

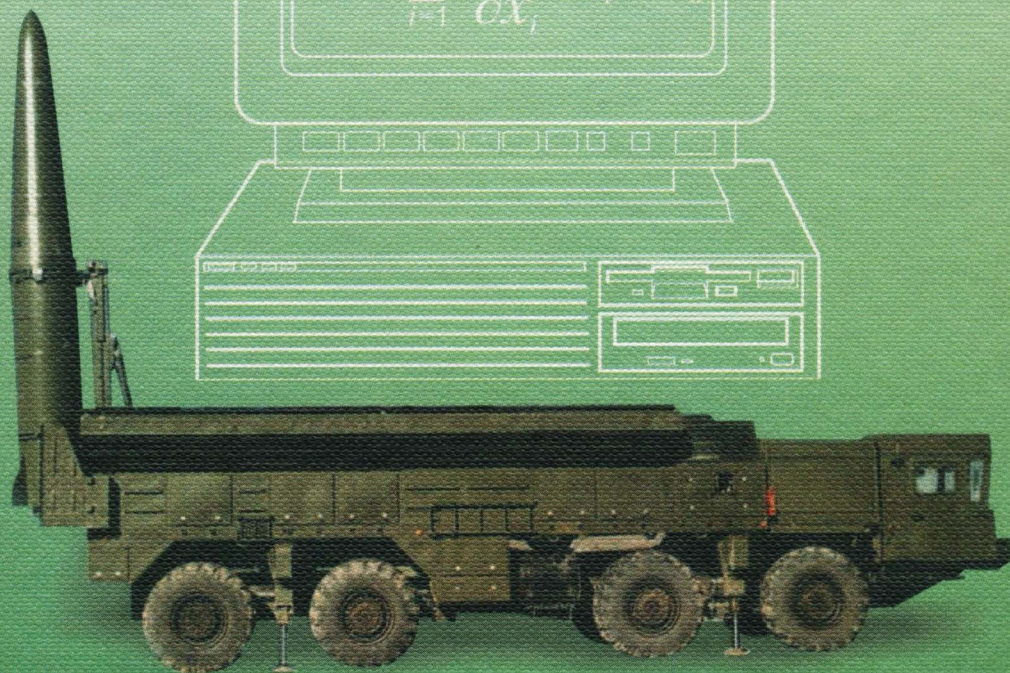


Центральный
научно-исследовательский институт
автоматики и гидравлики

Основы теории систем управления

ВЫСОКОТОЧНЫХ ракетных комплексов Сухопутных войск

$$\Delta L = \sum_{i=1}^I \frac{\partial L}{\partial x_i} \Delta x_i + R_0$$



ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ВЫСОКОТОЧНЫХ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК

Под редакцией В.Л. Солунина

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2001

УДК 623
ББК 34.4
О-75

Авторы:

Б.Г. Гурский, М.А. Лющанов, Э.П. Спирин, А.Ф. Ескин, А.В. Зимин,
С.А. Ковальчук, В.А. Павельев, В.Д. Свечарник, В.Л. Солунин,
Я.А. Трубкин

О-75 Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск / Б.Г. Гурский, М.А. Лющанов, Э.П. Спирин; Под ред. В.Л. Солунина. —М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. —328 с., ил.

ISBN 5-7038-1824-9

В книге изложены теоретические основы систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск. Основное внимание уделено математическим основам исследования управляемого полета ракет, методам автономного управления и стабилизации. Рассмотрены вопросы коррекции, а также методы оценивания траекторий и точности стрельбы для ракет Сухопутных войск. Представлены основы информационного обеспечения систем управления высокоточных ракетных комплексов, а также описаны теоретические вопросы создания автоматизированной системы управления ракетных комплексов, в частности информационное и программное обеспечение АСУ.

Для инженеров, научных сотрудников, специализирующихся в области создания систем управления; может быть полезна студентам технических вузов и слушателям военных институтов и училищ.

УДК 623
ББК 34.4

ISBN 5-7038-1824-9

© ЦНИИАГ, 2001
© Издательство МГТУ
им. Н.Э. Баумана, 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ПОЛЕТА РАКЕТ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК	11
1.1. Ракеты Сухопутных войск как объекты управления	11
1.1.1. Формализованные модели ракет	11
1.1.2. Особенности ракет СВ как динамических систем	13
1.2. Основы баллистического обеспечения управляемого полета	17
1.2.1. Общие сведения о системах координат	17
1.2.2. Модели фигуры и гравитационного поля Земли	20
1.2.3. Модели атмосферы Земли	24
1.2.4. Силы и моменты, действующие на ракету в полете	28
1.3. Математические модели движения ракет	33
1.3.1. Формализованные модели движения управляемых ракет	33
1.3.2. Система уравнений пространственного движения ракет СВ в координатной форме	40
1.4. Траектории ракет Сухопутных войск	42
2. МЕТОДЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК	48
2.1. Современное состояние проблемы разработки методов управления и стабилизации	48
2.1.1. Анализ фундаментальных исследований	48
2.1.2. Основные методы автономного инерциального управления	50
2.1.3. Современное состояние проблемы разработки методов стабилизации	56
2.2. Программные методы управления	60
2.2.1. Математическая постановка задач разработки методов программного управления и пути их решения	60

2.2.2. Характеристика способов формирования номинальной попадающей траектории	65
2.2.3. Особенности выбора вида программных траекторий для ракет СВ	67
2.2.4. Итерационные методы формирования программных траекторий	70
2.2.5. Формирование оптимальных номинальных попадающих траекторий	87
2.2.6. Синтез программ углового движения	92
2.2.7. Управление движением центра масс	97
2.2.8. Управление выключением тяги твердотопливной двигательной установки	101
2.3. Программно-терминальные методы управления	104
2.3.1. Общая характеристика программно-терминальных методов управления	104
2.3.2. Синтез программ управления на основе выбранных функциональных зависимостей	108
2.3.3. Синтез программно-терминального управления движением центра масс без отсечки тяги ТДУ	114
2.3.4. Итерационное терминальное управление боковым движением	118
2.3.5. Управление выключением тяги ТДУ на основе прогнозирования точки падения	119
2.4. Методы стабилизации движения ракет	126
3. КОРРЕКЦИЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ	131
3.1. Коррекция по информации от систем наведения	131
3.2. Коррекция от спутниковой навигационной системы	138
3.2.1. Возможность решения навигационной задачи по информации от спутниковой навигационной системы	138
3.2.2. Анализ алгоритмов определения навигационных параметров с помощью СНС	140
3.2.3. Комплексная обработка измерений инерциальной и спутниковой навигационных систем	144
3.3. Коррекция программного движения	147
3.3.1. Постановка задачи коррекции. Виды коррекции	147
3.3.2. Адаптивная коррекция программ управления в полете	151
3.3.3. Параметрическая коррекция программ управления	154
3.3.4. Коррекция управляющих функций	159
3.3.5. Коррекция программы управления боковым движением	167

4. МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ РАКЕТ	172
4.1. Постановка задачи	172
4.2. Применение методов оптимальной фильтрации для оценивания траекторий	173
4.2.1. Общая структура фильтра	173
4.2.2. Выбор модели движения и модели измерений	176
4.2.3. Методы интегрирования для реализации ОФК	180
4.2.4. Анализ реализации многомерного ОФК для оценивания траектории	184
4.2.5. Алгоритм главных обратных связей. Сравнительный анализ фильтров различной размерности	187
4.3. Оценивание траекторий на базе МНК по скользящей выборке конечной длины	189
4.3.1. Геометрическая задача оценивания траекторий	189
4.3.2. Фильтрация наклонной координаты. Синтез оптимального фильтра	194
4.3.3. Идентификация баллистического параметра. Фильтрация наклонной скорости	199
4.3.4. Рекуррентная модификация алгоритма	201
4.3.5. Аналитический способ определения временных характеристик траектории	206
4.3.6. Оценивание траекторий ракет, управляемых по однокоординатному методу	209
4.4. Динамические характеристики алгоритма фильтрации— экстраполяции траектории	212
4.5. Возможные подходы к оцениванию траекторий маневрирующих объектов	222
5. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СТРЕЛЬБЫ РАКЕТАМИ	230
5.1. Рассеивание ракет Сухопутных войск и его количественные характеристики	230
5.2. Составляющие рассеивания и причины их возникновения	234
5.3. Методы определения составляющих рассеивания на ЭВМ	237
5.4. Методические ошибки управления	240
5.4.1. Причины, вызывающие методические ошибки	240
5.4.2. Составляющая методической ошибки из-за упрощений навигационной задачи	241
5.4.3. Методические ошибки управления выключением тяги твердотопливной ДУ. Методические ошибки в боковом направлении из-за упрощения алгоритмов управления	244

5.5. Инструментальная составляющая рассеивания	246
5.5.1. Типовой приборный состав инерциальной СУ	246
5.5.2. Математическая модель инструментальных ошибок приборов инерциальных систем управления, построенных на базе ГСП	247
5.5.3. Особенности математической модели инструментальных погрешностей приборов бесплатформенных инерциальных систем управления	250
5.6. Определение рассеивания ракет по результатам натурных испытаний	252
5.6.1. Основные сведения из теории оценок и проверки статистических гипотез	252
5.6.2. Методы проверки нормальности распределений	263
5.6.3. Выделение аномальных измерений	263
5.6.4. Подтверждение требований к вероятности выполнения задачи	266
6. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫСОКОТОЧНЫХ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК	271
6.1. Структура системы информационного обеспечения высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск	271
6.2. Аппаратные и программные средства системы информационного обеспечения	277
6.3. Системы наведения как объект информационного обеспечения высокоточных ракет Сухопутных войск	279
6.4. Эталонная информация для систем наведения высокоточных ракет	282
6.5. Целеуказание для высокоточных ракетных комплексов	285
6.6. Подготовка полетного задания для автономных систем	288
6.6.1. Состав исходных данных и полетного задания	288
6.6.2. Основные принципы и методы подготовки полетного задания	289
6.6.3. Общая схема решения задачи подготовки ПЗ и состав основных алгоритмов	291
7. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК	293
7.1 Структура автоматизированных систем управления	293
7.2. Информационное обеспечение АСУ	295
7.2.1. Протоколы организации информационно-технической совместимости	295
7.2.2. Информационно-лингвистическое обеспечение (ИЛО)	299
7.2.3. Структура и организация базы данных	302

7.3. Структура и организация программного обеспечения АСУ	307
7.3.1. Наименование и краткая характеристика задач, решаемых КШМ в составе АСУ	307
7.3.2. Структура программного обеспечения	308
7.3.3. Актуальные проблемы создания компонент ОСПО АСУ	311
Послесловие	322
Список литературы	323

ПРЕДИСЛОВИЕ

Высокоточное ракетное оружие, обеспечивающее, независимо от дальности стрельбы, эффективное поражение целей зарядами обычного снаряжения, является значительным достижением в области создания вооружений, в том числе современных ракетных комплексов (РК) Сухопутных войск (СВ).

Основой систем управления высокоточными ракетными комплексами являются инерциальные системы управления (СУ) ракетами, обладающие полной автономностью и высокой помехозащищенностью. Это обуславливает ряд неоспоримых преимуществ, особенно в условиях непрерывного совершенствования средств противодействия. Однако автономным инерциальным системам присущи недостатки, одними из которых являются возрастание со временем ошибок определения координат ракеты и невозможность компенсировать ошибки определения координат цели. Поэтому для высокоточных РК автономные системы управления комплексируют с системами наведения или приемной аппаратурой спутниковой навигационной системы. Такие системы функционируют как в режиме коррекции инерциальной СУ, так и в режиме наведения на конечном участке полета. Решение задач управления ракетой при помощи этих систем неразрывно связано со специальным информационным обеспечением управляемого полета, включающим не только автоматизированные способы определения исходной информации для пуска ракет, но и методы передачи этой информации по каналам связи до пусковой установки.

Разработка современных систем управления высокоточными ракетами стала возможной благодаря развитию многих фундаментальных и прикладных наук, таких, как теория полета ракет, теория управления движением, теория автоматического регулирования, теория инерциальной навигации, теория информации и другие. К теоретическим основам систем управления ракетами СВ можно отнести решение следующих основополагающих задач: определение проектных баллистических характеристик движения ракет; расчет траекторий ракет; исследование вопросов управляемости и стабилизации; оценка точности стрельбы и определение требований к приборам СУ; разработка правил и приемов прицеливания ракет; формирование методов управления движением центра масс, стабилизации и методов наведения ракет; оценка параметров движения ракет по результатам навигационных измерений во время испытаний.

Отдельно следует отметить вопросы разработки теоретических основ информационного обеспечения и автоматизированного управления для высокоточных ракетных комплексов.

Одной из особенностей развития теории и прикладных исследований является возникновение в какой-то момент времени необходимости и возможности обобщить результаты решения разнородных задач на базе единого подхода. В настоящее время это характерно для достаточно широкого круга проблем управления движением высокоточных ракет СВ. Возможность использования единой методологии позволяет установить особенности отдельных задач, взаимно обогатить исследования, а также уменьшить влияние эвристического подхода при разработке систем управления.

Предлагаемая книга является попыткой обобщить многолетний опыт авторов по созданию систем управления ракетами СВ и на этой основе систематизировать изложение общих вопросов теории систем управления высокоточными ракетными комплексами СВ.

Представленный в книге материал разделен на семь глав.

В первой главе дана характеристика ракет СВ как объектов управления; предложена формализация ракет этого класса. Рассмотрены основы баллистического обеспечения, включая анализ сил и моментов, действующих на ракету в полете. Разработаны формализованные математические модели движения ракет, удобные для проведения исследований. Дан анализ видов траекторий, применяемых при исследовании и разработке методов управления и стабилизации, а также при подготовке исходных данных для пусков ракет.

Вторая глава посвящена вопросам анализа методов автономного управления и стабилизации ракет СВ, а также синтезу основных алгоритмов и законов управления, реализующих рассмотренные методы. Дан анализ современного состояния проблемы разработки методов управления и стабилизации. Рассмотрены особенности реализации программных методов управления ракетами СВ, включая такой важный вопрос, как формирование программных траекторий на основе разработанных итерационных способов. Предложены методы решения задач программно-терминального управления, широко применяемых в системах управления ракетами СВ и дана характеристика особенностей синтеза методов стабилизации ракет СВ.

Третья глава посвящена вопросам коррекции автономных инерциальных СУ. Рассмотрены особенности коррекции по информации от систем наведения, а также основные теоретические вопросы, возникающие при создании СУ ракет на базе автономной инерциальной системы с системой спутниковой навигации. В главе описаны виды коррекции программ управления для твердотопливных ракет СВ, предложены алгоритмы коррекции программ управления.

В четвертой главе рассмотрены задачи оценки траекторий ракет по данным измерений при натурных испытаниях ракетного комплекса. Применительно к траекториям ракет СВ исследованы алгоритмы фильтрации.

Пятая глава посвящена вопросам оценки рассеивания ракет СВ как на этапе проектирования СУ, так и при испытаниях ракет. Для типового приборного

состава инерциальной СУ дан анализ составляющих рассеивания и рассмотрены методы их оценки. В главе систематизированы методы обработки данных натурных испытаний для оценки статистических характеристик рассеивания.

В шестой главе рассмотрено информационное обеспечение систем управления высокоточными ракетными комплексами. Дан анализ структуры аппаратных и программных средств системы информационного обеспечения. Показаны особенности определения целеуказания для высокоточных ракет СВ и формирования эталонной информации для систем наведения. Рассмотрены способы подготовки полетного задания для автономных систем управления.

Седьмая глава посвящена теоретическим вопросам разработки автоматизированных систем управления ракетными комплексами СВ, составной частью которых являются системы передачи информации для высокоточных ракет. Основное внимание уделено анализу типовой структуры системы, ее информационному и программному обеспечению.

Данная книга предназначена для широкого круга специалистов, занимающихся исследованием, проектированием и эксплуатацией систем управления высокоточных ракетных комплексов.

В книге использованы материалы Вуколова Ю.Н., Кискина А.Н., Козлова В.С., Москаевой Е.С., Огурцова С.В., Свободина А.М., Теслера М.Э.

Авторы с благодарностью примут все замечания читателей, которые просят направлять по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ПОЛЕТА РАКЕТ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК

1.1. Ракеты Сухопутных войск как объекты управления

1.1.1. Формализованные модели ракет

В настоящее время известно большое количество разработанных и проектируемых ракет СВ как зарубежных, так и отечественных [1]. Ракеты имеют различные конструктивное исполнение, схемы действия и типы траекторий. В классе ракет СВ трудно создать единый образец для стрельбы во всем диапазоне дальностей. Это не только трудно выполнимо технически, но и невыгодно экономически. Поэтому необходимо создание нескольких образцов ракет для стрельбы в различных диапазонах дальностей.

При проектировании СУ учитываются конкретные характеристики и параметры ракеты. Однако использование конкретных данных становится неудобным при рассмотрении теоретических вопросов наведения и управления ракетой, при разработке математических методов оптимизации параметров и законов управления. Многообразие конструктивных решений и схем действия лишь затрудняет теоретические разработки, не внося в них ничего нового. Поэтому разработаны формализованные модели ракет СВ, которые являются типовыми для ракет данного класса и обладают всеми характерными особенностями.

Процесс создания формализованных моделей ракет СВ включает выбор признаков, по которым проводится формализация, анализ статистических данных по ракетам СВ в соответствии с признаками и синтез формализованных моделей.

При разработке формализованных моделей учитываются, как правило, наиболее характерные конструктивные особенности ракет. К ним, прежде всего, можно отнести тип двигательной установки (ДУ); тип органов управления (ОУ); схему действия ракеты на траектории.

Первые два признака не нуждаются в комментариях. Современные ракеты — это одноступенчатые ракеты с двигателем на твердом топливе. Применение для ракет СВ жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) полностью не потеряло актуальность. ЖРД чаще всего рассматривается как дополнительный двигатель, работающий на отдельных участках траектории. В качестве органов управления рассматриваются аэродинамические и газовые рули, поворотные сопла, дефлекторы. Наиболее существенным отличительным признаком является схема действия ракеты на траектории, под которой понимают типовые

и нетипичные операции, протекающие во время полета, связанные с формированием траектории, нестационарными процессами работы ДУ, функционированием блоков и агрегатов ракеты. Такими операциями являются, например, обнуление тяги ДУ, отделение головной части (ГЧ), управление ракетой в разреженных слоях атмосферы, маневрирование в целях преодоления противоракетной обороны (ПРО) и т.д.

В табл. 1.1 приведен анализ статистических данных по отечественным и зарубежным ракетам. В результате можно выделить три формализованные модели ракет СВ, охватывающих по своим существенным характеристикам все множество ракет данного класса:

1. РСВ-1: одноступенчатая ракета с однорежимной ДУ на твердом топливе без обнуления тяги; ракета управляется на всей траектории в плотных и разреженных слоях атмосферы с помощью аэродинамических и газовых (на начальном участке) рулей, имеет неотделяемую ГЧ.

2. РСВ-2: одноступенчатая ракета с ДУ на твердом топливе и системой обнуления тяги, управляется на активном участке траектории (АУТ), имеет отделяемую ГЧ, аэродинамические (АР) и газовые (ГР) рули.

Таблица 1.1

Характеристика	Тип ракеты										
	РСВ-1					РСВ-2				РСВ-3	
	"Ланс"	"Плутон"	"Атакмс"	"Точка"	"Искандер-Э"	8К14	"Ока"	"Ока-У"	"Першинг"	"Першинг-2"	"Волга"
Количество ступеней	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
Тип ДУ:											
жидкостная	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-
твердо-топливная	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
Тип ОУ:											
АР	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ГР	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Схема действия:											
управление на АУТ	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
управление на ВВПУТ	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	+
управление на НВПУТ	+	+	+	+	+	-	-	+	-	+	+
Ориентация ГЧ	-	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+
Управляемый модуль	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+	+
Неотделяемая ГЧ	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-
Обнуление ДУ	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
Отделяемая ГЧ	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
Наличие пауз в работе ДУ	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+

3. РСВ-3: двухступенчатая ракета с ДУ на твердом топливе с паузой между работой ДУ 1-й и 2-й ступеней; управляется на АУТ, восходящей и нисходящей ветвях пассивного участка траекторий ВВПУТ и НВПУТ соответственно; ДУ 2-й ступени с отсечкой тяги и отделяемым управляемым модулем; ракета имеет аэро- и газодинамические органы управления.

Необходимо отметить, что модель РСВ-3 применяется для исследований достаточно редко, поскольку ощутимый выигрыш в массе ракеты с увеличением числа ступеней достигается только при больших дальностях полета.

Возможно и дальнейшее разбиение моделей РСВ-1,2,3 на подклассы, однако практически все задачи исследования вопросов управления и проектирования СУ для таких ракет решаются с применением выше рассмотренных моделей.

1.1.2. Особенности ракет СВ как динамических систем

Ракеты Сухопутных войск вместе с системами управления образуют замкнутые динамические системы, процессы в которых описываются сложной системой дифференциальных уравнений.

Традиционным для ракет является разделение их движения на следующие составляющие: 1) движение центра масс; 2) движение вокруг центра масс; 3) упругие колебания корпуса.

При разработке и исследовании метода управления в первом приближении рассматривается движение центра масс как абсолютно твердого тела. Взаимодействие изгибных колебаний корпуса ракеты с колебаниями в системе управления учитывается при разработке автомата стабилизации, который служит для уточнения метода управления в последующих приближениях, а также при исследовании точности стрельбы.

Движение центра масс ракет СВ является неустановившимся, причем как параметры ракеты, так и ее движение существенно изменяются в течение полета и зависят от секундного расхода топлива твердотопливной ДУ (ТДУ) и перемещения ракеты с переменной скоростью в атмосфере, плотность которой с высотой резко падает. От переменного расхода топлива зависят такие характеристики ракеты, как ее масса, моменты инерции, положение центра тяжести. Специфический характер изменения величины скоростного напора зависит от таких параметров траектории, как высота и скорость ракеты. На рис. 1.1—1.3 приведены зависимости от времени высоты полета (H), скорости полета (v) и скоростного напора (q) для РСВ-1,2,3 при стрельбе на максимальную дальность.

В зависимости от скорости (числа M), высоты и углов атаки изменяются аэродинамические характеристики ракеты, такие, как коэффициенты аэродинамической силы (C_x , C_n), положение центра давления ($\bar{x}_d$). Для режима пониженной тяги РСВ-1,2 и при обнулении тяги ДУ возникает резкое изменение не только величины тяги, но и осевой перегрузки (n_x). Графики изменения во времени осевой перегрузки на АУТ для РСВ-1,2 приведены на рис. 1.4.

Для ракет типа РСВ-3 имеет место как непрерывный, так и скачкообразный характер изменения параметров ракеты и движения, связанный с отделением ступеней и началом работы ТДУ следующей ступени. На рис. 1.5 приведены графики изменения во времени массы, моментов инерции, положения центра тяжести и осевой перегрузки для РСВ-3.

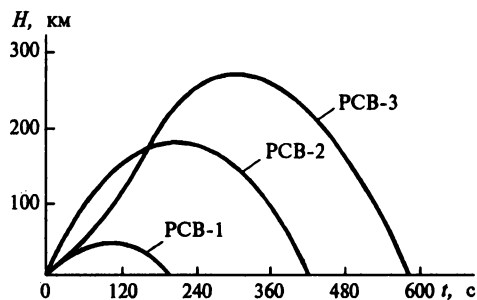


Рис. 1.1

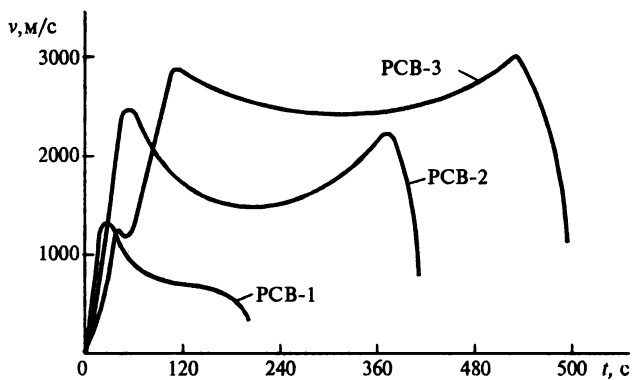


Рис. 1.2

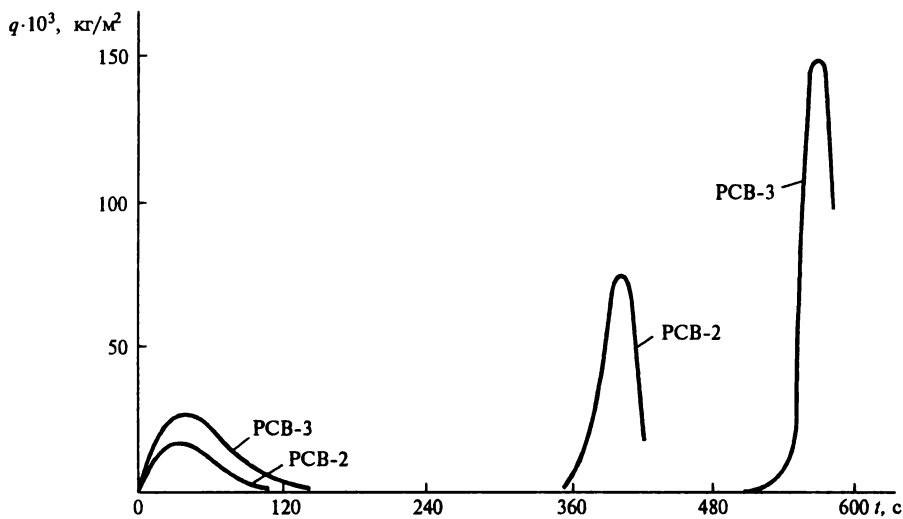


Рис. 1.3

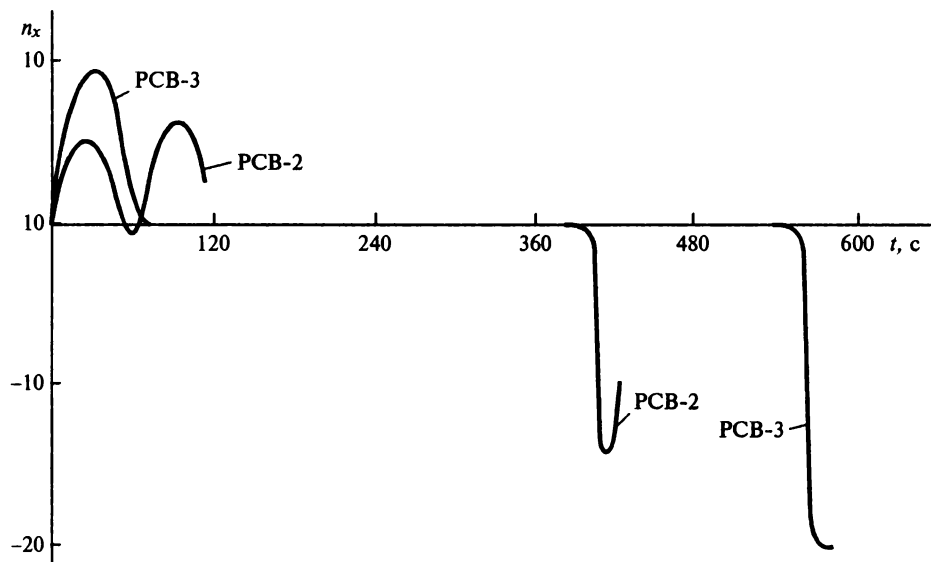


Рис. 1.4

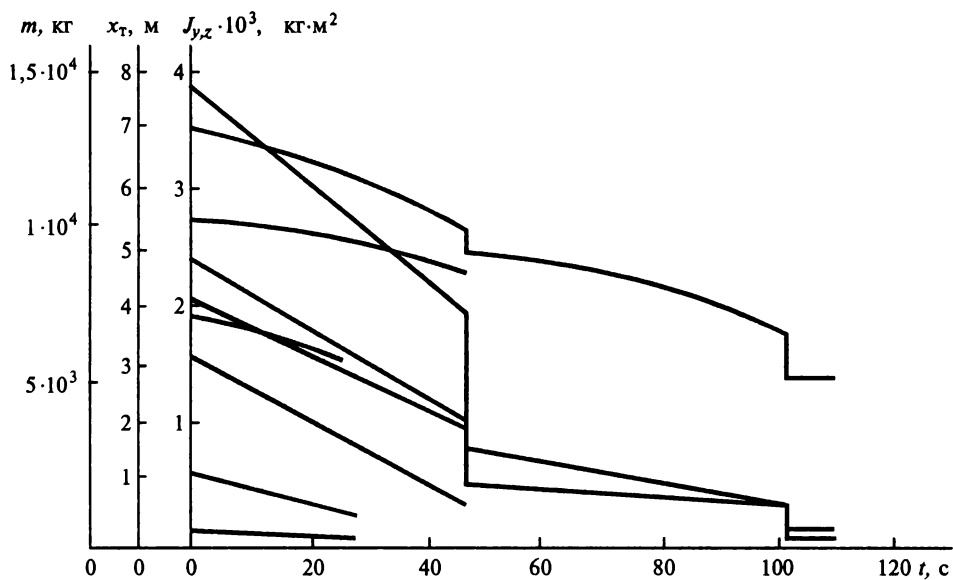


Рис. 1.5

Скачкообразные изменения параметров ракеты и движения могут быть связаны с отделением не только ступеней, но и других элементов конструкции ракеты, сбрасываемых после входа ГЧ в плотные слои атмосферы. Эти изменения параметров ракеты и движения оказывают существенное влияние на динамические свойства ракеты как объекта управления, например, эффективность органов управления, реакцию ракеты на отклонение органов управления и т.д.

Система дифференциальных уравнений, достаточно полно описывающая полет управляемой РСВ, имеет высокий порядок и является сугубо нелинейной стохастической системой уравнений.

Движение ракеты как абсолютно твердого тела характеризуется шестью степенями свободы и описывается соответственно системой дифференциальных уравнений 12-го порядка. Если учитывать упругие колебания ракеты, то число степеней свободы значительно увеличивается. Однако при разработке и исследовании методов управления, расчете траекторий используют, как правило, системы дифференциальных уравнений не выше шестого порядка.

Нелинейность системы дифференциальных уравнений обусловлена наличием таких зависимостей, как аэродинамические силы и моменты от параметров движения, ограничений на отклонения органов управления, характеристик элементов СУ.

Стохастический характер системы дифференциальных уравнений обусловлен воздействием на ракету в полете многочисленных случайных возмущений. Действующая в полете совокупность возмущений обусловлена целым рядом причин: технологическими погрешностями изготовления ракеты, двигательной установки, рулевых органов, определяющимися отклонениями массы, геометрических характеристик; отклонением аэродинамических показателей ракеты и ГЧ от номинальных; отклонением энергетических характеристик топлива ДУ от номинальных; отклонением параметров атмосферы от стандартной и ветром.

В зависимости от формализованной модели ракеты изменяется состав возмущений, на который существенно влияют такие признаки, как количество ступеней, схема действия, вид траектории и ее основные параметры.

Обычно возмущения задаются в составе исходных данных по ракете подчиненными нормальному закону распределения с нулевыми математическими ожиданиями и известными центрированными характеристиками (дисперсией, среднеквадратическим отклонением).

В табл. 1.2 приведен типовой состав основных возмущений для формализованных моделей РСВ-1,2,3 и их предельные уровни, где $\Delta G_{\text{сух}}$, $\Delta G_{\text{гч}}$ — соответственно случайные отклонения сухого веса ракеты и веса головной части; $\Delta l_{\text{цм}}$, $\Delta x_{\text{цм}}$ — случайные отклонения характеристик положения центра масс ракеты; $\Delta C_x/C_x$, $\Delta C_n/C_n$, $\Delta C_d/C_d$, $\Delta C_{d\text{гч}}/C_{d\text{гч}}$ — соответственно случайные отклонения аэродинамических коэффициентов ракеты, центров давления ракеты и головной части; ΔG_m , $\Delta l_{\text{сл}}$, $\left(\frac{\Delta \dot{G}}{\dot{G}}\right)_{\text{сл}}$, $\left(\frac{\Delta \dot{G}}{\dot{G}}\right)_t$ — соответственно случайные от-

клонения веса и импульса топлива ДУ, случайные относительное отклонение секундного расхода топлива ДУ и секундного расхода, зависящее от температуры зрада.

Таблица 1.2

Наименование. Условное обозначение возмущений, единица измерения		PCB-1	PCB-2	PCB-3
		Предельные значения (2,7 σ)		
Технологические погрешности изготовления ракеты, ДУ, ОУ	$\Delta G_{\text{сух}}$, кг	$\pm 15 \dots 20$	$\pm 15 \dots 25$	$\pm 10 \dots 20$
	$\Delta G_{\text{ГЧ}}$, кг	$\pm 5 \dots 7$	$\pm 5 \dots 10$	$\pm 5 \dots 7$
	$\Delta l_{\text{цм}}$, мм	$\pm 4 \dots 6$	$\pm 7 \dots 10$	$\pm 5 \dots 10$
	$\Delta x_{\text{цм}}$, %	$\pm 0,5 \dots 1,0$	$\pm 0,5 \dots 1,5$	$\pm 0,5 \dots 1,0$
Отклонения аэродинамических характеристик ракеты, ГЧ	$\Delta C_{\tau}/C_{\tau}$, %	$\pm 5 \dots 10$	$\pm 10 \dots 15$	$\pm 10 \dots 15$
	$\Delta C_{\eta}/C_{\eta}$, %	$\pm 5 \dots 10$	$\pm 10 \dots 15$	$\pm 10 \dots 15$
	$\Delta C_d/C_d$, %	$\pm 3 \dots 5$	$\pm 3 \dots 7$	$\pm 3 \dots 5$
	$\Delta C_{d\Gamma\text{Ч}}/C_{d\Gamma\text{Ч}}$, %	$\pm 5 \dots 7$	$\pm 5 \dots 7$	$\pm 5 \dots 7$
Отклонение энергетических характеристик топлива ДУ	ΔG_m , кг	$\pm 20 \dots 25$	$\pm 20 \dots 30$	$\pm 20 \dots 30$
	$\Delta I_{\text{сл}}$, кгс/с	$\pm 5 \dots 6$	$\pm 3,5 \dots 5$	$\pm 3,5 \dots 5$
	$\left(\frac{\Delta \dot{G}}{\dot{G}}\right)_{\text{сл}}$, %	$\pm 5 \dots 6$	$\pm 5 \dots 9$	$\pm 5 \dots 12$
	$\left(\frac{\Delta \dot{G}}{\dot{G}}\right)_i$, %	$\pm 10 \dots 15$	$\pm 12 \dots 15$	$\pm 12 \dots 15$

Анализ данных табл. 1.2 показывает, что для PCB характерным является большой диапазон случайного изменения параметров ТДУ и топлива. Так, например, предельное отклонение секундного расхода топлива для PCB-1,2,3 достигает приблизительно 15, 20 и 23 % соответственно.

1.2. Основы баллистического обеспечения управляемого полета

1.2.1. Общие сведения о системах координат

Множество задач и моделей баллистического обеспечения управляемого полета предопределяет и множество систем координат, используемых на практике. В этом разделе будут рассмотрены только некоторые из систем координат, наиболее употребительные в задачах управления движением ракет Сухопутных войск.

Можно выделить две большие группы систем координат, отличающихся расположением начала отсчета.

1. Геоцентрические, связанные с Землей.
2. Объектоцентрические, связанные с летательным аппаратом.

Эти системы координат могут участвовать вместе с Землей в ее вращении вокруг собственной оси или не участвовать в таком вращательном движении. В зависимости от этого их можно отнести к инерциальным системам или неинерциальным. Принято называть абсолютной прямоугольную декартову систему координат, начало которой совпадает с центром масс солнечной системы, а оси неподвижны относительно звезд. Всякая система координат, перемеща-

ющаяся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно абсолютной системы координат, называется инерциальной.

Прежде чем перейти к описанию систем координат, отметим общий принцип их построения: выбирается основная плоскость системы и в ней выбирается направление одной из осей и расположение начала отсчета системы. Поскольку положения этой плоскости и основной оси системы с течением времени могут меняться, обычно оговаривают, какому моменту времени они соответствуют.

После сделанных пояснений перейдем к описанию систем координат (СК).

Геоцентрическая система координат

Начало геоцентрической системы координат совпадает с центром Земли, а положение объекта задается двумя углами: долготой (λ) и геоцентрической широтой ($\varphi_{гц}$), а также радиусом-вектором от центра Земли ($\vec{r}$).

Долгота (λ) — двугранный угол между плоскостями начального (Гринвичского) меридиана и местного меридиана, проходящего через текущую точку. Долготы точек, расположенных восточнее Гринвичского меридиана, считаются положительными, а западные — отрицательными.

Геоцентрическая широта ($\varphi_{гц}$) — угол между плоскостью экватора и радиусом-вектором ($\vec{r}$), проведенным из центра эллипсоида через текущую точку. Широты точек, расположенных севернее экватора, считаются положительными, южнее — отрицательными.

Геоцентрическая система координат применяется для определения положения точек на земной поверхности.

Геодезическая система координат

В этой системе точка на поверхности общеземного эллипсоида определяется двумя координатами: геодезической долготой (λ), которая определяется так же, как и в геоцентрической системе координат, и геодезической широтой (φ_r), представляющей собой угол между плоскостью экватора и нормалью к поверхности эллипсоида в заданной точке. Геодезическим азимутом направления называется угол (A), отсчитываемый по часовой стрелке от северного направления геодезического меридиана данной точки до заданного направления. Геоцентрическая и геодезическая широты связаны между собой соотношением

$$\sin(\varphi_r - \varphi_{гц}) = e^2 \sin \varphi_r \cos \varphi_{гц},$$

где e — эксцентриситет меридианного эллипса общего земного эллипсоида.

Эта система координат применяется для определения координат точек старта и цели.

Экваториальная инерциальная система координат (СКЭИ)

Начало ее лежит в центре общеземного эллипсоида. Ось $O\eta$ направлена вдоль оси суточного вращения Земли. Ось $O\xi$ образуется пересечением плоскости меридиана, проведенного через точку старта, и плоскости экватора. Положительное направление оси $O\xi$ таково, что точка старта имеет отрицательное значение координаты ζ . Ось $O\zeta$ дополняет систему до правой.

Экваториальная система координат (СКЭ)

Положение СКЭ в начальный момент времени совпадает с положением СКЭИ. В дальнейшем она участвует в суточном вращении Земли и является неинерциальной системой координат.

СКЭИ и СКЭ обычно используются для моделирования навигационной задачи.

Подвижная инерциальная система координат (СКПИ)

Начало системы координат находится в точке старта и движется в инерциальном пространстве равномерно со скоростью, равной скорости точки старта. Ось OY_u направлена вдоль местной вертикали вверх. Ось OX_u лежит в плоскости местного горизонта и развернута относительно плоскости меридиана на угол азимута прицеливания. Ось OZ_u дополняет систему до правой.

Система СКПИ используется для моделирования показаний измерителей ускорений.

Система координат стартовая (СКС)

Начало ее находится в точке старта. Ось OY_c направлена вверх вдоль местной вертикали в точке старта. Ось OX_c лежит в плоскости местного горизонта и составляет с касательной к стартовому меридиану угол геодезического азимута стрельбы (A_r). Ось OZ_c дополняет систему до правой. СКС связана с Землей и участвует в ее суточном вращении.

Система СКС применяется для моделирования уравнений движения и формирования программ управления.

Связанная система координат (ССК)

Начало ее совпадает с центром масс ракеты, продольная ось OX_1 направлена по продольной оси в сторону носовой части, нормальная ось OY_1 расположена в плоскости симметрии, поперечная ось OZ_1 замыкает правую прямоугольную систему координат.

В этой системе задаются управляющие силы и моменты.

Поточная система координат (ПСК)

Начало координат этой системы совпадает с центром масс ракеты; ось OX_n направлена по вектору воздушной скорости V ; ось OY_n лежит в плоскости симметрии ракеты OX_1Y_1 ; ось OZ_n дополняет систему до правой.

В поточной системе координат обычно представляют аэродинамические силы и моменты, зависящие от углов атаки α и скольжения β .

Система координат ПЗ-90

Является геоцентрической прямоугольной пространственной системой с началом в центре масс Земли. Ось $OZ_{пз90}$ направлена к условному земному полюсу, а ось $OX_{пз90}$ в точку пересечения плоскости экватора и нулевого меридиана. Ось $OY_{пз90}$ дополняет систему до правой.

В этой системе производится обработка информации от спутниковых навигационных систем.

Плоская система координат Гаусса—Крюгера

В основу построения единой общегосударственной системы плоских координат положено разделение поверхности эллипсоида на совершенно идентичные шестиградусные меридианные полосы. Изображение на плоскости этой полосы представляет собой шестиградусную координатную зону.

В качестве осей декартовых координат OX^{π} и OY^{π} принимаются прямолинейные изображения осевого меридиана и экватора. За положительное направление осей OX^{π} и OY^{π} принимаются направления на север и восток соответственно.

Системы координат в каждой зоне идентичны. Чтобы исключить из обращения отрицательные координаты Y^{π} , принято к этой координате добавлять постоянное число 500000 м, а слева приписывать номер зоны. В результате получается число, представляющее собой условную координату.

Координаты Гаусса—Крюгера используются для задания координат исходных точек.

1.2.2. Модели фигуры и гравитационного поля Земли

Точная фигура Земли представляет собой достаточно сложную поверхность, форма которой в настоящее время определена лишь приближенно.

Наиболее простой и соответственно наименее точной является модель Земли в виде шара радиусом $R_z = 6371,1$ км, приблизительно равного по объему реальной Земле.

Более точным приближением к реальной фигуре Земли является сплюснутый эллипсоид вращения, называемый общим земным эллипсоидом. Малая ось такого эллипсоида $R_p = 6356,77$ км, а ее направление совпадает с направлением суточного вращения Земли; большая полуось равна среднему экваториальному радиусу $R_e = 6378,16$ км.

При проведении точных баллистических расчетов используется представление Земли в виде геоида, под которым понимается гипотетическая поверхность уровня потенциала силы тяжести, приблизительно совпадающая с поверхностью спокойных океанов и мысленно продолжающаяся на части Земли, занятые материками [2].

Согласно закону всемирного тяготения, масса Земли притягивает частицу с силой, называемой силой тяготения. Совокупность сил в каждой точке пространства определяет силовое поле. Сила тяготения является консервативной силой, т.е. имеет силовую функцию, называемую потенциалом тяготения $V = -U$, где U — силовая функция.

В общем случае потенциал тяготения некоторого тела массой M в декартовой системе координат OXY может быть записан в виде

$$U(x, y, z) = \int_V \frac{dm}{r}, \quad (1.1)$$

где x, y, z — координаты точки тела, в которой определяется потенциал; f — постоянная тяготения; dm — элемент массы тела; r — расстояние частицы тела с массой до точки с координатами x, y, z ; V — объем тела.

Интегрирование ведется по всему объему V тела, и очевидно, что значение интеграла существенно зависит от формы тела.

Интеграл в выражении (1.1) может быть вычислен только приближенно, в зависимости от принимаемой модели Земли. Методы приближенного представления и вычисления функции U , а также ее свойства изложены в работах по теории тяготения [3].

Рассмотрим пути упрощения и типы моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ), применяемые при расчетах траекторий и решении навигационных задач ракет СВ.

В работах [4,5] показано, что потенциал силы тяготения Земли, действующий на внешнюю точку со сферическими координатами r, φ, λ , может быть представлен в виде бесконечного ряда по сферическим функциям Лежандра степени n и порядка k : $P_{nk}(\sin \varphi)$. Функция $P_{nk}(\sin \varphi)$ включает главные $P_{n0}(\sin \varphi)$ и присоединенные $P_{nk}(\sin \varphi)$ при $k \neq 0$ сферические функции, которые записываются через многочлен Лежандра:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n. \quad (1.2)$$

В частности, мы имеем

$$P_0(x) = 1; P_1(x) = x; P_2(x) = 0,5(3x^2 - 1); P_3(x) = 0,5(5x^3 - 3x).$$

Кроме того, $P_{n0} = P_n$ и присоединенная функция определяется выражением

$$P_{nk}(x) = (1 - x^2)^{k/2} \frac{d^k P_n(x)}{dx^k}. \quad (1.3)$$

По траектории полета потенциал Земли изменяется в некоторых пределах вследствие изменения r , поэтому использование общих выражений для определения U через полином Лежандра связано с трудностями вычислительного характера. На практике U определяют приближенно, для чего переходят от бесконечных рядов к конечным и принимают различного рода допущения, касающиеся в основном формы и размеров Земли. Среди таких допущений следует отметить следующие:

масса Земли считается однородной и равномерно распределенной. В этом случае центр симметрии совпадает с центром масс, а линии пересечения плоскостей симметрии совпадают с главными центральными осями инерции. Если поместить начало координат в центр масс и принять за оси системы координат главные центральные оси инерции, то в общем выражении для U останутся члены разложения с $n = 2k, k = 1, 2, \dots$;

Земля имеет геометрическую и механическую симметрии относительно оси вращения, т.е. внешняя поверхность Земли есть поверхность вращения.

Указанные математические преобразования и допущения позволяют получить различные модели геопотенциального поля Земли.

Рассмотрим две модели ГПЗ, наиболее часто применяемые при расчетах движения ракет СВ:

1) *сферическая*.

Первое приближение при $n = 0$, $k = 0$ соответствует сферической модели Земли. Потенциал ГПЗ для сферической модели U_0 называют потенциалом основной силы тяготения, и выражение для него имеет вид

$$U_0(r) = \mu/r, \quad (1.4)$$

где $\mu = fM \approx 298600 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2$; r — расстояние от точки пространства до центра сферической Земли.

2) *земной эллипсоид*.

В качестве следующего приближения используется эллипсоид вращения с равномерно распределенной внутри него массой. Модель ГПЗ для него можно записать в виде

$$U(r, \varphi_{\text{гн}}) = \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} I_n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi_{\text{гн}}), \quad (1.5)$$

где $\varphi_{\text{гн}}$ — геоцентрическая широта точки пространства, отстоящей от центра Земли на расстоянии r ; I_n — безразмерные постоянные коэффициенты; $P_n(\sin \varphi)$ — полиномы Лежандра, определяемые выражениями (1.2—1.3).

Слагаемые, содержащие $P_n(\sin \varphi)$, называются зональными гармониками. Порядок величин этих членов определяется величинами безразмерных коэффициентов:

$$I_2 = 1082,7 \cdot 10^{-6}; \quad I_3 = -2,56 \cdot 10^{-6}; \quad I_4 = -1,58 \cdot 10^{-6} \text{ и т.д.}$$

Обычно для расчетов движения ракет СВ и в навигационных задачах достаточно учитывать лишь слагаемое, содержащее вторую зональную гармонику. Тогда выражение (1.5) примет вид

$$U(r, \varphi_{\text{гн}}) = \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{r} I_2 \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \frac{3 \sin^2 \varphi_{\text{гн}} - 1}{2}. \quad (1.6)$$

Потенциал в виде (1.6) называют потенциалом нормального поля и обозначают через $U_{\text{н}} = U(r, \varphi)$.

При проведении более точных баллистических расчетов используются выражения для потенциала, учитывающие как отклонение реальной формы Земли от земного эллипсоида, так и наличие в отдельных районах Земли гравитационных аномалий:

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} I_n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_n \sin \varphi_{\text{гн}} + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_{nk}(\sin \varphi_{\text{гн}}) \right] \times \\ \times (C_{nk} \cos k\lambda + S_{nk} \sin k\lambda) = U_{\text{н}} + U_a, \quad (1.7)$$

где λ — географическая долгота точки пространства; C_{nk}, S_{nk} — безразмерные постоянные коэффициенты; P_{nk} — присоединенная функция Лежандра первого рода.

Потенциал аномального гравитационного поля Земли (АГП)

$$U_a = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n (P_{nk} \sin \varphi_{\text{гш}}) (C_{nk} \cos k\lambda + S_{nk} \sin k\lambda)$$

может быть представлен либо в форме полностью нормированных коэффициентов разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям, либо в форме суммы потенциалов точечных масс, размещенных определенным образом внутри земного эллипсоида.

В первом случае потенциал U_a представляется в виде

$$U_a = \frac{\mu}{r_0} \left[a_3(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) r^3 + a_4(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) r^4 + \dots + a_n(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) r^n \right], \quad (1.8)$$

где $a_3(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) = \sum_0^2 (C_{2k} \cos k\lambda + S_{2k} \sin k\lambda) P_{2k}(\sin \varphi_{\text{гш}});$

$$a_4(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) = \sum_0^3 (C_{3k} \cos k\lambda + S_{3k} \sin k\lambda) P_{3k}(\sin \varphi_{\text{гш}});$$

$$a_i(\varphi_{\text{гш}}, \lambda) = \sum_0^i (C_{ik} \cos k\lambda + S_{ik} \sin k\lambda) P_{ik}(\sin \varphi_{\text{гш}}),$$

$i = 4, 5, 6, \dots, k; r_0$ — периметр эллипсоида Земли.

Наиболее простым в применении является представление АГП в форме суммы потенциалов точечных масс. В этом случае выражение для U_a можно записать в виде

$$U_a = \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\rho_i}, \quad (1.9)$$

где M_i — избыток или недостаток (точечные массы) во внутренней точке земного эллипсоида с координатами ξ_i, η_i, ζ_i в геоцентрической системе координат;

$\rho_i = \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2 + (\zeta - \zeta_i)^2}$, ρ_i — расстояние от центра Земли до точечной массы с координатами ξ_i, η_i, ζ_i ; n — количество точечных масс.

В настоящее время используются системы 320 и 60 точечных масс [6].

Вектор ускорения от силы земного тяготения выражается через гравитационный потенциал. Сила тяготения представляется как градиент нормального потенциала. Тогда вектор ускорения от силы земного тяготения $\bar{g}$ на основании формулы (1.7) может быть представлен в виде

$$\bar{g} = \bar{g}_n + \bar{\delta g}_a, \quad (1.10)$$

где $\bar{g}_n$ — вектор ускорения от силы земного тяготения, соответствующий нормальному потенциалу Земли; δg — вектор аномальной составляющей ускорения.

1.2.3. Модели атмосферы Земли

Основные параметры атмосферы — плотность и температура воздуха, барометрическое давление и ветер существенным образом влияют на параметры движения ракет.

Описание реальной атмосферы Земли математической моделью представляется значительные трудности из-за сложной природы распределения плотности атмосферного вещества во времени и пространстве и ограниченности наших знаний об этом распределении. Основные физические факторы, определяющие реальную атмосферу — это высота и влияние Солнца.

При определении плотности ρ атмосферного вещества исходят из так называемого условия статического равновесия:

$$dp = -\rho g dh, \quad (1.11)$$

где dp — изменение давления p воздуха при приращении высоты над поверхностью земли на величину dh ; g — ускорение силы тяжести.

Давление воздуха связано с его плотностью и температурой уравнением состояния идеального газа:

$$p = \frac{\rho R^* T}{M}, \quad (1.12)$$

где $R^* = 8314,32 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{кмоль}^{-1}$ — универсальная газовая константа; M — молярная масса воздуха на рассматриваемой высоте; T — абсолютная кинетическая температура воздуха, определяемая средней скоростью движения его молекул на рассматриваемой высоте.

Исключая ρ из (1.11), с помощью (1.12) находим $\frac{dp}{p} = -\frac{gM}{RT} dh$.

Интегрируя это уравнение от начальной высоты $h = 0$ до текущей высоты h , получим $p(h) = p_0 \exp\left(-\int_0^h \frac{gM}{RT} dh\right)$, а с учетом (1.12) будем иметь

$$\rho(h) = \rho_0 \frac{MT_0}{M_0 T} \exp\left(-\int_0^h \frac{gM}{RT} dh\right), \quad (1.13)$$

где p_0 , ρ_0 , M_0 , T_0 — значения параметров при $h = 0$.

Из (1.13) следует, что для определения зависимости $\rho(h)$ необходимо знать законы изменения M и T от высоты h . Характер этих законов определяется большим числом факторов: географическими координатами места, временами года и суток, солнечной активностью, ветром и т.д. Влияние этих факторов в различной степени сказывается на различных высотах, поэтому созданы модели атмосферы, которые описывают ее характеристики или глобально, или локально.

Примером глобальной атмосферы является стандартная атмосфера [7]. Указанный стандарт устанавливает числовые значения основных параметров атмосферы в функции геометрической и геопотенциальной высот в диапазоне от –2 до 120 км, но описывает лишь средние значения параметров для широты $45^{\circ} 32' 33''$ в предположении среднего уровня солнечной активности.

Такая модель, учитывающая лишь высотный фактор, называется стационарной и сферической; стационарность подчеркивает независимость ее от времени, а сферичность — независимость от географических координат.

Параметры стандартной атмосферы используются для расчета номинальных траекторий.

Истинные значения параметров атмосферы по траектории всегда будут отличаться от стандартной атмосферы. Действительно, фактическое состояние атмосферы зависит от геоцентрической широты места, высоты, времени года и суток, а также от некоторых других факторов, например, от солнечной активности, степени загрязненности атмосферы и т.д.

Отклонения фактических параметров от стандартных называются вариациями параметров атмосферы. Определение последних основывается на статистической обработке многолетних результатов зондирования атмосферы в различных районах земного шара. Методы построения вариаций плотности и моделей ветров подробно изложены в [8].

Вариации нормированной плотности $\delta\rho$ принято задавать в виде отклонения возмущений плотности ρ от стандартной ρ_{ca} :

$$\delta\rho = (\rho - \rho_{ca})/\rho_{ca}.$$

Полная вариация плотности представляется как сумма трех составляющих: сезонно- широтной $\delta\rho_{сш}$, суточной $\delta\rho_c$ и случайной $\delta\rho_{сл}$, т.е.

$$\delta\rho_{\Sigma} = \delta\rho_{сш} + \delta\rho_c + \delta\rho_{сл}.$$

По существующим представлениям сезонно-широтные вариации плотности почти не зависят от долготы, поэтому в первом приближении их можно определить как функцию месяца M , широты $\varphi_{ш}$ и высоты h :

$$\delta\rho_{сш} = f(h, \varphi_{ш}, M).$$

Сезонно-широтные вариации в основном вызываются сезонными изменениями солнечного нагрева.

Суточные колебания плотности связаны с расширением и сжатием атмосферы, вызываемыми изменениями солнечного нагрева, а также солнечными и лунными приливами в атмосфере.

Сезонно-широтные и суточные составляющие плотности определяют некоторое среднее состояние атмосферы в зависимости от высоты, широты, месяца и времени суток. Помимо этих составляющих, имеющих систематический характер, наблюдаются также случайные вариации плотности.

В настоящее время наиболее широко применяется статистическое представление параметров атмосферы. Поскольку характеристики атмосферы распре-

лены в пространстве и времени, то построения вероятностных моделей возмущений атмосферы основываются на различных допущениях о месте и времени пуска ракеты.

Методика задания параметров атмосферы для РСВ предусматривает два возможных допущения:

место пуска известно, а время пуска является случайным;

место и время пуска являются случайными. При этом средние значения параметров атмосферы для места и времени не учитываются.

Для каждого случая методика задает статистические характеристики — координатные функции отклонений от стандартной температуры, относительного давления и относительной плотности атмосферы.

В первом случае отклонения параметров атмосферы задаются как случайные функции геометрической высоты h совместным каноническим разложением вида

$$\begin{aligned}\Delta T(h) &= \Delta \bar{T}(h) + \sum_{i=1}^n v_i \varphi_i(h); \\ \frac{\Delta p}{p_{ca}}(h) &= \frac{\Delta \bar{p}}{p_{ca}}(h) + \sum_{i=1}^n v_i \psi_i(h); \\ \frac{\Delta \rho}{\rho_{ca}}(h) &= \frac{\Delta \bar{\rho}}{\rho_{ca}}(h) + \sum_{i=1}^n v_i \xi_i(h),\end{aligned}$$

где $\Delta \bar{T}(h)$, $\frac{\Delta \bar{p}}{p_{ca}}(h)$, $\frac{\Delta \bar{\rho}}{\rho_{ca}}(h)$ — средние значения отклонений температуры, относительного давления и плотности соответственно; v_i — независимые нормально распределенные случайные числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; $\varphi_i(h)$, $\psi_i(h)$, $\xi_i(h)$ — координатные функции канонического разложения; n — количество координатных функций.

Для второго случая отклонения параметров атмосферы задаются совместным каноническим разложением вида

$$\begin{aligned}\Delta T(h) &= \sum_{i=1}^n v_i \varphi_i(h); \\ \frac{\Delta p}{p_{ca}}(h) &= \sum_{i=1}^n v_i \psi_i(h); \\ \frac{\Delta \rho}{\rho_{ca}}(h) &= \sum_{i=1}^n v_i \xi_i(h).\end{aligned}$$

Количество координатных функций задается различным для каждого расчетного случая.

Схема представления скорости ветра в основном такая же, что и схема представления термодинамических параметров. Однако имеются некоторые особенности, связанные с тем, что скорость ветра является векторной величиной.

Полагая, что вертикальная составляющая скорости ветра отсутствует, модель поля ветров в атмосфере Земли можно представить в виде зональной W_z (по параллели) и меридиональной W_m компонент скорости ветра.

Модуль вектора скорости определяется по формуле

$$W = \sqrt{W_z^2 + W_m^2}.$$

Направление ветра характеризуется углом χ :

$$\operatorname{tg} \chi = W_m / W_z.$$

Зональный ветер определяется тремя составляющими: сезонно-широтной, суточной и случайной, а меридиональный ветер — суточной и случайной составляющими. Каждая компонента задается как случайная функция разложения:

$$W_z(h) = \bar{W}_z(h) + \sum_{i=1}^{12} v_i \lambda_i(h); \quad (1.14)$$

$$W_m(h) = \sum_{i=1}^{12} v_i^* \lambda_i(h),$$

где $\bar{W}_z(h)$ — средние значения зональной скорости ветра; v_i, v_i^* — независимые нормально распределенные случайные числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; $\lambda_i(h)$ — координатные функции канонического разложения вариаций скорости ветра.

При проведении траекторных расчетов могут применяться и другие подходы к учету атмосферных возмущений. Так, при согласовании опытных результатов с расчетными используются действительные характеристики параметров атмосферы и ветра, получаемые в результате зондирования атмосферы перед пуском или в процессе пуска.

На начальных этапах проектирования и для оценки устойчивости полета используются крайние возмущенные траектории. В качестве них принимаются модели условно «зимней» и «летней» атмосфер и предельно допустимые ветровые возмущения.

«Зимняя» и «летняя» модели выбираются из множества N случайных реализаций, у которых температура близка к крайней минусовой или крайней плюсовой соответственно.

Предельный ветер получают из выражения (1.14) при условии, что предельный приземный ветер равен допустимому:

$$W_z(h=0) = \bar{W}_z(h=0) + \sum_{i=1}^n v \lambda_i(h=0) = W_{\text{пред}}. \quad (1.15)$$

Из выражения (1.15) определяется случайное число v . Тогда выражение для вычисления предельной скорости ветра можно записать в виде

$$W_{\text{пред}}(h) = \bar{W}_z(h) + \sum_{i=1}^n v \lambda_i(h).$$

1.2.4. Силы и моменты, действующие на ракету в полете

При исследовании движения ракеты с работающим двигателем можно выделить три группы сил, отличающихся друг от друга источниками своего возникновения.

К первой группе относятся реактивные силы, связанные с реакцией истекающей струи. Они являются силами внутреннего взаимодействия.

Вторая группа — это силы массовые, подчиненные закону всемирного тяготения Ньютона. Применительно к ракете они складываются из элементарных сил, приложенных к каждой элементарной частице массы, и относятся к внешним силам.

Третья группа — это силы аэростатические и аэродинамические, приложенные к каждой элементарной площадке корпуса ракеты, а также силы, действующие на органы управления. Эти силы также относятся к внешним.

Реактивные силы. Центр масс ракеты движется так же, как центр масс твердого тела с массой, равной массе ракеты, на который действует кроме сил, приложенных к ракете, реактивная сила.

С достаточно большой для практических целей точностью можно считать, что реактивная сила (или динамическая тяга) равна

$$P_d = -\dot{m}u,$$

где $\dot{m} = \frac{dm}{dt} < 0$ — секундный расход масс; u — скорость истечения.

Тяга двигателя состоит из суммы реактивной силы и статической тяги или, как ее часто называют, статической добавки:

$$P = P_d + P_{ст} = -\dot{m}u + S_a(p_a - p),$$

где S_a — площадь выходного сечения сопла; p_a — давление истекающих газов; p — давление атмосферы.

Учитывая, что $-\dot{m} = \frac{G_{сек}}{g}$, выражение для силы тяги можно записать так:

$$P = \frac{G_{сек}}{g}u + S_a(p_a - p),$$

где $G_{сек}$ — секундный расход газа.

При рассмотрении тяги двигателя пользуются понятиями удельная тяга, удельный импульс и удельный импульс тяги.

Удельная тяга — это тяга, приходящаяся на единицу весового секундного расхода. Удельный импульс — это импульс, приходящийся на единицу израсходованного весового количества тяги. Удельный импульс тяги определяется как отношение тяги к массовому секунднему расходу:

$$I_{уд} = \frac{P}{\dot{m}}.$$

Учитывая, что удельная тяга $P_{уд} = \frac{P}{G}$, удельный импульс тяги можно определять по формуле $I_{уд} = g_0 P_{уд}$.

Сила притяжения. Вектор ускорения от силы земного притяжения выражается через гравитационный потенциал. Сила притяжения представляется как градиент нормального потенциала. Тогда вектор ускорения от силы земного притяжения на основании формулы (1.7) может быть представлен в виде

$$\bar{g} = \bar{g}_n + \bar{\delta}g_a,$$

где $\bar{g}_n$ — вектор ускорения от силы земного притяжения, соответствующий нормальному потенциалу Земли; $\bar{\delta}g_a$ — вектор аномальной составляющей ускорения.

Рассмотрим две составляющие вектора ускорения от силы земного притяжения: направленную к центру Земли g_r и направленную по нормали к радиусу-вектору g_m . Из выражения (1.6) следует, что

$$g_r = -\frac{\mu}{r^2} - \frac{3}{2}\mu I_2 \frac{R_e^2}{r^4} (1 - 3 \sin^2 \varphi_{гн});$$

$$g_m = -3\mu I_2 \frac{R_e^2}{r^4} \sin \varphi_{гн} \cos \varphi_{гн}.$$

Радиальная составляющая g_r направлена к центру Земли, а меридиональная g_m в сторону экватора (рис. 1.6). Составляющую g_m в свою очередь спроецируем на направление радиуса OA (g^1) и на направление оси вращения Земли ON (g_ω). Из треугольника ABC получаем для этих составляющих выражения

$$g^1 = -g_m \operatorname{tg} \varphi_{гн} = 3\mu I_2 \frac{R_e^2}{r^4} \sin^2 \varphi_{гн};$$

$$g_\omega = g_m \frac{1}{\cos \varphi_{гн}} = -3\mu I_2 \frac{R_e^2}{r^4} \sin \varphi_{гн}.$$

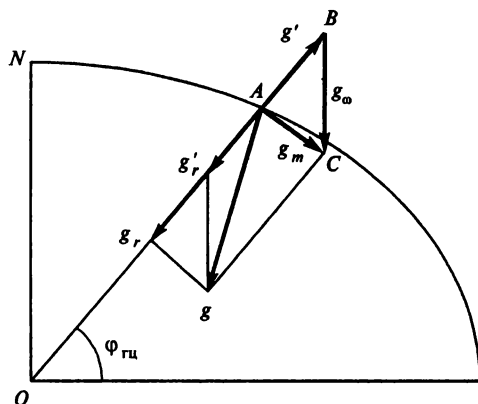


Рис. 1.6

Так как составляющая g^1 действует в направлении, прямо противоположном направлению радиального ускорения g_r , эти две компоненты можно алгебраически сложить:

$$g_r^1 = g_r - g^1 = \frac{\mu}{r^2} - \frac{3}{2} \mu I_2 \frac{R_e^2}{r^4} (1 - 5 \sin^2 \varphi_{\text{гн}}).$$

Модель АГП вида (1.9) позволяет получить выражение для компонентов δg_a в геоцентрической системе координат:

$$\delta g_{a\xi} = - \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i^3} (\xi - \xi_i);$$

$$\delta g_{a\eta} = - \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i^3} (\eta - \eta_i);$$

$$\delta g_{a\zeta} = - \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i^3} (\zeta - \zeta_i).$$

Аэродинамические силы. При полете ракеты в атмосфере на нее действуют аэродинамические силы, возникающие от набегающего потока воздуха. Равнодействующую всех сил, приложенную в центре давления ракеты, называют полной аэродинамической силой.

Аэродинамическая сила описывается формулой

$$R_a = q c_r S,$$

где $c_r = c_r(M, R_e, \alpha, \beta)$ — коэффициент аэродинамической силы; $q = \rho \frac{V^2}{2}$ — скоростной напор набегающего потока; S — характерная площадь ракеты.

Полную аэродинамическую силу можно представить как сумму осевой X_1 и нормальной Y_1 аэродинамических сил [9]:

$$X_1 = c_{x1} q S;$$

$$Y_1 = c_{y1} q S,$$

где c_{x1} , c_{y1} — безразмерные аэродинамические коэффициенты.

Полную аэродинамическую силу часто раскладывают не на осевую и нормальную, а на лобовое сопротивление X , направленное по касательной к траектории против направления движения ракеты, и подъемную силу Y , направленную по нормали к траектории:

$$X = c_x q S;$$

$$Y = c_y q S,$$

где c_x , c_y — безразмерные аэродинамические коэффициенты, аналогичные c_{x1} , c_{y1} , но отнесенные к поточной системе координат.

Легко видеть, что между X_1 , Y_1 и X , Y имеются простые зависимости:

$$X = X_1 \cos \alpha + Y_1 \sin \alpha;$$

$$Y = -X_1 \sin \alpha + Y_1 \cos \alpha,$$

где α — угол атаки.

Осевую аэродинамическую силу можно представить как сумму трех составляющих: осевой силы давления $X_{1в}$; осевой силы трения $X_{1тр}$; донного сопротивления, или сопротивления подсоса за соплом двигателя, $X_{1д}$.

При работающем и неработающем двигателе нормальные аэродинамические силы совпадают, а осевые отличаются на величину донного сопротивления.

Коэффициенты c_{x1} , c_{y1} , c_x , c_y определяются при аэродинамическом расчете и на основании продувок моделей ракет в аэродинамических трубах и задаются в виде зависимостей от числа Маха (M). Поскольку большое влияние на коэффициенты c_x , c_{x1} оказывает трение, связанное с вязкостью окружающей среды, они также зависят от числа Рейнольдса или от высоты полета.

Управляющие силы

Для создания управляющей силы используются различного рода органы управления как аэродинамические, так и газодинамические: аэродинамические и газовые рули, поворотные сопла системы вдува газа в закритическую зону сопла и др.

Возможно использование двух способов создания управляющей силы: поворотом корпуса ракеты с помощью рулевых органов (рулевое управление); поворотом крыльев или включением дополнительных двигателей с направлением тяги, нормальным к траектории полета (непосредственный способ).

В первом случае изменение траектории полета связано с предварительным поворотом ракеты относительно центра тяжести. Этот поворот обеспечивает создание необходимых углов атаки и скольжения и, как следствие, изменение величины и направления равнодействующих всех сил, действующих на ракету.

При втором способе создания управляющей силы отпадает необходимость в предварительном изменении углового положения ракеты и, следовательно, в рулях. Примерами этого способа является управление с помощью поворотных крыльев или реактивных двигателей с нормальной тягой.

Основным достоинством метода непосредственного регулирования управляющей силы является малое запаздывание в образовании управляющей силы после поступления управляющего сигнала.

Для примера приведем выражения для управляющих сил на одном аэродинамическом и одном газовом руле. Выражение для силы, возникающей на одном аэродинамическом руле при его повороте, можно записать в виде

$$F_{упр1} = c_{пар}(\delta, M) q S,$$

где $c_{пар}(\delta, M)$ — коэффициент нормальной силы аэродинамического руля; δ — угол отклонения руля.

Управляющая сила одного газового руля

$$R_{y/гр} = c_{yгр}(\delta) F_{гр} q_a.$$

Сила лобового сопротивления руля

$$R_{x/гр} = c_{xгр}(\delta) F_{гр} q_a,$$

где δ — угол отклонения руля; $c_{yгр}(\delta)$, $c_{xгр}(\delta)$ — коэффициент управляющей силы и лобового сопротивления руля соответственно; q_a — скоростной напор газового потока у носика газового руля; $F_{гр}$ — текущая площадь газового руля.

Далее эти силы суммируются по всем рулям с учетом схемы их расположения и направления управляющей силы каждого руля и проецируются на принятую систему координат.

Моменты сил

Найдем выражение для моментов рассмотренных сил относительно центра масс ракеты.

При компоновке ракеты центр масс стремятся расположить на его геометрической оси с таким расчетом, чтобы тяга не создавала возмущающего момента относительно центра масс. Будем считать, что центр масс точно лежит на продольной оси ракеты на расстоянии $x_{цм}$ от носка.

Так как сила тяжести всегда действует по прямой, проходящей через центр масс, она не создает момента.

Аэродинамическую силу условимся считать приложенной в центре давления ракеты. В таком случае составляющие этой силы по осям связанной системы координат $X_{\text{аэр}}$, $Y_{\text{аэр}}$ или поточной системы координат $X_{\text{аэр}}$, $Y_{\text{аэр}}$ также можно считать приложенными в центре давления.

Сила $X_{\text{аэр}}$ действует по продольной оси ракеты и момента относительно центра масс не создает. Сила $Y_{\text{аэр}}$ создает момент

$$M_a = Y_{\text{аэр}} (x_{\text{цд}} - x_{\text{цм}}) = c_{y1} q S (x_{\text{цд}} - x_{\text{цм}}).$$

В зависимости от того, каково взаимное положение центра масс и центра давления, результат действия момента будет различным. Если центр давления находится позади центра масс, то момент нормальной аэродинамической силы стремится уменьшить угол атаки и называется в этом случае стабилизирующим аэродинамическим моментом, а ракета с таким расположением центра масс и центра давления — статически устойчивой. Если же центр давления лежит впереди центра масс, то момент нормальной аэродинамической силы называется опрокидывающим аэродинамическим моментом, а ракета с таким расположением центра масс и центра давления — статически неустойчивой. Отношение расстояния между центром масс и центром давления к длине ракеты обычно называют степенью статической устойчивости или неустойчивости.

Силы, создаваемые органами управления, невелики по сравнению с другими силами, действующими на ракету, и не оказывают существенного влияния на движение центра масс непосредственно. Но действие этих сил проявляется через управляющие моменты, которые они создают относительно центра масс.

Пренебрегая изменением центра давления руля в зависимости от его отклонения, обозначим расстояние от него до носка ракеты через l_1 , а до продоль-

ной оси через l_2 . Если через $R_{\text{упр}}$ обозначить суммарную управляющую силу всех органов управления, то выражения для моментов можно записать так:

для момента относительно продольной оси

$$M_{x1\text{упр}} = R_{\text{упр}} l_2,$$

а для момента относительно соответствующей поперечной оси

$$M_{y1(z1)\text{упр}} = R_{\text{упр}} (l_1 - x_{\text{цм}}).$$

Кроме рассмотренных моментов необходимо учитывать еще и демпфирующие моменты, возникающие при вращении ракеты вокруг продольной или поперечных осей. Общепринятое выражение для этого момента имеет вид

$$M_d = -m^{\omega} q \frac{\omega}{V} S l^2,$$

или относительно связанных осей:

$$M_{x1d} = -m_{x1}^{\omega} \frac{\omega_{x1}}{V} S l^2; \quad M_{y1d} = -m_{y1}^{\omega} \frac{\omega_{y1}}{V} S l^2; \quad M_{z1d} = -m_{z1}^{\omega} \frac{\omega_{z1}}{V} S l^2,$$

где m^{ω} , m_{x1}^{ω} , m_{y1}^{ω} , m_{z1}^{ω} — безразмерные коэффициенты аэродинамического момента демпфирования относительно соответствующих осей; S — характерная площадь; l — характерный продольный размер ракеты.

Все коэффициенты определяются на основании либо достаточно аккуратных аэродинамических расчетов, либо с помощью продувок в аэродинамических трубах.

1.3. Математические модели движения ракет

1.3.1. Формализованные модели движения управляемых ракет

Формализованная математическая модель (ФММ) движения ракет включает в себя систему дифференциальных уравнений движения; уравнения измерений; области определения правых частей уравнений; интервал измерения времени; класс допустимых управлений; законы распределения и числовые характеристики возмущений.

Общий вид уравнений движения приведен, например, в [5,10,11].

При разработке систем управления и их исследовании используются два типа формализованных математических моделей:

- а) с использованием уравнений движения в форме Коши;
- б) векторный вид уравнений движения.

Первый тип моделей используется при постановке задач; второй — при поиске конкретных решений.

В моделях первого типа необходимо, прежде всего, отразить наличие твердотопливной ДУ, различие в формализованных моделях объектов управления,

наличие разомкнутого и замкнутого контуров управления, неадекватность влияния геофизических и метеорологических факторов на полет объектов различных формализованных схем и другие причины. С учетом вышеизложенного модель первого типа для РСВ-1 и РСВ-2 можно записать в виде

$$\dot{x} = f(t, x, \varepsilon, G_i, g_i, a_{ij}, u, \omega_k, T_m), \quad (1.16)$$

где t — время, определенное на интервале $[t_i, t_f]$, если $t_f < \infty$, или $[t_i, t_f]$, если $t_f = \infty$; x — вектор фазовых координат объекта (линейные и угловые скорости, углы атаки и скольжения и т.д.); ε — n -мерный вектор возмущений; G_i — параметры, определяющие функционирование ДУ; g_i — m -мерный вектор случайных отклонений параметров ДУ (G_i); a_{ij} — параметры, определяющие функционирование СУ (числа полетного задания, команды, константы и т.д.); $u = \{u_1, u_2\}$, u_1 — вектор управлений с обратной связью (законы управления рулями); u_2 — вектор управлений без обратной связи (управляющая функция отсечки тяги ДУ); ω_k — геофизические параметры, характеризующие форму, вращение Земли, ее гравитационное поле; T_m — метеорологические факторы (плотность, давление, температура воздуха и т.д.).

Множества фазовых координат (G_x) и их производных ($\dot{G}_x$) считаем заданными: $x(t) \in G_x$, $\dot{x}(t) \in \dot{G}_x$. Заданные множества G_x , $\dot{G}_x$ определяются схемой действия объекта, конструктивными особенностями, для ракеты — ее формализованной моделью.

Области определения вектора обобщенных сил и моментов f характеризуются совокупностью векторов x и U . Для конкретного объекта с известными параметрами и их разбросами, как правило, эти области известны или их параметры легко вычисляются при помощи математического моделирования.

Области определения x, u, f характеризуются неравенством вида $G_x > 0$ и т.д.

Для формализованных моделей ракет СВ вектор управлений u_1 принадлежит к классу непрерывных и кусочно-непрерывных функций с конечным числом разрывов. Компонентами вектора управления являются компоненты силы тяги ДУ, аэродинамические силы и т.д.

Вектор измерений $y(t)$ удобно представить в виде

$$y(t) = \Psi(t, x, u, n), \quad (1.17)$$

где n — вектор случайных инструментальных ошибок измерения.

Компонентами вектора измерений $y(t)$ являются значения проекций псевдоскорости и псевдокоординат движения центра масс объекта на оси чувствительности датчиков линейных ускорений, а также углы, характеризующие взаимное положение осей ракеты относительно базовой системы координат. Для целей управления на борту вычисляются истинные элементы движения, учитывающие влияние изменения ускорения силы земного притяжения на траекторию. Вектор вычисленных элементов движения (y_*) можно записать в виде

$$y_*(t) = \Psi_*(t, x, u, n, \Omega_k), \quad (1.18)$$

а с учетом (1.17)

$$y_b(t) = F_b(y(t), \Omega_k), \quad (1.19)$$

где Ω_k — константы, характеризующие модель гравитационного поля Земли.

Возможны два случая:

- 1) количество выходных координат $x(t)$ совпадает с количеством измеренных параметров $y(t)$;
- 2) число скалярных составляющих $x(t)$ больше количества измеренных параметров $y(t)$.

Второй случай является более общим: при разработке СУ и формировании метода управления решается задача в условиях недостаточности информации.

Пусть измеренные параметры движения характеризуются k -мерным вектором $y(t) = \{y_1(t), \dots, y_k(t)\}$, тогда связь между $x(t)$ и $y(t)$ можно представить через некоторый непрерывный оператор R , называемый кинематическим.

$$y(t) = R[x(t), t].$$

Законы распределения и числовые характеристики вектора инструментальных погрешностей, как правило, задаются в составе исходных данных.

На рис. 1.7 приведена блок-схема модели вида (1.16), (1.17), (1.19).

При исследовании неуправляемого движения на пассивном участке траектории математическая модель этого вида упрощается и имеет вид

$$\dot{x} = f(t, x, \varepsilon, 0, 0, 0, 0, 0, \omega_k, T_u), \quad (1.20)$$

где $t \in [t_k, t_f]$; t_k — время окончания активного участка траектории; $x_0 = x(t_k)$ — начальные условия.

Формализованные математические модели 2-го типа строятся с использованием систем координат и ряда допущений. Выбор системы рациональных допущений решается в каждом конкретном случае с позиций адекватности математической модели целям анализа или синтеза. Для описания движения центра масс используются две системы координат: инерциальные (абсолютные) и связанные, т.е. участвующие в суточном вращении Земли.

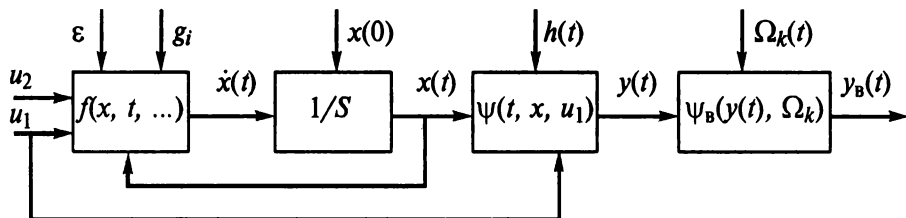


Рис. 1.7

В инерциальной системе координат уравнение движения центра масс объекта в векторной форме имеет вид [5]

$$\bar{m} \ddot{\bar{r}}(t) = \sum_{i=0}^n \bar{F}_i(t), \quad (1.21)$$

где $m(t)$ — масса объекта, представленного материальной точкой; $\ddot{\bar{r}}(t)$ — вторая производная по времени от радиуса-вектора $\bar{r}(t)$, фиксирующего положение центра масс в данной системе координат; $\sum_{i=0}^n \bar{F}_i(t)$ — сумма сил, действующих на объект и приложенных в центре масс.

Основными силами, определяющими движение РСВ, являются: суммарная аэродинамическая сила $\bar{R}$, возникающая при движении в плотных слоях атмосферы; тяга ТДУ $\bar{P}$, включающая и силу, создаваемую органами управления; сила земного тяготения $\bar{G}$, определяемая через градиент U гравитационного поля Земли.

С учетом этого уравнение (1.21) можно записать в виде

$$\ddot{\bar{r}}(t) = \frac{\bar{R}(t) + \bar{P}(t)}{m(t)} + \text{grad} U[\bar{\rho}(t)], \quad (1.22)$$

где $\bar{\rho}(t)$ — радиус-вектор координаты центра масс в связанной системе координат.

Связь $\bar{\rho}(t)$ с $\bar{r}(t)$ осуществляется посредством матрицы $A(t)$, в результате чего (1.22) примет вид

$$\ddot{\bar{r}}(t) = \frac{\bar{R}(t) + \bar{P}(t)}{m(t)} + \text{grad} U[\bar{r}(t), t], \quad (1.23)$$

где $\bar{\rho}(t) = A(t)\bar{r}(t)$;

$$A(t) = \begin{pmatrix} \cos \Omega_3(t-t_n) & 0 & -\sin \Omega_3(t-t_n) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega_3(t-t_n) & 0 & \cos \Omega_3(t-t_n) \end{pmatrix},$$

где Ω_3 — угловая скорость вращения Земли.

Для уравнений (1.23) функциональная схема имеет вид, приведенный на рис. 1.8.

Уравнения движения центра масс в связанных системах координат записываются с учетом переносного ($\bar{a}_{\text{пер}}$), относительного ($\bar{a}_{\text{отн}}$) и кориолисова ($\bar{a}_{\text{кор}}$) ускорений и имеют вид

$$\ddot{\bar{\rho}}(t) = \frac{\bar{R}(t) + \bar{P}(t)}{m(t)} + \text{grad} U(\bar{\rho}(t)) + \frac{\bar{F}_{\text{пер}} + \bar{F}_{\text{кор}}}{m(t)}, \quad (1.24)$$

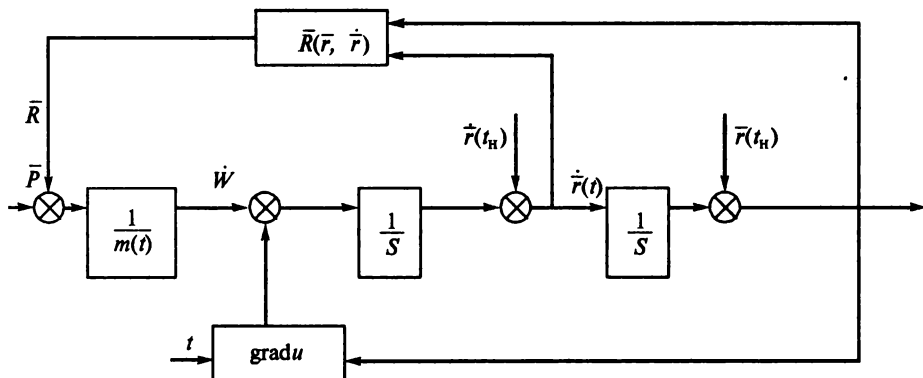


Рис. 1.8

где $\bar{F}_{\text{пер}} = -m(t) \bar{a}_{\text{пер}} = -m(t) [\bar{\Omega}_3 \times (\bar{\Omega}_3 \times \bar{\rho})]$;

$$\bar{F}_{\text{кор}} = -m(t) [2\bar{\Omega}_3 \times \dot{\bar{\rho}}].$$

Функциональная схема математической модели в виде (1.24) приведена на рис. 1.9.

На параметры движения центра масс могут быть наложены некоторые ограничения в виде неравенств, например, на начальное и конечное состояния объекта:

$$G_n[x(t)] \leq 0; \quad G_T[x(T)] \leq 0. \quad (1.25)$$

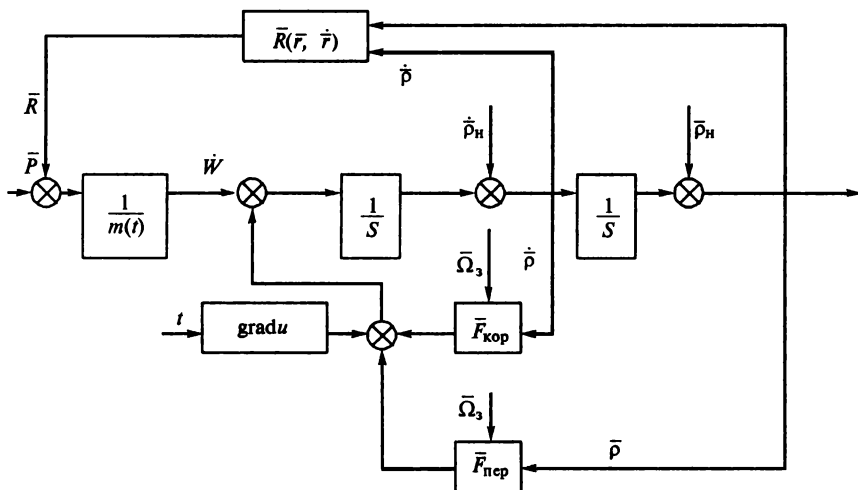


Рис. 1.9

Иногда эти выражения представляют системы в виде

$$G_i[x(t)] \leq 0; \quad t \in [t_H, T], \quad i = 1, 2, \dots, S. \quad (1.26)$$

Кроме неравенств (1.25), (1.26) имеют место ограничения на абсолютные значения отдельных переменных или комбинации переменных:

$$|x_i(t)| \leq c_i; \quad c_i = \text{const}; \quad i = 1, 2, \dots, S \leq n. \quad (1.27)$$

Наконец, могут быть сформулированы требования к промежуточному состоянию объекта управления:

$$N[x(t_j)] = 0; \quad t_j \in [t_H, T], \quad \text{или} \quad x(t_j) = c_j. \quad (1.28)$$

Математические модели (1.23), (1.24) легко преобразуются к виду (1.16).

