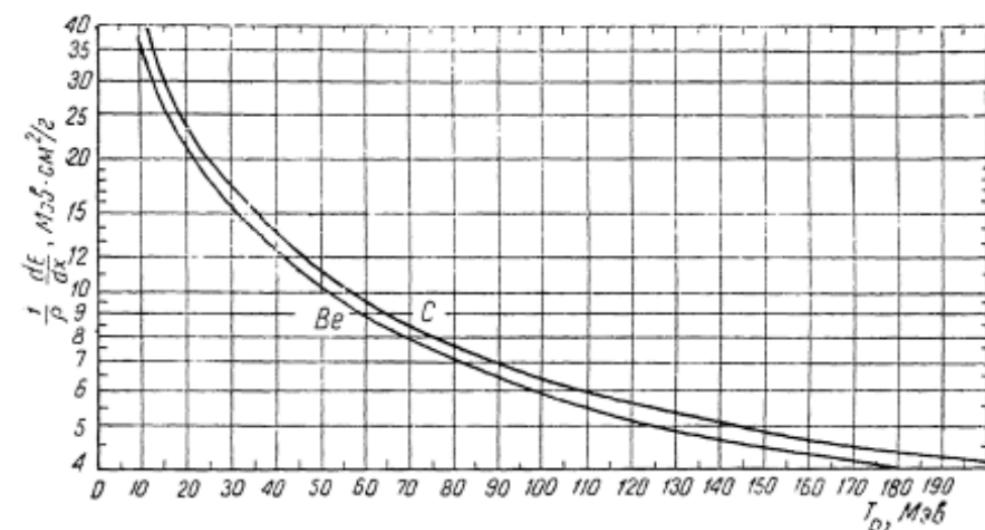


Рис. 19. Массовая тормозная способность углерода и берилля для протонов [447];  $T_p = 0 \div 200$  Мэв.

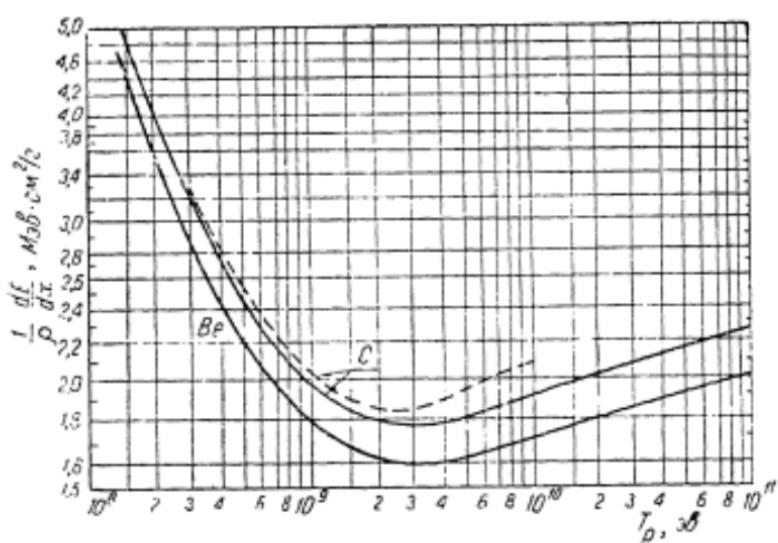


Рис. 20. Массовая тормозная способность углерода и берилля для протонов [447];  $T_p = 10^8 \div 10^{11}$  эв.

были получены на основе расчетов Вальске (для берилля, углерода и воздуха принимались во внимание только поправки  $C_K$ ; поправки  $C_L$  для этих веществ не учитывались из-за их малости).

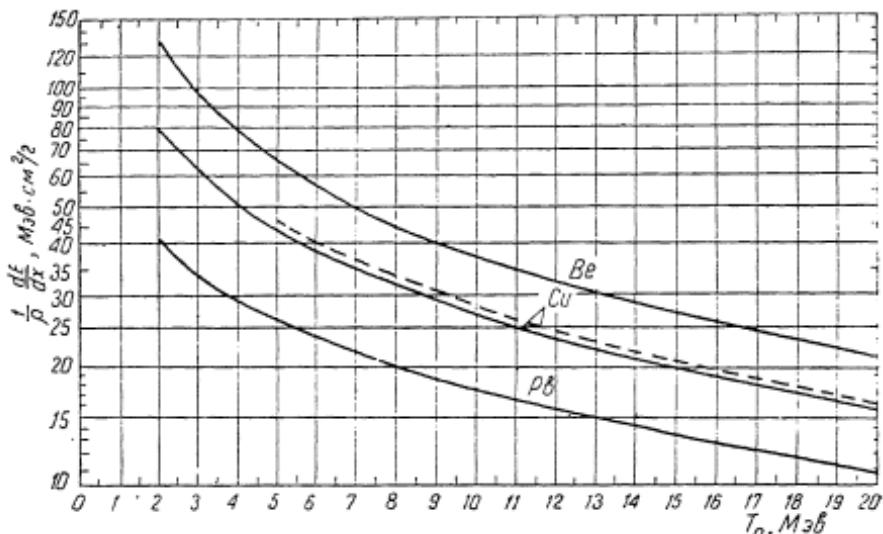


Рис. 21. Массовая тормозная способность берилля, меди и свинца для протонов [447];  $T_p = 0 \div 20 \text{ МэВ}$ .

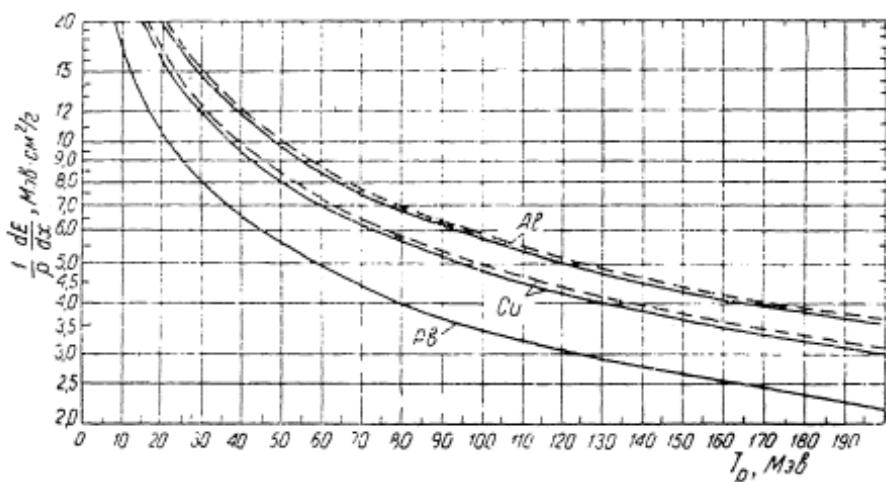


Рис. 22. Массовая тормозная способность алюминия, меди и свинца для протонов [447];  $T_p = 0 \div 200 \text{ МэВ}$ .

Следует указать, что данные расчетов, проведенных Стернхаймером, несколько отличаются от результатов более ранних расчетов Смита [449], АRONA и др. [137] и Рича и др. [432], особенно при больших энергиях протонов. Различие обусловлено двумя причинами:

1) величины  $I$ , использованные Стернхаймером, больше соответствующих величин  $I$ , применявшихся в работах [449, 137, 432]\*, что

\* Смит [449] при расчетах полагал, что  $I_{(\text{Al})} = 150 \text{ эв}$ ,  $I_{(\text{возд})} = 80,5 \text{ эв}$ . Авторы [137, 432], исходя из экспериментальных данных Вильсона [502], считали постоянную в соотношении Блоха (4,32) равной 11,5 эв.

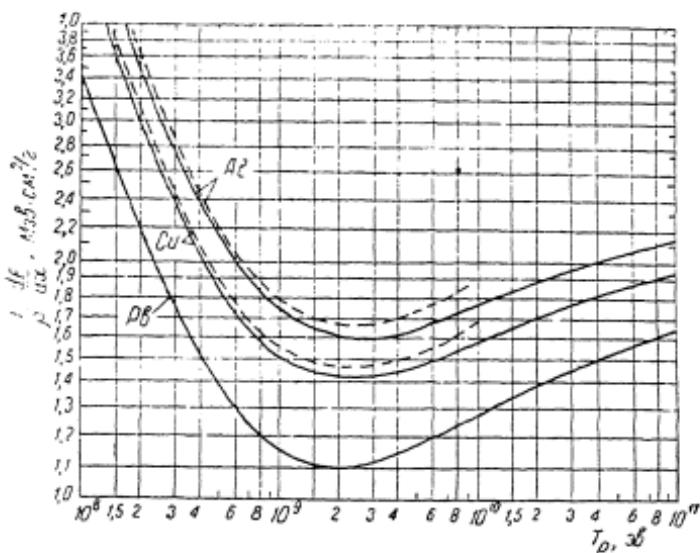


Рис. 23. Массовая тормозная способность алюминия, меди и свинца для протонов;  $T_p = 10^8 \text{ эв} \div 10^{11} \text{ эв}$ .

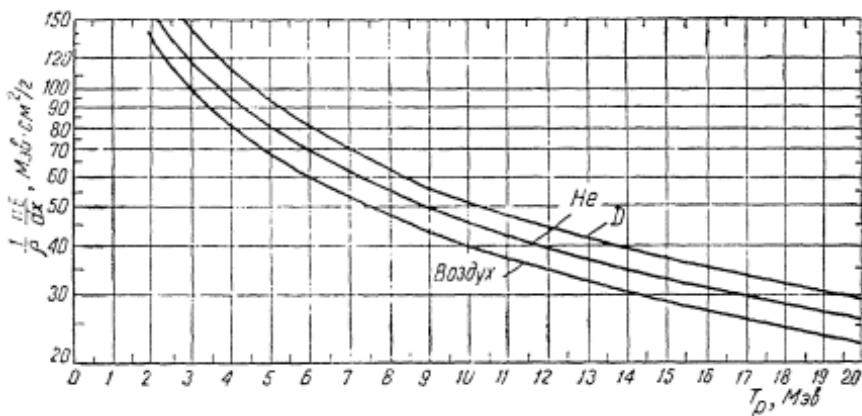


Рис. 24. Массовая тормозная способность воздуха, гелия и дейтерия для протонов [137];  $T_p = 0 \div 20 \text{ MeV}$ .

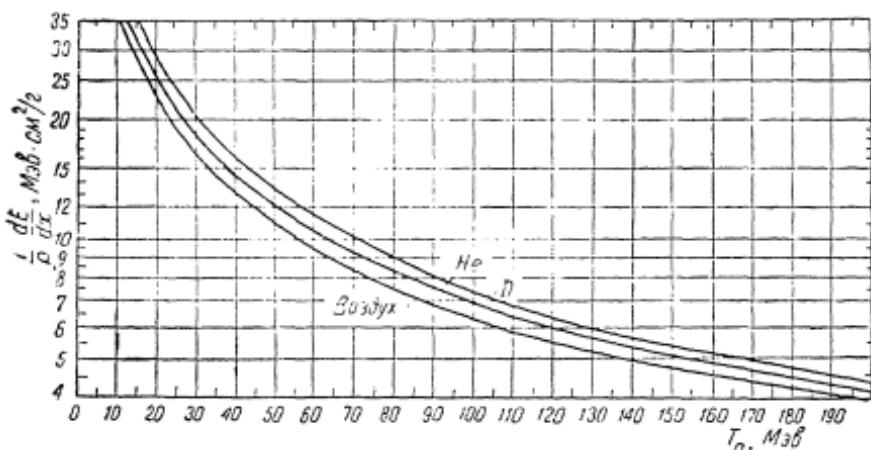


Рис. 25. Массовая тормозная способность воздуха, гелия и дейтерия для протонов [137];  $T_p = 0 \div 200 \text{ MeV}$ .

приводит к уменьшению расчетных значений  $\frac{dE}{dx}$  и увеличению  $R$  при одной и той же энергии;

2) Стернхаймер учел эффект плотности, который приводит к дальнейшему уменьшению  $\frac{dE}{dx}$  и увеличению  $R$  в области  $T_p > 10^9$  эв.

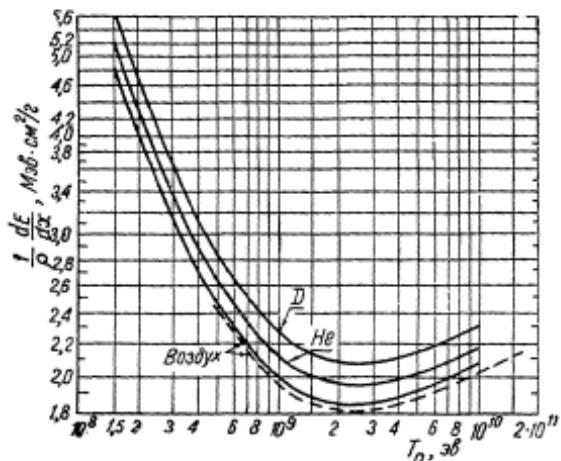


Рис. 26. Массовая тормозная способность воздуха, гелия и дейтерия для протонов [137];  
 $T_p = 10^8$  эв  $\div 2 \cdot 10^{11}$  эв.

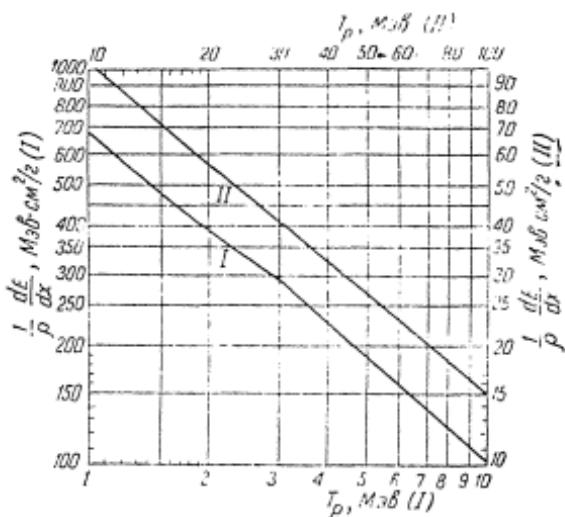


Рис. 27. Массовая тормозная способность водорода для протонов [432].

Характер различий и порядок величины их виден из рис. 18, 20, 21—23, на которых пунктирные кривые построены по данным расчетов Рича и Мэди [432]; расчетные величины  $\frac{dE}{dx}$  для дейтерия, водорода и воздуха (рис. 24—27) взяты также из работы [432].

В табл. 21 приведены расчетные величины потерь энергии в полистироле и полиэтилене для протонов с энергией от 1 Мэв до 10 Бэв [432].

**Связь между ионизационными потерями энергии протонов и других тяжелых заряженных частиц.** Из формулы Бете—Блоха следует, что средняя потеря энергии на ионизацию в данном веществе зависит только от заряда и скорости падающей частицы, а не от ее массы. Так, ионизационные потери протонов, дейтона и тритона

Таблица 21

**Расчетные значения тормозной способности полистирола ( $\text{CH}_2$ ) и полиэтилена ( $\text{CH}_2$ ) для протонов [432]**

$T_p, M_{\text{эв}}$	$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}, M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$		$T_p, M_{\text{эв}}$	$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}, M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$	
	$(\text{CH})_n$	$(\text{CH}_2)_n$		$(\text{CH})_n$	$(\text{CH}_2)_n$
1	276	306	60	10,9	11,7
2	169	185	80	8,67	9,36
3	123	135	100	7,32	7,90
4	98,0	107	150	5,46	5,89
5	82,0	89,4	200	4,50	4,85
6	70,8	77,1	300	3,52	3,79
7	62,5	68,0	400	3,03	3,26
8	56,1	61,0	500	2,74	2,95
9	50,9	55,4	700	2,42	2,60
10	46,7	50,8	1000	2,20	2,37
12	40,2	43,7	2000	2,04	2,19
16	31,9	34,4	3000	2,04	2,19
20	26,4	28,7	4000	2,08	2,23
30	19,0	20,5	5000	2,12	2,27
40	15,0	16,2	10000	2,28	2,45
50	12,5	13,6	—	—	—

равны, если они имеют одни и те же скорости и проходят через одинаковые толщи какого-либо тормозящего вещества. Иными словами, протоны с энергией  $T$  расходуют на ионизацию в среднем столько же энергии, сколько дейтоны с „эквивалентной“ энергией  $\frac{M_d}{M_p} T$  или же тритоны с энергией  $\frac{M_t}{M_p} T$  (это проверено опытом, см. §5).

При прохождении одного и того же слоя вещества  $\alpha$ -частицами с энергией  $\frac{M_\alpha}{M_p} T$  и протонами с энергией  $T$  потери на ионизацию у первых в четыре раза больше, чем у вторых и т. д. Разумеется, сказанное справедливо только для случая, когда заряд частиц практически остается неизменным. Поэтому таблицы, содержащие данные об ионизационных потерях энергии протонами, и кривые, иллюстрирующие их, могут быть использованы для определения средних потерь энергии дейтонами, тритонами,  $\alpha$ -частицами и т. д. Для этого величины по оси энергий на рис. 18—27 надо умножить на два, три и четыре соответственно для дейтонов, тритонов и  $\alpha$ -частиц (приведение к „эквивалентным“ энергиям; см. выше). Для  $\alpha$ -частиц, кроме того, следует учтывировать соответствующие величины потерь энергии (учет квадратичной зависимости ионизационных потерь от заряда падающей частицы).

**Статистический разброс потерь энергии. Наиболее вероятные потери энергии.** Вследствие статистических флуктуаций в числе ион-

низационных столкновений, а также флюктуаций потерь энергии в отдельных столкновениях монохроматический пучок частиц после прохождения некоторого однородного по толщине слоя вещества становится немонохроматическим. Функция, характеризующая разброс потерь энергии, в общем случае, зависит от сорта частиц, их энергии и толщины слоя вещества  $t$ .

Для тяжелых заряженных частиц при прохождении ими достаточно больших толщин вещества разброс потерь энергии около средней может быть представлен гауссовой кривой с полушириной  $\Gamma$ , причем

$$\sigma_E^2 = Pt = \Gamma^2. \quad (4.43)$$

Величина  $P$ , согласно Бору [149], не зависит от скорости частиц и определяется формулой

$$P = 4\pi z^2 e^4 n = 4\pi z^2 e^4 N Z, \quad (4.44)$$

которая следует непосредственно из (2.53), (4.4) и (2.3) при  $Q_{\max} \gg Q_{\min}$  ( $Q$  — переданная электрону энергия.)

Более точная формула дана Ливингстоном и Бете [359]

$$P = 4\pi z^2 e^4 n K, \quad (4.45)$$

где множитель  $K$  учитывает связь электронов в атоме:

$$K = \frac{Z^*}{Z} + \sum_n \frac{K_n I_n Z_n}{mv^2} \ln \frac{2mv^2}{I_n}. \quad (4.46)$$

Здесь  $Z_n$  — число электронов на  $n$ -ой оболочке атома з тормозящей среды;

$I_n$  — соответствующий эффективный потенциал возбуждения  $n$ -ой оболочки;

$K_n \sim \frac{4}{3}$  для всех оболочек;

$Z^*$  — число эффективных электронов при торможении; суммирование по  $n$  производится для оболочек, для которых

$$I_n < 2 mv^2.$$

Для бериллия величина  $K$  равна 1,37 при  $T_p = 1 \text{ Мэв}$ , 1,12 — при 5 Мэв и 1,02 — при 50 Мэв. Для свинца эта величина уменьшается от 1,33 при  $T_p = 5 \text{ Мэв}$  до 1,11 при 200 Мэв. Таким образом, если энергии заряженных частиц малы, то по формуле Бора получаются заниженные на 10—30% величины  $\sigma_E^2$ . При больших энергиях расчеты по формулам (4.44) и (4.45) дают практически совпадающие результаты.

В общем случае разброс потерь энергии несимметричен относительно среднего значения, и наиболее вероятная потеря энергии не совпадает со средней, определяемой формулой Бете—Блоха. Особенно важное значение это обстоятельство имеет для электронов. В случае тяжелых заряженных частиц и „тонких“ поглотителей также следует различать наиболее вероятные и средние потери энергии. Теоретическое исследование этой проблемы производилось Вильямсом [511], Ландау [63], Вавиловым [25], Блунком и др. [191, 192].

Более строгое решение задачи для тонких ( $\Delta E \ll E$ ) поглотителей, из которого результаты Ландау следуют как частный случай, дано Вавиловым [25] и др. [174, 94]. Вероятность того, что частица при прохождении слоя вещества  $t$  теряет энергию, лежащую в пределах от  $\Delta$  до  $\Delta + d\Delta$ , равна, по Ландау,

$$f(\Delta, t) = \varphi\left(\frac{\Delta - \Delta_0}{\xi}\right) d\left(\frac{\Delta - \Delta_0}{\xi}\right), \quad (4.47)$$

где параметр  $\xi$  равен потере энергии в индивидуальном столкновении, которое происходит только один раз на пути  $t$ :

$$\xi = \frac{2\pi z^2 e^4}{mv^2} nt, \quad (4.48)$$

$$\xi_{(38)} = \frac{1.53 \cdot 10^5 \rho (z/cm^3) t (e/cm^2)}{z^2} Z^2 \left(\frac{Z}{A}\right). \quad (4.48a)$$

Величина  $\Delta_0$  называется наиболее вероятной потерей энергии и определяется формулой

$$\Delta_0 = \xi \left[ \ln \frac{2mv^2 \xi}{P(1-\xi^2)} - \xi^2 + 0.373 \right]. \quad (4.49)$$

Отсюда видно, что наиболее вероятная потеря энергии отличается от средней. Член в выражении (4.49) 0,373 учитывает вклад в наиболее вероятные потери энергии тех одиночных столкновений, при которых передача энергии больше или порядка  $\xi$ .

В отличие от средней потери энергии величина  $\Delta_0$  не является линейной функцией толщины абсорбера. Она растет несколько быстрее, благодаря наличию множителя  $\ln \xi$ .

На рис. 28 приведен график функции  $\varphi$ , входящей в формулу (4.47) и дающей распределение потерь энергии в тонком поглотителе. Ширина этого распределения на половине высоты пика равна  $\Gamma = 3.98\xi$ .

Приведенные результаты справедливы, если потери энергии  $\Delta$  при прохождении слоя  $t$  малы по сравнению с начальной энергией частицы и если  $\xi$  больше, чем средний потенциал возбуждения атомов тормозящей среды  $I$ .

Возникает вопрос, в каких случаях следует ожидать различия средних и наиболее вероятных потерь энергии. Хансон указал, что ответ на этот вопрос можно получить, сравнивая величину  $\xi$ , определяемую формулой (4.48), с максимальной энергией  $Q_{max}$ , передаваемой электрону при столкновении (величина  $Q_{max}$  определяется выражением (4.16a)). Если  $\xi > Q_{max}$ , наиболее вероятная и средняя потери практически совпадают. В противном случае нужно использовать приведенную выше функцию распределения по Ландау.

Случай поглотителей, в которых потери энергии составляют значительную долю начальной энергии частицы, рассмотрен Симоном\*.

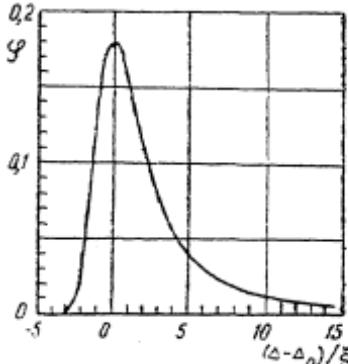


Рис. 28. Вероятность потери энергии  $\Delta$  при ионизационном столкновении заряженной частицы с электроном как функция наиболее вероятной потери энергии  $\Delta_0$  и параметра  $\xi$  по Ландау [63]. Площадь под кривой нормирована к единице.

\* Еще ранее вопрос о флуктуациях потерь энергии в толстых поглотителях с учетом рассеяния изучался Померанчиком [88]; см. § 8.

Результаты его расчетов приведены в книге Росси [92], а поправки к этим расчетам, учитывающие эффект связи электронов, — в работе [439].

Согласно Симону, функция распределения потерь энергии в слоях „промежуточных“ толщин представляется набором кривых с различно выраженным характером несимметрии. При этом обеспечивается плавный переход от симметричной гауссовой кривой („толстые“ поглотители) к кривой Ландау („тонкие“ поглотители).

## § 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРИИ ТОРМОЖЕНИЯ И ДАННЫЕ ОБ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ БЫСТРЫМИ ПРОТОНАМИ И $\alpha$ -ЧАСТИЦАМИ

В предыдущих параграфах было установлено, что частицы малого заряда и большой скорости теряют энергию главным образом вследствие неупругих соударений с атомными электронами.

Из теории (§ 4) известно, что ионизационные потери энергии зависят как от характеристик падающих частиц, так и от свойств тормозящего вещества.

В специальных опытах [214, 296] и при многочисленных исследованиях торможения быстрых частиц, результаты которых рассматриваются в этом параграфе, установлено, что ионизационные потери энергии не зависят от массы падающих частиц, пропорциональны квадрату заряда падающих частиц и быстро увеличиваются с уменьшением их скорости. Так, например, с точностью до экспериментальных ошибок было выяснено, что при прохождении одинаковых толщин вещества протоны, дейтоны и тритоны с одной и той же скоростью теряют одинаковое количество энергии. Отношение измеренных толщ вещества  $\Delta x_\alpha$  и  $\Delta x_p$ , при прохождении которых  $\alpha$ -частицы и протоны уменьшают скорость от  $v_1$  до  $v_2$ , оказалось равным  $\frac{M_\alpha}{M_p} \left( \frac{z_p}{z_\alpha} \right)^2$  в согласии с теорией (§ 4).

Торможение частиц в веществе зависит от атомного номера  $Z$  и среднего потенциала возбуждения  $I(Z)$  (см. формулу (4,21)). Поскольку теория не может установить численные значения величин  $I$ , последние определяются при измерении ионизационных потерь энергии и пробегов (§ 6).

Рассмотрим методы измерения абсолютных и относительных величин потерь энергии заряженными частицами, а также некоторые результаты многочисленных экспериментальных работ, важные не только для проверки теории торможения (§ 2, 4), но и для построения кривых зависимости тормозной способности веществ от энергии и соотношений „пробег-энергия“ (§ 6). Особенно важны эти результаты для области сравнительно малых энергий ( $T_p < 2 \text{ МэВ}$ ,  $T_\alpha < 5 \text{ МэВ}$ ), в которой сказывается неадекватность теории, рассмотренной в § 4.

Ниже принята следующая терминология и обозначения.  
Величину

$$\epsilon = \frac{dE}{dx}$$

будем называть линейной тормозной способностью вещества. Она выражается в мега- или килоэлектронвольтах на сантиметр.

Величина

$$\epsilon_m = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}, \quad (5,1)$$

где  $\rho$  — плотность вещества ( $g/cm^3$ ), называется массовой тормозной способностью вещества ( $M\text{эв}\cdot cm^2/g$  или  $\text{кэв}\cdot cm^2/g$ ).

Наконец, величины

$$\varepsilon_a = \frac{1}{N} \frac{dE}{dx} \quad (5,2)$$

и

$$\varepsilon_e = \frac{1}{n} \frac{dE}{dx} = \frac{1}{NZ} \frac{dE}{dx} \quad (5,3)$$

являются соответственно атомной и электронной тормозной способностями вещества ( $N$  и  $n$  — число атомов и электронов в  $1\text{ см}^3$  тормозящего вещества). Величина  $\varepsilon_a$  имеет размерность [ $\text{ээв}\cdot \text{см}^2/\text{атом}$ ]; ее иногда называют поперечным сечением торможения.

Таблица 22

Численные значения коэффициенты  $A$  и  $B$   
(для газов  $B$  дано при  $15^\circ$ ,  $760\text{ мм рт. ст.}$ )

Материал	$A$	$B$	Приме- чание	Материал	$A$	$B$	Приме- чание
Водород $H_2$	598	0,0509		Кобальт Co	10,2	90,9	
Гелий He	150	0,02547		Никель Ni	10,3	91,3	
Литий Li	86,8	46,3		Медь Cu	9,48	84,7	
Бериллий Be	66,8	124		Цинк Zn	9,21	65,8	
Бор B	55,7	130		Германий Gr	8,30	44,5	
Углерод C	50,1	113	Аморф. Графит	Криптон Kr	7,19	0,02547	
Азот N <sub>2</sub>	43,0	0,0509		Молибден Mo	6,28	64,0	
Кислород O <sub>2</sub>	38,8	0,0509		Палладий Pd	5,64	68,6	
Фтор F	31,7	0,02547		Серебро Ag	5,58	58,6	
Неон Ne	29,8	0,02547		Олово Sn	5,07	29,2 33,2	Кубич. Ромбич.
Натрий Na	26,2	25,4				37,1	Тетрагон.
Магний Mg	24,8	43,1		Сурьма Sb	4,95	33,1	
Алюминий Al	22,3	60,3		Ксенон Xe	4,59	0,02547	
Кремний Si	21,5	51,9					
Фосфор P	19,4	42,8	Красный фосфор;	Тантал Ta	3,83	55,3	
				Вольфрам W	3,27	63,2	
				Платина Pt	3,09	65,9	
Сера S	18,8	38,9	Ромбич.	Золото Au	3,05	59,0	
Хлор Cl	17,0	0,02547		Ртуть Hg	2,99	40,5	
Аргон Ar	15,1	0,02547		Свинец Pb	2,91	33,0	
Калий K	15,4	13,4		Висмут Bi	2,88	28,2	
Кальций Ca	15,0	23,3		Воздух	20,79	0,0509	
Ванадий V	11,8	70,5		Вода H <sub>2</sub> O	33,42	0,0764	
Германий Gr	11,6	82,2		Углекислота CO <sub>2</sub>	13,68	0,0764	
Марганец Mn	11,0	78,9		Метан CH <sub>4</sub>	37,55	0,1283	
Железо Fe	10,8	84,8					

В табл. 22 содержатся величины коэффициентов, связывающих атомную, массовую и линейную тормозные способности веществ, выраженных в соответствующих единицах измерения [491]:

$$\varepsilon_a (10^{-15} \text{ ээв}\cdot \text{см}^2) = A \varepsilon_m \left( \frac{M\text{эв}\cdot \text{см}^2}{z} \right) = B \varepsilon (\text{мэв}/\text{см}).$$

**Экспериментальные методы измерения тормозной способности веществ.** Теория торможения дает формулы для потерь энергии, связанных не только с ионизацией, но и с возбуждением атомов тормозящей среды. Поэтому проверка теории на основе измерений числа пар ионов, образованных частицей на ее пути, недостаточна, хотя существует удовлетворительное соответствие между энергией частицы и создаваемой ею ионизацией (§ 8).

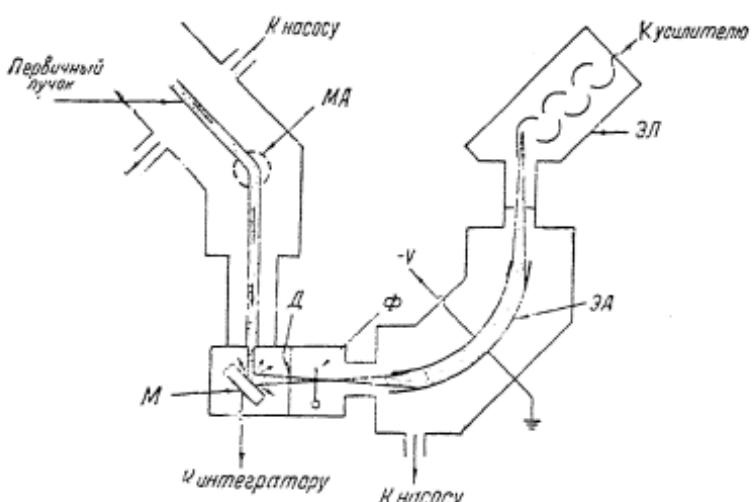


Рис. 29. Схема экспериментальной установки [340] для изучения торможения протонов в веществе:

МА—магнитный анализатор; М—мишень; Д—щель; Ф—фольга; ЗА—электростатический анализатор; ЭЛ—электронный умножитель.

Опыты по определению тормозной способности вещества должны включать измерение энергии частиц до и после абсорбера, а также определение толщины абсорбера или числа атомов на  $1 \text{ см}^2$ . При этом потеря энергии в абсорбере должна быть достаточно малой и пренебрежимо малой по сравнению с начальной энергией частиц.

Рассмотрим основные методы исследования тормозной способности.

1. Магнитный или электрический анализ пучков частиц до и после прохождения известных толщ исследуемого вещества (предполагается, что энергетические шкалы анализаторов прокалиброваны по известным стандартам, см. § 3).

Типичное устройство для измерения тормозных способностей твердых мишеней [500, 296, 495, 340] изображено на рис. 29. Протоны, дейтоны или ионы гелия, ускоренные в генераторе Кокрофта—Уолтона или Ван-де-Граафа, после магнитного анализа попадали на золотую фольгу или мишень, в которой при ядерных реакциях образуется новый сорт частиц. Спектр рассеянных на золоте частиц или продуктов ядерных реакций, вылетающих под углом  $90^\circ$  к мишени, определялся электрическим анализатором. Затем измерялось смещение в энергетической шкале максимума линии, отвечающей данному сорту частиц. Это смещение ( $T_0 - T_x$ ), деленное на толщину фольги  $\Delta x$ ,

дает  $\frac{dE}{dx}$  при энергии

$$T = \frac{1}{2} (T_0 + T_x)^*.$$

При энергиях пучка  $T_p > 1$  МэВ, как правило, применяется магнитный анализ.

Авторы работ [161, 291, 451] измеряли тормозные способности твердых мишеней и пробеги на внутренних (невыведенных) пучках заряженных частиц в циклотроне. При этом величина магнитного поля циклотрона и радиальное смещение щелей детектора при введении задерживающей фольги на пути пучка дали возможность определить  $\frac{dE}{dx}$ . Различные модификации и усовершенствования метода [157, 263] позволяют довести точность измерений до 1%.

Устройства, аналогичные экспериментальной установке, изображенной на рис. 29, применяются для измерения задерживающей способности газов [498]. В этом случае приходится иметь дело с протяженной газовой мишенью, что обусловливает дополнительные жесткие требования к коллимации пучка частиц до и после мишени.

2. Метод смещения резонансных пиков основан на хорошо известном явлении резонансной зависимости выхода  $\gamma$ -квантов в некоторых реакциях  $(p, \gamma)$  от энергии протонов. В зависимости от величины энергии протонов подбирается подходящая реакция  $(p, \gamma)$ , см. табл. 10. Опыт заключается в измерении кривых возбуждения соответствующей реакции сначала без задерживающей фольги на пути пучка монознергетических протонов, а затем с фольгой. С помощью  $\gamma$ -счетчика устанавливается резонансная энергия протонов, которая сравнивается с калибровочным стандартом (табл. 10). После этого на пути пучка помещается фольга и энергия протонов увеличивается до тех пор, пока вновь не наступит максимум выхода  $\gamma$ -квантов (резонанс). Потеря энергии в исследуемой фольге определяется по смещению на шкале энергий положения максимума дифференциальных кривых выхода. Уширение смещенной кривой выхода дает величину страгглинга потерь энергии  $\sigma_E$ .

Метод был использован для измерений на твердых [382, 383, 290, 85] и газовых мишенях [212]. Точность измерений  $\frac{dE}{dx}$  этим методом достигает 1%. Для примера в табл. 23 приведены результаты измерений [290] тормозной способности золота для протонов с энергией 364—1003 кэВ.

3. Метод сцинтилляционного счетчика. Измерение потерь энергии производится по сравнению амплитуд импульсов, произведенных в сцинтилляционном счетчике частицами, прошедшими исследуемую фольгу, а также в отсутствии фольги [159]. Потеря энергии в фольге равна

$$\Delta E = T_0 \frac{\Delta h}{h},$$

где  $T_0$  — кинетическая энергия частиц до фольги;

$h_0$  — амплитуда импульса, вызываемого частицами.

При этом предполагается наличие линейной зависимости между световым выходом кристалла и энергией частицы (см. ниже).

\* В том случае, когда  $\frac{dE}{dx}$  быстро меняется с толщиной, необходимо использовать эффективное значение средней энергии частиц, которое может быть вычислено [182].

4. Метод Филлипса. Для измерения потерь энергии ионами водорода в газах Филлипс [414] применил устройство, схематически изображенное на рис. 30. Ионы водорода ускорялись за счет потенциала „источник—земля“, проходили газовую мишень, ограниченную очень тонкими пленками  $\text{SiO}_2$ , и замедлялись, входя в пространство между

Таблица 23

Результаты измерения тормозной способности золота для протонов методом смещения резонансов реакции  $(p,\gamma)$  [290]

Индикатор	Толщина фольги, $\mu\text{g} \cdot \text{см}^{-2}$	Смещение максимумов	Средняя энергия протонов $T_p$	$\varepsilon_m$ , $\text{kэв} \cdot \text{см}^2/\text{мкг}$
			к эв	
Фтор-339*	0,46	39	364	85
Фтор-339	0,52	42	366	81
Алюминий-986	0,46	27	1001	59
Алюминий-986	0,51	30	1002	59
Алюминий-986	0,52	31	1003	60

\* Фтор-339 означает использование резонанса в реакции  $F^{19}(p,\gamma)Ne^{20}$  при  $T_p = 339 \text{ Мэв}$ . Величины резонансных энергий протонов, приведенные авторами работы [290], несколько отличаются от принятых в настоящее время значений (табл. 10). Алюминий-986 соответственно указывает на резонанс в реакции  $Al^{27}(p,\gamma)Si^{28}$  при  $T_p = 986 \text{ Мэв}$ .

коллиматором и фарадеевым цилиндром, имеющим такой же потенциал как источник. Анализ энергии частиц после замедления производился с помощью регулируемого замедляющего напряжения. Если частицы теряли энергию в мишени, потенциал коллектора понижали,

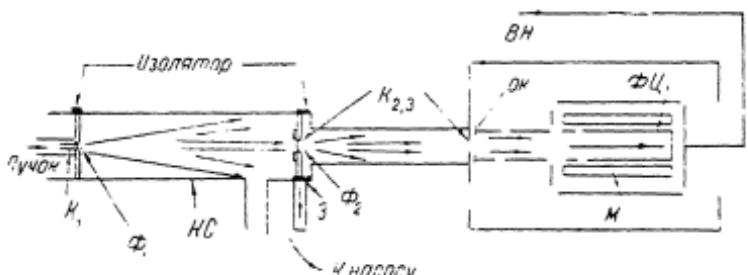


Рис. 30. Схема экспериментального устройства Филлипса [414] для изучения торможения заряженных частиц в газах:  $KC$ —камера столкновений;  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ —коллиматоры;  $H$ —изолаторы.  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ —фольга;  $OK$ —заслонка;  $OK$ —охранное кольцо;  $\Phi C$ —фарадеев цилиндр;  $N$ —нагнетатель;  $BN$ —высокое напряжение.

чтобы собрать пучок частиц. Это изменение потенциала коллектора измерялось. С помощью такого устройства Филлипс определял величины  $\Delta E$  от 1 до 25 кэв при энергии протонов 10—80 кэв.

Точность опытов по определению тормозных способностей материалов в значительной степени определяется точностью измерения толщин мишеней.

В случае газовых мишеней необходимо определять длину ее, давление и температуру газа, поглощение энергии в „окнах“. Тогда

точность определения величины  $N_{dx}$  атом/см<sup>2</sup> может достичь 1—2%.

Толщина твердых мишеней определяется методом взвешивания или химического анализа материала, осажденного на известной площади. Точность определения  $N_{dx}$  здесь составляет 3—5%.

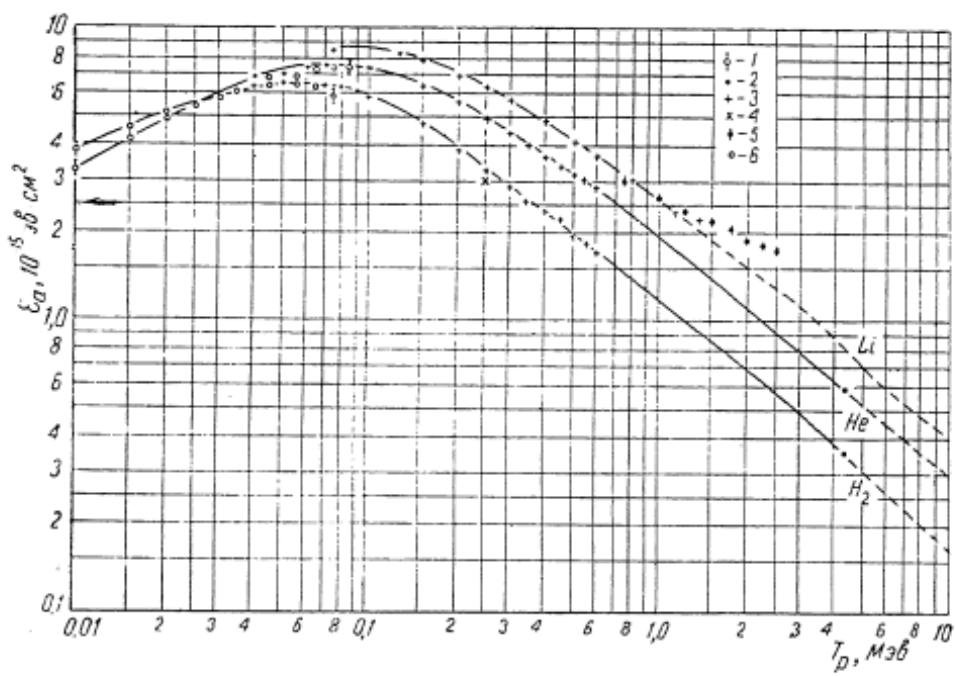


Рис. 31. Атомная задерживающая способность для протонов водорода, гелия и лития:

1—Филлипс [414]; 2—Бролли и Рафф [159]; 3—Рейнолькс и др. [434] (гелий и литий); 4—Бейдер и др. [157] (литий); 5—Вель [498]; 6—исследование торможения  $\alpha$ -частиц, Розенблом [433].

**Экспериментальные данные о тормозных способностях различных веществ для протонов.** Самая полная сводка экспериментальных данных (до 1953 г.) о тормозных способностях различных веществ для протонов содержится в обзоре Аллisona и Уоршоу [132]. Более поздние сведения приведены в работах Уэлинга [491, 492].

На рис. 31—35 показаны зависимости атомных тормозных способностей различных веществ от энергии протонов (сплошные линии). Эти зависимости получены усреднением большого количества экспериментальных данных [491]. На тех же рисунках точками обозначены экспериментальные данные разных авторов и указаны методы измерений (см. подписи к рисункам). Несмотря на то, что экспериментальные данные охватывают, как правило, область энергий протонов от  $T_p \sim 0,1$  до 4—5 МэВ, их можно использовать для экстраполяции к более высоким энергиям (пунктирные линии на рис. 31—35). Для перехода от атомных тормозных способностей, выраженных в единицах  $10^{-15} \text{ эв}\cdot\text{см}^2/\text{атом}$ , к массовым тормозным способностям ( $\text{МэВ}\cdot\text{см}^2/\text{г}$ ) или к линейным тормозным способностям ( $\text{МэВ}/\text{см}$ ) следует пользоваться таблицей переводных коэффициентов (табл. 22).

Приведенные на рис. 31—35 кривые можно использовать также при вычислении тормозных способностей различных материалов для дейтонов и тритонов, а также  $\alpha$ -частиц и ионов  $\text{He}^3$  с  $T > 2$  МэВ.

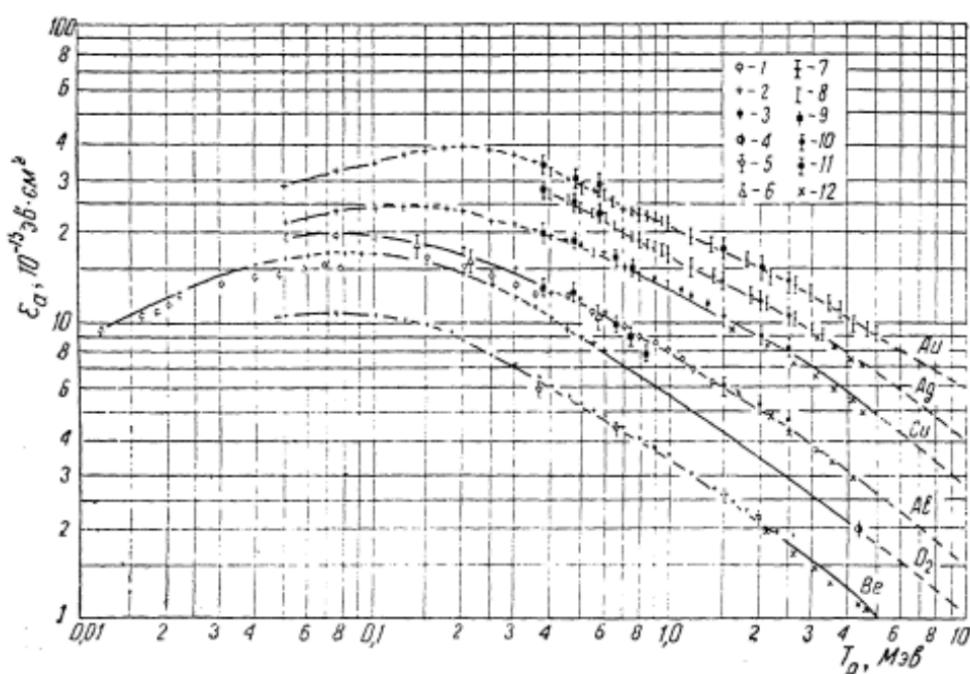


Рис. 32. Атомная тормозная способность золота, серебра, меди, алюминия, кислорода и бериллия для протонов:

1—Филлипс [414]; 2—Рейнольдс и др. [434] (кислород); 3—Бейдер и др. [157] (бериллий, медь, алюминий, золото); 4—Кан [340] (медь); 5—Мадсен [382]; 6—Паркинсон и др. [413]; 7—Стельсон и Маккоуэн [472]; 8—Грин и др. [263]; 9—Бролли, Райб [159]; 10—исследование торможения  $\alpha$ -частиц, Розенблом [433]; 11—Гобели [266]; 12—Нильсек [410].

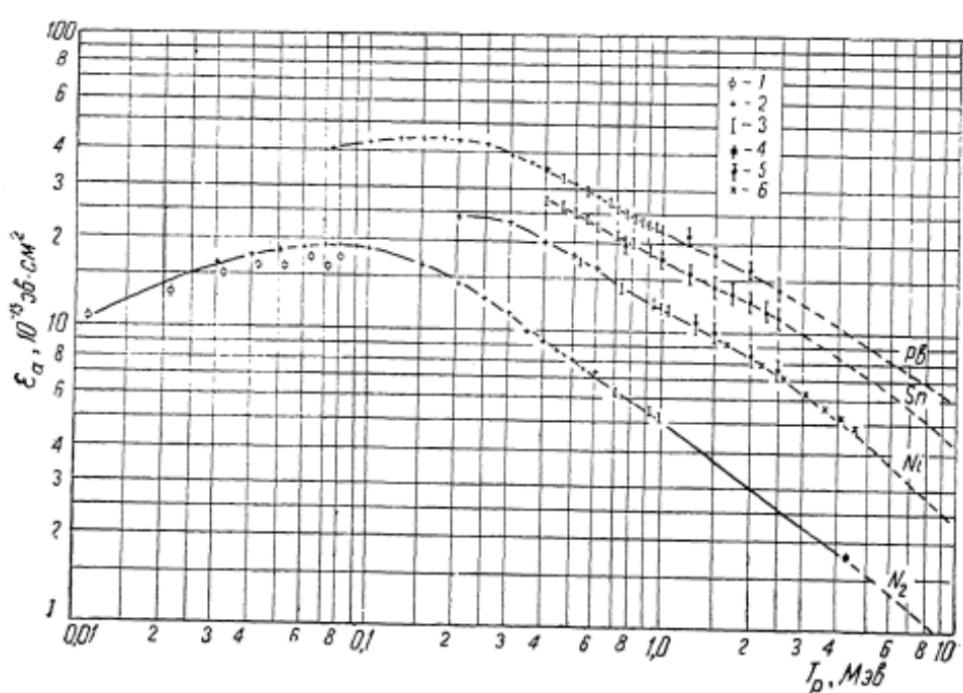


Рис. 33. Атомная тормозная способность свинца, олова, никеля и азота для протонов:

1—Филлипс [412, 414]; 2—Рейнольдс и др. [434] (азот); Бейдер и др. [157] (никель, свинец); 3—Грин и др. [263] (свинец, олово); Миллени и др. [395] (азот); Чилтон и др. [212] (никель); 4—Бролли и Райб [159]; 5—исследование торможения  $\alpha$ -частиц, Розенблом [433]; 6—Нильсек [410].

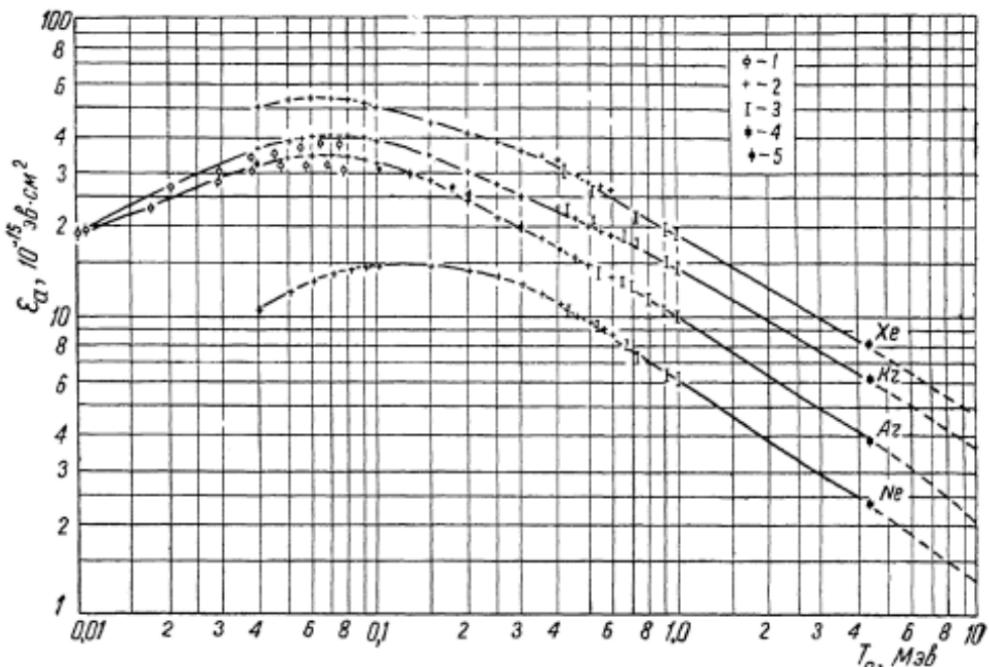


Рис. 34. Атомная тормозная способность неона, аргона, криптона и ксенона:  
1—Филлипс [412, 414]; 2—Рейнольдс и др. [434]; 3—Милани и др. [395] (ксенон); Чилтон и др. [212] (неон, аргон, криpton); 4—Бролли и Райб [159]; 5—Вейль [498].

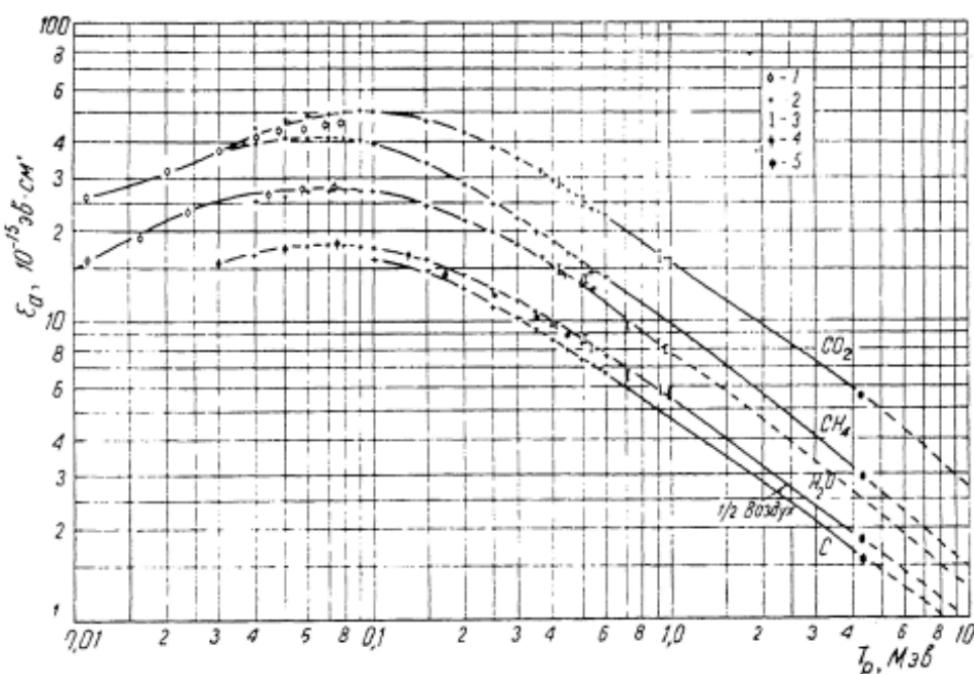


Рис. 35. Молекулярная тормозная способность паров воды, метана, углекислого газа и воздуха (на 1/2 молекулы) для протонов:  
1—Филлипс [412]; 2—Рейнольдс и др. [434]; 3—Милани и др. [394]; 4—Вейль [498]; 5—Бролли и Райб [159].

Для этого на шкале энергий нужно взять значение эквивалентной энергии для данного сорта частиц  $T_x = \frac{M_x}{M_p} T_p$ , а соответствующую величину тормозной способности определять с помощью соотношения

$$\epsilon_a^{(x)} = \epsilon_a^{(p)} \left( \frac{z_x}{z_p} \right)^2.$$

Таблица 24

Экспериментальные значения [263] атомных тормозных способностей некоторых веществ для протонов (в единицах  $10^{-15}$  эв·см<sup>2</sup>/атом)

$T_p$ , кэВ	Марганец Mn	Германний Gr	Селен Se	Сурьма Sb	Висмут Bi
400	19,9	21,3	22,0	29,5	36,1
450	18,8	20,2	21,0	27,9	34,4
500	17,9	19,2	20,2	26,7	32,7
550	17,0	18,4	19,4	25,2	31,3
600	16,1	17,7	18,7	24,1	29,9
650	15,4	17,1	18,1	22,8	28,5
700	14,8	16,6	17,6	21,8	27,4
750	14,2	16,0	17,0	21,0	26,1
800	13,8	15,7	16,5	20,4	25,4
850	13,4	15,2	16,0	19,8	24,3
900	13,1	14,8	15,7	19,4	24,0
950	12,8	14,3	15,3	18,8	23,3
1000	12,4	14,0	15,1	18,4	23,0

Например, тормозная способность для тритона с энергией 9 МэВ равна тормозной способности для протона с энергией 3 МэВ, а тормозная способность для  $\alpha$ -частицы с энергией 8 МэВ — учетверенной тормозной способности для протона с энергией 2 МэВ и т. д.

Таблица 25

Экспериментальные величины тормозных способностей некоторых металлов для протонов [157] (в единицах  $10^{-15}$  эв·см<sup>2</sup>/атом)

$T_p$ , МэВ	Кальций Ca	Ванадий V	Хром Cr	Железо Fe	Кобальт Co	Цинк Zn
0,2	25,9	29,9	29,2	27,4	25,7	24,3
0,3	21,3	25,3	24,9	24,4	22,7	23,0
0,4	17,6	21,4	21,4	21,1	19,7	20,4
0,5	15,3	18,5	18,4	18,1	17,2	18,6
0,6	14,3	16,6	17,1	16,8	16,7	17,6

Величины тормозных способностей различных веществ для протонов с энергией от 0,1 до 4 МэВ и  $\alpha$ -частиц с энергией 2—16 МэВ рекомендуется определять с помощью кривых рис. 31—35 и данных табл. 24—25. Для больших энергий следует использовать теоретические кривые рис. 18—27.

Для грубо оценочных расчетов в нерелятивистской области энергий можно пользоваться также полуэмпирической формулой Уэлинга [491], основанной на соотношении (4,21),

$$\epsilon_a(T) = \frac{0,24Z}{T_{(M\text{эв})}} \left[ \ln \frac{T_{(M\text{эв})}}{Z} + a \right] \cdot 10^{-15} \text{эв} \cdot \text{см}^2, \quad (5,4)$$

где величина  $a$  изменяется от 5,1 до 5,3 при вариации  $Z$  от 10 до 60. Формула (5,4) пригодна при  $T_p > 0,5 \text{ Мэв}$  и  $T_a > 2 \text{ Мэв}$ .

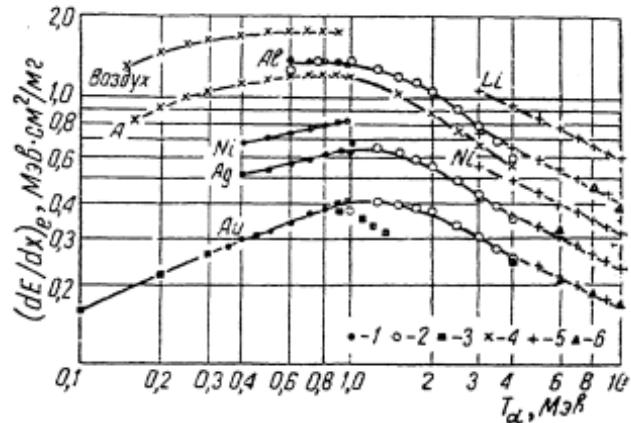


Рис. 36. Массовая тормозная способность алюминия, никеля, серебра и золота для  $\alpha$ -частиц. Экспериментальные данные:

1—Порат и Ромаватарам [416]; 2—Гобели [266]; 3—Уилкокс [500]; 4—Вейль [498]; 5—Розенблум [433]; 6—расчетные данные Арака [137].

**Экспериментальные данные о тормозных способностях материалов для  $\alpha$ -частиц.** При  $T_a < 2 \text{ Мэв}$  (рис. 36) начинает сказываться различие захвата электронов  $\alpha$ -частицами и протонами (см. § 8), а эффективный заряд  $\alpha$ -частиц быстро уменьшается со скоростью. В данном случае не пригоден указанный выше метод вычисления тормозных способностей  $\alpha$ -частиц по кривым для протонов эквивалентных энергий (рис. 31—35). Однако можно определить  $\epsilon_a$  для  $\alpha$ -частиц по экспериментальным величинам  $\epsilon_a$  для протонов в том же веществе, если использовать экспериментальную кривую зависимости отношений эффективных зарядов  $\alpha$ -частицы и протона в функции скорости (см. § 7).

В табл. 26 представлены экспериментальные данные Розенблума [433] о задерживающей силе некоторых металлов для  $\alpha$ -частиц с энергией 3—10 Мэв (данные Розенблума для других веществ использованы также при построении кривых рис. 31—35).

В экспериментальной практике часто приходится иметь дело с относительными тормозными способностями.

Относительной тормозной способностью (силой) материалов какого-либо вещества по отношению к стандартному называется отношение количества стандартного вещества к количеству данного вещества при равной потере энергии в них. При этом в зависимости от базисных величин, характеризующих количество вещества, различают линейную, массовую, атомную и электронную относительные тормозные способности (их обозначают соответственно  $S$ ,  $S_m$ ,  $S_a$  и  $S_e$ ).

Линейная относительная тормозная способность материала равна толщине его, выраженной в сантиметрах и соответствующей одноковой со стандартным веществом потере энергии на 1 см пути:

$$S = \frac{\Delta x_{ct}}{\Delta x} = \frac{NB}{N_{ct}B_{ct}}, \quad (5,5)$$

где  $N$  — число атомов в 1 см<sup>3</sup> вещества;  
 $B$  — коэффициент торможения (§4).

Таблица 26

Экспериментальные величины атомных тормозных способностей некоторых материалов для  $\alpha$ -частиц [433]  
(в единицах  $10^{-15}$  эв·см<sup>2</sup>/атом)

$T_a$ , Мэв	Железо Fe	Цинк Zn	Молибден Mo	Палладий Pd	Кадмий Cd	Платина Pt
3	53,4	57,1	68,7	72,5	76,3	95,3
4	47,0	50,3	60,4	63,8	67,2	83,7
5	42,4	45,4	54,5	57,6	60,6	75,5
6	38,8	41,6	49,9	52,6	55,4	69,2
7	36,1	38,7	46,4	48,9	51,5	64,3
8	33,7	36,1	43,8	45,7	48,1	60,1
9	—	34,0	40,8	43,1	45,3	56,6
10	—	32,3	38,8	40,9	43,1	53,8

Равным образом атомная относительная тормозная способность равна толщине данного материала (выражена числом атомов на 1 см<sup>2</sup>), отвечающей такой же потере энергии частицами, как и потеря в толще, содержащей 1 атом на 1 см<sup>2</sup> в стандартном материале:

$$S_a = \frac{N_{ct}\Delta x_{ct}}{N\Delta x} = \frac{B}{B_{ct}}. \quad (5,6)$$

Аналогично

$$S_e = \frac{N_{ct}Z_{ct}\Delta x_{ct}}{Nz\Delta x} = \frac{(B/Z)}{(B/Z)_{ct}}, \quad (5,7)$$

$$S_m = \frac{(\rho\Delta x)_{ct}}{\rho\Delta x} = S_e \frac{(A/Z)_{ct}}{(A/Z)}. \quad (5,8)$$

Приняв во внимание определение коэффициента торможения  $B$  (§ 4), видим, что относительные тормозные способности будут либо возрастающими, либо убывающими функциями энергии падающих частиц в зависимости от того, больше или меньше величина  $I$  по сравнению с  $I_{ct}$ .

Относительные тормозные способности веществ измеряются с большей точностью, чем абсолютные тормозные способности. Обычно [93, 158, 476, 177] определяется средний пробег частиц в стандартном веществе по кривым трансмиссии или удельной ионизации (см. § 6). Затем передний слой стандартного вещества, т. е. ту его часть, где частицы имеют энергию, почти не отличающуюся от начальной, заменяют исследуемым образцом. При помощи тонких слоев стандартного вещества (абсорберы-шуммы) добиваются того, чтобы показания прибора, регистрирующего пучок частиц, соответствовали тем же

Таблица 27

## Тормозные способности металлов относительно алюминия для протонов

Порядковый номер и символ элемента	Буркит [155], $T_p = 19,8 \text{ МэВ}$			Сонет [452], $T_p = 20,6 \text{ МэВ}$			Беккер—Серге [158], $T_p = 340 \text{ МэВ}$			Томпсон [476], $T_p = 270 \text{ МэВ}$			Уоршоу [495], $T_p = 0,1 \text{ МэВ}$			Вильсон [502], $T_p = 2,4 \text{ МэВ}$		
	$S_m$			$S_e$			$S_m$			$S_e$			$S_m$			$S_m$		
		$S_m$	$S_e$		$S_m$	$S_e$		$S_m$	$S_e$		$S_m$	$S_e$		$S_m$	$S_e$		$S_m$	$S_e$
3 Li	1,106 ± 0,005	—	1,4073 ± 0,0005	—	—	—	—	—	—	1,062	1,18	—	—	—	—	—	—	—
4 Be	—	—	1,000	1,000	1,000	—	—	—	—	1,024	1,11	—	—	—	—	—	—	—
6 C	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,124	1,08	—	—	—	—	—	—	—
13 Al	1,000	—	1,000	—	1,000	—	1,000	—	—	1,000	1,000	—	—	—	—	—	—	—
20 Ca	0,970 ± 0,020	0,008 ± 0,090	0,936 ± 0,006	0,888 ± 0,006	0,886 ± 0,002	0,856 ± 0,002	0,853 ± 0,002	0,859 ± 0,004	0,868 ± 0,004	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22 Ti	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26 Fe	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28 Ni	0,872 ± 0,002	0,867 ± 0,002	0,866 ± 0,002	0,863 ± 0,002	0,863 ± 0,002	0,836 ± 0,006	0,836 ± 0,003	0,883 ± 0,003	0,875	—	—	—	—	—	—	—	—	—
29 Cu	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30 Zn	0,816 ± 0,002	0,819 ± 0,002	0,819 ± 0,002	0,746 ± 0,002	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
41 Nb	0,709 ± 0,005	0,735 ± 0,005	0,735 ± 0,005	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
42 Mo	0,809 ± 0,005	0,735 ± 0,005	0,730 ± 0,003	0,710 ± 0,003	0,720 ± 0,006	0,805 ± 0,006	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
46 Pd	0,793 ± 0,003	0,791 ± 0,003	0,715 ± 0,003	0,717 ± 0,005	0,733 ± 0,006	0,789	0,87	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
47 Ag	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
48 Cd	0,789 ± 0,002	0,700 ± 0,002	0,714 ± 0,004	0,806 ± 0,004	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
49 In	0,782 ± 0,002	0,693 ± 0,002	0,707 ± 0,010	0,798 ± 0,010	0,798 ± 0,010	0,751	0,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 Sn	0,782 ± 0,002	0,680 ± 0,002	0,607 ± 0,006	0,725 ± 0,006	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
73 Ta	0,716 ± 0,005	0,597 ± 0,005	0,590 ± 0,002	0,581 ± 0,002	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
74 W	0,706 ± 0,002	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
77 Ir	0,703 ± 0,002	0,576 ± 0,002	0,590 ± 0,062	0,712 ± 0,012	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
78 Pt	0,695 ± 0,002	0,576 ± 0,003	0,588 ± 0,006	0,708 ± 0,006	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
79 Au	0,692 ± 0,003	0,556 ± 0,003	0,556 ± 0,003	0,581 ± 0,006	0,7123 ± 0,006	0,660	0,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
82 Pb	0,677 ± 0,003	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90 Th	0,691 ± 0,002	0,556 ± 0,002	0,581 ± 0,006	0,7123 ± 0,006	0,630	0,78	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
92 U	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

величинам  $R_n$  или  $R_i$  (см. § 6). Разность толщин стандартного вещества в двух этих опытах эквивалентна по тормозной способности образцу исследуемого материала при некоторой эффективной энергии частиц в поглотителе. Если, например, в  $1 \text{ г}/\text{см}^2$  алюминия протон теряет такое же количество энергии, как в  $1,25 \text{ г}/\text{см}^2$  исследуемого вещества, то массовая относительная тормозная способность последнего равна 0,8. В качестве стандартных веществ обычно выбирают алюминий, медь или воздух, а в последнее время еще и аргон.

Таблица 28

Тормозные способности веществ относительно меди для протонов высоких энергий

Материал	$S_m(T_p = 635 \text{ МэВ})^{[49]}$	Баркас [177]			Блемберген [161] $S_m(T_p = 70 \text{ МэВ})$	Хейнц [297] $S_m(T_p = 342 \text{ МэВ})$	Карвильо [221] $S_m(T_p = 208 \text{ МэВ})$
		$S_m(T_p = 750 \div 600 \text{ МэВ})$	$S_m(T_p = 600 \div 450 \text{ МэВ})$	$S_m(T_p = 450 \div 300 \text{ МэВ})$			
Водород H	3,016	—	—	—	—	—	—
Бериллий Be	1,167	—	—	—	—	—	—
Углерод C	1,268	—	—	—	—	—	—
Алюминий Al	—	1,14	1,14	1,136	1,22	—	—
Медь Cu	1,000	1,100	1,000	1,000	1,000	—	—
Кадмий Cd	0,887	—	—	—	—	—	—
Вольфрам W	0,794	—	—	—	—	—	—
Свинец Pb	—	0,76	0,758	0,756	0,748	—	—
Уран U	—	0,738	0,736	0,728	—	—	—
Фотоэмulsionия	—	0,999	0,994	0,989	—	0,89	1,005

Результаты измерений относительных тормозных способностей различных веществ для протонов, дейтонов и  $\alpha$ -частиц приведены в табл. 27—30 и частично использованы при построении кривых рис. 31—35. На рис. 37 изображены экспериментальные кривые, показывающие зависимость относительных электронных тормозных способностей от  $\log Z$  (заряд тормозящих атомов) при трех значениях энергии протонов.

Из табл. 27—30 следует, что в соответствии с теорией толщина вещества с  $Z > 13$ , эквивалентная по тормозной способности  $1 \text{ г}/\text{см}^2$  алюминия, уменьшается с ростом энергии. Например, толщина серебра, эквивалентная по тормозной способности  $1 \text{ г}/\text{см}^2$  алюминия, меняется от  $3,05 \text{ мг}/\text{см}^2$  при  $T_p \approx 0,1 \text{ МэВ}$  до  $1,27 \text{ г}/\text{см}^2$  при  $T_p = 340 \text{ МэВ}$ . При любой энергии протонов и  $\alpha$ -частиц для одинакового их торможения требуются различные толщи золота и алюминия.

Для легких веществ ( $Z < 13$ ) тормозная способность относительно алюминия ослабевает с ростом энергии, причем толщины вещества, эквивалентные по торможению  $1 \text{ мг}/\text{см}^2$  алюминия, всегда меньше  $1 \text{ мг}/\text{см}^2$ . Это важно учитывать в опытах, в которых приходится подбирать замедлители, эквивалентные по торможению замедлителям из алюминия или воздуха.

Из рис. 37 и табл. 27—30 видно, что относительные электронные тормозные способности для протонов, дейтонов и  $\alpha$ -частиц линейно зависят от  $\log Z$  задерживающих веществ. Небольшие отклонения от линейности, имеющие характер флюктуаций для соседних элементов, отмечаются авторами работ [155, 157, 263, 452]. Эти флюктуации свя-

заны, по-видимому, с характером заполнения электронных оболочек у переходных элементов (никель — медь, tantal — торий) и различием в фазовом состоянии веществ. Прямые доказательства зависимости атомных задерживающих сил от фазового состояния вещества получе-

Таблица 29

Относительные тормозные способности  
для дейтонов

Материал	Бролли [159] $S_a$ (отн. воздуха) $T_d = 8,86 \text{ Мэв}$	Тобнас [132] $S_m$ (отн. алюминия) $T_d = 180 \text{ Мэв}$	Стефан — Торnton [132] $S_m$ (отн. алюминия) $T_d = 190 \text{ Мэв}$
Водород H	0,185	2,57	—
Гелий He	0,321	—	—
Литий Li	—	—	—
Бериллий Be	—	1,02	1,08
Углерод C	—	1,12	1,14
Азот N	0,966	1,10	—
Воздух	1,000	—	—
Кислород O	1,088	1,08	—
Неон Ne	1,258	—	—
Алюминий Al	—	1,00	1,00
Аргон Ar	2,042	—	—
Железо Fe	—	0,889	—
Медь Cu	—	0,867	0,86
Криптон Kr	3,393	—	—
Серебро Ag	—	—	0,752
Тантал Ta	—	—	0,658
Ксенон Xe	4,425	—	—
Метан CH <sub>4</sub>	1,598	—	—
Углекислота CO <sub>2</sub>	3,037	—	—
Золото Au	—	—	0,627
Свинец Pb	—	0,613	—
Уран U	—	—	0,602

Таблица 30

Относительные тормозные способности веществ для  $\alpha$ -частиц

Материал	Келли [339] $S_m$ (отн. алюминия)	Розенблюм, Мано [483, 381] $S_m$ (отн. алюминия)		Порат [416] $S_m$ (отн. воздуха)	
		$T_a, \text{Мэв}$			
	33	21	6	3,72	4,33
Углерод C	—	—	1,35	—	—
Алюминий Al	1,000	1,000	1,000	0,777	0,806
Медь Cu	0,799	0,782	0,724	—	0,585
Никель Ni	—	—	—	0,573	0,439
Серебро Ag	0,671	0,551	0,56	0,415	—
Тантал Ta	0,546	0,517	—	—	0,306
Золото Au	—	—	0,41	0,296	—
Висмут Bi	0,520	0,494	0,387	—	—
Торий Th	0,503	0,475	—	—	—

ны в работе Софтки [469]. Он показал, что атомная тормозная способность графита для протонов с  $T_p = 1,1$  Мэв на 6 % выше атомной тормозной способности алмаза.

