

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С.М.СТАРИКОВСКАЯ

**ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ. СЕМИНАРСКИЕ
ЗАНЯТИЯ. ЧАСТЬ 1.**

Учебное пособие.

Москва - 2001

С.М.Стариковская. Физические методы исследования. Семинарские занятия. Часть 1.: Учебное пособие. – М: изд-е МФТИ, 2001. – 88 с.

В учебном пособии рассмотрены наиболее типичные методы и принципы измерений, используемые в физических лабораториях. В пособии кратко рассматриваются теоретические основы наиболее общих методов измерения, использующихся при изучении физико-химических систем. Пособие состоит из двух частей. В первой части рассмотрены наиболее общие принципы учета погрешностей измерений, измерения электрических сигналов и давлений, во второй – принципы измерения температуры и световых потоков, источники и приемники излучения. Каждая тема сопровождается разбором нескольких наиболее типичных задач и численных оценок. Данное учебное пособие является дополнением к курсу семинаров по физическим методам исследования, читаемому студентам 3 курса факультета молекулярной и биологической физики в 6 семестре.

Оглавление

1	Введение	6
2	Измерение физических величин.	8
2.1	Методы обработки и учет погрешностей	8
2.1.1	Оценка погрешности при косвенных измерениях	9
2.1.2	Правила вычисления погрешностей. Биномиальное и Гауссово распределение.	15
2.1.3	Доверительный интервал. Интеграл ошибок.	19
2.1.4	Вычисление погрешности в комплексных измерениях	20
3	Электрические цепи	23
3.1	Преобразование сигналов. Длинные линии.	24
3.1.1	Импеданс. Обобщенный закон Ома. Частотные фильтры.	26
3.1.2	Разложение сигнала в ряд Фурье. Импульс с крутым фронтом.	28
3.1.3	Линии с распределенными параметрами. Распространение сигнала в длинной линии.	31
3.2	Волновое сопротивление. Закон Ома.	35
3.2.1	Волновое сопротивление длинной линии.	35
3.2.2	Падающая и отраженная волны.	38
3.2.3	Аналог закона Ома для длинных линий.	39
3.3	Распространение сигналов вдоль линии.	42
3.3.1	Фазовая скорость. Линии без искажений.	43
3.3.2	Коэффициент отражения. Согласование линий.	44
3.3.3	Эквивалентные схемы цепей, содержащих длинные линии	47
3.3.4	Колебания в линии при подключении источника постоянного напряжения.	48
3.3.5	Формирование импульсов наносекундной длительности при разрядке линии	50
3.3.6	Контрольные вопросы к теме “Электрические цепи. Распространение и генерация импульсных сигналов”	54

4	Методы измерения давлений.	56
4.1	Разреженные газы. Получение вакуума.	56
4.1.1	Элементы кинетической теории. Газовые за- коны.	57
4.1.2	Явления переноса	60
4.1.3	Общие сведения о вакуумных насосах. . . .	62
4.2	Методы измерения давлений.	66
4.2.1	U-образный манометр	67
4.2.2	Манометр Мак-Леода (компрессионный ма- нометр)	68
4.2.3	Деформационные манометры	69
4.2.4	Тепловые вакууметры	70
4.3	Теоретические основы процесса откачки.	77
4.3.1	Основные определения вакуумной техники. Проводимость сложного трубопровода. . . .	77
4.3.2	Основное уравнение вакуумной техники. . .	79
4.3.3	Критерии определения границ режимов те- чения газа в трубопроводах.	81
4.3.4	Проводимости вакуумных трубопроводов .	82
4.3.5	Время откачки газа в трубопроводе.	85
4.3.6	Контрольные вопросы к теме	89

Глава 1

Введение

Курс “Физические методы исследования” рассчитан на 2 семестра. В осеннем семестре студентам 3 курса факультета молекулярной и биологической физики предлагается прослушать курс лекций, семинаров и выполнить 5 лабораторных работ. Цель данного цикла заключается в том, чтобы дать слушателям представление об основных современных методах измерения физических величин: о том, какими приборами измеряют те или иные величины, каковы физические принципы подобных измерений в каждом случае, чем обусловлены разрешение и погрешности в исследуемой системе. Этот курс, по замыслу его основателя Евгения Леонидовича Франкевича, призван служить некоторым переходным звеном от общеинститутских курсов физики и математики к реальной работе в лаборатории.

Опыт приема лабораторных работ в течение нескольких лет показал, что чтения лекций и проведения лабораторных занятий, как правило, недостаточно для глубокого понимания данного предмета. Слушателям нужно почувствовать масштаб величин, научиться делать конкретные численные оценки на основе имеющихся данных, что совершенно необходимо при экспериментальной работе в лаборатории. Предлагаемое пособие дополняет цикл семинаров, прочитанный автором в 2001 году студентам ФМБФ.

Основные разделы цикла семинаров следующие:

1. Методы обработки и учет погрешностей;
2. Измерительные электрические цепи;
3. Методы создания вакуума и измерения давления;
4. Методы измерения температуры;
5. Источники и приемники оптического излучения

Основные разделы соответствуют курсу лекций Е.Л.Франкевича [1]. В первой части пособия добавлен раздел об учете экспериментальных погрешностей, так как, несмотря на обилие лабораторных работ, к третьему курсу студенты не всегда ориен-

тируются в основных причинах погрешностей измерений, пытаюсь объяснить ошибки измерений, к примеру, “плохими приборами”. Добавлен раздел об измерении электрических сигналов, поскольку в современных лабораториях при измерении количественных характеристик процесса, как правило, используется преобразование различных типов сигналов в электрический сигнал. Во второй части пособия в раздел “Источники и приемники оптического излучения” добавлено более детальное рассмотрение диспергирующих элементов оптических систем и семинар об источниках когерентного излучения.

Каждый из разделов, кроме вводного, рассчитан на 2-3 семинара. В конце каждого семинара оговорен список литературы, которая использовалась при подготовке семинара и которой можно пользоваться для более детального изучения предмета. Раздел завершается контрольными вопросами, которые предлагались студентам для проверки качества усвоения прочитанного материала.

[1]. Франкевич Е.Л. Физические методы исследования: Учебное пособие. – М.: изд. МФТИ, 1986. – 92 с.

Глава 2

Измерение физических величин.

2.1 Методы обработки и учет погрешностей

Под измерением в физике понимают последовательность экспериментальных и вычислительных операций, проводимую для нахождения значения физической величины. Как правило, в современном эксперименте редко обходятся только прямыми измерениями (к примеру – измерение длины с помощью линейки), чаще косвенные измерения комбинируются с серьезными методами обработки экспериментальных данных и вычислительными процедурами.

Тем важнее представлять себе, в каком месте в результат измерений вносятся погрешности, можно ли их контролировать, анализировать и устранять. Обычно в ходе выполнения работы средний студент оценивает разброс точек на графике и утверждает, что именно этот разброс является погрешностью. Далее обычно следуют ссылки на плохие приборы. Так ли уж важно, каков разброс данных в эксперименте? Надо ли стремиться его уменьшить?

Предположим, что решается небезызвестная задача Архимеда об идентификации подлинности короны. Пусть корона состоит либо из золота с плотностью $\rho = 15.5 \text{ г/см}^3$, либо из некоторого дешевого сплава с плотностью $\rho = 13.8 \text{ г/см}^3$. Пусть один исследователь измерил плотность короны и получил значение $15 \pm 1.5 \text{ г/см}^3$. Второй, подобрав более точный способ определения плотности, получил значение $13.9 \pm 0.2 \text{ г/см}^3$. В принципе, оба правы. Измерения первого верны, но не позволяют определить подлинность короны, поскольку разность искомых плотностей меньше погрешности (рис. 2.1). Измерения второго, как более точные, свидетельствуют о том, что плотность короны совпадает с плотностью сплава и не равна плотности золота. С другой стороны, если Вам надо изготовить рамку для фотографии размером 10x15 см, вряд ли вы будете пользоваться микрометром: здесь достаточно и обычной линейки. Приведен-

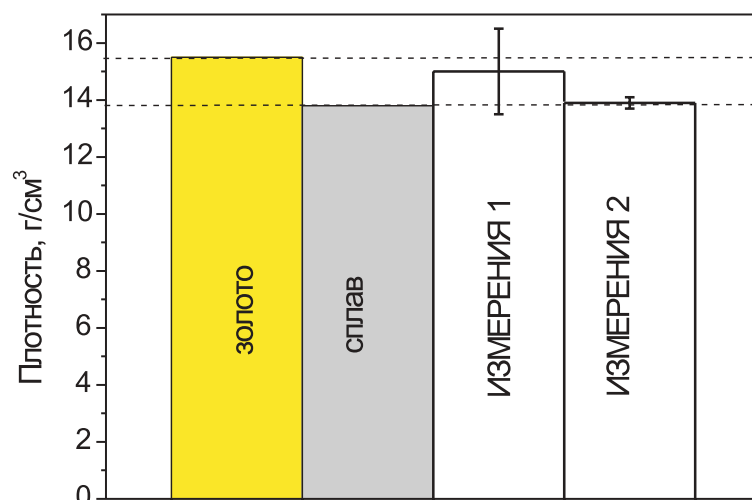


Рис. 2.1: Пример малоинформативности определения величины с большой погрешностью (см. текст).

ные примеры показывают, что необходимая точность измерений зависит от поставленных целей.

Совсем коротко напомним основные правила обращения со случайными погрешностями. В записи значения величины погрешность принято округлять до одной значащей цифры. Исключение составляет случай, когда эта цифра равна единице. Рядом теорий позволяет оставлять две значащих цифры, так как разница, к примеру, между 0.1 и 0.14 составляет 40%. Таким образом, верными будут записи $g = 9.82 \pm 0.04 \text{ м/с}^2$ или $g = 9.82 \pm 0.14 \text{ м/с}^2$. В расчетах, пока мы еще не получили окончательный результат, имеет смысл оставлять на одну значащую цифру больше. Это уменьшает неточности, возникающие при округлении чисел.

2.1.1 Оценка погрешности при косвенных измерениях

В реальной ситуации крайне редко искомая величина измеряется напрямую. Обычно результат измерений является некоторой комбинацией из измеренных величин, нередко помимо ошибок измерений необходимо анализировать достоверность теорий и вычислений, применяемых при определении конечной величины. Приблизительная схема определения физической величины в общем случае показана на рисунке 2.2. Прежде всего, исходя из цели измерений, мы должны выбрать приемлемый метод измерений. Предположим, нам необходимо измерить распределение концентрации метана в пламени горелки. В качестве метода измерений мы выберем поглощение метаном излучения гелий-неонового ИК-лазера на длине волны 3.39 мкм. Обоснованиями для такого метода могут служить относительная простота регистрации и дешевизна оборудования при высоком временном (до микросекунд) и пространственном (миллиметры) разреше-

нии схемы. Где в такой схеме могут проявиться погрешности, влияющие на конечный результат? Прежде всего, при получении исходной информации. Пламя – относительно нестабильный объект, и здесь следует ожидать существенного разброса самих исходных данных. Далее, поскольку мы предполагаем проводить измерения методом абсорбционной спектроскопии (то есть по поглощению исходного излучения), нам следует заранее проанализировать, какая часть излучения поглотится исследуемым веществом, какова стабильность источника излучения, могут ли какие-либо внешние факторы (гидродинамические, температурные и т.д.) оказать влияние на результат измерений. На этом этапе возникают погрешности, связанные с выбранным методом измерений и схемой регистрации. Далее, изменение интенсивности излучения будет регистрироваться каким-то фотоприемником (к примеру, фоторезистором) и далее, с помощью определенной электрической схемы – осциллографом. Данный этап преобразования сигнала может, в свою очередь, внести определенную погрешность в измерения. Она может быть связана, к примеру, с электрическими наводками при неграмотной организации схемы. Далее, обработка и трактовка результатов. В предложенной схеме измеряется соотношение интенсивностей падающего на приемник в отсутствие пламени и прошедшего через пламя излучения лазера. Можно, задавшись определенным соотношением, а именно – законом Буггера-Ламберта-Бера $I = I_0 e^{-\sigma n x}$, зная сечение поглощения на данной длине волны σ и определив длину прохождения луча через пламя, определить усредненную по всей длине концентрацию молекул метана. Тут же добавляется погрешность определения длины пути луча в среде. Можно выбрать более сложную процедуру и попытаться восстановить распределение метана в плоскости, перпендикулярной вертикальной оси горелки, проведя серию измерений по различным хордам и сделав ряд априорных предположений о характере распределения метана (так называемая процедура Абеля). В итоге мы приходим к конечному результату с большим набором погрешностей, возникающих на различных этапах измерений и обработки данных. Как в общем случае искать погрешность определения итоговой величины?

Отложим на время вышеприведенную задачу, являющуюся реальной частной проблемой физика-экспериментатора, работающего в лаборатории, и начнем с простейших примеров. Пусть мы смешиваем две жидкости, масса каждой из которых измерена с определенной точностью: $m_1 \pm \delta m_1$ и $m_2 \pm \delta m_2$. Очевидно, что масса всей жидкости находится в пределах от $M_{min} = m_1 + m_2 - (\delta m_1 + \delta m_2)$ до $M_{max} = m_1 + m_2 + (\delta m_1 + \delta m_2)$. Верно ли утверждать, что масса жидкости известна с точностью $\delta M = \delta m_1 + \delta m_2$ и равна $m_1 + m_2 \pm (\delta m_1 + \delta m_2)$?

Аналогично, рассмотрим задачу о нахождении скорости бегуна при известных длине дистанции и скорости бега: $S \pm \delta S$,

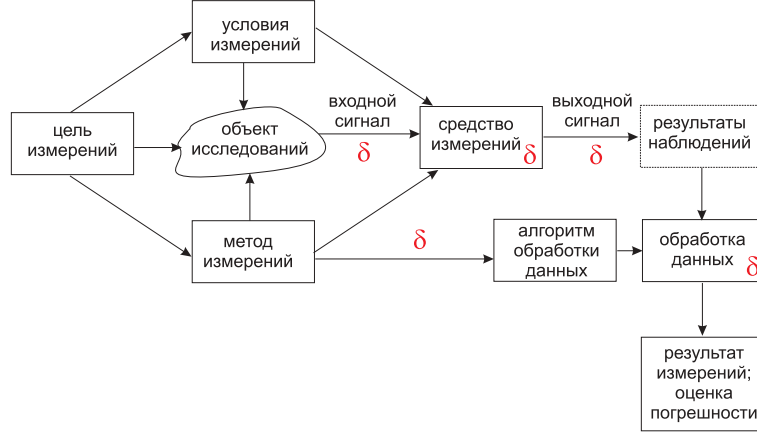


Рис. 2.2: Схема определения физической величины и погрешностей измерения.

$t \pm \delta t$. Будем рассматривать относительные погрешности типа $\delta S/|S|$. Тогда искомое значение скорости определится как

$$v = \frac{S}{t} \frac{1 \pm \delta S/|S|}{1 \pm \delta t/|t|}. \quad (2.1)$$

Найдем максимальное и минимальное значение данной величины. Очевидно, наибольшее значение соответствует максимальному числителю и минимальному знаменателю. Разложим данное выражение по малому параметру $\delta t/|t|$:

$$v = \frac{S}{t} \frac{1 + \delta S/|S|}{1 - \delta t/|t|} \approx \frac{S}{t} (1 + \delta S/|S| + \delta t/|t|) \approx \frac{S}{t} (1 + \delta S/|S| + \delta t/|t|) \quad (2.2)$$

Аналогичным образом элементарно получить, что нижний предел соответствует такому же выражению с двумя знаками “минус” при относительных погрешностях. Тогда скорость найдется как

$$v = \frac{S}{t} \left(1 \pm \left(\frac{\delta S}{|S|} + \frac{\delta t}{|t|} \right) \right) \quad (2.3)$$

Приведенные выше формулы, в которых погрешность суммы (разности) определяется суммой погрешностей, а погрешность частного (произведения) определяется суммой относительных погрешностей, часто очень сильно переоценивает суммарную погрешность измерений. Действительно, логично предположить, что для случайных ошибок и независимых измерений при проведении большого числа испытаний в 50% случаев недооценка, к примеру, расстояния, будет компенсироваться переоценкой времени, и наоборот.

Тогда погрешность суммы (разности)

$$q = a + b + \dots - (k + l) \quad (2.4)$$

определится как

$$\delta(q) = \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2 + (\delta k)^2 + (\delta m)^2}, \quad (2.5)$$

а погрешность произведения (частного)

$$q = \frac{a \cdot \dots \cdot b}{k \cdot \dots \cdot l} \quad (2.6)$$

как

$$\frac{\delta(q)}{|q|} = \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\delta k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\delta l}{l}\right)^2}, \quad (2.7)$$

Сказанное выше неприменимо для систематических погрешностей, которые не являются случайными и дают, фактически, сдвиг среднего значения в ту или иную сторону. Интересно отметить, что иногда случайные и систематические погрешности могут иметь одну и ту же природу. К примеру, при измерении давления U-образным манометром один из исследователей старается стоять так, чтобы мениск масла совпадал с уровнем глаз. В этом случае он ошибется, скажем, на ± 0.5 мм, что для масляного манометра составит 1/30 Торр (15 мм масла = 1 мм рт.ст. - 1 Торр). Второй же смотрит на манометр сверху или снизу, каждый раз получая сдвиг около 3 мм (1/5 Торр). Одно и то же явление – параллакс – вызывает в одном случае небольшую случайную, в другом – в 5 раз более существенную систематическую ошибку. Вернемся к обсуждению независимости измерений.

Решим небольшую задачу, наглядно демонстрирующую отличие погрешности, определенной по прямому правилу сложения и по правилу сложения среднеквадратичных ошибок.

Задача 1.

Определить кпд электрического двигателя η , примененного для поднятия груза массой $m = 1 \pm 0.01$ кг на высоту $h = 1 \pm 0.01$ м за время $t = 1 \pm 0.05$ мин при условии, что приложенное напряжение было равно $U = 100 \pm 0.01$ В, ток $I = 0.1 \pm 0.001$ А. Определить погрешность, считая, а) что мы не можем анализировать зависимость всех измеренных величин друг от друга; б) предполагая, что зависимость между отдельными измерениями отсутствует.

Решение

Вычислим кпд как

$$\eta = - = \frac{mgh}{UIt} = \frac{1 \cdot 9.8 \cdot 1}{100 \cdot 0.1 \cdot 60} = \frac{9.8}{60} = 0.16 \quad (2.8)$$

Соответственно, максимальная погрешность

$$\delta_{max} \approx \frac{\delta m}{|m|} + \frac{\delta h}{|h|} + \frac{\delta U}{|U|} + \frac{\delta I}{|I|} + \frac{\delta t}{|t|} = (1 + 1 + 1 + 1 + 5)\% = 9\% \quad (2.9)$$

Погрешность, определенная как квадратичная сумма, существенно меньше:

$$\begin{aligned}\delta_{max} &= \sqrt{\left(\frac{\delta m}{|m|}\right)^2 + \left(\frac{\delta h}{|h|}\right)^2 + \left(\frac{\delta U}{|U|}\right)^2 + \left(\frac{\delta I}{|I|}\right)^2 + \left(\frac{\delta t}{|t|}\right)^2} \cdot 10 \\ &= \sqrt{1 + 1 + 1 + 1 + 25} = \sqrt{29} \approx 5.4\%\end{aligned}$$

Заметим, что в случае, когда искомая величина является функцией, заданной аналитически, ее погрешность также находится достаточно просто. Пусть $q(x)$ – аналитическая функция, зависящая от переменной x . Из рис.2.3 очевидно, что погрешность определения функции δq при известной погрешности переменной δx равна

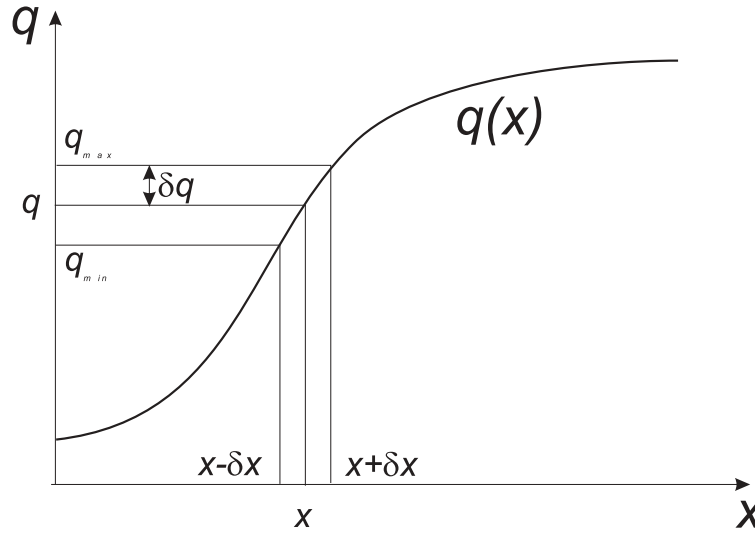


Рис. 2.3: К определению погрешности величины, заданной аналитической функцией.

$$\delta q = (q(x + \delta x) - q(x)) \big|_{\delta x \rightarrow 0} \rightarrow \frac{\partial q}{\partial x} dx \quad (2.11)$$

Разумеется, подобные вещи следует помнить при организации эксперимента. Давайте решим две задачи, чтобы почувствовать, как погрешность переменной может влиять на погрешность зависимой величины.

Задача 2. Тележка скатывается по наклонной плоскости. Экспериментатор определяет скорость тележки в двух точках плоскости S_2 и S_1 , деля длину тележки l на время прохождения тележкой фотозлемента t_i . Определить ускорение и его погрешность, если определенные длины равны $S = S_2 - S_1 = 100.0 \pm 0.2$ см (0.2%), $l = 5.0 \pm 0.05$ см (1%), а времена составляют $t_1 = 0.054 \pm 0.001$ с (2%), $t_1 = 0.031 \pm 0.001$ с (3%).

Решение

$$S_2 - S_1 = S = \frac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2} \Big|_{v=at} = \frac{1}{2a}(v_2^2 - v_1^2); \quad (2.12)$$

$$a = \frac{l^2}{2S}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{l^2}{2S} \left(\frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2} \right); \quad (2.13)$$

Определим отдельно значение и погрешность $l^2/2S$, $1/t_2^2$ и $1/t_1^2$.

$$\frac{l^2}{2S} = \frac{25}{200} = 0.125; \quad (2.14)$$

$$\frac{\delta q}{q} = \sqrt{\left(2\frac{\delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\delta S}{S}\right)^2} = \sqrt{2^2 + 0.2^2} \approx 2\% \quad (2.15)$$

Для времен получим

$$\frac{1}{t_1^2} = 343 \pm 14^{-2}; \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{t_2^2} = 1041 \pm 62^{-2} \quad (2.17)$$

Их разность даст

$$\frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2} = 698 \pm 64^{-2} \quad (9\%) \quad (2.18)$$

Окончательно

$$a = (0.125 \pm 2\%) \cdot (698^{-2} \pm 9\%) \quad (2.19)$$

Перемножая значения и складывая погрешности квадратично, придем к выводу, что

$$a = (87 \pm 8)^{-2}/c \quad (2.20)$$

Следует отметить две характерных особенности полученного результата: во-первых, основной в данной задаче является погрешность измерения времени; во-вторых, эта погрешность сильно возрастает при вычислении разности обратных квадратов. Частично рост погрешности обусловлен возведением в квадрат, частично – нахождением малой разности двух больших величин.