При исследовании систем управления уравнения движения центра масс необходимо дополнить уравнениями движения вокруг центра масс и кинематическими уравнениями. Эту полную систему целесообразно рассматривать в системе координат, связанной с объектом и помещенной в его центре масс. Векторная форма записи такой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} &= \frac{\bar{R}(t) + \bar{P}(t)}{m(t)} - \text{grad } U(\bar{R}, t) - (\bar{\omega}_3 + c \bar{\omega}_3)^* V - (c \bar{\omega}_3)(c \bar{\omega}_3)^* (c \bar{R}); \\ \dot{\bar{\omega}} &= I^{-1} [\bar{M}_{\Sigma} - \bar{\omega}^* I \bar{\omega}]; \\ \frac{d(c \bar{\omega})}{dt} &= (c \bar{\omega}_3 - \bar{\omega}) c \bar{\omega}_3; \\ \frac{d(c \bar{R})}{dt} &= \bar{V} + (c \bar{\omega}_3 - \bar{\omega}) c \bar{R}; \\ \dot{\bar{R}} &= c^{-1} V, \end{aligned} \quad (1.29)$$

где $\bar{V}$ — вектор скорости центра масс объекта; $\bar{R}$ — вектор положения центра масс объекта относительно начала системы координат, связанной с Землей; $\bar{M}$ — вектор моментов; c — матрица перехода от системы координат, связанной с Землей, к СК, связанной с объектом; $\bar{\omega}_3$ — вектор абсолютной угловой скорости вращения Земли относительно системы координат, связанной с Землей; $\bar{\omega}$ — вектор абсолютной угловой скорости вращения объекта относительно системы координат, связанной с объектом; I — матрица моментов инерции объектов; индекс * означает, что рассматривается кососимметрическая матрица, соответствующая вектору $\bar{a} = \{a_i\}$, $i = x, y, z$, т.е.

$$\bar{a}^* = \begin{vmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{vmatrix}.$$

В системе (1.29) третье уравнение характеризует кинематические связи вектора угловой скорости вращения объекта с производными по времени от кинематических параметров. Вид кинематических уравнений существенно зависит от кинематических параметров, в качестве которых применяются углы Эйлера—Крылова, направляющие косинусы, параметры Кейли—Клейна, параметры Родрига—Гамильтона, последние записываются через кватернионы [12,13]. Наиболее удобной для исследований является запись кинематических уравнений через углы Эйлера. При этом используется тот факт, что вектор угловой скорости равен сумме векторов угловых скоростей относительных составляющих движения. Преобразование задается тремя последовательными плоскими поворотами на углы α_1 , α_2 , α_3 . Поэтому угловая скорость каждого вращения направлена на оси поворота и равняется $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\alpha}_2$, $\dot{\alpha}_3$, а следовательно, $\bar{\omega} = \bar{\dot{\alpha}}_1, \bar{\dot{\alpha}}_2, \bar{\dot{\alpha}}_3$. Осуществляя поворот координатных осей в определенной последовательности, можно получить связь между $\bar{\omega}$ и $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\alpha}_2$, $\dot{\alpha}_3$, например, в виде [12] :

$$\bar{\omega} = A \dot{\bar{\alpha}}, \quad (1.30)$$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ 0 & -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 1 & 0 & \cos \alpha_2 \end{vmatrix}.$$

где $\bar{\omega} = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}^T$; $\dot{\bar{\alpha}} = \{\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3\}$;

Обращая уравнение (1.30), получим кинематические уравнения

$$\dot{\bar{\alpha}} = A^{-1} \bar{\omega}, \quad (1.31)$$

где $\dot{\bar{\alpha}} = \{\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3\}^T$ — матрица-столбец составляющих $\dot{\bar{\alpha}}$; $\bar{\omega} = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ — матрица-строка составляющих $\bar{\omega}$;

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} \sin \alpha_1 \operatorname{ctg} \alpha_2 & \cos \alpha_1 & \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \\ -\cos \alpha_1 \operatorname{ctg} \alpha_2 & -\sin \alpha_1 & \frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_2} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

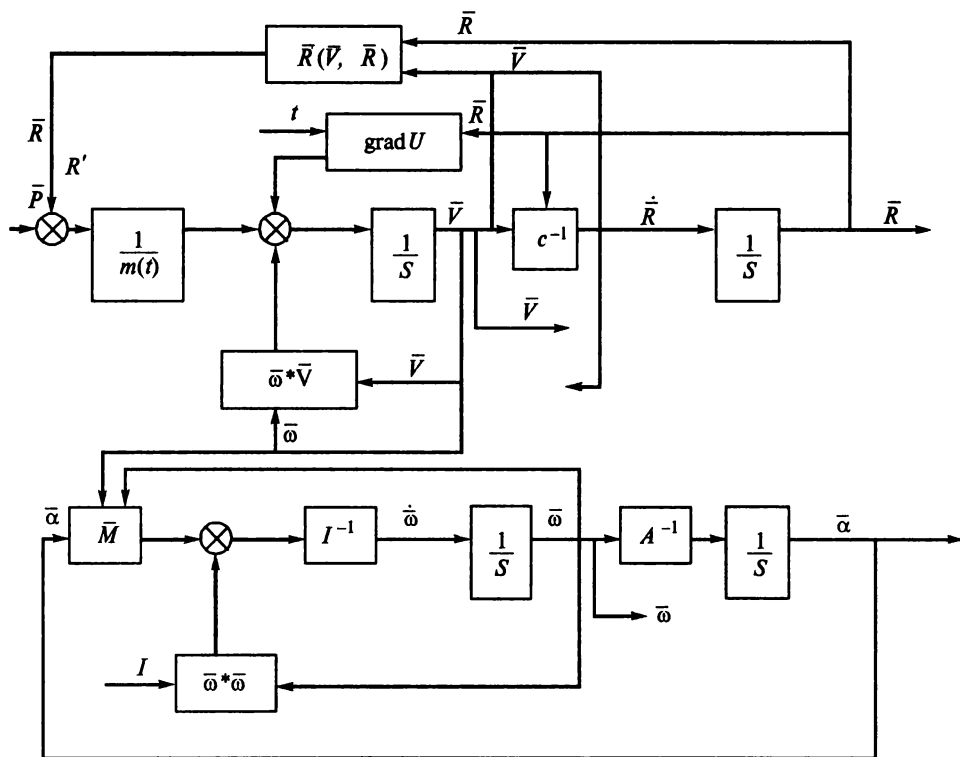


Рис. 1.10

Определитель матрицы A равен $\sin \alpha_2$ ($\det A = \sin \alpha_2$), поэтому он необратим при $\alpha_2 = k\pi$ ($k = 0, 1, \dots$). Физически это означает потерю одной степени свободы (совпадение осей вращения α_3 и α_1). При приближении к точке $\alpha_2 = k\pi$ скорости изменения углов α_3 и α_1 стремятся к бесконечности. Однако реальных физических трудностей в этой точке не возникает. Математически можно показать, что производные на самом деле не бесконечны. Известен ряд способов решения уравнений (1.31), которые позволяют их использовать и при $\alpha_2 = k\pi$ [12].

Функциональная схема математической модели в виде (1.29) показана на рис. 1.10. Для простоты в ней не учтено вращение Земли.

1.3.2. Система уравнений пространственного движения ракет СВ в координатной форме

Уравнения движения ракет СВ могут быть записаны в любой системе координат, которая по тем или иным причинам может оказаться предпочтительной для конкретных исследований.

Таблица 1.3

Обозначение	Направляющий косинус с осью		
	Ox	Oy	Oz
Вес G	$-\frac{x}{r}$	$-\frac{R_y + y}{r}$	$-\frac{z}{r}$
Лобовое сопротивление X	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	σ
Подъемная сила: Y_y	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	η
Y_z	$-\eta\sin\theta - \sigma\cos\varphi$	$-\eta\cos\theta - \sigma\sin\varphi$	-1
Y_p	$-\sin\varphi$	$\cos\varphi$	η
Z_p	$\xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi$	$\xi\sin\varphi - \eta\cos\varphi$	1
Тяга P	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	ξ

Для получения уравнений силы и моменты, действующие на ракету в полете и рассмотренные в § 1.2, проецируются на оси соответствующей системы координат. Рассмотрим случай написания уравнений движения центра масс в стартовой системе координат. Более подробно этот случай и другие случаи написания систем уравнений в координатной форме рассмотрены в [4, 5, 11].

Спроецируем первое уравнение системы (1.29) на оси стартовой системы координат. При этом будем учитывать, что под $\frac{d\bar{V}}{dt}$ понимается полное ускорение центра масс ракеты в абсолютном движении, состоящее из суммы относительного $a_{отн}$, переносного $a_{пер}$ и кориолисова $a_{кор}$ ускорений.

При проектировании сил на оси стартовой СК воспользуемся сводкой формул сил, действующих на ракету, которая помещена в табл. 1.3.

При написании уравнений пренебрегаем членами, содержащими произведения малых углов, в результате уравнения движения центра масс примут вид

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= -\frac{1}{m}[(P - X_p)\cos\varphi - X\cos\theta - Y(\varphi - \theta)\sin\theta - Y_p\sin\theta] - \frac{x}{r}g - a_{пер.x} - a_{кор.x}; \\
 \ddot{y} &= -\frac{1}{m}[(P - X_p)\sin\varphi + X\sin\theta + Y(\varphi - \theta)\cos\theta - Y_p\cos\theta] - \frac{R+y}{r}g - a_{отн.y} - a_{кор.y}; \\
 \ddot{z} &= -\frac{1}{m}[(P - X_p)\xi - X\sigma + Y(\xi - \sigma) - R_p(\sigma)] - \frac{z}{r}g - a_{отн.z} - a_{кор.z}.
 \end{aligned} \quad (1.32)$$

Момент	Обозначение	Косинус угла с осью		
		$0x1$	$0y1$	$0z1$
Статический	$M_{ст,y1}$	0	1	0
	$M_{ст,z1}$	0	0	1
Управляющий	M_{x1}^{δ}	1	0	0
	M_{y1}^{δ}	0	1	0
	M_{z1}^{δ}	0	0	1
Демпфирующий	$M_x^{\omega_x}$	1	0	0
	$M_y^{\omega_y}$	0	1	0
	$M_z^{\omega_z}$	0	0	1

Второе векторное уравнение системы (1.29) спроецируем на оси связанной СК и при этом примем, что $I_y = I_z$. Воспользуемся сводкой формул, представленных в табл. 1.4.

Система уравнений примет вид

$$\begin{aligned}
 I_x \frac{d\omega_x}{dt} &= R_y(\delta_3 - \delta_1) - M_x^{\omega_x} \omega_x; \\
 I_y \frac{d\omega_y}{dt} - (I_y - I_x)\omega_x\omega_z &= -M_y(\xi - \sigma) + M_y^{\delta}(\delta_1 + \delta_3) - M_y^{\omega_y} \omega_y; \\
 I_z \frac{d\omega_z}{dt} - (I_z - I_x)\omega_x\omega_y &= -M_z(\varphi - \theta) - M_z^{\delta}\delta_2 - M_z^{\omega_z} \omega_z.
 \end{aligned} \quad (1.33)$$

К уравнениям (1.32), (1.33) нужно добавить уравнения кинематической связи между параметрами и уравнения управления.

Пятнадцать уравнений (1.32), (1.33) позволяют определить столько же функций, характеризующих положение центра масс, параметры движения вокруг центра масс и другие функции. В приведенных уравнениях центра масс и вокруг центра масс отсутствуют возмущающие силы и моменты.

1.4. Траектории ракет Сухопутных войск

Одной из основных задач внешней баллистики является расчет траектории движения ЛА по заранее известным исходным данным. Для решения этой задачи необходимо:

- определить силы и моменты, действующие на ЛА в полете;
- составить математическую модель движения ЛА с учетом действующих сил и моментов;
- провести расчеты и обработать результаты расчетов.

В результате моделирования получаем все характеристики движения ЛА: скорость, углы, определяющие ориентацию вектора скорости и ЛА в пространстве, время полета, координаты центра масс, по которым может быть построена траектория.

Вид модели, состав исходных данных по ЛА зависит прежде всего от поставленной цели моделирования, а также от назначения, конструкции ЛА, способов управления и стабилизации.

Расчет траекторий представляет собой итерационный процесс, который проводится на двух стадиях проектирования ракетного комплекса:

- 1) баллистического проектирования;
- 2) подготовки баллистического обеспечения полета.

На первой стадии осуществляется определение основных проектных характеристик ракеты по заданным тактико-техническим требованиям, отыскание оптимальных режимов движения и траекторий полета, обеспечивающих заданный диапазон дальностей.

На второй стадии при подготовке баллистического обеспечения полета проводятся исследования вопросов стабилизации ЛА; определение условий управляемости; разработка алгоритмов управления движением центра масс; исследование вопросов рассеивания ракет и способов его уменьшения и другие задачи. Задачи баллистического обеспечения полета решаются при разработке СУ ракетного комплекса.

Максимальная и минимальная дальность стрельбы, траектория движения, способы стабилизации и управление движением центра масс и ряд других характеристик ракет связаны с их назначением.

Ракеты СВ относятся к классу управляемых ракет «земля — земля». Траектории таких ракет, применяемые как при исследованиях и проектировании СУ, так и для реальных пусков, можно классифицировать по следующим признакам:

- геометрическому виду;
- способу обеспечения дальности в заданном диапазоне;
- способу программирования траектории;
- назначению в зависимости от задачи исследования.

По геометрическому виду траектории ракет СВ могут быть баллистическими, траекториями с полетом на постоянной высоте (траектории крылатой ракеты) и деформированными баллистическими (путем управления движением центра масс). Типичные траектории движения ракет СВ приведены на рис. 1.11.

Управление дальностью стрельбы ракет в классе баллистических траекторий осуществляется при помощи навесных и настильных траекторий. Навесные траектории — это такие, у которых угол наклона вектора скорости в конце активного участка больше оптимального угла бросания для максимальной дальности. У настильных траекторий угол наклона вектора скорости в конце АУТ меньше оптимального. Как видно из определения, максимальные дальности для навесных и настильных траекторий совпадают. На рис. 1.11 приведены навесные 2 и настильные 3 траектории ракет.

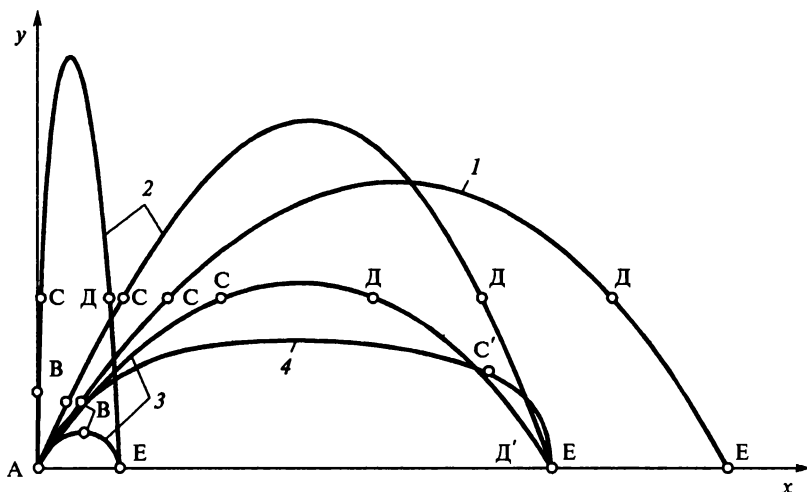


Рис. 1.11

Если первые два признака характеризуют геометрический вид траектории, то следующие два определяют вид траектории с точки зрения их формирования и задач исследования.

Принципы программирования движения определяют три типа траекторий: жесткие, гибкие и свободные [10,14]. Принцип жесткого программирования состоит в предварительном (до начала движения) составлении модели движения с разработкой программы управления. Эти программы в составе полетного задания вводятся в контур управления, и СУ обрабатывает их в реальных условиях полета. «Жесткость» программы определяется ее зависимостью от одного переменного — времени. При этом отсутствует возможность изменить программу в реальных условиях полета, отличающихся от априорных, которые приняты при программировании движения. Для твердотопливных ракет отсутствует возможность регулировать тягу ДУ, и задание жесткой программы в плоскости стрельбы приводит к существенным отклонениям действительной траектории от программной. В случаях, когда мала достоверность априорной информации о начальных условиях или условиях полета с высоким уровнем внешних возмущений, использование жестких программ становится нецелесообразным.

Широкое применение в инерциальных СУ ракет нашли параметрические программы, представляющие по сути зависимости, аналогичные законам управления и основанные, как правило, на эвристическом подходе. Параметрические программы реализуют принцип гибкого программирования. Гибкие программы обеспечивают сближение действительной траектории движения и программной, рассчитанной заранее.

Принцип управления, при котором программа требуемого движения определяется во время полета на основе информации о текущих параметрах движения и цели управления, называют принципом свободного программирования, а траектории ЛА — свободными.

На этапах проектирования СУ, разработки и исследования методов управления и стабилизации, подготовки и проведения натурных испытаний при определенных допущениях формируются специальные траектории, имеющие общепринятые названия такие, как номинальные, попадающие, опорные, программные, возмущенные, продольные и оптимальные.

Траектории, рассчитанные при отсутствии возмущающих движение факторов, при номинальных значениях конструктивных характеристик ракеты и параметров окружающей среды, принято называть номинальными.

Если номинальная траектория проходит через точки старта и цели, то она является попадающей. Кроме того, попадающей называют любую траекторию, проходящую через точки старта и цели в заданном диапазоне дальностей.

Вследствие случайного разброса параметров, определяющих движение ракеты, может быть получен целый набор траекторий, обеспечивающих попадание в цель. Такой набор обыкновенно называют трубкой траекторий, а каждую траекторию из этой трубки — возмущенной траекторией. Последняя прежде всего характеризуется набором возмущений, которые для данной траектории имеют определенные величины и знаки и могут рассматриваться как детерминированные величины.

Для решения некоторых задач исследования методов стабилизации используются предельные возмущенные траектории, при формировании которых уровни и знаки возмущений задаются таким образом, чтобы можно было получить наибольший разброс элементов движения и предельную трубку траекторий. Вероятность появления такой траектории близка к нулю в реальных пусках.

Иногда в литературе используются понятия опорных и программных траекторий. Опорная траектория — это попадающая номинальная траектория с фиксированной дальностью, как правило, используемая при расчете полетного задания (ПЗ). Программная траектория — это специально сформированная траектория, определяющая вид программ управления, а также постоянные величины, характеризующие программы.

Задача формирования номинальной попадающей траектории может быть сформулирована в терминах теории оптимального управления с точки зрения достижения экстремума какого-либо критерия. Такая траектория называется оптимальной.

Все рассмотренные выше траектории составляют группу траекторий, различающихся по назначению. Они не определяют геометрический вид траектории, но значительно упрощают методику некоторых исследований.

Навесные и настильные траектории имеют четыре характерных для ракет СВ участка (рис. 1.11):

АВ — активный участок траектории полета с работающей ДУ (АУТ);

ВС — восходящая атмосферная ветвь пассивного участка (ВВПУТ);

СД — участок свободного полета, где ракета движется практически под действием силы тяжести (СПУТ);

ДЕ — нисходящая атмосферная ветвь пассивного участка (НВПУТ).

Тип траектории	Участок траектории	Математическая модель							
		Материальная точка	С балансирующей зависимостью	Одноканальная	Двухканальная	Свободный полет	Возмущенная	Полная	Полная возмущенная
Номинальная	АУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	ВВПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	СПУТ	+	-	+	-	+	-	-	-
	УСПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	НВПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
Опорная	АУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	ВВПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	СПУТ	+	-	+	-	+	-	-	-
	УСПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	НВПУТ	+	-	+	-	-	-	-	-
Возмущенная	АУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
	ВВПУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
	СПУТ	+	-	-	+	-	+	-	-
	УСПУТ	-	+	-	+	-	+	-	-
	НВПУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
Пределная	АУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
	ВВПУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
	СПУТ	+	-	-	+	-	+	-	-
	УСПУТ	-	+	-	+	-	+	-	-
	НВПУТ	-	-	-	+	-	+	+	-
Программная	АУТ	-	-	-	-	-	-	+	-
	ВВПУТ	-	-	-	-	-	-	+	-
	СПУТ	-	-	-	-	-	-	+	-
	УСПУТ	-	-	-	-	-	-	+	-
	НВПУТ	-	-	-	-	-	-	+	-
Оптимальная	АУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	ВВПУТ	-	+	+	-	-	-	-	-
	СПУТ	-	-	-	-	+	-	-	-
	УСПУТ	-	+	-	-	-	-	-	-
	НВПУТ	-	+	-	-	-	-	-	-

У настильных траекторий участок свободного полета может отсутствовать.

Управляемые траектории условно можно разделить на три участка:

АВ — активный участок с работающей ДУ;

ВС' — управляемый вершинный пассивный участок (УСПУТ);

С'Д' — конечный участок.

На АУТ формируются такие параметры движения, которые обеспечивают достижение требуемой дальности стрельбы. Управляемый вершинный пассивный участок траектории служит для вывода ракеты в район цели с необходимой точностью и выполнения ограничений на фазовые координаты, например на

максимальную высоту полета. На конечном участке траектории обеспечивают точность попадания в цель и выполнение требований по отдельным фазовым координатам в точке цели (угол и скорость подхода головной части и др.).

Характерной особенностью траектории ракет СВ является то, что большая ее часть проходит в плотных слоях атмосферы, а ДУ заканчивает работу на малых высотах (10 ... 40 км). В результате этого существенно возрастает влияние параметров атмосферы на восходящей ветви пассивного участка. На этом участке потери дальности могут составлять 10 ... 20 км, а вариации параметров атмосферы приводят к отклонениям в 1 ... 2 км.

Полная формализованная модель движения ракет СВ, рассмотренная в п. 1.3.2, пригодна для формирования многих траекторий, определяемых задачами исследования. Однако эти же траектории можно рассчитать при помощи упрощенных моделей, достаточно подробно рассмотренных в § 1.3. Среди упрощенных выделим следующие:

- модель движения материальной точки с тягой и сопротивлением;
- модель с учетом балансировочной зависимости угла атаки (α) от угла отклонения рулей (δ);
- модель с выделением канала дальности (канала бокового отклонения);
- модель движения в двух взаимосвязанных плоскостях без учета канала крена;
- модель свободного полета под действием силы земного тяготения;
- возмущенная модель.

В табл. 1.5 приведены данные о возможности формирования траекторий по назначению в зависимости от вида упрощенной модели.

Вид применяемой модели при расчете траекторий существенно зависит от задачи исследования и поэтому, как правило, формируется траектория, которая одновременно обладает некоторой совокупностью качеств, например, «попадающая номинальная траектория», «попадающая номинальная оптимальная траектория» и т.д.

2. МЕТОДЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК

2.1. Современное состояние проблемы разработки методов управления и стабилизации

2.1.1. Анализ фундаментальных исследований

Разработка современных методов инерциального управления ракетами СВ стала возможной благодаря успешному развитию таких наук, как теория полета ракет (баллистика ракет) и ее составная часть — проектная баллистика, динамика полета ракет, теория управления движением, теория инерциальной навигации, теория оптимальных процессов и другие. Среди перечисленных выше наук следует выделить, прежде всего, основополагающую — внешнюю баллистику ракет.

Современная внешняя баллистика за несколько десятилетий прошла путь от науки, изучающей движение мин и снарядов ствольных систем, до науки об управляемом движении ракет и космических летательных аппаратов (КЛА) и окончательно оформилась в теорию полета. Наряду с традиционными вопросами в рамках теории полета существенное развитие получили вопросы оптимизации при выборе программ движения на основе формирования траекторий, методы анализа точности управляемого полета при действии случайных возмущений и другие.

Вопросам теории полета ракет и КЛА посвящены многочисленные работы российских и зарубежных авторов. Среди них прежде всего следует отметить труды российских ученых Д.Е. Охоцимского [15], Р.Ф. Аппазова, С.С. Лаврова, В.П. Мишина, О.Г. Сытина [4], А.А. Лебедева и Н.Ф. Герасюты [11], Ю.Г. Сихарулидзе [8], В.М. Пономарева [16], А.А. Дмитриевского, В.Ф. Устинова, Л.Н. Лысенко [5,17]; из зарубежных авторов — книги Р. Бэттина [18] и Д. Лоудена [19]. Кроме того, в период 1965—1987 гг. было опубликовано большое количество статей, относящихся к теории полета ракет.

Основы теории полета управляемых ракет СВ рассмотрены в книгах Ю.В. Чуева и М.А. Комарова [21], Г.А. Эфроса и В.Ф. Устинова, Б.С. Колесова, А.С. Парфенова, С.А. Ковальчука, Э.П. Спирина [14, 17, 20] и др.

Необходимо отдельно выделить фундаментальные труды по проектной баллистике как составной части теории полета и по технике ракетного полета

С.П. Непобедимого, Б.Н. Лагутина, Н.И. Гущина, В.Л. Солунина, а также учебное пособие В.И. Феодосьева по механике движения ракет [14, 23].

Проектирование и разработка ракет СВ и их систем управления кроме вышеперечисленных опираются еще на целый ряд научных дисциплин, в частности на динамику полета и тесно с ней связанную динамику систем управления летательными аппаратами, в которых рассматриваются динамические свойства элементов системы управления. Все это позволяет при разработке и исследовании СУ рассматривать полет ЛА с учетом процессов управления. Вопросам динамики полета и СУ посвящен целый ряд фундаментальных работ таких авторов, как А.М. Летов [24], А.А. Лебедев, В.А. Карабанов, Л.С. Чернобровкин [9,25], И.В. Остославский, И.В. Стражева [26] и другие.

Решающим фактором развития вопросов баллистики управляемого движения, динамики полета явилась разработка и применение в составе СУ бортовых цифровых вычислительных машин (БЦВМ), что позволило значительно усовершенствовать методы управления и навигации. Среди работ по динамике полета с применением БЦВМ необходимо, прежде всего, отметить работу М.С. Хитрика, С.М. Федорова, В.Д. Аренса и других [27].

Одним из научных направлений, оказывающих существенное влияние на развитие систем управления и сформировавшихся в последнее время, является управление (наведение) летательными аппаратами и его составная часть — инерциальное наведение. В этой области известно большое количество фундаментальных работ известных ученых: А.Ю. Ишлинского, Д.М. Климова, Н.Н. Красовского, Д.Е. Охоцимского, А.М. Летова, В.Д. Андреева, В.Д. Могилевского, В.М. Пономарева, Р. Бэттина, А. Брейсона, Д. Лоудена [28, 29, 16, 18, 19]. По инерциальной навигации следует отметить книги В.Д. Андреева [29], И.А. Горнштейна, И.А. Шульмана [31], К. О'Доннелла [30] и других. Кроме того, известно большое количество публикаций в периодической технической литературе, а также ряд книг и брошюр, затрагивающих прикладные вопросы инерциального наведения.

В последние годы в связи с постановкой новых задач перед ракетными комплексами СВ расширился класс применяемых в них инерциальных СУ, что привело к развитию методов и систем управления на основе терминальных принципов (терминальное управление). Теоретические основы терминального управления заложены в работе таких авторов, как Б.Н. Петров, Ю.П. Портнов—Соколов, А.А. Андриенко, В.П. Иванова [32], А.П. Батенко [33], Р.Г. Габасов, Ф.М. Кириллова [34] и других. Основы терминального управления твердотопливными ракетами СВ рассмотрены в трудах А.С. Парфенова, Л.А. Майборода, Э.П. Спирина, М.Ф. Яфракова, С.А. Ковальчука, Я.А. Трубкина и других.

Широкое внедрение ЭВМ как в практику проектирования, так и в современные СУ обусловило необходимость применения при разработке и исследовании методов управления теории оптимальных процессов. Потребности практики заставили пересмотреть традиционные подходы к оптимизации и определили появление фундаментальных научных трудов в области численных мето-

дов оптимизации. Среди фундаментальных работ в этом направлении следует прежде всего указать на методы оптимизации, созданные школой Л.С. Понтрягина. Потеории оптимального управления издано большое количество книг таких авторов, как Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкредидзе, Е.Ф. Мищенко [35, 36], В.Ф. Кротов, В.И. Гурман [37], Л.А. Растринин [38], В.Д. Батухтин, Л.А. Майборода [39], Н.Н. Моисеев [40], Ю.Г. Евтушенко [41], Р.П. Федоренко [42], Ф.Л. Черноуьско, Н.В. Баничук [43], А.А. Красовский, В.А. Боднер, Н.Е. Роднищев, Е.П. Юриков [44], В.М. Александров, а также ряд иностранных авторов: Аоки, А. Брайсон, Хо Ю Ши, Г. Зойтендейк, Э.Б. Ли, П. Маркус и многие другие [45, 46].

Применение результатов фундаментальных исследований при разработке и исследовании систем управления позволяет исключить из практики проектирования СУ эвристический подход и разработать современный системный метод проектирования с широким применением ЭВМ.

2.1.2. Основные методы автономного инерциального управления

Методы управления, в основу которых положен принцип автономной инерциальной навигации, подразделяются на программные, терминальные и комбинированные — программно-терминальные.

В разработке методов управления баллистических ракет прослеживаются два направления :

наведение по траекториям, вычисленным в полете путем решения полных уравнений движения, т.е. терминальные методы;

наведение с использованием законов управления в виде уравнений в приращениях координат и скорости ракеты или методы « Δ -управления», т.е. программные методы.

В нашей стране для баллистических ракет, включая ракеты СВ, наибольшее применение нашли методы программного управления, использующие параметры программной траектории. При управлении относительно номинальной траектории параметры движения предварительно вычисляются для расчетных характеристик ракеты, стандартной атмосферы и помещаются в память БЦВМ. Отклонения измеренных в полете параметров движения от их программных значений используются либо для формирования управляющих сигналов, возвращающих ракету на номинальную траекторию, либо для выработки новой траектории, приводящей в заданный район цели. В зависимости от способа компенсации отклонений методы программного управления можно разделить на две группы (рис. 2.1):

- 1) отслеживания номинальной траектории;
- 2) коррекции номинальной траектории.

Каждый из методов первой группы характеризуется конкретной совокупностью параметров движения и постоянных величин (полетное задание), которая используется для выработки управляющих сигналов.



Рис. 2.1

Сущность методов второй группы заключается в том, что рассогласование между текущими и номинальными параметрами траектории используется для выработки сигналов управления, возвращающих ракету на траекторию, скорректированную в полете с помощью коэффициентов влияния, входящих в состав полетного задания (ПЗ).

Методы управления, относящиеся к перечисленным группам, можно также характеризовать по ряду других признаков. Количество этих признаков может быть достаточно большим, но для ракет СВ основными являются следующие два:

- 1) участок траектории (АУТ, ПУТ), на котором осуществляется управляемый полет;
- 2) полнота информации о движении ракеты, используемой в методе управления.

В свою очередь, методы, характеризующиеся первым признаком, можно подразделить на три группы (1—3, см. рис. 2.1): с управлением только на АУТ; на АУТ и части ПУТ; на всей траектории соответственно.

Методы первой группы используются тогда, когда уровни основных возмущений, действующих на ракету, и степень их компенсации при помощи уп-

равления на АУТ позволяют выполнить требования по точности. При этом предельные отклонения точек падения при действии возмущений на ПУТ не превышают 40 ... 45% от предельно допустимых отклонений.

Методы второй группы целесообразно использовать в тех случаях, когда влиянием возмущений ПУТ нельзя пренебречь или из-за большого веса составляющих, обусловленных этим участком, или из-за высоких требований к точности стрельбы. К этой группе методов можно отнести и методы коррекции движения на ПУТ.

Методы третьей группы предполагают управление движением ракеты в той или иной форме на всей траектории. При этом на конечном участке ПУТ компенсируется влияние возмущений АУТ и ПУТ.

Рассмотренное деление методов управления по положению участка управляемого полета ни в какой мере не отражает всей сущности методов, их характерных особенностей. Поэтому внутри этих групп методы целесообразно разделить по наиболее существенным отличительным признакам. Такими признаками могут быть, например, вид и полнота информации о движении центра масс ракеты, используемой в методе управления. По виду информации они подразделяются на угловое движение, движение центра масс в плоскости стрельбы и относительно нее. Наиболее полное представление об особенностях метода управления дает вид используемой информации о движении в плоскости стрельбы. При этом методы управления формируются как с использованием полной информации о движении (углы, скорость, координаты), так и ограниченной (см. рис. 2.1, 4,5 соответственно). По указанным признакам можно продолжить и дальнейшее подразделение методов управления. Так, методы управления на АУТ могут быть реализованы с отсечкой и без отсечки тяги ДУ; методы управления на всей траектории — с использованием полной и неполной информации о движении центра масс (двух- и однокоординатные методы управления). Методы управления на АУТ, как правило, основаны на определении момента окончания АУТ и отсечки тяги ДУ в этот момент. Они отличаются направлением измерения элементов движения и видом используемой информации (псевдо- или истинные элементы движения).

Терминальные методы управления основаны на прогнозировании точки падения, и поэтому основным признаком их подразделения на группы является способ прогнозирования. В соответствии с этим признаком можно выделить следующие группы методов (рис. 2.2):

- 1) с интегрированием уравнений движения;
- 2) с предварительно вычисленными командами;
- 3) комбинированные.

Методы управления первой группы основаны на численном интегрировании системы дифференциальных уравнений движения центра масс ракеты в бортовой ЦВМ в ускоренном масштабе времени и определении текущего положения точки падения. В качестве исходных данных используются номинальные значения аэродинамических, энергетических, геометрических и массовых характеристик ракеты.

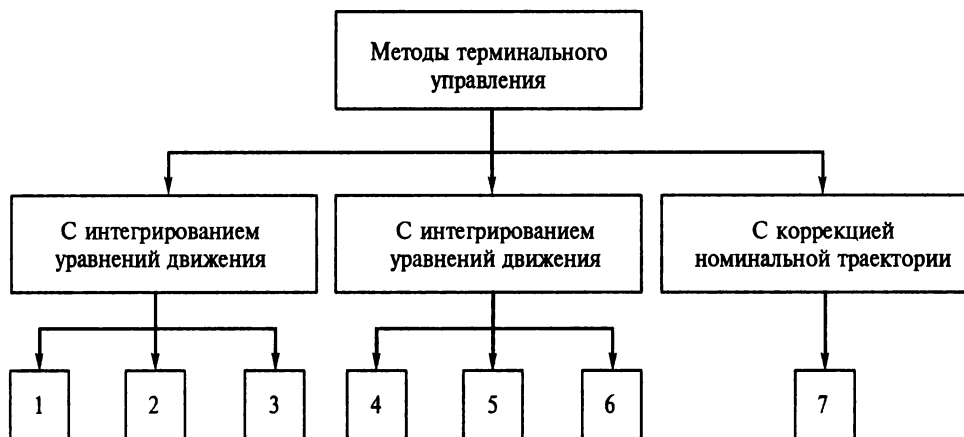


Рис. 2.2

Начальные условия — текущие значения элементов движения — измеряются в полете датчиками системы управления. На основе сравнения спрогнозированной точки падения с заданной точкой цели при помощи итерационного процесса определяется текущее значение управляющей функции, при которой ракета может достичь точки цели. К первой группе можно отнести такие методы, как метод непрерывного баллистического программирования (1), метод вычисления требуемой скорости (3), метод аппроксимации отображений (2).

Метод непрерывного баллистического программирования основан на формировании определенной совокупности параметров в конце АУТ. Задача наведения ракеты сформулирована как задача определения такого управления, которое обеспечило бы оптимальное выполнение некоторых конечных условий, выраженных аналитически и учитывающих связь между параметрами движения ракеты в момент окончания АУТ и требуемыми параметрами движения в конце ПУТ.

Метод наведения по требуемой скорости основан на положении, что для любой точки АУТ может быть определен такой вектор требуемой скорости ракеты, который обеспечивает достижение цели по траектории свободного полета. Значение импульса требуемой скорости вычисляется на основе математического аппарата эллиптической теории, а учет влияния нецентральности гравитационного поля Земли, гравитационных аномалий и атмосферы осуществляется за счет смещения координат точки цели.

Перспективным методом является *метод аппроксимации отображений*. Сущность его состоит в том, что движение ракеты отображается на гиперповерхность конечных условий, и на основе этого движения формируется закон управления движением центра масс ракеты на АУТ.

В методах с предварительно вычисленными командами прогнозирование точки падения для заданного положения ракеты производится не на борту, а перед пуском в наземной ЦВМ при помощи численного интегрирования уравнений движения для крайних возмущенных значений аэродинамических характеристик ракеты с учетом ограничений, для крайних значений параметров ракеты и ДУ, т.е. определяют предельную зону возможных точек падения при заданном начальном положении ракеты. На основании геометрического места точек падения производится выбор закона управления. Ко второй группе можно отнести метод терминального наведения с минимизацией расстояния между точкой падения ГЧ и целью (4), а также метод с использованием импульсного корректирующего оператора (6).

Метод минимизации текущего промаха состоит в том, что по данным решения навигационной задачи и координатам точки цели с помощью прогнозирования АУТ и ПУТ ракеты на каждом шаге пересчета управления строится аппроксимирующая поверхность текущего прогнозируемого промаха в пространстве управлений и определяется точка, соответствующая минимуму промаха.

Большие возможности имеет метод приближенного корректирующего оператора. Метод основан на использовании результатов решения упрощенной вспомогательной задачи в схеме поиска решения исходной нелинейной вариационной задачи. Он позволяет получить решение, точно удовлетворяющее краевым условиям и приближенным условиям оптимальности. При рациональном выборе вспомогательной задачи он позволяет сформулировать простой алгоритм вычислений, добиться хорошей сходимости вычислительного процесса и обеспечить требуемую близость квазиоптимального управления к строгому решению.

Ко второй группе можно также отнести метод наведения по опорной траектории (5), основанный на определении в полете вектора терминальной кажущейся скорости и так называемый гибридный способ, где для уточнения параметров управления используются рассчитанные заранее опорные траектории.

По своей сути методы управления третьей группы являются комбинацией методов номинальной траектории и методов, основанных на прогнозировании с помощью интегрирования уравнений движения либо алгебраических выражений, полученных при некоторых допущениях (7).

Особую группу составляют программно-терминальные методы управления, которые также используют комбинацию методов программного и терминального управлений, но с применением декомпозиции управления по участкам траектории и каналам управления. Такие методы обладают основным признаком программных — используются опорные программные траектории, а также терминальных методов — формируются управляющие воздействия на основе прогнозирования текущего положения точки падения.

Методы программного, терминального и программно-терминального управления имеют как достоинства, так и недостатки. В табл. 2.1 дано сравнение этих методов по ряду основных характеристик.

Таблица 2.1

Характеристики	Методы управления		
	Программные	Терминальные	Программно-терминальные
Вид траектории для обеспечения управления дальностью: навесная настильная	Обеспечивается >>	Обеспечивается >>	Обеспечивается >>
Инвариантность к изменению исходных данных (ИД) по ракете	Отсутствует	Обеспечивается	Частично обеспечивается
Универсальность алгоритмов по отношению к различному оснащению ракеты ГЧ	Частичная	Полная	Частичная
Возможность обеспечения управления без отсечки тяги ДУ, ДУ малой тяги и других конструктивных особенностей РСВ	Отсутствует	Обеспечивается	Обеспечивается
Возможность обеспечения управления ракетой в широкой трубке траекторий с малыми ошибками	Отсутствует	Обеспечивается	Обеспечивается
Состав ПЗ	50... 60 чисел	5... 10 чисел	5... 10 чисел
Время подготовки ПЗ с вводом ИД о координатах цели и старта	1,5... 2 мин	10... 15 с	10... 15 с
Время, необходимое на изменение программы наземной ЦВМ при корректировке ИД по ракете: подготовка коэффициентов для расчета ПЗ; отладка программы и подготовка документации	5... 7 мес.	—	1... 2 мес.
	3... 4 мес.	—	1... 2 мес.

Методы программного управления обеспечивают высокую точность стрельбы при сравнительно простых алгоритмах и не предъявляют высоких требований к бортовой ЦВМ. Однако высокая точность обеспечивается, как правило, только при незначительных отклонениях параметров траектории от номинальных значений. Кроме того, они требуют проведения большого объема вычислений при подготовке данных для пуска. Чем выше точность управления, тем больше объем полетного задания (ПЗ). В процессе проектирования, отработки и эксплуатации комплекса могут значительно изменяться характеристики

ракеты, уровни возмущений, появляется необходимость комплектации ракеты другими типами ГЧ. Все это требует проведения большого объема вычислений по подготовке данных для расчета ПЗ, изменения программ наземной ЦВМ и, возможно, корректировки метода управления для сохранения точности стрельбы, т.е. основным недостатком программных методов является их неинвариантность к изменению исходных данных по ракете.

Этих недостатков частично или полностью лишены терминальные методы управления. Их отличительным преимуществом по сравнению с программными методами является отсутствие этапа предварительного расчета на ЦВМ попадающей номинальной траектории и определения программ движения ракеты. Данные на пуск содержат только координаты точек старта и цели, а расчет программ движения и выбор законов управления по этим данным ведется на бортовой ЦВМ непосредственно по заранее разработанной совокупности бортовых алгоритмов. Однако анализ рассмотренных терминальных методов показывает целесообразность их реализации только на внеатмосферной части АУТ. Это объясняется сложностью учета в бортовых алгоритмах, реализующих терминальные методы управления, различного рода ограничений из-за действия атмосферы. Упрощение алгоритмов приводит к увеличению методических ошибок и к необходимости рассчитывать ПЗ, хотя и меньшее по объему, чем для программных методов. Для реализации алгоритмов в полном объеме в составе СУ необходимо иметь современную высокопроизводительную ЦВМ.

Анализ известных терминальных методов управления с точки зрения использования их в ракетах СВ позволяет сделать следующий основной вывод: до настоящего времени не разработаны простые для технической реализации терминальные методы управления. Поэтому для ракет СВ наибольшее применение нашли программно-терминальные методы управления. Они сочетают основные признаки программных методов (используются опорные программные траектории) и терминальных (формирование в полете программ движения и управляющих воздействий). При их применении значительно уменьшается объем расчетов по определению программных попадающих траекторий, и кроме того, изменяется методика их использования. Программные траектории формируются на некоторые опорные дальности для фиксированных координат старта и цели, поскольку при таком управлении точные траектории не нужны. Они используются для определения функционального вида программ управления; параметров программ управления с последующим уточнением в полете; вида управляющих функций.

Алгоритмы, реализующие программно-терминальные методы, значительно проще, чем для терминальных методов, следовательно, и требования к бортовым ЦВМ менее жесткие.

2.1.3. Современное состояние проблемы разработки методов стабилизации

Современная СУ высокоточными ракетами СВ представляет собой совокупность функциональных бортовых приборов, одновременная работа которых обеспечивает устойчивый и управляемый полет ракеты в заданную точку.

Она является как бы симбиозом двух систем: системы управления дальностью полета и системы стабилизации ракеты.

Обе эти системы работают одновременно с момента пуска и до конца полета. Это объясняется тем, что управление движением ракет СВ, как правило, осуществляется на всей траектории. Управление дальностью сводится к управлению положением ракеты в пространстве относительно вектора скорости и созданию необходимых углов атаки и скольжения. Обе системы тесно связаны между собой, но система управления дальностью в иерархическом смысле занимает более высокое положение. В нее закладывается основная цель управления (полетное задание), процессы, протекающие в ней, соизмеримы по времени со временем полета ракеты. Система стабилизации является более динамичной, а процессы, протекающие в ней, более быстрые.

В настоящее время известны два направления обеспечения устойчивости системы угловой стабилизации (СУС), повышения качества стабилизации ракет: конструктивное и алгоритмическое.

Первое направление связано с совершенствованием конструкции, элементов системы управления и поиском решений, в основу которых могут быть положены новые физические явления, новые материалы и более совершенные технологии производства. При этом предусматривается применение следующих мер:

- увеличение жесткости упругих элементов конструкции и стыковочных узлов;
- введение дополнительных ребер жесткости в местах установки измерительных приборов СУС и рулевых приводов;
- использование специальных амортизаторов для датчиков и др.

Кроме указанных выше, эффективным средством обеспечения устойчивости СУС является рациональное размещение чувствительных элементов системы управления. Так, в случае использования специальных измерителей, например ДУС, для обеспечения устойчивого углового движения ракет на частотах первых тонов упругих поперечных колебаний корпуса приходится определять место их размещения по длине корпуса ракеты, исходя из необходимости выполнения для этих тонов требований фазовой стабилизации.

Определение же сечения корпуса ракеты для размещения датчиков, в котором в условиях нестационарности системы обеспечивалось бы выполнение требований фазовой стабильности одновременно для нескольких тонов колебаний, является задачей очень сложной.

Анализ указанных способов обеспечения устойчивости СУС и стабилизации упругих колебаний корпуса ракеты показал, что все они приводят либо к значительному усложнению конструкции ракеты, узлов и деталей системы управления, либо к расширению бортового приборного состава, становятся причиной увеличения массы ракеты.

В связи с отмеченными обстоятельствами широкое распространение на практике получили алгоритмические способы, которые заключаются в целенаправленном изменении с помощью электронных и механических устройств частотных характеристик контура стабилизации. Среди них следует выделить амплитудную фильтрацию и фазовую коррекцию.

Необходимо отметить, что, несмотря на определенные достоинства рассмотренных выше способов обеспечения устойчивости СУС на частотах упругих колебаний корпуса ракеты, проблема, связанная с необходимостью иметь в этом случае достаточно точную априорную информацию о характеристиках упругих свойств конструкции ракеты, затрудняет применение этих способов.

Следует отметить, что в последнее время в области развития систем управления широкий интерес вызывают вопросы, связанные с разработкой СУС, которые основаны на нелинейных законах регулирования. Однако, несмотря на некоторые достоинства таких СУС, разработка и использование их на практике часто становятся затруднительными. Причины этого заключаются в отсутствии общих инженерных методов анализа и синтеза нелинейных законов регулирования, а также в возможности возникновения в системе автоколебаний, крайне нежелательных на активном участке траектории.

В последнее время вызывают интерес у разработчиков систем управления методы обеспечения устойчивости углового движения динамически сложных объектов нежесткой конструкции, основанные на получении и использовании в алгоритмах управления информации об упругих колебаниях корпуса, элементов конструкции объектов регулирования.

Исследованиям в данном направлении посвящено значительное число работ, среди которых выделяются те, которые рассматривают алгоритмы управления, основанные на использовании моделей движения. Анализ алгоритмов позволяет сделать вывод, что применение данных моделей в структуре СУС объектов упругой конструкции дает возможность во многом избежать тех недостатков, которые присущи указанным выше методам.

Переход к терминальным методам управления приводит к отказу от движения по заранее рассчитанным траекториям, т.е. к расширению трубки возможных траекторий. Даже при наведении на заранее заданную цель очевидно, что при терминальном управлении параметры модели возмущенного углового движения могут быть заданы лишь с большой неопределенностью.

Второй отличительной особенностью построения систем стабилизации при использовании терминальных методов управления является возможность ступенчатого изменения (скачков) требуемых углов ориентации вектора тяги, значения которых формируются системой управления непосредственно в полете. Поскольку модель системы стабилизации описывается совокупностью нелинейных дифференциальных уравнений, то ее динамические характеристики (быстродействие, колебательность и т.д.) являются функциями величины скачка (по углу, угловой скорости) в программах управления. Следовательно, для конкретной ракеты в заданный момент времени существуют величины скачков, которые недопустимо изменяют (ухудшают) показатели качества системы стабилизации.

Известно, что точность достижения конечной цели полета зависит от точности расчета траектории и точности реализации полета ракеты по рассчитанной траектории (точность системы стабилизации). Следовательно, при использовании терминальных методов наведения в некоторый момент времени может возникнуть ситуация, когда более «точная» программная траектория и соответ-

ствующая ей программа управления будут требовать от системы стабилизации нереализуемые угловые развороты, вследствие чего общая точность достижения цели при полете по обновленной программе наведения будет ниже, чем по ранее рассчитанной из-за возрастания ошибок функционирования системы стабилизации.

Таким образом, физическая реализация программ управления дальностью и стабилизации без разработки специальной методики учета взаимных требований, ограничений, связей между системой управления дальностью и системой стабилизации, может свести на нет все преимущества использования терминальных методов наведения.

В настоящее время можно выделить три подхода к выбору структуры и алгоритмов системы стабилизации, ориентированных на неопределенность параметров объекта управления.

Первый из них заключается в том, что весь участок полета $[t_0, t_k]$ разбивается на более мелкие участки $[t_0, t_1]$, $[t_1, t_2]$, ..., $[t_s, t_k]$. На каждом из участков полета $[t_i, t_{i+1}]$ можно сузить класс заданной модели ракеты Ω_0 до Ω_0^1 . Для более узкого класса Ω_0^1 легче построить систему стабилизации с фиксированными параметрами, что удовлетворяет цели управления при $t \in [t_i, t_{i+1}]$. В процессе полета происходит перестройка (коммутация) параметров автомата стабилизации в моменты $t_1, t_2, \dots, t_s$ в соответствии с заранее настроенной программой. С точки зрения реализации автомата стабилизации это самый простой и распространенный способ, реализуемый в терминальных СУ.

Второй подход предполагает возможность построения системы стабилизации, инвариантной к конкретным параметрам модели из заданного класса. Такая система стабилизации может быть построена, если она допускает существенное увеличение коэффициента усиления. Однако такие системы практически нереализуемы, так как с увеличением коэффициента усиления системы значительное влияние на ее характеристики оказывают малые постоянные времени, нелинейности. Это обязывает производить дополнительные исследования по оценке грубости системы стабилизации.

Независимость свойств замкнутого контура от конкретных параметров объекта управления заданного класса можно получить, используя системы с переменной структурой, относящиеся к классу нелинейных. Однако эти системы не нашли широкого применения из-за ряда причин: высокого порядка дифференциальных уравнений объекта, неидеальности аппаратуры, низкой помехоустойчивости системы и др.

Третий подход состоит в использовании принципов адаптации. При этом система управления автоматически определяет нужный закон управления посредством анализа поведения объекта при текущем управлении. Применение систем стабилизации с адаптацией ограничено тем, что для их функционирования необходимо существование в каждый момент времени некоторой области значений перенастраиваемых параметров, в которой система устойчива. Получение границ этих областей вызывает большие трудности при использовании терминальных методов управления из-за неопределенности программной тра-

ектории и программы управления дальностью. Системы стабилизации с адаптацией трудно реализуемы и имеют недостаточные динамические свойства контура адаптации.

Анализ основных подходов к построению систем стабилизации ракет позволяет сделать вывод о том, что влияние особенностей стабилизации, возникающей при использовании терминальных методов управления, не может быть устранено существующими методами расчета систем стабилизации, которые разрабатывались и успешно используются при управлении ракетами по программным траекториям без принципиальных изменений и доработок.

2.2. Программные методы управления

2.2.1. Математическая постановка задач разработки методов программного управления и пути их решения

Разработка методов управления включает вопросы управления движением центра масс ракеты, траектория которой состоит из АУТ и ПУТ, причем на последнем или на промежуточных участках движения ставится задача достижения определенной цели управления. Целью управления является выполнение в какой-либо момент времени граничных условий, наложенных на кинематические параметры движения ракеты $(\bar{v}, \bar{\tau})$, ее массу $m(t)$, или на функционалы от них. Конкретная детализация задачи управления зависит от требований по боевому применению, типа старта, условий пуска, места, вида и характеристик цели, типа ГЧ, характера ограничений, вида граничных условий в конце траекторий и т.д.

Несмотря на наличие большого числа ограничений, задача разработки метода управления имеет общую математическую постановку для всех формализованных моделей ракет.

В процессе управления к его качеству предъявляются различные требования, задаваемые в виде функционала или системы функционалов:

$$J_k = \int_T f_k(\bar{v}, \bar{\tau}, u) d\tau, \quad k \in \overline{0, \mu}, \quad (2.1)$$

где $f_k(\bar{v}, \bar{\tau}, u)$ — известные функции параметров движения.

Можно выделить четыре постановки задач.

Задача 1. Характерна для формализованной модели РСВ-1 управлением на всей траектории без отсечки тяги ТДУ и отделения ГЧ.

Математическая модель движения (1.16)—(1.19) примет для этой задачи вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, \varepsilon, G_i, g_i, a_{yj}, u_1, \omega_k, T_\mu); \\ y(t) &= f^*(t, x, u_1, n); \\ y_b(t) &= f_b^*(y(t), \Omega_k), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $x = \{\bar{v}, \bar{r}, t\}$; $\dot{x} = \{\dot{\bar{v}}, \dot{\bar{r}}, \dot{t}\}$; $t \in T$; $T = [t_0, T_n]$, T_n — полное время полета.

Граничные условия: $x_0 \in X_0$; $x_0 = \{\bar{v}_0, \bar{r}_0, t_0\}$; X_0 — множество начальных условий, определяемое точкой старта; $x_c \in X_c$, $x_c = \{\bar{v}_c, \bar{r}_c, T_n\}$ — вектор конечных условий; X_c — множество конечных условий, определяемое диапазоном расположения точек цели, требованиями к функционированию ГЧ и к параметрам движения.

На фазовые координаты в точках s траектории может быть наложено i ограничений, т.е.

$$\bar{x}(s_i) \leq \bar{x}_s(s_i), \quad (2.3)$$

где $s_i \in S$, S — заданное множество точек; $\bar{x}_s$ — заданные значения i ограничений в точках s .

Тогда первую задачу можно сформулировать следующим образом: найти управление $u_1(x)$, обеспечивающее перевод точки x_0 в состояние x_c в силу изменений (2.2) и неравенств (2.3) и минимизирующее заданные критерии качества J_k .

Задача 2. Характерна для формализованных моделей РСВ-2,3 и определяется управлением на АУТ с отсечкой тяги ДУ, отделением неуправляемой ГЧ. Особенностью является необходимость определения момента выключения тяги ТДУ (t_k).

Математическая модель движения (1.16)—(1.19) для этой задачи примет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, \varepsilon, G_i, g_i, a_{yj}, u_1, u_2, \omega_k, T_m); \\ y(t) &= f^*(t, x, u_1, u_2, n); \\ y_b(t) &= f_b^*[y(t), \Omega_k], \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $t \in T^* = [T_0, T_k]$; T_k — время АУТ; $x_0 \in X_0$; $x_k \in X_k$, где X_k — область граничных условий в момент отсечки тяги ТДУ; $x_c \in X_c$.

Математическая модель движения неуправляемой ГЧ на ПУТ имеет вид (1.20), а ограничения на фазовые координаты — (2.3).

Таким образом, вторую задачу можно сформулировать следующим образом: найти управление u_1 и управление выключением тяги ТДУ u_2 , обеспечивающие перевод точки x_0 в состояние x_k в силу уравнений (1.16), неравенств (2.3) и перевод из состояния x_k в x_c в силу уравнений (1.20), а также минимизирующие заданные критерии качества J_k (2.1).

Задача 3. Характерна для формализованных моделей РСВ-2,3 с управляемой ГЧ и отличается от предыдущей наличием управления на ПУТ (восходящей и нисходящей ветвях).

Математическая модель движения на АУТ имеет вид (1.16); ограничения — (2.3). Математическая модель движения на ПУТ примет вид

$$\dot{x} = f(t, x, \varepsilon, 0, 0, a_{yj}, u_1, 0, \omega_k, T_m); \quad (2.5)$$

$$y(t) = f^*(t, x, u_1, n); \quad (2.6)$$

$$y_b(t) = f_b^*(y(t), \Omega_k),$$

Тогда третью задачу можно сформулировать аналогично второй с той лишь разницей, что перевод из состояния x_k в x_c осуществляется согласно уравнениям (2.5).

Задача 4. Характерна для формализованных моделей ракет с управлением на АУТ без отсечки тяги ТДУ с отделением управляемой на ПУТ головной части. Математическая модель движения формируется из уравнений (1.16), (1.20) и ограничений (2.3).

Формулировка математической задачи аналогична поставленным задачам 1, 3.

Анализ поставленных математических задач, решаемых при разработке программных методов управления, показывает, что их решение сводится к синтезу алгоритмов управления:

- 1) с обратной связью; законов управления движением центра масс;
- 2) без обратной связи; управляющих функций отсечки тяги ТДУ.

Решить рассмотренные выше задачи в полной форме практически невозможно даже при помощи численных методов. Значительно упрощает решение применение декомпозиции указанных задач.

Рассмотрим два вида декомпозиции: управления и возмущений.

В задачах 1—4 общим является наличие управления с обратной связью u_1 . В общем случае управление u_1 решает две задачи: формирование попадающей номинальной траектории (ПНТ) (u_1^0) и обеспечение движения по этой траектории при наличии возмущений Δu_1 . Критерии выбора управлений u_1^0 , Δu_1 взаимно независимы; действительно, в первом случае — это дальность, во втором — точность. Тогда можно считать, что задача определения управления u_1 декомпозируется на две упомянутые выше. При разработке методов управления основной является задача формирования попадающей номинальной траектории, вторая задача решается лишь частично, поскольку она органически связана с выбором законов управления ракетой.

Для решения задачи формирования ПНТ необходимо в уравнениях (1.16), (1.20) положить равными нулю возмущения $\epsilon = 0$, $g_i = 0$, $T_M = 0$, $n = 0$. При синтезе управления Δu_1 попадающая траектория известна и, следовательно, управление u_1^0 определено.

Задача формирования траектории, т.е. выбора управления u_1^0 , остается достаточно сложной из-за отличия критериев качества на участках траектории или в различные интервалы времени. Кроме того, необходимо учитывать отличия по виду и физическому смыслу ограничения на параметры движения. Для ракет СВ такими характерными участками являются: АУТ, ВВПУТ в плотных слоях атмосферы, внеатмосферная часть ПУТ, НВПУТ в плотных слоях атмосферы и другие, количество которых зависит от схемы действия ракеты. Упростить решение задачи можно при помощи декомпозиции управления u_1^0 по участкам траектории.

Пусть имеется n участков траектории, на которых критерии качества J_{kj} , где $j = 1, \dots, n$, взаимно независимы. Движение на этих участках описывается системой (1.16), (1.20) при $\epsilon = g_i = T_M = n = 0$ с начальными условиями $x_0 \in X_0$:

$$x_{0j+1} = x_j. \text{ Тогда управление } u_1^0 = \sum_{j=1}^n u_{1j}^0, j = 1, 2, \dots, n.$$

Каждое из управлений u_j^0 принадлежит своему участку траектории и выбирается по своему критерию. Основной задачей после определения составляющих u_j^0 является композиция управления u_1^0 с точки зрения их стыковки в узловых точках участков траектории.

При синтезе закона управления движением центра масс Δu_1 и управления без обратной связи u_2 в целях упрощения исследований принимается декомпозиция возмущений.

Декомпозиция возмущений проводится по участкам программной номинальной траектории с использованием функций чувствительности. Она заключается в формировании нескольких эквивалентных возмущений вместо заданной совокупности.

Пусть движение ракеты описывается системой уравнений вида (1.16, 1.20). Запишем уравнение (1.16) в виде

$$\dot{x} = f(x, u, t, \varepsilon'), \quad (2.7)$$

где $\varepsilon' = \{\varepsilon'_1, \dots, \varepsilon'_r\}$ — r -мерный вектор случайных независимых величин с нулевым математическим ожиданием и известными дисперсиями; ε' включает в себя g_i , T_M , n :

$$M[\varepsilon'] = 0; \quad M[\varepsilon' \varepsilon'^T] = \sigma \varepsilon \sigma;$$

σ — диагональная матрица, элементы которой определяются как, $\sigma_j = \sqrt{M[\varepsilon'_j \varepsilon_j'^T]}$, $j = 1, \dots, r$; E — единичная матрица; $\varepsilon' \in E$.

Задача декомпозиции состоит в формировании эквивалентных возмущений (ε_j) и определении их числовых характеристик $M[\varepsilon_j]$, $M[\varepsilon_j, \varepsilon_j^T]$ на некоторых интервалах $\Delta t_j \in T$.

Возможность проведения декомпозиции возмущений, выделение наиболее существенных определяется следующими тремя факторами:

- 1) отдельные возмущения оказывают доминирующее влияние в системе;
- 2) ряд возмущений характеризуется адекватным влиянием;
- 3) действующие случайные возмущения независимы и подчинены нормальному закону распределения.

Состав возмущений и их статистические характеристики изменяются в зависимости от формализованной модели объекта. На состав возмущений, влиянием которых нельзя пренебречь, существенно влияют такие признаки, как схема действия, вид траектории и ее параметры и другие.

В основу декомпозиции возмущений положен принцип использования номинальной траектории, определение которой приведено в § 1.4.

Выделим два этапа декомпозиции возмущений: 1) по участкам номинальной траектории на основе схемы действия ракеты; 2) на основе построения функций чувствительности.

Декомпозиция с учетом схемы действия по номинальной траектории состоит в выделении на номинальной траектории временных интервалов Δt_i , на которых без проведения численного моделирования можно указать некоторую со-

вокупность возмущений ε_j из числа заданных для системы $\varepsilon_j \in E$, $\varepsilon_j \leq \varepsilon_j$, $j = 1, 2, \dots, r$, влиянием которых нельзя пренебречь на данном интервале Δt_j . Такими очевидными интервалами могут быть рассмотренные в § 1.4 АУТ, ПУТ и др.

Следующий этап декомпозиции возмущений на интервале Δt_j связан с расчетом номинальной траектории и использованием функций чувствительности Φ_j , где j — номер возмущения, для построения которой введем понятие параметра чувствительности F .

В качестве F примем отклонение одного из параметров системы от номинального значения в конце рассматриваемого интервала: $F = \Delta x_j$. Тогда функцию чувствительности Φ_j для параметра F на интервале $\Delta t_j \in T_N$ определяем как $\Phi_j = F(\Delta t_k)$, $\Delta t_k \in \Delta t_j$, $\Delta t_k = t_0 + n\Delta t$, где n — количество точек.

Декомпозиция возмущений с использованием функций чувствительности проводится как по уровню $|\times F_{\text{доп}}| \times$, так и по знаку Φ ($\text{Sign}\Phi$).

С учетом вышеизложенного сформулируем следующие правила:

j -е возмущение ε_j принадлежит интервалу Δt_j , если выполняются следующие условия:

а) при декомпозиции по уровню:

$$\min \times |\Phi_j| \times > |\times F_{\text{доп}}| \times, \quad (2.8)$$

где $F_{\text{доп}}$ — заданное допустимое значение;

б) при декомпозиции по закону:

$$\text{Sign}\Phi_1 = \text{Sign}\Phi_2 = \dots = \text{Sign}\Phi_j. \quad (2.9)$$

Зависимости $F(\Delta t_k)$ могут быть получены численным решением системы (1.29) на интервале Δt_j при действии каждого возмущения из $\varepsilon_j \in E$ независимо друг от друга с уровнями, равными $2,7\sigma$ на интервале Δt_k . Величина интервала Δt_k изменяется с шагом Δt . Начальные условия задаются с использованием решений для номинальной траектории $x_{0i} \in X_{0N}$.

В результате решения задачи декомпозиции из множества возмущений $\varepsilon_j \in E$ выделяется $\bar{m}$ возмущений $\bar{m} \leq j$ и $\varepsilon_m < \varepsilon_j$, влиянием которых ни по уровню, ни по знаку на интервале Δt_j нельзя пренебречь. Для возмущений ε_m известны $M[\varepsilon_j, \varepsilon_j^T]$. Далее задача состоит в получении оценок для одной из требуемых фазовых координат x_i в конце рассматриваемого интервала: $\hat{M}[x_i]$, $\hat{D}[\Delta x_i]$.

Рассмотрим случай адекватного влияния возмущений по знаку, т.е. когда отклонения Δx_i одного знака. Тогда для этого интервала времени можно сформировать эквивалентное возмущение ε_s , математическое ожидание и дисперсию которого вычислим по формулам

$$\begin{aligned} M[\varepsilon_s] &= \sum_{i=1}^m M[\varepsilon_j]; \\ M[\varepsilon_s, \varepsilon_s^T] &= \sum_{i=1}^m M_i[\varepsilon_i^* \varepsilon_i^{*T}]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Если действия возмущений на интервале Δt неодинаковы по знаку, то аналогично можно сформировать второе эквивалентное возмущение и рассматривать их отдельно.

2.2.2. Характеристика способов формирования номинальной попадающей траектории

Расчет попадающей траектории по своему математическому содержанию представляет собой краевую задачу. При этом краевыми условиями являются координаты точек старта и цели, а также дополнительно накладываемые ограничения на элементы вектора фазового состояния в точке цели. Расчеты попадающей траектории осуществляются различными способами, которые можно отнести к следующим направлениям. Это способы, основанные на решении прямой баллистической задачи, на решении обратной задачи баллистики и на использовании теории оптимального управления. Прямая баллистическая задача представляет собой процесс определения траектории ракеты путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения при заданных законах изменения управляющих параметров. Общая схема формирования попадающей траектории состоит в следующем. Выбирается некоторое начальное приближение для законов изменения управляющих параметров. Интегрированием уравнений движения находятся координаты точки падения. Сопоставив эти координаты с заданными значениями координат цели, выбирают поправки для управляющих функций и варьируемых элементов начальных условий для пуска. Различные методики, основывающиеся на изложенном подходе, по существу отличаются лишь способами выбора указанных поправок к управлению. Наиболее распространено использование для этой цели баллистических производных [4]. Производные могут вычисляться, например, по соотношениям эллиптической теории, либо могут быть получены численным интегрированием уравнений в вариациях относительно ранее определенной опорной траектории [8].

Существуют подходы к формированию попадающих траекторий, основанные на решении обратной задачи баллистики [4, 5, 10]. Рассматривается задача программирования во времени параметров динамической системы, описываемой системой дифференциальных уравнений, разрешимых относительно производных. Вектор управляющих параметров определяется так, чтобы эта система имела заданное частное решение или заданное интегральное многообразие, т.е. заданную траекторию. В такой форме ставятся обратные задачи динамики точки переменной массы, где нужно определить закон изменения массы точки во времени и скорость изменяющейся массы так, чтобы движение точки происходило по заданной траектории или по заданному закону. Предложенные методы решения поставленной задачи основаны на решении обратной задачи теории дифференциальных уравнений. В работе [48] указан метод решения этой задачи. Следует отметить, что указанные подходы применимы на практике для формирования траекторий ракет с жидкостными ДУ, допускающими регулирование тяги и имеющими протяженный безатмосферный участок. Для большинства современных

ракет, оснащенных твердотопливными двигателями, траектории которых в основном лежат в плотных слоях атмосферы, решение обратной баллистической задачи сопровождается значительными проблемами.

Задача формирования номинальной попадающей траектории легко может быть сформулирована в терминах теории оптимального управления. Однако эта теория, достаточно полно разработанная российскими и иностранными учеными, в своем практическом применении встречает ряд трудностей технического характера. Существующие подходы к строгому решению задачи оптимизации, как правило, не доводятся до уровня инженерных методик. В работах [37,49] рассматривается точная постановка задач, оптимизирующих выбранный критерий качества, однако многие математические выводы и обоснования не доведены до практических решений.

Наиболее распространен подход, основанный на аналитическом решении упрощенных оптимизационных задач, при постановке которых учитываются только наиболее важные слагаемые уравнений движения. Такие модельные задачи позволяют выявить структуру оптимального управления, исследовать его характерные свойства и на основе этого строить квазиоптимальные алгоритмы управления и траектории. Обычными допущениями в модельных задачах являются отсутствие атмосферы, неучет вращения Земли, упрощенное представление гравитационного поля. На основании таких упрощенных моделей в [8,24] показано решение задачи построения оптимального активного участка траектории, обеспечивающего максимальную дальность полета ГЧ. В работе [50] рассмотрена задача формирования траектории, оптимальной с точки зрения минимума энергетических затрат на управление или стартовой массы. Проведенные исследования модельных задач для АУТ позволяют оценить структуру квазиоптимального управления для программ тангажа, реализуемых СУ ракет СВ.

Однако одним из важных требований к траекториям ракет, наряду с обеспечением попадания в цель, является удовлетворение дополнительных фазовых ограничений, например, по значению скорости подхода к цели, по углу наклона вектора скорости у цели. Удовлетворяющая подобным требованиям траектория может быть получена лишь на основе решения оптимизационной модели движения центра масс ракеты.

Постановка задачи формирования попадающей траектории как задачи оптимального управления динамической системой требует, прежде всего, выбора математической модели, описывающей движение объекта управления. Математическая модель движения ракет, представляющая собой систему дифференциальных уравнений, должна достаточно полно описывать действующие на ракету силы и, вместе с тем, не должна быть чрезмерно громоздкой. Следует учитывать, что математическая модель лишь приближенно отражает свойства объекта управления, поэтому набор учитываемых факторов должен согласовываться с точностью входной информации о параметрах модели и требуемой точностью решения задачи.

В качестве исходных данных для решения задачи формирования попадающей траектории выступают значения координат точек старта и цели. Для ракет, как правило, положение старта и цели задается в форме координат Гаусса—Крюгера с топографической карты. Поскольку решение задачи обычно ведется в декартовой системе координат, необходимо предусмотреть процедуру пересчета значений топографических координат в выбранную расчетную систему.

2.2.3. Особенности выбора вида программных траекторий для ракет СВ

Вид траектории, обеспечивающей максимальную дальность, определяется на этапе баллистического проектирования ракеты. Для дальностей, меньших максимальной, вид траектории выбирается на этапе разработки метода управления и в значительной мере зависит от конструктивных особенностей ракеты.

Точность стрельбы ракет также существенно зависит от вида траекторий, применяемых для управления дальностью. Навесные и настильные траектории ракет СВ отличаются, в основном, полным полетным временем и характером изменения во времени угла наклона вектора скорости. Эти характеристики траектории определяют такие составляющие рассеивания, как инструментальная, динамическая и составляющая от влияния возмущений ПУТ для неуправляемых на этом участке ракет и ГЧ. Так, для формализованной модели РСВ-2 и навесных траекторий увеличение угла наклона вектора скорости в конце АУТ при уменьшении дальности в заданном диапазоне вызывает увеличение высоты окончания АУТ, увеличение полного полетного времени, что приводит к увеличению инструментальной составляющей, но уменьшению ошибки на ПУТ. Для настильных траекторий полное полетное время меньше, чем у навесных, этим и обуславливается уменьшение инструментальной составляющей, но при этом значительно увеличивается ошибка из-за влияния атмосферы на ПУТ. Эти особенности изменения составляющих рассеивания в зависимости от вида траектории положены в основу определения границы применения настильных и навесных траекторий для РСВ-2 по минимуму рассеивания.

Задача определения границ применения навесных и настильных траекторий для управления дальностью решена численным методом. Рассмотрены два диапазона дальностей $(0,1...0,6)L_{\max}^*$ и $(0,1...1,0)L_{\max}^*$, характерные для моделей РСВ-2,3, где $L_{\max}^*$ — максимальная дальность ракет СВ.

Решение этой задачи распадается на следующие этапы.

1. Формирование программных траекторий для ряда дальностей заданного диапазона. Для каждой дальности, меньшей максимальной, сформированы настильная и навесная траектории.

2. Определение инструментальной составляющей для заданного уровня погрешностей приборов инерциальной СУ по методикам, изложенным в [20,14]. Уровень погрешностей приборов СУ задавался неслучайными максимальными величинами, характерными для высокоточных ракетных комплексов СВ.

3. Определение ошибки из-за ПУТ для РСВ-2 и РСВ-3 с неуправляемой ГЧ с учетом отклонений параметров атмосферы от стандартной, ветра, отклонений характеристик ЛА и т. д.

4. Вычисление суммарного рассеивания для различных дальностей.
5. Графическое определение границ применения траекторий.

Формирование программных траекторий в заданном диапазоне дальностей, кроме максимальной, осуществлялось при помощи задания различных сочетаний угла тангажа и программных значений управляющей функции в конце АУТ. В зависимости от сочетания изменялись параметры конца ПУТ. При формировании настильных и навесных траекторий на промежуточные дальности критерием являлось обеспечение максимальной высоты конца АУТ.

Анализ результатов по формированию программных траекторий показывает, что предельная дальность зависит лишь от энергетики ДУ. При фиксированной предельной дальности промежуточные обеспечиваются при помощи как навесных, так и настильных траекторий. На формирование настильных траекторий существенные ограничения накладывают схема и конструктивные особенности ракеты. Для РСВ-2,3 сформируем настильные и навесные траектории во всем диапазоне дальностей. Для этих траекторий оценим рассеивание. Сравнительные характеристики рассеивания для РСВ-2,3 в зависимости от изменения дальности в случае настильных и навесных траекторий приведены на рис. 2.3. Здесь

$\bar{L} = \frac{\bar{L}}{L_{\max}}$ — относительная дальность в классе РСВ; $\bar{L}$ — промежуточная дальность; $L_{\max}$ — максимальная дальность; $\Delta\bar{L} = \frac{\Delta L}{L_{\max}}$ — относительная предельная ошибка (2,7 σ); 1, 3 — кривые, характеризующие изменения предельной ошибки при стрельбе по навесным траекториям; 2, 4 — кривые изменения предельной ошибки при стрельбе по настильным траекториям.

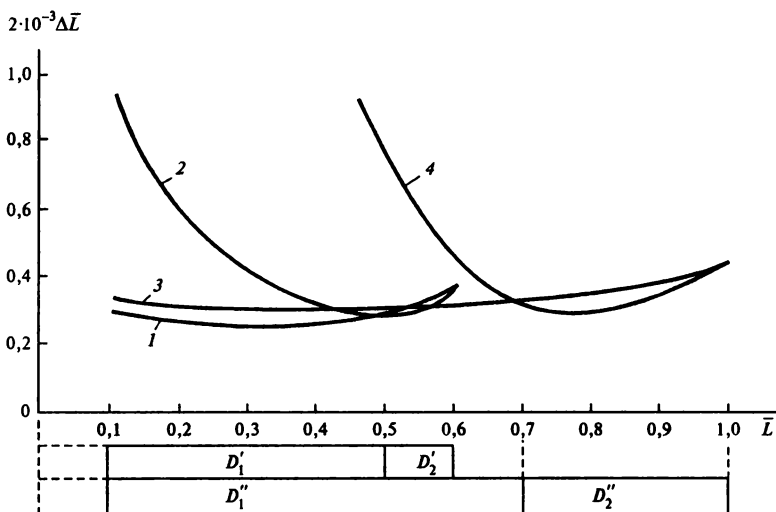


Рис. 2.3

На рис. 2.4 приведены аналогичные кривые для моделей РСВ-1 и РСВ-3 с управлением на конечной части ПУТ.

Кривые получены при использовании современных методов управления на АУТ и ПУТ, обеспечивающих пренебрежимо малые величины методических ошибок, и использовании высокоточных приборов СУ.

Для навесных траекторий моделей РСВ-2,3 с увеличением дальности внутри рассматриваемых диапазонов относительная ошибка монотонно убывает, а затем по достижении некоторого минимума слабо возрастает (см. рис. 2.3). Монотонное убывание ошибки связано с уменьшением инструментальной составляющей, а увеличение — с возрастанием доли ошибки за счет ПУТ в суммарной ошибке. Для настильных траекторий на дальностях, близких к минимальной, возникают большие ошибки за счет влияния атмосферы на ПУТ. С изменением дальности от максимальной до минимальной возрастает высота окончания АУТ, уменьшается время полета в плотных слоях атмосферы и, как следствие, уменьшается ошибка управления. Увеличение ошибки по достижении некоторого минимума объясняется возрастанием влияния инструментальной составляющей на рассеивание.

Точки пересечения кривых 1, 2 и 3, 4 определяют области D'_1 , D'_2 и D''_1 , D''_2 применения настильных и навесных траекторий при управлении дальностью РСВ-2,3. Области соотносятся для первого диапазона дальностей, как $D'_1/D'_2 \approx 4,0$, для второго — $D'_1/D'_2 = 2,0$. Анализ полученных результатов показывает, что для второго диапазона дальностей минимум отклонения по дальности более ярко выражен, чем для первого. В области D'_1 при помощи отсечки тяги ДУ можно сформировать навесные траектории, у которых угол наклона вектора скорости в момент окончания АУТ будет максимальным не на минимальной дальности, а на некоторой средней L_{cp}^r . При изменении дальности от L_{cp}^r до L_{min} угол наклона вектора скорости в конце АУТ будет уменьшаться и, следовательно, будет уменьшаться и полное полетное время. Это приведет к меньшим инструментальной составляющей и суммарной ошибке.

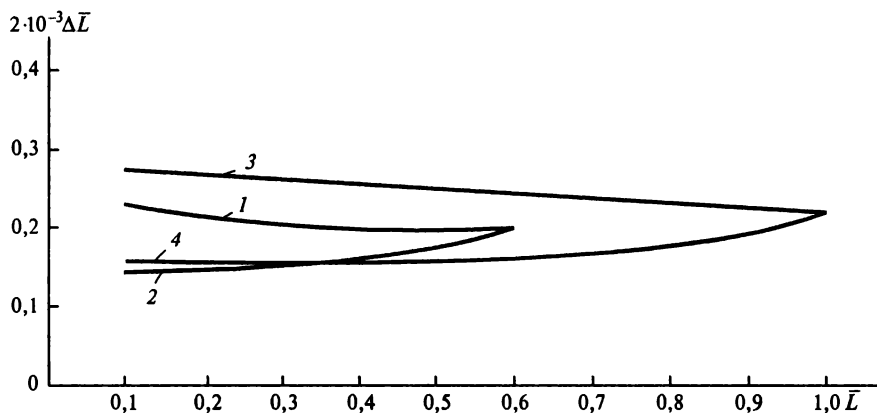


Рис. 2.4

Результаты расчетов при управлении ракетой на всей траектории (см. рис. 2.4) показывают, что для всех рассмотренных вариантов применение настильных траекторий является предпочтительным по сравнению с навесными в отношении рассеивания. Это обуславливается только величинами инструментальной составляющей, которая существенно зависит от времени полета, так как в этом случае ошибки за счет пассивного участка компенсируются СУ. Установление границ применения навесных и настильных траекторий для класса ракет СВ позволяет на этапе проектирования выбирать тип траектории для обеспечения диапазона дальностей без предварительных исследований, если к ракетам не предъявляются какие-либо дополнительные требования, определяющие однозначно тип траектории.

2.2.4. Итерационные методы формирования программных траекторий

Общая схема итерационных методов формирования программных траекторий

На этапе формирования программных траекторий для формализованной модели РСВ-1 решается задача выбора функции изменения угла атаки, при которой обеспечивается требуемая дальность стрельбы в заданном диапазоне. Для формализованных моделей РСВ-2,3 выбираются такая функция изменения угла атаки на АУТ и такие элементы движения центра масс в момент окончания АУТ (отсечки тяги ТДУ), чтобы отделяемая неуправляемая (управляемая) головная часть попадала с заданной точностью (Δ) в район цели:

$$L(\bar{v}_k, \bar{r}_k) - L_u \leq \Delta. \quad (2.11)$$

Формирование номинальной траектории зависит от основных факторов, определяющих параметры движения ракеты: конструктивные и аэродинамические характеристики ракеты, параметры СУ, параметры атмосферы, гравитационное поле Земли.

Ракета рассматривается как твердое тело с переменной массой на АУТ и постоянной массой на ПУТ.

При формировании программных траекторий используется математическая модель в виде (1.29) с учетом описания работы СУ. Обычно расчет программных траекторий проводится в предположении малости угловых скоростей и ускорений движения относительно центра масс. Это позволяет на этом этапе применять упрощенные уравнения движения с использованием балансирующих зависимостей [9, 26].

Основным требованием, предъявляемым к программной траектории, является прохождение ее через цель. При этом должна обеспечиваться требуемая дальность стрельбы (L_p), т.е. программная траектория должна быть попадающей.

Математическая постановка задачи формирования программной траектории следует из общей постановки задачи разработки метода управления, рассмотренной в п. 2.2.1, с учетом ряда допущений, основным из которых является отсутствие возмущений и ошибок СУ. Тогда математическая модель для задач

1—4 (§ 1.3) значительно упростится, а постановка задач 1—4 будет полностью характеризовать задачи формирования программных траекторий.

Задача определения попадающей программной траектории для РСВ-1 относится к краевым задачам, где концевыми условиями являются координаты точек старта и цели. Задача состоит в определении управления u_1 или фазовых координат его характеристик при наличии ограничений. Для РСВ-2,3 задача формирования программной траектории состоит в определении управлений u_1 и u_2 на АУТ при неуправляемом или управляемом движении на ПУТ, обеспечивающих попадание в цель.

Основным этапом формирования программной траектории для РСВ-1 является решение краевой задачи, которое осложняется необходимостью учитывать влияние на траекторию вращения Земли и наличием большого количества ограничений, накладываемых на кинематические и динамические параметры траектории. К кинематическим параметрам относятся прежде всего высоты окончания различных характерных участков траектории (АУТ, ПУТ), максимальная высота, кривизна и наклоны различных участков. Динамические параметры включают перегрузку, углы атаки и скольжения, скорость в характерных точках траектории, а также разбросы этих параметров при действии возмущений. При формировании программных траекторий легко обеспечивается выполнение ограничений на кинематические параметры. Ограничения на динамические параметры хотя и зависят от вида программной траектории, но обеспечиваются соответствующим синтезом алгоритмов метода управления и выбором законов управления.

Несколько иная краевая задача возникает при формировании траекторий для РСВ-2,3. Задача управления для формализованных моделей РСВ-2,3 состоит в определении такого положения вектора скорости, чтобы при дальнейшем движении на ПУТ головные части попадали в район цели. Для РСВ с двигателем на твердом топливе, когда нет физической возможности надежно регулировать величину тяги ТДУ, задача выбора управления отсечкой тяги (u_2) решается управлением без обратной связи. В этом случае задача обеспечения дальности в заданном диапазоне решается при помощи выбора управления u_1 , а задача обеспечения точности — управлением u_2 . Задача выбора управления u_1 при наличии u_2 решается формированием программной траектории. Эта задача относится к классу трехточечных краевых задач и двухточечных с ограничениями на параметры движения на момент окончания АУТ. Методы решения краевых задач достаточно хорошо изучены и приведены, например, в [40, 47]. Сложность решения краевой задачи во многом определяется порядком системы дифференциальных уравнений, описывающих движение объекта, и решение задачи является достаточно трудоемким итерационным процессом. Количество итераций значительно сокращается, если свести краевую задачу к задаче управления. Для РСВ-2,3 целесообразно применять принцип декомпозиции по участкам и решать краевые задачи на отдельных участках, сводя их к задачам управления с использованием модельных задач.

Однако при таком подходе формирование траекторий ведется без учета вращения Земли. Задача формирования попадающих программных траекторий с

учетом вращения Земли решается методом последовательных итераций при помощи неоднократного решения краевой задачи. На рис. 2.5 приведена блок-схема решения этой задачи. Расчет первого приближения проводится с азимутом стрельбы (A_c), равным геометрическому азимуту ($A_{гм}$), вычисленному с использованием известных формул по координатам точек старта и цели [2]. Разности между координатами точек падения и координатами цели позволяют определить поправку в азимут стрельбы (ΔA) на i -м шаге решения задачи. Расчеты проводятся до попадания точки падения в допустимую область.

Итерационный способ формирования траектории активного участка

Рассмотрим способ формирования программной траектории АУТ при помощи метода итераций с использованием оптимальных законов управления, основанных на принципе максимума Понтрягина [35].

Пусть движение ракеты на АУТ и ПУТ описывается системами уравнений (1.29), где $\bar{v} = \{v, \theta\}$, $\bar{r} = \{h, x\}$ и $\bar{\eta} = \{v, \omega_z\}$. Все функции, входящие в краевые части системы (1.29), за исключением θ , v , ω_z , считаем неотрицательными.