**Об универсальной кривой для тормозных способностей.** Как отмечено в § 4, Линдхард и Шарфф [360] предложили определять потери энергии с помощью полупараметрической функции  $L(x)$ , общей для всех элементов. Функция  $L(x)$  дает в относительных единицах задерживающую силу на один электрон. Этот метод предоставляет удобные возможности для сравнения величин средних потерь энергии, измеренных для различных частиц и скоростей, в том числе и в той области энергий, где существенное значение имеют поправки на эффект связи электронов (эти поправки, как известно, не могут быть точно вычислены для  $L$ - $M$ - и других оболочек). Мадсен [382] установил, что ионизационные потери протонов с энергией 0,4–2 Мэв в серебре, меди и золоте хорошо аппроксимируются кривой, аналитическое выражение которой дается формулой (4,35). Последняя предложена

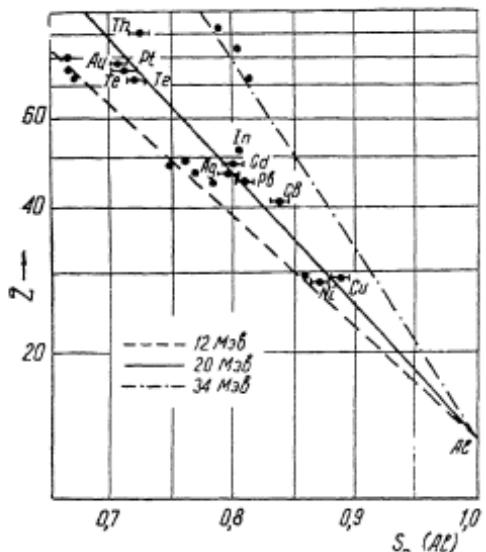


Рис. 37. Зависимость относительной электронной тормозной способности от  $Z$  [452] при трех энергиях протонов: 12 Мэв [477], 20 Мэв [452] и 340 Мэв [158].

Линдхардом на основе анализа большого числа экспериментальных данных о тормозных способностях, полученных до 1953 г.

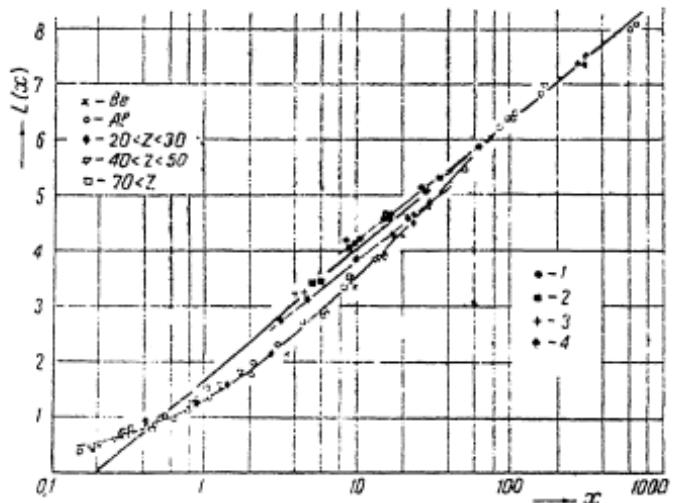


Рис. 38. График Линдхарда—Шарffa:  
1—Синнетт [452]; 2—Тисдейл [477]; 3—Келли [339]; 4—Бролли и Райн [159].

Буркиг и Маккензи [155], используя более поздние экспериментальные данные об электронных тормозных способностях [155, 159, 339, 452], построили график  $L(x)$ , который существенно отличается

от оригинальной „универсальной“ кривой, полученной Линдхардом, приведенной на рис. 38 (крестиками показаны экспериментальные данные, использованные Линдхардом в работе [360]). Таким образом, кривую  $L(x)$  можно применять для вычисления электронной тормозной способности в том случае, когда  $x$  достаточно велико ( $x > 10$ ). При малых  $x$  ( $< 10$ ) прямолинейная аппроксимация уже недостаточна. В работе [492] показано также, что кривую Линдхарда нельзя использовать для расчетов тормозной способности в веществах с  $Z < 20$ .

Пытались применять [174] теорию Линдхарда — Шарффа для вычисления тормозных способностей сложных соединений, в которых важно учитывать валентные связи.

**Тормозная способность сложных соединений.** Согласно так называемому правилу Брэгга, молекулярная тормозная способность сложных соединений может быть вычислена как сумма тормозных способностей элементов, входящих в соединение

$$\varepsilon_{\text{мол}}(X_n Y_m) = n \varepsilon_a(X) + m \varepsilon_a(Y). \quad (5,9)$$

Априорно можно ожидать небольших отклонений от этого правила вследствие изменения при образовании соединений волновых функций внешних электронов, что приводит к некоторому увеличению средней энергии возбуждения.

Экспериментальные данные в общем подтверждают правило Брэгга. Так, в работе Грея [269] отмечено, что тормозная способность химических соединений для  $\alpha$ -частиц естественно радиоактивных источников ( $4-9 \text{ MeV}$ ) является суммой тормозных способностей составляющих их элементов. К такому же выводу пришли Гарин и Фарагги [268], изучившие торможение  $\alpha$ -частиц в кремнии, цирконии, золоте и в их соединениях, а также Эллис и др. [238], измерявшие тормозную способность полиэтилена в виде пленки и газа для  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  ( $T_\alpha = 5,3 \text{ MeV}$ ).

Томпсон [476], изучая торможение быстрых ( $T_p = 200-340 \text{ MeV}$ ) протонов в соединениях углерода, азота, кислорода и хлора, нашел, что правило аддитивности выполняется с точностью  $\sim 1\%$ . С другой стороны, в работе [434] показано, что при энергии протонов, меньшей  $150 \text{ keV}$ , молекулярные тормозные способности газовых соединений водорода, углерода, азота и кислорода меньше суммы атомных. Иоргенсен, изучавший тормозные способности твердых соединений типа полиэтилена ( $\text{CH}_2$ ) или полистирена ( $\text{C}_8\text{H}_8$ ), обнаружил отступления от правила аддитивности при  $T_p \sim 100 \text{ keV}$ .

Таким образом, при больших энергиях заряженных частиц тормозные способности сложных соединений можно определять по тормозным способностям входящих в них компонентов (см., например, табл. 35). Для низких энергий предпочтительно использовать значения экспериментальных величин молекулярных тормозных способностей. В табл. 31—35 представлены соответствующие экспериментальные данные для протонов малых энергий. Приведем также полезные для практических целей полуэмпирические формулы [281], характеризующие тормозную способность пластических сцинтилляционных кристаллов ( $\text{CH}_{n,105}$ ) для быстрых заряженных частиц с энергией  $1-150 \text{ MeV}$ :

$$\frac{dE}{dx} = 17,91x - 0,448, \text{ (p)}$$

$$\frac{dE}{dx} = 24,41x - 0,448, \text{ (d)}$$

$$\frac{dE}{dx} = 29,30x - 0,448, \text{ (f)}$$

$$\frac{dE}{dx} = 71,64x - 0,448, \text{ (z)}$$

. (5,10)

Здесь  $x$  — толщина материала,  $\text{g}/\text{cm}^2$ ; в скобках указан тип заряженных частиц.

Таблица 31

**Экспериментальные величины [434] молекулярных тормозных способностей некоторых соединений (в единицах  $10^{-15} \text{ эв}\cdot\text{см}^2/\text{молекула}$ )**

$T_p, \text{ кэВ}$	$C_2H_2$	$C_2H_4$	$C_2H_6$	$NH_3$	NO	$N_2O$
30	43,4	—	116,0	29,7	—	—
40	47,4	54,4	126,0	32,0	32,6	47,0
50	49,5	57,4	133,0	33,6	34,5	48,6
60	49,8	58,7	135,7	34,6	35,7	49,9
70	49,2	58,8	135,5	34,7	36,4	50,5
80	48,0	58,0	134,4	34,4	36,6	50,9
90	46,7	56,7	133,5	33,9	36,6	51,0
100	45,0	55,5	134,7	33,5	36,4	50,7
150	38,5	48,8	116,5	30,1	33,2	47,0
200	32,9	41,4	102,0	25,6	29,7	42,0
250	29,0	36,1	89,2	22,3	26,7	37,6
300	25,9	32,0	79,8	19,9	24,1	34,0
350	23,5	28,8	72,2	17,9	22,0	31,0
400	21,4	26,2	66,3	16,4	20,3	28,6
450	19,7	24,1	61,4	15,1	18,9	26,6
500	18,4	22,4	57,3	14,0	17,6	25,0
550	17,2	20,9	53,9	13,1	16,6	23,5
600	16,2	19,6	51,0	12,3	15,7	22,2

Таблица 32

**Экспериментальные величины\* [157] молекулярных тормозных способностей некоторых соединений (в единицах  $10^{-15} \text{ эв}\cdot\text{см}^2/\text{молекула}$ )**

$T_p, \text{ кэВ}$	Фтористый литий LiF	Двухторис-тый кальций CaF <sub>2</sub>
50	23,0	—
75	25,7	66,8
100	26,4	69,4
125	26,0	69,0
150	24,2	66,0
175	22,4	61,4
200	21,0	57,2
250	19,2	50,2
300	17,9	46,2
350	16,7	43,6
400	15,6	41,5
450	14,4	39,6
500	13,5	38,0
550	12,7	36,7
600	12,2	35,6

Таблица 33

**Массовая тормозная способность слюды (мусковит) для протонов, по экспериментальным данным [132, 340, 382]**

$T_p, \text{ кэВ}$	$\epsilon_m, M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$	$T_p, \text{ кэВ}$	$\epsilon_m, M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$	$T_p, \text{ кэВ}$	$\epsilon_m, M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$
350	312	800	189	1250	143
400	286	850	182	1300	139
450	266	900	176	1350	136
500	250	950	171	1400	133
550	236	1000	165	1500	127
600	224	1050	160	1600	122
650	214	1100	154	1700	117
700	204	1150	150	1800	112
750	196	1200	146	1900	108
—	—	—	—	2000	102

Таблица 34

Экспериментальные величины [368] массовых тормозных способностей ( $M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$ ) некоторых пластических материалов для протонов и  $\alpha$ -частиц

$T_p, \text{кэв}$	Полистирол СН	Полиэтилен $C_nH_{2n}$	Плайолит S-5A	$T_\alpha, \text{кэв}$	Полистирол СН	Полиэтилен $C_nH_{2n}$	Плайолит S-5A
25	0,806	—	—	35	—	0,98	—
30	0,864	—	—	40	0,96	1,07	1,05
32	—	0,984	—	50	1,10	1,22	1,17
40	0,931	1,040	—	60	1,21	1,33	1,26
50	0,973	1,083	—	70	1,30	1,43	1,34
54	—	—	0,984	80	1,39	1,52	1,41
60	0,994	1,108	1,006	90	1,46	1,60	1,48
70	1,002	1,119	1,024	100	1,53	1,67	1,54
80	0,998	1,119	1,028	120	1,63	1,81	1,66
90	0,992	1,105	1,023	140	1,74	1,92	1,77
100	0,978	1,083	1,010	160	1,83	2,03	1,87
120	0,926	1,034	0,968	180	1,92	2,12	1,96
140	0,879	0,990	0,915	200	2,00	2,22	2,05
160	0,832	0,946	0,866	225	2,11	2,33	2,15
180	0,780	0,900	0,823	250	2,20	2,43	2,25
200	0,738	0,856	0,786	275	2,29	2,52	2,34
225	0,689	0,804	0,743	300	2,36	2,61	2,43
250	0,644	0,755	0,704	320	2,43	2,68	2,50
275	0,604	0,711	0,669	340	2,49	—	—
300	0,578	0,676	0,635	—	—	—	—
325	0,551	0,648	0,604	—	—	—	—
335	0,540	0,640	0,592	—	—	—	—

Таблица 35

Массовые тормозные способности некоторых органических соединений ( $M_{\text{эв}} \cdot \text{см}^2/\text{г}$ ) для протонов\*

$T_p, M_{\text{эв}}$	Полиэтилен $C_nH_{2n}$	Антрацен $C_{14}H_{10}$	Стильбен
1	295	256	279
2	178	157	168
3	132	117	123
4	104	92,5	98
5	87	77,3	82
6	75,3	67,0	71
7	65,7	58,6	63
8	58,9	52,4	56
9	93,9	48,1	51
10	49,5	44,1	46,6
11	45,7	40,8	43
12	42,5	37,9	40
13	39,8	35,5	37,4
14	37,4	33,3	35,2
15	35,4	31,6	33,2
16	33,5	29,9	—
17	31,8	28,5	—
18	30,4	27,2	—
19	29,1	26,0	—
20	27,9	25,0	—
25	28,1	20,7	—
30	19,9	17,9	—

\* Вычислены с помощью правила Брэгга по экспериментальным [491] и расчетным [447, 288] данным о тормозных способностях углерода и водорода.

# Экспериментальные данные о разбросе энергетических потерь тяжелых заряженных частиц. Во многих практических случаях средние потери энергии тяжелыми частицами совпадают с наиболее вероятными, а распределение их описывается гауссовой кривой с полушириной $\sigma_E$ , определяемой формулами (4,43) или (4,45).

Таблица 36

Экспериментальные данные о разбросе потерь энергии протонами малых энергий [382]

Торможение			
в никеле		в меди	
$T_p, \text{ кэв}$	$\frac{d\sigma_{E^*}}{dx}, \text{ кэв}^2/\text{мг}/\text{см}^2$	$T_p, \text{ кэв}$	$\frac{d\sigma_{E^*}}{dx}, \text{ кэв}^2/\text{мг}/\text{см}^2$
527	89	446	34
704	78	749	63
739	68	755	57
741	62	945	65
757	54	949	72
941	94	1004	76
1046	116	1006	96

позволяют судить о порядке величин разбросов потерь энергии протонов сравнительно малой энергии в "толстых" фольгах никеля и меди.

В работе [234] показано, что энергетический разброс  $\alpha$ -частиц, прошедших через слюду и алюминий, согласуется с формулами Лингстона — Бете (4,43) — (4,45).

Распределение потерь энергии тяжелых частиц в "тонких" слоях тормозящего материала, как экспериментально доказано, удовлетворительно описывается формулой Ландау (4,47). В работе Эйсберга и сотрудников [312], в которой исследованы статистические флуктуации ионизационных потерь энергии быстрыми (31—37 Мэв) протонами, доказано, что с уменьшением толщины мишени наблюдается постепенный переход от гауссовского (симметричного) распределения потерь энергии к распределению Ландау.

Экспериментальное распределение величин импульсов в пропорциональном счетчике, наполненном аргоном до давления 0,2 атм для протонов с энергией 37 Мэв, показано на рис. 39. Экспериментальные данные хорошо описываются теорией, развитой Ландау.

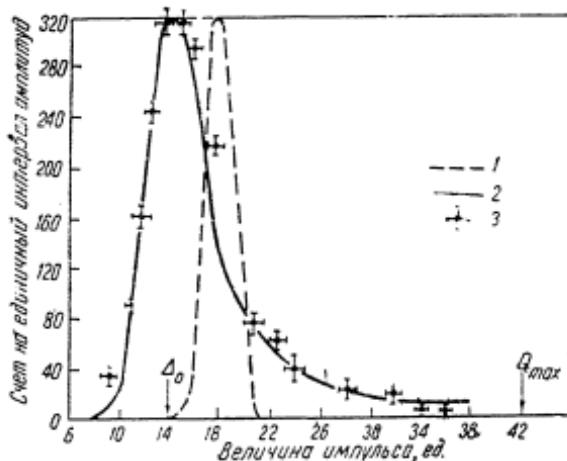


Рис. 39. Экспериментальное распределение потерь энергии протонами с начальной энергией 37 Мэв после прохождения 10 см в аргоне при давлении 0,2 атм в пропорциональном счетчике [261]:

1 — пуссоновское распределение потерь энергии; 2 — распределение потерь энергии по теории Ландау; 3 — экспериментальные точки.

## § 6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ ПРОБЕГОМ И ЭНЕРГИЕЙ ДЛЯ БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ И $\alpha$ -ЧАСТИЦ

Основным механизмом потерь энергии быстрыми протонами и  $\alpha$ -частицами в широкой области энергий являются неупругие столкновения с электронами, при которых частицы теряют энергию малыми порциями и не испытывают заметных отклонений от направления движения. Это обеспечивает достаточно строгое соответствие между начальной энергией частиц и их средним пробегом в веществе.

Значение соотношений „пробег — энергия“ выходит далеко за рамки проверки пригодности классической и квантовомеханической теорий торможения (§ 4). Эти соотношения используются в ядерной физике и физике элементарных частиц для определения энергии частиц, а в совокупности с измерением удельных потерь энергии или других независимых параметров — для определения массы и заряда частиц, природа которых неизвестна (§ 10).

Первая попытка установить связь между энергией и пробегом принадлежит Гейгеру, который еще в 1910 г. выяснил соотношение между пробегом  $\alpha$ -частиц в воздухе и их энергией. В настоящее время накоплен обширный теоретический и экспериментальный материал о пробегах протонов и  $\alpha$ -частиц в различных веществах. На основе этого материала получены более точные соотношения, имеющие большое значение для проведения широкого класса экспериментальных исследований.

**Теоретические соотношения между пробегом и энергией.** Средний отрезок пути, на котором энергия частицы с массой  $M$  и зарядом  $ze$  уменьшается от  $T_1$  до  $T_2$ , может быть вычислен с помощью формулы Бете — Блоха следующим образом:

$$\Delta R = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{dE}{\left( \frac{dE}{dx} \right)} = \frac{M}{z^2} \frac{m}{4\pi e^4 n} F(v). \quad (6,1)$$

Здесь  $F(v)$  — функция, зависящая от скорости частицы в начале и конце пути.

Таким образом, средний пробег частицы в данном веществе пропорционален произведению  $\frac{M}{z^2}$  на некоторую функцию начальной скорости частицы. В силу неадекватности формулы Бете — Блоха при низких энергиях частиц из-за влияния атомных столкновений и перезарядки интегрирование в (6,1) нельзя производить вплоть до  $T_2 = 0$ . Для вычисления среднего пробега частиц с энергией  $T$  используется соотношение

$$R(T) = R(T_0) + \int_{T_0}^T dT / \left( - \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right), \quad (6,2)$$

где  $R(T_0)$  — экспериментальное значение пробега частицы с энергией  $T_0$ , при которой влияние перезарядных столкновений (§ 7) ничтожно мало. За нижний предел для протонов можно принять  $T_0 \sim 1,5 \text{ MeV}$ , для  $\alpha$ -частиц —  $T_0 \sim 5 \text{ MeV}$ .

Используя расчетные значения  $\frac{dE}{dx}$  (см. рис. 18—23) и экспериментальные значения средних пробегов протонов с энергией  $T_0 = 2 \text{ MeV}$ , Стернхаймер [447] с помощью формулы (6,2) вычислил соотношения

между энергией протонов и их средним пробегом в бериллии, углероде, алюминии, воздухе, меди и свинце. При этом величины  $R(T_0) = R(2 \text{ Мэв})$  были установлены на основе экспериментальных данных [156, 359].

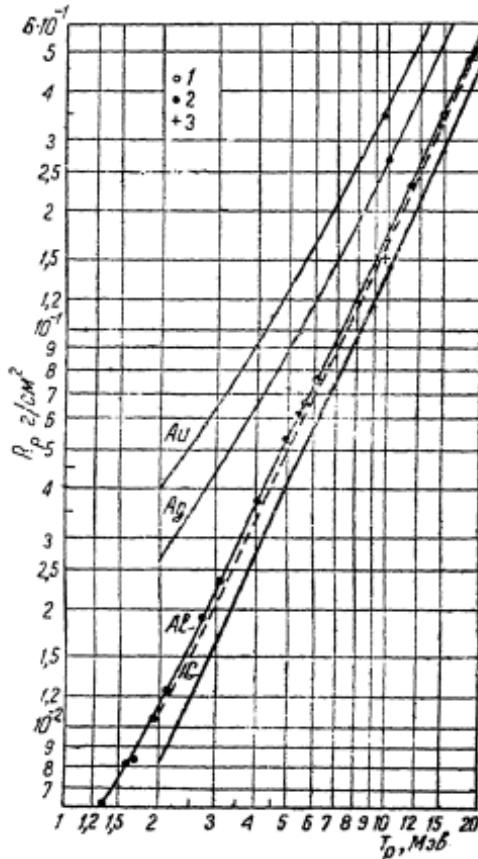


Рис. 40. Средний пробег протонов в углероде, алюминии, серебре и золоте [156, 447];  $T_p = 1 \div 20 \text{ Мэв}$ . Экспериментальные значения средних пробегов изображены точками:  
1—[291]; 2—[156]; 3—[456].

Результаты соответствующих расчетов Стернхаймера представлены в виде сплошных кривых на рис. 40—48\*.

Соотношение между энергией и пробегом протонов в золоте и серебре (рис. 40—41) построено по данным работы [156]. Пунктирной кривой на рис. 40—43 обозначены данные Смита [449], использовавшего при расчетах  $I_{(\text{Al})} = 150 \text{ эв}$  и не учитывавшего эффекты связи электронов и плотности в алюминии.

По данным табл. 37 можно сравнить экспериментальные и расчетные величины пробегов и потерь энергии протонами в алюминии.

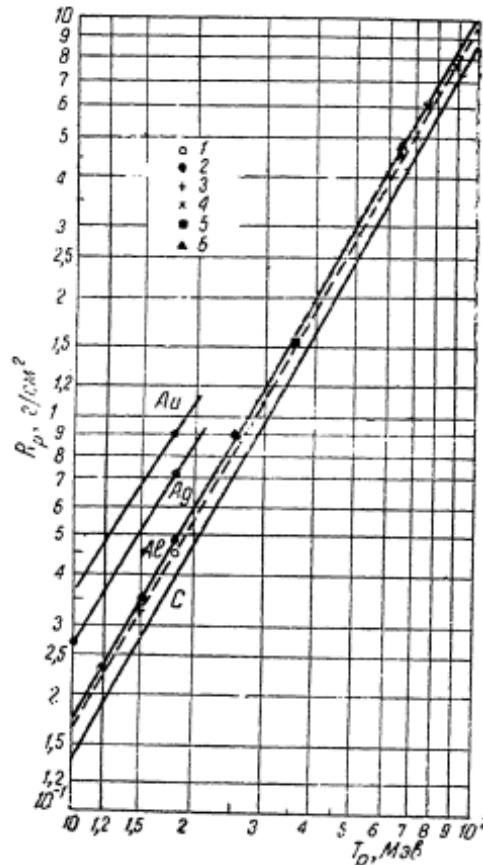


Рис. 41. Средний пробег протонов в алюминии, серебре и золоте [156, 447];  $T_p = 10 \div 10^2 \text{ Мэв}$ :  
1—[291]; 2—[156]; 3—[28]; 4—[246]; 5—[219]; 6—[161].

\* Позднее Стернхаймер (*Phys. Rev.*, 124, 205, 1961) отметил, что при расчетах он взял слишком большие значения  $I_{(\text{Cu})}$  и  $I_{(\text{Рb})}$ . Поэтому приведенные на рис. 46—48 пробеги протонов в меди и свинце оказались несколько завышеными (на ~2% для меди и ~4% для свинца при  $T_p = 200 \text{ М.э.}$ ).

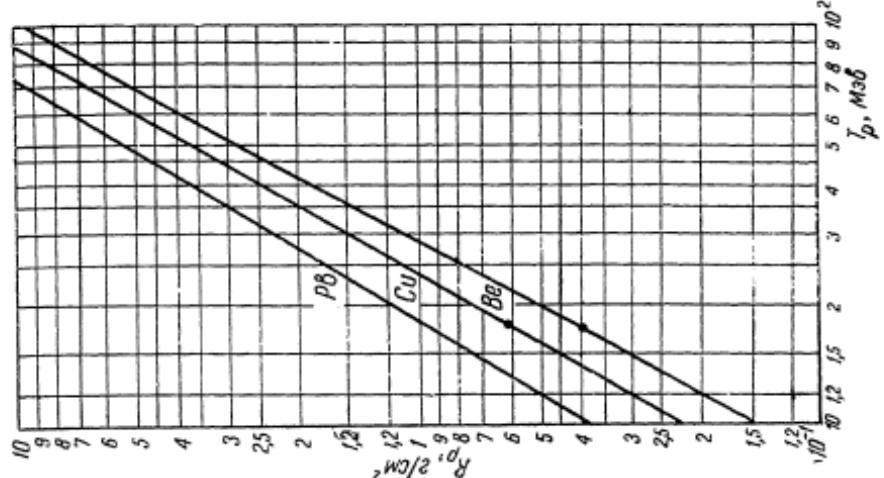


Рис. 44. Средний пробег протонов в бериллии, меди и свинце [447];  $T_p = 10 \div 100$  Мэв. Экспериментальные данные из работы [156].

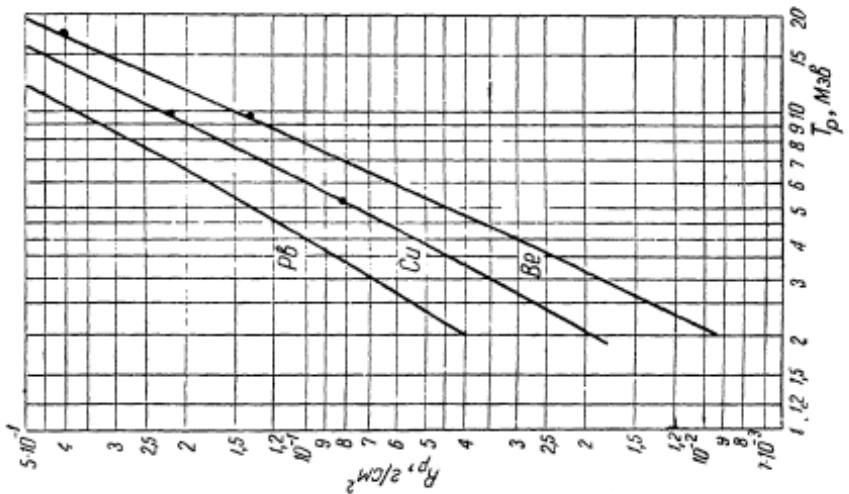


Рис. 43. Средний пробег протонов в бериллии, меди и свинце [447];  $T_p = 1 \div 20$  Мэв. Экспериментальные данные из работы [156].

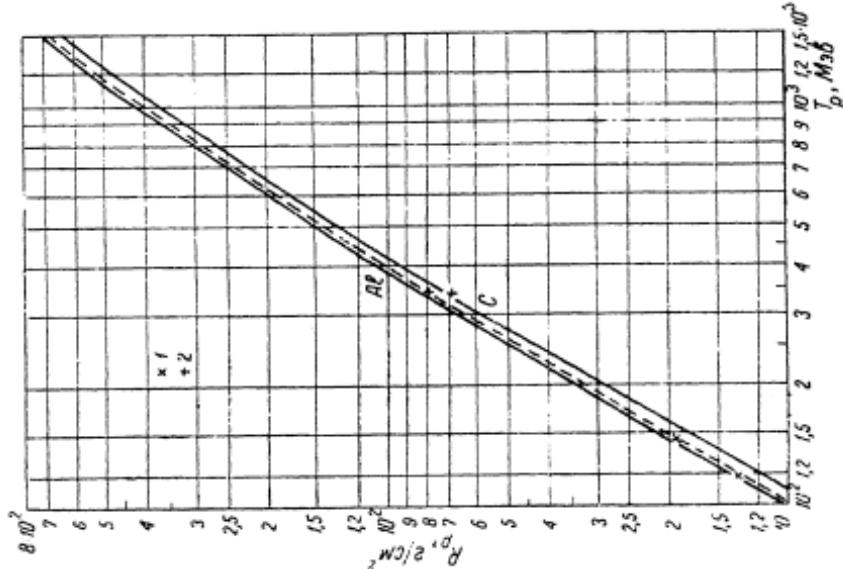


Рис. 42. Средний пробег протонов в углероде и алюминии [447];  $T_p = 10 \div 100$  Мэв: 1—[246]; 2—[384].

Расчеты выполнены Бикселом и Юлингом [171]. При расчетах принято  $I_{Al} = 163 \text{ эв}$ . Экспериментальные значения  $R(Al)$  получены Бикселом [156].

Заметим, что расчетные величины пробегов протонов при  $T > 10^9 \text{ эв}$  имеют скорее математическое, чем практическое значение. Действительно, при прохождении толщи вещества  $R$ , соответствующего

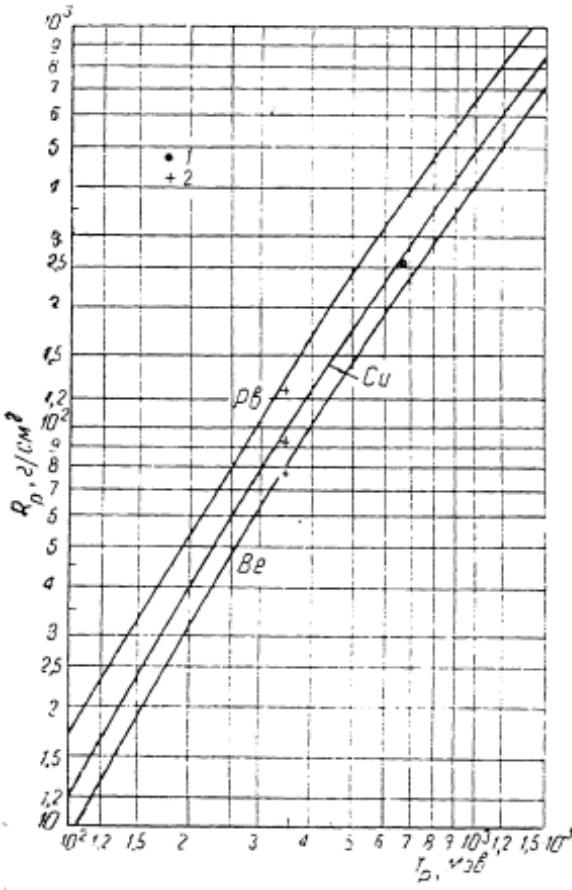


Рис. 45. Средний пробег протонов в берилии, меди и свинце [447];  $T_p = 10^2 \text{ Мэв} \div 1,5 \cdot 10^3 \text{ Мэв}$ . Экспериментальные данные из работ:  
1—[49]; 2—[884].

$R_p (10^9 \text{ эв})$ , пучок протонов из-за ядерного взаимодействия (§-3) очень сильно ослабляется.  $R_p (10^9 \text{ эв})$  соответствует примерно четырем свободным пробегам по отношению к ядерному взаимодействию. Однако расчетные данные для пробега протонов с  $T_p = 1 - 100 \text{ Гэв}$  могут быть использованы для расчета пробега мезонов (см. ниже).

На рис. 49—50 сплошные кривые иллюстрируют результаты теоретического расчета [154] пробега протонов в фотоэмulsionии „Илфорд G-5“ ( $\rho = 3,185 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $n = NZ = 1,04 \cdot 10^{24} \text{ см}^{-3}$ ). При расчете было принято  $I_{sm} = 331 \text{ эв}$ , а поправки  $C$  и  $\delta$  в формуле (4,42) получены на основе расчетов Вальске и Стернхеймера (§ 4)\*. По ось-

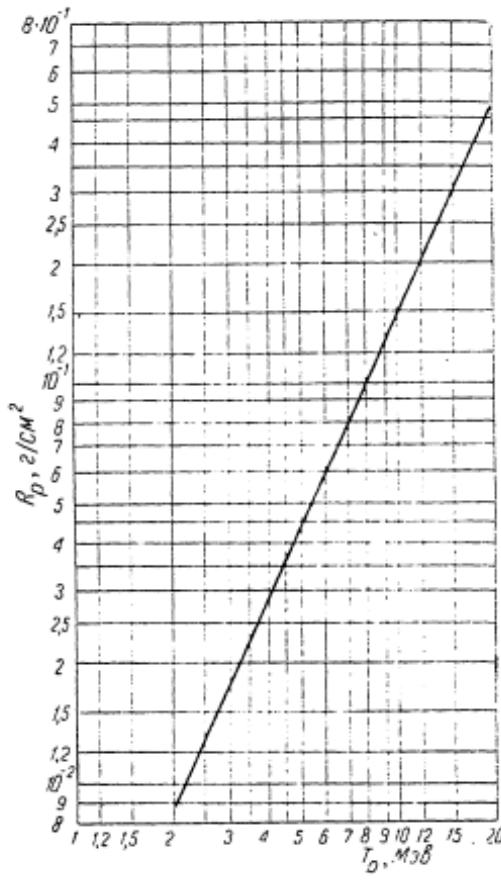


Рис. 46. Средний пробег протонов в воздухе [447];  $T_p = 1 \div 20 \text{ Мэв}$ .

\* Теоретические величины тормозной способности эмульсии и соотношения пробег—энергия вычислялись также в работах [490, 178].

абсцисс на рис. 49—50 отложены приведенные значения кинетической энергии заряженных частиц  $\tau = \frac{T}{M_p}$  ( $M_p = 938$  Мэв — масса покоя протона), а по оси ординат — значение пробегов заряженных частиц с зарядом  $z$  и массой  $M$ :

$$\lambda = \frac{z^2 R}{M} - 1,2 \cdot 10^{-5} z^2, \quad (6,3)$$

где  $M$  — масса частицы в единицах масс протона;  
 $R$  — пробег частицы с энергией  $T$ .

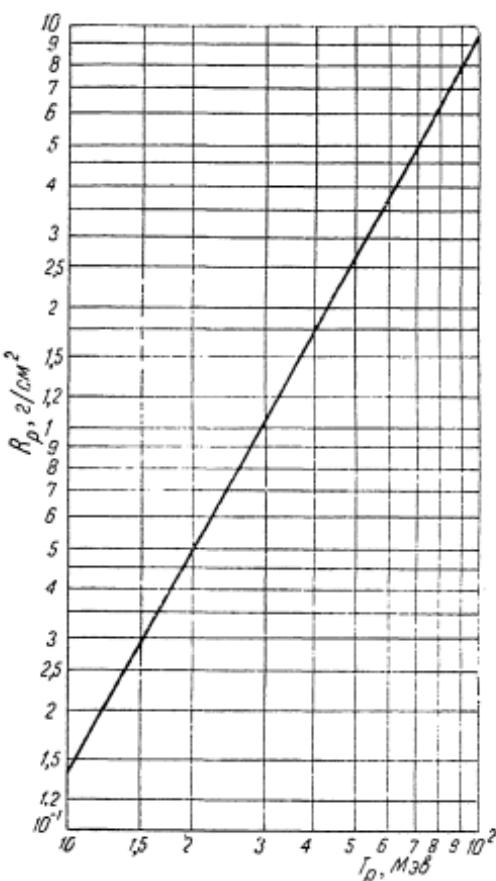


Рис. 47. Средний пробег протонов в воздухе [447];  $T_p = 10 \div 10^2$  Мэв.

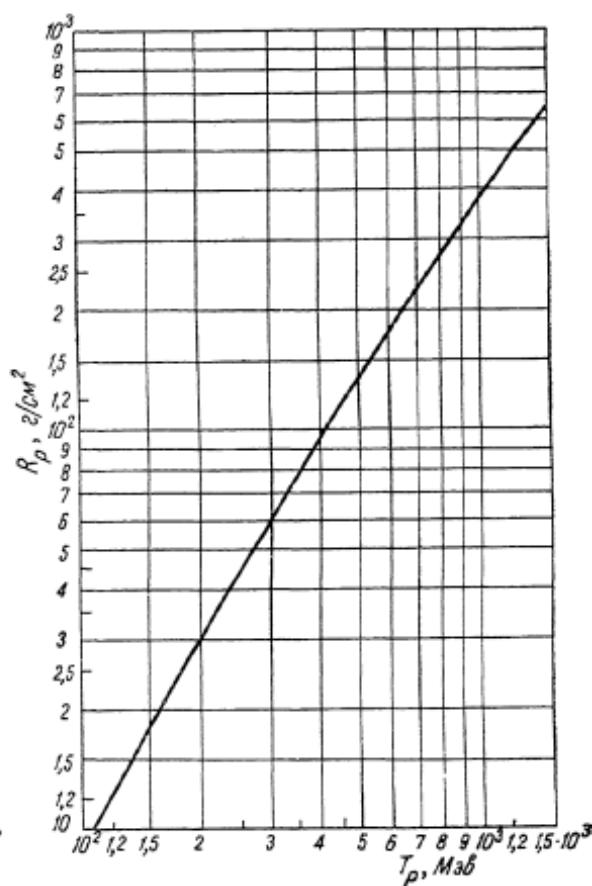


Рис. 48. Средний пробег протонов в воздухе [447];  $T_p = 10^2$  Мэв  $\div 1,5 \cdot 10^3$  Мэв.

Второй член в формуле (6,3) учитывает различия в условиях перезарядки на конце пробега (см. ниже).

Для получения теоретических соотношений между пробегом и энергией протонов в других веществах с заданным  $I$ , не показанных на рис. 40—48, Стернхаймер предложил [455] пользоваться формулой

$$R(T_p, I) = R(2 \text{ Мэв}, I) + \frac{A}{2Z} \Phi_{AI}(T_p) (1 + G_{1L} + G_{2L}^2 + G_{3L}^3); \quad (6,4)$$

здесь  $R(2 \text{ Мэв}, I)$  — экспериментальное значение пробега протона с энергией 2 Мэв в веществе со средним потенциалом возбуждения  $I$ ;

$Z$  и  $A$  — атомный номер и атомный вес вещества;

$$\Phi(T_p) = -\frac{2Z}{A} \left[ R(T_p) - R(2 \text{ Мэв}) \right];$$

$$\gamma = \log_{10} \frac{I}{I_{\text{Al}}} = \log_{10} \left( \frac{R(T_p)}{R(2 \text{ Мэв})} \right).$$

Таблица 37

Теоретические и экспериментальные величины средних потерь энергии и пробегов протонов в алюминии [171]

$T_p, \text{ Мэв}$	$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{теор}}$	$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{эксп*}}$	$R_{\text{теор}}$	$R_{\text{эксп}}$
	$\text{Мэв} \cdot \text{с.м}^2/\text{г}$	$\text{Мэв} \cdot \text{с.м}^2/\text{г}$	$\text{Мг}/\text{с.м}^2$	$\text{Мг}/\text{с.м}^2$
0,1	371	416	—	—
0,15	360	386	—	—
0,20	343	334	—	—
0,25	327	314	—	—
0,30	310	293	—	—
0,35	293	279	—	—
0,40	279	268	—	—
0,50	252	250	—	—
0,60	230	233	—	—
0,70	212	217	—	—
0,80	197	202	—	—
0,90	185	190	—	—
1,00	173	177	4,15	3,87
1,2	155	154	5,38	5,16
1,4	141	135	6,74	6,59
1,6	129	123	8,23	8,14
1,8	119	117	9,85	9,82
2,0	111	112	11,60	11,59
3,0	83,2	—	22,15	22,18
4,0	67,6	—	35,56	35,55
5,0	57,3	—	51,70	51,64
6,0	50,0	—	70,42	70,31
7,0	44,5	—	91,64	—
8,0	40,2	—	115,3	—
9,0	36,8	—	141,3	—
10,0	33,9	—	169,6	—
12,0	29,5	—	233,1	233,2
14,0	26,1	—	305,3	—
16,0	23,5	—	386,0	—
18,0	21,5	—	475,1	476,0
20,0	19,8	—	572,3	—

\* См. работу [49] и рис. 32.

Выражение (4,44) и численные значения коэффициентов  $G$ , зависящих только от  $T_p$ , в этой формуле получены путем интерполяции теоретических соотношений между пробегом и энергией для бериллия, алюминия, меди и свинца (см. табл. 37 и рис. 40—45). Необходимые

для расчетов по формуле (6,4) численные значения коэффициентов содержатся в табл. 38.

Приведем пример пользования интерполяционной формулой [455].

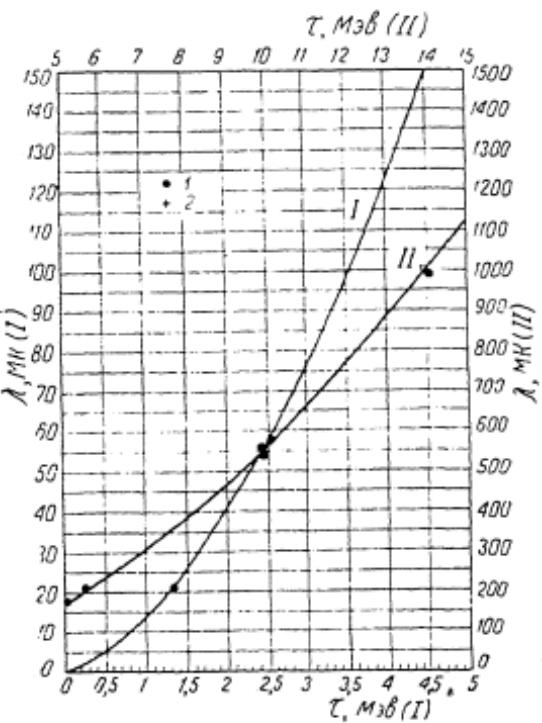


Рис. 49. Приведенные пробеги заряженных частиц в фотоэмulsionии *Ilford G-5* с  $\rho = 3,185 \text{ г/см}^3$ . Экспериментальные точки из работ [154, 246, 219, 297]: 1—[154]; 2—[287].

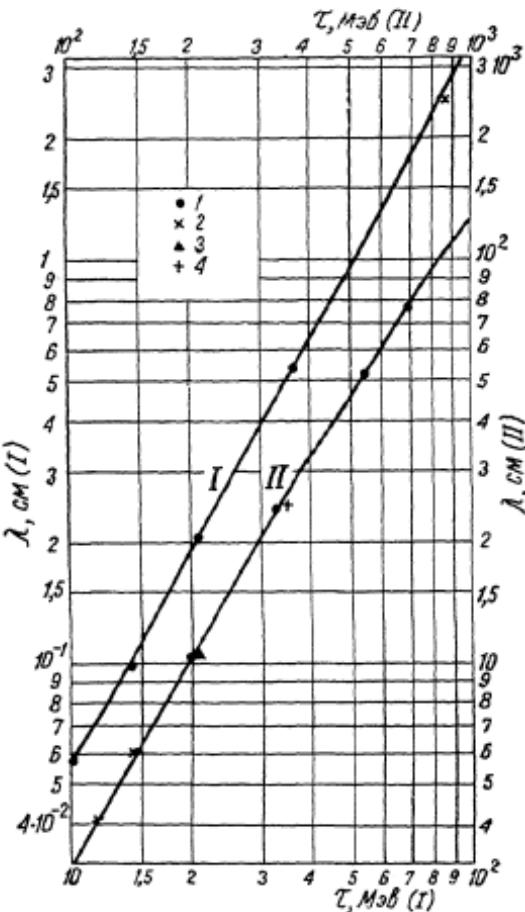


Рис. 50. Приведенные пробеги заряженных частиц в фотоэмulsionии [154, 287]: 1—[154]; 2—[246]; 3—[219]; 4—[297].

Определим пробег протонов с энергией 50 и 100 Мэв в серебре. Возьмем для этого следующие экспериментальные значения:  $I_{(\text{Ag})} = 586 \text{ эв}$  [155, 156] и  $R(2 \text{ Мэв}) = 0,0263 \text{ г/см}^2$  [156]. Для протонов с энергией  $T_p = 50 \text{ Мэв}$  имеем из табл. 38  $G_1 = 0,397$ ,  $G_2 = 0,157$ ,  $G_3 = 0,093$  и, следовательно,  $G = 1,2799$ . При  $\Phi_{\text{A1}} = 2,811 \text{ г/см}^2$  и  $\frac{2Z}{A} = 0,8713$  второй член в правой части формулы (6,4) равен  $4,125 \text{ г/см}^2$ . Прибавляя сюда  $R(2 \text{ Мэв})$ , получим  $R_{\text{Ag}}(50 \text{ Мэв}) = 4,155 \text{ г/см}^2$ . Аналогично для  $T_p = 100 \text{ Мэв}$  имеем  $G = 1,2443$  и  $R = 13,79 \text{ г/см}^2$ .

**Связь между пробегами протонов и других тяжелых заряженных частиц.** Теоретические соотношения между пробегом и энергией для протонов, приведенные выше, можно использовать для определения связи пробега и энергии других тяжелых частиц. В соответствии

с (6.1) величина пробега  $R_{z,M}$  для частиц с массой  $M$  и зарядом  $ze$  выражается через пробег протонов в том же веществе следующим образом:

$$R_{z,M}(T) = \frac{1}{z^2} \frac{M}{M_p} R_p \left( \frac{M_p}{M} - T \right), \quad (6.5)$$

где  $R_p \left( \frac{M_p}{M} - T \right)$  — пробег протона при "эквивалентной" энергии  $\frac{M_p}{M} T$ .

Это соотношение справедливо, если частицы имеют одинаковые условия перезарядки на конечном участке пути. Например, между сред-

Таблица 38

Численные значения функции  $G_1$ ,  $G_2$  и  $\Phi_{A1}$ , входящих в соотношение (6.4)

$T_p, M\text{эв}$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$\Phi_{A1}, z/cm^2$	$T_p, M\text{эв}$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$\Phi_{A1}, z/cm^2$
3	0,634	0,450	0,495	0,01016	375	0,295	0,085	0,055	91,16
4	0,595	0,379	0,468	0,02313	400	0,293	0,083	0,054	107,09
5	0,570	0,336	0,436	0,03871	450	0,288	0,081	0,053	121,80
6	0,551	0,307	0,404	0,05681	500	0,285	0,080	0,051	143,54
7	0,537	0,285	0,378	0,07734	550	0,282	0,079	0,049	166,19
8	0,525	0,269	0,353	0,1102	600	0,279	0,078	0,047	189,65
9	0,515	0,257	0,330	0,1254	700	0,273	0,077	0,045	238,6
10	0,507	0,247	0,309	0,1528	800	0,268	0,075	0,044	289,8
12	0,498	0,229	0,278	0,2142	900	0,264	0,074	0,042	342,8
14	0,481	0,218	0,250	0,2841	1000	0,259	0,073	0,041	397,2
16	0,472	0,211	0,225	0,3622	1250	0,251	0,071	0,040	537,6
18	0,464	0,204	0,205	0,4484	1500	0,243	0,068	0,039	682,2
20	0,457	0,198	0,189	0,5424	1750	0,236	0,066	0,038	829,1
22,5	0,449	0,193	0,172	0,6708	2000	0,231	0,064	0,037	977,9
25	0,442	0,188	0,158	0,8108	2250	0,226	0,063	0,035	1127,1
27,5	0,436	0,183	0,146	0,9625	2500	0,222	0,062	0,033	1276,6
30	0,430	0,180	0,136	1,1253	2750	0,218	0,061	0,030	1426,1
35	0,420	0,173	0,120	1,4839	3000	0,215	0,060	0,029	1575,5
40	0,412	0,166	0,109	1,8855	3500	0,209	0,058	0,024	1873,1
45	0,404	0,161	0,100	2,328	4000	0,205	0,057	0,020	2169
50	0,397	0,157	0,093	2,811	4500	0,200	0,056	0,017	2463
55	0,391	0,152	0,088	3,333	5000	0,197	0,056	0,013	2754
60	0,385	0,148	0,084	3,894	6000	0,190	0,055	0,007	3331
65	0,380	0,144	0,081	4,491	7000	0,185	0,054	0,002	3900
70	0,376	0,141	0,078	5,124	8000	0,181	0,054	-0,002	4463
75	0,372	0,138	0,076	5,793	9000	0,177	0,053	-0,007	5019
80	0,368	0,136	0,074	6,496	10000	0,174	0,053	-0,011	5569
90	0,361	0,131	0,071	8,008	12500	0,168	0,054	-0,019	6924
100	0,356	0,127	0,068	9,639	15000	0,163	0,054	-0,026	8255
110	0,350	0,123	0,066	11,400	17500	0,158	0,054	-0,032	9564
120	0,345	0,120	0,065	13,280	20000	0,155	0,055	-0,037	10 857
130	0,341	0,117	0,064	15,276	22500	0,152	0,056	-0,042	12 135
140	0,338	0,114	0,063	17,381	25000	0,149	0,056	-0,046	13 400
1500	0,334	0,112	0,061	19,593	27500	0,147	0,057	-0,050	14 655
160	0,331	0,110	0,060	21,91	30000	0,145	0,057	-0,054	15 900
180	0,326	0,106	0,058	26,83	40000	0,139	0,060	-0,065	20 797
200	0,321	0,102	0,057	32,13	50000	0,134	0,062	-0,074	25 594
225	0,316	0,098	0,057	39,24	60000	0,131	0,064	-0,082	30 316
250	0,311	0,095	0,057	46,85	70000	0,128	0,065	-0,088	34 978
275	0,307	0,092	0,057	54,92	80000	0,126	0,066	-0,093	39 589
300	0,303	0,090	0,057	63,41	90000	0,124	0,067	-0,097	44 158
325	0,300	0,088	0,056	72,30	100000	0,122	0,069	-0,101	48 691
350	0,297	0,086	0,055	81,56					

ними пробегами изотопов водорода и гелия существует такая связь:

$$R_d(T) = 1,999 R_p \left( \frac{T}{1,999} \right) \cong 2 R_p \left( \frac{T}{2} \right), \quad (6,6)$$

$$R_f(T) = 2,993 R_p \left( \frac{T}{2,993} \right) \cong 3 R_p \left( \frac{T}{3} \right), \quad (6,7)$$

$$R_{He^1}(T) = 0,753 R_{He^4} \left( \frac{T}{0,734} \right) \cong \frac{3}{4} R_{He^4} \left( \frac{4}{3} T \right). \quad (6,8)$$

Равным образом пробеги мезонов выражаются через пробеги протонов с помощью формул

$$R_\mu(T) = 0,114 R_p(8,8 T), \quad (6,9)$$

$$R_\pi(T) = 0,149 R_p(6,7 T); \quad (6,10)$$

а связь пробегов  $\pi$ -мезонов и  $\mu$ -мезонов дается формулой

$$R_\pi(T) = 1,31 R_\mu \left( \frac{T}{1,31} \right). \quad (6,11)$$

Соотношение между пробегами частиц с различными зарядами можно получить, если учесть различие в перезарядке для двух сортов частиц. Это не всегда удается. Установлено, например, что эффективный заряд  $\alpha$ -частиц начинает отличаться от +2 при скоростях, больших, чем скорости, при которых заряд протона отличается от +1. Таким образом, следует ожидать меньшие пробеги для протонов (дейтонов), чем пробеги для  $\alpha$ -частиц эквивалентной скорости. Дефицит пробегов протонов в воздухе, по Блэккету [180], равен 0,2 см при  $T_p > 500$  кэВ,

$$R_p(v) = \left[ (M/z^2)_H / \left( \frac{Z^2}{M} \right)_{He} \right] R_\alpha(v) - 0,2 \text{ см} = 1,007 R_\alpha - 0,20 \text{ см}. \quad (6,12)$$

В общем случае произвольного тормозящего вещества

$$R_p(T) = 1,007 R_\alpha(3,972 T) - C_{p\alpha}, \quad (6,12a)$$

причем для воздуха  $C_{p\alpha}$  равно 0,2 см ( $T > 0,5$  МэВ), 0,13 см при  $T = 0,1$  МэВ и 0,02 см при 6,7 кэВ [213].

Для эмульсии в соответствии с формулой (6,3)  $C_{p\alpha} = 4,8 \cdot 10^{-5}$  см; по измерениям других авторов [178]  $C_{p\alpha} = 4 \cdot 10^{-5}$  см ( $T_\alpha = 3-11$  МэВ).

**Статистический разброс пробегов тяжелых заряженных частиц.** В результате статистических флуктуаций ионизационных потерь энергии (см. § 4) пробеги заряженных частиц с одной и той же начальной энергией разбросаны около среднего значения пробега  $R$ , определяемого формулой Бете—Блоха.

Разброс пробегов характеризуется квадратом флуктуации пробегов

$$\sigma_R^2 = \langle (x - R)^2 \rangle_{cp},$$

где  $R$  — средний пробег, определяемый формулой (6,1).

Если принять, что разброс пробегов описывается гауссовым распределением, то величину  $\sigma_R^2$  можно определить формулой

$$\sigma_R^2 = \int_0^R P \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-3} dx = \int_0^E P \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-3} dT.$$

Таблица 39

Теоретические величины [448] относительного разброса протонов, %

$T_p, MeV$	Бериллий Be	Углерод C	Алюминий Al	Медь Cu	Свинец Pb	Воздух
2	1,704	1,867	1,968	2,293	2,659	1,981
4	1,550	1,631	1,814	2,030	2,331	1,679
6	1,469	1,526	1,720	1,875	2,187	1,564
8	1,419	1,460	1,649	1,779	2,079	1,498
10	1,382	1,424	1,597	1,749	1,994	1,452
15	1,322	1,357	1,507	1,667	1,865	1,376
20	1,286	1,315	1,450	1,609	1,828	1,335
25	1,259	1,285	1,408	1,562	1,783	1,304
30	1,238	1,263	1,377	1,526	1,742	1,280
40	1,206	1,230	1,330	1,468	1,674	1,244
50	1,183	1,203	1,297	1,425	1,619	1,218
60	1,165	1,183	1,271	1,390	1,571	1,197
70	1,149	1,166	1,249	1,363	1,536	1,180
80	1,135	1,152	1,231	1,339	1,505	1,165
100	1,112	1,128	1,201	1,300	1,464	1,141
120	1,094	1,109	1,178	1,271	1,431	1,121
140	1,078	1,093	1,157	1,245	1,401	1,104
160	1,065	1,078	1,140	1,225	1,376	1,087
200	1,041	1,054	1,112	1,190	1,333	1,060
250	1,017	1,029	1,084	1,155	1,289	1,036
300	0,997	1,009	1,060	1,127	1,254	1,016
350	0,980	0,991	1,040	1,104	1,225	0,999
400	0,966	0,976	1,023	1,085	1,200	0,984
500	0,942	0,952	0,996	1,052	1,160	0,959
600	0,924	0,932	0,974	1,028	1,127	0,939
800	0,897	0,904	0,943	0,991	1,081	0,909
1000	0,879	0,886	0,921	0,966	1,049	0,889
1500	0,856	0,862	0,891	0,928	1,002	0,860
2000	0,850	0,855	0,882	0,915	0,981	0,850
2500	0,853	0,857	0,882	0,913	0,973	0,849
3000	0,860	0,864	0,888	0,917	0,972	0,853
4000	0,881	0,884	0,907	0,933	0,982	0,869
5000	0,907	0,910	0,931	0,957	1,000	0,889
7000	0,964	0,965	0,985	1,010	1,047	0,935
10000	1,048	1,049	1,067	1,092	1,122	1,005
15000	1,178	1,179	1,195	1,220	1,244	1,115
20000	1,295	1,295	1,311	1,336	1,357	1,214
25000	1,401	1,401	1,416	1,442	1,460	1,304
30000	1,499	1,498	1,512	1,540	1,555	1,384
40000	1,674	1,674	1,686	1,716	1,727	1,508
60000	1,969	1,968	1,979	2,013	2,018	1,772
80000	2,214	2,212	2,223	2,260	2,262	1,983
100000	2,426	2,425	2,435	4,475	2,475	1,168

С учетом (4,45) и релятивистских поправок

$$\sigma_R^2 = 4\pi z^2 e^4 n \int_0^T \frac{\left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right)}{(1-\beta^2)\left(1 + \frac{2m}{M}\right)} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} KdT, \quad (6,13)$$

где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$  — коэффициент релятивистского преобразования;

$$\beta = \frac{v}{c};$$

$M$  — масса тяжелой частицы; остальные обозначения те же, что и в ранее приведенных формулах.

Таблица 40

Теоретические величины [448] относительного разброса пробегов  $\mu$ -мезонов, %

$T_p$ , MeV	Бериллий Be	Углерод C	Алюминий Al	Медь Cu	Свинец Pb	Воздух
0,225	5,081	5,566	5,866	6,835	7,927	5,904
0,450	4,621	4,862	5,408	6,052	6,948	5,005
0,676	4,379	4,550	5,127	5,588	6,520	4,662
0,901	4,229	4,371	4,917	5,302	6,198	4,467
1,126	4,120	4,244	4,761	5,213	5,944	4,328
1,689	3,941	4,044	4,491	4,968	5,558	4,101
2,252	3,884	3,921	4,322	4,798	5,448	3,981
2,815	3,753	3,841	4,197	4,657	5,315	3,888
3,378	3,690	3,764	4,104	4,548	5,193	3,815
4,50	3,596	3,666	3,966	4,375	4,991	3,709
5,63	3,527	3,587	3,867	4,247	4,826	3,630
6,76	3,472	3,527	3,788	4,144	4,693	3,569
7,88	3,425	3,477	3,724	4,063	4,580	3,519
9,01	3,384	3,435	3,670	3,992	4,487	3,474
11,26	3,316	3,364	3,580	3,876	4,365	3,401
13,51	3,260	3,306	3,511	3,788	4,265	3,341
15,76	3,214	3,258	3,450	3,713	4,178	3,290
18,02	3,174	3,214	3,399	3,652	4,102	3,240
22,52	3,104	3,142	3,315	3,548	3,972	3,160
28,15	3,031	3,069	3,231	3,442	3,844	3,090
33,78	2,973	3,006	3,161	3,360	3,737	3,029
39,4	2,922	2,955	3,101	3,291	3,653	2,977
45,0	2,878	2,910	3,050	3,234	3,577	2,932
56,3	2,809	2,837	2,970	3,136	3,456	2,858
67,6	2,754	2,780	2,904	3,064	3,360	2,798
90,1	2,673	2,695	2,809	2,953	3,221	2,709
112,6	2,621	2,641	2,744	2,879	3,124	2,648
168,9	2,536	2,553	2,641	2,749	2,969	2,549
225,2	2,511	2,526	2,607	2,703	2,900	2,512
281,5	2,515	2,526	2,602	2,692	2,871	2,504
337,8	2,530	2,542	2,614	2,699	2,864	2,511
450	2,586	2,596	2,661	2,740	2,884	2,548
563	2,655	2,663	2,725	2,800	2,930	2,600
788	2,803	2,808	2,867	2,938	3,048	2,719
1126	3,022	3,025	3,079	3,150	3,239	2,899
1689	3,350	3,354	3,400	3,471	3,542	3,171
2252	3,633	3,635	3,679	3,753	3,812	3,408
2815	3,882	3,881	3,923	4,000	4,051	3,614
3378	4,101	4,100	4,140	4,218	4,264	3,795
4504	4,475	4,475	4,510	4,592	4,628	4,103
6756	5,044	5,041	5,072	5,163	5,183	4,565
9008	5,461	5,457	5,487	5,584	5,597	4,904
11260	5,786	5,783	5,813	5,913	5,921	5,174

В табл. 39 и 40 приведены величины относительного разброса пробега протонов и  $\mu$ -мезонов, выраженные в процентах, т. е. величины  $S_R = 100 \frac{s_R}{R}$ . При вычислении [448] были использованы формулы (6,13) и расчетные величины  $dE/dx$  (рис. 18—22).

Вычисления для протонов и  $\mu$ -мезонов выполнены отдельно, поскольку при  $\frac{T}{Mc^2} \geq 5$  страгглинг пробегов начинает зависеть от отношения  $\frac{M}{m}$ . В области энергий, где нет этой зависимости, величины  $S_M$  для других тяжелых частиц можно получить по данным табл. 39 с помощью соотношения

$$S_M(\beta) = S_p(\beta) \left( \frac{M_p}{M} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (6.14)$$

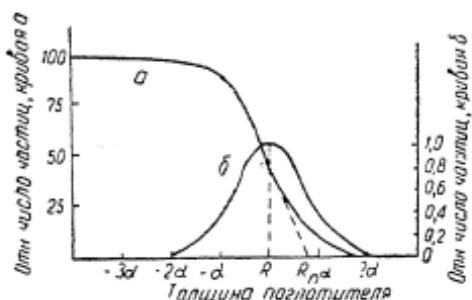


Рис. 51. Интегральная (а) и дифференциальная (б) кривые трансмиссии заряженных частиц:

$R$ —средний пробег;  $R_{np}$ —пробег, экстраполированный по кривой трансмиссии;  $\alpha$ —параметр разброса пробегов.

чи энергии электронам в отдельных пробегах, связанное с этим разбросом, должно описываться распределением Гаусса

$$P(x) dx = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-R)^2}{\alpha^2}} dx, \quad (6.15)$$

где

$$\alpha^2 = 2z_R^2.$$

При более строгом подходе к задаче нужно учитывать также небольшие отклонения от распределения Гаусса, обусловленные ядерным столкновением и многократным рассеянием.

**Экспериментальные методы определения пробегов и страгглингов пробегов.** Обычно (см., например, [93, 161, 272, 451]) средний пробег определяется по кривой трансмиссии (прохождения) частиц с одной и той же начальной энергией через фольги исследуемого материала. При заданной энергии частиц  $T$  толщина поглотителя постепенно увеличивается и число прошедших через поглотитель частиц измеряется как функция толщины. Для тяжелых частиц с зарядом  $z \approx 1$  (протоны,  $\mu$ -частицы) типичная кривая трансмиссии изображена на рис. 51а. По интегральной кривой трансмиссии вычисляется средний пробег  $R$  и экстраполированный пробег  $R_{np}$ . Средний пробег  $R_{np}$  определяется как толщина вещества, поглощающего половину протонов, или, более точно, как толщина вещества, соответствующая максимуму дифференцированной кривой трансмиссии (рис. 51б). Экстра-

т. е. относительный разброс пробегов  $S$  или параметр страгглинга  $\alpha$  для протонов в два раза больше, чем соответствующие величины для  $\alpha$ -частиц той же скорости (или того же пробега).

Из табл. 39 следует также, что относительный разброс пробегов почти не зависит от  $Z$  задерживающего материала. Величина  $S$ , как  $\frac{dE}{dx}$ , имеет минимум при  $\frac{T}{Mc^2} \sim 2,5 - 3$ .

Если учитывать только разброс пробегов, определяемый статистической природой передающихся столкновениях, то распределение должно описываться распределением Гаусса

Если учитывать только разброс пробегов, определяемый статистической природой передающихся столкновениях, то распределение должно описываться распределением Гаусса

полированный пробег  $R_n$  получается из интегральной кривой путем экстраполяции из точки кривой, соответствующей среднему пробегу  $R$ .

При идеальной геометрии опыта (очень тонкие щели, формирующие пучок, малый разброс энергии в начальном пучке) между  $R$  и  $R_n$  в соответствии с формулой (6,15) должна существовать следующая связь:

$$R_n = R + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \alpha = R + S. \quad (6,16)$$

Величины  $S$  и  $\alpha$  связаны соотношением

$$S = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \alpha = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \quad (6,17)$$

( $\alpha$  — параметр страгглинга;  $\sigma_R$  — среднеквадратичная флуктуация пробега).

Для  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  ( $T_a = 5,3 \text{ Мэв}$ ) средний пробег в воздухе  $R$  равен  $3,842 \text{ см}$ , а экстраполированный пробег  $R_n = 3,879 \text{ см}$ , т. е. на  $1,4\%$  больше. Для  $\alpha$ -частиц со средним пробегом в воздухе  $\sim 10 \text{ см}$  величина  $S$  приблизительно составляет  $0,13 \text{ см}$ .

Практически, как увидим ниже, экспериментально определенный параметр страгглинга  $\alpha$  из-за несовершенства геометрии опытов, разброса энергий в первичном пучке и влияния многократного рассеяния оказывается больше, чем теоретический.

Возможна иная модификация метода определения  $R$  по прохождению. Например, в опытах Бикселя [156] задавалась определенная толщина поглотителя и плавно изменялась энергия хорошо коллимированного пучка протонов. Энергия протонов  $T$ , при которой через заданную толщу поглотителя  $R$  проходила половина падающих на поглотитель протонов, считалась энергией, соответствующей среднему пробегу.

В некоторых случаях (например, в случае газовых абсорберов) возможно измерить ионизацию, произведенную частицами на различных участках их пути [285, 322].

Посредством кривых, связывающих ионизацию и остаточный пробег частицы в веществе (кривые Брэгга), определялся так называемый экстраполированный по ионизации пробег  $R_i$  (рис. 52). Между средним пробегом и экстраполированным по ионизации пробегом  $\alpha$ -частиц в воздухе установлена следующая связь:

$$R = R_i - 0,47\alpha + 0,006 \text{ см возд.} \quad (6,18)$$

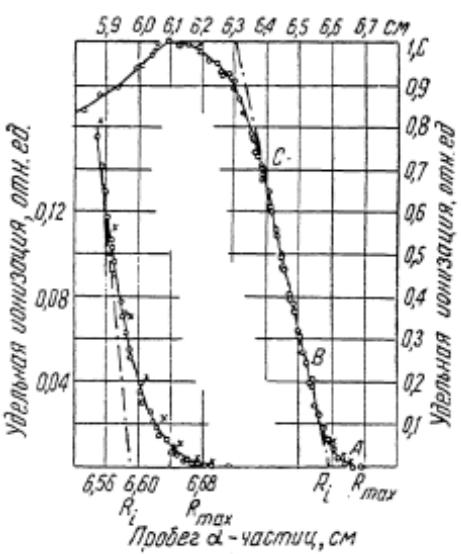


Рис. 52. Участок кривой Брэгга около конца пробега  $\alpha$ -частиц:  
 $R_i$  — пробег, экстраполированный по ионизации;  $R_{\max}$  — максимальный пробег.

Величина  $R_i$  для  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  равна  $3,87 \text{ см}$ , т. е. на  $0,7\%$  больше среднего пробега  $R$ , составляющего  $3,842 \text{ см}$  воздуха. Для  $\alpha$ -частиц  $\text{RaC}'$  ( $\text{Po}^{214}$ ) с  $T_{\alpha} = 7,68 \text{ Мэв}$  экстраполированный по ионизации пробег равен  $6,95 \text{ см}$  воздуха.

Для измерения пробегов протонов высоких ( $\approx$  сотен мегазелектронвольт) энергий применяется метод измерения ионизации в двух одинаковых камерах, между которыми помещается исследуемое вещество [49, 384].

Отношение ионизационных токов в двух камерах как функция толщины поглотителя приводит к кривой Брэгга. Мазер и Сегре [384] показали, что средний пробег протонов соответствует ординате на кривой Брэгга  $\frac{I_2}{I_1} = 0,8 \left( \frac{I_2}{I_1} \right)_{\max}$ , где  $I_1$  и  $I_2$  — ионизационные токи в первой и второй камерах.

Определенный по экспериментальным кривым трансмиссии или кривым Брэгга средний пробег не может быть непосредственно со-поставлен с теоретическим средним пробегом. В то время как средний пробег, который вычисляется на основе теории ионизационных потерь энергии, есть полная средняя длина пути  $R$ , проходимого частицей вещества, в опытах указанного выше типа фактически измеряется эффективный средний пробег, равный расстоянию  $t$  по прямой между положением частицы до абсорбера и после абсорбера. Из-за много-кратного рассеяния (§ 4)\* полная средняя (истинная) длина пути ча-стицы в веществе будет больше среднего эффективного пробега

$$R = t + \frac{1}{2} \sum \Theta_i^2 \Delta t_i = t + \frac{1}{2} \int <\Theta^2>_{cp} dt; \quad (6,18a)$$

$\Theta_i$  — угол между направлением пучка частиц и направлением движения частицы после  $i$ -го столкновения;  
 $\Theta^2$  — квадрат угла многократного рассеяния.

Теоретическая часть вопроса была разработана Померанчуком [88] и Бикселом и Юлингом [171, 172]. Согласно Померанчуку, для частиц больших энергий величина  $\Delta R = (R - t)$  может быть вычислена с помощью приближенной формулы

$$\Delta R \cong t \left( \frac{Z}{137} \right) \frac{E_s^2 E^2}{\pi m (E - M)^2} \frac{L_r}{L_i (E_1)} \ln \frac{(E + M)}{4EM}, \quad (6,19)$$

где  $Z$  — атомный номер абсорбера;  
 $E$  — полная энергия падающей частицы;

$$E_s = m (4\pi 137)^{1/2} = 21 \text{ Мэв};$$

$M$  — масса покоя падающей частицы;  
 $L_r$  — радиационный логарифм;  
 $L_i$  — ионизационный логарифм.

Значения величин  $\frac{\Delta R}{t}$ , вычисленные по формуле (6,19) для некоторых тормозящих веществ, представлены на рис. 53.

\* При очень больших энергиях частиц следует считаться также с тем, что разность между истинным и эффективным пробегами увеличивается из-за эффекта образования мезонов (§ 3) и флуктуаций в образовании  $\beta$ -частиц.

Мазер и Сегре [384], используя в формуле (6,18) приближенное выражение Вильямса [505] для  $\langle \Theta^2 \rangle_{\text{ср}}$  и полагая  $R \approx T^{1.75}$ , нашли

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{Z}{6400}. \quad (6,20)$$

Однако Биксел указал, что задача может быть решена только в рамках более строгой теории многократного рассеяния. На основе теории Мольер он получил для параметра, характеризующего разброс пробегов, связанный с многократным рассеянием, выражение

$$\Delta R_0 = \frac{1}{2} \int_{E_1}^E \frac{\Theta_1^2 B dE}{-\frac{dE}{dx}}, \quad (6,21)$$

где  $\Theta_1$  и  $B$  — величины, используемые в теории Мольер (см. § 2).

Имеет место также разброс пробегов, связанный со статистической флуктуацией потерь энергий и описываемый в хорошем приближении гауссовой кривой (6,15).