Задача 3.

Образование возбужденных молекул в импульсном газовом разряде определяется тремя процессами: возбуждением прямым электронным ударом $M+e \rightarrow M^*+e$; радиационным расселением $M^* \rightarrow M+h\nu$ и тушением $M^*+M \rightarrow Prod$. Концентрация возбужденных состояний M^* мала по сравнению с концентрацией

исходных молекул М. Время радиационного расселения и тушения в несколько раз больше длительности импульса возбуждения. Предположим, что мы умеем измерять абсолютную интенсивность излучения с достаточным временным разрешением и проводить эксперименты при различных давлениях. Как определить скорость заселения молекул электронным ударом? Какова будет ее погрешность и что будет оказывать на эту погрешность максимальное влияние?

Решение

Кинетическое уравнение для процессов заселения и расселения уровня M^* запишется как

$$\frac{d[M]^*}{dt} = Q - \frac{[M^*]}{\tau} - k_q[M^*][M] \quad (2.21)$$

Мы можем определить в эксперименте концентрацию возбужденных молекул и ее изменение во времени (а, следовательно, производную в левой части). Проводя эксперимент при разных давлениях, определим τ и k_q . Тогда скорость заселения электронным ударом получим как

$$Q = \frac{d[M]^*}{dt} + \frac{[M^*]}{\tau} + k_q[M^*][M] \quad (2.22)$$

Далее читателю предоставляется возможность самостоятельно проанализировать погрешности основных членов.

2.1.2 Правила вычисления погрешностей. Биномиальное и Гауссово распределение.

Вернемся к рассмотрению случайных погрешностей и обсудим, откуда берется квадратичное сложение. Ответ на подобный вопрос дает элементарная статистическая физика. Рассмотрим некоторую статистическую систему из N статистически независимых случаев (к примеру, измерений). Пусть вероятность возникновения определенного случая (например, что измеряемая величина равна определенному значению - 3) равна p . Тогда вероятность того, что такой случай не возникнет, равна $q = 1 - p$. Какова вероятность $P(n)$ возникновения n подобных случаев?

Поскольку мы считаем измерения статистически независимыми, вероятность получить n раз величину, равную 3, равна $pp \dots p|_n qq \dots q|_{N-n}$. Но конфигурация, при которой выполняется поставленное условие, может быть осуществлена различными способами (мы можем получать нужное значение - 3 - в разных измерениях). Следовательно, в соответствии с теорией вероятностей, вероятность осуществления либо первой, либо второй, либо последней из возможных конфигураций равна сумме вероятностей, то есть

$$P(n) = C_N(n) p^n q^{N-n}, \quad (2.23)$$

где $C_N(n)$ – число различных конфигураций, при которых значение искомой величины равно заданному значению (к примеру, выбранному нами значению – 3):

$$C_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (2.24)$$

Таким образом, распределение

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}, \quad (2.25)$$

называется биномиальным распределением и отражает вероятность возникновения n раз нужного нам значения при N независимых измерениях физической величины.

Решим задачу на биномиальное распределение.

Задача 4. Четыре студента приходят сдавать экзамен профессору, у которого вероятность получения неудовлетворительной оценки составляет 80%. Определить вероятность того, что один из 4 студентов сдаст экзамен.

Решение

$$P(1) = \frac{4!}{1!3!} 0.2^1 0.8^3 \approx 0.41 = 41\%, \quad (2.26)$$

Обычно для характеристики разброса данных используют понятие дисперсии:

$$\langle (\Delta u)^2 \rangle = \langle (u - \langle u \rangle)^2 \rangle \quad (2.27)$$

Линейной же мерой разброса является квадратный корень из дисперсии, то есть величина

$$(\Delta u) = \sqrt{\langle (\Delta u)^2 \rangle}. \quad (2.28)$$

Данные биномиального распределения можно представить в виде гистограммы, на которой по оси абсцисс отложено значение измеряемой величины, по оси ординат – доля измерений, дающая именно это значение (рис.2.4а). С ростом числа измерений (при $N \rightarrow \infty$) распределение будет стремиться к некоторой определенной непрерывной кривой, называемой *предельным распределением* (рис.2.4б). В этом случае $\int_a^b f(x)dx$ есть доля измерений, попадающих в интервал от a до b или, что то же, вероятность того, что результат любого единичного измерения попадет в интервал $[a; b]$. Говорят, что функция нормирована на единицу, если

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \quad (2.29)$$

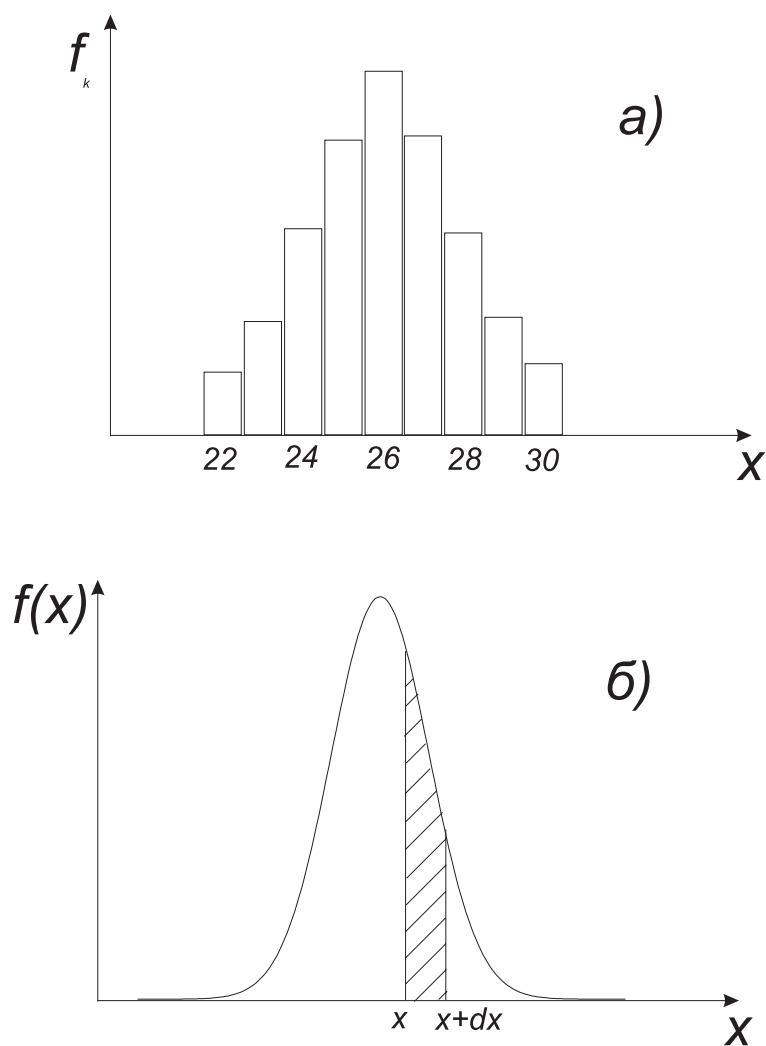


Рис. 2.4: Примеры биномиального (а) и Гауссова (б) распределений

то есть полная вероятность получения результата, лежащего в интервале от $-\infty$ до ∞ при единичном измерении равна единице.

Среднее значение измеряемой величины определится тогда как

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \quad (2.30)$$

а дисперсия –

$$\langle (\sigma_x)^2 \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \langle x \rangle)^2 f(x) dx \quad (2.31)$$

Из вышесказанного следует, что отличие измерений с высокой точностью от измерений с низкой проявится на зависимости $f(x)$ как более высокая и узкая колоколообразная кривая (рис.2.5).

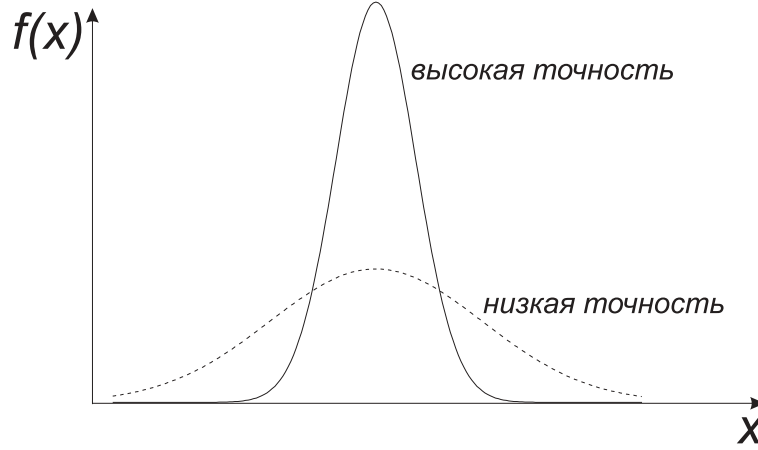


Рис. 2.5: Различие распределений при разной точности измерений

Подобная функция называется Гауссовой или гауссианом и представляется как

$$f(x) \sim e^{-x^2/(2\sigma^2)}, \quad (2.32)$$

где σ – некий фиксированный параметр, определяющий, собственно, ширину функции. В общем случае среднее значение не должно находиться в нуле, поэтому заменим x на $x - X$:

$$f(x) \sim e^{-(x-X)^2/(2\sigma^2)} \quad (2.33)$$

Далее потребуем выполнения условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} N e^{-(x-X)^2/(2\sigma^2)} dx = 1 \quad (2.34)$$

и определим значение нормировочной константы N . Сделаем замену переменных $z = (x - X)/\sigma$. Тогда $dx = \sigma dz$, а уравнение (2.34) перепишется как

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = N \sigma \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = 1 \quad (2.35)$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = \sqrt{2\pi} \quad (2.36)$$

Тогда окончательно для нормировочного множителя получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = N \sigma \sqrt{2\pi} = 1; \quad N = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \quad (2.37)$$

и окончательное представление Гауссовой функции запишется как

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.38)$$

Теперь можно строго показать, что среднее значение полученной функции $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = X$, а стандартное отклонение $\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \langle x \rangle)^2 f(x)dx = \sigma^2$, то есть параметр ширины функции Гаусса есть стандартное отклонение, ожидаемое в случае бесконечного числа измерений.

Задача 5. При заданных условиях проведения эксперимента собственный шум измерительной системы характеризуется среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.3$ мВ. Отклонение шумов изучаемого процесса составляет $\sigma_0 = 2$ мВ. Можно ли считать, что измерительная система

Решение

2.1.3 Доверительный интервал. Интеграл ошибок.

Вычислим вероятность того, что результат единичного измерения окажется в пределах одного отклонения σ от среднего значения X . Эта вероятность равна

$$P = \int_{X-\sigma}^{X+\sigma} f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{X-\sigma}^{X+\sigma} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (2.39)$$

Сделаем опять подстановку $z = (x - X)/\sigma$, $dx = \sigma dz$, пределы интегрирования $z = \pm 1$. Тогда

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^1 e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (2.40)$$

Интеграл

$$\text{erf}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (2.41)$$

хорошо известен в математической физике и называется интегралом ошибок. Он не вычисляется аналитически, но может быть рассчитан. Из графика $\text{erf}(t)$, представленного на рис.2.6, видно, что $\text{erf}(1) = 0.68$. Таким образом, полуширина функции Гаусса σ – это 70%-ный доверительный интервал, то есть вероятность того, что в произвольном измерении отклонение измеренной величины от истинного значения не превышает стандартного отклонения σ , равна 70%.

Согласитесь, этот результат вселяет некий оптимизм. Действительно, в 70% случаев мы получаем в измерении величину, удаленную от среднего значения не более, чем на полуширину разброса.

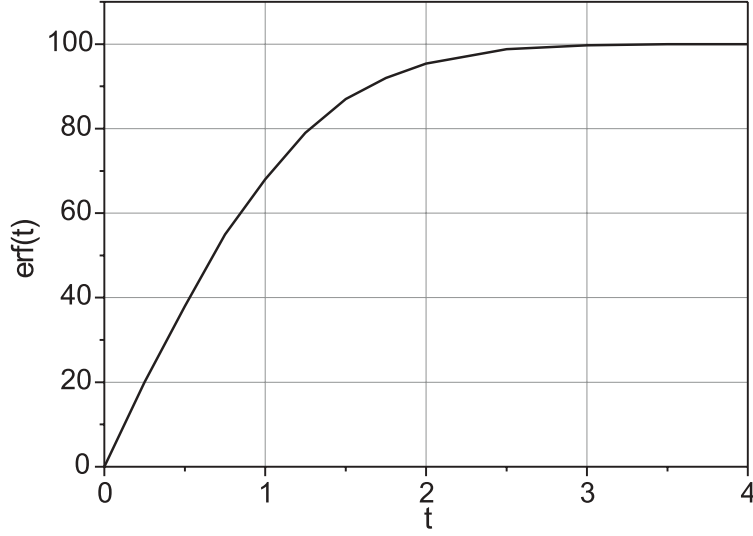


Рис. 2.6: Нормальный интеграл ошибок

2.1.4 Вычисление погрешности в комплексных измерениях

Обоснуем математически квадратичное сложение ошибок в случае сложения величин. Пусть для простоты средние значения X и Y равны нулю, вероятность получения того или иного значения представляет Гауссову функцию с шириной, соответственно, σ_x или σ_y . Найдем погрешность определения величины $X + Y$. Вероятность получения любого значения x и y

$$P(x) \sim e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}; \quad P(y) \sim e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \quad (2.42)$$

Тогда вероятность получения одновременно любого частного значения $x + y$ определится как произведение вероятностей:

$$P(x + y) \sim e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} \quad (2.43)$$

Выделим из данного выражения сумму $x + y$, пользуясь следующим соотношением:

$$\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = \frac{B(A + B)x^2 + A(A + B)y^2}{AB(A + B)} = \frac{(x + y)^2}{A + B} + z, \quad (2.44)$$

и будем рассматривать вероятность получения данных значений x и y как вероятность получения данных значений $x + y$ и z . Тогда

$$P(x + y, z) \sim \exp\left[-\frac{(x + y)^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} - \frac{z^2}{2}\right] \quad (2.45)$$

Найдем вероятность получения данного значения $x + y$ безотносительно к тому, какое значение примет z . Для этого проин-

тегрируем полученное выражение по z от $-\infty$ до ∞ , принимая во внимание, что $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = \sqrt{2\pi}$:

$$P(x+y, z) \sim \exp \left[-\frac{(x+y)^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} \right] \quad (2.46)$$

Фактически, мы получили, что значения $x+y$ распределены нормально с шириной $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$, как и ожидалось.

Рассмотрим более общий случай. Пусть мы измеряем две независимые величины x и y , наблюдаемые значения которых распределены нормально, и вычисляем некоторую их функцию $q(x, y)$. В пределе малых отклонений можно записать

$$q(x, y) \approx q(X, Y) + \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right)_{X,Y} (x - X) + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \right)_{X,Y} (y - Y) \quad (2.47)$$

Проанализируем полученное выражение. Первый член в сумме – фиксированное число, он может только смещать распределение, но не дает разброса. Второй – фиксированное число $\partial q / \partial x$, умноженное на $(x - X)$, распределенное с шириной σ_x . Значит, итоговое распределение для данной величины будет иметь ширину $(\partial q / \partial x) \sigma_x$. Аналогично определим разброс для третьего члена: $(\partial q / \partial y) \sigma_y$. Тогда получим, что итоговая величина $q(x, y)$ распределена нормально около истинного значения $q(X, Y)$ с шириной

$$\sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \sigma_y \right)^2} \quad (2.48)$$

Таким образом, мы с вами получили математическое обоснование для правил сложения ошибок.

Задача 5. В эксперименте были получены значения начальной и конечной энергии системы, участвующей в ядерной реакции: $E_i = 75 \pm 3$ Мэв; $E_f = 60 \pm 9$ Мэв. Является ли это отличие значимым на 5%-ном уровне? Означает ли это, что закон сохранения энергии не выполняется? ($\text{erf}(1.6) = 89\%$)

Решение

$$E_f - E_i = 15 ; \quad \delta = 9.5 \quad (2.49)$$

Полученное значение отличается на $15/9.5$, или на 1.6 стандартных отклонений. Поскольку вероятность попасть в подобный или больший разброс составляет 11%, данный результат, вообще говоря, не означает, что закон сохранения энергии не выполняется.

Таким образом, настоящий семинар представляет собой краткое обобщение материала из курсов общей физики, теории вероятности и статистической физики, относящегося к оценке погрешностей эксперимента. Хотелось бы еще раз напомнить слушателям, что анализ возможных ошибок – как систематических,

так и случайных – необычайно важен в работе экспериментатора. В курсе семинарских занятий мы не раз будем возвращаться к этой теме, но уже в процессе рассмотрения конкретных физических задач.

Рекомендуемая литература

1. Лабораторные занятия по физике (под ред. Л.Л. Гольдина). М.: Наука, 1983.
2. Дж. Тейлор. Введение в теорию ошибок. М.: Мир, 1985
3. Ф. Рейч. Статистическая физика (Из цикла “Берклевский курс физики”, Т.5). М.: Наука, 1986

Глава 3

Электрические цепи. Распространение и генерация импульсных сигналов.

Данный семинар открывает цикл трех семинаров, посвященных распространению и регистрации электрических сигналов. При измерении количественных характеристик процесса в большинстве встречающихся в жизни физических устройствах используется преобразование различных типов сигналов в электрический сигнал. Это может быть измерение тока либо напряжения в цепи, температуры, давления – по изменению определенных электрических характеристик цепи, излучения – при использовании различных типов оптико-электронных преобразователей и так далее. Следовательно, любой экспериментатор должен иметь минимальные навыки работы с электрическими цепями. В курсе общей физики вам достаточно подробно рассказывали об электрическом и магнитном полях, о процессах в электрических цепях и элементах электрических схем. Мы лишь кратко повторим некоторые общие положения, касающиеся электрических цепей вообще. Мы не будем вовсе говорить о нелинейных элементах цепей, оставив для рассмотрения лишь резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности. Большую же часть времени мы посвятим особенностям распространения и регистрации очень быстрых электрических сигналов. Эта тема почти не затрагивается в курсе общей физики, между тем в реальном эксперименте с ней часто встречаются.

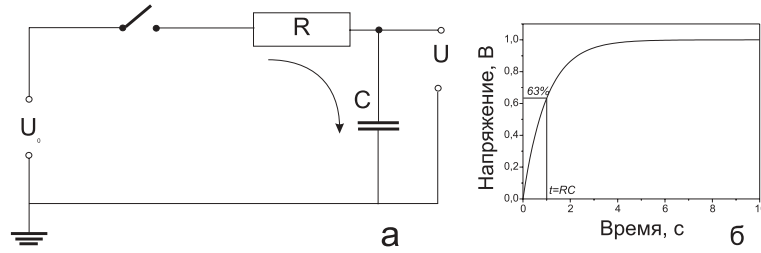


Рис. 3.1: Пример цепи, интегрирующей сигнал при $U \ll U_0$ (а) и поведения выходного напряжения U (б) в ней.

3.1 Интегрирование и дифференцирование сигналов. Линии с распределенными параметрами.

Начнем с обыкновенных электрических цепей. Рассмотрим цепь, изображенную на рисунке 3.1. Пусть в момент времени $t = 0$ мы замыкаем ключ. Найдём временное поведение напряжения на конденсаторе U . Согласно закону Ома,

$$U_0 = IR + U \quad (3.1)$$

$$q = CU; \quad I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt} \quad (3.2)$$

Тогда

$$U_0 = RC \frac{dU}{dt} + U \quad (3.3)$$

$$U_0 = RC \frac{dU}{dt} + U \quad (3.4)$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{RC}(U_0 - U) \quad (3.5)$$

$$\frac{d(U - U_0)}{dt} = -\frac{1}{RC}(U - U_0); \quad U - U_0 = Ae^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.6)$$

Постоянную интегрирования A найдём из условия $U = 0$ при $t = 0$:

$$A = -U_0; \quad U = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (3.7)$$

Действительно, при $t \rightarrow \infty$ получим $U \rightarrow U_0$.

Давайте решим следующую задачу.

Задача 1.

Конденсатор емкостью 1 мкф и сопротивление 10 Ом подключены по схеме, изображенной на рис.3.1. Определить, за какое время конденсатор зарядится на 99%. Сравнить это время с постоянной времени RC .

Решение

$$U = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (3.8)$$

При $U = 0.99U_0$ получим:

$$(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = 0.99; \quad e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - 0.99 = 0.01 \quad (3.9)$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln 0.01 = -4.605 \quad (3.10)$$

Конденсатор зарядится за время

$$t \approx 5RC = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с} \quad (3.11)$$

Ответ

Разрядка (зарядка) конденсатора на 99% происходит за время, равное приблизительно 5 постоянным времени (этот результат называют еще “правилом пяти RC ”).

Пусть в рассмотренной схеме $U \ll U_0$. Тогда равенство (3.3) переписывается как

$$U_0 \approx RC \frac{dU}{dt}; \quad U(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U_0(t) dt + Const \quad (3.12)$$

Фактически, мы получили, что схема интегрирует входной сигнал по времени. Давайте рассмотрим другую схему.

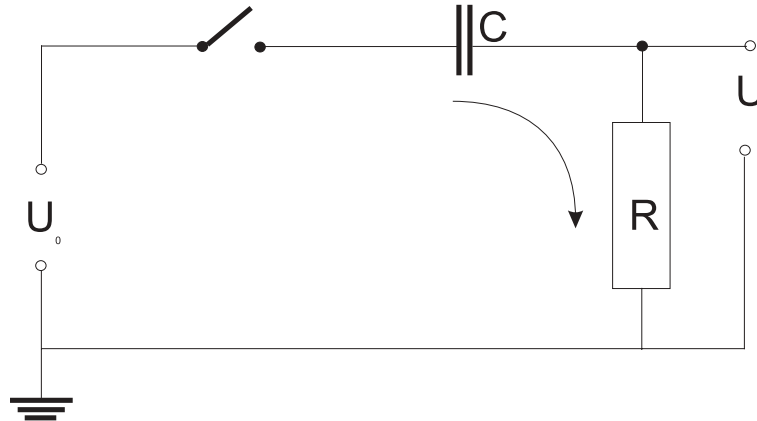


Рис. 3.2: Пример дифференцирующей цепи.

Задача 2.