На траекторию наложены фазовые ограничения

$$|\alpha| \leq \varphi(h), \quad \varphi(h) \leq \pi/2, \quad (2.12)$$

где $\varphi(h)$ — заданная монотонно возрастающая положительная функция.

Допустимыми управлениями будем считать управления $u(t)$, принадлежащие классу кусочно-непрерывных функций и удовлетворяющие ограничению

$$|u(t)| \leq u_0 \quad (2.13)$$

Предположим, что траектория АУТ при нулевом управлении $u(t) \equiv 0$ ($t \in [t_0, t_k]$) удовлетворяет фазовым ограничениям (2.12).

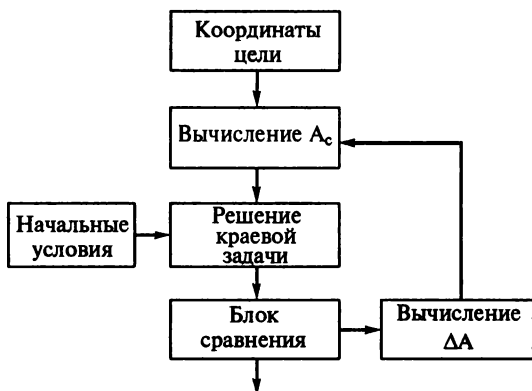


Рис. 2.5

Задача. Найти допустимое управление $u^0(t)$, переводящее систему (1.29) по допустимой траектории из заданного начального состояния $\bar{v}_0, \bar{r}_0, \bar{\eta}_0$ за фиксированное время t_k на гиперповерхность:

$$L(\bar{v}_k, \bar{r}_k) = L_u \quad (2.14)$$

при условии $\omega_z = 0$. (2.15)

Допустимой траекторией системы (1.29) назовем траекторию, удовлетворяющую фазовым ограничениям (2.12). Очевидно, что в момент t_0 выполняется условие $\theta_0 = \vartheta_0$.

Алгоритм решения. Выбор допустимых упрощений $u(t)$, где $t \in [t_0, t_k]$, однозначно определяет в соответствии с (1.29) траекторию ракеты и ее координаты в момент $t = t_k$.

Рассмотрим вспомогательную задачу (задача А), а затем покажем, что исходная задача сводится к ее решению.

Задача А. Найти допустимое управление $u(t)$, переводящее систему (1.29) по допустимой траектории из заданного начального состояния $\bar{v}_0, \bar{r}_0, \vartheta_0$ за фиксированное время t_k на множество Ω_k , определяемое по формулам

$$L(\bar{v}_k, \bar{r}_k) = L_u; \quad (2.16)$$

$$\vartheta(t_k) = \vartheta_k^*, \quad (2.17)$$

и минимизирующее функционал (2.16).

Здесь $\vartheta_k^* \leq \vartheta_0$ — некоторое заданное число.

В первом приближении траекторию ПУТ можно считать эллиптической, тогда для любой допустимой дальности ПУТ (L_n) существует значение угла наклона вектора скорости в момент t_k $\theta(t_k) = \theta_k^*$, при котором для достижения этой дальности требуется наименьшая скорость $\vartheta_{k_{\min}}$ [4]:

$$\theta_k^* = 0,5 \arctg \left[\frac{\sin \left(\frac{L_n}{R_3} \right)}{\left(1 + \frac{h_k}{R_3} \right) - \cos \left(\frac{L_n}{R_3} \right)} \right]. \quad (2.18)$$

Функция $\theta_k^* = \theta_k^*(L_n)$ строго убывающая, поскольку ее производная отрицательная. Следовательно, минимизация функционала (2.16) эквивалентна минимизации функционала

$$J(u) = \theta(t_k). \quad (2.19)$$

Рассмотрим частную производную $\dot{\theta}$ по ϑ , где $\dot{\theta}$ — правая часть уравнения системы (1.29). Анализ $\partial \dot{\theta} / \partial \vartheta$ показывает, что функцию $\dot{\theta} = \dot{\theta}(\vartheta)$ можно считать монотонно возрастающей по ϑ .

Рассмотрим структуру управления $u(t)$ вида

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < t_0; \\ \hat{u}(t) & \text{при } t_0 \leq t \leq t_1; \\ 0 & \text{при } t_1 < t \leq t_k, \end{cases} \quad (2.20)$$

где $\hat{u}(t)$ — допустимое управление, переводящее систему (2.1) из состояния $\bar{v}_0, \bar{r}_0, \vartheta(t_0)$ на множество Ω_k по допустимой траектории и $\vartheta = \vartheta_k^*, \omega_z = 0$.

Управление $\hat{u}(t)$ реализуется в классе релейных управлений [35]. Поскольку $\dot{\theta} = \dot{\theta}(\vartheta)$ является монотонно возрастающей функцией по ϑ , минимум функционала (2.19), а следовательно, и максимум функционала (2.16) достигается на управлении структуры (2.20), тогда при $t_0 = 0$ $\hat{u}(t)$ является оптимальным по быстродействию управлением. Отсюда следует, что дальнейшее рассмотрение можно ограничить допустимыми управлениями структуры:

$$u(t) = \begin{cases} \hat{u}(t) & \text{при } t_0 \leq t \leq t_6; \\ 0 & \text{при } t_6 < t \leq t_k, \end{cases} \quad (2.21)$$

где t_6 — оптимальное время.

Задание ϑ_k^* однозначно определяет оптимальное управление $u(t)$ (2.21), а оно, в свою очередь, в силу системы (1.19) однозначно определяет значение функционала (2.16). Следовательно, можно считать, что дальность $\bar{L}$ есть функция от ϑ_k^* : $L = L(\vartheta_k^*)$. Таким образом, исходная задача сводится к решению алгебраического уравнения

$$\bar{L}(\vartheta_k^*) = L_u. \quad (2.22)$$

Для решения уравнения (2.22) можно использовать, например, метод итераций, основанный на методе невязок, один из вариантов которого приведен в [40]. Реализация такого алгоритма достаточно сложна, поскольку на 1-м шаге требуется находить решение задачи оптимального быстродействия с фазовыми ограничениями.

Допустим, что фазовых ограничений нет, тогда оптимальное управление для задачи быстродействия, рассматриваемое на первом шаге алгоритма, совпадает с оптимальным управлением для следующей задачи: для системы, описываемой линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\vartheta}} &= \omega_z; \\ \dot{\omega}_z &= -D(t)u, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $D(t)$ — вычисляемая величина, найти допустимое управление u , переводящее ее из начального состояния $(\vartheta_0, 0)$ в состояние $(\vartheta_i, 0)$ за минимально возможное время.

Известно, что оптимальное управление при такой постановке задачи имеет одну точку переключения [35]. Используя этот факт и аппроксимируя систему уравнений (2.23) системой с постоянными коэффициентами, построим приближенный алгоритм, в котором будут учтены фазовые ограничения (2.12) [51].

Этот алгоритм дает приближенное решение исходной задачи, но, как показали численные расчеты, получаемое управление имеет большее число точек переключения.

Известен алгоритм, который обеспечивает решение задачи с меньшим количеством точек переключения [51], хотя и дает приближенное решение.

В качестве примера на рис. 2.6 приведена структура управления $u(t)$, полученного с помощью алгоритма 2. На рис. 2.7 показано изменение угла тангажа во времени, соответствующее полученному управлению. Кривая 1 на этом рисунке представляет возможную аппроксимацию зависимости $\vartheta(t)$ экспонентой.

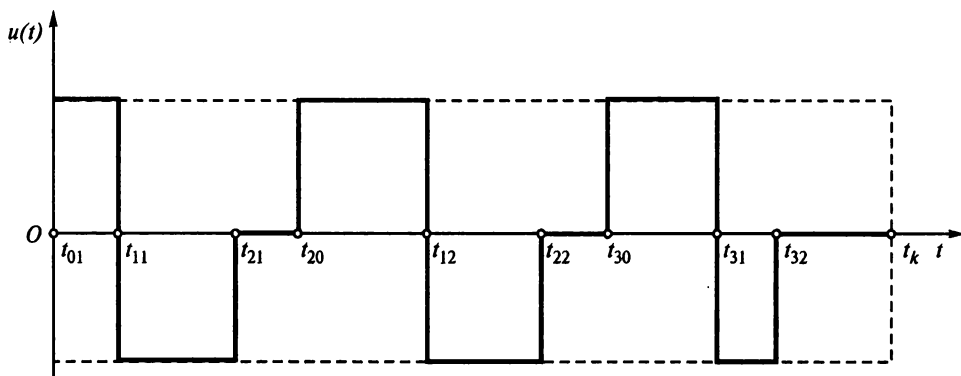


Рис. 2.6

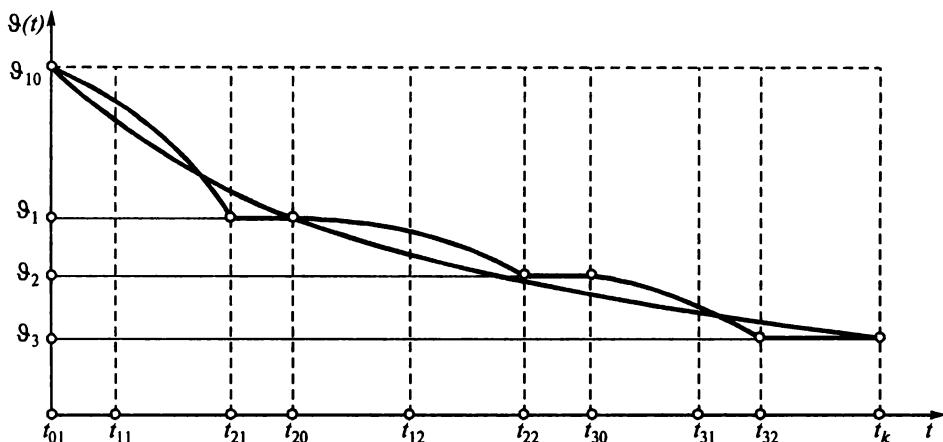


Рис. 2.7

Итерационный способ формирования программной траектории на восходящей ветви пассивного участка

При окончании АУТ в плотных слоях атмосферы для обеспечения высокой точности требуется управление на восходящей ветви ПУТ.

Для реализации этого управления необходимо сформировать программную траекторию, удовлетворяющую краевым условиям. Задача формирования программной траектории на ВВПУТ является сложной из-за наличия ограничений на управление и на фазовые координаты.

В основу итерационного способа формирования программной траектории положено сведение этой задачи к задаче поиска оптимального управления при наличии ограничений в модельной постановке. В полной задаче такое управление является квазиоптимальным, соответственно, и программная траектория с таким управлением также будет квазиоптимальной.

Рассмотрим математическую постановку задачи.

Пусть движение ракеты на ВВПУТ в плотных слоях атмосферы описывается системой уравнений вида (1.29). В системе (1.29) $\bar{v} = \{v, \theta\}$, $\bar{r} = \{h, x\}$ и $\bar{\eta} = \{\eta, \omega_z\}$; $\bar{R}$, $\bar{G}$, $\bar{V}$ — векторы аэродинамической силы, силы тяжести и управления соответственно; $\bar{M}$ — вектор момента.

Указанные выше аэродинамические силы и моменты зависят от угла атаки (α).

Система (1.29) имеет следующие начальные условия:

$$\bar{v}(t_0) = \bar{v}_0; \bar{r}(t_0) = \bar{r}_0; \bar{\eta}(t_0) = \bar{\eta}_0 = 0. \quad (2.24)$$

Все функции, входящие в правую часть системы (1.29), являются непрерывными и непрерывно дифференцируемыми по всем своим аргументам.

На параметры траектории (угол атаки, вектор перегрузки $\bar{N}$) наложены следующие ограничения:

$$\begin{aligned} 0 \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max}; \\ |\bar{N}| \leq N^*, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где $\alpha_{\max}$, N^* — заданные величины.

Допустимыми управлениями будем считать управления $u(t)$, принадлежащие классу кусочно-непрерывных функций и удовлетворяющие ограничению

$$|u(t)| \leq u_0, \quad (2.26)$$

где u_0 — заданная величина.

Траекторию будем называть допустимой, если она удовлетворяет ограничениям (2.25).

Сформулируем следующую задачу. Найти допустимое управление $u^0(t)$, переводящее систему (1.29) по допустимой траектории из начального состояния (2.24) на гиперповерхность

$$L(\bar{v}(t), \bar{r}(t)) = L_{\text{зад}} \quad (2.27)$$

при условиях

$$h(t) = h^*; \quad (2.28)$$

$$\alpha(t_k) = 0; \quad \dot{\alpha}(t_k) = 0 \quad (2.29)$$

в конечный момент времени $t = t_k$.

Здесь $h^*, h_{\text{зад}}$ — заданные положительные числа. Функция $\bar{L}(\bar{v}(t), \bar{r}(t))$ — текущая прогнозируемая дальность.

Предполагается, что имеет место неравенство

$$L_{\text{зад}} < L(\bar{v}^0(T), \bar{r}^0(T), h^*). \quad (2.30)$$

В (2.30) через $\bar{v}^0(T), \bar{r}^0(T)$ обозначены соответствующие компоненты решения задачи Коши (1.29), (2.24) при управлении $u(t) \equiv 0$ ($t \in [t_k, T]$) в момент времени T , который определяется условием $h^0(T) = h^*$.

Легко доказать, что на допустимых траекториях значение $\theta(t)$ удовлетворяет условию

$$\theta(t_k) > \theta^0(T). \quad (2.31)$$

Рассмотрим вспомогательную задачу (задача А).

Задача А. Найти допустимое управление $u^0(t)$, переводящее систему (1.29) из начального состояния (2.24) по траектории, удовлетворяющей фазовым ограничениям $0 \leq \alpha(t) \leq \alpha^*$, на множество $\Omega(\alpha^*)$, определяемое условиями (2.28), (2.29) и максимизирующее функционал

$$J(u) = \theta(t_k) \quad (2.32)$$

в конечный момент времени $t = t_k$.

Пусть $\bar{v}^*, \bar{r}^*, \bar{\eta}^*$ — решение задачи Коши (1.29), (2.24) при $\alpha^* = \alpha_{\text{max}}$ и оптимальном для задачи А управлении. Тогда, очевидно, в силу (2.31) исходная задача будет иметь решение тогда и только тогда, когда

$$L(\bar{v}^*, \bar{r}^*) = L_{\text{зад}}. \quad (2.33)$$

Используя решение вспомогательной задачи, можно найти решение исходной задачи.

Рассмотрим алгоритм решения основной задачи. Обозначим через R множество траекторий системы (1.29), начинающихся в состоянии (2.24) и порождаемых допустимыми управлениями. Пусть $R(\tilde{\alpha}) \subseteq R$ есть подмножество траекторий, удовлетворяющих фазовому ограничению $0 \leq \alpha(t) \leq \tilde{\alpha}$ и заканчивающихся на множестве $\Omega(\tilde{\alpha})$.

Очевидно, что $R(\tilde{\alpha}_1) \leq R(\tilde{\alpha}_2)$ при $\tilde{\alpha}_1 \leq \tilde{\alpha}_2$. Следовательно, максимальное значение функционала (2.32) на множестве допустимых управлений, порождающих $R(\tilde{\alpha}_1)$, и на множестве допустимых управлений, порождающих $R(\tilde{\alpha}_2)$, удовлетворяют неравенству $\theta_k(\tilde{\alpha}_1) \leq \theta_k(\tilde{\alpha}_2)$.

В силу того, что θ_k строго убывает по h , имеет место неравенство $\tilde{L}(\tilde{\alpha}_1) \leq \tilde{L}(\tilde{\alpha}_2)$, где через $\tilde{L}(\tilde{\alpha}_1)$, $\tilde{L}(\tilde{\alpha}_2)$ обозначены значения функции $\tilde{L}$ на решениях задачи Коши (1.29), (2.24) при оптимальных управлениях вспомогательной задачи, для $\alpha^* = \tilde{\alpha}_1$ и $\alpha^* = \tilde{\alpha}_2$ соответственно.

Таким образом, $\tilde{L}(\tilde{\alpha})$ монотонно убывающая функция аргумента $\tilde{\alpha}$, поэтому в силу (2.30), 2.33) существует α^{**} такое, что

$$\tilde{L}(\alpha^{**}) = L_{\text{зад}}. \quad (2.34)$$

Итак, исходная задача сводится к решению скалярного алгебраического уравнения (2.34), определяемого в решениях задачи Коши (1.29), (2.24) при оптимальном управлении вспомогательных задач. Для решения (2.34) можно использовать итерационный метод, основанный на методе секущих [40].

Рассмотренный в [51] алгоритм позволяет находить решение исходной задачи с любой заранее заданной точностью. Однако он требует многократного решения вспомогательной задачи, которая является задачей оптимального управления с фазовыми ограничениями и нефиксированным временем. Оптимальная траектория, соответствующая оптимальному управлению задачи А, согласно [35], состоит из кусков, лежащих внутри области

$$\Phi = \{[\bar{v}(t), \bar{r}(t), \bar{\eta}(t)]: 0 \leq \alpha(t) = \eta_1(t) - \theta(t) \leq \alpha^*,\}$$

и кусков, целиком лежащих на границе области Φ . Поиск оптимального управления и отыскание оптимальной траектории весьма трудоемкая операция. Поэтому рассмотрим аппроксимацию управления по сравнительно простой схеме. Для этого возьмем управление, состоящее из двух составляющих $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Управление $u_1(t)$ — оптимальное по быстродействию, переводящее систему (1.29) из начального состояния (2.24) на множество, определяемое условиями $\alpha(t) = \alpha^*$, $\eta_2(t) = 0$.

Пусть t_1 — время оптимального быстродействия. Тогда управление $u_2(t)$ ($t \geq t_1$) определяется как допустимое, удерживающее систему (1.29) на гиперповерхности, задаваемой скалярным управлением

$$\alpha(t) = \frac{\alpha^* [h(t) - h^*]^2}{[h^0(t_1) - h^*]^2}, \quad (2.35)$$

где $h^0(t_1)$ — высота в момент $t = t_1$, $h(t)$ — текущая высота.

Заменив поиск решения задачи А на первом шаге приведенного в [51] алгоритма, т.е. поиск управления $\hat{u}^i$, выбором указанного аппроксимирующего управления, получим приближенный алгоритм, дающий решение исходной задачи.

Описанный способ аппроксимации прост в реализации. Более того, поскольку функция L явно не зависит от угла тангажа η_1 и скорости η_2 , можно существенно сократить необходимое для вычислений время, заменяя на участках действия управления $u_2(t)$ систему (1.29) с использованием зависимости (2.35) на упрощенную систему четвертого порядка без уравнений вращательного движения с начальными условиями:

$$\bar{v}(t_1) = \bar{v}'(t_1); \bar{r}(t_1) = \bar{r}'(t_1). \quad (2.36)$$

Здесь $\bar{v}'(t_1); \bar{r}'(t_1)$ — соответствующие компоненты решения задачи Коши (1.29), (2.24) при управлении $u(t) = u_1(t)$ ($t \in [0, t_1]$) в момент времени t_1 .

В силу вышесказанного для решения исходной задачи целесообразно использовать приближенный алгоритм, в котором применяются аппроксимирующее управление и задача Коши с упрощенными уравнениями. Это позволяет решить задачу формирования программной траектории на ВВПУТ при наличии ограничений и квазиоптимальном управлении.

Итерационный способ формирования программной траектории на нисходящей ветви пассивного участка с обеспечением выхода на местную вертикаль

В связи с комплексированием инерциальных СУ с системами других типов, например системами самонаведения, а также для обеспечения эффективности работы боевой части (БЧ) к формированию траектории на конечном участке предъявляются требования по обеспечению условий нормального функционирования таких СУ и БЧ. Этими условиями прежде всего являются ограничения, накладываемые на модуль скорости, угол наклона вектора скорости и на трубку возмущенных траекторий на некоторой фиксированной высоте. Выполнение этих ограничений зависит не только от характеристик ракеты, но и от значений параметров траектории в конце АУТ или параметров траектории в конце восходящей ветви ПУТ в плотных слоях атмосферы. Поэтому наряду с задачей формирования траектории на НВПУТ в плотных слоях атмосферы, обеспечивающей выполнение указанных ограничений, рассмотрим задачу определения необходимых конечных условий.

Задачу формирования программной траектории сформулируем как задачу определения оптимального управления, которое обеспечивает траектории с указанными ограничениями.

Рассмотрим задачу формирования программной траектории на конечном участке ПУТ с выходом на местную вертикаль при заданных высоте, скорости и точности по дальности.

Математическую постановку указанных двух задач рассмотрим в следующем виде.

Пусть движение ракеты описывается в общем виде системой управлений

$$\ddot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x})\bar{u} + \bar{\varphi}(\bar{x}), \quad (2.37)$$

где $\bar{x}(0) = \bar{x}^0$ — начальные условия; $\bar{x}$ — n -мерный вектор состояния; $\bar{x} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$; $x_1 = v$; $x_2 = h$; $x_3 = \theta$; $x_4 = l$; $\bar{u}$ — r -мерный вектор управления; $\bar{f}$ и $\bar{\varphi}$ — n -мерные заданные вектор-функции, которые определены, непрерывны и имеют непрерывные частные производные в ограниченной области G .

На движение ракеты наложено фазовое ограничение

$$|x_3(t)| \leq \pi/2. \quad (2.38)$$

Допустимым управлением считаем кусочно-непрерывные функции, удовлетворяющие ограничению

$$|u(t)| \leq M. \quad (2.39)$$

Время движения ракеты не фиксировано. В момент $t = T$ должны выполняться следующие ограничения:

$$x_1(T) \leq x'_1; \quad x'_3 \geq x_3(T); \quad x_4(T) \geq x'_4, \quad (2.40)$$

где $t = T$ при $x_2(T) = x'_2; x'_1, x'_2, x'_3, x'_4$ — заданные величины.

В качестве функционала примем время

$$J = (T - t_0) = \tau. \quad (2.41)$$

Задача 1. Найти допустимое управление $u^0(t)$ и его параметры, переводящие систему (2.37) из заданного начального состояния по траектории, удовлетворяющей (2.38), на множество

$$H = \{[x_1(T), x_2(T), x_3(T), x_4(T)]: x_1(T) \leq x'_1; \quad x_2(T) = x'_2; \quad x_3(T) + \pi/2 = 0; \quad x_4(T) \geq x'_4\}$$

за минимально возможное время τ .

Задача 2. Найти начальные условия x'_0 для системы (2.37) и допустимое управление $u^0(t)$, переводящее систему (2.37) из начального состояния на множество:

$$H_c = \{[x_1(T), x_2(T), x_3(T), x_4(T)]: x_1(T) \leq x'_1; \quad x_2(T) = x'_2; \quad x_3(T) + \pi/2 = 0; \quad x_4(T) = x'_4\}$$

за минимальное время.

В первой задаче рассматривается движение ракеты на конечном участке, поэтому начальные условия $\bar{x}^0$ принадлежат параметрам некоторой баллистической траектории и удовлетворяют требованиям:

$$-\pi/2 < x_{3_0} < 0; \quad x_{2_0} > x'_2. \quad (2.42)$$

С учетом (2.42) единственное управление, способное удержать траекторию системы (2.37) на границе области Φ , определяемой фазовыми ограничениями (2.40), есть $u(t) \equiv 0$. Поэтому в силу линейности системы (2.37) по управлению и из принципа максимума Л.С. Понтрягина следует, что оптимальное управление является кусочно-постоянным, принимающим предельные значения для участков оптимальной траектории, целиком лежащих внутри области Φ , и тождественно равным нулю на ее границах.

Для простоты ограничим класс допустимых управлений классом кусочно-постоянных управлений, состоящих из не более чем трех участков, на которых управление $u(t)$ принимает значения $u_0, -u_0, 0$.

Оптимальная структура в этом классе допустимых управлений имеет следующий вид:

$$u(t) = \begin{cases} u_0, & \text{если } 0 \leq t < t_1; \\ -u_0, & \text{если } t_1 \leq t < t_2; \\ 0, & \text{если } t_2 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (2.43)$$

где T — время, определяемое условием $x_2(T) = x'_2$, а момент времени t_2 равен либо t , при котором $x_2(t) > x'_2$ и $x_3(t) = -\pi/2$, либо конечному времени T .

Действительно, поскольку начальные условия удовлетворяют соотношениям (2.42), первый участок оптимальной траектории не может лежать на границе области Φ . Второй участок оптимальной траектории также не лежит на границе области Φ в силу того, что под действием постоянного управления $u(t) = u_0$ на третьем участке траектории невозможно вернуть на гиперплоскость $x_3 = \pi/2$. Следовательно, только последний участок оптимальной траектории может лежать на границе области Φ . В результате оптимальное управление может иметь только структуру (2.43).

В силу единственности решения задачи Коши (2.37)—(2.39) при любом допустимом управлении моменты t_2 и T однозначно определяются моментом времени t_1 , т.е. $t_2 = t_2(t_1)$ и $T = T(t_1)$. Следовательно, решения системы (2.37) с начальными условиями $\bar{x}^0$ и допустимыми управлениями структуры (2.43) в конечный момент времени являются функциями, зависящими от момента времени t_1 :

$$\begin{aligned} x_1(T) &= x_1(T(t_1)) = \bar{x}_1(t_1); & x_2(T) &= x_2(T(t_1)) = \bar{x}_2(t_1) = x_2; \\ x_3(T) &= x_3(T(t_1)) = \bar{x}_3(t_1); & x_4(T) &= x_4(T(t_1)) = \bar{x}_4(t_1). \end{aligned}$$

Таким образом, поставленная задача сводится к задаче нелинейного программирования:

$$\min_{t_1 \geq 0} T(t_1) \text{ при условиях } \bar{x}_1(t_1) \leq x_1, \quad \bar{x}_3(t_1) + \pi/2 = 0.$$

Функция $T(t_1)$ является монотонно возрастающей, поэтому данную задачу в классе рассматриваемых допустимых управлений можно решить при помощи итерационного алгоритма решения задачи нелинейного программирования, обеспечивающего квазиоптимальное управление [40].

Рассмотрим алгоритм решения задачи 2. Начальное условие для системы (2.37) (x_{10}, x_{20}, x_{30}) при заданной высоте начала управления на конечном участке $x_{20} = x'_{20}$ полностью и однозначно определяется фазовыми координатами конца АУТ $(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, x_{4k})$ или координатами в момент окончания восходящей ветви ПУТ. Координаты $x_{1k}, \dots, x_{4k}$, в свою очередь, принадлежат некоторому множеству G , зависящему от типа ракеты, условий полета, способа управления на АУТ и ВВ ПУТ.

В качестве G возьмем выпуклое множество точек $\{(x^i_{1k}, x^i_{2k}, x^i_{3k}, x^i_{4k})\}_{i=1}^N$, где $(x^1_{1k}, \dots, x^i_{4k})$ — некоторое известное решение уравнения $L(x^1_{1k}, \dots, x^i_{4k}) = L^i_c$, где L^i_c, N — заданные величины.

Таким образом, общая задача 2 может быть переформулирована в следующем виде: требуется найти $(\bar{x}_{1k}, \dots, \bar{x}_{4k}) \in G$ и соответствующее $\bar{L}_c$, а также допустимое управление $u^0(t)$ структуры (2.43), переводящее систему (2.37) из начального состояния $(\bar{x}_{1k}, \dots, \bar{x}_{4k})$ на множество H_c за минимальное время.

Для решения этой задачи можно воспользоваться итерационным алгоритмом, основанным на использовании алгоритма решения задачи 1 [51]. Изло-

женный метод позволяет формировать квазиоптимальную траекторию ракеты на конечном участке, а также определить фазовые координаты в момент окончания АУТ.

Итерационный способ формирования настильных траекторий

Изложенный подход к формированию программных траекторий можно распространить и на формирование настильных траекторий.

Пусть движение ракеты СВ описывается системой векторных дифференциальных уравнений вида (1.29). В системе (1.29) $\bar{v} = \{v, \theta\}$, $\bar{r} = \{h, x\}$ и $\bar{\eta} = \{\vartheta, \omega_z\}$; $\bar{R}$, $\bar{G}$, $\bar{V}$ — векторы силы тяги ТДУ, аэродинамической силы, силы тяжести и управления соответственно; $\bar{M}$ — вектор момента. Перечисленные выше аэродинамические силы и моменты зависят от угла атаки α .

Все функции, входящие в правую часть системы (1.29), являются непрерывными и непрерывно дифференцируемыми по всем своим аргументам.

На параметры траектории (угол атаки, угол наклона вектора скорости, высоту, поперечную перегрузку (n_y)) наложены следующие ограничения:

$$|\alpha(t)| \leq \begin{cases} \alpha_{1\max} & \text{при } t_0 \leq t \leq t_k; \\ \alpha_{2\max} & \text{при } t_0 > t_k, \end{cases} \quad (2.44)$$

где t_k — время окончания АУТ;

$$|\theta(t)| \leq \pi/2; \quad (2.45)$$

$$h(t) \leq h_{\max}^*; \quad (2.46)$$

$$|n_y| \leq \begin{cases} n_{1y}^* & \text{при } t_0 \leq t \leq t_k; \\ n_{2y}^* & \text{при } t > t_k, \end{cases} \quad (2.47)$$

где $\alpha_{1\max}$, $\alpha_{2\max}$, h_{1y}^* , h_{2y}^* — заданные величины.

Допустимыми управлениями будем считать управления $u(t)$, принадлежащие классу кусочно-непрерывных функций и удовлетворяющие ограничению

$$|u(t)| \leq u_0, \quad (2.48)$$

где u_0 — заданная величина.

Траекторию ракет СВ будем называть допустимой, если она удовлетворяет фазовым ограничениям (2.44)...(2.47).

Начальные условия для системы (1.29) имеют вид

$$\bar{v}(t_0) = \bar{v}_0; \bar{r}(t_0) = \bar{r}_0; \eta_1(t_0) = \theta_0; \eta_2(t_0) = 0, \quad (2.49)$$

где $\bar{v}_0$, $\bar{r}_0$, θ_0 — заданные величины.

Сформулируем следующую задачу: найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_0, T]$), переводящее систему (1.29) из начального состояния (2.49) по допустимой траектории на множество

$$\begin{aligned} \Pi_T = \{[\bar{v}(T), \bar{r}(T), \eta_1(T), \eta_2(T)] : \bar{v}_T^* - \Delta v_T \leq v(T) \leq v_T^* \leq v_T^* + \Delta v_T, \\ h_T^* - \Delta h_T \leq h(T) \leq h_T^* + \Delta h_T; \theta(T) = -\pi/2, \eta_1(T) = -\pi/2, x(T), \eta_2(T)\} \end{aligned}$$

при условии $\dot{\alpha}(T) = 0$. (2.50)

Здесь $x(T)$, $\eta_2(T)$ — произвольны; $v_T^*, \Delta v_T, h_T^*, \Delta h_T$ — заданные числа.

Момент времени T не фиксирован и определяется моментом попадания на множество Π_T .

Рассмотрим решение вспомогательных задач, необходимых для решения основной задачи.

Задача А. Найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_0, t_1]$), переводящее систему (1.29) из начального состояния (2.48) по допустимой траектории на множество, определяемое следующими условиями:

$$h(t) = h_{\max}^*; \quad (2.51)$$

$$\theta(t) = 0; \quad (2.52)$$

$$\eta_1(t) = 0 \quad (2.53)$$

за минимально возможное время $\Delta T = t_1 - t_0$.

Задача Б. Найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_0, t_1]$), переводящее систему (1.29) из начального состояния

$$\begin{aligned} \{\bar{v}(t_1) = \bar{v}_1; \bar{r}(t_1) = \bar{r}_1; h(t_1) = h_{\max}^*; \theta(t) = 0; \\ x(t_1) = x_1; \eta_1(t_1) = 0; \eta_2(t_1) = \eta_2'\} \end{aligned}$$

по допустимой траектории на множество Π_T при условии (2.50) в конечный момент времени $t = T$.

Рассмотрим решение сформулированных задач.

Очевидно, что для задачи А оптимальным будет управление вида

$$\hat{u}(t) = \begin{cases} u_{0A}(t) & \text{при } t_0 \leq t \leq t_1; \\ u_{0B}(t) & \text{при } t_1 < t \leq T, \end{cases} \quad (2.54)$$

где $u_{0A}(t)$ ($t \in [t_0, t_1]$) — оптимальное управление в задаче А; $u_{0B}(t)$ ($t \in [t_0, t_1]$) — искомое управление в задаче Б, переводящее конец оптимальной траектории $(v_1, h_{\max}^*, 0, x_1, 0, \eta_2')$ на множество Π_T ; является искомым для основной задачи.

Поиск управления (2.54), эквивалентный поиску решения основной задачи, состоит из двух этапов: решения вспомогательной задачи А и решения вспомогательной задачи Б.

Рассмотрим алгоритмы решения вспомогательных задач. При их разработке использован подход, изложенный в п. 2.2.4 и в [51].

Предположим, что известна функция $\eta_1^0(t)$ ($t \in [t_0, t_1]$), соответствующая оптимальному управлению задачи А. Обозначим ее значение в момент времени $t = t_k$ через η_1^* , т.е. $\eta_1^* = \eta_1^0(t_k)$. Ранее было показано, что правая часть второго уравнения системы (1.29), рассматриваемая как функция угла тангажа η_1 , является строго возрастающей функцией. Поэтому для того, чтобы в момент времени $t = t_k$ функция $\theta(t)$ имела минимальное значение, необходимо, чтобы функция η_1^0 имела следующую структуру:

$$\eta_1^0 = \begin{cases} \bar{\eta}_1(t) & \text{при } t_0 \leq t \leq t_6; \\ \eta_1^* & \text{при } t_6 < t \leq t_k, \end{cases} \quad (2.55)$$

где $(t_6 - t_0)$ — время оптимального быстрогодействия перевода системы (1.29) из начального состояния (2.49) допустимым управлением по допустимой траектории на множество

$$\Phi(t_6) = \{[\bar{v}(t_6), \bar{r}(t_6), \eta_1(t_6), \eta_2(t_6)]: \eta_1(t_6) = \eta_1^*; \\ \eta_2(t_6) = 0, v(t_6), h(t_6), \theta(t_6), x(t_6) — произвольны\}.$$

На интервале времени $[t_k, t_1]$ угол тангажа меняет свое значение от η_1^* до нуля. Тождество $\eta_1(t) \equiv \eta_1^*$ ($t \in [t_6, t_1]$), согласно системе (1.29), будет иметь место только при компенсирующем управлении $u_{\text{ком}}(t)$, определяемом в каждый момент времени ($t \in [t_6, t_1]$) из равенства

$$\sum_i \bar{M}_i = 0. \quad (2.56)$$

Таким образом, оптимальное управление для задачи А будет иметь следующую структуру при некотором η_1^* :

$$u^0(t) = \begin{cases} u^-(t) & \text{при } t_0 \leq t \leq t_6; \\ u_{\text{ком}}(t) & \text{при } t_6 < t \leq t_k; \\ u^+(t) & \text{при } t_k < t \leq t_1, \end{cases}$$

где $u^-(t)$ — управление, переводящее систему (1.29) из начального состояния (2.49) на множество $\Phi(t_6)$ за минимальное время; $u^+(t)$ — управление, переводящее систему (1.29) из состояния, в котором она окажется под действием управления $u^0(t)$ на интервале $[t_0, t_k]$, на множество

$$\Phi(t_1) = \{[\bar{v}(t_1), \bar{r}(t_1), \eta_1(t_1), \eta_2(t_1)]: \eta_1(t_1) = 0; v(t_1), h(t_1), \\ \theta(t_1), x(t_1), \eta_2(t_1) — произвольны\}.$$

Отсюда видно, что решение задачи А сводится к поиску такого $\eta_1^* = \eta_1^{**}$, при котором в момент времени t_1 выполняются условия (2.51), (2.52). Если определять момент времени t_1 как минимальный, при котором выполнено условие (2.51), то решение задачи А сведется к поиску такого η_1^{**} , что

$$\theta(t) = \tilde{\theta}(\eta_1^{**}) = 0. \quad (2.57)$$

Функция $\theta(\eta_1)$ монотонно убывающая, поэтому выражение (2.57) имеет единственное решение. Для поиска решения уравнения (2.57) можно использовать итерационный алгоритм, основанный на известном методе решения алгебраических скалярных уравнений — методе дихотомии [40].

Задача Б может быть сведена к решению скалярного алгебраического уравнения, определенного на оптимальных траекториях следующих задач оптимального управления (как в п. 2.2.4).

Задача Б1. Найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_1, t_2]$), минимизирующее на допустимых траекториях системы (1.29), которые начинаются из состояния $(v_k, \eta_{\max}^*, 0, x_1, 0, 0)$ в момент времени $t = t_1$, функционал

$$J(u) = v(t) \quad (2.58)$$

в конечный фиксированный момент времени $t = t_2$.

Задача Б2. Найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_1, t_2]$), переводящее систему (1.29) из заданного начального условия

$$\bar{v}(t_2) = \bar{v}'; \bar{r}(t_2) = \bar{r}'; \eta_1(t_2) = \eta_1'; \eta_2(t_2) = \eta_2' \quad (2.59)$$

по допустимой траектории на множество Ω , определяемое условиями

$$\begin{aligned} h_T^* - \Delta h_T &\leq h(t) \leq h_T^* + \Delta h_T; \\ \theta(t) &= -\pi/2; \\ \eta_1(t) &= -\pi/2 \end{aligned} \quad (2.60)$$

в конечный момент времени $t = T$, и максимизирующее функционал (2.58) в момент $t = T$.

Здесь $v', h', \theta', x', \eta_1', \eta_2'$ — заданные величины. Момент времени T не фиксирован и определяется моментом попадания на множество Ω .

Оптимальные траектории задач Б1, Б2 состоят из участков, целиком лежащих внутри области Ψ , определяемой условиями (2.44), (2.45), и из участков, целиком лежащих на гиперповерхностях R^+ , R^- , R^0 , определяемых соответственно равенствами

$$\alpha(t) \equiv \alpha_{2\max}; \alpha(t) \equiv -\alpha_{2\max}; \theta(t) = -\pi/2.$$

Содержательно алгоритм решения задачи Б можно описать следующим образом. Задав $t_2 = t_1$, находим решение задачи Б1 и соответствующую ему траекторию системы (1.29). Взяв конечную точку этой траектории в качестве начального состояния (2.59), находим решение задачи Б2 и соответствующую траекторию системы (1.29) $[\tilde{v}(t), \tilde{r}(t), \tilde{\eta}_1(t), \tilde{\eta}_2(t)]$.

При решении задачи Б2 возможны варианты:

- $\tilde{v}(T) < v_T^* - \Delta v_T$, $t_2 = t_1$ — исходная задача и задача Б не имеют решения;
- $\tilde{v}(T) > v_T^* + \Delta v_T$ — увеличиваем t_2 и повторяем описанную процедуру;

в) $\bar{v}(t) < v_T^* - \Delta v_T, t_2 > t_1$ — методом дихотомии находим, повторяя описанную выше последовательность решений задач Б1, Б2, такое решение t_2^* , при котором выполнено неравенство $v_T^* - \Delta v_T \leq \bar{v}(T) \leq v_T^* + \Delta v_T$.

При решении задачи А на шагах 1 и 3 определяется оптимальное по быстродействию управление. Эта задача с фазовыми ограничениями и требует многократного решения двухточечных краевых задач.

Чтобы сократить время решения задачи А, можно перейти к приближенному алгоритму.

Допустим, что фазовых ограничений нет и известны изменения параметров во времени: $v(t)$, $h(t)$, $\theta(t)$, ($t \in [t_0, t_{gi}]$), соответствующие управлению $\hat{u}_i$. Тогда оптимальное по быстродействию управление $\hat{u}_i$ совпадает с оптимальным управлением для следующей задачи.

Задача В. Найти допустимое управление $u^0(t)$ ($t \in [t_0, t_{gi}]$), переводящее систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1 &= \eta_2; \\ \dot{\eta}_2 &= \sum_i M_i\end{aligned}\tag{2.61}$$

из начального состояния $(\theta_0, 0)$ в состояние $(\eta_i, 0)$ за минимально возможное время $T = t_{gi} - t_0$.

В M_i входит момент от управляющей силы P_y . Возьмем в качестве нового управления $u(t) = P_y$, тогда система (2.59) будет линейна по новому управлению $u(t)$ с ограничениями $\min_{|u| \leq u_0} P_y \leq u(t) \leq \max_{|u| \leq u_0} P_y$.

Следовательно, в силу принципа максимума Л.С. Понтрягина, оптимальное управление этой задачи является релейным [35]. Так как система (2.59) имеет два различных действительных характеристических корня $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, оптимальное управление имеет не более одной точки переключения, а в силу того, что $\eta_2(t_0) = \eta_2(t_{gi}) = 0$ и $\eta_i \neq \theta_0$, оптимальное управление имеет одну точку переключения.

Поиск оптимального управления $\tilde{u}_i$ также весьма трудоемкая операция. Поэтому рассмотрим аппроксимацию такого управления, при котором в любой момент $t_{оч}, \leq t, \leq t_1$ выполняется равенство

$$\alpha(t) = (\theta' - \eta_1') / (h_{\max}^* - h')^2 * (h_{\max}^* - h(t))^2.\tag{2.62}$$

На интервале $[t_{оч}, t_1]$ систему (1.29) заменим на систему 4-го порядка, исключив из рассмотрения уравнения для η_1 , η_2 и выбирая $\alpha = \alpha(t)$ согласно выражению (2.60). Такая замена позволяет существенно сократить время, необходимое для нахождения решения задачи А.

Рассмотренные алгоритмы решения задач А и В могут быть реализованы в единой программе.

2.2.5. Формирование оптимальных номинальных попадающих траекторий

Задача формирования траектории является в общем случае нелинейной задачей оптимального управления с ограничениями на управляющие и фазовые переменные. Математически она может быть сформулирована следующим образом.

Для динамической системы, описываемой векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad t \in [t_0, t_f], \quad (2.63)$$

где $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T$ — вектор-функция, описывающая состояние системы; $u(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)\}^T$ — вектор-функция управляющих параметров, необходимо определить управление $\bar{u}(\cdot)$, минимизирующее значение функционала F_0 :

$$\min_{\bar{u}(\cdot)} F_0[\bar{u}(\cdot)]. \quad (2.64)$$

При этом должно быть выполнено условие $\bar{u}(t) \in U$ при всех $t \in [t_0, t_f]$, где U — ограниченная замкнутая область m -мерного пространства E_m , и дополнительные ограничения

$$F_i[\bar{u}(\cdot)] \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (2.65)$$

Здесь $F_i[\bar{u}(\cdot)]$, $i = 1, 2, \dots, q$ — функционалы; обозначение $\bar{u}(\cdot)$ — функция, взятая целиком, как элемент функционального пространства, т.е. $\bar{u}(t)$ — вектор, являющийся значением $\bar{u}(\cdot)$ в момент времени t .

Функционалы (2.65) можно интерпретировать как некоторые терминальные фазовые ограничения. Например, потребовать выполнения в конечный момент времени уравнений

$$\Psi_i[\bar{x}(t_f), t_f] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (2.66)$$

Одно из ограничений вида (2.66) можно сформулировать как условие, что-бы фазовая траектория $\bar{x}(\cdot)$ принадлежала некоторой заданной области S фазового пространства, т.е.

$$\bar{x}(t) \in S \text{ при всех } t \in [t_0, t_f]. \quad (2.67)$$

Вопрос о выборе критерия оптимизации решается в зависимости от дополнительных требований к траектории, таких например, как минимум перегрузок, затрат на управление, максимального быстрогодействия. В общем случае функционал (2.65) удобно записать в виде

$$F_0[\bar{u}(\cdot)] = \Phi[\bar{x}(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L(\bar{x}, \bar{u}, t) dt, \quad (2.68)$$

где функция $\Phi[\bar{x}(t_f), t_f]$ описывает влияние на критерий значений фазовых координат в конечный момент времени t_f ; функция $L(\bar{x}, \bar{u}, t)$ характеризует

зависимость критерия оптимизации от изменения фазовых координат и от управления в процессе движения.

Условие $\bar{u}(t) \in U$ при всех $t \in [t_0, t_f]$ на практике обычно имеет вид $\bar{u}_{\min}(t) \leq \bar{u}(t) \leq \bar{u}_{\max}(t)$, где $\bar{u}_{\min}(t)$, $\bar{u}_{\max}(t)$ — соответственно нижняя и верхняя границы допустимых значений управляющих параметров. Такие ограничения являются вполне естественными и определяются конструктивными особенностями ракеты.

Важным обстоятельством, определяющим неклассический характер поставленной задачи, является наличие ограничений вида (2.65) и (2.66). В настоящее время существует несколько принципиально различающихся подходов к ее решению.

Один из них связан с использованием штрафных функций, позволяющих свести задачу к классической, без ограничений. Это простейший, но не обязательно наиболее эффективный способ решения задачи с ограничениями. Суть его состоит в следующем. Если на интервале $t \in [t_0, t_f]$ задано ограничение в виде неравенства $\theta(\bar{x}, \bar{u}, t) \leq 0$, то критерий оптимизации F_0 может быть преобразован путем введения дополнительного слагаемого к виду

$$F'_0 = F_0 + \mu \int_{t_0}^{t_f} [Q(\bar{x}, \bar{u}, t)]^2 E(Q) dt, \quad (2.69)$$

где $E(Q) = \begin{cases} 0 & \text{при } Q \leq 0; \\ 1 & \text{при } Q > 0. \end{cases}$

Очевидно, что возможны и другие формы функции штрафа. Единственным требованием к ним является то, чтобы они равнялись нулю или были бы малы внутри и на границе допустимой области и положительны и велики за границей этой области. Например, если ограничения на управляющие и фазовые переменные имеют вид $c(\bar{u}, t) \leq 0$ и $S(\bar{x}, t) \leq 0$, то можно записать критерий оптимизации так:

$$F'_0 = F_0 + \int_{t_0}^{t_f} \{ \mu_1 [c(\bar{u}, t)]^2 E(c) + \mu_2 [S(\bar{x}, t)]^2 E(s) \} dt.$$

Аналогично можно ввести штрафные функции за несоблюдение терминальных фазовых ограничений, записав терминальную часть критерия (2.68) в виде

$$\Phi[\bar{x}(t_f), t_f] = \sum_{i=1}^q \mu_i \psi_i[\bar{x}(t_f), t_f].$$

Соответствующие преобразования критерия оптимизации можно рассматривать как введение дополнительного специального «штрафа» за невыполнение заданных ограничений. Метод штрафных функций, таким образом, позволяет сводить задачу с ограничениями к задаче на безусловный экстремум — классической вариационной задаче Лагранжа. Оптимальная траектория и управление

для такой задачи определяются решением двухточечной краевой задачи. Подбором постоянных множителей μ_i ограничения могут быть приближенно удовлетворены. Вообще говоря, чем больше выбранные значения μ_i , тем меньше будет соответствующее значение интеграла в расширенном критерии. Однако, если μ_i взять слишком большим, то итерационные алгоритмы будут в основном стремиться удовлетворить соответствующее ограничение, а не минимизировать исходный критерий F_0 . В результате сходимость к удовлетворительному решению будет весьма медленной.

Важно отметить, что на практике метод штрафных функций не позволяет иногда подойти достаточно близко к истинному решению. Одна из причин этого состоит в том, что расширенный критерий оптимизации F_0' с дополнительным штрафным слагаемым при больших значениях множителя μ имеет форму длинного узкого овала. При использовании, например, градиентного метода для поиска оптимального решения последовательные приближения с одной стороны овала «перескакивают» на другую вдоль «ширины» овала вместо того, чтобы спускаться вниз вдоль «длины» овала. Более того, если значение μ очень велико, «ширина» становится соизмеримой с точностью вычислений, и метод градиента совершенно перестает работать. Другим возможным источником затруднений является появление из-за введения штрафных слагаемых искусственных точек минимума расширенного критерия оптимизации, которые отсутствуют в исходной задаче.

Другой подход к решению оптимизационной задачи с ограничениями основывается на замене переменных. Пусть допустимые значения некоторых компонент векторной функции $\bar{x}(t)$ удовлетворяют системе неравенств

$$x_i(t) \leq S_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

Тогда можно произвести замену переменных $x_i(t)$ на $z_i(t)$ таким образом, чтобы на новые переменные $z_i(t)$ не было наложено никаких ограничений. Например, $z_i^2 = S_i - x_i$; если ограничение имеет вид $|x_i| \leq x_{i\max}$, то можно применить подстановку $x_i = x_{i\max} \sin z_i$; в случае несимметричных ограничений $x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max}$ можно использовать соотношение $z_i^2 = (x_{i\max} - x_i)(x_i - x_{i\min})$. Таким образом, задача с ограничениями сводится вновь к задаче на безусловный экстремум.

Однако наличие учитываемых таким образом ограничений оказывает характерное влияние на форму оптимальных траекторий. Покажем это на примере.

Пусть уравнение состояния динамической системы имеет вид $\varphi(\dot{x}, x, t) = 0$, где $x(t) \in S$ — скалярная функция.

Требуется минимизировать функционал $F(\dot{x}, x, t)$. Проведя замену переменной $z^2 = S - x$, получим классическую оптимизационную задачу без ограничений.

Необходимым условием оптимальности является уравнение Эйлера

$$\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{z}} \right) = 0, \quad \text{где } W = F(\dot{z}, z, t) + \lambda(t) \varphi(\dot{z}, z, t),$$

$$\text{однако } \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} \frac{\partial \dot{x}}{\partial z} = W_x 2z + W_{\dot{x}} 2\dot{z}; \quad \frac{\partial W}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{z}} = W_{\dot{x}} 2z; \quad \frac{d}{dt}(W_{\dot{x}}) = \\ = \frac{d}{dt}(W_{\dot{x}} 2z) = \frac{d}{dt}(W_{\dot{x}}) 2z + W_{\dot{x}} 2\dot{z}.$$

Следовательно, уравнение Эйлера примет вид

$$2z \left(W_x - \frac{d}{dt}(W_{\dot{x}}) \right) = 0$$

и фактически распадется на два уравнения: $z = 0$, которому удовлетворяет граница допустимой области, и уравнение Эйлера для исходной переменной

$$W_x - \frac{d}{dt}(W_{\dot{x}}) = 0.$$

В результате экстремум функционала при наличии ограничений может достигаться на кривых, составленных из кусков экстремалей и кусков границы допустимой области. Очевидно, что наличие ограничений на фазовые переменные в общем случае приводит к многоточечной краевой задаче.

Обобщением классического вариационного исчисления для задач с ограничениями является теория оптимального управления, основанная на принципе максимума Л.С. Понтрягина [35]. Принцип максимума особенно удобен для решения задач, где ограничения наложены лишь на управляющие параметры. В общем же случае при наличии фазовых ограничений использование принципа максимума не дает преимуществ перед методами вариационного исчисления. Учет фазовых ограничений и в этом случае обычно производится либо методом штрафных функций, либо путем стыковки участков траектории, проходящих внутри и по границе допустимой области [52]. В соответствии с выбранным подходом приходится мириться либо с отмеченными ранее недостатками «штрафного» подхода, либо с неизбежной громоздкостью решения многоточечных краевых задач.

Принципиально возможен еще один подход к расчету оптимальных траекторий ракет. В его основе лежит принцип оптимальности Р. Беллмана [53]. Им выведено дифференциальное уравнение в частных производных, позволяющее определить кривые, на которых достигается экстремум выбранного функционала.

Для решения уравнений в частных производных наиболее эффективным считается метод характеристик [54], который эквивалентен нахождению поля экстремалей с помощью вариационного исчисления. Другой метод заключается в непосредственном решении, начиная с терминальной гиперповерхности, дифференциального уравнения Беллмана. Эта процедура собственно и носит название динамического программирования. Следует подчеркнуть, что значение динамического программирования состоит не столько в том, что оно позволяет записать уравнения для задачи оптимизаций, сколько в том, что принцип динамического программирования лежит в основе ряда численных алгоритмов решения задач оптимизации. Однако решение задач методами динамического

программирования требует чрезвычайно большого объема памяти ЭВМ. Поэтому для систем, характеризующихся более чем двумя-тремя фазовыми координатами, этот метод в полной мере реализован быть не может. В литературе практически не встречается попыток решения методом динамического программирования задачи построения оптимальных траекторий ракет.

В [14] приведен алгоритм формирования оптимальной траектории, основанный на достаточно сложной математической модели. Использование этого алгоритма также является сложной и громоздкой задачей. Существенное упрощение решения дает переход от точной задачи к так называемой модельной. Построение оптимального управления для модельной задачи можно рассматривать как квазиоптимальное для точной задачи, а параметры траектории, полученной с таким управлением, в качестве квазиоптимальных.

Модельная задача для ракет СВ отличается от рассмотренных в [14], так как при их формулировании нельзя пренебречь аэродинамическими силами, поскольку ракеты СВ имеют протяженный участок траектории в плотных слоях атмосферы. Математическая модель может быть записана при следующих основных допущениях:

- 1) поле земного притяжения является центральным;
- 2) вращение Земли не учитывается;
- 3) рассматривается движение в плоскости стрельбы.

При таких допущениях векторные уравнения движения (1.29) примут вид

$$\begin{aligned}\dot{\vec{v}} &= \frac{\vec{R}'(t) + \vec{P}(t)}{m(t)} - \vec{g}; \\ \dot{\vec{R}} &= c^{-1}\vec{v}.\end{aligned}\tag{2.70}$$

В качестве управления u_1^0 в модельной задаче могут рассматриваться угол наклона оси ракеты, угол наклона вектора скорости, угол атаки и т.д.

В зависимости от степени упрощения математической модели возможны два варианта использования результатов решения модельной задачи:

- 1) непосредственно изменения управления во времени $u_1^0(t)$, если в качестве u_1^0 приняты углы ориентации оси ракеты или вектор скорости. В дальнейшем $u_1^0(t)$ аппроксимируется некоторой функцией $\hat{u}_1^0(t)$, которая используется как программа;
- 2) изменение фазовых координат во времени и их аппроксимируемых функций в качестве программы. В этом случае оптимальное управление как результат решения модельной задачи носит вспомогательный характер.

В результате решения модельной задачи устанавливаются также структура закона управления и функциональные зависимости изменения компонент фазового состояния, используемых при формировании программ управления. Функциональные зависимости устанавливаются при помощи аппроксимации изменения во времени компонент фазового состояния.

2.2.6. Синтез программ углового движения

Движение центра масс существенно зависит от углового движения ракет. В высокоточных ракетах осуществляется, как правило, стабилизация по углу крена относительно нулевой программы. При этом предельное значение угла крена не превышает 3 ... 4°, поэтому можно принять, что угловое движение крена непосредственно не оказывает влияния на движение центра масс ракеты.

Для ракет с автономными инерциальными СУ при стрельбе по неподвижным целям управление углом рыскания обычно ведется относительно плоскости стрельбы на большей части траектории относительно нулевой программы. Оно незначительно сказывается на движении центра масс в плоскости стрельбы. Наиболее существенно на форму траектории и на выполнение требований, предъявляемых к ракетным комплексам СВ, влияет программа изменения угла тангажа $\vartheta_{пр}$, под которой понимают закон изменения угла наклона оси ракеты относительно плоскости местного горизонта.

Общие требования, которым должна удовлетворять программа тангажа, широко освещены в технической литературе [4, 11, 10].

Рассмотрим требования к $\vartheta_{пр}$, характерные для ракет СВ и их СУ.

1. Программа тангажа должна соответствовать методу управления, принципу программирования и участку траектории, на котором ведется управление. Так, методам управления ракетой на всей траектории без отсечки тяги ДУ соответствует программа тангажа также на всей траектории. При управлении только на АУТ и программа тангажа формируется только для этого участка. В соответствии с принципом программирования и приборным составом СУ определяется функциональный вид программы и ее аргумент.

2. Программа тангажа должна отвечать заданным начальным и конечным условиям. Начальными условиями являются вид старта, для ракет СВ, как правило, наклонный, продолжительность участка полета с постоянным начальным углом, равным углу старта, связанная с переприцеливанием ракеты в заданном секторе стрельбы. Конечными являются условия подхода к конечному участку полета у цели, которые обеспечивают требования по углу и скорости в точке падения. При комплексировании инерциальной СУ с системами самонаведения программа тангажа должна обеспечивать определенное положение оси ракеты в момент захвата цели. В числе других требований необходимо отметить для некоторых типов ГЧ ориентацию вектора скорости на заданной высоте конечного участка СУ по направлению местной вертикали.

3. Программа тангажа должна обеспечивать стрельбу на любую дальность в заданном диапазоне. Для ракет СВ, имеющих довольно широкий диапазон дальностей 0,1 ... 1,0 $L_{\max}$, независимо от метода управления дальностью обеспечить это требование возможно лишь при помощи программ тангажа, значительно отличающихся по виду и характеристикам друг от друга.

4. Программа тангажа должна обеспечивать допустимые нормальные перегрузки в условиях действия возмущений. Значения нормальных перегрузок зависят, главным образом, от углов атаки. Следовательно, при выборе $\vartheta_{пр}$ необходимо на участках с большими скоростными напорами вводить ограничения на допустимые углы атаки.

5. Программа должна обеспечивать минимальные углы атаки при действии возмущений для скоростей, близких к звуковой. Область скоростей с числом Маха $M = 0,8 \dots 1,2$ характеризуется резким изменением аэродинамических коэффициентов, от которых зависит и эффективность аэродинамических рулей. Для того чтобы эти коэффициенты не имели резких изменений, нужно указанную область изменения скорости проходить с углами атаки, близкими к нулю.

Кроме того, необходимо учитывать и ряд других требований к $\vartheta_{\text{пр}}$, таких, например, как непрерывность $\vartheta(t)$, $\dot{\vartheta}(t)$, $\ddot{\vartheta}(t)$, ограниченность $\ddot{\vartheta}(t)$ и простота реализации программы в бортовой ЦВМ.

Анализ перечисленных требований к программе тангажа показывает, что задача выбора $\vartheta_{\text{пр}}$ достаточно сложна. В основе выбора программы тангажа лежит формирование программных траекторий, рассмотренное в п. 2.2.4. При формировании программных траекторий важными этапами разработки $\vartheta_{\text{пр}}$ являются выбор аргументов программы; выбор функциональной зависимости; аппроксимация программы.

Аргумент программы тангажа выбирается в соответствии с принципом программирования. Для принципа гибкого программирования область возможных аргументов (A) программы с точки зрения простоты реализации можно ограничить линейной комбинацией элементов траектории:

$$A = B^T \xi, \quad (2.71)$$

где $B^T = (k_1, k_2, \dots, k_m)$ — матрица-строка $(1 \times m)$ коэффициентов; $\xi = \{v_x, v_y, v_z, x, y, z, t\}$ — вектор элементов движения: проекции векторов скорости и положения на оси некоторой системы координат и время.

Коэффициенты матрицы B наиболее целесообразно выбирать из условия обеспечения минимума дисперсии отклонения дальности от номинальной. Оптимальные значения коэффициентов матрицы B определяют вид аргумента A .

Цель управления $\bar{u}$ — уменьшение отклонения дальности — можно достигнуть при различных законах управления, в том числе и линейных вида

$$\bar{u} = F \{[\vartheta - \vartheta_{\text{пр}}(A)], [\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_{\text{пр}}(A)]\}, \quad (2.72)$$

где F — символ оператора.

Выражение (2.72) при известных параметрах автомата стабилизации в неявном виде устанавливает зависимость между управлением $\bar{u}$ и коэффициентами аргумента A программы тангажа. При этом влияние способа задания программы тангажа на точность стрельбы существенно зависит от чувствительности элементов движения к изменению ϑ , т.е. от вида программной траектории, которая для максимальной дальности обычно выбирается из условия оптимальности ракеты по энергетике. Повышение точности стрельбы в результате изменения программы тангажа вызывает, хотя и незначительный, отход от оптимальной по энергетике траектории.

Аналитические выражения для оптимальных значений коэффициентов матрицы B получить практически невозможно, поскольку критерий (дисперсия отклонения дальности) зависит от совокупности возмущений и через закон управления от аргумента A программы тангажа.

Если статистические характеристики возмущений известны и заданы законами распределения и числовыми характеристиками, то для наиболее распространенного для РСВ двухкомпонентного вида аргумента A можно использовать для оп-

ределения его оптимального значения метод поиска экстремума, основанный на комбинации метода определения экстремума функции с методом статистических испытаний. Для унимодальной функции качества может быть использован метод Фибоначчи совместно с методом статистических испытаний [55].

Одним из важных этапов являются выбор вида функциональной зависимости и ее аппроксимация. Функциональный вид используется для задания $\vartheta_{\text{пр}}$ как при программных методах управления, так и при программно-терминальных. Для ракет СВ зависимость $\vartheta_{\text{пр}} = f(A)$ имеет сложный вид, поэтому к аппроксимации предъявляется целый ряд требований, среди которых можно выделить следующие основные: ошибки от замены исходной функции аппроксимирующей не должны превышать заданного значения $\epsilon_{\text{доп}} > 0$; вид аппроксимирующей функции должен быть по возможности простым.

Возможные виды функциональных зависимостей и варианты математической записи $\vartheta_{\text{пр}} = F(A)$ приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Вид функциональной зависимости	Математическая запись программы	Вид аргумента А	Количество чисел ПЗ
Линейная	$\vartheta_{\text{пр}} = \sum_{j=1}^m (a_j + b_j A),$ j – номер участка; m – количество участков аппроксимации; a, b – постоянные коэффициенты, числа ПЗ	Кажущиеся скорость или координаты. Истинные скорость или координаты. Линейная комбинация кажущихся или истинных скоростей и координат	$2m-1$
Кривые второго, третьего или более высоких порядков	$\vartheta_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n a_i A^i,$ $i = 1, 3, \dots$	Кажущиеся скорость или координаты	N
Экспонента	$\vartheta_{\text{пр}} = \vartheta_0 - a_1 \{1 - \exp[-a_2(A - A^*)]\}$ a_1, a_2 – числа ПЗ.	То же	2
Комбинированная: линейные участки с экспонентой;	$\vartheta_{\text{пр}} = \begin{cases} \vartheta_0 - a_1 \{1 - \exp[\dots]\}; \\ \sum_{j=1}^m (a_j + b_j A); \end{cases}$	>>	2 $2m-1$
экспонента с кривыми 2-го или более высокого порядка;	$\vartheta_{\text{пр}} = \begin{cases} \vartheta_0 - a_1 \{1 - \dots\}; \\ \sum_{i=1}^n (a_i A^i); \end{cases}$	>>	2 n
кривая 2-го порядка с линейными участками	$\vartheta_{\text{пр}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n (a_i A^i); \\ \sum_{j=1}^m (a_j + b_j A). \end{cases}$	>>	n

Для ракет СВ наиболее часто применяются линейные и экспоненциальные функциональные зависимости для $\vartheta_{пр}$.

Экспоненциальная зависимость имеет следующий стандартный вид:

$$\vartheta_{пр}(A) = \vartheta_0 - a_1 \{1 - \exp[-a_2(A(t) - A^*)]\}, \quad (2.73)$$

где ϑ_0 — начальное значение угла тангажа, равное углу старта ракеты; a_1, a_2 — постоянные коэффициенты, значения которых зависят от дальности стрельбы и являются числами полетного задания для программных методов; A^* — значение аргумента, соответствующее моменту начала программного разворота оси ракеты.

Экспоненциальная зависимость вида (2.73) имеет ряд достоинств, основными из которых являются следующие:

функция отвечает предъявляемым общим требованиям по непрерывности и дифференцируемости до любого порядка во всем диапазоне изменения аргумента программы;

обеспечивает плавность изменения программы на всем участке управляемого полета;

позволяет получить требуемые значения угла тангажа в конце АУТ посредством задания только двух коэффициентов a_1 и a_2 ;

обеспечивает непрерывное изменение программы для любой дальности стрельбы от минимальной до максимальной путем выбора значений a_1, a_2 ;

экспонента позволяет проводить максимизацию угла атаки в области трансзвуковых скоростей посредством изменения только одного коэффициента a_2 , что упрощает процедуру оптимизации параметров программы;

дает возможность вычислять программные значения угла тангажа по рекуррентным соотношениям, что упрощает процесс вычисления $\vartheta_{пр}$ в бортовой ЦВМ.

Коэффициенты a_{1j} и a_{2j} для j -й дальности стрельбы, обеспечивающие требуемые значения программных углов тангажа в конце АУТ $\vartheta_{пр.к.j}$, связаны между собой следующей зависимостью:

$$a_{1j} = \frac{\vartheta_0 - \vartheta_{пр.к.j}}{1 - \{\exp[-a_{2j}(A_{кj} - A^*)]\}}.$$

При изменении аргумента на величину ΔA_i за такт счета бортовой ЦВМ, где i — номер такта, программный угол тангажа изменится на величину $\Delta \vartheta_{пр.i}^*$, равную (индекс « j » для конкретной дальности опущен)

$$\Delta \vartheta_{пр.i}^* = \frac{\partial \vartheta_{пр}^*}{\partial A} \Delta A_i = -a_2 a_1 \exp[-a_2(A_i - A^*)] \Delta A_i \quad (2.74)$$

$$\text{или } \Delta \vartheta_{пр.i}^* = -a_2 \vartheta_{пр.i}^* \Delta A_i.$$

Тогда в $(i+1)$ -м такте счета значение $\vartheta_{пр}$ можно вычислить по формуле

$$\vartheta_{пр.i+1} = \vartheta_{пр.i} + \Delta \vartheta_{пр.i}^* \quad (2.75)$$

С учетом выражений (2.74), (2.75) программные значения угла тангажа можно вычислить по рекуррентному соотношению

$$\vartheta_{\text{пр},i+1}^* = \vartheta_{\text{пр},i}^* (1 - a_2 \Delta A_1),$$

где $\Delta A_1 = (A_{i+1} - A_i)$ — изменение аргумента за такт счета бортовой ЦВМ.

Оптимальное значение a_2 может быть выбрано по результатам расчетов серии возмущений траекторий.

В целях уменьшения вариаций элементов движения в конце АУТ в качестве аргумента $\vartheta_{\text{пр}}$ экспоненциального вида целесообразно принять линейную комбинацию вида (2.71).

С точки зрения простоты реализации программы и уменьшения объема вычислений коэффициенты матрицы B выбираются в виде констант для соответствующей дальности стрельбы.

Покажем, что для аргумента в виде (2.71) и линейного закона управления (2.72) сигнал управления в канале тангажа содержит составляющую, пропорциональную отклонениям элементов движения центра масс от номинальных значений.

При действии на ракету комплекса случайных возмущений элементы движения центра масс $\xi_i(t)$ будут отличаться от номинальных $\xi_{i,0}^0(t)$ на величину $\delta \xi_i(t)$.

Ввиду малости в выражении (2.72) составляющей $k_g[\vartheta(t) - \vartheta_{\text{пр}}(A)]$, ей можно пренебречь. Тогда при действии возмущений выражение для отклонения сигнала управления от его значения при номинальном движении можно записать в виде

$$\Delta u_g = k_g \delta \vartheta(t) - k_g \delta u_{\text{пр}}(\delta A).$$

Учитывая, что

$$\delta \vartheta_{\text{пр}}(\delta A) = \frac{d\vartheta_{\text{пр}}}{dA} \frac{\partial A}{\partial \xi} \delta \xi(t); \quad \frac{\partial A}{\partial \xi} = B^T; \quad dA = B^T d\xi, \quad \text{выражение для } \Delta u_g \text{ примет вид}$$

$$\Delta u_g = k_g \delta \vartheta(t) - k_g \frac{B^T \delta \xi(t)}{B^T \frac{d\xi}{d\vartheta_{\text{пр}}}(\xi^0)}. \quad (2.76)$$

Из уравнения (2.76) следует, что сигнал управления зависит от вариаций элементов движения центра масс ракеты. Это и позволяет уменьшить вариации $\delta \xi(t_k)$ в конце АУТ при задании аргумента в виде (2.71) для экспоненциальной зависимости $\vartheta_{\text{пр}}$. Степень уменьшения вариации $\delta \xi(t_k)$ зависит от компонент матрицы B^T , значения которых выбираются из условия минимума дисперсии методической ошибки управления.

Управление угловым движением в плоскости стрельбы позволяет сформировать во всем диапазоне дальностей номинальные траектории, необходимые для оценки некоторых составляющих рассеивания.

2.2.7. Управление движением центра масс

Управление движением центра масс ракеты осуществляется на отдельных участках траектории или на всей траектории в целях компенсации влияния возмущений на отклонения элементов движения, что приводит к уменьшению методических и динамических ошибок управления. Так, для ракет СВ на конечном участке траектории применяются методы управления движением центра масс, называемые однокоординатными [14, 20].

Для ракет, управляемых на АУТ, применяются методы управления движением центра масс по программным координатам или по координатам, характеризующим движение ракеты в направлении по нормали к траектории [10]. Известны также методы, называемые двухкоординатными, которые применяются для управления ракетами как на всей траектории, так и на ее отдельных участках [14].

Рассмотрим однокоординатные методы управления (ОМУ) с точки зрения их применения для управления ракетами СВ. ОМУ различаются в зависимости от следующих признаков: фазовых координат, измеряемых в плоскости стрельбы; способа задания линии регулирования (ЛР); способа выведения на ЛР.

Некоторые законы управления для ОМУ приведены в табл. 2.3.

При ОМУ общим для всех законов управления движением центра масс в плоскости стрельбы является наличие линии регулирования, являющейся высотой конуса возможных предельных отклонений элементов траектории в момент начала управления и помещенной в точку цели. Линия регулирования формируется, как хорда или касательная к траектории. В общем случае она может иметь несколько наклонов или переменный во времени наклон. Программирование движения центра масс сводится к заданию одного параметра, характеризующего расстояние до ЛР по некоторому направлению D , перпендикулярному этой линии. Для реализации ОМУ нужно измерять или вычислять проекцию дальности на направление, нормальное к ЛР. Эту проекцию называют наклонной дальностью D . Таким образом, ОМУ можно реализовать при наличии в СУ одного измерителя линейной скорости в плоскости стрельбы. Наклонную дальность можно вычислять, зная угол наклона линии λ , нормальной к ЛР: $D = L \cos \lambda$. Тогда предельная наклонная дальность $D_{\text{пр}}$ будет равна $D_{\text{пр}} = L_{\text{ц}} \cos \lambda$.

В законах управления движением центра масс используются как координаты $\dot{D}$, D (п. 1, 4, 7 табл. 2.3), так и $\dot{x}$, $\dot{y}$, x , y (п. 2, 3, 5).

Реализация ОМУ связана с определенными трудностями, возникающими при согласовании управления движением центра масс с управлением угловым движением относительно ЛР. Эти требования обеспечиваются управлением на конечном участке относительно одной программы (п. 6 табл. 2.3). Переключение с первого участка программы тангажа на второй осуществляется в момент выполнения равенства программных углов на обоих участках.

Таблица 2.3

Наименование однокоординатного метода управления ОМУ	Вид закона управления движением центра масс	Признак		
		Измеряемые фазовые координаты	Способ задания ЛР	Метод выведения на ЛР
1. ОМУ с наклонной дальностью	$\delta = k_D [(D - D_u) + k_D \dot{D}]$	$\dot{D}, D$	Постоянная	Без коррек- ции
2. ОМУ в инерциальной системе координат	$\delta = k_x [(x - x_u) + k_x \dot{x}]$	$\dot{x}, x$	>>	То же
3. ОМУ с переменной ЛР	$\delta = \kappa_D [(x - x_u) \sin \lambda +$ $+ (y - y_u) \cos \lambda + \kappa_D (\dot{x} \sin \lambda +$ $+ \dot{y} \cos \lambda);$ $\lambda = \arctg \frac{y_u - y_u}{x_u - x}$	$\dot{x}, x,$ $\dot{y}, y$	Переменная	>>
4. ОМУ с программи- рованным изменением ЛР	$\delta = \kappa_D \{[(D - D_u(t)) +$ $+ k_D \dot{D}]\}; \quad \dot{D}_u = f(\lambda);$ $\lambda(t) = f(\dot{x}, x, \dot{y}, y, \dot{x}_u)$	$\dot{x}, x,$ $\dot{y}, y$	>>	>>
5. ОМУ с экстра- поляцией координат цели	$\delta = \kappa_x [(x - x_{цк}) + \kappa_x \dot{x}];$ $(x_{цк})_{i+1} = x_{цк} + \Delta x_{k_i} F_i$ $F(y) = \begin{cases} F(y) & \text{при } F(y) \leq 1; \\ 1 & \text{при } F(y) > 1 \end{cases}$ $F(y) = \frac{y_{k_i} - y_k}{y_{k_i}} k_y$	$\dot{x}, x$	Постоянная	>>
6. ОМУ с одной программой управления	$\delta = F(\vartheta - \vartheta_{np});$ $\vartheta_{np} = f[(D - D_u) + \kappa_D \dot{D}]$	$\dot{D}, D$	>>	>>
7. ОМУ с коррек- цией вывода на ЛР	$\delta = \begin{cases} \delta_{\max} & \text{при } D_{np} < D_u; \\ \text{по п.1} & \text{при } D_{np} < D \leq D_u \end{cases}$	$\dot{D}, D$	>>	С коррек- цией
8. ОМУ с двумя программами на конечном участке	$\delta = \kappa_D [(D - D_{np}) +$ $+ k_D (\dot{D} - \dot{D}_{np})]$	$\dot{D}, D$	Постоянная	То же

Высокая точность стрельбы при применении ОМУ достигается при пересечении всеми возмущенными траекториями ЛР. При этом высота точки пересечения должна быть достаточна для перевода ракеты на ЛР и завершения переходного процесса до момента достижения цели. В противном случае возникают большие динамические ошибки. Для обеспечения необходимой трубки траекторий в момент перехода на управление относительно ЛР применяются комбинации ОМУ с коррекцией движения (п. 7 табл. 2.3). С этой целью предварительно определяется некоторое значение наклонной дальности, по достиже-

нии которой ракета движется с положительными углами атаки вплоть до пересечения траектории с ЛР. Выбор угла атаки на участке $D_{\text{пр}} > D \geq D_{\text{ц}}$ следует проводить при стрельбе на минимальную дальность, так как в этом случае высота точки пересечения предельной траектории с ЛР будет минимальной.

Рассмотрим некоторые особенности двухкоординатных методов управления (ДМУ).

Обобщенный закон управления движением центра масс в плоскости стрельбы δ_L для ДМУ можно записать в виде

$$\delta_L = \kappa_\epsilon (\epsilon - \epsilon_{\text{пр}}) + \kappa_{\dot{\epsilon}} (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{\text{пр}}),$$

где κ_ϵ , $\kappa_{\dot{\epsilon}}$ — коэффициенты; ϵ , $\dot{\epsilon}$ — текущие значения параметров движения (проекции скорости, координаты, перегрузки, угол атаки).

Для управления движением центра масс в продольной плоскости необходимо иметь два измерителя линейной скорости. Траектория описывается изменением одной (или нескольких) координат в функции другой для принципа гибкого программирования, при этом необходимо учитывать простоту вычисления текущих значений $\epsilon(t)$ и $\dot{\epsilon}(t)$.

В основе определения программ $\epsilon_{\text{пр}}$, $\dot{\epsilon}_{\text{пр}}$ лежит формирование программной попадающей траектории (см. § 1.4).

Для аппроксимации траектории, как правило, применяется функция вида $y = f(x)$, где x , y — элементы движения СКС, или инерциальной подвижной системы координат (ИПСК), или горизонтальные и вертикальные проекции пути на оси этих систем. Зависимость вида $y = f(x) = y_{\text{пр}}$ задается либо аналитической функцией, либо аппроксимируется. Функциональный вид аппроксимации является одним из признаков, по которому можно характеризовать ДМУ. Другими признаками могут быть: система координат, в которой определяется программная траектория; количество программ, необходимое для реализации ДМУ; параметр движения, по которому сформирован закон управления.

В табл. 2.4 приведены некоторые ДМУ движением центра масс.

Анализ траекторий для ракет, управляемых на всей траектории, показывает, что требования, накладываемые на максимальную высоту полета и на угол наклона вектора скорости в конце ПУТ, не позволяют применять ДМУ с аппроксимацией одним полиномом (см. табл. 2.4).

Для обеспечения указанных требований траектория разбивается на несколько участков и для каждого из них задаются (или определяются в полете) свои коэффициенты аппроксимации. Если количество участков больше трех ($j > 3$), то в качестве аппроксимирующей функции можно принять сплайн-функцию третьего порядка. Стыковка участков аппроксимации производится по программной функции и ее производным в узловых точках, где достаточно обеспечить отсутствие разрывов самой функции и ее первой производной. В узловой точке последнего участка на нисходящей ветви ПУТ необходимо обеспечить для уменьшения динамических ошибок отсутствие разрыва по второй производной.

Использование в качестве аппроксимирующей функции эллиптической кривой исключает необходимость разбиения программной траектории на j участков

Характерная особенность ДМУ	Вид аппроксимирующей программной функции	Система координат	Параметр движения в законе управления	Количество программ
С аппроксимацией одним полиномом	$y_{np}^* = \sum_{i=0}^n A_i x^i$	ИПСК, СКС	Координата, перегрузка, угол атаки	2 (3)
Несколько участков аппроксимации	$y_{np}^* = \sum_{i=0}^n A_{ij} x^i$	То же	То же	2 (3)
С аппроксимацией сплайн-функцией	$y_{np}^* = y_l + \sum_{i=1}^{m-3} A_{si} \left(\frac{x-x_{s-1}}{\Delta x} \right)^i$; $\Delta x = x_{s+1} - x_s$; A_s – коэффициенты	>>	>>	2 (3)
С аппроксимацией эллиптической кривой	$y_{np}^* = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - (x - x_s)^2} - \Delta y_0$; b, a – параметры эллипса $x_s, \Delta y_0$ – смещение по осям ординат и абсцисс	>>	>>	2 (3)
С одной программой управления	$\vartheta_{np} = \arctg \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$; $\dot{y} = \sum_{i=0}^n i A_i x^{i+1}$	–	Угол тангажа	1
С одной программой управления	$\vartheta_{np} = \arctg f_1(x)$; $f_1(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2$	–	То же	1

($j > 2$). С помощью этой кривой можно описать программную траекторию с любыми углами наклона траектории в районе цели. Однако эллиптической кривой присущи определенные недостатки, которые ограничивают ее применение: сложное вычисление программной функции; возрастание потребных нормальных перегрузок по мере уменьшения высоты полета.

Анализ приведенных в табл. 2.4 ДМУ с точки зрения простоты реализации и минимума потребных перегрузок при ограничениях на параметры движения показал, что наиболее оптимальным является ДМУ со следующими характеристиками: аппроксимация программной траектории ведется полиномом третьего порядка на j -х участках; коэффициенты полинома задаются либо вычисляются в полете на каждом из j -х участков.

Несколько иные функции возлагаются на управление движением центра масс в плоскости стрельбы для ракет, управляемых на АУТ. Характерным здесь является наличие управления угловым движением относительно программ изменения угла тангажа. Известно, что данное управление не обеспечивает компенсацию влияния таких возмущений, как ветер, на отклонения параметров траектории от номинальных [20]. Эти функции и возлагаются на управление движением центра масс. В принципе на АУТ можно применять ДМУ, однако

наибольшее применение нашли методы, где в качестве программы используются зависимости проекций скорости на оси некоторой системы координат, а в качестве аргумента берется другая проекция: $\dot{y} = f(\dot{x})$.

Аппроксимация такой зависимости на АУТ достаточно простая, обычно линейная с количеством участков не больше двух. Еще более простой вид принимает программа, если при формировании закона управления используется параметр H , вычисляемый по формуле $H = \dot{y}(t) \cos \vartheta_{\text{пр}} - \dot{x}(t) \sin \vartheta_{\text{пр}}$. В этом случае она вычисляется в полете и хорошо согласуется с программой тангажа. Такие методы условно называются функциональными.

Применение управления движением центра масс позволяет значительно уменьшить отклонения элементов движения при действии всего комплекса возмущений.

При выборе метода управления движением центра масс для различных формализованных моделей ракет необходимо учитывать: величину методической ошибки управления; потребные перегрузки для реализации метода; простоту программирования алгоритмов метода; сложность приборной реализации; объем подготовки данных для пуска (ПЗ).

Результаты анализа применимости методов управления движением центра масс для различных формализованных моделей ракет СВ приведены в табл. 2.5, откуда видно, что для РСВ-1 предпочтение отдается ОМУ и ДМУ, для РСВ-2 — в основном ДМУ и функциональным методам (ФМУ).

Таблица 2.5

Наименование метода управления	Формализованные модели ракет					
	РСВ-1		РСВ-2		РСВ-3	
	АУТ	ПУТ	АУТ	ПУТ	АУТ	ПУТ
ОМУ	–	+	–	–	–	–
ДМУ	+	+	–	+	–	+
ФМУ	–	–	+	–	+	–

2.2.8. Управление выключением тяги твердотопливной двигательной установки

Управление выключением тяги твердотопливной ДУ обеспечивает точность стрельбы ракет (РСВ-2, 3) и содержит два основных момента, определяющих составляющие методической ошибки: формирование управляющей функции выключения тяги ДУ; определение конечных параметров для всех условий функционирования ракетного комплекса СВ.

Эти два вопроса между собой тесно взаимосвязаны. Для ракет данного класса описание в общем виде конечных условий настолько сложное, что констатация факта удовлетворения этими условиями требует проведения большого объема вычислений в бортовой ЦВМ в реальном масштабе времени с экстраполяцией параметров движения с целью не допустить запаздывания выдачи команды на выключение ДУ.

Учитывая, что при управлении на АУТ относительно программы тангажа обеспечиваются небольшие по величине отклонения действительной траектории от программной в момент выключения ДУ, можно применить упрощенный подход к определению принадлежности траектории к семейству попадающих. В основе упрощения лежит аппроксимация многомерной гиперповерхности конечных условий S_k . Известны два способа аппроксимации [10].

Первый состоит в фиксации на гиперповерхности S_k точки, соответствующей расчетным условиям выключения ДУ, и разложении выражения для S_k относительно этой точки в ряд Тейлора. Если ограничить этот ряд членами второго порядка, то аппроксимирующее выражение примет вид

$$\sum_{j=1}^7 \frac{1}{j!} \left(\sum_{i=1}^7 \frac{\partial}{\partial x_i} \right)^j S_k(x_1, \dots, x_7) = 0, \quad (2.77)$$

где частные производные вычисляются в фиксированной точке; x_i — отклонение элементов движения от расчетных значений.

Второй способ состоит в аппроксимации S_k совокупностью касательных гиперплоскостей, построенных относительно группы расчетных точек выключения тяги ДУ. Совокупность гиперплоскостей описывается выражением

$$\sum_{i=1}^7 \frac{\partial S_k}{\partial x_{il}} \Delta x_{il} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n,$$

где $\frac{\partial S_k}{\partial x_{il}}$ — частные производные в каждой из расчетных точек.

Для ракет СВ наибольшее применение нашло выражение (2.77), на основе которого формируются линейные управляющие функции выключением тяги ДУ.

На основании формулы (2.77) можно записать приближенное выражение для дальности, например в виде

$$L(x_k) = L(x_k^0) + \aleph^T \Delta x_k + \partial x_k^T Q \delta x_k + O^{(3)}(\delta x_k), \quad (2.78)$$

где $x_k = \{\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dots, x_k, \dots, t_k\}$ — вектор элементов траектории и время в момент окончания АУТ; $\aleph^T = (\partial L / \partial x_{ik})$ — матрица-строка $(1 \times m)$, составленная из частных производных дальности по элементам конца АУТ при номинальной траектории; $\delta x_k = (x_k - x_k^0)$ — отклонение элементов траектории от номинальных значений x_k^0 ; $Q = (Q_{ij})$ — симметричная матрица $(m \times m)$, компонентами которой являются смешанные частные производные и производные второго порядка дальности по элементам конца АУТ номинальной траектории:

$$Q_{ij} = \begin{cases} \frac{\partial^2 L}{\partial x_{ik}^2}, & \text{если } i = j; \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_{ik} \partial x_{jk}}, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Здесь $\aleph^T \delta x_k$ — линейная составляющая разложения; $\delta x_k^T Q \delta x_k$ — квадратичная составляющая разложения; $O^{(3)}(\delta x_k)$ — сумма нелинейных составляющих разложения выше второго порядка.