Таким образом, экспериментально наблюдаемое распределение является наложением двух распределений, характеризуемых параметрами  $\Delta R_0$  и  $\sigma_R$ .

Для опытов, в которых пробег определяется по кривым трансмиссии при фиксированной толще абсорбера и переменной энергии падающего пучка [156], необходимо введение поправок на многократное рассеяние. Эти поправки можно получить с помощью кривых рис. 54. Данные кривые показывают относительную долю протонов, прошедших через абсорбер, для которых средняя разность между истинной и эффективной длиной пути

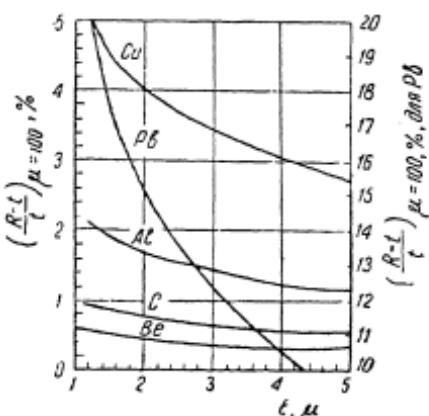


Рис. 53. Кривые поправок на многократное рассеяние к экспериментальному пробегу для частиц с массой покоя  $m=100 \mu$  в зависимости от полной энергии частиц;  $E$  в единицах  $\mu=0,5 \text{ Мэв}$  [88, 49].

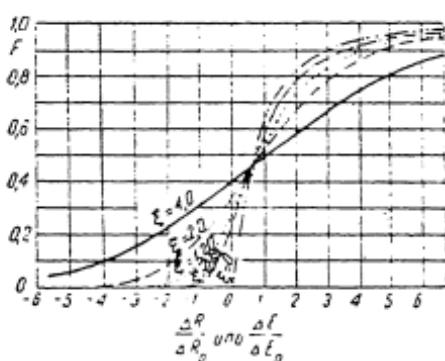


Рис. 54. Кривые трансмиссии протонов для различных величин  $\xi$ , отношения параметра разброса энергетических потерь к параметру многократного рассеяния [171].

рарам  $\xi = 0,69; 1,2; 2,0$  и  $4,0$ , приблизительно правильно описывают прохождение протонов с энергией  $T_p \approx 10 \text{ Мэв}$  через слои золота, серебра, меди и алюминия.

характеризует относительную роль обычного страгглинга пробегов и страгглинга, связанного с многократным рассеянием. Случай  $\xi = 0$  соответствует учету только многократного рассеяния,  $\xi = \infty$  — только обычного страгглинга. Кривые на рис. 54, соответствующие параметрам  $\xi = 0,69; 1,2; 2,0$  и  $4,0$ , приблизительно правильно описывают прохождение протонов с энергией  $T_p \approx 10 \text{ Мэв}$  через слои золота, серебра, меди и алюминия.

Функция распределения истинных пробегов может быть получена дифференцированием одной из кривых рис. 54. Для случая  $\xi = 1$  распределение пробегов с учетом многократного рассеяния описывается сплошной кривой рис. 55. Здесь по оси абсцисс отложены величины  $y = \frac{\Delta R}{\sigma_R} = \frac{t-R}{\sigma_R}$ , а по оси ординат —  $\frac{dN}{dy} = C(y)$ . Подобные кривые необходимы для введения поправок к величинам пробегов  $t$ , измеренным в опытах с переменной толщиной абсорбера и фиксированной энергией падающего пучка. На том же рисунке для сравнения проведена гауссовая кривая (пунктир), дающая распределение около среднего пробега без учета многократного рассеяния.

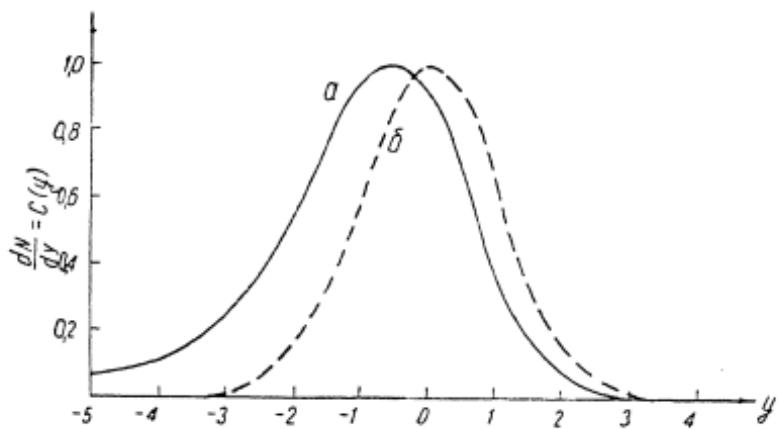


Рис. 55. Распределение разбросов пробегов:  
а—без учета многократного рассеяния, б—с учетом многократного рассеяния [171].

Как видно, учет многократного рассеяния уменьшает расхождение между теоретическими значениями пробегов и наблюдаемыми на опыте.

**Экспериментальные данные о пробегах  $\alpha$ -частиц и протонов в воздухе** имеют большое значение, так как воздух часто используется в качестве стандартного тормозящего вещества (см. § 4).

Для медленных ( $v < 1,5 \cdot 10^9$  см/сек, что соответствует  $T_\alpha \sim 5$  Мэв,  $T_p \sim 1,5$  Мэв)  $\alpha$ -частиц и протонов из-за неадекватности теории имеется только экспериментальная информация о пробегах.

Экспериментальные данные о соотношении энергии  $\alpha$ -частиц и пробега их в воздухе, полученные до 1937 г. в опытах с  $\alpha$ -частицами естественно радиоактивных веществ, проанализированы и обобщены Ливингстоном и Бете [359]. В 1937 г. были измерены также [413] экстраполированные пробеги  $R_n$  в воздухе для протонов с энергией от 0,1 до 2 Мэв. В 1938 г. появилась экспериментальная работа Холловея и Ливингстона [285], в которой сообщалось о результатах определения ионизации, произведенной  $\alpha$ -частицами ( $T_\alpha < 5,3$  Мэв) в воздухе, как функции остаточного пробега. Исходя из предположения, что между полной ионизацией, произведенной в воздухе, и энергией  $\alpha$ -частицы существует пропорциональность (это соответствует предположению, что энергия на образование пары ионов  $w_\alpha$  не зависит от энергии падающей частицы, см. § 8), авторы построили на основе своих данных соотношение „пробег—энергия“ для  $\alpha$ -частиц

с энергией меньше 5,3 Мэв. В 1958—1960 гг. в серии работ Джесса и сотрудников [316—318] было показано, что полное число пар ионов, произведенных в аргоне  $\alpha$ -частицами с энергией от 5,3 до 8,8 Мэв, пропорционально энергии частиц с точностью до 0,5%. В то же время для воздуха такой пропорциональности не наблюдалось: величина  $w_{\alpha}$  (возд.) увеличивалась с уменьшением энергии. Было измерено число пар ионов, произведенных  $\alpha$ -частицами в аргоне и воздухе, в функции остаточного пробега  $\alpha$ -частиц в воздухе. Так как произведение этого отношения на величину ионизации в воздухе не зависело от энергии  $\alpha$ -частиц, появилась возможность пересмотреть соотношения „пробег — энергия“ по Холловею — Ливингстону. Для корреляции формулы величины энергии, определенные по степени ионизации, необходимо умножить на  $\frac{J(\text{Ar})}{J(\text{возд})}$ .

О необходимости пересмотра указанного соотношения говорили также результаты сравнения определенных независимым путем пробегов в воздухе протонов и  $\alpha$ -частиц из ядерных реакций с пробегами, которые дает скорректированная Бете [153] и Джессом [317] кривая „пробег — энергия“ для  $\alpha$ -частиц в воздухе. Скорректированное таким образом соотношение между пробегом  $\alpha$ -частиц в воздухе и энергией характеризуется кривыми рис. 56. Максимальная ошибка при определении энергии  $\alpha$ -частиц по кривым рис. 56 была равна 25 кэв [153]. Так, экспериментально определенный пробег  $\alpha$ -частиц из реакции  $\text{Li}^6(n,t)\text{He}^4$  равен  $1,04 \pm 0,02$  см воздуха. Этот пробег, согласно скорректированной кривой (рис. 56), соответствует энергии  $\alpha$ -частиц  $T_{\alpha}$ , равной 2,06 Мэв. Измерение энергии  $\alpha$ -частиц из реакции  $\text{Li}^6(n,t)\text{He}^4$  независимым методом дает  $T_{\alpha} = 2,057 \pm 0,010$  см. Заметим, что пробегу 1,04 см по нескорректированной кривой Холловея — Ливингстона [285] соответствует меньшее значение энергии —  $T_{\alpha} = 1,96$  Мэв.

На рис. 57 приведена кривая, связывающая пробег протонов в воздухе и их энергию. Она получена на основе экспериментальной кривой „пробег — энергия“ для  $\alpha$ -частиц (рис. 56) с помощью соотношения (6,12); максимальная ошибка в определении энергии протонов по этим кривым равна примерно 20 кэв [153].

В одном из опытов возникающие в реакции  $\text{N}^{14}(n,p)\text{C}^{14}$  протоны, согласно измерениям, имели пробег 1 см воздуха. По нескорректированной кривой Холловея — Ливингстона [285] такому пробегу соответствует энергия протонов 0,56 Мэв, по кривой рис. 57 — энергия протонов 0,58 Мэв. Определенная другим методом энергия протонов из реакции  $\text{N}^{14}(n,p)\text{C}^{14}$  оказалась равной 0,581 Мэв.

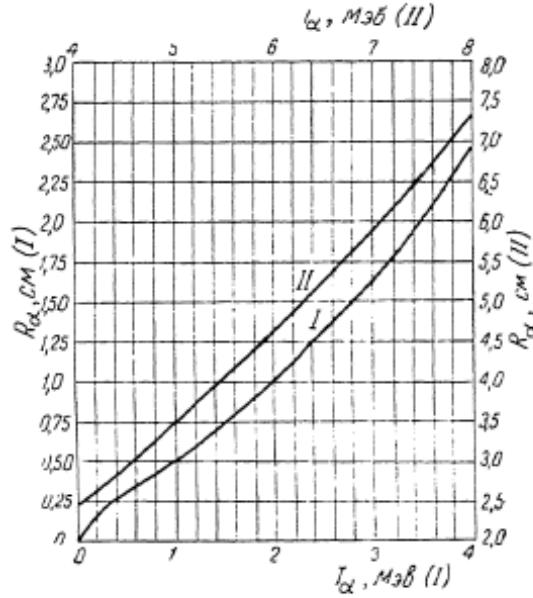


Рис. 56. Зависимость между энергией и пробегом  $\alpha$ -частиц в воздухе по экспериментальным данным [153].

Несмотря на то, что приведенные на рис. 56 и 57 кривые пробегов в воздухе  $\alpha$ -частиц и протонов малых энергий имеют точность, достаточную для многих практических приложений, следует указать на экспериментальные работы [322, 217], в которых отмечается, что  $w_a(\text{Ar})$  также зависит от энергии  $\alpha$ -частиц, и, следовательно, метод пересмотра экспериментальных данных Холловея — Ливингстона, использованный Джессом с сотрудниками [317] и Бете [153], не является вполне корректным (подробнее см. § 8).

При более высоких энергиях протонов и  $\alpha$ -частиц рекомендуется использовать данные табл. 41—45, а также расчетные данные Стернхаймера (рис. 40—48). Пробеги  $\alpha$ -частиц определяются с помощью кривых, представленных на рис. 46—48, и соотношения (6.12). На рис. 58 показана зависимость энергии протонов и их пробега в стильбене  $C_{14}H_{12}$ . Она представляет интерес для исследований в области нейтронной спектрометрии.

**Экспериментальные соотношения „пробег—энергия“ для  $\alpha$ -частиц и протонов малых энергий**

Рис. 57. Зависимость между энергией и пробегом протонов в воздухе [153].

в других газах. В табл. 41 и 42 содержатся данные о пробегах протонов с энергией от 40 кэВ до 10 МэВ в различных газах. Значения этих величин получены Уэлингом [491] на основе осредненных экспериментальных данных о торможении (рис. 31—35) путем вычисления интегралов в соотношениях типа (6.2). Константы интегрирования  $R_p(T_0)$  при вычислении пробегов протонов в  $O_2$ , Ar,  $CH_4$ ,  $CO_2$ ,  $H_2$ ,  $CH_4$ ,  $N_2$  и воздухе представляют собой экспериментальные значения пробега по Куку и др. [213]. Для неона, криптона, ксенона и водяных паров константы интегрирования  $R_p$  (100 кэВ) установлены с помощью значений  $w_a$  (50 кэВ).

Константы интегрирования  $R_a(T_0)$ , использованные для вычисления пробегов  $\alpha$ -частиц, установлены на основе измерений Мано [381], Розенблюма [433], Филиппа [415], Блэккета [180] и Брэгга [147] с учетом поправок, вычисленных при анализе этих данных Богардом и Коудоусом [160].

Пробеги протонов больших энергий в водороде идейтерии могут быть определены с помощью расчетных кривых Рича и Мэди [432]; см. рис. 24—26. В тех случаях, когда отсутствуют и экспериментальные и расчетные данные о пробегах, рекомендуется исполь-

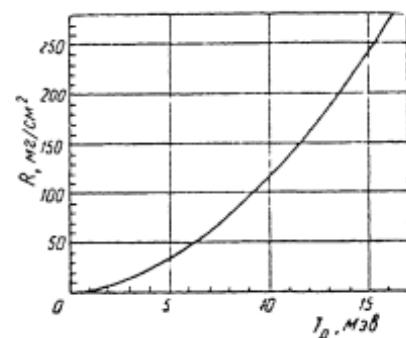
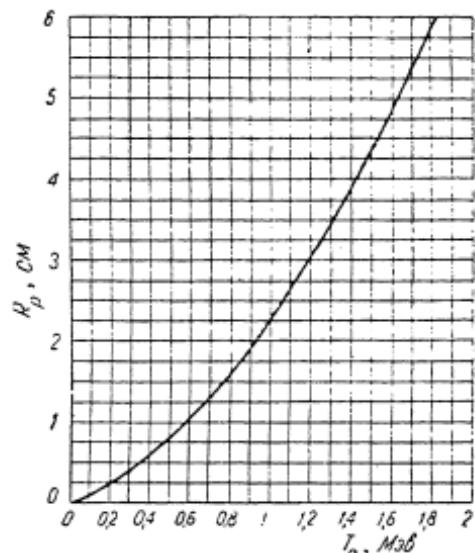


Рис. 58. Теоретическая зависимость между энергией протонов и их пробегом в стильбене ( $\rho = 1.09 \text{ г/см}^3$ ).

зовать метод интерполяции расчетных данных Стернхеймера, описанный выше. Необходимые для вычислений значения величин  $I$  могут быть взяты из табл. 19, а величины  $R$  (2 Мэв) — из табл. 41 и 42.

**Экспериментальные пробеги протонов в металлах.** В табл. 43 и 44 даны наиболее надежные экспериментальные абсолютные величины средних пробегов протонов в алюминии ( $T_p > 1$  Мэв) и других металлах. Данные Биксела [156, 171] и Хаббарда и Маккензи [291] скорректированы на многократное рассеяние (см. выше). Экспериментальные абсолютные величины средних пробегов протонов хорошо согласуются с расчетными, полученными Стернхеймером (рис. 40—48), и превышают на 1—1,5% расчетные данные Смита для алюминия (см. рис. 40—42).

В табл. 41 приведены также величины пробегов протонов ( $T_p = 0,04 - 10$  Мэв) в бериллии, алюминии, меди и золоте, полученные Уэлингом [497] с помощью формулы (6,2) и экспериментальных величин  $\varepsilon_a$  (рис. 31—35). Данные Уэлинга для меди и золота несколько отличаются от расчетных данных Стернхеймера и абсолютных экспериментальных данных (табл. 44). Однако во многих практических случаях это различие несущественно.

Сведения о пробегах протонов в других металлах рекомендуется получать методом интерполяции расчетных данных Стернхеймера (см. выше).

Величины пробегов  $\alpha$ -частиц с энергией 3—40 Мэв в литии, алюминии, никеле, меди, серебре, золоте и свинце даны в табл. 42. Эти величины получены Уэлингом [491] с помощью формулы (6,2), причем при расчетах использовались экспериментальные величины  $R_a(T_0)$  и  $\varepsilon_a$  (рис. 31—35).

В табл. 45 собраны также некоторые разрозненные экспериментальные данные о пробегах  $\alpha$ -частиц в различных веществах.

**Экспериментальные пробеги заряженных частиц в фотоэмulsionии.** Наиболее надежные найденные значения величин средних пробегов различных частиц с начальным зарядом 1 и 2 в сухой эмульсии представлены в табл. 46. На рис. 49, 50\* эти значения отмечены точками. Приведенные величины пробегов частиц вычислялись по соотношению (6,3), предложенному Баркасом [164].

Экспериментальные пробеги протонов, мезонов и  $\alpha$ -частиц в общем удовлетворительно согласуются с расчетными пробегами в широкой области энергий частиц. Следует отметить, что эксперименты производились не только с эмульсией Ильфорд G-5, но и с эмульсиями других сортов (Ильфорд G-2\*, Со, Е1, Кодак NTB и т. д.)\*. Эмульсии эти отличаются одна от другой в небольших пределах составом и плотностью. Кроме этого, следует учитывать, что влажность использованных эмульсий и процедура их обработки не были одинаковыми в различных экспериментах. Поэтому расхождения ( $\sim 1-2\%$ ) между экспериментальными данными, полученными разными авторами, кажутся естественными. Заметим, что расчетные кривые рис. 49 и 50 построены для "сухой" эмульсии G-5 с  $p = 3,185$  г/см<sup>3</sup>.

\* Здесь не учтены экспериментальные данные о пробегах заряженных частиц в эмульсии, полученные в ранних работах [например, 196, 255, 260, 370, 437].

\*\* Сведения о свойствах ядерных эмульсий, выпускаемых в СССР и за границей, и методах их обработки можно найти в сборнике [18] и в работе [95].

Средние пробеги протонов. Вычислены [491] на основе усредненных  
в газах при  $15^\circ$  и

$T_p$ , $M_e$	Водород $H_2$	Гелий He	Бериллий $Be$ , $mg/cm^2$	Азот $N_2$	Кислород $O_2$	Неон Ne	Алюминий $Al$ , $mg/cm^2$	Аргон $Ar$ , $cm$
	$cm$	$cm$		$cm$	$cm$	$cm$		
0,040	0,174	0,346	—	0,0459	0,0561	—	—	0,0535
0,045	0,190	0,375	—	0,0575	0,0623	—	—	0,0597
0,050	0,205	0,404	—	0,0632	0,0684	—	—	0,0656
0,055	0,220	0,433	—	0,0687	0,0744	—	—	0,0715
0,060	0,235	0,461	—	0,0742	0,0802	—	—	0,0772
0,065	0,251	0,488	—	0,0796	0,0861	—	—	0,0830
0,070	0,266	0,515	—	0,0849	0,0918	—	—	0,0888
0,075	0,282	0,541	—	0,0902	0,0976	—	—	0,0946
0,080	0,297	0,568	—	0,0955	0,103	—	—	0,100
0,085	0,313	0,594	—	0,101	0,109	—	—	0,106
0,090	0,329	0,621	—	0,106	0,115	—	—	0,112
0,095	0,345	0,648	—	0,112	0,120	—	—	0,118
0,100	0,362	0,674	0,16	0,117	0,126	0,372	0,26	0,124
0,15	0,551	0,963	0,24	0,175	0,185	0,504	0,38	0,188
0,20	0,780	1,29	0,32	0,240	0,249	0,639	0,51	0,263
0,25	1,05	1,67	0,42	0,314	0,320	0,784	0,65	0,348
0,30	1,37	2,09	0,52	0,398	0,398	0,939	0,80	0,444
0,35	1,73	2,56	0,63	0,491	0,484	1,10	0,96	0,549
0,40	2,13	3,07	0,76	0,593	0,576	1,28	1,13	0,663
0,45	2,57	3,62	0,89	0,703	0,676	1,47	1,31	0,786
0,50	3,05	4,21	1,03	0,821	0,783	1,67	1,50	0,916
0,55	3,57	4,85	1,19	0,947	0,897	1,88	1,70	1,05
0,60	4,12	5,53	1,35	1,08	1,02	2,10	1,91	1,20
0,65	4,72	6,25	1,52	1,22	1,14	2,34	2,13	1,35
0,70	5,35	7,01	1,69	1,37	1,27	2,58	2,35	1,51
0,75	6,02	7,81	1,88	1,52	1,41	2,84	2,58	1,67
0,80	6,72	8,65	2,07	1,69	1,56	3,11	2,83	1,84
0,85	7,46	9,54	2,28	1,86	1,71	3,39	3,08	2,02
0,90	8,24	10,5	2,58	2,03	1,86	3,68	3,34	2,20
0,95	9,06	11,5	2,70	2,22	2,02	3,98	3,61	2,39
1,00	9,91	12,5	2,92	2,41	2,18	4,29	3,89	2,58
1,5	20,2	24,6	5,56	4,63	4,07	7,93	7,14	4,86
2,0	33,8	40,4	8,91	7,42	6,55	12,5	11,2	7,66
2,5	50,6	60,0	13,0	10,7	9,52	17,9	16,1	10,9
3,0	70,3	82,8	17,7	14,6	13,0	24,0	21,7	14,7
3,5	92,8	109	23,0	19,0	16,9	30,9	27,9	18,9
4,0	118	138	29,0	23,9	21,3	38,5	34,9	23,6
4,5	146	171	35,4	29,3	26,1	47,0	42,7	28,8
5,0	177	206	42,9	35,2	31,4	56,0	51,1	34,3
5,5	210	245	50,8	41,6	37,1	65,9	60,2	40,2
6,0	246	287	59,1	48,5	43,2	76,4	70,0	46,7
6,5	285	331	67,8	55,8	49,7	87,7	80,4	53,5
7,0	326	379	76,9	63,6	56,7	99,6	91,5	60,7
7,5	370	430	86,5	71,9	64,0	112	103	68,3
8,0	417	483	96,5	80,7	72,0	125	115	76,4
8,5	466	539	107	89,9	80,2	139	128	84,8
9,0	518	598	118	99,6	88,8	154	142	93,7
9,5	572	660	129	110	97,8	169	156	103
10,0	628	724	140	120	107	185	171	113

Таблица 41

экспериментальных данных о потерях энергии (рис. 31—35). Пробеги  
760 м.м рт. ст.

Медь Cu, мг/см <sup>2</sup>	Kриптон Kr	Ксенон Xe	Золото Au, мг/с.м <sup>2</sup>	H <sub>2</sub> O(пар)	CH <sub>4</sub>	CO <sub>2</sub>	Воздух
	с.м	с.м		с.м	с.м	с.м	с.м
—	—	—	—	—	0,0424	0,0361	0,0600
—	—	—	—	0,0474	0,0406	0,0658	
—	—	—	—	0,0528	0,0449	0,0715	
—	—	—	—	0,0571	0,0491	0,0772	
—	—	—	—	0,0619	0,0532	0,0828	
—	—	—	—	0,0667	0,0572	0,0883	
—	—	—	—	0,0715	0,0612	0,0938	
—	—	—	—	0,0763	0,0651	0,0994	
—	—	—	—	0,0811	0,0691	0,105	
—	—	—	—	0,0859	0,0780	0,110	
—	—	—	—	0,0908	0,0769	0,116	
—	—	—	—	0,0957	0,0808	0,121	
0,552	0,119	0,087	1,32	0,163	0,101	0,0847	0,127
0,770	0,172	0,128	1,76	0,239	0,154	0,125	0,186
0,992	0,233	0,173	2,19	0,323	0,218	0,169	0,253
1,22	0,300	0,242	2,61	0,417	0,292	0,218	0,328
1,45	0,374	0,275	3,05	0,521	0,376	0,272	0,410
1,72	0,454	0,332	3,52	0,687	0,470	0,382	0,500
1,99	0,540	0,393	4,02	0,764	0,574	0,398	0,508
2,26	0,632	0,458	4,55	0,902	0,687	0,408	0,702
2,55	0,727	0,527	5,10	1,05	0,809	0,544	0,814
2,86	0,828	0,600	5,68	1,21	0,940	0,624	0,923
3,17	0,933	0,676	6,29	1,38	1,08	0,709	1,06
3,50	1,04	0,756	6,92	1,56	1,23	0,799	1,19
3,84	1,15	0,840	7,57	1,75	1,38	0,803	1,33
4,20	1,27	0,927	8,24	1,95	1,55	0,992	1,48
4,56	1,39	1,02	8,94	2,15	1,73	1,09	1,63
4,93	1,51	1,11	9,65	2,37	1,91	1,20	1,79
5,32	1,64	1,20	10,4	2,60	2,10	1,31	1,96
5,71	1,77	1,30	11,1	2,83	2,30	1,43	2,13
6,12	1,91	1,41	11,9	3,08	2,51	1,55	2,31
10,7	3,44	2,57	20,4	5,95	5,02	2,97	4,43
16,3	5,27	3,99	30,3	9,60	8,24	4,76	7,13
22,7	7,40	5,64	41,9	14,0	12,2	6,83	10,4
30,0	9,79	7,47	54,7	19,2	16,7	9,31	14,2
38,2	12,4	9,51	68,9	25,0	22,0	12,1	18,5
47,2	15,3	11,7	84,1	31,5	27,9	15,3	23,3
57,0	18,5	14,1	100	38,8	34,5	18,7	28,5
67,6	21,9	16,6	118	46,7	41,6	22,5	34,3
78,9	25,5	19,3	136	55,3	49,4	26,6	40,5
91,0	29,3	22,2	156	64,5	58,8	31,0	47,2
104	33,4	25,3	176	74,4	66,7	35,7	54,3
118	37,8	28,5	198	85,0	76,3	40,8	61,9
132	42,3	31,8	220	96,2	86,5	46,1	70,0
147	47,1	35,4	243	108	97,2	51,7	78,5
163	52,2	39,1	267	120	108	57,6	87,4
180	57,4	42,9	292	133	120	63,9	96,7
197	62,9	46,9	319	147	133	70,4	106
215	68,7	51,1	345	161	146	77,2	117

Средние пробеги  $\alpha$ -частиц. Вычислены [491] на основе усредненных  
Константы интегрирования в (6,4) — экспериментальные величины

$E_{\alpha}$ , Мэв	Водород $H_2$	Гелий He	Литий $Li$ , $mg/cm^2$	Азот $N_2$	Кислород $O_2$	Неон Ne	Алю- миний $Al$ , $mg/cm^2$	Аргон $Ar$ , см н. т. д.	Никель $Ni$ , $mg/cm^2$
	см, н. т. д.	см, н. т. д.		см, н. т. д.	см, н. т. д.	см, н. т. д.			
3,0	7,00	8,64	2,00	1,60	1,45	2,97	3,81	1,70	5,80
3,5	8,80	10,8	2,48	2,01	1,81	3,67	4,50	2,14	6,69
4,0	10,8	13,0	3,01	2,47	2,21	4,41	5,18	2,61	7,61
4,5	13,0	16,0	3,61	3,00	2,63	5,24	5,88	3,12	8,70
5,0	15,5	19,0	4,25	3,55	3,09	6,15	6,63	3,69	9,80
5,5	18,2	22,1	4,91	4,12	3,60	7,09	7,48	4,30	11,0
6,0	21,0	25,5	5,62	4,72	4,10	8,07	8,41	4,90	12,2
6,5	24,4	29,0	6,40	5,35	4,68	9,13	9,40	5,57	13,5
7,0	27,7	32,8	7,22	6,03	5,30	10,2	10,3	6,23	14,8
7,5	31,2	36,9	8,10	6,75	5,90	11,3	11,3	6,97	16,2
8,0	35,0	41,3	9,02	7,42	6,60	12,6	12,5	7,70	17,6
8,5	38,8	45,7	10,0	8,30	7,35	13,8	13,6	8,46	19,2
9,0	43,0	50,5	11,0	9,10	8,04	15,1	14,9	9,33	20,6
9,5	47,5	55,5	12,0	9,90	8,80	16,4	16,1	10,1	22,2
10	52,0	60,6	13,1	10,8	9,70	17,8	17,4	11,0	24,0
11	61,0	71,0	15,4	12,7	11,4	20,7	20,0	12,7	27,4
12	71,9	83,0	17,9	14,7	13,2	23,9	22,9	14,6	31,0
13	82,0	96,4	20,5	16,7	15,1	27,1	26,0	16,7	35,0
14	94,0	110	23,2	18,9	17,2	30,7	29,4	18,9	39,0
15	105	125	26,2	21,3	19,3	34,3	32,9	21,2	43,2
16	118	139	29,5	23,8	21,5	38,3	36,4	23,6	47,9
17	131	156	33,0	26,5	23,7	42,5	40,1	26,2	52,5
18	146	172	36,5	29,2	26,4	46,9	44,1	28,7	57,2
19	163	190	40,1	32,2	28,8	51,3	48,2	31,8	62,1
20	179	209	44,0	35,2	31,5	56,0	52,5	34,4	67,9
25	268	310	65,7	52,3	46,9	82,0	76,8	50,1	97,0
30	374	433	90,5	72,2	64,2	113	105	68,2	131
35	492	570	119	94,8	84,2	147	137	89,8	169
40	630	720	150	120	108	186	173	114	212
5,298	17,21*1	21,3*1	—	3,87*1	3,63*1	6,74*1	—	4,15*1	—
6,054	21,70*1	26,26*1	—	4,76*1	4,48*1	8,20*1	—	5,02*1	—
7,680	32,55*1	38,65*1	8,5*3	6,96*1	6,54*1	11,78*1	11,8*3	7,25*1	15,8*3
8,776	40,85*1	48,5*1	—	8,66*1	8,09*1	14,49*1	—	8,97*1	—

Примечание. \*1 Из обзора [160]; \*2 Бейтс [162]; \*3 Розенблум [433];

Представление о величинах разброса (страгглинга) пробегов протонов в эмульсии дает табл. 47 [18].

Для однозарядных частиц, имеющих массу, отличную от массы протона, величины страгглингов определяются умножением страгглинга для протонов той же скорости на корень квадратный из отношения массы протона к массе частицы, см. формулу (6,14).

**Об экспериментальных величинах средних потенциалов ионизации.** Средние потенциалы ионизации определяются измерением абсолютных и относительных величин  $\frac{dE}{dx}$  и  $R$  для тяжелых заряженных частиц\*. В случае относительных измерений предполагается,

\* Из-за страгглинга и большого рассеяния электроны не могут быть использованы в опытах, целью которых является определение величин  $I$ .

экспериментальных данных о потерях энергии (рис. 31—35).  
пробегов — указаны в нижней части таблицы

Медь Cu, $\text{мг}/\text{см}^2$	Криптон Kr, см, н. т. д.	Серебро Ag, $\text{мг}/\text{см}^2$	Ксенон Xe, см, н. т. д.	Золото Au	Свинец Pb	$\text{H}_2\text{O}$		$\text{CH}_4$	$\text{CO}_2$	Воздух
						$\text{мг}/\text{см}^2$		см, н. т. д.		
5,10	1,43	6,72	0,99	8,98	9,90	2,29	1,77	1,15	1,66	
6,01	1,74	7,99	1,20	10,7	11,7	2,90	2,25	1,41	2,06	
7,01	2,09	9,22	1,45	12,6	13,5	2,47	2,76	1,70	2,50	
8,09	2,42	10,6	1,73	14,6	15,5	4,15	3,33	2,02	2,97	
9,20	2,81	12,0	2,01	16,7	17,5	4,85	3,94	2,35	3,49	
10,4	3,20	13,5	2,30	18,9	19,5	5,59	4,58	2,74	4,02	
11,6	3,62	15,1	2,63	21,1	21,6	6,40	5,25	3,13	4,62	
12,7	4,05	16,7	2,95	23,5	24,0	7,27	6,00	3,57	5,26	
14,4	4,50	18,5	3,30	26,0	26,2	8,13	6,78	4,00	5,93	
15,7	4,96	20,4	3,65	28,5	28,6	9,05	7,60	4,45	6,62	
17,3	5,47	22,3	4,01	31,1	31,1	10,0	8,41	4,90	7,36	
18,8	5,97	24,3	4,41	33,8	33,7	11,1	9,37	5,42	8,10	
20,4	6,49	26,3	4,82	36,8	36,1	12,2	10,3	5,92	8,99	
22,0	7,02	28,4	5,25	39,7	39,0	13,3	11,3	6,48	9,74	
23,6	7,58	30,6	5,69	42,7	41,8	14,4	12,4	7,01	10,6	
27,3	8,76	35,0	6,59	49,0	47,6	16,7	14,5	8,21	12,4	
31,0	9,98	39,9	7,50	55,4	53,9	19,5	17,0	9,48	14,3	
35,0	11,3	44,9	8,50	62,1	60,0	22,1	19,6	10,8	16,5	
39,3	12,6	50,0	9,60	69,7	66,9	25,1	22,4	12,2	18,6	
43,8	14,0	55,1	10,7	76,4	74,0	28,4	25,1	13,6	20,9	
48,4	15,5	60,9	11,7	84,4	81,7	32,0	28,4	15,4	23,5	
52,9	17,1	66,8	12,9	92,3	89,5	25,2	31,6	17,0	26,0	
57,9	18,7	72,3	14,1	101	97,2	39,0	34,9	18,7	28,7	
63,1	20,4	79,4	15,4	110	106	43,0	38,2	20,5	31,7	
68,4	22,0	85,2	16,7	118	114	47,1	42,0	22,5	34,5	
98,0	31,5	121	23,7	167	160	69,9	62,7	33,1	51,0	
132	42,7	162	31,8	222	215	96,0	86,7	46,0	70,0	
172	55,0	209	41,0	280	275	127	115	61,0	92,0	
216	70,0	259	51,2	349	342	162	146	79,0	116	
—	3,03* <sup>1</sup>	—	2,17* <sup>1</sup>	—	—	—	4,83* <sup>5</sup>	2,58* <sup>1</sup>	3,77* <sup>1</sup>	
—	5,17* <sup>2</sup>	21,1* <sup>3</sup>	3,81* <sup>2</sup>	29,4* <sup>3</sup>	29,6* <sup>2</sup>	9,43* <sup>4</sup>	8,00* <sup>5</sup>	—	4,74* <sup>1</sup>	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,91* <sup>1</sup>	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,57* <sup>1</sup>	

\*<sup>1</sup> Филипп [415]; \*<sup>2</sup> Брэгг [147].

что значение  $I$  для стандартного вещества установлено достаточно точно.

Полученные к настоящему времени экспериментальные сведения о величинах  $I$ , за исключением ранних публикаций Мано [381], приведены в табл. 19 (§ 4). Там же указано на значительное расхождение данных, полученных разными авторами, и отмечено, что одной из причин расхождения является недостаточная точность опытов по определению  $\frac{dE}{dx}$  и недоучет поправок на эффект связи электронов и эффект плотности, а также поправок на многократное рассеяние.

Требования к точности таких опытов весьма жесткие, так как из экспериментальных данных фактически определяется  $\log I$ , а не сама величина  $I$ . В самом деле, из формулы (4,20) следует соотношение

$$\frac{\delta I}{I} = -\frac{d \left( \frac{dE}{dx} \right)}{\left( \frac{dE}{dx} \right)} \ln \frac{2mv^2}{I}.$$

Таблица 43

## Экспериментальные абсолютные величины средних пробегов протонов в алюминии

$T_p, Mэв$	$R_p, mg/cm^2$	Установленная авторами точность измерения, %	Литература	$T_p, Mэв$	$R_p, mg/cm^2$	Установленная авторами точность измерений, %	Литература
1,130	4,66	0,1	[156]	6,150	73,01	0,1	[156]
1,352	6,19	0,1	[156]	10,00	141,2	0,1	[156]
1,519	8,10	0,1	[156]	11,820	226,33	0,1	[156]
1,623	8,27	0,1	[156]	14,971	342,63	0,1	[156]
1,911	10,68	0,1	[156]	17,837	466,92	0,1	[156]
2,114	12,64	0,1	[156]	18,00	477,0	0,1	[291]
2,677	18,31	0,1	[156]	34,96	1541		[290]
3,062	22,85	0,1	[156]	66,1	4774	0,2	[161]
4,023	35,74	0,1	[156]	75,84	6063		[220]
5,038	52,31	0,1	[156]	87,4	7820	0,37	[246]
5,504	60,51	0,1	[156]	117,9	13 230	0,22	[246]
				146,5	19 310	0,17	[246]
				339	79 020	0,7	[384, 385]

Таблица 44

## Экспериментальные абсолютные величины средних пробегов протонов в металлах

Вещество	Энергия протонов $T_p, Mэв$	Пробег протонов $R_p, mg/cm^2$	Литература
Бериллий Be	9,578 17,340 340	137,90 399,99 76 730	[156] [156] [385]
Углерод C	340	70 030	[384, 385]
Медь Cu	9,938 17,893 340 658	218,60 594,62 91 800 257 600	[156] [156] [385] [49]
Серебро Ag	10,022 17,923	268,12 704,81	[156] [156]
Золото Au	9,698 17,549	341,80 882,60	[156] [156]
Свинец Pb	340	123,6	[384, 385]

Логарифмический множитель в последнем выражении по порядку величины равен 5—10, поэтому ошибка в измерении ионизационных потерь энергии, равная примерно 1%, приводит к ошибке при вы-

числении  $I$  до 5–10%. С другой стороны, использование „неточных“ величин  $I$  при вычислениях  $\frac{dE}{dx}$  с помощью формулы Бете–Блоха не сильно сказывается на точности результатов (см. § 4).

Таблица 45

Экспериментальные данные о пробегах  
α-частиц

Материал	$T_\alpha, Mэв$	$R_\alpha, мг/см^2$	Литература
Углерод C	5,3	4,43	[175]
Кремний Si	4,5	$5,2 \pm 0,1$	[268]
Цирконий Zr	4,5	$11 \pm 0,35$	[268]
Золото Au	4,5	$17 \pm 0,6$	[268]
Уран U	4,5	$19,2 \pm 0,4$	[268]

Равным образом и по той же причине малые ошибки в определении среднего пробега частиц связаны с большими ошибками в

Таблица 46

Экспериментальные данные о пробегах заряженных частиц  
в фотоэмulsionии

Сорт частиц	$\tau, Mэв$	$\lambda, см$	Литература
$\alpha$	1,295	$(20,7 \pm 0,2) 10^{-4}$	
$p$	2,421	$(53,9 \pm 0,6) 10^{-4}$	
$t$	2,450	$(55,67 \pm 0,34) 10^{-4}$	
$d, t, He^3 \alpha$	5,00	$(175,1 \pm 2,0) 10^{-4}$	
$d$	5,477	$(204,6 \pm 0,64) 10^{-4}$	
$\alpha$	5,477	$(205,5 \pm 1,1) 10^{-4}$	
$He^3$	10,00	$(562,7 \pm 2,6) 10^{-4}$	
$p$	13,96	$(988,3 \pm 7,4) 10^{-4}$	
$p$	21,21	$(2056 \pm 5) 10^{-4}$	
$\mu^+$	36,55	$(5345 \pm 22) 10^{-4}$	[145, 154]
$\pi^+$	200	$10,31 \pm 0,07$	[145, 154]
$\pi^+$	340	$24,74 \pm 0,10$	[145, 154]
$\pi^+$	540	$51,15 \pm 0,45$	[145, 154]
$\pi^+$	700	$74,97 \pm 0,36$	[145, 154]
$p$	87,4	$2,518 \pm 0,021$	[246]
$p$	117,9	$4,142 \pm 0,017$	[246]
$p$	146,5	$6,013 \pm 0,02$	[246]
$p$	208	$10,83$	[219]
$v$	342,5	24,4	[297]

определении  $I$ . Представление о величине этих ошибок можно получить, если обратиться к данным табл. 48, в которой приведены численные значения величины

$$q = (dR/R) / \left( \frac{dI}{I} \right)$$

для бериллия, углерода, алюминия, меди и свинца [448]. При энергии

протонов 100 Мэв ошибка в определении среднего пробега в алюминии ( $\sim 1\%$ ) связана с ошибкой в вычислении  $I$  в  $(1/q)$  раз большей, т. е. с ошибкой, равной  $\sim 6\%$ .

Константа  $I$  в соотношении Блоха (4,32), по данным работы [156], равна  $\sim 12,6$  для  $Z = 13 - 79$  и  $\sim 15,3$  для берилля\*. Этот результат подтверждается и данными, полученными другими авторами при исследовании торможения и пробегов протонов в области энергии от 40 до 70 Мэв (см. табл. 19). Принятое в ранних работах значение  $I_0 = 11,5$  является заниженным и не соответствует экспериментальным данным более точных исследований (§ 5 и 6).

Результаты измерений при больших энергиях протонов (300—650 Мэв) обусловливают меньшие значения  $I_0$  (табл. 19). Например, по данным Беккера и Сегре [158], для тяжелых ( $Z > 74$ ) элементов  $I_0 = 8,8$ .

До настоящего времени остается неясной причина расхождений в определении  $I_0$  при малых (десятки мегаэлектронвольт) и больших (сотни мегаэлектронвольт) энергиях протонов. Точные поправки на многократное рассеяние, возможность учета которых отмечена Бикселом [172], по-

Таблица 48

$$\text{Величины } q = \frac{\left( \frac{dR}{R} \right)}{\left( \frac{dI}{I} \right)} \text{ для берилля, углерода,}$$

алюминия, меди и свинца [448]

$T_p, \text{Мэв}$	Тормозящее вещество				
	берилль Be	углерод C	алюминий Al	медь Cu	свинец Pb
10	0,232	0,214	0,217	0,258	0,337
20	0,200	0,192	0,205	0,236	0,300
50	0,159	0,159	0,181	0,201	0,244
100	0,143	0,143	0,163	0,178	0,214
200	0,131	0,131	0,147	0,159	0,191
500	0,119	0,118	0,131	0,140	0,171
1000	0,106	0,106	0,119	0,128	0,155
2000	0,094	0,094	0,106	0,115	0,142
5000	0,074	0,076	0,090	0,097	0,113
10 000	0,058	0,062	0,080	0,084	0,088

видимому, только частично устраниют расхождение. В этой связи нужно упомянуть также работы Брандта [174], в которых указывается на необходимость учета валентных связей и поляризационного эффекта.

\* Аномально большое значение  $I$  для берилля объясняется [12] эффектом плотности в проводниках.

**Эмпирические аналитические соотношения, связывающие пробег и энергию протонов и  $\alpha$ -частиц.** Начиная с Гейгера, установившего в 1910 г. простое эмпирическое соотношение между энергией и пробегом  $\alpha$ -частиц в воздухе, в литературе неоднократно обсуждались возможности использования простых аналитических соотношений,

Таблица 49

Экспериментальные данные ранних работ о зависимости пробега протонов и  $\alpha$ -частиц в эмульсии Ильфорд G-2

$T_p, M\text{эв}$	$R, \mu\text{к}$	Литература	$T_\alpha, M\text{эв}$	$R, \mu\text{к}$	Литература
0,58	$6,1 \pm 0,15$	[255]	0,95	$3,5 \pm 0,2$	[255]
0,91	$12,1 \pm 0,06$	[250]	1,52	$5,0 \pm 0,2$	[255]
1,20	19,3	[370]	2,04	$6,7 \pm 0,2$	[255]
2,59	59,6	[370]	2,15	$7,2 \pm 0,2$	[255]
3,20	82,7	[370]	2,18	$6,95 \pm 0,05$	[370]
3,25	83,6	[370]	3,20	$11,4 \pm 0,2$	[255]
4,51	159,5	[370]	3,85	$14,2 \pm 0,1$	[255]
4,99	171,0	[370]	4,18	$16,0 \pm 0,2$	Грин, Ливси
6,24	256,0	[370]	4,64	$18,2 \pm 0,1$	[370]
7,09	321,0	[370]	4,71	$19,0 \pm 0,2$	[255]
7,8	$389 \pm 2,7$	[196]	4,76	$19,0 \pm 0,2$	Грин, Ливси
16,4	$1358 \pm 8,1$	[196]	5,30	$22,5 \pm 0,06$	[370]
17,6	$1465 \pm 4,5$	[196]	5,30	$22,5 \pm 0,2$	Грин, Ливси
17,6	$1497 \pm 6,0$	[196]	5,38	$22,9 \pm 0,2$	[255]
22,3	$2244 \pm 8,0$	[196]	6,19	$27,5 \pm 0,3$	Грин, Ливси
25,6	$2849 \pm 7,1$	[196]	6,28	$28,7 \pm 0,2$	[255]
28,2	$3369 \pm 10,0$	[196]	8,78	$47,5 \pm 0,05$	[370]
33,5	$4597 \pm 13,8$	[196]	11,32	$70,8 \pm 0,02$	[370]
33,5	4762 $\pm 24,0$	[196]	—	—	
33,5	$4996 \pm 10,0$	[196]	—	—	
39,5	6123 $\pm 18,0$	[196]	—	—	

связывающих пробег и энергию различных частиц. Однако универсального соотношения, пригодного для всех сортов частиц и всех энергий, до сих пор еще нет. Каждое из соотношений имеет ограниченную область применения и ограниченную точность. Во всех случаях, когда требуется большая точность, следует обращаться к таблицам 40—46, 49 и др. Если же необходимо оценивать порядок величин, то при многократных повторениях расчетов можно использовать приводимые ниже полуэмпирические соотношения.

Начнем с соотношения Гейгера в его начальной форме:

$$R_\alpha = K v_\alpha^3 = a T_\alpha^{5/2} \quad (R_\alpha = 3 \div 7 \text{ см возд.}), \quad (6.22)$$

где  $a \approx 0,3$ , если  $T_\alpha$  выражено в мегаэлектронвольтах.

В 1933 г. Брэгг указал, что для  $\alpha$ -частиц с  $R_\alpha > 5 \text{ см}$  воздуха лучше подходит соотношение

$$R_\alpha = K v_\alpha^{3.26}.$$

Таким образом, при больших скоростях  $R_\alpha$  растет быстрее, чем куб скорости, а при малых скоростях — медленнее.

Грубая эмпирическая формула, связывающая средний пробег  $\alpha$ -частиц в веществе, имеющем атомный номер  $A$ , со средним про-

бегом их в воздухе при нормальных условиях, записывается так:

$$R_A = 3,2 \cdot 10^{-4} \frac{V\bar{A}}{\rho} R_{\text{возд}}, \quad (6,23)$$

где  $\rho$  — плотность вещества,  $\text{г}/\text{см}^3$ .

Для вычисления средних пробегов  $\alpha$ -частиц в полупроводниковых материалах можно использовать следующие формулы [266]:

$$\left. \begin{aligned} R_{\text{Si}(\mu)} &= 2,13 T_{\alpha(M\text{эв})}^{1,45} + 2,20 \\ R_{\text{Ge}(\mu)} &= 1,95 T_{\alpha(M\text{эв})}^{1,34} + 1,72 \\ R_{\text{InSb}(\mu)} &= 2,08 T_{\alpha(M\text{эв})}^{1,30} + 1,65 \end{aligned} \right\}. \quad (6,24)$$

Вильсон и Бробек [503] для вычисления пробега быстрых ( $10-200 M\text{эв}$ ) протонов в воздухе предложили формулу

$$R_p(\text{метр}) = \left[ \frac{T_p(M\text{эв})}{9,3} \right]^{1,8}. \quad (6,25)$$

Для протонов с энергией  $50-250 \text{ кэв}$ , по Куку [213], пробег может быть вычислен с помощью соотношения вида

$$R = C [E + E_1]^{\eta}, \quad (6,26)$$

где  $C$  и  $E_1$  — эмпирические постоянные.

Варшни [486] применил для расчета пробега протонов с энергией  $1-100 M\text{эв}$  такую формулу:

$$R_p = a (T_p + C)^n$$

или

$$\log_{10} R_p = n \log_{10} (T_p + C) + B. \quad (6,27)$$

Постоянные величины в формуле (6,27) получены сравнением с экспериментальными данными.

По-видимому, в настоящее время наиболее точными аналитическими соотношениями являются соотношения Биксела [173] для пробега протонов в алюминии

$$\left. \begin{aligned} R_p &= 3,837 T_p^{1,5874} (1 < T_p < 2,7 M\text{эв}) \\ R_p &= 2,837 T_p^2 / (0,68 + \log_{10} T_p) (2,7 < T_p < 20 M\text{эв}) \end{aligned} \right\}. \quad (6,28)$$

Расчеты по формулам (6,28) согласуются с абсолютными экспериментальными пробегами (табл. 43) с точностью  $\sim 0,2\%$  при  $T > 3 M\text{эв}$  и с точностью  $\sim 0,4\%$  при  $T < 3 M\text{эв}$ .

Пробег протонов с энергией  $8-40 M\text{эв}$  в фотоэмulsionи удовлетворительно описывается [196] формулой

$$T_p(M\text{эв}) \approx 0,251 R_{(\mu)}^{0,581}, \quad (6,29)$$

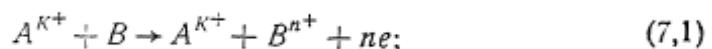
где  $R_{(\mu)}$  — пробег протонов,  $\mu\text{к}$ .

## § 7. НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С АТОМАМИ. ТОРМОЖЕНИЕ И ПРОБЕГИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В ВЕЩЕСТВЕ

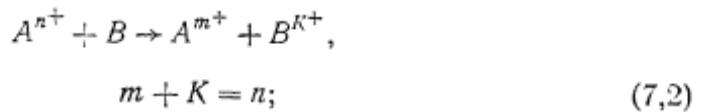
Торможение тяжелых ионов в веществе во многих отношениях отличается от торможения быстрых протонов и  $\alpha$ -частиц (§ 5). Если последние на большей части своего пути в веществе имеют неизменный заряд, близкий к заряду ядра, то у тяжелых ионов из-за обмена электронами с атомами среды в процессе торможения практически непрерывно уменьшается эффективный заряд, который в начале пробега может и не быть равным заряду ядра. При этом уменьшается роль „ударных“ столкновений с электронами атомов тормозящей среды, снижаются и соответствующие ионизационные потери энергии (§ 4). Вместе с тем возрастает роль упругих (§ 2) и неупругих атомных столкновений, которые в отличие от обычных ударных ионизационных столкновений связаны со сложными процессами обмена энергией и импульсом между электронами оболочек сталкивающихся атомов, „перекрывающихся“ при ударе. Результатом взаимопроникновения оболочек таких атомов является переход некоторой доли кинетической энергии частиц в энергию возбуждения, которая, как правило, реализуется в процессах автоионизации [115, 442]. При этом зарядовое состояние одного или обоих атомов изменяется.

Согласно классификации, принятой, например, в работе [107], можно различить три типа неупругих столкновений с изменением зарядового состояния сталкивающихся частиц:

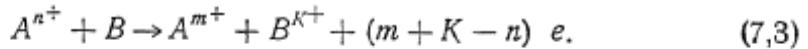
1) чистая ионизация, т. е. процессы столкновения, при которых падающая (первичная) частица, ионизуя атом среды, остается с тем же зарядом



2) перезарядка, т. е. процесс соударения с обменом электронами между частицами:



3) ионизация с захватом:



Как и раньше, нас интересует только состояние первичных частиц после столкновения. Поэтому в дальнейшем не будем резко разграничивать процессы (7.2) и (7.3).

Сечение неупрого процесса, при котором первичная частица с начальным зарядом  $i$  приобретает заряд  $f$ , обозначим через  $\sigma_{if}$ , общее сечение захвата частицей электронов (как это иногда делается) — через  $\sigma^e$ , а общее сечение потерь — через  $\sigma^l$ .

Процессы перезарядки при атомных столкновениях по существу являются „процессами многих тел“. В силу этого точное теоретическое описание их оказывается невозможным. Тем не менее накопленный материал по атомным столкновениям позволил выявить некоторые общие закономерности и осуществить проверку теоретических оценок и расчетов.

**Экспериментальные и теоретические исследования полного сечения ионизации.** Полное (глобальное) сечение ионизации характеризует вероятность освобождения электрона при ионизационных столкновениях, отнесенную к одному атому и одному освобождаемому электрону. Оно равно сумме сечений „обычной“ ионизации и сечений перезарядных процессов, умноженных на число освобождаемых в этих процессах электронов. При „обычной“, или чистой, ионизации падающая частица сохраняет неизменным свой заряд. Эти процессы, и особенно одноэлектронная ионизация, играют главную роль при больших скоростях ( $v > \frac{cz_{\text{зФ}}}{137}$ ) падающих частиц, при которых сечение перезарядных процессов ничтожно мало. С уменьшением скорости, как уже говорилось выше, заметный вклад в полное сечение ионизации вносят перезарядные процессы. С этой точки зрения наибольший интерес представляет измерение полных сечений ионизации для частиц с энергией  $\sim 10^4 - 10^6$  эВ. Измерения эти, как правило, производятся „методом конденсатора“: регистрируется заряд, собранный на пластинах измерительного конденсатора, помещенного в камеру с исследуемым газом.

Основные результаты исследования полных сечений ионизации газов для ионов с энергиями 10—200 кэВ коротко сводятся к следующему [107]\*:

1) полное сечение ионизации  $\sigma_-$  является функцией относительной скорости сталкивающихся частиц и их зарядового номера. С увеличением скорости величина сечения вначале быстро возрастает, проходит максимум и затем уменьшается (при больших скоростях, как  $v^{-2}$ , см § 4).

Согласно работе [311], при  $T > 0,15$  МэВ измеренное полное сечение ионизации водорода протонами удовлетворительно описывается формулой

$$\sigma = (3,45 \pm 0,20) T^{(-0,874 \pm 0,010)} \cdot 10^{-17} \text{ см}^2/\text{молекула}.$$

Этот результат согласуется с расчетом Бейтса [163] в борновском приближении.

Для ионов водорода в водороде и аргоне максимум сечения наблюдается при  $v \sim 1,5 u_0 = 3,3 \cdot 10^8$  см/сек (рис. 59 и 60);

2) для данной скорости ионов абсолютная величина полного сечения ионизации увеличивается с ростом зарядовых номеров атомов тормозящего вещества ( $Z$ );

3) величина полного сечения ионизации обнаруживает зависимость от молекулярной структуры и характера уровней сталкивающихся частиц.

Анализируя кривые рис. 61, можно сравнить соответствующим образом нормированные [107] экспериментальные данные о полных сечениях ионизации с теоретическими, полученными Фирсовым [115] на основе оценки средней энергии возбуждения электронов при атомных столкновениях.

По Фирсову,

$$\sigma_- = \sigma_Z \left[ \left( \frac{v}{v_Z} \right)^{\frac{1}{Z}} - 1 \right]^2, \quad (7,4)$$

\* Работы, выполненные до 1950 г., рассмотрены в книге Месси и Бэрхопа [72].

где  $v_z$  и  $\sigma_z$  — характеристические величины для каждой пары сталкивающихся частиц:

$$v_z = 23,3 \frac{I_{1a}}{(z+Z)^{1/2}} \cdot 10^6 \text{ см/сек};$$

$$\sigma_z = \frac{32,7}{(z+Z)^{1/2}} \cdot 10^{-16} \text{ см}^2;$$

$I_{1a}$  — первый потенциал ионизации атомов среды, эв.

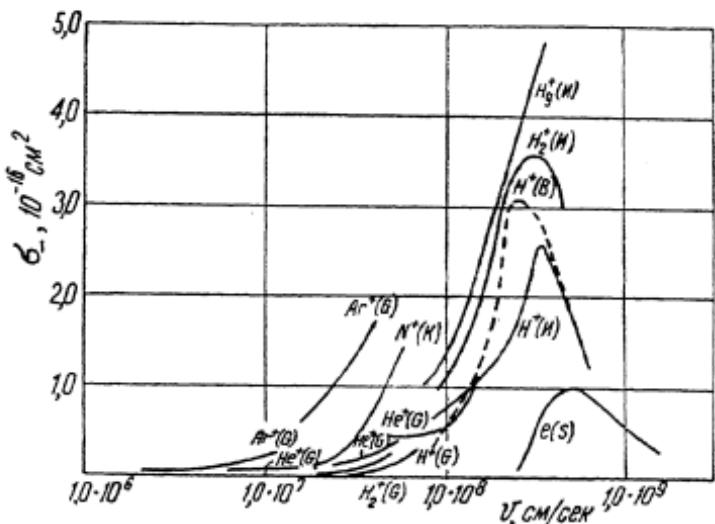


Рис. 59. Полное сечение ионизации водорода в функции скорости ионов [107]. Обозначение  $\text{Ar}^+(G)$  указывает, что кривая представляет зависимость сечения ионизации водорода ионами  $\text{Ar}^+$ , измеренную Джилбоди и Хастедом [270]; И—Афросимов, Ильин, Федоренко [7]; К—Телл, Хайзенга, Кистемакер; В—Бейтс и Гриффинг, теоретическая кривая; С—Тейт и Смит (ионизация электронами).

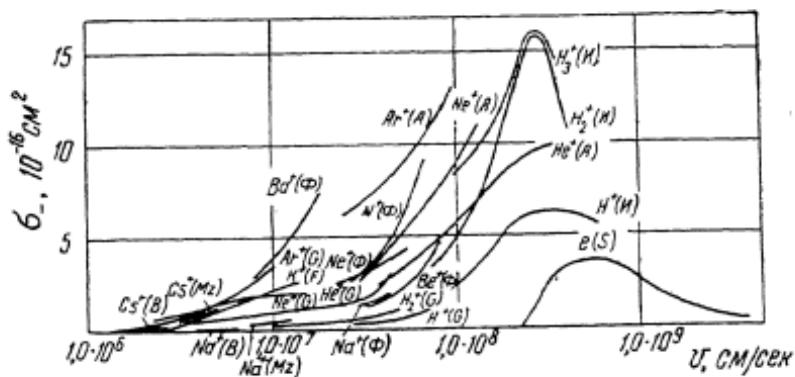


Рис. 60. Зависимость от скорости полного сечения ионизации аргона различными ионами и электронами [107]:

О—Джилбоди и Хастед [270], И—Афросимов и др. [7], А—Федоренко и др. [109], Ф—Федоренко, М<sub>z</sub>—Маузон, В—Бек и Маузон, F—Фрише, С—Смит (ионизация электронами).

В интервале скоростей частиц  $10^7$ — $10^8$  см/сек теория Фирсова удовлетворительно согласуется с приведенными выше эксперимен-

тальными данными о зависимости полного сечения от скорости и заряда сталкивающихся частиц, а для тяжелых сталкивающихся партнеров дает правильные величины абсолютных сечений.

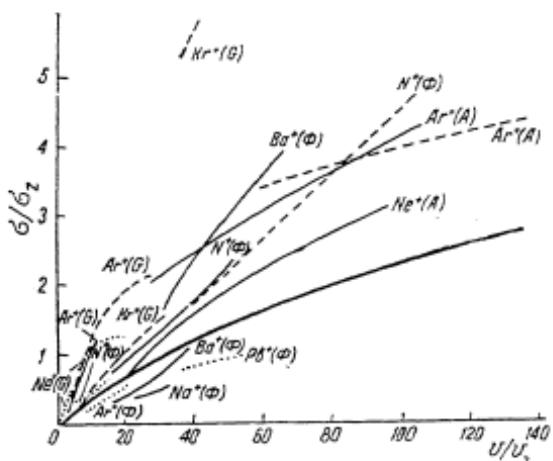


Рис. 61. Универсальная зависимость полного сечения ионизации от скорости по Фирсову [112, 115] и экспериментальные данные о полных сечениях ионизации:

С—Джилбоди [270]; Ф—Федоренко [108]; А—Федоренко и др. [110]. Экспериментальные кривые для ионизации аргона даны тонкими сплошными линиями, криптона—прерывистыми линиями, неона—пунктиром. Толстая сплошная линия—расчетная, по Фирсову.

[220, 247]. Результаты указанных работ в общем согласуются и взаимно дополняют друг друга.

В качестве примера на рис. 62 показано угловое распределение ионов аргона, рассеянных на аргоне и приобретших после рассеяния заряды 0, 1, 2, 3, 4, 5 (нейтральные частицы образовались при захвате электрона, а частицы с зарядом 2, 3, 4, 5—в результате обтирки).

С увеличением энергии первичных частиц максимумы на кривых углового распределения становятся более узкими и смешаются в область меньших углов.

Рассеяние отрицательных ионов с энергией 5–30 кэВ, сопровождаемое захватом электронов, изучалось Дукельским и Федоренко [41].

Феноменологическая теория рассеяния ионов на атомах с изменением их зарядового состояния развита в работе Рашека [442]. Он рассматривает процесс взаимопроникновения электронных оболочек сталкивающихся атомов и связывает вероятность образования различных зарядовых состояний с величиной параметра соударения  $\rho$  (см. § 2).

**Общие замечания к расчетам сечений перезарядных процессов.** Во время перезарядки падающая частица захватывает или теряет один или несколько электронов. Процесс этот в общем случае связан с изменением внутренней энергии сталкивающихся частиц и дефектом энергии ( $\Delta E$ )\*\*, за исключением случая резонансной перезарядки, в которой обмен зарядом происходит между атомами (молекулами)

**Рассеяние тяжелых ионов с изменением заряда.** В § 2 отмечено, что дифференциальные сечения упругого рассеяния ионов на атомах заметно отличаются от теоретических (расчеты Эверхарда и Фирсова) при больших ( $\Theta > 20^\circ$ ) углах рассеяния\*. Там же указывалось, что одной из причин этого является вклад неупругих процессов, в частности процессов „обтирки“ падающих ионов (потери ими электронов).

Рассеяние медленных тяжелых ионов (главным образом ионов  $\text{He}^+$ ,  $\text{Ar}^+$ ,  $\text{Ne}^+$ ) с изменением зарядового состояния наблюдалось и исследовалось Каминкером, Федоренко [56] и Эверхардом с сотрудниками

\* При малых углах рассеяния, когда неупругие потери энергии сравнительно невелики, кинематика неупругого рассеяния практически не отличается от кинематики упругих соударений [114].

\*\* Дефект энергии, или, как часто его называют, дефект резонанса, равен разности энергий уровней, между которыми происходят переходы электронов.

одного и того же вещества. В силу этого при прочих равных условиях резонансная перезарядка идет с наибольшей вероятностью (см. ниже).

Сущность процесса лучше всего выяснить на примере перезарядки ионов гелия, тем более, что исторически первым экспериментальным доказательством существования процессов перезарядки явилось обнаружение зарядовой неоднородности пучка замедленных  $\alpha$ -частиц [305]. Как показал Резерфорд, зарядовая неоднородность пучка связана с тем, что замедленные  $\alpha$ -частицы при своем движении в веществе с определенной вероятностью захватывают и теряют электроны. Соответствующие вероятности характеризуются сечениями захвата  $\sigma^c$  и  $\sigma^l$  потерь электрона.

Из самых общих соображений следует, что при скоростях  $\alpha$ -частиц  $v$ , превышающих скорость электронов на их собственной  $K$ -оболочке  $u_K$

$$(u_K = \frac{2\pi e^2 z}{h} = 4,4 \cdot 10^8 \text{ см/сек}),$$

сечение потерь электронов намного больше сечения захвата. Иными словами, в этом случае большую часть времени или на большей части пути в веществе  $\alpha$ -частица лишена электронов. Но когда  $v \sim u_K$ , сечения захвата и потери электронов сравниваются по величине и, следовательно,  $\alpha$ -частица значительную часть времени является однозарядным ионом или нейтральным атомом. Сечения захвата и потери зависят также от свойств тормозящей среды.

Сечение потери электрона в легких веществах ( $Z \ll 4$ ), согласно оценке Бора [12], можно вычислять по следующей приближенной формуле:

$$\sigma_n^l \cong 4\pi \left( \frac{a_0}{z} \right)^2 (Z + z)^2 \left( \frac{u_0}{v} \right)^2, \quad (7.5)$$

где  $ze$  и  $v$  — заряд и скорость падающей частицы;  
 $Z$  — атомный номер тормозящего вещества;

$a_0$  и  $u_0$  — радиус орбиты водорода и скорость электрона на ней. Формула (7.5) получена методом, который используется для расчета сечений чистой ионизации. Предполагается, что ядро и электрон атома среды действуют на падающий ион независимо. Формула пригодна тогда, когда размеры электронных орбит тормозящих атомов равны по порядку величины размерам орбит, с которых происходит потеря электрона.

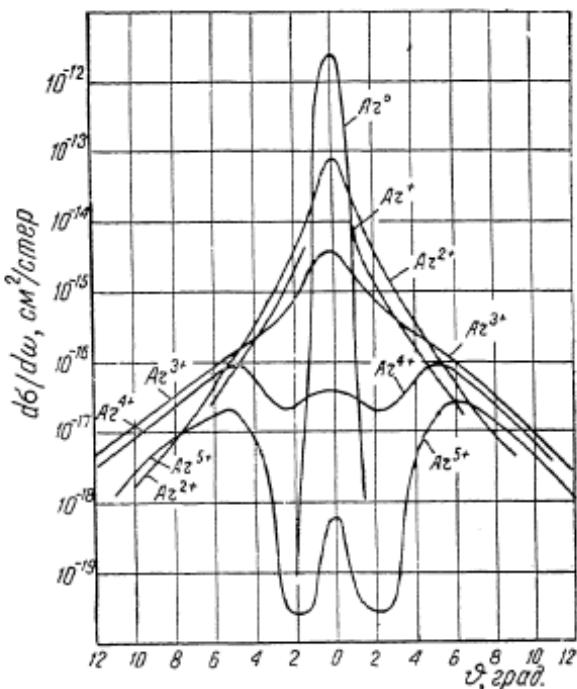


Рис. 62. Угловое распределение ионов аргона, приобретших после рассеяния в аргоне заряды 0, 1, 2, 3, 4, 5 [56]. Начальная энергия ионов аргона  $T=75$  кэВ.

Зависимость  $\sigma^l$  от скорости в тяжелых веществах более слабая — сказывается эффект экранирования ядер тормозящего вещества электронами (§ 2). Для веществ со средними значениями  $Z$  ( $\approx 4 - 8$ ), по Бору [12],

$$\sigma^l = \pi a_0^2 Z^2 z^{-1} \left( \frac{u_0}{v} \right). \quad (7,6)$$

Наконец, сечение одноэлектронного захвата в тяжелых веществах, по оценке Бора, равно  $\sim \pi a_0^2$ , т. е. почти не зависит от  $Z$  и  $v$ .

Сечение захвата электрона вычислить гораздо труднее. Приближенные выражения  $\sigma^c$  получены авторами работ [12, 79, 146]. Все они установили сильную зависимость  $\sigma^c$  от скорости частиц. Так, по Бору [12], легкие заряженные частицы (протон,  $\alpha$ -частица) в достаточно тяжелых веществах захватывают электроны, орбитальные скорости которых сравнимы со скоростями частицы. Оценив скорости электронов на основе статистической модели атома и используя приведенный выше критерий, Бор получил следующее приближенное выражение для сечения захвата электрона:

$$\sigma^c \sim 4\pi a_0^2 z^5 Z^{1/3} \left( \frac{u_0}{v} \right)^6 \quad (7,6a)$$

$$(v \gg u_0).$$

Если скорости электронов в тормозящей среде малы по сравнению со скоростью падающей частицы, то необходим другой критерий.

Согласно Бринкману и Крамерсу [169], формула

$$\sigma^c \cong \frac{24}{5} \pi a_0^2 z^5 Z^5 \left( \frac{u_0}{v} \right)^{12}, \quad (7,7)$$

полученная в борновском приближении, справедлива лишь в том случае, если скорость частицы больше, чем  $zu_0$  и  $Zu_0$ .

Приведенные выше формулы для сечений перезарядных процессов пригодны только для грубых качественных оценок.

К сожалению, до настоящего времени нет строгой теории перезарядных процессов. Исключением, пожалуй, являются простейшие случаи перезарядных столкновений легких атомов в водороде и гелии. Так, Бейтс и др. [162] и Кон [340] применили метод параметров соударения для вычисления сечений резонансной перезарядки протонов в водороде. Этот же метод был использован Джексоном [445] для расчета сечений резонансной перезарядки гелия. Их расчеты качественно согласуются с экспериментальными данными (см. ниже).

В работах Бейтса и Дельгарно [163] и Джексона и Шиффа [321, 445] уточнение расчетов Бринкмана и Крамерса привело к результатам, отличающимся от тех, которые дает формула (7,7). Герасименко и Розенцвейг [37] произвели расчеты сечений захвата двух электронов протонами и ионами гелия в гелии. Вычисления велись в борновском приближении. Сечения захвата электронов протонами, полученные на основе новых расчетов, лучше согласуются с экспериментальными (при  $v > u_0$ ).

Для качественных суждений о зависимости перезарядных сечений от скорости в области малых скоростей ( $v < u_0$ ) можно использовать

[108, 120, 270] так называемую адиабатическую гипотезу Мэсси [71]. Она основана на сравнении характеристических времен переходов в атомах и времени столкновений. Согласно этой гипотезе, при

$$2\pi a |\Delta E| / \hbar v \gg 1$$

эффективные сечения неупругих столкновений малы по величине, но растут с увеличением скорости по экспоненте, значение которой определяется параметром  $2\pi a \left( \frac{|\Delta E|}{\hbar v} \right)$ , так что максимум сечения ожидается при скорости  $v_{\max}$ , удовлетворяющей условию

$$\frac{2\pi a / |\Delta E|}{\hbar v_{\max}} \approx 1. \quad (7.8)$$

Здесь  $a$  — расстояние, характеризующее радиус действия сил, ответственных за процесс;

$\Delta E$  — изменение внутренней энергии частиц в результате процесса.

При  $v > v_{\max}$  сечение процесса должно монотонно убывать. Экспериментальные зависимости  $\sigma(v)$  во многих случаях не противоречат выводам из адиабатической гипотезы Мэсси (см. ниже). Однако физический смысл параметра  $a$ , выбранного для согласования эксперимента и теории не ясен.

Следует также указать на работу Белла [170], в которой показано, что поперечные сечения перезарядных столкновений для быстрых осколков деления могут быть вычислены в классическом приближении.

**Экспериментальные данные о захвате и потере электронов ионами и атомами водорода.** Подробный обзор и систематика экспериментальных данных об изменении зарядового состояния атомов и ионов водорода при их столкновениях с атомами различных веществ содержится в работах Аллисона [132, 133]. Вопросу образования отрицательных ионов водорода посвящена статья Фогеля [120].

Приведем только небольшую часть относящихся к этому вопросу сведений, являющихся обобщением [133] результатов исследований разных лабораторий.