Конденсатор и сопротивление подключены по схеме, изображенной на рис.3.2. Выполняется условие $dU/dt \ll dU_0/dt$ (к примеру, R и C достаточно малы). Определить временное поведение напряжения на резисторе $U(t)$ в зависимости от входного напряжения $U_0(t)$.

Решение

Поскольку $q = C(U_0 - U)$, ток в цепи $I = dq/dt = C \cdot d(U_0 - U)/dt$, и, следовательно,

$$U = IR = RC \frac{d(U_0 - U)}{dt} \quad (3.13)$$

Пренебрегая вторым членом в правой части, получим:

$$U = RC \frac{dU_0}{dt}, \quad (3.14)$$

то есть выходное напряжение пропорционально скорости изменения входного сигнала.

Задача 3.

При регистрации сигналов прямоугольной формы на осциллографе с входным сопротивлением 1 МОм экспериментатор обнаружил, что полка регистрируемого сигнала спадает с характерным временем 0.1 мкс. Какова может быть причина наблюдаемого явления? Диэлектрическая постоянная $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Решение

Предположим, что в цепи до входного сопротивления осциллографа существует дефект в контакте, дающий дифференцирующую цепь. Оценим емкость получившегося конденсатора и его типичные параметры. Так как $\tau = RC = 0.1$ мкс, емкость равна $C = \tau/R = 10^{-7}/10^6 = 10^{-13}$ Ф. Большая ли это величина? Оценим типичную емкость плоского воздушного конденсатора с диаметром пластин 1 см и расстоянием между ними 1 мм: $= \epsilon_0 \epsilon S/d \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}/10^{-3} \approx 10^{-12}$ Ф. Та же оценка для “конденсатора” с диаметром “пластин” 1 мм даст 10^{-14} Ф. Размеры в несколько мм вполне разумны для контактных соединений. Таким образом, приходим к выводу, что причиной дифференцирования сигнала может быть плохой контакт в подводящей линии.

3.1.1 Импеданс. Обобщенный закон Ома. Частотные фильтры.

Вообще говоря, схемы с конденсаторами и индуктивностями на самом деле не столь тривиальны, как кажется на первый взгляд. Любая схема, к примеру, делитель напряжения, содержащий конденсаторы и индуктивности, на самом деле обладает частотно-зависимым коэффициентом деления. Как мы уже убедились, схемы, содержащие эти элементы, могут искажать входные сигналы (к примеру, прямоугольные колебания). Тем не менее, и конденсаторы, и индуктивности являются *линейными* элементами. Это означает, что при подаче на вход схемы синусоидального сигнала с частотой f на выходе всегда будет получен также синусоидальный сигнал с той же частотой. Он может отличаться амплитудой, фазой, но форма – синусоидальная – и частота – исходная – останутся неизменными.

Закон Ома легко может быть обобщен на схемы, содержащие конденсаторы и индуктивности, так, чтобы он был справедлив в любом частотном диапазоне. Для этого следует ввести понятия импеданс и реактивное сопротивление. С ними вы тоже уже знакомы из курса общей физики.

Напомним, что всякое комплексное число

$$z = x + jy \quad (3.15)$$

можно представить в показательной форме

$$z = \rho e^{j\alpha}; \quad x = \rho \cos \alpha; \quad y = \rho \sin \alpha \quad (3.16)$$

Модуль ρ и аргумент α комплексного числа можно выразить через x и y :

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = y/x \quad (3.17)$$

Пусть α изменяется со временем по закону $\alpha = \omega t + \varphi$. Тогда x и y будут представлять 2 гармонических колебания

$$x = \rho \cos(\omega t + \varphi); \quad y = \rho \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.18)$$

Оба этих колебания можно выразить при помощи одного комплексного выражения

$$z = \rho \exp(j(\omega t + \varphi)) = \rho \exp(j\varphi) \exp(j\omega t) \quad (3.19)$$

Обычно заранее соблюдают условие: брать либо только вещественную, либо только мнимую часть комплексного выражения. Еще одно замечание: если частота ω одинакова для всех рассматриваемых колебаний, то множитель $e^{j\omega t}$ в промежуточных выражениях можно опускать. Фактически, задавая комплексную амплитуду колебания

$$A = \rho e^{j\varphi}, \quad (3.20)$$

мы определяем вектор, длина которого равна амплитуде колебаний, а угол поворота – начальной фазе.

Итак, пусть напряжение $U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ задается комплексным выражением $U_0 e^{j\varphi}$. Действующее напряжение определится, соответственно, как $\operatorname{Re}(U_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t})$.

Принятый формализм позволяет легко определить реактивное сопротивление для емкости и индуктивности. Действительно, пусть $U(t) = \operatorname{Re}(U_0 e^{j\omega t})$. Тогда

$$I = C \frac{dU}{dt} = -U_0 C \omega \sin(\omega t) = \operatorname{Re} \left(\frac{U_0 e^{j\omega t}}{-j/\omega C} \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{U_0 e^{j\omega t}}{X_C} \right) \quad (3.21)$$

$$X_C = -j/\omega C \quad (3.22)$$

Аналогичным образом можно получить

$$X_L = j\omega L \quad (3.23)$$

Импеданс электрической схемы представляет собой сумму активного и реактивного сопротивлений:

$$Z = R + j(\omega L - 1/\omega C) \quad (3.24)$$

Давайте, пользуясь понятием импеданса, найдем зависимость выходного напряжения от входного в схеме, представленной на рис.3.2.

Задача 4.

Найти частотную зависимость выходного напряжения от U_0 .

Решение

Согласно закону Ома для комплексных величин,

$$I = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R - j\omega C} = \frac{U_0[R + (j/\omega C)]}{R^2 + 1/\omega^2 C^2} \quad (3.25)$$

Напряжение на резисторе равно

$$U = IR = \frac{U_0[R + (j/\omega C)]R}{R^2 + 1/\omega^2 C^2} \quad (3.26)$$

Отвлечемся от рассмотрения фазы и определим только амплитуду сигнала:

$$U = \sqrt{UU^*} = \frac{U_0 R}{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}} \quad (3.27)$$

Нарисуем график полученной зависимости (рис.3.3). Мы получили фильтр высоких частот: данная схема пропускает высокие частоты и режет низкие. Поменяв в схеме резистор и конденсатор, получим фильтр низких частот.

3.1.2 Разложение сигнала в ряд Фурье. Импульс с крутым фронтом.

Электрические сигналы далеко не всегда бывают синусоидальными. Чтобы проводить анализ распространения более сложных сигналов по электрической цепи, полезно пользоваться разложением сигнала в ряд Фурье. Функции, используемые в физике, известны, как правило, только на ограниченном интервале $(0, T)$. Поэтому, как правило, внутри этого интервала функцию полагают равной нулю.

Вспомним принцип разложения функции в ряд Фурье. Любую функцию $f(x)$, заданную на интервале $[-\pi; \pi]$, можно представить в виде:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x + \dots \quad (3.28)$$

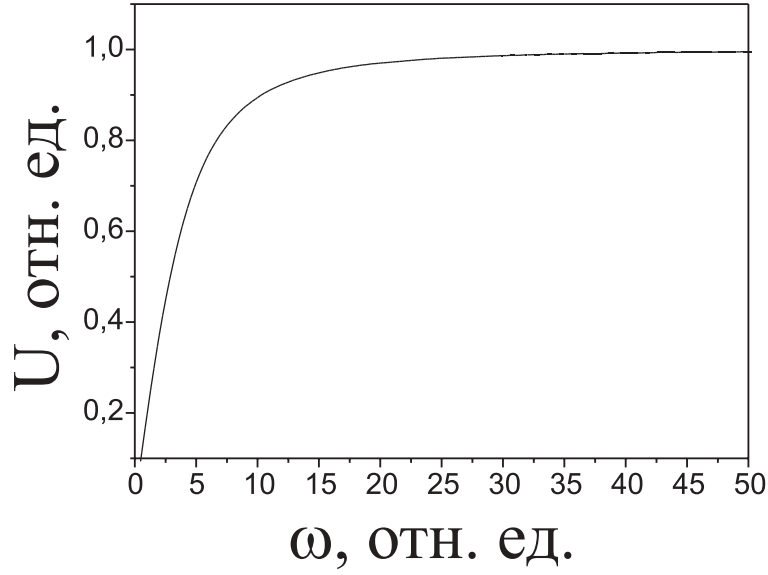


Рис. 3.3: Кривая пропускания фильтра высоких частот (зависимость выходного напряжения от частоты сигнала).

Если вспомнить свойства ортогональности тригонометрических функций

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx) \cos(nx) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \sin(nx) dx = 0, \quad n \neq m; \quad (3.29)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx) \sin(nx) dx = 0; \quad (3.30)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2(mx) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2(mx) dx = \pi \quad (3.31)$$

и, к примеру, умножив левую и правую часть равенства 3.28 на $\cos(mx)$, проинтегрировать их по dx на отрезке $[-\pi; \pi]$, то мы получим коэффициент a_m :

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx) dx = a_m \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2(mx) dx = \pi a_m; \quad (3.32)$$

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx) dx \quad (3.33)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (3.34)$$

$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(mx) dx \quad (3.35)$$

Аналогичным образом, введя новую переменную $x_1 = x \cdot (\pi/l)$, можно получить коэффициенты ряда Фурье для произвольного отрезка $[-l; l]$:

$$a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx \quad (3.36)$$

$$b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx \quad (3.37)$$

Из Фурье-анализа трапециедального сигнала следует, что, если говорить о распространении коротких импульсных сигналов, мы должны рассматривать частоты вплоть до величин порядка $1/\tau$, где τ – длительность фронта сигнала. При этом верхняя граничная частота может оказаться настолько высокой, что традиционный подход к описанию электрической цепи становится неверным.

Задача 5.

Разложить в ряд Фурье трапециедальный сигнал (Рис.3.4). Проанализировать предел высоких и низких частот при рассмотрении распространения импульсного сигнала по электрической цепи.

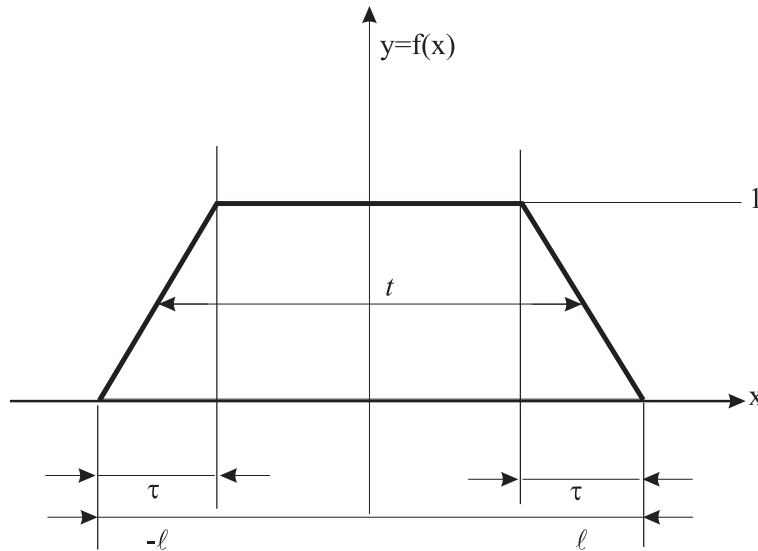


Рис. 3.4: Трапециедальный электрический сигнал.

3.1.3 Линии с распределенными параметрами. Распространение сигнала в длинной линии.

В электротехнике нередки ситуации, когда электрическую цепь нельзя рассматривать традиционным образом, полагая, что емкость сосредоточена в одной точке цепи (конденсаторе), индуктивность – в другой (катушке) и т.д. Электрические линии, в которых емкость и индуктивность должны рассматриваться как нечто, распределенное непрерывно, называют *линиями с распределенными параметрами*. При этом, очевидно, ток и напряжение непрерывно изменяются при переходе от одной точки линии к другой. Иногда подобные линии называют длинными линиями.

Электрическую линию рассматривают как линию с распределенными параметрами, если выполняется два условия:

1. Длина линии существенно превышает длину волны питающего тока
2. Расстояние между проводниками линии (поперечный размер) много меньше длины волны (условие квазистационарности)

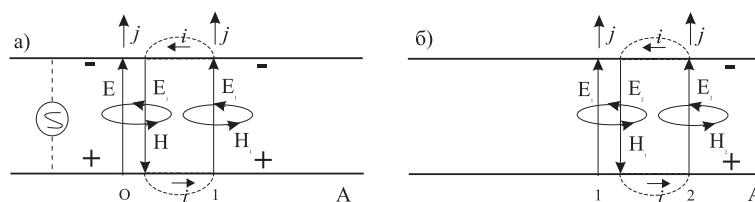


Рис. 3.5: Распространение электромагнитного сигнала вдоль двухпроводной линии.

Давайте представим, что подобные условия выполнены для двухпроводной линии, неограниченно простирающейся в обе стороны. Пусть источник переменного тока создает в какой-либо точке линии 0 электрическое поле E (рис.3.5). Если экспериментатор находится в точке А, через некоторое время до него добежит сигнал, инициируемый в точке 0. Каким образом происходит перемещение сигнала вдоль проводов? Пусть в данный момент времени электрическое поле растет. Изменяющееся электрическое поле есть не что иное, как ток смещения: $j = \epsilon_0 \cdot (\partial E / \partial t)$. Следовательно, направление тока смещения совпадает с направлением поля E . Применяя правило правого буравчика, найдем направление магнитного поля. Изменяющееся магнитное поле, как известно, вызывает появление вихревого электрического поля. Поэтому в последующий момент времени возникнет вихревое поле E_1 . В точке 0 оно будет уничтожать поле E , созданное полем E_1 магнитное поле H_1 будет уничтожать магнитное поле H . На горизонтальных участках в проводах линии

будет возникать ток проводимости. Далее возрастающее магнитное поле H_1 вызовет появление вихревого электрического поля E_2 , которое, возрастая, приведет к появлению магнитного поля H_2 . Поля H_2 и H_1 взаимно уничтожат друг друга, и сигнал “передвинется” в соседнюю точку пространства и так далее. В конечном итоге наблюдатель в точке А заметит появление электрического сигнала в точке наблюдения. Это время может быть вполне ощутимым. К примеру, для стандартного измерительного 50-Омного кабеля импульс с наносекундным фронтом будет распространяться по нему так, что 20 см будут эквивалентны 1 нс. К примеру, если у меня есть кабель длиной 10 м, и на его конце генератор создал импульс с наносекундным фронтом, до конца кабеля этот импульс добежит за время $10\text{ м} \cdot 5\text{ нс/м} = 50\text{ нс}$.

Давайте решим несколько задач, чтобы понять, какую линию при каких условиях можно назвать длинной.

Задача 6.

Пусть мы рассматриваем импульс длиной $t = 20$ нс и длительностью фронтов $\tau = 1$ нс. Следует ли для него кабель длиной $L = 10$ м и расстоянием между центральной жилой и оплеткой $l = 3\text{ мм}$ считать системой с распределенными параметрами?

Решение

Принято считать, что для распространения импульсных сигналов полоса пропускания составляет $[0.25/\tau; 0.5/t]$, где τ – длительность фронта сигнала, t – длительность импульса на полуволноте. Сосчитаем полосу пропускания для данного импульса:

$$\frac{0.25}{\tau} = 0.25 \cdot 10^9 = 2.5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}; \quad \frac{0.5}{t} = \frac{0.5}{20 \cdot 10^{-9}} = 0.025 \cdot 10^9 = 2.5 \cdot 10^7 \quad (3.38)$$

Следовательно, диапазон длин волн составит

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2.5 \cdot 10^8} = 1.2 \cdot 10^2 \text{ см}; \quad (3.39)$$

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\min}} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2.5 \cdot 10^7} = 1.2 \cdot 10^3 \text{ см}; \quad (3.40)$$

Ответ Да, следует, поскольку выполнены условия $\lambda_{\min} \ll L$; $\lambda_{\min} \gg l$.

Задача 7.

Необходимо соединить корпуса института в единую компьютерную сеть. Известно, что расстояние между двумя корпусами составляет $L = 300$ м. Что следует выбрать для соединения: коаксиальный кабель с или витую пару?

Решение

Типичная частота передаваемого сигнала составит около 1 МГц. Найдем соответствующую длину волны:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^6} = 3 \cdot 10^4 \text{ cm} \quad (3.41)$$

Расстояние L того же порядка, что и длина волны. Вообще говоря, в этом случае уже корректно использовать приближение длинной линии. Сигнал будет наилучшим образом – без отражений и искажений – передаваться по длинной линии в случае постоянного импеданса Z .

Ответ Предпочтительнее взять кабель с постоянным волновым сопротивлением, согласованным со входами системы.

Задача 8.

Является ли линия “Москва-Владивосток” при частоте 50 Гц линией с распределенными параметрами?

Решение

Найдем соответствующую длину волны:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{50} = 6 \cdot 10^8 \text{ cm} = 6000 \text{ km} \quad (3.42)$$

Ответ Да, является.

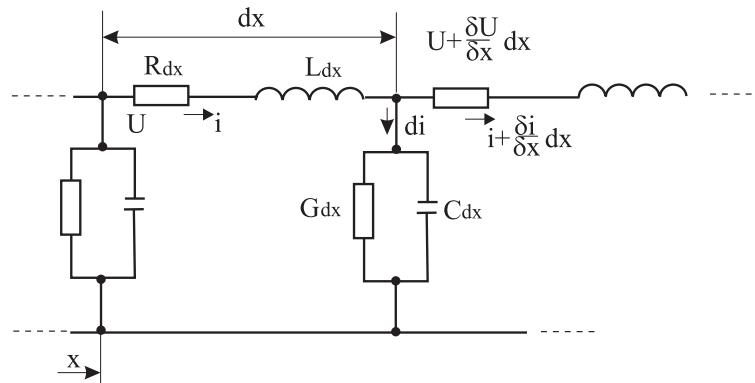


Рис. 3.6: Представление элементарной ячейки длинной двухпроводной линии.

Теперь давайте рассмотрим распространение сигнала по длинной линии математически. Изобразим длинную двухпроводную линию так, как показано на рис.3.6. Длинные линии называют однородными, если индуктивность L , емкость C , сопротивление R и утечка G (поперечная проводимость) на единицу длины линии не зависят от координаты x вдоль линии и неоднородными в противном случае. Они называются линейными, если L, C, R и G не являются функцией протекающих по ним токов. В качестве примера нелинейной линии можно назвать линии с магнитными сердечниками, которые могут насыщаться в процессе протекания тока.

Итак, рассмотрим участок dx однородной линейной линии с распределенными параметрами. Запишем закон Ома для участка dx :

$$iRdx + Ldx \frac{\partial i}{\partial t} = U - \left(U + \frac{\partial U}{\partial x} dx \right) \quad (3.43)$$

$$iR + L \frac{\partial i}{\partial t} = - \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.44)$$

Запишем первый закон Кирхгофа:

$$i = di + \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right); \quad di = - \frac{\partial i}{\partial x} dx \quad (3.45)$$

С другой стороны, ток di есть не что иное, как сумма токов через проводимость Gdx и емкость Cdx :

$$di = \left(U + \frac{\partial U}{\partial x} dx \right) Gdx + \frac{\partial}{\partial t} \left(Cdx \left(U + \frac{\partial U}{\partial x} dx \right) \right) \quad (3.46)$$

Пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, получим:

$$di = UGdx + Cdx \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.47)$$

Подставим полученное равенство в уравнение (3.45):

$$- \frac{\partial i}{\partial x} dx = UGdx + Cdx \frac{\partial U}{\partial t}; \quad (3.48)$$

$$- \frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial U}{\partial t} + GU \quad (3.49)$$

Система уравнений (3.44), (3.49) называется телеграфными уравнениями и описывают распространение сигнала $U(x, t); i(x, t)$ вдоль длинной линии.

Таким образом, на сегодняшнем семинаре мы повторили основные правила расчета электрических цепей, поняли, в каких случаях следует рассматривать систему как линию с распределенными параметрами и получили уравнение, описывающее распространение сигнала в длинной линии.

Рекомендуемая литература

1. Хоровиц, Хилл Искусство схемотехники. Т.1. М.: "Мир", 1993
2. Ж.Макс. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. Т.1. М.: "Мир", 1983
3. Э.Г.Калашников. Электричество. М.: "Наука", 1977
4. Зельдович, Яглом. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М.: "Наука", 1983
5. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: "Наука. Физматлит.", 1996

3.2 Волновое сопротивление и аналог закона Ома для длинных линий.

Тема сегодняшнего семинара – распространение сигнала в длинных линиях (линиях с распределенными параметрами). На прошлом семинаре мы получили математическое описание распространения сигнала в длинной линии, то есть систему из двух уравнений, описывающую изменение тока и напряжения по длине однородной линии с распределенными параметрами при распространении по ней сигнала:

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = iR + L\frac{\partial i}{\partial t} \quad (3.50)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C\frac{\partial U}{\partial t} + GU \quad (3.51)$$

Найдем волновое сопротивление такой линии – величину, формально связывающую ток и напряжение в линии.

3.2.1 Волновое сопротивление длинной линии.

Пусть напряжение и ток в линии меняются по синусоидальному закону. Будем искать решения в виде $Ie^{j\omega t}$; $Ue^{j\omega t}$. Здесь $I = I_me^{j\varphi_i}/\sqrt{2}$; $U = U_me^{j\varphi_u}/\sqrt{2}$. Подставим данные выражения в уравнения (3.50), (3.51) и сократим на $e^{j\omega t}$:

$$IR + Lj\omega I = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.52)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = Cj\omega U + GU \quad (3.53)$$

Перепишем их как

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -(R + Lj\omega)I \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -(Cj\omega + G)U \quad (3.55)$$

Продифференцируем первое из уравнений по x и подставим получившееся значение $\partial I/\partial x$ во второе уравнение:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -(R + Lj\omega)\frac{\partial I}{\partial x}; \quad \frac{\partial I}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}}{R + Lj\omega} \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = (G + Cj\omega)(R + Lj\omega)U \quad (3.57)$$

или

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \gamma^2 U; \quad \gamma = \sqrt{(G + Cj\omega)(R + Lj\omega)} \quad (3.58)$$

Решение уравнения (3.58) есть

$$U = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (3.59)$$

Комплексное число γ называется постоянной распространения; его можно представить в виде:

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad (3.60)$$

где α – коэффициент затухания – характеризует изменение напряжения или тока на единицу длины линии; β – волновой коэффициент или фазовая постоянная – характеризует изменение фазы на единицу длины линии. Заметим, что размерность обеих величин равна m^{-1} .

Соотношение между током и напряжением можно найти из (3.56), (3.59):

$$I = -\frac{\partial U}{\partial x}(R + Lj\omega)^{-1} = \gamma(R + Lj\omega)^{-1}(A_2 e^{-\gamma x} - A_1 e^{\gamma x}) \quad (3.61)$$

Постоянные A_1 и A_2 определяются граничными условиями; слагаемые с A_2 соответствуют падающей, слагаемые с A_1 – отраженной волной.