Выражение (2.78) позволяет ввести в рассмотрение управляющую функцию выключения ДУ (Φ). Управляющие функции Φ можно классифицировать по следующим признакам:

по точности аппроксимации: линейные и нелинейные. Для ракет СВ, как правило, применяются линейные функции, которые, в свою очередь, могут быть полными и неполными в зависимости от состава используемых элементов движения и от направлений изменения проекций векторов скорости и пути;

по виду используемой информации: псевдоскорости и псевдокоординаты, истинные скорости и координаты.

Известные варианты некоторых линейных управляющих функций приведены в табл. 2.6.

Для ракет СВ применяют полную линейную управляющую функцию в истинных координатах с ортогональным измерительным базисом, чем обеспечивается минимум методической ошибки. Эту функцию запишем в виде

$$\Phi(t) = \aleph^T x(t). \quad (2.79)$$

Тогда программное значение управляющей функции имеет вид

$$\Phi_{\text{пр}} = \aleph^T x^0(t_k).$$

Совокупность элементов движения $S_k = \{x^0, t\}$, принадлежащая некоторому множеству S , составляет концевые условия, которые определяют условия прекращения управления ракетой, а последующее неуправляемое баллистическое движение ракеты приводит к выполнению основной задачи управления — попаданию ракеты в цель.

Таблица 2.6

Характеристика управляющей функции	Математическая запись управляющей функции	Количество чисел ПЗ
« $\lambda - \mu$ » управляющая функция с неортогональным измерительным базисом	$\Phi(t) = v_\lambda(t) + \kappa \int_0^t \Delta v_\mu(t) dt + f t$	2
Управляющая функция в проекциях на программно-изменяемое направление (λ, t)	$\Phi(t) = \frac{\partial L}{\partial t} t + \kappa \int_0^t \kappa(\tau) v_\lambda(\tau) d\tau$	2
Управляющая функция с неортогональными измерителями ускорения	$\Phi(t) = \frac{\partial L}{\partial t} t + \kappa \int_0^t [n_\lambda(\tau) v_\lambda(\tau) + n_\mu(\tau) \dot{v}_\mu(\tau)] d\tau$	3
Полная линейная управляющая функция в кажущихся координатах с ортогональным базисом	$\Phi(t) = \frac{\partial L}{\partial W_x} W_x + \dots + \frac{\partial L}{\partial \left(\int_0^t W_x dt \right)} \int_0^t W_x dt + \dots + \frac{\partial L}{\partial t} t$	7
Полная линейная управляющая функция в истинных координатах с ортогональным базисом	$\Phi(t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \dots + \frac{\partial L}{\partial x} x + \dots + \frac{\partial L}{\partial t} t$	7

Множество конечных условий S определяется допустимой областью изменения точек старта $\bar{R}_0$ и цели $\bar{R}_ц$, которые при решении конкретных задач управления являются заданными. Каждому сочетанию положений точек старта $\bar{r}_0$ и цели $\bar{r}_ц$ из числа $\bar{R}_0$ и $\bar{R}_ц$ соответствует множество попадающих траекторий. Однако для определенности выбирается одна, наиболее оптимальная с точки зрения поставленных условий, ей и соответствуют конечные условия S_k .

Задача нахождения конечных условий распадается на две взаимосвязанные: определение множества S для всех условий функционирования ракетного комплекса;

определение S_k для конкретных значений $\bar{r}_0, \bar{r}_ц$, характеризующих положение точек старта и цели на земном сфероиде или его модели — земном эллипсоиде.

В общем случае первая задача — это краевая задача с подвижными левым и правым концами, она имеет только численное решение. Методы ее решения приведены в работах [40, 47]. Обычно при программном управлении эта задача решается на этапе проектирования системы управления ракетного комплекса. Вторая задача решается при подготовке ракеты к пуску по заданным $\bar{r}_0, \bar{r}_ц$, при помощи наземной ЭВМ, т.е. при подготовке ПЗ.

2.3. Программно-терминальные методы управления

2.3.1. Общая характеристика программно-терминальных методов управления

Программные методы управления ракетами СВ с точки зрения их реализации в современных автономных СУ имеют следующие существенные недостатки:

1) необходимость вычисления и ввода в бортовую ЦВМ большого объема априорной информации (полетное задание), подготовляемой в наземной пусковой аппаратуре;

2) зависимость алгоритмов метода управления и его параметров от изменения исходных данных по ракете, ГЧ и уровня действующих возмущений.

Как следствие этих недостатков возрастает время, необходимое на испытание и подготовку комплекса к эксплуатации и пуску. Если в процессе эксплуатации возникает необходимость оснащения комплекса другими типами ГЧ, отличающимися массовыми, геометрическими и аэродинамическими характеристиками, программные методы не позволяют сделать это оперативно. Применение коррекции программ управления и управляющих функций в полете позволяет лишь частично устранить эти недостатки.

Практически полностью этих недостатков лишены терминальные методы управления, которые реализуют «свободные» программы. Терминальные СУ в зависимости от цели управления по измеренной информации о параметрах движения и данных о характеристиках ракеты, помещенных в память бортовой ЦВМ или идентифицированных в полете, формируют программы управления, законы управления движением, а, следовательно, и траекторию, проходящую через точки старта и цели.

Анализ терминальных методов управления, ранее рассмотренных в § 2.1, с точки зрения их применения для ракет СВ, позволяет сделать следующие выводы:

- 1) до настоящего времени не разработаны простые в смысле технической реализации терминальные методы управления с обратной связью;
- 2) терминальные методы управления целесообразно применять лишь на отдельных участках траектории для решения некоторых частных задач.

Основными причинами, обуславливающими трудности реализации терминальных методов управления, является прежде всего разброс в широком диапазоне внешних возмущений, а также разброс конструктивных и технологических параметров ракет и их систем управления. Кроме того, необходимо учитывать наличие участков траектории, расположенных в плотных слоях атмосферы.

Эти особенности требуют отличную от известной математическую постановку задачи и несколько иной подход к разработке метода управления.

Известна следующая общая математическая постановка задачи терминального управления, которую для случая управления движением ракет СВ можно сформулировать следующим образом [32, 33].

Пусть движение ракеты в общем виде описывается системой дифференциальных уравнений вида (1.29). Полагаем, что задан некоторый вектор фазовых координат $V_{к,i}, \theta_{т,i}$ и, если к заданному моменту вектор $\bar{y}(T)$ будет достаточно близок к вектору $\bar{y}_T$, то цель достигнута.

Задача заключается в определении вектора управления $\bar{u}(t)$, при котором минимизируется некоторая ошибка Δ :

$$\Delta = f[\bar{y}(T); \bar{y}_T]. \quad (2.80)$$

Основной задачей такого управления является обеспечение заданного разброса кинематических параметров движения в некоторый заданный момент времени T . Тем самым решается задача вывода ракеты либо в область параметров, обеспечивающих выполнение условия (2.80) для РСВ-2, 3, либо в область конечных значений для РСВ-1 за заданное время T . Принципы терминального управления реализуются в том, что СУ на основе анализа измеренных и прогнозируемых на момент окончания участка управления параметров движения формирует в дискретные моменты времени такие управляющие воздействия, которые обеспечивают к моменту окончания АУТ равенство этих параметров заданным значениям.

Для РСВ-2, 3 имеет смысл несколько иная постановка задачи терминального управления. Цель управления состоит в определении такого момента выключения ТДУ и отделения ГЧ (t_k), чтобы совокупность кинематических параметров траектории в этот момент обеспечивала достижение головной частью заданной точки цели. Отличие в постановке задачи состоит прежде всего в том, что конечное условие (координаты точки цели) заданы не на момент окончания участка управления. Кроме того, наличие ТДУ приводит к тому, что время АУТ не является постоянной величиной, а изменяется в зависимости от уровня действующих случайных возмущений. Таким образом, задача терми-

нального управления будет заключаться в определении такого вектора управлений $\bar{u}(t)$, при котором минимизируется вместо (2.80) следующая функция:

$$\Delta' = f'(\bar{x}_{\text{ТП}}, \bar{x}_{\text{ц}}), \quad (2.81)$$

где $\bar{x}_{\text{ТП}}$ — вектор, характеризующий положение точки падения в выбранной системе координат и вычисляемый по текущим значениям параметров движения; $\bar{x}_{\text{ц}}$ — заданный вектор, характеризующий положение цели в выбранной системе координат.

Исходя из математической формулировки задачи управления для РСВ-2, 3, основные принципы терминального управления будут состоять в том, что СУ, непрерывно анализируя параметры движения и прогнозируя на основе измерений текущие значения отклонений точки падения от точки цели в выбранной системе координат, формирует такие управляющие воздействия, которые в некоторый момент времени сводят их к нулю. Решение сформулированных выше математических задач основывается на решении задачи оптимального управления и сводится к краевой задаче.

При сравнительно высоком порядке системы дифференциальных уравнений, описывающих движение ракеты, и при наличии различных ограничений решить такую задачу в бортовой ЦВМ невозможно из-за ее ограниченной производительности, либо требуются значительные упрощения, которые приводят к ошибкам управления. Эта проблема была решена при помощи комбинации методов программного и терминального управлений с применением декомпозиции управления по участкам траектории и каналам управления. Такие методы обладают основными признаками программных (используются программные траектории) и терминальных методов (формирование управляющих воздействий для выполнения условий (2.81)). Поэтому их называют программно-терминальными.

В основу формирования этих методов управления положены следующие основные принципы:

- 1) разделение задачи управления на обеспечение диапазона дальностей стрельбы и точности;
- 2) декомпозиция управления по участкам траектории;
- 3) декомпозиция управления по каналам (по дальности и в боковом направлении).

Рассмотрим более подробно сформулированные выше принципы.

Задача обеспечения дальности в заданном диапазоне решается при помощи формирования программной траектории и выбора программ управления. Точность стрельбы обеспечивается либо путем выбора момента окончания работы ТДУ (для РСВ-2,3), либо при помощи управления на всей траектории (для РСВ-1). Первая задача условно более «грубая», чем вторая, с точки зрения управления, так как для ее решения не требуется точного знания программ управления и она обеспечивает лишь вывод ракеты в область начальных условий для решения второй задачи. Этот факт можно положить в основу программно-терминального метода управления. При этом первую задачу целесообразно ре-

шать программным методом и тем самым избежать решения в бортовой ЦВМ сложной краевой задачи, вторую — на основе прогнозирования текущего положения точки падения, т.е. на основе терминального управления. Для прогнозирования можно использовать более простые уравнения, описывающие движение материальной точки на ПУТ.

Траектории ракет СВ имеют несколько характерных участков, границы и протяженность которых определяются работой ДУ и наличием атмосферы. На этих участках управление ракетой или ее ГЧ выполняет различные функции. Поэтому в зависимости от решаемой задачи и сложности алгоритмов метод управления на этих участках может формироваться, исходя из принципов программного и терминального управлений. Для ракет СВ такими участками являются: восходящая и нисходящая ветви ПУТ в плотных слоях атмосферы, АУТ и участок работы корректирующей ДУ в разреженных слоях атмосферы и т.д. Кроме того, некоторые задачи управления с учетом особенностей объекта управления нельзя решить при помощи программных методов. Такой задачей является, например, управление дальностью стрельбы без отсечки тяги ТДУ.

Наконец, метод управления по дальности и в боковом направлении также можно формировать раздельно на разных принципах, поскольку эти каналы при стабилизации ракеты по крену практически являются развязанными.

В практике разработки методов программно-терминального управления, как правило, используется комбинация всех перечисленных выше принципов.

При программно-терминальном управлении значительно сокращается объем расчетов по определению программных попадающих траекторий, кроме того, изменяется методика их использования. Программные траектории формируются на некоторые опорные дальности для фиксированных координат старта и цели, поскольку при таком управлении точные траектории не нужны. Они используются в трех целях: для определения программ управления, функционального вида программ с последующим уточнением в полете параметров программ, вида управляющих функций.

Методы формирования программных попадающих траекторий при программно-терминальном управлении аналогичны методам, рассмотренным для программного управления. Порядок определения функциональных зависимостей программ управления и вида управляющих функций основан на аппроксимации полученных данных при расчете попадающих траекторий.

Так, если необходимо определить вид функциональной зависимости параметра y от x , то по данным расчетов попадающих программных траекторий с заданной точностью проводится аппроксимация $y = f(x)$, и вид $f(x)$ проверяется для различных дальностей заданного диапазона. Если вид $f(x)$ зависит от дальности, то выбирается такая $\hat{f}(x)$, которая с заданной точностью удовлетворяет всем дальностям.

Исходя из принципов формирования программно-терминального управления, можно выделить следующие частные задачи, решение которых позволит разработать метод управления для рассматриваемых формализованных схем:

- 1) синтез программ управления на основе выбранного вида функциональных зависимостей;
- 2) разработка алгоритмов управления без отсечки тяги ТДУ в разреженных слоях атмосферы;
- 3) терминальное управление в боковом направлении;
- 4) управление отсечкой тяги ТДУ на основе прогнозирования текущей точки падения.

2.3.2. Синтез программ управления на основе выбранных функциональных зависимостей

Формирование программы тангажа заданной структуры

Рассмотрим вопрос формирования программы тангажа в полете для случая, когда ее функциональный вид известен.

Задачу терминального управления в плоскости стрельбы можно свести к определению управляющего сигнала в зависимости от отклонения текущего значения угла тангажа $\vartheta_{\text{пр}}(t) = F(a_i, y_i)$ от текущего требуемого значения $\vartheta_{\text{пр}}(t)$.

Для $\vartheta_{\text{пр}}(t)$ можно записать общее выражение в виде

$$\vartheta_{\text{пр}}(t) = F(a_i, y_i), \quad (2.82)$$

где y_i — фазовые координаты; a_i — параметры; F — символ функциональной зависимости.

Если вид F априорно известен, то в полете необходимо определять лишь значение параметров программы a_i , количество которых i определяется как видом F , так и набором фазовых координат, используемых при формировании аргумента программы A .

Зависимость F , определяемая при помощи численного моделирования и аппроксимации или исходя из опыта разработчика, имеет один недостаток: она неоптимальна по энергетическим затратам, необходимым для ее реализации. Это легко устраняется, если использовать результаты оптимизации для модельных задач.

Однако, если даже известен вид F , то для заданной дальности стрельбы (L) определить параметры a_i достаточно сложно, а иногда и невозможно. Чем меньше число параметров a_i и проще зависимость, тем проще алгоритм определения $\vartheta_{\text{пр}}$. Определить $\vartheta_{\text{пр}}$ в полете возможно лишь для некоторых видов F , при этом необходимо использовать некоторые данные решения задачи формирования программных траекторий.

Рассмотрим один из примеров решения этой задачи.

Пусть функциональная зависимость для $\vartheta_{\text{пр}}$ имеет вид экспоненты.

В качестве аргумента примем одну из фазовых координат, измеряемых в полете в дискретные моменты времени. Таким аргументом может быть скорость (V). Вычислять $\vartheta_{\text{пр}}$ будем в дискретные моменты времени τ_j , где j — частота обновления информации о фазовых координатах. Тогда общий вид программы тангажа с заданной функциональной структурой в виде экспоненты можно записать в виде

$$\vartheta_{\text{ТР},j} = \vartheta^0 + \frac{\theta - \vartheta_0}{1 - e^a} \left\{ 1 - \exp \left[a \left(\frac{V_j - V_\tau}{V_{\kappa i} - V_\tau} \right) \right] \right\}, \quad (2.83)$$

где индекс « i » — соответствует частоте прогнозирования модуля скорости $V_{\kappa,i}$ и требуемого значения угла наклона вектора скорости ($\theta_{\kappa,\text{ТР},j}$) в момент окончания АУТ (индекс « κ »); a — постоянный для всех дальностей коэффициент; ϑ_0 — начальное значение угла тангажа; V_τ — значение скорости, измеряемой в фиксированный момент времени τ , постоянный для всех дальностей стрельбы.

Для определения $\vartheta_{\text{ТР}}$ в дискретные моменты времени τ_i необходимо с выбранной дискретностью i , определяемой возможностями бортовой ЦВМ, прогнозировать ϑ_{κ} , θ_{κ} , $\theta_{\kappa,\text{ТР}}$. При выводе выражений для ϑ_{κ} , $\theta_{\kappa,\text{ТР}}$ рассмотрим два случая: а) требуется обеспечить при помощи управления относительно $\vartheta_{\text{ТР}}$ заданную дальность; б) необходимо обеспечить заданные дальность и полетное время. В первом случае, учитывая, что управление относительно $\vartheta_{\text{ТР}}$ является достаточно грубым, т.е. обеспечивает лишь дальность, а не точность, можно воспользоваться формулами эллиптической теории для ϑ_{κ} , $\theta_{\kappa,\text{ТР}}$ [4]. Во втором случае воспользуемся методикой, изложенной в [4], где используются данные опорной траектории, в частности, время (T_3).

Определим $\vartheta_{\kappa,i}$ в подвижной инерциальной системе координат и $\vartheta_{\kappa,\text{ТР},i}$ через проекции абсолютной скорости на направление радиус-вектора ($V_{r,i}$) центра масс ракеты и перпендикуляр к нему ($V_{\tau,i}$).

Проекцию скорости $V_{r,i}$ определим из известного выражения для абсолютной скорости в момент t_{κ} (ϑ'_{κ}), спроектировав его на направление касательной к траектории. Выражение для $\vartheta'_{\kappa,i}$ имеет вид

$$\vartheta'_{\kappa,i} = \sqrt{\frac{2kt \, g^2 \beta_i / 2r_{\kappa}}{r_i(r_i + r_{\kappa}) \, \text{tg}^2 \beta_i / 2 + 2r_{\kappa} \, \text{tg} \theta_i \, \text{tg} \beta_i / 2 + r_i - r_{\kappa}}}, \quad (2.84)$$

где β_i , θ_i — известные параметры эллиптической теории (угловая дальность, угол наклона вектора скорости); k — гравитационная постоянная; r_{κ} , r_{κ} — соответственно радиус-вектор центра масс и радиус-вектор точки цели.

Выражение (2.84) неудобно для расчетов, так как оно вырождается при некоторых значениях β_i . Преобразуем его к более удобному виду, введя следующие обозначения:

$$A_i = \frac{2k}{r_i}; \quad B_i = 1; \quad C_i = \left(\frac{r_i}{r_{\kappa}} + 1 \right) \text{tg}^2 \frac{\beta_i}{2} + \frac{r_i}{r_{\kappa}} - 1;$$

$$\text{tg} \theta_i = \frac{\dot{r}_i}{V_{\tau,i}}; \quad \dot{r}_i = V_{\tau,i}.$$

Тогда (2.84) примет вид

$$V_{\kappa i} = \sqrt{\frac{A_i \operatorname{tg}^2 \frac{\beta_i}{2}}{C_i + 2B_i \operatorname{tg} \theta_i \operatorname{tg} \frac{\beta_i}{2}}}. \quad (2.85)$$

Возводя (2.85) в квадрат и разрешая квадратное уравнение относительно $(\operatorname{tg} \beta_i / 2) / V_{\tau, i}$ получим окончательное выражение для $V_{\tau i}$

$$V_{0, i} = \frac{2 \frac{k_i}{r_i} \operatorname{tg} \frac{\beta_i}{2}}{V_{r, i} + \sqrt{V_{r, i}^2 + 2k_i \left[\frac{1}{r_u} + \frac{1}{r_i} + \left(\frac{1}{r_u} + \frac{1}{r_i} \right) \operatorname{tg}^2 \frac{\beta_i}{2} \right]}}; \quad (2.86)$$

$$k_i = g_r r_i^2.$$

При выводе выражения для проекции скорости на радиус-вектор $V_{r, i}$, которое в значительной степени определяет полное полетное время T_3 , используем исходное выражение эллиптической теории для второй производной от радиус-вектора центра масс ракеты $\ddot{r}_{(0)}$, записанное с учетом центробежного ускорения μ для формы Земли в виде сферы. Далее, раскладывая это выражение в ряд, проведя алгебраические преобразования и используя основные теоремы механики для эллиптической теории, получим следующее выражение для $V_{r, i}$:

$$V_{r, i} = 0,5 \left[z_i - 2 \frac{h_i(r_i - r_u)}{z_i r_u} \right], \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \text{где } h_i &= \frac{k_i}{r_i} - V_{\tau, i-1}^2; \quad k_i = g_r r_i^2; \quad z_i = g_i \Delta T_i + \varepsilon_1 \left(\frac{1}{6} g_i^* \Delta T_i - \frac{1}{2} V_{r, i-1} \right) + \\ &+ \varepsilon_i^2 \left(\frac{1}{120} g_i^* \Delta T_i - \frac{1}{24} V_{r, i-1} \right) + \varepsilon_{1i} \left(\frac{1}{3} V_{r, i-1}^2 - \frac{1}{4} V_{r, i-1} g_i^* \Delta T_i + \frac{1}{20} g_i^{*2} \Delta T_i^2 \right); \\ g_i^* &= \frac{h_i}{r_i}; \quad \varepsilon_i = \Delta T_i^2 \left(\frac{2h_i}{r_i^2} - \frac{V_{\tau, i-1}}{r_i^2} \right); \quad \varepsilon_1 = \Delta T_i^3 \left(3 \frac{h_i}{r_i^3} - 3 \frac{V_{r, i-1}}{r_i^2} \right); \quad \Delta T = T_3 - t. \end{aligned}$$

Дальнейшее вычисление величин $V_{\kappa i}$, $\theta_{\kappa, \text{TP} i}$ ведется в следующей последовательности: осуществляется последовательный переход из исходной системы координат в СКПИ по известным матрицам, в результате чего получая значения проекций требуемой скорости на оси СКПИ: $\dot{x}_{\text{TP}, i}$, $\dot{y}_{\text{TP}, i}$, $\dot{z}_{\text{TP}, i}$, затем вычисляются значения согласно выражениям

$$V_{\kappa,i} = \sqrt{\dot{x}_{\text{TP},i}^2 + \dot{y}_{\text{TP},i}^2 + \dot{z}_{\text{TP},i}^2};$$

$$\theta_{\kappa,\text{TP},i} = \arcsin\left(\frac{\dot{y}_{\text{TP},i}}{V_{\kappa,i}}\right).$$
(2.88)

В формулах (2.85—2.88) в каждом i -м шаге используется необходимая информация вычисления на предыдущем шаге.

Программа тангажа вида (2.83) с параметрами, определяемыми по формулам (2.85—2.87), обеспечивает заданные дальность и полетное время с определенной точностью.

Определение требуемого угла наклона вектора скорости на АУТ

При формировании попадающей траектории на заданную дальность существенное значение имеет такой параметр, как полное полетное время T_n . Внутри рассматриваемого диапазона дальностей можно сформировать попадающие траектории с разными величинами T_n . В программно-терминальных методах управления важно сформулировать траекторию с заданным полетным временем T_n , поскольку это упрощает алгоритмы управления боковым движением.

В общем виде задачу формирования попадающей траектории в полете с заданным полным полетным временем можно сформулировать следующим образом: найти такое управление, чтобы траектория проходила через заданные точки старта и цели за время T_3 . Сведем эту краевую задачу к задаче управления относительно изменения угла наклона вектора скорости.

Рассмотрим математическую постановку задачи: пусть движение ракеты на АУТ и ПУТ описывается системой уравнений вида (1.29), тогда краевую задачу можно переформулировать следующим образом: найти вектор управления, переводящий систему вида (1.29) из начального положения r_0 в конечное $\bar{r}$, при котором $T_n = T_3$.

Задача состоит в выборе закона изменения угла наклона вектора скорости (θ_{TP}) на АУТ, который обеспечивает выполнение условия $T_n = T_3$ для любой дальности заданного диапазона. Величина T_3 является результатом формирования опорных траекторий.

Решение поставленной задачи основано на:

1) прогнозирования текущих значений дальности пассивного участка траектории $L_{\text{пас}}$ и полного полетного времени $T_n(t)$;

2) определении в результате формирования опорных траекторий функциональной зависимости изменения полного полетного времени $T_n = f(t) = T_{\text{np}}$ при номинальных значениях параметров ракеты и стандартных параметрах атмосферы;

3) определении значений $(\theta - \theta_{\text{TP}})$ и формировании закона управления на основе отклонения.

Выражение для θ_{TP} можно получить, используя известную в эллиптической теории теорему об интеграле площадей и ряд упрощений. Для удобства рассмотрения упрощений воспользуемся рис. 2.8.

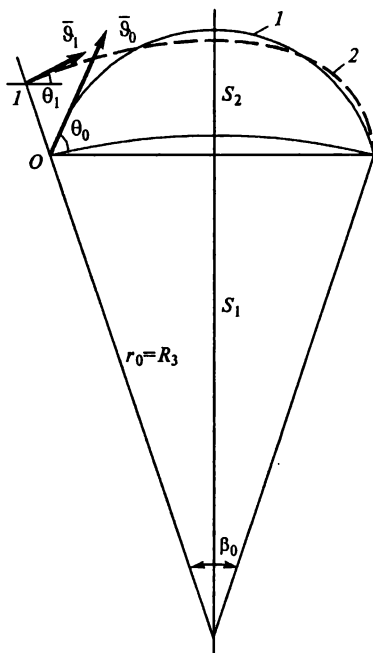


Рис. 2.8

Разложив скорость на радиальную и тангенциальную (V_n) составляющие, выражение для модуля интеграла площадей запишем в виде:

$$rV_n = c. \quad (2.89)$$

Откуда (с учетом рис. 2.8) следует зависимость

$$\frac{1}{2} \int_0^{T_{ap}} r_0 V_0 \cos \theta_0 dt = S,$$

где S — площадь, ограниченная эллиптической траекторией (кривая 1, рис. 2.8); индекс «0» — точка эллиптической траектории при $r = R_3$, R_3 — радиус Земли.

Из рис. 2.8 следует, что $S = S_1 + S_2$ для точки старта. Учитывая, что для ракет СВ протяженность АУТ мала по сравнению с ПУТ, а управление относительно $\theta_{тр}$ обеспечивает дальность стрельбы достаточно грубо, примем следующие допущения:

1) любую траекторию (2) из точки конца АУТ (точка 1) можно заменить траекторией ПУТ (1), т.е. принять

$$r_0 V_0 \cos \theta_0 \approx r_1 V_1 \cos \theta_1; \quad (2.90)$$

- 2) форму Земли принять в виде сферы радиуса R_3 ;
 - 3) при вычислении площадей S, S_1 эллиптическую траекторию можно заменить параболой;
 - 4) ускорение свободного падения можно заменить некоторым средним значением g_{cp} на траектории.
- С учетом этих допущений выражения для вычисления площадей S_1, S_2 можно записать в виде

$$\begin{aligned} S_1 &= R_3 L_{\text{нас}} \cos \frac{\beta_0}{2}; \\ S_2 &= \frac{2}{3} L_{\text{нас}} \frac{V_0^2 \sin^2(\theta_0)}{g_{cp}}. \end{aligned} \quad (2.91)$$

Тогда из (2.89—2.91) следует, что

$$R_0 V_0 \cos \theta_0 = \frac{2}{T_{\text{пр}}} \left[\frac{1}{3} \frac{L_{\text{нас}} V_0^2 \sin^2(\theta_0)}{g_{cp}} + \frac{1}{2} R_3 L_{\text{нас}} \cos \frac{\beta_0}{2} \right]. \quad (2.92)$$

Из допущения о замене эллиптической кривой параболой можно записать выражение для определения времени полета до вершины траектории:

$$t_b = \frac{T_{\text{пр}}}{2} = \frac{V_0 \sin \theta_0}{g_{cp}}. \quad (2.93)$$

Наконец, из формул (2.90) и (2.91), учитывая, что $\frac{\cos \beta_0}{2} \approx 1$, запишем выражение для вычисления текущего значения $\theta_{\text{тр}}$:

$$\theta_{\text{тр}} = \arccos \left[\left(\frac{L_{\text{нас}} T_{\text{пр}} g_{cp}}{6r} + \frac{R_3 L_{\text{нас}}}{T_{\text{пр}} r} \right) \frac{1}{V} \right]. \quad (2.94)$$

Для вычисления $\theta_{\text{тр}}$ по (2.94) необходимо знать текущее значение $T_{\text{пр}}$, функциональную зависимость для которой считаем известной.

В целях упрощения вычислений введем некоторую управляющую функцию $f_y = \frac{L_{\text{нас}}(t)}{T_{\text{пр}}(t)}$, где $L_{\text{нас}}(t)$ — текущая прогнозируемая дальность, $T_{\text{пр}}(t)$ — соответствующее ей требуемое полетное время. Тогда в момент окончания АУТ (t_k) будет справедливо выражение $f_{yk} = \frac{L_u}{R_3}$, где L_u — дальность до цели.

Вид функциональной зависимости f_y выбирается, исходя из требований обеспечения допустимых углов атаки $\alpha_{\text{доп}}$ и простоты вычислений. Для ракет СВ в качестве f_y можно принять

$$f_y = \sum_{i=0}^3 a_i T_n^i, \quad (2.95)$$

где a_i — вычисляемые в полете коэффициенты в момент времени τ .

Для определения a_i необходимо знать $L_{\text{нас}}(\tau)$, $T_{\text{нас}}(\tau)$ и конечное значение f_{yk} . Коэффициенты a_i , исходя из (2.95), находят из следующих выражений

$$\begin{aligned} a_0 &= f_y(\tau) - m T_n(\tau) + 2a_3 T_n^3(\tau) + a_2 T_n^2(\tau); \\ a_1 &= m - 3a_3 T_n^2(\tau) - 2a_2 T_n(\tau); \\ a_2 &= \frac{(K - m) - 3a_3 [T_3^2 - T_n^2(\tau)](m + K)}{[T_3 - T_n(\tau)]^3}, \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\text{где } m = \frac{f_y(\tau)}{T_n(\tau)}; \quad K = \frac{f_{yk} - f_y(\tau)}{T_3 - T_n(\tau)}; \quad f_y(\tau) = \frac{L_{\text{нас}}(\tau)}{T_n(\tau)}.$$

В качестве момента времени τ выбирается точка в начале движения, например, после окончания участка движения с постоянным углом тангажа. Вычисленные в момент времени τ коэффициенты a_i в дальнейшем остаются постоянными.

Определяемое в полете значение $\theta_{\text{тр}}$ позволяет сформировать закон управления в функции отклонения $(\theta - \theta_{\text{тр}})$.

2.3.3. Синтез программно-терминального управления движением центра масс без отсечки тяги ТДУ

Рассмотрим управление движением центра масс ракет без отсечки тяги ТДУ, когда влиянием атмосферы можно пренебречь. При разработке управления для этого случая возникают сложности, обусловленные следующими двумя особенностями ракет СВ: большими разбросами секундного расхода топлива относительно номинальных значений и широким диапазоном дальности стрельбы.

Рассмотрим математическую постановку задачи синтеза управления движением центра масс.

Пусть движение центра масс ракет СВ на АУТ в разреженных слоях атмосферы на ПУТ описывается системой векторных дифференциальных уравнений вида (1.29). Поскольку влиянием аэродинамических сил в рассматриваемом случае можно пренебречь, то вектор кажущегося ускорения можно записать в виде

$$\vec{W}(t) = \dot{W}(t) \vec{u}(t), \quad (2.97)$$

где $\dot{W}(t)$ — продольное кажущееся ускорение, возникающее в результате работы ТДУ, другими словами, измеряемая функция времени; $\vec{u}(t)$ — ориентация вектора тяги ТДУ, векторная функция.

Требуется определить такое $\vec{u}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$, чтобы в момент t_k выполнялось условие

$$|\bar{R}_{\text{ТП}}(\bar{v}_k, \bar{r}_k, t_k) - \bar{R}_u| \leq \Delta R_T, \quad (2.98)$$

где t_k — момент выгорания топлива, заранее неизвестный и зависящий от случайной функции расхода топлива; $t_k \in [t_k^-, t_k^+]$; ΔR_T — заданная точность.

Решение этой задачи затруднено из-за отсутствия информации о секундном расходе топлива, что, в свою очередь, не дает возможности достоверно судить о моменте выгорания t_k .

Известны способы идентификации секундного расхода топлива или времени работы ТДУ, основанные на использовании априорной информации или на использовании датчиков давления, установленных в камере сгорания ТДУ. Однако первый способ усложняет алгоритмы управления и не обладает высокой точностью; второй — усложняет конструкцию ракеты.

Поскольку вопрос прогнозирования t_k является сложной задачей, необходимо как-то косвенно характеризовать это время, что при принятых допущениях можно сделать при помощи интеграла от продольного кажущегося ускорения w .

Этот параметр на текущий момент времени t вычисляется как

$$w(t) = \int_{t_0}^t w(\tau) d\tau; \quad w \in [0, w_3], \quad (2.99)$$

где w_3 — величина запаса характеристической скорости на активном участке полета, определяемая по формуле К.Э. Циолковского:

$$w_3 = U_3 \ln \frac{m_0}{m_k}, \quad (2.100)$$

где U_3 — эффективная скорость истечения; m_0 , m_k — соответственно начальная и конечная массы.

Если предположить, что разбросы величин U_3 , m_0 , m_k отсутствуют, то параметр w может характеризовать неизвестный момент t_k как момент времени, в который параметр w достигает значения w_3 . Тогда задачу управления движением центра масс можно определить как поиск такого управления $\bar{u}(t)$, которое обеспечило бы выполнение неравенства (2.98) к моменту времени t_k и изопараметрического ограничения:

$$\int_{t_0}^{t_k} \dot{w}(\tau) d\tau = w_3. \quad (2.101)$$

Трудность решения поставленной задачи наведения обусловливается тем, что получение необходимых значений векторов $\bar{v}_k$, $\bar{r}_k$ нужно обеспечить к моменту выгорания топлива.

Рассмотрим управление с выходом в инвариантное направление (v — направление) к моменту окончания работы ТДУ. Орт, характеризующий $\bar{v}^0$ — направление, можно определить по формуле

$$\bar{v}^0 = \frac{\bar{L}_v \cdot \bar{B}_v}{|\bar{L}_v \cdot \bar{B}_v|}, \quad (2.102)$$

где $\bar{L}_v$, $\bar{B}_v$ — векторы частных производных дальности и бокового отклонения по компонентам скорости.

В общем случае поставленная задача может быть решена при помощи терминальных методов управления, однако для этого необходимо прогнозировать АУТ, что при ограниченных возможностях бортовых ЦВМ является сложной задачей, кроме того, эти методы энергетически неоптимальны [32].

Программно-терминальный метод управления движением центра масс основан на использовании функциональной зависимости изменения промаха по дальности и в боковом направлении и на построении управления для некоторых параметров времени, причем такое локальное управление должно отвечать конечной цели. Управление $\bar{u}$ ищется в классе кусочно-постоянных функций на промежутках времени t_i , t_{i+1} , т.е.:

$$\bar{u}(t) \in \Omega_u = \{\bar{u}(t) : \forall t \in [t_i, t_{i+1}] \bar{u}(t) = \bar{c}_i, \quad t_{i+1} - t_i = \Delta t\},$$

где $\bar{c}_i$ — постоянный вектор.

Исходное пространство кинематических параметров движения ракеты $X \in R^6$; текущее состояние — $x \in X$. Рассмотрим пространство граничных условий $Y \in R^2$, в одной из точек которого выполняются заданные условия. Поскольку исходное фазовое пространство X является инерциальным, а граничные условия задаются на вращающейся Земле, то пространство Y , связанное с ней, инерциальным не является. Поэтому отображение $X \rightarrow Y$ должно зависеть от времени. Математически это можно записать выражением $\exists H : X[t_0, t_k] \rightarrow Y$.

Предположим, что такое отображение существует. Точке $x \in Y$ соответствует единственная точка $y \in Y$, тогда как обратное отображение H^{-1} неоднозначно, и это может быть использовано для выбора последовательности разворота продольной оси в v -направление с одновременной компенсацией невязок по дальности и в боковом направлении.

На этапе управления движением центра масс ранее введенный параметр w изменяется от нуля до w_3 . За это время точка u должна переместиться из некоторого ее начального положения u_0 в требуемое конечное положение u_k , определяемое заданными граничными условиями. Целесообразно ввести систему координат в пространство Y , поместив ее начало в точке u_k . Значение текущего и конечного положений точки u , а также диапазона изменения параметра w дает возможность определить программу движения точки u в Y . При этом можно использовать ограничения на параметры движения, на управление и т.д. и руководствоваться физическим смыслом задачи. Сравнение текущего значения u с программным на один и тот же момент времени определяет рассогласование, которое должно быть устранено за счет выбора соответствующего управления $\bar{u}$ для движения в исходном пространстве X . Очевидно, что оператор,

осуществляющий такой пересчет рассогласования Δu в требуемое управление $\bar{u}$, имеет сложную структуру.

В качестве пространства Y можно принять плоскость местного горизонта в точке цели. Если ввести систему координат, начало которой размещено в точке цели, а направления осей совпадают с направлением дальности и боковым направлением, то орты этих направлений $\bar{L}^0, \bar{B}^0$ легко определить. Тогда компоненты вектора можно трактовать как промахи по дальности (ΔL) и в боковом направлении (ΔB), т.е. вектор $\bar{y} = \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta B \end{pmatrix}$.

Если зафиксировать промежуток времени, для которого ищется управление $\bar{u}$, то ракета в течение Δt переместится в некоторое положение x , которому будет соответствовать отображенная точка y в пространстве Y . При этом каждому управлению $\bar{u}$ будет соответствовать определенная точка y , т.е. Δt — фиксированное $\rightarrow \forall \bar{u} \in \Omega_u, \exists \bar{y}$.

Предположим, что существует обратная зависимость $\bar{u} = \bar{u}(\bar{y})$. Рассмотрим оператор пересчета рассогласования $\Delta \bar{u}$ в требуемое управление $\bar{u}$.

Пусть за время Δt параметр w изменится по сравнению с текущим на величину приращения Δw . На основе определения опорных траекторий установим функциональную зависимость $y = y_{np}$ и зададим ее в функции w . Тогда, исходя из $y_{np}(w)$ — программного изменения отображенной точки и ее текущего на момент t положения, а также приращения Δw , можно вычислить рассогласование Δu между текущим и требуемым программным положением отображенной точки. В соответствии с определением вектора $\bar{y}$ его компоненты могут быть определены аналогичным образом:

$$\Delta L = \Delta L_{np}(w + \Delta w) - \Delta L(w); \Delta B = \Delta B_{np}(w + \Delta w) - \Delta B(w).$$

Приращение Δw по своему физическому смыслу представляет собой те энергетические возможности ТДУ, которые могут быть использованы для устранения рассогласования $\Delta \bar{u}$. Параметр w по своей природе является кажущимся и измеряется акселерометрами. Если оценить требуемую энергетику также в кажущихся параметрах, исходя из рассогласования $\Delta \bar{u}$, то можно путем сравнения располагаемой и требуемой энергетики, определить искомое управление $\bar{u}$ для интервала времени $[t_i, t_{i+1}]$, которое полностью устраняет рассогласование, если имеются физические возможности, в противном случае устраняет за время Δt максимально возможную его часть. Совокупность кусочно-постоянных на отрезках времени $[t_i, t_{i+1}]$ управлений решает задачу наведения к моменту выполнения изопараметрического ограничения (2.101) с одновременным разворотом оси ракеты в v -направление.

Для реализации программно-терминального управления центра масс необходимо с помощью бортовой ЦВМ в полете выполнять следующие операции: прогнозировать АУТ и ПУТ на конец такта наведения; определять невязки по L и B , производные $\bar{L}_v, \bar{B}_v, \bar{L}_R, \bar{B}_R$, а также требуемые приращения дальности и

бокового отклонения; рассчитывать требуемые приращения кажущейся скорости и управление.

2.3.4. Итерационное терминальное управление боковым движением

Одним из принципов синтеза программно-терминального управления является разделение каналов на управление дальностью и боковым отклонением. Наличие прогнозирования координат текущей точки падения в составе бортовых алгоритмов позволяет сформировать итерационное терминальное управление в боковом направлении. Такое управление не требует предварительного расчета попадающих траекторий для всех условий функционирования ракетного комплекса СВ.

Метод итерационного терминального управления в боковом направлении предусматривает прицеливание либо в точку цели, либо в некоторую упрежденную точку цели, азимут которой вычисляется приближенно без определения попадающей траектории. В полете ведется прогнозирование текущего положения точки падения и управление осуществляется таким образом, чтобы вектор скорости располагался в плоскости, проходящей через текущую точку центра масс ракеты и точку цели, движущуюся вместе с Землей, т.е. в дискретные моменты времени определяется мгновенное положение плоскости стрельбы. При помощи бортовой ЦВМ в дискретные моменты времени вычисляются текущие отклонения точки падения от точки цели по дальности и в боковом направлении, а также текущее время до точки падения (ΔT).

Метод терминального управления боковым отклонением заключается в выполнении следующих операций:

1) прицеливании ракеты в плоскости, проходящей через вертикаль в точке старта и цель;

2) обеспечении в дискретные моменты времени такой боковой составляющей вектора скорости, чтобы за время ΔT смещение центра масс ракеты в боковом направлении равнялось величине ΔB .

Величина и направление боковой скорости определяются при помощи поворота вектора скорости в плоскости XOZ стартовой инерциальной системы координат на требуемый угол $\sigma_{\text{пр}}$, вычисляемый по формуле

$$\sigma_{\text{пр}} = \arccos \frac{\Delta B}{\Delta TV \cos \theta}, \quad (2.103)$$

где V, θ — соответственно скорость и угол наклона вектора скорости в плоскости XOZ .

Функциональный вид закона управления (σ_z) для этого случая имеет вид

$$\sigma_z = F_{\sigma}[(\sigma - \sigma_{\text{пр}}), \dot{\sigma}], \quad (2.104)$$

где F_{σ} — символ оператора управляющей функции; $\dot{\sigma}, \sigma$ — соответственно скорость и угол поворота вектора скорости XOZ в плоскости.

Закон управления можно сформировать и в функции требуемой боковой скорости, которая вычисляется следующим образом:

$$\dot{z}_{\text{тр}} = \frac{\Delta B}{\Delta T}. \quad (2.105)$$

В этом случае функциональный вид закона управления примет более конкретную форму:

$$\sigma_z = \kappa_z (\dot{z} - \dot{z}_{\text{тр}}) + \kappa_z \int_{t_0}^t (\dot{z} - \dot{z}_{\text{тр}}) dt, \quad (2.106)$$

где κ_z, κ_z — коэффициенты.

Очевидно, что методическая ошибка терминального метода управления боковым движением определяется, в основном, точностью прогнозирования величины бокового отклонения ΔB .

2.3.5. Управление выключением тяги ТДУ на основе прогнозирования точки падения

Методы прогнозирования точки падения

В программно-терминальных методах управления прогнозирование параметров движения, включая точку падения, является ключевым алгоритмом. От точности прогнозирования зависит уровень методических ошибок управления. Результаты прогнозирования текущей точки падения используются как при управлении движением центра масс, так и при управлении выключением тяги ТДУ.

Применение прогнозирования для управления выключением тяги ТДУ позволяет значительно сократить количество чисел полетного задания, а также избежать предварительного расчета попадающих траекторий для всех условий функционирования ракетного комплекса. В целях управления выключением тяги ТДУ нет необходимости прогнозировать движение с учетом АУТ, достаточно вести прогнозирование точки падения лишь с учетом ПУТ. Известны различные способы прогнозирования движения центра масс ракеты на ПУТ [4, 11, 24], но все многообразие сводится к прогнозированию при помощи интегрирования системы дифференциальных уравнений вида (1.29) и прогнозированию при помощи аналитических выражений для дальности и бокового отклонения. При интегрировании уравнений (1.29) возможны два способа учета атмосферы:

- 1) интегрирование ведется без учета атмосферы, а полученные координаты точки падения корректируются при помощи заранее вычисленных поправок;
- 2) в системе уравнений (1.29) учитывается атмосфера.

Во втором случае атмосфера учитывается, как правило, при помощи поправок.

Прогнозирование с помощью интегрирования системы дифференциальных уравнений имеет такие преимущества, как высокая точность, возможность учета

влияния различных нелинейностей, влияния атмосферы и геофизических факторов. Однако этот способ имеет и недостатки. Одним из них является большое время прогнозирования при некотором ограничении на предельное быстроедействие бортовой ЦВМ.

Система уравнений, описывающая движение ракеты на ПУТ, имеет вид (1.29), но, как правило, она записывается в какой-либо системе координат, например, в стартовой.

Если предположить отсутствие атмосферы, то для центрального поля тяготения можно применять для прогнозирования ПУТ аналитические выражения [4].

Рассмотрим способ прогнозирования, основанный на аналитическом решении уравнений движения ракеты на ПУТ при нецентральной поле тяготения. Модель Земли принята в виде эллипсоида вращения. При этом допускается, что для ракет СВ разница широт и долгот (φ , λ) точек старта и цели не превышает значений, найденных по формулам

$$|\varphi_c - \varphi_u| \leq 0,15, \quad |\lambda_c - \lambda_u| \leq 0,5. \quad (2.107)$$

Рассмотрим основные положения аналитического решения системы уравнений движения ракеты на ПУТ.

Для сферической модели Земли в сечении сферы плоскостью, проходящей через любые две точки на поверхности (например, старта и цели) и центр сферы, лежит круг радиуса R_s . Линия, соединяющая точки старта и цели, является дугой окружности. При сечении эллипсоида плоскостью, проходящей через точки старта и цели, получим эллипс, поэтому линия, соединяющая точки старта и цели, будет дугой эллипса.

При выполнении условия (2.10) дугу эллипса между точками старта и цели можно аппроксимировать дугой окружности, а поверхность эллипсоида некоторой условной сферой. Для каждого конкретного расположения точек старта и цели центр условной сферы будет лежать в некоторой точке на малой оси эллипсоида. Положение центра условной сферы определяется пересечением нормали к поверхности эллипсоида, опущенной с некоторой точки траектории, с малой осью эллипсоида. Нецентральное поле тяготения эллипсоида будет эквивалентно некоторому центральному полю условной сферы с потенциалом гравитационного поля, равным $U(\rho) = \frac{\kappa^*}{\rho}$, где параметр κ^* и радиус-вектор ρ^* необходимо определить. Решение уравнений движения на ПУТ при принятых допущениях и на условной сфере можно принять в виде аналитических выражений. Ошибки в определении параметров движения из-за замены нецентрального поля тяготения центральным компенсируются при помощи введения поправок в координаты точки падения.

Прогнозируемые дальность $L_{\text{тп}} = L_s(t)$ и боковое отклонение $\Delta B_{\text{тп}} = B_s(t)$ от плоскости стрельбы определяются выражениями

$$\begin{aligned} L_s(t) &= \frac{r_c + r_u}{2} \arcsin l; \\ B_s(t) &= L_s(t) (\sin A_{\text{тп}} \cos A_c - \cos A_{\text{тп}} \sin A_c), \end{aligned} \quad (2.108)$$

где r_c , r_u — радиус-вектор точек старта и цели; l — угловая дальность на условной сфере; A_c — азимут точки старта; $A_{\text{пп}}$ — азимут точки падения.

Управление дальностью при наличии корректирующей двигательной установки малой тяги

Этот вид управления дальностью стрельбы, а следовательно, и окончанием работы ДУ характерен для формализованной модели РСВ-3, когда имеется корректирующий двигатель (КДУ) малой тяги. Основное назначение КДУ состоит в увеличении высоты окончания АУТ без существенного увеличения скорости. Кроме того, можно компенсировать влияние на рассеивание случайного изменения модуля линейной скорости при отделении ГЧ.

Допустим, что для обнуления тяги ТДУ и КДУ используется одна и та же управляющая функция вида (2.79). Матрица частных производных $\aleph$ для этого случая вычисляется по программной траектории либо относительно точки окончания работы ТДУ, либо относительно номинального момента времени окончания работы КДУ. На рис. 2.9 для гипотетической РСВ-3 приведены кривые, характеризующие изменение управляющей функции вида (2.79) на участке работы КДУ для упомянутых выше двух случаев задания матрицы и для различных величин тяги КДУ. Кривые 1, 2 соответствуют варианту вычисления матрицы $\aleph$ относительно момента окончания работы ТДУ на номинальной траектории и двух величин тяги КДУ, равных 0,15 и 0,25% от тяги ТДУ. Кривые 3, 4 соответствуют второму варианту вычисления матрицы $\aleph$ для этих же величин тяги КДУ.

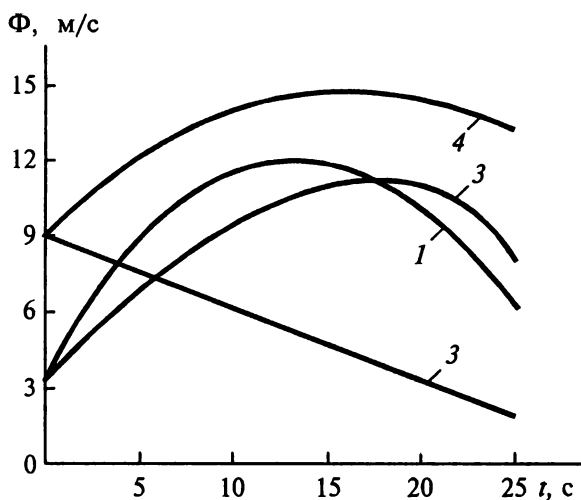


Рис. 2.9

Анализ полученных результатов показывает, что в качестве управляющей функции на участке работы КДУ нельзя использовать функцию вида (2.79) по следующим причинам: 1) из-за малой величины тяги КДУ и значительных скоростных напоров управляющая функция (2.79) при постоянных компонентах матрицы K , вычисленных на момент окончания работы ТДУ, практически не нарастает на начальном участке и убывает на конечном, что не соответствует физической картине — увеличению дальности за счет работы КДУ; 2) при помощи замены компонент матрицы K в управляющей функции (2.79) (кривые 3, 4) также не обеспечивается нарастание управляющей функции на всех режимах работы ТДУ и КДУ.

Эта задача решается при помощи программно-терминального управления дальностью, основанного на использовании управляющей функции (2.79) и прогнозировании точки падения. На участке работы ТДУ при помощи программного управления решается задача обеспечения таких условий, чтобы ракета при дальнейшем баллистическом полете попадала в заданную область в районе цели. На участке работы КДУ производится стабилизация ракеты относительно текущего угла наклона вектора скорости и вычисляется текущее значение дальности для выработки команды на окончание работы КДУ.

В качестве алгоритма прогнозирования дальности до цели на участке работы КДУ можно использовать достаточно простые формулы эллиптической теории [4]. Это возможно по следующим причинам. Согласно постановке задачи приращение дальности вследствие работы КДУ мало, а угол наклона вектора скорости на участке работы КДУ будет мало отличаться от значения в конце первого участка. Тогда можно принять допущение, что изменение дальности за счет влияния атмосферы на НВПУТ будет зависеть только от условий стрельбы и взаимного расположения точек старта и цели. Поэтому геометрическая дальность до цели (L) может соответствовать дальности, вычисленной по эллиптической теории (L_s). Таким образом, управление выключением тяги КДУ ведется при помощи команды, выдаваемой при достижении L_s заданного программного значения $L_{s,пр}$.

При выборе алгоритма вычисления текущей дальности учитывались следующие два фактора.

На участке работы ТДУ ведется управление в боковом направлении относительно программного значения $\dot{z}_{пр}$ и $z_{пр}$, а прицеливание ведется в упрежденную точку. За счет участка работы КДУ, вследствие малой тяги и незначительного приращения дальности, отклонение в боковом направлении в точке цели из-за вращения Земли и вариации полетного времени будет пренебрежимо мало. Поэтому вращение Земли можно не учитывать при формировании алгоритмов вычисления L_s . Кроме того, при прогнозировании L_s форму Земли можно принять в виде сферы. В этом случае для уменьшения методических ошибок выключение тяги ТДУ ведется по управляющей функции вида (2.79) с корректирующей поправкой. Этим обеспечивается достаточно точное выведение ракеты в район цели.

Значение программной эллиптической дальности $L_{э.пр}$ определяется в полете по значению текущей дальности $L_z(t)$, вычисленной в момент окончания работы ТДУ, и приращению дальности ΔL_z на участке работы КДУ, являющимся заданным числом ПЗ.

Методические ошибки такого управления дальностью для РСВ-3 не превышают 0,01% от L_{max} .

Управление дальностью при окончании работы ТДУ в плотных слоях атмосферы

Рассмотрим случай окончания работы ТДУ в плотных слоях атмосферы. Траектория ракеты в этом случае имеет достаточно протяженную ВВПУТ. Для управления в плотных слоях атмосферы ракеты снабжены аэродинамическими рулями. В рассматриваемом случае возникает рассеивание из-за вариаций высот окончания работы ТДУ; разброса его энергетических характеристик, отклонений параметров атмосферы от стандартных и ветра на ВВПУТ. Компенсировать это рассеивание при помощи управления отсечкой тяги ТДУ, очевидно, невозможно. Эта задача может быть решена на принципах программно-терминального управления.

В основу программно-терминального метода управления дальностью положена физическая возможность создания на ВВПУТ в плотных слоях атмосферы аэродинамической силы $\bar{R}_a$ при помощи аэродинамических рулей. Тогда, если прицеливание ракеты осуществлять в некоторую упрежденную точку и управление окончанием работы ТДУ вести таким образом, чтобы траектория была гарантированно перелетной, то при помощи управления ракетой в плотных слоях атмосферы на ВВПУТ можно обеспечить сближение точки прицеливания с точкой цели.

Программно-терминальный метод управления дальностью для рассматриваемого варианта модели ракеты состоит из: а) управления окончанием работы ТДУ, обеспечивающего движение центра масс ракеты по гарантированной перелетной траектории; б) управления аэродинамическими рулями для создания аэродинамической силы, обеспечивающей попадание ракеты в цель с заданной точностью.

На АУТ предполагается управление относительно программы тангажа, тем самым осуществляется условно грубое наведение центра масс ракеты в район точки прицеливания.

Гарантированная перелетная траектория обеспечивается формированием в полете координат точки прицеливания в виде суммы заданных в составе исходных данных координат цели и корректирующей атмосферной поправки, вычисленной в полете в фиксированный момент времени τ .

В качестве управляющей функции выключения тяги ТДУ целесообразно принять координату $x_c(t)$ в СКС. Текущее значение управляющей функции окончания работы ТДУ определяется прогнозированием. Начальные условия вычисляются по измеренным значениям элементов движения в моменты времени $t_{n+1} = t_n + \Delta t n$, где Δt — шаг вычисления, $n = 0, 1, \dots$

Тогда выключение тяги ТДУ будет производиться при выполнении условия:

$$x_c(t) = x_{c_u}^*, \quad (2.109)$$

где $x_{c_u}^*$ — координата точки прицеливания.

Значение координаты точки прицеливания $x_{c_u}^*$ формируется в полете согласно выражению

$$x_{c_u}^* = x_{c_u} + \Delta x_{c_u}, \quad (2.110)$$

где $x_{c_u}^*$ — заданная в составе исходных данных координата цели в СКС; $x_{c_u}^*$ — формируемая в полете в момент τ корректирующая поправка, обеспечивающая гарантированную перелетную траекторию.

Гарантированную перелетную траекторию получаем при помощи численного моделирования движения центра масс ракеты с предельными значениями параметров атмосферы для крайних режимов работы ТДУ, условно называемых «горячим» и «холодным». Эти режимы характеризуются уменьшением тяги ТДУ по отношению к номинальной и определяются набором предельных значений таких случайных возмущений, как отклонение массы топлива, случайное и формулярное отклонение секундного расхода, температура заряда топлива, наземная температура воздуха и т.д. Режим работы ТДУ достаточно полно характеризуется величиной проекции скорости на ось OY инерциальной подвижной системы координат $(\dot{y})$ в момент τ на начальном участке траектории. Поэтому корректирующую поправку $x_{c_u}^*$ представим в виде

$$\Delta x_{c_u} = f(\dot{y}_\tau). \quad (2.111)$$

Результаты анализа траекторий ракет показали, что выражение (2.111) с достаточной точностью аппроксимируется полиномом 2-го порядка:

$$\Delta x_{c_u} = \sum_{i=0}^2 b_i \dot{y}_\tau^i, \quad (2.112)$$

где $b_i = f(L)$ — постоянные для каждой дальности коэффициенты аппроксимации, задаваемые в составе исходных данных.

Прогнозирование координаты $x_c(t)$ начинается с момента $t = \tau$ и ведется до выполнения условия $y_c(t) = y_{c_u}$.

Команда на выключение ТДУ выдается системой управления при выполнении условия (2.109).

Задача управления ракетой на ВВПУТ в плотных слоях атмосферы состоит в формировании траекторий из перелетной в попадающую при помощи создания положительных углов атаки аэродинамическими органами управления. Очевидно, что возможность такого управления в значительной степени зависит от эффективности органов управления и протяженности допустимой высоты, характеризваемой координатой y_k СКС. Тогда эту задачу можно сформулировать

как задачу терминального управления: ракету из начальной точки с фазовыми координатами $y_0(t_k), x_{c_{\text{тн}}}(t_k)$ необходимо перевести в конечную точку с координатами y_{c_k}, x_{c_u} , где t_k — момент окончания АУТ; $x_{c_{\text{тн}}}$ — прогнозируемая в момент t_k координата точки падения.

Решить сформулированную задачу можно в рамках итерационного терминального управления, которое в соответствии с основными принципами программно-терминального управления состоит в следующем:

- 1) на каждом шаге i -го измерения параметров движения ведется прогнозирование координаты точки падения по дальности x_{c_i} ;
 - 2) вводится в рассмотрение управляющий параметр f_i и апостериорно выбирается функциональный вид его изменения на этом участке траектории;
 - 3) в функции отклонения текущего значения этого параметра f_i от текущего требуемого значения $f_{\text{тп}}$ определяется закон управления движением центра масс.
- В качестве управляющего параметра выбираем функцию

$$f_i = \frac{x_{c_i} - x_{c_{i-1}}}{y_{c_i} - y_{c_{i-1}}}. \quad (2.113)$$

Текущее требуемое значение управляющего параметра $f_{\text{тп}}$ определим из очевидного условия

$$\Delta x_{c_{i-1}} = \int_{y_{c_i}}^{y_{c_k}} f_{\text{тп}} dt, \quad (2.114)$$

где $\Delta x_{c_{i-1}} = (x_{c_i} - x_{c_u})$ — отклонение текущей спрогнозированной точки падения от точки цели на i -м шаге.

Для определения $f_{\text{тп}}$ из (2.114) необходимо выбрать функциональный вид закона изменения промаха на интервале высот от $y_{c_k}(t_k)$ до y_{c_u} . Функциональный вид закона может быть принят в виде линейной зависимости; экспоненты; дуги эллипса и т.д. Тогда из (2.114) следует:

для линейного вида
$$f_{\text{тп}} = \frac{2(x_{c_i} - x_{c_u})}{y_{c_i} - y_{c_u}};$$

для экспоненты
$$f_{\text{тп}} = f_{\text{тп}0} - \frac{(x_{c_i} - x_{c_u})}{1 - e^{-a}} \left[1 - \exp \left(-a \frac{y_{c_i} - y_{c_0}}{y_{c_u} - y_{c_0}} \right) \right];$$

для дуги эллипса
$$f_{\text{тп}} = \frac{4,66(x_{c_u} - x_{c_i})}{y_{c_u} - y_{c_i}}.$$

Закон управления движением центра масс (δ_L) на этом участке можно принять в виде

$$\delta_L = \begin{cases} k_1(f_i - f_{\text{тр}}) + k_2 \int_{t_0}^{t_k} (f_i - f_{\text{тр}}) dt, & \text{если } f_i \geq f_{\text{тр}}; \\ 0, & \text{если } f_i < f_{\text{тр}}, \end{cases}$$

где k_1, k_2 — постоянные коэффициенты.

2.4. Методы стабилизации движения ракет

Современные методы стабилизации высокоточных ракет мало чем отличаются от методов стабилизации ракет 1960-1970 гг. Изменился только приборный состав СУ ракет и выросла вычислительная база разработчиков. Как и прежде, СУ остались аналого-дискретными, а задача разработчиков — нахождение такого метода стабилизации, который обеспечил бы устойчивое движение ракеты и выполнение всех других предъявляемых к СУ требований.

Методы стабилизации движения ракет определяются с помощью процедуры синтеза, который проводится в несколько этапов.

Движение ракеты описывается сложной системой нелинейных дифференциальных и кинематических уравнений с переменными коэффициентами. Можно предположить, что система стабилизации так же, как ракета, должна быть многомерной, нелинейной и иметь переменные параметры. Однако остается неясным, как обеспечить достаточные области устойчивости такой системы и требуемое качество регулирования. В связи с этим при синтезе системы стабилизации используется метод последовательных приближений. Данный метод предполагает проведение расчетов в несколько этапов. На первом этапе с помощью различных допущений проводится упрощение уравнений ракеты. Сложный объект разбивается на ряд одномерных подсистем, описываемых уже линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, на которые распространяется понятие передаточной функции. При этом синтез подсистем проводится обычными методами теории автоматического регулирования. Понятно, что результаты синтеза, полученные на первом этапе, являются приближенными. Так, технические требования к системе стабилизации в большинстве случаев формулируются во временной области, а частотные методы расчета не полностью интерпретируются в терминах временной области. Получение частотных аналогов ракеты является процессом весьма приближенным. При этом движение ракеты разбивается на три независимых движения: по тангажу, рысканию и крену. Методом малого параметра устраняются нелинейности, методом «замороженных» коэффициентов — нестационарность. В результате при синтезе частотными методами в распоряжении разработчика имеются довольно приближенные представления о желаемой логарифмической амплитудно-фазовой характеристике системы стабилизации, которая отвечала бы техническим требованиям во временной области.

На втором этапе после синтеза системы с упрощенной моделью ракеты следует анализ, но уже с усложненной моделью ракеты. Анализ позволяет оценить результаты синтеза и справедливость принятых допущений. По результатам анализа проводится повторный синтез, дающий более точное решение задачи. При уточнении структуры или параметров системы стабилизации могут быть использованы методы синтеза в частотной или временной областях. Для синтеза систем частотными методами используются логарифмические амплитудные и фазовые характеристики, области устойчивости, области равных запасов по фазе и амплитуде. Из методов синтеза во временной области применяются матричные методы, связанные с построением областей устойчивости в пространстве параметров системы стабилизации, с вычислением суммарных квадратических оценок, и, наконец, алгоритмические методы синтеза.

Анализ проводится, как правило, методами математического моделирования на цифровых вычислительных машинах большой мощности. Таким образом, на этом этапе расчетов осуществляется уточнение модели ракеты от упрощенной к полной. Вместе с тем шаг эволюции модели ракеты влечет за собой эволюцию системы стабилизации. Следует заметить, что если конечный вид модели ракеты нам известен, то конечный вид системы стабилизации неизвестен, т.е. ее структуру и значения параметров необходимо определить. Расчетный этап синтеза считается законченным, когда требуемые от системы стабилизации характеристики подтверждаются результатами статистического моделирования с исходной системой уравнений ракеты.

Структурная схема аппаратуры системы управления и стабилизации изображена на рис. 2.10, где КГП — комплекс гироскопических приборов; БДУС — блок датчиков угловой скорости; НАП — навигационная аппаратура потребителя; ГСН — головка самонаведения; ОУ — оконечное устройство; $A_{1,2,3}$ — акселерометры; РМ — рулевая машинка.

Наблюдаемость за движением ракеты обеспечивает информационно-измерительный комплекс (ИИК). В него входит гиростабилизированная платформа и блок датчиков угловой скорости. Со стороны системы стабилизации к гиростабилизированной платформе предъявляются требования по обеспечению заданных углов прокачки относительно стабилизированной части платформы по трем осям, динамических характеристик платформы как звена системы автоматического регулирования, точности стабилизации платформы в заданном диапазоне частот, диапазона и точности измерения датчиками углов и ускорений.

При задании требований к динамическим характеристикам определяют допустимые подъемы по амплитуде и отставания по фазе ее частотных характеристик в рабочем диапазоне частот и собственные частоты платформы относительно каждой из осей, которые не должны совпадать с частотами изгибных колебаний корпуса ракеты и собственными частотами рулевого привода. Требование к точности стабилизации является также требованием к динамическим характеристикам платформы и обычно задается в виде амплитуды колебаний, которая не должна превышать в полете 1—2 мин. Требования к гироскопическому интегратору формируются в виде требований к диапазону ускорений или проекциям кажущейся скорости, инструментальной погрешности, динамическим характеристикам.

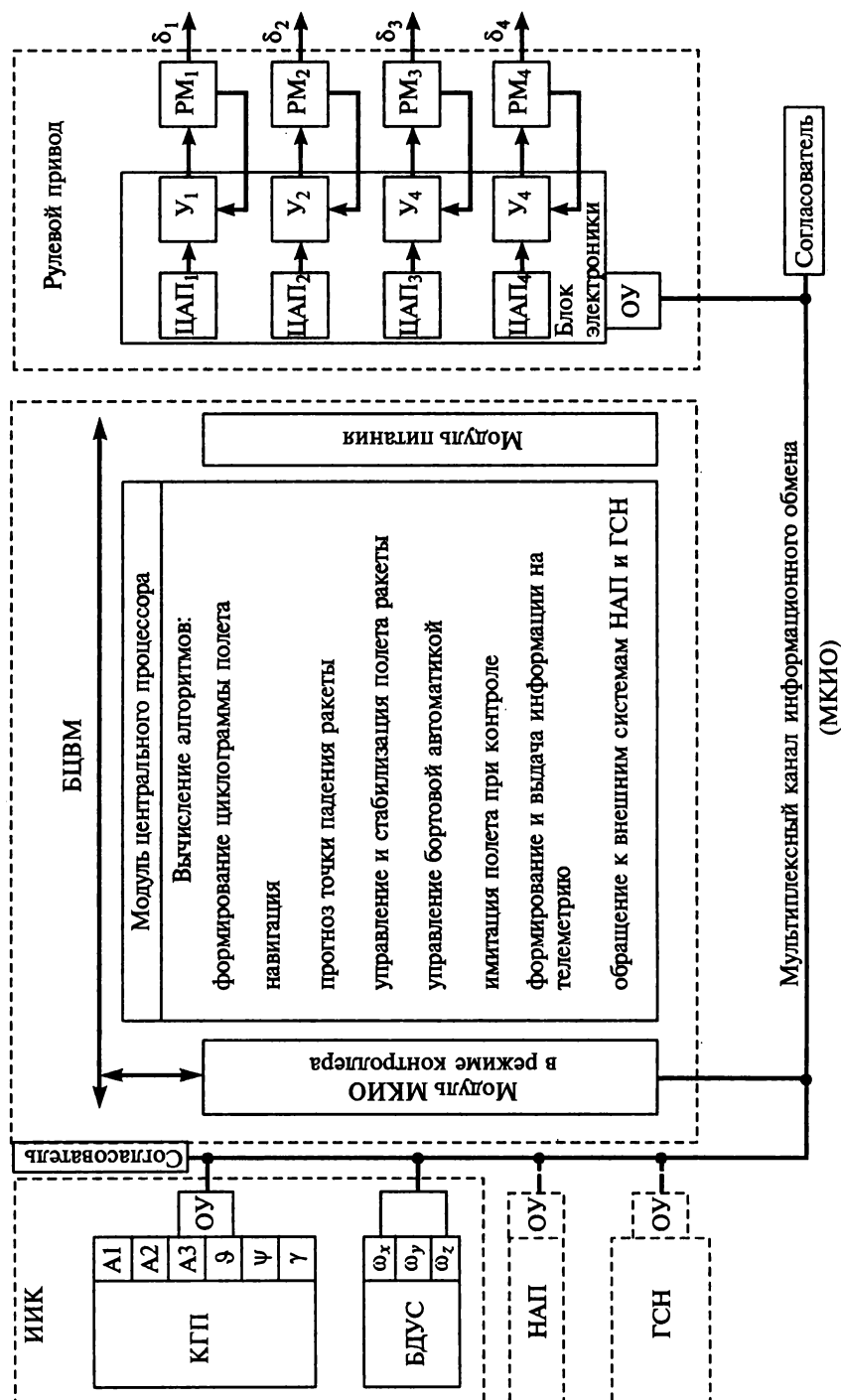


Рис. 2.10

К блоку датчиков угловой скорости предъявляются требования по диапазону измеряемых скоростей, порогу чувствительности, динамическим характеристикам. Последние обычно задаются в виде частоты и коэффициента затухания собственных колебаний.

Вся информация из информационно-измерительного комплекса поступает в БЦВМ. В высокоточных СУ ракет Сухопутных войск используется малогабаритная высокопроизводительная ЭВМ, предназначенная для решения задач управления и стабилизации ракеты в реальном масштабе времени.

Системное программное обеспечение ЭВМ содержит тестовые и технологические компоненты. Тестовое программное обеспечение представляет собой систему встроенного тестового контроля. Технологическое программное обеспечение выполняет запись полетных программ систем управления и стабилизации с помощью операционной системы реального времени (ОСРВ). Полетные программы можно многократно изменять в ходе эксплуатации ракеты при ее модернизации. ОСРВ основана на концепции многозадачности и их взаимодействии. Многозадачная среда позволяет конструировать приложения реального времени из независимых задач, выполняющихся параллельно и имеющих собственный набор системных ресурсов. Средства взаимодействия задач обеспечивают синхронизацию и обмен сообщениями, необходимыми для координации их работы.

Исполнительным элементом системы управления и стабилизации является рулевой привод. К рулевому приводу предъявляются следующие основные требования: высокие динамические характеристики, определяющие полосу пропускания всей системы стабилизации, т.е. определяющие быстродействие при управлении ракетой; высокие механические характеристики, позволяющие реализовать заданные динамические характеристики при действующих на органы управления возмущениях; обеспечение заданной помехоустойчивости системы стабилизации; малые масса и габариты; минимальная потребляемая мощность от бортового источника энергии; высокая надежность работы в условиях повышенных механических и климатических воздействий; обеспечение удобства и простоты проведения регламентных проверок; малое время выхода на режим при низких температурах окружающего воздуха.

Совокупность указанных требований определяет тип привода, схему построения и основные его характеристики. В настоящее время в системах управления ракет широко применяются гидравлические рулевые приводы. Привод органов управления следует рассматривать как замкнутую систему регулирования. Объектом управления являются рулевые органы ракеты, а исполнительным элементом — рулевые машины. Управление исполнительным элементом осуществляется усилителем мощности, на вход которого поступают два сигнала: сигнал обратной связи, пропорциональный положению органов управления, и входной сигнал, пропорциональный угловым отклонениям и положению центра масс ракеты. Энергия к исполнительному элементу поступает от питающей гидравлической установки.

Рулевой привод описывается сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений. К основным нелинейностям относятся квадратичная зависимость скорости перемещения штоков рулевых машин от давления, ограничения по расходу и давлению в питающей установке, ограничения по току в усилителе мощности, а также по перемещению органов управления. Дифферен-

циальные уравнения, описывающие движение гидравлического рулевого привода, справедливы при следующих допущениях: жидкость несжимаемая; крепление рулевой машины в корпусе ракеты и кинематика органов управления абсолютно жесткие; утечки в золотниках рулевой машины и переливном клапане отсутствуют; давление слива равно нулю; гидродинамические силы в золотниках отсутствуют; коэффициент расхода — величина постоянная.

Энергетический расчет рулевого привода включает в себя определение предельных значений скоростей, движущего момента, вида механической характеристики привода и моментной характеристики приводного двигателя насоса. Энергетический расчет рулевого привода проводится обычно в два этапа. На первом этапе расчет ведется без учета ограничений по мощности. Он предполагает выбор параметров рулевого привода таким, чтобы максимальные отклонения в системе стабилизации не превышали допустимых. Другими словами, определяется полоса пропускания всей системы стабилизации, т.е. обеспечивается ее быстродействие при управлении ракетой. На этом этапе возможно применение линейных методов синтеза параметров рулевого привода. Обычно рассматриваются линеаризованные уравнения, учитывающие лишь технологические и эксплуатационные разбросы параметров привода. Найденные таким образом скорость и момент привода и вычисленные по ним значения давления и расхода питающей установки принимаются за исходные для синтеза нелинейной системы, при котором уточняются требуемые значения энергетических параметров.

На втором этапе рассматривается нелинейная модель системы и определяются предельные значения скорости и момента, исходя из условия обеспечения устойчивости движения ракеты. При этом для расчета энергетических характеристик привода используются характеристики управляющих органов; уравнения движения ракеты; линеаризованные уравнения рулевого привода.

Полученное в процессе моделирования нелинейной системы значение скорости рулевого привода сравнивается с результатами расчета при заданном уровне помехоустойчивости системы стабилизации. Дальнейший энергетический расчет рулевого привода сводится к определению потребной величины расхода, давления и мощности приводного двигателя.

Важной характеристикой системы стабилизации является ее помехоустойчивость, т.е. способность обеспечивать все предъявляемые к ней требования при действии помех.

Наиболее существенные нелинейности системы стабилизации находятся в рулевом приводе. Анализ динамики привода показывает, что стабильность его характеристик при действии помех зависит, в основном, от максимальной скорости привода. В связи с этим при расчете помехоустойчивости системы стабилизации ограничиваются одной нелинейной характеристикой, а именно скоростной характеристикой привода. Чем больше максимальная скорость рулевого привода, меньше статические и динамические коэффициенты системы стабилизации и меньше добротность привода, тем выше помехоустойчивость системы стабилизации.

3. КОРРЕКЦИЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Коррекция по информации от систем наведения

Под коррекцией понимается изменение в полете координат ракеты или цели по информации от дополнительных аппаратных средств. Такими дополнительными средствами могут быть головки самонаведения (ГСН), входящие в состав корреляционной экстремальной системы наведения (КЭСН) и систем прямого наведения, наземные системы радиосвязи и космические навигационные системы. Целью коррекции является повышение точности доставки ракеты к цели.

Точность стрельбы ракетой ε обычно представляется в виде трех независимых составляющих: ε_1 — технического рассеивания ракеты (ошибки автономной системы управления); ε_2 — ошибки топопривязки; ε_3 — ошибки целеуказания, и для нормального закона распределения ошибка стрельбы определяется по известной формуле

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}.$$

Полагая автономную систему управления идеальной и принимая техническое рассеивание ракеты $\varepsilon_1 = 0$, получаем выражение для ошибки, характеризующей предельную точность стрельбы ракетой при автономном инерциальном управлении:

$$\varepsilon_{\text{пред}} = \sqrt{\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}.$$

Величина этой ошибки значительно превышает ошибку стрельбы, допустимую для поражения малоразмерных и точечных целей боевыми частями обычного (неядерного) снаряжения.

В зависимости от применяемых аппаратных средств коррекция навигационных координат проводится по разомкнутой или по замкнутой с целью схеме. Разомкнутая схема предполагает коррекцию без учета положения относительно цели, а замкнутая схема — коррекцию координат ракеты относительно цели или координат цели. Первый вид коррекции осуществляется на всей траектории полета, а второй — на конечной ее части.

Головки самонаведения (ГСН) вне зависимости от их физических принципов действия можно разделить на ГСН прямого наведения или по эталонам местности.

ГСН прямого наведения подразделяются на две группы, работающие по определенному физическому контрасту цели и по образу цели.

Различие состоит в том, что первые воспринимают цель в виде энергетически яркой точки, а вторые — в виде ряда точек, образующих характерный для определенной цели контур, тем самым обеспечивая выделение заданной цели на фоне других элементов местности.

Применение ГСН второй группы является наиболее перспективным направлением обеспечения высокоточного наведения на заданную цель. В настоящее время наиболее интенсивное развитие ГСН данной группы ведется в оптическом и радиодиапазонах электромагнитных излучений.

ГСН по эталонам местности обеспечивают наведение путем корреляционно-экстремального сравнения эталонного изображения местности с текущим изображением и знания расположения цели относительно характерной точки эталона. В настоящее время наиболее широкое распространение среди ГСН данного класса также получили оптические и радиолокационные ГСН.

Спецификой баллистических ракет Сухопутных войск является, как правило, требование вертикального подлета к цели для повышения эффективности большинства применяемых головных частей обычного снаряжения. Вертикализация подлета позитивно влияет на точностные характеристики ракеты по дальности, поскольку при этом практически исключается ошибка определения высоты цели, что особенно важно для систем коррекции.

Однако данный фактор ограничивает возможность применения радиотехнических ГСН прямого наведения, поскольку работоспособность последних гарантируется до углов визирования, не превышающих $60...70^\circ$, и допускает их использование только в режиме коррекции. При этом последняя коррекция проводится до момента начала маневра вертикализации траектории полета ракеты.

Системы управления, в состав которых входят автономная система управления и ГСН, получили название комбинированных. Структура таких систем и оптимальный приборный состав их достаточно подробно рассмотрен в литературе, в частности, для ракет Сухопутных войск [20]. Основные рекомендации, приведенные в этом источнике, состоят в том, что для решения задачи высокоточного наведения на борту ракеты должны находиться:

автономная система управления с полной инерциальной информацией (трех линейных и трех угловых координат и их производных);

ГСН с координатором, ориентирующим ось чувствительности в пространстве вдоль заданного направления (чаще всего по местной вертикали) и измеряющим плановые проекции координаты ракета—цель, или с координатором, ориентирующим ось чувствительности по линии визирования цели и измеряющим угловые координаты цели и дальность до цели или высоту полета ракеты.

Чувствительный элемент координаторов цели может быть «развязан» от корпуса ракеты с помощью двух- или трехосного подвеса. Ориентация и стабилизация чувствительного элемента осуществляется гиросtabilизатором или следящей системой, работающей по информации от автономной системы управления.

Трехосный подвес имеет бесспорные преимущества, но конструктивно сложен. Применение в ГСН координаторов цели с двухосной стабилизацией

предъявляет определенные требования к точности стабилизации ракеты по крену, поскольку ошибки по углу крена приводят к дополнительным ошибкам в определении ГСН координат цели. Требуемая точность стабилизации ракеты по крену может быть достигнута усложнением системы. Выбор типа подвеса для ГСН имеет сильную зависимость точностных характеристик от углов крена ракеты. Поэтому он должен проводиться с учетом сравнения сложности решения проблемы стабилизации ракеты по крену и сложности реализации трехосного подвеса.

Выбор кинематической схемы подвеса определяется требуемыми углами его прокачки. Поскольку для баллистических ракет Сухопутных войск требуемые углы прокачки в вертикальной плоскости больше, чем в горизонтальной, наиболее предпочтительным вариантом двухосного подвеса является подвес с наружной осью тангажа и внутренней — рыскания. Кинематическая схема такого подвеса показана на рис. 3.1.

Другим фактором, оказывающим влияние на выбор кинематической схемы подвеса координатора, является наличие в составе автономной системы управления гиросtabilизированной платформы. В этом случае для получения более простых алгоритмов управления желательно выбирать подвес координатора ГСН аналогичным подвесу гиросtabilизированной платформы.

Рассмотрим алгоритмы методов коррекции для вышеприведенных вариантов ГСН. При этом будем полагать, что углы тангажа ϑ , рыскания ψ и крена γ соответствуют углам Эйлера для следующей последовательности поворотов координатных осей: первый — по рысканию, второй — по крену, третий — по тангажу; координатор цели имеет двухосный гиросtabilизатор с наружной осью по тангажу и внутренней по рысканию.

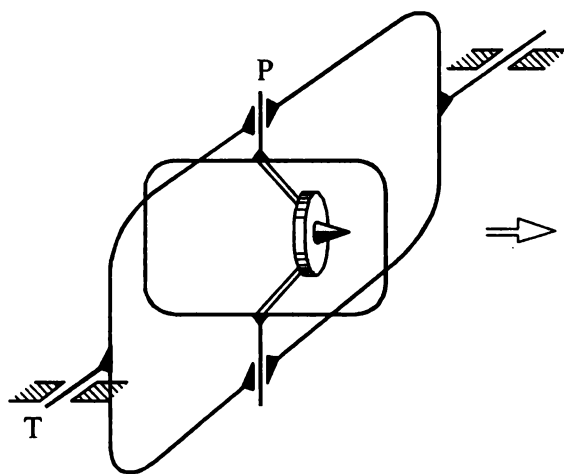


Рис. 3.1

Для варианта системы с ГСН, имеющей координатор цели, который неподвижно ориентирован в пространстве и определяет плановые координаты ракета—цель x_{pc} и z_{pc} , истинные координаты цели вычисляются в соответствии с алгоритмом

$$x_c = x_{ACy} + x_{pc}; \quad z_c = z_{ACy} + z_{pc},$$

где x_{ACy} , z_{ACy} — координаты ракеты в автономной СУ на момент определения координат x_{pc} , z_{pc} .

Между моментами коррекции или при нарушении контакта ГСН с целью управление ракетой осуществляется в точку цели, определенную на момент последней коррекции. Ось чувствительности ГСН, как правило, ориентируется по местной вертикали.

Данный вариант коррекций целесообразно использовать при применении ГСН, работающих по эталонам местности.

Для варианта системы с ГСН, имеющей координатор цели, который ориентирует ось чувствительности по линии визирования цели и определяет угловые координаты цели и дальность до цели, алгоритм коррекции координат зависит от принятого метода управления.

В случае применения на участке наведения на цель метода, используемого при автономном управлении и требующего вычисления линейных координат цели, истинные координаты цели рассчитываются по следующему алгоритму

$$x_c = x_{ACy} + x_{pc}; \quad z_c = z_{ACy} + z_{pc};$$

$$x_{pc} = R \cos \varphi \cos \nu; \quad z_{pc} = R \sin \nu;$$

$$\varphi = \vartheta + \xi; \quad \nu = \mu + \psi \cos (\vartheta + \xi) - \gamma \sin (\vartheta + \xi),$$

где R — дальность ракета—цель; φ , ν — углы визирования в вертикальной и наклонной плоскостях; ξ , μ — углы пеленга в вертикальной и наклонной плоскостях, измеряемые ГСН; ϑ , ψ , γ — углы тангажа, рыскания и крена, измеряемые автономной системой управления.

Углы ϑ , ψ , γ , определяющие положение связанной системы координат относительно базовой, показаны на рис. 3.2, а координаты, определяющие взаимное расположение ракеты и цели, — на рис. 3.3.

Ошибки определения координат цели могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\Delta x_{pc} = R (\Delta \varphi \sin \varphi \cos \nu + \Delta \nu \cos \varphi \sin \nu) + \Delta R \cos \varphi \cos \nu;$$

$$\Delta z_{pc} = \Delta \nu R \cos \nu + \Delta R \sin \nu,$$

где ΔR — ошибка измерения дальности до цели; $\Delta \varphi$, $\Delta \nu$ — ошибки определения соответствующих углов визирования.

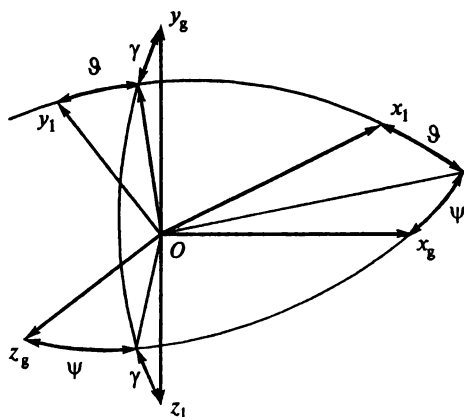


Рис. 3.2

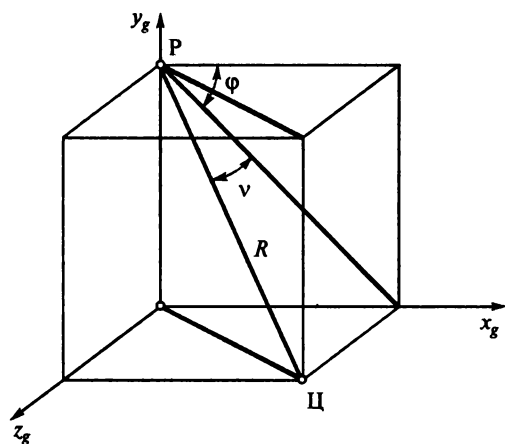


Рис. 3.3

Управление ракетой между моментами коррекций или при пропадании контакта ГСН с целью ведется в точку цели, определенную при последней коррекции. Ориентация оси чувствительности осуществляется в истинную точку цели, а при пропадании контакта ГСН с целью — в точку цели, определенную при последней коррекции, по сигналам ε_φ и ε_v , вычисляемым по следующим алгоритмам:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varphi_{\text{ц}} - \varphi; \quad \varepsilon_v = v_{\text{ц}} - v; \\ \varphi &= \arctg \frac{x_{\text{пу}}}{y_{\text{АСУ}}}; \quad v = \arctg \frac{z_{\text{пу}} \sin \varphi_{\text{ц}}}{y_{\text{АСУ}}}; \end{aligned}$$

$$\varphi = \vartheta + \xi; \quad v = \mu + \psi \cos(\vartheta + \xi) - \gamma \sin(\vartheta + \xi);$$

$$x_{\text{pu}} = x_{\text{из}} - x_{\text{ACU}}; \quad z_{\text{pu}} = z_{\text{из}} - z,$$

где $x_{\text{из}}, z_{\text{из}}$ — запомненные координаты цели на момент последней коррекции.