В отношении зарядовых состояний поток частиц водорода в веществе представляет собой в общем случае трехкомпонентную систему (смесь  $H^0$ ,  $H^-$  и  $H^+$ ). Зарядовое распределение частиц в такой системе можно установить, если известна зависимость от энергии сечений для шести возможных типов столкновений  $\sigma_{01}$ ,  $\sigma_{0T}$ ,  $\sigma_{1T}$ ,  $\sigma_{10}$ ,  $\sigma_{T0}$ ,  $\sigma_{TT}$ . Здесь первый индекс означает зарядовое состояние частицы до столкновения, второй — после столкновения. Так  $\sigma_{0T}$  представляет сечение процесса, при котором нейтральный атом превращается в отрицательный ион (сечение захвата электрона атомом);  $\sigma_{1T}$  есть сечение захвата двух электронов протоном и т. д.

При энергии  $T > 50$  кэВ процессы с участием  $H^-$  практически не играют роли (табл. 50). В этом случае пучок частиц водорода представляет собой двухкомпонентную систему, в которой распределение по зарядам определяется сечениями  $\sigma_{01}$  и  $\sigma_{10}$ .

На рис. 63 в логарифмическом масштабе показана энергетическая зависимость сечений захвата и обтирки для частиц  $H^-$ ,  $H^0$  и  $H^+$ , проходящих через водород. Характер энергетической зависимости перезарядных сечений для этих частиц в других веществах остается таким же. Значения экспериментальных величин перезарядных сече-

$T, \text{ кэв}$	Гелий He						Азот N						
	$\sigma_{\bar{T}0}$ [293]	$\sigma_{\bar{T}0}$ [471]	$\sigma_{\bar{T}1}$	$\sigma_{0\bar{T}}$	$\sigma_{01}$	$\sigma_{1\bar{T}}$	$\sigma_{10}$	$\sigma_{\bar{T}0}$	$\sigma_{\bar{T}1}$	$\sigma_{0\bar{T}}$	$\sigma_{01}$	$\sigma_{1\bar{T}}$	
0,2	26	—	—	—	—	—	0,24	—	—	—	—	—	
0,4	30	—	—	—	—	—	0,22	—	—	—	—	—	
0,6	34	—	—	—	—	—	0,25	—	—	—	—	—	
0,8	36	—	—	—	—	—	0,30	—	—	—	—	—	
1	37	—	—	—	—	—	0,50	—	—	—	—	—	
2	40	—	—	—	—	—	1,00	—	—	—	—	—	
3	45	—	—	—	—	—	1,50	—	—	—	—	—	
4	50	57,0	—	—	11,5	—	1,95	88,0	—	0,52	10,0	—	59,0
5	55	56,0	4,50	—	13,3	—	2,60	90,0	5,40	0,80	11,5	—	58,0
7	65	55,5	4,50	—	15,0	—	5,60	88,0	5,45	1,20	14,5	—	55,0
9	72	51,0	4,50	0,32	15,0	0,13	8,00	81,0	5,47	1,50	16,5	0,34	58,0
11	75	50,5	4,40	0,56	15,0	0,13	10,5	78,0	5,50	1,60	16,5	0,32	50,0
13	70	49,5	4,30	0,60	15,0	0,14	14,0	74,0	5,55	1,60	18,2	0,31	48,3
15	68	48,5	4,20	0,62	14,0	0,14	17,5	70,0	5,62	1,45	19,0	0,29	43,0
20	58	44,5	3,50	0,68	13,5	0,12	19,2	68,0	6,00	1,10	20,5	0,27	39,5
25	50	41,0	3,20	0,67	13,0	0,12	19,5	68,0	6,87	0,92	21,5	0,20	34,5
30	48	—	3,00	0,60	13,0	0,10	19,0	66,0	7,50	0,75	22,5	0,13	28,5
35	—	—	2,70	—	12,6	—	17,5	—	8,25	—	23,0	—	25,5
40	—	—	2,50	—	12,4	—	16,0	—	8,75	—	23,5	—	22,5
45	—	—	—	—	12,4	—	14,5	—	—	—	24,0	—	19,5
50	—	—	—	—	12,3	—	11,8	—	—	—	24,5	—	17,7
60	—	—	—	—	12,0	—	9,70	—	—	—	24,0	—	15,0
70	—	—	—	—	10,8	—	6,30	—	—	—	24,0	—	11,0
80	—	—	—	—	10,0	—	4,90	—	—	—	24,0	—	7,6
90	—	—	—	—	9,20	—	3,80	—	—	—	24,0	—	6,3
100	—	—	—	—	8,80	—	3,00	—	—	—	24,0	—	5,0
150	—	—	—	—	6,95	—	0,930	—	—	—	21,0	—	2,2
200	—	—	—	—	5,65	—	0,360	—	—	—	19,3	—	0,75
250	—	—	—	—	4,90	—	0,160	—	—	—	17,7	—	0,34
300	—	—	—	—	4,00	—	0,070	—	—	—	15,0	—	0,16
350	—	—	—	—	3,35	—	0,038	—	—	—	14,0	—	0,080
400	—	—	—	—	3,10	—	0,020	—	—	—	13,3	—	0,050
450	—	—	—	—	2,90	—	0,011	—	—	—	11,5	—	0,032
500	—	—	—	—	2,45	—	0,0068	—	—	—	10,0	—	0,020
600	—	—	—	—	2,20	—	0,0030	—	—	—	9,60	—	0,011
700	—	—	—	—	1,95	—	0,0013	—	—	—	8,70	—	0,0067
800	—	—	—	—	1,65	—	0,0,85	—	—	—	8,00	—	0,0040
900	—	—	—	—	1,50	—	0,0,68	—	—	—	7,70	—	0,0030
1000	—	—	—	—	1,41	—	0,0,52	—	—	—	7,00	—	0,0020

ний в других газах приведены в табл. 50. Перезарядные сечения в кислороде и азоте близки по величине, в связи с чем данные для азота могут быть применены к воздуху. При построении кривых рис. 63 и составлении табл. 50 использованы данные экспериментальных работ [293, 343, 117, 108, 184, 471, 227].

Интересно отметить, что в согласии с критерием Бора полные сечения захвата и потерь электрона протоном в воздухе и других газах при  $\frac{v}{v_0} \approx 1$  равны ( $T \approx 25 \text{ кэв}$ ). Исключение составляет водород, где равенство наблюдается при  $\frac{v}{v_0} \approx 1,4$ .

В задерживающем материале достаточно большой толщины происходит много перезарядных столкновений, так что в конце концов устанавливается определенное равновесное соотношение между числом частиц разного заряда. Величины соответствующих равновесных долей

Таблица 50

(в единицах  $10^{-17} \text{ см}^2/\text{атом}$ ) для ионов и атомов водорода

Неон Ne							Аргон Ar							
$\sigma_{T0}$	$\sigma_{10}$	$\sigma_{T1}$	$\sigma_{0T}$	$\sigma_{01}$	$\sigma_{1T}$	$\sigma_{10}$	$\sigma_{T0}$ [293]	$\sigma_{10}$ [471]	$\sigma_{T1}$	$\sigma_{0T}$	$\sigma_{01}$	$\sigma_{1T}$	$\sigma_{10}$	
22	—	—	—	—	—	~ 0,5	52	—	—	—	—	—	—	20
24	—	—	—	—	—	~ 0,6	54	—	—	—	—	—	—	38
25	—	—	—	—	—	1,2	58	—	—	—	—	—	—	62
25	—	—	—	—	—	2,0	65	—	—	—	—	—	—	95
25	—	—	—	—	—	3,0	68	—	—	—	—	—	—	120
35	—	—	—	—	—	8,5	75	—	—	—	—	—	—	140
39	—	—	—	—	—	13,5	85	—	—	—	—	—	—	145
41	34	—	0,44	6,7	—	17,5	100	80	—	3,7	13,0	—	—	155
45	35	3,0	0,65	8,0	—	20,5	125	88	3,75	3,5	15,5	—	—	130
49	39	3,5	1,30	10,5	—	27,0	166	105	4,50	3,0	18,0	—	—	117
52	40	4,2	1,50	11,5	0,19	29,0	177	120	5,90	2,5	20,5	0,39	105	
54	41	4,8	1,50	12,0	0,18	29,5	184	135	7,20	2,2	24,0	0,38	90,0	
57	42	5,0	1,40	15,0	0,17	29,0	190	150	7,80	1,9	26,0	0,37	83,0	
58	44	5,1	1,30	16,5	0,12	28,0	195	160	8,75	1,4	29,0	0,36	80,0	
60	48	5,2	1,00	17,7	0,10	23,5	205	175	11,7	1,1	33,0	0,33	71,0	
62	49	5,3	0,85	18,5	0,08	20,0	215	180	13,2	1,1	31,0	0,31	64,0	
62	49	5,4	0,60	18,7	0,05	19,0	224	180	15,0	1,0	40,0	0,33	59,0	
62	—	5,52	—	19,0	—	16,5	226	—	16,2	—	43,0	—	50,0	
63	—	5,73	—	19,5	—	14,0	230	—	17,4	—	45,0	—	44,0	
—	—	—	—	19,7	—	12,0	—	—	—	—	46,0	—	38,0	
—	—	—	—	20,0	—	11,5	—	—	—	—	47,5	—	33,0	
—	—	—	—	20,0	—	9,80	—	—	—	—	47,5	—	22,0	
—	—	—	—	20,0	—	8,50	—	—	—	—	48,0	—	20,0	
—	—	—	—	20,0	—	7,50	—	—	—	—	48,0	—	16,5	
—	—	—	—	19,7	—	6,20	—	—	—	—	48,0	—	12,0	
—	—	—	—	19,5	—	5,75	—	—	—	—	45,0	—	9,80	
—	—	—	—	18,7	—	2,80	—	—	—	—	40,0	—	3,80	
—	—	—	—	18,0	—	1,40	—	—	—	—	37,0	—	1,08	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30,0	—	0,380	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28,7	—	0,150	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26,5	—	0,074	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22,5	—	0,050	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22,0	—	0,038	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	20,0	—	0,029	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19,5	—	0,019	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19,0	—	0,015	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18,0	—	0,011	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17,0	—	0,0088	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16,5	—	0,0076	

зарядовых компонент  $F_{i\infty}$  для водородного пучка ( $i = 1,0, -1$ ), прошедшего "толстые" слои различных веществ, представлены в табл. 51 и 52 [133]. Данные эти имеют большое значение для выбора материала мишени, при пересечении которой пучок имел бы необходимый зарядовый состав, а также для вычисления среднего ( $i$ ) и среднеквадратичного ( $i^2$ ) зарядов ионов в пучке. Для легких элементов, как следует из табл. 51 и 52, равновесный зарядовый состав пучка слабо зависит от рода вещества, в котором устанавливается равновесие.

Величины  $F_{i\infty}$  можно либо непосредственно измерить (см. работы [120, 133]), либо вычислить по значениям перезарядных сечений. В случае двухкомпонентной зарядовой системы ( $i = 0,1$ ) имеем

$$F_{i\infty} = \frac{\sigma_{01}}{\sigma_{01} + \sigma_{10}};$$

$$F_{0\infty} = \frac{\sigma_{10}}{\sigma_{01} + \sigma_{10}}. \quad (7,9)$$

С помощью величин  $F_i$  могут быть вычислены средний эффективный заряд иона  $\bar{i}$  и среднеквадратичный заряд  $\bar{i}^2$ :

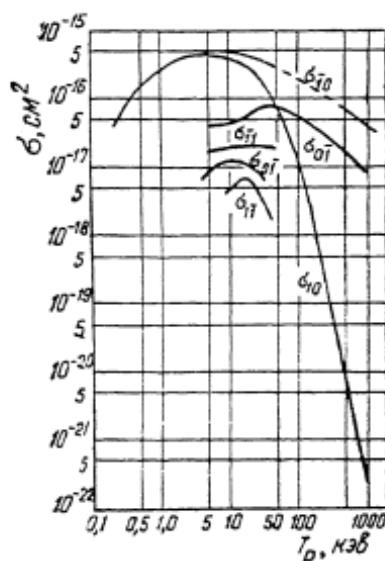


Рис. 63. Зависимость сечений перезарядки протонов в водороде от энергии [133].

ксенона ( $T = 0,2 - 200$  кэВ) и ( $T = 0,2 - 450$  кэВ).

На рис. 64 представлены экспериментальные кривые зависимости от энергии сечений захвата и потери электронов ионами и атомами гелия ( $T = 0,2 - 1,5$  МэВ) в водороде, гелии, азоте, аргоне и криптоне [87]. Экспериментальные данные [87] (рис. 64) хорошо согласуются с результатами работ [133, 184], полученными при более низких энергиях частиц.

Пунктирная кривая на рис. 64 *a, б* показывает результат расчета сечения  $\sigma_{21}$  (в водороде) и  $\sigma_{10}$  (в гелии) в борновском приближении [445]. Экспериментальная зависимость сечения захвата электрона  $\sigma_{21}$  в азоте, аргоне и криптоне от скорости частиц удовлетворительно описывается формулой (7,6).

В табл. 53 и 54 содержатся экспериментальные данные о равновесных долях зарядовых компонент гелия  $F_{i\infty}$  ( $i = 0, 1, 2$ ).

**Экспериментальные данные о сечениях захвата электронов тяжелыми ионами и атомами.** В работах Фогеля и сотрудников исследовались [120] процессы неупругих соударений атомов и ионов ( $T = 5 - 60$  кэВ,  $v < 3 \cdot 10^8$  см/сек), при которых падающая частица, захватывая электроны, становилась отрицательным ионом:



$$\bar{i} = \sum_i F_i i, \quad (7,10)$$

$$\bar{i}^2 = \sum_i F_i i^2. \quad (7,11)$$

Экспериментальные данные о захвате и потере электронов ионами и атомами гелия. Если не принимать во внимание процессы с участием отрицательных ионов  $\text{He}^-$  [43], то поток частиц гелия в веществе будет представлять собой трехкомпонентную систему (смесь  $\text{He}^0, \text{He}^+, \text{He}^{++}$ ). Состав пучка в этом случае определяется шестью величинами сечений.

В обзоре Аллисона [133] собраны экспериментальные данные о сечениях перезарядных столкновений ионов и атомов гелия с молекулами водорода, азота, кислорода, гелия, неона, аргона, и молекулами водорода, гелия и воздуха

Экспериментальные кривые сечения  $\sigma_{\bar{H}}$  для пар  $H^+ - H_2$ ,  $H^+ - He$  и  $Li^+ - H_2$  приведены на рис. 65 а. Подобные кривые характерны для процесса двухэлектронной перезарядки, в которой не могут участвовать частицы в возбужденных состояниях. Когда частицы, участвующие в процессах неупругих столкновений атомов и ионов (7,12) и (7,13), могут возникать также в возбужденных состояниях, кривая  $\sigma(\nu)$  имеет сложную структуру (наличие двух максимумов, асимметрия), см., например, рис. 65б.

Таблица 51

Равновесные доли заряда в пучке водорода после газовых мишеней

T, кэВ	Водород H			Гелий He			Азот N			Аргон Ar		
	$F_{\bar{1}\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$									
3	0,008	0,897	0,095	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,010	0,895	0,095	—	0,125	0,875	0,004	0,871	0,125	0,40	0,910	0,050
5	0,014	0,891	0,095	—	0,185	0,815	0,006	0,854	0,140	0,036	0,889	0,075
7	0,019	0,886	0,095	—	0,280	0,720	0,011	0,815	0,175	0,022	0,878	0,100
9	0,020	0,885	0,095	—	9,400	0,600	0,012	0,778	0,210	0,015	0,810	0,175
11	0,020	0,880	0,100	0,003	0,450	0,547	0,014	0,756	0,230	0,011	0,789	0,200
13	0,020	0,875	0,105	0,007	0,530	0,463	0,013	0,712	0,275	0,008	0,752	0,240
15	0,020	0,855	0,125	0,008	0,550	0,442	0,012	0,688	0,300	0,007	0,718	0,275
20	0,018	0,797	0,185	0,009	0,600	0,391	0,010	0,640	0,350	0,004	0,666	0,330
25	0,016	0,764	0,220	0,009	0,600	0,391	0,008	0,587	0,405	0,004	0,601	0,395
30	0,014	0,706	0,280	0,010	0,599	0,391	0,006	0,544	0,450	0,003	0,567	0,430
35	—	0,680	0,320	—	0,575	0,425	—	0,500	0,500	—	0,525	0,475
40	—	0,620	0,380	—	0,535	0,465	—	0,480	0,520	—	0,490	0,510
45	—	0,580	0,420	—	0,515	0,485	—	0,430	0,560	—	0,445	0,555
50	—	0,525	0,475	—	0,490	0,510	—	0,410	0,590	—	0,405	0,595
60	—	0,447	0,553	—	0,447	0,553	—	0,384	0,616	—	0,316	0,684
70	—	0,361	0,639	—	0,369	0,631	—	0,314	0,686	—	0,294	0,706
80	—	0,276	0,724	—	0,329	0,671	—	0,240	0,760	—	0,256	0,744
90	—	0,237	0,763	—	0,292	0,708	—	0,208	0,792	—	0,200	0,800
100	—	0,183	0,817	—	0,254	0,746	—	0,172	0,828	—	0,179	0,821
150	—	0,063	0,937	—	0,118	0,882	—	0,095	0,905	—	0,087	0,913
200	—	0,024	0,976	—	0,060	0,940	—	0,038	0,962	—	0,028	0,972
250	—	0,075	0,993	—	0,032	0,968	—	0,019	0,981	—	0,012	0,988
300	—	0,0041	0,996	—	0,017	0,983	—	0,010	0,990	—	0,0054	0,996
350	—	0,0024	0,998	—	0,011	0,989	—	0,0057	0,994	—	0,0027	0,997
400	—	0,0012	0,999	—	0,0064	0,994	—	0,0037	0,996	—	0,0022	0,998
450	—	0,0357	—	—	0,0038	0,996	—	0,0028	0,997	—	0,0017	0,998
500	—	0,0339	—	—	0,0028	0,997	—	7,0020	0,998	—	0,0014	0,999
600	—	0,0316	—	—	0,0014	0,999	—	0,0012	0,999	—	0,0007	—
700	—	0,0496	—	—	0,0392	—	—	0,0377	—	—	0,0379	—
800	—	0,054	—	—	0,0352	—	—	0,0350	—	—	0,0361	—
900	—	0,040	—	—	0,0345	—	—	0,0339	—	—	0,0352	—
1000	—	0,0427	—	—	0,0336	—	—	0,0328	—	—	0,0346	—

Фогель приходит к выводу, что процессы типа (7,12) и (7,13) при малых скоростях падающих частиц удовлетворительно описываются в рамках адиабатической гипотезы Мэсси (см. выше). Положение максимумов на кривых, подобных кривым рис. 65 а и 65в, определяется условием (7,8), причем величина  $a$  равна примерно 1,5 Å для процессов (7,13). Зависимость величин  $a$ , входящих в выражение (7,8), от природы сталкивающихся частиц очень слабая.

В работах Хастеда с сотрудниками [293], изучавшего процессы захвата электрона медленными однозарядными ионами, показано, что

T, кэв	Бериллий Be			Алюминий Al		
	F <sub>-∞</sub>	F <sub>0∞</sub>	F <sub>1∞</sub>	F <sub>-∞</sub>	F <sub>0∞</sub>	F <sub>1∞</sub>
4	—	—	—	0,062	0,856	0,082
7	0,035	0,828	0,137	0,048	0,840	0,112
10	0,031	0,793	0,176	0,040	0,818	0,142
20	0,019	0,671	0,310	0,024	0,725	0,251
25	0,014	0,611	0,375	0,017	0,643	0,340
—	—	—	—	—	—	—
50	0,003	0,341	0,656	0,0037	0,356	0,640
75	0,015	0,195	0,790	0,0015	0,20	0,80
100	—	0,134	0,866	0,036	0,120	0,879
125	—	0,08	0,92	—	0,08	0,92
150	—	0,048	0,95	0,034	0,045	0,955
175	—	0,03	0,97	—	0,03	0,97
200	—	0,01	0,99	—	0,02	0,98

## Равновесное распределение зарядов

Энергия, кэв	Водород H			Гелий He			Aзот N
	F <sub>0∞</sub>	F <sub>1∞</sub>	F <sub>2∞</sub>	F <sub>0∞</sub>	F <sub>1∞</sub>	F <sub>2∞</sub>	F <sub>0∞</sub>
200	0,43	0,556	0,014	0,495	0,485	0,02	0,335
300	0,24	0,696	0,064	0,307	0,637	0,056	0,23
400	0,128	0,712	0,16	0,204	0,666	0,13	0,13
500	0,07	0,67	0,26	0,125	0,67	0,205	0,086
600	0,045	0,57	0,385	0,08	0,63	0,29	0,05
700	(0,02)	0,43	0,55	0,06	0,58	0,36	0,03
800	(0,010)	0,35	0,64	0,045	0,525	0,43	0,02
900	(0,006)	0,264	0,73	(0,03)	0,47	0,5	0,012
1000	(0,004)	(0,22)	0,776	(0,02)	0,42	0,56	0,008
1100	(0,0025)	(0,17)	0,828	(0,013)	0,37	0,617	(0,006)
1200	(0,0015)	(0,125)	0,874	(0,01)	0,31	0,68	(0,0037)
1300	(0,0012)	(0,105)	0,894	(0,007)	0,26	0,733	(0,003)
1400	(0,001)	(0,09)	0,909	(0,005)	0,215	0,78	(0,002)
1500	—	(0,07)	0,93	(0,0035)	0,187	0,81	—

сечения  $\sigma_{10}(\nu)$  имеют максимум, положение которого определяется формулой (7,8), если принять  $a \approx 8 \text{ \AA}$ . Величина  $a$  также слабо зависит от природы сталкивающихся частиц.

Сечения захвата нескольких электронов многозарядными ионами с  $v < 10^8 \text{ см/сек}$  изучались также в работах [108, 122]. Была отмечена зависимость сечений от абсолютной величины и знака дефекта резонанса  $\Delta E$ . При одной и той же скорости частиц и абсолютной величине  $\Delta E$  сечение эндотермических процессов ( $\Delta E < 0$ ) значительно больше, чем сечение экзотермических процессов ( $\Delta E > 0$ ) [122].

В работах Николаева, Дмитриева, Фатеевой и Тепловой [80, 83] исследованы сечения захвата одного и двух электронов быстрыми многозарядными ионами ( $z = 2 + 18$ ,  $v = 2,6 + 12 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ ) в гелии, азоте, аргоне и криптоне. Установлены следующие закономерности:

- 1) характер зависимости сечений  $\sigma_{i, i-1}$  от скорости в общем сов-

водорода после твердых мишеней

Кальций Ca			Серебро Ag			Золото Au		
$F_{\bar{T}\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{\bar{T}\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{\bar{T}\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$
—	—	—	—	—	—	0,042	0,856	0,102
0,024	0,801	0,175	0,029	0,771	0,200	0,038	0,830	0,132
0,013	0,683	0,304	0,023	0,730	0,247	0,035	0,800	0,165
0,005	0,462	0,533	0,117	0,682	0,301	0,028	0,705	0,267
0,003	0,41	0,59	0,014	0,67	0,350	0,023	0,637	0,340
0,001	0,262	0,737	0,004	0,398	0,598	0,004	0,401	0,595
—	0,17	0,83	0,001	0,27	0,730	0,002	0,27	0,73
—	0,117	0,883	0,037	0,184	0,815	0,019	0,195	0,804
—	0,08	0,92	—	0,13	0,87	—	0,16	0,840
—	0,05	0,950	0,032	0,088	0,912	0,015	0,134	0,876
—	0,03	0,97	—	0,07	0,93	—	0,10	0,90
—	0,01	0,99	—	0,05	0,95	—	0,08	0,92
—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 53

ионов гелия в различных средах [87]

Азот N		Аргон Ar			Криптон Kr		
$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$
0,628	0,037	0,36	0,615	0,025	0,5	0,49	0,01
0,66	0,11	0,19	0,72	0,09	0,258	0,697	0,045
0,685	0,185	0,102	0,7	0,198	0,170	0,725	0,105
0,63	0,284	0,056	0,604	0,34	0,09	0,68	0,23
0,55	0,4	0,03	0,48	0,49	0,05	0,55	0,4
0,47	0,5	0,017	0,383	0,6	0,025	0,46	0,515
0,41	0,57	0,009	0,281	0,71	0,015	0,35	0,635
0,35	0,64	0,006	0,224	0,77	0,01	0,256	0,724
0,3	0,700	0,003	0,178	0,819	(0,006)	0,214	0,78
0,224	0,77	(0,0023)	0,146	0,852	(0,0045)	0,18	0,815
0,19	0,806	(0,002)	0,119	0,879	(0,003)	0,162	0,835
0,165	0,832	(0,0015)	0,099	0,9	(0,002)	0,15	0,848
0,145	0,853	(0,0012)	0,094	0,915	(0,0016)	0,135	0,863
0,123	0,877	(0,001)	0,073	0,926	(0,0014)	0,122	0,877

падает с зависимостью  $\sigma_{10}$  для протонов (см. работу [184] и табл. 50); различия заключаются в абсолютной величине сечений и скорости уменьшения сечения;

2) при увеличении скорости иона сечение захвата двух или более электронов уменьшается быстрее, чем сечение захвата одного электрона

$$\frac{\sigma_{i, i-2}(v)}{\sigma_{i, i-1}(v)} < 1;$$

3) величины  $\sigma_{i, i-1}$  и  $\sigma_{i, i-2}$  для данной среды изменяются с изменением  $z$  (заряд ядра падающей частицы) немонотонно; вероятность захвата электронов зависит только от заряда образующегося иона и слабо зависит от количества захватываемых электронов;

4) качественно подтверждается критерий Бора (захват электрона наиболее вероятен, если орбитальная скорость захваченного электрона

приблизительно равна скорости иона) и теоретические расчеты сечения  $\sigma_{20}$  для захвата двух электронов ионами гелия [37];

5) в отличие от процессов захвата электронов ионами с  $v \leq 10^8$  см/сек, в которых обнаружена корреляция между величиной сечения захвата и дефектом резонанса [120, 122], при скоростях  $v > 3 \cdot 10^8$  см/сек соответствующей корреляции не обнаружено.

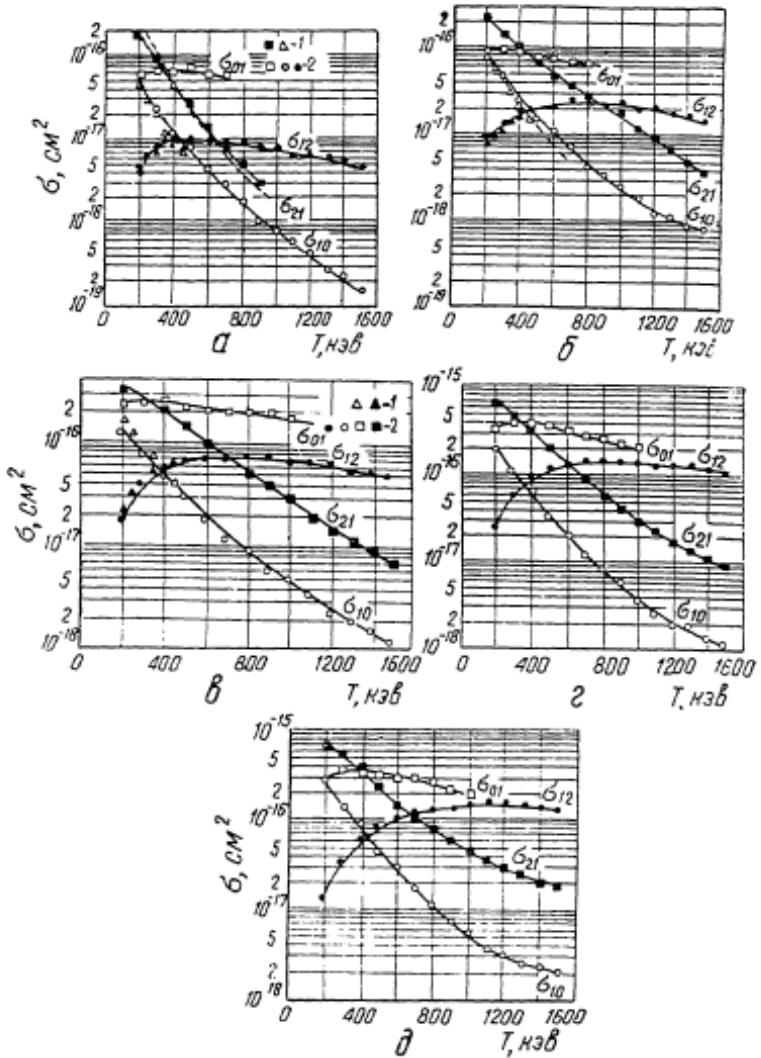


Рис. 64. Сечения потери и захвата электрона ионами гелия:  
— в водороде: 1—экспериментальные значения  $\sigma_{20}$  и  $\sigma_{12}$  из [133]; 2—из работы [87]; пунктирная кривая—теоретическая зависимость  $\sigma_{20}$ , по работе [37];  $\delta$ —в гелии, условные обозначения те же;  $\delta$ —в азоте: 1—данные из работы [123] для  $\sigma_{20}$  и  $\sigma_{12}$  в воздухе; 2—данные из работы [87];  $\delta$ —в аргоне [87];  $\delta$ —в криптоне [87].

Экспериментальные зависимости от скорости полных сечений захвата электронов при прохождении протонов  $H^+$ ,  $\alpha$ -частиц  $He^{2+}$  и ядер лития  $Li^{3+}$  через водород характеризуются кривыми рис. 66. Из этого рисунка следует, что при больших скоростях сечения захвата находятся в отношении квадратов ядерных зарядов (9 : 4 : 1), ср. формулу (7.6). При уменьшении скорости частиц различия в сечениях выступают не так резко.

**Равновесное распределение зарядов тяжелых ионов в различных средах.** Изучению равновесного распределения зарядов и среднего заряда пучка ионов легких элементов ( $z \geq 3$ ) при прохождении ими различных веществ посвящены как теоретические [12, 44, 79, 146, 165, 182, 264, 402], так и экспериментальные работы [42, 57, 78, 81, 101, 119, 147, 287, 402, 431, 436, 512].

В соответствии с критерием Бора [146] ион в каждой точке своего пути удерживает те электроны, скорости которых равны или больше скорости иона  $v$ . При выполнении этого условия средний эффективный заряд иона  $\langle z_{\text{эфф}} \rangle_{\text{ср}} = i$  равен

$$i = z^{\frac{1}{2}} \frac{v}{u_0} \quad (7.12a)$$

$$(u_0 < v < z^{\frac{1}{2}} u_0).$$

В работах Книппа и Теллера [338] и Браннингса, Книппа и Теллера [165] критерий Бора был модифицирован на основе более точных вычислений орбитальных скоростей электронов (опять-таки в рамках модели Томаса—Ферми) и использования имевшихся к 1940 г. экспериментальных данных о зарядовом распределении  $\alpha$ -частиц и тяжелых ионов в воздухе и водороде.

Согласно работе [165], ион удерживает электроны со скоростями  $u > \gamma v$ , причем величина  $\gamma$  определяется с помощью экспериментальных данных. Если рассматривать наименее связанные электроны в ионе, то величина  $\gamma = \gamma_1$  растет от 1,3 для  $z$ , равного 6, до 1,8 для  $z$ , равного 55. Наоборот, если считать, что главную роль в процессах перезарядки играют наиболее удаленные электроны, то величину  $\gamma = \gamma_2$  при увеличении  $z$  от 6 до 55 следует уменьшить от 0,6 до 0,35.

Следует ожидать (и это подтверждается опытом, см. ниже), что характеристическая скорость электронов в ионе, определяющая средний эффективный заряд иона, имеет значение, промежуточное между  $\gamma_1 v$  и  $\gamma_2 v$ .

Дмитриев [44] вычислил средний заряд и зарядовое распределение некоторых ионов в воздухе, исходя из того, что вероятность потери электрона есть функция отношения скорости иона к скорости орбитального электрона. Эффективное взаимодействие быстрых ионов с веществом определялось суммированием по отдельным электронам атомов. В работе Глюкштерна [264] эффективный заряд иона в веществе определялся на основе данных о сечениях захвата и потерь электронов ионами.

Согласно приведенным выше оценкам сечений захвата и потерь электронов (см. также [79, 182]), следует ожидать, что при достаточно больших скоростях средний эффективный заряд иона будет больше в легких веществах. Расчеты [182, 402] показывают также, что эффек-

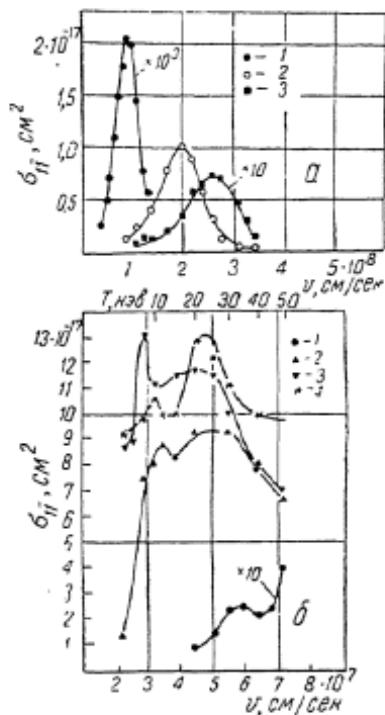


Рис. 65. Зависимость сечений:  
a—захвата двух электронов ионами лия в водороде (1), протонами в водороде (2) и гелием в гелии (3);  
b—двухэлектронной перезарядки ионов неона (1), аргона (2), криптона (3) и ксенона (4), по Фогелю [120].

тивный заряд иона в конденсированной среде (твердое или жидкое вещество) должен быть больше, чем в соответствующих парах или газах. Следовательно, атомная задерживающая сила вещества в конденсированном состоянии должна быть выше.

Таблица 54

Равновесный зарядовый состав пучка гелия,  
прошедшего через твердые мишени [132]

$T, \text{ к}^{\circ}\text{К}$	Рассеяние и прохождение через бериллиевую, алюми- ниевую и серебряную фольги			$F_{1\infty}$ по выходе из	
	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	слюды	золота
130	0,58	0,40	0,017	—	—
200	0,39	0,57	0,04	—	—
300	0,24	0,65	0,11	—	—
400	0,15	0,65	0,20	—	—
406	—	—	—	0,68	—
500	0,09	0,59	0,32	—	—
590	—	—	—	0,60	—
600	0,06	0,52	0,42	—	—
640	—	—	—	0,50	—
700	0,02	0,43	0,55	—	—
787	—	—	—	0,35	—
800	—	0,36	0,64	—	—
900	—	0,24	0,71	—	—
1000	—	0,24	0,76	—	—
1100	—	0,20	0,80	—	—
1260	—	—	—	0,16	—
1355	—	—	—	0,14	0,14
1521	—	—	—	—	0,12
1696	—	—	—	0,12	—
1935	—	—	—	0,061	0,065
2323	—	—	—	—	0,045
2408	—	—	—	0,038	0,038
2719	—	—	—	0,032	0,036
3406	—	—	—	—	0,024
4262	—	—	—	—	0,015
4440	—	—	—	0,015	—
4915	—	—	—	0,012	—
6028	—	—	—	0,0079	0,0088

Систематические измерения равновесных распределений зарядов ионов легких элементов ( $z = 2 - 18$ ) в различных газах и целлULOидной пленке производились Николаевым, Дмитриевым, Тепловой и Фатеевой [42, 78, 101]. Некоторые результаты их измерений приведены на рис. 67, 68 и в табл. 55, 56, 57. Зарядовые распределения ионов с  $3 \leq z \leq 10$  во всех исследованных тормозящих веществах близки к гауссовому:

$$F_i = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(i - \bar{i})^2}{2\sigma^2} \right],$$

где

$\bar{i}$  — средний равновесный заряд, определяемый формулой (7,10);

$\sigma = [\sum F_i (i - \bar{i})^2]^{1/2}$  — ширина распределения.

Величина  $\sigma$  с ростом  $z$  увеличивается и равна  $\sim 0,55; 0,6; 0,7; 0,8$  и  $0,9$  соответственно для ионов гелия, лития, бора, азота и неона в газах. Значения  $\sigma$  в различных газах при данной скорости иона отличаются друг от друга не более чем на  $10\%$ . Величина  $\sigma$  в целлулоиде при  $v \leq 5 \cdot 10^8$  см/сек на  $10 - 20\%$  больше, чем в газах, а при  $v > 5 \cdot 10^8$  см/сек начинает уменьшаться.

Как видно из рис. 67 и табл. 55, 56, 57, при данной скорости величина  $i$  монотонно зависит от  $z$ . В области значений  $i/z = 0,2 - 0,6$  степень ионизации  $i/z$  в газах является функцией параметра  $v z^{-\alpha}$ , где  $\alpha = 0,45$ , что качественно согласуется с теорией [165]. Однако степень ионизации  $i/z$  при данной скорости иона неодинакова в газах и твердом веществе (целлулоид), а также заметно варьирует в зависимости от сорта газа (рис. 68). Последнее обстоятельство не может быть объяснено в рамках существующих теорий [182, 264].

Для ионов с  $z > 10$ , имеющих одну и ту же скорость, по-прежнему наблюдается рост среднего заряда  $i$  и монотонное убывание  $i/z$  с ростом заряда ядра  $z$ . Особенно большие различия между величинами  $i$  наблюдаются для газов и целлулоида. Нарушение при этом плавной зависимости  $i$  и  $F_i$  от  $z$ , по мнению авторов работы [78], связано с влиянием периодической структуры электронных оболочек.

В области меньших скоростей равновесное распределение зарядов тяжелых ( $z > 2$ ) ионов исследовалось также в работах [135, 443, 470, 363, 284, 504], а в области больших скоростей, соответствующих энергий на один нуклон от 1 до  $10$  Мэв/нуклон\*, — в работах [287, 403, 431, 435, 436]. Эффективные заряды осколков деления в разных средах определялись Лассеном [364]. В экспериментальных работах [364, 431, 436] показано, что зарядовое состояние тяжелых ионов зависит от типа абсорбера, а средний и среднеквадратичный заряды ионов в твердых телах больше, чем в газах при одной и той же скорости частиц.

Эффективный средний и среднеквадратичный заряды тяжелых ионов могут быть определены двумя способами:

1) измерением сечений перезарядных столкновений  $\sigma_{if}$  или равновесных зарядовых распределений  $F_i$ ; эффективные заряды в этом случае вычисляются с помощью соотношений (7, 10) и (7, 11);

2) по экспериментальным значениям потерь энергии  $\frac{dE}{dx}$  или кривым „пробег — энергия“ для ионов в исследуемом веществе. Средне-

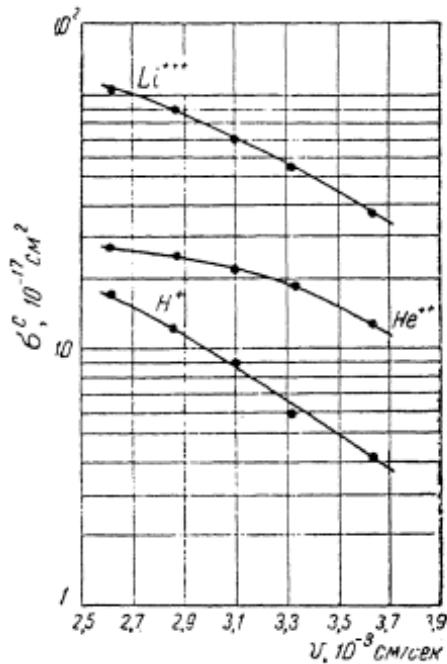


Рис. 66. Полные сечения захвата электронов протонами,  $\alpha$ -частицами и ядрами лития [134].

\* Измерения Николаева и других [78, 101] относятся к области энергий  $\frac{T}{A} = 0,04 - 0,7$  Мэв/нуклон.

квадратичный эффективный заряд иона  $\bar{t}^2$  определяется из отношения удельных потерь энергии иона данной скорости и удельных потерь протона или  $\alpha$ -частицы той же скорости и в том же веществе (последние должны быть полностью "ободранными", т. е. лишенными электронов).

Таблица 55

Равновесное распределение зарядов ионов гелия [81]

Среда	$10^{-8} v$ , см/сек	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	$\bar{t}$	$\tau$
		%	%	%		
Гелий He	5,67	6,4	61,4	32,2	1,26	0,56
	7,92	0,3	27,7	72,0	1,72	0,45
	11,67	—	4,0	96,0	1,96	0,20
	16,86	—	0,6	99,4	1,99	0,11
Азот N <sub>2</sub>	5,67	2,6	51,2	46,2	1,44	0,55
	7,92	0,05	17,3	82,7	1,83	0,38
	11,67	—	3,8	96,2	1,96	0,19
	16,86	—	0,75	99,25	1,99	0,095
Аргон Ar	5,67	1,3	42,9	55,8	1,54	0,52
	7,92	0,04	10,1	89,9	1,90	0,30
	11,67	0,01	4,4	95,6	1,96	0,21
	16,86	—	1,15	98,85	1,99	1,11
Криптон Kr	3,89	14	78	8	0,93	0,46
	5,67	1,4	49,1	49,5	1,48	0,53
	7,92	0,06	16,2	83,7	1,84	0,37
	11,67	0,01	7,6	92,4	1,92	0,26
	16,86	—	1,6	98,4	1,98	0,13

Таблица 56

Равновесное распределение зарядов ионов лития [81]

Среда	$10^{-6} v$ , см/сек	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	$F_{3\infty}$	$\bar{t}$	$\tau$
		%	%	%	%		
Гелий He	4,01	5	78	17	0,2	1,12	0,46
	5,69	1,4	47,9	47,8	2,9	1,52	0,58
	8,03	0,2	11,6	59,6	28,6	2,17	0,62
	11,64	—	0,5	18,0	81,5	2,81	0,41
Азот N <sub>2</sub>	4,01	3	70	27	0,2	1,25	0,50
	5,69	0,5	32,1	61,3	6,1	1,73	0,57
	8,06	0,03	5,3	51,2	43,5	2,38	0,59
	11,64	—	0,5	19,0	80,5	2,80	0,42
Аргон Ar	4,01	2	70	28	0,4	1,27	0,49
	5,69	0,3	25,5	66,0	8,2	1,82	0,56
	8,06	0,03	3,1	44,5	52,4	2,50	0,56
	11,64	—	0,6	22,1	77,3	2,77	0,44
Криптон Kr	4,01	3	81	16	0,1	1,14	0,42
	5,69	0,5	36,8	58,9	3,8	1,66	0,56
	8,03	0,1	7,2	58,0	34,7	2,28	0,57
	11,64	—	1,6	32,6	65,8	2,64	0,52

Второй способ был использован для определения эффективных зарядов тяжелых ионов в работах [287, 431, 436, 403].

В принципе следует ожидать, что величины эффективных зарядов, определенные двумя различными методами, должны отличаться друг

Таблица 57

Равновесное распределение зарядов ионов бора [81]

Среда	$10^{-8} v,$ см/сек	$F_{0\infty}$	$F_{1\infty}$	$F_{2\infty}$	$F_{3\infty}$	$F_{4\infty}$	$F_{5\infty}$	$\bar{t}$	$\sigma$
		% %							
Гелий He	2,75	12,6	62,9	23,7	0,8	—	—	1,13	0,61
	3,79	7,6	52,7	36,4	3,3	0,01	—	1,35	0,67
	7,00	0,1	5,3	38,1	52,2	4,3	0,08	2,55	0,67
	7,87	0,03	1,9	23,7	62,0	12,2	0,2	2,85	0,65
Азот N <sub>2</sub>	2,75	10,2	59,8	28,8	1,2	—	—	1,23	0,60
	3,78	4,2	41,9	47,5	6,3	0,05	—	1,56	0,68
	7,87	—	0,6	15,5	65,0	18,4	0,5	3,03	0,62
Аргон Ar	2,75	10,8	59,4	28,6	1,2	—	—	1,20	0,60
	3,78	3,6	42,2	44,9	6,2	0,06	—	1,57	0,67
	7,00	—	1,0	22,9	66,2	9,7	0,2	2,85	0,60
	7,87	—	0,3	11,0	67,5	20,7	0,5	3,10	0,59
Криптон Kr	2,75	16,2	63,1	20,3	0,4	—	—	1,05	0,58
	3,79	5,2	48,1	48,1	3,6	0,02	—	1,45	0,65
	7,00	—	1,3	24,5	66,7	7,4	0,1	2,80	0,58
	7,87	—	0,5	13,2	70,0	16,0	0,3	3,02	0,57
Целлюлоидная пленка	2,72	8,1	48,6	36,6	6,6	0,07	—	1,42	0,74
	3,05	6,3	43,6	40,7	9,3	0,1	—	1,53	0,76
	3,77	2,5	28,1	48,7	20,1	0,6	—	1,88	0,77
	6,98	—	1,0	18,1	58,4	21,3	1,2	3,08	0,70
	7,63	—	0,4	10,8	53,3	32,5	3,0	3,27	0,70

от друга. Действительно, при измерении удельных потерь энергии тяжелыми ионами учитываются как потери на электронные столкновения ( $\sim \bar{t}^2$ ), так и другие виды потерь энергии при ядерных и неупругих атомных столкновениях. В силу этого по данным об удельных потерях энергии могут быть получены завышенные значения  $\bar{t}^2$ . Фактически другие виды потерь энергии имеют существенное значение для очень тяжелых ионов (осколки деления) и для сравнительно медленных ионов. Специальное исследование [403] показало, что оба метода дают хорошо совпадающие величины  $\bar{t}^2$ , если скорость частиц достаточно велика.

В качестве примера измерений эффективного заряда быстрых и тяжелых ионов с помощью кривых "пробег—энергия" на рис. 69 и 70 приведены результаты работ [403, 431, 436]. Абсциссой на этих кривых служит отношение скорости иона к характеристической скорости электрона по модели Томаса—Ферми  $\left(\frac{c}{137}\right) z^{2/3}$ . Как видно из рис. 69 *a* эффективный заряд ионов, связывающих еще достаточно много электронов  $\left(\frac{\bar{t}}{z} < 0,8-0,9\right)$ , является монотонной функцией параметра

$137 \beta z^{-\frac{1}{2}}$ ; при больших значениях  $\frac{i}{z}$  или, точнее, при скоростях частиц, близких к скорости их  $K$ -электронов, в качестве параметра лучше выбрать  $137 \beta z^{-1}$ , т. е. отношение скорости иона  $v$  к скорости его  $K$ -электрона  $\frac{cz}{137}$ .

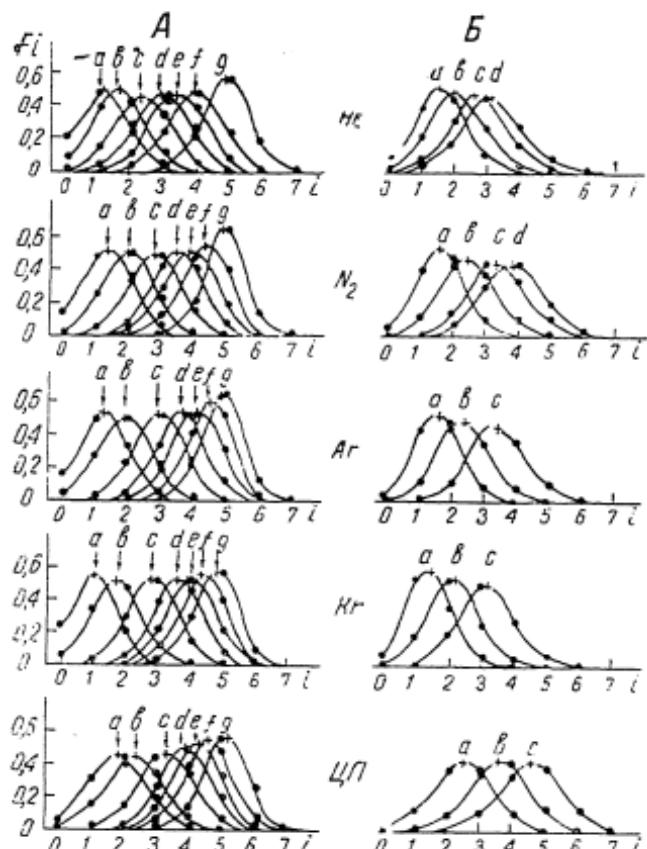


Рис. 67. Равновесное распределение зарядов ионов азота (A) и неона (Б) в газах и целлюлоидной пленке (ЦП) [81]. Величины скоростей (в единицах  $10^6$  см/сек) для ионов азота: 2,60 (a), 4,11 (b); 5,69 (c), 7,02 (d), 7,91 (e), 9,15 (f), 11,64 (g). Для ионов неона 2,65 (a); 4,04 (b), 5,52 (c), 6,33 (d). Для каждого распределения значок "+" дает по абсциссе значение  $i$ , а по ординате — величину  $(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}$ .

Таким образом, при не очень больших степенях ионизации атомов экспериментальные данные об эффективном их заряде в широкой области скоростей могут быть систематизированы с помощью параметра  $137 \beta z^{-\alpha}$ , где  $|\alpha| \ll 1$ .

На рис. 69 б изображена зависимость  $\left(\frac{i}{z}\right)^2$  от  $\beta z^{-\frac{1}{2}}$  для ионов фтора в различных газообразных и твердых веществах. Экспериментальные точки группируются около двух кривых, одна из которых соответствует твердым абсорберам (алюминий, никель), другая — газообразным (кислород, аргон). При данной скорости эффективный за-

ряд тяжелых ионов в металлах больше, чем в газах. Этот же вывод следует из экспериментальных данных Николаева и других (см. выше), а также из работы Лассена [364], показавшего, что осколки деления в газах имеют меньший эффективный заряд, чем в конденсированной среде.

Согласно Бору и Линдхарду [182], указанный эффект можно объяснить тем, что соотношение сечения захвата и потерь электрона зависит от остаточного возбуждения ионов. Оно благоприятствует потере электронов и препятствует захвату их в конденсированных средах, где время разрядки возбужденных состояний велико.

Точечно-пунктирная кривая на рис. 69 б соответствует зависимости (7,12).

В работе Фулмера и Коэна [258, 259] методом магнитного анализа изучались равновесные заряды осколков деления в водороде и гелии. Как и в отмеченных работах Лассена, была обнаружена почти линейная зависимость  $\bar{i}$  от скорости осколков в области  $v = 2u_0 \div 6 u_0$ , что соответствует изменению  $i$  от  $\sim 5$  до 17 (рис. 70). Фулмер и Коэн подтвердили также вывод Лассена о том, что эффективный заряд осколков зависит от давления газа, в котором они движутся.

**Торможение (потери энергии) тяжелых ионов в веществе.** Торможение быстрых протонов и  $\alpha$ -частиц практически на всем пробеге обусловлено неупругими соударениями с электронами тормозящего вещества; роль упругих и неупругих ядерных столкновений пренебрежимо мала (см. § 2–5). При торможении быстрых тяжелых ионов можно пренебречь также потерями энергии за счет неупругих ядерных столкновений (§ 3). Однако следует считаться с тем, что на значительном участке пробега тяжелых ионов играют роль потери энергии за счет упругих ядерных и неупругих атомных столкновений (как мы уже отмечали выше, сами по себе процессы перезарядных столкновений являются источником потерь энергии падающими частицами).

Потери энергии при электронных столкновениях определяются среднеквадратичным эффективным зарядом иона

$$\langle z^2 \rangle_{\text{ср}} = \bar{i}^2.$$

При этом тормозная способность вещества для ионов из-за неупругих соударений с электронами может быть вычислена подстановкой  $\bar{i}^2$  вместо  $z^2$  в формулу Бете (4,20), если

$$\bar{i}^2 \left( \frac{2\pi e^2}{hv} \right) \ll 1$$

или в формулу Бора (4,8), если

$$\bar{i}^2 \left( \frac{2\pi e^2}{hv} \right) \gg 1.$$

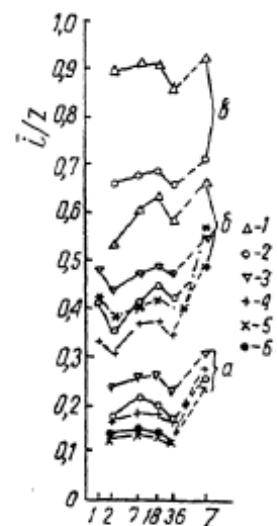


Рис. 68. Степень ионизации  $i/z$  для ионов в различных средах [81]:

a— $\sigma = 3 \cdot 10^{-8}$  см/сек;  
b— $\sigma = 6 \cdot 10^{-8}$  см/сек;  
1— $\sigma = 11 \cdot 10^{-8}$  см/сек;  
2—ионы лития, 3—ионы азота, 4—ионы бора, 5—ионы неона, 6—ионы аргона, 7—ионы фосфора.

Последнее условие выполняется, например, для осколков деления на большей части их пробега.

Потери энергии при упругих ядерных столкновениях определяются формулой (2,54)\*. Соответствующие расчетные данные для ионов углерода и кислорода приведены, например, в табл. 5 и 6.

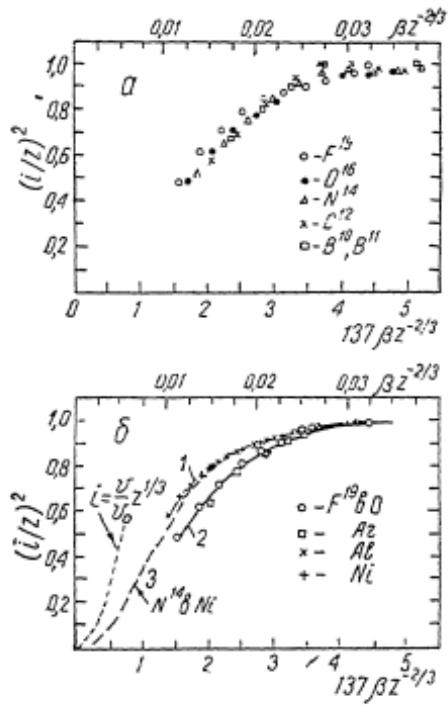


Рис. 69. Экспериментальная зависимость  $(i/z)^2$  для различных тяжелых ионов:

*a*—в кислороде [436]; *b*—в алюминии и никеле (кривая 1), кислороде и аргоне (кривая 2), по работе [436]; штриховая линия 3 дает зависимость для ионов азота в никеле.

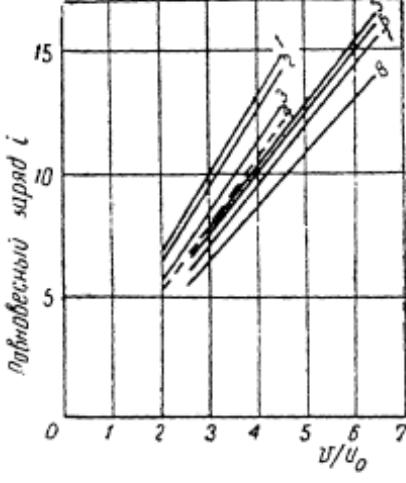


Рис. 70. Равновесный заряд легких и тяжелых осколков деления в различных газах в функции скорости осколков [258].

Для тяжелых осколков: 1—в аргоне, 2—в воздухе, 3—в водороде, 4—в гелии. Для легких осколков: 5—в аргоне, 6—в воздухе, 7—в водороде, 8—в гелии.

Если не считаться с величиной логарифмических членов в формулах для потерь энергии при электронных (§ 4) и ядерных (§ 2) соударениях, отношение потерь энергии тяжелыми ионами при ядерных столкновениях к потерям энергии при электронных соударениях при заданной скорости иона будет равно

$$\left( \frac{Zm}{\mu} \right) \left( \frac{z}{T} \right)^2,$$

где  $m$  — масса электрона;

$\mu$  — приведенная масса сталкивающихся атомов.

Это отношение растет с уменьшением скорости частиц.

Потери энергии при неупругих атомных столкновениях, связанных с чистой ионизацией или перезарядкой, точно вычислить не представляется возможным. Некоторые оценки однако получены [29, 79, 115].

\* Книпп и Теллер [338] приводят формулу для потерь энергии при ядерных соударениях, которая отличается от формулы (2,54) величиной логарифмического члена. В большинстве случаев уточнения Книппа и Теллера несущественны.

В настоящее время имеется значительное количество экспериментальных данных о потерях энергии для быстрых тяжелых частиц в

Таблица 58

**Атомная тормозная способность газов для ионов лития, азота, неона  
(в единицах  $10^{-15}$  эв.см $^2$ /атом)**

T, кэв	Ионы лития [135]			Ионы азота [498]			Ионы неона [498]					
	водо- род H <sub>2</sub>	гелий He	воз- дух	аргон Ar	водо- род H <sub>2</sub>	гелий He	воз- дух	аргон Ar	водо- род H <sub>2</sub>	гелий He	воз- дух	аргон Ar
100	4,24	4,56	15,5	23,4	—	—	—	—	—	—	—	—
150	6,36	5,66	20,2	10,1	12,7	16,7	—	—	—	10,5	—	—
175	—	—	—	—	13,3	17,7	—	—	6,9	11,8	—	—
200	7,69	8,25	23,1	41,2	13,8	18,7	52,6	90	7,3	12,8	41	63
250	10,1	9,92	29,2	53,8	15,2	20,5	59,0	102	7,9	14,3	46	70
300	11,0	11,2	32,0	57,6	17,0	22,2	64,5	114	8,8	16,0	50,5	77
350	11,4	13,1	34,1	66,2	17,7	23,7	70,0	125	9,6	17,5	54,5	83
400	12,4	13,4	37,7	70,4	18,5	25,0	74,5	135	10,3	18,0	58	86
450	13,4	15,0	43,5	73,7	—	—	—	—	—	—	—	—

различных веществах. К сожалению, эти данные охватывают только небольшие интервалы энергий и не позволяют составить цельной картины.

Тормозная способность различных газов для медленных ионов лития, азота и неона с энергией до 450 кэв изучалась в работах [135, 224, 498, 289]. Даные измерений сведены в табл. 58.

Тормозная способность твердых веществ для ионов углерода и кислорода с энергией 0,36—3,6 Мэв и для ионов азота с энергией 0,46—1,8 Мэв измерялась Поратом и Рамаватарой [416, 422]. Результаты, полученные ими, приведены в табл. 5 и на рис. 71.

Лилли [363] определил тормозную способность воздуха для ионов В<sup>11</sup> и С<sup>13</sup> с энергией от 0,5 до 6 Мэв. Рейнольдс и другие [435] нашли, что для ионов азота с энергией 8—29 Мэв потери энергии в никеле почти постоянны и равны 3,7 Мэв·см<sup>2</sup>/мг.

Зависимость  $\frac{dE}{dx}$  от энергии для быстрых ( $\frac{T}{A} \approx 2 \div 10$  Мэв/а.е.м.) и тяжелых ионов в никеле, кислороде и ядерной эмульсии была получена дифференцированием кривых „пробег—энергия“

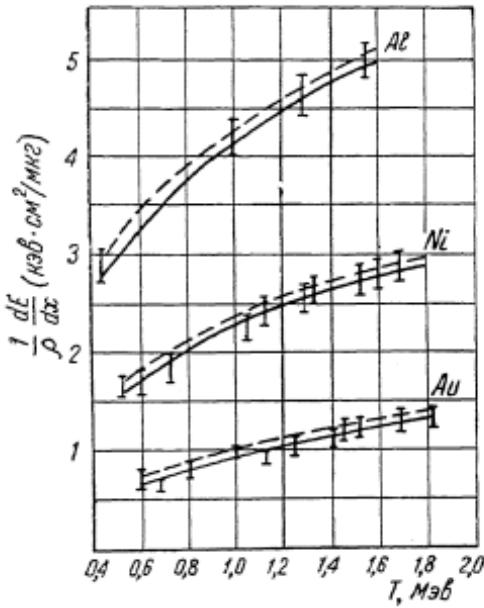


Рис. 71. Тормозная способность металлов для ионов азота [422]. Сплошная кривая — торможение из-за неупругих соударений с электронами, пунктирующая — торможение с учетом ядерных соударений.

(см. рис. 81—82) в работе [431]. Эти зависимости изображаются кривыми рис. 72 и 73. Аналогичным способом Нортклифф и сотрудники [403, 465] получили данные о зависимости тормозной способности алюминия, майлара и полиэтилена для ионов бора, углерода, азота, кислорода, фтора и неона с энергией от 1 до 10 МэВ/нуклон. Для одной и той же величины потери энергии отношение толщин абсорбера ( $\text{мг}/\text{см}^2$ ) равно 0,783 ( $\frac{\text{майлар}}{\text{алюминий}}$ ) и 0,692 ( $\frac{\text{полиэтилен}}{\text{алюминий}}$ ).

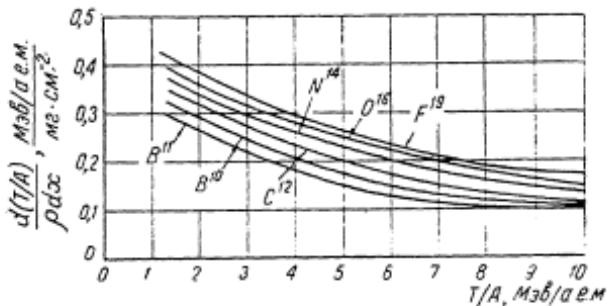


Рис. 72. Тормозная способность кислорода для тяжелых ионов [431].

Теплова с сотрудниками [101] изучала торможение тяжелых ионов в воздухе, аргоне и водороде в диапазоне скоростей от  $1,5 \cdot 10^8$  до  $12 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ . Результаты измерений характеризуются кривыми рис. 74. Как следует из рис. 74, при  $v < 5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$  удельная потеря энергии (и пропорциональная ей ионизация) изменяется для ионов с  $z = 4 \rightarrow 10$  почти линейно с возрастанием скорости.

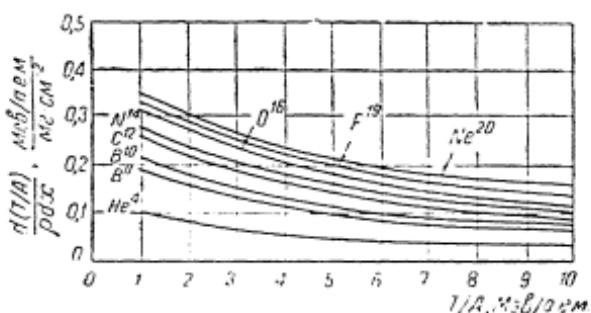


Рис. 73. Тормозная способность никеля для тяжелых ионов [431].

На рис. 75 представлены экспериментальные кривые зависимости удельной ионизации от пробега (кривые Брэгга) для тяжелых и легких осколков деления в водороде идейтерии (для других газов характер кривых остается таким же). Обращает на себя внимание существенное различие кривых Брэгга для частиц малого заряда и осколков. В противоположность  $\alpha$ -частицам и протонам, у которых удельная ионизация непрерывно растет с пробегом, удельная ионизация вдоль пути осколка непрерывно уменьшается. Вместе с тем вид конечных участков кривых Брэгга одинаков в обоих случаях.

С уменьшением заряда ионов кривые Брэгга постепенно трансформируются, что хорошо видно при сравнении рис. 75 и 84.

# Пробеги тяжелых быстрых ионов в веществе. Зависимость между пробегом и энергией тяжелых ионов в веществе эксперимен-

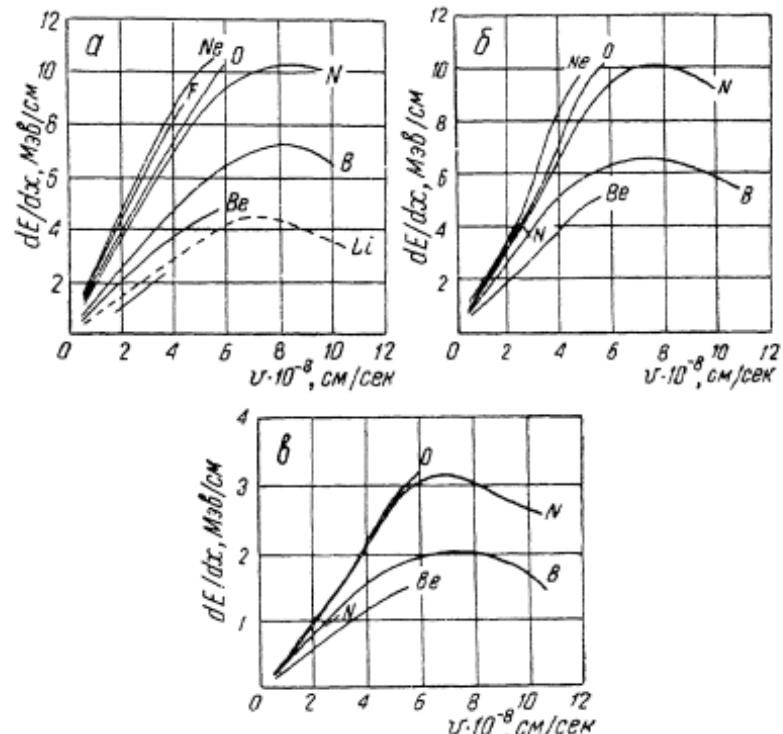


Рис. 74. Удельные потери энергии многозарядными ионами в воздухе (α), аргоне (β), водороде (γ) по измерениям [101]

тально изучалась в работах [73, 87, 90, 101, 154, 164, 218, 224, 287, 403, 431, 379, 435, 440].

Полуэмпирические соотношения „пробег—энергия“ для тяжелых ионов в эмульсии предложены Ливси [362], Папино [417], Лоншаном [361], Баркасом и другими [287]. При этом, как правило, использовался метод, предложенный Книппом и Теллером [165, 338] и основанный на модели атома Томаса—Ферми. В работе Максимова [76] универсальная зависимость „пробег—энергия“ для многозарядных ионов была получена на основе экспериментальных данных в предположении, что удельные потери энергии и пробег ионов зависят только от  $T/A$  падающей частицы и среднего потенциала ионизации среды.

На рис. 76 представлены полуэмпирические кривые „пробег—энергия“ для тяжелых ионов в ядерной фотоэмulsionии ( $\rho = 3,181 \text{ г/см}^3$ ). Там же точками отмечены некоторые экспериментальные величины пробегов; см. также работы [73, 90, 218, 396, 440, 164].

Пробеги в эмульсии других тяжелых ионов с зарядом  $z$  и массой  $M$  могут быть определены с помощью соотношения

$$R = \left( \frac{M}{z^2} \right) \lambda(\beta) + M z^{2/3} C_z \left( \frac{\beta}{z} \right). \quad (7.13)$$

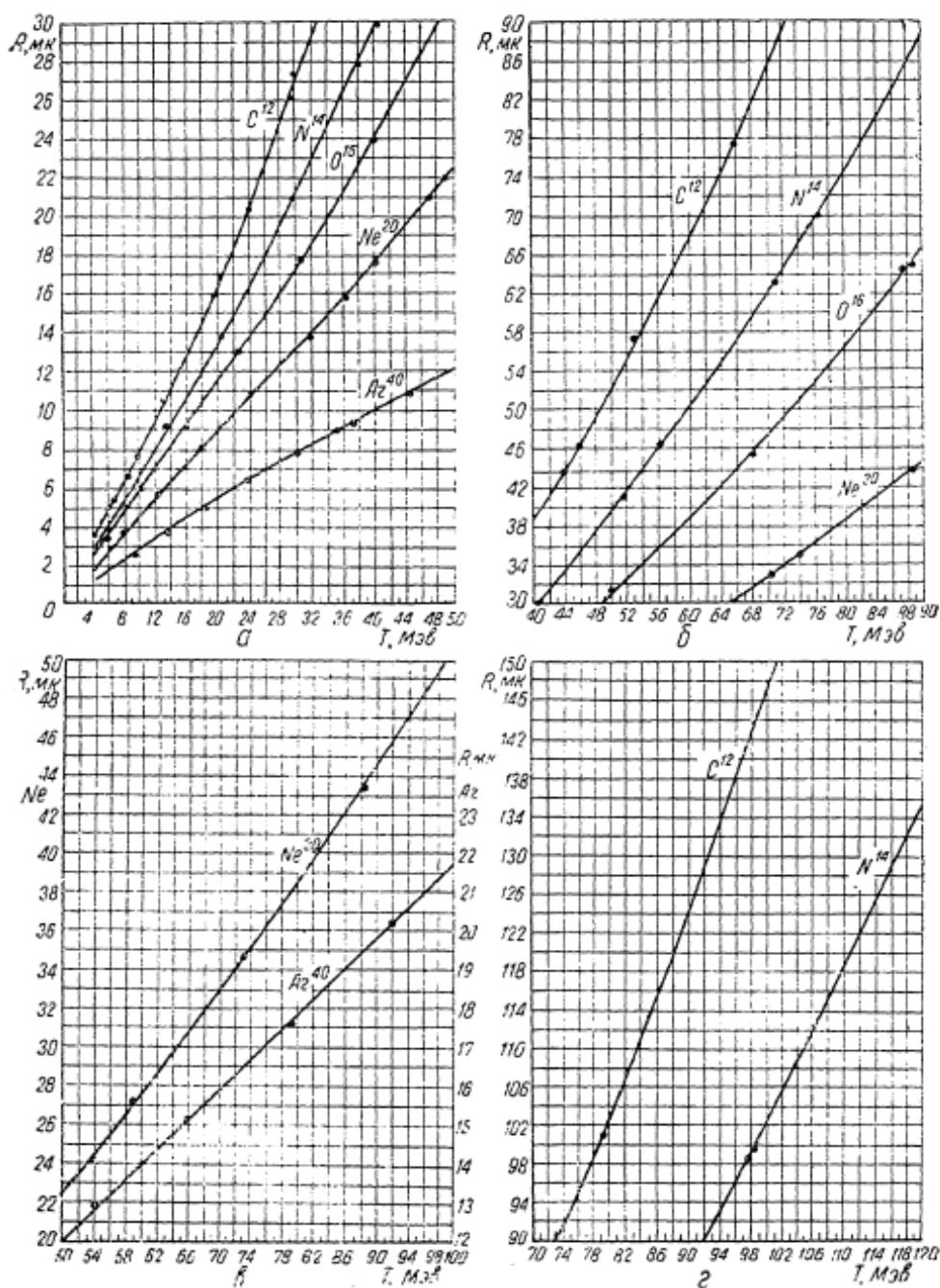


Рис. 76. Зависимость между пробегом в фотоэмulsionи и энергией тяжелых ионов [287]:

$a - T = 0 \div 50 \text{ MeV}; b - T = 40 \div 90 \text{ MeV}; c - T = 50 \div 100 \text{ MeV}; d - T = 70 \div 120 \text{ MeV}.$

При этом величины  $\lambda(\beta)$  следует брать из табл. 46. Численные значения  $C_z$  — эмпирической функции, учитывающей остаточный пробег, где главную роль играет захват электронов, даны на графике рис. 77.