Величину $Z = \gamma^{-1}(R + Lj\omega) = \sqrt{(R + Lj\omega)/(G + Cj\omega)}$, имеющую, очевидно, размерность сопротивления, называют волновым сопротивлением линии. В случае, когда можно пренебречь активным сопротивлением R и утечкой G , волновое сопротивление определится как

$$Z = \sqrt{L/C}, \quad (3.62)$$

Пусть мы рассматриваем обычный коаксиальный кабель. В этом случае емкость C – это емкость цилиндрического конденсатора, создаваемого центральной жилой и оплеткой, индуктивность L – индуктивность коаксиальной линии.

Задача 1. Определить волновое сопротивление кабеля с полиэтиленовой изоляцией, диаметром центральной жилы $d = 1.5$ мм и диаметром оплетки $D = 5$ мм. $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (В с)/(А м) = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Диэлектрическая проницаемость полиэтилена $\varepsilon = 2.2$. Определить волновое сопротивление кабеля с теми же параметрами, но с диаметром центральной жилы 0.8 мм.

Решение

Найдем емкость цилиндрического конденсатора. По теореме Остроградского-Гаусса, $\int D_n ds = q$. Для цилиндрической поверхности длины l и радиуса r , заключенного между обкладками конденсатора, получим (здесь q – заряд на единицу длины):

$$\varepsilon_0 \varepsilon E \cdot 2\pi l r = ql \quad (3.63)$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (3.64)$$

Разность потенциалов между обкладками найдем как

$$U = \int_{d/2}^{D/2} E dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{d/2}^{D/2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{D}{d} \quad (3.65)$$

Тогда

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon Q}{q \ln \frac{D}{d}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{D}{d}} \quad (3.66)$$

Индуктивность коаксиальной линии

$$L = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} l \ln \frac{D}{d} \quad (3.67)$$

Тогда волновое сопротивление линии равно

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{2\pi} l \ln \left(\frac{D}{d}\right) \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi\epsilon_0\epsilon l}} \quad (3.68)$$

$$Z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (3.69)$$

Заметим, что оно не зависит от длины линии.

Найдем численный множитель:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} = 376.7 \text{ } Ohm \quad (3.70)$$

Учтем, что для полиэтиленовой изоляции $\mu = 1$. Тогда

$$Z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{376.7}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (3.71)$$

$$Z = \frac{60}{\sqrt{2.2}} \ln \frac{5}{1.5} = \frac{60}{1.48} \ln 3.3(3) = \frac{60}{1.48} \cdot 1.2 = 48.6 \text{ } Ohm \quad (3.72)$$

если взять кабель с диаметром внутренней жилы 0.8 мм, то получим

$$Z = \frac{60}{\sqrt{2.2}} \ln \frac{5}{0.8} = \frac{60}{1.48} \ln 6.25 = \frac{60}{1.48} \cdot 1.83 = 74.2 \text{ } Ohm \quad (3.73)$$

Таким образом, увеличение отношения D/d ведет к слабому логарифмическому росту волнового сопротивления.

Аналогичным образом можно определить волновое сопротивление полосовой (полосковой) линии с шириной полос b и расстоянием между ними a для воздуха ($\epsilon = 1$):

$$Z = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{a}{b} = 377 \frac{a}{b} \quad (3.74)$$

и двухпроводной линии с диаметром проводов r и расстоянием между ними a :

$$Z = \frac{120}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{a}{r} = 276 \lg \frac{a}{r} \quad (3.75)$$

3.2.2 Падающая и отраженная волны.

Уравнения (3.59, 3.61) определяют одновременное движение в линии двух волн: направленной от источника к приемнику, то есть падающей ($A_2 \exp^{-\gamma x}$), и направленной от приемника к источнику, то есть отраженной ($A_1 \exp^{\gamma x}$). Действительно, заменим γ в уравнении (3.59) на $\gamma = \alpha + j\beta$, домножим уравнение на $e^{j\omega t}$:

$$u \sim A_1 e^{(\alpha+j\beta)x} e^{j\omega t} + A_2 e^{-\alpha-j\beta x} e^{j\omega t}; \quad (3.76)$$

Возьмем мнимую часть получившегося выражения:

$$u \sim A_1 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x) + A_2 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x) \quad (3.77)$$

Отсюда очевидно, что второй член отвечает волне, распространяющейся в направлении оси x . Действительно, если при увеличении t мы хотим сохранить значение выражения $\omega t \pm \beta x$ при положительном значении и росте x , между слагаемыми должен стоять знак “минус”. Затухание амплитуды волны (член $\exp^{\alpha x}$) по мере ее распространения обусловлено процессами диссипации в линии.

Задача 2. Определить затухание в неперах сигнала в коаксиальном кабеле длиной $L = 100$ м (полиэтиленовая изоляция, диаметр центральной жилы $d = 1.5$ мм, диаметр оплетки $D = 5$ мм). $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (В с)/(А м) = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Диэлектрическая проницаемость полиэтилена $\varepsilon = 2.2$. Согласно определению, затухание сигнала равно 1 непер, если его амплитуда уменьшается в $\exp$ раз. Потери считать малыми: $R \ll \omega L$; $G \ll \omega C$. Рассчитать затухание для $G = 0$ и двух удельных электрических сопротивлений: $\rho_1 = 1.72 \cdot 10^{-2}$ (Ом мм²)/м (медь) и $\rho_2 = 1.12$ (Ом мм²)/м (нихром), считая, что оно обусловлено активным сопротивлением центральной жилы.

Решение

Затухание в неперах равно αL . Определим α :

$$\gamma = \sqrt{(G + Cj\omega)(R + Lj\omega)} = \alpha + j\beta; \quad (3.78)$$

В случае малых потерь

$$\gamma = \sqrt{(G + Cj\omega)(R + Lj\omega)} = \alpha + j\beta; \quad (3.79)$$

С учетом малого затухания ($\sqrt{1+x} \approx 1 + 0.5x$) получим

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}\sqrt{(1 - \frac{jG}{\omega C})(1 - \frac{jR}{\omega L})}; \quad (3.80)$$

$$\gamma \approx j\omega\sqrt{LC}(1 - \frac{jG}{2\omega C})(1 - \frac{jR}{2\omega L}); \quad (3.81)$$

$$\approx j\omega\sqrt{LC}(1 - \frac{jG}{2\omega C} - \frac{jR}{2\omega L}); \quad (3.82)$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (3.83)$$

При $G = 0$ получаем

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC} + \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}; \quad (3.84)$$

$$\alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\rho}{2Z\pi r^2}, \quad (3.85)$$

где r – радиус центральной жилы, $Z = \sqrt{L/C}$ – волновое сопротивление.

$$\alpha = \frac{\rho}{2 \cdot 50 \cdot 3.141 \cdot 5^2} = 1.4 \cdot 10^{-3} \rho, \quad (3.86)$$

Для меди

$$\alpha_1 L = 1.4 \cdot 10^{-3} \cdot 1.72 \cdot 10^{-2} \cdot 100 = 2.4 \cdot 10^{-3}; \quad \exp^{-2.4 \cdot 10^{-3}} \approx 0.998 \quad (3.87)$$

Для нихрома

$$\alpha_2 L = 1.4 \cdot 10^{-3} \cdot 1.12 \cdot 100 = 0.16; \quad \exp^{-0.16} \approx 0.85 \quad (3.88)$$

На самом деле в реальных линиях, помимо активного сопротивления, может оказаться существенной утечка G и, вообще говоря, перед использованием кабеля, к примеру, в лаборатории, неплохо бы убедиться, что затухание сигнала в нем невелико и что сигнал не искажается.

3.2.3 Аналог закона Ома для длинных линий.

Вернемся к уравнениям (3.59, 3.61). Перепишем их в виде:

$$U = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} = U_{\leftarrow} + U_{\rightarrow} \quad (3.89)$$

$$I = \frac{(A_2 e^{-\gamma x} - A_1 e^{\gamma x})}{Z} = \frac{U_{\rightarrow}}{Z} - \frac{U_{\leftarrow}}{Z}; \quad (3.90)$$

Последнее уравнение можно переписать как

$$I_{\rightarrow} = \frac{U_{\rightarrow}}{Z}; \quad I_{\leftarrow} = -\frac{U_{\leftarrow}}{Z}; \quad (3.91)$$

знак “минус” указывает на то, что ток отраженной волны направлен навстречу направлению, выбранному как положительное. Следует заметить, что аналогия формул (3.91) и закона Ома $I = U/R$ чисто внешняя, так как в данном случае U есть напряжение между проводами, т.е. вдоль прямой, перпендикулярной к току, тогда как в законе Ома речь идет о напряжении вдоль провода, по которому течет ток. Закон Ома по своей сути отражает процесс диссипации энергии в линии, связывая плотность тока i , удельную электрическую проводимость σ и напряженность поля E : $i = \sigma E$. В случае же соотношения (3.91) мы рассматривали линию без диссипации энергии, то есть речь шла только о распространении электрического сигнала вдоль проводов.

Задача 3. По длинной линии волновым сопротивлением $Z = 50$ Ом надо передать мощность 10 МВт. Рассчитать минимальный внешний диаметр кабеля. Оценить активную мощность на единицу длины линии, выделяемую за счет протекания тока. Оценить выделяемую при этом энергию, если длина электрического импульса составляет $\tau = 20$ нс.

Решение

Электрическое поле в полиэтилене (см. уравнение 3.64)

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} = \frac{CU}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (3.92)$$

Погонная емкость кабеля (вычислим как емкость цилиндрического конденсатора), см. уравнение 3.66

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \frac{D}{d}} \quad (3.93)$$

Для напряженности электрического поля внутри кабеля, заряженного до напряжения U , получим:

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{D}{d}} \quad (3.94)$$

Напряжение между центральной жилой и оплеткой оценим из условия на мощность:

$$P = \frac{U^2}{Z}; \quad U = \sqrt{PZ} = \sqrt{10^7 \cdot 50} = 10^4 \sqrt{5} \approx 22000 \text{ В} \quad (3.95)$$

Порог пробоя полиэтилена $E_{crit} \approx 20$ кВ/мм; оценим r_{min} как

$$r_{min} = \frac{U}{E_{crit} \ln \frac{D}{d}} \quad (3.96)$$

с учетом того, что для коаксиального кабеля $Z = (60/\sqrt{\epsilon}) \ln \frac{D}{d}$, найдем $\ln \frac{D}{d} = Z\sqrt{\epsilon}/60$:

$$r_{min} = \frac{60U}{E_{crit}Z\sqrt{\varepsilon}} = \frac{60 \cdot 22000}{20000 \cdot 50 \cdot 2.2} = 0.6 \quad (3.97)$$

Внешний диаметр кабеля найдем из условия на волновое сопротивление:

$$D = \exp^{Z\sqrt{\varepsilon}/60} d = \exp^{50 \cdot \sqrt{2.2}/60} \cdot 1.2 \approx 3.44 \cdot d = 4.1 \text{ мм} \quad (3.98)$$

Оценим активную мощность. Будем считать, что величина электрического тока определяется в первую очередь волновым сопротивлением, поскольку активное сопротивление мало ($\rho_1 = 1.72 \cdot 10^{-2}$ (Ом мм²)/м). Тогда

$$I \approx \frac{U}{Z} = \frac{22000}{50} = 440 \text{ А}; \quad (3.99)$$

Для кабеля длиной 1 м

$$I^2 R \approx 440^2 \frac{1.72 \cdot 10^{-2}}{\pi 0.6^2} \approx 3000 \quad (3.100)$$

Таким образом, на 1 м кабеля выделяется мощность 3 кВт. Сосчитаем энергию, если длительность импульса 20 нс:

$$W = Pt = 3000 \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 6 \cdot 10^{-5} \quad (3.101)$$

Энергия $6 \cdot 10^{-5}$ Вт, очевидно, мала и не может вести к нагреву изоляции кабеля. На самом деле для передачи импульсов напряжения амплитудой около 20 кВ обычно используют кабель с диаметром изоляции около 10 мм.

Стандартная маркировка кабелей выглядит следующим образом: РК-50-11-13. Здесь “РК” – радиочастотный кабель, 50 – волновое сопротивление, 11 – диаметр полиэтиленовой изоляции в мм, 13 – код диэлектрика. Стандартные волновые сопротивления коаксиальных кабелей – 50, 75, 100, 150 Ом.

Рекомендуемая литература

1. Хоровиц, Хилл Искусство схемотехники. Т.1. М.: “Мир”, 1993
2. Ж.Макс. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. Т.1. М.: “Мир”, 1983
3. Э.Г.Калашников. Электричество. М.: “Наука”, 1977
4. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: “Наука. Физматлит.”, 1996
5. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: “Высшая школа”, 1996.
6. В.П.Попов. Основы теории цепей. М.: “Высшая школа”, 2000.

3.3 Изменение сигналов при распространении вдоль длинной линии.

Сегодняшний семинар продолжает тему распространения сигнала в длинных линиях или линиях с распределенными параметрами. Мы рассмотрим фазовую скорость распространения сигнала в длинной линии, получим условие, при котором линия является неискажающей, определим коэффициент отражения на конце линии, замкнутой на несогласованную нагрузку, научимся рисовать эквивалентные схемы и рассчитывать переходы между линиями с различным волновым сопротивлением.

Еще раз выпишем систему телеграфных уравнений:

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = iR + L\frac{\partial i}{\partial t} \quad (3.102)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C\frac{\partial U}{\partial t} + GU \quad (3.103)$$

Волновое сопротивление длинной линии равно

$$Z = \sqrt{(R + Lj\omega)/(G + Cj\omega)} = \sqrt{L/C}, \quad (3.104)$$

Мы определили, что сигнал в линии можно представить в виде суперпозиции двух волн – падающей и отраженной:

$$u \sim A_1 e^{(\alpha + j\beta)x} e^{j\omega t} + A_2 e^{-\alpha - j\beta x} e^{j\omega t}; \quad (3.105)$$

Мы обнаружили, что соотношение между током и напряжением в длинной линии можно записать в виде, сходном с обычным законом Ома:

$$I_{\rightarrow} = \frac{U_{\rightarrow}}{Z}; \quad I_{\leftarrow} = -\frac{U_{\leftarrow}}{Z}, \quad (3.106)$$

и обсудили различие между подобной записью для обычных цепей и для длинных линий: в длинной линии речь идет не о диссипации энергии, а о передаче электромагнитной волны вдоль проводов; U есть напряжение между двумя проводниками линии, а не падение напряжения вдоль линии.

Мы познакомились со стандартной маркировкой радиочастотных кабелей. Напомню, что стандартная маркировка кабелей выглядит следующим образом: РК-50-11-13. Здесь “РК” – радиочастотный кабель, 50 – волновое сопротивление, 11 – диаметр полиэтиленовой изоляции в мм, 13 – код диэлектрика. Стандартные волновые сопротивления коаксиальных кабелей – 50, 75, 100, 150 Ом.

Сегодняшний семинар хотелось бы начать с обсуждения скорости распространения сигнала по кабелю.

3.3.1 Фазовая скорость. Линии без искажений.

Как обычно в теории волн, фазовой скоростью называют ту скорость, с которой нужно перемещаться вдоль линии, чтобы наблюдать одну и ту же фазу колебаний. Неизменность фазы, к примеру, для падающей волны, означает, что

$$\omega t - \beta x = \text{const}; \quad (3.107)$$

$$\frac{d}{dt}(\omega t - \beta x) = 0; \quad \omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0 \quad (3.108)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (3.109)$$

Вспомним, что

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(G + Cj\omega)(R + Lj\omega)} \quad (3.110)$$

Положим $R = 0$; $G = 0$ (линия без потерь). Тогда

$$\gamma = j\omega\sqrt{L} = j\beta; \quad (3.111)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad (3.112)$$

Задача 1. Определить фазовую скорость распространения сигнала в коаксиальном кабеле с полиэтиленовой изоляцией, диаметр центральной жилы $d = 1.5$ мм, диаметр оплетки $D = 5$ мм. $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (В с)/(А м) = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Диэлектрическая проницаемость полиэтилена $\varepsilon = 2.2$.

Решение

Емкость единицы длины кабеля

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\ln \frac{D}{d}} \quad (3.113)$$

Индуктивность единицы длины коаксиальной линии

$$L = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{d} \quad (3.114)$$

Тогда фазовая скорость

$$v = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\ln \frac{D}{d}}\right) \left(\frac{\mu_0\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{d}\right)}}; \quad (3.115)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_0\varepsilon)(\mu_0\mu)}}; \quad (3.116)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}; \quad (3.117)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \frac{1}{\sqrt{2.2}}; \quad (3.118)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \frac{1}{\sqrt{2.2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{1}{\sqrt{2.2}} = 0.674c; \quad (3.119)$$

Рассчитаем, за сколько наносекунд сигнал пройдет 1 метр: $0.674c \approx 2 \cdot 10^8$ м/с = 0.2 м/нс. Расстояние в 1 метр сигнал в 50-Омном кабеле проходит за 5 нс.

Линией без искажений называется линия, вдоль которой волны всех частот распространяются с одинаковой скоростью и затухают в равной степени. Чтобы линия была неискажающей, коэффициент затухания α и фазовая скорость v не должны зависеть от частоты: $\alpha \neq \alpha(\omega)$, $v \neq v(\omega)$. Линия является линией без искажений, если выполняется условие Хевисайда:

$$\frac{G}{C} = \frac{R}{L}. \quad (3.120)$$

Покажем это. Постоянная распространения

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(G + Cj\omega)(R + Lj\omega)}; \quad v = \frac{1}{\sqrt{L}}. \quad (3.121)$$

Обозначим $G/C = R/L = k$.

$$\gamma = \sqrt{CL \left(\frac{G}{C} + j\omega \right) \left(\frac{R}{L} + j\omega \right)} = \sqrt{CL} \sqrt{(k + j\omega)^2}; \quad (3.122)$$

$$\gamma = \sqrt{CL}(k + j\omega) = \sqrt{CL}k + j\omega\sqrt{CL}; \quad (3.123)$$

$$\alpha = \sqrt{CL}k; \quad v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{CL}}. \quad (3.124)$$

Видно, что коэффициент затухания α и фазовая скорость v не зависят от частоты, то есть в такой линии все частоты будут передаваться одинаково.

3.3.2 Коэффициент отражения. Согласование линий.

Давайте рассмотрим длинную линию с сопротивлением Z и нагрузкой Z_H . Пусть напряжение и ток в конце линии (то есть на нагрузке) равны U_H и I_H . Найдём коэффициенты A_1 и A_2 для рассматриваемого случая. Выражения для тока и напряжения на нагрузке запишутся как

$$U_H = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (3.125)$$

$$I_H = Z^{-1}(A_2 e^{-\gamma x} - A_1 e^{\gamma x}) \quad (3.126)$$

Учтем также то, что $U_H = I_H Z_H$. Вычтем уравнения друг из друга, умножив второе из них на Z :

$$U_H - I_H Z = 2A_1 e^{\gamma x} \quad (3.127)$$

Сложим уравнения:

$$U_H + I_H Z = 2A_2 e^{-\gamma x} \quad (3.128)$$

Окончательно для коэффициентов A_1 и A_2 получим:

$$A_1 = 0.5(U_H - I_H Z) e^{-\gamma x} = 0.5 I_H (Z_H - Z) e^{-\gamma x}; \quad (3.129)$$

$$A_2 = 0.5 I_H (Z_H + Z) e^{\gamma x} \quad (3.130)$$

Коэффициент отражения по напряжению составит

$$K_U = \frac{U_{\rightarrow}}{U_{\leftarrow}} = \frac{A_2 e^{-\gamma x}}{A_1 e^{\gamma x}} = \frac{Z_H + Z}{Z_H - Z} \quad (3.131)$$

Коэффициент отражения по току равен

$$K_I = \frac{I_{\rightarrow}}{I_{\leftarrow}} = -\frac{A_2 e^{-\gamma x}}{A_1 e^{\gamma x}} = -\frac{Z_H + Z}{Z_H - Z} = -K_U \quad (3.132)$$

Следует обратить внимание на то, что ток и напряжение отражаются с противоположным знаком. Далее, при согласованной нагрузке отражение сигнала отсутствует: $K_U = K_I = 0$ при $Z_H = Z$.

Рассмотрим несколько задач на согласование линий.

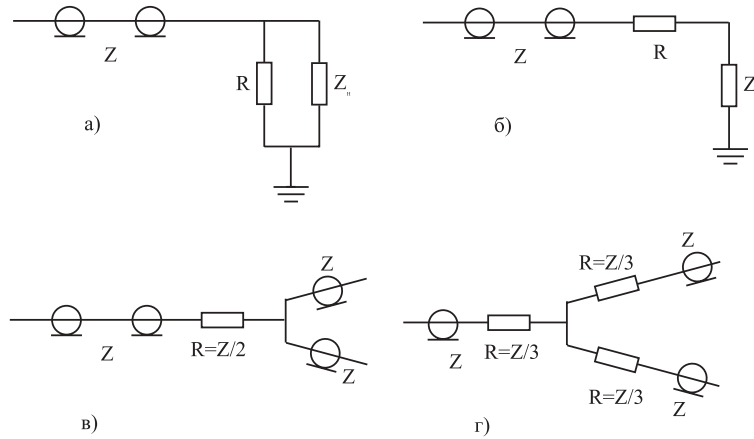


Рис. 3.7: Примеры согласования линий с различным волновым сопротивлением

Задача 2. Экспериментатору необходимо согласовать 50-Омный кабель и осциллограф с 75-Омным входом. Рассчитать схему согласования.

Решение

Нужно провести сопряжение линии с малой величиной Z и прибора с большой Z_H . Это означает, что мы должны эффективно уменьшить Z_H , сделав так, чтобы “со стороны кабеля” нагрузка смотрелась как 50 Ом. Подсоединим параллельно Z_H сопротивление R , такое, что

$$\frac{Z_H R}{Z_H + R} = Z; \quad R = \frac{Z Z_H}{Z_H - Z} \quad (3.133)$$

Для приведенных в задаче величин

$$R = \frac{50 \cdot 75}{25} = 150 \quad (3.134)$$

Подсоединенное параллельно входу осциллографа сопротивление 150 Ом приведет к тому, что переотражения не будет (рис. 3.7а).

Задача 3. Экспериментатору необходимо согласовать 75-Омный кабель и осциллограф с 50-Омным входом. Рассчитать схему согласования. Определить амплитуду сигнала, сравнив ее с амплитудой сигнала в линии.

Решение

Включим в центральную жилу кабеля сопротивление R . Тогда

$$Z = R + Z_H; \quad R = Z - Z_H = 25 \quad (3.135)$$

Данная схема изображена на рис. 3.7б. Амплитуда сигнала, очевидно, будет составлять 2/3 от амплитуды сигнала в линии.