В случае применения самонаведения может быть рекомендован комбинированный метод, основанный на принципе пропорционального наведения [9, 25].

Метод, одновременно с наведением ракеты на цель, обеспечивает заданный угол подлета ракеты к цели, что достигается введением в закон управления положительной обратной связи по углу положения ракеты.

Закон управления данного метода имеет вид

$$\delta_{\vartheta} = K_{\xi} \xi + K_{\dot{\varphi}} \dot{\varphi} + K_{\Delta\vartheta} (\vartheta + \vartheta_{\text{зад}}) + K_{\omega_{z1}} \omega_{z1};$$

$$\delta_{\varphi} = K_{\mu} \mu + K_{\dot{v}} \dot{v} + K_{\omega_{y1}} \omega_{y1},$$

где $K_{\xi}, K_{\dot{\varphi}}, K_{\Delta\vartheta}, K_{\omega_{z1}}$ — коэффициенты закона управления в вертикальной плоскости; $K_{\mu}, K_{\dot{v}}, K_{\omega_{y1}}$ — коэффициенты закона управления в наклонной плоскости; $\vartheta_{\text{зад}}$ — заданный угол подлета ракеты к цели в вертикальной плоскости; ω_{y1}, ω_{z1} — угловые скорости ракеты по тангажу и рысканию.

При этом возможны два варианта формирования сигналов закона управления.

В первом варианте непосредственно используются сигналы координатора ГСН: углы пеленга ξ, μ и угловые скорости линии визирования $\dot{\varphi}, \dot{v}$.

При проведении коррекций или пропадании контакта ГСН с целью вычисляются и запоминаются координаты точки цели по следующим алгоритмам:

$$x_{\text{из}} = x_{\text{ACU}} + x_{\text{pu}}; \quad z_{\text{из}} = z_{\text{ACU}} + z_{\text{pu}};$$

$$x_{\text{pu}} = y_{\text{ACU}} + \text{ctg} \varphi; \quad z_{\text{pu}} = y_{\text{ACU}} \frac{\text{tg} v}{\sin \varphi};$$

$$\varphi = \xi + \vartheta; \quad v = \mu + \psi \cos(\vartheta + \xi) - \gamma \sin(\vartheta + \xi).$$

В моменты между коррекциями ГСН продолжает формировать выходные сигналы $\xi, \mu, \dot{\varphi}, \dot{v}$ при слежении за данной фиктивной точкой цели. Управление положением оси чувствительности ГСН при этом происходит по сигналам ε_{φ} и ε_v , вычисляемым по следующим алгоритмам:

$$\varepsilon_{\varphi} = \varphi_{\text{ц}} - \varphi; \quad \varepsilon_v = v_{\text{ц}} - v;$$

$$\varphi_{\text{ц}} = \arctg \frac{x_{\text{pu}}}{y_{\text{ACU}}}; \quad v_{\text{ц}} = \arctg \frac{z_{\text{pu}} \sin \varphi_{\text{ц}}}{y_{\text{ACU}}};$$

$$\varphi = \vartheta + \xi; \quad v = \mu + \psi \cos(\vartheta + \xi) - \gamma \sin(\vartheta + \xi);$$

$$x_{\text{pu}} = x_{\text{из}} - x_{\text{ACU}}; \quad z_{\text{pu}} = z_{\text{из}} - z.$$

Управление в фиктивную точку цели осуществляется до следующей коррекции или восстановления контакта ГСН с целью.

Точность вычисления координат фиктивной точки цели может быть оценена по следующим формулам:

$$\Delta x_{\text{пц}} = y \Delta y + \Delta y \cos \varphi;$$

$$\Delta z_{\text{пц}} = y \frac{\Delta v}{\sin \varphi} + \Delta y \frac{\operatorname{tg} v}{\sin \varphi},$$

где Δy — точность определения координаты y .

Во втором варианте в законе управления используются углы пеленга ξ , μ , измеряемые ГСН, и расчетные значения угловых скоростей линии визирования $\dot{\varphi}_p$, $\dot{v}_p$, вычисляемые в соответствии со следующими алгоритмами:

$$\dot{\varphi}_p = \frac{V}{R}(\varphi_p - \theta); \quad \dot{v}_p = \frac{V}{R}(v_p - \psi);$$

$$\varphi_p = \int \dot{\varphi}_p dt; \quad v_p = \int \dot{v}_p dt,$$
(3.1)

где φ_p , v_p — расчетные значения углов визирования цели; θ , ψ — значения углов вектора путевой скорости ракеты; R — дальность ракета—цель.

Приведенные алгоритмы получены из кинематических уравнений наведения на неподвижную цель при допущении малости разности углов $\varphi - \theta$ и $v - \psi$, имеющих вид

$$\dot{\varphi} = \frac{V}{R} \sin(\varphi - \theta); \quad \dot{v} = \frac{V}{R} \sin(v - \psi).$$

При наличии контакта ГСН с целью в момент коррекций производится вычисление и коррекция углов визирования по следующим алгоритмам:

$$\varphi_{\text{кор}} = \vartheta + \xi; \quad v_{\text{кор}} = \mu + \psi \cos(\vartheta + \xi) - \gamma \sin(\vartheta + \xi);$$

$$\varphi_p = \varphi_{\text{кор}}; \quad v_p = v_{\text{кор}}.$$

В моменты между коррекциями или при отсутствии контакта ГСН с целью вычисление угловых скоростей линии визирования производится по алгоритмам (3.1).

Управление положением оси чувствительности при контакте ГСН с целью осуществляется по сигналам ГСН, а при пропадании контакта — по сигналам, пропорциональным φ , v или вычисляемым по следующим алгоритмам:

$$\varepsilon_\varphi = \varphi_{\text{ц}} - \varphi; \quad \varepsilon_v = v_{\text{ц}} - v;$$

$$\varphi = \vartheta - \xi; \quad v = \mu + \psi \cos(\vartheta + \xi) - \gamma \sin(\vartheta + \xi).$$

Следует отметить, что введение в закон управления сглаженных расчетных сигналов $\dot{\varphi}_p$, $\dot{\nu}_p$ вместо сильно зашумленных сигналов угловой скорости линии визирования, измеряемых ГСН, позволяет улучшить точностные характеристики наведения ракеты на цель.

3.2. Коррекция от спутниковой навигационной системы

3.2.1. Возможность решения навигационной задачи по информации от спутниковой навигационной системы

Спутниковой навигационной системой (СНС) принято называть такую систему, в которой роль опорных навигационных точек (НТ) выполняют искусственные спутники Земли (ИСЗ), несущие навигационную аппаратуру [57]. ИСЗ являются аналогом неподвижных НТ, представляющих собой опорные пункты наземных навигационных систем.

В России СНС 2-го поколения называют *Глонасс* (Глобальная навигационная спутниковая система), в США — *Навстар* или GPS (Global Positioning System).

Одним из основных звеньев СНС является навигационная аппаратура потребителя (НАП), которая предназначена для приема сигналов от ИСЗ, измерения навигационных параметров и обработки измерений. Для решения навигационных задач в аппаратуре потребителя предусмотрена специализированная ЭВМ.

Принцип действия НАП основан на измерении дальности и скорости изменения дальности от пользователя до космических аппаратов (КА) СНС. На основании измерения дальности до КА и скоростей изменения этих дальностей определяются трехмерные координаты пользователя, составляющие вектора его скорости, рассогласование бортовой шкалы времени пользователя и скорости ее ухода относительно шкалы времени центрального синхронизатора системы. Последние два параметра выступают в решаемых навигационных уравнениях как постоянные погрешности измерения дальности и скорости ее изменения. В решении уравнений фигурируют также координаты КА и скорости перемещения КА в моменты измерений. Информация, необходимая для расчета координат и скоростей КА, передается потребителю с борта КА в процессе навигационного сеанса.

Решение навигационной задачи основывается на использовании функциональной связи между навигационными параметрами R_i и определяемыми координатами q_j точек m -мерного пространства. Поэтому зависимость, выражающую навигационные параметры через координаты точек m -мерного пространства, принято называть навигационной функцией. На вид этой функции влияют характер измеряемого навигационного параметра, система координат q_j , закономерности движения потребителя, система параметров Q_j , описывающих движение ИСЗ, а также совокупность поправок δ_{k_i} на выявленные методические погрешности.

Общее выражение навигационной функции имеет вид $R_i = (q_i, \dots, q_6; Q_1, \dots, Q_6; \delta_{1i}, \delta_{ki}, t_i)$, где t_i — время i -го измерения.

Для навигационной системы, работающей по ИСЗ, основными навигационными функциями будут зависимости, определяющие r и $\dot{r}$. Движение ИСЗ и потребителя удобно описывать в геоцентрической экваториальной прямоугольной системе. Если задать такую систему координат XYZ и координаты ИСЗ и потребителя обозначить соответственно x_c, y_c, z_c и x, y, z , то расстояние между ними выразится как

$$r = [(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2 + (z_c - z)^2]^{1/2}. \quad (3.2)$$

Реальная скорость может быть определена при помощи дифференцирования (3.2) по времени:

$$\dot{r} = r^{-1}[(x_c - x)(\dot{x}_c - \dot{x}) + (y_c - y)(\dot{y}_c - \dot{y}) + (z_c - z)(\dot{z}_c - \dot{z})]. \quad (3.3)$$

Входящие в (3.2), (3.3) величины должны относиться к одному моменту времени. Поэтому если бортовая шкала потребителя привязывается к временной метке с ИСЗ, то для расчета координат потребителя, соответствующих измерениям в момент t_u по шкале потребителя, координаты ИСЗ следует брать для момента $(t_u - r/c)$, где c — скорость света.

При переходе к другим координатным системам меняется выражение навигационной функции. Однако известно, что расстояние между двумя точками евклидова пространства оказывается инвариантом координатных преобразований, не меняющих метрику пространства. Поэтому для r и $\dot{r}$ обычно используемые координатные преобразования являются инвариантными.

Поскольку в СНС применяется, как правило, дальномерный метод с хранением начала отсчета, то измеряемая псевдодальность будет отличаться от истинной дальности на величину, зависящую от смещений относительно системного времени временной шкалы ИСЗ Δt_n и временной шкалы потребителя Δt_i . Кроме того, при распространении радиоволн в атмосфере возникает задержка сигнала Δt_A по сравнению с временем распространения его в свободном пространстве. В связи с этим измерению навигационного параметра будет соответствовать не дальность r , а псевдодальность $\tilde{r}$, выражение для которой будет отличаться от (3.3) поправочными членами [57]:

$$\tilde{r}_i = [(x_{Ci} - x)^2 + (y_{Ci} - y)^2 + (z_{Ci} - z)^2]^{1/2} + c\Delta t_{Ai} + c(\Delta t_{Ci} - \Delta t_n), \quad (3.4)$$

где $i = 1, \dots, 4$.

Из (3.4) видно, что определяемыми параметрами являются координаты x, y, z и поправка Δt_i к временной шкале потребителя. Остальные пять величин должны сообщаться потребителю в составе служебной информации, переданной сигналом каждого ИСЗ.

3.2.2. Анализ алгоритмов определения навигационных параметров с помощью СНС

Исследования потенциальной точности определения навигационных параметров управляемого объекта

Модель движения управляемой ракеты примем в виде векторного нелинейного уравнения:

$$X_i = F(X_{i-1}, u) + B\xi_{i-1}, \quad (3.5)$$

где X — вектор фазовых координат ракеты; B — матрица входа; u — вектор управляющих воздействий; ξ — вектор возмущений.

Решение навигационной задачи сводится к определению вектора фазовых координат в заданный момент времени t_i . При навигационных определениях с помощью СНС, основанной на беззапросном методе измерения дальности и радиальной скорости, в состав вектора оцениваемых параметров должны быть включены фазовый и частотный сдвиги опорного генератора НАП.

Тогда вектор оцениваемых параметров имеет вид

$$X = [x, y, z, v_x, v_y, v_z, \delta\phi, \delta f]^T.$$

Уравнение измерений также нелинейное:

$$y_i = (X_i, X_{3i}) + \xi_i, \quad (3.6)$$

где $Y^T(X_i, X_{3i}) = [y_{1i}^T, y_{2i}^T, y_{3i}^T, y_{4i}^T]$;

$$y_{ji} = [\tilde{D}_{ji} \tilde{D}]^T, \quad j = \overline{1, 4}.$$

Здесь $\tilde{D}_{ji}, \tilde{D}$ — псевдодальность и радиальная скорость j -го ИСЗ из состава рабочего созвездия; $\xi_i = [\xi_{D1}, \xi_{D1}, \xi_{D2}, \dots, \xi_{D4}]$ — вектор ошибок измерений.

Как известно [46], фильтр Калмана разработан для линейных моделей динамической системы и измерений. Для его использования в данной задаче необходимо предусмотреть специальные меры, препятствующие расходимости процесса оценивания вследствие ошибок линеаризации. Наиболее простым способом применения фильтра Калмана в нелинейных задачах оценивания является линеаризация уравнений состояния и наблюдений относительно некоторой номинальной траектории, когда вместо соответствующих нелинейных функций используются их производные, а коэффициент усиления фильтра зависит только от априорных данных и параметров опорной траектории. Неоптимальность линеаризованного фильтра Калмана приводит к неустойчивости и ухудшению точности фильтрации. Поэтому при экстраполяции вектора состояния и вычислении невязок измерений будем использовать соответствующие нелинейные уравнения. При экстраполяции и уточнении корреляционной матрицы ошибок оценок и коэффициентов усиления фильтров используются линеаризованные уравнения относительно последней наилучшей оценки вектора состояния ракеты. При этом приходим к так называемому обращенному (расширенному) фильтру Калмана.

Алгоритм навигационной задачи на основе расширенного фильтра Калмана описывается известными уравнениями [50]:

$$\hat{X}_{i/i-1} = F(\hat{X}_{i-1}, u^0); \quad (3.7)$$

$$P_{i/i-1} = \Phi_{i/i-1} P_{i-1} + BQB^T; \quad (3.8)$$

$$K_i = P_{i/i-1} C_i^T [C_i P_{i/i-1} C_i^T + R]^{-1}; \quad (3.9)$$

$$\hat{X}_i = \hat{X}_{i/i-1} + K_i [y_i - y(\hat{X}_{i/i-1}, X_{3i})]; \quad (3.10)$$

$$P_i = P_{i/i-1} - K_i C_i P_{i/i-1}, \quad (3.11)$$

где $\hat{X}_i$ — оценка вектора состояния; $\hat{X}_{i/i-1}$ — оценка экстраполяции вектора состояния; $P_{i/i-1}$ — корреляционная матрица ошибок экстраполяции; P_i — корреляционная матрица ошибок оценок; K_i — матричный коэффициент усиления фильтра Калмана; C_i — матрица измерений; $\Phi_{i/i-1}$ — переходная матрица; Q, P — корреляционные матрицы ошибок состояния и ошибок измерения соответственно.

Матрицы C_i и $\Phi_{i/i-1}$ имеют вид:

$$C_i = [C_{1i}, C_{2i}, C_{3i}, C_{4i}]; \quad (3.12)$$

$$C_{ji} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial x_i} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial y_i} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial z_i} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial x_i} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial y_i} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial z_i} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial \tilde{D}_{ji}}{\partial \dot{z}} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$j = 1, 2, 3, 4;$

$$\Phi_{i/i-1} = \left[\begin{array}{c|c} \Phi_1 & 0_{<6 \times 2>} \\ \hline 0_{<6 \times 2>} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \tau \\ -1 \end{array} \end{array} \right]; \quad (3.14)$$

$$\tau = t_i - t_{i-1};$$

$0_{<n \times m>}$ — нулевая матрица соответствующей размерности;

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial x_{i-1}} & \frac{\partial x_i}{\partial y_{i-1}} & \frac{\partial x_i}{\partial z_{i-1}} & \frac{\partial x_i}{\partial \dot{x}_{i-1}} & \frac{\partial x_i}{\partial \dot{y}_{i-1}} & \frac{\partial x_i}{\partial \dot{z}_{i-1}} \\ \frac{\partial y_i}{\partial x_{i-1}} & \frac{\partial y_i}{\partial y_{i-1}} & \frac{\partial y_i}{\partial z_{i-1}} & \frac{\partial y_i}{\partial \dot{x}_{i-1}} & \frac{\partial y_i}{\partial \dot{y}_{i-1}} & \frac{\partial y_i}{\partial \dot{z}_{i-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial z_i}{\partial x_{i-1}} & \frac{\partial z_i}{\partial y_{i-1}} & \frac{\partial z_i}{\partial z_{i-1}} & \frac{\partial z_i}{\partial \dot{x}_{i-1}} & \frac{\partial z_i}{\partial \dot{y}_{i-1}} & \frac{\partial z_i}{\partial \dot{z}_{i-1}} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Предположим, что ошибки измерений представляют собой случайные независимые нормально распределенные величины. Тогда

$$R = \text{diag}\{\sigma_{D1}^2, \sigma_{D1}^2, \sigma_{D2}^2, \dots, \sigma_{D4}^2, \sigma_{D4}^2\},$$

где $\sigma_{Dj}^2, \sigma_{Dj}^2$ — дисперсия ошибок измерения псевдодалности и радиальной скорости j -го ИСЗ.

Предположим также, что траектория движения ракеты является детерминированной и уравнение (3.5) точно описывает закон движения, тогда $Q = 0$.

Рассмотренный выше алгоритм решения навигационной задачи при соответствии используемой модели реальному движению ракеты позволяет получить потенциальные характеристики точности навигации с помощью СНС для конкретных начальных условий. Тем самым можно оценить принципиальную возможность использования СНС для определения навигационных параметров ракеты.

На основе фильтра Калмана разработаны различные типы алгоритмов решения навигационной задачи, соответствующие различным принципам построения бортовой аппаратуры потребителя СНС. Наибольшее применение нашли три типа алгоритмов и соответствующая им аппаратура потребителя.

1. Четырехканальная (либо мультиплексная) аппаратура. В каждый момент времени t_i обрабатываются измерения текущих навигационных параметров (ТНП) $\tilde{D}_i, \tilde{D}_i$ всех четырех ИСЗ из состава рабочего созвездия с помощью параллельного фильтра Калмана.

2. Одноканальная аппаратура, в которой цикл измерений составляет 4 с, причем псевдодалность и радиальная псевдоскорость каждого из ИСЗ измеряются в течение 1 с. Обработка измерений осуществляется последовательно во времени.

3. Одноканальная аппаратура, в которой измерение ТНП также осуществляется последовательно во времени, но переход с одного ИСЗ на другой производится не после каждого измерения, а после цикла измерений по одному ИСЗ. Для обработки измерений используется последовательный фильтр Калмана.

Все три алгоритма обеспечивают примерно равную точность, но имеют различное время сходимости процесса оценки. Предпочтение с точки зрения этих критериев следует отдать первым двум алгоритмам.

Динамическая устойчивость алгоритма решения навигационной задачи при учете неопределенностей модели движения

Оптимальное оценивание параметров движения с помощью фильтра Калмана возможно только при использовании математической модели динамики, адекватной реальному движению ракеты. В уравнении движения ракеты (3.5) вектор возмущений $\xi = 0$. При данном предположении матричный коэффициент усиления фильтра при неограниченном возрастании времени наблюдения стремится к нулю, т.е. полоса пропускания фильтра k_i бесконечно сужается. Как известно [50], фильтр Калмана формирует оценку вектора состояния в виде взвешенной суммы оценки экстраполяции и невязки измерений, полученной на очередном шаге. При $k_i \rightarrow 0$ новые измерения перестают оказывать влияние на процесс фильтрации, и в качестве текущей оценки используется оценка экстраполяции $\hat{X}_{i/i-1}$. В этих условиях любое отличие модели фильтра от реальной динамики системы вызывает появление ошибки, которая, постоянно увеличиваясь, приводит к расхождению фильтра, т.е. к многократному превышению фактическими ошибками оценивания их теоретических значений.

В реальных условиях траектория ракеты не является детерминированной в силу разных причин. Наиболее сильные возмущения расчетного движения ракеты обусловлены вариациями формирования управляющих воздействий, вариациями плотности атмосферы относительно используемой модели, отличием аэродинамических характеристик от расчетных значений и движением воздушных масс (ветром). Детальное исследование вопросов навигации и управления ракеты с учетом влияния реальных метеоусловий может быть проведено с использованием моделей вариаций плотности атмосферы и моделей поля ветров. Задача состоит в исследовании устойчивости решения навигационной задачи, основанного на уравнениях фильтра Калмана, по отношению к отклонениям параметров модели движения. Моделирование реальной траектории ракеты осуществлялось на основе описанных уравнений движения и локальных моделей возмущений:

$$u = u_p(1 + a_1); \quad \rho(h) = \rho_m(1 + a_2),$$

где u_p , ρ_m — расчетные значения реализации управляющих воздействий и плотности атмосферы; u , ρ — параметры модели реальной траектории ракеты; a_1 , a_2 — случайные величины, постоянные в каждой реализации.

Существует множество методов обеспечения динамической устойчивости алгоритма фильтрации. Наиболее простым из них является введение «фиктивного» шума системы ξ или, что является практически эквивалентным, «замораживание» коэффициента усиления (корреляционной матрицы оценок) на определенном уровне. Следует отметить, что как введение дополнительного шума, так и ограничение убывания коэффициента усиления фильтра может принести желаемый эффект, если они основаны на статистических характеристиках реальных физических процессов, являющихся проявлением действия возмущающих факторов в конкретных условиях. При этом подобные модификации алгоритма приво-

дят к сильному расширению полосы пропускания фильтра и, следовательно, к соответствующему увеличению случайной составляющей ошибок оценок.

При наличии в составе бортовой СУ инерциальных навигационных датчиков более рациональным является другой путь повышения точности определения навигационных параметров, а именно — комплексное использование информации инерциальной навигационной системы (ИНС) и СНС.

3.2.3. Комплексная обработка измерений инерциальной и спутниковой навигационных систем

Алгоритм комплексирования инерциальной навигационной системы с аппаратурой потребителя СНС

При комплексировании ИНС и аппаратуры потребителя СНС может быть получен ряд эффектов, наиболее важными из которых являются:

- повышение долговременной точности ИНС путем периодической коррекции с помощью информации СНС;

- калибровка инструментальных погрешностей ИНС во время движения ракеты;
- повышение точности решения навигационной задачи с помощью СНС путем использования информации ИНС для коррекции модели движения;

- повышение помехозащищенности и кратковременной точности НАП при сбоях синхронизации, маневрировании и т.п.;

- повышение надежности блока решения навигационной задачи путем комплексирования навигационных систем, работающих на различных физических принципах и способных функционировать независимо друг от друга.

В настоящее время в связи с широким использованием при определении навигационных параметров ЦВМ применение классических схем компенсации, фильтрации и др. нецелесообразно, так как преимущества каждой из этих схем зависят от типа навигационного параметра, конкретной конструкции ИНС и НАП, характеристик ЦВМ и т.д.

Более целесообразной является программная реализация этих схем в виде навигационного фильтра, позволяющая изменять тип входных и выходных сигналов в зависимости от типа, конструкции и параметров подсистем, входящих в блок навигационных алгоритмов. Обобщенная структурная схема комплекса ИНС — НАП показана на рис. 3.4.

Как видно из рисунка, комплексирование осуществляется на основе навигационного фильтра, реализуемого в бортовой ЦВМ. Для улучшения помехоустойчивости, точности и временных характеристик НАП в комплексе предусмотрен блок прогнозирования навигационных параметров, выходными сигналами которого являются априорные значения дальности и радиальной скорости, а также параметры ориентации ракеты, позволяющие облегчить пространственный поиск и слежение за сигналами ИСЗ при использовании направленных антенн.

Акселерометры ИНС измеряют ускорение воздействующих на объект поверхностных сил, неопределенность величины которых и является главной причиной снижения точности решения навигационной задачи с помощью СНС



Рис. 3.4

(в первую очередь скорости ракеты). Следовательно, если при экстраполяции вектора положения и скорости ракеты на очередном шаге фильтрации для компенсации ошибок модели движения использовать разность между измеренным и расчетным ускорением, точность экстраполяции будет определяться только ошибками модели гравитационного поля, инструментальными ошибками акселерометров и погрешностями вычислений. Все эти погрешности оказываются несущественными по сравнению с величинами возмущающих ускорений.

В принципе, можно вообще отказаться от экстраполяции положения и скорости ракеты в фильтре на основе математической модели и использовать для этой цели соответствующую информацию ИНС. Однако при этом теряется возможность автономного функционирования НАП, что снижает общую надежность решения навигационной задачи. Рассмотренная схема может быть обобщена на случай включения измерений акселерометров a_x , a_y , a_z в состав вектора измерений y_i . Тогда имеем $y_i = [\tilde{D}_{1,i}, \tilde{D}_{1,i}, \tilde{D}_{1,i}, \tilde{D}_{2,i}, \tilde{D}_{2,i}, \tilde{D}_{2,i}, \tilde{D}_{3,i}, \tilde{D}_{3,i}, \tilde{D}_{1,i}, a_{xi}, a_{yi}, a_{zi}]^T$, а матрица

измерений $C_i = [C_{1i}, C_{2i}, C_{3i}, C_{4i}, C_a]^T$, где $C_0 = [0_{<3 \times 6>} | 1_{<3 \times 3>} | 0_{<3 \times 2>}]$.

Как указывалось ранее, при комплексной обработке информации различных навигационных подсистем целесообразно использовать последовательный фильтр Калмана. Тогда алгоритм совместной обработки измерений НАП и ИНС состоит из последовательности операций обработки измерений $\tilde{D}_j, \tilde{D}_j, j = 1, 4$ и аналогичной совокупности операций по обработке вектора измерений трех акселерометров ИНС.

Методы коррекции ИНС спутниковой навигационной системой

При разработке базового навигационного комплекса (БНК) необходимо решить задачу рационального взаимодействия входящих в его состав навигационных подсистем. Одним из наиболее важных вопросов при этом является разработка методов и алгоритмов коррекции ИНС по информации от СНС. Можно выделить следующие возможные варианты использования этой информации.

1 . Периодический «сброс» (обнуление) ошибок ИНС в вычислении составляющих положения и скорости ракеты, например, с использованием схемы компенсации. Это наиболее очевидный и простой, но не самый рациональный путь построения БНК. Интервал времени между коррекциями должен выбираться исходя из допустимых значений ошибок определения навигационных параметров и скорости нарастания этих ошибок с течением времени. Однако эти скорости могут быть достаточно большими даже в ИНС с малыми инструментальными погрешностями. Это приводит к необходимости частой коррекции ИНС и, следовательно, значительно снижает автономность системы навигационного обеспечения ракеты.

2 . Формирование на основе информации СНС некоторых корректирующих операторов, построенных, например, на основе полиномиальных моделей изменения ошибок навигационных параметров. В данном случае появляется возможность прогнозирования ошибок ИНС и частичной их компенсации в промежутках между коррекциями. Такой вариант обеспечивает более высокую точность при одинаковых интервалах автономности по сравнению с первым вариантом. Однако построение математических моделей, адекватно описывающих изменение ошибок ИНС на длительных интервалах времени, затруднительно.

3 . Оценивание на основе информации от СНС всех основных параметров, характеризующих ошибки ИНС, и использование полученных оценок для динамической компенсации ошибок в пределах интервала автономности. Введение поправок целесообразно осуществлять не физически (с помощью прецессии гироскопов и т.д.), а математическим путем, в вычислителе ИНС. В этом случае, если оказывается возможным оценить эти параметры, адекватность модели ошибок ИНС реальным процессам позволяет получить более высокую точность функционирования ИНС в промежутках между коррекциями. Заметим, что в данном случае смысл коррекции сводится к операциям, аналогичным начальной выставке ИНС.

4 . Построение демпфируемых ИНС с помощью информации от СНС. В данном случае дополнительные измерения вводятся непосредственно в контур работы ИНС, что приводит к изменению дифференциальных уравнений, описывающих функционирование ИНС.

При выборе схемы взаимодействия подсистем в БНК ракеты необходимо учитывать требования по обеспечению высокой точности, помехозащищенности и надежности. Анализ показывает, что наиболее полно указанным требова-

ниям удовлетворяет третий вариант комплексирования навигационных подсистем, обеспечивающий более высокую точность по сравнению с первыми двумя. Четвертый вариант, позволяющий достичь наиболее высокой точности, требует в то же время непрерывного поступления информации от СНС, что является неприемлемым с точки зрения требований по помехозащищенности, автономности и особенностям движения ракет СВ. В том случае, когда эта информация используется не постоянно, а периодически, четвертый вариант сводится, по существу, к третьему.

3.3. Коррекция программного движения

3.3.1. Постановка задачи коррекции. Виды коррекции

На полет ракет СВ значительное воздействие оказывают твердотопливная ДУ и атмосфера (параметры и их разброс). Разбросы параметров ТДУ и характеристик атмосферы обуславливают движение ракет всех формализованных моделей в широкой «трубке» изменений параметров движения. На отдельных участках траектории эти отклонения могут достигать значительных величин, что сказывается и на конечной цели управления — точности стрельбы. Так, для РСВ-1 разброс характерной для них наклонной дальности на момент начала управления на конечном участке $[\Delta D(t_{\text{н.у}})]$ в зависимости от дальности стрельбы достигает величин $\Delta D = \Delta D(t_{\text{н.у}})/D_{\text{ном}} = 25 \dots 30\%$. На рис. 3.5 приведена зависимость $\Delta D = f(L)$, где $L = L/L_{\text{макс}}$, $L_{\text{макс}}$ — максимальная дальность для данного класса ракет. Для РСВ-2,3 разброс характерного для них параметра — высоты окончания АУТ в зависимости от дальности достигает: $\Delta \tilde{H} = \Delta H_{\text{к}}/\Delta H_{\text{к.ном}} = 25 \dots 30\%$ — для РСВ-2, $\Delta \tilde{H} = \Delta H_{\text{к}}/\Delta H_{\text{к.ном}} = 15 \dots 20\%$ — для РСВ-3. На рис. 3.6 приведены графики изменения $\Delta \tilde{H} = f(\bar{L})$.

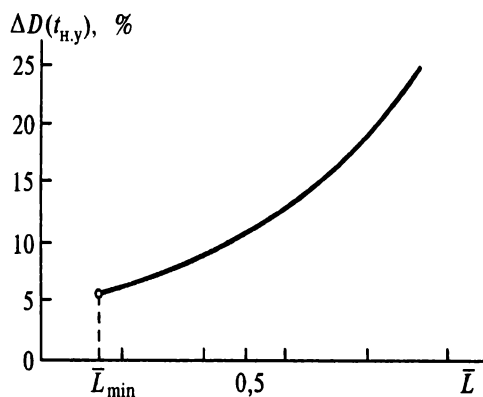


Рис. 3.5

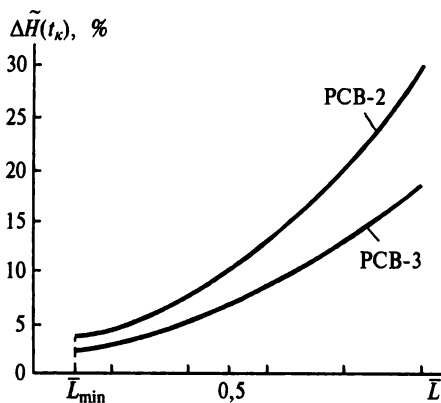


Рис. 3.6

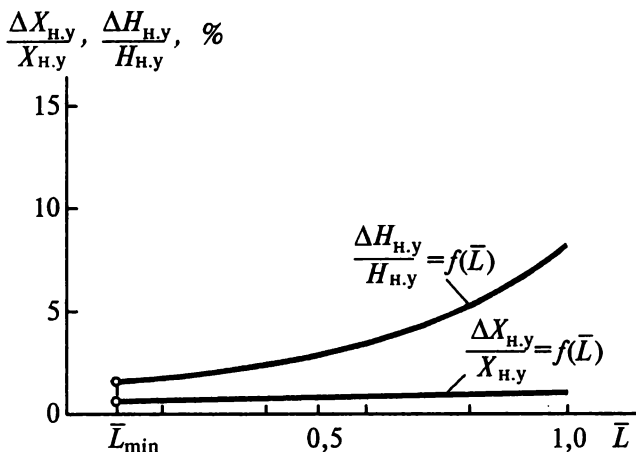


Рис. 3.7

Кроме того, для РСВ-2,3 разброс координаты и высоты на момент начала управления на НВ ПУТ в плотных слоях атмосферы достигает величин, в зависимости от дальности, в диапазоне: $\Delta x_{н.у}/x_{н.у} = 0,5...1,0 \%$, $\Delta H_{н.у}/H_{н.у} = 5,0...7,0 \%$. На рис. 3.7 приведены графики изменения указанных выше величин в функции дальности для РСВ-2. Указанные выше отклонения характерны для некоторой совокупности возмущений, определяющих некоторые крайние траектории. Разброс координат в момент начала управления определяет величину динамической ошибки управления; разбросы на момент окончания работы ТДУ в значительной мере определяют составляющую рассеивания за счет ПУТ, в особенности для РСВ-2 при окончании АУТ в плотных слоях атмосферы, когда нельзя пренебречь влиянием атмосферы на ВВ ПУТ.

Для компенсации влияния больших отклонений параметров движения на рассеивание необходимо определить новые программные траектории и вести управление относительно последних. С точки зрения потребной энергетики такое управление не вызывает особых трудностей для ракет, управляемых на ПУТ при помощи аэродинамических органов управления. При управлении относительно новых программных траекторий на ПУТ необходимо иметь запас энергии, гарантирующей достижение требуемой дальности. Анализ результатов расчетов для РСВ-2,3 показывает, что уменьшению высот разделения соответствует ТДУ с повышенными энергетическими параметрами: с увеличенным секундным расходом массы топлива, удельным импульсом. Для достижения требуемой дальности необходимо меньшее количество массы топлива, т.е. запас топлива в этих случаях больше гарантированного (m_p). Зависимости остатков топлива от дальности на крайних предельных траекториях для гипотетических РСВ-2,3 приведены на рис. 3.8.

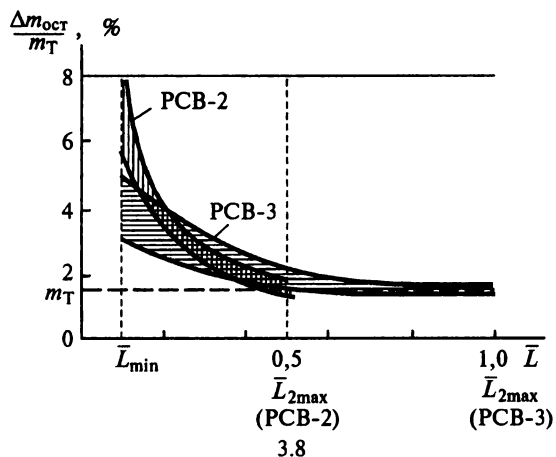


Рис. 3.8

Имеющийся запас топлива является физической гарантией того, что при изменении программной траектории так, чтобы при «возмущенных» режимах ТДУ или отклонениях параметров атмосферы параметры движения не превышали программных значений, вычисленных при номинальных параметрах ТДУ и стандартной атмосферы, масса используемого топлива не превышает гарантированной.

Наличие у РСВ-2,3 твердотопливных ДУ с большими разбросами параметров является причиной появления рассеивания в боковом направлении при управлении методами, основанными на прицеливании в заранее выбранную упрежденную точку и нулевых программах («нулевой» метод). Рассеивание в боковом направлении возникает из-за значительных вариаций полного полетного времени (δT), поскольку точка прицеливания за время δT изменит свое положение, т.е. изменится прицельный азимут стрельбы.

Для рассмотрения видов коррекции представим программное управление для всех формализованных моделей ракет упрощенно в виде следующих блоков и каналов:

объект управления (ОУ);

блок измерений (БИ);

замкнутый контур управления, включающий блоки программ рассогласования и формирования законов управления;

разомкнутый канал управления, включающий блоки программ управляющих функций и формирования команд.

Формализованная схема реализации программного управления приведена на рис. 3.9.

Эта схема охватывает управление для всего класса ракет, для РСВ-1 будут отсутствовать блоки 7, 8, 9.



Рис. 3.9

Согласно рассмотренным выше физическим основам коррекции программного движения и формализованной схеме программного управления для обеспечения точности стрельбы коррекции подлежат программная траектория (программы управления) и управляющие функции.

Коррекция программных траекторий и управляющих функций состоит в изменении параметров программ управления и коррекции вида управляющих функций в замкнутом и разомкнутом контурах СУ. Частично эту коррекцию можно проводить при подготовке исходных данных для пуска. Коррекция программ в полете основывается на измерении вектора состояния в фиксированный или некоторые дискретные моменты времени. Для проведения коррекции на старте необходимо измерять параметры ТДУ или использовать их паспортные данные (например, формулярную скорость горения топлива) и параметры атмосферы (например, наземную температуру воздуха).

Таким образом, можно выделить коррекцию программ управления (K_1 , K_3) и коррекцию управляющих функций (K_4 , см. рис. 3.9).

На рис. 3.10 приведена блок-схема видов коррекции из-за отклонений формулярной скорости горения топлива (1) и температуры воздуха (2), адаптивная (3) и параметрическая (4) коррекция, а также коррекции структуры программ (5), управляющей функции (6), программ бокового движения (7) и программной дальности (8).

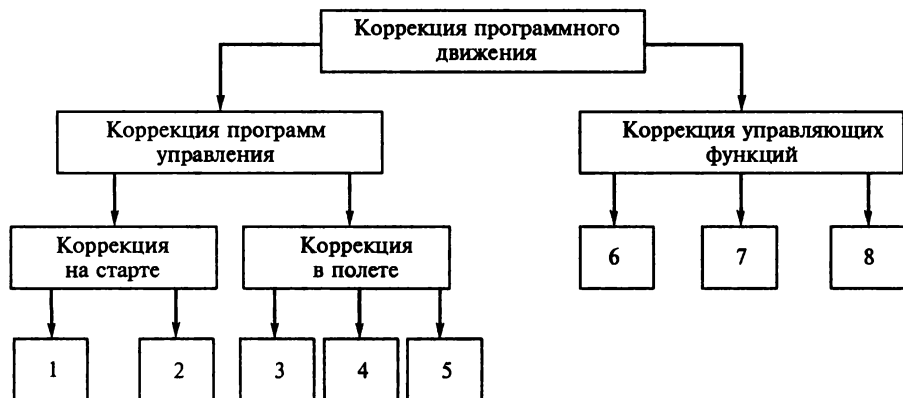


Рис. 3.10

3.3.2. Адаптивная коррекция программ управления в полете

Адаптивную коррекцию программ управления целесообразно применять при управлении ракетами формализованных моделей РСВ-2,3. Этот вид коррекции обусловлен необходимостью уменьшения разбросов элементов движения на некоторые фиксированные моменты времени, например, в конце АУТ для РСВ-2,3, на момент начала управления. Анализ результатов воздействия возмущений на отклонение элементов движения показал, что в ряде случаев эти воздействия неадекватны по траектории даже при допущении постоянства знака случайных возмущений. Это особенно характерно для двухрежимных ТДУ и для двухступенчатых ракет. Кроме того, с увеличением высоты уменьшается влияние аэродинамических возмущений и отклонений параметров атмосферы.

В основе адаптивной коррекции лежит прогнозирование отклонений элементов движения на заданный момент времени (τ) в предположении, что начиная с этого момента, в дальнейшем возмущения отсутствуют. Общая схема адаптивной коррекции программ управления, включающая и коррекцию управляющих функций в канале без обратной связи, приведена на рис. 3.11.

Математическая постановка задачи адаптивной коррекции программ управления имеет следующий вид.

Пусть движение ракеты описывается системой уравнений вида (1.16). Управление состоит из формирования траектории для вывода ракеты в область конечных условий при помощи программного управления (например, программы тангажа) и отсечки тяги ТДУ для обеспечения попадания неуправляемой ГЧ в цель для РСВ-2,3 или в область начала управления на конечном участке ПУТ при достижении управляющей функцией $F(y)$ заданного значения F_0 . Предполагается, что программа известна и имеет вид $u_0 = f(\bar{y}, \bar{c})$, где $\bar{y}$ — вектор измерений; $\bar{c}$ — вектор коэффициентов.



Рис. 3.11

На участке $F(t) \approx F_0$ программа u_0 изменяется незначительно, т.е. $u_0 \approx \text{const}$, и скорость ее изменения во времени du_0/dt зависит от y . При случайных разбросах характеристик ТДУ и действии других возмущений возникают вариации элементов движения $\delta y_k(t_k)$ на момент выполнения условий $F(t) = F_0$ и $u_0 = \text{const}$, где t_k соответствует этому моменту времени. Возмущенные значения y_k могут значительно отличаться от номинальных значений y_{kN} , т.е. вариации $\delta y_k = y_k - y_{kN}$ могут быть большими. Задача состоит в необходимости скорректировать в полете программу u_0 или значение F_0 , чтобы при действии возмущений вариация $\delta y_k(t_k)$ была минимальная:

$$\delta y_k(t_k) \rightarrow \min_{u_0}. \quad (3.16)$$

Рассмотрим вариант адаптивной коррекции программы без изменения ее структуры f , т.е. через вектор коэффициентов $\bar{c}$. Кроме того, предполагаем, что в качестве функции F принята текущая прогнозируемая дальность до точки падения, тогда F_0 будет характеризовать дальность стрельбы. Разобьем интервал управления $[t_0, t_k]$ на n интервалов коррекции протяженностью $\Delta t : t_k = t_0 + n\Delta t$.

Количество интервалов n определяется из условия: $\bar{u}_1(t_k) - \bar{u}_0(t_k) \leq \delta \bar{u}$, где $\delta \bar{u}$ — допустимая ошибка отработки программы в момент t_k . С дискретностью $\Delta \tau \ll \Delta t$ измеряется вектор состояния y . На интервалах коррекции проводится прогнозирование движения ракеты с управлением:

а) на 1-м шаге — относительно программы u_0^* до выполнения условия $F(t) = F_0$;

б) на последующих шагах — относительно скорректированной программы u_0 . Прогнозирование ведется при помощи интегрирования системы дифференциальных уравнений по измеренным в начале интервала коррекции начальным условиям $\bar{y}_n$ и при отсутствии возмущений.

В результате прогнозирования определяем локальную невязку

$$\Delta \bar{y}_n^2(t_k) = [\bar{y}_n(t_k) - \bar{y}_N(t_k)]^2. \quad (3.17)$$

В качестве t_k возможен и любой другой момент времени в зависимости от постановки задачи.

Требуется, чтобы локальная невязка достигла минимума, т.е.

$$\Delta \bar{y}_n^2(t_k) \rightarrow \min, \quad \Delta \bar{C}_n \quad (3.18)$$

где $\Delta \bar{C}_n$ — матрица корректирующих коэффициентов.

Задача коррекции параметров $\bar{C}$ состоит в изменении их таким образом, чтобы осуществить перевод ракеты на оптимальную траекторию для случайных на интервале коррекции характеристик ТДУ, ракеты и т.д.

Алгоритм коррекции учитывает информацию о состоянии ТДУ через вектор состояния y и имеет рекуррентный характер:

$$\bar{C}_{n+1} = \bar{C}_n + \Delta \bar{C}_n(\bar{y}, \bar{c}_n). \quad (3.19)$$

Выражение (3.19) означает, что на интервале коррекции в качестве параметров $\bar{C}_n$ выбираются такие, которые при их минимальном изменении дают наибольший эффект изменения локальной невязки: $\Delta \bar{y}_n^{*2}(\bar{c}_n + \Delta \bar{c}_n)$.

Такой коррекцией является градиентная коррекция.

Для решения этой задачи введем функцию Гамильтона вида

$$H(\bar{y}_i, \bar{\lambda}_i, \bar{c}_i) = \Delta \bar{y}_k^2(\bar{y}_i, \bar{c}_i) + \bar{\lambda}^T f(\bar{y}_i, \bar{c}_i), \quad (3.20)$$

где $\bar{\lambda}$ — вектор множителей Лагранжа; $f(\bar{y}_i, \bar{c}_i)$ — общий вид уравнений движения ракеты в форме Коши; i — номер участка коррекции, $i=0, \dots, n$.

Согласно известным методам решения задачи градиентной коррекции выражение для $\bar{c}_{i+1}$ имеет вид [40]:

$$\bar{c}_{i+1} = \bar{c}_i - k_i \left[\frac{\partial H(\bar{y}_i, \bar{c}_i, \lambda_i)}{\partial \bar{c}_i} \right]. \quad (3.21)$$

Сходимость итерационных процедур зависит от выбора $\bar{c}^0, k_i$. Коэффициенты $\bar{c}^0$ выбираются из условия обеспечения заданной дальности и вследствие влияния возмущений варьируются незначительно. Коэффициенты k_i выбира-

ются из условия изменения на каждом шаге итерации значения невязки не более чем на 5...10 %.

Для конкретных видов функциональных зависимостей программ управления адаптивный алгоритм значительно упрощается. Рассмотрим на примере программы тангажа наиболее употребляемые виды функциональных зависимостей: линейную, полиномы 2-го и 3-го порядков, экспоненту. При задании программы в виде линейной функции от аргумента на i -м участке можно принять $a_i^0 = \text{const}$; $b_i = b_i^0 + \Delta b_i$, т.е. $\bar{c} = c = b$. В этом случае коррекции подлежит один параметр, характеризующий скорость изменения программы. Коррекцию можно осуществить также при помощи смещения узловой точки: $a_{i+1} = a_i^0 + \Delta a_{i+1}$.

Для функциональных зависимостей в виде полиномов 2-го или 3-го порядков, когда $\bar{c} = \{a_i\}$, корректируются все коэффициенты a_i . В случае задания программы в виде экспоненты корректируется лишь один параметр a_i , т.е. $c = \{a_i\}$.

Эффективным способом дальнейшего уменьшения разбросов в заданный момент времени является коррекция структуры программ управления, под которой понимается переход от одной функциональной зависимости к другой из числа заданных. Характерным примером является изменение порядка полинома, аппроксимирующего программу.

Пусть задано конечное число структур программы управления:

$$u_{00} = f_0(\bar{y}, \bar{c}_0); u_{01} = f_1(\bar{y}, \bar{c}_1); u_{0k} = f_k(\bar{y}, \bar{c}_k).$$

В качестве критерия примем усредненную невязку j -го параметра движения от требуемого на интервале $[t_i, t_{i+1}] \in [t_0, t_k]$, т.е. невязку Q_j^k на i -м шаге при k -й структуре:

$$Q_j^k = [y_j^k(t) - y_{j\text{тр}}^k]_{[t_i, t_{i+1}]}^2. \quad (3.22)$$

Наилучшей будет та структура программы, которая обеспечивает минимум невязки:

$$\min_{t_k} Q_j^k \rightarrow \min. \quad (3.23)$$

Оптимальная структура определяется простым перебором, поскольку их число, как правило, не превышает $k = 5$. Для каждой зафиксированной структуры вектор коэффициентов $\bar{c}_k$ определяется в полете при помощи адаптивной коррекции начального значения.

3.3.3. Параметрическая коррекция программ управления

В основе параметрической коррекции лежит компенсация влияния возмущений на отклонение элементов движения при помощи прогнозирования этих отклонений и одноразовой коррекции программ управления. Для этого может использоваться как априорная, так и апостериорная информация. При прогнозировании отклонений используется принцип декомпозиции возмущений, изложенный в § 2.2.

Предполагается, что возмущения не изменяют характер воздействия на элементы движения в полете, т.е. не изменяют свой знак. Анализ траекторий ракет СВ показывает, что такими возмущениями являются отклонения параметров ТДУ от расчетных. На начальном участке движения под постоянным углом, равным углу старта, влиянием остальных возмущений можно пренебречь. Таким образом, на начальном участке движения можно выбрать такой момент τ , постоянный для всех дальностей стрельбы, в который отклонения элементов движения будут полностью определяться отклонениями параметров ТДУ. Отсюда следует и общая схема параметрической коррекции программ управления в полете:

- 1) по значениям элементов движения центра масс ракеты, измеренным в некоторый момент τ , определяется параметр коррекции, наиболее полно характеризующий отклонение заданного элемента движения в момент времени t_k ;
- 2) априорно определяются зависимости, характеризующие отклонение параметров программ управления в функции параметра коррекции, аппроксимируются и вводятся в память бортовой ЦВМ;
- 3) по отклонению параметра коррекции от расчетного значения в момент τ корректируются программы управления.

Общая схема параметрической коррекции приведена на рис. 3.12.

Математическая постановка задачи параметрической коррекции практически совпадает с постановкой задачи адаптивной коррекции.

Синтез программ управления с учетом параметрической коррекции включает решение следующих наиболее важных задач:

- 1) выбор параметра коррекции μ , исходя из условия корреляции его отклонения от расчетного значения в момент τ с вариацией одного из элементов $\bar{y}$ в момент t_k ;

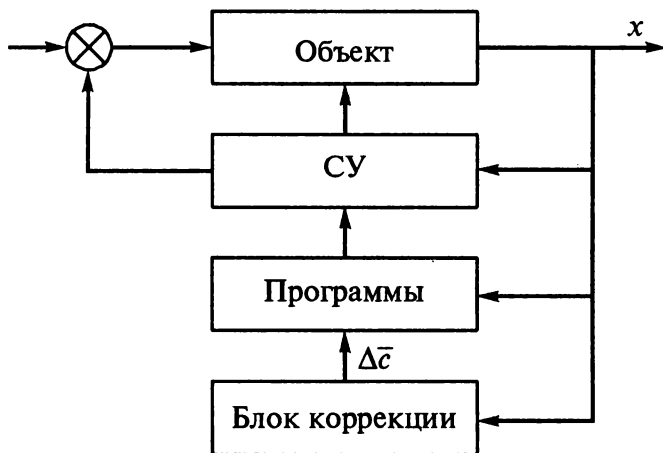


Рис. 3.12

2) определение оптимальных значений корректирующих поправок к параметрам программ управления, обеспечивающих выполнение задачи управления.

Параметр коррекции программ управления μ , по отклонению которого от расчетного значения прогнозируется один из параметров в момент окончания АУТ (t_k) при действии возмущений, можно сформировать в виде линейной комбинации элементов движения центра масс ракеты:

$$\mu(t) = A^T \bar{y}(t), \quad (3.24)$$

где $A^T = (a_i)$ — матрица размером $(1 \times m)$ коэффициентов параметра коррекции; $\bar{y}(t) = \{y_i(t)\}$ — матрица-столбец размером $(m \times 1)$, составленная из элементов движения центра масс.

Степень линейной зависимости между случайными величинами δy_k и $\delta \mu(\tau)$, измеренными соответственно в моменты t_k и τ , можно характеризовать коэффициентом корреляции $r_{\mu \bar{y}_k}$. Тогда значения компонент матрицы A^T для фиксированных моментов времени $\tau_v (0 < \tau_v < t_k)$ измерения параметра $\delta \mu(\tau_v)$ определяются из условия обеспечения максимального значения модуля коэффициента корреляции $|r_{\mu \bar{y}_k}|$, т.е. критерий оптимизации можно записать в виде

$$I = |r_{\mu \bar{y}_k}| = \left| \frac{K_v[\mu \bar{y}_k]}{\sigma_v[\mu] \sigma[\bar{y}_k]} \right|, \quad (3.25)$$

где $K_v[\mu \bar{y}_k]$ — корреляционный момент величин $\delta \mu(\tau_v)$ и $\delta \bar{y}_k$; $\sigma_v[\mu]$, $\sigma[\bar{y}_k]$ — средние квадратические отклонения соответственно величин μ_v и $\bar{y}_k$.

Если вместо вектора $\bar{y}_k$ взять один параметр траектории, например, координату y_k , а коррекцию проводить в одной точке ($v = 1$), то выражение (3.25) значительно упростится и примет вид

$$I = |r_{\mu y_k}| = \left| \frac{K_v[\mu y_k]}{\sigma_v[\mu] \sigma[y_k]} \right|. \quad (3.26)$$

Рассмотрим более развернутую форму записи выражения (3.26).

При действии на ракету комплекса случайных возмущений изохронные вариации элементов движения центра масс определяются по результатам численного моделирования движения ракеты по соотношению

$$\delta \bar{y}(t) = R(t) \epsilon, \quad (3.27)$$

где $R(t) = \{R_{ij}(t)\}$ — матрица размером $(m \times n)$, характеризующая отклонение элементов движения центра масс ракеты при действии комплекса случайных возмущений $\epsilon^T(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$, подчиняющихся нормальному закону распределения, для которых выполняются условия

$$M[\varepsilon_i] = 0;$$

$$M[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq j; \\ \sigma_j^2, & \text{если } i = j. \end{cases}$$

Вариации $\delta\mu(t)$ и δy_k с учетом (3.24), (3.27) можно определить согласно выражениям

$$\begin{aligned} \delta\mu(t) &= A^T R(t) \varepsilon; \\ \delta y_k &= R_y \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.28)$$

где $R_y = E_y^T R(t_k)$; $\delta y_k = y(t) - y^0(t_k^0)$; $y^0(t_k^0)$ — расчетное значение элемента y , которое может быть получено при заданных энергетических ресурсах ТДУ; $R(t_k)$ — матрица $R(t)$, компоненты которой определены в момент t_k ; E_y^T — формирующая матрица.

Выражения для дисперсий случайных величин y_k и $\mu(\tau_v)$, а также для корреляционного момента этих величин имеют вид

$$\begin{aligned} D[\mu(\tau_v)] &= A^T R_v D_\varepsilon R_v^T A; \\ D[y_k] &= R_y^T D_\varepsilon R_y; \\ K[\mu y_k] &= A^T R_v D_\varepsilon R_y, \end{aligned} \quad (3.29)$$

где R_v — матрица $R(t)$, компоненты которой определены для момента τ_v ; E — единичная матрица; $D_\varepsilon = \sigma_\varepsilon E_\sigma$; $\sigma_\varepsilon = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ — диагональная матрица, компонентами которой являются средние квадратические отклонения возмущений из числа заданных.

Тогда выражение (3.26) для определения коэффициента корреляции с учетом (3.29) примет вид

$$r_{\mu y_k} = \frac{A^T R_v D_\varepsilon R_y}{\sigma_v[\mu] \sigma[y_k]}. \quad (3.30)$$

Оптимальные значения компонент матрицы A^T , обеспечивающие минимальное значение модуля коэффициента корреляции $|r_{\mu y_k}|$, определяются путем решения системы уравнений

$$\frac{\partial |r_{\mu y_k}|}{\partial a_i} = 0, \quad (3.31)$$

где a_i — элементы матрицы A^T .

Для наиболее часто употребляемой двухкомпонентной матрицы $A^T = (a_1, a_2)$ при $a_1 = 1$, что легко обеспечивается нормированием, выражение для оптимального значения $a_{2\text{опт}}$, согласно (3.31), имеет вид

$$a_{\text{opt}} = \frac{K[\eta_1 y_k]K[\eta_1 \eta_2] - D[\eta_1]K[\eta_2 y_k]}{K[\eta_2 y_k]K[\eta_1 \eta_2] - D[\eta_2]K[\eta_1 \eta_k]}$$

где $K[\eta_1, y_k], K[\eta_2, y_k]$ — соответственно корреляционные моменты между элементами функции $\mu(t)$, η_1, η_2 и элементом y_k ; $D[\eta_1], D[\eta_2]$ — соответственно дисперсии элементов η_1, η_2 функции $\mu(t)$.

Величины корректирующих поправок программ управления вводятся в память бортовой ЦВМ полиномами и вычисляются в полете в зависимости от отклонений от расчетного значения параметра коррекции μ :

$$\delta\mu(\tau_v) = \mu(\tau_v, \epsilon) - \mu(\tau_v, 0), \quad (3.32)$$

где $\mu(\tau_v, \epsilon)$, $\mu(\tau_v, 0)$ — соответственно значения параметра коррекции в момент τ_v при возмущенном и номинальном движениях.

Изменение программ u_0 путем коррекции ее параметров вызывает отклонение элементов движения центра масс ракеты на всем интервале изменения. При действии всего комплекса возмущений скорректированные программы будут несущественно отличаться от исходных программ. Поэтому можно записать следующие выражения для отклонений элементов движения:

$$\delta y_{\text{кор}}(t) = c(t)\delta u_{\text{ок}}, \quad (3.33)$$

где $\bar{y}(t, u_0, 0)$, $\bar{y}(t, u_0^*, 0)$, $\bar{y}(t, u_0, 0)$ — соответственно значения элементов движения на номинальной траектории при коррекции программ u_0^* и без коррекции u_0 ; $c(t) = \{c_i(t)\}$ — матрица размером $(m \times 1)$, характеризующая влияние изменения программы на отклонение элементов, компоненты которой определяются из выражения $c_i = c_{\bar{y}}t$; $c_{\bar{y}}$ — постоянные для каждой дальности коэффициенты, определяемые по результатам расчетов номинальных траекторий при вариациях программы.

Значения вариаций программы $\delta u_{\text{ок}}$ определяются в зависимости от величины отклонения параметра коррекции $\delta\mu(\tau_v)$:

$$\delta u_{\text{ок}} = k_u \delta\mu(\tau_v), \quad (3.34)$$

где k_u — постоянный для момента τ_v и выбранной дальности коэффициент, значение которого выбирается из условия обеспечения минимума дисперсии отклонения выбранного элемента движения от расчетного значения y_k^* .

Отклонение элементов движения в момент t_k от расчетного значения при действии возмущений с учетом коррекции программ составит величину

$$\delta y_k = \delta y_{k.\text{кор}} - \delta y_k^*. \quad (3.35)$$

Выражение для вычисления дисперсии величины δy_k с учетом (3.29), (3.33), (3.34) имеет вид

$$D[\delta y] = C_y^2 k_u^2 A^T R_y D_\epsilon R_y^T A - 2 C_y k_u A^T D_\epsilon R_y + R_y^T D_\epsilon R_y, \quad (3.36)$$

где c_y — компонента матрицы C , характеризующая вариацию координаты y за счет коррекции программы u_0^* .

Оптимальное значение коэффициента $k_{u, \text{opt}}$ определяется из условия

$$\frac{\partial D[\delta y]}{\partial k_u} = 0. \quad (3.37)$$

Выражение для вычисления $k_{u, \text{opt}}$ с учетом (3.37) имеет вид

$$k_{u, \text{opt}} = \frac{K[\mu, y_k]}{C_y D[\mu]}, \quad (3.38)$$

где $K[\mu, y_k] = A^T R_y D_\epsilon R_y$.

Аналогично описанной выше можно построить параметрическую коррекцию программ управления по измерениям на старте и априорной информации. В этом случае в качестве корректирующего параметра μ может быть любой измеренный или априорно задаваемый параметр, например, данные метеоподготовки, паспортные данные и т.д. В функции отклонения этого параметра от расчетного проводится коррекция программ управления.

3.3.4. Коррекция управляющих функций

Коррекция управляющих функций состоит в изменении их структуры, исходя из критерия уменьшения рассеивания. При программном управлении к управляющим функциям прежде всего относится функция отсечки тяги ТДУ (Φ). Коррекция функции отсечки тяги ТДУ обусловлена тремя причинами:

необходимостью упрощения вида функции Φ с целью ее реализации при помощи достаточно простых алгоритмов;

большими вариациями элементов движения, несмотря на принимаемые меры по сужению трубки траекторий;

изменением номинальной траектории вследствие коррекции программ управления в полете. Все эти причины приводят к увеличению методической ошибки управления.

Если для простоты реализации в качестве управляющей функции отсечки тяги ТДУ принять линейную часть разложения функции дальности в ряд Тейлора по элементам движения в окрестности номинальной точки окончания работы ТДУ, тогда неучет нелинейных слагаемых разложения приведет к одной из составляющих методической ошибки программного управления. Величина этой составляющей зависит от разбросов элементов движения в конце АУТ и для ракет с ТДУ может достигать недопустимо больших величин. Один из способов уменьшения методической ошибки состоит в однократной коррекции программного значения управляющей функции в полете.

Выражение для нелинейных слагаемых разложения дальности в общем виде можно записать так:

$$\Delta L = \Delta y^T Q \Delta y + O(y^3), \quad (3.39)$$

где $\Delta y = (\Delta y_1, \dots, \Delta y_m)$ — матрица-строка размером $(1 \times m)$, составленная из отклонений фазовых координат на момент окончания АУТ; $Q = (Q_{ij})$ — симметрическая квадратная матрица размером $(m \times m)$, компонентами которой являются частные производные 2-го порядка, вычисленные в момент окончания АУТ (t_k) для номинальной траектории:

$$Q_{ij} = \begin{cases} \frac{\partial^2 L}{\partial y_i \partial y_j} & \text{при } i = 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots; \quad i \neq j; \\ \frac{\partial^2 L}{\partial y_i^2} & \text{при } i = j; \end{cases} \quad (3.40)$$

$O(y^3)$ — составляющие разложения функции дальности в ряд Тейлора выше второго порядка.

В выражении (3.39) слагаемые $O(y^3)$, как правило, не учитывают, но даже в этом случае для формирования поправки с использованием (3.40) необходимо заранее вычислять и задавать ($m = c_m^2$) элементы матрицы Q и m значений фазовых координат на момент окончания АУТ на номинальной траектории. Это усложняет метод подготовки данных к пуску и бортовые алгоритмы, реализующие корректирующее выражение.

Значительно проще в реализации однокомпонентная статистическая поправка в управляющую функцию отсечки тяги ТДУ.

При формировании однокомпонентной нелинейной корректирующей поправки и выборе ее параметров применяется статистический метод, заключающийся в использовании данных моделирования движения ракеты при действии совокупности возмущений для оценки нелинейной составляющей отклонения дальности ΔL_H . Универсальным способом оценки ΔL_H , обеспечивающим высокую достоверность результатов, является метод статистических испытаний. Однако этот метод требует больших затрат времени для получения статистических характеристик рассеивания при помощи ЭВМ. В целях сокращения времени используем приближенный метод, основанный на декомпозиции совокупности возмущений, проведении численных расчетов и аппроксимации фазовых координат (выходных переменных) в функции случайных возмущений. В этом случае нелинейную составляющую отклонения дальности можно записать в функции эквивалентного возмущения в виде

$$\Delta L_H = V^T \varepsilon_s + \varepsilon_s^T E \varepsilon_s, \quad (3.41)$$

где $V = (V_1, V_1, \dots, V_n)$ — формирующая матрица-строка размером $(1 \times n)$; $E = (e_{ij})$ — квадратная симметрическая матрица размером $(n \times n)$.

Значения компонент матрицы V и ее диагональных элементов E получаем по результатам аппроксимации зависимостей одним из известных методов, например, методом наименьших квадратов.

Для определения вида корректирующей поправки в управляющую функцию отсечки ТДУ необходимо провести численные расчеты и их результаты представить в виде зависимости нелинейной составляющей отклонения дальности в функции вариаций высоты окончания АУТ $\Delta L_H = f(\delta y)$ для фиксированной дальности $\Delta L_H = f(\delta y)$. Причиной, вызывающей появление Δy , является воздействие эквивалентного возмущения ε , изменяющегося в заданном диапазоне. Кроме того, такую же зависимость можно получить при помощи вариаций высоты окончания АУТ (δy) по номинальной траектории: $\Delta L_H = f(\delta y)$. Вид зависимостей $\Delta \tilde{L}_H = f(\Delta \tilde{y})$, $\Delta \tilde{L}_H = f(\delta \tilde{y})$ для типовой траектории РСВ-2 приведен на рис. 3.13.

Анализ полученных результатов показывает, что в формировании нелинейной составляющей отклонения дальности доминирующую роль для ракет данного класса (РСВ-2) играет отклонение высоты АУТ. Это предопределяет целесообразность формирования корректирующей поправки в виде некоторой комбинации вариаций высоты окончания АУТ.

Рассмотрим возможности корректирующей поправки, сформированной в виде

$$\Delta \Phi_{\text{кор}} = K^T \Delta \bar{\eta}, \quad (3.42)$$

$$\Delta \eta = \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y^2 \end{pmatrix}; \quad K^T = (k_1, k_2);$$

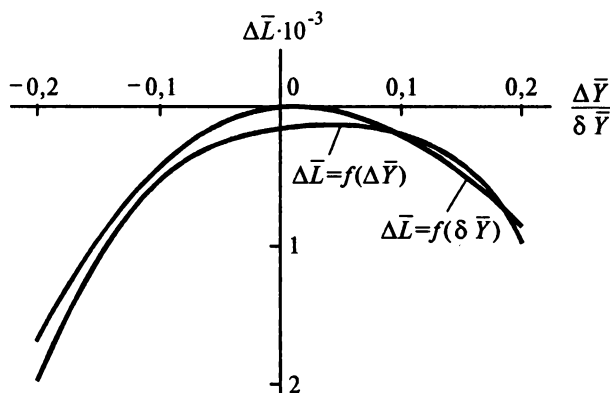


Рис. 3.13

$\Delta y = y(t_k^*, u, \varepsilon) - y(t_{ок}^*, u^*, 0)$ — отклонение высоты окончания АУТ.

С учетом (3.42) выражение для вычисления корректируемого значения отклонения дальности имеет вид

$$\Delta L_{кор} = L_{\Phi} k^T \Delta \tilde{\eta}, \quad (3.43)$$

где $L = \frac{\partial L}{\partial \Phi_{пр}}$ — частная производная дальности по программному значению управляющей функции.

Выражение (3.43) преобразуем к виду

$$\Delta L_{кор} = L_{\Phi} (\Delta \eta^T K b + \Delta \eta^T K \Delta \eta), \quad (3.44)$$

где $\Delta \eta^T = (0, \Delta y)$; $b^T = (1, 0)$; $\Delta \eta = l^* \varepsilon$;

$$K = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{pmatrix}; \quad l^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_1 & l_2 & \dots & l_n \end{pmatrix};$$

$l_i = \frac{\partial y_K}{\partial \varepsilon_j}$ — частные производные высоты окончания АУТ по возмущениям.

Отклонение дальности с учетом ввода корректирующей поправки (3.44) запишем в виде

$$\delta L = V^T \varepsilon + \varepsilon^T E \varepsilon - L_{\Phi} (\Delta \eta^T K b - \Delta \eta^T K \Delta \eta). \quad (3.45)$$

Оптимальные значения компонент матрицы K выбираются из условия обеспечения минимума дисперсии централизованного отклонения дальности, выражение для которой имеет вид

$$\begin{aligned} D[\delta L^*] = & V^T D_{\varepsilon} V + \tilde{\varepsilon}^T \hat{D}_{\varepsilon} \tilde{\varepsilon} + k_1^T l^T D_{\varepsilon} l + k_2^2 \tilde{\varphi}^T \hat{D}_{\varepsilon} \tilde{\varphi} - 2k_1 V^T D_{\varepsilon} l - 2k_2 \tilde{\varphi}^T \hat{D}_{\varepsilon} \tilde{\varepsilon} - \\ & - \tilde{\varepsilon}^T D_{\varepsilon}^* D_{\varepsilon}^{*T} \tilde{\varepsilon} + k_2^2 \tilde{\varphi}^T D_{\varepsilon}^* D_{\varepsilon}^{*T} \tilde{\varphi} - 2k_2 \tilde{\varepsilon}^T D_{\varepsilon}^* D_{\varepsilon}^{*T} \tilde{\varphi}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

где $l^T = (l_1, l_1, \dots, l_n)$; $\varphi = l^T$; E — матрица-строка размером $(1 \times n^2)$, составленная из столбцов матрицы φ ; $D_{\varepsilon} = M[\tilde{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}]$ — матрица-столбец размером $(n^2 \times 1)$, составленная из строк корреляционной матрицы $D_{\varepsilon} = \delta_{\varepsilon} E \delta_{\varepsilon}$;

$$\sigma_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \sigma_{\varepsilon 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon 2} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \sigma_{\varepsilon n} \end{vmatrix};$$

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \text{ — матрица размером } (n^2 \times n);$$

$$\hat{D}_\varepsilon = M[\tilde{\varepsilon}\varepsilon\varepsilon^T\tilde{\varepsilon}^T].$$

Оптимальные значения коэффициентов k_1, k_2 определяются из соотношений

$$\frac{\partial D[\delta L^\circ]}{\partial k_1} = 2k_1 I^T D_\varepsilon I - 2V^T D_\varepsilon I = 0;$$

$$\frac{D[\delta L^\circ]}{k_2} = 2k_2 \tilde{\Phi}^T \hat{D}_\varepsilon \tilde{\Phi} - 2\tilde{\Phi}^T \hat{D}_\varepsilon \tilde{E} + 2k_2 \tilde{\Phi}^T D_\varepsilon^* D_\varepsilon^{*T} \tilde{\Phi} - 2\tilde{E}^T D_\varepsilon^* D_\varepsilon^{*T} \tilde{\Phi}; \quad (3.47)$$

$$2\tilde{E}^T D_\varepsilon^* D_\varepsilon^{*T} = 0.$$

Выражения для вычисления оптимальных значений коэффициентов k_1, k_2 имеют вид

$$k_{1\text{opt}} = \frac{V^T D_\varepsilon I}{I^T D_\varepsilon I}; \quad k_{2\text{opt}} = \frac{\tilde{\Phi}^T Q_\varepsilon \tilde{E}}{\tilde{\Phi}^T Q_\varepsilon \tilde{\Phi}}, \quad (3.48)$$

$$\text{где } Q_\varepsilon = (\hat{D}_\varepsilon - D_\varepsilon^* D_\varepsilon^{*T}).$$

При реализации нелинейной поправки вида (3.42) слагаемое с коэффициентом k_1 можно учесть в линейной управляющей функции. Тогда корректирующая нелинейная поправка имеет вид однокомпонентной:

$$\Delta \Phi_{\text{кор}} = k_2 \delta y_1^2, \quad (3.49)$$

где $\delta y_1 = y_1(\tau_\Phi) - y_1^0$, $y_1(\tau_\Phi), y_1^0$ — соответственно текущее и номинальное значения координаты y в момент проведения коррекции τ в окрестности окончания АУТ.

Процедура определения оптимальных значений коэффициентов корректирующей поправки содержит следующие этапы:

- 1) определение компонент матрицы V^T и диагональных элементов матрицы E по результатам моделирования;
- 2) вычисление значений компонент матриц $D_\varepsilon, \hat{D}_\varepsilon, D_\varepsilon^*$ с учетом характеристик возмущений;
- 3) определение оптимальных значений коэффициентов $k_{1\text{opt}}, k_{2\text{opt}}$ по формулам (3.48).

Применение поправки вида (3.49) к управляющей функции отсечки тяги ТДУ позволяет упростить бортовой алгоритм, поскольку для ее реализации необходимо задавать в бортовую ЭВМ лишь два числа k_2, y_1^0 .

При параметрической коррекции программ управления одна из фазовых координат будет близка к номинальному значению. Однако все остальные будут иметь большие отклонения по сравнению с некорректируемыми траекториями. Это приводит к существенному влиянию нелинейной составляющей отклонения дальности, которая не полностью компенсируется за счет коррекции управляющей функции вида (3.49).

В зависимости от глубины коррекции программ управления, уровня и характера действующих возмущений возможны следующие варианты компенсации этого отклонения, которые и определяют сущность еще одного вида коррекции управляющей функции:

- 1) коррекция в полете коэффициентов линейной управляющей функции и ее программного значения в зависимости от отклонения параметра $\delta\mu(\tau_v)$;
- 2) коррекция в полете только управляющей функции в зависимости от $\delta\mu(\tau_v)$.

Первый вид коррекции является наиболее универсальным и применяется в случаях существенной деформации траектории в условиях действия возмущений, вызывающих большие отклонения элементов движения центра масс ракеты.

При коррекции программ управления с использованием линейной управляющей функции с коррекцией вида (3.49) отклонение дальности (δL^*) можно оценить по формуле

$$\Delta L^* = \Xi^T \Delta y_{\text{к.кор}} + \Delta y_{\text{к.кор}}^T Q \Delta y_{\text{к.кор}} + O^3(\Delta y_{\text{к.кор}}), \quad (3.50)$$

где Ξ , Q — матрицы частных производных, аналогичные используемым в формулах для оценки линейной и нелинейной составляющих отклонения дальности;

$$\Delta y_{\text{к.кор}} = y_k(u_{\text{пр}}, \varepsilon) - y_k(u_{\text{пр}}^0, 0);$$

где $y_k(u_{\text{пр}}, \varepsilon)$, $y_k(u_{\text{пр}}^0, 0)$ — элементы конца АУТ на номинальной траектории и на траектории, полученной при коррекции программ управления в условиях возмущенного движения.

Коррекцию программ управления можно рассматривать как формирование в полете новой программной траектории, обеспечивающей требуемую точность стрельбы. Для этой траектории значения коэффициентов управляющей функции и ее программное значение, вычисленные по номинальной траектории, будут неоптимальными. Поэтому компенсацию отклонения ΔL^* целесообразно проводить за счет коррекции в полете компонент матрицы управляющей функции и ее программного значения $\Phi_{\text{пр}}$.

При реализации этого способа коррекции управляющей функции поправки в компоненты матрицы K можно записать в виде

$$\delta K^T = G^T \delta\mu(\tau_v), \quad (3.51)$$

где $G^T = \{g_i\}$ — матрица $(1 \times m)$ корректирующих коэффициентов.

Отклонение дальности, скомпенсированное за счет коррекции коэффициентов в соответствии с (3.51), составит величину

$$\Delta L_{\text{к.кор}} = -\frac{\partial L}{\partial \Phi} \delta K^T \Delta y_{\text{к.кор}}. \quad (3.52)$$

Отклонение дальности (3.50) по аналогии с зависимостью (3.45) можно представить в виде

$$\Delta L = \Xi^* \varepsilon + \varepsilon^T \Psi_\varepsilon, \quad (3.53)$$

где $\Psi = B^T Q B$; $\Xi^* = \Xi^{*T} B$; $B = k_v c A^T R_v + R(t_k)$; слагаемое $k_v c A^T R_v$ — матрица, характеризующая отклонение дальности за счет коррекции программы управления и программного значения управляющей функции; $R(t_k)$ — матрица, полученная из $R(t)$ при условии $t = t_k$.

Тогда для отклонения дальности вследствие коррекции коэффициентов управляющей функции с учетом (3.28), (3.51) можно записать выражение

$$\Delta L_{\text{кор}} = -\frac{\partial L}{\partial \Phi} \varepsilon^T R_v A G^T B \varepsilon. \quad (3.54)$$

Сравнение выражений (3.52) и (3.54) показывает, что коррекция коэффициентов управляющей функции позволяет скомпенсировать нелинейную составляющую отклонения дальности, которая является определяющей в условиях возмущений и коррекции программ.

Значения компонент матрицы δk^T выбираются из условия обеспечения минимального значения дисперсии центрированного отклонения дальности:

$$D[\delta L^*] = M[\delta L^T \delta L] - (M[\delta L])^2, \quad (3.55)$$

где $\delta L = \Delta L - \Delta L_{\text{кор}}$.

Минимальное значение дисперсии отклонения дальности обеспечивают коэффициенты g матрицы G , полученные при помощи решения системы уравнений

$$\frac{D[\delta L^*]}{g_i} = 0. \quad (3.56)$$

Коэффициенты g , являющиеся числами ПЗ и используются для вычисления в полете компонент матрицы K^T управляющей функции:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= (k^T + \delta k^T) y(t); \\ \Phi_{\text{пр}} &= (k^T + \delta k^T) y^*(t_k), \end{aligned} \quad (3.57)$$

где $y^0(t_k)$ — вектор элементов движения для номинальной траектории.

Процедура выбора параметров управления, обеспечивающая коррекцию в полете коэффициентов управляющей функции и ее программного значения, имеет следующий вид:

1) для заданной дальности стрельбы проводится расчет серии попадающих траекторий, каждая из которых вычисляется при действии возмущения, заданного некоторым уровнем (см. § 1.4).

2) по результатам расчетов попадающих траекторий определяются значения коэффициентов k_{ij} полной линейной управляющей функции и значения элементов движения y_{ij} в конце АУТ. Коэффициенты k_{ij} являются частными производными дальности по y_i элементам движения в конце АУТ скорректированной попадающей траектории, полученной при действии возмущения, заданного уровнем G_j ;

3) значения k_{ij} и y_{ij} аппроксимируются некоторыми зависимостями, например, следующего вида:

$$\begin{aligned} k_i(\delta\mu) &= k_i^0 + \sum_{m=1}^2 d_{im} \delta\mu_j^m; \\ y_{ik}(\delta\mu) &= y_{ik}^0 + \sum_{n=1}^2 l_{in} \delta v_j^n, \end{aligned} \quad (3.58)$$

где k_i^0 , k_{ij}^0 — соответственно значения коэффициентов управляющей функции и элементов движения на номинальной траектории; d_i , l_i — коэффициенты аппроксимации зависимостей

$$k_i = f(\delta\mu_j), \quad y_{ik} = f(\delta\mu_j).$$

Полученные для каждой дальности коэффициенты d_i и l_i используются в алгоритмах расчета ПЗ.

Текущее и программное значения управляющей функции вычисляются в полете по соотношениям

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= k^T(\delta\mu) y(t); \\ \Phi_{\text{пр}} &= k^T(\delta\mu) y_k(\delta\mu). \end{aligned} \quad (3.59)$$

Рассмотренный вариант коррекции управляющей функции обеспечивает требуемую точность стрельбы для всего диапазона изменения возмущений.

Для вариантов оснащения ракет однорежимными ТДУ с незначительными разбросами параметров топлива отклонение дальности, вызванное коррекцией программ управления, также будет значительно меньшим. В этом случае коррекцию управляющей функции можно осуществить при помощи поправки в ее программное значение.

Отклонение дальности за счет коррекции программ управления можно записать в виде

$$\Delta L = f(\delta\mu). \quad (3.60)$$

Для получения выражения (3.60) проводят расчеты для дискретных значений эквивалентного возмущения ϵ_j и аппроксимацию некоторой зависимостью в функции $\delta\mu$. Соответственно и корректирующую поправку в программное значение управляющей функции можно записать в виде

$$\Delta\Phi_{\text{пр}} = l\delta\mu(\tau_v) + d\delta\mu^2(\tau_v), \quad (3.61)$$

где l, d — коэффициенты, полученные при аппроксимации $\Delta L_j = f(\delta\mu)$; $\delta\mu = \mu(\tau_j) - \mu^0$; μ^0 — постоянное для всех дальностей число.

Коррекция программного значения управляющей функции проводится в полете согласно выражению (3.61), для ее реализации необходимо задать два числа ПЗ.

3.3.5. Коррекция программы управления боковым движением

Наличие у ракет СВ твердотопливной ДУ и большой разброс ее характеристик обуславливает коррекцию бокового движения ракет данного класса. Коррекция направлена на уменьшение ошибок управления при прицеливании в упрежденную точку и управления движением центра масс при помощи так называемого нулевого метода. Физической причиной бокового отклонения, кроме вариаций полного полетного времени, является вращение Земли и широкий диапазон функционирования ракетных комплексов по азимутам и широтам.

Коррекция бокового движения основана на введении бокового маневра, суть которого состоит в придании ракете скорости в боковом направлении в окрестности точки окончания работы ТДУ и выхода команды на отделение ГЧ, чтобы при окончании АУТ в любой близкий к t_k момент времени боковое отклонение точки падения от цели было бы равно нулю. Для этого в полете проводится коррекция программы бокового движения.

Рассмотрим два способа формирования корректирующей поправки.

Коррекцию бокового движения будем проводить в конце АУТ, начиная с некоторого момента времени $t_{\text{БМ}}$, определяемого как момент времени, когда выполняется условие $\Phi(t) = t_{\text{БМ}}$, где $t_{\text{БМ}}$ — заданное число.

Для выбора параметров корректирующей функции рассмотрим некоторое направление ЦВ, которое определим следующим образом. Через точку цели (Ц) проведем плоскость местного горизонта (Р) и плоскость (Н), проходящую через точку старта (С) и центр Земли. Линию пересечения этих плоскостей обозначим через ЦЛ. Перпендикулярная к ней линия ЦЗ, лежащая в плоскости горизонта, и ЦЛ образуют систему координат ЛЦЗ с центром в точке Ц. Положительное направление ЦЛ примем по направлению полета ракеты; положительное направление ЦЗ — вправо от плоскости Н. Однако система координат ЛЦЗ неудобна для определения параметров корректирующей поправки. В этой системе при движении по номинальной траектории боковое отклонение равно нулю только в одной точке — расчетной точке окончания АУТ. В любой другой близкой к концу АУТ точке боковое отклонение будет отличным от нуля. Если в конце АУТ ввести участок управления движением центра масс по методу ЦЗ = 0, то в этом случае система управления будет обрабатывать значительные по величине «ложные» сигналы. Для того чтобы этого избежать, в плоскости Р выбирается направление ЦВ из условия $\partial B / \partial t = 0$, повернутое относительно ЦЗ на угол γ^* :

$$\gamma^* = \arctg \frac{\sum_{i=1}^6 \dot{y}_i \frac{\partial z}{\partial y_i} + \frac{\partial z}{\partial t_k}}{\sum_{i=1}^6 \dot{y}_i \frac{\partial L}{\partial y_i} + \frac{\partial L}{\partial t_k}}, \quad (3.62)$$

где y_i — элементы движения, кроме t , на момент окончания АУТ.

Направление ЦВ характерно тем, что в любой точке номинальной траектории, близкой к концу АУТ, отклонение вдоль ЦВ равно нулю.

Следовательно, при управлении боковым движением в конце АУТ по методу ЦВ = 0 маневр потребуется только при движении по возмущенной траектории.

Частные производные по направлению ЦВ определим согласно очевидным выражениям

$$\frac{\partial B}{\partial y_i} = -\frac{\partial L}{\partial y_i} \sin \gamma^* + \frac{\partial z}{\partial y_i} \cos \gamma^*, \quad (3.63)$$

где $y_i = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z, t\}$.

Боковые отклонения от цели в любой момент времени могут быть представлены в виде функции проекций скорости и координат ракеты на соответствующие оси системы координат ОХУЗ и времени t :

$$B = f(y_i). \quad (3.64)$$

Принимая во внимание, что на номинальной траектории в конце АУТ параметры $\dot{z}$ и z близки к нулю, линейную часть разложения (3.64) в ряд Тейлора в окрестности точки окончания АУТ представим в виде

$$B = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial B}{\partial y_i^*} \delta y_i^* + \frac{\partial B}{\partial \dot{z}} (\dot{z} - \dot{z}_{\text{нр}}) + \frac{\partial B}{\partial \dot{z}} \dot{z}_{\text{нр}} + \frac{\partial B}{\partial z} (z - z_{\text{нр}}) + \frac{\partial B}{\partial z} z_{\text{нр}}, \quad (3.65)$$

где $y_i^* = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z, t\}$; $\delta y_i^* = y_i^* - y_{ik.\text{ном}}^*$.

Учитывая, что управление движением центра масс относительно программы должно обеспечить выполнение условия ЦВ = 0, рассогласования $(\dot{z} - \dot{z})$ и $(z - z_{\text{нр}})$ малы вследствие отработки их СУ. Пренебрегая слагаемым $\frac{\partial B}{\partial z} z_{\text{нр}}$, из (3.65) получим выражение для функции бокового маневра $(\dot{z}_{\text{нр}})$:

$$\dot{z}_{\text{нр}} = -\sum_{i=1}^5 k_{\dot{z}y_i^*} (y_i^* - y_{ik.\text{ном}}^*), \quad (3.66)$$

где $k_{\dot{z}y_i^*}$ — коэффициенты, постоянные для данных условий стрельбы, равные отношению частных производных бокового отклонения по соответствующему элементу движения к величине $\partial B / \partial \dot{z}$.