На рис. 78 изображены экспериментальные кривые пробегов тяжелых ионов в воздухе, аргоне и водороде в функции

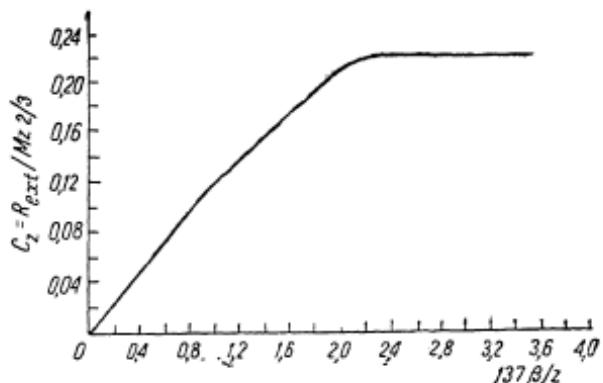


Рис. 77. Зависимость функции  $C_z$  от скорости иона [287].

скорости частиц. Сплошные кривые получены интегрированием кривых удельных потерь энергии (рис. 78), а точки обозначают результаты непосредственных измерений [101].

Экспериментальные кривые "пробег—энергия" для тяжелых ионов в алюминии, майларе и полистироле, полученные в работах Нортклиффа и сотрудников [403, 465], приведены на рис. 79 и 80.

Экспериментальные кривые пробега тяжелых ионов в кислороде и никеле представлены на рис. 81 и 82 [431]. Данные, приведенные на рис. 79—82 (см. ниже), нормированы к начальной энергии быстрых ионов  $\frac{T}{A} = 10 \text{ Мэв/нуклон}$ . Экспериментальные данные для ионов гелия, полученные в работах [403, 465], удовлетворительно согласуются с обобщенными данными независимых измерений (табл. 42).

В табл. 59 содержатся некоторые разрозненные экспериментальные данные о пробегах тяжелых ионов в различных веществах [86, 435, 440, 514].

Результаты измерений среднего пробега ионов  $Li^8$  в водороде, дейтерии и гелии приведены в табл. 60. Различие пробегов в водороде и дейтерии обусловлено неодинаковой ролью ядерных соударений при торможении ионов (§ 2).

На рис. 83 в логарифмическом масштабе показана зависимость между энергией и пробегом легких ( $A_{cp} = 94,7$ ) и тяжелых ( $A_{cp} = 138,8$ ) осколков деления в различных средах.

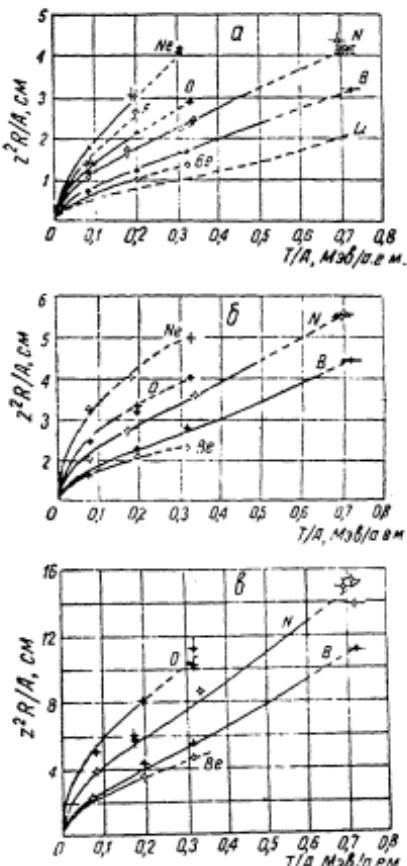


Рис. 78. Зависимость пробега тяжелых ионов в воздухе (a), аргоне (b) и водороде (c) от энергии.

= 94,7) и тяжелых ( $A_{cp} = 138,8$ ) осколков деления в различных средах.

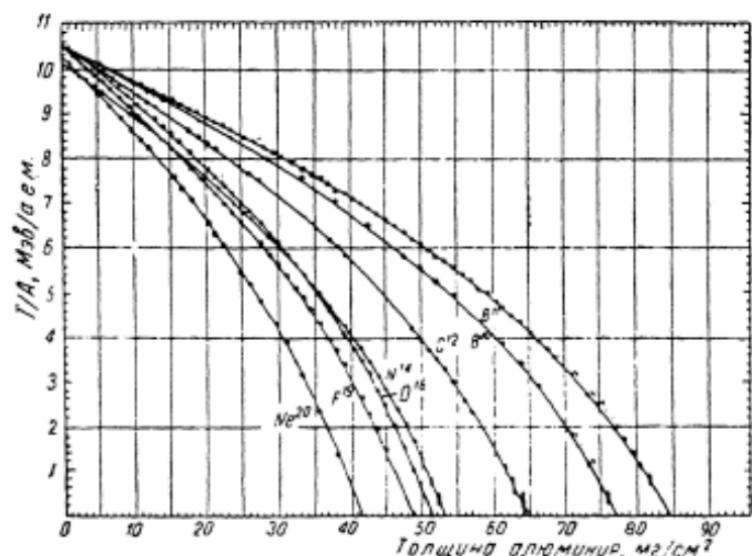


Рис. 79. Пробег тяжелых ионов в алюминии [403].

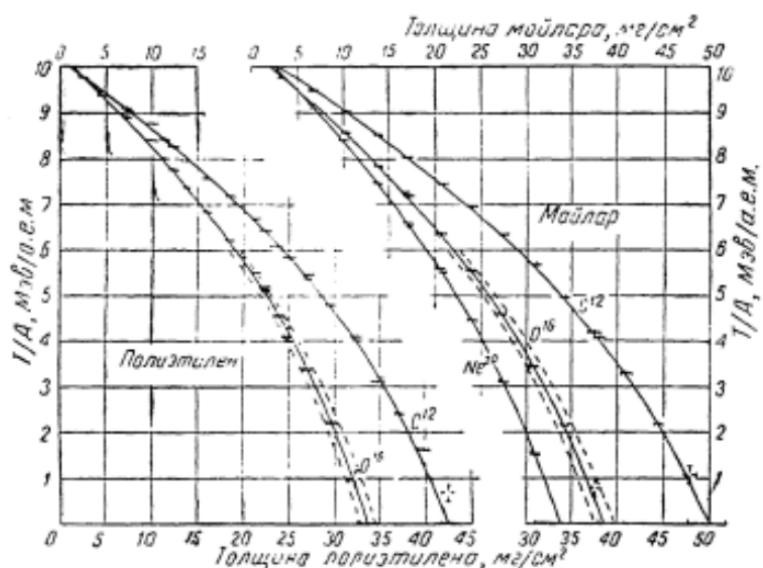


Рис. 80. Пробег тяжелых ионов в майларе и полиэтилене [465].

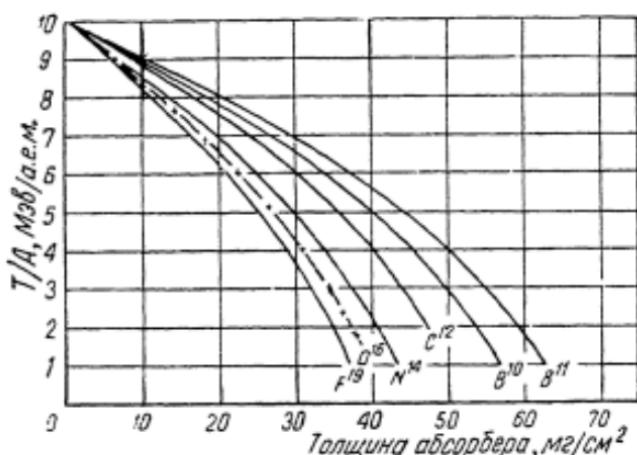


Рис. 81. Зависимость между энергией и пробегом тяжелых ионов в кислороде [431].

При этом использованы данные экспериментальных работ [142, 258, 346, 376].

Соотношение между пробегом и энергией осколков удовлетворительно описывается уравнением

$$R = k T^\alpha,$$

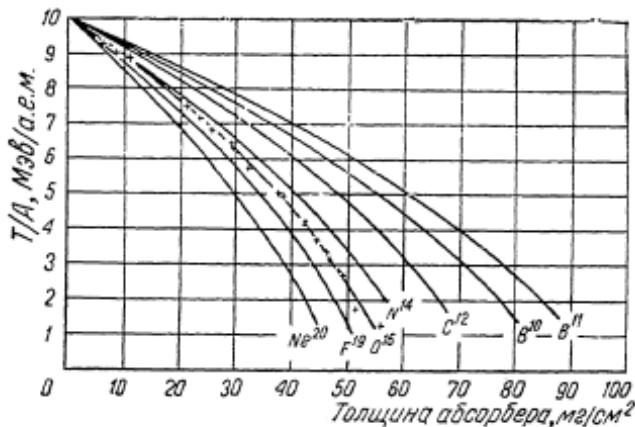


Рис. 82. Зависимость между энергией и пробегом тяжелых ионов в никеле [431].

где константа  $\alpha$  равна примерно 2/3 (более точные значения  $\alpha$  приведены у экспериментальных кривых на рис. 83).

Таблица 59

Экспериментальная зависимость между средним пробегом и энергией тяжелых ионов

Пробег ионов

азота в никеле [435]		углерода в меди [86]		углерода в золоте [86]		кислорода в меди [86]		кислорода в золоте [86]	
T, МэВ	R, мг/см²	T, МэВ	R, мг/см²	T, МэВ	R, мг/см²	T, МэВ	R, мг/см²	T, МэВ	R, мг/см²
8	2,25	52,0	18,9	36,0	22,3	75,2	18,8	73,0	30,0
9,5	2,9	66,0	27,1	50,5	30,0	96,5	27,1	85,0	37,6
13	3,6	69,5	32,0	56,0	37,0	37,9	—	90,3	40,2
18	5,8	—	—	66,5	47,2	—	—	—	—
23	6,1	—	—	—	—	—	—	—	—
27,5	7,2	—	—	—	—	—	—	—	—

§ 8. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОТЕРЕЙ ЭНЕРГИИ И ИОНИЗАЦИЕЙ

Ионизационные методы детектирования и определения энергии излучений основаны на измерении ионизации, произведенной частицами в веществе, составляющем чувствительный объем детектора [3, 23, 39]. В связи с этим весьма важное значение имеет вопрос о соотношении между энергией, теряемой частицей, и производимой ею ионизацией.

Величина удельной ионизации  $\frac{dJ}{dx}$  (число пар ионов на единице длины пути ионизующей частицы) в отличие от величины  $\frac{dE}{dx}$  не может быть определена теоретически. Поэтому информация о величинах

Таблица 60

Экспериментальные величины средних пробегов ионов  $\text{Li}^{\pm}$  в водороде,дейтерии и гелии [224]

T, кэв	Пробег при нормальной температуре и давлении, см		
	водород $\text{H}_2$	дейтерий $\text{D}_2$	гелий $\text{He}$
36	—	—	$0,26 \pm 0,17$
42	$0,21 \pm 0,04$	—	—
62	—	—	$0,66 \pm 0,10$
66	$0,32 \pm 0,04$	$0,38 \pm 0,04$	$0,60 \pm 0,05$
100	$0,72 \pm 0,04$	$0,82 \pm 0,05$	$1,21 \pm 0,07$
201	—	$0,90 \pm 0,04$	—
233	$0,90 \pm 0,07$	$0,97 \pm 0,06$	$1,50 \pm 0,07$
275	$0,96 \pm 0,04$	—	$1,52 \pm 0,07$
291	$0,96 \pm 0,04$	—	—
328	—	$1,12 \pm 0,04$	$1,73 \pm 0,07$
377	$1,14 \pm 0,04$	—	$1,79 \pm 0,06$
454	$1,22 \pm 0,04$	$1,32 \pm 0,04$	$1,99 \pm 0,08$

$\frac{dJ}{dx}$  получается только из опытов. Экспериментально установлено наличие пропорциональности между  $\frac{dJ}{dx}$  и  $\frac{dE}{dx}$  в широкой области энергий падающих частиц.

Различают первичную, вторичную и полную ионизацию.

Первичная ионизация определяется числом пар ионов, образованных проходящей частицей непосредственно при соударениях с

Рис. 83. Экспериментальные кривые "пробег-энергия" для тяжелых (а) и легких (б) осколков деления [142].

атомами тормозящей среды. Образующиеся при этом электроны, а в случае упругих ядерных соударений атомы отдачи могут иметь энергию, достаточную для дальнейшей ионизации атомов среды. Максимальная энергия, переданная электрону тяжелой частицей, в соответствии с формулой (2,3) равна  $4 \frac{m}{M} T$ , а максимальная скорость —  $2v$ , где  $m$ ,  $T$  и  $v$  — масса, энергия и скорость падающей частицы.

Таким образом, некоторая доля электронов, образующихся при первичной ионизации, получает энергию, достаточную для вторичных процессов ионизации. Так, максимальная энергия, которую может передать электрону  $\alpha$ -частице с энергией 5 Мэв, равна  $\sim 3$  кэв; в среднем же ионизационные электроны приобретают энергию 200 эв; этого вполне достаточно для того, чтобы произвести вторичную ионизацию, которая составляет значительную долю полной ионизации.

Полная ионизация равна сумме первичной, вторичной, третичной и т. д. ионизаций. Она-то и измеряется в пропорциональных счетчиках и ионизационных камерах.

Для отделения первичной ионизации используются измерения в камере Вильсона [512], либо изучается зависимость эффективности счетчиков Гейгера от скорости и массы частиц [427].

В первом случае производят счет групп ионов в следе до того, как ионы начнут диффундировать. Во втором случае используется то обстоятельство, что эффективность счетчика Гейгера равна

$$\epsilon = 1 - \exp(-j_p \mu),$$

где  $j_p$  — удельная первичная ионизация,  $\text{пар} \cdot \text{см}^2/\text{г}$ ;

$\mu$  — плотность газа в счетчике;

$l$  — длина пробега частицы в счетчике.

Очень важным экспериментальным фактом является почти полная независимость энергии  $w$ , затрачиваемой на образование одной пары ионов, от начальной энергии производящей ионизацию частицы. Фактически, как мы увидим далее, величины  $w$  для всех сортов частиц и в широком диапазоне их скоростей не различаются между собой более чем в 1,5—2 раза в различных тормозящих веществах. Постоянство энергии, идущей на образование одной пары ионов, имеет большое значение при использовании газовых и твердых счетчиков для спектрометрических измерений и определения соотношения между пробегом и энергией частиц.

**Удельной ионизацией** называется полное число пар ионов, образованных частицей на единице длины пути, выраженной в граммах на  $1 \text{ см}^2$  или сантиметрах.

Зависимость удельной ионизации от остаточного пробега для быстрых частиц малого заряда изображается кривыми рис. 84. Рост кривых с уменьшением остаточного пробега обусловлен увеличением удельных потерь энергии; спад, следующий за максимумом, вызван перезарядными столкновениями и уменьшением эффективного заряда частиц (§ 7).

Наиболее тщательные измерения удельной ионизации, производимой  $\alpha$ -частицами в воздухе, были выполнены Холовеем и Ливингстоном [285] с помощью малой ионизационной камеры\*. Ими было показано, что максимальная удельная ионизация наблюдается при остаточном пробеге  $\alpha$ -частиц, равном  $0,40 \pm 0,02 \text{ см}$  воздуха, при среднем эффективном заряде  $\alpha$ -частиц 1,5 (см. § 7). Прямые измерения Штеттера и Иентчке [461] показали, что максимум кривой удельной ионизации  $\alpha$ -частиц в воздухе соответствует образованию 6600  $\text{пар}/\text{мм}$  (ср. рис. 84).

Кривая удельной ионизации протонов в воздухе изучена Иентчке [327]. Он определил, что максимум удельной ионизации наблюдается при остаточном пробеге  $0,1 \text{ см}$ ; при этом в максимуме удельная ионизация равна 2750  $\text{пар}/\text{мм}$ .

При больших остаточных пробегах величины удельной ионизации, произведенной  $\alpha$ -частицами, в четыре раза превышают соответствую-

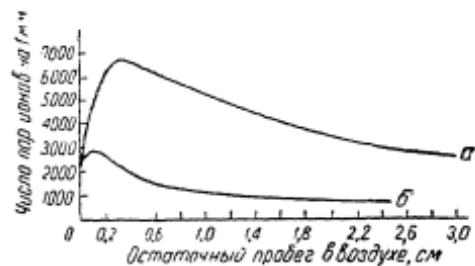


Рис. 84. Зависимость удельной ионизации от остаточного пробега в воздухе для  $\alpha$ -частиц (а) и протонов (б).

\* См. также более поздние аналогичные измерения [322, 461].

щие величины для протонов. В максимумах кривых удельной ионизации это соотношение не выполняется частично по той причине, что у  $\alpha$ -частицы в процессах перезарядки участвуют два электрона, а у протона — только один. Как следует из теории (§ 4), величина  $\frac{dE}{dx}$ , а следовательно, и  $j = \frac{dJ}{dx}$  изменяется как  $\beta^{-2}$  до  $\beta \approx 0,97$ , а затем должно наблюдаться увеличение ионизации как  $\lg \beta \gamma$ , где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  (если не учитывать эффект плотности).

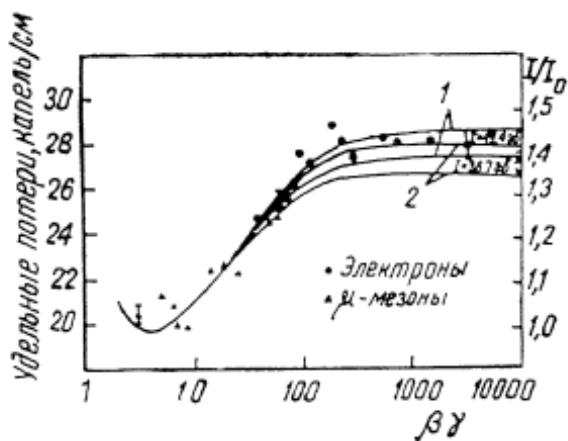


Рис. 85. Удельные потери энергии на ионизацию в гелии  $\mu$ -мезонами и электронами:

1—теоретическая кривая с учетом эффекта плотности по Стерихаймеру [446]; 2—то же по Будини и Таффара [211].

одной пары ионов. Для определения энергии  $w_\alpha$ , расходуемой  $\alpha$ -частицами на образование одной пары ионов, используется метод измерения ионного или электронного токов, образованных при поглощении  $\alpha$ -частиц в чувствительном объеме ионизационных камер.

Результаты ранних работ по определению  $w_\alpha$  рассмотрены в статье Грэя [269], более поздних работ — в обзоре Валентайна и Каррена [485]\*. В ранних работах в качестве «стандартного» вещества при относительных измерениях  $w_\alpha$  использовался воздух. В табл. 61 приведены значения величин  $w_\alpha$  для различных газов, вычисленные на основе результатов наиболее надежных по своему времени измерений Шмидера [457], Штеттера [458], Ольдера и др. [139]. Указанные авторы использовали  $\alpha$ -частицы  $\text{Po}^{210}$ , а в качестве стандартного рабочего вещества ионизационных камер — воздух. Абсолютные величины  $w_\alpha$  для различных газов Шмидер определял, предполагая, что энергия  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  равна 5,27 Мэв, а число пар ионов от одной  $\alpha$ -частицы в воздухе —  $1,5 \cdot 10^3$ . Для удобства сравнения в табл. 61 даны также величины  $w_{\alpha(\text{газ})}$ , приведенные к одному и тому же стандартному значению  $w_{\alpha(\text{водород})} = 34,7$  эв [139, 20].

В табл. 62 содержатся данные более поздних работ, полученные с помощью медленных ионизационных камер с ионным собиранием.

Эффект релятивистского роста потерь энергии и соответствующего увеличения ионизации изучался авторами ряда экспериментальных работ, см. например, [127, 332, 365, 198, 428]. На рис. 85 в качестве примера приводятся экспериментальные данные [332] об удельной ионизации, произведенной в камере Вильсона электронами и  $\mu$ -мезонами. Эти данные сравниваются с теоретическими кривыми Стерихаймера [446] и Будини [211], учитывающими эффект плотности.

Энергия, расходуемая  $\alpha$ -частицей на образование

\* Теоретические расчеты  $w_\alpha$  для водорода и гелия произведены Эрскиным [240]. См. также работу [411].

Обращает на себя внимание тот факт, что результаты измерений  $w_a$ (He) и  $w_a$ (Ne), проведенных разными авторами, значительно расходятся. Одной из причин этого, как показали специальные измерения Джесса и Садоскиса [326], является различная степень загрязнения благородных газов — гелия и неона. Небольшое количество посторонних примесей к этим газам приводит к увеличению ионизации и уменьшению измеренного значения  $w_a$ .

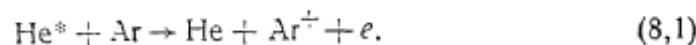
Таблица 61

**Энергия  $w_a$  (эв), расходуемая  $\alpha$ -частицами на образование одной пары ионов в различных газах (вычислена на основе экспериментальных величин  $w_a$ (газ) /  $w_a$ (возд)**

Газ	Грей [269]	Шмидер [457]	Штеттер [458]	Ольдер и др. [139]
Воздух	35,1 (34,7)	34,8 (34,7)	35,7 (34,7)	34,7 ± 0,5
Водород H <sub>2</sub>	36,0 (35,6)	—	36,8 (35,1)	—
Гелий He	31,0 (30,7)	—	—	—
Азот N <sub>2</sub>	—	36,1 (36,2)	37,3 (36,2)	36,3 ± 0,4
Кислород O <sub>2</sub>	—	32,4 (32,3)	—	—
Неон Ne	—	27,2 (27,1)	29,9 (29,0)	—
Аргон Ar	—	24,37 (24,3)	28,5 (27,7)	—
Криптон Kr	—	22,43 (22,3)	26,4 (25,6)	—
Ксенон Xe	—	21,4 (21,3)	23,6 (22,9)	—
Окись азота NO	—	30,05 (29,9)	—	—
Двуокись азота NO <sub>2</sub>	—	33,0 (32,9)	—	—
Закись азота N <sub>2</sub> O	—	32,4 (32,3)	—	—
Окись углерода CO	—	34,0 (33,9)	—	—
Двуокись углерода CO <sub>2</sub>	—	33,9 (33,8)	—	—
Метан CH <sub>4</sub>	—	29,4 (29,3)	—	—
Этан C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	—	27,0 (26,9)	—	—

Примечание. В скобках даны величины  $w_a$ (газ), приведенные к одному и тому же стандартному значению  $w_a$ (возд) = 34,7 эв [20].

Например, у гелия первый потенциал ионизации равен 24,5 эв, а метастабильный уровень имеет энергию 19,8 эв. В то же время у аргона первый потенциал ионизации равен 15,7 эв. Следовательно, возбужденный атом гелия при столкновении с нормальным атомом аргона может передать последнему энергию возбуждения и ионизовать его:



Таким образом, примесь аргона, а также некоторых других газов, к гелию и неону обуславливает увеличение ионизации. Так, по Джессу [319], прибавка 0,13% аргона к гелию изменяет  $w_a$ (He) от 41,3 до 29,7 эв. Примеси к аргону (обычно N<sub>2</sub> и O<sub>2</sub>) не столь важны, так как метастабильный уровень его имеет энергию 11,6 эв, а ионизационные потенциалы азота и кислорода равны соответственно 15,5 и 12,5 эв.

Другая причина связана с явлениями колонковой ионизации и ионной рекомбинации, которые приводят к зависимости доли собранных ионов от величины собирающего потенциала, а также от направления поля по отношению к колонке [322].

Газ	$w_{\alpha}, \text{ sec}$	$\frac{w_{\alpha}(\text{газ})}{w_{\alpha}(\text{Ar})}$	$w_{\alpha}, \text{ sec}$	$\frac{w_{\alpha}(\text{газ})}{w_{\alpha}(\text{Ar})}$
	[319, 328]	[189]	[189]	[189]
Аргон Ar	26,4	1,00	26,4	1,00
Гелий He	42,7	1,617	46,0	1,74
Неон Ne	36,8	1,394	—	—
Криптон Kr	24,1	0,913	—	—
Ксенон Xe	21,9	0,830	—	—
Водород H <sub>2</sub>	36,3	1,375	37,0	1,40
Углекислый газ CO <sub>2</sub>	34,5	1,307	34,3	1,30
Воздух	35,5	1,345	35,0	1,33
Кислород O <sub>2</sub>	32,5	1,231	32,2	1,22
Азот N <sub>2</sub>	36,6	1,386	36,3	1,37
Метан CH <sub>4</sub>	29,2	1,106	29,4	1,11
Ацетилен C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	27,5	1,042	—	—
Этан C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	26,6	1,008	28,0	1,06
Бор трехфтористый BF <sub>3</sub>	—	—	36,0	1,36
Шестифтористая сера SF <sub>6</sub>	—	—	35,7	1,35
Сернистый ангидрид SO <sub>2</sub>	—	—	—	—
Углерод четыреххлористый CCl <sub>4</sub>	—	—	—	—
Этиловый спирт C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	—	—	—	—
Аммиак NH <sub>3</sub>	—	—	—	—

Относительные величины  $\frac{w_{\alpha}(\text{газ})}{w_{\alpha}(\text{Ar})}$ , полученные в опытах [302, 217, 167] с быстрыми (электронное собирание) камерами, не отличаются от соответствующих величин, найденных в опытах с медленными камерами (табл. 62). Однако абсолютные величины  $w_{\alpha}(\text{газ})$  в быстрых камерах оказываются на 6—7% ниже, чем в медленных. Это, по-видимому, связано с тем, что при электронном собирании не учитывается некоторая доля энергии, расходуемой на возбуждение атомов тормозящего вещества.

Джесс и Садоскис [317, 318], исследуя зависимость между энергией одиночных  $\alpha$ -частиц ( $T_{\alpha} = 5 - 9 \text{ Мэв}$ ) и полной ионизацией, произведенной ими в аргоне и воздухе, пришли к заключению о том, что между этими величинами в аргоне существует пропорциональность (с точностью 0,5%), а в воздухе  $w_{\alpha}$  изменяется на 2% в том же диапазоне энергий. Было показано, что  $w_{\alpha}(\text{возд})$  увеличивается с уменьшением энергии  $\alpha$ -частиц при  $T_{\alpha} > 0,3 \text{ Мэв}$ , а  $w_{\alpha}(\text{Ar})$  не зависит от энергии  $\alpha$ -частиц в этом диапазоне.

На основании указанных опытных данных были пересмотрены кривые Холловея и Ливингстона, связывающие энергию и пробег  $\alpha$ -частиц в воздухе (§ 6).

С другой стороны, Креншоу и Харвей [217], исследуя ионизацию, произведенную  $\alpha$ -частицами в аргоне, обнаружили зависимость  $w_{\alpha}$  от энергии, которая (в диапазоне энергии 5—9 Мэв) может быть выражена формулой

величины	$\frac{w_\alpha \text{ (газ)}}{w_\alpha \text{ (Ar)}}$							
	$w_\alpha, \text{ эв}$	$w_\alpha \text{ (газ)}$	$w_\alpha, \text{ эв}$	$(T_\alpha = 5,3 \text{ Мэв})$	$w_\alpha \text{ (газ)}$	$w_\alpha, \text{ эв}$	$(T_\alpha = 5,3 \text{ Мэв})$	$w_\alpha \text{ (газ)}$
	[484]		[190, 301]		[464]		[302]	[167]
25,9	1,00	26,25	1,00	26,3	1,00	27,2	1,00	28,9
31,7	1,22	29,6	1,13	—	—	44,2	1,62	—
—	—	—	—	—	—	38,6	1,41	—
—	—	—	—	—	—	25,7	0,945	—
37,0	1,43	35,96	1,36	—	—	—	—	—
—	—	34,3	1,31	34,2	1,30	—	—	—
35,2	1,36	34,95	1,33	35,6	1,354	—	—	—
32,2	1,24	32,17	1,275	32,9	1,251	—	—	—
36,0	1,39	36,5	1,39	36,4	1,384	38,8	1,43	37,9
29,0	1,12	29,0	1,105	29,1	1,106	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	35,3	1,36	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	32,5	1,24	—	—	—	—	—
—	—	25,9	0,99	—	—	—	—	—
—	—	32,6	1,24	—	—	—	—	—
—	—	30,5	1,16	—	—	—	—	—

$$w_{\alpha(\text{эв})} = 27,5 + 1,9 T_\alpha^{-1/2} (\text{Мэв}). \quad (8,2)$$

Такой же результат получен Ханна [294], Бикселом и др. [179].

Для воздуха зависимость  $w_{\alpha(\text{возд})}$  от энергии  $\alpha$ -частиц может быть представлена [322] формулой, аналогичной (8,2), с другими коэффициентами.

В работе [508] высказано предположение, что зависимость  $w_{\alpha(\text{возд})}$  от энергии  $\alpha$ -частиц является кажущейся и связана с трудностями сортирования ионов. В частности авторы работы [508] указали на эффект, не зависящий от поля рекомбинации и составляющий  $\sim 3,3\%$  в воздухе при атмосферном давлении.

В работах [201, 330] показана ошибочность выводов, сделанных Уингейтом и др. [508]; вновь подтверждена справедливость метода экстраполяции тока насыщения в камере, обычно используемого при измерении величин  $w$ . Этот метод дает для  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$   $w_{\alpha(\text{возд})} = 34,99 \text{ эв}$  и полное число ионов 151 160 [330], см. также табл. 62.

Абсолютные измерения Бэя и других [201] с помощью ионизационной камеры, в которой полностью укладывался пробег  $\alpha$ -частиц, привели к следующим результатам:  $w_{\alpha(\text{возд})} = 34,97 \pm 0,07 \text{ эв}$ ,  $w_{\alpha(\text{N}_2)} = 36,38 \pm 0,07 \text{ эв}$ ;  $w_{\alpha(\text{CO}_2)} = 34,04 \pm 0,1 \text{ эв}$ .

Средневзвешенное из четырех независимых абсолютных измерений  $w_\alpha(\text{Ar})$  при  $T_\alpha = 5,3 \text{ Мэв}$  [319, 189, 464, 506] равно  $w_\alpha = 26,39 \text{ эв}$  и превышает на 0,5% средневзвешенное абсолютное значение  $w_\alpha(\text{Ar})$  для  $T = 50 - 1000 \text{ кэв}$  (см. § 16).

**Энергия, расходуемая протонами на образование одной пары ионов.** Экспериментальных данных о величинах  $w_p$  (энергии, расходуемой протонами на образование одной пары ионов) значительно меньше, чем данных об  $w_\alpha$ . Имеющиеся к настоящему времени результаты измерений  $w_p$  приведены в табл. 63.

Сравнивая данные табл. 62 и 63, можно убедиться в том, что абсолютные и относительные величины  $w_p$  и  $w_\alpha$  при одной и той же энергии частиц несколько отличаются друг от друга.

Специальные измерения относительной ионизации, произведенной протонами, дейтонами и  $\alpha$ -частицами [475], показали, что  $w_p$  (Ar) при энергии протонов 0,2—0,5 МэВ на 8% больше, чем  $w_\alpha$  (Ar) при той же энергии  $\alpha$ -частиц.

Таблица 63

Газ	Экспериментальные величины		$\frac{w_p \text{ (газ)}}{w_\alpha \text{ (Ar)}}$		
	$w_p, \text{ эв}$ ( $T_p = 10-250 \text{ кэВ}$ )	$w_p, \text{ эв}$ ( $T_p = 340 \text{ МэВ}$ )	$w_p \text{ (газ)}$ $w_p \text{ (Ar)}$	$w_p, \text{ эв}$ ( $T_p = 7,56 \text{ МэВ}$ )	$w_p, \text{ эв}$ ( $T_p = 2 \text{ МэВ}$ )
	[358]	[158]	[327]	[375]	
Аргон Ar	$26,5 \pm 0,5$	25,5	1,00	—	$26,66 \pm 0,26$
Гелий He	—	29,9	1,17	—	—
Водород H <sub>2</sub>	—	35,3	1,38	—	—
Азот N <sub>2</sub>	$36,6 \pm 0,7$	33,6	1,31	—	$36,68 \pm 0,34$
Воздух	—	33,3	1,30	35,1	$35,18 \pm 0,42$
Кислород O <sub>2</sub>	—	31,5	1,23	—	—
Неон Ne	--	28,6	1,12	—	—
Углекислый газ CO <sub>2</sub>	—	—	—	—	$34,37 \pm 0,33$

Беккер и Сегре [158] измеряли отношение  $\frac{w_p}{w_p \text{ (Ar)}}$  в различных газах, используя две одинаковые ионизационные камеры, наполненные исследуемым газом и аргоном (камера с аргоном служила монитором). Величины  $w$  определялись по соотношению

$$w = -\frac{dE}{dN} = -\frac{\frac{dE}{dx}}{\frac{dN}{dx}}, \quad (8,3)$$

причем  $\frac{dE}{dx}$  определялась расчетом, а  $\frac{dN}{dx}$  — экспериментально по ионизации в камере. При расчетах предполагалось, что  $w_p \text{ (Ar)} = 25,5 \text{ эв}$ .

Измеренные таким образом величины  $\frac{w_p \text{ (газ)}}{w_p \text{ (Ar)}}$  оказались более близкими к соответствующим величинам для электронов, чем для  $\alpha$ -частиц.

**Энергия, расходуемая атомами отдачи и осколками деления на образование пары ионов.** При больших скоростях величина  $w$  для осколков и тяжелых атомов отдачи мало отличается от  $w_\alpha$ , так как основную роль при больших скоростях играют электронные соударения. С уменьшением скорости значительная часть энергии тяжелых

ионов передается атомам отдачи и величина  $w$  начинает зависеть от того, насколько эффективно производят ионизацию вторичные частицы — атомы отдачи. Кніпп и Линг [344] рассмотрели эту проблему теоретически и ввели понятие ионизационного дефекта, который определили следующим образом:

$$\Delta T = T - w'_\alpha J.$$

Здесь  $T$  — энергия первичной частицы;

$J$  — число пар ионов, образованных ею;

$w'_\alpha$  — энергия, расходуемая  $\alpha$ -частицей на образование одной пары ионов ( $w'_\alpha = dT/dJ$ ).

Для быстрых ионов  $\text{Ar}^+$  в аргоне, по оценке указанных авторов, ионизационный дефект  $\Delta T$  равен  $0,78 \text{ Мэв}$ , для легких осколков деления ( $T = 98 \text{ Мэв}$ )  $\Delta T = 2,5 \text{ Мэв}$  и для тяжелых осколков деления ( $T = 67 \text{ Мэв}$ )  $\Delta T = 4,2 \text{ Мэв}$ . Согласно теории, ионизационный дефект в легких газах, например в гелии, должен быть меньше, чем в аргоне. Специальные исследования [481] качественно подтверждают теоретические выводы, хотя имеются экспериментальные данные [303], противоречащие этой теории.

Некоторые исследователи измерили величины  $\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_\alpha}$ . Так, по

Вертенштейну (1913 г.), образующиеся при распаде  $\text{ThC}$  атомы отдачи расходуют на образование пары ионов в воздухе в несколько раз большую энергию, чем сопряженные с ними  $\alpha$ -частицы.

Напротив, Гертсен и Гримм [272], изучая распад  $\text{ThC}'$  в ионизационной камере, наполненной воздухом, определили, что  $\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_\alpha}$  приблизительно равно единице. Мадсен [380], измеряя с помощью пропорциональных счетчиков ионизацию, произведенную в аргоне атомами отдачи и  $\alpha$ -частицами от распада  $\text{Po}$ ,  $\text{ThC}$  и  $\text{ThC}'$ , нашел, что для них  $\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_\alpha}$  равны соответственно 4,4, 3,8 и 3,4. При этом абсолютная величина

$$w_{\text{отдачи}} = \frac{dE}{dJ}$$

для атомов отдачи с энергией 100—170 кэв оказалась равной 67 эв, т. е. в 2,5 раза большей, чем  $w_\alpha$  ( $\text{Ar}$ ).

Стоун и Кокран [459], используя модифицированную методику Мадсена (пропорциональные счетчики в схемах совпадений), получили результаты, приведенные в табл. 64. Их данные [459] заметно отличаются от результатов Мадсена [380] и Джесса и Садоскиса [325].

**Флуктуации ионизации.** Разрешающая способность ионизационных камер и счетчиков, используемых для спектрометрии, а также точность измерения энергии частиц по производимой ими ионизацией, зависит от флуктуации числа пар ионов, образуемых частицами с одной и той же начальной энергией. Этот вопрос теоретически исследован в 1947 г. Фано [248]. По его вычислениям, среднеквадратичная флуктуация числа пар ионов, образованных заряженными частицами с одинаковой энергией, равна

$$\delta_N^2 = \langle (N - N_0)^2 \rangle_{\text{cp}} = FN_0, \quad (8,4)$$

где  $N_0$  — среднее число пар ионов;  $F$  определяется выражением

$$F = \frac{(1-p)}{p^2} \frac{W_i^2}{w^2} + \frac{1}{w^2 p} \left[ \sum_{\text{ион}} p_k^{(l)} \left( w_k^{(l)} - W_i \right)^2 + \sum_{\text{возд}} p_k^{(l)} \left( w_k^{(l)} - W_l \right)^2 \right]. \quad (8.5)$$

Здесь  $p_k^{(l)}$  — доля столкновений, сопровождающихся потерей энергии  $w_k^{(l)}$  и приводящих к ионизации;  
 $p_k^{(l)}$  и  $w_k^{(l)}$  — соответствующие величины для неупругих соударений, вызывающих возбуждение атомов;  
 $W_i$  — средние для всех столкновений ионизационные потери энергии;  
 $w$  — средняя энергия, расходуемая на образование одной пары ионов, так что

$$w = W_i + W_i \left( \frac{1-p}{p} \right).$$

Таблица 64

Отношение  $\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_{\alpha}}$  для  $\alpha$ -частиц ThC и ThC' и сопряженных с ними атомов отдачи [459]

Газ	$w_{\alpha}$ [189]	ThC		ThC'	
		$w_{\text{отдачи}}$	$\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_{\alpha}}$	$w_{\text{отдачи}}$	$\frac{w_{\text{отдачи}}}{w_{\alpha}}$
Углекислый газ CO <sub>2</sub>	34,3	102	2,98	99	2,88
Пропилен C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	25,9	99	3,68	92	3,55
Этилен C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	28,0	104	3,72	90	3,21
Гелий He (с загрязнениями)	30	60	2,00	55	1,83
Водород H <sub>2</sub>	37,0	81	2,19	68	1,84
Метан CH <sub>4</sub>	29,4	111	3,78	96	3,26

Точные значения величин, входящих в формулу (8.5), неизвестны, поэтому теория позволяет только оценить верхний предел  $F$  как  $F < 3/4$ . Этот вывод подтверждается результатом работ Ханна, Понтекорво и Кирквуда [309], измерявших флуктуации величин импульсов, образованных в пропорциональном счетчике с аргоном электронами малых энергий (0,25—17 кэВ). Более определенные заключения о величине  $F$  и пределе разрешающей способности ионизационных камер с аргоновым наполнением получены в работе Комара, Воробьевы и Королова [59]. Авторы измеряли полуширины линий, образованных  $\alpha$ -частицами Ra<sup>224</sup> и Fr<sup>221</sup>, и среднеквадратичные флуктуации радиошумов  $\delta_{\text{ш}}$ . Они установили, что  $\delta_N$  (6 МэВ) равно 5,8 кэВ, так что при  $\delta_{\text{ш}} \approx 4,7$  кэВ разрешающая способность ионизационной камеры для  $\alpha$ -частиц с энергией  $\sim 6$  МэВ составляет 17 кэВ. Эти измерения позволили также установить экспериментальную величину  $F$ , равную 0,22.

**Эффект Вавилова — Черенкова** ( $B - C$ ) заключается в изучении света, возникающего при прохождении заряженных частиц через вещество со скоростью  $v$ , превышающей фазовую скорость распространения световых волн в среде  $n = \frac{c}{v}$  ( $c$  — скорость света в вакууме;  $n$  — показатель преломления среды). Этот эффект был обнаружен и изучен в опытах П. А. Черенкова [124] по исследованию свечения чистых жидкостей, вызываемого  $\gamma$ -лучами радиа. Вавилов и Черенков правильно объяснили физическую природу эффекта, показав в специальных исследованиях [124, 125], что излучение обусловлено не выщечиванием возбужденных атомов и молекул среды (люминесценция). Оно испускается быстрыми электронами, возникающими при комптоновском рассеянии  $\gamma$ -лучей. Действительно, это специфическое излучение является практически мгновенным и обладает резко выраженной пространственной асимметрией. Оно испускается вперед в направлении, составляющем угол  $\Theta$  с направлением движения заряженной частицы. Косинус угла между направлением движения частицы и направлением распространения черенковского излучения равен

$$\cos \Theta = \frac{u}{v} = \frac{1}{\beta n}, \quad (9,1)$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Это соотношение следует из условия равенства нулю оптической разности хода волн, испускаемых движущейся частицей в различных точках ее траектории, и естественного допущения, что волны, испускаемые в других направлениях, гасят друг друга из-за интерференции.

Из формулы (9,1) следует также, что излучение испускается только при условии  $\beta n \geq 1$ .

В среде с показателем преломления  $n = 1,5$  минимальное значение скорости, при которой частица излучает, равно  $v_{\min} = 0,667$  с. Это соответствует пороговой энергии для электронов  $\sim 200$  кэв, для протонов  $\sim 320$  Мэв. С уменьшением показателя преломления значение пороговой скорости увеличивается.

Черенков показал также [124], что излучение имеет непрерывный спектр и поляризовано так, что электрический вектор лежит в плоскости, проходящей через луч и направление движения частицы.

Излучение  $B - C$ , с одной стороны, имеет непрерывный спектр световой энергии, а, с другой стороны, реальная среда обладает дисперсией, т. е. показатель преломления зависит от частоты, поэтому конус черенковского излучения обладает некоторой „толщиной“, зависящей от тормозящих и дисперсионных свойств среды (§ 4).

В некотором отношении образование черенковского излучения аналогично образованию ударных волн (волн Маха) в воздухе при движении тел со сверхзвуковой скоростью.

**Интенсивность и спектральный состав излучения  $B - C$ .** Классическая теория эффекта  $B - C$ , объяснившая основные черты этого явления, дана в работах Франка и Тамма [106, 102]. Поскольку излучение  $B - C$  возникает не из-за взаимодействия частиц с отдельными атомами, а является следствием взаимодействия со средой как целым, Франк и Тамм рассматривали среду как непрерывную и характеризовали ее макроскопическим параметром — диэлектрической постоянной  $\epsilon(v)$  или показателем преломления  $n(v)$ .

Согласно Франку и Тамму, среднее число фотонов с частотами от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , испускаемых на единице длины пути частицей с зарядом  $ze$ , равно

$$N(\nu) d\nu = 4\pi^2 \frac{z^2 e^2}{hc^2} \left[ 1 - \frac{1}{(n^2)^2} \right] d\nu = \frac{2\pi z^2 \lambda \nu}{137c} \sin^2 \theta = \\ = \frac{2\pi z^2}{137} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \sin^2 \theta, \quad (9.2)$$

т. е. излучение имеет непрерывный спектр, причем основная энергия сконцентрирована при самых высоких частотах. Излучение содержит компоненты всех частот, для которых показатель преломления  $n$  больше, чем  $\frac{1}{z}$ .

Например, не могут излучаться рентгеновские кванты, так как для них  $n < 1$ .

Полагая, что коэффициент преломления  $n$  не зависит от частоты в интервале  $\Delta\nu = 3 \cdot 10^{14}$  Гц (интервал частот видимого света), имеем

$$dN \cong 450 \sin^2 \theta \text{ квантов/с.и.} \quad (9.3)$$

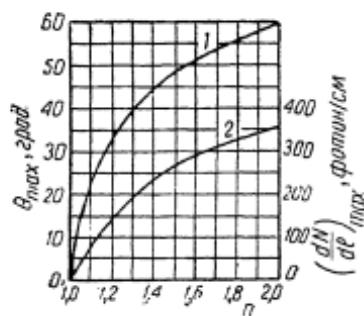


Рис. 86. Максимальный угол излучения Вавилова—Черенкова (1) и выход излучения (2) для однозарядных частиц в зависимости от показателя преломления среды. Вычислено для полосы 3500—5500 Å.

Для люцита ( $n = 1,50$ ) частица с зарядом  $z = 1$  и скоростью  $v \approx 1$  дает выход излучения, равный 250 квантов/см.

Потеря энергии на излучение В—Ч при прохождении частицей расстояния  $dx$  в соответствии с формулой (9.2) равна

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_{B-\chi} = \frac{4\pi z^2 e^2}{hc^2} \int_{(n^2>1)} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \nu d\nu \quad (9.4)$$

и составляет по порядку величины  $\sim 1$  кэВ/см, т. е. пренебрежимо мала по сравнению с ионизационными и другими видами потерь энергии (§ 5).

На рис. 86 показана зависимость выхода излучения  $\frac{dN}{dx}$  для полосы длин волн 3500—5500 Å и максимального угла выхода излучения  $\theta$  от показателя преломления  $n$ . Кривые получены для частиц с зарядом  $z = 1$  (электроны, протоны и т. д.). Для частиц с зарядом  $z > 1$  необходимо величины ординат на кривой  $\frac{dN}{dx}$  умножить на  $z^2$ . Для подсчета  $\frac{dN}{dx}$  при других пределах длин волн следует полученное из графика рис. 86 значение умножить на 9620  $\left( \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \right)$ , где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  выражены в ангстремах.

Квантовомеханическая теория эффекта В—Ч, развитая в работах [32, 33, 99], приводит к результатам, мало отличающимся от результатов классической теории (формулы (9.1) и (9.4)). Поправки к этим формулам, учитывающие эффект отдачи вследствие испускания квантов

излучения, равны по порядку величины  $\frac{\Lambda}{c} 10^{-5}$ , где  $\Lambda$  — комптоновская длина волны ( $\Lambda = \frac{h}{mc} = 0,024 \text{ \AA}$ ).

Подробные сведения о теории эффекта В—Ч содержатся в статьях [15, 33], а также в книге Джелли [40].

**Применение черенковских счетчиков для измерения энергии ультрабыстрых протонов.** Очень важной особенностью излучения В—Ч является независимость его от массы покоя частиц, с движением которых оно связано, и сильная зависимость от заряда и скорости их. Вторая специфическая особенность — резко выраженная направленность излучения В—Ч.

Наконец, весьма важное значение имеет практическая безынерционность излучения.

Перечисленные особенности обеспечили широкое применение устройств, основанных на эффекте В—Ч, для решения некоторых задач ядерной физики и физики элементарных частиц. Конкретные примеры использования черенковских счетчиков приведены в книге Джелли [40].

Здесь мы рассмотрим только использование черенковского излучения для точного измерения скорости ультрабыстрых протонов [384, 49].

Схема устройства, использованного для измерения угла  $\theta$ , изображена на рис. 87.

Протоны от ускорителя, проходя через наклонную пластинку из флинтгласса ( $n = 1,88$ ), излучали свет. Излучение В—Ч, отраженное от задней металлизированной стенки пластиинки, попадает на призму и затем на пленку фотоаппарата. Угол наклона призмы выбирается так, чтобы дисперсия призмы компенсировала дисперсию черенковского излучения в первом порядке. Благодаря этому улучшается резкость изображения и повышается точность измерения угла  $\theta$ .

По измеренным значениям  $n$  и  $\theta$  легко с помощью формул (9,1) и (2,15) определить кинетическую энергию протона:

$$T = M_p c^2 \left[ \frac{n \cos \theta}{\sqrt{n^2 \cos^2 \theta - 1}} - 1 \right]. \quad (9,5)$$

Мазар [384] при измерении протонов с энергией 340 Мэв достиг точности  $\pm 0,8 \text{ Мэв}$  (0,2%). Зрелов и Столетов [49], используя аналогичный метод, измеряли энергию протонов, равную 658 Мэв, с точностью  $\pm 2 \text{ Мэв}$  (0,3%).

## § 10. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ И ИЗМЕРЕНИЯ ИХ ЭНЕРГИИ

Во многих физических исследованиях (например, при изучении ядерных реакций или космических лучей) возникает необходимость определения природы частиц, составляющих излучение, и их энергии.

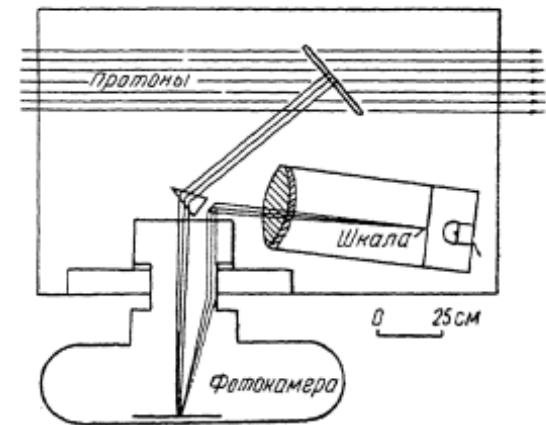


Рис. 87. Схема установки для измерения энергии быстрых протонов по углу черенковского излучения [384].

Чтобы идентифицировать частицы данного сорта, следует сначала определить их заряд и массу. Для этого требуется одновременно измерять, по крайней мере, две динамические величины, характеризующие взаимодействие частиц с электромагнитными полями или веществом\*. Некоторые из методов идентификации заряженных частиц будут рассмотрены ниже.

**Идентификация частиц по характеристикам следа, образованного ими в фотоэмulsionии.** Характеристики следа, образованного в фотоэмulsionии частицей, — плотность зерен, или сгустков зерен, а также толщина и плотность пограничного слоя — зависят от удельной потери энергии в эмульсии  $\frac{dE}{dx}$  и от производимой частицей удельной ионизации  $J$ . Если отвлечься от факторов, связанных с регрессией скрытого изображения или неоднородностью концентрации галоидного серебра в эмульсии\*\*, то можно считать, что

$$J \sim \frac{dE}{dx} = z^2 f_1(\beta) = z^2 f_2 \left( \frac{E}{M} \right), \quad (10.1)$$

где  $M$ ,  $z$ ,  $E$ ,  $\beta$  — масса, заряд, энергия и скорость падающей частицы.

С другой стороны, пробег частицы связан с параметрами частицы соотношением (см. § 6)

$$R = \frac{M}{z^2} f_3(\beta). \quad (10.2)$$

Таким образом, одновременное измерение характеристик следа, связанных с ионизацией (плотность зерен, плотность сгустков или разрывов между сгустками зерен, толщина следа) и пробегом (полный или остаточный пробег), дает возможность определить характеристики частицы, образовавшей след в эмульсии. Так, интегрируя выражение (10.1), получаем

$$E = M f_4 \left( R \frac{z^2}{M} \right). \quad (10.3)$$

Полагая далее, что

$$f_4 \left( R \frac{z^2}{M} \right) = k \left( R \frac{z^2}{M} \right)^n, \quad (10.4)$$

находим для соотношения „пробег—энергия“ в эмульсии уравнение

$$E = kz^{2n} M^{1-n} R^n, \quad (10.5)$$

где  $k$  — постоянная;

$n$  — величина, слабо зависящая от массы.

Частным случаем этого уравнения является формула (6.10), связывающая пробеги и энергию быстрых однозарядных частиц в эмульсии.

Связь между пробегом и энергией тяжелых частиц можно найти, используя соотношение (7.13) и кривые рис. 76.

Между числом зерен в следе  $N_g$  и пробегом однозарядных частиц, как показали опыты Латтеса и сотрудников [370], существует соот-

\* Исключением является крайне релятивистский случай.

\*\* Эти факторы приводят к систематическим ошибкам измерений; их можно учесть или свести к минимуму путем выбора подходящей технологии изготовления и проявления фотоэмulsionий [18, 437].

ношение

$$N_g = MF \left( \frac{R}{M} \right). \quad (10.6)$$

Соответствующие экспериментальные кривые для протонов, дейтонов и тритонов изображены на рис. 88 [239]. Они позволяют положить

$$F \left( \frac{R}{M} \right) = k \left( \frac{R}{M} \right)^m,$$

так что

$$N_g = k M^{1-m} R^m \quad (10.7)$$

( $m$  — эмпирическая постоянная).

Из формулы (10.6) следует, что для частиц с массами  $M_1$  и  $M_2$  отношение остаточных пробегов  $R_1$  и  $R_2$ , отсчитанных от точек, где скорости частиц одинаковы, равно отношению числа проявленных зерен  $N_1$  и  $N_2$  на остаточных пробегах. Основанный на этом факте способ был, например, использован для определения отношения масс протона и  $\pi$ -мезона, см. рис. 89.

Эмпирическое соотношение (10.7) использовалось Латтесом [370] при исследовании  $\pi$ - и  $\mu$ -мезонов.

Удельная плотность зерен  $\frac{dN_g}{dR}$  (число зерен на единице длины пробега) является функцией удельных потерь энергии  $\frac{dE}{dR}$ . Функция эта в общем случае не линейна; в частности, чем выше удельные потери энергии (высокие удельные ионизации), тем меньше относительная чувствительность фотоэмulsionии.

Связь между  $\frac{dN_g}{dR}$  и  $\frac{dE}{dR}$  для эмульсии рассмотрена в работах [233, 199].

На рис. 90 показана экспериментально определенная зависимость между плотностью зерен в следе и удельной потерей энергии, а на рис. 91 приведены кривые зависимости между плотностью зерен и остаточными (измеренными от точек с одинаковой плотностью зерен) пробегами для частиц с массами  $0,25 M_p$ ,  $1 M_p$  и  $2 M_p$  ( $M_p$  — масса протона) [199]. Таким образом, отношение остаточных пробегов однозарядных частиц, соответствующее одной и той же плотности зерен, равно отношению масс частиц.

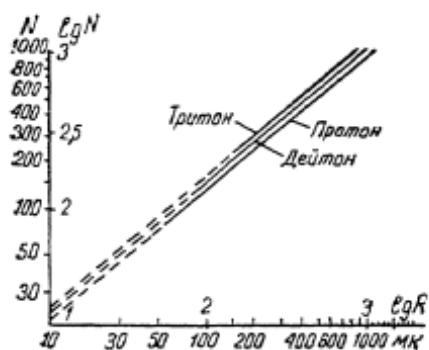


Рис. 88. Соотношение между числом зерен в следе и пробегом однозарядных частиц разной массы [239].

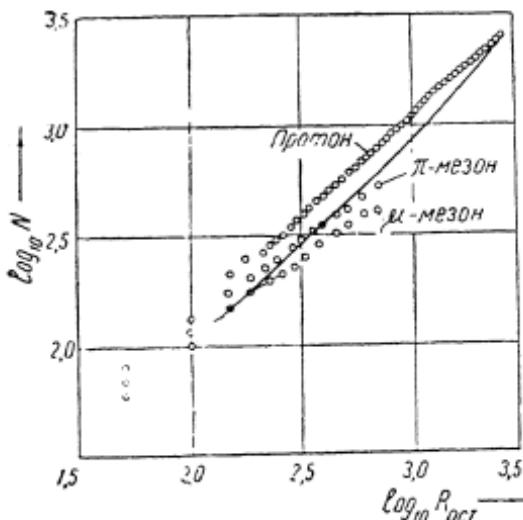


Рис. 89. Зависимость между числом зерен в следах протонов,  $\mu$ -мезонов,  $\pi$ -мезонов в фотоэмulsionии при одинаковом остаточном пробеге (пробег в единицах  $0.85 \text{ мк}$ ) [370]. Прямая под углом  $45^\circ$  пересекает кривые в точках с одинаковой плотностью зерен.

равно отношению масс частиц.

Способ измерения плотности зерен с успехом использован для измерения массы  $\pi$ -мезона, в то время как метод счета отдельных

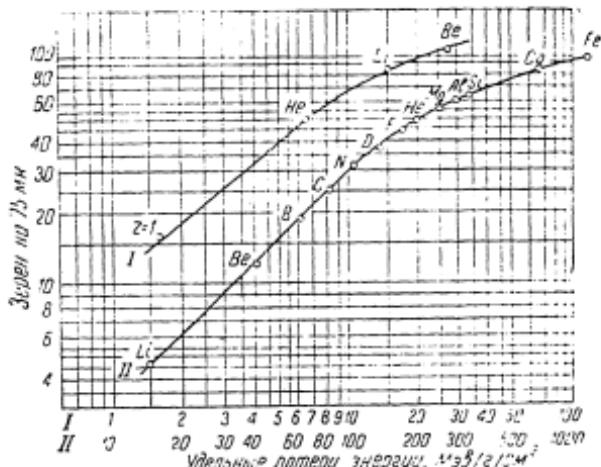


Рис. 90. Плотность зерен следа как функция удельных потерь энергии в эмульсии:

I—для эмульсии NTB3; II—для сильно недопроявленной эмульсии NTA; точками отмечена предположительная плотность зерен в следах, образованных ядрами реалистических скоростей.

зерен практически применяется только в тех случаях, когда число зерен не превышает 50 на участке следа  $\sim 100 \text{ мк}$ .

При измерении часто используется [228, 18] нормировка к значению удельной ионизации, а следовательно, к плотности сгустков на так называемом плато ионизации, характерном для частиц большой энергии. При этом принимается во внимание совместное действие реалистического роста ионизации и эффекта плотности (см. § 5).

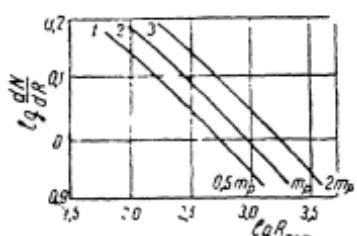


Рис. 91. Зависимость между плотностью зерен в следе и остаточным пробегом для протонов (1), дейтонов (2) и тритонов (3) [199].

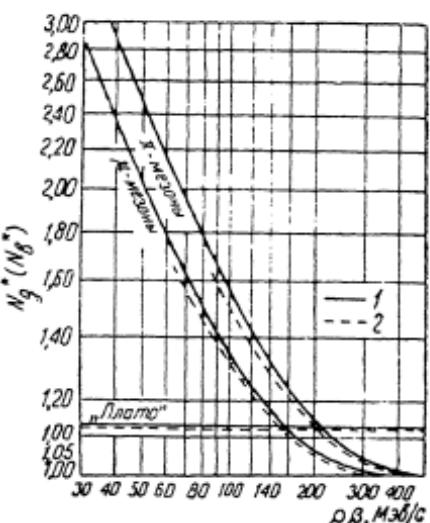


Рис. 92. Зависимость нормированной к плато ионизации плотности зерен  $N_g^*$  (1) и сгустка зерен  $N_b^*$  (2) от величины  $p\beta$  для эмульсии Ilford G-5;  $N_g^* = N_g / N_{g\min}$ ;  $N_b^* = N_b / N_{b\min}$ .

Кривые, дающие зависимость „нормированных к плато“ плотностей зерен ( $N_g^*$ ) и сгустков ( $N_b^*$ ) от величины  $p\beta$ , показаны на рис. 92 [54].

## Идентификация частиц по искривлению их следов в эмульсии.

В результате большого числа актов рассеяния при многократном рассеянии след быстрой заряженной частицы в эмульсии оказывается искривленным. Из теории (§ 2) следует, что средний угол отклонения на единице длины пути  $\alpha_t$ , т. е. угол между двумя касательными к проекции участка следа на плоскость пластинки, равен

$$\bar{\alpha}_t = \frac{kz\sqrt{t}}{p\beta}, \quad (10,8)$$

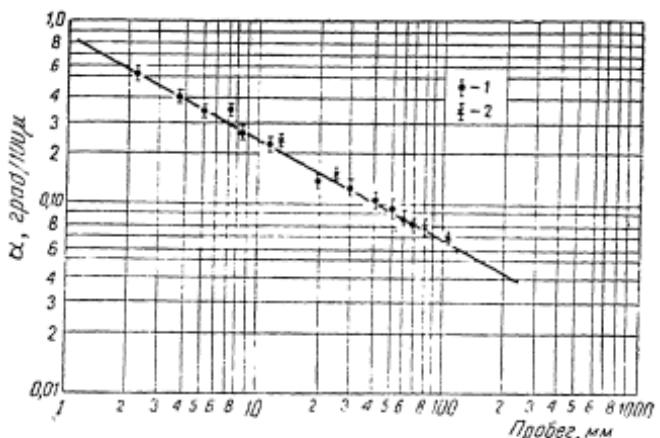


Рис. 93. Зависимость среднего угла многократного рассеяния  $\alpha$  от пробега в эмульсии для протонов. Измерения произведены на  $\pi$ -мезонах (1) и  $\mu$ -мезонах (2). На график нанесены их эквиваленты для протонов.

где  $t$  — длина ячейки измерения;  
 $z, p, \beta$  — заряд, импульс и скорость частицы.

Величина константы рассеяния слабо зависит от скорости частицы и длины ячейки рассеяния.

Если угол  $\alpha_t$  измеряется в градусах,  $t$  — в микронах,  $p\beta$  — в Мэв/с, где  $c$  — скорость света, то для ядерной эмульсии  $k \approx 26 \text{ м} \cdot \text{град}/(100 \text{ м})^{1/2}$ .

Комбинируя измерение рассеяния с измерениями пробега частицы в эмульсии  $R$  или плотности зерен в следе, можно определить массу и заряд частицы. Этот метод нашел применение при исследовании быстрых частиц в космических лучах. Зависимость между величиной  $\alpha$  и пробегом протона изображена на рис. 93.

**Идентификация частиц с большим зарядом в фотоэмulsionии.** В первичном космическом излучении обнаружены ядра тяжелых элементов, обладающие большой энергией. Однако идентификация этих ядер описанными выше методами счета зерен с одновременным измерением остаточного пробега оказывается невозможной. В этом случае используется либо измерение фотометрических характеристик следа (измерение толщины центральной части пробега, длина сужающейся части трека после максимума ионизации), либо счет  $\delta$ -электронов, выбиваемых тяжелыми частицами из атомов.

Используется также то обстоятельство, что плотность зерен в конце следа многозарядной частицы много больше плотности зерен в следе одно- или двухзарядной частицы. При этом длина сужающейся

части следа, где происходит интенсивный захват электронов, примерно пропорциональна квадрату заряда ядра, образовавшего след (см. § 7).

Более надежным способом определения заряда тяжелых быстрых частиц является измерение числа  $\delta$ -электронов на единице длины следа.

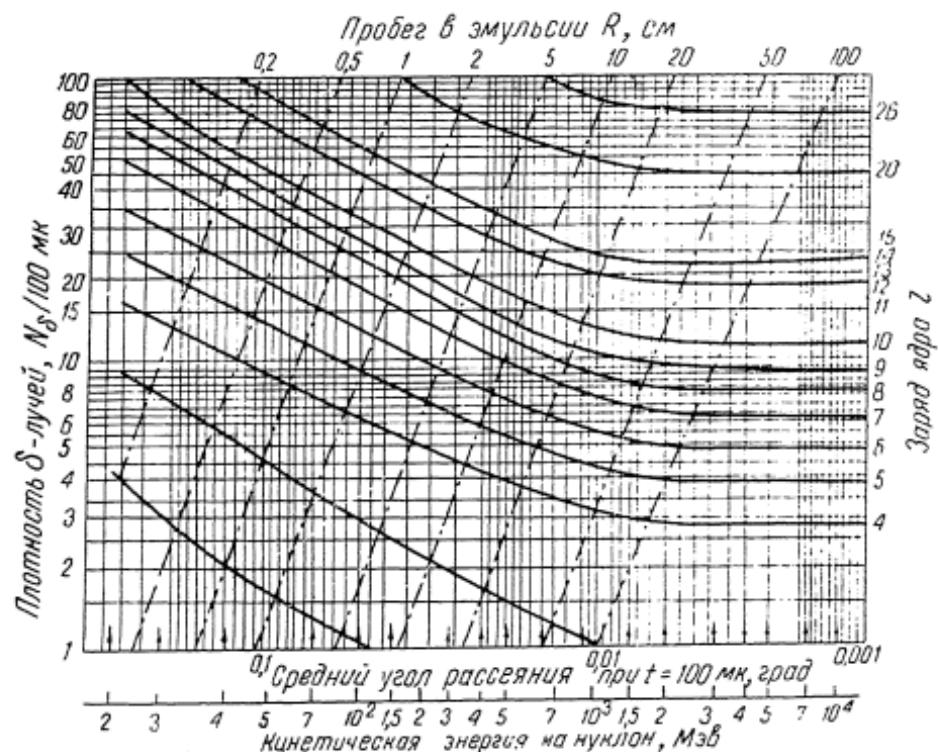


Рис. 94. Соотношение между плотностью  $\delta$ -лучей, углом многократного рассеяния и пробегом многозарядных ионов в фотоэмulsionии. Штрих-пунктирные линии есть кривые одинаковых пробегов.

Сечение образования  $\delta$ -электронов с энергией от  $Q$  до  $Q + dQ$  в достаточно хорошем приближении определяется формулой (4.4). Умножая это сечение на  $n = NZ$ -число электронов в  $1 \text{ см}^3$  среды и интегрируя от  $Q_1$  до  $Q_2$ , получим число  $\delta$ -электронов на единице длины следа

$$N_\delta = \frac{2\pi n Z^2 z^2}{c^2} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{Q_1} - \frac{m_e c^2}{Q_2} \right). \quad (10.9)$$

Верхний предел  $Q_2$  определяется чувствительностью эмульсии и возможностью счета следов  $\delta$ -электронов, а нижний  $Q_1$  — выбранным критерием сосчитываемых  $\delta$ -лучей; если считают  $\delta$ -лучи, содержащие не менее 3–4 зерен, то величина  $Q_1$  равна 10–15 кэв. При релятивистских ( $\beta \approx 1$ ) скоростях частиц плотность  $\delta$ -лучей является однозначной функцией заряда. Во всех других случаях для определения природы частицы (заряд, масса) измерение плотности  $\delta$ -лучей комбинируют с измерением среднего угла отклонения  $\alpha$ , на единице длины следа или с измерением пробега. Связь указанных величин для бы-

стрых тяжелых ядер с различными  $z$  иллюстрируется кривыми рис. 94 [226].

**Замечания об идентификации частиц с помощью камеры Вильсона.** Масса частицы в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле, может быть определена измерением:

1) удельной ионизации  $\frac{dJ}{dx}$  и величины  $H_p$ ,

2) удельной ионизации  $\frac{dJ}{dx}$  и пробега  $R$ ;

3)  $H_p$  и пробега  $R$ ;

4)  $H_p$  и плотности  $\delta$ -лучей вдоль следа частицы.

Зависимость указанных величин от  $\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$

отражена на рис. 95.

**Идентификация нерелятивистских заряженных частиц по одновременному измерению потерь энергии и полной энергии.** Для нерелятивистских заряженных частиц средние потери энергии на единице длины пути и пробеги выражаются с помощью функциональных зависимостей (4,24) и (6,2), где  $f(v)$  и  $F(v)$  — функции скорости частицы. Если пренебречь влиянием логарифмического члена в выражении для средних потерь энергии, то оказывается, что произведение  $E \frac{dE}{dx}$  пропорционально  $z^2 M$ . Одновременное измерение  $E$  и  $\frac{dE}{dx}$  и их произведения позволяют производить разделение частиц по массам при изменении их энергии в достаточно широком диапазоне. Так, например, при энергии частиц в интервале 5—25 МэВ величины произведения  $E \frac{dE}{dx}$  в ряде веществ относятся как 1:1, 8:2,6 для протонов, дейтонов и тритонов [143].

Указанный метод успешно применен в ряде работ по исследованию продуктов ядерных реакций [26, 143, 444, 507]. Существенным при исследованиях подобного рода является подбор оптимальной „толщины“ чувствительного объема счетчика, поскольку разрешение его определяется отношением  $\frac{\delta}{\Delta E}$ , где  $\delta$  — полуширина спектра импульсов, полученных при прохождении через счетчик большого числа моноэнергетических частиц;  $\Delta E$  — средняя потеря энергии в счетчике.

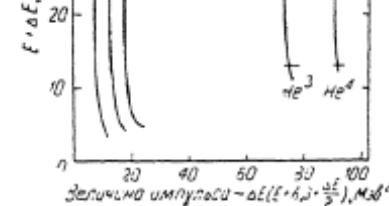


Рис. 96. Теоретическая зависимость величины импульса в устройстве  $dE/dx-E$  с электронной коррекцией от энергии падающих частиц различных масс и зарядов.

На рис. 96 приведены теоретические кривые, показывающие зависимость импульса, пропорционального  $E \frac{dE}{dx}$ , от энергии [444].

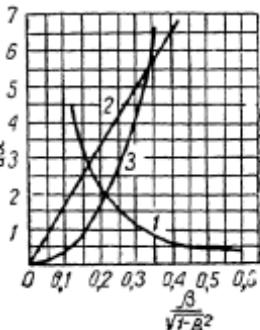


Рис. 95. Зависимость величин  $dE/dx$  (кривая 1; одно деление по оси ординат равно  $10^4$  ед. см.)  $H_p/(\mu/m)$  (кривая 2; одно деление равно  $10^2$  ед. см.) и  $R/(\mu/m)$  (кривая 3; одно деление  $10^{-3}$  см) от величины  $\beta/\sqrt{1-\beta^2}$ .

## *Глава II*

### **ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО**

#### **§ 11. ВВЕДЕНИЕ**

Прохождение электронов через вещество так же, как и тяжелых заряженных частиц, сопровождается упругими и неупругими соударениями с ядрами и электронами тормозящего вещества. Однако в отличие от тяжелых частиц соударение падающего электрона с электроном или ядром тормозящей среды приводит к относительно большой потере энергии и значительному изменению направления движения. Вследствие этого интенсивность пучка электронов в тяжелых веществах уменьшается почти экспоненциально с ростом толщины поглотителя. По той же причине путь электрона в веществе представляет собой извилистую ломаную линию, а пробеги электронов одинаковых энергий имеют значительный разброс (§ 15).

Отличие заключается также в том, что при энергии электронов  $T > 0,5 \text{ Мэв}$  начинают играть роль и в дальнейшем растут с увеличением энергии так называемые радиационные потери (§ 14), связанные с испусканием электромагнитного излучения при торможении электронов в поле ядер задерживающей среды. При энергии электронов меньше 1 Мэв этими потерями во многих практических случаях можно пренебречь. Главным механизмом потерь энергии в указанной области является неупругое рассеяние на связанных электронах тормозящей среды, что приводит к ионизации и возбуждению атомов (§ 13). Важно отметить, что ионизационные потери энергии на единице длины пути у электронов и протонов с одной и той же скоростью почти одинаковы. Рассеяние же электронов обусловлено главным образом упругими соударениями с ядрами тормозящей среды (§ 12). При этом вероятность упругих соударений с ядрами у электронов значительно больше, чем у тяжелых падающих частиц. Различие между ролью абсорбции и рассеяния в ослаблении интенсивности пучка не столь явно выражено, как это наблюдается при прохождении тяжелых заряженных частиц (глава I).

Роль рассеяния возрастает с уменьшением энергии электронов, причем угловое распределение рассеянных электронов при этом все больше приближается к гауссовому, а средний угол рассеяния пропорционален корню квадратному из толщины рассеивателя (§ 12).