Задача 4. Согласовать 50-Омный кабель с двумя такими же кабелями (разветвитель).

Решение

Волновое сопротивление после разветвления $Z_H = 0.5Z$. Включим в центральную жилу кабеля сопротивление R . Тогда

$$Z = R + Z_H = R + 0.5Z; \quad R = Z - Z_H = 0.5Z = 25 \quad (3.136)$$

Схема представлена на рис. 3.7в.

Задача 5. Сконструировать согласованный тройник (чтобы можно было подсоединяться к любым выводам, не боясь испортить сигнал).

Решение

Стремясь сделать схему симметричной, включим перед местом соединения линий в каждую ветвь сопротивление R . Тогда сопротивление такой ветви будет равно $R + Z$. Если смотреть на схему со стороны одной из линий, получим (рис. 3.7в)

$$Z = R + 0.5(Z + R); \quad R = Z/3 \approx 16.7 \quad (3.137)$$

3.3.3 Эквивалентные схемы цепей, содержащих длинные линии

При расчете линий с распределенными параметрами бывает удобно заменить длинноволновую линию линией с сосредоточенными параметрами. Пусть схема состоит из источника напряжения U , волновой линии сопротивлением Z и нагрузки сопротивлением Z_H . В момент времени перед приходом импульса на нагрузку ток и напряжение в линии равны соответственно i и u . Когда волна дойдет до нагрузки, на ней будет напряжение u_H и через нее будет течь ток i_H . Ток и напряжение в любой точке линии можно представить в виде суммы падающей и отраженной волн. То же справедливо для конца линии:

$$u_{\rightarrow} + u_{\leftarrow} = u_H; \quad i_{\rightarrow} + i_{\leftarrow} = i_H \quad (3.138)$$

Заменим $i_{\rightarrow}$ на $u_{\rightarrow}/Z$, а $i_{\leftarrow}$ на $-u_{\leftarrow}/Z$:

$$u_{\rightarrow} + u_{\leftarrow} = u_H; \quad u_{\rightarrow} - u_{\leftarrow} = i_H Z \quad (3.139)$$

Отсюда получим соотношение между амплитудой падающей волны и током и напряжением на нагрузке:

$$2u_{\rightarrow} = u_H + i_H Z \quad (3.140)$$

Эквивалентную схему с сосредоточенными параметрами можно изобразить как источник ЭДС напряжением $2u_{\rightarrow}$, с подключенными к нему последовательно соединенными нагрузками Z и Z_H (рис. 3.8).

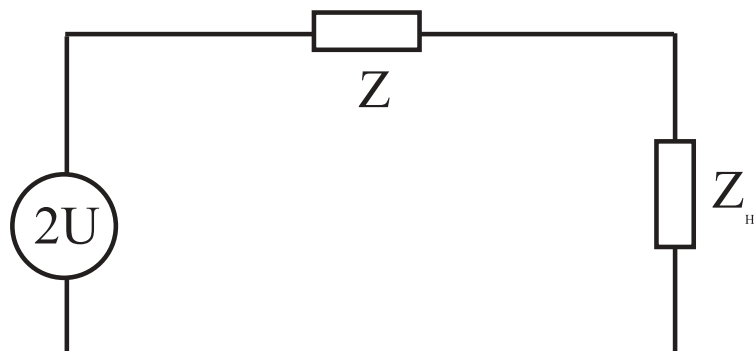


Рис. 3.8: Схема замещения линии с распределенными параметрами

Решим задачи о согласовании 50 и 75-Омной линии, пользуясь схемой замещения.

Задача 6. Пользуясь схемой замещения, рассчитать сигнал на осциллографе для согласованного перехода $75 \rightarrow 50$ Ом.

Решение

Нарисуем схему замещения, включив в нее последовательно соединенные волновое сопротивление линии Z_0 , нагрузки Z_H и добавленное сопротивление $R = 25$ Ом. ЭДС источника равна $2U$.

$$2U = U_H + I_H Z; \quad Z = Z_0 + R \quad (3.141)$$

Ток через нагрузку

$$I_H = \frac{U_H}{Z_H}; \quad I_H Z = \frac{U_H}{Z_H} (Z_0 + R); \quad (3.142)$$

Тогда

$$2U = U_H + \frac{U_H}{Z_H} (Z_0 + R) = U_H \frac{Z_H + Z_0 + R}{Z_H}, \quad (3.143)$$

откуда

$$U_H = 2U \frac{Z_H}{Z_H + Z_0 + R} = \frac{2}{3}U, \quad (3.144)$$

то есть мы теряем 1/3 сигнала.

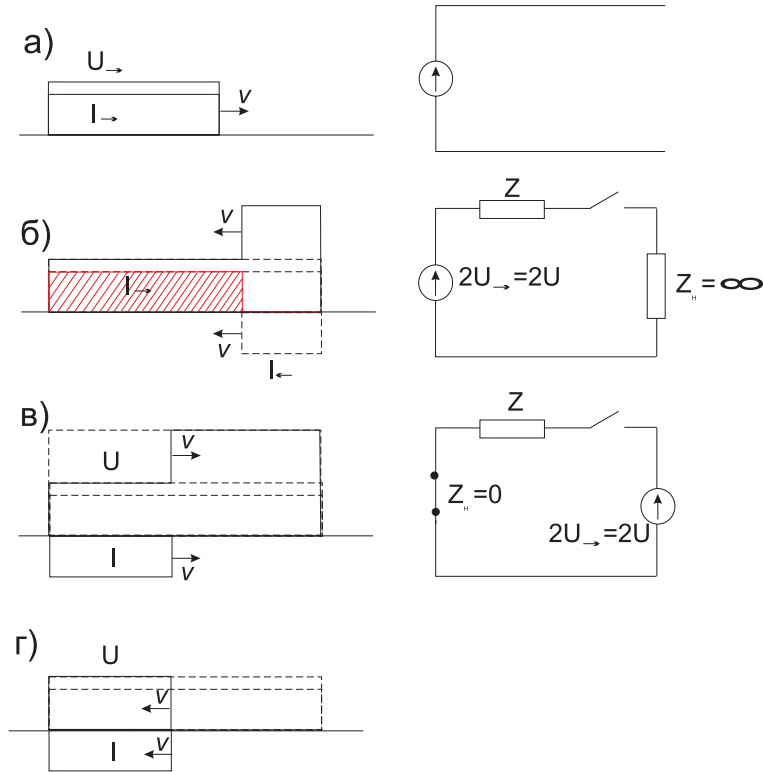


Рис. 3.9: Эпюры тока и напряжения при подключении разомкнутой на конце линии к источнику постоянного напряжения.

3.3.4 Колебания в линии при подключении источника постоянного напряжения.

Давайте, пользуясь найденным формализмом, рассмотрим процессы, возникающие в линии при подключении к источнику постоянной ЭДС.

Пусть есть линия сопротивлением Z , к ее концу подключен генератор с внутренним сопротивлением $R = 0$, а конец линии разомкнут $Z_H = \infty$. Рассмотрим процессы в линии при включении генератора (рис.3.9).

На первой стадии от генератора к концу линии распространяются волна напряжения $u_{\rightarrow 1} = u$ и волна тока $i_{\rightarrow 1} = u \rightarrow 1/Z$ (рис.3.9а).

Вторая стадия заключается в том, что от конца линии к ее началу движется отраженная волна $(u_{\leftarrow 1}, i_{\leftarrow 1})$ (рис.3.9б). Справа на том же рисунке представлена эквивалентная схема линии.

$$2U = U_H + I_H Z = U_H \left(1 + \frac{Z}{Z_H}\right) = U_H \frac{Z + Z_H}{Z_H}; \quad (3.145)$$

$$U_H = 2U \frac{Z_H}{Z + Z_H} \Big|_{Z_H \rightarrow \infty} \rightarrow 2U; \quad (3.146)$$

Напряжение на нагрузке

$$U_H = U_{\rightarrow 1} + U_{\leftarrow 1} \quad (3.147)$$

$$U_{\leftarrow 1} = U_H - U_{\rightarrow 1} = U = U_{\rightarrow 1} \quad (3.148)$$

Отраженная волна тока

$$I_{\leftarrow 1} = -U_{\leftarrow 1}/Z = -I_{\rightarrow 1} \quad (3.149)$$

Таким образом, на второй стадии от конца линии к началу движется волна напряжения $U_{\leftarrow 1} = U$ и волна тока $I_{\leftarrow 1} = -I$. Эти волны складываются с волнами, идущими от начала линии, в итоге ток обнуляется, а напряжение удваивается. Схемы в левой части рис.3.9, отражающие распределение напряжения (тока) по линии в определенный момент времени, называют эпюрами напряжения (тока).

Рассмотрим третью стадию. Волна, дойдя до начала линии, отражается от генератора. Эквивалентная схема для этой стадии представлена на рис.3.9в справа. В ней $Z_H = 0$; $2U_{\leftarrow 1} = 2U$. Так как сопротивление нагрузки равно нулю, то и напряжение на ней нулевое. Оно равно сумме падающей и отраженной волн:

$$U_{\rightarrow 2} = -U_{\leftarrow 1}; I_{\rightarrow 2} = U_{\rightarrow 2}/Z = -I_{\rightarrow 1} \quad (3.150)$$

Результирующее состояние линии на стадии 3 является суперпозицией трех волн: падающей, отраженной от конца линии и отраженной от генератора. Если аналогичным образом рассмотреть стадию 4, на которой напряжение не изменит знака, а ток отразится с противоположным, то, очевидно, на четвертой стадии мы получим $U = 0$; $I = 0$ (рис.3.9г), то есть линия возвращается к исходному состоянию. Затем процесс повторяется

до бесконечности, если $R = G = 0$. В реальности из-за наличия сопротивления и утечки колебательный процесс постепенно затухает.

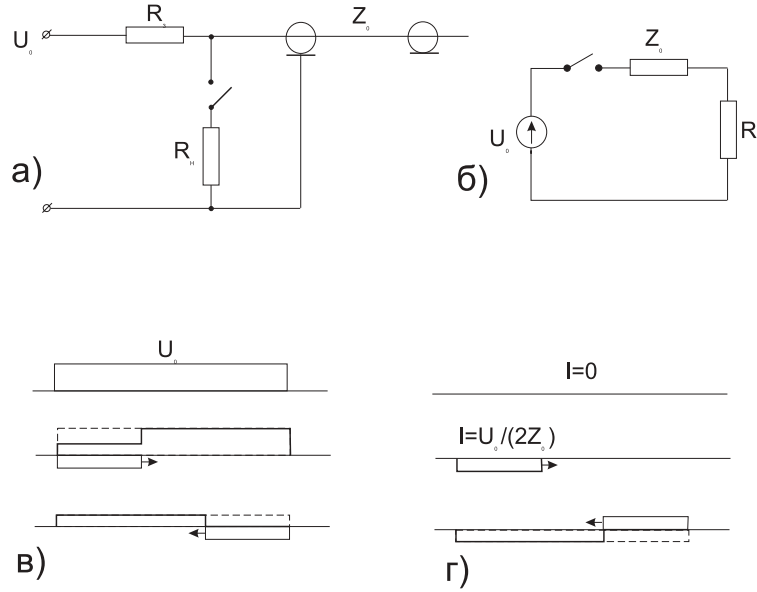


Рис. 3.10: Формирование импульса в результате разрядки линии на согласованное сопротивление.

3.3.5 Формирование импульсов наносекундной длительности при разрядке линии

Переходные процессы, протекающие в длинной линии при подаче на нее ступеньки напряжения или тока, можно использовать для формирования импульсов наносекундной длительности.

Схема простейшего генератора для формирования прямоугольных импульсов с помощью отрезка заряженной разомкнутой линии показана на рис.3.10а.

Если линию с волновым сопротивлением Z_0 зарядить до напряжения U_0 через зарядное сопротивление $R_z \gg Z_0$, а затем замкнуть с помощью коммутатора K на сопротивление нагрузки R_H , то на последнем появится импульс напряжения, амплитуда и длительность которого зависят от соотношения R_H/Z_0 . Для определения параметров импульса рассмотрим эквивалентную схему генератора в момент замыкания коммутатора (рис.3.10б), в которой для простоты не показано зарядное сопротивление.

Напряжение в линии при замыкании ключа, когда по линии распространяются волны напряжения и тока u_1 и i_1 ,

$$U_0 = i_1(Z_0 + R_H); \quad u_1 = i_1 Z_0 = U_0 \frac{Z_0}{Z_0 + R_H}; \quad (3.151)$$

$$U_H = i_1 R_H = U_0 \frac{R_H}{Z_0 + R_H} \quad (3.152)$$

Рассмотрим случай согласованной нагрузки: $R_H = Z_0$. При этом падающие волны напряжения и тока равны $u_1 = U_0/2$, $i_1 = U_0/2Z_0$ соответственно, а напряжение на нагрузке $U_H = U_0/2$.

Отметим, что полярность падающих волн тока и напряжения противоположна полярности источника напряжения, зарядившего линию, и, следовательно, при движении падающей волны напряжение в линии будет уменьшаться и составит $U_0 - u_1 = U_0/2$.

Эпюры для волн тока и напряжения приведены на рис.3.10в. При достижении падающей волной разомкнутого конца линии волна напряжения отражается с тем же знаком: $u_2 = u_1 = -U_0/2$, а волна тока – с противоположным: $i_2 = -i_1 = U_0/2Z_0$. Это приводит к тому, что после прохождения отраженной волны линия полностью разряжена. Когда отраженная волна достигает конца линии, ток и напряжение во всей линии становятся равными нулю. Дальнейшего отражения волны от нагрузки не происходит, так как $R_H = Z_0$, и нестационарные процессы на этом заканчиваются. Поэтому в нагрузке прекращается ток разряда и исчезает напряжение. Таким образом, на нагрузке R_H формируется прямоугольный импульс, длительность которого определяется временем двукратного прохождения волны тока по линии $t = 2T$, а амплитуда равна половине зарядного напряжения U_0 . В случае несогласованной нагрузки одновременного обнуления тока и напряжения не произойдет, и в линии будут наблюдаться переотражения.

Задача 7. Экспериментатор пытается сделать генератор наносекундных импульсов, используя для формирования импульса коаксиальную линию внутренним диаметром 5 мм и внешним 20 мм, заполненную дистиллированной водой. Какую следует взять нагрузку R_H , чтобы схема была согласованной? Какую надо взять длину линии, чтобы получить импульс длительностью 10 нс? Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 31$.

Решение

Для коаксиальной линии волновое сопротивление

$$Z = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{60}{31} \ln 4 = 2.7 \, \Omega \quad (3.153)$$

Для согласования следует взять $R_H = Z = 2.7 \, \Omega$. Скорость распространения сигнала в линии

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{5.6} \approx 0.2c = 0.6 \cdot 10^{10} = 6 \cdot 10^9 \text{ см/с} = 6 \text{ см/нс} \quad (3.154)$$

Электрическая длина 10-наносекундного импульса составит $Vt = 60 \, \text{см}$. Следовательно, для формирования подобного импульса нужно взять линию длиной 30 см.

Следует отметить, что реальные формирующие линии с по-

терями имеют переходные характеристики с конечным временем нарастания их фронта. Поэтому форма получаемых импульсов в действительности отличается от прямоугольной. Крутизна фронта переходной характеристики определяется величиной потерь в линии (коаксиальном кабеле, полосковой линии) и ее длиной. Кроме потерь в линии на форму импульса влияют наличие паразитных емкостей и свойств коммутатора.

На длительности фронтов импульса одновременно с паразитными емкостями заметно влияет коммутирующее устройство, что объясняется конечным временем нарастания тока в коммутаторе, так как коммутатор имеет сопротивление, не равное нулю и изменяющееся во времени в процессе коммутации. Как следствие, напряжение на коммутаторе также изменяется за время коммутации. Закон изменения сопротивления коммутатора определяет форму фронта импульса. Длительность фронта, как правило, определяется характеристиками коммутатора, а не переходной характеристикой линии.

Таким образом, в течение трех семинаров мы говорили о распространении электрических сигналов в линиях с распределенными параметрами. Мы дали определение длинной линии, показали, что критерием перехода к рассмотрению электрической цепи как линии с распределенными параметрами является малость длины волны сигнала по сравнению с длиной линии. Мы показали, что ток и напряжение вдоль линии описываются телеграфными уравнениями, а сигнал в линии можно представить как сумму падающей и отраженной волн. Мы определили понятие волнового сопротивления и нашли скорость распространения сигнала в линии. Мы ввели понятие коэффициента отражения, получили эквивалентную схему при подключении линии к источнику постоянного напряжения, рассмотрели формирование наносекундного импульса на нагрузке при разрядке линии, предварительно заряженной до определенного напряжения, и согласование линий с различными волновыми сопротивлениями. Надеюсь, за эти семинары у вас успело сложиться мнение, что теория длинных линий незаменима при регистрации быстрых импульсных сигналов в любой области физики.

Рекомендуемая литература

1. Хоровиц, Хилл Искусство схемотехники. Т.1. М.: "Мир", 1993
2. Ж.Макс. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. Т.1. М.: "Мир", 1983
3. Э.Г.Калашников. Электричество. М.: "Наука", 1977
4. Зельдович, Яглом. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М.: "Наука", 1983
5. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: "Наука. Физматлит.", 1996

6. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: “Высшая школа”, 1996.
7. И.Н.Барсов. Теоретические основы электротехники (для учащихся техникумов). Книга 2. М.: “Энергоатомиздат”, 1992.
8. В.П.Попов. Основы теории цепей. М.: “Высшая школа”, 2000.

В заключение главы мне хотелось бы поблагодарить профессора МФТИ д.ф.-м.н. Василяка Леонида Михайловича, чьи лекции по теории длинных линий помогли мне при работе над данным разделом.

3.3.6 Контрольные вопросы к теме “Электрические цепи. Распространение и генерация импульсных сигналов”

1. Какая линия называется однородной? Нарисуйте схему замещения элемента такой линии.
2. Почему токи и напряжения вдоль линии с распределенными параметрами неодинаковы для одного и того же момента времени?
3. Какую линию называют линией без потерь?
4. При какой частоте сигнала электрическую цепь с характерной длиной 1 м следует рассматривать как линию с распределенными параметрами?
5. Воздушную линию, состоящую из двух коаксиальных цилиндров, заполнили дистиллированной водой. Как изменилось волновое сопротивление?
6. Если два провода двухпроводной линии с малыми потерями раздвинуть по сравнению с их исходным состоянием, как это скажется на волновом сопротивлении линии?
7. Определить коэффициент отражения волны в конце линии с волновым сопротивлением Z , если линия замкнута на сопротивление нагрузки $1.5Z$.
8. Экспериментатор контролировал импульс тока, запуская осциллограф сигналом с дополнительного датчика, расположенного на расстоянии 1 см от измерительного. Оказалось, что задержка между импульсом синхронизации и сигналом составила 10 нс . Определить разницу в длинах кабелей “датчик синхронизации – осциллограф” и “измерительный датчик – осциллограф”, если измерения проводились 50-Омным кабелем с полиэтиленовой изоляцией.
9. Не зная правил распространения сигнала в длинных линиях, экспериментатор сделал разветвитель, соединив вместе центральные жилы и – тоже вместе – оплетки трех коаксиальных кабелей. По одному из кабелей подается импульсный сигнал. Какая часть сигнала отразится обратно в точке разветвления?
10. Экспериментатор тестирует исправность коаксиального кабеля, посылая в кабель импульс напряжения и регистрируя наличие переотражений. Какая из приведенных на рисунке 3.11 осциллограмм соответствует разрыву кабеля, какая – короткому замыканию и почему? Как определить расстояние до дефекта?

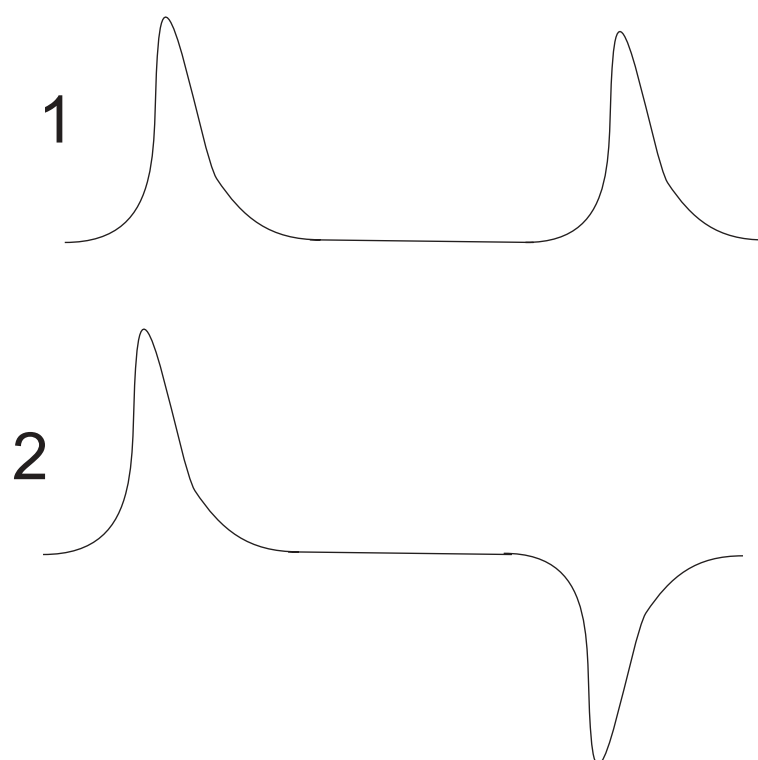


Рис. 3.11: Наблюдаемая осциллограмма при тестировании кабеля.

Глава 4

Методы измерения давлений.

4.1 Физика разреженных газов и техника получения вакуума.

Сегодняшний семинар открывает цикл из трех семинаров, посвященных измерению давления газа. На первом семинаре мы обсудим ряд вопросов физики разреженного газа и различные способы получения вакуума. На втором будем говорить о технике измерения давлений. На третьем будут рассмотрены теоретические основы процесса откачки.

В рамках данного семинара мы рассмотрим различные режимы течения газа – вязкостный и кнудсеновский, определим границы между низким, высоким и сверхвысоким вакуумом, рассмотрим различные типы вакуумных насосов и их конструктивные особенности.