Начало бокового маневра необходимо выбирать с точки зрения обеспечения времени на отработку с заданной точностью $\dot{z}_{\text{нр}}$. С другой стороны, направление ЦВ, используемое для отсчета боковых отклонений, определяется так, что при движении по номинальной траектории условие $\dot{z}_{\text{нр}} = 0$ выполняется лишь на участке, близком к расчетной точке выдачи команды на окончание работы

ТДУ. Поскольку коэффициенты $k_{\dot{z}y_i^*}$ приняты постоянными, то с удалением

от расчетной точки выдачи команды равенство $\dot{z}_{\text{пр}} = 0$ нарушается и в момент начала бокового маневра $\dot{z}_{\text{пр}}$ достигает значительной величины, поэтому использовать формулу (3.66) для вычисления нецелесообразно из-за упомянутого выше «ложного» сигнала.

Выражение (3.66) запишем в виде

$$\dot{z}_{\text{пр}} = \dot{z}^* - \sum_{i=1}^5 K_{zy_i} y_i^*. \quad (3.67)$$

Вычисление $\dot{z}^*$ проводится в два этапа:

на первом этапе $\dot{z}^*$ вычисляется по формулам

$$\dot{z}^* = \begin{cases} a_z + b_z(\Phi - \Phi_{\text{БМ}}) & \text{при } \Phi_{\text{БМ}} \leq \Phi \leq \Phi_{\text{НМ}}; \\ \sum_{i=1}^5 k_{zy_i} y_{ik.\text{ном}}^* & \text{при } \Phi_{\text{НП}} \leq \Phi \leq \Phi_2, \end{cases} \quad (3.68)$$

$$\text{где } a_z = \sum_{i=1}^5 K_{zy_i} y_{i\text{БМ}}^* + k_{zz} z_{\text{БМ}}; \quad b_z = \frac{\dot{z}_{\text{пр}}^* - a_z + k_{zz} z_{\text{БМ}}}{\Phi_{\text{НМ}} - \Phi_{\text{БМ}}},$$

индекс «БМ» — значение параметров на момент выполнения в полете условия $\Phi_{\text{БМ}} \leq \Phi$; $\Phi_{\text{НП}}$, Φ_2 , $\dot{z}_{\text{пр}}^*$ — числа ПЗ;

на втором этапе при наличии у ракеты второй ТДУ после выполнения условия $\Phi = \Phi_2$ вычисление $\dot{z}^*$ ведется следующим образом:

$$a) \dot{z}^* = a_z = b_z(\Phi - \Phi_2) \quad \text{при } \Phi_2 \leq \Phi \leq \Phi_k,$$

$$\text{где } a_z = \sum_{i=1}^5 k_{zy_i} y_{ik}^*; \quad b_z = \frac{\dot{z}_{\text{пр}}^* - a_z}{\Phi_k - \Phi_2}; \quad \ddot{z}_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^5 k_{zy_i} y_{ik.\text{ном}}^*;$$

$$б) \ddot{z}^* = \ddot{z}_{\text{пр}}^*, \quad \text{при } \Phi_k \leq \Phi < \Phi_2; \quad \Phi_k, \Phi_2, \ddot{z}_{\text{пр}}^* — \text{числа ПЗ.}$$

Описанный выше способ вычисления бокового корректирующего маневра обеспечивает плавное нарастание программы $\dot{z}_{\text{пр}}$. Однако для реализации этого способа необходимо вычислять и вводить в память ЦВМ в общем случае 9...12 чисел ПЗ.

Второй способ формирования бокового маневра связан с заданием функции изменения скорости бокового маневра. Пусть $\dot{z}_{\text{пр}}$ изменяется на участке маневра по линейной зависимости, тогда можно записать

$$\dot{z}_{\text{пр}}(t) = k_{zt}(t - t_{\text{НМ}}), \quad (3.69)$$

где k_{zt} — постоянный для каждой дальности коэффициент, зависящий от широты точки старта и азимута стрельбы.

Выбор коэффициентов k_{zt} базируется на зависимости полного бокового отклонения от вариаций времени окончания АУТ вследствие воздействия возмущений.

Выражение для определения бокового отклонения можно записать в виде

$$B_b = \frac{dB}{dt} \delta t_k + B_H, \quad (3.70)$$

здесь $\frac{dB}{dt} \delta t_k$ — линейная составляющая бокового отклонения $\delta t_k = t_k - t_k^0$, B_H — нелинейная составляющая.

При данном методе управления изменение азимута точки падения ракеты ($A_{\text{пл}}$) связано с изменением программной скорости бокового маневра следующей зависимостью:

$$A_{\text{пл}} = k_a \delta \dot{z}_{\text{к.пр}}, \quad (3.71)$$

где k_a — постоянный коэффициент, значение которого зависит от дальности стрельбы, широты точки старта и азимута стрельбы.

Изменение азимута точки падения (3.71) за счет корректирующего воздействия при боковом маневре приводит к боковому отклонению B_k , равному

$$B_k = k_a \delta \dot{z}_{\text{к.пр}} L + \frac{\partial B}{\partial z} \delta z_{\text{к.пр}}. \quad (3.72)$$

Выражение для бокового отклонения (3.70) с учетом зависимости для программной боковой скорости (3.69) примет вид

$$B_k = \left[k_a k_{zt} L + k_{zt} \frac{\partial B}{\partial z} (t_k^0 - t_{\text{нм}}) \right] \delta t_k - 0,5 k_{zt} \frac{\partial B}{\partial z} \delta t_k^2. \quad (3.73)$$

Боковое отклонение точки падения от цели с учетом бокового маневра составит величину $\Delta B = B_b - B_k$, или

$$\Delta B = \left\{ \frac{dB}{dt} - k_{zt} \left[k_a L + \frac{\partial B}{\partial z} (t_k^0 - t_{\text{нм}}) \right] \right\} \delta t_k - B_H - 0,5 k_{zt} \frac{\partial B}{\partial z} \delta t_k^2. \quad (3.74)$$

Коэффициент k_{zt} выбирается из условия компенсации линейной составляющей бокового отклонения:

$$\frac{dB}{dt} = k_{zt} \left[k_a L + \frac{\partial B}{\partial z} (t_k^0 - t_{\text{нм}}) \right]. \quad (3.75)$$

Выражение для вычисления коэффициента k_{zt} с учетом (3.75) имеет вид

$$k_{zt} = \frac{\frac{dB}{dt}}{-\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{\partial B}{\partial z} (t_k^0 - t_{\text{нм}})}, \quad (3.76)$$

где $\frac{dB}{dt}$ — полная производная бокового отклонения по времени, получаемая при помощи вариаций времени окончания АУТ и соответствующих ей вариациях элементов движения центра масс.

При коррекции программ управления в продольной плоскости элементы движения в конце АУТ будут существенно отличаться от значений на номинальной траектории. Это приводит к уменьшению корреляции между вариациями времени δt_k и вариациями элементов движения в конце АУТ при действии возмущений. Вследствие этого коэффициент k_{zt} , вычисленный при $\frac{dB}{dt}$ до коррекции программ управления, станет неоптимальным с точки зрения компенсации линейной составляющей бокового отклонения. Кроме того, имеют место вариации за счет ПУТ.

Для компенсации бокового отклонения, вызванного указанными выше факторами, проводится коррекция в полете коэффициента k_{zt} в зависимости от отклонения параметра $\delta\mu(\tau_v)$:

$$k_{zt}^* = k_{zt} + k_1 \delta\mu(\tau_v), \quad (3.77)$$

где k_1 — коэффициент, значение которого зависит от дальности стрельбы, широты точки старта и азимута стрельбы; k_{zt}^* — скорректированное значение коэффициента k_{zt} .

Зависимость $k_1 = f(L_c, \varphi_c, A_c)$ устанавливается по результатам численного моделирования серии траекторий движения центра масс на ПУТ для различных сочетаний L_c, A_c с начальными условиями, полученными при интегрировании уравнений движения на АУТ с управлением и скорректированными программами. Коэффициент a_1 вычисляется при расчете ПЗ и вводится в память бортовой ЦВМ.

4. МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ РАКЕТ

4.1. Постановка задачи

Одним из важнейших и завершающих этапов проектирования систем управления ракетами являются летные испытания. Неверно рассматривать летные испытания только как сдаточные перед принятием системы на вооружение. Правильно организованные летные испытания с достаточным объемом телеметрических и внешнетраекторных измерений (ВТИ) позволяют уточнить и скорректировать параметры системы.

На этапах эскизного и рабочего проектирования многие исходные данные по ракете, влияющие на параметры СУ, известны недостаточно точно. Например, аэродинамические характеристики, получаемые по результатам продувок моделей в аэродинамических трубах с последующим пересчетом по критериям подобия на начальных этапах проектирования, имеют допуск до 10—15%, а иногда и более.

Подробно рассмотреть все многообразие методов экспериментального исследования СУ в ходе летных испытаний и способов обработки полученной информации в рамках данной книги не представляется возможным.

Остановимся на одной частной задаче, имеющей большое прикладное значение, особенно для высокоточных систем — оценивании параметров терминального участка траектории полета ракеты или ее головной части по данным ВТИ.

Разработка высокоточного ракетного оружия изменила требования к оценке траекторий ракет по данным полигонного измерительного комплекса (ПИК). Если ранее основной задачей по оценке точности стрельбы на полигоне считалась оценка отклонений точки падения ракеты от расчетной точки прицеливания, а точность оценки траектории порядка десятков метров считалась удовлетворительной, то для высокоточных систем эти требования резко ужесточились и теперь необходимо определять траектории ракет, особенно на конечном участке, при подходе к цели с точностью до единиц метров.

Отдельной и важной задачей является возможно более точная оценка координат и времени некоторых особых точек на траектории, так называемых событий, соответствующих, например, точкам начала маневра, коррекции траектории, вскрытия кассетной боевой части. В ряде случаев желательно осуществить кинофоторегистрацию таких событий. Для этого необходимо навести

оптическую ось регистратора в некоторую упрежденную точку на траектории и зафиксировать «событие» в расчетный спрогнозированный момент времени.

В такой постановке задача значительно усложняется, так как требует не только фильтрации, но и экстраполяции траекторных измерений, а также осуществления всех вычислений в реальном масштабе времени для выработки команд управления ориентацией и срабатыванием автоматического кинофоторегистратора.

Отметим, что высокоточное прогнозирование траекторий ракет в реальном масштабе времени может потребоваться и при решении других задач, например, при построении систем защиты объектов от тактических ракет, что также является актуальной проблемой при построении современных комплексов ракетного вооружения.

Значительный практический интерес может представить использование алгоритмов фильтрации — экстраполяции траекторных измерений «в обратном времени» для оценивания координат точки старта по наблюдениям за нисходящим участком траектории.

Пусть измерения координат ракеты осуществляются с измерительного пункта, расположенного вблизи точки цели. Положим, что измерения осуществляются одной РЛС и что в состав измеряемых величин входят: дальность (R), радиальная скорость ($\dot{R}$), угол места (θ) и азимут (A). Измерения сопровождаются аддитивными шумами, которые в первом приближении можно принять гауссовыми, некоррелированными, с нулевым математическим ожиданием и со среднеквадратическими отклонениями, соответственно, σ_R , $\sigma_{\dot{R}}$, σ_θ , σ_A .

Требуется возможно более точно оценить траекторные параметры ракеты в районе цели (координаты и составляющие скорости), аэродинамические характеристики, определяющие торможение ракеты в атмосфере, и осуществить экстраполяцию траектории до определенного пространственного рубежа (априорно заданной поверхности, чаще всего плоскости или сферы). Используемые для решения этой задачи математические методы должны позволять реализацию их в реальном масштабе времени на сравнительно простых вычислительных средствах.

В последующем изложении в качестве основного варианта примем гипотезу о баллистическом характере движения ракеты на исследуемом участке траектории. Возможности построения алгоритмов для оценивания и экстраполяции траектории маневрирующих ракет будут рассмотрены особо.

4.2. Применение методов оптимальной фильтрации для оценивания траекторий

4.2.1. Общая структура фильтра

По существу, поставленная задача может быть сведена к задачам оптимальной фильтрации и экстраполяции траекторных измерений. Традиционным подходом к решению таких задач является использование математического аппарата оптимальных фильтров Калмана (ОФК) в различных модификациях.

Теория оптимальной фильтрации, появившаяся именно из задач определения траекторий полета по радиолокационным измерениям, прошла долгий путь,

начиная от основополагающих работ Колмогорова и Винера до настоящего времени, когда библиография по этой проблеме насчитывает тысячи публикаций и становится практически необозримой.

В настоящее время теория оптимальной фильтрации представляет исследователю достаточно разработанный математический аппарат, и успех решения конкретных задач зависит, в основном, от адекватности реальному движению объекта принятой при синтезе математической модели. Кроме того, он зависит от характера нелинейностей в уравнениях движения объекта и в уравнениях СУ, от возможности реализации алгоритмов ОФК в реальном масштабе времени на ЭВМ с ограниченными вычислительными ресурсами, от точности и устойчивости применяемых численных методов.

При практическом применении ОФК следует помнить, что его уравнения получены при целом ряде предположений, которые могут и не выполняться в реальных системах.

Как известно, основные эти предположения обусловлены требованиями линейности исходных уравнений динамической системы и измерений, а также некоррелированности аддитивной помехи при измерениях. Второе ограничение может быть снято при использовании известных обобщений ОФК, связанных с расширением описания системы, в которое вводятся уравнения формирующих фильтров для описания «окрашенного» шума.

Требование линейности вынуждает использовать различные методы линеаризации. При этом оптимальность фильтра уже не является доказанной, а качество работы получаемых субоптимальных фильтров зависит от конкретного вида нелинейных функций и характера сигналов в конкретной реализации.

Напомним, следуя [58], [59], уравнения ОФК для линейной нестационарной системы описываются векторно-матричными дифференциальными уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(t)x(t) + G(t)u(t).$$

Уравнения измерителя даются соотношением

$$Z(t) = H(t)x(t) + \Omega(t),$$

где $x(t)$ — n -мерный вектор состояния системы; $F(t)$ — матрица состояния размером $(n \times n)$; $G(t)$ — матрица возмущений размером $(n \times r)$; $u(t)$ — вектор возмущения (управления) размерностью r с корреляционной матрицей размером $(r \times r)$ для белых шумов $Q(t)\delta(t - \tau)$, где $Q(t)$ дисперсия возмущения для соответствующей компоненты вектора $U(t)$, $\delta(t - \tau)$ — функция Дирака; $Z(t)$ — m -мерный вектор измерений; $H(t)$ — матрица наблюдений размером $(m \times n)$; $\Omega(t)$ — вектор гауссовых шумов измерений с математическим ожиданием $M(\Omega(t)) = 0$ и корреляционной матрицей, соответствующей процессу типа белого шума $R(t)\delta(t - \tau)$, где $R(t)$ — симметричная положительно определенная матрица размером $(m \times m)$.

Тогда оптимальная линейная несмещенная оценка вектора состояния $\hat{X}$ в момент времени t с минимальной дисперсией получается как решение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = F(t)\hat{x}(t) + K(t)[Z(t) - H(t)\hat{x}(t)],$$

где $K(t)$ — матричный коэффициент усиления ОФК, который выражается через корреляционную матрицу $P(t)$ ошибок оценивания размером $(m \times n)$ формулой

$$K(t) = P(t) H'(t) R^{-1}(t).$$

Здесь $R^{-1}(t)$ — обратная матрица по отношению к $R(t)$, штрих — знак транспонирования;

$$\frac{dp(t)}{dt} = F(t)P(t) + P(t)F'(t) - P(t)H'(t)R^{-1}(t)H(t)P(t) + G(t)Q(t)G'(t).$$

Задавая начальные условия $\hat{X}(0)$ и $P(0)$, определяемые либо по результатам первых измерений, либо по априорным оценкам, можно по последовательности измерений $Z(t)$ получить искомую оптимальную оценку вектора состояния $\hat{X}(t)$. Матрица возмущений (управлений) $G(t)$ для неуправляемого движения полагается равной нулю.

Как следует из приведенных выше уравнений, для реализации метода ОФК необходимо определить для конкретной системы состав и размерность вектора состояния $X(t)$, матрицу состояния $F(t)$ или, иначе говоря, математическую модель динамической системы; вектор измерений $Z(t)$, соответствующий используемой информационно-измерительной системе, и матрицу $H(t)$, связывающую вектор измерений с вектором состояния, а также вектор шумов измерений $\Omega(t)$.

Рассмотрим подходы к выбору вектора состояния $X(t)$ и матрицы состояния $F(t)$ в рамках исследуемой задачи оценивания и экстраполяции параметров баллистической траектории по внешнетраекторным радиолокационным измерениям.

Если уравнения динамической системы содержат неизвестные параметры, которые можно объединить в вектор неизвестных параметров $\chi(t)$, то можно ввести расширение вектора состояния, дополнительно включив в него $\chi(t)$. При этом, предполагая постоянство неизвестных оцениваемых параметров за период наблюдения, уравнения состояния дополняются уравнениями $\dot{\chi} = 0$.

Такой способ позволяет совместить задачи оптимальной фильтрации и идентификации в рамках принятого метода уравнений ОФК.

Если отвлечься от вопросов технической реализуемости, то использование достаточного объема траекторной измерительной информации и подробных математических моделей движения ракеты в атмосфере позволяет в принципе решить поставленную задачу. В такой гипотетической постановке серьезной теоретической трудностью остается проблема наблюдаемости, возникающая из-за несоответствия малой размерности вектора измерений (обычно не более 4—6) и высокой размерности подробных математических моделей движения раке-

ты, многие переменные и параметры которых не поддаются непосредственному наблюдению и подлежат идентификации. При этом размерность вектора состояния, подлежащего оценке, может достигать 20—30.

Отсюда ясно, что вопрос выбора модели движения системы при синтезе оптимальных фильтров-экстраполяторов — один из наиболее важных и от его решения зависит в основном как точность получаемых оценок, так и сложность программно-алгоритмического обеспечения.

4.2.2. Выбор модели движения и модели измерений

При выборе модели движения приходится принимать компромиссные решения с учетом реализуемости ОФК с моделью принятой сложности и степени адекватности реальных процессов движения ракеты и процессов, отраженных в модели.

Предельными случаями при этом являются: 1) модель пространственного движения с учетом всех нелинейных зависимостей и перекрестных связей [9], [60], а также 2) кинематические модели, использующие полиномиальные приближения низкого порядка для каждого канала измерений.

Первый случай, очевидно, трудно реализуем в соответствии с указанными выше причинами, второй же достаточно разработан и применяется на практике, особенно при организации автоматического радиолокационного сопровождения объектов со сравнительно простой динамикой. Одним из преимуществ кинематических моделей является возможность их построения непосредственно в измерительном базисе, т.е. с единичной матрицей $H(t)$.

Однако для рассматриваемого нами класса сверхзвуковых баллистических объектов в плотных слоях атмосферы применение кинематических моделей не позволяет достичь требуемой высокой точности экстраполяции. Как показывают расчеты, для описания процесса изменения радиолокационной дальности до сопровождаемой ракеты на исследуемом участке траектории необходимо использовать полиномы до седьмой степени, для углов места и азимута — до третьей. При сравнительно высоком уровне шумов измерений ошибки кинематических моделей, использующих аппроксимирующие полиномы высоких степеней, резко возрастают на участке экстраполяции. Кроме того, ОФК на основе кинематических моделей склонны к расхождению процесса оценивания с течением времени из-за несоответствия полиномиальных аппроксимаций реальному движению.

Машинные эксперименты показали, что расхождение наступает при временах фильтрации порядка нескольких секунд.

В качестве средств повышения устойчивости процессов фильтрации проф. Мельниковым Б.Г. был предложен путь построения так называемых вероятных фильтров [61], развитый в дальнейшем его учениками.

В этих фильтрах для уменьшения размерности вектора оцениваемых параметров (коэффициентов аппроксимирующих полиномов) из состава элементов вектора состояния исключаются детерминированные и квазидетерминирован-

ные составляющие, соответствующие некоторой средней траектории движения, которая может быть рассчитана заранее. При этом в качестве критерия оптимальности применяется критерий максимума вероятности невыхода вектора ошибки оценивания из заданной области.

Однако даже эти усовершенствованные методы при использовании полиномиальной фильтрации не позволяют обеспечить требуемую точность экстраполяции при характерном времени прогноза до нескольких секунд.

Опуская длинную цепь преобразований и упрощений полной системы нелинейных дифференциальных уравнений движения ракеты на терминальном участке траектории, приведем окончательный итог — упрощенную систему уравнений движения центра масс ракеты, совершающей полет по баллистической траектории в плотных слоях атмосферы:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= K_B e^{-\lambda x_4} x_1^2 (1 + ax_1 + bx_1^2)^{-2} - g \sin x_2 = F_1(x_1, x_2, x_4); \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \cos x_2}{x_1} = F_2(x_1, x_2); \quad \dot{x}_3 = -x_1 \cos x_2 \cos x_6 = F_3(x_1, x_2, x_6); \\ \dot{x}_4 &= -x_1 \sin x_2 = F_4(x_1, x_2); \quad \dot{x}_5 = x_1 \cos x_2 \sin x_6 = F_5(x_1, x_2, x_6), \\ \dot{x}_6 &= 0\end{aligned}\tag{4.1}$$

где x_1 — скорость ракеты; x_2 — угол наклона вектора скорости; $x_{3,4,5}$ — параметры движения ракеты в системе координат, связанной с центром в РЛС, осью Ox_3 , направленной на север, осью Ox_4 , направленной вверх по отвесу, и осью Ox_5 , дополняющей систему координат до правой; Ox_6 — азимут плоскости стрельбы; K_B — баллистический параметр, определяющий торможение в атмосфере и связанный с величиной коэффициента лобового сопротивления C_x ; λ — параметр экспоненциальной модели плотности атмосферы, a и b — коэффициенты аппроксимации зависимости $C_x(x_1)$; g — ускорение силы тяжести.

Указанные уравнения получены для плоскопараллельного поля тяготения и при пренебрежении кориолисовыми ускорениями из-за вращения Земли на сравнительно небольших удалениях от точки падения ракеты. Предполагается также использование гипотезы об экспоненциальном характере изменения плотности атмосферы ρ с высотой $\rho(x_4) = \rho(0)e^{-\lambda x_4}$.

Отдельный вопрос — способ задания кривой $C_x(x_1)$ как основной характеристики аэродинамических свойств ракеты в упрощенной модели движения.

Анализ экспериментальных кривых $C_x(x_1)$ показывает, что для сверхзвуковых скоростей и характерного диапазона высот на участке экстраполяции траектории достаточно точно коэффициент аппроксимации может быть вычислен по формуле

$$C_x(x_1) = \frac{C_x(x_{10})}{1 + ax_1 + bx_1^2},\tag{4.2}$$

где $C_x(x_{10})$ — величина, соответствующая началу участка экстраполяции.

Уравнения (4.1) могут рассматриваться как приемлемый компромисс между требованиями учета основных законов механики движения тела в атмосфере и простотой этих уравнений для их использования при проектировании оптимальных фильтров-экстраполяторов.

В уравнении для $\dot{x}_1$ величина K_B является неизвестной и подлежит идентификации по текущим измерениям.

По смыслу $K_B = \frac{C_x(x_1)\rho(0)S}{2m}$, где S и m соответственно площадь мишени и масса ракеты.

Для выполнения идентификации K_B в рамках единого вычислительного процесса реализации ОФК уравнения (4.1) должны быть дополнены уравнением $\dot{x}_1 = K_B = 0$.

Величины a и b в аппроксимации (4.2) для зависимости $C_x(x_1)$ предлагают брать априорно заданными, исходя из геометрии ракеты и диапазона скоростей в районе цели. Высокая точность при задании a и b не требуется, так как эти величины характеризуют наклон и кривизну $C_x(x_1)$ и влияют на точность экстраполяции лишь при достаточно больших требуемых временах прогноза. При отсутствии априорной информации или для гиперзвуковых скоростей на пологом участке зависимости $C_x(x_1)$ можно положить $a = b = 0$.

Аналогично можно ввести a и b в вектор состояния и осуществлять их идентификацию в реальном масштабе времени в ОФК: $\dot{x}_8 = \dot{a} = 0$; $\dot{x}_9 = \dot{b} = 0$.

Последним среди параметров уравнений состояния, который также может быть в принципе включен в вычислительную схему ОФК, является λ , характеризующий изменение плотности атмосферы с высотой. В нормальных атмосферных условиях вполне допустимо брать величину λ или в соответствии со стандартной атмосферой $\lambda_{\text{стан}} \approx 1,29 \cdot 10^{-4}$ 1/м для приземного слоя, или в соответствии со статистическими данными для конкретного района, или по результатам метеоразведки. В принципе, величину λ также можно внести в состав вектора состояния $\dot{x}_{10} = \dot{\lambda} = 0$ и идентифицировать в реальном масштабе времени.

Итак, в рамках принятой модели движения максимальная размерность вектора состояния равна 10, при этом $F_6 = F_7 = F_8 = F_9 = F_{10} = 0$.

Реально размерность вектора состояния будет определяться конкретными условиями применения. Так, в наиболее простом случае работы в условиях полигона по ракете заданного типа с известной точкой старта и при наличии данных метеоподготовки в районе цели размерность вектора состояния может быть снижена до 5 ($x_1 - x_5$), при этом величины K_B , a , b , λ вычисляются и вносятся в модель движения по априорным данным.

Следующая по сложности модель с $n = 6$ включает в себя дополнительно параметр K_B , подлежащий идентификации. Однако эти два варианта не нашли практического применения, так как даже в условиях полигона велик разброс азимута плоскости стрельбы из-за разброса времени полета ракеты и ошибок системы прицеливания.

Практически более интересен фильтр с размерностью вектора состояния, равной семи ($x_1 - x_7$). Дальнейшее усложнение фильтра также практически мало

интересно, за исключением, возможно, случая включения величины λ в вектор состояния, когда по условиям применения можно ожидать в районе цели сильно возмущенную атмосферу.

При выборе размера вектора состояния не следует забывать, что вычислительные затраты на реализацию ОФК примерно пропорциональны кубу его размерности.

Вектор измерений РЛС H состоит из дальности R , радиальной скорости $\dot{R}$, угла места и азимута линии визирования ϑ и A , которые связаны с переменными уравнений движения (4.1) следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} H_1 &= \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + x_5^2} + \xi_2; \\ H_2 &= -\frac{x_1}{H_1} (x_3 \cos x_2 \cos x_6 + x_4 \sin x_2 + x_5 \cos x_2 \sin x_6) + \xi_{\dot{R}}; \\ H_3 &= \arcsin\left(\frac{x_3}{H_1}\right) + \xi_{\vartheta}; \quad H_4 = \arctg\left(\frac{x_5}{x_3}\right) + \xi_A. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь ξ_R , $\xi_{\dot{R}}$, ξ_{ϑ} , ξ_A — шумы измерений, входящие в вектор шумов с диагональной корреляционной матрицей R , относительно которых в первом приближении может быть принята гипотеза об их гауссовом характере, отсутствии взаимной корреляции и равномерном характере спектра в ограниченной полосе частот. Отметим, что подобная модель ошибок радиолокационного измерителя может быть принята лишь как достаточно грубое приближение. Полнее отражает реальность модель $\xi_i = \xi_i^{\text{ФЛ}} + \xi_i^{\text{ММ}} + \xi_i^{\text{С}}$, где $\xi_i^{\text{ФЛ}}$ — флюктуационная ошибка со спектром типа белого шума, $\xi_i^{\text{ММ}}$ — медленно меняющаяся ошибка с известной корреляционной функцией, обычно экспоненциально-косинусного типа, параметры которой определяются экспериментально, $\xi_i^{\text{С}}$ — систематическая ошибка, т.е. случайное число, постоянное для всего цикла сопровождения объекта. Такая модель обычно используется при проектировании и отладке алгоритмов оценивания траекторий, однако при построении фильтров — экстраполяторов реального времени мы вынуждены ограничиваться упрощенной моделью.

Физическая природа составляющих ошибок измерений в различных каналах РЛС достаточно сложна. Здесь мы не можем подробнее останавливаться на исследовании природы и математическом описании модели ошибок измерений в РЛС. Для того чтобы дать представление о сложности таких моделей, приведем в качестве примера перечисление составляющих ошибок измерений в угломерных каналах РЛС с фазированной решеткой: ошибка в установке луча, неортогональность осей, нестабильность модуляционной характеристики, нелинейность и асимметрии пеленгационной характеристики, нелинейность амплитудной характеристики приемника, флюктуации кажущегося центра отражения; атмосферная рефракция; многолучевое распространение, нестабильность коэффициента усиления приемника.

Приведенное, еще не полное, перечисление источников ошибок РЛС лишь в одном из каналов указывает на ситуацию, сходную с проблемой корректного

описания движения ракеты, т.е. подробное описание приводит к практически непреодолимым трудностям из-за высокой сложности математических моделей и требуется найти разумное упрощение, адекватность которого реальной системе может быть установлена только экспериментально.

В нашей задаче представление ошибок измерений белыми шумами может быть использовано при построении ОФК, однако при анализе динамических процессов в контуре сопровождения ракеты и оптимизации параметров этого контура нам потребуются и более сложные модели, о чем будет сказано далее.

Итак, для невозмущенного и неуправляемого движения ракеты на конечном участке траектории сформированы матрицы F , H и R , а также векторы X , Z и Ω .

Формирование начальных условий для вектора состояния X и ковариационной матрицы ошибок оценивания является достаточно сложным вопросом при синтезе оптимальных фильтров-экстраполяторов. Обычно для этого используется некоторый «разгонный» участок, где по нескольким первым измерениям сравнительно простыми оценочными формулами с привлечением априорной информации и некоторых дополнительных гипотез определяются начальные условия.

Если начальные условия определены со значительной ошибкой, работа фильтра будет неэффективной, так как значительная часть времени будет потеряна на переходные процессы в фильтре из-за несогласованности начальных условий. Эти переходные процессы могут иметь колебательный характер и медленно сходятся к истинным оценкам, что в условиях малого времени, отпущенного на оценивание и экстраполяцию траектории, недопустимо.

В рассматриваемой задаче в качестве начального условия для x_1 можно использовать начальные измерения $\dot{R}$, для x_2 — начальное измерение угла места ϑ , для x_3 , x_4 , x_5 — пересчитанные из полярной в декартову систему координат начальные измерения R , ϑ , A . Это справедливо для практически важного случая, когда захват объекта на сопровождение полигонным измерительным комплексом происходит на достаточном удалении от него и можно использовать предположение о движении объекта в направлении РЛС. Для остальных переменных, входящих в вектор состояния, в качестве начальных условий берутся их средние априорные оценки.

Заполнение элементов начальной ковариационной матрицы $P(0)$ производится пересчетом дисперсий измерений в дисперсии соответствующих переменных, входящих в матрицу H . Недиagonальные элементы матрицы $P(0)$ обычно полагаются равными нулю, хотя для таких идентифицируемых параметров, как a и b , это предположение может быть несправедливо.

После задания всех элементов, определяющих уравнения ОФК, остается выбрать подходящий метод их численного интегрирования.

4.2.3. Методы интегрирования для реализации ОФК

Реализация ОФК на ЭВМ и работа в реальном времени требуют тщательного выбора метода численного интегрирования, обеспечивающего компромисс между быстродействием и точностью.

Рассматривались несколько вычислительных методов: Эйлера I порядка, Рунге—Кутта II и IV порядков, Милна—Хэмминга, Робертсона.

Влияние шага интегрирования изучалось в широком диапазоне значений от 0,05 до 5 T_0 , где T_0 — шаг смены информации от РЛС. В качестве точностных характеристик рассматривались ошибки фильтра-экстраполятора в определении координат точки пересечения экстраполированной траектории с заданной поверхностью и времени достижения этой поверхности. Выбор метода и шага интегрирования должен производиться с учетом следующих соображений. При реализации ОФК на ЭВМ решаются две системы дифференциальных уравнений: 1-я — для оценки вектора состояния $\hat{X}$ размерностью до $n \leq 10$ и 2-я — для ковариационной матрицы ошибки оценки вектора состояния размерностью

$n \times n$, включающей с учетом ее симметрии $\frac{n(n+1)}{2}$ уравнений.

Интегрирование уравнений для вектора состояния в ОФК не вызывает трудностей. Шаг интегрирования может быть взят равным тактовому интервалу РЛС T_0 , реально не превосходящему нескольких десятков миллисекунд. Правые части уравнений движения баллистического объекта меняются на интервале такой длительности сравнительно плавно, поэтому вполне допустимо выполнение одного шага интегрирования за период T_0 и применение других многошаговых методов типа Милна—Хэмминга нецелесообразно.

Так как получаемая после фильтрации оценка вектора состояния $\hat{X}$ используется в качестве начальных условий для дифференциальных уравнений при экстраполяции, ошибки в оценивании вектора состояния дают свой вклад в ошибку определения координат и времени достижения точки пересечения траектории с заданной поверхностью. Эти ошибки больше, чем породившие их ошибки в начальных условиях, так как экстраполяция усиливает ошибки фильтрации. По нашему опыту целесообразно выбрать среди рассматриваемых одношаговых методов наиболее точный — метод Рунге—Кутта IV порядка.

Интегрирование уравнений для ковариационной матрицы ошибок оценки вектора состояния также может быть выполнено методом Рунге—Кутта IV порядка с шагом T_0 . При этом возникает вопрос обеспечения устойчивости численного решения. Известно, что решение уравнений для ковариационной матрицы может стать неустойчивым из-за отрицательности какого-либо из диагональных элементов матрицы в ходе интегрирования. При этом процесс фильтрации вектора состояния расходится и через один или несколько тактов происходит переполнение разрядной сетки ЭВМ. Неустойчивость такого типа возникает из-за стремления диагональных элементов ковариационной матрицы к нулю с ростом времени наблюдения. Погрешности метода численного интегрирования могут при этом привести к тому, что небольшие положительные значения диагональных элементов станут отрицательными, после чего абсолютные значения отрицательных диагональных элементов катастрофически нарастают от такта к такту.

Были рассмотрены следующие меры борьбы с такого рода неустойчивостью: прекращение интегрирования матричного уравнения для $P(t)$ и замена ковариационной матрицы последним устойчивым решением («замораживание» коэффициентов в ОФК);

замена отрицательного диагонального элемента его модулем;
принудительное ограничение сверху начальных значений диагональных элементов;

ежетапное суммирование диагональных элементов с небольшой положительной константой («псевдошум»);

уменьшение шага интегрирования;

интегрирование корня квадратного из ковариационной матрицы.

Меры по первым трем пунктам повышают устойчивость, но получаемый при этом алгоритм оценивания может сильно отличаться от оптимального и ошибки оценивания могут значительно возрасти.

Добавка псевдошума представляется достаточно эффективной, так как позволяет не только повысить устойчивость счета, но и в определенной степени может отражать неточность модели, принятой для построения ОФК.

Уменьшение шага интегрирования является универсальным методом восстановления устойчивости при одновременном уменьшении ошибки численного интегрирования, однако при этом соответственно возрастает расход машинного времени. На рис. 4.1 приведена зависимость диагонального элемента ковариационной матрицы P_{11} от номера такта счета N , соответствующего ошибке оценки модуля скорости ракеты. Видно, что для шага интегрирования $T_0/4$ (сплошная линия), начиная с пятого такта знак диагонального элемента меняется, после чего происходит переполнение разрядной сетки. Уменьшение шага

вдвое до $T_0/8$ (штриховая линия) позволяет в той же реализации сохранить устойчивость счета.

Метод интегрирования корня квадратного из ковариационной матрицы принципиально свободен от неустойчивости такого рода, но требует слишком много машинного времени из-за обилия матричных операций.

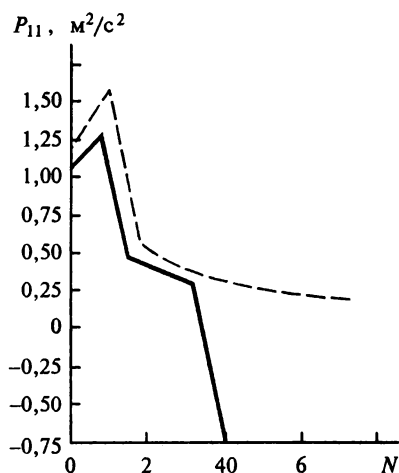


Рис. 4.1

Выбор метода и шага интегрирования для участка экстраполяции связан с величиной интервала экстраполяции, который обычно не превышает $T_3 \leq 100 T_0$.

На этом участке интегрируются уравнения системы (4.1), в которых начальные условия и неизвестные параметры определены в ОФК.

Условием окончания процесса интегрирования уравнений экстраполяции является достижение экстраполируемой траекторией заданной поверхности, т.е. предпоследняя точка экстраполируемого участка должна располагаться до, а последняя — за заданной поверхностью.

Координаты и время достижения поверхности при этом определяются обратной линейной интерполяцией. Выбор метода и шага

4.2. Применение методов оптимальной фильтрации для оценивания траекторий

интегрирования должен быть сделан из условий малых ошибок экстраполяции и малого расхода машинного времени.

Для каждого из перечисленных выше методов при различных значениях шага интегрирования и различных временах экстраполяции проводилось интегрирование уравнений движения.

Вывиснилось, что ошибки в определении координат точки пересечения с поверхностью невелики в любом из рассмотренных случаев и что наиболее чувствительной точностной характеристикой является погрешность в определении времени достижения поверхности $T_{\text{пов}}$.

На рис. 4.2, а, б показаны ошибки определения $T_{\text{пов}}$ в функции от шага интегрирования h_3 для двух значений интервала экстраполяции $T_3 = 13T_0$ (рис. 4.2, б) и $T_3 = 80T_0$ (рис. 4.2, а) и для трех методов интегрирования: метода Эйлера (1) и метода Рунге—Кутты II и IV порядков (кривые 2 и 3 соответственно).

Результаты счета методом Милна—Хэмминга полностью совпали с результатами по методу Рунге—Кутты IV порядка. Можно отметить, что метод Эйлера недостаточно точен и малопригоден для экстраполяции траекторий.

Ошибки экстраполяции методами Рунге—Кутты II и IV порядков немонотонно зависят от h_3 и модуль ошибки минимален при $h_3 = T_3/n$, где n — целое число. Это объясняется тем, что при соблюдении этого условия шаг интегрирования целое число раз укладывается в интервал экстраполяции, и последняя точка экстраполируемого участка попадает на заданную поверхность или в ближайшую ее окрестность, при этом обратная линейная интерполяция не вносит дополнительных ошибок.

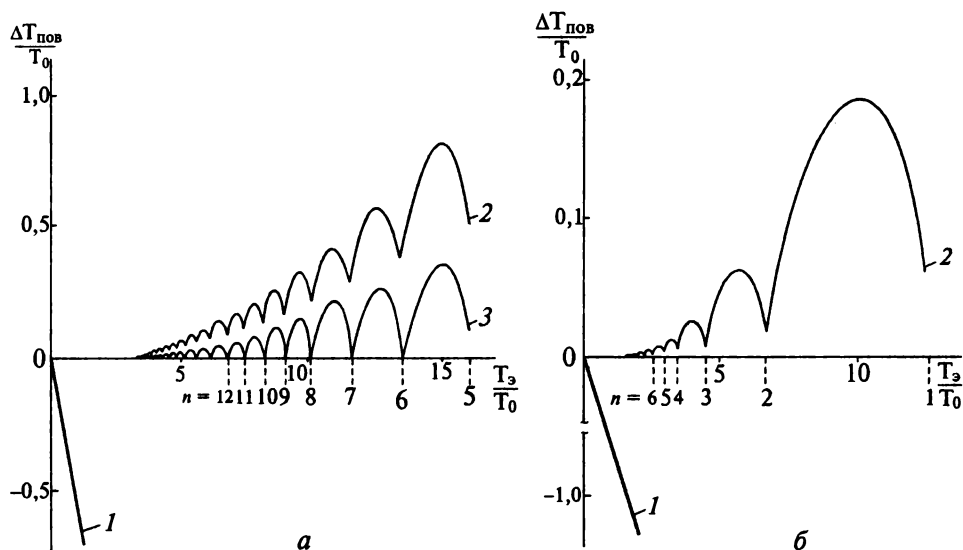


Рис. 4.2

Применение многошаговых методов (типа Милна—Хэмминга и др.) при этом не имеет смысла. Метод Рунге—Кутта IV порядка имеет преимущество в точности, но требует больше машинного времени, чем метод II порядка. Из рис. 4.2, а, б следует, что для $T_s \leq 10T_0$ точность метода II порядка также удовлетворительна.

Таким образом, для экстраполяции может быть рекомендован метод Рунге—Кутта II порядка с крупным шагом $T_s/3$ или $T_s/4$. Очевидно, что при этом шаг интегрирования становится функцией времени экстраполяции, определяемой результатами счета по предыдущему такту измерений РЛС.

4.2.4. Анализ реализации многомерного ОФК для оценивания траектории

Реализация наиболее сложного из рассмотренных выше десятимерного фильтра с расширенным вектором состояния $X^T = [x_1, x_2, \dots, x_6, K_B, a, b, \lambda]$ требует на каждом шаге оценивания интегрирования пяти уравнений состояния с ненулевыми правыми частями и 55-ти ковариационных уравнений $P(t)$ для подсчета калмановских коэффициентов усиления в ОФК. На участке экстраполяции, как указывалось, интегрируются только пять дифференциальных уравнений движения объекта.

Исследование реализованного десятимерного фильтра-экстраполятора при работе по типовым траекториям показало, что за время, соответствующее примерно $90T_0$, начальные ошибки оценивания уменьшаются приблизительно для x_1 в 10 раз, для x_2 — в 7 раз, для x_3, x_4, x_5 — в 20–30 и для x_6 — в 50 раз. Менее успешно идет фильтрация (идентификация) величин K_B, a, b, λ . За тот же период наблюдений оценка λ уточняется приблизительно в 2 раза, оценка K_B — на 25 %. Оценки a и b сходятся слабо и за время наблюдения переходный процесс, который имеет выраженный колебательный характер, по этим переменным не успевает закончиться. В целом, несмотря на слабую сходимость оценок части переменных, величина, имеющая непосредственный физический смысл — аэродинамическое торможение, сходится достаточно быстро. Ошибка оценивания этой величины

$$f(x_1, x_4, K_B, a, b, \lambda) = \frac{K_B \dot{x}_1^2 \exp(-\lambda x_4)}{1 + ax_1 + bx_1^2}$$

убывает за время наблюдения почти в 20 раз. Точность десятимерного фильтра, оцениваемая в точке пересечения траектории с заданной поверхностью, иллюстрируется на рис. 4.3, где представлены погрешности последовательных оценок в функции номера такта измерения i для одной из пространственных координат ΔZ точки пересечения и для времени прихода в эту точку $\Delta t_{\text{нов}}$. Как указывалось, особый интерес представляет использование десятимерного фильтра указанного типа в условиях прохождения объекта через область с резким скачкообразным изменением плотности воздуха. В качестве модельной задачи рассматривался процесс фильтрации траекторных измерений и идентификации параметров при прохождении объектом сферической области с плотностью $\rho = 0$.

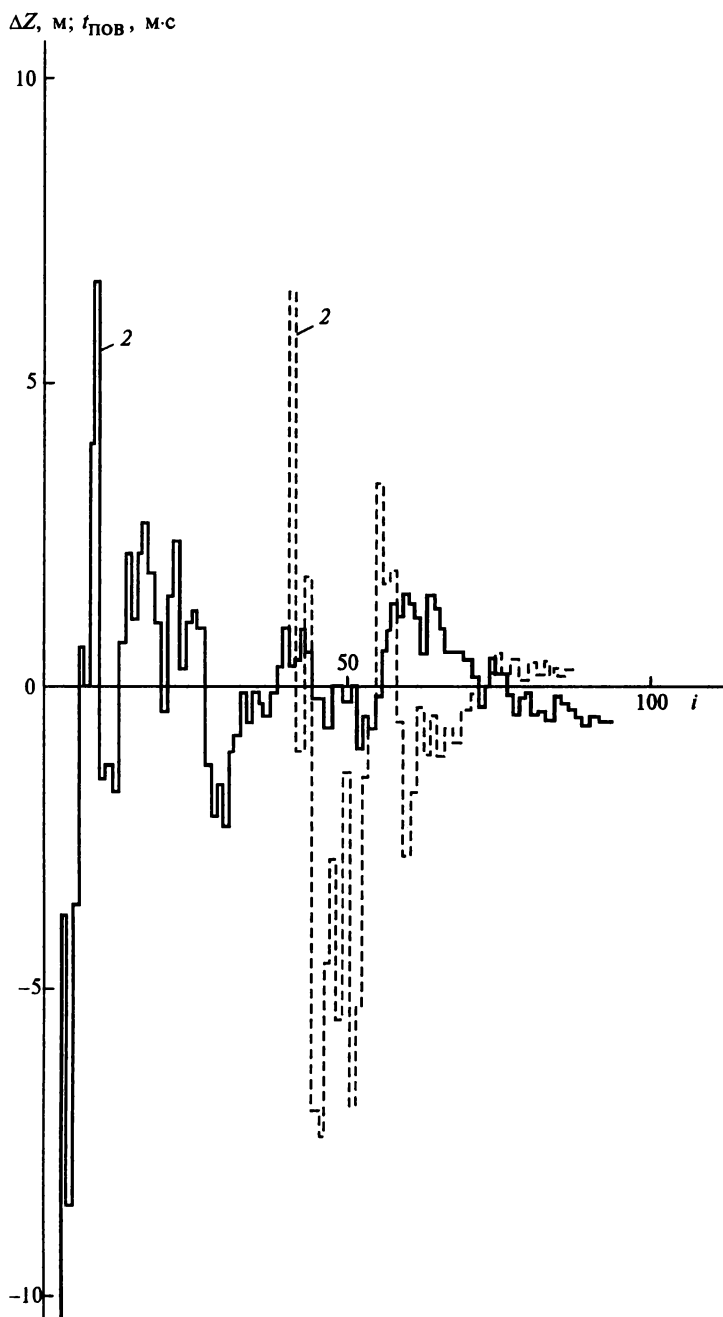


Рис. 4.3

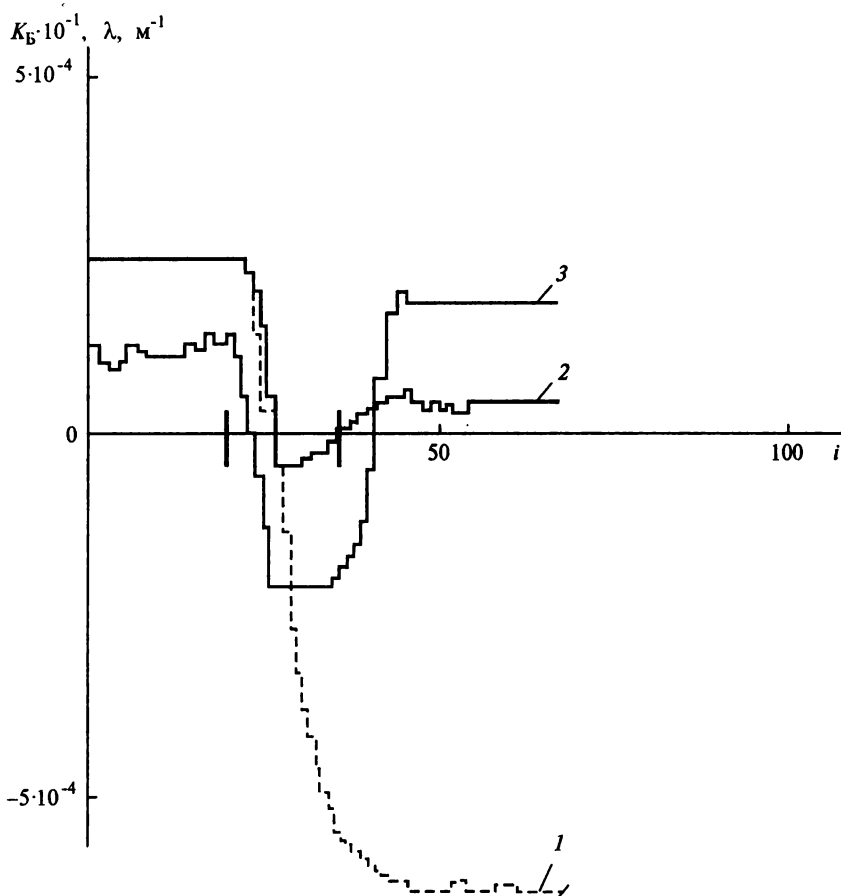


Рис. 4.4

Работа данного фильтра сравнивалась с работой девятимерного, не оценивавшего параметр λ . На рис. 4.4 приведены кривые процесса оценивания величин K_B и λ : кривая 1 характеризует изменение оценки величины K_B , вычисляемой девятимерным ОФК с неварьируемой λ ; кривая 2 — изменение оценки величины K_B десятимерным ОФК с варьируемой λ ; кривая 3 характеризует изменение оценки λ десятимерным ОФК. Видно, что при прохождении объектом возмущенной области (отмечена штриховкой на оси абсцисс) десятимерный фильтр реагирует на прохождение резким снижением величины K_B , что соответствует процессу ускорения объекта в области с $\rho = 0$. Фильтр с девятимерным вектором состояния после прохождения объектом возмущенной области неработоспособен и дает расходящуюся оценку K_B .

Таким образом, десятимерный ОФК позволяет с достаточной точностью учитывать влияние разброса плотности атмосферы на траекторию объекта в диапазоне обычного разброса метеоусловий (без использования метеозондирования), а в условиях резких изменений плотности позволяет сохранить сходимостъ процесса оценивания.

Однако практическая реализация подобных высокоразмерных фильтров в ЭВМ с ограниченными ресурсами представляет большие сложности. Определенные перспективы для их применения могут быть связаны с созданием специализированных вычислителей, ориентированных на решение уравнений типа Рикатти для матрицы конкретной типа и уравнений состояния заданной формы.

4.2.5. Алгоритм главных обратных связей.

Сравнительный анализ фильтров различной размерности

Рассмотрим способ, основанный на применении методов ОФК и одновременно позволяющий снизить требования к вычислителю, сохранив достаточно высокую точность оценивания. Это возможно для ограниченной, но практически достаточно важной постановки задачи, когда начальные условия для наблюдаемых траекторий и конечные условия (координаты конечных точек на заданной поверхности) заключены в достаточно узких границах.

Расчеты показывают, что при этом коэффициенты $K(t)$ в ОФК для допустимой трубки траекторий изменяются незначительно от траектории к траектории и являются, в основном, функциями наклонной дальности $K(R)$. Очевидно, что изменение коэффициентов $K(R)$ инвариантно по отношению к азимуту плоскости стрельбы A_p . Это позволяет основную трудоемкую работу по расчету ковариационных матриц и коэффициентов ОФК провести заранее и ввести предварительные массивы коэффициентов или их аппроксимации в функции R в память ЭВМ.

Кроме того, формальное использование схемы ОФК, например для случая девятимерного фильтра, требует на каждом шаге обработки вычисления 36 коэффициентов $K(t)$.

Однако анализ относительных значений этих коэффициентов, нормированных на дисперсии соответствующих измерений РЛС, позволяет отсечь те обратные связи в ОФК, вклад которых в образование полного корректирующего сигнала ОФК меньше заданного уровня, например 2—5 %.

Анализ показал, что в схеме, например, девятимерного ОФК достаточно оставить из 36 лишь 14 обратных связей для переменных $x_1 - x_5$.

Подобный вариант алгоритма, который можно назвать алгоритмом главных обратных связей (АЛГОС), с учетом ограниченности его применения позволяет существенно снизить требования к вычислителю. Уровень ошибок экстраполяции при этом близок к уровню, который можно получить в семимерном ОФК.

Требования максимальной простоты в реализации систем оценивания траектории, так же как и требование безусловной гарантированной устойчивости вычислительного процесса, выполняемого в автоматическом режиме и в реальном масштабе времени, вынуждают искать алгоритмы, отвечающие этим требованиям в большей степени, чем классические ОФК различной размерности и их модификации.

Один из таких алгоритмов, использующих оценивание по методу наименьших квадратов (МНК) на скользящем участке измерений ограниченной длины, приведен далее. Примем этот вариант за базу и рассмотрим сравнительные характеристики ОФК различной размерности и АЛГОС, полученные по результатам статистического моделирования по ансамблю траекторий. Сравнение будем проводить по точности экстраполяции и по требуемой производительности ЭВМ для осуществления вычислений в реальном масштабе времени.

В качестве критериев точности экстраполяции примем величины

$$\sigma_{\Delta z, \text{поп}} = \sqrt{\sigma_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta y}^2 + \sigma_{\Delta z}^2}, \quad \text{и} \quad \sigma_{\Delta z, \text{прод}} = \sqrt{\sigma_{\Delta z, \text{поп}}^2 + (V_{\text{хар}} \sigma_{\Delta t})^2},$$

где $\sigma_{\Delta z, \text{поп}}$, $\sigma_{\Delta z, \text{прод}}$ — соответственно среднеквадратические ошибки экстраполяции координат точки пересечения поверхности в направлении, перпендикулярном траектории, и экстраполяции в продольном направлении. Последняя зависит от $\sigma_{\Delta t}$, т.е. среднеквадратической ошибки прогноза времени прихода объекта на поверхность и характерной величины скорости в этот момент $V_{\text{хар}}$.

На рис. 4.5 в относительных единицах по отношению к базовому варианту приведены результаты сравнительного анализа различных вариантов фильтров — экстраполяторов траектории. Сечение I соответствует базовому алгоритму, сечения II, III, IV соответствуют 6-ти, 7-ми и 9-ти мерным ОФК, сечение V — алгоритму главных обратных связей. Сплошные кривые иллюстрируют изменение величины $\sigma_{\Delta t}$, штриховые — величины $\sigma_{\Delta z, \text{прод}}$, штрихпунктирные — величины $\sigma_{\Delta z, \text{поп}}$.

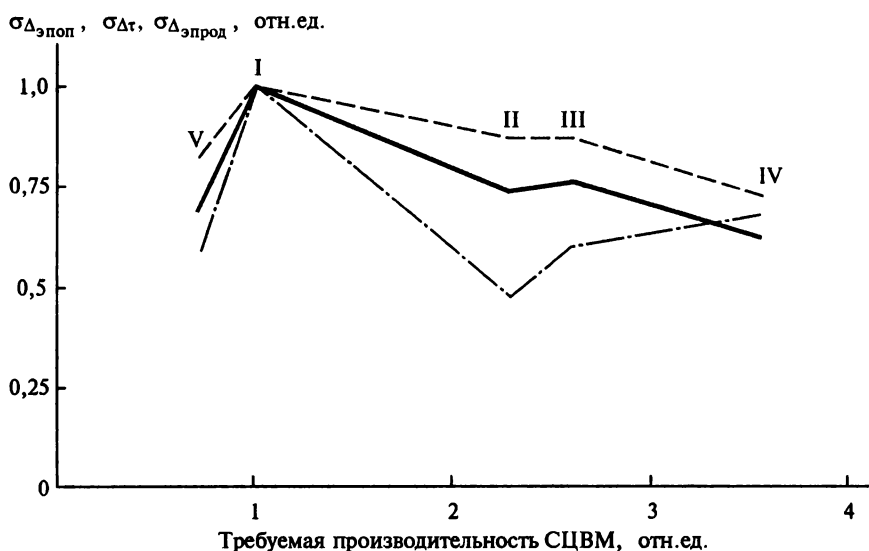


Рис. 4.5

Видно, что использование фильтров более сложной структуры позволяет несколько улучшить точностные характеристики экстраполяции, но требует резкого повышения требований к вычислителю, что может оказаться нецелесообразным по критерию более высокого уровня типа эффективность—стоимость. Достаточно точный и экономный алгоритм типа АЛГОС требует, как указывалось, значительно большего, чем другие, объема априорной информации и применим лишь при выполнении многих ограничений.

Таким образом, подытоживая обзор методов оценивания траекторий ракет, базирующихся на использовании аппарата ОФК, можно сделать вывод о необходимости применения мощных вычислителей для реализации соответствующих алгоритмов в реальном масштабе времени. Серьезным недостатком алгоритмов этого класса является также существующая вероятность расходимости вычислительного процесса, что заставляет усложнять программное обеспечение и снижать эффективность процесса оценивания траектории.

Рассмотрим далее возможности построения алгоритмов оценивания траекторий, не требующих столь мощных вычислителей и одновременно свободных от возможной расходимости вычислений.

4.3. Оценивание траекторий на базе МНК по скользящей выборке конечной длины

4.3.1. Геометрическая задача оценивания траекторий

Предлагаемый алгоритм оценивания траектории строится в классе алгоритмов, базирующихся на методе наименьших квадратов и использует ту же модель движения (4.1) ракеты, что и рассмотренные выше варианты ОФК.

Оценивание осуществляется циклически с приходом каждого нового набора измерений от РЛС по массиву измерений фиксированной длины с использованием метода «скольжения»: новый набор измерений, поступающих в цифровой фильтр-экстраполятор, «вытесняет» из памяти фильтра наиболее давние по времени поступления.

Высокое быстродействие данного алгоритма при сохранении требуемой точности достигается путем использования нескольких приемов: декомпозиции задачи на задачу экстраполяции координат точки пересечения траектории с поверхностью и задачу оценивания временной зависимости координат ракеты; снижения размерности задачи введением специальной системы координат; использования специальной формы уравнения для скорости ракеты, допускающей разделение переменных и существенно упрощающей процедуру идентификации баллистического параметра ракеты; отдельной фильтрации координат и скорости с линеаризацией уравнений фильтрации.

Рассмотрим подробнее последовательность операций при реализации данного алгоритма.

После получения очередного набора измерений от РЛС они пересчитываются из полярной в декартову систему координат:

$$x = f_1(R, A, \vartheta); \quad y = f_2(R, A, \vartheta); \quad z = f_3(R, A, \vartheta).$$

Если в пределах такта измерения параметров R , $\dot{R}$, A , ϑ неодновременны, следует предварительно привести их к некоторому единому моменту времени внутри такта, например, к моменту измерения дальности R .

После накопления начального объема измерительной информации ($N_{\max}$ тактов измерений РЛС) по этому массиву взвешенным суммированием с учетом погрешностей измерений определяются координаты центра группирования наблюдений (x_0 , y_0 , z_0) и наклон прямой, спрямляющей участок траектории в пространстве (направляющие косинусы V_x , V_y , V_z) и проходящей через центр группирования. При этом к величинам y добавляется спрямляющая поправка

$$\delta y(n) = \frac{g(n-1)^2 T_0^2}{2} + \frac{g\chi(n-1)^3 T_0^3}{6},$$

где n — номер измерения в скользящем массиве. Первый член в поправке учитывает весовой снос, а второй — изменение наклона вектора скорости

$$\chi \approx \frac{\dot{V}(N_{\max})}{V(N_{\max})} \approx \frac{1 - \frac{\dot{R}(1)}{\dot{R}(N_{\max})}}{T_0(N_{\max} - 1)}.$$

При необходимости значения $\delta y(n)$ можно уточнить с учетом последующих членов разложения решения второго уравнения системы (4.1) в степенной ряд.

Проекция центра группирования на горизонтальную плоскость определяются формулами

$$x_0 = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} x(n)\Gamma(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} \Gamma(n)}; \quad z_0 = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} z(n)\Gamma(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} \Gamma(n)}, \quad (4.4)$$

где $\Gamma(n)$ — весовые коэффициенты, которые согласно теории МНК обратно пропорциональны дисперсиям сглаживаемых величин, $\Gamma(n) = 1/\sigma_{\Gamma}^2(n)$; σ_{Γ}^2 — дисперсия отклонений горизонтальных проекций измерений от проекции спрямляющей прямой, связанная нелинейной зависимостью с дисперсиями измерений σ_R^2 , σ_A^2 , σ_{ϑ}^2 , следующей формулой:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Gamma}^2(n) = & \sigma_R^2 \cos^2 \vartheta(n) \sin^2 A'(n) + \sigma_{\vartheta}^2(R) R^2(n) \sin^2 \vartheta(n) \sin^2 A'(n) + \\ & + \sigma_A^2(R) R^2(n) \cos^2 \vartheta(n) \cos^2 A'(n). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Дисперсии угловых измерений предполагаются зависящими от дальности R , что характерно для радиолокационных измерений, $A'(n)$ — угол азимута:

$$A'(n) = \pi + A(n) - A_0. \quad (4.6)$$

4.3. Оценивание траекторий на базе МНК по скользящей выборке конечной длины

Азимут этой плоскости A_0 вычисляется в каждом такте оценивания траектории. В качестве первого приближения для счета в первом такте принимаются следующие выражения:

$$\cos A_0 = \frac{x(N_{\max}) - x(1)}{\Delta D_{\text{гор}}}; \quad \sin A_0 = \frac{z(N_{\max}) - z(1)}{\Delta D_{\text{гор}}}; \quad (4.7)$$

$$\Delta D_{\text{гор}} = \sqrt{(x(N_{\max}) - x(1))^2 + (z(N_{\max}) - z(1))^2}.$$

Уточненные значения азимута плоскости движения ракеты A_0^* в последующих тактах вычисляются по формулам

$$\cos A_0^* = \cos A_0 + \sin A_0 \delta A; \quad \sin A_0^* = \sin A_0 - \cos A_0 \delta A. \quad (4.8)$$

Здесь A_0 — оценка, полученная на предыдущем такте, δA — поправка, вычисляемая следующим образом:

$$\delta A = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n) L(n) \mu(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n) L^2(n)}, \quad (4.9)$$

где $L(n) = (x(n) - x_0) \cos A_0 + (Z(n) - Z_0) \sin A_0$; $\mu(n) = (x(n) - x_0) \sin A_0 - (Z(n) - Z_0) \cos A_0$.

В вертикальной плоскости угол наклона спрямляющей прямой определяется следующим образом. Формируется массив спрямленных вертикальных координат

$$\tilde{y}(n) = y(n) + \delta y(n). \quad (4.10)$$

Учитывая (4.10), вычисляется первое приближение к углу наклона траектории:

$$\text{tg } \vartheta_0 = \frac{\tilde{y}(N_{\max}) - \tilde{y}(1)}{\Delta D_{\text{гор}}}. \quad (4.11)$$

Весовые коэффициенты для сглаживания измерений в вертикальной плоскости определяются по формулам:

$$\begin{aligned} B(n) &= \frac{1}{\sigma_B^2(n)}, \\ \sigma_B^2(n) &= \sigma_B^2 [\sin(\vartheta(n) + \vartheta_0) + \cos \vartheta(n) \cos \vartheta_0 \Delta(n)]^2 + \\ &+ \sigma_B^2(R) R^2(n) [\cos(\vartheta(n) + \vartheta_0) - \sin \vartheta(n) \sin \vartheta_0 \Delta(n)]^2 + \\ &+ \sigma_A^2(R) R^2(n) [\cos \vartheta(n) \sin \vartheta_0 \sin A'(n)]^2, \\ \Delta(n) &= 1 - \cos A'(n). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Вычисляемая в каждом цикле оценивания поправка $\delta\Theta$ к углу наклона траектории имеет вид

$$\delta\Theta = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)L(n)V(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)L^2(n)}, \quad (4.13)$$

где $V(n) = -\operatorname{tg}\Theta_0(L(n) - L_0) + \tilde{y}(n) - \tilde{y}_0$,

$$L_0 = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)L(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)}, \quad \tilde{y}_0 = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)\tilde{y}(n)}{\sum_{n=1}^{N_{\max}} B(n)}.$$

Скорректированное значение угла Θ_0^* находят согласно выражению

$$\operatorname{tg}\Theta_0^* = \operatorname{tg}\Theta_0 + \delta\Theta\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\Theta_0}. \quad (4.14)$$

Направляющие косинусы спрямленного отрезка траектории записываются в следующем виде:

$$V_x = \cos A_0^* \cos \Theta_0^*; \quad V_y = \sin \Theta_0^*; \quad V_z = \sin A_0^* \cos \Theta_0^*. \quad (4.15)$$

Введем дополнительную наклонную систему координат, одна из осей которой D направлена по спрямленному участку траектории и проходит через точку (x_0, y_0, z_0) :

$$D(n) = x(n)V_x + y(n)V_y + z(n)V_z. \quad (4.16)$$

Вторая ось перпендикулярна оси D и расположена в плоскости стрельбы, третья дополняет систему координат до правой.

В этой системе координат центру группирования измерений соответствует точка

$$D_0 = x_0V_x + y_0V_y + z_0V_z. \quad (4.17)$$

Точка $D = 0$ находится на пересечении оси D с перпендикуляром из начала координат системы x, y, z . Очевидно, что положение оси D в пространстве определяется по уточненным данным $x_0, y_0, z_0, V_x, V_y, V_z$ в каждом новом такте обработки с приходом нового набора измерений от РЛС.

Для неманеврирующих баллистических объектов отклонение по вертикали от спрямленной траектории $D(t)$ является детерминированной функцией времени, что позволяет достаточно просто оценивать искомые координаты точки пересечения траектории с заданной поверхностью.

Так, например, для сферы с радиусом $R_{\text{сф}}$ и координатами центра $(x_{\text{сф}}, y_{\text{сф}}, z_{\text{сф}})$ точка пересечения $(x_{\text{п}}, y_{\text{п}}, z_{\text{п}})$ определяется следующими формулами:

$$x_{\text{п}} = x_0 + \alpha V_x; y_{\text{п}} = y_{0\text{ск}} + \alpha V_y; z_{\text{п}} = z_0 + \alpha V_z, \quad (4.18)$$

где $\alpha = -B - \sqrt{B^2 - C}$; $B = \Delta x V_x + \Delta y V_y + \Delta z V_z$;

$$C = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - R_{\text{сф}}^2; \Delta x = x_0 - x_{\text{сф}}; \Delta y = y_{0\text{ск}} - y_{\text{сф}}; \Delta z = z_0 - z_{\text{сф}}.$$

В приведенных формулах $y_{0\text{ск}}$ — скорректированное значение y_0 с учетом детерминированного смещения объекта в вертикальной плоскости за время $t_{\text{п}}$ от последней точки N_{max} накопленного массива измерений до прогнозируемой точки пересечения:

$$y_{0\text{ск}} = y_0 - \frac{g t_{\text{п}}^2}{2} - g x \frac{t_{\text{п}}^3}{6}. \quad (4.19)$$

Определение времени $t_{\text{п}}$ является значительно более сложной задачей, чем задача определения геометрических координат точки пересечения.

Отметим, что при первом просчете по формуле (4.19) допустимо использовать приближение

$$t_{\text{п}} = \frac{R(N_{\text{max}}) - R_{\text{сф}}}{\text{avg}(\dot{R}(N_{\text{max}}))}.$$

В дальнейшем нам понадобится также величина координаты D , соответствующая точке пересечения:

$$D_{\text{п}} = x_{\text{п}} V_x + y_{\text{п}} V_y + z_{\text{п}} V_z. \quad (4.20)$$

Для пересечения с плоскостью, заданной своим направляющим вектором (V_A, V_B, V_C) и расстоянием Π_0 от начала координат (x, y, z) , формулы для точки пересечения приобретают вид

$$x_{\text{п}} = x_0 - \frac{V_x \beta}{\cos \alpha_B}; y_{\text{п}} = y_{0\text{ск}} - \frac{V_y \beta}{\cos \alpha_B}; z_{\text{п}} = z_0 - \frac{V_z \beta}{\cos \alpha_B}, \quad (4.21)$$

где α_B — угол подхода объекта к плоскости, β — расстояние от центра группирования до плоскости;

$$\cos \alpha_B = V_x V_A + V_y V_B + V_z V_C; \beta = x_0 V_A + y_{0\text{ск}} V_B + z_0 V_C - \Pi_0. \quad (4.22)$$

Итак, задача определения траектории по измерениям РЛС декомпозирована на две: сначала после набора достаточного объема измерений на интервале времени $t(N_{\text{max}}) - t(1)$, где с достаточной точностью справедливо первое уравнение системы (4.1) при неизменных значениях K_B , a , b , определены значения координат траектории $x(N)$, $y(N)$, $z(N)$, обеспечивающие наилучшее в смыс-

ле минимума среднеквадратической ошибки СКО совпадение с измерениями $x_{изм}(N, R, A, \vartheta)$, $y_{изм}(N, R, A, \vartheta)$, $z_{изм}(N, R, A, \vartheta)$.

Таким образом, определяется геометрический образ траектории без учета ее временного хода. На следующем этапе необходимо осуществить идентификацию величины K_B и фильтрацию начальных условий для экстраполируемого участка $D(N_{max})$, $\dot{D}(N_{max})$, которые обеспечивают также наилучшее в смысле минимума СКО согласование с измерениями проекции движения объекта на направление D , касательное к траектории.

Такое поэтапное решение с независимой оптимизацией по статистически зависимым параметрам введено в целях упрощения расчетных алгоритмов. В общем случае такое разбиение задачи может привести к потере точности определения параметров траектории. Математическое моделирование подтвердило допустимость такого подхода в рамках рассматриваемой задачи.

4.3.2. Фильтрация наклонной координаты. Синтез оптимального фильтра

В дальнейших выкладках используется информация о радиальной скорости $\dot{R}$, проекция которой на ось D вычисляется по формуле

$$\dot{D}(n) = \frac{\dot{R}(n)}{\cos \alpha(n)}, \quad (4.23)$$

где $\alpha(n)$ — угол между лучом РЛС и текущим направлением траектории. При необходимости эта формула может быть уточнена с учетом весовой составляющей скорости.

Поведение координаты подчиняется тому же уравнению, что x_1 системы (4.1):

$$\ddot{D} = \frac{K_B \dot{D}^2 e^{-\bar{\lambda} D}}{1 + a\dot{D} + b\dot{D}^2} - g \sin x_2 = \ddot{D}(\dot{D}, D) - g \sin x_2, \quad (4.24)$$

где $\bar{\lambda} = \lambda \sin x_2$. При вычислениях x_2 заменяется оценкой Θ_0^* (4.14).

При выполнении условия $\ddot{D} \gg g$ уравнение (4.24) может быть преобразовано к уравнению с разделяющимися переменными и освобождено от возмущающего весового слагаемого в правой части:

$$\ddot{D} = \frac{K_B \dot{D}^2 e^{-\bar{\lambda} D}}{1 + a\dot{D} + b\dot{D}^2}. \quad (4.25)$$

Специальная форма уравнения продольного движения (4.25) допускает разделение переменных и позволяет существенно упростить идентификацию баллистического параметра K_B .

Начальные условия для уравнения (4.25) по D и $\dot{D}$ и параметр K_B определяют по участку наблюдения, причем оптимальные фильтрованные значения K_B , $D^*(N_{max})$, $\dot{D}^*(N_{max})$ определяются сопоставлением измерений, пересчитанных в координаты $\dot{D}(n)$ и $D(n)$, и соответствующих результатов расчета по уравнению (4.25), интегрирование которого ведется обратно по времени, начиная с последней точки участка наблюдения.

Экстраполяция траектории вне участка наблюдения ведется при помощи интегрирования уравнения (4.25) с начальными условиями и коэффициентом K_B , найденными по участку наблюдения.

Одновременное определение величин $D^\Phi(N_{\max})$, $\dot{D}^\Phi(N_{\max})$ и K_B классическим МНК приводит к громоздким вычислениям, поэтому предлагается упрощенный способ поиска этих величин, более удобный для организации вычислений в ЭВМ.

Прежде всего определяется сглаженное значение координаты D на момент последнего наблюдения $D^\Phi(N_{\max})$. В качестве сглаживающего алгоритма используется взвешенное осреднение значения D , соответствующего последнему замеру $D^\Phi(N_{\max})$, и значений, искусственно сформированных на основе соотношения:

$$D_{N_{\max}}(n) = D(n) + \int_{t_n}^{t_{N_{\max}}} \dot{D}(n) dt, \quad n = N_{\max} \dots 1. \quad (4.26)$$

Рассмотрим в общей постановке способ построения цифрового сглаживающего фильтра для случая, когда одновременно наблюдается некоторая величина $r(t)$ и ее производная $\dot{r}(t)$ в шумах измерений, характеризующихся дисперсиями $\sigma_r^2(t)$ и $\sigma_{\dot{r}}^2(t)$. Предположим, что уравнения, описывающие изменение величины $r(t)$, выполняют с достаточной точностью соотношение

$$r(t_i) = r_0(t_0) + \int_{t_0}^{t_i} \dot{r}(t) dt, \quad (4.27)$$

где для вычисления интеграла допустимо использовать численное интегрирование с шагом наблюдения T_0 .

Предположим, что отсутствует корреляция между шумами измерений координаты $r(t)$ и скорости $\dot{r}(t)$ и что эти шумы можно считать белыми.

Пусть память цифрового фильтра позволяет вести обработку массивов измерений $r(t)$ и $\dot{r}(t)$ длиной по N измерений каждый с шагом по времени между последующими измерениями T_0 .

Рассмотрим задачу построения оптимального сглаживающего фильтра. Выходной сигнал фильтра в момент t_N — искомая сглаженная оценка $\hat{r}(t)$ — определяется как результат линейного преобразования входных массивов $r(t_i)$ и $\dot{r}(t_i)$ при $i = 1 \dots N$:

$$\hat{r}(t_N) = \lambda_1 r_N + \lambda_2 (r_{N-1} + \dot{r}_N T_0) + \dots + \lambda_N (r_1 + \dot{r}_2 T_0 + \dots + \dot{r}_N T_0). \quad (4.28)$$

Искомые коэффициенты λ_i удовлетворяют условию $\sum_i \lambda_i = 1$. Выражение (4.28) представляет собой взвешенное среднее значение непосредственного замера r_N , сформированного на основании соотношения (4.27).

Использование в выражении (4.28) интегрирования методом прямоугольников принято для простоты и его влиянием на λ_i пренебрежем.

Дисперсия оценки выражения (4.28) имеет вид

$$\begin{aligned}\sigma_{r_N}^2 &= \lambda_1^2 \sigma_{r_N}^2 + \dots + \lambda_N^2 \sigma_{r_1}^2 + (\lambda_2 + \dots + \lambda_N)^2 \sigma_{r_N}^2 T_0^2 + \\ &+ (\lambda_3 + \dots + \lambda_N)^2 \sigma_{r_{N-1}}^2 T_0^2 + \dots + \lambda_N^2 \sigma_{r_2}^2 T_0^2.\end{aligned}\quad (4.29)$$

Задача построения оптимального фильтра сведена здесь к определению последовательности оптимальных весовых коэффициентов λ_i в алгоритме (4.28) из условия минимума дисперсии оценки σ_f^2 при $\sum_i \lambda_i = 1$. Решая задачу на условный экстремум функционала $\sigma_{r_N}^2 - L_0(\lambda_1 + \dots + \lambda_N)$, где L_0 — множитель Лагранжа, получаем следующую систему уравнений для λ_i :

$$\begin{aligned}2\sigma_{r_N}^2 \lambda_1 &= L_0; \\ 2\sigma_{r_{N-1}}^2 \lambda_2 + 2T_0^2 \sigma_{r_N}^2 (\lambda_2 + \dots + \lambda_N) &= L_0; \\ 2\sigma_{r_{N-2}}^2 \lambda_3 + 2T_0^2 \sigma_{r_N}^2 (\lambda_2 + \dots + \lambda_N) + 2T_0^2 \sigma_{r_{N-1}}^2 (\lambda_3 + \dots + \lambda_N) &= L_0; \\ &\dots\dots\dots \\ 2\sigma_{r_1}^2 \lambda_N + 2T_0^2 \sigma_{r_N}^2 (\lambda_2 + \dots + \lambda_N) + 2T_0^2 \sigma_{r_2}^2 \lambda_N &= L_0.\end{aligned}\quad (4.30)$$

Ее удобно решать рекуррентным способом, придавая произвольное значение λ_N и затем пользуясь соотношением

$$2\sigma_{r_{N-k+1}}^2 \lambda_k - 2\sigma_{r_{N-k}}^2 \lambda_{k-1} = T_0^2 \sigma_{r_{N-k+1}}^2 (\lambda_k + \dots + \lambda_N), \quad k = 1 \dots (N-1). \quad (4.31)$$

Соотношение (4.31) дает наглядное представление о поведении коэффициентов λ_i . Предполагая, что случайные шумы при измерениях стационарны ($\sigma_r = \text{const}$; $\sigma_f = \text{const}$), из соотношения (4.31) получим

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = \frac{T_0^2 \sigma_f^2}{\sigma_r^2} (\lambda_k + \dots + \lambda_N). \quad (4.32)$$

Последнее соотношение можно переписать в виде эквивалентного разностного уравнения второго порядка:

$$(\lambda_k - \lambda_{k-1}) - (\lambda_{k-1} - \lambda_{k-2}) = \frac{T_0^2 \sigma_f^2}{\sigma_r^2} \lambda_k. \quad (4.33)$$

Частное решение уравнения (4.33) имеет вид $\lambda_k = e^{\alpha k}$, тогда из уравнения (4.33) получаем

$$(1 - e^{-\alpha})e^{\alpha k} = \frac{T_0^2 \sigma_f^2}{\sigma_r^2} e^{\alpha k}. \quad (4.34)$$

Видно, что для α имеются два корня, которые при обычно выполняемом условии $\frac{T_0^2 \sigma_f^2}{\sigma_r^2} \ll 1$ практически равны друг другу по модулю и противоположны по знаку:

$$\alpha_{1,2} \cong \pm \alpha = \pm \frac{T_0 \sigma_f}{\sigma_r}. \quad (4.35)$$

Отыскивая общее решение (4.33) в виде $\lambda_k = c \cdot \text{ch}(k\alpha + \varphi)$, из соотношения (4.32) получаем $\lambda_N - \lambda_{N-1} = \alpha^2 \lambda_N$.

Таким образом,

$$c[\text{ch}(N\alpha + \varphi) - \text{ch}(N\alpha - \alpha + \varphi)] = c2\text{ch}\frac{\alpha}{2} \text{ch}\left[N\alpha - \frac{\alpha}{2} + \varphi\right] = \alpha^2 \text{ch}[N\alpha + \varphi];$$

$$c = \lambda_N; \quad \text{th}\left[\left(N - \frac{1}{2}\right)\alpha + \varphi\right] \cong \alpha; \quad \left(N - \frac{3}{2}\right)\alpha + \varphi = 0; \quad \varphi \cong N\alpha - \frac{3}{2}\alpha;$$

$$\lambda_k = \lambda_N \text{ch}\left(k - N + \frac{3}{2}\right)\alpha = \lambda_N \text{ch}(k - N)\alpha.$$

Для выражения дисперсии σ_f^2 через λ_i воспользуемся соотношением для квадратичных форм:

$$\frac{\partial(\sigma_f^2)}{\partial \lambda_1} \lambda_1 + \dots + \frac{\partial(\sigma_f^2)}{\partial \lambda_N} \lambda_N = 2\sigma_f^2. \quad (4.36)$$

Отсюда с учетом условий экстремума σ_f^2 (4.30) получаем

$$2\sigma_f^2 = L_0(\lambda_1 + \dots + \lambda_N) = 2\sigma_r^2 \lambda_1(\lambda_1 + \dots + \lambda_N). \quad (4.37)$$

Нормируя все λ_i по сумме $\sum_i \lambda_i$, окончательно получаем

$$\begin{aligned} \sigma_f^2 &= \frac{\sigma_r^2 \text{ch}\alpha(N-1)}{\sum_{i=1}^N \text{ch}(\alpha_i)} \cong \frac{\sigma_r^2 \text{ch}\alpha(N-1)}{\frac{1}{\alpha} \text{ch}(\alpha N)} = \\ &= \sigma_r \sigma_f \frac{\text{ch}\alpha(N-1)}{\text{ch}\alpha N} \cong \sigma_r \sigma_f T_0 \text{cth}(\alpha N) = \sigma_r \sigma_f \text{cth} \frac{\sigma_f T_0 N}{\sigma_r}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Из соотношения (4.38) видно, что при росте длины обрабатываемой выборки ($N \rightarrow \infty$) дисперсия оценки σ_f^2 приближается к

$$\sigma_f^2 = \sigma_r \sigma_f T_0, \quad (4.39)$$

а ценность измерений $\hat{r}$ убывает с ростом N . При этом существует некоторый оптимальный объем памяти сглаживающего фильтра, увеличение которого практически не повышает точность оценки $\hat{r}(t_N)$. Так, если длина массива $N = 20$, то дисперсия оценки приблизительно на 20% превышает величину, теоретически достижимую при бесконечной длине выборки, для $N = 30$ на 5 %, а для $N = 50$ всего лишь на 0,4 %.

Полученные соотношения (4.38) позволяют для конкретных значений σ_r, σ_f, T_0 выбрать объем памяти N , обеспечивающий требуемую точность фильтрации. Потенциально достижимая точность может быть оценена по (4.39).

Асимптотическое ненулевое значение дисперсии оценки характерно для синтезированного фильтра, не использующего гипотезу об уравнении движения наблюдаемого объекта. В противном случае точность фильтрации может теоретически неограниченно возрастать с увеличением объема измерений. Однако практически воспользоваться этой возможностью для повышения точности не удастся, поскольку обесценивание измерений, удаленных от момента оценивания, происходит из-за наличия неконтролируемых возмущений, действующих на наблюдаемый объект, и роста ошибок из-за нарушения гипотезы об уравнении движения на больших интервалах наблюдения.

С учетом изложенного, сглаженная оценка координаты D в последней наблюдаемой точке может быть записана в виде

$$\hat{D}_N = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} D_N(i) Q(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} Q(i)}, \quad (4.40)$$

$$\text{где } D_N(i) = D(i) + \int_{t_i}^{t_N} \dot{D}(i) dt, \quad i = N \dots 1; \quad Q(i) = \frac{1}{\sigma_D^2(i)} \operatorname{ch} \frac{\sigma_D(i)}{\sigma_D(i)} T_0(N-i). \quad (4.41)$$

Численное интегрирование в формуле для $D_N(i)$ может вестись методом трапеций или методом прямоугольников (Эйлера). Дисперсии $\sigma_D^2(i), \sigma_D^2(i)$ в (4.41) могут быть выражены через дисперсии измерений $\sigma_R^2, \sigma_A^2, \sigma_\theta^2, \sigma_{\dot{R}}^2$:

$$\begin{aligned} \sigma_D^2(i) &= \sigma_R^2 \cos^2 \alpha(i) + R^2(i) \sin^2 \alpha(i) [\sigma_A^2(R) + \sigma_\theta^2(R)]; \\ \sigma_D^2(i) &= \frac{\sigma_{\dot{R}}^2}{\cos^2 \alpha(i)} + R^2(i) \frac{\sin^2 \alpha(i)}{\cos^4 \alpha(i)} [\sigma_A^2(R) + \sigma_\theta^2(R)]; \\ \cos \alpha(i) &= \cos A(i) \cos \theta(i) V_x + \sin A(i) \cos \theta(i) V_z + \sin \theta(i) V_y. \end{aligned} \quad (4.42)$$

4.3.3. Идентификация баллистического параметра.

Фильтрация наклонной скорости

Следующий этап — идентификация параметра K_B , которая проводится на основе использования первого интеграла уравнения (4.25):

$$\begin{aligned} F(\dot{D}(i)) - F(\dot{D}(N_{\max})) &= k_B [f(D(i)) - f(D(N_{\max}))]; \\ F(\dot{D}(i)) &= \ln|\dot{D}(i)| + a(\dot{D}(i) - \dot{D}_0) + \frac{b^2}{2}(\dot{D}(i) - \dot{D}_0); \\ f(D(i)) &= \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda D(i)}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Условие оптимального оценивания K_B сводится к минимуму функции $\Phi(K_B)$:

$$\begin{aligned} \min_k \Phi(K_B) &= \min_k \sum_{i=1}^{N_{\max}} \{ [F(\dot{D}(i)) - F(\dot{D}(N_{\max}))] - \\ &- K_B [f(D(i)) - f(D(N_{\max}))] \} \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}, \end{aligned} \quad (4.44)$$

где $\sigma_{K_B}^2(i)$ — дисперсия выражения в фигурных скобках:

$$\sigma_{K_B}^2(i) = \sigma_F^2(i) + K_B^2 \sigma_f^2(i). \quad (4.45)$$

Величины $\sigma_F^2(i), \sigma_f^2(i)$ — дисперсии значений функции $\dot{F}(D)$ и $f(D)$ — могут быть выражены через $\sigma_D^2(i)$ и $\sigma_{\dot{D}}^2(i)$:

$$\begin{aligned} \sigma_F^2(i) &= \left(\frac{1}{\dot{D}(i)} + a + b\dot{D}(i) \right)^2 \sigma_D^2(i); \\ \sigma_f^2(i) &= e^{2\lambda D(i)} \sigma_D^2(i). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Из условия (4.44) получаем

$$\begin{aligned} K_B &= \frac{\sum_i [F(\dot{D}(i)) - F_0] [f(D(i)) - f_0] \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}{\sum_i [f(D(i)) - f_0]^2 \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}; \\ f_0 &= \frac{\sum_i f(D(i)) \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}; \quad F_0 = \frac{\sum_i F(\dot{D}(i)) \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{K_B}^2(i)}}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Полученное значение параметра K_B или вычисляемое через него значение $C_x(M)$ позволяет оценить по результатам натурных испытаний отличие реально полученной зависимости от принятой при проектировании.