При значительных толщах рассеивающего вещества угловое распределение рассеянных электронов становится диффузным и не зависит от толщины рассеивателя.

В случае прохождения электронов через металлы следует учитывать взаимодействие их с электронами проводимости.

**Классическое (рэзерфордовское) рассеяние электронов на ядрах.** При рассеянии медленных электронов на тяжелых ядрах выполняется условие (2, 36). Сечение рассеяния в этом случае определяется формулой Резерфорда (2,24)\*. Учитывая, что масса электрона

$m_1 = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}$  много меньше массы ядра  $M = m_2$  и, следовательно,  $\vartheta$  — угол рассеяния электронов в ЛСК равен углу рассеяния  $\theta$  в СЦИ, запишем формулу (2, 24) в следующем виде:

$$\frac{d\sigma_R}{d\omega} = \sigma_R = \frac{Z^2}{4} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \left( \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \right) \operatorname{cosec}^4 \frac{\theta}{2}. \quad (12, 1)$$

Здесь  $d\omega$  — элемент телесного угла в ЛСК;  
 $Z$  — заряд рассеивающих ядер;

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

Величина  $\frac{e^2}{mc^2} = 2,8 \cdot 10^{-13}$  см представляет собой „классический“ радиус электрона.

Полное сечение рассеяния электронов „назад“ ( $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ ) равно

$$\sigma_R \left( \theta > \frac{\pi}{2} \right) = \pi Z^2 \left( \frac{e^2}{mc^2} \right) \left( \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \right) \simeq 0,25 Z^2 \left( \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \right) \text{ барн.} \quad (12, 2)$$

Так, для электронов с энергией  $T = 0,5$  Мэв полное сечение рассеяния „назад“ на ядрах золота ( $Z = 79$ ) равно 640 барн.

**Квантовомеханические расчеты сечений рассеяния электронов на ядрах.** Мотт [71, 386], используя релятивистскую теорию электрона Дирака, определил сечения рассеяния быстрых электронов ядрами. При вычислениях ядра считались точечными (не имеющими размеров) и не учитывалось экранирование кулоновских полей ядер электронами. Дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных электронов в этом приближении выражается формулой

$$\frac{d\sigma_M}{d\omega} = \sigma_M = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left\{ q^2 (1-\beta^2) |F|^2 \operatorname{cosec}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + |G|^2 \operatorname{sec}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \quad (12, 3)$$

где  $\frac{\lambda}{2\pi}$  — приведенная длина волны де-Бройля;

$$q = \frac{\alpha}{\beta};$$

$$\alpha = \frac{Ze^2 \cdot 2\pi}{hc} = \frac{Z}{137};$$

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

\* Рассеяние электронов с энергией  $\sim 10^2 - 10^3$  эв отличается более сложным характером [97, 166].

Величины  $F$  и  $G$  являются функциями  $\alpha$ ,  $q$ ,  $\vartheta$  и выражаются бесконечными рядами. Некоторые исследователи пытались суммировать эти ряды либо путем использования приближенных аналитических выражений, либо путем численного интегрирования.

В числе первых значительных попыток такого рода следует отметить работу Маккинли и Фешбаха [387]. Последние, представив функции  $F$  и  $G$  приближенными аналитическими выражениями

$$F = F_0 + A(\vartheta)\alpha^2 + B(\vartheta) \frac{\alpha^3}{3} +$$

$$+ C(\vartheta) \frac{\alpha^4}{3^2} + D(\vartheta) \alpha^4,$$

$$G = G_0 + E(\vartheta) \alpha^2 + H(\vartheta) \frac{\alpha^3}{3} +$$

$$+ I(\vartheta) \frac{\alpha^4}{3^2} + J(\vartheta) \alpha^4,$$

вычислили и табулировали величины коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $H$ ,  $I$ ,  $J$ . Конечные результаты их вычислений для трех энергий электронов и различных углов рассеяния отражены на рис. 97. Величина  $R_M$

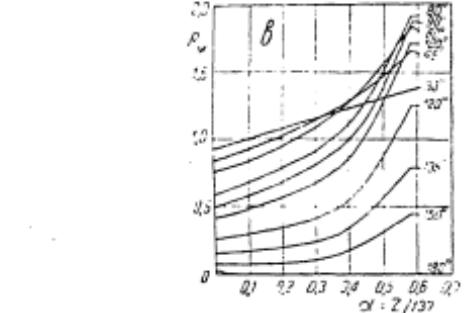


Рис. 97. Расчетные отношения сечений рассеяния по формулам Мотта и Резерфорда для электронов:

*α*—с энергией 1 Мэв [387]; *β*—с энергией 2 Мэв [387]; *γ*—с энергией 4 Мэв [387].

(множитель Мотта) представляет отношение  $\frac{\sigma_M}{\sigma_R}$ , причем  $\sigma_R$  — резерфордовское сечение рассеяния, определяемое формулой (12, 1).

Маккинли и Фешбах отметили, что при  $\frac{Z}{137} < 0,2$  и  $\beta \approx 1$  для вычисления рассеяния быстрых электронов множитель Мотта в хорошем приближении может быть выражен формулой

$$R_M = 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} + \pi \beta \left( \frac{Z}{137} \right) \left( 1 - \sin \frac{\vartheta}{2} \right) \sin \frac{\vartheta}{2}. \quad (12, 4)$$

Этому выражению соответствуют начальные участки кривых рис. 97. Из (12, 4) следует, что для медленных электронов ( $\beta \ll 1$ ) или для малых углов рассеяния  $R \approx 1$ , т. е. сечение по величине совпадает с

\* Величины  $F_0$  и  $G_0$  выбирались так, чтобы результаты расчетов согласовывались с результатами более ранних работ Бартлетта и Уотсона [208] и Мэсси [386], в которых вычислялось  $\tau$  для Hg ( $Z = 79$ ).

резерфордовским. Однако при таких условиях классический прицельный параметр

$$\rho_{\text{кл}} = \frac{Ze^2}{mv^2\theta}$$

меньше соответствующего квантовомеханического аналога.

Второй член в формуле (12, 4) не зависит от заряда рассеивающих ядер и приводит к уменьшению сечения рассеяния по сравнению с резерфордовским. Третий член в (12, 4) обуславливает увеличение сечения рассеянных электронов, особенно заметное для тяжелых элементов. Таким образом, для больших углов рассеяния и легких элементов теоретическое квантовомеханическое сечение рассеяния электронов меньше резерфордовского; для средних углов рассеяния и тяжелых элементов оно больше резерфордовского в 1,5–2 раза (см. рис. 97).

Сечение рассеяния зависит от знака потенциала взаимодействия, поэтому в общем случае величина моттовского множителя не одинакова для электронов и позитронов. В частном случае, если  $Z$  заменить на  $-Z$ , формула (12, 4) будет описывать рассеяние позитронов. Отношение  $\frac{\sigma_M^+}{\sigma_M^-}$  меньше единицы, т. е. сечение рассеяния позитронов меньше сечения рассеяния электронов при одинаковых энергии и угле рассеяния. Данное отношение уменьшается с увеличением угла рассеяния и заряда рассеивающих ядер, как это видно из рис. 98, где показано отношение  $\frac{\sigma_M^+}{\sigma_M^-}$ , вычисленное [249] для случая  $\beta \approx 1$ .

В нерелятивистской области ( $\beta < 1$ ) сечения рассеяния позитронов и электронов совпадают.

Результаты более поздних численных расчетов  $\frac{\sigma_M^+}{\sigma_R^-}$  и  $\frac{\sigma_M^+}{\sigma_R^+}$  для энергий электронов (позитронов) от 0,05 до 10 Мэв и зарядов рассеивающих ядер  $Z$  от 6 до 92 приведены в табл. 65 и 66 [232]. Расчеты производились с помощью электронных счетных машин. В некотором отношении результаты работы [232] дополнены Шерманом [466], который выполнил на электронной счетной машине расчеты сечений рассеяния  $\sigma_M$  для ядер с  $Z$ , равным 13, 48, 80, и скоростей электронов  $\beta$ , равных 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8 и 0,9. Результаты расчетов Шермана представлены в табл. 67.

Укажем также на работу Аллена и сотрудников [144]. Они точно вычислили сечения однократного рассеяния ксеноном электронов и позитронов на малые ( $\theta < 30^\circ$ ) углы.

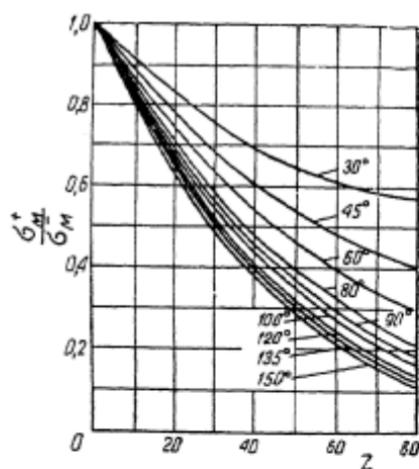


Рис. 98. Теоретическая зависимость отношения моттовских сечений рассеяния позитронов и электронов от заряда ядра при  $\beta \approx 1$ .

Таблица 65

Расчетные величины  $\sigma/\sigma_R$  для рассеяния электронов [232]

$\theta^\circ$	$E, \text{МэВ}$								
	10	4	2	1	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05
$Z = 6$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,999	0,999	1,000	1,000	1,001	1,002	1,003	1,004	1,004
30	0,961	0,962	0,963	0,967	0,970	0,977	0,987	0,996	1,001
45	0,888	0,890	0,894	0,903	0,911	0,929	0,954	0,976	0,990
60	0,788	0,790	0,797	0,814	0,828	0,860	0,906	0,946	0,974
75	0,666	0,669	0,680	0,705	0,728	0,776	0,846	0,909	0,953
90	0,532	0,537	0,551	0,586	0,617	0,683	0,781	0,868	0,930
105	0,397	0,403	0,421	0,466	0,505	0,590	0,714	0,826	0,905
120	0,269	0,277	0,298	0,352	0,440	0,501	0,651	0,786	0,882
135	0,1591	0,1680	0,1923	0,254	0,308	0,425	0,596	0,751	0,862
150	0,0742	0,0839	0,1106	0,1787	0,238	0,366	0,554	0,725	0,846
165	0,0206	0,0310	0,0591	0,1310	0,1988	0,328	0,527	0,708	0,836
180	0,0024	0,0129	0,0416	0,1148	0,1786	0,316	0,518	0,702	0,833
$Z = 13$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,020	1,020	1,020	1,020	1,019	1,019	1,018	1,015	1,013
30	0,997	0,998	0,999	1,001	1,003	1,008	1,013	1,017	1,017
45	0,935	0,936	0,939	0,947	0,954	0,968	0,988	1,004	1,013
60	0,838	0,840	0,846	0,861	0,874	0,903	0,943	0,977	0,999
75	0,714	0,718	0,727	0,752	0,773	0,818	0,883	0,941	0,979
90	0,575	0,580	0,594	0,628	0,658	0,722	0,815	0,898	0,955
105	0,431	0,438	0,455	0,499	0,538	0,621	0,743	0,852	0,928
120	0,294	0,302	0,323	0,377	0,424	0,525	0,674	0,808	0,902
135	0,1742	0,1831	0,207	0,270	0,324	0,441	0,613	0,769	0,879
150	0,0813	0,0912	0,1179	0,1868	0,247	0,376	0,566	0,738	0,861
165	0,0226	0,0329	0,0614	0,1342	0,1980	0,334	0,536	0,719	0,850
180	0,0024	0,0131	0,0419	0,1163	0,1811	0,320	0,526	0,712	0,846
$Z = 29$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,069	1,068	1,068	1,066	1,064	1,059	1,050	1,038	1,026
30	1,094	1,093	1,093	1,092	1,091	1,089	1,082	1,070	1,054
45	1,066	1,066	1,068	1,072	1,074	1,080	1,085	1,082	1,072
60	0,987	0,988	0,993	1,004	1,013	1,032	1,057	1,073	1,076
75	0,865	0,868	0,876	0,896	0,914	0,952	1,004	1,045	1,067
90	0,712	0,716	0,729	0,761	0,788	0,847	0,931	1,003	1,047
105	0,543	0,549	0,566	0,610	0,648	0,729	0,848	0,952	1,022
120	0,375	0,383	0,405	0,460	0,508	0,611	0,763	0,900	0,995
135	0,224	0,234	0,259	0,325	0,382	0,505	0,687	0,852	0,970
150	0,1052	0,1157	0,1446	0,218	0,282	0,420	0,626	0,813	0,950
165	0,0289	0,0402	0,0710	0,1497	0,218	0,366	0,587	0,789	0,937
180	0,0026	0,0141	0,0456	0,1261	0,1954	0,348	0,573	0,780	0,932
$Z = 50$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,124	1,123	1,121	1,115	1,109	1,096	1,072	1,043	1,018
30	1,235	1,234	1,231	1,123	1,216	1,197	1,161	1,113	1,060
45	1,292	1,292	1,290	1,284	1,279	1,264	1,132	1,183	1,120
60	1,274	1,274	1,275	1,277	1,277	1,276	1,262	1,228	1,173

q <sup>2</sup>	<i>E, MeV</i>								
	10	4	2	1	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05
<i>Z = 50</i>									
75	1,177	1,179	1,184	1,197	1,208	1,227	1,246	1,242	1,207
90	1,013	1,017	1,028	1,055	1,078	1,126	1,188	1,226	1,225
105	0,801	0,807	0,825	0,869	0,907	0,988	1,101	1,190	1,230
120	0,569	0,578	0,602	0,664	0,718	0,832	0,999	1,142	1,229
135	0,348	0,359	0,390	0,467	0,535	0,682	0,899	1,093	1,225
150	0,1651	0,1781	0,214	0,305	0,385	0,537	0,815	1,053	1,221
165	0,0452	0,0594	0,0983	0,1980	0,285	0,475	0,760	1,026	1,219
180	0,0033	0,0180	0,0581	0,1608	0,251	0,446	0,741	1,017	1,219
<i>Z = 82</i>									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,127	1,125	1,120	1,108	1,098	1,074	1,042	1,024	1,024
30	1,358	1,354	1,344	1,315	1,290	1,230	1,133	1,040	0,998
45	1,658	1,653	1,638	1,599	1,564	1,479	1,328	1,157	1,023
60	1,918	1,912	1,897	1,857	1,819	1,728	1,555	1,336	1,112
75	2,044	2,040	2,029	2,000	1,971	1,896	1,741	1,518	1,267
90	1,981	1,980	1,979	1,974	1,966	1,936	1,844	1,672	1,435
105	1,726	1,731	1,745	1,777	1,801	1,842	1,859	1,786	1,614
120	1,324	1,335	1,366	1,444	1,510	1,640	1,799	1,866	1,799
135	0,855	0,874	0,924	1,050	1,159	1,385	1,698	1,920	1,978
150	0,422	0,446	0,513	0,683	0,830	1,143	1,592	1,955	2,130
165	0,1158	0,1444	0,222	0,422	0,595	0,969	1,514	1,974	2,233
180	0,0068	0,0368	0,1187	0,328	0,511	0,908	1,486	1,978	2,267
<i>Z = 92</i>									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,103	1,102	1,097	1,086	1,076	1,058	1,038	1,034	1,029
30	1,321	1,316	1,304	1,270	1,240	1,174	1,075	1,005	1,007
45	1,702	1,694	1,674	1,619	1,569	1,456	1,267	1,080	0,978
60	2,119	2,110	2,085	2,019	1,958	1,815	1,561	1,272	1,088
75	2,418	2,410	2,388	2,326	2,268	2,127	1,859	1,521	1,193
90	2,482	2,477	2,465	2,429	2,393	2,295	2,083	1,770	1,413
105	2,264	2,266	2,272	2,284	2,290	2,280	2,198	1,991	1,679
120	1,797	1,809	1,840	1,918	1,981	2,096	2,206	2,177	1,979
135	1,191	1,213	1,273	1,423	1,551	1,809	2,141	2,226	2,287
150	0,598	0,629	0,715	0,932	1,120	1,510	2,048	2,436	2,561
165	0,1652	0,203	0,307	0,572	0,801	1,287	1,970	2,505	2,753
180	0,0091	0,0496	0,1600	0,441	0,685	1,206	1,940	2,523	2,826

Результаты теоретических расчетов в общем подтверждаются опытами по исследованию однократного рассеяния электронов и позитронов с энергией 0,2—5 MeV (опыты послевоенных лет\*). Так, в работе Бюхнера и др. [181, 487] показано, что измеренные сечения рассеяния электронов с энергией 1,27—2,27 MeV на ядрах бериллия, алюминия, меди, серебра, платины и золота в интервале углов 20—50° совпадают с вычисленными по теории Мотта. В этих опытах расстояние наибольшего сближения электронов с ядрами менялось от  $7 \cdot 10^{-13}$  см.

\* Результаты более ранних исследований недостоверны, так как вследствие несовершенной техники не удавалось разделять упругое рассеяние электронов на ядрах и неупругое рассеяние на электронах.

Расчетные величины  $c/c_r$  для рассеяния позитронов [232]

$\theta^\circ$	$E, \text{ МэВ}$								
	10	4	2	1	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05
$Z = -6$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,941	0,942	0,943	0,946	0,948	0,954	0,963	0,972	0,980
30	0,896	0,897	0,899	0,905	0,911	0,923	0,942	0,960	0,974
45	0,818	0,819	0,824	0,836	0,847	0,870	0,904	0,937	0,961
60	0,715	0,717	0,725	0,745	0,762	0,799	0,855	0,906	0,944
75	0,596	0,701	0,711	0,640	0,665	0,718	0,798	0,871	0,924
90	0,472	0,478	0,493	0,530	0,563	0,634	0,739	0,835	0,905
105	0,350	0,357	0,375	0,422	0,463	0,511	0,682	0,800	0,885
120	0,237	0,245	0,266	0,322	0,370	0,474	0,628	0,768	0,868
135	0,1388	0,1478	0,1724	0,235	0,290	0,408	0,582	0,740	0,853
150	0,0645	0,0743	0,1011	0,1696	0,229	0,357	0,547	0,719	0,841
165	0,0188	0,0291	0,0573	0,1292	0,1920	0,327	0,526	0,706	0,834
180	0,0024	0,0129	0,0415	0,1147	0,1786	0,315	0,518	0,701	0,832
$Z = -13$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,940	0,941	0,942	0,943	0,948	0,953	0,963	0,973	0,982
30	0,877	0,878	0,881	0,886	0,895	0,909	0,930	0,952	0,968
45	0,790	0,792	0,797	0,807	0,822	0,848	0,887	0,924	0,953
60	0,685	0,688	0,696	0,714	0,736	0,776	0,836	0,893	0,953
75	0,568	0,573	0,584	0,612	0,640	0,697	0,781	0,860	0,918
90	0,448	0,454	0,469	0,506	0,542	0,616	0,725	0,826	0,900
105	0,331	0,338	0,356	0,402	0,446	0,537	0,671	0,794	0,883
120	0,228	0,231	0,253	0,308	0,359	0,465	0,622	0,765	0,868
135	0,1309	0,1398	0,1649	0,227	0,284	0,404	0,582	0,741	0,856
150	0,0609	0,0707	0,0979	0,1654	0,228	0,357	0,549	0,723	0,846
165	0,0174	0,0280	0,0561	0,1270	0,1924	0,328	0,530	0,711	0,840
180	0,0024	0,0130	0,0417	0,1139	0,1803	0,319	0,523	0,707	0,838
$Z = -29$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,919	0,920	0,921	0,926	0,931	0,938	0,952	0,967	0,979
30	0,835	0,837	0,840	0,850	0,858	0,878	0,908	0,938	0,963
45	0,738	0,740	0,746	0,763	0,777	0,810	0,859	0,908	0,946
60	0,631	0,635	0,644	0,669	0,690	0,737	0,809	0,877	0,929
75	0,519	0,524	0,537	0,570	0,599	0,663	0,758	0,848	0,914
90	0,406	0,412	0,429	0,471	0,508	0,589	0,709	0,820	0,900
105	0,298	0,305	0,325	0,376	0,422	0,518	0,663	0,794	0,887
120	0,200	0,208	0,213	0,291	0,344	0,456	0,622	0,772	0,877
135	0,1172	0,1268	0,1531	0,220	0,278	0,404	0,588	0,753	0,868
150	0,0547	0,0652	0,0936	0,1660	0,229	0,364	0,563	0,740	0,862
165	0,0156	0,0265	0,0562	0,1312	0,1981	0,339	0,547	0,732	0,859
180	0,0025	0,0136	0,0438	0,1208	0,1880	0,331	0,542	0,729	0,857
$Z = -50$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,007	1,000	1,000
15	0,899	0,900	0,902	0,908	0,914	0,926	0,945	0,964	0,978
30	0,800	0,802	0,807	0,820	0,831	0,856	0,895	0,934	0,962
45	0,696	0,698	0,706	0,707	0,745	0,784	0,845	0,904	0,947
60	0,588	0,592	0,603	0,632	0,658	0,713	0,797	0,875	0,931

$\theta^\circ$	$E, \text{Мэв}$								
	10	4	2	1	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05
$Z = -50$									
75	0,479	0,485	0,500	0,537	0,571	0,643	0,750	0,849	0,918
90	0,372	0,379	0,398	0,445	0,486	0,575	0,707	0,825	0,906
105	0,272	0,280	0,302	0,359	0,408	0,514	0,668	0,805	0,896
120	0,1817	0,191	0,217	0,282	0,339	0,459	0,635	0,787	0,888
135	0,1066	0,1171	0,1456	0,218	0,281	0,415	0,608	0,774	0,882
150	0,0500	0,0613	0,0921	0,1704	0,238	0,382	0,588	0,764	0,877
165	0,0146	0,0264	0,0586	0,1406	0,212	0,362	0,576	0,758	0,874
180	0,0027	0,0147	0,0475	0,1306	0,203	0,355	0,572	0,756	0,873
$Z = -82$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,888	0,889	0,892	0,900	0,907	0,922	0,945	0,964	0,977
30	0,779	0,781	0,788	0,804	0,818	0,848	0,894	0,934	0,963
45	0,669	0,673	0,683	0,707	0,729	0,776	0,846	0,907	0,948
60	0,561	0,565	0,579	0,613	0,643	0,706	0,780	0,880	0,933
75	0,453	0,460	0,477	0,521	0,559	0,640	0,756	0,856	0,922
90	0,350	0,358	0,380	0,434	0,480	0,579	0,719	0,836	0,911
105	0,255	0,264	0,290	0,354	0,410	0,526	0,687	0,818	0,901
120	0,1702	0,1811	0,211	0,285	0,348	0,480	0,660	0,804	0,894
135	0,0997	0,1118	0,1446	0,227	0,297	0,442	0,638	0,793	0,888
150	0,0469	0,0599	0,0955	0,1844	0,260	0,415	0,623	0,785	0,885
165	0,0144	0,0282	0,0654	0,1586	0,237	0,399	0,614	0,780	0,882
180	0,0032	0,0171	0,0549	0,1496	0,229	0,394	0,612	0,778	0,882
$Z = -92$									
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,888	0,889	0,892	0,900	0,907	0,923	0,945	0,963	0,976
30	0,778	0,780	0,786	0,803	0,818	0,849	0,894	0,935	0,963
45	0,667	0,671	0,681	0,707	0,729	0,777	0,848	0,908	0,948
60	0,558	0,563	0,577	0,612	0,643	0,708	0,802	0,881	0,934
75	0,450	0,457	0,475	0,520	0,559	0,642	0,759	0,858	0,922
90	0,348	0,356	0,378	0,434	0,482	0,583	0,723	0,838	0,911
105	0,253	0,263	0,289	0,356	0,413	0,531	0,691	0,820	0,902
120	0,1690	0,1803	0,211	0,288	0,353	0,487	0,666	0,806	0,895
135	0,0989	0,1116	0,1458	0,232	0,304	0,451	0,646	0,796	0,889
150	0,0465	0,0602	0,0973	0,1897	0,268	0,425	0,631	0,789	0,885
165	0,0146	0,0290	0,0680	0,1649	0,246	0,410	0,623	0,783	0,883
180	0,0033	0,0180	0,0576	0,1560	0,239	0,405	0,620	0,781	0,883

(случай рассеяния на алюминии) до  $100 \cdot 10^{-13} \text{ см}$  (рассеяние на золоте), т. е. рассеяние происходило в неэкранированной части кулоновского поля (радиус  $K$ -оболочки золота равен  $\sim 700 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ).

Некоторые исследователи [185, 348] отмечали, что сечения однократного рассеяния электронов с  $T < 1 \text{ Мэв}$  на большие углы (100—150°) на легких ядрах (алюминий) согласуются с теорией, в то время как сечения рассеяния на тяжелых ядрах (золото) на большие углы превышают расчетные. С другой стороны, в работах [186, 418, 225] показано, что рассеяние электронов с энергией 0,2—4,3 Мэв на тяжелых элементах согласуется с теорией Мотта в области углов до 150°.

Расчетные величины  $\sigma_M$ , (барн/степ),  $S_M$  и  $R_M$  [466]

$\theta^\circ$	Значения величин $\sigma, R, S$	$\beta = 0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6$	$0,7$	$0,8$	$0,9$
		0,01	0,046	0,071	0,128	0,204	0,340	0,664
$R_{\text{пут}} (Z = 80)$								
15	$\sigma_M$	$2,64 \cdot 10^8$	$1,47 \cdot 10^7$	$5,35 \cdot 10^6$	$2,21 \cdot 10^6$	$9,07 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10 \cdot 10^5$	$1,39 \cdot 10^4$
	$R_M$	$1,00$	$1,02$	$1,02$	$1,02$	$1,04$	$1,06$	$1,10$
30	$S_M$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$-4,25 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-3}$	$3,45 \cdot 10^{-3}$	$4,04 \cdot 10^{-3}$	$3,77 \cdot 10^{-3}$	$2,79 \cdot 10^{-3}$
	$R_M$	$1,72 \cdot 10^7$	$9,30 \cdot 10^6$	$3,48 \cdot 10^5$	$1,51 \cdot 10^6$	$6,89 \cdot 10^4$	$3,03 \cdot 10^4$	$1,06 \cdot 10^4$
45	$\sigma_M$	$1,01$	$1,00$	$1,02$	$1,08$	$1,14$	$1,22$	$1,29$
	$S_M$	$-1,93 \cdot 10^{-3}$	$1,53 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	$6,32 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$
60	$\sigma_M$	$3,63 \cdot 10^6$	$1,99 \cdot 10^6$	$7,93 \cdot 10^4$	$3,59 \cdot 10^4$	$1,68 \cdot 10^4$	$7,53 \cdot 10^3$	$2,66 \cdot 10^3$
	$R_M$	$1,02$	$1,02$	$1,12$	$1,23$	$1,34$	$1,45$	$1,55$
75	$S_M$	$-9,65 \cdot 10^{-3}$	$3,93 \cdot 10^{-2}$	$2,01 \cdot 10^{-2}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$-1,06 \cdot 10^{-2}$	$1,74 \cdot 10^{-2}$	$-1,76 \cdot 10^{-2}$
	$R_M$	$1,19 \cdot 10^6$	$7,45 \cdot 10^4$	$3,09 \cdot 10^4$	$1,42 \cdot 10^4$	$6,69 \cdot 10^3$	$2,99 \cdot 10^3$	$1,05 \cdot 10^3$
90	$\sigma_M$	$0,976$	$1,12$	$1,27$	$1,41$	$1,55$	$1,67$	$1,78$
	$S_M$	$5,6 \cdot 10^{-2}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$-3,80 \cdot 10^{-2}$	$-6,16 \cdot 10^{-2}$	$-7,22 \cdot 10^{-2}$	$-7,10 \cdot 10^{-2}$	$-5,86 \cdot 10^{-2}$
105	$\sigma_M$	$5,21 \cdot 10^5$	$3,81 \cdot 10^4$	$1,59 \cdot 10^4$	$7,25 \cdot 10^3$	$3,37 \cdot 10^3$	$1,48 \cdot 10^3$	$5,11 \cdot 10^2$
	$R_M$	$0,939$	$1,26$	$1,43$	$1,59$	$1,72$	$1,82$	$1,91$
	$S_M$	$8,20 \cdot 10^{-2}$	$-0,104$	$-0,143$	$-0,160$	$-0,162$	$-0,150$	$-0,117$
	$R_M$	$2,94 \cdot 10^5$	$2,35 \cdot 10^4$	$9,64 \cdot 10^3$	$4,29 \cdot 10^3$	$1,94 \cdot 10^3$	$8,30 \cdot 10^2$	$2,78 \cdot 10^2$
	$\sigma_M$	$0,964$	$1,41$	$1,58$	$1,71$	$1,80$	$1,86$	$1,89$
	$S_M$	$-3,59 \cdot 10^{-2}$	$-0,234$	$-0,261$	$-0,271$	$0,265$	$-0,242$	$-0,190$
	$R_M$	$2,10 \cdot 10^4$	$1,66 \cdot 10^4$	$6,56 \cdot 10^3$	$2,81 \cdot 10^3$	$1,22 \cdot 10^3$	$5,01 \cdot 10^2$	$1,60 \cdot 10^2$
	$S_M$	$1,09$	$1,58$	$1,70$	$1,77$	$1,79$	$1,78$	$1,72$
	$R_M$	$-0,203$	$-0,333$	$-0,356$	$-0,367$	$-0,364$	$-0,340$	$-0,277$

120	$\sigma_M$	$1,80 \cdot 10^3$	$1,29 \cdot 10^4$	$4,89 \cdot 10^8$	$2,00 \cdot 10^3$	$8,27 \cdot 10^2$	$3,19 \cdot 10^2$
	$R_M$	$1,33$	$1,74$	$1,80$	$1,79$	$1,72$	$1,61$
	$S_M$	$-0,83$	$-0,372$	$-0,401$	$-0,424$	$-0,436$	$-0,429$
135	$\sigma_M$	$1,71 \cdot 10^3$	$1,10 \cdot 10^4$	$3,95 \cdot 10^8$	$1,54 \cdot 10^3$	$5,98 \cdot 10^2$	$2,13 \cdot 10^2$
	$R_M$	$1,63$	$1,92$	$1,89$	$1,79$	$1,61$	$1,39$
	$S_M$	$-0,262$	$-0,342$	$-0,380$	$-0,418$	$-0,453$	$-0,479$
150	$\sigma_M$	$1,60 \cdot 10^5$	$9,86 \cdot 10^3$	$3,42 \cdot 10^2$	$1,27 \cdot 10^3$	$4,66 \cdot 10^2$	$1,52 \cdot 10^2$
	$R_M$	$1,93$	$2,06$	$1,95$	$1,76$	$1,50$	$1,18$
	$S_M$	$-0,188$	$-0,257$	$-0,295$	$-0,337$	$-0,387$	$-0,446$
165	$\sigma_M$	$1,69 \cdot 10^6$	$9,31 \cdot 10^8$	$3,15 \cdot 10^3$	$1,13 \cdot 10^3$	$3,97 \cdot 10^2$	$1,20 \cdot 10^2$
	$R_M$	$2,14$	$2,16$	$2,00$	$1,74$	$1,42$	$1,04$
	$S_M$	$-9,56 \cdot 10^{-2}$	$-0,137$	$-0,161$	$-0,189$	$-0,220$	$-0,281$

15	$\sigma_M$	$9,51 \cdot 10^1$	$5,25 \cdot 10^6$	$1,95 \cdot 10^6$	$8,19 \cdot 10^3$	$3,58 \cdot 10^5$	$1,51 \cdot 10^4$
	$R_M$	$1,00$	$1,02$	$1,03$	$1,05$	$1,07$	$1,10$
	$S_M$	$-1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-3}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$7,56 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$
30	$\sigma_M$	$6,12 \cdot 10^6$	$3,54 \cdot 10^4$	$1,34 \cdot 10^5$	$5,68 \cdot 10^4$	$2,50 \cdot 10^4$	$1,06 \cdot 10^4$
	$R_M$	$1,00$	$1,06$	$1,10$	$1,13$	$1,15$	$1,18$
	$S_M$	$4,37 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$-1,16 \cdot 10^{-3}$	$-3,67 \cdot 10^{-3}$	$-5,23 \cdot 10^{-3}$	$-5,8 \cdot 10^{-3}$
45	$\sigma_M$	$1,28 \cdot 10^4$	$7,76 \cdot 10^4$	$2,96 \cdot 10^4$	$1,26 \cdot 10^4$	$5,52 \cdot 10^3$	$2,33 \cdot 10^3$
	$R_M$	$1,00$	$1,11$	$1,16$	$1,20$	$1,22$	$1,24$
	$S_M$	$0,0123$	$0,0119$	$-0,0188$	$-0,0227$	$-0,0242$	$-0,0232$
60	$\sigma_M$	$4,50 \cdot 10^8$	$2,78 \cdot 10^4$	$1,05 \cdot 10^4$	$4,43 \cdot 10^3$	$1,93 \cdot 10^3$	$803$
	$R_M$	$1,02$	$1,16$	$1,20$	$1,23$	$1,24$	$1,25$
	$S_M$	$7,70 \cdot 10^{-4}$	$-0,0427$	$-0,0510$	$-0,0550$	$-0,0554$	$-0,0440$

$\Phi^o$	Значения величин $\sigma, R, S$	$\beta=0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6$	$T, M_{\oplus}$	$0,7$	$0,8$	$0,9$
75	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$2,12 \cdot 10^5$ 1,06 $-0,0372$	$1,20 \cdot 10^4$ 1,19 $-0,0832$	$4,86 \cdot 10^3$ 1,22 $-0,0919$	$2,01 \cdot 10^3$ 1,22 $-0,0959$	$862$ 1,22 $-0,0953$	$352$ 1,20 $-0,0886$	$113$ 1,17 $-0,0710$	$0,664$
90	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$1,21 \cdot 10^5$ 1,02 $-0,080$	$7,23 \cdot 10^3$ 1,20 $-0,123$	$2,65 \cdot 10^3$ 1,21 $-0,133$	$1,08 \cdot 10^3$ 1,20 $-0,139$	$449$ 1,16 $-0,139$	$178$ 1,11 $-0,131$	$55,5$ 1,05 $-0,108$	
105	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$7,99 \cdot 10^4$ 1,15 $-0,112$	$4,58 \cdot 10^3$ 1,21 $-0,153$	$1,64 \cdot 10^3$ 1,18 $-0,166$	$646$ 1,13 $-0,175$	$261$ 1,06 $-0,180$	$99,6$ 0,982 $-0,176$	$29,5$ 0,882 $-0,176$	
120	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$5,91 \cdot 10^4$ 1,21 $-0,122$	$3,22 \cdot 10^3$ 1,21 $-0,163$	$1,12 \cdot 10^3$ 1,16 $-0,180$	$428$ 1,07 $-0,195$	$166$ 0,961 $-0,208$	$60,1$ 0,841 $-0,213$	$16,5$ 0,701 $-0,197$	
135	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$4,77 \cdot 10^4$ 1,27 $-0,110$	$2,48 \cdot 10^3$ 1,20 $-0,151$	$2,07 \cdot 10^3$ 1,12 $-0,170$	$840$ 1,00 $-0,190$	$310$ 0,862 $-0,211$	$115$ 0,707 $-0,231$	$39,0$ 0,528 $-0,238$	
150	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$4,15 \cdot 10^4$ 1,32 $-0,0822$	$1,98$ 1,20 $-0,116$	$0,944$ 0,982 $-0,134$	$0,944$ 0,782 $-0,177$	$245$ 0,782 $-0,177$	$87,2$ 0,593 $-0,208$	$27,4$ 0,386 $-0,247$	
165	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$3,83 \cdot 10^4$ 1,35 $-0,0455$	$1,85 \cdot 10^3$ 1,20 $-0,0630$	$606$ 1,07 $-0,0736$	$212$ 0,907 $-0,0863$	$73,1$ 0,727 $-0,103$	$21,7$ 0,522 $-0,128$	$4,00$ 0,292 $-0,176$	
15	$\sigma_M$ $R_M$ $S_M$	$6,98 \cdot 10^6$ 1,00 $2,97 \cdot 10^{-5}$	$3,84 \cdot 10^6$ 1,01 $-1,92 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^4$ 1,02 $-2,68 \cdot 10^{-4}$	$5,80 \cdot 10^4$ 1,02 $-3,24 \cdot 10^{-4}$	$[2,50 \cdot 10^4$ 1,02 $-3,56 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^4$ 1,02 $-3,55 \cdot 10^{-4}$	$3,41 \cdot 10^8$ 1,02 $-2,94 \cdot 10^{-4}$	

30	$\sigma_M$	$2,50 \cdot 10^4$	9,13,10 <sup>3</sup>	3,75,10 <sup>3</sup>	1,61,10 <sup>3</sup>	6,63,10 <sup>2</sup>	2,17,10 <sup>2</sup>	1,00	1,01	1,01	1,01	1,01	-1,92,10 <sup>-3</sup>
	$R_M$	1,02	1,02	1,02	-2,18,10 <sup>-3</sup>	-2,45,10 <sup>-3</sup>	-5,35,10 <sup>-3</sup>						
	$S_M$	-7,90,10 <sup>-4</sup>	-1,80,10 <sup>-3</sup>	-2,36,10 <sup>-3</sup>									
45	$\sigma_M$	$9,52 \cdot 10^4$	$5,20 \cdot 10^3$	1,80,10 <sup>3</sup>	$7,72 \cdot 10^2$	3,28,10 <sup>2</sup>	1,34,10 <sup>2</sup>	43,3	0,956	0,975	0,987	0,987	-6,33,10 <sup>-3</sup>
	$R_M$	1,01	1,01	1,01	1,00	-6,40,10 <sup>-3</sup>	-6,60,10 <sup>-3</sup>						
	$S_M$	-3,00,10 <sup>-3</sup>	-5,14,10 <sup>-3</sup>	-5,88,10 <sup>-3</sup>	2,56,10 <sup>2</sup>	1,07,10 <sup>2</sup>	43,0	-5,19,10 <sup>-3</sup>					
60	$\sigma_M$	$3,27 \cdot 10^4$	$1,76 \cdot 10^3$	6,35,10 <sup>2</sup>	0,966	0,939	0,912	13,6	0,875	0,912	0,912	0,912	-0,0121
	$R_M$	1,02	0,999	0,986	-0,0110	-0,0120	-0,0125						-0,0101
	$S_M$	-6,28,10 <sup>-3</sup>	-9,73,10 <sup>-3</sup>	-0,0110									
75	$\sigma_M$	$1,48 \cdot 10^4$	7,87,10 <sup>3</sup>	2,80,10 <sup>2</sup>	1,11,10 <sup>2</sup>	45,7	17,9	5,50	0,834	0,881	0,881	0,881	0,778
	$R_M$	1,01	0,982	0,955	0,920	-0,0194	-0,0192	-0,0164	-0,0192	8,76	23,1	23,1	-0,0164
	$S_M$	-9,90,10 <sup>-3</sup>	-0,0147	-0,0167	1,48,10 <sup>2</sup>	57,7	23,1	2,58	0,810	0,743	0,743	0,743	2,58
90	$\sigma_M$	8,11,10 <sup>3</sup>	4,22,10 <sup>3</sup>	0,958	0,919	0,871	-0,0244	-0,0240	-0,0240	-0,0269	-0,0269	-0,0269	-0,0240
	$R_M$	1,01	-0,0130	-0,0191	-0,0220	-0,0244	-0,0263						
	$S_M$												
105	$\sigma_M$	5,09,10 <sup>3</sup>	2,60,10 <sup>2</sup>	89,6	34,2	13,3	4,83	1,34	0,740	0,649	0,649	0,649	0,546
	$R_M$	1,00	0,936	0,882	0,818	-0,0290	-0,0321	-0,0321	-0,0341	-0,0341	-0,0341	-0,0341	-0,0324
	$S_M$	-0,0150	-0,0220	-0,0256									
120	$\sigma_M$	3,56	1,78	6,04	2,25	8,47	2,93	0,748	0,669	0,559	0,559	0,559	0,433
	$R_M$	0,995	0,910	0,884	0,764	-0,0309	-0,0353	-0,0353	-0,0394	-0,0394	-0,0394	-0,0394	-0,0406
	$S_M$	-0,0152	-0,0226	-0,0266									
135	$\sigma_M$	2,74,10 <sup>3</sup>	1,34,10 <sup>3</sup>	44,8	16,3	5,94	1,94	0,446	0,607	0,479	0,479	0,479	0,334
	$R_M$	0,992	0,887	0,811	0,717	-0,0290	-0,0342	-0,0342	-0,0404	-0,0404	-0,0404	-0,0404	-0,0461
	$S_M$	-0,0136	-0,0205	-0,0244									
150	$\sigma_M$	2,28,10 <sup>3</sup>	1,10,10 <sup>2</sup>	36,4	13,00	4058	1,42	0,288	0,683	0,560	0,419	0,419	0,258
	$R_M$	0,986	0,870	0,787	-0,0187	-0,0226	-0,0276	-0,0276	-0,0343	-0,0343	-0,0343	-0,0343	-0,0444
	$S_M$	-0,0102	-0,0155	-0,0205									
165	$\sigma_M$	2,05,10 <sup>3</sup>	98,0	32,1	11,3	3,90	1,16	0,211	0,659	0,529	0,380	0,380	0,210
	$R_M$	0,984	0,860	0,770	-0,0102	-0,0125	-0,0156	-0,0156	-0,0202	-0,0202	-0,0202	-0,0202	-0,0290

При рассеянии электронов высоких ( $T > 5$  Мэв) энергий на большие и малые углы следует учитывать эффект экранирования и конечные размеры ядер (см. ниже). Впервые экспериментально эффект конечных размеров ядра изучен в работе [372] при рассеянии электронов с энергией 15 Мэв. Впрочем, как определили Пауль и Райх [420], эффект конечных размеров угла оказывается уже при рассеянии на тяжелых ядрах электронов с энергией в несколько мегаэлектронвольт. Аналогичное заключение следует из работы [473], в которой экспериментальные сечения рассеяния электронов с энергией 1,0—2,5 Мэв сравниваются с расчетами Доггета и Спенсера (табл. 65,66).

Ранние работы по исследованию рассеяния ядрами позитронов в камере Вильсона хотя и не противоречили теории Мотта, но не могли дать сведений о количественном различии сечений рассеяния позитронов и электронов. Только в работе Липкина и Уайта [371] впервые удалось надежно измерить отношение сечений рассеяния на различных ядрах электронов и позитронов с энергией  $\sim 1$  Мэв. Измеренное отношение рассеянных на меди и платине электронов и позитронов ( $T = 1,08$  Мэв), равное 0,52 и 0,31, оказалось в хорошем согласии с теоретическими величинами 0,67 и 0,33. В работе Аллена и сотрудников [144] отношение экспериментальных сечений рассеяния электронов и позитронов с энергией 9,8 Мэв на ксеноне равно 1,3 (согласуется с теорией).

**Влияние экранирования и конечных размеров ядра на рассеяние электронов.** Экранирование ядра внешними электронами приводит к уменьшению сечений рассеяния по сравнению с сечениями рассеяния в неэкранированном кулоновском поле. Особенно это заметно при рассеянии на малые углы. При данном угле рассеяния влияние экранирования уменьшается с увеличением энергии электронов и с уменьшением заряда рассеивающих ядер.

В зависимости от значения параметра  $\alpha = \frac{Z}{137^3}$ , так же как и при рассеянии тяжелых зараженных частиц (§2), различаются два предельных случая рассеяния электронов.

При выполнении условия  $\alpha \gg 1$  (медленные электроны и тяжелые рассеивающие вещества) пригодно классическое приближение, т. е. сечение рассеяния следует формуле Резерфорда (11,1) до некоторого предельного угла  $\theta_a^*$ , определяемого выражением (2,38).

Во всех остальных случаях сечение однократного рассеяния следует вычислять по формулам квантовой механики (теория Мотта, см. выше). В предельном случае ( $\alpha \ll 1$ ) расчетные значения сечений рассеяния справедливы до предельного угла  $\theta_a^*$ , определяемого формулой (2,39а), в которой  $a = a_0 Z^{1/3}$  является эффективным радиусом экранирования. При  $\theta < \theta_a^*$  из-за экранирования сечение рассеяния электронов будет меньше теоретического.

Бете [150] показал, что в борновском приближении отношение  $\sigma_{\text{экп}}/\sigma_R$  для нерелятивистских электронов определяется фактором  $\left[1 - \frac{F(\xi)}{Z}\right]^2$ , где  $F(\xi)$  — атомный форм-фактор, используемый в теории рассеяния рентгеновских лучей:

$$\xi = \frac{\sin(\theta/2)}{\lambda} Z^{-\frac{1}{3}}.$$

Значения величин  $f(\xi) = \frac{F(\xi)}{Z}$  приведены в табл. 68.

Более общий способ учета экранирования кулоновского поля ядра атомными электронами, основанный на применении метода Венцеля, был разработан Мольер [388, 389]. Основные результаты этой теории изложены в § 2.

Влияние конечных размеров ядра скаживается при рассеянии электронов высоких энергий на большие углы. Рассеяние на большие углы связано с малыми прицельными параметрами, так что, если продолжить классическую аналогию, то при лобовых соударениях электрон может пройти через „край“ ядра, испытывая действие только некоторой доли его заряда. Отклонение его в этом случае будет меньше, чем в кулоновском поле точечного заряда. Изучение таких отклонений дает ценные сведения о распределении заряда в ядре и ядерном формфакторе [2].

### Поляризация электронов при однократном рассеянии на ядрах.

При рассеянии электронов спин их приобретает определенную ориентацию, так что рассеянный пучок бывает частично или полностью поляризован. Поляризация пучка рассеянных электронов может быть обнаружена по азимутальной асимметрии при вторичном рассеянии. Это обстоятельство было использовано в известных опытах по проверке несохранения четкости при слабых взаимодействиях (см. об этих опытах, например, работы [2, 98]). Если  $\vartheta_1$  — угол рассеяния первичного пучка электронов, то  $\vartheta_2$  — угол при вторичном рассеянии — будет зависеть также от  $\varphi_2$  — азимутального угла относительно  $\vartheta_1$ . Дифференциальное поперечное сечение процесса двойного рассеяния определяется выражением

$$\frac{d\sigma}{d\omega}(\vartheta_1, \vartheta_2, \varphi_2) = \frac{d\sigma_M}{d\omega}(\vartheta_1) \frac{d\sigma_M}{d\omega}(\vartheta_2) \left\{ 1 + S(\vartheta_1 \vartheta_2) \cos \varphi_2 \right\}, \quad (12,5)$$

где величины  $\frac{d\sigma_M}{d\omega}$  находятся по формуле (12,3), а фактор асимметрии поляризации  $S(\vartheta_1 \vartheta_2)$  может быть представлен как произведение  $S(\vartheta_1) S(\vartheta_2)$ , причем каждый из множителей является функцией только  $\vartheta_1$ , либо  $\vartheta_2$ :

$$S_M(\vartheta) = \frac{2\lambda q (1 - \beta^2)^{1/2}}{(2\pi)^2 \sin \vartheta} \left( \frac{dz_M}{d\omega} \right) \left\{ F(\vartheta) G^*(\vartheta) + F^*(\vartheta) G(\vartheta) \right\}. \quad (12,6)$$

Здесь принятые те же обозначения, что и в формуле (12,3). Величины  $S_M(\vartheta) = \delta^*$  для различных  $Z$  и  $\beta$  вычислены Шерманом [466] и приведены в табл. 67. На рис. 99 изображена зависимость (точки) фактора асимметрии поляризации от  $\beta$  при двойном рассеянии на  $90^\circ$  ( $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 90^\circ$ ) по расчетам Шермана. Там же приведены расчетные кривые Мотта [386] и Бартлетта и Уотсона [208].

Степень поляризации рассеиваемых электронов зависит от энергии падающих электронов и заряда рассеивающих ядер. Максималь-

Таблица 68

Величины поправок на экранирование  
к формуле Резерфорда (12,1)  
в борновском приближении [150]

$\xi$	$f(\xi)$	$\xi$	$f(\xi)$	$\xi$	$f(\xi)$
0	1	0,10	0,610	0,30	0,277
0,02	0,947	0,12	0,550	0,40	0,207
0,04	0,853	0,15	0,485	0,50	0,156
0,06	0,758	0,20	0,395	—	—
0,08	0,677	0,25	0,322	—	—

ная поляризация наблюдается при средних ( $\sim 150$  кэВ) энергиях электронов и больших углах рассеяния.

**Рассеяние электронов на электронах.** Электроны рассеиваются не только за счет упругих соударений с ядрами вещества, но также и вследствие неупругих соударений с электронами атомов. В том случае, когда энергия падающего электрона превышает энергию связи электронов в атоме, соударение „электрон—электрон“ можно рассматривать как столкновение двух свободных частиц.

Классическое сечение рассеяния нерелятивистских электронов на электронах определяется формулой (2,27). Так как рассеяние первичного электрона на угол  $\theta$  сопровождается вылетом электрона отдачи под углом  $(\frac{\pi}{2} - \theta)$ , а экспериментально эти электроны не различимы, то резерфордовское сечение рассеяния электронов на электроне записывается так:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \sigma_R(\theta) = \left( \frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \left( \frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta} \right) 4 \cos \theta, \quad (12.7)$$

где  $\theta$  — угол рассеяния в ЛСК, а множитель  $4 \cos \theta$  дает отношение элементов телесных углов в ЛСК и СЦИ (см. формулы (2,30) и (2,31)).

Полное сечение резерфордовского рассеяния электронов на угол, больший  $\theta$ , получается интегрированием выражения (12,7):

$$\sigma_R(\gg \theta) = 4\pi \left( \frac{e^2}{mv^2} \right)^2 (\operatorname{ctg}^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \theta) \text{ см}^2/\text{электрон}. \quad (12.8)$$

Квантовомеханическое сечение рассеяния нерелятивистских электронов вычислено Моттом. Величина  $\sigma_M(\theta)$  дается формулой (2,28), если в ней принять, что  $Z = 1$ .

Для релятивистских электронов расчет сечения рассеяния следует производить по формуле Меллера [390]

$$d\sigma_{\text{Меллер}} = 4\pi \left( \frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \left( \frac{\gamma + 1}{\gamma^4} \right) \left[ \frac{4}{(1 - x^2)^2} - \frac{3}{(1 - x^2)} + \frac{(\gamma - 1)^2}{4\gamma^2} \left( 1 + \frac{4}{1 - x^2} \right) \right], \quad (12.9)$$

где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  — коэффициент релятивистского преобразования;

$$x = \frac{2 - (\gamma + 3) \sin^2 \theta}{2 + (\gamma - 1) \sin^2 \theta}.$$

Сечение рассеяния электронов на электронах много меньше сечения рассеяния на ядрах. Для атомов с большим  $Z$  сечение рассеяния

электронов на ядре должно быть в  $Z$  раз больше сечения рассеяния на электронах атома.

Результаты экспериментальных исследований однократного рассеяния электронов с энергией до 200 МэВ на электронах [203, 204, 331, 423, 467] удовлетворительно согласуются с формулой Меллера. Результаты некоторых работ по исследованию рассеяния позитронов на электронах [138, 308] находятся в качественном согласии с вычислениями Баба [183]. Согласно работе [308], отношение сечений рассеяния „электрон — электрон“ и „позитрон — электрон“ при энергии падающих частиц 1,3 МэВ равно  $1,82 \pm 0,11$  (теоретическое по Меллеру значение равно 1,83).

**Многократное рассеяние электронов.** Все приведенные выше соотношения справедливы только для расчета распределений по углам однократно рассеянных электронов. При однократном рассеянии электрон, проходя слой вещества  $t$ , испытывает в среднем до одного столкновение с ядром или электроном тормозящей среды. Слой при этом должен быть достаточно тонким, чтобы удовлетворялось условие

$$t \ll \frac{1}{\sigma n}, \quad (12,10)$$

где  $\sigma$  — эффективное сечение рассеяния;

$n$  — число атомов в 1 см<sup>3</sup> рассеивающего вещества.

Число актов рассеяния в этом случае определяется формулой (1,2), причем  $\sigma$  выражается одной из формул — (12,1), (12,3), (12,7) и (12,9).

Если толщина рассеивателя равна

$$t \sim \frac{1}{\sigma n}, \quad (12,11)$$

то отклонение частицы на данный угол  $\theta$  может быть связано с несколькими последовательными актами рассеяния электрона на ядрах или электронах. Имеет место кратное рассеяние (§ 2).

Когда число соударений при прохождении данной толщи рассеивателя превышает двадцать, но в то же время потери энергии малы по сравнению с начальной энергией, говорят о многократном рассеянии. Результаты теоретического исследования кратного и многократного рассеяний изложены в § 2. Они в равной мере относятся к рассеянию электронов. Наконец, если рассеивающая фольга настолько толста, что

$$t \gg \frac{1}{\sigma n} \quad (12,12)$$

и потери энергии в ней велики, прохождение электронов можно рассматривать как процесс диффузии (см. ниже).

Экспериментальные исследования многократного рассеяния электронов производились Кульчицким и Латышевым [58], Хансоном и др. [298]. Результаты исследований находятся в согласии с теорией, изложенной в § 2. Так, на рис. 100 отражены результаты измерения [298] углового распределения при многократном рассеянии электронов с энергией 15,7 МэВ, прошедших через золотые фольги, и теоретические кривые (§ 2).

Дальнейшие исследования как в области малых энергий [333, 352], так и больших [398], показали, что многократное рассеяние удовлетворительно описывается теорией Мольер. На рис. 101 приведены кривые, позволяющие сравнить теоретическое и эксперимен-

тальное угловое распределение электронов с энергией 600 Мэв, прошедших фольгу алюминия толщиной 2,44 мг/см<sup>2</sup>.

Заметим, что многократное рассеяние приобрело очень важное значение для определения энергии быстрых частиц (космические лучи, ускоренные протоны и мезоны), см. § 10.

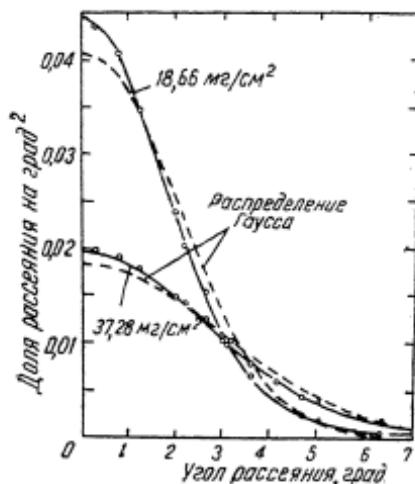


Рис. 100. Угловое распределение электронов с энергией 15,7 Мэв при многократном рассеянии на золотых фольгах 18,66 и 17,28 мг/см<sup>2</sup>.

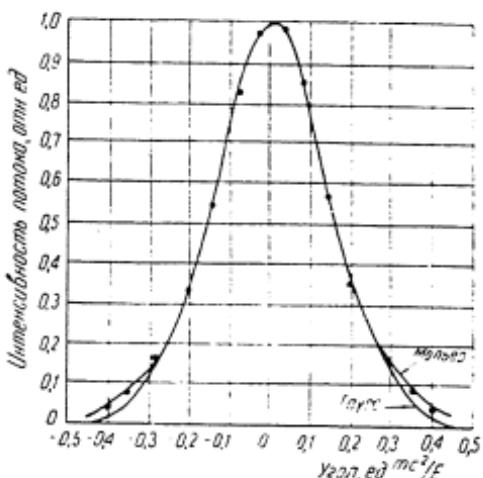


Рис. 101. Угловое распределение электронов с энергией 600 Мэв, испытавших многократное рассеяние в тонкой (2,44 мг/см<sup>2</sup>) фольге алюминия [398].

**Диффузия электронов.** При больших толщинах вещества (толщинах, превышающих примерно половину практического пробега электронов, см. § 13) угловое распределение рассеянных электронов приобретает вид

$$W(\theta) \sim \cos^2 \theta \quad (12,13)$$

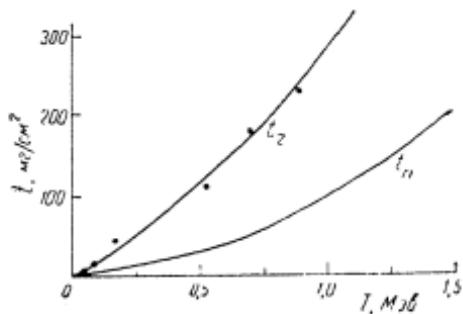


Рис. 102. Нормальная толщина  $t_n$  и толщина обратной диффузии  $t_r$  для электронов, падающих на рассеиватель под прямым углом. Экспериментальные точки для алюминия.

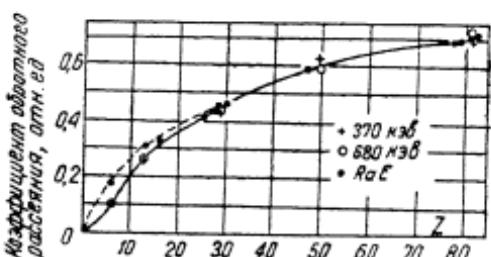


Рис. 103. Зависимость коэффициента обратного рассеяния электронов, падающих нормально к поверхности, от атомного номера рассеивателя. Точками изображены результаты измерений при разных энергиях электронов.

и средний угол рассеяния достигает максимальной величины 33°, оставаясь постоянным при дальнейшем увеличении толщины („нормальный“ случай или полная диффузия). Толщина, при которой достигается нормальный случай, называется нормальной толщиной  $t_n$ . При некоторой толщине  $t_r$  достигает насыщения также и число обратно

рассеянных электронов (электронов, выходящих из рассеивателя со стороны падающего пучка). Величина  $t$ , называется толщиной насыщения обратного рассеяния или толщиной обратной диффузии.

На рис. 102 показана зависимость нормальной толщины диффузии  $t_n$  и толщины обратной диффузии  $t$ , от энергии падающего пучка электронов (случай нормального падения пучка электронов на алюминий).

Наконец, на рис. 103 представлены кривые, отражающие зависимость величины коэффициента обратного рассеяния  $\alpha_N$ , равного отношению числа обратно рассеянных электронов при насыщении к числу первичных электронов, от порядкового номера рассеивающего материала. Коэффициент обратного рассеяния очень слабо зависит от энергии электронов, но определяется зарядом рассеивателя. Согласно Франку [241], коэффициент обратного рассеяния электронов на бесконечно толстом слое свинца равен 36%, в меди — 18, алюминии — 5% ( $T=1-3,2 \text{ MeV}$ ). Для позитронов коэффициент обратного рассеяния на 30—40% меньше соответствующего коэффициента для электронов ( $Z=4-90$ ).

Распределение обратно рассеянных электронов по энергии изучалось в работах Боте [185]. Отношение средней энергии рассеянных электронов к энергии падающих электронов увеличивается с ростом  $Z$  рассеивающего материала (рис. 104). При нормальном падении отраженные электроны имеют меньшую энергию, чем при падении под углом к нормали.

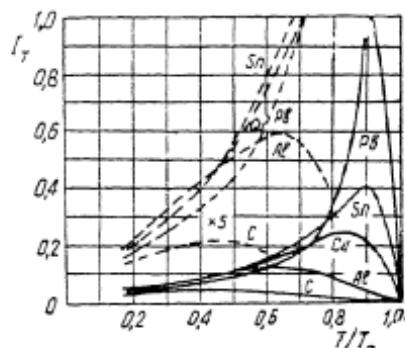


Рис. 104. Энергетическое распределение электронов ( $T_0 = 680 \text{ кэВ}$ ), обратно рассеянных различными материалами. Пунктиром обозначены участки кривых, ординаты которых увеличены в пять раз.

### § 13. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ИОНИЗАЦИЮ

**Максимальная передача энергии при неупругих столкновениях электронов и позитронов с атомными электронами.** При столкновении идентичных частиц, например электрона с электроном, различить рассеянный электрон и электрон отдачи невозможно. Поэтому условно считают, что наиболее быстрый электрон является рассеянным. Таким образом, при столкновении электрона с энергией  $T$  со свободным покоящимся электроном максимальная переданная энергия принимается равной

$$Q_{\max} = \frac{T}{2} \equiv \frac{1}{2}(E - mc^2). \quad (13,1)$$

При столкновении быстрого позитрона, обладающего энергией  $T$ , со свободным покоящимся электроном максимальная передача энергии

$$Q_{\max} = T.$$

Она осуществляется при лобовом соударении позитрона с электроном.

**Сечения передачи энергии при неупругих столкновениях.** „Классическое“ сечение передачи энергии  $Q$  при столкновении элек-

трана с энергией  $T$  со свободным электроном равно

$$d\sigma_{\text{кл}}(Q) = \sigma_{\text{кл}}(Q) dQ + \sigma_{\text{кл}}(T-Q) dQ,$$

причем  $\sigma_{\text{кл}}(Q)$  определяется формулой (2,41), так что

$$d\sigma_{\text{кл}} = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left[ 1 + \left( \frac{Q}{T-Q} \right)^2 \right] \text{см}^2/\text{электрон}. \quad (13,2)$$

Величина  $d\sigma_{\text{кл}}$  численно равна вероятности столкновения электронов, в результате которого один из них будет иметь энергию  $Q$ , а другой —  $(T-Q)$ .

Квантовомеханическое выражение для сечения передачи энергии электроном получено Меллером [390] на основе теории Дирака; оно имеет вид

$$d\sigma = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left[ 1 + \left( \frac{Q}{T-Q} \right)^2 + \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^2 - \frac{2\gamma-1}{\gamma^2} \left( \frac{Q}{T-Q} \right) \right], \quad (13,3)$$

где  $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$  — коэффициент релятивистского преобразования.

В нерелятивистском случае при  $T < mc^2$  или  $(\gamma-1) \ll 1$

$$d\sigma = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left[ 1 + \left( \frac{Q}{T-Q} \right)^2 - \left( \frac{Q}{T-Q} \right) \right]. \quad (13,3a)$$

Формулу (13,3a) по имени авторов иногда называют формулой Мотта — Вильямса.

Для предельно релятивистских электронов ( $T \gg mc^2$ ;  $\beta \approx 1$ )

$$d\sigma = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left( \frac{T}{T-Q} \right)^2 \left[ 1 - \frac{Q}{T} + \left( \frac{Q}{T} \right)^2 \right]^2. \quad (13,3b)$$

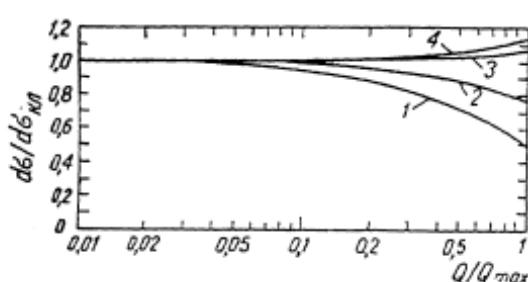


Рис. 105. Отношение  $d\sigma/d\sigma_{\text{кл}}$  для соударений «электрон—электрон»:

1 — нерелятивистский случай; 2 —  $T = 1$  МэВ, 3 —  $T = 10$  МэВ; 4 — крайне релятивистский случай.

электронах из-за малой точности не могли дать определенного ответа о различии «классического» и квантовомеханического сечений.

В последние годы в связи с улучшением экспериментальной техники точность измерений значительно повысилась. Результаты последних исследований, в которых применялся магнитный анализ падающего и рассеянного электронов и использовалась методика совпадений для исключения случаев многократного рассеяния, согласуются с формулой (13,3) и показывают, что пренебрежение членами в этой

На рис. 105 представлено отношение  $\frac{d\sigma}{d\sigma_{\text{кл}}}$  для электронов разных энергий в функции  $\frac{Q}{Q_{\text{max}}}$ .

Экспериментальная проверка приведенных выше формул (13,2) — (13,3б) производилась в ряде опытов, причем был охвачен широкий диапазон энергий электронов (0,1 — 250 МэВ). К сожалению, ранние работы по изучению сечений рассеяния электронов на

формуле, обязанными спину электрона, приводит к сечениям, заметно меньшим экспериментальных сечений. Это иллюстрируется, например, графиком рис. 106, на котором точками изображены экспериментальные сечения [138] передачи электрону половины начальной энергии (в единицах  $2\pi r_e^2$ , где  $r_e = \frac{e^2}{mc^2}$  — классический радиус электрона). Сплошная кривая на этом рисунке вычислена по формуле (13,3), пунктирная определена без учета членов, обязанных спину.

Сечение передачи энергии в ЛСК при столкновении позитрона с электроном, как дираковских античастицы и частицы, найдено Баба [183]:

$$d\sigma = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left\{ \left[ 1 - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} \frac{Q}{T} + \right. \right. \\ + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \left( \frac{Q}{T} \right)^2 \left. \right] - \\ - \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left( \frac{Q}{T} \right) \left[ \frac{\gamma + 2}{\gamma} - \right. \\ \left. - 2 \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} \left( \frac{Q}{T} \right) + \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \left( \frac{Q}{T} \right)^2 \right] + \\ + \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^2 \left( \frac{Q}{T} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma} + \frac{3}{2\gamma^2} - \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \frac{Q}{T} \left( 1 - \frac{Q}{T} \right) \right] \left. \right\} = \\ = d\sigma_{\text{кн}} [D + I + A]. \quad (13,4)$$

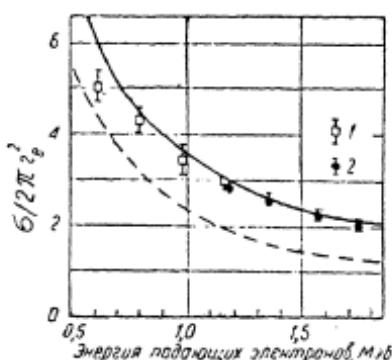


Рис. 106. Сечение передачи электрону половины начальной энергии по квантовомеханической и классической теориям. Сплошная кривая по теории Мёллера, пунктир — то же без учета спиновых членов.

Член  $D$  — первое слагаемое в фигурных скобках — описывает нормальное рассеяние без учета обменных эффектов; третье слагаемое в фигурных скобках — член  $A$  — обязан виртуальным эффектам аннигиляции позитронов и образования новых пар в процессе столкновений позитрона и электрона; наконец, слагаемое  $I$  учитывает интерференцию в явлениях, описываемых членами  $D$  и  $A$ .

В нерелятивистском случае ( $T \ll mc^2$ ) выражение в фигурных скобках приблизительно равно 1 и сечение передачи энергии совпадает с классическим выражением (13,2). В предельно релятивистском случае

$$d\sigma = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \left[ 1 - \frac{Q}{T} + \left( \frac{Q}{T} \right)^2 \right]^2. \quad (13,4a)$$

На рис. 107 показано отношение  $\frac{d\sigma}{d\sigma_{\text{кн}}}$  для позитронов различных энергий в функции  $Q/Q_{\text{max}}$ . Роль квантовомеханических эффектов иллюстрируется рис. 108 [424], на котором нанесены полное сечение передачи энергии позитронами с энергией  $T = 200$  Мэв по формуле (13,4), а также сечения без учета членов  $I$  и  $A$  в формуле (13,4).

Большая роль членов  $I$  и  $A$  в описании сечений передачи энергии отмечена также в экспериментальных работах [138, 308].

**Потери энергии на ионизацию.** Расчеты ионизационных потерь энергии электронами и позитронами производятся так же, как и при вычислении потерь энергии тяжелыми частицами (§ 4), с помощью формулы (2,44), причем отдельно для близких ( $Q > H$ ) и далеких ( $Q < H$ ) соударений.

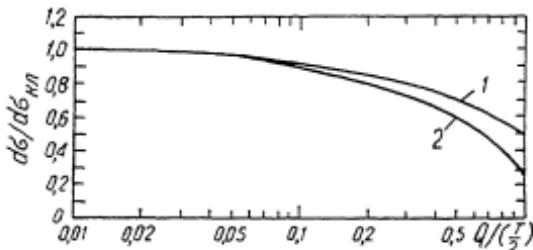


Рис. 107. Отношение  $d\epsilon/d\sigma_{KL}$  для позитронов согласно теории Баба:  
1—нерелятивистский случай; 2—крайне релятивистский.

С учетом формулы (13,3) потери энергии электронами в близких соударениях равны

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Q>H} = \frac{2\pi ne^4}{mv^2} \left[ \ln \frac{T}{4H} + 1 - \frac{2\gamma - 1}{\gamma^2} + \frac{1}{8} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \right]. \quad (13,5)$$

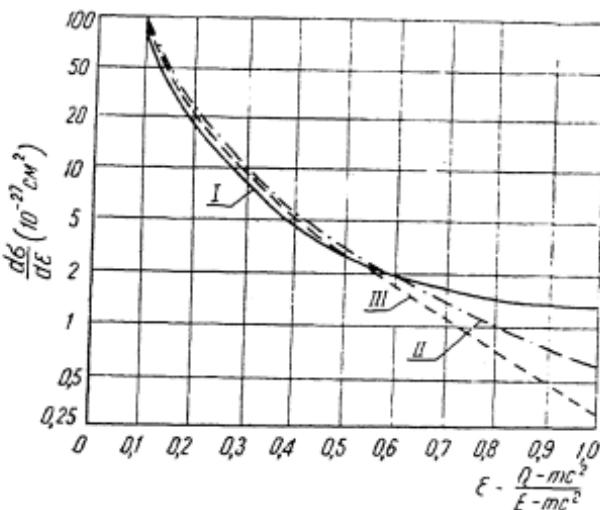


Рис. 108. Дифференциальные сечения передачи энергий позитронами с  $E=200$  Мэв:  
I—сечение рассеяния „позитрон—электрон“ по теории Баба [152] и Клейна—Жордана; II—по формуле Клейна—Жордана без учета аннигиляционных членов.

Для позитронов соответствующее выражение записывается так:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Q>H} = \\ = \frac{2\pi ne^4}{mv^2} \left\{ \ln \frac{T}{H} - \frac{5^2}{12} \left[ 11 + \frac{14}{\gamma+1} + \frac{10}{(\gamma+1)^2} + \frac{4}{(\gamma+1)^3} \right] \right\}. \quad (13,6) \end{aligned}$$

Потери энергии в далеких соударениях для всех заряженных частиц, в том числе для электронов и позитронов, выражаются формулой (4,14).

Просуммировав выражения (13,5) и (4,14), а также (13,6) и (4,14), получим формулы для вычисления средних ионизационных потерь энергии на единице длины пути электронов и позитронов в веществе. Для электронов

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4 n}{mv^2} \left[ \ln \frac{T^2 (\gamma + 1)}{2I^2} + (1 - \beta^2) - \frac{2\gamma - 1}{\gamma^2} \ln 2 + \frac{1}{8} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \right]; \quad (13,7)$$

для позитронов

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4 n}{mv^2} \left[ \ln \frac{2T^2 (\gamma + 1)}{I^2} - \frac{\beta^2}{12} \left( 23 + \frac{14}{\gamma + 1} + \frac{10}{(\gamma + 1)^2} + \frac{4}{(\gamma + 1)^3} \right) \right]. \quad (13,8)$$

Если потери измерять в мегаэлектронвольтах на сантиметр, то коэффициент перед квадратными скобками в формулах (13,7) и (13,8) равен  $0,153 \rho \left( \frac{Z}{A} \right) \beta^{-2}$ , где  $\rho$  — плотность тормозящего вещества ( $\text{г}/\text{см}^3$ );  $Z$  и  $A$  — заряд и массовое число тормозящих атомов;

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

Величины  $I$ , входящие в формулы (13,7) и (13,8), имеют то же значение, что и в формулах для потерь энергии тяжелыми заряженными частицами.