История получения и измерения пониженных давлений газа насчитывает не одну сотню лет. Принято считать, что один из первых опытов с вакуумом был поставлен итальянцем Гаспаром Берти, который в 1640 году соорудил на фасаде своего собственного дома в Риме трубопровод специальной конструкции, заполнявшийся водой. Через три года Эванджелисто Торричелли, ученик Галлилея, выполняя аналогичные опыты с ртутью, открыл наличие давления атмосферы. Эти опыты, несомненно, были подготовлены работами его учителя, который вычислил “силу боязни пустоты” из факта невозможности подъема воды всасывающим насосом на высоту более 10 м, какого бы диаметра труба ни была. Надо сказать, это открытие было сильным ударом по мнению, бытовавшему до тех пор, что вопросами пустоты должно заниматься богословам, но не представителям естественных наук. “Пустота может быть создана только всемогуществом Божьим,” – было записано в решении Парижского собора в XIII веке. В настоящее время трудно представить себе современные технологии без вакуумных приложений. Это изготовление полупроводниковых приборов, напыление тонких

пленок, оптическая промышленность, металлургия (дегазация стали, электродуговая переплавка, вакуумная металлургия для получения особо чистых материалов и сплавов), химическая, медицинская промышленность. В научных исследованиях, разумеется, низкие давления используются очень широко в самых различных областях.

4.1.1 Элементы кинетической теории. Газовые законы.

Для решения большинства задач по теории разреженных газов следует вспомнить определение идеального газа. Идеальным называют газ при условии, что

1. его молекулы можно представить как упругие материальные частицы;
2. силы межмолекулярного взаимодействия отсутствуют;
3. объем, занимаемый молекулами, пренебрежимо мал по сравнению с объемом, свободным от молекул.

Разреженные газы весьма близки к идеальным, поэтому в дальнейшем при решении задач мы будем пользоваться основами молекулярно-кинетической теории.

Основное уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона) описывает зависимость между давлением, объемом и температурой:

$$PV = \frac{m}{\mu}RT \quad (4.1)$$

Для одного моля газа

$$PV_m = RT \quad (4.2)$$

где $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро, V_m – молярный объем.

Учитывая, что постоянная Больцмана $k = R/N_A$, а плотность частиц n (число их в единице объема газа) равна $n = N_A/V_m$, получим:

$$P = nkT \quad (4.3)$$

Распределение молекул газа по абсолютным скоростям подчиняется закону Максвелла: число молекул dN таких, что модуль их скорости лежит между v и $v + dv$, равно

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{\varepsilon}{kT} \right) dv \quad (4.4)$$

Наиболее вероятная скорость – та, при которой функция (4.4) имеет максимум, равна

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \quad (4.5)$$

Средняя скорость определится как

$$\langle v \rangle = \int v \frac{dN}{N} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad (4.6)$$

Среднюю квадратичную скорость найдем из соотношения

$$\frac{mv_s^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad v_s = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (4.7)$$

Очевидно, что все три скорости близки по порядку величины и могут быть использованы для оценки скорости молекул в газе. Велика ли типичная скорость молекул?

Задача 1. Найти средние квадратичные скорости водорода и азота при температурах 273 и 293 К. Сравнить со скоростью звука. $R = 8.31$ Дж/(моль К).

Решение

Скорость звука равна

$$V = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{\nu RT}{V \rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (4.8)$$

Средняя квадратичная скорость равна

$$v_s = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (4.9)$$

Показатель адиабаты γ для воздуха (азота) равен 1.4. Следовательно, среднеквадратичная скорость в $\sqrt{\frac{3}{1.4}} \approx 1.46$ раз выше (для азота $V \approx 337$ м/с):

$$v_s = \sqrt{\frac{3}{1.4}} V = 1.46 \cdot 337 \text{ м/с} = 492 \text{ м/с} \quad (4.10)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 273}{28 \cdot 10^{-3}}} = 493 \text{ м/с} \quad (4.11)$$

При температуре 293 К получим

$$v_s = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3}}} = 511 \text{ м/с} \quad (4.12)$$

Сосчитаем среднюю квадратичную скорость молекул водорода при $T = 273$ К:

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 273}{2 \cdot 10^{-3}}} = 1845 \text{ м/с}, \quad (4.13)$$

то есть у водорода скорость движения молекул почти в четыре раза выше, чем у азота.

Подобная скорость молекул устанавливается как в результате столкновений со стенками сосуда, так и в результате столкновений с самими молекулами газа. Пусть молекула за какое-то время проходит расстояние l . При этом она испытывает z столкновений: $z = Vn = \sigma ln$, где σ - сечение столкновения, n число молекул в единице объема. Отсюда следует, что расстояние между двумя столкновениями, или длина свободного пробега молекулы равна $\lambda = 1/(n\sigma)$. Более аккуратный подход с учетом взаимного движения молекул даст выражение

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}, \quad (4.14)$$

то есть практически не будет отличаться от сделанной оценки. Велика ли длина свободного пробега?

Задача 2. В трубке диаметром $D = 5$ см горит разряд в азоте при давлении 1 Торр. Найти длину свободного пробега молекул и сопоставить ее с диаметром разрядной трубки. Выполнить ту же процедуру для давления 1 мТорр. Оценить длину свободного пробега молекулы в воздухе при нормальных условиях. Постоянная Больцмана $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Эффективный диаметр молекулы азота принять равным $3.74 \cdot 10^{-8}$ см.

Решение

Длина свободного пробега

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \quad (4.15)$$

Сосчитаем плотность молекул n для давления 1 Торр и температуры 20°C .

$$n = \frac{P}{kT} = \frac{10^5}{760} \frac{1}{1.38 \cdot 10^{-23} 293} = 3.3 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3} = 3.3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3} \quad (4.16)$$

Найдем эффективное сечение столкновений:

$$\sigma = \frac{\pi d^2}{4} = 1.1 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2 \quad (4.17)$$

Оценим длину свободного пробега при 1 Торр:

$$\lambda = \frac{1}{1.4 \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} \approx \frac{1}{50} \text{ см} \ll D \quad (4.18)$$

При давлении 1 мТорр

$$\lambda = \frac{1000}{50} = 20 \text{ см} \gg D \quad (4.19)$$

Характерная длина свободного пробега при 1 атм (число Лoshмидта $L = 2.7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$):

$$\lambda = \frac{1}{1.4 \cdot 2.7 \cdot 10^{19} \cdot 10^{-15}} \approx \frac{1}{4 \cdot 10^4} = \frac{10^{-4}}{4} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см} \quad (4.20)$$

4.1.2 Явления переноса

Процедура откачки сосуда, то есть получения пониженного давления не может быть рассмотрена без учета явлений переноса. Перенос имеет место в системах, находящихся в неравновесном состоянии. Перенос массы называется диффузией, количества движения – внутренним трением, энергии – теплопроводностью. Соответственно, потоки величин характеризуются коэффициентами диффузии, вязкости и теплопроводности.

Количество теплоты, передаваемое в единицу времени через площадку площадью s , в соответствии с законом Фурье, равно

$$q = -\chi \frac{dT}{dx} s, \quad (4.21)$$

где коэффициент теплопроводности

$$\chi = \rho < v > c_V \lambda / 3 \quad [\text{Вт}/(\text{м К})] \quad (4.22)$$

Данное выражение справедливо при условии, что длина свободного пробега много меньше размеров сосуда.

Если в направлении x , перпендикулярном скорости потока газа u , существует градиент скорости du/dx , то между слоями движущегося газа действует сила внутреннего трения F , определяемая выражением:

$$F = -\eta \frac{du}{dx} s, \quad (4.23)$$

Здесь s – площадь поверхности, параллельная движению потока.

Динамическая вязкость η равна

$$\eta = \rho < v > \lambda / 3 \quad [\text{кг}/(\text{м с})] \quad (4.24)$$

Задача 3.

Трубка диаметром 1 см обернута нагревательной спиралью так, что температура в сечении 1 составляет 100°C . Оценить, в каком случае быстрее повысится температура в сечении 2, расположенном на расстоянии 30 см от сечения 1 в воздухе: при 1 Торр или при 1 атм ?

Решение

Коэффициент теплопроводности не зависит от давления газа в пределе, когда длина свободного пробега много меньше характерного размера сосуда. Поэтому зависимости от давления в данном случае не будет.

С ростом давления растет число молекул, задействованных в переносе тепла. Однако перенос идет на меньшие расстояния, поскольку уменьшается длина свободного пробега.

Действительно, ни коэффициент теплопроводности, ни динамическая вязкость не зависят от давления газа в случае, когда

длина свободного пробега много меньше размеров сосуда. Действительно, $\lambda \sim 1/\rho$. В случае низких давлений и малых сосудов χ и η являются некоторыми эффективными коэффициентами, и перенос идет тем медленнее, чем ниже давление газа.

Диффузия в газах обусловлена переносом массы. Число молекул, переносимых через поверхность s в единицу времени в результате диффузии, равно

$$G = -D \frac{dn}{dx} s \quad (4.25)$$

В случае, если речь идет о самодиффузии, коэффициент диффузии D равен

$$D = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \cdot \frac{1}{3\sqrt{2}n\sigma} = \frac{2}{3} \frac{(kT)^{3/2}}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{p\sigma} \quad (4.26)$$

В случае же диффузии одного газа в другом

$$D_{12} = \frac{D_{11}n_2 + D_{22}n_1}{n} \quad (4.27)$$

Задача 4.

Экспериментатор исследует газовый разряд, инициируемый импульсами с частотой $f = 10$ в трубке диаметром $D = 0.5$ см при давлении 1 Торр и температуре 300 К в азоте. При этом он пытается провести численное моделирование химических процессов в разряде и послесвечении, не учитывая процессов гибели частиц на стенке сосуда. Правомочно ли подобное моделирование?

Решение

В предположении, что в газе присутствует градиент концентрации, оценим время диффузионного ухода на стенку как $t \sim x^2/D$.

Эту оценку можно, в принципе, получить из уравнения диффузии без источников членов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0 \quad (4.28)$$

На самом деле для более аккуратной оценки следует рассматривать распределение концентрации электронов по радиусу трубки. Если это функция Бесселя и цилиндр достаточно длинный, то $x \approx R/2.4$; если частицы рождаются только на оси, то уравнение диффузии допускает точное аналитическое решение и $x = R/2$. Будем считать, что мы можем пренебречь данным численным коэффициентом. Время диффузионного ухода

$$t \sim \frac{x^2}{D} = \frac{0.25 \cdot 0.25}{D} \quad (4.29)$$

Сосчитаем коэффициент диффузии.

$$D = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \quad (4.30)$$

Скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8.31 \cdot 300}{3.14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 168.4 \text{ м/с} \quad (4.31)$$

Длина свободного пробега

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{1.4 \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} = 0.02 \text{ см} \quad (4.32)$$

Тогда коэффициент диффузии

$$D = \frac{\lambda \langle v \rangle}{3} = \frac{0.02 \cdot 16840}{3} = 112.3 \text{ см}^2/\text{с} \quad (4.33)$$

Время диффузионного ухода

$$t \sim \frac{x^2}{D} = \frac{0.25 \cdot 0.25}{112.3} = 5 \cdot 10^{-4} = 0.5 \text{ мс} \ll f^{-1} \quad (4.34)$$

Таким образом, в уравнение баланса для частиц должна включаться гибель на стенке, если только нет более быстрых процессов, уводящих частицы из объема.

Все повторенные сегодня законы и соотношения являются основой для рассмотрения процессов откачки, течения газа и измерений давления в системе.

4.1.3 Общие сведения о вакуумных насосах.

На втором и третьем семинаре мы будем количественным образом описывать течения разреженного газа, сейчас же обсудим вопрос о том, как в принципе осуществляется процесс откачки.

По принципу действия промышленные вакуумные насосы, используемые для получения вакуума, делятся на пять основных групп:

- Насосы объемного действия
- Струйные насосы
- Кинетические насосы (турбонасосы)
- Сорбционные насосы
- Крионасосы

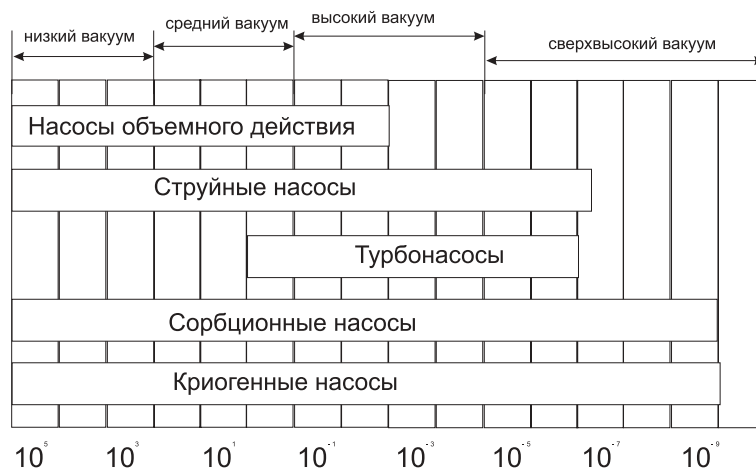


Рис. 4.1: Области действия вакуумных насосов.

Для расчета вакуумных систем и правильного выбора вакуумных насосов необходимо представлять себе особенности различных типов насосов.

Механические насосы, или насосы объемного действия, откачивают газ от атмосферного до 10^{-3} Торр. Их устройство достаточно просто. Вращающийся ротор периодически набирает газ в полость всасывания через входной патрубок и выбрасывает его в выходной патрубок. Масло обеспечивает смазку, частичное охлаждение механизма насоса и вакуумное уплотнение.

Струйные насосы делятся на

- эжекторные, которые используют в области давлений от атмосферного до 10^{-1} Па;
- бустерные ($10 - 10^{-2}$ Па);
- диффузионные (10^{-2} Па и ниже).

Общая схема работы всех струйных насосов одинакова: рабочая жидкость нагревается, испаряется и пар поднимается по паропроводящей трубе в сопло. Из сопла пар с большой скоростью истекает в пространство рабочей камеры. Пар конденсируется, конденсат по сливной трубке возвращается в кипятильник, а газ, сжатый струей, выбрасывается через выпускной патрубок. При этом механизм захвата молекул откачиваемого газа может быть как вязкостным (при высоких давлениях), так и диффузионным (при низких).

Турбонасосы представляют собой осевую многоступенчатую роторно-статорную конструкцию, формирующую поток газа в направлении с входа насоса на его выпуск. Лопатки пластин роторов и статоров профилированы специальным образом (содержат косые пазы под углом 45° к плоскости либо сами лопатки наклонены под углом 45°), так чтобы молекулы газа проходили преимущественно в направлении откачки. Для быстрых молекул скорость, сообщаемая роторно-статорной системой, не очень

велика по сравнению с тепловой скоростью молекул, и, следовательно, велик обратный поток. Тяжелые молекулы удаляются лучше. Сопоставление масс-спектров остаточного газа для диффузионного и турбомолекулярного насосов показывают, что в диффузионном гораздо богаче спектр тяжелых фракций, соответствующих продуктам разложения масла. В турбомолекулярном же насосе основным остаточным газом является водород. При давлениях 10^{-6} Па и ниже на работу турбомолекулярного насоса начинает оказывать влияние водород, выделяющийся из стенок корпуса и перетекающий со стороны форвакуумной полости насоса.

Сорбционные насосы по принципу действия делятся на

- адсорбционные;
- геттерные и испарительные геттерные;
- электродуговые сорбционные;
- геттерно-ионные;
- магнитные электроразрядные

Адсорбционные насосы представляют собой адсорбент, помещенный в сосуд с жидким азотом, чтобы равновесное давление над поверхностью адсорбента было как можно ниже. В результате физической адсорбции наиболее эффективно поглощаются молекулы газа с диаметром, меньшим характерного диаметра пор (0.5 нм). Как правило, все цеолиты плохо поглощают инертные газы и газы с низкой точкой кипения (H_2 , He, Ne). Предельное остаточное давление такого насоса зависит от адсорбционной емкости адсорбента. К недостаткам можно отнести использование жидкого азота, требование периодической регенерации и значительное время охлаждения.

Геттерные и испарительные геттерные насосы работают на эффекте хемосорбции, химических реакций и растворения газа в материале геттера. Наиболее часто в геттерных насосах применяют циркониево - алюминиевые сплавы, в испарительных геттерных используется титановая пленка, образующаяся при испарении титана электронным пучком. Электродуговой сорбционный насос основан на образовании на корпусе насоса титановой пленки вследствие электродугового разложения титана. Электрическая дуга при этом зажигается между геттером (катодом) и анодом. В геттерно-ионных насосах проводится дополнительная ионизация инертных газов для улучшения их удаления. Магнитные электроразрядные насосы в качестве распылителя титана используют электрический разряд в магнитном поле, что позволяет одновременно эффективно убирать ионы инертных газов.

Для работы сорбционных насосов любого типа необходимо предварительное разрежение до 10^{-1} Па. Насосы требуют периодической очистки от титановой пленки.

Крионасосы основаны на конденсировании веществ при температурах, близких к температуре жидкого водорода или гелия. Давление насыщенных паров кислорода при температуре, близкой к точке кипения водорода, составляет 10^{-11} Па, аргона – 10^{-15} Па, азота и СО – 10^{-9} Па.

Криосорбционные насосы путем криосорбции откачивают, помимо остальных компонент, водород и гелий. В качестве адсорбентов, как и в адсорбционных насосах, используют цеолиты, активированный уголь, оксидную пленку алюминия и другие материалы.

Рекомендуемая литература

1. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика. М.: “Наука. Физматлит.”
2. А.И.Пипко, В.Я Плисковский. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1992.
3. А.И.Пипко, В.Я Плисковский, Б.И.Королев, В.И.Кузнецов. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1981.
4. Вакуумная техника. Справочник. М.: “Машиностроение”, 1992.

4.2 Методы измерения давлений.

Цель сегодняшнего семинара – обсудить различные методы измерения низких давлений. Низкими будем называть давления, не превышающие 1 атм. Как следует из прошлого семинара, подобный диапазон давлений подразделяют на низкий, средний, высокий и сверхвысокий вакуум.

Приборы для измерения полных давлений называют манометрами, если речь идет о малых давлениях, употребляется также термин вакууметры. По принципу действия манометры делят на следующие классы:

1. Жидкостные манометры, в которых разность давлений уравновешивается давлением столба жидкости (U-образные манометры);
2. Компрессионные манометры, действие которых основано на изотермическом сжатии газа (манометры Мак-Леода);
3. Деформационные манометры, в которых мерой давления служит величина деформации чувствительного элемента (сильфона, мембраны и т.д.);
4. Тепловые манометры, действие которых основано на зависимости теплопроводности газа от давления (термопарные и манометры сопротивления);
5. Ионизационные манометры, которые определяют давление по значению ионного тока (электроразрядные и электронные ионизационные).

Эти манометры охватывают всю область низких давлений, от низкого до сверхвысокого вакуума (Рис.4.2)



Рис. 4.2: Области действия приборов для измерения низких давлений.

По принципам регистрации всю группу манометров разделяют на манометры прямого и косвенного действия. Жидкостные,

компрессионные и деформационные манометры относят к манометрам прямого действия. Они непосредственно измеряют давление газа. Их показания принципиально не зависят от состава газа и лишь опосредованно (например, для жидкостных манометров) могут зависеть от температуры. Манометры косвенного действия измеряют не само давление, а некоторую его функцию. Их показания зависят от рода газа и его температуры.

Рассмотрим подробнее различные типы манометров.

4.2.1 U-образный манометр

простейшая конструкция манометра – U - образный манометр, в котором одно колено откачено либо находится при фиксированном давлении, а столб жидкости уравнивает имеющуюся разность давлений. Диапазон измеряемых давлений зависит от свойств жидкости, геометрии прибора и способа определения уровня жидкости. Для измерения давлений, близких к атмосферному, обычно применяются жидкости высокой плотности (ртуть), для измерения малых давлений – жидкости с минимально возможной плотностью. При этом стремятся выбрать жидкость с малыми давлениями насыщенного пара и способностью к растворению газа.

Задача 1. Оценить минимальное давление, которое можно измерить с погрешностью 10% ртутным (плотность ртути $\rho_1 = 13.6 \text{ г/см}^3$) и масляным (плотность масла ВМ-3 составляет $\rho_2 = 0.85 \text{ г/см}^3$) манометрами при различных способах отсчета уровня: линейкой и интерференционным способом.

Решение

Будем считать, что нижний предел измеряемого давления ограничивается возможностью измерения с требуемой точностью малой разности уровней:

$$p_{min} \approx \rho g h_{min} \quad (4.35)$$

При измерении линейкой справедливо полагать, что предел измерений соответствует 1 мм, а длина, которую можно измерить с погрешностью 10%, составляет 10 мм. Тогда нижний предел измеряемого давления составит

$$p_{min}^1 \approx 13600 \cdot 9.8 \cdot 10^{-2} \approx 1.3 \cdot 10^3 \text{ Па} = \frac{1.3 \cdot 10^3 \cdot 760}{10^5} = 10 \text{ Тор} \quad (4.36)$$

Для масляного манометра при измерении линейкой минимальное давление, измеряемое с точностью 10%, составит

$$p_{min}^2 \approx 850 \cdot 9.8 \cdot 10^{-2} \approx 83.3 \text{ Па} = \frac{83.3 \cdot 760}{10^5} \approx 0.6 \text{ Тор} \quad (4.37)$$

При измерении интерференционным методом можно контролировать расстояние порядка 0.1 мкм с точностью 10%. Тогда для ртути получим

$$p_{min}^1 \approx 13600 \cdot 9.8 \cdot 10^{-7} \approx 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ Па} = \frac{1.3 \cdot 10^{-2} \cdot 760}{10^5} = 10^{-4} \text{ Тор} \quad (4.38)$$

Для масла

$$p_{min}^1 \approx 850 \cdot 9.8 \cdot 10^{-7} \approx 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ Па} = \frac{8.3 \cdot 10^{-4} \cdot 760}{10^5} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Тор} \quad (4.39)$$

При измерении давлений ниже 1 Па ($\sim 10^{-2}$ Тор) U-образные манометры неудобны в работе из-за невысокой точности при традиционных (к примеру, с помощью линейки) методах отсчета уровня жидкости. В 1874 году Мак-Леод предложил конструкцию компрессионного манометра.

4.2.2 Манометр Мак-Леода (компрессионный манометр)

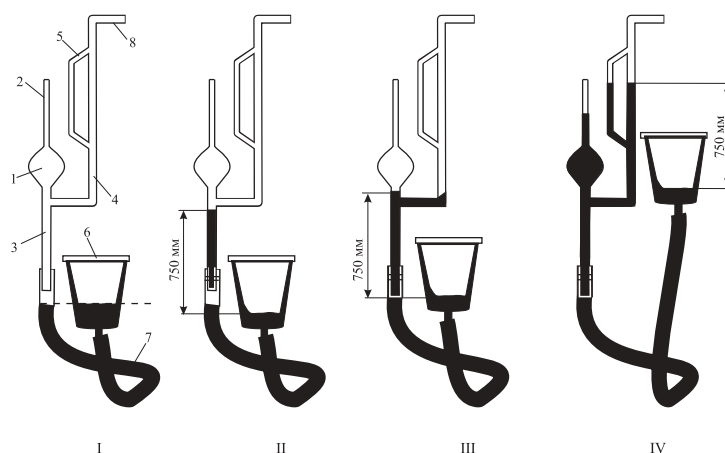


Рис. 4.3: Принцип действия компрессионного манометра. 1 – баллон, 2 – запаянный измерительный капилляр, 3 – стеклянная трубка, 4 – ответвление на вакуумную систему, 5 – сравнительный капилляр, 6 – сосуд с ртутью, 7 – соединительный шланг, 8 – к вакуумной системе

Суть измерений практически совпадает с измерениями U-образным манометром, с той лишь разницей, что газ при начальном давлении, равном измеряемому P , сжимается и измеряется разность давлений между двумя сообщенными сосудами. Перед измерением сосуд с ртутью опущен настолько низко, чтобы при откачке ртути не перекрывала разветвление трубки (3) на измерительную часть и часть, идущую к вакуумной системе. Для проведения измерений сосуд с ртутью поднимают. При перекрытии разветвления отсекается объем стеклянного сосуда и измерительного капилляра V_1 при давлении P_1 . При дальнейшем поднятии сосуда газ в измерительной части сжимается.