Для определения сглаженного значения скорости $\dot{D}_N$ используется метод наименьших квадратов в предположении, что величины K_B и D_N уже найдены. Требуется найти оценку $\dot{D}_N$ из условия

$$\min_{\dot{D}_N} \Phi(\dot{D}_N) = \min_{\dot{D}_N} \sum_i \left\{ [D(i) - D(t_i, \dot{D}_N)]^2 \frac{1}{\sigma_D^2(i)} + [\dot{D}(i) - \dot{D}(t_i, \dot{D}_N)]^2 \frac{1}{\sigma_{\dot{D}}^2(i)} \right\}. \quad (4.48)$$

Здесь $D(t_i, \dot{D}_N), \dot{D}(t_i, \dot{D}_N)$ — решение уравнения (4.25) при начальных условиях $D(i), \dot{D}(i)$; $D_N, \dot{D}_N$ — значения, вычисленные по непосредственным замерам.

Суммирование в выражении (4.48) проводится по всему участку наблюдения, при этом шаг интегрирования уравнения (4.25) должен быть выбран равным или кратным T_0 и иметь отрицательный знак.

Примем, что сглаженное значение

$$\hat{\dot{D}}_N = \dot{D}_N + \Delta \dot{D}_N, \quad (4.49)$$

где $\dot{D}_N$ вычисляется по непосредственному замеру и может быть принято за первое приближение к $\hat{\dot{D}}_N$; искомая поправка $\Delta \dot{D}_N$ — малая величина.

Тогда от нелинейной задачи определения $\dot{D}_N$ из выражения (4.48) можно перейти к линеаризованной. При этом для получения необходимых для линеа-

ризации функций чувствительности $\frac{\partial D(i)}{\partial \dot{D}_N}$ и $\frac{\partial \dot{D}(i)}{\partial \dot{D}_N}$ удобно воспользоваться вариацией по $\Delta \dot{D}_N$ первого интеграла (4.47)

С учетом слабой зависимости $\ddot{D}$ от D условие минимальности (4.48) в линеаризованном виде может быть представлено так:

$$\begin{aligned} & \sum_i \left[D(i) - D(t_i, \dot{D}_N) - \Delta \dot{D}_N \frac{\partial D(i)}{\partial \dot{D}_N} \right] \frac{1}{\sigma_D^2(i)} \frac{\partial D(i)}{\partial \dot{D}_N} + \\ & + \sum_i \left[\dot{D}(i) - \dot{D}(t_i, \dot{D}_N) - \Delta \dot{D}_N \frac{\partial \dot{D}(i)}{\partial \dot{D}_N} \right] \frac{1}{\sigma_{\dot{D}}^2(i)} \frac{\partial \dot{D}(i)}{\partial \dot{D}_N} = 0. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Таким образом, для поправки $\Delta \dot{D}_N$ получаем линейное уравнение (4.50) и с учетом выражения (4.49) определяем сглаженное значение скорости $\hat{\dot{D}}_N$.

Используя полученные начальные условия $D_N, \dot{D}_N$ и коэффициент K_B , по уравнению (4.25) можно определить временной ход сглаженной траектории как на участке наблюдения, так и на участке экстраполяции. Принятые при разработке описанного способа упрощения позволили разработать алгоритм, не

предъявляющий чрезмерных требований к ЭВМ, при этом достигается достаточно высокая точность определения баллистического коэффициента и параметров траектории.

4.3.4. Рекуррентная модификация алгоритма

Рассмотрим теперь несколько модификаций описанного выше алгоритма, который далее будет называться базовым.

Анализ базового алгоритма и его программирование показали, что значительная часть формул при общей постановке задачи не обладает рекуррентностью и ряд массивов информации длиной в несколько десятков элементов каждый с достаточно сложной структурой необходимо полностью обновлять при каждой смене информации от РЛС.

Для придания алгоритму свойств рекуррентности введем следующие дополнительные упрощения:

при определении параметров траектории заменим переопределяемую на каждом такте измерений наклонную систему координат на неизменяемую;

при использовании МНК в задаче определения геометрических параметров траектории примем весовые коэффициенты независимыми от ориентации линии визирования;

при вычислении поправки к вертикальной координате вместо отрезка ряда, зависящего от времени, используем непосредственное интегрирование изолированного дифференциального уравнения для угла наклона траектории (x_2) численным методом, допускающим организацию рекуррентного счета;

упростим метод фильтрации координат объекта в последней наблюдаемой точке аналогично известному $(\alpha - \beta)$ -фильтру для совместной фильтрации измерений R и $\dot{R}$ и оптимизации параметров $(\alpha - \beta)$ -фильтра;

для идентификации баллистического коэффициента ракеты используем нефильтрованные значения скорости $\dot{D}$ и необновленные значения направляющих косинусов V_x , V_y , V_z траектории, что также позволяет достичь рекуррентности при определении параметров продольного движения.

Рассмотрим подробнее указанные изменения в алгоритме. Общая структура алгоритма аналогично базовому декомпозируется на две части: определение геометрических параметров траектории как взаимной зависимости ее пространственных координат и определение временного хода перемещения наблюдаемого объекта вдоль найденной геометрической кривой. При сглаживании координат используется конечная «скользящая» выборка измерений длиной $N_{\max}$ точек с шагом по времени T_0 .

Одной из особенностей предлагаемого упрощенного алгоритма является способ введения спрямляющей поправки δu к вертикальной координате объекта u , происхождение которой связано с уравнением поперечного движения объекта [9]:

$$\dot{x}_2 = \frac{g \cos x_2}{x_1},$$

где x_1 — скорость, x_2 — угол наклона вектора скорости.

Поправка δy может быть вычислена интегрированием следующих выражений:

$$\delta y(t_i) = \int_{t_0}^{t_i} x_1 I(t) dt; \quad I(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \frac{g dt}{x_1}. \quad (4.51)$$

Ограниченность участка наблюдения гарантирует относительную малость величин $\delta y(t_i)$ и $\delta x_2(t_i) = x_2(t_i) - x_2(t_0) = I(t_i) \cos(t_i) \approx I(t_i) \cos x_2(t_0)$ и допустимость вычисления $\delta y(t_i)$ в форме (4.51).

Таким образом, следует ожидать, что точки с координатами

$$\begin{aligned} x(t_i) &= R(t_i) \cos \vartheta(t_i) \cos A(t_i); \quad y(t_i) = R(t_i) \sin \vartheta(t_i) + \delta y(t_i); \\ z(t_i) &= R(t_i) \cos \vartheta(t_i) \sin A(t_i) \end{aligned}$$

должны при отсутствии шумов лежать на одной прямой.

В рассматриваемом варианте алгоритма предполагается, что прямая, соединяющая первую наблюдаемую точку с расчетной конечной точкой траектории, достаточно хорошо характеризует направление траектории. Обозначим направляющий вектор этой прямой $l(l_x, l_y, l_z)$.

Тогда параметры искомой прямой, приближающей измерения координат на участке наблюдения, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} L(i) &= x(i)l_x + y(i)l_y + z(i)l_z; \\ L_0 &= \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} L(i)\lambda(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \lambda(i)}; \quad x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} x(i)\lambda(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \lambda(i)}; \quad y_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} y(i)\lambda(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \lambda(i)}; \\ \delta y_0 &= \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \delta y(i)\lambda(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \lambda(i)}; \quad z_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} z(i)\lambda(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \lambda(i)}, \end{aligned} \quad (4.52)$$

где $\lambda(i)$ — весовые коэффициенты.

Декартовы координаты $x_0, y_0 + \delta y_0, z_0$ являются координатами центра группирования измерений на участке наблюдения. Определение угловых параметров искомой прямой ведется по формулам

$$G = \sum_{i=1}^{N_{\max}} (L(i) - L_0)^2 \lambda(i); \quad S_x = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} x(i)(L(i) - L_0)\lambda(i)}{G};$$

$$S_y = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} [y(i) + \delta y(i)] (L(i) - L_0) \lambda(i)}{G}; \quad S_z = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} z(i) (L(i) - L_0) \lambda(i)}{G}; \quad (4.53)$$

$$U = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}; \quad V_x = \frac{S_x}{U}; \quad V_y = \frac{S_y}{U}; \quad V_z = \frac{S_z}{U}.$$

Таким образом, траекторию на участке наблюдения можно представить как линию, смещенную на $\delta y(t_i)$ от прямой, проходящей через точку $(x_0, y_0 + \delta y_0, z_0)$ с направляющими косинусами V_x, V_y, V_z .

Согласно теории МНК, формулы (4.52), (4.53) дают наилучшую оценку, когда весовые коэффициенты $\lambda(i)$ обратно пропорциональны дисперсиям сглаживаемых величин. Указанные дисперсии нелинейными зависимостями связаны с дисперсиями измерений $\sigma_R^2, \sigma_A^2, \sigma_g^2$. Предположение о равенстве дисперсий погрешностей измерений в перпендикулярных к траектории направлениях значительно упрощает формулы и придает им симметричный вид. При исследовании базового алгоритма, использующего точную форму весовых коэффициентов $\lambda(i)$, было отмечено, что результирующая точность получаемых оценок траекторных параметров слабо зависит от оптимальности выбора весовых коэффициентов.

В связи с этим для типового случая, когда полигонные внешнетраекторные измерения осуществляются РЛС, расположенной вблизи расчетной точки падения, для вычисления весовых коэффициентов возможно использование зависимостей

$$\lambda(i) = \frac{1}{\sigma_\alpha^2 R^2(i)}; \quad \sigma_\alpha^2 = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_g^2}.$$

Величина $\sigma_\alpha^2 R^2(i)$ характеризует линейные ошибки измерений в направлениях, перпендикулярных направлению движения объекта.

При вычислении параметров траектории по формулам (4.52), (4.53) используются значения поправок $\delta y(i)$, получаемые численным интегрированием выражения (4.51). При определении интеграла (4.51) необходимые значения скорости могут быть найдены по формулам

$$\cos \alpha(i) = \frac{x(i)v_x + y(i)v_y + z(i)v_z}{R(i)}, \quad x_1(i) = \frac{\dot{R}(i)}{\cos \alpha(i)}.$$

До накопления необходимых для определения $V_{x,y,z}$ массивов координат длиной $N_{\max}$ можно практически без ущерба для точности принять $\cos \alpha(i) = 1$ для случая расположения РЛС вблизи конечной точки траектории.

Для нахождения параметров продольного движения с использованием интегрирования упрощенных уравнений движения объекта необходимо обеспечить возможно более точное определение координат в последней наблюдаемой точке, которые могут быть приняты в качестве начальных условий для участка

экстраполяции. Фильтрация координат ведется в указанной ниже последовательности.

Сначала совместно сглаживаются измерения R и $\dot{R}$ с использованием $(\alpha - \beta)$ -фильтра по формуле

$$\hat{R}(i+1) = \left[\hat{R}(i) + \frac{T_0}{2} (\dot{R}(i+1) + \dot{R}(i)) \right] \alpha + \beta R(i+1), \quad (4.54)$$

где $\hat{R}$ — сглаженное значение R ; $\alpha + \beta = 1$.

Применение этой рекуррентной формулы обеспечивает обработку наблюдаемого массива измерений с весовыми коэффициентами, экспоненциально убывающими с давностью измерения.

Если для упрощения предположить, что измерения производятся достаточно долго, то дисперсию сглаженной координаты $\hat{R}$ можно вычислить по формуле

$$\sigma_{\hat{R}}^2 = \sigma_R^2 \frac{\beta^2}{1 - \alpha^2} + \sigma_{\dot{R}}^2 \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2}.$$

Значение величины $\sigma_{\hat{R}}^2$ достигает минимума при $\beta = \sqrt{\sigma_R \sigma_{\dot{R}} T_0}$. Из этого условия могут быть выбраны оптимальные значения α и β .

Недостатком такого фильтра является возможное накопление вычислительной ошибки фильтрации, однако при обработке ограниченных по времени участков траектории эти ошибки незначительны. Затем полученное сглаженное значение $\hat{R}$ используется для нахождения сглаженных координат $\hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N$. Эти координаты определяются из условия пересечения линии, аппроксимирующей траекторию на участке наблюдения, параметры которой найдены по формулам (4.52), (4.53) со сферой радиусом $\hat{R}$ с центром в точке стояния РЛС:

$$(x_0 + SV_x)^2 + (y_0 + \delta y_0 + SV_y)^2 + (z_0 + SV_z)^2 = \hat{R}^2, \quad (4.55)$$

где S — искомое расстояние от точки (x_0, y_0, z_0) до точки $(\hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N)$.

Определив S из уравнения (4.55), получим сглаженные координаты

$$\hat{x}_N = x_0 + SV_x; \hat{y}_N = y_0 + \delta y_0 + SV_y; \hat{z}_N = z_0 + SV_z. \quad (4.56)$$

Для идентификации параметров продольного движения используется уравнение изменения скорости объекта при движении в атмосфере:

$$\dot{\bar{x}}_1 = K_B C_x(x_1) x_1 \bar{x}_1 e^{-\lambda_0 y^{(t)}} + \bar{g}. \quad (4.57)$$

Здесь предполагается, как и в базовом алгоритме, что плотность атмосферы изменяется с высотой по экспоненте $\rho(y) = \rho(0)e^{-\lambda_0 y}$, а функция $C_x(x_1) = \frac{1}{1 + ax_1 + bx_1^2}$ с известными параметрами a и b достаточно хорошо описывает изменение коэффициента лобового сопротивления от скорости.

Проецируя уравнение (4.57) на направление S , находим

$$\ddot{S} = K_B C_x(x_1) \dot{S} x_1 e^{-\lambda_0 y(t)} + g V_y. \quad (4.58)$$

Проинтегрировав уравнение (4.58), получим теоретическое соотношение для $\dot{S}(t)$, используемое для идентификации баллистического параметра K_B и скорости $\dot{S}_N$:

$$\dot{S}(i) - \dot{S}_N = k \int_{t_N}^{t_i} C_x(x_1) x_1 \dot{S} e^{-\lambda_0 y(t)} dt + g V_y(t_i - t_N). \quad (4.59)$$

Основное упрощение вычислений по сравнению с базовым алгоритмом при определении продольного движения заключается в рассмотрении подынтегральной функции $f(x_1, y) = C_x(x_1) x_1 \dot{S} e^{\lambda_0 y(t)}$ как функции только времени, где для вычисления $x_1 \dot{S} e^{\lambda_0 y(t)}$ используются результаты непосредственных измерений. При этом для x_1 и $\dot{S}$ помимо шумовой составляющей ошибки появляется ошибка от использования запаздывающих значений направляющих косинусов траектории.

Подобный шаг правомерен в предположении малости $\frac{\partial f}{\partial y}$ и $\frac{\partial f}{\partial x_1}$. Использование нефильтрованных измерений при вычислении подынтегрального выражения компенсируется в определенной степени фильтрующими свойствами операции интегрирования в уравнении (4.59).

Однако окончательная проверка правомерности указанных предположений должна быть подтверждена математическим моделированием для каждого конкретного случая применения.

Значения $\dot{S}$ и ϑ , используемые для идентификации, вычисляются по формуле

$$\dot{S}(i) = \frac{\dot{R}(i) - g V_y(\vartheta_0 r_{0i}) + g \sqrt{1 - V_y^2} \cdot \sin \vartheta(i)}{\vartheta_0 r_{0i}}, \quad (4.60)$$

$$\text{где } \vartheta_0 r_{0i} = \frac{V_x x(i) + V_y y(i) + V_z z(i)}{R(i)}; \quad \vartheta(i) = \frac{\dot{S}(i)}{\cos \delta x_2(i)}, \quad \delta x_2(i) = I(i) \sqrt{1 - V_y^2}.$$

Определение параметра K_B ведется по формуле

$$K_B = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} S(i) [f(i) - f_0] \sigma_S^{-2}(i) - \sum_{i=1}^{N_{\max}} g V_y t(i) [f(i) - f_0] \sigma_S^{-2}(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} (f(i) - f_0)^2 \sigma_S^{-2}(i)}, \quad (4.61)$$

$$f(i) = \int_{t_N}^{t_i} C_x(x_1) x_1 \dot{S} e^{-\lambda_0 y(t)} dt; \quad \sigma_S^2(i) \approx \sigma_R^2; \quad f_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} f(i) \sigma_S^{-2}(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \sigma_S^{-2}(i)}.$$

Фильтрованное значение скорости

$$\dot{S}_N = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \dot{S}(i) \sigma_S^{-2}(i) + g V_y(t_0 - t_N)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \sigma_S^{-2}(i)}, \quad t_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} t(i) \sigma_S^{-2}(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \sigma_S^{-2}(i)}. \quad (4.62)$$

При использовании в формуле (4.61) запаздывающих значений x_1 , $\dot{S}$ с предыдущих тактов отпадает необходимость пересчитывать заново массивы $f(i)$ и появляется искомая возможность организации рекуррентного подсчета сумм.

Возможно дополнительное уточнение фильтрованного значения скорости $\dot{S}$ путем привлечения информации о координате S :

$$S(i) = x(i)V_x + y(i)V_y + z(i)V_z.$$

Для этого вводим величину $\delta S(i) = S(i) - \int_{t_0}^{t_i} \dot{S}(i) dt$, где интеграл может быть вычислен методом трапеций.

Затем определяем оценку поправки

$$\delta x_{1N} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \delta S(i) [t(i) - t_0] \sigma_S^{-2}(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} [t(i) - t_0]^2 \sigma_S^{-2}(i)}.$$

Окончательно имеем

$$\dot{S}_N^\Phi = \frac{\dot{S}_N \sum_{i=1}^{N_{\max}} [t(i) - t_0]^2 \sigma_S^{-2}(i) + \delta x_{1N} \sum_{i=1}^{N_{\max}} \sigma_S^{-2}(i)}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \sigma_S^{-2}(i) \sum_{i=1}^{N_{\max}} [t(i) - t_0]^2 \sigma_S^{-2}(i)}, \quad \sigma_S^2 \approx \sigma_R^2. \quad (4.63)$$

Работоспособность и точностные характеристики описанного упрощенного алгоритма были проверены математическим моделированием.

Сравнение полученных результатов с базовым алгоритмом подтвердило возможность использования такой упрощенной вычислительной схемы при обработке результатов полигонных испытаний.

4.3.5. Аналитический способ определения временных характеристик траектории

Анализ базового алгоритма и его упрощенной модификации показывает, что наибольший объем вычислений связан с расчетом времени полета до точки с заданными координатами, так как этот расчет требует идентификации баллистического параметра цели K_b по зашумленным измерениям, высокоточного определения координат и скорости объекта в последней наблюдаемой точке об-

рабатываемого массива и, наконец, численного интегрирования нелинейного дифференциального уравнения вдоль траектории до точки пересечения с поверхностью.

Численное интегрирование уравнений ведется обычно методом Рунге—Куты и является как дополнительным источником ошибок вычислений, так и одним из основных потребителей ресурса ЭВМ по быстродействию. Из всего времени, затрачиваемого ЭВМ на решение задачи прогноза траектории, более 65 % уходит на определение времени прихода объекта на поверхность.

Существует возможность, используя специальный вид уравнения продольного движения в наклонной системе координат, вычислять время прихода t_n объекта на поверхность по конечным формулам, что позволяет сократить время счета.

Принятая форма записи уравнения для наклонной координаты D (4.25) учитывает основные нелинейные зависимости, определяющие характер баллистического движения, и в то же время позволяет выполнить ряд преобразований и предложить экономный вариант расчета t_n без потери точности.

Уравнение движения (4.25) имеет первый интеграл, который может быть записан в виде

$$F(\dot{D}) = F_0(\dot{D}_0) + K_B[f(D) - f_0(D_0)];$$

$$F(\dot{D}) = \ln|\dot{D}| + a\dot{D} + \frac{b}{2}\dot{D}^2; \quad f(D) = \frac{1}{\lambda}e^{\lambda D},$$

где 0 — центр группирования массива измерительной информации.

Первый интеграл используется в пределах участка наблюдений для определения методом наименьших квадратов значения баллистического параметра K_B . При обработке измерений учитывается экспериментально полученное выражение

$$F(\dot{D}_i) = F_0(\dot{D}_0) + K_B[f(D_i) - f_0(D_0)],$$

где i — номер точки в массиве.

Если экстраполировать эту зависимость до точки пересечения с поверхностью, то для этой точки можно записать

$$F_n(\dot{D}_n) = F_0(\dot{D}_0) + K_B[f(D_n) - f_0(D_0)], \quad (4.64)$$

где D_n — наклонная координата точки пересечения, известная из решения геометрической задачи, $\dot{D}_n$ — наклонная скорость в той же точке, которая может быть определена.

Запишем для последней наблюдаемой точки (индекс $N_{\max}$) и для точки на поверхности (индекс Π):

$$\ln|\dot{D}_{N_{\max}}| + a\dot{D}_{N_{\max}} + \frac{b}{2}\dot{D}_{N_{\max}}^2 = F_0(\dot{D}_0) + K_B[f(D_{N_{\max}}) - f(D_0)],$$

$$\ln|\dot{D}_{\Pi}| + a\dot{D}_{\Pi} + \frac{b}{2}\dot{D}_{\Pi}^2 = F_0(\dot{D}_0) + K_B[f(D_{\Pi}) - f(D_0)].$$

Вычитая второе равенство из первого, получаем

$$\ln \left| \frac{\dot{D}_{N_{\max}}}{\dot{D}_{\Pi}} \right| + a(\dot{D}_{N_{\max}} - \dot{D}_{\Pi}) + \frac{b}{2}(\dot{D}_{N_{\max}}^2 - \dot{D}_{\Pi}^2) = K_B[f(D_{N_{\max}}) - f(D_0)].$$

Неизвестное значение $\dot{D}_{\Pi}$ может быть найдено либо методом итераций, либо разложением натурального логарифма в ряд с удержанием первых двух членов ($\dot{D}_{\Pi} / \dot{D}_{N_{\max}} < 1$). При этом определение $\dot{D}_{\Pi}$ сводится к решению квадратного уравнения

$$\dot{D}_{\Pi}^2(b\dot{D}_{N_{\max}}^2 - 1) + 2\dot{D}_{\Pi}(2\dot{D}_{N_{\max}} + a\dot{D}_{N_{\max}}^2) - \left\{ 3\dot{D}_{N_{\max}}^2 + 2a\dot{D}_{N_{\max}}^3 + b\dot{D}_{N_{\max}}^4 + 2\dot{D}_{N_{\max}}^2 K_B[f(D_{\Pi}) - f(D_{N_{\max}})] \right\} = 0.$$

В общем случае при $a, b \neq 0$ можно записать

$$\begin{aligned} \dot{D}_{\Pi} &= \frac{-(2\dot{D}_{N_{\max}} + a\dot{D}_{N_{\max}}^2) -}{b\dot{D}_{N_{\max}}^2 - 1} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-\sqrt{(2\dot{D}_{N_{\max}} + a\dot{D}_{N_{\max}}^2) - (b\dot{D}_{N_{\max}}^2 - 1)\{3\dot{D}_{N_{\max}}^2 + 2a\dot{D}_{N_{\max}}^3 + b\dot{D}_{N_{\max}}^4 + 2\dot{D}_{N_{\max}}^2 K_B A\}}}{b\dot{D}_{N_{\max}}^2 - 1}; \\ A &= f(D_{\Pi}) - f(D_{N_{\max}}). \end{aligned} \quad (4.65)$$

Для объектов, движущихся с большими гиперзвуковыми скоростями, где наклоном и кривизной кривой $C_x(\dot{D})$ можно пренебречь и принять $a = b = 0$, выражение для $\dot{D}_{\Pi}$ упрощается и принимает вид

$$\dot{D}_{\Pi} = 2\dot{D}_{N_{\max}} - \sqrt{7\dot{D}_{N_{\max}}^2 + 2K_B\dot{D}_{N_{\max}}^2[f(D_{\Pi}) - f(D_{N_{\max}})]}. \quad (4.66)$$

Вернемся к уравнению движения (4.25). С достаточной точностью можно перейти к среднему значению экспоненты в выражении для плотности атмосферы:

$$e^{\lambda \bar{D}} = \frac{e^{\lambda D_{N_{\max}}} + e^{\lambda D_{\Pi}}}{2}.$$

Тогда можно записать $dt = \frac{1}{K_B \exp(\lambda \bar{D})} \left(\frac{d\dot{D}}{\dot{D}^2} + \frac{a d\dot{D}}{\dot{D}} + b d\dot{D} \right).$

Выполняя интегрирование в пределах от $\dot{D} = \dot{D}_{N_{\max}}$ при $t = 0$ до $\dot{D} = \dot{D}_{\Pi}$, получаем

$$t_{\Pi} = \frac{1}{K_B \exp(\lambda \bar{D})} \left[\frac{1}{\dot{D}_{N_{\max}}} - \frac{1}{\dot{D}_{\Pi}} + a \ln \left| \frac{\dot{D}_{\Pi}}{\dot{D}_{N_{\max}}} \right| + b(\dot{D}_{\Pi} - \dot{D}_{N_{\max}}) \right]. \quad (4.67)$$

Таким образом, предлагаемый способ быстрого счета t_{Π} сводится к вычислению по формулам (4.65) и (4.67) вместо многократного вычисления методом Рунге-Кутты координаты D в конце каждого шага интегрирования вплоть до достижения $D = D_{\Pi}$. Предлагаемый способ свободен также от ошибок интерполяции в пределах шага интегрирования, присущих базовому алгоритму. Результаты хронометража показали, что в характерном диапазоне значений D может быть получена экономия времени счета (t_{Π}) до 2,5 раз.

4.3.6. Оценивание траекторий ракет, управляемых по однокоординатному методу

Рассмотрим еще один частный случай алгоритмов прогнозирования траекторий, позволяющий существенно упростить расчет координат и времени. Этот способ применим для прогнозирования траекторий ракет, управляемых по однокоординатному методу [20].

При этом, как известно, ракета на конечном участке нисходящей ветви траектории движется практически прямолинейно под фиксированным углом к горизонту. Кроме того, продольное ускорение ($\ddot{D}$) на данном участке траектории почти постоянно для заданной дальности полета и слабо зависит от полетных условий.

Общая структура алгоритма для данного частного случая остается идентичной базовому варианту, однако процедура фильтрации координаты $D_{\max}$ и скорости $\dot{D}_{\max}$, а также определение t_{Π} могут быть существенно упрощены.

Учитывая, что ракеты такого типа управляются по всей траектории вплоть до точки падения, при формировании массивов вертикальных координат $y(i)$ можно не вводить весовую спрямляющую поправку. Геометрическая задача прогноза сводится к задаче пересечения прямой D , проходящей через центр группирования (x_0, y_0, z_0) с направляющими косинусами V_x, V_y, V_z , с заданной априорно поверхностью. Фильтрация $D_{N_{\max}}$ и $\dot{D}_{N_{\max}}$ осуществляется двумя независимыми способами и полученные оценки затем объединяются в одну итоговую с учетом их весов, пропорциональных расчетной точности этих оценок.

Первая оценка для скорости $\dot{D}_{N_{\max}}^I$ базируется на гипотезе о равнозамедленном продольном движении ракеты с априорно принятым замедлением $\ddot{D}$, при этом оценка $\dot{D}_{N_{\max}}^I$ образуется как взвешенная сумма интегралов:

$$\dot{D}_{N_{\max},i} = \int_{t_i}^{t_{N_{\max}}} \ddot{D} dt + \dot{D}(i).$$

Вторая оценка скорости $\dot{D}_{N_{\max}}^{II}$ реализует фактически численное дифференцирование параметра D , которая вычисляется через координаты A, ϑ, R , поступающие от РЛС и сглаженные на участке обработки по методу наименьших квадратов.

Фильтрация осуществляется по следующим формулам:

$$\dot{D}_{N_{\max}}^I = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} [\dot{D}(i) - \ddot{D}(i - N_{\max})T_0] \frac{1}{\sigma_D^2(i)}}{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{1}{\sigma_D^2(i)}}; \quad \dot{D}_{N_{\max}}^{II} = \frac{\begin{vmatrix} A & C \\ B & E \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ B & D \end{vmatrix}}, \quad (4.68)$$

$$\text{где } A = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{1}{\sigma_D^2(i)}; B = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{T_0(i - N_{\max})}{\sigma_D^2(i)}; C = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{D'(i)}{\sigma_D^2(i)}; D = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{(i - N_{\max})T_0^2}{\sigma_D^2(i)};$$

$$E = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{D'(i)(i - N_{\max})T_0}{\sigma_D^2(i)}; D'(i) = D(i) - \frac{\ddot{D}(i - N_{\max})^2 T_0^2}{2}.$$

Окончательно получаем

$$\dot{D}_{N_{\max}} = \frac{\dot{D}_{N_{\max}}^I \frac{1}{\sigma_I^2} + \dot{D}_{N_{\max}}^{II} \frac{1}{\sigma_{II}^2}}{\frac{1}{\sigma_I^2} + \frac{1}{\sigma_{II}^2}}, \quad (4.69)$$

$$\text{где } \frac{1}{\sigma_I^2} = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{1}{\sigma_D^2(i)}; \frac{1}{\sigma_{II}^2} = \frac{N_{\max} T_0^2 (N_{\max} - 1)^2}{6 \sigma_{DD}^2}; \sigma_{DD}^2 = \frac{N_{\max}}{A}.$$

Для фильтрованного значения координаты $D_{N_{\max}}$ можно записать:

$$D_{N_{\max}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\max}} \left[D(i) - \dot{D}_{N_{\max}} T_0 (i - N_{\max}) - \frac{\ddot{D}}{2} (i - N_{\max})^2 T_0^2 \right] \frac{1}{\sigma_D^2(i)}}{A}. \quad (4.70)$$

В выражении (4.70) используется взвешенное суммирование интегралов

$$D_{N_{\max}, i} = D(i) - \int_{t_{N_{\max}}}^{t_i} (\dot{D}_{N_{\max}} + \int_0^{t_i} \ddot{D} dt) dt, \text{ а значение } \dot{D}_{N_{\max}} \text{ принимается равным ее}$$

фильтрованному значению, вычисленному выше.

Согласно гипотезе о равнозамедленном движении, можно записать

$$D_{II} = D_{N_{\max}} + \dot{D}_{N_{\max}} (t_{II} - t_{N_{\max}}) + \ddot{D} \frac{(t_{II} - t_{N_{\max}})^2}{2}, \quad (4.71)$$

где $t_{N_{\max}}$ — время, соответствующее последней наблюдаемой точке.

Разрешая это уравнение относительно t_{II} , можно на каждом такте вычислений по накопленному скользящему массиву длиной $N_{\max}$ получить последовательные уточняющие оценки времени прихода на поверхность.

Обозначив $\Delta t = t_{II} - t_{N_{\max}}$, можно получить первое приближение:

$$\Delta t^I = \frac{D_{II} - D_{N_{\max}}}{\dot{D}_{N_{\max}}}.$$

Для второго приближения запишем

$$\Delta t^{\text{II}} = \frac{D_{\text{II}} - D_{N_{\text{max}}} - \ddot{D}(\Delta t^{\text{I}})^2 \frac{1}{2}}{\dot{D}_{N_{\text{max}}}}. \quad (4.72)$$

Обычно точности второго приближения бывает достаточно и дальнейших уточнений не требуется.

Следует отметить слабую чувствительность результатов расчета к некоторому отлнчию величин $\dot{D}$ и дисперсий измерений от принятых априорно (в пределах $\pm 15 \dots 20 \%$). На рис. 4.6 приведены некоторые результаты моделирования описанного способа прогноза траектории. Кривая на рисунке иллюстрирует характер сходимости одной из расчетных координат точки пересечения ($x_{\text{п}}^*$) в функции времени экстраполяции Δt . На рисунке x^{Φ} — фактическое значение координаты $x_{\text{п}}^*$, $\Delta x_{\text{п}}^*$ — ошибка прогноза координаты x^* . Видно, что уже приблизительно за 3,5 с до пересечения координата может быть предсказана с относительной погрешностью не более 1 %, что соответствует ошибке в угле выставки кинофоторегистратора порядка 40'.

Вопрос о выборе объема памяти N_{max} цифровых фильтров-экстраполяторов решается с учетом нескольких факторов. С ростом N_{max} улучшается качество фильтрации и точность оценок, однако одновременно возрастают требования к ОЗУ ЭВМ. В исследуемом варианте алгоритма для вычислений необходимо хранить в ОЗУ примерно 15 массивов длиной N_{max} каждый. Кроме того, с увеличением N_{max} при обработке траекторий ракет, управляемых по однокоординатному методу, может возникнуть ситуация, когда в участок обработки будут включе-

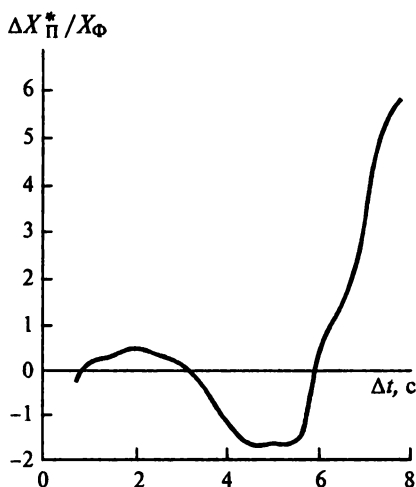


Рис. 4.6

ны нестационарные участки траектории, где переходный процесс по центру масс ракеты относительно линии регулирования еще не закончен, а строгий учет нестационарности потребовал бы значительного усложнения алгоритма.

Описанный вариант алгоритма может быть с незначительными доработками использован при прогнозе движения и других типов летательных аппаратов, движение которых на участке экстраполяции может быть принято прямолинейным с примерно постоянным (в частности, нулевым) ускорением.

На этом мы завершаем обзор методов прогнозирования траекторий ракет, рекомендуемых для обработки полигонных внешнетраекторных измерений для практически важных случаев, когда отсутствует интенсивное маневрирование на конечном участке траектории.

4.4. Динамические характеристики алгоритма фильтрации — экстраполяции траектории

Включение в контур сопровождения ракеты дополнительных динамических устройств, таких как, например, кинофоторегистратор, установленный в двух-ступенном подвесе с автоматическим электрическим приводом наведения по двум осям, требует внимательного изучения еще одного аспекта алгоритмов прогнозирования траектории в реальном времени, а именно исследования их динамических свойств.

В рамках поставленной задачи, прогнозируемые на каждом такте обработки координаты точки пересечения с поверхностью после их пересчета в полярную систему координат фоторегистратора служат для расчета команд наведения оптической оси в прогнозируемую точку, а в прогнозируемое время t_n — для управления затвором регистратора. При сравнительно малой дальности начала сопровождения ракеты на конечном участке траектории время, отводимое на процесс наведения оптической оси, также мало и переходные процессы в цифровых фильтрах-экстраполяторах могут существенно влиять на точность наведения.

Сигналы $R, \dot{R}, A, \vartheta$, поступающие на вход фильтров-экстраполяторов, реализующих описанные выше алгоритмы, содержат медленно изменяющуюся составляющую, соответствующую полезному сигналу, и широкополосную шумовую составляющую, которая после преобразования в фильтрах приобретает неравномерный по частоте спектр, и если максимумы спектра совпадут с полосой пропускания приводов наведения, это может вызвать нежелательные колебания оптической оси. Особенно нежелательна ситуация, когда один из максимумов амплитудно-частотной характеристики фильтра-экстраполятора совпадает с областью подъема амплитудно-частотной характеристики приводов наведения.

Динамические свойства фильтров-экстраполяторов мало изучены, это объясняется тем, что традиционно применение алгоритмов оптимальной фильтрации заканчивалось этапом вычислений, результаты которых не использовались далее для управления объектами в реальном масштабе времени.

Рассмотрим возможные причины немонотонности спектра выходного сигнала фильтра-экстраполятора. Первая причина — временная коррелированность ошибок измерений РЛС. Обычно при синтезе алгоритмов фильтрации и эк-

страполяции отсутствует надежная информация о виде спектров ошибок измерений и, как указывалось выше, принимается гипотеза об ошибках как случайных процессах типа белого шума. Фактически такая гипотеза часто не отвечает реальности и может быть проверена лишь на этапе испытаний аппаратуры.

Вторая причина — собственные динамические свойства алгоритма цифровой обработки, зависящие как от принятого метода обработки измерений, так и от численных методов, реализованных при программировании. При этом в отличие от первой причины как динамические свойства алгоритмов, так и свойства численных методов могут быть изучены и при необходимости скорректированы еще на этапе проектирования.

Рассмотрим подробнее динамические свойства базового алгоритма. Для исследования амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) дискретного алгоритма обработки стандартным приемом является z -преобразование сигналов в соответствии с формульной схемой алгоритма и последующий переход к частотным характеристикам.

Однако этот путь трудоемок для достаточно сложного алгоритма фильтрации и экстраполяции траектории. Поэтому для анализа динамических свойств алгоритма выберем другой путь, при котором анализируются свойства непрерывной динамической системы, выполняющей те же преобразования, что и соответствующий дискретный алгоритм с оценкой допустимости такой замены.

Основной частью преобразования информации в алгоритме является фильтрация измерений РЛС, пересчитанных в декартовой системе координат на скользящем участке обработки, при этом сглаживание участка траектории после компенсации гравитационного сноса ведется отрезком прямой. Пространственное положение отрезка сглаженной прямой определяется координатами центра группирования и направляющими косинусами. Сглаживание ведется методом наименьших квадратов отдельно для вертикальной и горизонтальной проекций траектории с весовыми коэффициентами — функциями априорных дисперсий ошибок РЛС и ориентации траектории по отношению к линии визирования РЛС.

Для упрощения выкладок рассмотрим сглаживание не пространственных зависимостей (например, $x(z)$ — для горизонтальной проекции), а временных $x(nT_0)$, $y(nT_0)$, $z(nT_0)$ с шагом по времени, равным временной дискретности РЛС, T_0 и с постоянными весовыми коэффициентами.

Получим выражение для АЧХ направляющих косинусов сглаженной прямой в зависимости от измерений РЛС (R, A, ϑ). Линеаризуя зависимости алгоритма относительно измеренных РЛС координат точки на траектории (R_p, A_p, ϑ_p), после преобразований получаем следующие выражения для АЧХ каждого из трех направляющих косинусов по каждому из трех входных сигналов:

$$A_{\dot{x},R} = F(\omega) \left| (1 - V_x^2) \cos \vartheta_p \cos A_p - V_x V_y \cos \vartheta_p - V_x V_z \cos \vartheta_p \sin A_p \right|;$$

$$A_{\dot{y},R} = F(\omega) \left| V_x V_y \cos \vartheta_p \cos A_p - (1 - V_y^2) \sin \vartheta_p + V_y V_z \cos \vartheta_p \sin A_p \right|;$$

$$A_{\dot{z},R} = F(\omega) \left| V_x V_z \cos \vartheta_p \cos A_p + V_y V_z \sin \vartheta_p - (1 - V_z^2) \cos \vartheta_p \sin A_p \right|;$$

$$\begin{aligned}
A_{\hat{V}_x, A} &= F(\omega) R_p \left| (1 - V_x^2) \cos \vartheta_p \sin A_p + V_x V_z \cos \vartheta_p \cos A_p \right|; \\
A_{\hat{V}_y, A} &= F(\omega) R_p \left| V_x V_y \cos \vartheta_p \sin A_p - V_y V_z \cos \vartheta_p \cos A_p \right|; \\
A_{\hat{V}_z, A} &= F(\omega) R_p \left| V_x V_z \cos \vartheta_p \sin A_p + (1 - V_z^2) \cos \vartheta_p \cos A_p \right|; \\
A_{\hat{V}_x, \vartheta} &= F(\omega) R_p \left| (1 - V_x^2) \sin \vartheta_p \cos A_p + V_x V_y \cos \vartheta_p - V_x V_z \sin \vartheta_p \sin A_p \right|; \\
A_{\hat{V}_y, \vartheta} &= F(\omega) R_p \left| V_x V_y \sin \vartheta_p \cos A_p + (1 - V_y^2) \cos \vartheta_p + V_y V_z \sin \vartheta_p \sin A_p \right|; \\
A_{\hat{V}_z, \vartheta} &= F(\omega) R_p \left| V_x V_z \sin \vartheta_p \cos A_p - V_y V_z \cos \vartheta_p - (1 - V_z^2) \sin \vartheta_p \sin A_p \right|;
\end{aligned} \tag{4.73}$$

частотно-зависимый коэффициент $F(\omega)$ имеет вид

$$F(\omega) = \frac{6}{TV} \left| \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega^2 T^2}{4}} - \frac{\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} \right|. \tag{4.74}$$

Здесь $T = NT_0$ — время наблюдения на скользящем участке, ω — круговая частота. Вместо сглаженной оценки скорости $\hat{V}$ в формуле (4.74) приближенно взята несглаженная скорость V , вычисленная по измерениям радиальной скорости $\hat{R}$.

При оценке АЧХ алгоритма предполагается, что интегралом можно заменить конечную сумму отсчетов. Проведенное моделирование показало, что при длине обрабатываемого участка с количеством точек $N > 10$ характеристики дискретного фильтра практически не отличаются от непрерывного и переход к анализу эквивалентной непрерывной системы правомерен.

Таким образом, АЧХ направляющих косинусов траектории относительно малых изменений входных полярных координат объекта описываются единообразной функцией частоты ω и времени усреднения T с коэффициентом, являющимся функцией параметров траектории в точке, относительно которой проводится линеаризация.

Из рис. 4.7 ясно, что АЧХ являются немонотонными функциями частоты в виде ряда чередующихся максимумов и нулей. Сплошная линия на рисунке соответствует объему памяти фильтра $N = 10$, штриховая $N = 20$, штрихпунктирная $N = 40$. С ростом N значения максимумов уменьшаются, а соответствующие им частоты смещаются в низкочастотную область. Уровень второго максимума АЧХ составляет приблизительно 0,38, а третьего примерно 0,25 относительно первого.

Большой практический интерес представляют теоретические АЧХ сигналов наведения, выдаваемых на приводы, осуществляющие слежение за экстраполированной точкой пересечения траектории с заданной поверхностью. Анализ показывает, что и для сигналов наведения в первом приближении лишь одно динамическое звено обладает частотной зависимостью коэффициента передачи и описывается АЧХ вида $F(\omega)$.

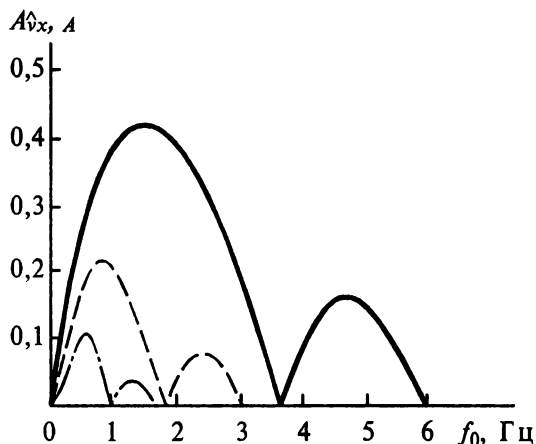


Рис. 4.7

Все остальные преобразования к углам наведения регистратора приводят к появлению в динамической схеме дополнительных переменных коэффициентов усиления, значения и характер изменения которых со временем зависят от взаимного расположения РЛС и кинофоторегистратора, параметров траектории объекта и характера пересекаемой поверхности.

Вид АЧХ показывает, что выбором длины скользящего участка обработки можно изменять спектр входных сигналов привода в желаемом направлении с учетом частотных характеристик самого привода с тем, чтобы уменьшить динамические ошибки.

При проектировании следящего привода для подобной системы с цифровым фильтром-экстраполятором в контуре управления представляет интерес описание свойств сигнала наведения в терминах теории случайных процессов.

Для принятого в базовом алгоритме способа сглаживания нормированная корреляционная функция сигнала наведения может быть записана в виде

$$R_{\text{нав}}(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(\tau - \tau_1 + \tau_2) \omega(\tau_1) \omega(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \left\{ \left[1 - 3 \frac{|\tau|}{T} + 2 \frac{|\tau|^3}{T^3} \right] \right\}, \quad (4.75)$$

где ω — весовая функция фильтра-экстраполятора, $\delta(\tau)$ — функция Дирака при $\tau \leq T$, $\tau > T$.

Итак, проведенный анализ показал, что спектр флюктуационных шумов измерений после преобразования в фильтрах-экстраполяторах изменяется и энергия в низкочастотной области перераспределяется таким образом, что в командах на приводы наведения используются частоты в районе первого максимума функции $F(\omega)$.

В выражение (4.76) входит величина S_ϵ — крутизна линейного участка дискриминационной характеристики, которая в номинале должна равняться единице, однако реально S_ϵ зависит от многих внешних факторов, параметров антенны РЛС и известна лишь с определенным допуском (до $\pm 30\%$).

Видно, что при $S_\epsilon = 1$ числитель и знаменатель (4.76) тождественно совпадают и спектр ошибки не изменяется. Передаточная функция позволяет оценить условия устойчивости. Согласно критерию Рауса—Гурвица, эти условия записываются в виде

$$\gamma < \frac{1}{\alpha_\epsilon - 0,5\beta_\epsilon}; \quad S_\epsilon < \frac{2}{\alpha_\epsilon + 0,5\beta_\epsilon}; \quad S_\epsilon > \frac{\gamma}{\alpha_\epsilon(1+\gamma)}. \quad (4.77)$$

Используя стандартное W -преобразование дискретной передаточной функции $W(z)$, можно показать, что знаменатель передаточной функции $W(\omega)$ записывается в форме типового колебательного звена с постоянной времени T_ϵ и коэффициентом демпфирования ξ_ϵ :

$$T_\epsilon = \sqrt{\frac{4 - S_\epsilon(2\alpha_\epsilon + \beta_\epsilon + \alpha_\epsilon\gamma + 0,5\beta_\epsilon\gamma) + 2\gamma}{S_\epsilon(\beta_\epsilon - \alpha_\epsilon\gamma + 0,5\beta_\epsilon\gamma)}}; \quad (4.78)$$

$$\xi_\epsilon = \sqrt{\frac{[S_\epsilon\alpha_\epsilon(1+\gamma) + \gamma]^2}{S_\epsilon(\beta_\epsilon - \alpha_\epsilon\gamma + 0,5\beta_\epsilon\gamma)[4 - S_\epsilon(2\alpha_\epsilon + \beta_\epsilon + \alpha_\epsilon\gamma + 0,5\beta_\epsilon\gamma) + 2\gamma]}}.$$

Видно, что спектральные свойства ошибок на выходе РЛС существенно зависят от случайного разброса величины S_ϵ . Проведенный для конкретного примера анализ показал, что в реальном диапазоне разброса S_ϵ постоянная времени T_ϵ изменяется от 3,75 до 2,2, величина ξ_ϵ от 0,6 до 1,1. Таким образом, если на нижнем пределе допуска S_ϵ в выходном сигнале подчеркиваются низкочастотные составляющие, то на верхнем пределе допуска величина $\xi_\epsilon > 1$ и колебательные свойства сигналов не проявляются.

Дальнейшее преобразование сигналов в фильтрах-экстраполяторах еще более подчеркивает перераспределение энергии в спектре.

На рис. 4.9 приведены результаты моделирования: а) входная ошибка измерений в угломерном канале δ_ϵ ; б) выходная ошибка РЛС δ_ϵ при $S_\epsilon = S_\epsilon^{\min}$ (на нижнем пределе допуска); в) дополнительная угловая ошибка ϵ_ϵ в сигнале наведения регистратора при $S_\epsilon = S_\epsilon^{\min}$ и при номинальном значении $S_\epsilon = 1$.

Видно, что изменение крутизны дискриминационной характеристики РЛС существенным образом меняет характер процессов в системе наведения.

Зависимость спектральной плотности выходных сигналов РЛС от S_ϵ иллюстрирует рис. 4.10.

По результатам проведенного анализа могут быть сделаны следующие выводы: динамические свойства каналов измерения координат в РЛС и разброс их параметров существенно влияют на процессы в системе, включающей РЛС, фильтры-экстраполяторы траектории и приводы наведения;

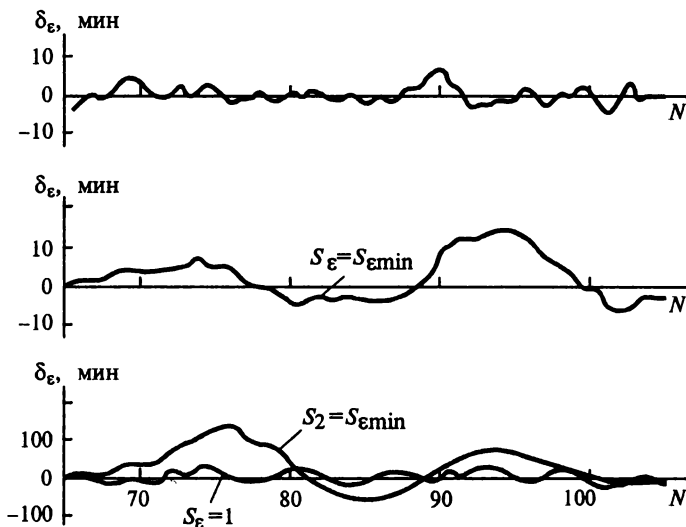


Рис. 4.9

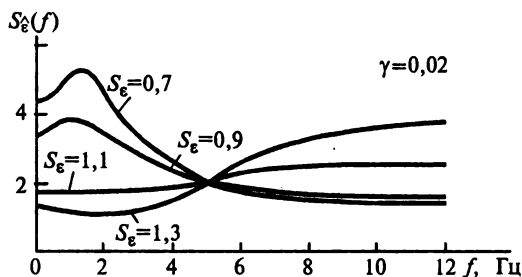


Рис. 4.10

упрощенные модели сигналов от РЛС, обычно используемые при проектировании, не позволяют оптимизировать параметры фильтров-экстраполяторов, а также приводов наведения и требуют уточнения;

целесообразна постановка задачи об оптимальном выборе параметров номинальной настройки коэффициентов S_ϵ , α и β по критерию, оценивающему конечную точность наведения в системе.

Перейдем к задаче исследования динамических свойств канала определения времени пересечения поверхности экстраполируемой траектории t_π при реализации базового алгоритма.

Напомним, что оценка t_π проводится путем интегрирования уравнения

$$\ddot{D} = K_B \dot{D}^2 \exp(\bar{\lambda} D) (1 + a \dot{D} + b \dot{D}^2)^{-1}.$$

Точке пересечения экстраполируемой траектории с заданной поверхностью соответствует наклонная координата $D_n(x_n, y_n, z_n)$ и искомое время t_n может быть определено из соотношения $D(t_n) = D_n$.

Разделяя переменные в уравнении и однократно интегрируя, запишем с учетом начальных условий $D(0) = D_n$ и $\dot{D}(0) = \dot{D}_n$:

$$\ln \left| \frac{\dot{D}}{\dot{D}_n} \right| + a\dot{D} + \frac{b}{2}\dot{D}^2 = \frac{K_B}{\bar{\lambda}} \exp(\bar{\lambda} D) + a\dot{D}_n + \frac{b}{2}\dot{D}_n^2 - \frac{K_B}{\bar{\lambda}} \exp(\bar{\lambda} D_n).$$

Заменяя $\ln(1+x) \sim x$ и линеаризируя зависимость $\dot{D}^2$, получаем

$$\dot{D} = \frac{\left[\left(\frac{K_B}{\bar{\lambda}} \right) \exp(\bar{\lambda} D) - \exp(\bar{\lambda} \dot{D}_n) \right]}{\left(\frac{1}{\dot{D}_n} + a + b\dot{D}_n \right)}.$$

Записав в общем виде $\dot{D} = \varphi(D)$ и $\frac{dD}{\varphi(D)} = dt$, получим

$$t_n = \int_{D_n}^{D_n} \frac{1}{\varphi(D)} dD.$$

Так как $\varphi(D) = \varphi(D, D_n, \dot{D}_n, K_B)$, то

$$dt_n = \left(-\frac{1}{\dot{D}_n} + I_1 \right) dD_n + I_2 d\dot{D}_n + I_3 dK_B, \quad (4.79)$$

$$\text{где } I_1 = \int_{D_n}^{D_n} \frac{\partial(\frac{1}{\varphi})}{\partial D_n} dD, \quad I_2 = \int_{D_n}^{D_n} \frac{\partial(\frac{1}{\varphi})}{\partial \dot{D}_n} dD, \quad I_3 = \int_{D_n}^{D_n} \frac{\partial(\frac{1}{\varphi})}{\partial K_B} dD.$$

После достаточно громоздких преобразований можно вычислить интегралы $I_{1,2,3}$ в явной форме и переписать в конечном виде выражение для отклонения времени t_n в зависимости от ошибок в определении начальных координаты D_n и скорости $\dot{D}_n$ объекта, а также ошибок в оценивании баллистического параметра K_B .

Проведенные численные оценки показали, что основной вклад в случайные колебания величины t_n вносит неопределенность при оценке K_B (4.79).

Учитывая, что K_B зависит в основном от скорости объекта, следуя схеме базового алгоритма, определим коэффициент влияния от измерений $\dot{R}$ на

оценку баллистического параметра $A_{K_B \dot{R}}(\omega) = \left| \frac{\partial K_B(\omega)}{\partial \dot{R}} \right|$ с учетом приближенного

соотношения $\dot{D} = \dot{R} / \cos \alpha$, где α — угол между направлением луча РЛС и скоростью объекта.

Величина K_B в дискретном фильтре-экстраполиторе определяется соотношением

$$K_B = \frac{\sum (F_i - F_0)(f_i - f_0)\sigma_i^{-2}}{\sum (f_i - f_0)^2 \sigma_i^{-2}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_k, N_{\max} - N_k, \dots, N_{\max}.$$

где, как и раньше, $f_i = \frac{1}{\lambda} \exp(\bar{\lambda} D_i)$; $F_i = \ln |\dot{D}_i| + a \dot{D}_i + \frac{b}{2} D_i^2$;

$$f_0 = \frac{\sum f_i \sigma_i^{-2}}{\sum \sigma_i^{-2}}; \quad F_0 = \frac{\sum F_i \sigma_i^{-2}}{\sum \sigma_i^{-2}}.$$

В суммах при подсчете K_B для упрощения реализации дискретных фильтров-экстраполиторов в ЭВМ с ограниченными ресурсами учитываются лишь члены, примыкающие к краям обрабатываемого массива измерений от $i = 1$ до N_k в начале и от $(N_{\max} - N_k)$ до $N_{\max}$ в конце, вносящие основной вклад в определение K_B . Аналогичный прием может быть применен при вычислении и других параметров.

Варьируя функцию F в предположении слабой зависимости весовых коэффициентов σ_i от номера i в интервале обработки и разлагая экспоненту в функции f_i в ряд с удержанием лишь линейных по D членов, получаем

$$dK_B = \frac{(D_{N_{\max}} - D_1) \left(\sum_{i=1}^{N_k} dF_i \left(\frac{i-1}{N_{\max}-1} - \frac{1}{2} \right) + \sum_{N_M-N_k}^{N_k} dF_i \left(\frac{i-1}{N_M-1} - \frac{1}{2} \right) \right)}{\left(\frac{D_{N_{\max}} - D_1}{N_M - 1} \right) \left(\frac{N_k(N_{\max}+1)^2}{2} - N_k(N_k+1)(N_{\max}+1) + \frac{N_k(N_k+1)(2N_k+1)}{3} \right)}. \quad (4.80)$$

Выражение для dF_i представим в виде

$$dF_i = A_{F\dot{R}} d\dot{R} \exp[j(\omega T_0(i-1))],$$

где $A_{F\dot{R}} = \frac{A_{F\dot{D}}}{\cos \alpha} = [\dot{D}^{-1} + a + b\dot{D}] / \cos \alpha$; $d\dot{R}$ — приращение $\dot{R}$.

Подставив dF_i в выражение (4.80) и разделив действительную и мнимую части, определим искомый модуль передаточной функции $A_{K_B\dot{R}}(\omega)$:

$$A_{K_B\dot{R}} = \frac{1 + a\dot{D} + b\dot{D}^2}{\dot{D} \cos \alpha} \frac{\sqrt{B(\omega)}}{C}, \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } B(\omega) = & \left[(\sin a_5 \omega \cdot \sin a_6 \omega + \sin a_2 \omega \cdot \sin a_3 \omega - \frac{\sin a_7 \omega \cdot \sin a_8 \omega}{2 \sin a_1 \omega} - \frac{1}{N_M - 1} \left(\frac{\sin 2a_5 \omega}{4 \sin^2 a_1 \omega} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\sin 2a_2 \omega}{4 \sin^2 a_1 \omega} - \frac{N_k \cos a_9 \omega}{2 \sin a_1 \omega} - \frac{N_{\max} \cos a_4 \omega}{2 \sin a_1 \omega} + \frac{(N_M - N_k) \cos a_{10} \omega}{2 \sin a_1 \omega} \right) \right]^2 + \left[(\cos a_6 \omega \times \right. \\
 & \left. \times \sin a_5 \omega + \cos a_3 \omega \cdot \sin a_2 \omega - \cos a_8 \omega \cdot \sin a_7 \omega) \frac{1}{2 \sin a_1 \omega} - \frac{1}{N_{\max} - 1} \left(\frac{N_k \sin a_9 \omega}{2 \sin a_1 \omega} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{N_{\max} \sin a_4 \omega}{2 \sin a_1 \omega} - \frac{(N_{\max} - N_k) \sin a_{10} \omega}{2 \sin a_1 \omega} - \frac{1}{4 \sin a_1 \omega} + \frac{\cos 2a_5 \omega}{4 \sin a_1 \omega} + \frac{\cos 2a_2 \omega}{4 \sin a_1 \omega} - \frac{\cos 2a_7 \omega}{4 \sin a_1 \omega} \right) \right]^2 ; \\
 C = & (D_1 - D_{N_{\max}}) \left[2N_k \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{N_M - 1} \right)^2 - 2N_k (N_k - 1) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{N_{N_{\max}} - 1} \right) \left(\frac{1}{N_{\max} - 1} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{N_k (N_k + 1) (2N_k + 1)}{3} \frac{1}{(N_{\max} - 1)^2} \right] ; a_1 = \frac{T_0}{2} ; a_2 = N_{\max} a_1 ; a_3 = a_2 - a_1 ; \\
 & a_4 = 2a_2 - a_1 ; a_5 = N_k a_1 ; a_6 = a_5 - a_1 ; a_7 = a_2 - a_5 ; a_8 = a_7 - a_1 ; a_9 = 2a_5 - a_1 ; \\
 & a_{10} = a_4 - 2a_5 .
 \end{aligned}$$

Окончательно имеем $A_{t_n \dot{R}}(\omega) = I_3(D_n, D_n, \dot{D}_n) A_{K_{\Sigma R}}(\omega)$.

Анализ выражений для $A_{t_n \dot{R}}(\omega)$ показывает сложную структуру частотной зависимости, являющейся функцией выбираемых при проектировании параметров фильтров-экстраполяторов $N_{\max}, N_k, T_0$ и конкретной траектории объекта.

Отдельные частотные максимумы в $A_{t_n \dot{R}}(\omega)$ наиболее выражены и разнесены друг от друга при наименьших $N_{\max}$; с ростом $N_{\max}$ их число увеличивается, они сближаются по частоте и менее выражены, общий коэффициент передачи с ростом $N_{\max}$ уменьшается.

На рис. 4.11 показан характер зависимости величины отклонения оценки t_n от частоты колебаний ошибок измерений радиальной скорости $\dot{R}$ при времени экстраполяции $\tau_z = 1$ с для $N_{\max} = 20; 30; 50$ и $N_k = 7$. Сплошная кривая на рисунке соответствует $N_{\max} = 20$, штриховая $N_{\max} = 30$, штрихпунктиром отмечена кривая для $N_{\max} = 50$.

Видно, что в рассмотренном примере при $N_{\max} = 30$ и допустимом временном отклонении $t_n = 10^{-3}$ с, амплитуда низкочастотных колебаний ошибки измерений $\dot{R}$ в области наибольшего подъема АЧХ при $f \approx 0,8$ Гц не должна превышать примерно 2,5 м/с.

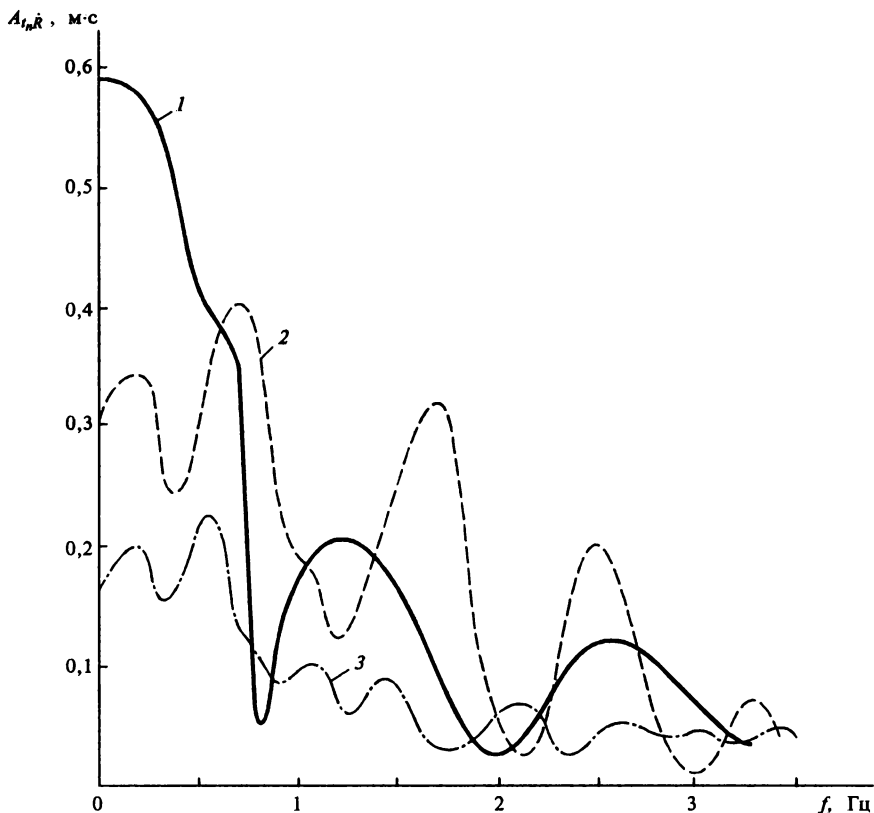


Рис. 4.11

Изложенное подтверждает сделанный выше вывод о наличии тесной связи между процессами в подсистемах и необходимостью комплексной оптимизации системы в целом от РЛС и до приводов наведения.

4.5. Возможные подходы к оцениванию траекторий маневрирующих объектов

В заключение кратко рассмотрим возможные подходы к оцениванию траекторий ракет, совершающих интенсивные маневры на терминальном участке, по результатам полигонных внешнетраекторных измерений. Следует отметить, что задачи фильтрации и экстраполяции в этом случае существенно различаются.

Если для качественной фильтрации важно выбрать адекватную модель движения, то экстраполяция траектории маневрирующего объекта осложнена непредсказуемостью момента и уровня очередного маневра и правильнее ставить задачу прогнозирования не координат, а области вероятных положений объекта на участке экстраполяции.

Модель управляемого движения в отличие от модели (4.1) должна включать управляющие воздействия в правой части уравнений движения и, соответственно, члены, отражающие аэродинамику объекта в нормальных к траектории направлениях $C_{y,z}(x_i, \alpha, \beta)$, где α и β — углы атаки и скольжения.

Таким образом, модель управляемого движения существенно усложняется введением дополнительных параметров, которые необходимо идентифицировать в реальном масштабе времени при том же объеме измерительной информации, что неизбежно снижает точность оценивания.

Известны подходы к решению этой задачи методами расширенного ОФК, причем в качестве дополнительных параметров вводят или коэффициент подъемной силы C_y или аэродинамическое качество C_y/C_x , или параметр γ , определяющий угловую ориентацию плоскости маневра относительно направления движения.

При организации процесса фильтрации может представить сложность чередование участков управляемого и неуправляемого движения с соответствующей сменой модели. При этом в алгоритм должен быть введен блок, определяющий начало и конец управляемого участка по вычисляемым невязкам в оценивании траектории.

Запаздывание, неизбежное при таком подходе, может привести к расхождению оценок при частоте чередования участков выше некоторой критической. Для сохранения устойчивости оценок эта частота для ОФК не должна превышать примерно 1 Гц.

Реализация алгоритмов ОФК для случая управляемого движения требует мощных вычислителей и обладает в еще большей степени недостатками, перечисленными в разделе об использовании ОФК для обработки информации о неуправляемом движении.

Среди других возможных подходов можно отметить методы, в которых в правую часть уравнений движения вводится управляющее воздействие U , трактуемое как неизвестное управление, заставляющее объект следовать в соответствии с наблюдаемой траекторией [63].

При этом синтез оптимального фильтра сводится к определению оптимального закона управления $U^*(t)$. В качестве критерия оптимальности принимают минимум квадратичных форм невязки измерений и управления. При этом синтезированное управление обеспечивает определенный компромисс между невязкой измерений и величиной, которую можно интерпретировать как «энергию управления».

Синтез фильтра может быть выполнен методом Понтрягина, или методом динамического программирования.

Еще один подход [64], позволяющий снизить размерность задачи и упростить вычисления при фильтрации и экстраполяции траектории, применим для обработки измерений по объекту, совершающему заранее известный квазидетерминированный маневр, что характерно для полигонных испытаний. Подход основан на представлении движения объекта как движения вдоль одномерного пространственного многообразия, для описания модели которого используются уравнения Френе [65]. При этом по оценкам можно получить двойной выигрыш в вычислительных затратах при временах экстраполяции более $10 T_0$.

Возвращаясь к базовому алгоритму, можно отметить, что на его основе можно также создать алгоритм, в принципе позволяющий обрабатывать информацию об управляемом движении.

При решении геометрической задачи в базовом алгоритме мы получаем сглаженные значения направляющих косинусов траектории, что позволяет теми или иными методами численного дифференцирования определить угловые скорости поворота траектории объекта и с учетом его продольной скорости получить оценки составляющих перегрузки по осям, перпендикулярным продольному движению, и таким образом оценить управляющие воздействия.

При этом остается сложность, связанная с включением/выключением или сменой знака управлений, последняя может быть определена лишь с запаздыванием.

С ростом объема памяти $N_{\max}$ цифровых фильтров в базовом алгоритме уменьшается уровень флюктуационных ошибок в оценках, но одновременно такие «тяжелые» фильтры с узкой полосой пропускания неспособны быстро оценить смену управления.

Проведенные исследования позволяют рекомендовать модифицированную форму базового алгоритма лишь для сопровождения объектов с невысокими

нормальными перегрузками и редкой сменой управления $f_{\text{смены}} < \frac{1}{T_0 N_{\max}}$.

Приведем подробнее описание еще одного алгоритма [66] для обработки траекторий управляемого движения, причем предполагается использование аэродинамического управления.

Примем для простоты участок управляемого движения плоским. Это предположение не является жестким ограничением, поэтому может быть аппроксимировано кусочно-плоским.

Запишем уравнение движения управляемого объекта в виде

$$\ddot{\vec{V}} = (k\vec{V}|\vec{V}| + U[\vec{U}_0\vec{V}]|\vec{V}|)\exp(-\lambda x_4) + \vec{g}_0, \quad (4.82)$$

где $\vec{V}$ — вектор скорости, k — коэффициент аэродинамического сопротивления, U — управление, $\vec{U}_0$ — единичный вектор нормали к плоскости управления; λ — множитель в экспоненциальной зависимости плотности атмосферы от высоты.

Наблюдаемые параметры управляемого объекта включают декартовы координаты x_3, x_4, x_5 и радиальную скорость $\dot{R}$, поступающие в дискретные моменты времени с периодом T_0 . Начало системы координат, как и раньше, совпадает с точкой установки измерительного средства. Ошибки наблюдений — некоррелированные гауссовы шумы с известными среднеквадратическими значениями. Массив измерений включает N элементов $(x_3, x_4, x_5, \dot{R})$.

Естественным образом задача распадается на следующие:

обнаружение участка управляемого движения и идентификация плоскости управления;

идентификация параметров управляемого движения;

прогнозирование траектории управляемого объекта в предположении, что параметры управляемого движения постоянны.

При таком подходе можно ожидать повышения точности идентификации и прогнозирования по сравнению с полиномиальными методами и существенного упрощения вычислительного алгоритма по сравнению с методом ОФК в результате декомпозиции задач, аналитического решения некоторых уравнений и отсутствия проблем расходимости.

Эти преимущества позволяют рекомендовать описываемый метод для использования в случаях, когда требуется осуществлять решение данной задачи в реальном масштабе времени на ЭВМ со сравнительно малыми вычислительными ресурсами.

Подзадача обнаружения управляемого участка и идентификации плоскости управления решается следующим образом. Массив наблюдений x_3, x_4, x_5 с индексами $i, 1 < i < N$ рассматривается как совокупность точек в трехмерном пространстве. Вводится матрица моментов инерции массива:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \sum_{i=1}^N (x_{3i} - x_{30})^2; \quad S_{12} = S_{21} = \sum_{i=1}^N (x_{3i} - x_{30})(x_{4i} - x_{40}); \\ S_{22} &= \sum_{i=1}^N (x_{4i} - x_{40})^2; \quad S_{13} = S_{31} = \sum_{i=1}^N (x_{3i} - x_{30})(x_{5i} - x_{50}); \\ S_{23} &= S_{32} = \sum_{i=1}^N (x_{4i} - x_{40})(x_{5i} - x_{50}); \quad S_{33} = \sum_{i=1}^N (x_{5i} - x_{50})^2, \end{aligned} \quad (4.83)$$

где x_{30}, x_{40}, x_{50} — координаты центра группирования массива наблюдения:

$$x_{30} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{3i}; \quad x_{40} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{4i}; \quad x_{50} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{5i}.$$

Находятся собственные значения (максимальное k_1 , промежуточное k_2 , минимальное k_3) и собственные векторы (направление продольного движения $\bar{L}$, направление управления $\bar{B}$, нормаль к плоскости управления $\bar{U}$) матрицы S . Собственные векторы $\bar{L}, \bar{B}$ лежат в плоскости управления, вектор $\bar{U}$ перпендикулярен ей.

В качестве критерия наличия управления принимается выполнение неравенства $k_2/k_3 > k$, где пороговое значение для аэродинамического уравнения может составить $k = 2-3$.

Единичные векторы системы координат управления следующие:

$$\bar{L} = \frac{\bar{L}}{|\bar{L}|}; \quad \bar{B}_0 = \frac{\bar{B}}{|\bar{B}|}; \quad \bar{U} = \frac{\bar{U}}{|\bar{U}|}. \quad (4.84)$$

Аппроксимируем траекторию управляемого объекта в плоскости управления полиномом 3—4 степени. Наблюдения объекта связаны с координатами в плоскости управления:

$$L_i = x_{3i}l_{0x_3} + x_{4i}l_{0x_4} + x_{5i}l_{0x_5}; \quad B_i = x_{3i}b_{0x_3} + x_{4i}b_{0x_4} + x_{5i}b_{0x_5}, \quad (4.85)$$

где l_0 и b_0 — компоненты векторов $\bar{L}_0$ и $\bar{B}_0$.

Аппроксимирующий полином

$$P(L_i) = \sum_{j=1}^{M+1} a_j L_i^{j-1}, \quad (4.86)$$

где $M = 3-4$ — степень полинома, a_j — коэффициенты полинома, определяемые из условия

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (P(L_i) - B_i)^2 = \min, \quad (4.87)$$

где $\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2$ — сумма квадратов отклонений.

Система линейных уравнений для коэффициентов a_j :

$$\sum_{j=1}^{M+1} A_{jk} a_j = C_k; \quad A_{jk} = \sum_{i=1}^N L_i^{j+k-2}; \quad C_k = \sum_{i=1}^N B_i L_i^{k-1}. \quad (4.88)$$

Решение этой системы $a_j (1 \leq j \leq M+1)$ определяет полином $P(L)$ степени M , аппроксимирующий траекторию. Остается определить следующие параметры движения управляемого объекта: V_N — скорость; Θ_N — угол наклона траектории в плоскости (L, B) ; U — интенсивность управления; L_N, B_N — положение объекта в координатах (L, B) .

Индекс N определяет оценку в последней наблюдаемой точке массива. Для определения параметров $V_N, K, \Theta_N, U, L_N, B_N$ исходными данными являются

$$\Theta_i = \arctg \left(\sum_{j=2}^{M+1} (j-1) a_j L_i^{j-2} \right) — \text{углы наклона траектории;}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_i = & \frac{1}{R_i} [x_{3i} (l_{0x_3} \cos \Theta_i + b_{0x_3} \sin \Theta_i) + x_{4i} (l_{0x_4} \cos \Theta_i + b_{0x_4} \sin \Theta_i) + \\ & + x_{5i} (l_{0x_5} \cos \Theta_i + b_{0x_5} \sin \Theta_i)], \end{aligned} \quad (4.89)$$

где α_i — угол между траекторией и линией визирования из начала координат x_3, x_4, x_5 ; R_i — дальность до объекта, $R_i = \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + x_5^2}$.

После нескольких упрощений уравнения движения в плоскости управления примут следующий вид:

продольное движение

$$\dot{V} = kV^2 \exp(-\lambda x_4(t));$$

поворот

$$\dot{\Theta} = UV \exp(-\lambda x_4(t)); \quad (4.90)$$

поперечное движение

$$\dot{B} = \dot{L} \operatorname{tg} \Theta.$$

Эти уравнения интегрируются в обратном времени:

$$V = \frac{V_N}{1 + V_N K \int_{t_N}^t \exp(-\lambda x_4(t)) dt}; \quad (4.91)$$

$$\Theta = \Theta_N - UV_N \int_{t_N}^t \frac{\exp(-\lambda x_4(t)) dt}{1 + V_N K \int_{t_N}^t \exp(-\lambda x_4(t)) dt}; \quad (4.92)$$

$$B = B_N + (L - L_N) \operatorname{tg} \Theta - \int_{t_N}^t \frac{(L - L_N) K V^2 \exp(-\lambda x_4(t)) dt}{\cos^2 \Theta}. \quad (4.93)$$

С учетом этих уравнений находятся параметры $\hat{V}_N, \hat{K}, \hat{\Theta}_N, \hat{U}, \hat{L}_N, \hat{B}_N$ (знак «^» означает оценку соответствующего параметра). Параметры $\hat{V}_N, \hat{K}$ определяются из условия

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\hat{V}_N} + \hat{K} E_i - \frac{1}{V_i} \right)^2 = \min; \quad E_i = -T_0 \sum_{j=1}^N x_j \exp(-\lambda x_4(t_i)), \quad (4.94)$$

где T_0 — тактовый интервал; $x_j = \begin{cases} 0,5 & \text{при } -j = i; j = N \\ 1 & \text{при } -i < j < N \end{cases}$ — коэффициенты метода

интегрирования, $\lambda = 0,000129 \text{ м}^{-1}$ — для стандартной атмосферы; $E_N = 0$.

Для определения $\hat{V}_N$ и $\hat{K}$ решается система линейных уравнений:

$$\sum_{j=1}^2 A_{jk} a_j = C_k, \quad (4.95)$$

где $A_{11} = N$; $A_{12} = A_{21} = \sum_{i=1}^N E_i$; $A_{22} = \sum_{i=1}^N E_i^2$; $1 \leq k \leq 2$; $a_1 = V_N^{-1}$; $a_2 = \hat{K}$; $C_1 = \sum_{i=1}^N V_i^{-1}$;

$$C_2 = \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{V_i}.$$

Параметры $\hat{\Theta}_N$ и U находятся из условия

$$\sum_{i=1}^N \left(\hat{\Theta}_N - T_0 \hat{U} \hat{V}_N \sum_{j=1}^N \frac{x_j \exp(-\lambda x_4(i))}{1 - T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_j} - \Theta_i \right)^2 = \min, \quad (4.96)$$

где $E_j = \sum_{j=1}^N x_{j1} \exp(-\lambda x_4(i))$, x_j, x_{j1} имеют тот же смысл, что и в формуле (4.94).

Из условия (4.96) следует система линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^2 A_{jk} a_j = C_k, \quad (4.97)$$

где $A_{11} = N$; $A_{12} = A_{21} = -T_0 \hat{V}_N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_j \exp(-\lambda x_4(i))}{1 - T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_j}$; $A_{22} = T_0^2 \hat{V}_N^2 \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{x_j \exp(-\lambda x_4(j))}{1 - T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_j} \right)^2$;

$$a_1 = \hat{\Theta}_N; a_2 = \hat{U}; C_1 = \sum_{i=1}^N \Theta_i; C_2 = -T_0 \hat{V}_N \sum_{i=1}^N \Theta_i \sum_{j=1}^N \frac{x_j \exp(-\lambda x_4(j))}{1 - T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_j}.$$

Параметры $\hat{L}_N$ и $\hat{B}_N$ находятся по упрощенным формулам:

$$\hat{L}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(L_i - T_0 \sum_{j=1}^N x_j V_j \cos \Theta_j \right); \quad \hat{B}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(B_i - T_0 \sum_{j=1}^N x_j V_j \sin \Theta_j \right). \quad (4.98)$$

Таким образом, оценки параметров $\hat{V}_N, \hat{K}, \hat{\Theta}_N, \hat{U}, \hat{L}_N$ и B_N найдены.

Подзадача экстраполяции траектории управляемого объекта решается в системе координат x_3, x_4, x_5 . Шаг интегрирования может быть взят равным тактовому интервалу T_0 .

Уравнения движения на участке экстраполяции при неизменном управлении имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= V_i (l_{0x_3} \cos \Theta_i + b_{0x_3} \sin \Theta_i); \\ \dot{x}_4 &= V_i (l_{0x_4} \cos \Theta_i + b_{0x_4} \sin \Theta_i); \\ \dot{x}_5 &= V_i (l_{0x_5} \cos \Theta_i + b_{0x_5} \sin \Theta_i). \end{aligned} \quad (4.99)$$

Для всех $i > N$

$$V_i = \frac{\hat{V}_N}{1 + T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_i}; \quad \Theta_i = \Theta_N + T_0 \hat{U} \hat{K} \sum_{j=N}^i \frac{x_j \exp(-\lambda x_4(i))}{1 + T_0 \hat{V}_N \hat{K} E_j};$$

$$E_j = T_0 \sum_{j1=N}^j x_{j1} \exp(-\lambda x_4(j1)); E_i = T_0 \sum_{j=N}^i x_j \exp(-\lambda x_4(j)).$$

При $j1 = j = i$ принимается $\exp(-\lambda x_4(i)) = \exp(-\lambda(x_4(i-1) + T_0 \dot{x}_4(i-1)))$.

Формулы для V_i и Θ_i получены из решения уравнений продольного и бокового движения:

$$\begin{aligned} x_{3N} &= x_{30} + l_{0x_3} \hat{L}_N + b_{0x_3} \hat{B}_N; \\ x_{4N} &= x_{40} + l_{0x_4} \hat{L}_N + b_{0x_4} \hat{B}_N; \\ x_{5N} &= x_{50} + l_{0x_5} \hat{L}_N + b_{0x_5} \hat{B}_N. \end{aligned} \quad (4.100)$$

Переменные в правой части уравнений заданы только для дискретных значений времени, кратных T_0 . Учитывая невозможность их нахождения для промежуточных значений времени и неточность приближений при численном счете интегралов методом трапеций, принятом выше, целесообразно воспользоваться методом Эйлера:

$$x_{3i} = x_{3i-1} + T_0 \dot{x}_{3i-1}; \quad x_{4i} = x_{4i-1} + T_0 \dot{x}_{4i-1}; \quad x_{5i} = x_{5i-1} + T_0 \dot{x}_{5i-1}.$$

Математическое моделирование подтвердило работоспособность предложенного способа.

Завершая краткий и далеко не полный обзор методов фильтрации и экстраполяции траекторий ракет на участках управляемого движения, следует отметить, что несмотря на значительное количество работ в этом направлении, удовлетворительных алгоритмов, обеспечивающих устойчивость вычислительного процесса, требуемую точность оценок и реализуемость в реальном масштабе времени, до сих пор еще не создано.

Возможно, пути решения этой проблемы связаны не столько с дальнейшим совершенствованием математического аппарата, сколько с расширением измерительного базиса внешнетраекторных измерений, с увеличением размерности вектора измерений.

В этой связи представляются интересными работы по развитию сверхширокополосной радиолокации, позволяющей в принципе оценивать угловую ориентацию объекта по отношению к траектории и косвенно оценивать углы атаки и скольжения.

Подытоживая материалы главы в целом, отражающие исследования, выполненные в ЦНИИАГ начиная с 80-х годов, следует отметить, что при разработке предложенных алгоритмов основной акцент делался на их реализуемость на сравнительно простых вычислителях, на гарантированную устойчивость вычислительного процесса, не требующую вмешательства оператора, и на обеспечение оптимальной стыковки динамических характеристик процессов измерений в РЛС, обработки в фильтрах-экстраполяторах и процессов в приводах наведения установки с регистрирующей аппаратурой. По результатам математического моделирования и экспериментальных работ можно констатировать, что в наибольшей мере этим требованиям отвечает базовый алгоритм, описанный в § 4.3.

5. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СТРЕЛЬБЫ РАКЕТАМИ

5.1. Рассеивание ракет Сухопутных войск и его количественные характеристики

Общие теоретические вопросы рассеивания как физического явления рассмотрены в работах [4, 14, 20]. Под рассеиванием понимают несовпадение действительных траекторий с номинальной. Известны две схемы определения рассеивания: при одном пуске; для группы пусков однотипных ракет.

В первой схеме рассеивание характеризуют отклонением текущих кинематических параметров возмущенной траектории от значений соответствующих параметров номинальной траектории. В качестве таких параметров принимаются какие-либо монотонно и непрерывно изменяющиеся элементы движения ракеты, например, время, дальность полета и т.д. Следовательно, в этой схеме рассеивание определяется вектором отклонений $\bar{\Delta}$:

$$\bar{\Delta}(S) = \bar{X}(S) - \bar{X}_N(S),$$

где $\bar{X}(S) = [X(S), \dots, X_n(S)]$; $\bar{X}_N(S) = [X_{1N}(S), \dots, X_{nN}(S)]$ — соответственно векторы параметров движения на возмущенной и номинальной траекториях; S — независимая переменная.

Наибольший интерес представляет рассеивание пространственно-временных характеристик движения центра масс, которыми являются векторы положения и скорости центра масс и скалярный параметр — время. Таким образом, с формальной точки зрения рассеивание характеризуется семимерным вектором отклонений положения, скорости и времени движения в некоторой системе координат:

$$\bar{\Delta}(S) = [x_i(S), t(S)] [x_{in}(S), t_N(S)] = [\Delta x_i(S), \Delta t(S)], \quad (5.1)$$

где $i = 1, \dots, 6$.

В зависимости от практической необходимости рассеивание может характеризоваться как полным вектором (5.1), так и отдельными его составляющими: отклонения составляющих вектора скорости и времени в конце АУТ, отклонения составляющих вектора положения точки падения.

Рассмотренная схема определения рассеивания удобна для оценки влияния отклонений от номинальных значений отдельных параметров ракеты на отклонения возмущенных траекторий от номинальной. Она находит применение на

стадии проектирования ракет и СУ и обеспечивает оперативное получение необходимых данных об отклонениях.

В схеме определения рассеивания для группы пусков в качестве характеристик рассеивания принимают различные вероятностные характеристики.