В нерелятивистском случае,  $\beta < 0,5$ ;  $(\gamma - 1) \ll 1$ ,

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^2 n}{mv^2} \ln \frac{1,16mv^2}{2I} \quad (13,9)$$

или, если  $\frac{dE}{dx}$  выражено в мегаэлектронвольтах на сантиметр

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = 0,306 \rho \left( \frac{Z}{A} \right) \beta^{-2} \ln \left( \frac{1,16T}{I} \right).$$

Сравнивая выражение (13,9) с соответствующей формулой для потерь энергии тяжелыми заряженными частицами (4,20), видим, что они отличаются только величиной аргумента под знаком логарифма. Это обусловлено различием приведенных масс в системах „электрон-электрон“ и „тяжелая частица—электрон“; максимальная передача энергии электрону, как указано выше, равна  $\frac{1}{4} mv^2$ , а не  $\frac{1}{2} mv^2$ .

С точностью до 10% ионизационные потери электронов в средних и тяжелых веществах совпадают с ионизационными потерями протонов той же скорости. Расчетные значения задерживающей силы различных веществ относительно воздуха для быстрых электронов приведены в табл. 69.

Представление о величинах средних потерь энергии на ионизацию и зависимости их от энергии падающих электронов дают кривые рис. 109 и 110, построенные на основе расчетов по приведенным выше формулам. Заметим, что при расчетах этих кривых [405] были

Таблица 69

Задерживающая сила (в расчете на электрон)  
относительно воздуха для быстрых электронов [446]

$T, M\text{эв}$	Бериллий Be	Полиэтилен $(\text{CH}_2)_n$	Углерод C	Полистирол	Люцит	Магний Mg	Алюминий Al
0,5	1,036	1,051	1,007	1,038	1,031	0,950	0,946
0,75	1,023	1,038	1,000	1,030	1,022	0,952	0,950
1,0	1,012	1,028	0,992	1,020	1,014	0,951	0,949
1,5	0,997	1,009	0,977	1,003	0,997	0,947	0,944
2,0	0,985	0,995	0,963	0,988	0,982	0,942	0,936
3	0,968	0,976	0,944	0,969	0,963	0,932	0,926
5	0,937	0,948	0,919	0,942	0,937	0,911	0,903
10	0,897	0,911	0,884	0,907	0,901	0,879	0,866
20	0,856	0,879	0,848	0,870	0,865	0,850	0,835
50	0,816	0,830	0,804	0,826	0,821	0,811	0,799
100	0,802	0,815	0,791	0,813	0,808	0,799	0,789

приняты несколько заниженные значения  $I_{(\text{Al})} = 148 \text{ эв}$ ,  $I_{(\text{Cu})} = 310 \text{ эв}$  (ср. табл. 19) и не был учтен эффект плотности среды (см. ниже). В табл. 70 даны важные для дозиметрии сведения об относительных массовых тормозных способностях различных веществ для электронов [31, 405].

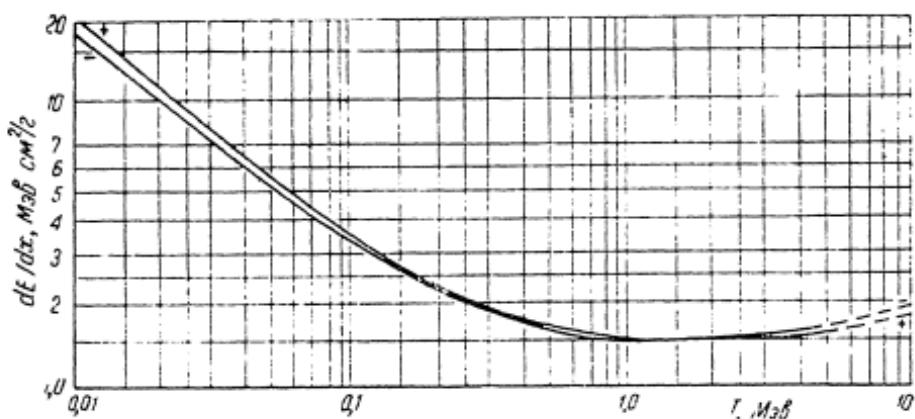


Рис. 109. Удельные потери энергии электронами (—) и позитронами (+) в алюминии по расчету Нэлмса [405].

Как видно из рис. 109, 110 и табл. 70, ионизационные потери электронов зависят главным образом от плотности вещества и слабо — от  $Z$ . Они уменьшаются с ростом энергии, достигают минимума при  $T \approx 2,5 \text{ мэв}$  и затем медленно растут с энергией как  $\ln T$  (если не учитывать эффекта плотности).

Характер различия задерживающих сил веществ для электронов и позитронов иллюстрируется рис. 109 — 111.

При  $T/mc^2 \sim 0,1$  относительная разность потерь энергии не превышает 10%. С увеличением энергии различие уменьшается.

Формулы (13,7)–(13,9) пригодны для расчетов ионизационных потерь энергии при условии, что энергия электронов превышает энергию

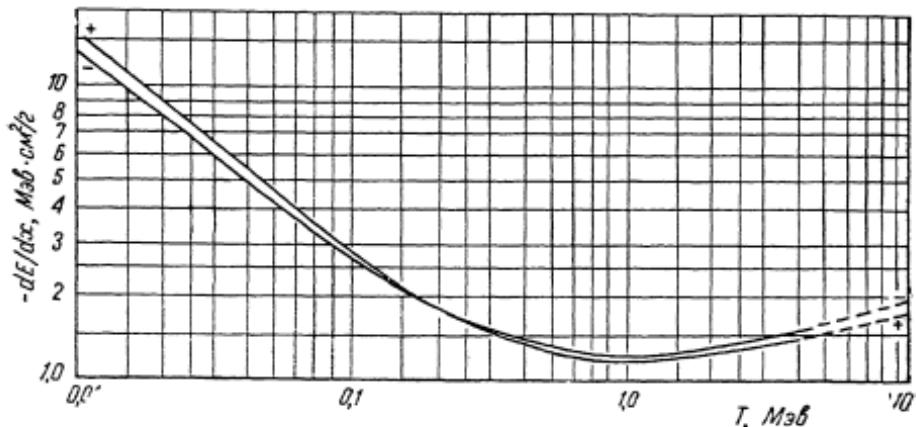


Рис. 110. Удельные потери энергии электронами (—) и позитронами (+) в меди по Нэлмсу [405].

тию связи электронов в атомах тормозящей среды. Иными словами, при выводе этих формул не учитывается эффект связи электронов (§ 4).

Для электронов больших энергий и плотных сред, кроме того, следует учитывать эффект поляризации среды (ср. § 4), который

уменьшает  $(\frac{dE}{dx})_{\text{пол}}$ . Соответствующие расчеты выполнены в работах [286, 446], см. § 4.

**Вероятные потери энергии на ионизацию.** Если при торможении тяжелых заряженных частиц вероятные потери энергии практически не отличаются от средних (см. § 5), то вероятные ионизационные потери энергии для электронов значительно меньше средних потерь на ионизацию. Это связано с тем, что в одиночном столкновении электрон теряет больше энергии, чем тяжелая заряженная частица. Распределение потерь энергии вычислялось в работах Вильямса, Ландау и других авторов (см. § 4). Экспериментальные зависимости приведены на рис. 112.

Согласно Ландау [63], распределение потерь энергии заряженных частиц, в том числе и электронов, дается универсальной кривой рис. 39 или формулой (4,24), в которой величина

$$S_0 = \xi t = \frac{2\pi ne^4 t}{mv^2}$$

( $n$  — число электронов в 1 см<sup>3</sup> абсорбера,  $t$  — толщина абсорбера) соответствует максимальной эффективной передаче энергии электронам

при столкновениях, дающих основной вклад в гауссово распределение. Эффект столкновений, при которых происходит большая передача энергии  $Q > \Delta t = S_0$ , приводит к смещению максимума кривой распределения к "хвосту" распределения. Наиболее вероятная передача энергии  $\Delta E_{\text{вер}} = \Delta_0$ , соответствующая максимуму действительной кривой распределения потерь (рис. 39), равна, по Ландау,

$$\Delta_{\text{вер}} = \Delta_0 + 0,37 S_0, \quad (13,10)$$

Таблица 70

Массовая тормозная способность различных веществ по отношению к воздуху\*

T, Мэв	$S_m$ (без учета эффекта плотности)						$S_m$ (включая эффект плотности)			
	водо- род H	углерод C	азот N	кислород O	фосфор P	каль- ций Ca	вода H <sub>2</sub> O	угле- род C	вода H <sub>2</sub> O	ткань
0,001	3,564	1,079	1,018	0,965	0,692	0,598	1,254	1,079	1,254	1,231
0,002	3,223	1,062	1,014	0,973	0,752	0,685	1,223	1,062	1,223	1,202
0,003	3,084	1,055	1,013	0,976	0,776	0,720	1,211	1,055	1,211	1,190
0,004	3,004	1,051	1,012	0,978	0,791	0,741	1,203	1,051	1,203	1,184
0,005	2,949	1,049	1,011	0,979	0,800	0,755	1,198	1,049	1,198	1,179
0,006	2,904	1,045	1,010	0,979	0,806	0,764	1,193	1,045	1,193	1,174
0,007	2,877	1,045	1,011	0,981	0,813	0,773	1,192	1,045	1,192	1,173
0,008	2,851	1,044	1,010	0,982	0,818	0,780	1,189	1,044	1,189	1,171
0,009	2,830	1,043	1,010	0,982	0,821	0,785	1,188	1,043	1,188	1,169
0,01	2,811	1,042	1,010	0,983	0,825	0,790	1,186	1,042	1,186	1,167
0,02	2,709	1,037	1,009	0,985	0,843	0,816	1,177	1,037	1,177	1,158
0,03	2,661	1,034	1,088	0,986	0,851	0,828	1,172	1,034	1,172	1,154
0,04	2,630	1,033	1,008	0,987	0,857	0,836	1,169	1,033	1,169	1,152
0,05	2,609	1,032	1,008	0,987	0,860	0,841	1,168	1,032	1,168	1,150
0,06	2,592	1,031	1,008	0,988	0,863	0,846	1,166	1,031	1,166	1,148
0,07	2,579	1,030	1,008	0,988	0,866	0,849	1,165	1,030	1,165	1,147
0,08	2,568	1,030	1,007	0,988	0,868	0,852	1,164	1,030	1,164	1,146
0,09	2,559	1,029	1,007	0,988	0,869	0,854	1,163	1,029	1,163	1,146
0,1	2,550	1,029	1,007	0,989	0,871	0,856	1,162	1,029	1,162	1,144
0,2	2,502	1,027	1,007	0,990	0,879	0,869	1,158	1,023	1,158	1,140
0,3	2,476	1,025	1,006	0,990	0,884	0,875	1,155	1,019	1,155	1,138
0,4	2,458	1,024	1,006	0,991	0,887	0,880	1,154	1,014	1,154	1,136
0,5	2,444	1,024	1,006	0,991	0,889	0,883	1,153	1,010	1,152	1,134
0,6	2,433	1,023	1,006	0,991	0,891	0,886	1,152	1,007	1,148	1,130
0,7	2,424	1,023	1,006	0,992	0,893	0,888	1,151	1,003	1,144	1,126
0,8	2,417	1,022	1,006	0,992	0,894	0,890	1,150	1,000	1,140	1,122
0,9	2,410	1,022	1,006	0,992	0,896	0,892	1,150	0,997	1,134	1,116
1,0	2,404	1,022	1,006	0,992	0,897	0,894	1,149	0,994	1,133	1,115
2	2,366	1,020	1,005	0,993	0,903	0,903	1,146	0,971	1,105	1,088
3	2,347	1,019	1,005	0,993	0,907	0,908	1,144	0,954	1,086	1,069
4	2,333	1,018	1,005	0,994	0,909	0,912	1,143	0,942	1,071	1,054
5	2,324	1,018	1,005	0,994	0,911	0,914	1,142	0,932	1,059	1,042
6	2,316	1,017	1,005	0,994	0,912	0,916	1,141	0,923	1,049	1,032
8	2,305	1,017	1,005	0,994	0,914	0,919	1,140	0,909	1,032	1,016
10	2,297	1,016	1,004	0,995	0,916	0,921	1,139	0,898	1,019	1,003

\*Средние потенциалы возбуждения I предполагались равными 13 Z.

причем ширина распределения на половине его высоты составляет  $3,98 S_0$ . Здесь  $\Delta_0$  соответствует средней потере энергии в столкновениях, при которых передача энергии электронам не превышает

$$\Delta_0 = S_0 \left[ \ln \frac{2mv^2 S_0}{(1-\beta^2)E} - \beta^2 \right]. \quad (13,11)$$

В дальнейших работах в теорию Ландау были введены уточнения, учитывающие многократное рассеяние [518], резонансное расширение распределения из-за потерь энергии на сильно связанных электронах [191, 192], радиационные потери энергии. Была показана также важная роль поправок на эффект плотности [277]. Эффект плотности или поляризации приводит к смещению всего распределения в область меньших потерь энергии. Однако в силу того, что эффект поляризации связан только с дальними соударениями, при которых передача энергии невелика (см. § 4), действие его практически не оказывается на форме кривых распределения, см., например, рис. 113. В предельно релятивистском случае ( $v \approx c$ ) рост потерь энергии компенсируется эффектом плотности. При этом

$$\Delta_{\text{вер}}(v=c) = S_0 \left[ 19,43 + \ln \left( \frac{t}{\rho} \right) \right]_{M\text{эв}}, \quad (13,12)$$

где  $t$  — толщина абсорбера ( $\text{г}/\text{см}^2$ );  
 $\rho$  — плотность ( $\text{г}/\text{см}^3$ ).

Распределение потерь энергии позитронами теоретически исследовано в работе Рорлиха и Карлсона [430]. Показано, что оно не отличается существенно от распределения потерь энергии электронами [25, 63, 191, 192].

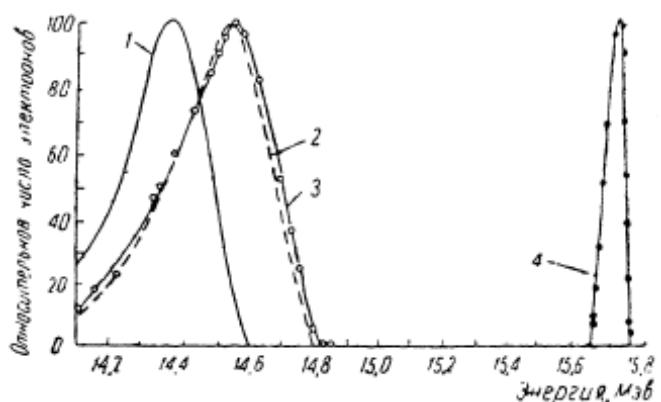


Рис. 112. Экспериментальные величины наиболее вероятных потерь энергии электронами с  $T=1,414 \text{ Мэв}$  [352] как функции толщины поглотителя; кривые — по теории Ландау (§ 4).

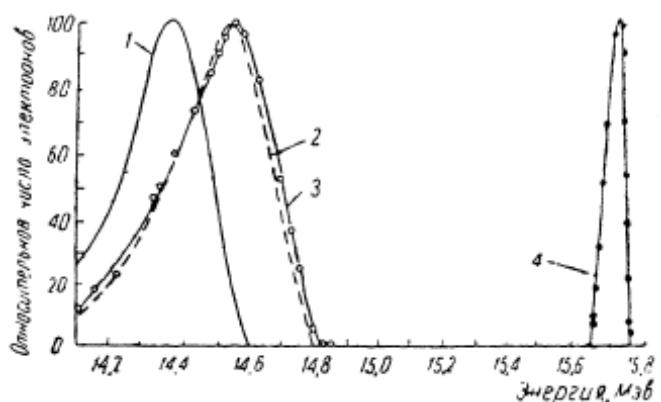


Рис. 113. Экспериментальные и теоретические кривые распределения потерь энергии электронами при прохождении ими  $0,86 \text{ мг}/\text{см}^2$  алюминия [278]:  
1 — кривая распределения по Ландау без учета поправок на эффект плотности; 2 — то же с поправкой; 3 — экспериментальная кривая; 4 — распределение электронов в первичном пучке.

Измерение распределения потерь энергии электронами производилось во многих работах. Обычно методика измерений заключается в магнитном анализе пучка электронов, проходящих через фольгу

из исследуемого материала (ср. также § 5). Наиболее вероятные потери определяют по разности величин  $B_p$ , при которых наблюдается максимальный ток детектора на выходе анализатора, в отсутствие фольги и с исследуемой фольгой. Средние потери энергии определяются по смещению центров тяжести кривых распределения электронов без фольги и с фольгой.

Экспериментальные данные о разбросе потерь энергии электронами, полученные до 1950 г., рассмотрены, например, авторами работ [166, 209]. Остановимся только на более поздних экспериментальных исследованиях.

Изучение разброса потерь энергии для электронов с энергией меньше 2 МэВ [351, 353, 130, 310] показали, что измеренные величины наиболее вероятных потерь энергии электронами в тонких фольгах веществ от берилля до свинца согласуются с вычисленными по теории Ландау (см., например, экспериментальную кривую рис. 112 из работы [351]). Однако было отмечено [351, 130], что для тяжелых веществ экспериментальное распределение потерь энергии заметно шире теоретического.

Рейх с сотрудниками [419, 420] измерили распределения потерь энергии электронами с энергией 2,8 и 4,7 МэВ в фольгах берилля, углерода, железа и свинца. Результаты исследований при учете поправок, введенных Блунком и Лейзегангом [191, 192], оказались в хорошем согласии с теорией Ландау.

Необходимость учета поправок на эффект плотности была подтверждена результатами измерений, проведенных Гольдвассером с сотрудниками [277]. Они изучали распределение электронов с начальной энергией 15,7 МэВ, прошедших через газовые абсорбера, а также через твердые (полимеризованные) фазы этих же веществ. Так, в одном случае сравнивалось распределение электронов, прошедших через газ перфторциклогексан  $F_2C$  и его полимер тefлон (фторопласт). Измеренные вероятные потери энергии электронов в газах оказались в согласии с теорией Ландау (без поправок на плотность), а в полимерах были меньше теоретических на величину, равную поправке на эффект плотности (см. выше). В другой работе Гольдвассера и сотрудников [277] показано, что наиболее вероятные потери энергии электронами ( $T = 9,6$  и 15,7 МэВ) в легких веществах (бериллий, алюминий, медь, полистилен) согласуются с вычислениями по теории Ландау, если учесть поправку на эффект плотности и тормозное излучение. В качестве примера на рис. 113 приведены полученные в этой работе экспериментальные кривые энергетического распределения электронов до и после прохождения алюминиевой фольги толщиной  $0,86\text{mg}/\text{cm}^2$ . На этом же рисунке представлены теоретические кривые Ландау без поправок (сплошная кривая) и с поправками (пунктир) на плотность.

Аналогичные результаты получены в работе Гришаева и др. [36], изучавших потери энергии электронами с  $T = 18$  МэВ.

Циглером [519] и Хадсоном [304] исследованы энергетические распределения электронов высоких энергий, прошедших через фольги из легких веществ. Результаты измерений и их сравнение с теоретическими данными приведены в табл. 71 и 72 соответственно. Данные этих таблиц дают представление о средних и наиболее вероятных потерях энергии быстрыми электронами и влиянии на разброс потерь энергии эффекта плотности и радиационных потерь энергии (§ 14). Показано, что наиболее вероятные потери энергии в лиции, бериллии, углероде и алюминии согласуются с вычисленными.

По ширине экспериментальные распределения были на 7—15% больше теоретических.

Холл, Хансон и Джемник [306] с целью проверки адекватности теории Ландау для тяжелых задерживающих веществ измерили наиболее вероятные потери энергии в широком диапазоне энергий ( $T=3,4-19,4 \text{ MeV}$ ) и для большого количества тормозящих веществ

Таблица 71

Экспериментальные и расчетные величины средних и наиболее вероятных потерь энергии  $32 \text{ MeV}$  электронами [519]

Характеристика потерь, $\text{MeV} \cdot \text{см}^2/\text{г}$	Бериллий Be	Углерод C	Алюминий Al
$\epsilon_m^{\text{пол}} = \frac{dE}{\rho dx}$ , эксперим.	$2,0 \pm 0,06$	$2,4 \pm 0,11$	—
$\epsilon_m^{\text{рад}}$ , теоретич.	0,35	0,54	—
$\epsilon_m^{\text{ион}}$ , теоретич.	1,66	1,87	—
$\Delta_0 = \frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{вер}}$	$1,25 \pm 0,04$	$1,4 \pm 0,042$	$1,6 \pm 0,08$
$\Delta_0$ , теоретич.	1,25	1,5	1,35
$\Gamma$ , эксперим.	$0,32 \pm 0,0016$	$0,34 \pm 0,0017$	$0,47 \pm 0,05$
$\Gamma$ , теоретич.	0,27	0,30	0,30

(от алюминия до урана). Методика измерений была обычной (магнитный анализ), детектором на выходе спектрометра служил черенковский счетчик (§ 9), что приводило к существенному уменьшению

Таблица 72

Экспериментальные и расчетные данные о наиболее вероятных потерях энергии  $150 \text{ MeV}$  электронами [304]

Характеристика мишени	Литий Li	Бериллий Be	Углерод C	Алюминий Al
Толщина мишени, $\text{г}/\text{см}^2$	2,715	2,380	1,820	2,575
Экспериментальная величина $\Delta_0$ , $\text{MeV}$	$3,78 \pm 0,12$	$3,16 \pm 0,10$	$2,78 \pm 0,09$	$3,83 \pm 0,12$
Теоретическая величина $\Delta_0$ , $\text{MeV}$ , с учетом поправок на эффект плотности и излучение*	3,82	3,22	2,77	3,77
Экспериментальная величина $\Gamma$ (% от $\Delta_0$ ), полная ширина распределения на половине высоты	$23,8 \pm 1,2$	$25,9 \pm 1,3$	$29,0 \pm 1,5$	$30,0 \pm 1,0$
Теоретическая величина $\Gamma$ с учетом поправок на эффект плотности и излучение*	21,4	22,9	25,1	28,2

\*При расчете использованы поправки на эффект плотности по Стернхеймеру [446] и средние потенциалы ионизации по Колдуэллу [216], см. табл. 19.

фона. Исследования показали, что экспериментальные кривые удовлетворительно согласуются с теоретическими (по Ландау) при учете поправок на плотность, многократное рассеяние, излучение и так называемый эффект резонансного расширения [191, 192].

## § 14. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ. ПОЛНАЯ ПОТЕРЯ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОМ

**Тормозное излучение.** В результате столкновений с ядрами тормозящей среды электрон отклоняется от первоначального направления движения и с определенной вероятностью теряет часть энергии на излучение.

Заряженная частица, получившая ускорение, излучает электромагнитную энергию. Ускорение частицы с зарядом  $ze$  в поле ядра с зарядом  $Ze$  и массой  $M$  пропорционально  $\frac{zZe^2}{M}$ . Интенсивность излучения меняется как квадрат ускорения, т. е. она пропорциональна величине  $\frac{Z^2 z^2}{M^2}$ .

Таким образом, при прочих равных условиях потери на электромагнитное излучение для электрона в  $3 \cdot 10^6$  раз больше, чем для протона. Радиационные потери тяжелых заряженных частиц ( $M > m$ ) пренебрежимо малы по сравнению с ионизационными. Для электронов же, особенно больших энергий ( $T > 1 \text{ МэВ}$ ), движущихся в тяжелых веществах, радиационные потери составляют значительную долю общих потерь энергии.

Т а б л и ц а 73

Радиационная длина  $X_0$  и критическая  
энергия  $E_{\text{кр}}$  для различных веществ [20, 30, 14]

Вещество	$Z$	$x$	$X_{0,2} / \text{см}^2$	$E_{\text{кр}}, \text{МэВ}$
Водород H	1	1,39	58	340
Гелий He	2	1,37	85	220
Углерод C	6	1,32	42,5 (40)	103
Азот N	7	1,31	38 (35,4)	87
Кислород O	8	1,30	34,2 (32,1)	77
Алюминий Al	13	1,28	23,9 (22,7)	47
Аргон Ar	18	1,26	19,4 (18)	34,5
Железо Fe	26	1,24	13,8 (12,5)	24
Медь Cu	29	1,23	12,8 (11,5)	21,5
Свинец Pb	82	1,16	5,8 (5,24)	6,9
Воздух	—	—	36,5 (34,2)	83
Вода H <sub>2</sub> O	—	—	35,9 (33,9)	93

**П р и м е ч а н и е.** Величины  $X_0$ , указанные в скобках, получены [14] с учетом эффекта экранирования на основе экспериментальных данных об атомном форм-факторе (рассеяние рентгеновских лучей).

Как будет видно из дальнейшего, в отличие от ионизационных потерь, которые зависят от  $Z$  (атомный номер тормозящего вещества) линейно, радиационные вещества меняются как  $Z^2$ . Зависимость радиационных потерь от энергии имеет иной характер по сравнению с зависимостью ионизационных потерь. Если последние (см. рис. 109–110) при  $T < 3 \text{ мэВ}$  уменьшаются с ростом энергии, а при  $T > 3 \text{ мэВ}$  увеличиваются как  $\ln T$  или медленнее (с учетом поляризационного эффекта), то потери на излучение при  $T < mc^2$  почти не зависят от энергии, а при  $T > mc^2$  быстро возрастают с повышением энергии (почти линейно).

При больших энергиях электронов преобладающим видом потерь являются радиационные. Энергия электронов, при которой величины ионизационных и радиационных потерь энергии равны, называется критической  $E_{kp}$ . Величина  $E_{kp}$  — некоторая характеристическая постоянная тормозящей среды (см. табл. 73).

Спектр тормозного излучения непрерывный, причем максимальное значение энергии кванта тормозного излучения равно начальной кинетической энергии электрона

$$h\nu_{\max} = T = E - mc^2, \quad (14,1)$$

где  $E$  — полная энергия электрона.

В общем случае необходимо учитывать эффект торможения электронов в поле электронов атома. Эффект этот, как мы увидим, в  $Z$  раз слабее эффекта торможения в поле ядра.

**Эффективное сечение тормозного излучения электронов в поле ядра.** В борновском приближении, т. е. при выполнении условия (2,42), дифференциальное сечение испускания электроном с энергией  $E$  кванта тормозного излучения с энергией, лежащей между  $Q = h\nu$  и  $Q + dQ$ , равно [30, 92, 152]

$$\sigma_{rad}(E, Q) dQ = 4\bar{\sigma} \frac{dQ}{Q} F(E, \eta), \quad (14,2)$$

где

$$\bar{\sigma} = Z^2 \left( \frac{2\pi e^2}{hc} \right) \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 = 0,580 Z^2 \text{мбарн/ядро}; \quad (14,3)$$

$F(E, \eta)$  — медленно меняющаяся функция начальной полной энергии электрона  $E$  и величины  $\eta = \frac{Q}{E}$ .

Формула (14,2) справедлива при условии  $E \gg mc^2$ , причем вид функции  $F(E, \eta)$  меняется в зависимости от величины параметра

$$\gamma = 100 \frac{mc^2}{E} \frac{Q}{(E-Q)} Z^{-\eta_0} = 100 \frac{mc^2}{E} \frac{\eta}{1-\eta} Z^{-\eta_0}, \quad (14,4)$$

учитывающего экранирование ядра атомными электронами (§ 2). Этот параметр с точностью до численного множителя равен отношению радиуса атома  $a$  к эффективному расстоянию от ядра  $r$ , на котором происходит акт излучения. Действительно, из принципа неопределенности следует

$$r \sim \frac{\hbar}{2\pi q},$$

где  $q$  — минимальный импульс, переданный ядру в процессе столкновений.

В соответствии с законами сохранения

$$q \cong \frac{1}{2} \left( \frac{mc^2}{E} \right) \left( \frac{Q}{E-Q} \right) mc$$

и, следовательно,

$$r \sim \frac{\hbar}{mc^2 \pi} \frac{E(E-Q)}{mc^2 Q}.$$

С другой стороны, радиус атома в модели Томаса — Ферми определяется так:

$$a = a_0 Z^{-1/3},$$

где

$$a_0 = 137 \left( \frac{\hbar}{2\pi mc} \right).$$

Таким образом, величина  $\gamma$  равна

$$\gamma = \frac{a}{r} = 137 \left( \frac{mc^2}{E} \right) \left( \frac{Q}{E-Q} \right) Z^{-1/3},$$

т. е. практически совпадает с формулой (14,4).

При  $\gamma = \frac{a}{r} \gg 1$ , т. е. при эффективных расстояниях излучения, много меньших радиуса атома, экранированием можно пренебречь.

При  $\gamma \ll 1$  изменение импульса электрона происходит на далеком расстоянии от ядра и экранирование велико. Случай, когда  $\gamma = 0$ , соответствует так называемому полному экранированию.

Величины функций  $F(E, \gamma)$  при различных значениях параметра  $\gamma$  определены Бете и Гайтлером [156].

При отсутствии экранирования ( $\gamma \gg 1$ )

$$F(E, \gamma) = \left[ 1 + (1 - \gamma)^2 - \frac{2}{3}(1 - \gamma) \right] \left[ \ln \frac{2E}{mc^2} \frac{1-\gamma}{\gamma} - \frac{1}{2} \right]; \quad (14,5)$$

при полном экранировании ( $\gamma = 0$ )

$$F(E, \gamma) = \left[ 1 + (1 - \gamma)^2 - \frac{2}{3}(1 - \gamma) \right] \ln 183Z^{-1/3} + \frac{1}{9}(1 - \gamma); \quad (14,6)$$

в промежуточном случае ( $0 < \gamma < 2$ )

$$F(E, \gamma) = \left[ 1 + (1 - \gamma)^2 \right] \left[ \frac{f_1(\gamma)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right] - \\ - \frac{2}{3}(1 - \gamma) \left[ \frac{f_2(\gamma)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right]; \quad (14,7)$$

в промежуточном случае ( $2 < \gamma < 15$ )

$$F(E, \gamma) = \left[ 1 + (1 - \gamma)^2 - \frac{2}{3}(1 - \gamma) \right] \left[ \ln \left( \frac{2E}{mc^2} \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} - c(\gamma)^{-1/2} \right]. \quad (14,8)$$

Численные значения функций  $f_1(\gamma)$ ,  $f_2(\gamma)$  и  $c(\gamma)$  можно определить из кривых рис. 114 и из табл. 74.

Как следует из приведенных формул, эффект экранирования проявляется в уменьшении вероятности испускания квантов малой энергии по сравнению с вероятностью испускания квантов большой энергии. При полном экранировании ( $\gamma = 0$ ) поперечное сечение испускания кванта тормозного излучения является только функцией  $\frac{E-Q}{Q}$ , т. е. вероятность потери заданной части начальной энергии не зависит от величины этой энергии.

В качестве примера использования формул (14,6), (14,7), (14,8) на рис. 115 приведены расчетные кривые зависимости интенсивности тормозного излучения, испускаемого в разных веществах электронами с начальной энергией 16,93 Мэв, от  $Q$  [373]. Кривая 1 соответствует торможению в отсутствие экранирования; при этом величина  $\frac{Q_0(E, Q)}{4\sigma}$  не зависит от  $Z$ . Кривые 2 и 3 описывают распределение квантов тормозного излучения при прохождении электронов в бериллии и золоте с учетом экранирования. С увеличением начальной энергии электронов плато на кривых становится более ярко выраженным.

Для слабо релятивистского случая ( $T \sim mc^2$ ) сечение тормозного излучения не может быть представлено аналитически.

В нерелятивистском случае ( $T < mc^2$ ) и в борновском приближении сечение испускания фотона равно

$$\sigma_{rad} = \frac{8}{3} \sigma \left( \frac{\mu}{k} \right) \ln \frac{(V\bar{T} + V\bar{T} - k)^2}{k}, \quad (14,9)$$

где

$$k = \frac{Q}{\mu}; \quad T = E - \mu; \quad \mu = mc^2.$$

Таблица 74

Численные значения функции  $c(\gamma)$ , входящей в формулу (14,8), по Бете и Гейтлеру [187]

$\gamma$	2	2,5	3	4	5	6	8	10	15
$c(\gamma)$	0,21	0,16	0,13	0,09	0,065	0,05	0,03	0,02	0,01

Однако при торможении медленных электронов условие борновского приближения не выполняется. Равным образом это относится к случаю тяжелых тормозящих веществ.

Теоретическому изучению тормозного излучения электронов больших энергий посвящены работы [104, 392]. Результаты вычислений Мигдала [392] при малых энергиях совпадают с результатами Бете и Гейтлера.

В работе Куртиса [215] показано, что при торможении электронов с энергией 63 Мэв на свинце вид спектра тормозного излучения описывается формулами Бете и Гейтлера, но абсолютные величины сечений на 7—8% ниже теоретических.

Мотц [397], изучая сечения тормозных электронов с энергией 0,5—1 Мэв в бериллии, алюминии и золоте, показал, что в

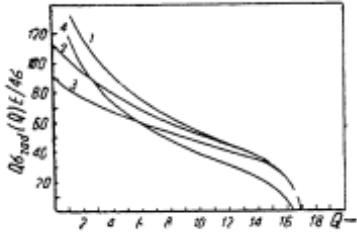


Рис. 115. Распределение интенсивности тормозного излучения в функции энергии фотонов, образуемых электронами с энергией 16,93 Мэв [373]: 1—для невскрипированных ядер; 2—для бериллия с учетом экранирования; 3—для золота с учетом экранирования; 4—для электрон-электронных соударений.

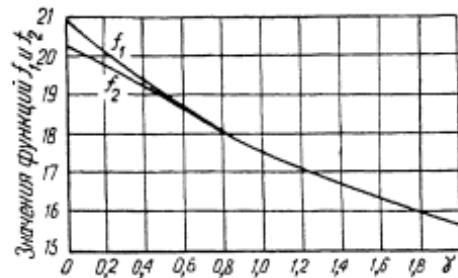


Рис. 114. Графики функций  $f_1(\gamma)$  и  $f_2(\gamma)$ , входящих в формулу (14,7) [187].

в этом случае теория Бете — Гайтлера дает заниженные значения величин сечений.

**Излучение в поле атомных электронов.** Формулы (14,5) — (14,8) не учитывают излучения, возникающего при торможении в поле атомных электронов [67]. При больших энергиях падающих электронов эффективное сечение тормозного излучения в поле атомного электрона почти такое же, как на ядре с зарядом  $Z = 1$ . Если  $\gamma \gg 1$ , вклад излучения в поле электронов определяется формулой (14,5) с заменой  $Z^2$  на  $Z$ , а полное сечение тормозного излучения пропорционально  $Z^2 + Z = Z(Z + 1)$ . В этом случае интенсивность тормозного излучения, образованного в поле ядер, в  $Z$  раз превышает интенсивность излучения, образованного в поле атомных электронов [66, 67, 84]. Если энергии электронов по-прежнему велики, но  $\gamma \approx 0$  (полное экранирование), то относительная интенсивность тормозного излучения, образованного в поле электронов, возрастает и равна  $\frac{x}{Z}$  — доле излучения в поле ядер, где  $x = 1,4, 1,29$  и  $1,14$  для  $Z = 1,10$  и  $92$  соответственно [517]; см. также табл. 73.

При малых энергиях ( $E \sim mc^2$ ) падающих электронов вероятность тормозного излучения в поле атомных электронов очень мала ( $x \ll 1$ ).

**Средние потери энергии при радиационном торможении.** Величина средних потерь энергии на излучение при прохождении электроном слоя вещества толщиной  $dx$  равна

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = N \int_0^T Q\sigma(E, Q) dQ = NE\varphi_{\text{rad}}, \quad (14,10)$$

где  $N$  — число атомов в  $1 \text{ cm}^3$ ;

$$\varphi_{\text{rad}} = \frac{1}{E} \int Q\sigma(E, Q) dQ \quad (14,11)$$

— эффективное сечение радиационных потерь энергии.

Для предельно релятивистского случая в отсутствие экранирования, т. е. при выполнении условия

$$mc^2 < E < 137 mc^2 Z^{-\frac{1}{3}},$$

сечение радиационных потерь равно

$$\varphi_{\text{rad}} = 4 \bar{\sigma} \left( \ln \frac{2E}{mc^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (14,12)$$

В другом крайне релятивистском случае с учетом полного экранирования ( $E > 137 mc^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ )

$$\varphi_{\text{rad}} = 4 \bar{\sigma} \left( \ln 183 Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{18} \right). \quad (14,13)$$

Для учета радиационных потерь на излучение в поле атомных электронов следует в выражениях (14,12) и (14,13) использовать значение  $\sigma$ , вычисленное по формуле (14,3), в которой  $Z^2$  заменено на  $Z(Z + x)$ , причем в первом случае  $x = 1$ , во втором  $x > 1$  (см. выше).

В нерелятивистском случае и чисто кулоновском поле

$$\varphi_{\text{rad}} = \frac{16}{3} \frac{e}{x}. \quad (14.14)$$

Из приведенных формул следует, что при малых энергиях падающих электронов эффективные сечения радиационных потерь не зависят от энергии электронов и средние радиационные потери постоянны. При очень больших энергиях эффективное сечение радиационных потерь растет как  $\ln E$ , а  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} \sim E \ln E$ , если не учитывать экранирования, и не зависит от энергии, если принять во внимание экранирование.

Сказанное иллюстрируется кривыми рис. 116 [30]. На этом же рисунке пунктирные кривые показывают теоретическую зависимость от энергии ионизационных потерь энергии (см. выше).

**Радиационная длина и критическая энергия.** Обычно при исследовании радиационного торможения пользуются так называемой радиационной или лавинной единицей длины  $X_0$ . Она определяется расстоянием, при прохождении которого быстрый электрон уменьшает свою энергию в  $e$  раз. В соответствии с формулой (14.13) радиационная единица длины определяется так<sup>\*</sup>:

$$\frac{1}{X_0} = 4N \bar{\sigma} \ln(183 Z^{-\frac{1}{3}}). \quad (14.15)$$

Таким образом, для электронов больших энергий средние относительные потери энергии на излучение при полном экранировании выражаются формулой

$$-\frac{1}{E} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = \frac{1}{X_0} (1 + b), \quad (14.16)$$

где  $b = (18 \ln 183Z)^{\frac{1}{3}}$  — величина, среднее значение которой меняется от 0,012 для воздуха ( $Z = 7,3$ ) до 0,015 для свинца ( $Z = 82$ ).

Значения  $x$  и  $X_0$  для различных веществ приведены в табл. 73. Величины  $E_{\text{кр}}$ , представленные в этой же таблице, соответствуют энергии электронов, при которой потери на единице длины пути от ионизационных столкновений равны величине потерь энергии на излучение.

Согласно работе [150],

$$E_{\text{кр}} \cong \frac{1600 mc^2}{Z} \quad (14.17)$$

\* При вычислении  $\bar{\sigma}$  следует вместо  $Z^2$  брать  $Z(Z+x)$ , где  $x$  — коэффициент, учитывающий вклад излучения в поле электронов (см. выше).

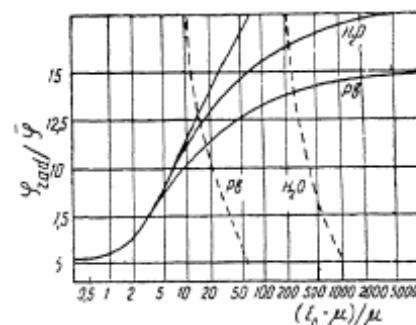


Рис. 116. Эффективное сечение  $\varphi_{\text{rad}}$  для потерь энергии электроном на излучение в борновском приближении [30]. Прямая часть сплошной линии при высоких энергиях получена без учета экранирования и справедлива для всех веществ. Пунктирные кривые в тех же единицах показывают потери энергии при неупругих столкновениях.

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}}} = \frac{EZ}{1600 \text{ м}^2}, \quad (14,18)$$

где  $E$  — полная энергия электронов;

$Z$  — атомный номер тормозящего вещества.

Полные потери энергии на единице длины пути равны

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}. \quad (14,19)$$

Таблица 75

Расчетные величины полных потерь энергии на единице длины пути для быстрых электронов в единицах  $\text{м}^2$  [30]

$T$ $\text{м}^2$	0,01	0,1	1	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$
Воздух (нормальные условия)	0,0845	0,0145	0,0046	0,0049	0,0087	0,039	0,33
Вода $H_2O$	78	13,1	4,08	4,00	6,56	29,6	262
Алюминий Al	147	26,9	8,65	8,98	19,1	116	1,095
Свинец Pb	255	64,5	24,5	40,5	204	1,910	19,30

Расчетные (теоретические) значения величин полных потерь энергии электронами на единице длины пути в различных тормозящих средах приведены в табл. 75.

При расчетах [30] вклад торможения на атомных электронах был грубо учтен тем, что к эффекту от торможения на ядрах было добавлено  $0,8\sigma_{\text{рад}}/Z$ .

На рис. 117 изображена теоретическая зависимость полных ионизационных и радиационных потерь энергии на единице пути от энергии электронов в воде и свинце. Как видно из рис. 117 и табл. 75, при  $E \geq 100 \text{ Мэв}$  потери энергии в воздухе и воде, а при  $E \geq 10 \text{ Мэв}$  потери энергии в свинце обусловлены главным образом тормозным излучением. При  $E \approx 10 \text{ Мэв}$  радиационные и ионизационные потери энергии в свинце равны; при этом полная потеря энергии на 1 м.м. пути электрона в свинце составляет  $\approx 3,2 \text{ Мэв}$ .

Рис. 117. Величина средних потерь энергии электронами в воде и свинце в единицах  $N_{\text{Фо}} Z \mu$  в зависимости от кинетической энергии электронов [30]. Пунктирные кривые — без учета эффекта плотности, сплошные — с учетом эффекта плотности.

Тормозное излучение от толстых мишней. Спектральное и угловое распределения тормозного излучения в тонких мишнях вычислялись Бете и сотрудниками [210]; см. также [20]. Расчеты спектрального распределения для толстых мишней с учетом многократного рассеяния, представляющие практический интерес, выполнены Шифром

[468]. На рис. 118 приведены полученные на основе расчетов Шиффа кривые спектрального распределения фотонов, образующихся при торможении электронов, обладающих энергией 16 МэВ в достаточно толстой вольфрамовой мишени.

Приведем оценки [235] средней доли энергии падающих электронов, идущей на образование тормозного излучения в толстых мишениах. Эта доля для моноэнергетических электронов с  $E$  до 2,5 МэВ равна  $\approx 0,0007 ZE$ , т.е. составляет  $\approx 1\%$  для электронов с энергией 500 кэВ, заторможенных в меди. Для электронов непрерывного спектра ( $\beta$ -электроны) эта доля равна  $\approx \frac{Z}{3000} E_0$ , где  $E_0$  — граничная энергия спектра.

## § 15. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПРОБЕГОМ И ЭНЕРГИЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ

Понятие пробега электронов, с соответствующими оговорками, имеет смысл, если главную роль в торможении играют ионизационные столкновения. В этом случае в соответствии с формулой (13,9)

$$\frac{dE}{dx} \approx \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} \sim T^{-2} \text{ и } R \sim T^2,$$

где  $T$  — кинетическая энергия электрона.

При очень больших энергиях электронов, когда основное значение имеют потери энергии на излучение ( $E > 100 \text{ mc}^2$ ), согласно § 14,

$$\frac{dE}{dx} \approx \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}} \sim E \text{ и } R(E) \sim \ln E;$$

при этом пробеги увеличиваются с энергией быстрее в легких веществах.

В данном параграфе в основном рассматривается тот случай, когда основную роль играют ионизационные потери.

При исследовании процесса прохождения электрона через вещество следует различать истинную длину пути электрона в веществе  $L$  и его пробег  $R$  — проекцию полного истинного пути на направление первоначального движения (рис. 119). Из-за больших статистических флуктуаций потерь энергии в одиночных столкновениях и значительной роли многократного рассеяния (§ 12) как истинные длины путей, так и пробеги отдельных электронов с одинаковой энергией сильно различаются между собой. По аналогии со схемой, принятой для описания прохождения веществ тяжелыми частицами (§ 2), при рассмотрении проникновения электронов можно пользоваться понятиями среднего истинного пути электронов  $L$  и среднего пробега электронов  $S$ , а также соответствующими значениями страгглингов путей и разбросов. Однако в силу сложного характера процессов взаимодействия электронов с веществом теоретическое определение указанных выше величин и связи между ними оказывается трудным.

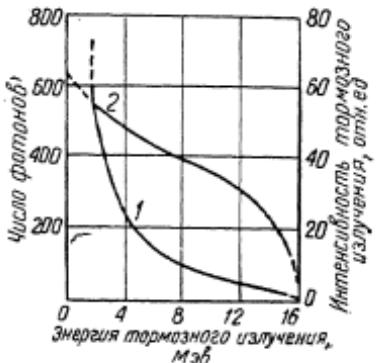


Рис. 118. Спектральное распределение тормозного излучения, образующегося в толстой вольфрамовой мишени, бомбардируемой электронами:

1—число фотонов; 2—интенсивность тормозного излучения.

Важно отметить, что средний истинный путь электронов в веществе в 1,5–4 раза превышает средний пробег электронов. Это отношение тем больше, чем тяжелее вещество и чем меньше энергия электронов. В легких веществах рассеяние меньше, но и здесь оно

играет заметную роль при энергии электронов  $< 100 \text{ кэв}$ . В данном случае пробег электронов существенно отличается от проходимого ими пути в веществе.

Истинные длины путей электронов можно измерить непосредственно в камере Вильсона, люминесцентной камере или в фотоэмulsionии. По определенному из этих измерений распределению истинных длин путей можно установить среднюю длину пути  $L$  и сравнить ее с

теоретической величиной, вычисленной по формуле (4,45), в которой  $\frac{dT}{dx}$  означает полную удельную потерю энергии.

Пробег же электронов, как правило, определяется на основе экспериментальных кривых трансмиссии электронов в веществе. Кривая трансмиссии показывает количество прошедших через разные толщи вещества электронов в функции толщины поглотителя. Кривая трансмиссии для моноэнергетических электронов схематически изображена на рис. 120. Она характеризуется наличием линейного участка на спаде. Конечный пологий участок кривой пересекает ось расстояний в точке  $R_m$ . Величина  $R_m$  называется максимальным пробегом электронов. Однако точность, с которой определяется на опыте эта величина, невелика, а ее значение для пучка электронов заданной энергии зависит от конкретных условий эксперимента — коллимации пучка, чувствительности детектирующего устройства, уровня фона, относительного положения источника, абсорбера и т. д. Поэтому каждый отдельный опыт дает величину  $R_m$  лишь приближенно.  $R_m$  определяется как максимальный измеренный пробег, ограниченный условиями данного эксперимента, которые должны быть оговорены. Более точной величиной в смысле меньшей ее зависимости от условий эксперимента является экстраполированный пробег  $R_0$ , который определяется точкой пересечения линейного участка кривой трансмиссии с осью абсцисс. Величину  $R_0$  иногда называют практическим пробегом. Величина экстраполированного пробега в достаточно толстых образцах почти не зависит от взаимного расстояния источника, детектора и абсорбера. Это обусловлено тем, что после достаточно большого числа актов рассеяния угловое распределение определяется диффузией, так что средний угол рассеяния не зависит от величины угла (см. § 12). Однако другие условия опыта существенно влияют на измеренное значение  $R_0$ . Данное обстоятельство следует иметь в виду при сравнении величин, полученных разными авторами.

Наконец, иногда пользуются понятием среднего пробега  $R_d$ , который определяется как толщина абсорбера, поглощающего половину падающего пучка электронов.

Кривая поглощения электронов, имеющих сплошной спектр (например,  $\beta$ -частиц), существенно отличается (рис. 121) от кривой поглощения моноэнергетических электронов. Кривая рис. 121 вогнута к оси абсцисс и не имеет хорошо выраженного линейного участка. Определение экстраполированного пробега по этой кривой затруднено

но. Обычно пользуются специальными методами анализа кривых такого рода [251, 188].

**Связь между энергией и пробегом в алюминии моноэнергетических электронов.** В качестве стандартного тормозящего вещества

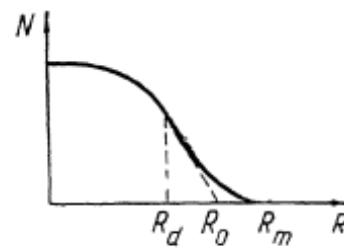


Рис. 120. Схематическая кривая поглощения моноэнергетических электронов в свинце.

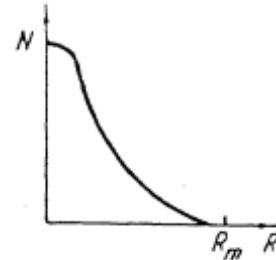


Рис. 121. Схематическая кривая поглощения электронов сплошного спектра в веществе.

в опытах по исследованию пробега электронов используют алюминий. На рис. 122 представлены кривые поглощения в алюминии моноэнергетических электронов с энергиями  $427 \pm 1696$  кэВ [391]. Кривые поглощения для электронов различных энергий (рис. 122) подобны и имеют хорошо выраженные линейные участки, экстраполяция которых дает возможность определять  $R_0$ .

На рис. 123 приведены экспериментальные кривые поглощения в алюминии электронов с энергией от  $3,70$  до  $11,85$  МэВ [299]. Кривые нормированы к экстраполированному пробегу, а интенсивность дана в произвольных единицах.

Величины  $R_0$  для алюминия, определенные в указанных выше опытах, при  $T > 0,6$  МэВ хорошо удовлетворяют следующему эмпирическому соотношению:

$$R_0 (\text{см}^2) = 0,526 T(\text{МэВ}) - 0,094. \quad (15,1)$$

Итоги многочисленных работ по определению экстраполированных пробегов электронов малых энергий в алюминии были проанализированы Катцом и Пенфольдом [350]. Результат этого анализа иллюстрируется сплошной кривой рис. 124. Точками на этом рисунке изображены данные различных измерений. Сплошная кривая аналитически может быть представлена формулой

$$R = 0,412 T^{(1,265 - 0,0954 \log T)}, \quad (15,2)$$

которая дает связь между экстраполированным пробегом в алюминии и энергией электронов в диапазоне  $0,01 - 2,5$  МэВ.

Пунктирная кривая рис. 124, соответствующая соотношению

$$R_0 (\text{см}^2) = 0,530 T(\text{МэВ}) - 0,106, \quad (15,3)$$

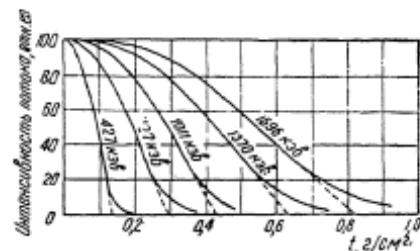


Рис. 122. Кривые поглощения моноэнергетических электронов с энергией  $0,4 \pm 1,7$  МэВ в алюминии [391].

удовлетворяет экспериментальным данным при  $T > 2,5 \text{ Мэв}$ . Различие экстраполированных пробегов по формулам (15,1) и (15,3) не выходит за пределы экспериментальных ошибок. Согласно измерениям [193], для электронов с энергией от 10 до 23 Мэв пробег в алюминии может быть выражен формулой

$$R_m(\text{см}) = 0,246 E (\text{Мэв}). \quad (15,4)$$

Если экспериментальные данные о пробегах электронов с энергией больше 100 кэв согласуются между собой, то при энергии электронов  $T \leq 100 \text{ кэв}$  данные опыта весьма противоречивы. Это обусловлено главным образом различием методов и, следовательно, различием физического содержания определенных пробегов; немалое значение при этом имеют экспериментальные трудности такого рода исследований.

В работе Фельдмана [250] опубликованы результаты систематических измерений практического максимального пробега электронов с энергией до 10 кэв в различных веществах. Измеренные величины пробегов удовлетворяли формуле

$$R_{mp}(\text{\AA}) = 250 \frac{A}{\rho} \left( \frac{T(\text{кэв})}{Z^{1/3}} \right)^n, \quad (15,5)$$

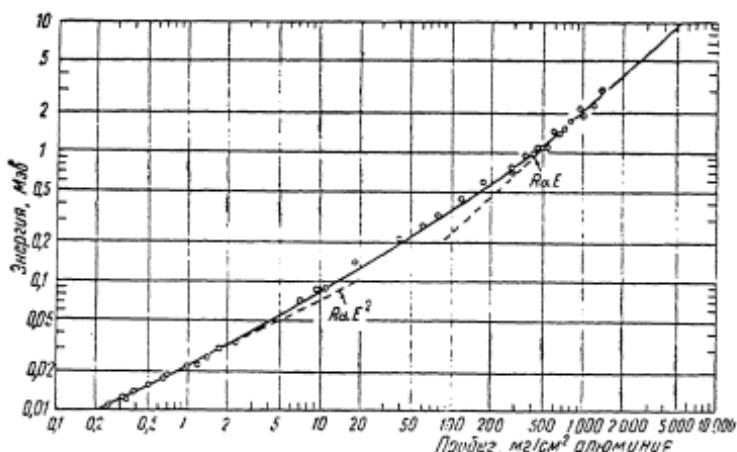


Рис. 123. Кривые поглощения моноэнергетических электронов с энергией 3,7+  
+11,9 Мэв в алюминии [299, 300].

где

$$n = \frac{1,2}{1 - 0,29 \log_{10} Z};$$

$A$ ,  $Z$  — массовое число и ядерный заряд задерживающих атомов;  
 $\rho$  — плотность вещества.

Для алюминия, в частности, связь пробега и энергии при  $10 \text{ кэв}$  выражается формулой

$$R_{mp} (\text{\AA}) = 260 T_{(кэв)}^{1.7} \quad (15.6)$$

В этой же работе указано, что экспериментальные величины  $\frac{dE}{dx}$  для электронов малых энергий ( $T < 10 \text{ кэв}$ ) меньше теоретических, вычисленных по формуле (13.9).

Напротив, в работе [283] показано, что формула (13.9) дает согласующиеся с экспериментом величины средних пробегов электронов ( $T \sim 10 \text{ кэв}$ ) в алюминии и золоте.

На основе экспериментальных исследований пробега моноэнергетических электронов и позитронов в алюминии автором работы [276] предложены следующие формулы:

$$R_{mp}^- (m\text{g}/cm^2) = 773 T_{(M\text{эв})}^{1.70} \quad (15.6a)$$

$$R_{mp}^+ (m\text{g}/cm^2) = 759 T_{(M\text{эв})}^{1.72}, \quad (15.6b)$$

$$10 \text{ кэв} < T < 160 \text{ кэв}.$$

Следует заметить, что пробег электронов в веществе ( $g/cm^2$ ) слабо зависит от  $Z$ , если потери на тормозное излучение пренебрежимо малы. Данные соотношения „пробег—энергия“ для электронов в алюминии могут быть использованы и для других веществ.

**Пробеги электронов со сплошным спектром энергии.** Кривая поглощения электронов непрерывного спектра, например  $\beta$ -электронов, существенно отличается от кривой поглощения моноэнергетических электронов. На начальном участке (см. рис. 121) она имеет вид экспоненты  $\exp(-\mu x)$ , так что можно условно ввести понятие коэффициента поглощения  $\beta$ -частиц. Как показывают опыты, массовый коэффициент поглощения  $\frac{\mu}{\rho}$  почти не зависит от атомного веса абсорбера и слабо увеличивается с ростом  $Z$ .

При грубых расчетах коэффициент поглощения  $\beta$ -частиц в алюминии можно определить с помощью соотношения

$$\frac{\mu}{\rho} (cm^2/g) = \frac{22}{E_{0(M\text{эв})}^{1.33}}. \quad (15.7)$$

В работах Либби и сотрудников [367] показано, что в условиях „цилиндрической“ геометрии (поглощающее вещество в виде цилиндра вокруг цилиндрического счетчика) между слоем половинного поглощения  $\beta$ -частиц в алюминии и граничной энергией  $\beta$ -спектра существует следующее соотношение:

$$d_{t_{1/2}} (m\text{g}/cm^2) = 38 E_0^{2/3} (M\text{эв}). \quad (15.8)$$

Экспериментальные данные приведены в табл. 76.

Связь между толщиной половинного поглощения  $\beta$ -частиц в алюминии и других материалах устанавливается правилом

$$d_{\beta_{1/2}}(x) = d_{\beta_{1/2}(\text{Al})} \frac{1,27}{\left(1 + \frac{M_x}{100}\right)},$$

где  $M_x$  — средний атомный вес поглощающего материала.

Приведенные соотношения пригодны только для простых  $\beta$ -спектров, т. е. источников  $\beta$ -излучения, в которых  $\beta$ -переход наблюдается только между основными состояниями ядер.

Максимальный пробег  $\beta$ -частиц, определенный по кривой поглощения, является функцией максимальной (граничной) энергии  $\beta$ -спектра. Связь между максимальным пробегом  $\beta$ -частиц в алюминии и их максимальной энергией изучалась несколькими авторами. Физер [251] сравнил результат таких измерений с величинами  $E_0$ , установленными на магнитном спектрографе, и предложил соотношение для алюминия

$$R_{\beta m}(g/cm^2) = 0,543 E_{0, M\alpha\beta} - 0,160, \quad (15,9)$$

справедливое при  $E_0 > 0,8 M\alpha\beta$ .

Таблица 76

Экспериментальные данные о связи между  
граничной энергией  $\beta$ -спектра и толщиной  
половинного поглощения [367]

Источник $\beta$ -частиц	Максимальная энергия $\beta$ -частиц $E_0, M\alpha\beta$	Поглощающее вещество	Слой полу- винного пог- лощения $d_{1/2}, mg/cm^2$
$T$	0,0189	Гелий He	0,050
$Zr^{93}$	0,060	Алюминий Al	0,35
$Sm^{151}$	0,0755	*	0,63
$C^{14}$	0,155	*	1,9
		Майлар	2,2
$S^{35}$	0,167	Алюминий Al	2,3
		Майлар	2,7
$Rb^{87}$	0,270	Алюминий Al	4,85
$Ga^{45}$	0,255	*	4,9
$Tc^{99}$	0,296	*	6,09
$Tl^{204}$	0,762	*	22
$Cl^{36}$	0,716	*	32
		Медь Cu	26
		Олово Zn	18—21
$K^{40}$	1,36	Алюминий Al	67,0
$P^{32}$	1,708	*	84,0
		Медь Cu	60
		Олово Zn	50
$Y^{90}$	2,275	Алюминий Al	130

В последующие годы были предложены другие полуэмпирические соотношения. Например, по Гленденину [274], для алюминия пригодны соотношения

$$R_{\beta m} = 0,542 E_0 - 0,133 \quad (15,10)$$

$$(0,8 < E_0 < 3 M\alpha\beta),$$

$$R_{\beta m} = 0,407 E^{1,38} \quad (15,10a)$$

$$(0,15 < E_0 < 0,8 M\alpha\beta).$$

По Фламмерсфельду [252],

$$R_{\beta_{\text{пр}}} = 0,11 \left( \sqrt{1 + 22,4 E_0^2} - 1 \right) \quad (15,11)$$

$(0 < E_0 < 3 \text{ МэВ}).$

Наконец, Блейлер и Цюнти [188] предложили следующее эмпирическое соотношение:

$$R_{\beta_{\text{пр}}} = 0,571 E_0 - 0,161 \quad (15,12)$$

$(E_0 > 1 \text{ МэВ}).$

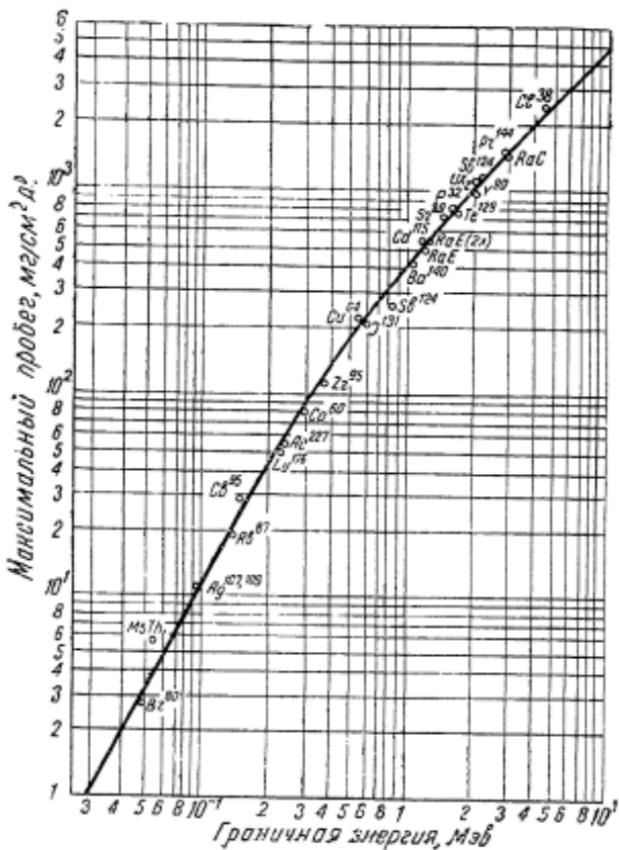


Рис. 125. Экспериментальное соотношение между максимальной энергией  $\beta$ -частиц и максимальным пробегом их в алюминии [91].

В формулах (15,9)–(15,12) пробег выражен в граммах на квадратный сантиметр, а энергия—в мегаэлектронвольтах.

На рис. 125 сплошная кривая изображает зависимость между  $R_{\beta_{\text{пр}}}$  и  $E_0$  по формуле Фламмерсфельда (15,11). Здесь же точками изображены вычисленные по другим формулам величины  $R_{\beta_{\text{пр}}}$ .

Кривая рис. 125 может быть использована для определения граничной энергии  $\beta$ -спектра по экспериментально установленному максимальному пробегу  $\beta$ -частиц. Однако определение  $R_{\beta_{\text{пр}}}$  связано с большими трудностями, особенно в тех случаях, когда  $\beta$ -распад сопровождается

Таблица 77

Экспериментальные и теоретические  
величины пробегов электронов в эмульсии  
Кодак NT4 [520]

$T, \text{ кэв}$	Средний пробег $R$	Вычисленный пробег	Среднее число зерен в следе
		$\mu\text{м}$	
30	$7,0 \pm 0,3$	6,0	$11,0 \pm 0,4$
40	$10,8 \pm 0,4$	9,9	$13,8 \pm 0,5$
50	$15,8 \pm 0,5$	14,6	$20,4 \pm 0,8$
60	$21,4 \pm 0,6$	20,0	$22,4 \pm 0,6$
80	$32,7 \pm 0,6$	32,8	$35,5 \pm 1,4$
100	$46,7 \pm 1,5$	47,8	$43,3 \pm 1,0$
147	$95,4 \pm 1,2$	92,0	$74,2 \pm 1,8$
200	$141 \pm 6$	149	$95 \pm 3$
250	$201 \pm 8$	211	$133 \pm 5$

Таблица 78

## Расчетные величины средних пробегов электронов [463]

$T, \text{ Мэв}$	Пробег, $\text{с}/\text{см}^2$						
	Бериллий Be	Полистирол	Воздух	Алюминий Al	Медь Cu	Кадмий Cd	Золото Au
0,01	0,0003	0,00025	0,00029	0,00034	—	—	—
0,03	0,0021	0,0018	0,0020	0,0023	0,0029	—	—
0,05	0,0052	0,0043	0,0049	0,0056	0,0069	—	—
0,07	0,0094	0,0078	0,0088	0,0100	0,0122	0,0143	—
0,10	0,0173	0,0151	0,0162	0,0183	0,0222	0,0259	0,0308
0,20	0,0545	0,0459	0,0507	0,0508	0,0679	0,0784	0,0921
0,30	0,1026	0,0856	0,0952	0,1062	0,1260	0,1448	0,1690
0,40	0,1571	0,1306	0,1456	0,1619	0,1913	0,2191	0,2546
0,50	0,2156	0,1789	0,1996	0,2215	0,2609	0,2982	0,3455
0,60	0,2768	0,2294	0,2560	0,2836	0,3332	0,3802	0,4395
0,70	0,3397	0,2813	0,3139	0,3473	0,4073	0,4640	0,5353
0,80	0,4037	0,3342	0,3729	0,4120	0,4823	0,5489	0,6322
0,90	0,4684	0,3876	0,4324	0,4774	0,5580	0,6344	0,7297
1,00	0,5336	0,4415	0,4924	0,5431	0,6340	0,7201	0,8273
1,20	0,6646	0,5497	0,6129	0,6750	0,7862	0,8916	1,022
1,40	0,7959	0,6581	0,7335	0,8068	0,9381	1,062	1,216
1,60	0,9269	0,7662	0,8537	0,9380	1,089	1,232	1,408
1,80	1,057	0,8738	0,9733	1,068	1,239	1,400	1,599
2,00	1,187	0,9809	1,092	1,198	1,387	1,567	1,787
2,20	1,316	1,087	1,210	1,327	1,535	1,732	1,974
2,40	1,444	1,193	1,328	1,454	1,681	1,896	2,158
2,60	1,571	1,298	1,444	1,581	1,826	2,058	2,341
2,80	1,698	1,403	1,560	1,707	1,970	2,219	2,523
3,00	1,824	1,506	1,675	1,832	2,113	2,379	2,703
4,00	2,442	2,017	2,241	2,446	2,812	3,160	—
5,00	3,045	2,515	2,792	3,043	3,491	3,917	—
6,00	3,635	3,002	3,332	3,626	4,153	4,654	—
8,00	4,786	3,952	4,382	4,760	5,437	—	—
10,00	5,906	4,876	5,403	5,862	6,683	—	—
	( $I=60 \text{ эв}$ )	( $I_H=15,6 \text{ эв}$ , $I_C=76,4 \text{ эв}$ )	( $I_N=80,5 \text{ эв}$ , $I_0=92 \text{ эв}$ )	( $I=150 \text{ эв}$ )	( $I=310 \text{ эв}$ )	( $I=480 \text{ эв}$ )	( $I=790 \text{ эв}$ )

испусканием  $\gamma$ -квантов. Бета-излучателей, свободных от гамма квантов, сравнительно немного. Среди них можно назвать RaE, P<sup>32</sup>. Они и используются в качестве стандартных источников в методах сравнения [188, 251].

**Пробег электронов в фотоэмulsionии.** Соотношение между энергией электронов и их пробегом в специальных (чувствительных к электронам) эмульсиях изучалось в ряде экспериментальных и теоретических работ [199, 200].

В табл. 77 приведены экспериментальные и расчетные значения среднего пробега электронов с энергией 30—250 кэв в фотоэмulsionии Kodak N74(NT2), содержащей  $10,8 \cdot 10^{23}$  электронов в кубическом сантиметре. При расчетах по формуле (13,9) было принято, что  $I$  для эмульсии равно 125 эв.

**Сравнительное исследование поглощения в веществе моноэнергетических электронов и позитронов** с энергией 0,25—2,5 Мэв [21, 334] показало, что в легких веществах, например в алюминии, поглощение для частиц обоих сортов одинаково. В тяжелых веществах (золото) позитроны поглощаются слабее, чем электроны той же энергии. При этом различие увеличивается с ростом заряда ядер поглотителя и увеличением его толщины. Причиной более сильного поглощения электронов является различие сечений однократного и многократного рассеяний на ядрах (§ 12).

Вычисленные по формуле Бете величины средних пробегов электронов в различных веществах представлены в табл. 78.

## § 16. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОТЕРЕЙ ЭНЕРГИИ И ИОНИЗАЦИЕЙ

**Удельная ионизация.** Полное число пар ионов, образованных электроном и созданными им вторичными заряженными частицами, равно

$$N_{\text{полн}} = \frac{E}{w_e}, \quad (16,1)$$

где  $E$  — начальная энергия электрона;

$w_e$  — энергия, расходуемая на образование одной пары ионов в веществе.

Как показали исследования, величина  $w_e$  для многих веществ почти не зависит от энергии электронов в широком диапазоне ее изменения.

Величина

$$J_{\text{полн}} = \frac{1}{w_e} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} \quad (16,2)$$

называется вероятной удельной ионизацией. Она равна полному числу пар ионов, созданных на единице длины пробега электрона.

Полная ионизация является суммой первичной и вторичной ионизаций. В среднем на один электрон, образующийся при первичной ионизации, приходится 1—2 вторичных электрона (пары).

Так, например, электрон с энергией 4,9 Мэв образует на 1 см пути в воздухе 25,4 первичных пары [226] при общем числе пар 62,5 см<sup>-1</sup>.

Измерение первичной удельной ионизации производится с помощью камеры Вильсона [512, 513] или путем исследования зависимости эффективности счетчиков Гейгера-Мюллера от давления [299],

Таблица 79

Первичная удельная ионизация, производимая электронами в различных газах

Энергия электро- нов, МэВ	Число первичных пар ионов на 1 см пути в газе					Литера- тура
	водород H <sub>2</sub>	гелий He	неон Ne	аргон Ar	воз- дух	
0,205	8,45 ± 0,095	7,56 ± 0,16	18,45 ± 0,36	41,7 ± 0,77	—	[393]
0,500	6,04 ± 0,065	5,58 ± 0,066	13,4 ± 0,17	30,5 ± 0,34	—	[393]
0,885	5,44 ± 0,054	5,08 ± 0,043	12,5 ± 0,14	27,7 ± 0,31	—	[393]
1,17	5,30 ± 0,053	—	—	—	—	[393]
1,55	5,32 ± 0,059	5,02 ± 0,06	12,4 ± 0,13	27,8 ± 0,39	—	[393]
4,9	—	—	—	—	25,4	[226]

393]; см. § 8. Полная ионизация измеряется как камерой Вильсона, так и ионизационными камерами или пропорциональными счетчиками.

В табл. 79 приведены данные о числе первичных ионов, образованных электронами малых энергий ( $T \leq 3 \text{ mc}^2$ ) на 1 см их пути в различных газах, а также данные о полной удельной ионизации в воздухе. На рис. 126 приведены экспериментальные данные о зависимости первичной удельной ионизации в водороде от импульса электронов.

Величина  $w_e$  почти не зависит от энергии, поэтому исследование первичной и полной удельной ионизации, производимых электронами больших энергий ( $T > 3 \text{ mc}^2$ ), дает возможность обнаружить и измерить эффект релятивистского возрастания удельных потерь энергии, а также роль эффекта плотности. Впервые релятивистское возрастание ионизации, производимой электронами, было обнаружено в опытах Корсона и Брова [222], использовавших камеру Вильсона. Во многих следующих работах этот эффект был изучен более тщательно и подробно.