При измерении манометром Мак-Леода применяют либо метод линейной шкалы, либо метод квадратичной шкалы. Суть измерений по методу линейной шкалы заключается в том, что газ в измерительном капилляре сжимают до какой-то фиксированной отметки.

$$P_1 V_1 = (P_1 + h) V_2 \quad (4.40)$$

При малых давлениях $P_1 \ll h$. Тогда

$$P_1 V_1 \approx h V_2; \quad P_1 = \frac{V_2}{V_1} h \quad (4.41)$$

В случае измерений по методу квадратичной шкалы ртуть в сравнительном капилляре (5) доводят до уровня, соответствующего верхушке измерительного капилляра (2). В этом случае объем газа после сжатия определится как $V_2 = \pi d^2 h$, где h – разность уровней ртути в измерительном и сравнительном капиллярах:

$$P_1 = \frac{V_2}{V_1} h = \frac{\pi r^2}{V_1} h^2 \quad (4.42)$$

Задача 2. Оценить минимальное давление, которое можно измерить с помощью манометра Мак-Леода, если объем сосуда составляет 0.7 л, диаметр капилляра 2 мм.

Решение

Пусть измерения проводятся по методу квадратичной шкалы. Предположим, $h_{min} = 10$ мм. $V_1 = 0.7$ л = $0.7 \cdot 10^6$ мм³. Тогда P_{min} равно (в мм рт.ст.):

$$P_1 = \frac{\pi r^2}{V_1} h^2 = \frac{3.14 \cdot 1}{0.7 \cdot 10^6} 10^2 = 4.5 \cdot 10^{-4} \quad (4.43)$$

4.2.3 Деформационные манометры

В деформационных манометрах мерой давления служит величина деформации чувствительного элемента под действием разности давлений. В лабораторной практике и в промышленности при измерении давлений от 10^{-2} Тор до нескольких атмосфер применяют деформационные манометры трех основных типов: трубчатые, мембранные и деформационные.

В трубчатых манометрах в качестве чувствительного элемента используют трубку, свернутую в спираль. Один конец трубки подключен к вакуумной системе, а другой запаян и соединен со стрелкой, угол поворота которой прямо пропорционален разности атмосферного давления и давления в системе. Недостатком такого манометра является зависимость показаний от атмосферного давления.

Мембранные манометры лишены подобного недостатка. В мембранном манометре мембрана разделяет откачанный до давления $\sim 10^{-3}$ мм рт ст объем сравнения и объем с измеряемым давлением. Поскольку давление в объеме сравнения низко, можно считать, что манометр измеряет непосредственно искомое давление.

Принцип действия сильфонных манометров тот же, но мембрана в них заменена гофрированной трубкой – сильфоном. При тех же габаритах сильфоны имеют гораздо меньшую жесткость, что позволяет обеспечить большую чувствительность измерений.

Преимуществами мембранных и сильфонных методов является возможность электрической регистрации давления, то есть непрерывной его записи в ходе эксперимента. Для этого используют емкостной, индукционный или механотронный метод регистрации. При применении емкостного метода мембрана является подвижной обкладкой емкости. В случае индукционного метода регистрации мембрана соединяется с сердечником катушки индуктивности, включенной в схему чувствительного моста. Разбаланс моста при прогибе чувствительного элемента регистрируется измерительным прибором. Механотронный метод регистрации основывается на неподвижном соединении подвижной мембраны с катодом разрядной системы. При перемещении мембраны меняется расстояние между катодом и анодом и, соответственно, изменяются характеристики разряда. Типичный динамический диапазон работы механотронных преобразователей составляет несколько порядков величины.

4.2.4 Тепловые вакууметры

Принцип действия теплового вакууметра основан на зависимости теплопроводности газа от давления в области низких давлений. Преобразователь давления теплового вакууметра представляет собой баллон, внутри которого расположен нагреваемый электрическим током элемент (чаще всего нить). Чувствительный элемент изготавливается из материалов с высоким температурным коэффициентом сопротивления (платины, вольфрама).

Существуют два способа измерения давления тепловыми вакууметрами: при постоянной температуре нити (вакууметры сопротивления) либо при постоянном токе накала чувствительного элемента (термопарные вакууметры). Измерительная часть вакууметра сопротивления (рис.4.4а) содержит мост Уитстона для измерения сопротивлений. При постоянной температуре нити мост сбалансирован. При изменении давления меняется теплоотвод, и, следовательно, растет температура. Изменяя ток накала, мост балансируют (температуру нити возвращают к исходному значению). По изменению тока накала судят о давлении в системе.

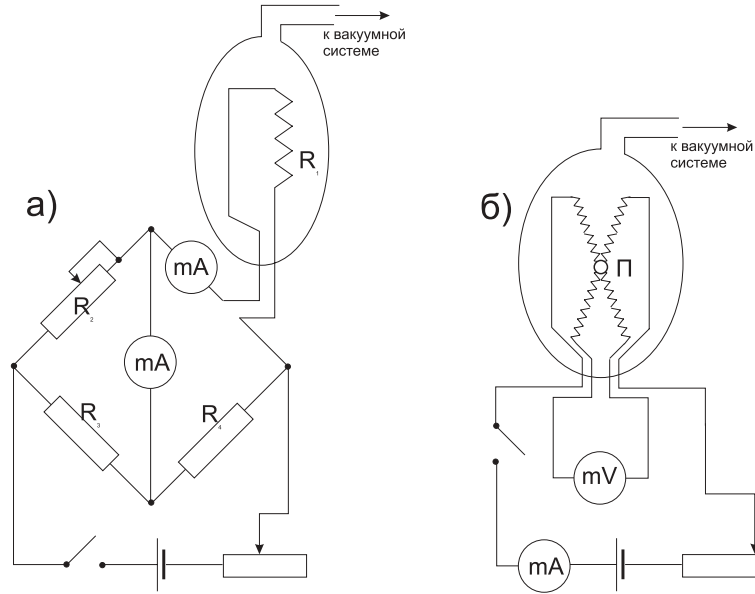


Рис. 4.4: Принцип действия тепловых вакууметров: а) – вакууметр сопротивления, б) – термопарный вакууметр

Режим постоянства тока накала используется в термопарных вакууметрах (рис.4.4б). Простейшая схема термопарного вакууметра состоит из источника накала подогревателя с миллиамперметром и переменного балластного резистора с высоким сопротивлением, обеспечивающим режим постоянного тока накала. По мере уменьшения давления в системе уменьшается теплопроводность газа, повышается температура перемычки подогревателя и термопары П, и, следовательно, увеличивается термоЭДС, которая пропорциональна давлению и измеряется милливольтметром. Ток накала подогревателя подбирают, выставляя значение милливольтметра на максимально возможное значение при минимальном давлении ($\sim 10^{-4}$ Тор).

Запишем баланс электрической энергии, подводимой к нити:

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = cp \Delta T + \sigma(T_H^4 - T_0^4) + b \Delta T \quad (4.44)$$

Здесь $cp \Delta T$ – мощность, отводимая через газ, окружающий нить, к стенкам трубки; p – давление газа в манометре; $\Delta T = T_H - T_0$, T_H – температура нити, T_0 – температура окружающей среды, $\sigma_H(T_H^4 - T_0^4)$ – мощность, рассеиваемая нитью вследствие излучения (по закону Стефана-Больцмана), $b_H \Delta T$ – мощность, уводимая через крепление нити и электрические вводы, R_H – сопротивление нити накала при температуре T_0 , α_H – температурный коэффициент сопротивления материала нити.

Найдем отсюда давление:

$$p = \frac{I^2 R(1 + \alpha \Delta T) - \sigma(T_H^4 - T_0^4) - b \Delta T}{c \Delta T} \quad (4.45)$$

Рассмотрим более детально первый член в правой части урав-

нения (4.44). Если мы находимся в той области давлений, где длина свободного пробега сопоставима с размерами сосуда ($\lambda \sim d$), коэффициент теплопроводности можно приблизительно записать как

$$\chi = \rho < v > c_V d / 3 [W / (m \cdot K)] \quad (4.46)$$

Поток тепла с цилиндрической поверхности радиуса r и длины l можно оценить как

$$Q = -\chi S \frac{\partial T}{\partial r} = -\chi \cdot 2\pi r l \frac{\partial T}{\partial r} \quad (4.47)$$

Учитывая граничные условия ($T = T_H$ при $r = r_H$; $T = T_0$ при $r = d$), получим:

$$Q = \frac{2\pi\chi l(T_H - T_0)}{\ln d/r_H} \quad (4.48)$$

Подставив в уравнение (4.48) выражение для теплопроводности, получим:

$$Q = \frac{2\pi\rho < v > c_V l(T_H - T_0)d}{3 \ln d/r_H} \quad (4.49)$$

Следует отметить, что для молекул, имеющих i степеней свободы, в общем случае полная средняя энергия $\langle E \rangle$, переносимая молекулой в потоке, равна

$$\langle E \rangle = (i + 1) \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} kT, \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i + 2}{i} \quad (4.50)$$

Здесь $c_V = iR/2$ – теплоемкость при постоянном объеме, $c_P = (1 + i/2)R$ – теплоемкость при постоянном давлении. Если мы считаем, что внутренняя энергия (колебательная, вращательная) участвует в переносе тепла, при вычислении средней скорости следует учесть множитель (величины порядка единицы) $\sqrt{(\gamma + 1)/(\gamma - 1)}$.

Задача 3. Оценить минимальное давление, при котором измерения тепловыми вакууметрами становятся невозможными из-за потерь на излучение. Считать нить вольфрамовой (коэффициент серости равен $\varepsilon = 0.5$), постоянная Стефана - Больцмана $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² К⁴). Удельное электрическое сопротивление вольфрама $\rho = 0.055$ Ом мм²/м, температурный коэффициент $\alpha = 4.1 \cdot 10^{-3}$ 1/К. Радиус нити $r = 0.05$ мм, длина $l = 5$ см, ток накала составляет 200 мА.

Решение

Сопротивление нити составляет

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2} = \frac{0.055 \cdot 0.05}{3.14 \cdot 0.05 \cdot 0.05} = 3.5 \cdot 10^{-1} \text{ Ом} \quad (4.51)$$

Сопоставим количество тепла, выделяемое из-за протекания тока, с потерями на излучение. Будем при этом считать, что потери на контактах (последний член в выражении(4.45)) пренебрежимо малы.

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = 0.2^2 \cdot 3.5 \cdot 10^{-1} (1 + \alpha \Delta T) = 1.4 \cdot 10^{-2} (1 + \alpha \Delta T) \text{ Вт} \quad (4.52)$$

Здесь ΔT – разность температур: $\Delta T = T_H - 273$ (пересчет в градусы Цельсия).

Боковая (излучающая) поверхность нити имеет площадь

$$S = 2\pi r l = 6.28 \cdot 0.005 \cdot 5 = 0.157 \text{ см}^2 \quad (4.53)$$

Тогда потери на излучение равны (вычитание члена σT_0^4 соответствует излучению нити при комнатной температуре)

$$\varepsilon \sigma (T_H^4 - T_0^4) S = 0.5 \cdot 5.7 \cdot 10^{-8} (T_H^4 - T_0^4) \cdot 0.157 \cdot 10^{-4} = 4.5 \cdot 10^{-13} (T_H^4 - 300^4) \quad (4.54)$$

Температура плавления вольфрама $T_W \approx 3100$ К. Сравним выражения (4.52) и (4.54) при 3000 К:

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = 1.4 \cdot 10^{-2} (1 + 4.1 \cdot 10^{-3} \cdot 2727) = 1.7 \cdot 10^{-3} \quad (4.55)$$

$$\varepsilon \sigma T_H^4 S \approx 4.5 \cdot 10^{-13} (3 \cdot 10^3)^4 \approx 364.5 \cdot 10^{-1} = 36.5, \quad (4.56)$$

то есть теплоотвод на излучение на пять порядков выше.

Возьмем $T_H = 500$ К.

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = 1.4 \cdot 10^{-2} (1 + 4.1 \cdot 10^{-3} \cdot 227) = 2.7 \cdot 10^{-2} \quad (4.57)$$

$$\varepsilon \sigma (T_H^4 - T_0^4) S = 4.5 \cdot 10^{-13} (500^4 - 300^4) = 4.5 \cdot 10^{-13} (6.25 \cdot 10^{10} - 8.1 \cdot 10^9)$$

$$\approx 4.5 \cdot 10^{-13} \cdot 6.2 \cdot 10^{10} = 3 \cdot 10^{-2}, \quad (4.58)$$

то есть при температуре нити около 500 К подвод тепла к нити становится сравним с потерями на излучение.

Возьмем $T_H = 350$ К.

$$I^2 R S(1 + \alpha \Delta T) = 1.4 \cdot 10^{-2} (1 + 4.1 \cdot 10^{-3} \cdot 77) \approx 1.8 \cdot 10^{-2} \quad (4.59)$$

$$\varepsilon \sigma (T_H^4 - T_0^4) S = 4.5 \cdot 10^{-13} (T_H^4 - 300^4) = 4.5 \cdot 10^{-13} (1.5 \cdot 10^{10} - 0.81 \cdot 10^{10}) =$$

$$4.5 \cdot 10^{-13} \cdot 0.7 \cdot 10^{10} = 3.15 \cdot 10^{-3}, \quad (4.60)$$

то есть при температуре нити 350 К потери на излучение составляют 10%. Следовательно, ими можно пренебречь и измерить давление, исходя из выражения (4.44). При попытке уменьшить давление в системе температура нити будет расти, и основная часть тепла, подведенного к нити, будет уходить в излучение.

Оценим это минимальное давление. Согласно выражению (4.49),

$$Q = \frac{2\pi\rho \langle v \rangle c_V l (T_H - T_0) d}{3 \ln d/r_H} [\text{Вт}] = \frac{2\pi n \mu \langle v \rangle c_V l (T_H - T_0) d}{3 N_A \ln d/r_H} \quad (4.61)$$

Тогда

$$n = \frac{I^2 R (1 + \alpha \Delta T) \cdot 3 N_A \ln d/r_H}{2\pi \mu \langle v \rangle c_V l (T_H - T_0) d} \quad (4.62)$$

Теплоемкость воздуха равна $C_V = 720$ Дж/(кг К); средняя скорость приблизительно равна 500 м/с (см. предыдущий семинар).

$$n = \frac{1.8 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \ln 10/0.05}{2 \cdot 3.14 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 720 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 77 \cdot 10^{-2}}; \quad (4.63)$$

$$n = 6 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3} = 6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \approx \frac{6 \cdot 10^{13}}{3.3 \cdot 10^{16}} \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тор} \quad (4.64)$$

На самом деле предел измерения реальными тепловыми вакууметрами составляет $10^{-3} - 10^{-4}$ Тор, более низкие давления измеряют ионизационными вакууметрами.

Задача 4. Оценить верхний предел измерения тепловым вакууметром.

Решение

Верхний предел обусловлен тем, что с ростом давления теплоемкость перестает зависеть от плотности газа. Условие независимости теплоемкости от плотности газа заключается в том, что длина свободного пробега молекул должна быть много меньше характерного размера сосуда.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma} \quad (4.65)$$

Примем характерны размер баллона $d = 3$ см и потребуем: $d \sim 10\lambda$. Тогда

$$n = \frac{10}{\sqrt{2} d \sigma} = \frac{10}{\sqrt{2} 3 \cdot 10^{-15}} = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}; \quad (4.66)$$

$$\approx \frac{2.4 \cdot 10^{15}}{3.3 \cdot 10^{16}} \approx 0.07 \text{ Тор} \approx 0.1 \text{ Тор} \quad (4.67)$$

Задача 5. Какова разница реальных давлений воздуха и гелия при одном и том же показании теплового вакуумметра? Теплоемкости при постоянном объеме равны $c_{Air} = 720$ Дж/(кг К), $c_{He} = 3161$ Дж/(кг К).

Решение

Для двух разных газов с плотностями n_1 и n_2

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{\mu_1}(c_V)_2}{(c_V)_1\sqrt{\mu_2}} \quad (4.68)$$

Для воздуха (возьмем $\mu \approx 28$) и гелия ($\mu = 2$) получим:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{28}3161}{720\sqrt{2}} \approx 16.4 \quad (4.69)$$

то есть при одном и том же показании прибора плотности газов различаются более чем на порядок.

Ионизационные вакуумметры

Принцип действия ионных вакуумметров основан на зависимости ионного тока, возникающего в результате ионизации молекул разреженного газа, от его давления.

Электроразрядные манометры в простейшем исполнении представляют собой систему из трех электродов: катод (собственно нагретая нить), анод и отрицательно заряженный коллектор. Коллектор служит для количественного анализа тока в системе.

При ионизации газа электронами появление ионов происходит в процессе:

$$M + e = M^+ + 2e \quad (4.70)$$

Скорость этого процесса равна

$$\frac{dM^+}{dt} = k_{ion}n_eM \quad (4.71)$$

Константа скорости ионизации зависит от соответствующего сечения ионизации и энергии электронов:

$$k_{ion} = \langle \sigma v \rangle \sim \int_0^\infty \sigma(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon}f(\varepsilon)d\varepsilon \quad (4.72)$$

С другой стороны, поток электронов через единицу площади равен

$$j_e = n_e v \quad (4.73)$$

Тогда выражение (4.71) переписывается как

$$\frac{dM^+}{dt} = \sigma j_e M \quad (4.74)$$

Пусть прибор собирает все положительные ионы, образованные в объеме сечения S и длины l , так что суммарный поток ионов равен

$$i_+ = Sl \frac{dM^+}{dt} = \sigma j_e MSl = \sigma i_- Ml, \quad i_- = j_e S = n_e v S \quad (4.75)$$

Следует обратить внимание на то, что полученная формула справедлива в условиях, когда $i_+ \ll i_-$, то есть когда $l \ll \lambda$.

Задача 6. Оценить верхний предел давлений, измеряемых ионизационным вакууметром. Принять $l = 10$ см, $\sigma \sim 10^{-15}$ см².

Решение

$$[M] \ll \frac{1}{\sigma l} = \frac{1}{10^{-15} 10} = 10^{14} \text{ см}^{-3} = \frac{10^{14}}{3.3 \cdot 10^{16}} \text{ Тор} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ Тор} \quad (4.76)$$

Нижний предел измерений подобными датчиками давления обусловлен тем, что при понижении давления ионный ток падает. Физическим пределом является выбивание электронов с коллектора мягкими рентгеновскими квантами, возникающими при торможении электронов на аноде. Типичная величина этого тока равна 10^{-9} А.

Задача 7. Оценить нижний предел давлений, измеряемых ионизационным вакууметром. Принять $l = 10$ см, $\sigma \sim 10^{-15}$ см², ток электронов с катода $i_- = 5$ мА, $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Решение

Предоставляем читателям возможность самостоятельно подумать над этой задачей.

Рекомендуемая литература

1. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика. М.: “Наука. Физматлит.”
2. А.И.Пипко, В.Я Плисковский. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1992.
3. А.И.Пипко, В.Я Плисковский, Б.И.Королев, В.И.Кузнецов. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1981.
4. Вакуумная техника. Справочник. М.: “Машиностроение”, 1992.

4.3 Теоретические основы процесса откачки.

4.3.1 Основные определения вакуумной техники. Проводимость сложного трубопровода.

Мы рассмотрели основные типы насосов и датчиков давления. Обсудим теперь методы количественного расчета скорости откачки. Простейшая вакуумная система представлена на рис.4.5. Она состоит из откачиваемого сосуда (1), датчиков давления (2), крана (3), трубопровода (4) и насоса (5).

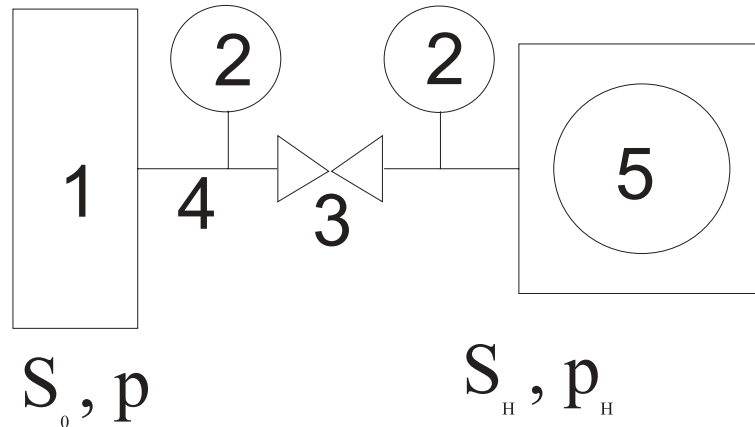


Рис. 4.5: Простейшая вакуумная система.

С началом процесса откачки начинается перемещение газа в сторону насоса. Давление в откачиваемом объеме p понижается. При этом давление p_H на входе в насос еще ниже: $p_H < p$. Разность $p - p_H$ называют движущей разностью давлений. Под быстротой откачки сосуда S_0 понимают объем газа, поступающий за единицу времени из сосуда в трубопровод при давлении p в откачиваемом сосуде:

$$S_0 = \left(\frac{dV}{dt} \right)_p \quad (4.77)$$

В качестве основных параметров насосов в вакуумной технике обычно выделяют предельное остаточное давление, быстроту откачки, производительность, наибольшее давление запуска, наибольшее рабочее давление и наибольшее выпускное давление.

Предельное остаточное давление – это минимальное давление, которое достигается при работе насоса без нагрузки, то есть когда насос не подсоединен к откачиваемому объему. Его величина определяется равновесием между количеством газа, удаляемым насосом, и обратным потоком, возвращающимся из насоса на его собственный вход.