На рис. 126 точками изображены экспериментальные данные о первичной удельной ионизации, производимой электронами разных энергий в водороде. Данные эти получены Козинсом (1937 г.), Хирфордом [299] и Маклюром [393] при изучении зависимости эффективности счета электронов газовыми счетчиками от давления. Включены также результаты разных измерений Вильямса и Терру [512], изучавших ионизацию, производимую электронами с  $v \approx 0,5 \text{ c}$  в водороде, с помощью камеры Вильсона. Кривая рис. 126 соответствует теоретической формуле Бете [150], дающей среднее число ионизаци-

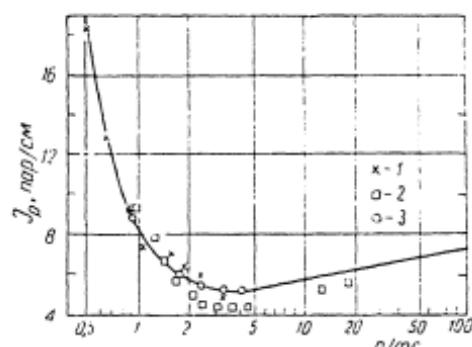


Рис. 126. Зависимость первичной удельной ионизации в водороде от импульса электронов. Кривая получена подбором параметров в формуле (16,3) с максимальным приближением к экспериментальным точкам:

1 - [512]; 2 - [299, 300]; 3 - [393].

онных столкновений на 1 см пути в газе при нормальных условиях

$$I_{\text{перв}} = 2\pi r_e^2 mc^2 nz^2 \frac{Za}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2mv^2}{(1-\beta^2)T} + b - \beta^2 \right) \right], \quad (16.3)$$

где  $r_e$  — классический радиус электрона;

$n$  — число атомов в 1 см<sup>3</sup> тормозящего вещества;

$a$  и  $b$  — безразмерные константы, характеризующие электронную структуру тормозящих атомов.

Величины  $a$  и  $b$  вычислены Бете только для водорода; для других веществ они определяются из эксперимента [393]. Согласие эксперимента с теорией обычно вполне удовлетворительное.

Большое количество исследований посвящено изучению полной удельной ионизации и так называемой удельной вероятной ионизации. Последняя в отличие от полной удельной ионизации связана с потерей энергии в таких столкновениях, при которых электрону передается энергия не меньше некоторой минимальной  $T_0$ . Величина  $T_0$  определяется нижним порогом чувствительности детектирующего устройства. Если полная удельная ионизация связана с удельной потерей энергии, определяемой формулой (13.7) или (13.9), то вероятная потеря энергии в случае релятивистских электронов устанавливается по формуле

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{вер}} = \frac{2\pi ne^4}{wv^2} \left[ \ln \frac{2mv^2 T_0}{T^2(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta \right]; \quad (16.4)$$

обозначения обычные.

В работе Фроста и Нельсона [253] показано, что величина удельной вероятной ионизации в воздухе, водороде, гелии и аргоне удовлетворительно согласуется с формулой (16.4) при энергии электронов 0,25—0,8 Мэв. В работе [409] показано, что полная удельная ионизация в воздухе, аргоне и водороде возрастает на 5% при увеличении энергии электронов от 9 до 17,5 Мэв.

Барбер [194] с помощью ионизационной камеры измерял удельную вероятную ионизацию в водороде, гелии и азоте при энергии электронов от 1 до 34 Мэв. В азоте релятивистское возрастание ионизации от минимума до  $T=34$  Мэв согласуется с величиной удельных потерь энергии, предсказанный теорией (формула (16.4)). В гелии и особенно в водороде наблюдаемый рост ионизации оказался значительно меньше, чем это следует из теории, причем эффект плотности не объясняет расхождения. Автор считает, что этот эффект связан с черенковским излучением (§ 9) и приводит к тому, что величина  $w_e$  в водороде при  $T=34$  Мэв на 3,3% больше, чем  $w_e$  в минимуме кривой удельной ионизации.

На рис. 127 и 128 приведены экспериментальные кривые удельной вероятной ионизации в гелии и азоте, полученные Барбером. Измеренная минимальная удельная ионизация в водороде, гелии и азоте оказалась равной  $(7,56 \pm 0,09)$ ;  $(6,15 \pm 0,08)$  и  $(53,2 \pm 0,7)$  пар ионов/см соответственно. Используя эти величины, Барбер с помощью формул (16.2) и (16.4) определил величины  $w_e$  для водорода, гелия и азота (см. табл. 82). Деля разность вычисленных по формулам (13.9) и (16.4) величин удельных потерь энергии на  $w_e$  и прибавляя результат к измеренным значениям  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{вер}}$ , автор определил полную удельную

ионизацию в минимуме и при  $T=34$  Мэв. Результаты этих вычислений, а равно результаты других работ приведены в табл. 80.

В работе [513] показано, что первичная и вероятная ионизация в водороде не одинаковы для электронов и позитронов одной и той же энергии ( $T \approx 230 - 267$  кэв).

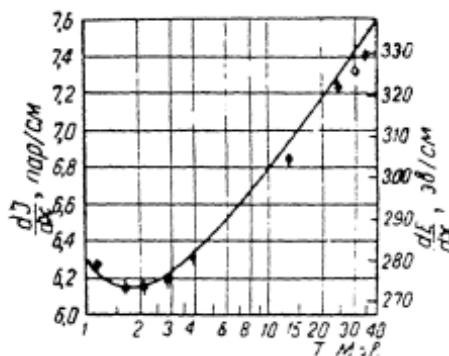


Рис. 127. Удельная ионизация и вероятные потери энергии электронами в гелии ( $T_0 = 10,4$  кэв).

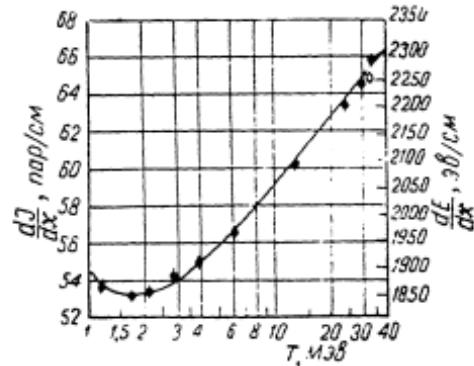


Рис. 128. Удельная ионизация и вероятные потери энергии электронами в азоте ( $T_0 = 70$  кэв).

Релятивистский рост удельной ионизации, ограниченный эффектом плотности, наблюдался в плотных конденсированных средах. В

Таблица 80

Удельная ионизация в газах при  $p=760$  мм рт.ст и  $T=0^\circ$

Характеристика ионизации	Водород H	Гелий He	Азот N	Воздух	Аргон Ar	Литература
Число пар ионов на 1 см при минимальной вероятной потере энергии	$6,48 \pm 0,34$	$8,13 \pm 0,51$	—	$45,1 \pm 2,2$	$53,1 \pm 2,8$	[253]
Полная удельная ионизация (пар/см) при $T=17,5$ Мэв	8,4	—	—	64	101	[409]
Число пар ионов на 1 см при минимальной вероятной потере энергии	$7,56 \pm 0,09$	$6,15 \pm 0,08$	$53,2 \pm 0,7$	—	—	[194]
Минимальная полная удельная ионизация, пар/см	$9,19 \pm 0,18$	$7,55 \pm 0,16$	$61,6 \pm 1,2$	—	—	[194]
Полная удельная ионизация (пар/см) при $T=34$ Мэв	$11,50 \pm 0,22$	$9,67 \pm 0,20$	$82,0 \pm 1,7$	—	—	[194]

качестве примера укажем на работу Пикэпа и Войвидича [421], в которой впервые показано, что после минимума ионизации (наблюдаются при энергии электронов  $\frac{E}{mc^2} \sim 3$ ) следует незначительный рост; при  $\frac{E}{mc^2} \approx 20$  этот рост, достигнув  $\sim 10\%$  по отношению к минимуму, остается постоянным вплоть до очень больших энергий (плато ионизации, ср. также рис. 85). Последующие работы подтвердили этот результат.

Аналогичный характер имеет зависимость от энергии электронов светового выхода в кристаллах-сцинтилляторах [207].

**Энергия, затрачиваемая на образование одной пары ионов.** Важным экспериментальным фактом, установленным при исследовании ионизации, производимой электронами, рентгеновскими и  $\gamma$ -лучами, является независимость (или слабая зависимость) величины  $w_e$ , средней энергии, затрачиваемой на образование пары ионов, от энергии электронов. Более того, для данного вещества величина  $w_e$  мало отличается от величин  $w_a$  и  $w_p$  (энергий, затрачиваемых на образование пары ионов  $\alpha$ -частицами и протонами). Например, абсолютное значение  $w_a(Ar)$ , измеренное при  $T_a = 5,3 \text{ MeV}$ , только на 0,5% больше абсолютного значения  $w_e(Ar)$ , измеренного при энергии 50—1000 кэВ.

Таблица 81

Экспериментальные значения величин  $w_e$  для воздуха

Энергия электронов, кэВ	$w_e(\text{возд}) \cdot 10^6/\text{пара}$	Зависимость $w_e$ от энергии электронов	Метод измерений	Литература
3—240	$35,0 \pm 0,5$	Слабая или отсутствует	Пропорциональный счетчик	[485]
70	35	То же	Экстраполяционные ионизационные камеры + калориметр; источник $S^{35}$	[116]
1000	33,9	—	Ионизационная камера + дозиметр	[508]
5—20	34,1	—	Ионизационная камера + 4π-счетчик $\beta$ -частиц	[324]
1100	33	—	Калориметр + термисторы, $\beta$ -источник	—
10—40	33,4—32,4	Слабая	Электронный пучок	[275]
До 50	31,2	—	Камера Вильсона с магнитным полем	[253]
17500	33	—	Бетатрон, микрокалориметр	[366]
49	$33,7 \pm 0,3$	—	Экстраполяционная ионизационная камера, $\beta$ -частицы $S^{35}$	[201, 202]
49	33,9	—	То же	[324]
49	$33,6 \pm 0,3$	—	—	[282, 329]
500—1700	$33,9 \pm 0,5$	Отсутствует	Экстраполяционная ионизационная камера	[195]

Экспериментальные данные о величине средней энергии, затрачиваемой электронами различных энергий на образование одной пары ионов в воздухе, представлены в табл. 81. В ранних работах Бухмана и Эйзля было установлено, что для электронов с энергией 4—60 кэВ величина  $w_e(\text{возд})$  не зависит от энергии и равна 31—32 эВ. Гребес [275] на основе анализа этих работ и своих измерений пришел к выводу, что  $w_e(\text{возд})$  в области 4—60 кэВ медленно убывает с ростом энергии. В работах Пигге и других установлено, что  $w_e$  заметно увеличивается с уменьшением энергии электронов до 0,3—1 кэВ.

В последующих работах, выполненных с помощью более совершенной методики и при больших энергиях электронов, были получены значения  $w_e(\text{возд})$ , лежащие в диапазоне 31—35 кэВ.

В 1956 г. Международная комиссия по радиологическим единицам рекомендовала [31] для воздуха принимать значение  $w_e$  (возд) равным 34,0 эв/пару.

В качестве стандартного вещества для измерения относительных величин  $w_e$  обычно используют аргон или воздух [324, 506]. Соответствующие экспериментальные данные сведены в табл. 82.

Таблица 82

Экспериментальные относительные значения величин  $w_e$  для различных газов

Газ	$w_e$									
	(газ), зб									
	$w_e$ (Ar)									
Гелий He	32,5	1,20	—	—	42,3	1,60	40,3	1,57	—	26,0
Неон Ne	—	—	29,1	1,07	36,6	1,39	35,3	1,48	—	—
Аргон Ar	27,0	1,00	27,3	1,00	26,4	1,00	25,8	1,00	—	27,9
Криптон Kr	—	—	—	—	24,2	0,915	24,7	0,96	—	—
Ксенон Xe	—	—	—	—	22,0	0,83	22,0	0,82	—	—
Водород H <sub>2</sub>	38,0	1,41	—	—	36,3	1,37	36,3	1,40	—	37,2
Воздух	35,0	1,29	33,4	1,22	34,0	1,29	33,9	1,37	33,9	31,2
Азот N <sub>2</sub>	35,8	1,32	34,6	1,27	35,0	1,31	34,6	1,34	35,0	—
Кислород O <sub>2</sub>	32,2	1,19	30,5	1,12	30,9	1,17	31,2	1,21	—	—
Углекислый газ CO <sub>2</sub>	—	—	32,2	1,18	32,9	1,25	32,6	1,26	—	—
Этилен C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	—	—	—	—	26,2	0,99	26,4	1,02	—	—
Этан C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	—	—	—	—	24,8	0,94	—	—	24,6	—
Метан CH <sub>4</sub>	29,5	1,05	—	—	27,3	1,03	—	—	—	—
Радикал CH <sub>3</sub>	—	—	23,6	0,86	25,9	0,98	—	—	—	—

Джесс и Садоскис в серии работ использовали для измерения абсолютных и относительных величин  $w_e$  ионизационную камеру с собирающим электродом в виде проволочной сетки. Электроны полностью поглощались в камере, так что измерения давали полную ионизацию. Число поглощенных электронов определяли путем измерения абсолютной скорости распада  $\beta$ -источников с помощью 4π-счетчика.

Результаты измерений Джесса и сотрудников хорошо согласуются с результатами измерений  $w_e$  (Ar), произведенных [484] с помощью пропорциональных счетчиков, наполненных аргоном со следами радиоактивных газов (H<sup>3</sup>, C<sup>14</sup>).

В числе важных работ по определению  $w_e$  следует отметить также работы Вейсса и Бернштейна [506], которые использовали так называемую экстраполяционную ионизационную камеру с плоскими электродами, удовлетворяющую принципу Брэгга-Грэя\*. Энергия, поглощенная в стенках камеры, определялась химическим ферросульфат-

\* В этом случае (см., например, работы [3, 23]) между энергией  $E$ , поглощенной в 1 г вещества стенки камеры, и ионизацией, произведенной в газе, наполняющем камеру, существует соотношение

$$E = J w S_m,$$

где  $J$ —ионизация, отнесенная к 1 г газа;  $S_m$ —относительные массовые тормозные способности вещества и газа.

ным дозиметром. При вычислении  $w_e$  по результатам измерений авторы использовали расчетные значения тормозных способностей исследуемых веществ.

Величины  $w_e$ , измеренные Вейссом и Бернштейном, хорошо согласуются с величинами  $w_e$ , измеренными другим методом Джессом и сотрудниками.

Следует отметить, что малые примеси ( $\approx 0,01 - 0,1\%$ ) загрязнений к некоторым благородным газам приводят к увеличению  $w_e$  (это касается также и величин  $w_a$  и  $w_p$ , см. § 8). Особенно чувствительна к примесям величина  $w_e$  (He).

Абсолютные величины  $w_{e(Ar)}$  и  $w_{a(Ar)}$  весьма близки по величине, но не равны. Средневзвешенное из четырех независимых измерений [189, 319, 464, 506] абсолютных величин  $w_a$  дает величину 26,39 эв при  $T_a \approx 5,3$  Мэв. В то же время средневзвешенное из четырех независимых измерений [201, 512, 319, 282] абсолютной величины  $w_{e(Ar)}$  приводит к значению 26,25 эв ( $T = 49 - 1000$  кэв). Таким образом, величина  $w_{a(Ar)}$  на  $\sim 0,5\%$  больше, чем величина  $w_{e(Ar)}$ . В работе Бэя и др. [201] получены следующие абсолютные величины энергии, расходуемой на образование пары ионов в воздухе:

$$w_{e(\text{возд})} = 33,7 \pm 0,3 \text{ эв}, \quad w_{a(\text{возд})} = 34,97 \pm 0,07 \text{ эв}.$$

Авторы работ [201, 202] считают это следствием различия в условиях ионизации, производимой  $\alpha$ -частицами и электронами; Джесс [320] полагает, что неравенство  $w_a$  и  $w_e$  объясняется слабой зависимостью  $w_a$  от энергии  $\alpha$ -частиц. По мнению Джесса, при очень больших энергиях  $\alpha$ -частиц величины  $w_a$  и  $w_e$  должны точно совпадать.

---

## ЛИТЕРАТУРА

1. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции, М., ГИФМЛ (1961).
2. Алиханов А. И. Слабые взаимодействия, М., ГИФМЛ (1960).
3. Аглинцев К. К. Дозиметрия ионизирующих излучений, М., ГИТТЛ (1957).
4. Арифов У. А. Взаимодействие атомных частиц с поверхностью металла, Ташкент, АН УзССР (1961).
5. Афросимов В. В., Федоренко Н. В. ЖТФ, 27, 2557 (1957).
6. Афросимов В. В., Федоренко Н. В. ЖТФ, 27, 2573 (1957).
7. Афросимов В. В., Ильин Р. Н., Федоренко Н. В. ЖЭТФ, 34, 1938, (1958); ЖТФ, 28, 2266 (1958).
8. Арцимович Л. А. ЖЭТФ, 9, 927 (1939).
9. Ахиезер А., Померанчук Н. Я. Phys. USSR, 9, 471 (1945).
10. Арутюнян Ф. Р. ЖЭТФ, 34, 800 (1958).
11. Авакянц Г. М., Ленченко В. М. «Изв. АН УзССР», № 2, 29 (1957).
12. Бор Н. Прохождение атомных частиц через вещество, (перевод с англ.), М., ИЛ (1950).
13. Балдин А. М., Гольданский В. И., Розенталь И. А. Кинематика ядерных реакций, М., ГИФМЛ (1959).
14. Беленький С. З. Лавинные процессы в космических лучах, М.—Л., ГИТТЛ (1948).
15. Болотовский Б. М. УФН, 62, 201 (1957).
16. Бете Г., Соллптер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами (перевод с англ.), М., ГИФМЛ (1960).
17. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики, М., «Высшая школа» (1961).
18. Бонетти А., Дильтор С., Пелк С. Р., Скарси Л. Ядерные эмульсии (перевод с англ.), М., ГИФМЛ (1961).
19. Биркс Дж. Сцинтиляционные счетчики (перевод с англ.), М., ИЛ (1955).
20. Бете Г., Ашкин Ю. В кн.: «Экспериментальная ядерная физика», под ред. Э. Серге (перевод с англ.), т. I, М., ИЛ (1955).
21. Баскакова К. А., Джелепов Б. С. ДАН СССР, 77, 1001 (1951).
22. Баскакова К. А., Горбачев В. М. ЖЭТФ, 26, 270 (1954).
23. Векслер В., Грошев Л., Исаев Б. Ионизационные методы исследования излучений, М., ГИТТЛ (1949).
24. Власов Н. А. Нейтроны, М., ГИТТЛ (1955).
25. Вавилов П. В. ЖЭТФ, 32, 920 (1957).
26. Велюхов Г. Е., Прокофьев А. Н., Стародубцев С. В. «Изв. АН УзССР», серия физ.-мат. науки, 3 (1960).
27. Вальтер А. К. и др. «Изв. АН СССР», серия физическая, 22, 87 (1958); 24, 884 (1960).
28. Гени др. «Атомная энергия», 7, 473 (1959).
29. Гринберг А. П., Лемберг И. Х. «Изв. АН СССР», серия физическая, 23, 887 (1959).
30. Гайтлер Г. Квантовая теория излучения (перевод с англ.), М., ИЛ (1956).
31. Гусев Н. Г. (ред.) Единицы активности и дозы ионизирующих излучений, М., ИЛ (1959).
32. Гинзбург В. Л. ЖЭТФ, 10, 589 (1940).
33. Гинзбург В. Л. УФН, 69, 537 (1959).

34. Гусев Н. Г. Справочник по радиоактивным излучениям и защите, М., Медгиз (1956).  
 35. Гамбош П. Статистическая теория атома и ее применения (перевод с немецк.), М., ИЛ (1951).  
 36. Гришаев И. А., Фисун А. Н., Литвиненко А. С., Гришко В. М., Шраменко Б. И., Онищенко И. А. ЖЭТФ, 37, 1455 (1959).  
 37. Герасименко В. И. ЖЭТФ, 41, 1104 (1961).  
 38. Герасименко В. И. и Розенцвейг Л. И. ЖЭТФ, 31, 684 (1956).  
 39. Добротин Н. А. Космические лучи, М., ГИТТЛ (1959).  
 40. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применения (перевод с англ.), М., ИЛ (1960).  
 41. Дукельский В. М., Федоренко Н. В. ЖТФ, 25, 2193 (1955).  
 42. Дмитриев И. С., Николаев В. С., Фатеева Л. Н., Теплова Я. А. «Изв. АН СССР», серия физическая, 24, 1169 (1960).  
 43. Дукельский В. М., Афросимов В. В., Федоренко Н. В. ЖЭТФ, 30, 792 (1956).  
 44. Дмитриев И. С. ЖЭТФ, 32, 570 (1957).  
 45. Дмитриев И. С., Николаев В. С., Фатеева Л. Н., Теплова Я. А. ЖЭТФ, 42, 16 (1962).  
 46. Друкарев Г. Ф. ЖЭТФ, 37, 847 (1959).  
 47. Дайвен Б. Доклады иностранных ученых на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, т. 7, М., Гостехиздат (1956).  
 48. Долгирев Е. И., Малеев П. И., Сидоренко В. В. Детекторы ядерных излучений, Л., Судпромгиз (1961).  
 49. Зрелов В. П., Столетов Г. Д. ЖЭТФ, 36, 658 (1959).  
 50. Ильин Р. Н., Афросимов В. В., Федоренко Н. В. ЖЭТФ, 36, 141 (1959).  
 51. Кузнецов М. И., Лукинский П. И., Перфилов Н. А. ДАН СССР, 100, 665 (1955).  
 52. Компанеев А. С. ЖЭТФ, 15, 235 (1945).  
 53. Кочаров Г. Е. «Изв. АН СССР», серия физическая, 25, 862 (1961).  
 54. Кунин П. Е. В сб.: «Мезон», под ред. Тамма И. Е., М., ГИТТЛ (1947).  
 55. Каминкер Д. М., Федоренко Н. В. ЖТФ, 25, 1843 (1955).  
 56. Каминкер Д. М., Федоренко Н. В. ЖТФ, 25, 2239 (1955).  
 57. Корсунский М. И., Пивовар Л. И., Маркус А. М., Левиант Х. Л. ДАН СССР, 103, 339 (1955).  
 58. Кульчицкий Л. А., Латышев Г. Д., Phys. Rev., 61, 254 (1942).  
 59. Комар А. П., Воробьев А. А., Королев В. А. ДАН СССР, 136, 795, 137, 541 (1961).  
 60. Константинова М. П., Мякинин Е. В., Романов А. М., Царев Т. В. ЖЭТФ, 41, 49 (1961).  
 61. Ключарев А. П. «Изв. АН СССР», серия физическая, 24, 887 (1960).  
 62. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Механика, М., ГИФМЛ (1958).  
 63. Ландау Л. Д. Phys. USSR, 8, 201 (1944).  
 64. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Квантовая механика, М., ГИТТЛ (1948).  
 65. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Теория поля, М., ГИТТЛ (1948).  
 66. Либшиц Е. М. ЖЭТФ, 18, 562 (1948).  
 67. Ландау Л., Румер Г. Proc. Roy. Soc., A166, 213, (1938).  
 68. Левиант Х. Л., Корсунский М. И., Пивовар Л. И., Подгорный И. М. ДАН СССР, 103, 403 (1955).  
 69. Ландау Л., Румер Г. Proc. Roy. Soc., A166, 213 (1938).  
 70. Левашов А. Е. Элементарные частицы, ч. I, Киевский университет (1960).  
 71. Мотт Н., Мэсси Г. Теория атомных столкновений (перевод с англ.), М., ИЛ (1951).  
 72. Мэсси Г., Бархоп Е. Электронные и ионные столкновения (перевод с англ.), М., ИЛ (1951).  
 73. Майков В. Н. ПТЭ, I, 50 (1959).  
 74. Малышева Т. В. «Заводская лаборатория», 23, 3, 319 (1957).  
 75. Мигдал А. Б. ЖЭТФ, 10, 1964 (1939).  
 76. Максимов М. З. ЖЭТФ, 37, 127 (1959).  
 77. Нелипа Н. Ф. Введение в теорию многократного рассеяния частиц, М., Атомиздат (1960).  
 78. Николаев В. С., Фатеева Л. Н., Дмитриев И. С., Теплова Я. А. ЖЭТФ, 32, 965 (1957); 33, 306, 1325 (1957).  
 79. Николаев В. С. ЖЭТФ, 33, 534 (1957).  
 80. Николаев В. С., Дмитриев И. С., Фатеева Л. Н., Теплова Я. А. ЖЭТФ, 40, 989 (1961).  
 81. Николаев В. С., Дмитриев И. С., Фатеева Л. Н., Теплова Я. А. ЖЭТФ, 39, 905 (1960); «Изв. АН СССР», серия физическая, 24, 1169 (1960).

82. Орлов Ю. Ф. ЖЭТФ, 30, 613 (1956).  
83. Николаев В. С., Фатеева Л. Н., Дмитриев И. С., Теплова Я. А. ЖЭТФ, 41, 89 (1961).  
84. Немировский П. ЖЭТФ, 18, 899 (1948).  
85. Осетинский Г. М. Сб. «Ядерные реакции на легких ядрах», М., Атомиздат, (1957).  
86. Оганесян Ю. И. ЖЭТФ, 36, 936 (1959).  
87. Пивовар Л. И., Тубаев В. М., Новиков М. Т. ЖЭТФ, 41, 26 (1961).  
88. Померанчук И. ЖЭТФ, 18, 759 (1948).  
89. Перфилов Н. А. ДАН СССР, 28, 424 (1940).  
90. Парфанович Д. М., Семчинова А. М., Флеров Г. Н. ЖЭТФ, 33, 343 (1957).  
91. Пауль В., Штейнвельд Х. В кн.: «Бета и гамма-спектроскопия» (перевод с англ.), М., ГИФМЛ, 1959.  
92. Росси Б. Частицы больших энергий (перевод с англ.), М., ГИТТЛ (1955).  
93. Рыбаков Б. В. ЖЭТФ, 28, 65 (1955).  
94. Росси Б., Грэйзен К. Взаимодействие космических лучей с веществом (перевод с англ.), М., ИЛ (1948).  
95. Родичева М. Ф. «Журнал научной и прикладной фотографии», 5, 221 (1960); «Успехи научной фотографии», 7, 178 (1960).  
96. Спивак П. Е., Микаэлян Л. А., Крутиков И. Е., Апалин В. Ф. ЖЭТФ, 39, 1479 (1960).  
97. Сена Л. А. Столкновения электронов и ионов с атомами газа, М., ГИТТЛ (1948).  
98. Стародубцев С. В., Романов А. М. Радиоактивные превращения ядер и атомная оболочка, Ташкент, АН УзССР (1958).  
99. Соколов А. А. ДАН СССР, 28, 415 (1940).  
100. Теплова Я. А., Дмитриев И. С., Николаев В. С., Фатеева Л. Н. ЖЭТФ, 34, 559 (1958).  
101. Теплова Я. А., Дмитриев И. С., Николаев В. С., Фатеева Л. Н. ЖЭТФ, 32, 974 (1957).  
102. Тамм И. Е. J. Phys. USSR, I, 439 (1939).  
103. Тер-Микаэлян М. Л. ЖЭТФ, 36, 253 (1959).  
104. Тер-Микаэлян М. Л. ЖЭТФ, 25, 289, 296 (1953).  
105. Ферми Э. Ядерная физика (перевод с англ.), М., ИЛ (1951).  
106. Франк И. М., Тамм И. Е. ДАН СССР, 14, 109 (1937).  
107. Федоренко Н. В. УФН, 68, 481 (1959).  
108. Федоренко Н. В. ЖТФ, 24, 769, 784, 2113 (1954).  
109. Федоренко Н. В., Афросимов В. В., Каминкер Д. М. ЖТФ, 26, 1929 (1956).  
110. Федоренко Н. В., Афросимов В. В. ЖТФ, 26, 1941 (1956).  
111. Федоренко Н. В., Афросимов В. В., Ильин Р. Н., Каминкер Д. М. ЖЭТФ, 36, 385 (1959).  
112. Фирсов О. Б. Автореферат докт. диссертации, Л., ИАЭ (1959).  
113. Фирсов О. Б. ЖЭТФ, 34, 447 (1958).  
114. Фирсов О. Б. ЖЭТФ, 33, 696 (1957).  
115. Фирсов О. Б. ЖЭТФ, 36, 1517 (1959).  
116. Файлла. Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии (1955), т. 14, М., ГИФМЛ (1958).  
117. Фогель Я. М., Митин Р. В. ЖЭТФ, 30, 450 (1956).  
118. Фогель Я. М., Крупник Л. И., Сафонов Б. Г. ЖЭТФ, 28, 589, 711 (1955).  
119. Фогель Я. М., Козлов, Н. Ф., Калмыков Л. А., Муратор В. Я. ЖЭТФ, 36, 1312 (1959).  
120. Фогель Я. М. УФН, 71, 243 (1960).  
121. Филипенко Л. Г., Флакс И. П. ЖТФ, 30, 491 (1959).  
122. Флакс И. П., Соловьев Е. С. ЖТФ, 28, 599, 612 (1958).  
123. Цветаева Н. М. «Атомная энергия», 9, 6, 507 (1960).  
124. Черенков П. А. ДАН СССР 2, 451 (1934); 14, 105 (1937).  
125. Черенков П. А. ДАН СССР, 13, 413 (1936); 20, 653 (1938); 21, 323 (1938).  
126. Чударс Я. А. Труды Института физики АН ЛатвССР, 9, 45 (1956).  
127. Харитонов В. ДАН СССР, 86, 285 (1952).  
128. Харитонов В., Барский А. ДАН СССР, 93, 645 (1953).  
129. Чавчанидзе В. В. ЖЭТФ, 26, 179, 185 (1954).  
130. Шпинель В. С. ЖЭТФ, 22, 421 (1952).  
131. Шахбазян В. А. «Изв. АН АрмССР», серия физ.-мат. наук, 9, 5, 91 (1956).  
132. Allison S. K., Warshaw S. D., Rev. mod. phys., 25, 779 (1953).  
133. Allison S. K., Rev. mod. phys., 30, 1137 (1958).

134. Allison S. K., Cuevas J., Garcia-Munoz. M., Phys. Rev., 120, 1266 (1960).  
 135. Allison S. K., Littlejohn C. S., Phys. Rev., 104, 959 (1956).  
 136. Allison S. K., Phys. Rev., 109, 176 (1958).  
 137. Aron W. A., Hoffmann B. G., Williams F. C., UCRL-121 (1949).  
 138. Ashkin A., Page L. A., Woodward W. M., Phys. Rev., 94, 357 (1954).  
 139. Alder F., Huber P., Metzger F., Helv. phys. acta, 20, 234, 236 (1947).  
 140. Alexander G., Johnston P. H., Nuovo cim., 5, 363 (1957).  
 141. Ashmore A., Crewe A. V., Proc. Phys. Soc., A66, 1172 (1953).  
 142. Alexander J. M., Gazdik M. F., Phys. Rev., 120, 874 (1960).  
 143. Ashebrenner F. A., Phys. Rev., 98, 657 (1954).  
 144. Allen K. R. et al., Proc. Phys. Soc., A69, 355 (1956); A70, 536 (1957).  
 145. Barkas W. H. et al., Phys. Rev., 102, 583 (1956).  
 146. Bohr N., Phys. Rev., 58, 654, (1940); 59, 270 (1941).  
 147. Briggs G. H., Proc. Roy. Soc., A114, 241 (1927).  
 148. Bethe H. A., Phys. Rev., 89, 1256 (1953).  
 149. Bohr N., Phil. Mag., 25, 10 (1913); 30, 581 (1915).  
 150. Bethe H., Ann. phys., 5, 325 (1930); Z. phys., 76, 293 (1932).  
 151. Bloch F., Z. phys., 81, 363 (1933); Ann. phys., 16, 285 (1933).  
 152. Bhabha H. J. Proc. Roy. Soc., A164, 257 (1937).  
 153. Bethe H. A. Rev. mod. phys., 22, 213 (1950).  
 154. Barkas W. H. et al. Nuovo cim., 8, 185, 201 (1958).  
 155. Burkig V. C. McKenzie K. R., Phys. Rev., 106, 848 (1957).  
 156. Bichsel H., Moyley R., Aron W. A. Phys. Rev., 105, 1788 (1957).  
 157. Bader M., Pixley R. E., Mozer F. S., Whaling W. Phys. Rev. 103, 32 (1956).  
 158. Bakker C. J., Segre E. Phys. Rev., 82, 489 (1951).  
 159. Brolley J. E., Ribe F. L. Phys. Rev., 98, 1112 (1955).  
 160. Bogaardt M., Kondijs B. Physica, 18, 249 (1952).  
 161. Bloembergen N., Van Heerden P. J. Phys. Rev., 83, 561 (1951).  
 162. Bates D. R., Massey H. S. W., Stewart A. L. Proc. Roy. Soc., A216, 437 (1953).  
 163. Bates D. R., Dalgarno A. Proc. Phys. Soc., A65, 919 (1952); A66, 972 (1953).  
 164. Barkas W. H. Phys. Rev., 89, 1019 (1953).  
 165. Brunnings J. H. M., Knipp E., Teller E. Phys. Rev., 60, 657 (1941).  
 166. Birkhoff R. D. Handbuch d. Physik, Bd 34, Berlin, 1957.  
 167. Bertolini G., Betttoni M., Bisi A. Phys. Rev., 92, 1586 (1953); Nuovo cim., 10, Suppl. 3, 299 (1953).  
 168. Bertolini G., Betttoni M., Bisi A. Nuovo cim., 11, 458 (1954).  
 169. Brinkman H. G., Kramers H. A. Proc. Acad. Sci. Amst., 33, 973 (1930).  
 170. Bell G. I. Phys. Rev., 90, 548 (1953).  
 171. Bichsel H., Uehling E. A., Phys. Rev., 119, 1671 (1960).  
 172. Bichsel H. Phys. Rev., 120, 1012 (1960).  
 173. Bichsel H. Phys. Rev., 112, 1089 (1958).  
 174. Brandt W. Phys. Rev., 104, 691 (1956).  
 175. Barkas W. Nuovo cim., 20, 443 (1961).  
 176. Burcham W. E. Phil. Mag., 44, 211 (1953).  
 177. Barkas W. H., von Friesen S. Nuovo cim. 19, Suppl. 1, 41 (1961).  
 178. Bogaardt M. L. Vigneron L. Journ. phys. et rad., 11, 652 (1950).  
 179. Bichsel H. Helv. phys. acta, 25, 119 (1952).  
 180. Blackett P. M. S., Lees L. Proc. Roy. Soc., A134, 658 (1932).  
 181. Buechner W. W., Van de Graaf R. J., Sperduto A., Burrill E. A., Feshbach H. Phys. Rev., 72, 678 (1947).  
 182. Bohr N., Lindhard J. Dan. mat. fys. Medd., 28, 7 (1954).  
 183. Bhabha H. J. Proc. Roy. Soc., A154, 195 (1936).  
 184. Barnett C. F., Stier P. M. Phys. Rev., 109, 355, (1958).  
 185. Bethe W. Z. Naturforsch., 4a, 88, (1949); 5a, 8 (1950).  
 186. Bayard R. T., Yntema J. L. Phys. Rev., 97, 372 (1955).  
 187. Bethe H. A., Heitler W. Proc. Roy. Ser., A146, 83 (1934).  
 188. Bleuler E., Zunti W. Helv. phys. acta, 19, 137 (1946).  
 189. Bortner T. E., Hurst G. S. Phys. Rev., 90, 160 (1953); 93, 1326 (1954).  
 190. Biber C., Huber P., Müller A. Helv. phys. acta, 28, 503 (1955).  
 191. Blunck O., Westphal K. Z. Phys., 130, 641 (1951).  
 192. Blunck O., Leisegang S. Z. Phys., 128, 500 (1950).  
 193. Breuer H., Harder D., Pohlit W. Z. Naturf., 13a, 567 (1956).  
 194. Barber W. Phys. Rev., 97, 1071 (1955).  
 195. Brunner C. Naturwiss., 46, 9 (1958).

196. Bradner H., Smith F. M., Barkas W. H., Bishop A. S. Phys. Rev., 77, 462 (1950).  
 197. Bradt H. L. Peters B. Phys. Rev., 74, 1828 (1948); 80, 943 (1951).  
 198. Ballario C., De Marco A., Fortune R. D., Verwerk C. Nuovo cim., 19, 1142 (1961).  
 199. Blaau M. Phys. Rev., 75, 279 (1949).  
 200. Bloom M. B. J. phys. et rad., 12, 861 (1951).  
 201. Bay Z., Seliger H. H. Phys. Rev., 120, 141 (1960).  
 202. Ray Z., Mann W. B., Seliger H. H., Wycoff H. O. Rad. Res., 7, 558 (1957).  
 203. Barkas W. H., Deutsch R. M., Gilbert F. C., Violet C. E. Phys. Rev., 86, 59 (1952); 88, 1435 (1952).  
 204. Barber W. C., Becker G. E., Chu E. L. Phys. Rev., 89, 950 (1953).  
 205. Bleuler E. B., Tendam D. Y. Phys. Rev., 99, 1605 (1955).  
 206. Blair J. S. Phys. Rev., 95, 1218 (1955).  
 207. Bowen T. Nucleonics 12, 48 (1954).  
 208. Bartlett J. H. Watson R. E. Proc. Am. Acad. Arts. Sci., 74, 53 (1940).  
 209. Bothe W. Handbuch d. Physik, Bd 22/2, Springer, Verlag, 1933.  
 210. Bethe H. A., Maximon E. S. Phys. Rev., 93, 768, 788 (1954).  
 211. Budini L., Taffara L. Nuovo cim., 4, 23 (1956).  
 212. Chilton A. B., Cooper J. N., Harris J. C. Phys. Rev., 93, 413 (1954).  
 213. Cook C. J., Jones E., Jorgensen T. Phys. Rev., 91, 1417 (1953).  
 214. Crenshaw C. M. Phys. Rev., 62, 54, (1942).  
 215. Curtiss C. D. Phys. Rev., 89, 123 (1953).  
 216. Coldwell D. O. Phys. Rev., 100, 291 (1955).  
 217. Cranshaw T. E., Harvey J. A. Can. J. Res., A26, 243 (1948).  
 218. Chamindare R. et al. Compt. rend., 242, 105 (1956).  
 219. de Carvalho H. G. Phys. Rev., 76, 1729 (1949).  
 220. Carbone R. J., Fuks E. N., Everhardt E. Phys. Rev., 102, 1524 (1956).  
 221. Carvalho H. G., Friedman J. I. Rev. Sci. Inst., 26, 261 (1955).  
 222. Corson D. R., Brode R. B. Phys. Rev., 53, 773 (1938).  
 223. Chen J. J. L., Warshaw, S. D. Phys. Rev., 84, 355 (1951).  
 224. Cusack W., Stott R. Phil. Mag., 46, 632 (1955).  
 225. Domoradan K. K., Curr R. M. Proc. Phys. Soc., A69, 196 (1956).  
 226. Decher R., Kullenkampff. Z. Phys., 137, 638 (1954).  
 227. Dissanaike G. A. Phil. Mag., 44, 1051 (1953).  
 228. Daniel R. R., Davies J. H., Mulvey J. H., Perkins D. H., Phil. Mag., 43, 753 (1952).  
 229. Dalitz. Proc. Roy. Soc., A206, 509 (1951).  
 230. Devon S., Towle J. H. Proc. Phys. Soc., A69, 345 (1956).  
 231. Dalgarno A., Yadov H. N. Proc. Phys. Soc., A66, 173 (1953).  
 232. Doggett J. A., Spencer L. V. Phys. Rev., 103, 1597 (1956).  
 233. Demers P. Can. J. Res., 25, 223 (1947).  
 234. Demichelis F. Nuovo cim., 13, 562 (1959).  
 235. Evans R. D. The atomic nucleus, N.Y. (1955).  
 236. Everhardt E., Stone G., Carbone R. G. Phys. Rev., 99, 1287 (1955).  
 237. Evans G. E., Stier P. M., Barnett C. E. Phys. Rev., 90, 825 (1953).  
 238. Ellis R. H., Rossi H. H., Failla G. Phys. Rev., 86, 562 (1952).  
 239. Edmonton J. J. Phys. et rad., 10, 22 (1949).  
 240. Erskine G. A. Proc. Roy. Soc., A224, 362 (1954).  
 241. Frank H. Z. Naturforsch., 12a, 750 (1957).  
 242. Fermi E. Phys. Rev., 57, 485 (1940).  
 243. Fermi E., Teller E. Phys. Rev., 72, 399 (1947).  
 244. Frost R. H., Nielsen C. E. Phys. Rev., 91, 864 (1953).  
 245. Frölich H., Platzman R. L. Phys. Rev., 92, 1152 (1953).  
 246. Friedlander M. H., Keeff D., Menon M. G. K. Nuovo cim., 5, 461 (1957).  
 247. Fuks E. N., Jones P. R., Ziembka E. P., Everhardt E. Phys. Rev., 107, 704 (1957).  
 248. Fano U. Phys. Rev., 63, 222 (1946); 70, 20 (1946); 72, 20 (1947).  
 249. Feshbach H. Phys. Rev., 99, 295 (1952).  
 250. Feldman C. Phys. Rev., 117, 455 (1960).  
 251. Feather N. Proc. Cambr. Phil. Soc., 34, 599 (1938).  
 252. Flammersfeld A. Naturwiss., 33, 280 (1946).  
 253. Frost R. H., Nielsen C. E. Phys. Rev., 91, 864 (1953).  
 254. Fano U. Phys. Rev., 93, 117 (1954).  
 255. Faraggi H. Compt. rend., 230, 1398 (1950).  
 256. Fleischmann H. Z. Naturf., 15a, 1090, 1096 (1960).  
 257. Farwell G. W., Wegener H. E. Phys. Rev., 95, 1212 (1954).

258. Fulmer C. B., Cohen B. L. Phys. Rev., 108, 1113 (1957).  
 259. Fulmer C. B., Cohen B. L. Phys. Rev., 109, 94 (1958).  
 260. Gibson W. M., Prowse D. I., Rotblat Y. Nature, 173, 1180 (1954).  
 261. Gooding T. J., Eisberg R. M. Phys. Rev., 105, 357 (1957).  
 262. Goudsmith S., Saunderson J. Phys. Rev., 57, 24 (1940).  
 263. Green D. W., Cooper J. N., Harris J. S. Phys. Rev., 98, 466 (1955).  
 264. Gluckstern R. L. Phys. Rev., 98, 1817 (1955).  
 265. Gryzinski M. Phys. Rev., 107, 1471 (1957).  
 266. Gobel G. W. Phys. Rev., 103, 275 (1957).  
 267. Garstang R. H. Phys. Rev., 87, 529 (1952).  
 268. Garin A., Faraggi H. J. phys. rad., 19, 76 (1958).  
 269. Gray L. H. Proc. Cambr. Phil. Soc., 40, 72 (1944).  
 270. Gilbody H. B., Hasted J. B. Proc. Roy. Soc., A240, 382 (1957); Proc. Phys. Soc., A72, 291 (1958).  
 271. Genin R. J. Phys. et rad., 17, 571 (1956).  
 272. Gerthsen C., Grimm Z. Phys., 120, 476 (1943).  
 273. Gleason G. I., Taylor I. D., Tabern D. L. Nucleonics, 8, 5 (1951).  
 274. Glendenning E. E. Nucleonics, 2, 1, 12 (1948).  
 275. Gerbes, Ann. Phys. 23, 648 (1935); 30, 169 (1937).  
 276. Gubernator K. Z. Phys., 152, 183 (1958).  
 277. Goldwasser E. L., Mills F. E., Hansch R. Phys. Rev., 88, 1137 (1952).  
 278. Goldwasser E. L., Mills F. E., Robillard T. R. Phys. Rev., 98, 1763 (1955).  
 279. Gerardin C., Bilwes R., Magnac-Valette D. J. Phys. et rad., 22, 62, (1961).  
 280. Gove H. E. Phys. Rev., 99, 1353 (1955).  
 281. Gooding T. J., Pigh H. G. Nucl. Inst. a. Metn 7, 189 (1960); 11, 365 (1961).  
 282. Gross W., Wingate G., Failla G. Radiology, 7, 570 (1957).  
 283. Holliday J. E., Sternglass E. J. J. appl. phys., 30, 1428 (1959).  
 284. Hubbard E. L., Laufer E. J. Phys. Rev., 98, 1814 (1955).  
 285. Holloway M. G., Livingston M. S. Phys. Rev., 54, 18 (1938).  
 286. Halpern O., Hall H. Phys. Rev., 73, 477 (1948).  
 287. Heckmann H. H., Perkins B. L., Simon W. G., Smith F. M., Barkas W. H. Phys. Rev., 117, 544 (1960).  
 288. Hirschfelder J. O., Magee J. L. Phys. Rev., 73, 207 (1948).  
 289. Haworth L. J., King L. D. P. Phys. Rev., 54, 48 (1938).  
 290. Huus T., Madsen C. B. Phys. Rev., 76, 323 (1949).  
 291. Hubbard E. L., McKenzie K. R. Phys. Rev., 85, 107 (1952).  
 292. Halberli W., Huber P., Baldinger E. Helv. phys. acta, 25, 467 (1952); 26, 145 (1953).  
 293. Hasted J. B. Proc. Roy. Soc., A205, 421 (1951); A212, 235, (1952); A222, 74 (1953); A227, 466 (1955).  
 294. Hanna G. C. Phys. Rev., 80, 530 (1950).  
 295. Henneberg W. Z. Phys., 86, 592 (1933).  
 296. Hall T. A., Warshaw S. D. Phys. Rev., 75, 891 (1948); 77, 954 (1950).  
 297. Heinz O. Phys. Rev., 95, 610A (1955); 94, 1728 (1954).  
 298. Hanson A. O., Lanzill H., Lyman E. M., Scott M. B. Phys. Rev., 84, 634 (1951).  
 299. Hareford F. L. Phys. Rev., 74, 574 (1948).  
 300. Hareford F. L., Swann Ch. P. Phys. Rev., 78, 727 (1950).  
 301. Huber P. Helv. phys. acta, 26, 145 (1954).  
 302. Herwig L. O., Miller G. H. Phys. Rev., 94, 1183 (1954).  
 303. Herwig L. O., Miller G. H. Phys. Rev., 95, 413 (1954).  
 304. Hudson A. M. Phys. Rev., 105, 1 (1957).  
 305. Henderson G. H. Proc. Roy. Soc., A102, 496 (1922).  
 306. Hall H. E., Hanson A. V., Jamnik D. Phys. Rev., 115, 633 (1959).  
 307. Henderson C., Scott A. Proc. Phys. Soc., A70, 188 (1957).  
 308. Howe H. A., McKenzie K. R. Phys. Rev., 90, 678 (1953).  
 309. Hanna C. G., Pontecorvo B., Kirkwood D. Phys. Rev., 75, 985 (1949); 74, 497 (1948).  
 310. Hungerford E. T., Birkhoff R. D. Phys. Rev., 95, 6 (1954).  
 311. Hooper I. W., McDaniel E. W., Martin D. W., Harmer D. S. Phys. Rev., 124, 1123 (1961).  
 312. Igo G. I., Clark D. D., Eisberg R. M. Phys. Rev., 89, 879 (1953).  
 313. Gooding T. J., Eisberg R. M. Phys. Rev., 105, 357 (1957).  
 314. Igo G., Thaler R. M. Phys. Rev., 106, 126 (1957).  
 315. Igo G., Wegner H. E., Eisberg R. N. Phys. Rev., 101, 1508 (1956).  
 316. Jesse W. P., Forstath H. Phys. Rev., 73, 926 (1948).  
 317. Jesse W. P., Sadauskis J. Phys. Rev., 78, 1 (1950).

318. Jesse W. P., Forstath H., Sadauskis J. Phys. Rev., 77, 782 (1950).  
 319. Jesse W. P., Sadauskis Z. Phys. Rev., 90, 1120 (1953).  
 320. Jesse W. P. Phys. Rev., 122, 1195 (1961).  
 321. Jackson J. D., Schiff H. Phys. Rev., 89, 359 (1953).  
 322. Jishiwari R., Yamashita S., Yuasa K., Miyake K. Journ. Phys. Soc., Japan 11, 537 (1956).  
 323. Janssens P., René M. Nuovo cim., 760 (1955).  
 324. Jesse W. P., Sadauskis J. Phys. Rev., 107, 766 (1957).  
 325. Jesse W. R., Sadauskis J. Phys. Rev., 102, 389 (1956).  
 326. Jesse W. P., Sadauskis J. Phys. Rev., 88, 417L (1952).  
 327. Jentschke W. Phys. Zs., 41, 524 (1940).  
 328. Jesse W. P., Sadauskis J. Phys. Rev., 97, 1668 (1955).  
 329. Jesse W. P. Phys. Rev., 109, 2002 (1958).  
 330. Jesse W. P. Radiation res., 13, 1 (1960).  
 331. Kepes I. I., Waldman B., Miller W. C. Ann. phys. (USA), 6, 90 (1959).  
 332. Kepler R. G., d'Audiau C. A., Fretter W. B., Hansen L. F. Nuovo cim., 7, 71, (1958).  
 333. Knecht O., Bothe W. Z. Naturforsch., 8a, 805 (1953).  
 334. Koester L., Maier-Leibnitz H., Schmeiser K. Z. ang. Phys., 5, 9 (1953).  
 335. Kapitza P. Proc. Roy. Soc., 106, 602 (1924).  
 336. Kanner H. Phys. Rev., 84, 1211 (1951).  
 337. Kanter H. Ann. phys., 20, 144 (1957).  
 338. Knipp J., Teller E. Phys. Rev., 59, 659 (1941).  
 339. Kelly E. L. Phys. Rev., 75, 1006 (1949).  
 340. Kahn D. Phys. Rev., 90, 503 (1953).  
 341. Keene J. P. Phil. Mag., 40, 369 (1949).  
 342. Kahn W. Phys. Rev., 90, 383A (1953).  
 343. Krasner S. Phys. Rev., 99, 520 (1955).  
 344. Knipp J., Ling R. C. Phys. Rev., 80, 106 (1950); 82, 30 (1951).  
 345. Kaila K. L., Saha N. K. Proc. Phys. Soc. 69A, 888 (1956).  
 346. Katcoff S., Miskel J. A., Stanley C. W. Phys. Rev., 74, 631 (1948).  
 347. Klein O., Nishina Y. Z. Physik, 52, 853 (1929).  
 348. Kinzinger E., Bothe W. Z. Naturf., 7a, 390 (1952).  
 349. Kinzinger E. Z. Naturf., 8a, 312 (1953).  
 350. Katz L., Penfold A. S. Rev. mod. phys., 22, 28 (1952).  
 351. Kagejama S., Nishimura K. J. Phys. Soc., Japan, 7, 292 (1952); 8, 682 (1953).  
 352. Kagejama S. J. Phys. Soc., Japan 11, 348 (1956).  
 353. Kalil E., Birkhoff R. D. Phys. Rev., 91, 505 (1953).  
 354. Knecht O., Bothe W. Z. Naturf., 8a, 805 (1953).  
 355. Koch H. W., Motz J. W. Rev. mod. phys., 31, 920 (1959).  
 356. Keile, Zeitler E., Zinn W. Z. Naturf., 159, 1031 (1960).  
 357. Kerlee D. D., Blair J. S., Farwell G. A. Phys. Rev., 107, 1343 (1957).  
 358. Lowry R. A., Miller G. H. Phys. Rev., 109, 824 (1958).  
 359. Livingston M. S., Bethe H. A. Rev. mod. phys., 9, 261 (1937).  
 360. Lindhard J., Scharff M. Dan. mat-fys. Medd., 27, 15 (1953).  
 361. Lonchamp J. P. J. Phys. rad., 14, 89 (1953); C. R. 239, 877 (1954).  
 362. Livesey D. L. Can. J. Phys., 34, 203 (1955).  
 363. Lillie A. B. Phys. Rev., 87, 716 (1952).  
 364. Lassen N. O. Dan. mat. fys. Medd., 25, 11 (1948); 26, 12 (1951); 30, 8 (1955).  
 365. Lanon R. E., Kraybill H. L. Rhys. Rev., 113, 657 (1959).  
 366. Langhlin et al. Radiology, 60, 165 (1953).  
 367. Libby W. F. Phys. Rev., 103, 1900 (1956); Anal. Chem., 19, 2, (1947); 27, 921 (1955).  
 368. Lorentz D. S., Zimmermann E. J. Phys. Rev., 113, 1199 (1959).  
 369. Lassen N. O. Phys. Rev., 75, 1762 (1949).  
 370. Lattes C. M. G., Fowler P. M., Gaer P. Proc. Phys. Soc., 59, 883 (1947).  
 371. Lipkin H. J., White M. G. Phys. Rev., 88, 517 (1952).  
 372. Lyman E. M., Hanson A. O., Scott M. B. Phys. Rev., 84, 626 (1951).  
 373. Lanzl L., Hanson A. O. Phys. Rev., 88, 959 (1951).  
 374. Lamb W. E. Phys. Rev., 58, 696 (1940).  
 375. Larson H. V. Phys. Rev., 112, 1927 (1958).  
 376. Leachman R. B., Schmitt H. W. Phys. Rev., 96, 1366 (1954).  
 377. Metropolis N. et al. Phys. Rev. 110, 185 (1958).  
 378. Millburn, Birnbaum, Grandall, Schechter. Phys. Rev., 95, 1268 (1954).  
 379. Miller. Phys. Rev., 83, 1261 (1951).  
 380. Madsen C. B. Dan. mat-fys. Medd., 23, 8 (1945).

381. Mano G. Ann. de phys., 1, 407 (1934); J. phys. et rad., 5, 628 (1934).  
 382. Madsen C. B. Dan mat.-fys. Medd., 27, 13 (1953).  
 383. Madsen C. B., Venkateswaran P. Phys. Rev., 74, 648 (1948); 76  
     1782 (1948).  
 384. Mather R. Phys. Rev., 84, 181 (1951).  
 385. Mather P., Segre E. Phys. Rev., 84, 191 (1951).  
 386. Mott N. F. Proc. Roy. Soc., A124, 425 (1929); A135, 429 (1932).  
 387. McKinley W. A., Feshbach H. Phys. Rev., 74, 1759 (1948).  
 388. Mollier G. Zs. Naturf., 2a, 133 (1947).  
 389. Mollier G. Zs. Naturf., 3a, 78 (1948).  
 390. Möller C. Ann. phys., 14, 532 (1932).  
 391. Marshall J., Ward A. G. Can. J. Res., A15, 39 (1937).  
 392. Migdal A. Phys. Rev., 103, 1811 (1956).  
 393. McClure C. W. Phys. Rev., 90, 796 (1953).  
 394. Maurer. Ann. d.Phys., 5, 340 (1930).  
 395. Milani. Цит. по Whaling [49].  
 396. Miwa M., Kuriyama K. J. phys. soc., Japan, 10, 320 (1955).  
 397. Motz J. W. Phys. Rev., 100, 1560 (1955).  
 398. Mozley R. F., Smith R. C., Taylor R. E. Phys. Rev., 111, 647 (1958).  
 399. Nielsen K. O. Electromagnetically enriched isotopes and mass spectroscopy\*  
     (ed. Smith M. L.) N. Y.—London, (1956).  
 400. Newman E., Steigert F. E. Phys. Rev., 118, 1575 (1960).  
 401. Neufeld J. Phys. Rev., 95, 1128 (1954).  
 402. Neufeld J. Phys. Rev., 96, 1470 (1954).  
 403. Northcliffe C. L. Phys. Rev., 120, 1744 (1960).  
 404. Nigam P. B., Sundaresan M. K., Ta-Yon Wu. Phys. Rev., 115, 491  
     (1959).  
 405. Neims A. T. NBS Circular, 542 (1953); NBS Circular, 577 (1956).  
 406. Neufeld J., Snyder S. Phys. Rev., 107, 96 (1957).  
 407. Nigam P., Mathur V. C. Phys. Rev., 121, 1577 (1961).  
 408. Neufeld J. Health Phys., 1, 315 (1958).  
 409. Ovadia et al. Phys. Rev., 88, 165A (1952).  
 410. Nielsen L. P. Dan. mat.-fys. Medd., 33, 6 (1961).  
 411. Platzman R. L. Int. J. Appl. Rad. and Isot., 10, 116 (1961).  
 412. Phillips J. A. Phys. Rev., 97, 404 (1955).  
 413. Parkinson D. B., Herb R. G., Bellamy J. C., Hudson C. M. Phys.  
     Rev., 52, 75 (1957).  
 414. Phillips J. A. Phys. Rev., 90, 532 (1953).  
 415. Philipp K. Z. Physik, 17, 23 (1923).  
 416. Porat D. I., Ramavataram K. Proc. Roy Soc., A232, 394 (1959).  
 417. Papineau A. J. Phys. et rad., 17, 566 (1956).  
 418. Pettus W. G., Blosser H. G., Hareford F. L., Phys. Rev., 101,  
     17 (1956).  
 419. Paul W., Reich H. Z. physik, 127, 429 (1950).  
 420. Paul W., Reich H. Z. physik, 131, 326 (1951).  
 421. Pickup E., Voyvodic L. Phys. Rev., 80, 89 (1950).  
 422. Porat D. I., Ramavataram K. Proc. Phys. Soc., A77, 97 (1961).  
 423. Page L. A. Phys. Rev., 81, 1062 (1951).  
 424. Poirier. Phys. Rev., 117, 577 (1960).  
 425. Pradhan T. Phys. Rev., 105, 1250 (1957).  
 426. Ritter V. O. et al. Z. Naturf., 6a, 243 (1951).  
 427. Rossi B. Nature, 130, 699 (1932).  
 428. Rousset A. et al. Nuovo cim., 14, 365 (1959).  
 429. del Rosario L. Phys. Rev., 74, 304 (1948).  
 430. Rohrlich F., Carlson B. C. Phys. Rev., 93, 386 (1954).  
 431. Roll P. G., Steigert F. E. Nucl. Phys., 16, 534 (1960); 17, 54 (1960).  
 432. Rich M., Madey R. Report UCRL—2301 (1954).  
 433. Rosenblum S. Ann. de Phys., 10, 408 (1928).  
 434. Reynolds H. L., Dunbar D. N. F., Wentzel W. A., Whaling W.  
     Phys. Rev., 92, 742 (1953).  
 435. Reynolds H. L., Scott D. W., Zucker A. Phys. Rev., 95, 671 (1954).  
 436. Roll P. G., Steigert F. E. Phys. Rev., 120, 470 (1960).  
 437. Rotblatt J. Nature, 165, 387 (1950); 167, 550, (1951).  
 438. Ribe F. Phys. Rev., 85, 1217 (1951).  
 439. Rosenzweig W. Phys. Rev., 115, 1683 (1960).  
 440. Reynolds H. K., Zucker A. Phys. Rev., 96, 393 (1954); 95, 1353 (1954).  
 441. Pickup E., Voyvodic L. Phys. Rev., 80, 89 (1950).  
 442. Russek A., Tom Thomas M. Phys. Rev., 109, 2015 (1958).  
 443. Reynolds H. L., Wyly L. D., Zucker A. Phys. Rev., 98, 474 (1954).

444. Stokes R. H. et al. Rev. Sci Inst. 29, 61 (1958); 31, 768 (1960).  
 445. Schiff H. Can. J. Phys., 32, 393 (1954).  
 446. Sternheimer R. M. Phys. Rev., 88, 851 (1952); 91, 256 (1953); 103, 511 (1956).  
 447. Sternheimer R. M. Phys. Rev., 115, 137 (1959).  
 448. Sternheimer R. M. Phys. Rev., 117, 485 (1960).  
 449. Smith J. H. Phys. Rev., 71, 32 (1947).  
 450. Sternheimer R. M. Phys. Rev., 93, 351 (1954).  
 451. Sachs D. C., Richardson J. R. Phys. Rev., 83, 834 (1951); 89, 1163 (1953).  
 452. Sonett C. P., McKenzie K. R. Phys. Rev., 100, 734 (1955).  
 453. Snitzer E. Phys. Rev., 89, 1237 (1953).  
 454. Sharpe J. Proc. Phys. Soc., A65, 859 (1952).  
 455. Sternheimer R. M. Phys. Rev., 118, 1045 (1960).  
 456. Simmens D. H. Proc. Phys. Soc., A66, 454 (1953).  
 457. Schmieder K. Ann. phys., 35, 445 (1939).  
 458. Stetter G. Z. Physik, 120, 889 (1943).  
 459. Stone W. G., Cochran L. W. Phys. Rev., 107, 702 (1957).  
 460. Snyder H. S., Scott W. T. Phys. Rev., 76, 220 (1949).  
 461. Stetter G., Jentschke W. Phys. Zs., 36, 44 (1955).  
 462. Spencer L. V., Blanchard C. Phys. Rev., 93, 114 (1954).  
 463. Spencer L. V. Phys. Rev., 98, 1597 (1955).  
 464. Sharpe J. Proc. Roy. Soc., A65, 860 (1952).  
 465. Schambray P. E., Rauth A. M., Northcibbe L. C. Phys. Rev., 120, 1758 (1960).  
 466. Sherman N. Phys. Rev., 103, 1601 (1956).  
 467. Scott M. B., Hanson A. O., Lyman E. M. Phys. Rev., 84, 638 (1951).  
 468. Schiff L. J. Phys. Rev., 70, 87 (1946).  
 469. Soffsky S. D. Phys. Rev., 123, 1885 (1961).  
 470. Stephens K. G., Walker D. Proc. Roy. Soc., A229, 376 (1955); Phil. Mag., 45, 543 (1954).  
 471. Stier P. M., Barnett C. F. Phys. Rev., 103, 896 (1956).  
 472. Stelson, McCowan, цит. по [501].  
 473. Spiegel V. et al. Ann. Phys. (USA), 6, 70, 86 (1959).  
 474. Taylor A. E. Rep. prog. Phys., 15, 49 (1952).  
 475. Tunnicliffe, Ward. Proc. Phys. Soc. A65, 233 (1952).  
 476. Thomson, Report UCRL, 1910 (1952).  
 477. Teasdale, цит. по [452].  
 478. Towler et al. Rev. mod. Phys., 20, 236 (1948).  
 479. Tammi I. Z. Physik, 62, 545 (1930).  
 480. Uehling E. A. Ann. Rev. Nucl. Sci., 4, 315 (1954).  
 481. Utterback N. G., Miller G. H. Phys. Rev., 116, 976 (1959).  
 482. Vigneron L. J. phys. rad., 10, 305 (1949).  
 483. Votruba V. Phys. Rev., 73, 1468 (1948).  
 484. Valentine J. M., Curran S. C. Phil. Mag., 43, 964 (1952); Proc. Roy. Soc., A211, 75 (1955); Phil. Mag., 43, 964 (1952).  
 485. Valentine J. M., Curran S. C. Rep. prog. Phys., 21, 1 (1958).  
 486. Varshni V. P. Ind. J. Phys., 32, 373 (1958).  
 487. Van de Graaf R. J., Buechner W. W., Fechbach H. H. Phys. Rev., 69, 452 (1946).  
 488. Voyvodich. Can. J. Res., A28, 315 (1950).  
 489. Van Rossen L. J. phys. rad., 10, 402 (1949).  
 490. Vigneron L. J. phys. rad., 14, 145 (1953).  
 491. Whaling W. Handbuch der Physik. Bd 34, Berlin (1957).  
 492. Whaling W. "Nuclear Spectroscopy", part A, N.-Y. —London (1964).  
 493. Walske M. C. Phys. Rev., 88, 1288 (1952).  
 494. Walske M. C. Phys. Rev., 101, 940 (1956).  
 495. Warshaw S. D. Phys. Rev., 76, 1759 (1949).  
 496. Walker D. Prog. Nucl. Phys., 4, 215 (1955).  
 497. Wick G. C. Nuovo cim., 1, 302 (1945).  
 498. Weyl P. K. Phys. Rev., 91, 289 (1953).  
 499. Wentzel W. A., Whaling W. Phys. Rev., 87, 499 (1952).  
 500. Wilcox H. A. Phys. Rev., 74, 1743 (1948).  
 501. Whitter A. C. Can. J. Phys., 32, 275 (1954).  
 502. Wilson R. R. Phys. Rev., 60, 749 (1941).  
 503. Wilson R. R., Broebeck Rhys. Rev., 71, 385 (1947).  
 504. Williams E. J. Rev. mod. phys., 17, 217 (1945).  
 505. Williams E. J. Proc. Roy. Soc., A169, 531 (1939); Phys. Rev., 58, 292 (1940).  
 506. Weiss J., Bernstein W. Phys. Rev., 98 1829 (1955); 103, 1253 (1956).  
 507. Wolfe B., Silverman A., de Wire A. Rev., Sci. Inst., 26, 564 (1955).

508. Wingate C., Gross W., Failla G. Phys Rev., 105, 929 (1957).  
509. Wentzel G. Ann. phys., 69, 335 (1922).  
510. Wheeler J. A., Lamb W. E. Phys. Rev., 55, 858 (1934).  
511. Williams E. M. Proc. Roy. Soc., A125, 420 (1929).  
512. Williams E. J., Terroux F. B. Proc. Roy. Soc., A126, 289 (1930).  
513. Wiedecke L. Z. Phys., 154, 150 (1959).  
514. Webb W. H., Reynolds H. L., Zucker A. Phys. Rev., 102, 749 (1936).  
515. Yadav H. N. Proc. Phys. Soc., A65, 672 (1952).  
516. Yang C. N. Phys. Rev., 84, 599 (1951).  
517. Young I. R. J. Appl. Phys., 28, 524 (1957).  
518. Ziemba E. P., Eockwood C. J., Morgan G. H., Everhardt E. Phys. Rev., 118, 1552 (1960).  
519. Ziegler B. Z. Physik, 151, 556 (1958).  
520. Zajac B., Rosse M. A. S. Nature, 162, 923 (1948); 164, 311 (1949).
-

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Глава I.</i> Прохождение тяжелых заряженных частиц через вещество . . . . .	5
§ 1. Введение . . . . .	5
§ 2. Упругие соударения и передача энергии при упругом рассеянии частиц на ядрах (атомах) . . . . .	8
§ 3. Возбуждение ядер и ядерные реакции под действием быстрых заряженных частиц . . . . .	39
§ 4. Теория потерь энергии при неупругих столкновениях частиц с атомными электронами . . . . .	47
§ 5. Экспериментальная проверка теории торможения и данные об ионизационных потерях энергии быстрыми протонами и $\alpha$ -частицами . . . . .	74
§ 6. Экспериментальные данные о соотношении между пробегом и энергией для быстрых протонов и $\alpha$ -частиц . . . . .	93
§ 7. Неупругие столкновения тяжелых заряженных частиц с атомами. Торможение и пробеги тяжелых ионов в веществе . . . . .	121
§ 8. Связь между потерей энергии и ионизацией . . . . .	149
§ 9. Излучение Бавилова—Черенкова . . . . .	159
§ 10. Некоторые методы идентификации быстрых заряженных частиц и измерения их энергии . . . . .	161
<i>Глава II.</i> Прохождение электронов через вещество . . . . .	168
§ 11. Введение . . . . .	168
§ 12. Упругое рассеяние электронов (позитронов) . . . . .	169
§ 13. Потери энергии на ионизацию . . . . .	185
§ 14. Потери энергии на излучение. Полная потеря энергии электроном . . . . .	196
§ 15. Связь между пробегом и энергией электронов . . . . .	203
§ 16. Связь между потерей энергии и ионизацией . . . . .	211
Литература . . . . .	218

С. В. Стародубцев, А. М. Романов

## ПРОХОЖДЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

Редактор И. Г. Гайсинская

Художник В. Тай

Художественный редактор А. Т. Шепельков

Технический редактор Х. У. Карабаева

Корректор Е. И. Шер.

Р03387. Сдано в набор 23/VIII 1962 г. Подписано к печати 3/X 1962 г.  
Формат 70×106 $\frac{1}{4}$ , —7,125 бум.—19,52 печ. л. Уч.-изд. л. 17,57 Изд. № 506/62  
Тираж 2500. Цена 1 р. 23 к. Переплет 20 коп.

Типография Издательства АН УзССР, Ташкент, Хорезмская, 9. Заказ 902  
Издательство Академии наук УзССР, Ташкент, ул. Куйбышева, 15.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Глава I.</i> Прохождение тяжелых заряженных частиц через вещество . . . . .	5
§ 1. Введение . . . . .	5
§ 2. Упругие соударения и передача энергии при упругом рассеянии частиц на ядрах (атомах) . . . . .	8
§ 3. Возбуждение ядер и ядерные реакции под действием быстрых заряженных частиц . . . . .	39
§ 4. Теория потерь энергии при неупругих столкновениях частиц с атомными электронами . . . . .	47
§ 5. Экспериментальная проверка теории торможения и данные об ионизационных потерях энергии быстрыми протонами и $\alpha$ -частицами . . . . .	74
§ 6. Экспериментальные данные о соотношении между пробегом и энергией для быстрых протонов и $\alpha$ -частиц . . . . .	93
§ 7. Неупругие столкновения тяжелых заряженных частиц с атомами. Торможение и пробеги тяжелых ионов в веществе . . . . .	121
§ 8. Связь между потерей энергии и ионизацией . . . . .	149
§ 9. Излучение Бавилова—Черенкова . . . . .	159
§ 10. Некоторые методы идентификации быстрых заряженных частиц и измерения их энергии . . . . .	161
<i>Глава II.</i> Прохождение электронов через вещество . . . . .	168
§ 11. Введение . . . . .	168
§ 12. Упругое рассеяние электронов (позитронов) . . . . .	169
§ 13. Потери энергии на ионизацию . . . . .	185
§ 14. Потери энергии на излучение. Полная потеря энергии электроном . . . . .	196
§ 15. Связь между пробегом и энергией электронов . . . . .	203
§ 16. Связь между потерей энергии и ионизацией . . . . .	211
Литература . . . . .	218

С. В. Стародубцев, А. М. Романов

## ПРОХОЖДЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

Редактор И. Г. Гайсинская

Художник В. Тай

Художественный редактор А. Т. Шепельков

Технический редактор Х. У. Карабаева

Корректор Е. И. Шер.

Р03387. Сдано в набор 23/VIII 1962 г. Подписано к печати 3/X 1962 г.  
Формат 70×106 $\frac{1}{4}$ , —7,125 бум.—19,52 печ. л. Уч.-изд. л. 17,57 Изд. № 506/62  
Тираж 2500. Цена 1 р. 23 к. Переплет 20 коп.

Типография Издательства АН УзССР, Ташкент, Хорезмская, 9. Заказ 902  
Издательство Академии наук УзССР, Ташкент, ул. Куйбышева, 15.