Быстротой откачивающего действия насоса S_H [л/с] (или быстротой действия насоса) при данном впускном давлении p_H назы-

вают объем газа, поступающий в работающий насос в единицу времени:

$$S_H = \frac{dV_H}{dt} \quad (4.78)$$

Поток газа, протекающий за единицу времени через входное сечение насоса, и равный произведению давления газа на его объем в единицу времени, называется производительностью насоса Q_H [$\text{м}^3 \text{ Па/с}$]=[Вт]:

$$Q_H = p_H S_H \quad (4.79)$$

Наибольшим давлением запуска называется максимальное давление во входном сечении насоса, превышение которого ведет к ухудшению его характеристик. Не все насосы способны начинать свою работу с атмосферного давления: для ряда из них необходимо предварительное разрежение (форвакуум).

Наибольшее рабочее давление – то давление, при котором насос может работать в течении длительного времени при сохранении своей быстроты действия.

И, наконец, наибольшее выпускное давление – то давление на выходе насоса, при котором насос еще может осуществлять откачку. Данный параметр очень важен, к примеру, для струйных и турбомолекулярных насосов, у которых при выпускном давлении 10^2 Па и выше может произойти срыв процесса откачки.

Обычно при количественном описании вакуумной системы проводят аналогию вакуумной системы с электрической цепью и вводят понятие сопротивления трубопровода W . Разность давлений уподобляют напряжению, поток – силе тока. Величину

$$U = \frac{1}{W} = \frac{Q}{p - p_H} \quad (4.80)$$

, где $Q = p_H S_H = p S_0$ – поток газа (одинаковый для всех сечений трубопровода), называют проводимостью трубопровода и измеряют в $\text{м}^3/\text{с}$ или в л/с.

Задача 1. Экспериментатор был вынужден соединить последовательно два участка трубопровода: первый – с проводимостью $U_1 = 5$ л/с, второй – с проводимостью $U_2 = 0.5$ л/с. Рассчитать проводимость получившегося трубопровода.

Решение

Перепад давлений на концах первого трубопровода равен $p - p_{12}$, на концах второго – $p_{12} - p_H$. Поток постоянен и равен Q . Тогда

$$p - p_H = (p - p_{12}) + (p_{12} - p_H) = Q(W_1 + W_2) = Q\left(\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2}\right) = Q\frac{1}{U_\Sigma} \quad (4.81)$$

Суммарная проводимость равна

$$U_{\Sigma} = \frac{U_1 U_2}{U_1 + U_2} = \frac{5 \cdot 0.5}{5 + 0.5} = 0.45 \quad (4.82)$$

Таким образом, при составлении трубопроводов всегда следует помнить, что в случае последовательного соединения трубопроводов с разной проводимостью (к примеру, труб разного диаметра) проводимость системы будет определяться “наихудшим” участком трубопровода.

В случае параллельного соединения трубопроводов, очевидно, проводимость должна суммироваться:

$$U_{\Sigma} = U_1 + U_2 \quad (4.83)$$

4.3.2 Основное уравнение вакуумной техники.

Основным уравнением вакуумной системы называют уравнение, связывающее быстроту откачки сосуда S_0 с быстротой действия насоса S_H и проводимостью трубопровода U .

Поток газа на входе в насос равен $Q = p_H S_H$, на выходе из откачиваемого объема – $Q = p S_0$. С другой стороны, поток газа определится через проводимость трубопровода и разность давлений: $Q = (p - p_H)U$. Заменим в последнем уравнении p и p_H их значениями, выраженными через поток и соответствующую быстроту откачки:

$$Q = Q \left(\frac{1}{S_0} - \frac{1}{S_H} \right) U; \quad (4.84)$$

$$\frac{1}{S_0} = \frac{1}{S_H} + \frac{1}{U}; \quad (4.85)$$

$$S_0 = \frac{S_H U}{S_H + U} \quad (4.86)$$

Последнее уравнение и называют основным уравнением вакуумной техники.

Задача 2. Быстрота действия лабораторного форвакуумного насоса составляет 5 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе экспериментатор использует гибкий шланг внутренним диаметром $d = 1$ см и длиной $l = 10$ м. Полагая, что проводимость трубопровода для воздуха можно определить как $U = 1.21 \cdot 10^2 d^3 / l$ м³/с ($[d] = [l] = \text{м}$), определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: проводимостью трубопровода или быстротой откачки насоса. Определить давление p на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} Тор.

Решение

Вычислим проводимость трубопровода:

$$U = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-6}}{10} \approx 10^{-5} \quad (4.87)$$

Быстрота действия насоса равна $S_H = 5 \text{ л/с} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} \gg U$. Это означает, что эффективная быстрота откачки объема будет определяться проводимостью шланга и слабо зависит от быстроты действия насоса.

Найдем давление p . Поскольку

$$U(p - p_H) = p_H S_H, \quad (4.88)$$

для p получим:

$$p = \frac{p_H S_H}{U} + p_H = p_H \left(1 + \frac{S_H}{U}\right) = p_H \left(1 + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}}\right) \approx 5 \text{ Тор}, \quad (4.89)$$

Таким образом, при построении вакуумных систем всегда полезно думать об проводимости их отдельных частей. Рассмотрим противоположный случай:

Задача 3. Быстрота действия лабораторного форвакуумного насоса составляет 1 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе экспериментатор использует гибкий шланг внутренним диаметром $d = 5 \text{ см}$ и длиной $l = 1 \text{ м}$. Полагая, что проводимость трубопровода для воздуха можно определить как $U = 1.21 \cdot 10^2 d^3 / l \text{ м}^3/\text{с}$ ($[d] = [l] = \text{м}$), определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: проводимостью трубопровода или быстротой откачки насоса. Определить давление p на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} Тор .

Решение

Вычислим проводимость трубопровода:

$$U = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \cdot \frac{125 \cdot 10^{-6}}{1} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \quad (4.90)$$

Быстрота действия насоса равна $S_H = 1 \text{ л/с} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} \ll U$. Это означает, что эффективная быстрота откачки объема будет определяться быстротой действия насоса.

Найдем давление p . Поскольку

$$U(p - p_H) = p_H S_H, \quad (4.91)$$

для p получим:

$$p = \frac{p_H S_H}{U} + p_H = p_H \left(1 + \frac{S_H}{U}\right) = p_H \left(1 + \frac{10^{-3}}{1.5 \cdot 10^{-2}}\right) \approx 1.1 \cdot 10^{-2} \text{ Тор}, \quad (4.92)$$

то есть в этом случае перепад давлений на трубопроводе мал.

4.3.3 Критерии определения границ режимов течения газа в трубопроводах.

На самом деле рассмотренные задачи должны решаться с пониманием того, в каком режиме происходит перемещение газа по трубопроводу.

В самом начале процесса откачки при относительно высоких давлениях и скоростях газа наблюдается турбулентный режим течения газа. Его характеризует хаотическое нерегулярное движение взаимодействующих между собой участков газа; при этом в каждой точке вакуумной системы давление, вообще говоря, носит пульсирующий характер.

По мере того, как давление уменьшается, меняется характер течения, образуются параллельно перемещающиеся слои газа и течение становится ламинарным или вязкостным.

Определить, турбулентное или вязкостное течение в трубе можно, оценив число Рейнольдса:

$$Re = \frac{ud}{\eta} = \frac{4m}{\pi k T \eta} \frac{Q}{d} \quad (4.93)$$

Здесь m – масса молекулы ([кг]), T – температура, ([К]), η – динамическая вязкость ([Па·с]), Q – поток газа через трубопровод ([м³ Па/ с]), d – диаметр трубопровода, м.

Переход к турбулентному течению соответствует Re , большому, чем несколько тысяч (условно можно считать, к примеру, 2000).

В процессе откачки система переходит из турбулентного режима в вязкостный, затем, когда длина свободного пробега становится столь велика, что молекулы газа взаимодействуют в основном со стенками трубопровода, а не друг с другом – в молекулярный режим. Принято считать, что режим течения газа молекулярный, если

$$\frac{\lambda}{d} \geq \frac{1}{3} \quad (4.94)$$

или

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{kT}{\sqrt{2}p\sigma} \geq \frac{1}{3} \quad (4.95)$$

Иногда для воздуха данное условие при 298 К записывают как

$$pd \leq 0.02 \text{ Па} \cdot \text{м} \quad (4.96)$$

Режим течения газа по трубопроводу называется молекулярно-вязкостным в пределах

$$5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq \frac{1}{3} \quad (4.97)$$

или, для воздуха при 298 К

$$0.02 \geq pd \geq 1.33 \text{ Па} \cdot \text{м} \quad (4.98)$$

Часто полагают, что рассмотрение турбулентного режима можно опустить. Давайте проверим это утверждение.

Задача 5. Полагая, что типичная быстрота действия форвакуумного насоса равна 5 л/с, понять, возможен ли турбулентный режим течения при откачке им трубопровода диаметром 1 см с азотом от атмосферного давления до 10^{-3} Тор. Вязкость азота $\eta = 17.9 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

Решение

Сосчитаем число Рейнольдса для наших условий:

$$Re = \frac{4m}{\pi k T \eta} \frac{Q}{d} \quad (4.99)$$

Учитывая, что постоянная Больцмана $k = R/N_A$, а $\mu = m/N_A$, получим:

$$Re = \frac{4\mu}{\pi R T \eta} \frac{Q}{d} \quad (4.100)$$

Оценим максимальный поток как

$$Q_{max} = (p_H)_{max} S_H = 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^2 \text{ Па} \cdot \text{м}^3/\text{с} \quad (4.101)$$

Тогда ($R = 8.31$ Дж/(моль К)) для числа Рейнольдса

$$Re = \frac{4 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 298 \cdot 17.9 \cdot 10^{-6}} \frac{500}{10^{-2}} = 3 \cdot 10^5, \quad (4.102)$$

то есть течение турбулентно. Для давления 1 Тор получим $Re \sim 300$, то есть течение вязкостное. При давлении же 10^{-3} Тор длина свободного пробега

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} \approx \frac{1}{10^{-3} \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} \approx 30 \text{ см}, \quad (4.103)$$

то есть режим откачки – молекулярный.

Очевидно, что проводимость трубопровода должна существенным образом зависеть от режима откачки. Рассмотрим данный вопрос более подробно.

4.3.4 Проводимости вакуумных трубопроводов

Течение газа по трубопроводам в турбулентном и вязкостном режимах сопровождается потерями энергии на трение, которые могут быть выражены в виде потери давления:

$$\Delta p = p_1 - p_2, \quad (4.104)$$

где p_1 и p_2 – давления на концах соответствующего участка трубопровода. Эти потери можно выразить через плотность газа ρ и среднюю скорость потока газа $\langle u \rangle = Q/(A \langle p \rangle)$, где “среднее давление” равно $\langle p \rangle = (p_1 + p_2)/2$:

$$\Delta p = \zeta \frac{l}{d} \frac{\rho \langle u \rangle^2}{2}, \quad (4.105)$$

Здесь ζ – коэффициент сопротивления, зависящий от геометрических размеров, формы поперечного сечения трубопровода и числа Рейнольдса $Re = (\rho \langle u \rangle d)/\eta$:

$$\zeta = \frac{C}{Re^m}, \quad (4.106)$$

где C и m – постоянные. К примеру, для турбулентных течений ($2 \cdot 10^3 < Re < 10^5$) принимают $m = 0.25$ и $C = 0,32$ для гладких труб. Для вязкостного течения ($< Re < 2 \cdot 10^3$) $m = 1$, $C = 64$.

Получим выражение для проводимости цилиндра круглого сечения в вязкостном режиме. Как следует из выражений (4.104–4.106),

$$\Delta p = \frac{C}{Re^m} \frac{l}{d} \frac{\rho \langle u \rangle^2}{2} = \frac{64 \cdot l}{Re \cdot d} \frac{\rho \langle u \rangle^2}{2} = \frac{64 \cdot l \eta}{\rho \langle u \rangle d^2} \frac{\rho \langle u \rangle^2}{2} \quad (4.107)$$

С другой стороны, поток через трубопровод определяется проводимостью U и разностью давлений δp :

$$Q = \langle p \rangle \langle u \rangle A = \Delta p U \quad (4.108)$$

Здесь $A = \pi d^2/4$ – площадь поперечного сечения трубопровода. Из (4.107, 4.108) следует выражение для проводимости:

$$U_B = \frac{Q}{\Delta p} = \frac{\langle p \rangle \langle u \rangle A}{\Delta p} = \frac{\langle p \rangle \langle u \rangle \pi d^2 \rho \langle u \rangle d^2 \cdot 2}{4 \cdot 64 l \eta \rho \langle u \rangle^2}; \quad (4.109)$$

$$U = \frac{\pi d^4}{128 l \eta} \langle p \rangle = \frac{\pi d^4}{128 l \eta} \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (4.110)$$

Таким образом, мы получили выражение для проводимости длинного цилиндрического трубопровода в вязкостном режиме течения газа.

Это выражение можно переписать через длину свободного пробега при давлении 1 Па (обозначим ее λ_1):

$$U_B = 2.82 \frac{d^4}{\lambda_1 l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (4.111)$$

Или, для воздуха при 293 К:

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (4.112)$$

Для турбулентного течения газа по цилиндрическому трубопроводу аналогичные выкладки приведут к следующему выражению (ρ_1 – плотность газа при давлении 1 Па):

$$U_T = \frac{1.52}{\rho_1^{3/7} \eta^{1/7}} \frac{d^{19/7}}{l^{4/7}} \frac{(p_1 + p_2)^{4/7}}{(p_1 - p_2)^{3/7}} \quad (4.113)$$

Или, через длину свободного пробега,

$$U_T = \frac{1.57}{\lambda_1^{1/7}} \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \frac{d^{19/7}}{l^{4/7}} \frac{(p_1 + p_2)^{4/7}}{(p_1 - p_2)^{3/7}} \quad (4.114)$$

Следует иметь в виду, что вязкостный режим течения газа устанавливается на расстоянии 15-20 диаметров, и в случае более коротких трубопроводов необходимо введение некоторого поправочного коэффициента, учитывающего неустановившийся режим течения.

Для предельно короткого трубопровода – отверстия с перепадом давлений $p - p_c$ и для вязкостного, и для турбулентного течений проводимость равна

$$U_B = U_T = \frac{A}{1 - p/p_c} \sqrt{\frac{RT}{\mu} \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{p_c}\right)^{2/\gamma} \left[1 - \left(\frac{p}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (4.115)$$

В случае молекулярного течения газа проводимость длинного цилиндрического трубопровода длиной l и диаметром d равна

$$U_M = 38.1 \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (4.116)$$

Для воздуха при температуре 293 К:

$$U_M = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} \quad (4.117)$$

Проводимость отверстия в молекулярном режиме равна

$$U_M = 36.4A \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (4.118)$$

Проводимость короткого трубопровода можно сосчитать, эффективно учитывая проводимость отверстия:

$$\frac{1}{U_\Sigma} = \frac{1}{U} + \frac{1}{U_{OTB}} \quad (4.119)$$

Полный переход от вязкостного течения газа к молекулярному занимает интервал давлений в два порядка величины: 5 ·

$10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq \frac{1}{3}$. В области молекулярно-вязкостного режима течения газа полагают, что проводимость участка трубопровода равна сумме проводимостей в вязкостном и молекулярном режиме с учетом поправочного коэффициента K :

$$U_{M-B} = U_B + KU_M \quad (4.120)$$

Поправочный коэффициент равен

$$K = \frac{1 + \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}} \frac{p_1 + p_2}{2}}{1 + 1.24 \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}} \frac{p_1 + p_2}{2}} \quad (4.121)$$

4.3.5 Время откачки газа в трубопроводе.

Расчет длительности откачки обычно проводят в предположении квазистационарности течения газа. Квазистационарным течением газа называют такое течение, при котором

1. разность давлений на концах трубопровода мала по сравнению со средним давлением в нем,
2. объем трубопровода значительно меньше объема откачиваемого сосуда,
3. в трубопроводе в каждый момент времени существует только один режим течения газа.

За время dt из сосуда объемом V удаляется количество газа, равное $S_0 p dt$, и натекает некоторое количество газа $Q'_\Sigma dt$. Изменение количества газа в сосуде за время dt (считаем, что температура газа в откачиваемом объеме постоянна и равна температуре стенок сосуда T) равно $V dp$. Составим уравнение баланса:

$$V dp = Q'_\Sigma dt - S_0 p dt \quad (4.122)$$

$$dt = \frac{V dp}{Q'_\Sigma - S_0 p} \quad (4.123)$$

После интегрирования с учетом начальных условий и в предположении, что натекание и быстрота откачки постоянны, получим, что время откачки от давления p до давления p_0 равно:

$$t = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0 - Q'_\Sigma/S_0}{p - Q'_\Sigma/S_0} \quad (4.124)$$

При решении задач на скорость откачки системы система всегда разбивается на несколько подинтервалов по режимам откачки, после чего по формуле (4.124) рассчитываются времена откачки для каждого из режимов и находится суммарное время откачки.

Задача 6. Рассчитать время откачки воздуха из вакуумного объема $V = 3$ л от атмосферного давления до $5 \cdot 10^{-3}$ Торр через цилиндрический трубопровод длиной $l = 3$ м и диаметром $d = 3$ см, если суммарное газовыделение со стенок разрядной камеры постоянно и равно $Q' = 2.43 \cdot 10^{-4}$ м³·Па/с. Вязкость воздуха $\eta = 18 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

Решение

Определим границы режимов течения газа в трубопроводе. Прежде всего сосчитаем давление, при котором число Рейнольдса равно 2000.

$$Re = \frac{4\mu}{\pi RT\eta} \frac{Q}{d} = \frac{4\mu}{\pi RT\eta} \frac{pS_0}{d}; \quad (4.125)$$

$$p = Re \frac{\pi RT\eta}{4\mu} \frac{d}{S_0} \quad (4.126)$$

Вместо S_0 используем типичную для форвакуумных лабораторных насосов величину 1 л/с. Тогда

$$p = Re \frac{\pi RT\eta}{4\mu} \frac{d}{S_0}; \quad (4.127)$$

$$p = 2000 \frac{3.14 \cdot 8.31 \cdot 300 \cdot 18 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} \frac{0.03}{10^{-3}} \approx 7.5 \cdot 10^4 \approx 10^5 \text{ Па} \quad (4.128)$$

Пренебрежем турбулентным участком откачки и найдем диапазон давлений вязкостного, молекулярно-вязкостного и молекулярного режимов:

$$5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq \frac{1}{3} \quad (4.129)$$

Или, принимая выражение для воздуха при 298 К:

$$0.02/d \geq p \geq 1.33/d \text{ Па}; \quad d = 0.03 \text{ м} \quad (4.130)$$

$$0.67 \geq p \geq 4.4 \text{ Па} \quad (4.131)$$

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ Тор} \geq p \geq 3 \cdot 10^{-2} \text{ Тор} \quad (4.132)$$

Считаем время откачки в вязкостном режиме. Проводимость трубопровода равна

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} p \approx 1.36 \cdot 10^3 \frac{0.03^4}{3} \frac{10^5 + 4.4}{2}; \quad (4.133)$$

$$U_B \approx \frac{1.36 \cdot 10^3 \cdot 81 \cdot 10^{-8} \cdot 10^5}{3 \cdot 2} \approx 18 \gg S_H \quad (4.134)$$

Тогда время откачки (в пренебрежении натеканием)

$$t_1 = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0}{p} = \frac{3}{1} \ln \frac{10^5}{4.4} \approx 30 \quad (4.135)$$

Следующий этап откачки – от 4.4 до 0.67 Па – молекулярно-вязкостный.

Рассчитаем проводимость трубопровода на этом этапе. Поправочный коэффициент равен $((p_1))$:

$$\xi = \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}}; \quad (4.136)$$

$$\xi = \frac{0.03}{18 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{28 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 300}} \approx 5.5 \quad (4.137)$$

$$K = \frac{1 + \xi \frac{p_1 + p_2}{2}}{1 + 1.24 \xi \frac{p_1 + p_2}{2}}; \quad (4.138)$$

$$\frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{0.7 + 4.4}{2} \approx 2.5; \quad \xi \frac{p_1 + p_2}{2} = 5.5 \cdot 2.5 \approx 13.7 \quad (4.139)$$

$$K = \frac{1 + 13.7}{1 + 1.24 \cdot 13.7} \approx 0.8 \quad (4.140)$$

Проводимость трубопровода в вязкостно-молекулярном режиме тогда равна

$$U_{M-B} = U_B + 0.8U_M \quad (4.141)$$

$$U_M = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \frac{(0.03)^3}{3} \approx 10^{-3} \quad (4.142)$$

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} p \approx 1.36 \cdot 10^3 \frac{0.03^4}{3} \cdot 2.5 \approx 10^{-3} \quad (4.143)$$

$$U_{M-B} \approx 1.8U_M \approx 1.8 \cdot 10^{-3} \quad (4.144)$$

Эффективная быстрота откачки

$$S_0 = \frac{S_H U}{S_H + U} = 10^{-3} \cdot \frac{1.8}{2.8} \approx 6 \cdot 10^{-4} \quad (4.145)$$

Время откачки (с учетом натекания)

$$t = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0 - Q'_\Sigma / S_0}{p - Q'_\Sigma / S_0} = \frac{3}{0.6} \ln \frac{4.4 - \frac{2.43 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}}}{0.7 - \frac{2.43}{6}} \approx 13 \quad (4.146)$$

Суммарное время откачки составляет 30+13=43 с.

Таким образом, мы рассмотрели методы откачки газа, различные типы насосов и приборов, контролирующих давление в системе. Были рассмотрены физические основы процесса откачки и методы расчета вакуумных систем.

Рекомендуемая литература

1. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика. М.: “Наука. Физматлит.”
2. А.И.Пипко, В.Я Плисковский. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1992.
3. А.И.Пипко, В.Я Плисковский, Б.И.Королев, В.И.Кузнецов. Основы вакуумной техники. М.: “Энергоатомиздат”, 1981.
4. Вакуумная техника. Справочник. М.: “Машиностроение”, 1992.

4.3.6 Контрольные вопросы к теме

1. Какова зависимость коэффициента теплопроводности от давления газа?
2. До какого давления необходимо откачать воздух из баллона для алюминирования его поверхности, если распыляемый алюминий расположен на расстоянии 50 мм от наиболее удаленной точки поверхности баллона?
3. Определить режим течения газа по трубопроводу диаметром 2 см, если давление в текущей точке составляет 10^{-3} Тор.
4. Какие типы насосов обеспечивают безмасляную откачку?
5. Чем ограничиваются верхний и нижний пределы давлений, измеряемых тепловым вакууметром?
6. Откачиваемый объем соединялся с насосом трубкой диаметром 5 см и длиной 2 м. Экспериментатор решил передвинуть откачиваемый объем подальше от насоса и нарастил трубопровод трубой той же длины, но диаметром 1 см. Как изменится проводимость трубопровода?
7. Экспериментатор измеряет тепловым манометром одно и то же давление газа при комнатной температуре и при температуре 100°C . Будут ли отличаться показания прибора и почему?
8. Почему ионизационными манометрами не пользуются при атмосферном давлении?
9. Как изменяется с давлением длина свободного пробега (температуру газа считать фиксированной)?