Наиболее полной количественной характеристикой рассеивания может служить плотность распределения вероятности вектора (5.1). Функцию плотности вероятности случайной вектор-функции можно записать в виде

$$P = P[\bar{\Delta}(S), S]. \quad (5.2)$$

Функция (5.2) представляет собой функцию восьми переменных, поскольку вектор $\bar{\Delta}(S)$ является семимерным. Поэтому определение такой функции даже с помощью современных ЭВМ представляет большие трудности. На практике используют более простые в определении характеристики: начальные и центральные моменты функции (5.2). Функциональный вид выражений для начального и центрального моментов n -го порядка имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_n(S) &= \int_{c(\bar{\Delta})} f_{\mu}(\bar{\Delta})[\bar{\Delta}(S), n] P[\bar{\Delta}(S), S] d\bar{\Delta}(S); \\ \bar{\mu}_n(S) &= \int_{c(\bar{\Delta})} f_a(\bar{\Delta})[\bar{\Delta}(S), \bar{\mu}_n(S), n] P[\bar{\Delta}(S), S] d\bar{\Delta}(S), \end{aligned} \quad (5.3)$$

где f_{μ}, f_a — известные функции указанных аргументов; $c(\bar{\Delta})$ — область интегрирования.

При $n = 1$ начальный момент представляет собой математическое ожидание m вектор функции $\bar{\Delta}(S)$. При $n = 2$ центральный момент $\alpha_n(S)$ является корреляционной матрицей. Матрица $\alpha_n(S)$ характеризует разброс возмущенной траектории относительно среднестатистической, определяемой векторной суммой: $\bar{X}(S) + \mu_1(S)$. Математическое ожидание μ_1 и корреляционная матрица α_2 для любой фиксированной точки траектории получаются в результате подстановки в выражение (5.3) значений переменной, соответствующих указанным точкам траектории. Фиксирование переменной S в геометрической интерпретации означает пересечение пучка возмущенных траекторий с некоторой поверхностью.

Распределение точек пересечения составляющих вектора $\bar{X}(S)$ с этой поверхностью иногда называют изопараметрическим рассеиванием траектории. Рассеивание точек падения на поверхность Земли является наиболее интересным частным случаем изопараметрического рассеивания. Если функция (5.3) представляет собой нормальную плотность распределения, то математическое ожидание $\mu_1(S)$ и корреляционная матрица $\alpha_2(S)$ полностью характеризуют рассеивание. Рассеивание точек падения ракет СВ можно характеризовать векторной величиной: отклонением радиус-вектора, соединяющего точки старта и падения, от номинального значения. Обычно радиус-вектор раскладывается на две компоненты: дальность L и боковое отклонение B . Для управляемых ракет эти

две составляющие при оценке рассеивания можно рассматривать независимыми друг от друга. Поэтому задача определения рассеивания точек падения сводится к задаче определения вероятностных характеристик одной случайной величины. В этом случае, как и для случайного вектора параметров траектории, случайная величина с вероятностной точки зрения полностью описывается законом ее распределения, который задается в виде плотности распределения (плотности вероятности). Однако на практике нет необходимости полностью представлять закон распределения. Для его оценки используют числовые характеристики случайной величины, наиболее важными из которых являются математическое ожидание $M[x]$ и дисперсия $D[x]$. Первая характеризует среднее значение случайной величины, вторая — ее рассеивание относительно математического ожидания. Часто вместо дисперсии используется среднее квадратическое отклонение σ , вычисляемое как $\sigma = \sqrt{D(x)}$.

Математическое ожидание и дисперсия являются характеристиками любого закона распределения. Однако в случае наиболее распространенного нормального закона эти две характеристики являются исчерпывающими, т.е. они полностью определяют закон распределения. В случае других законов распределения, кроме этих двух характеристик, необходимо определять моменты третьего и более высоких порядков.

Плотность распределения $P(x)$ случайной величины x для нормального закона распределения имеет вид [67]:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Вероятность попадания случайной величины в отрезок длиной σ :

Границы отрезка	0–1	1–2	2–3
Вероятность	0,34	0,14	0,02

Приведенные данные означают, что для нормального закона распределения все рассеивание случайной величины укладывается на отрезке $M \pm 3\sigma$ («правило трех сигм»).

При оценке рассеивания часто используют величину, называемую вероятным или срединным отклонением E , под которым понимают половину ширины участка, симметричного относительно центра рассеивания. Вероятность попадания в этот участок равна 0,5.

Зависимость E от σ имеет вид [67]:

$$E = 0,6745\sigma.$$

Вероятность попадания случайной величины в отрезок длиной E :

Границы отрезка	0–1	1–2	2–3	3–4
Вероятность	0,25	0,16	0,067	0,02

Видно, что рассеивание нормально распределенной случайной величины укладывается на отрезке $M \pm 4E$.

На практике находит применение еще одна характеристика рассеивания точек падения, называемая круговой вероятностной ошибкой (КВО). Ее определяют как радиус окружности с центром в точке цели, вероятность попадания в которую равна 0,5.

КВО определяется условием

$$\int_S P(x, y) = 0,5, \quad (5.4)$$

где $P(x, y)$ — функция плотности распределения двумерной случайной величины; S — окружность радиуса $R = \text{КВО}$ с центром с координатами $X = 0, Y = 0$.

Уравнение (5.4) аналитически не решается, поэтому выражение для определения КВО получают при помощи численного интегрирования и аппроксимации функции $P(x, y)$.

Известны следующие варианты аппроксимации $P(x, y)$ и формулы связи КВО со среднеквадратическим отклонением σ и математическим ожиданием M .

1. Круговое нормальное распределение со смещенным центром рассеивания, т.е. $\sigma[x] = \sigma[y] = \sigma$; $M^2[x] + M^2[y] = b^2$, $\rho = 0$, где $\rho = 0$ — коэффициент корреляции между случайными величинами x, y :

$$\text{КВО} = 1,17\sigma. \quad (5.5)$$

Формула (5.5) обеспечивает вычисление КВО достаточно точно при малых смещениях центра нормального закона распределения. Погрешность формулы (5.5) составляет при $b = 0,8\sigma$ не более 3%, при $b < \sigma$ — не более 8 % [67].

2. Несмещенное некруговое нормальное распределение, т.е.

$$M[x] = M[y] = 0, \sigma[x] > \sigma[y] \neq 0, \rho = 0; \quad (5.6)$$

$$\text{КВО} = 0,589 (\sigma[x] + \sigma[y]);$$

$$\text{КВО} = 0,615 (\sigma[y] + 0,562\sigma[x]). \quad (5.7)$$

Погрешность вычисления КВО по формулам (5.6), (5.7) не превышает 3 % при $\frac{\sigma[x]}{\sigma[y]} < 5$.

Для более общего случая некругового несмещенного нормального закона распределения выражение для вычисления КВО имеет достаточно сложный вид. В случае кругового несмещенного нормального закона распределения легко установить связь между КВО и среднеквадратическим отклонением: $2,3 \text{ КВО} = 2,7\sigma$.

Во многих практических задачах принимают, что в пределах $(-3\sigma \dots + 3\sigma)$ или $(-4E \dots + 4E)$ находятся все случайные величины. Из этого положения вытекает общеизвестная формула для оценки максимального отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$(x - M[x])_{\max} \approx 3\sigma[x]. \quad (5.8)$$

Формула (5.8) достаточно часто применяется на первых этапах проектирования ракетного комплекса и его СУ.

5.2. Составляющие рассеивания и причины их возникновения

Основными составляющими рассеивания РСВ являются следующие наиболее весомые в суммарном рассеивании: методические ошибки управления; динамические ошибки управления; инструментальная составляющая рассеивания; ошибки подготовки полетного задания; ошибки пассивного участка траектории; ошибки топопривязки.

В зависимости от формализованной модели ракет СВ в суммарном рассеивании учитываются те или иные составляющие. Рассмотрим основные составляющие рассеивания.

Методические ошибки определяются видом траектории, уровнем действующих возмущений, условиями эксплуатации ракетного комплекса, методом управления, способом учета геофизических факторов при решении навигационной задачи в бортовой ЦВМ, способом прогнозирования положения текущей точки падения для терминальных и программно-терминальных методов управления.

Динамические ошибки управления зависят от эффективности органов управления, динамических свойств ракеты, точности чувствительных элементов СУ, структуры и параметров автомата стабилизации и характеристик рулевого привода. Динамические ошибки в меньшей степени, чем методические, зависят от вида траектории и метода управления.

Инструментальная составляющая рассеивания полностью определяется погрешностями приборов СУ, видом траектории и ее параметрами. Этот вид ошибок практически не зависит от метода управления.

Инерциальные СУ ракет могут иметь два вида реализации: на основе ГСП и так называемые бесплатформенные системы. В состав инструментальной составляющей рассеивания входят ошибки вычисления бортовой ЦВМ и ошибки прицеливания по азимуту. При помощи специальных приемов программирования вычислительные ошибки сводятся до пренебрежимо малых значений.

Ошибки системы прицеливания определяются точностью определения выставки ГСП в азимут приборами СУ.

Каждый вид инструментальной погрешности приборов СУ приводит к ошибкам определения проекций скорости и пути на расчетные направления осей чувствительности измерителей линейных ускорений, а, следовательно, и на направления осей базовой инерциальной системы координат. Это является причиной появления отклонений точки падения от точки цели.

Ошибки подготовки ПЗ зависят от метода его подготовки. Существующим методам подготовки ПЗ, в основе которых лежит решение обратной краевой задачи, присущи следующие основные ошибки: ошибки расчета попадающей

траектории из-за неточности расчетных формул для вычисления управляющих параметров; погрешности интерполяции, численного интегрирования и др.; вычислительные ошибки из-за конечного представления чисел, определения величин в процессе вычисления; ошибка ввода ПЗ в бортовую ЦВМ при подготовке ракеты к пуску. Ошибки расчета ПЗ могут быть доведены до пренебрежимо малых величин.

Ошибки ПУТ определяются видом траектории, уровнями возмущений и аэродинамическими характеристиками ракет. Условно возмущения на этом участке можно разделить на две группы: возмущения начальных условий в момент начала ПУТ; внешние возмущения. К первой группе относятся разброс импульса последствия твердотопливной ДУ, отклонение вектора скорости и угла атаки от номинальных значений при входе в плотные слои атмосферы. Ко второй группе можно отнести отклонение параметров атмосферы (плотности, температуры) от стандартных; ветер; отклонение массовых и геометрических параметров ракеты; отклонение аэродинамических характеристик ракеты от расчетных. В отличие от других участков траектории возмущения на ПУТ проявляются непосредственно в рассеивании точек падения.

Ошибки топопривязки содержат две составляющие: ошибку привязки начальной точки маршрута пусковой установки и навигационную ошибку топопривязки.

В табл. 5.1, 5.2 для иллюстрации приведены данные по содержанию отдельных составляющих в суммарном рассеивании формализованных моделей ракет при стрельбе на максимальную и минимальную дальности соответственно. Данные таблиц приведены для уровней инструментальных ошибок приборов, характерных для СУ ракет СВ; методические, динамические ошибки и ошибки ПЗ приняты характерными для высокоточных методов управления и стабилизации.

В таблицах приведены относительные значения дисперсий отклонений по дальности $\bar{D}_L = \frac{D_{L,i}}{D_{L\Sigma}}$ и в боковом направлении $\bar{D}_B = \frac{D_{Bi}}{D_B}$, где $D_{L\Sigma}$, $D_{B\Sigma}$ — суммарные значения дисперсий; i — номер составляющей рассеивания.

Таблица 5.1

Наименование	PCB-1		PCB-2		PCB-3	
	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$
Методические ошибки	0,04	0,04	0,025	0,05	0,02	0,02
Динамические ошибки	0,09	0,1	0,01	0,03	0,1	0,06
Инструментальные ошибки	0,32	0,7	0,21	0,78	0,34	0,59
Ошибки подготовки ПЗ	0,06	0,06	0,01	0,01	0,1	0,06
Ошибки ПУТ	—	—	0,72	0,1	—	—
Ошибки топопривязки	0,09	0,1	0,025	0,03	0,44	0,28
Суммарное рассеивание	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Таблица 5.2

Наименование	PCB-1		PCB-2		PCB-3	
	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$
Методические ошибки	0,08	0,02	0,04	0,04	0,02	0,02
Динамические ошибки	0,4	0,4	0,04	0,04	0,09	0,08
Инструментальные ошибки	0,08	0,14	0,42	0,64	0,4	0,42
Ошибки подготовки ПЗ	0,04	0,04	0,04	0,02	0,09	0,08
Ошибки ПУТ	—	—	0,42	0,21	—	—
Ошибки топопривязки	0,4	0,4	0,04	0,05	0,4	0,4
Суммарное рассеивание	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Таблица 5.3

Наименование	$L_{\min}$		$L_{\max}$	
	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$	$\bar{D}_L$	$\bar{D}_B$
Методические ошибки	0,01	0,01	0,01	0,01
Динамические ошибки	0,15	0,15	0,13	0,13
Инструментальная составляющая	0,01	0,02	0,14	0,17
Ошибки подготовки ПЗ	0,16	0,15	0,14	0,13
Ошибки ПУТ	—	—	—	—
Ошибки топопривязки	0,07	0,07	0,58	0,56
Суммарное рассеивание	1,0	1,0	1,0	1,0

Анализ таблиц показывает, что для рассмотренных типов моделей ракет, которые охватывают практически весь класс ракет СВ, наиболее весомой является инструментальная составляющая рассеивания.

Для иллюстрации влияния типа траектории на величину инструментальной составляющей рассеивания в табл. 5.3 приведены аналогичные данные для модели РСВ-3 при стрельбе по настильным траекториям, где $L_{\min}$ и $L_{\max}$ — минимальная и максимальная дальности стрельбы.

Методические, динамические ошибки управления, инструментальная составляющая рассеивания, ошибки подготовки ПЗ и ПУТ называют техническим рассеиванием или иногда ошибками технической подготовки [14].

Анализ причин возникновения указанных составляющих показывает, что они возникают в процессе проектирования, изготовления и эксплуатации ракеты и СУ и приводят к отклонению точки падения ракеты от цели при отсутствии ошибок гравиметрической, геодезической подготовок, ошибок топопривязки. Среди составляющих технического рассеивания наиболее важными являются методические ошибки управления и инструментальные ошибки СУ. Именно они наиболее подробно будут рассмотрены в последующих разделах книги.

5.3. Методы определения составляющих рассеивания на ЭВМ

Исследование рассеивания ракет СВ в основном базируется на статистическом подходе, который предусматривает накопление определенного статистического материала для решения задачи. Такой материал может быть получен как с помощью натуральных испытаний ракет, так и путем многократного моделирования процесса полета.

Главным преимуществом метода определения рассеивания на основе результатов натуральных испытаний является то, что вместо моделей движения и действующих возмущений здесь используется реальный процесс без упрощений и условностей, учитывающий все факторы движения ракеты, которые по тем или иным причинам не могут быть учтены в математической модели. Однако этот метод может быть применен только на завершающем этапе разработки при проведении испытаний и способен зафиксировать конечный достигнутый результат. К недостаткам этого метода также относится малое количество натуральных испытаний и однородность географических и климатических условий, что снижает надежность получаемого результата.

Другой метод, основанный на статистическом подходе — метод статистических испытаний (метод Монте-Карло, или метод математических стрельб). Он нашел широкое распространение для исследования рассеивания на различных этапах проектирования и отработки ракет.

Метод статистических испытаний заключается в непосредственном моделировании систем при действии на них случайных возмущений и обработке полученных результатов.

Для применения метода статистических испытаний необходимо:
выявить параметры, влияющие на функционирование системы;
установить законы распределения этих параметров;
составить математическое описание (модель) функционирования системы.

Существенное влияние на качество статистического моделирования, на соответствие статистических испытаний натурным оказывают математическое описание системы, формирование случайной совокупности параметров, назначение числа испытаний. Математическая модель создается на базе основных законов, определяющих протекание данного конкретного процесса и характеризующих поведение системы. Полнота математической модели определяется полнотой сведений о физических характеристиках исходных данных и об условиях функционирования системы. Следует иметь в виду, что излишняя сложность математического описания при ограниченных исходных данных ведет к увеличению времени моделирования без заметного улучшения качества.

Для каждого испытания необходимо сформировать независимую от других испытаний случайную совокупность параметров, которая вводится в математическую модель. Далее проводится само испытание и определяются характеристики системы.

Исчерпывающее представление о случайных параметрах дают законы их распределения. Качество описания параметров существенным образом влияет на

точность статистических испытаний. Практика проведения статистических испытаний показывает, что большая часть параметров имеет нормальное распределение, меньшая часть — равномерное и совсем незначительная часть параметров — другие распределения.

При получении случайных чисел широко используется положение теории вероятностей о том, что любая плотность распределения вероятностей может быть преобразована к равномерному распределению в интервале $[0,1]$ и обратно. С этой целью используется преобразование Н.В. Смирнова, утверждающее, что если случайная величина ξ удовлетворяет уравнению [68] :

$$\int_{-\infty}^{\xi} P_{\xi}(x) dx = A_p,$$

то она распределена в соответствии с законом $F_{\xi}(x)$,

$$P_{\xi} = \frac{dF_{\xi}(x)}{dx},$$

где $F_{\xi}(x)$ — функция распределения рассматриваемой величины, A_p — равномерно распределенная на интервале $[0,1]$ случайная величина.

В соответствии с этим вначале формируются независимые и равномерно распределенные случайные числа. Генерирование случайных значений базируется на использовании случайности некоторых физических явлений или на формировании псевдослучайных чисел алгоритмическим путем.

В основе способа получения равномерно распределенных псевдослучайных чисел на интервале $[0,1]$ лежит умножение выбранного исходного числа на большое постоянное число с последующим сдвигом на несколько разрядов влево. Следующее псевдослучайное число получается из предыдущего аналогичными операциями [68].

Нормально распределенные псевдослучайные числа A_n с нулевым математическим ожиданием $M[A_n] = 0$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma[A_n] = 1$ определяются выражением

$$A_n = \sum_{i=1}^k A_{pi} - \frac{k}{2\sqrt{\frac{k}{12}}},$$

где A_p — равномерно распределенное число в интервале $[0,1]$; K — число используемых значений A_p .

При $k = 12$ распределение числа A_n уже достаточно хорошо соответствует нормальному. Число испытаний при статистическом моделировании назначается в соответствии с требуемой точностью оценки характеристик рассеивания.

Блок-схема моделирования представлена на рис. 5.1. Последовательность работы моделируемой системы при одном испытании следующая.

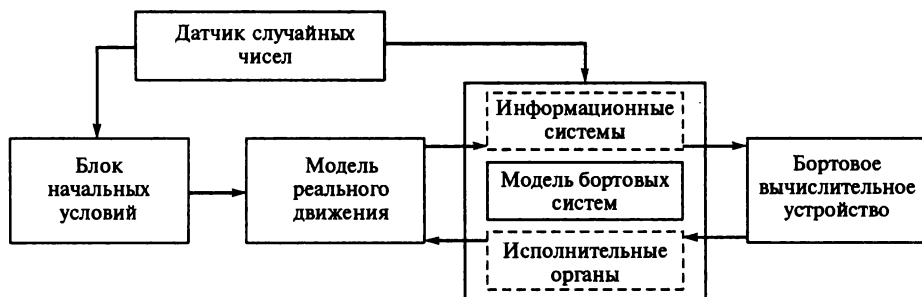


Рис. 5.1

Из датчика случайных чисел в блок начальных условий поступает набор случайных чисел требуемого закона распределения и формируются случайный набор начальных условий полета, а также случайные аэродинамические характеристики ракеты, энергетические характеристики ДУ, массоцентровочные характеристики, возмущенный профиль атмосферы, ветровые возмущения. В ходе реализации в блоке модели реального движения рассчитываются фактические значения измеряемых параметров. Эта информация, искаженная с помощью датчика случайных чисел погрешностями измерений, вводится в модель, описывающую бортовую СУ, в которой формируется текущий вектор состояния ракеты. Этот вектор состояния является исходной информацией для алгоритма определения управляющих сигналов. В модели исполнительных элементов формируются искаженные погрешностями органов управления управляющие воздействия, которые поступают в модель реального движения.

Для каждого конкретного испытания полный набор случайных параметров во всех блоках является фактически существующим.

В результате одного просчета определяется вектор состояния ракеты, по которому определяется отклонение точки падения от точки цели.

Проведя N таких просчетов, получим N наборов конечных данных испытаний, которые в своей совокупности являются случайными и служат информацией для определения характеристик рассеивания. Если считать, что испытания являются независимыми, а влияние параметров на выходную характеристику $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ равноценно, то на основании закона больших чисел можно утверждать, что выходная характеристика является случайным вектором, распределенным по нормальному закону.

При независимости компонент вектора $\bar{y}$ исчерпывающими числовыми характеристиками случайной скалярной величины y (любая из компонент вектора $\bar{y}$) являются ее математическое ожидание $M[y]$ и дисперсия $D[y]$. Используя информацию, полученную в результате проведения статистических испытаний, оценки математического ожидания $\hat{m}_y$ и дисперсии $\hat{D}_y$ определяем зависимостями [67]:

$$\hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i; \quad \hat{D} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{m}_y)^2.$$

В ходе обработки данных испытаний может возникнуть необходимость вычисления оценок по мере получения данных. В этом случае текущие значения оценок удобно вычислять по рекуррентным формулам

$$\hat{m}_y^{N+1} = \frac{N}{N+1} m_y^N + \frac{1}{N+1} y_{N+1};$$

$$\hat{D}_y^{N+1} = \frac{N-1}{N} \hat{D}_y^N + \frac{1}{N+1} (y_{N+1} - m_y^N)^2.$$

Так как число испытаний ограничено, то сами оценки $\hat{m}$ и $\hat{D}$ являются случайными величинами.

Для характеристик погрешности оценок вводится понятие доверительной области (для оценки скалярной величины — понятие доверительного интервала). Доверительной областью, соответствующей коэффициенту доверия β , называется такая случайная область, которая с вероятностью β содержит истинное значение оцениваемой характеристики и полностью определяется результатами опыта. Границы доверительной области называют доверительными границами, а величину $(1 - \beta)$ — уровнем значимости отклонения оценки.

Если в результате N испытаний получены оценки случайной нормально распределенной величины y , m_y и D_y , математическое ожидание $\hat{m}_y$ и $\hat{D}_y$, дисперсия которой неизвестны, то доверительные интервалы для $\hat{m}_y$ и $\hat{D}_y$, соответствующие доверительной вероятности β , находятся по формулам

$$I_{m\beta} = (\hat{m} - t_\beta \sigma_{\hat{m}}, \hat{m} + t_\beta \sigma_{\hat{m}});$$

$$I_{D\beta} = (\hat{D} - t_\beta \sigma_{\hat{D}}, \hat{D} + t_\beta \sigma_{\hat{D}}),$$

где t_β — функция, обратная функции Лапласа Φ от аргумента $\left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$.

Для повышения достоверности оценок при статистических испытаниях используется опытно-теоретический метод определения характеристик рассеивания. В этом случае по результатам натурных испытаний производится уточнение характеристик ракеты и подтверждается адекватность математической модели реальным результатам. При необходимости производится уточнение математической модели. Характеристики рассеивания определяются расчетным путем по уточненной модели. Одним из недостатков метода статистических испытаний является зависимость между числом реализаций и погрешностями оценок. Устранить этот недостаток можно при помощи метода эквивалентных возмущений, подробно рассмотренного в [69].

5.4. Методические ошибки управления

5.4.1. Причины, вызывающие методические ошибки

Методические ошибки высокоточных ракет СВ определяются сложностью алгоритма метода управления и величинами отклонений параметров траекто-



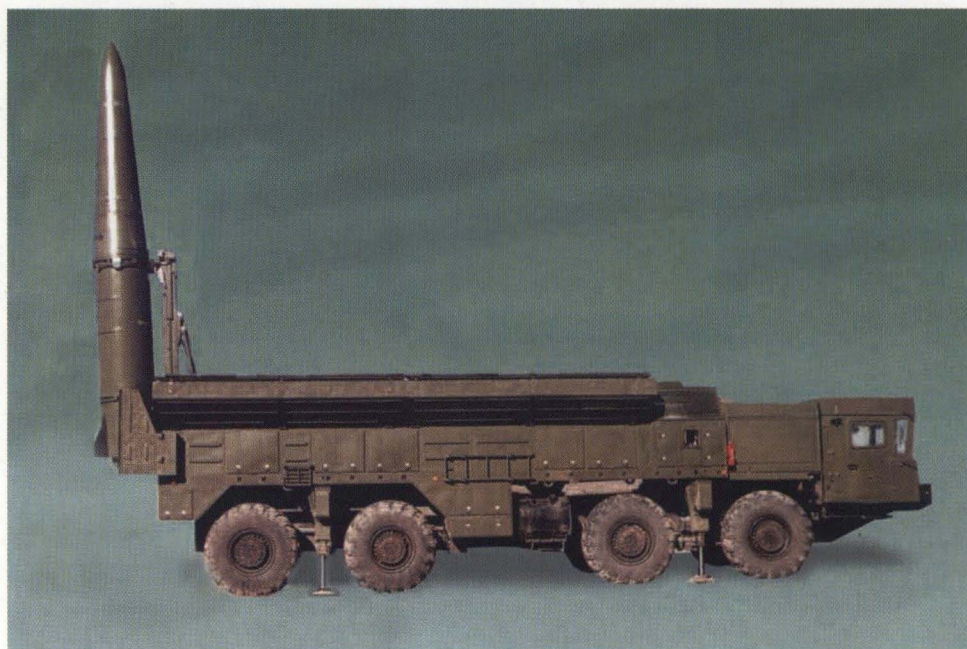
Ракетный комплекс Сухопутных войск «Точка»



Высокоточная баллистическая ракета Сухопутных войск



Ракетный комплекс Сухопутных войск «Ока»



Ракетный комплекс Сухопутных войск «Искандер-Э»



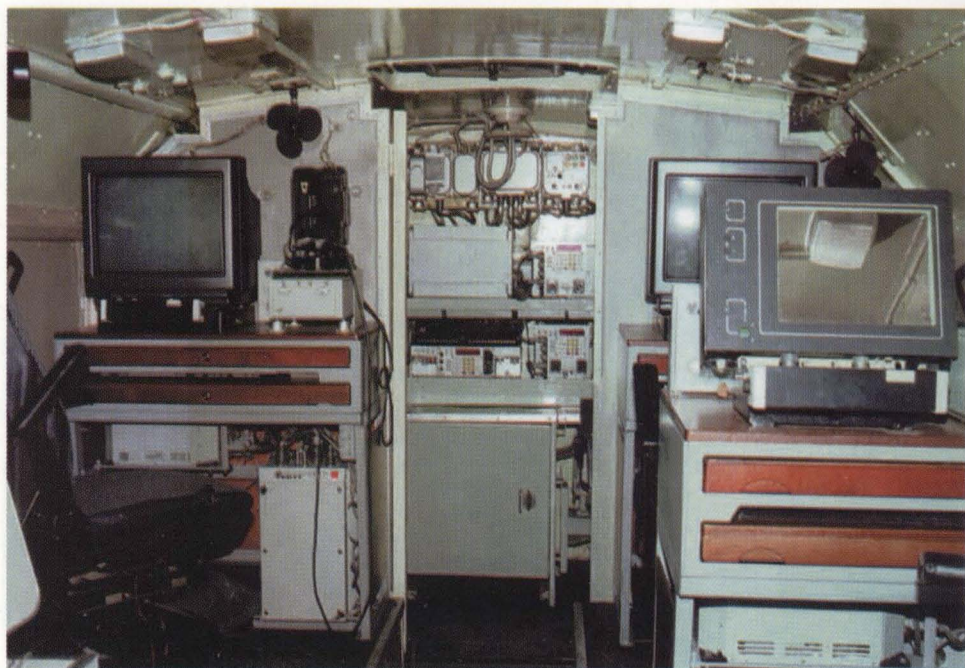
Старт баллистической ракеты Сухопутных войск



Командно-штабная машина ракетных подразделений Сухопутных войск



Машина целеуказания ракетных подразделений Сухопутных войск



Внутренний вид машин управления ракетными подразделениями Сухопутных войск

рии от номинальных из-за действия в полете комплекса случайных возмущений. Для твердотопливных ракет, управляемых на всей или на некоторых участках траектории, независимо от метода управления на эти ошибки влияют следующие основные доминирующие факторы: ошибки определения параметров Земли и коэффициентов модели ее гравитационного поля; отличие алгоритма для вычисления ускорения от силы земного тяготения в навигационной задаче от модели, принятой при расчете номинальной траектории.

Ошибки определения параметров Земли включают неточность знания большой полуоси общего земного эллипсоида и референц-эллипсоида; неточность знания полярного сжатия общего земного эллипсоида и референц-эллипсоида.

Ошибки, обусловленные погрешностями параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ), включают отклонение используемой модели ГПЗ от действительной; неточность коэффициентов разложения потенциала ГПЗ и ускорения от силы тяжести на экваторе.

Ошибки из-за погрешностей определения параметров Земли и коэффициентов модели ГПЗ проявляются при проведении натурных испытаний. Если испытания проходят в одной и той же местности, то эти составляющие входят в систематическую ошибку, определяемую по результатам испытаний. Выделить ее из суммарной методической ошибки, полученной опытным путем, как правило, не удается.

Датчики инерциальных СУ вырабатывают сигналы, пропорциональные приращениям проекций кажущейся скорости на свои оси чувствительности. Известно, что при управлении движением центра масс по кажущимся координатам возникают большие методические ошибки управления, которые растут с увеличением дальности [14, 20]. Поэтому высокоточное инерциальное управление обычно связано с вычислением в бортовой ЦВМ истинных проекций скорости и координат и, следовательно, с вычислением проекций вектора ускорения от силы земного тяготения на оси бортовой инерциальной системы координат.

5.4.2. Составляющая методической ошибки из-за упрощений навигационной задачи

Упрощенные выражения для вычисления ускорения от силы земного тяготения позволяют сформировать алгоритм вычисления на борту истинных элементов движения по измеренным приращениям кажущейся скорости. Этот алгоритм обычно называют навигационной задачей.

В векторной форме алгоритм навигационной задачи можно записать в виде

$$\bar{\xi} = Q\Delta\bar{W} + \bar{G}, \quad (5.9)$$

где $\bar{\xi} = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\}$ — вектор истинных элементов движения (проекций скорости), который проецируется на оси базовой инерциальной системы координат; $\Delta\bar{W} = \{\Delta W_x, \Delta W_y, \Delta W_z\}$ — вектор приращений кажущейся скорости, компоненты которого вычисляются по осям чувствительности измерителей линейного ускорения; Q — матрица, элементами которой являются тригонометрические функции, характеризующие ориентацию осей чувствительности измерителей

линейного ускорения относительно базовой инерциальной системы координат; $\vec{G} = \{\tilde{g}_x, \tilde{g}_y, \tilde{g}_z\}$ — вектор ускорения от силы тяжести в соответствии с принятой моделью ГПЗ. Его компоненты вычисляются по осям базовой инерциальной системы координат.

Модель плоскопараллельного ГПЗ применяется в навигационной задаче при реализации однокоординатных методов управления, т.е. когда бортовая СУ содержит лишь один измеритель линейной скорости в плоскости стрельбы.

Ускорение от силы тяготения принимается постоянным.

Рассмотренные в п. 1.2.2 модели геопотенциального поля Земли позволяют записать алгоритмы для вычисления вектора $\vec{G}$ в выражении (5.9). Необходимая для реализации метода управления наклонная дальность D вычисляется при помощи двукратного интегрирования сигнала, снимаемого с акселерометра и пропорционального кажущемуся ускорению $\dot{W}_\lambda$, где угол λ характеризует направление наклонной дальности. С учетом постоянного ускорения от силы земного тяготения можно записать выражения для вычисления $\ddot{D}_g$ и g_k :

$$\begin{aligned}\ddot{D}_g &= \dot{W}_\lambda - g_k; \\ g_k &= g_0 \sin \lambda,\end{aligned}\quad (5.10)$$

где g_k — составляющая проекции ускорения от силы земного тяготения на направление наклонной плоскости.

Модель центрального ГПЗ учитывает лишь первое слагаемое выражения (1.5) для вычисления g_k , т.е. $g = -\mu/r^2$.

Для использования в бортовых алгоритмах g удобно вычислять по формуле

$$g = g_0 \left(\frac{R_3}{r} \right)^2, \text{ где } g_0 \text{ соответствует ускорению от силы тяготения у поверхности}$$

Земли среднего радиуса $R_3 = 6371,1$ км.

Раскладывая g в ряд Тейлора в окрестности начала координат и переходя к проекциям ускорения от силы тяготения на оси базовой инерциальной системы координат, в линейном приближении получаем удобные для реализации в бортовой ЦВМ выражения для компонент g :

$$\tilde{g}_x = -g_0 \frac{x}{R_3}; \quad \tilde{g}_y = -g_0 + \frac{2g_0}{R_3} y; \quad \tilde{g}_z = -g_0 \frac{z}{R_3}. \quad (5.11)$$

Алгоритм навигационной задачи можно записать в виде

$$\ddot{\xi} = Q \Delta \bar{W} + KJ + gT, \quad (5.12)$$

где K, g — матрицы-столбцы постоянных коэффициентов, входящих в выра-

жение (5.22); J — матрица-столбец, $J = \begin{pmatrix} \int_0^t x dt, & \int_0^t y dt, & \int_0^t z dt \end{pmatrix}^T$; T — матрица-

строка, $T = (0, t, 0)$; t — текущее время.

Модель ГПЗ эллипсоида вращения. Для вычисления g используются общие формулы для g или составляющие ускорения g вдоль радиуса-вектора $r(g_r)$ и по нормали к нему (g_m) , лежащей в меридиональной плоскости:

$$\begin{aligned} g_r &= -\frac{\mu}{r^2} - \frac{3}{2}\mu J_2 \frac{R_l^2}{r^4} (1 - 3 \sin^2 \varphi); \\ g_m &= -3\mu J_2 \frac{R_l^2}{r^4} \sin \varphi \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Для использования навигационной задачи (5.13) необходимо определить составляющие g на оси ИПСК. Этот переход осуществляется в указанной ниже последовательности.

Вычисляются проекции g на оси экваториальной инерциальной системы координат (ЭИСК) G_r : $G_r = \Phi G_\tau$,

где $G_\tau = \begin{pmatrix} g_m \\ g_r \end{pmatrix}$; $G_r = (g_\xi, g_\eta, g_\zeta)$; $\Phi = \begin{pmatrix} \sin \varphi \cos \lambda & -\cos \varphi \cos \lambda \\ -\cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi \sin \lambda & -\cos \varphi \sin \lambda \end{pmatrix}$; φ, λ — текущие геоцентрические широта и долгота.

Вычисляются компоненты матрицы G по формуле

$$G = B^T G_r, \quad (5.14)$$

где $B^T = \Omega_{тн} A$; $\Omega_{тн} = \begin{pmatrix} \cos \omega_3 T_n & 0 & -\sin \omega_3 T_n \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_3 T_n & 0 & \cos \omega_3 T_n \end{pmatrix}$;

$$A = \begin{pmatrix} \cos A_c \sin \varphi_c + \cos A_c \cos \varphi_c \gamma_c & \gamma_c \sin \varphi_c - \cos \varphi_c & -\sin A_c \sin \varphi_c - \sin A_c \cos \varphi_c \gamma_c \\ \cos A_c \cos \varphi_c - \cos A_c \sin \varphi_c \gamma_c & \gamma_c \cos \varphi_c + \sin \varphi_c & -\sin A_c \cos \varphi_c + \sin A_c \sin \varphi_c \gamma_c \\ \sin A_c & 0 & \cos A_c \end{pmatrix};$$

A_c, φ_c — азимут и широта точки старта; T_n — время между выходом гиростабилизированной платформы на инерциальный режим и началом движения ракеты.

Угол между направлением к центру Земли и направлением вертикали в точке старта

$$\gamma_c = \frac{\sin 2\varphi_c}{297,8} \left(1 - \frac{\cos 2\varphi_c}{297,8} \right).$$

Текущие значения φ, λ, r можно вычислить по формулам

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -R_{zc} \cos \varphi_c \\ R_{zc} \sin \varphi_c \\ \omega_3 t R_{zc} \cos \varphi_c \end{pmatrix};$$

здесь R_{zc} — радиус Земли в точке старта.

ГПЗ эллипсоида вращения обеспечивает малые методические ошибки для всего класса ракет. Неучет четвертой и последующих гармоник приводит к увеличению составляющих методической ошибки, которые по уровню не превышают 0,05...0,1 % в суммарном рассеивании.

5.4.3. Методические ошибки управления выключением тяги твердотопливной ДУ. Методические ошибки в боковом направлении из-за упрощения алгоритмов управления

Рассматриваемые методические ошибки определения по дальности из-за управления выключением тяги твердотопливной ДУ и методические ошибки в боковом направлении имеют одну физическую основу: влияние упрощений алгоритмов при наличии отклонений элементов движения на возмущенных траекториях. Эти методические ошибки характерны для ракет СВ с отсечкой тяги ДУ и неуправляемых на ПУТ. Для того чтобы прояснить эту физическую основу, примем следующие допущения: ошибки целеуказания, топопривязки, инструментальные ошибки приборов, а также динамические ошибки управления отсутствуют; в СУ ракет СВ введены программы управления, соответствующие движению ракеты по попадающей траектории; при движении по траектории на ракету действуют внешние возмущения только на АУТ.

При таких допущениях отклонения точки падения от точки цели будут обусловлены только вариациями параметров движения ракеты в момент выключения ТДУ. Причиной, вызывающей эту составляющую методической ошибки, является несовершенство управляющих функций выключения тяги ДУ. Следовательно, детальный анализ методической ошибки зависит от функционального вида управляющей функции. Наиболее часто применяемые для ракет СВ управляющие функции приведены в табл. 2.6. Для высокоточных ракет управляющая функция имеет вид S , т.е. это полная линейная управляющая функция в истинных координатах. Отклонения вычисленных в бортовой ЦВМ проекций g от истинных определяют в точке цели одну из составляющих методической ошибки для управляющей функции типа (2.79). Влияние этих отклонений на ошибку определения линейной управляющей функции $\Delta\Phi_\varepsilon$ можно оценить по формуле:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_\varepsilon = & \int_{t_0}^{t_k} \Delta g_x(t) dt + k_y \int_{t_0}^{t_k} \Delta y_y(t) dt + k_z \int_{t_0}^{t_k} \Delta y_z(t) dt + \\ & + k_x \int_{t_0}^{t_k} \Delta y_x(t) dt^2 + k_y \int_{t_0}^{t_k} \Delta y_y(t) dt^2 + k_z \int_{t_0}^{t_k} \Delta g_z(t) dt^2, \end{aligned}$$

где k_y, k_z, k_x, k_y, k_z — отношения частных производных дальности по элементам движения в конце АУТ к $\frac{\partial L}{\partial x}$; $\Delta g_x(t), \Delta g_y(t), \Delta g_z(t)$ — отклонения проекций g в функции времени от приближенных значений, вычисляемые согласно выражениям:

$$\Delta g_x(t) = g_x(t) - \tilde{g}_x(t); \quad \Delta g_y(t) = g_y(t) - \tilde{g}_y(t); \quad \Delta g_z(t) = g_z(t) - \tilde{g}_z(t).$$

Причинами появления составляющих методической ошибки являются неучет нелинейных членов разложения функции дальности в ряд Тейлора в управляющей функции выключения ДУ; погрешности вычисления частных производных дальности по элементам движения; ошибки сравнения текущего значения управляющей функции с программным значением; ошибка определения времени выдачи команды на выключение ДУ в момент выполнения условия $\Phi(t) \cong \Phi_{\text{пр}}$.

Первые три составляющие методической ошибки определяются при помощи метода статистических испытаний при действии на ракету комплекса случайных возмущений. Предельные значения этих составляющих методической ошибки для ракет СВ не превышают $(0,15...0,3) \cdot 10^{-3} L_{\text{max}}$.

Отклонение дальности из-за ошибки в определении времени выдачи команды на выключение ДУ зависит от ускорения в этот момент и может достигать достаточно больших значений. Уменьшить эту составляющую методической ошибки можно при помощи экстраполяции времени выдачи команды на выключение ДУ.

Основной причиной появления методической ошибки в боковом направлении для ракет СВ является использование при управлении боковым движением кажущихся составляющих. Неучет в навигационной задаче составляющей ускорения от силы земного тяготения (g_z) вызывает появление некомпенсированного бокового отклонения. Причинами, вызывающими появление g_z , являются наличие начальной скорости базовой инерциальной системы координат; уклонение вектора ускорения от силы земного тяготения из-за центробежной силы вращения Земли.

Первая причина приводит к появлению составляющей g_z , определяемой для любого момента времени по формуле $g_z(t) = g_0 \omega_z t \cos \varphi \cos A$.

Тогда при управлении только на АУТ боковое отклонение B точки падения от цели из-за указанного фактора можно оценить по формуле:

$$B = \frac{\partial B}{\partial \dot{z}_k} \dot{z}_k + \frac{\partial B}{\partial z_k} z_k, \quad (5.15)$$

где $\dot{z}_k = -g_0 \omega_z (t^2/2) \cos \varphi \cos A$; $z_k = -g_0 \omega_z (t^2/6) \cos \varphi \cos A$; $\dot{z}_k, z_k$ — соответственно скорость и координата в боковом направлении в момент окончания АУТ.

Вследствие действия центробежной силы из-за вращения Земли появляется составляющая ускорения

$$g_z = 0,5 \omega_z^2 R_z^2 \sin 2\omega \sin A.$$

Соответствующую ей боковую скорость и координату можно оценить по формулам

$$\dot{z}_k = 0,5 \omega_z^2 t R_z \sin 2\omega \sin A; \quad z_k = 0,25 \omega_z^2 t^2 R_z \sin 2\omega \sin A.$$

Еще одна составляющая методической ошибки в боковом направлении возникает вследствие разницы между азимутами стрельбы и выставки гиросtabilизированной платформы из-за дискретности грани системы прицеливания. Это явление называется «косым» прицеливанием. При «косом» прицеливании появляется проекция ускорения от силы тяготения g_z , которую можно вычислить по формуле $g_z = (g_0/R_3)\Delta A_{\text{кп}}$, где $\Delta A_{\text{кп}}$ — отклонение азимута стрельбы из-за дискретности призмы системы прицеливания.

По формуле (5.15) можно оценить боковое отклонение точки падения, вычислив боковую скорость и координаты по формулам

$$\dot{z}_k = \frac{g_0}{R_3} \Delta A_{\text{кп}} \int_0^t x dt; \quad z_k = \frac{g_0}{R_3} \Delta A_{\text{кп}} \int_0^t \int_0^t x dt.$$

Оценка суммарной методической ошибки в боковом направлении для ракет СВ при различных комбинациях φ и A показала, что она для всех условий применения ракетных комплексов не превышает $(0,1 \dots 0,2) \cdot 10^{-3} L_{\text{max}}$.

5.5. Инструментальная составляющая рассеивания

5.5.1. Типовой приборный состав инерциальной СУ

Известно, что существуют два основных варианта технической реализации инерциальных систем управления. Первый — на основе применения стабилизированной в инерциальном пространстве платформы, которая не вращается вместе с ракетой и служит опорой для размещения измерителей кажущегося ускорения. Основной прибор таких систем — гиросtabilизированная платформа (ГСП).

Второй вариант построения инерциальной СУ — на основе применения комплекса приборов, обеспечивающих в каждый момент времени измерение тех параметров, которые необходимы для вычисления взаимного пространственного положения осей системы координат, связанной с ракетой, и осей инерциального координатного базиса. Этот вариант приводит к созданию так называемой бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС).

Несмотря на принципиальные различия в способах построения, оба варианта СУ имеют в своем составе ряд одинаковых по назначению приборов и систем. В частности, в приборный состав инерциальной СУ входят измерители линейных ускорений; генератор прецизионной частоты; система начального ориентирования, включающая системы горизонтирования и систему прицеливания; бортовая ЦВМ.

В состав ИНС и БИНС, кроме перечисленных приборов, могут входить датчики угловых скоростей (ДУС).

Принципы действия и конструкция приборов инерциальных СУ весьма разнообразны. В настоящее время наибольшее распространение в СУ ракет СВ по совокупности точностных и эксплуатационных характеристик получили ма-

ятниковые и гироскопические интегрирующие акселерометры как измерители линейных ускорений; в качестве чувствительных элементов ГСП — свободные гироскопы на сухом подвесе, динамически настраиваемые гироскопы, лазерные и оптоволоконные гироскопы.

Каждому конкретному прибору или чувствительному элементу свойственны специфические инструментальные погрешности. Но основные виды погрешностей, практически полностью определяющие инструментальную составляющую рассеивания, являются типичными для любых приборов. В дальнейшем, при оценке составляющих рассеивания из-за инструментальных погрешностей приборов, основное внимание уделим именно этой группе погрешностей.

5.5.2. Математическая модель инструментальных ошибок приборов инерциальных систем управления, построенных на базе ГСП

Вывод дифференциальных уравнений для определения ошибок инерциальной СУ в общем виде приведен в [29]. Применительно к инерциальной СУ с ГСП задача существенно упрощается из-за малых угловых перемещений последней. Математическая модель ошибок чувствительного элемента инерциальной СУ в традиционном написании имеет вид [70]

$$\varepsilon = k_1 w_1 + k_2 w_0 + k_3 w_s + k_4 w_1^2 + k_5 w_0^2 + k_6 w_s^2 + k_7 w_1 w_0 + k_8 w_1 w_s + k_9 w_0 w_s + k_{10},$$

где w_1, w_0, w_s — проекции ускорения, действующие вдоль входной оси прибора и осей, нормальных к входной оси.

Для гироскопов как чувствительных элементов ГСП ε представляет собой скорость ухода по входной оси. Коэффициенты k_1, k_2, k_3 зависят от дебаланса масс по входной и выходной осям и оси собственного вращения соответственно; k_j ($j = 4...9$) — от упругой деформации; k_{10} — коэффициент смещения, иначе говоря, уход осей гироскопа, не зависящий от действующих перегрузок.

Для акселерометра ε есть ошибка измерения вдоль входной оси, а физическая интеграция коэффициентов k_j несколько другая: k_1 представляет собой линейную часть ошибки масштабного коэффициента; k_2, k_3, k_5, k_6, k_9 устанавливают связь между ошибками нулевого сигнала и ускорениями, нормальными к оси чувствительности; k_4 характеризует нелинейность масштабного коэффициента; k_7, k_8 устанавливают зависимость масштабного коэффициента от ускорений, нормальных к оси чувствительности; k_{10} характеризует неточность установки нуля.

Приведенная форма написания моделей ошибок имеет ряд недостатков: затруднен учет влияния на рассеивание статистических характеристик элементов движения; не отражено влияние в системе ошибок чувствительных элементов непосредственно на характеристики рассеивания; наконец, она мало пригодна для многократного вычисления этих характеристик.

В [14] приведена другая математическая модель, в значительной мере свободная от перечисленных недостатков. Преодолеть указанные трудности удалось благодаря тому, что все расчетные формулы приведены к стандартному матричному виду, в котором разделены множители, зависящие от ориентации приборов и от особенностей принятого метода управления:

$$K_{\xi} = G_{\xi} P_{\xi} G_{\xi}^T D(\xi), \quad (5.16)$$

где K_{ξ} — ковариационная матрица отклонений по дальности и в боковом направлении от воздействия ξ -й инструментальной погрешности; G_{ξ} — матричные множители, не зависящие от элементов движения; P_{ξ} — матричные множители, зависящие от элементов движения; $D(\xi)$ — дисперсия, характеризующая величину ξ -й погрешности.

Матричные множители, зависящие от элементов движения, определяются однократно с использованием минимального количества трудоемких траекторных расчетов. Разделение матричных множителей дает возможность для большинства погрешностей легко учесть влияние на рассеивание случайных разбросов элементов движения и тем самым получить более точные оценки.

Вывод расчетных формул проведен при следующих общепринятых допущениях:

а) случайные вариации элементов движения от воздействия инструментальных погрешностей приборов малы и их влиянием на оценку рассеивания можно пренебречь;

б) случайные вариации гравитационного ускорения, вызываемые деформацией траектории от воздействия инструментальных погрешностей, малы и ими также можно пренебречь;

в) большинство инструментальных погрешностей приборов может быть описано числами, которые являются случайными нормальными независимыми величинами с нулевым математическим ожиданием; предполагается, что эти числа случайные по ансамблю приборных блоков; для конкретного приборного блока в условиях конкретного пуска инструментальные погрешности фиксированы и их значения за время полета не меняются; предполагается, что систематические составляющие погрешностей, если они имеются, могут быть выявлены заранее и учтены.

Для варианта инерциальной СУ с ГСП рассмотрим следующую совокупность погрешностей:

погрешности систем горизонтирования и прицеливания;

уходы ГСП с динамически настраиваемыми гироскопами (ДНГ). Расчетные формулы получены для трех видов уходов: независимых от действующих ускорений, пропорциональных ускорениям и квадратурных уходов;

погрешности привязки осей чувствительности измерителей линейных ускорений к базовым плоскостям ГСП;

отклонение от номинальных значений масштабных коэффициентов измерителей линейных ускорений (ИЛУ);

дрейф нулевых сигналов ИЛУ;

погрешности квантования измерительной информации;

нестабильность частоты источника питания измерителей линейных ускорений.

Характеристика указанных выше погрешностей, описание их влияния на рассеивание и вывод расчетных формул подробно рассмотрены в [14].

В табл. 5.4 представлены расчетные формулы для платформенного варианта инерциальной СУ согласно данным, приведенным в [14].

Наименование погрешности	Расчетная формула	Примечание
Погрешности систем горизонтирования и прицеливания	$K_{\alpha_{\xi}} = G_{\alpha_{\xi}} P_x G_{\alpha_{\xi}}^T D(\alpha_{\xi})$	$G_{\alpha_{\xi}} = F \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial \alpha_{\xi}}$ F – матрица весовых коэффициентов S_{α} – матрица элементарного пространственного поворота систем координат α_{ξ} – углы поворота ($\xi = (x, y, z)$) P_x – матрица вторых начальных моментов элементов вектора X $X = \{\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ x \ y \ z\}$; $D(\alpha_{\xi})$ – дисперсия случайной ошибки α_{ξ}
Уходы ГСП: не зависящие от ускорения пропорциональные ускорению пропорциональные квадратам ускорений	$K_{x_i} = F S_{x_i} J_i J_i^T S_{x_i}^T D(\bar{\omega}_{x_i})$ $K_{x_i x_i} = F S_{x_i} J_{2i-1} J_{2i-1}^T S_{x_i}^T F^T \times D(\bar{\omega}_{x_i x_i})$ $K_{x_i y_i} = F S_{x_i} J_{x_i y_i} J_{x_i y_i}^T \times S_{x_i}^T F^T D(\bar{\omega}_{x_i y_i})$	$D(\bar{\omega}_{x_i})$ – дисперсия случайного ухода $\bar{\omega}_{x_i}$ J_i – матрица перехода от системы координат платформы к системе координат i -го ДНГ S_{x_i} – матрица элементов движения S_{x_i}, J_{2i-1} – блочно-диагональные матрицы, составленные из элементов движения $D(\bar{\omega}_{x_i x_i})$ – дисперсия случайного ухода $\bar{\omega}_{x_i}$ вокруг этой же оси $S_{x_i}, J_{x_i y_i}$ – блочные матрицы, элементы которых зависят от параметров движения, углов перехода между системами координат
Погрешности привязки осей чувствительности ИЛУ к базовым плоскостям ГСП	$K_{\beta_i} = G_{\beta_i} \alpha_x G_{\beta_i}^T D(\delta\beta_i)$ $K_{\gamma_i} = G_{\gamma_i} \alpha_x G_{\gamma_i}^T D(\delta\gamma_i)$	$D(\delta\beta_i), D(\delta\gamma_i)$ – дисперсии случайных ошибок $\delta\beta_i, \delta\gamma_i$ β_i, γ_i – углы между осями чувствительности i -го ИЛУ и осями приборной системы координат
Отклонение от номинальных значений масштабных коэффициентов ИЛУ	$K_{\kappa_i} = G_{\kappa_i} \alpha_x G_{\kappa_i}^T D(\delta\kappa_i)$	$D(\delta\kappa_i)$ – дисперсия случайной ошибки $\delta\kappa_i$
Дрейф нулевых сигналов ИЛУ	$K_{n_i} = G_{n_i} \alpha_T G_{n_i}^T D(\delta H_i)$	α_T – матрица вторых начальных моментов элементов матрицы T , зависящих от времени полета; $D(\delta H_i)$ – дисперсия случайной ошибки δH_i
Погрешности квантования измерительной информации	$K_{\partial_i} = G_{\partial_i} \alpha_{\partial} G_{\partial_i}^T D(\partial_i)$	α_{∂} – матрица вторых начальных моментов элементов вектора D , зависящих от времени; $D(\partial_i) = U_u^2 / 12$, где U_u – цена импульса
Нестабильность частоты источника питания ИЛУ	$K_f = F \alpha_x F^T D(\delta f)$	δf – отношение отклонения частоты питающего напряжения к ее номинальному значению

5.5.3. Особенности математической модели инструментальных погрешностей приборов бесплатформенных инерциальных систем управления

В зависимости от набора датчиков, используемых в БИНС, возможны три варианта построения инерциальной СУ:

измеряются только линейные ускорения, а все остальные параметры вычисляются; в состав БИНС входят только измерители линейных ускорений; минимальное количество ИЛУ — шесть;

измеряются линейные и угловые параметры движения; в состав БИНС входят измерители линейных ускорений и датчики угловых скоростей (не менее трех);

измеряются любые параметры, включая углы Эйлера.

Системы на основе ИЛУ требуют исключительно высоких точностных характеристик приборов, поэтому этот вариант имеет только теоретический интерес. Что касается варианта с измерением углов Эйлера, следует иметь в виду, что они могут отсчитываться только от физически моделируемого инерциального базиса, что неизбежно связано с использованием ГСП, а это практически сводит до минимума преимущества БИНС.

К настоящему времени наиболее разработаны в теоретическом и практическом плане и распространены системы, использующие измерители линейных ускорений и угловых скоростей. Поэтому ограничимся рассмотрением систем этого типа.

Большинство современных высокоточных датчиков линейных ускорений и угловых скоростей имеет выходную информацию в интегральном виде, т.е. фактически являются датчиками приращений линейной скорости и углов вращения ЛА. Однако при выводе расчетных формул для оценки рассеивания из-за инструментальных погрешностей приборов удобнее принять выходные сигналы датчиков в их истинной размерности, а интегральный характер сигналов учитывать при разработке конкретных алгоритмов обработки измерительной информации [71].

В соответствии с принятым приборным составом БИНС основными инструментальными погрешностями являются:

в ИЛУ: отклонение масштабных коэффициентов от их номинальных значений; дрейф нулевых сигналов; погрешности привязки осей чувствительности измерителей к базовым плоскостям объекта; погрешности квантования измерителей информации; нестабильность частоты источника питания;

в ДУС: уходы, не зависящие от ускорений; уходы, пропорциональные ускорениям; отклонения масштабных коэффициентов от их номинальных значений; погрешности привязки осей чувствительности измерителей к базовым плоскостям объекта;

в системе начального ориентирования: ошибки начальной выставки блока измерителей в плоскости местного горизонта; ошибки начальной выставки блока измерителей в азимуте.

Навигационная задача в бесплатформенной СУ сводится к совместному решению в бортовой ЦВМ системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}} &= \wedge \ddot{\mathbf{x}}_1; \\ \dot{\wedge} &= -\wedge \Omega,\end{aligned}\tag{5.17}$$

где $\ddot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}_1$ — матрицы-столбцы, составленные из проекций вектора кажущегося ускорения на оси инерциальной и связанной с объектом системы координат; $\wedge$ — матрица направляющих косинусов (МНК), характеризующая угловое положение связанной системы координат относительно инерциальной;

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix} — \text{кососимметричная матрица, составленная из проекций}$$

вектора угловой скорости на оси СКС.

Инструментальные погрешности измерителей приводят к появлению ошибок определения векторов $\ddot{\mathbf{x}}_1, \omega$:

$$\begin{aligned}\delta \ddot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{g}^{-1} \delta \mathbf{w}; \\ \delta \mathbf{w} &= \mathbf{g}_\omega^1 \delta \mathbf{w}_n,\end{aligned}\tag{5.18}$$

где $\delta \mathbf{w}$ — матрица-столбец, составленная из ошибок определения проекций вектора ускорения на измерительные оси; $\delta \mathbf{w}_n$ — матрицы-столбцы, составленные из ошибок определения проекций вектора угловой скорости на оси связанной и измерительной систем координат; $\mathbf{g}, \mathbf{g}_\omega$ — матрицы ориентации блоков ИЛУ и ДУС соответственно относительно осей связанной системы координат (i -я строка состоит из направляющих косинусов между осью чувствительности i -го прибора и осями СКС).

Ошибки (5.18) с учетом выражений (5.17) порождают ошибки определения элементов движения в проекциях на оси базовой инерциальной системы координат:

$$\begin{aligned}\delta \ddot{\mathbf{x}} &= \delta \wedge \ddot{\mathbf{x}}_1 + \wedge \delta \ddot{\mathbf{x}}_1; \\ \delta \dot{\wedge} &= -\delta \wedge \Omega - \wedge \delta \Omega,\end{aligned}$$

где $\delta \wedge$ — ошибки вычисления МНК; $\delta \Omega$ — кососимметричная матрица, составленная из элементов вектора ошибок $\delta \omega$.

При выводе расчетных формул для оценки составляющих рассеивания из-за инструментальных погрешностей приборов приняты те же допущения, что и в предыдущем параграфе. Отметим, что в данном случае разделить в расчетных формулах матричные сомножители, зависящие и не зависящие от элементов движения, не удастся.

Вывод формул для вычисления ковариационных матриц отклонений по дальности и в боковом направлении для различных инструментальных погрешностей БИНС приведен в [14].

5.6. Определение рассеивания ракет по результатам натурных испытаний

5.6.1. Основные сведения из теории оценок и проверки статистических гипотез

Свойства оценок

Термин «оценивание» относится к классу статистических методов, которые используются в целях получения представления о значении одного или нескольких параметров с максимально возможной точностью.

Пусть дана выборка наблюдений $z_1, \dots, z_n$, полученная из генеральной совокупности, распределение которой известно с точностью до параметра θ . Используя указанные наблюдения, необходимо определить число $\hat{\theta}$, которое можно было бы взять в качестве значения параметра θ (точечная оценка), или интервал $[\Theta_H, \Theta_B]$, о котором можно утверждать, что он с заданной вероятностью содержит это значение (интервальная оценка).

В связи с тем, что наблюдения являются случайными величинами, функции наблюдения, используемые для оценки параметра θ , для отдельных выборок будут давать значения, отличающиеся от истинного. Поэтому нельзя найти оценку, принимающую значения, близкие к θ , для всех возможных выборок. В этих случаях рекомендуется ограничиваться такой процедурой оценивания, которая давала бы «хорошие» результаты в среднем при многократном ее использовании или имела бы большую вероятность «успеха».

Основными свойствами, которым должны удовлетворять искомые оценки, являются состоятельность, несмещенность и эффективность [72].

Состоятельность — свойство оценок $\hat{\theta}$ параметра сходиться к его истинному значению при увеличении числа наблюдений n этого параметра, т.е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{(\hat{\theta} - \theta) \geq \epsilon\} = 0.$$

Несмещенность — свойство оценок не иметь систематического отклонения от истинного значения параметра, т.е. $M[\hat{\theta}] = \theta$. Условием состоятельности несмещенной оценки является условие $D[\hat{\theta}] \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Эффективность — свойство оценки обладать наименьшей дисперсией $D[\hat{\theta}]$ среди всех возможных оценок.

Можно показать, что при некоторых общих условиях среднее квадратическое отклонение $M[(\hat{\theta} - \theta)^2]$ ограничено снизу некоторым положительным числом, зависящим от функции распределения $P(z/\theta)$, объема выборки n и смещения оценки $b = M[\hat{\theta}] - \theta$, т.е.

$$M[(\hat{\theta} - \theta)^2] \geq \frac{(1 + db/d\theta)^2}{nM} \left[\frac{\partial \ln P(z/\theta)}{\partial \theta} \right]^2. \quad (5.19)$$

Для несмещенной оценки $M[(\hat{\theta} - \theta)^2] = D[\hat{\theta}]$ и

$$D[\hat{\theta}] \geq \frac{1}{nM \left[\frac{\partial \ln P(z/\theta)}{\partial \theta} \right]^2}. \quad (5.20)$$

Неравенства (5.19) и (5.20) носят название неравенств Рао—Крамера. Если в выражении (5.20) достигается равенство, то дисперсия оценки $D[\hat{\theta}] = D_{\min}$ достигает своего наименьшего значения и оценка $\hat{\theta}$ является эффективной.

Эффективностью любой другой оценки называется отношение $D_{\min}[\hat{\theta}] / D[\hat{\theta}]$. Если имеется единственная несмещенная оценка с наименьшей дисперсией, то ее называют несмещенной оценкой с равномерно распределенной дисперсией.

Наиболее общей характеристикой точности статистических оценок является *средний риск*. Для его вычисления необходимо задать функцию потерь — некоторую функцию от оценки и истинного значения оцениваемого параметра.

Наиболее распространенными функциями потерь являются:

простая функция потерь $\Pi(\theta, \hat{\theta}) = c - \delta(\hat{\theta} - \theta)$, где $c > 0$, δ — дельта-функция;

квадратичная функция потерь $\Pi(\theta, \hat{\theta}) = (\hat{\theta} - \theta)^2$;

функция потерь, равная модулю ошибки, $\Pi(\theta, \hat{\theta}) = |\hat{\theta} - \theta|$;

прямоугольная функция потерь

$$\Pi(\theta, \hat{\theta}) = \begin{cases} 0, & |\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon; \\ 1, & |\hat{\theta} - \theta| \geq \varepsilon. \end{cases}$$

Среднее по возможным выборкам значение функции потерь носит название *условного риска*:

$$r(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\theta, \hat{\theta}) P(z/\theta) dz.$$

Точечная оценка, минимизирующая условный риск при квадратичной функции потерь, называется оценкой наименьших квадратов (оценкой НК).

В случае линейной зависимости между θ и z оценки наименьших квадратов являются линейной функцией изменений z . Эти оценки асимптотически нормальны и обладают свойствами состоятельности, несмещенности, эффективности для широкого класса распределений $P(z/\theta)$, имеющих конечные вторые моменты. Простота их нахождения и многообразие модификаций сделали эти оценки наиболее распространенными в практике обработки данных измерений и испытаний.

Мода распределения $P(z/\theta)$ минимизирует условный риск для простой функции потерь и носит название оценки максимального правдоподобия (оценки МП).

Оценки максимального правдоподобия также асимптотически нормальны и обладают асимптотическими свойствами состоятельности, несмещенности и эффективности. Однако при малых объемах выборок эти свойства могут не сохраняться. В этом случае, если плотность вероятности $P(z/\theta)$ (функция правдоподобия) может быть представлена в виде $P(z/\theta) = P(T/\theta)g(z)$, то несмещенную оценку с равномерно минимальной дисперсией всегда можно найти в виде функции достаточной статистики, если последняя существует. В выра-

жении для $P(z/\theta)$, T — достаточная статистика, такая, что условное распределение величины z при заданном значении T не зависит от θ . Способ нахождения этой оценки состоит в следующем [73]:

если $\hat{\theta}$ — некоторая несмещенная оценка параметра θ , то $M[\hat{\theta}/T(z)]$ является искомой оценкой;

если оценка МП единственна, она зависит от измерений только через достаточную статистику. В этом случае способ нахождения оценки МП следующий: если уравнение $M[T(z)] = T(z)$ имеет решение $\hat{\theta}$, то $\hat{\theta}$ — оценка МП.

Если об оцениваемом параметре есть некоторые априорные сведения, описываемые априорным распределением $P_0(\theta)$, то условный риск усредняют по параметру θ и получают средний риск:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\theta, \hat{\theta}) P(z/\theta) P_0(\theta) dz d\theta.$$

Оценки, полученные из условия минимизации среднего риска, носят названия байесовских оценок, так как основаны на формуле Байеса, согласно которой $P(z/\theta)P_0(\theta) = P(\theta/z)P(z)$.

Так, математическое ожидание апостериорного распределения $P(z/\theta)$ минимизирует средний риск при квадратичной функции потерь, а мода этого распределения — при простой функции потерь.

Перечисленные оценки являются наиболее распространенными в практике обработки данных испытаний.

В заключение заметим, что при нормальном законе распределения $P(z/\theta)$ оценки наименьших квадратов, максимального правдоподобия и байесовские оценки совпадают.

Определение теории статистических гипотез

Статистическая гипотеза — это утверждение относительно одного или более параметров распределения случайных величин или самой формы распределения.

Процедура проверки гипотез — правило, которое позволяет для любого множества наблюдений $z_1, \dots, z_n$ получить решение принять или отклонить проверяемую гипотезу H_0 (нулевую гипотезу). Какая-либо другая гипотеза является альтернативной. Выбор нулевой гипотезы основан на том, что H_0 обычно рассматривается как утверждение, которое более важно, если оно отвергнуто.

Это правило основано на общем принципе, согласно которому теория должна быть отвергнута, если есть противоречивый факт, но не обязательно должна быть принята, если такой факт не обнаружен.

Полезно представить множество выборочных значений $z_1, \dots, z_n$ в виде точки n -мерного пространства; тогда точки, для которых гипотеза H_0 принимается, составляют область принятия решения, а точки, для которых гипотеза H_0 отклоняется, относятся к критической области ω .

Существует два типа ошибок, связанных с принятием решения:

ошибки первого рода — отклонение H_0 , когда она верна;

ошибки второго рода — принятие H_0 , когда верна альтернативная гипотеза H_1 . Вероятности ошибок первого и второго рода характеризуют достоверность статистического решения [74].

Вероятность ошибки первого рода равна $P\{(z_1, \dots, z_n) \in \omega / H_0\} = \alpha$, где α называют уровнем значимости или размером критической области.

Вероятность ошибки второго рода равна $1 - P\{(z_1, \dots, z_n) \in \omega / H_1\} = \beta$ и зависит от выбора гипотезы H_1 ; здесь вероятность β называют оперативной характеристикой по отношению к H_1 , а величину $1 - \beta$ — ложностью критерия.

Гипотезы бывают простыми и сложными. Гипотеза называется простой, если она точно определяет распределение случайной величины. В противном случае она называется сложной. Для принятия решений относительно проверяемых статистических гипотез используют критерии значимости. Критерии значимости основываются на принципах практической достоверности и практической невозможности [75].

Событие, которое при заданном комплексе факторов обязательно произойдет, называется абсолютно достоверным событием.

Абсолютную достоверность можно установить лишь теоретически, путем логических умозаключений. Сюда относятся в основном математические истины и некоторые выводы точных наук.

Большинство практически достоверных событий не являются абсолютно достоверными, однако вероятность их осуществления достаточно высока.

Из принципа практической достоверности вытекает принцип практической невозможности: события с очень малыми вероятностями можно в практических приложениях считать невозможными. Практическая невозможность осуществившегося события отвергает случайность его появления и заставляет пересмотреть исходные предпосылки при вычислении вероятности его появления, т.е. пересмотреть исходную гипотезу.

Использование принципа практической невозможности для доказательства неслучайного появления события с малой вероятностью называется принципом значимости. Проверка статистических гипотез в соответствии с принципом значимости осуществляется следующим образом: выбирается уровень значимости α и соответствующая ему вероятность $1 - \alpha$. По этой вероятности, используя нулевую гипотезу о распределении случайной величины y , представляющую собой функцию выборочных значений $z_1, \dots, z_n$, находят квантили $y_{\alpha/2}$, $y_{1-\alpha/2}$ такие, что

$$P\{y \leq y_{\alpha/2}\} = \alpha/2; \quad P\{y \leq y_{1-\alpha/2}\} = 1 - \alpha/2.$$

Значения $y < y_{\alpha/2}$ и $y > y_{(1-\alpha)/2}$ образуют критическую область проверяемой гипотезы. Если измеренное значение y_0 попадает в критическую область, нулевая гипотеза отвергается; если же

$$y_{\alpha/2} \leq y_0 \leq y_{1-\alpha/2}, \quad (5.21)$$

то такой разброс в рамках нулевой гипотезы может быть объяснен эффектом случайности и нет оснований отвергнуть проверяемую гипотезу. Заметим, что

первое решение (гипотеза неверна) гораздо более категорично, чем второе (гипотеза не отвергается). Поэтому в практических задачах, решаемых методами теории проверки статистических гипотез, большое значение имеет правильный выбор нулевой гипотезы.

Полученный критерий (5.21) является двусторонним. Если одно из неравенств $y < y_{\alpha/2}$ или $y > y_{1-\alpha/2}$ заведомо невозможно, изменяют односторонний критерий, например, $y_0 \leq y_{1-\alpha}$.

Требования к уменьшению ошибок первого и второго рода противоречивы: уменьшение уровня значимости сопровождается снижением мощности. Для того чтобы разрешить это противоречие, задают уровень значимости и максимизируют мощность критерия по отношению к альтернативной гипотезе [74].

Аналитически поставленную задачу можно сформулировать следующим образом: требуется выбрать критическую область ω , чтобы

$$\begin{cases} \int_{\omega} \dots \int P\{z_1, \dots, z_n / H_0\} dz_1 \dots dz_n = \alpha; \\ \int_{\omega} \dots \int P\{z_1, \dots, z_n / H_1\} dz_1 \dots dz_n = \max_{\omega}. \end{cases}$$

Решение этой задачи получают с учетом леммы Неймана—Пирсона. Согласно этой лемме искомая критическая область определяется из отношения правдоподобия:

$$\frac{P\{z_1, \dots, z_n / H_0\}}{P\{z_1, \dots, z_n / H_n\}} > K,$$

где K выбирается из условия обеспечения заданного значения α .

Получаемый критерий называют критерием отношения правдоподобия.

Определение основных параметров нормального распределения

Оценки математического ожидания. Модель измерения имеет вид $z_i = \Theta + \delta_i$, где Θ — неизвестный параметр, δ_i — случайная погрешность измерения. Принимается, что математическое ожидание δ_i равно 0.

Наиболее распространенной на практике оценкой Θ является среднееарифметическая оценка $\hat{\Theta} = \bar{z} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i$.

Ее можно получить методом наименьших квадратов путем минимизации функционала $S^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \Theta)^2$.

Оценка является несмещенной, поскольку

$$M[\hat{\Theta}] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M[z_i] = \frac{n\Theta}{n} = \Theta.$$

Оценка состоятельна, так как

$$D[\hat{\theta}] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D[z_i] = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

Оценка эффективна среди всех линейных оценок для произвольных распределений, имеющих конечные входные моменты.

Оценка, несмещенная с равномерно минимальной дисперсией для всех распределений, у которых математическое ожидание является линейной функцией параметра распределения, может быть получена также из условия максимального правдоподобия.

Оценка математического ожидания нормального распределения. Оценка методом наименьших квадратов.

Модель измерений имеет вид $z_i = M + \delta_i$, где $P(\delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{\delta_i^2}{2\sigma^2}\right\}$.

Минимизируемый функционал запишем как $S^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - M)^2$.

Тогда из условия оптимальности функционала $2 \sum_{i=1}^n (z_i - M) = 0$ определим

$$\hat{M} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i.$$

Оценка максимального правдоподобия. Функция правдоподобия n независимых измерений определяется выражением

$$P(z/M, \sigma^2) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^n} \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - M)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Из уравнения максимального правдоподобия $\frac{\partial P(z/M, \sigma^2)}{\partial M} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i - M) = 0$,
имеем $\hat{M} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i$.

Нахождение несмещенной оценки с равномерно минимальной дисперсией.
Представим функцию правдоподобия в виде

$$P(z/M, \sigma^2) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^n} \exp\left\{-\frac{nM^2}{2\sigma^2}\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n z_i^2 - 2M \sum_{i=1}^n z_i\right)\right\}.$$

Достаточной статистикой при известной дисперсии δ^2 является величина $T(z) = \sum_{i=1}^n z_i$. Математическое ожидание достаточной статистики равно $M[T(z)] = nM$. Несмещенной оценкой с равномерно минимальной дисперсией является оценка $\hat{M} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i$.

Оценка дисперсии нормального распределения. Метод наименьших квадратов, наряду с оценкой среднего, допускает и оценку дисперсии измерений.

В качестве несмещенной эффективной оценки дисперсии при нормальном законе распределения ошибок измерений используется величина

$$S_0^2 = \frac{S_{\min}^2}{n-1} = \sum_{i=1}^n \frac{(z_i - \hat{M})^2}{n-1},$$

где $\hat{M}$ — найденная оценка наименьших квадратов.

Покажем, что оценка максимального правдоподобия в этом случае не совпадает с оценкой наименьших квадратов:

$$\frac{\partial \ln P(z_i / M, \sigma^2)}{\partial \sigma^2} = -n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (z_i - M)^2 = 0,$$

откуда $\hat{\sigma}^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (z_i - M)^2$.

При неизвестном математическом ожидании M решаются два уравнения максимального правдоподобия:

$$\frac{\partial \ln P(z_i / M, \sigma^2)}{\partial \sigma^2} = 0; \quad \frac{\partial \ln P(z_i / M, \sigma^2)}{\partial M} = 0,$$

откуда находим

$$\hat{\sigma}^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (z_i - \hat{M})^2; \quad \hat{M} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i.$$

Рассмотрим свойства полученной оценки:

$$M[\sigma^2] = 1/n \left\{ M \left[\sum_{i=1}^n z_i^2 \right] - nM[\hat{M}^2] \right\} = \frac{n-1}{n} \sigma^2.$$

Таким образом, оценка является смещенной.

Достаточными статистиками при совместном оценивании математического ожидания и дисперсии являются

$$T_1(z) = \sum_{i=1}^n z_i^2, \quad T_2(z) = \sum_{i=1}^n z_i,$$

с математическим ожиданием

$$M[T_1(z)] = n(M^2 + \sigma^2); \quad M[T_2(z)] = nM.$$

Оценку МП $\hat{M}$ и $\hat{\sigma}$ можно найти из решения уравнений

$$n(\hat{M}^2 + \hat{\sigma}^2) = \sum_{i=1}^n z_i^2; \quad n\hat{M} = \sum_{i=1}^n z_i,$$

откуда

$$\hat{M} = 1/n \sum_{i=1}^n z_i; \quad \hat{\sigma}^2 = 1/n \left[\sum_{i=1}^n z_i^2 - n\hat{M}^2 \right] = 1/n \sum_{i=1}^n (z_i - \hat{M})^2.$$

Несмещенные оценки с равномерно минимальной дисперсией получаем из выражений

$$M[T_1(z)] = n(M^2 + \sigma^2); \quad M[T_2(z)] = n^2 M^2 + \sigma^2,$$

где $T_1(z), T_2(z)$ — несмещенные оценки правых частей, откуда

$$\hat{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n z_i^2 - n\hat{M}^2 \right].$$

Нетрудно показать, что при известном математическом ожидании оценка МП является несмещенной оценкой с равномерно минимальной дисперсией.

Действительно, в этом случае

$$M[\hat{\sigma}^2] = 1/n \left\{ M \left[\sum_{i=1}^n z_i^2 \right] - nM^2 \right\} = \sigma^2.$$

Этот же результат может быть получен с использованием достаточной статистики:

$$M[T_1(z)] = n(M^2 + \sigma^2); \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n z_i^2 - nM^2 \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - M)^2.$$

Заметим, что оценки максимального правдоподобия обладают функционально-инвариантным свойством.

Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения

Задачи проверки гипотез о значениях параметров распределений тесно связаны с интегральным оцениванием.

Действительно доверительным интервалом, в котором с вероятностью γ находится неизвестное истинное значение математического ожидания M , является интервал $\hat{M} \pm K \sqrt{D[\hat{M}]}$, где квантиль K зависит от распределения оценки $\hat{M}$ и доверительной вероятности γ .

Из выражения для доверительного интервала в соответствии с критерием значимости следует, что при нулевой гипотезе $M = M_3$ допустимым интервалом оценки $\hat{M}$ является интервал $M_3 \pm K\sqrt{D[\hat{M}]}$.

Слишком большие значения оценки $\hat{M} > M_3 + k\sqrt{D[\hat{M}]}$ позволяют принять гипотезу $M > M_3$, а слишком малые $\hat{M} < M_3 - k\sqrt{D[\hat{M}]}$ — гипотезу $M < M_3$.

Ошибка первого рода составляет при этом $\alpha = 1 - \gamma$. Ошибка второго рода β может быть определена, если задана альтернативная гипотеза. Альтернативную гипотезу подбирают в каждом конкретном случае в удобном для расчетов виде в зависимости от распределения оценки $\hat{M}$.

Определение ошибок первого и второго рода позволяет рассчитать объем выборок, необходимый для обеспечения требуемых значений этих ошибок.

Проверка гипотезы о значении математического ожидания нормального распределения. Дисперсия σ^2 известна. Областью принятия нулевой гипотезы H_0

$M = M_3$ является область $M_3 - u_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} \leq \bar{z} \leq M_3 + u_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$.

При $\bar{z} > M_3 + u_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$ принимается гипотеза $M > M_3$, при $\bar{z} < \frac{M_3 - u_{1-\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}}$ — гипотеза $M < M_3$.

Полученные решающие правила можно получить также с использованием критерия максимального правдоподобия.

При проверке гипотезы о значении вероятности выполнения задачи может быть использована одна из трех нулевых гипотез:

$R \leq R_3$ при альтернативной гипотезе $R > R_3$,

$R \geq R_3$ при $R < R_3$,

$R = R_3$ при $R \neq R_3$.

Решающими правилами соответственно являются

$R_n(\gamma) \leq R_3; R_b(\gamma) \geq R_3; R_n(\gamma) \leq R_3 \leq R_b(\gamma)$, где $R_n(\gamma), R_b(\gamma)$ — γ -доверительные границы (одно- или двусторонние). Отметим, что двусторонние доверительные границы в этом случае не являются симметричными и находятся по таблицам из условия получения наикратчайшего доверительного интервала.

Точность статистического решения характеризуется при этом величиной $R_1 - R_3$ при проверке первой гипотезы и $R_3 - R_2$, при проверке второй, где R_1, R_2 определяются при заданной ошибке второго рода соотношениями:

$$\sum_{r=0}^{d-1} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_1^{n-r} (1-R_1)^r = 1-\beta; \quad \sum_{r=0}^d \frac{n!}{r!(n-r)!} R_2^{n-r} (1-R_2)^r = \beta$$

при подстановке в них числа испытаний n , определенного из условий $R_n(\gamma) = R_3$ или $R_b(\gamma) = R_3$.

Интервальное задание требования к математическому ожиданию. На практике достаточно часто требования к параметру задаются в виде некоторого до-

пустимого интервала $[M_1, M_2]$, причем этот интервал пересекается с доверительным интервалом $[M_n, M_b]$.

Используются также односторонние критерии:

$$\text{для гипотезы } M \leq M_3 \quad \bar{z} \leq \frac{M_3 + u_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}};$$

$$\text{для гипотезы } M \geq M_3 \quad \bar{z} \geq \frac{M_3 - u_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}.$$

При использовании односторонних критериев наиболее просто рассчитывается ошибка второго рода.

Альтернативная гипотеза H_1 задается в виде $M = M_3 + \sigma$ для $M > M_3$ или $M = M_3 - \delta$ ($M < M_3$). В соответствии с определением ошибка второго рода вычисляется по формуле

$$\beta = P\left\{\bar{z} \leq \frac{M_3 + u_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}} = M_3 + \delta\right\}.$$

Отсюда с учетом распределения оценки $\bar{z}$

$$\frac{\bar{z} - (M + \delta)}{\sigma/\sqrt{n}} = u_\beta.$$

Учитывая, что критическое значение определяется выражением

$$\frac{\bar{z} - M_3}{\sigma/\sqrt{n}} = u_{1-\alpha},$$

$$\text{имеем } \delta/\sigma = \frac{u_{1-\alpha} - u_\beta}{\sqrt{n}}, \quad (5.22)$$

где δ/σ — относительное расстояние между нулевой и альтернативной гипотезами характеризует точность статистического решения.

Такое же выражение получается, если рассмотреть альтернативную гипотезу $M = M_3 - \delta$.

Полученное выражение позволяет при заданных значениях $\alpha, \beta, \delta/\sigma$ априорно, до проведения измерений, рассчитать необходимый объем выборки.

Случайные значения статистики $\left|\frac{\bar{z} - M_3}{\sigma/\sqrt{n}}\right|$ могут оказаться как больше, так и меньше граничного значения $u_{1-\alpha}$.

Если $\frac{\bar{z} - M_3}{\sigma/\sqrt{n}} > u_{1-\alpha}$, то принимается альтернативная гипотеза $M > M_3$, а при $\frac{\bar{z} - M_3}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_{1-\alpha}$ принимается гипотеза $M < M_3$, при этом $|\delta/\sigma|$ больше рассчитанной по формуле (5.32).

Если же $\left| \frac{z - M_3}{\sigma / \sqrt{n}} \right| < u_{1-\alpha}$, то величина δ / σ меньше табличного значения, тре-

бования к точности и достоверности решения обеспечены и проведение дальнейших измерений излишне.

Таким образом, зависимость между объемом выборки, точностью и достоверностью решения позволяет осуществить текущее планирование последовательной процедуры принятия статистического решения.

Рассмотрим вариант, когда дисперсия σ^2 неизвестна и оценивается по той же выборке; областью принятия нулевой гипотезы H_0 $M = M_3$ является область

$$M_3 - \frac{t_{1-\alpha/2} S_0}{\sqrt{n}} \leq \bar{z} \leq M_3 + \frac{t_{1-\alpha/2} S_0}{\sqrt{n}}.$$

При альтернативной гипотезе $M = M_3 + \delta$ случайная величина $\frac{\bar{z} - M_3 - \delta}{S_0 / \sqrt{n}}$ имеет t -распределение Стьюдента с $(n - 1)$ степенями свободы, а случайная величина $\frac{\bar{z} - M_3}{S_0 / \sqrt{n}}$ — нецентральное t -распределение Стьюдента с параметрами нецентральности $\sqrt{n}$, δ / σ .

Используя нормальную аппроксимацию нецентрального t -распределения, получим

$$\frac{\delta}{\sigma} = \frac{t_{1-\alpha} - u_{\beta} \sqrt{1 + \frac{1}{2} \frac{t_{1-\alpha}^2}{n-1}}}{\sqrt{n}} \quad (n \geq 10).$$

Необходимый объем выборки в этом случае несколько больше, чем при известной σ^2 .

Для подтверждения требований в такой форме строится несимметричный доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - 1$, где γ_1 и γ_2 определяются соотношениями $M_2 = \bar{z} + u_{\gamma_1} \sigma(\bar{z})$; $M_1 = \bar{z} - u_{1-\gamma_2} \sigma(\bar{z})$.

При этом оценка $\bar{z}$ должна находиться в интервале $[M_1, M_2]$.

Если определенная таким образом вероятность $\gamma > \gamma_3$, то требования считаются подтвержденными, если $\gamma < \gamma_3$, то изделие бракуется.

Проверка гипотезы о значении дисперсии нормального распределения.

Доверительным интервалом, в котором с вероятностью γ находится неизвестное

истинное значение дисперсии σ^2 , является интервал $\frac{S_0^2(n-1)}{\chi_{1+\gamma}^2(n-1)} \leq \sigma^2 \leq \frac{S_0^2(n-1)}{\chi_{1-\gamma}^2(n-1)}$,

где $\chi_{1+\gamma}^2(n-1)$, $\chi_{1-\gamma}^2(n-1)$ — квантили χ^2 — распределения с $(n-1)$ степенями свободы.

Из выражения для доверительного интервала в соответствии с критерием значимости следует, что при нулевой гипотезе $\sigma^2 = \sigma_3^2$ допустимым интервалом значений оценки S_0^2 является интервал
$$\frac{\sigma_3^2 \chi_{1-\gamma}^2 (n-1)}{2(n-1)} \leq S_0^2 \leq \frac{\sigma_3^2 \chi_{1+\gamma}^2 (n-1)}{2(n-1)}.$$

Большие значения оценки $S_0^2 > \frac{\sigma_3^2 \chi_{1+\gamma}^2 (n-1)}{2(n-1)}$ определяют область принятия гипотезы $\sigma^2 > \sigma_3^2$, а слишком малые $S_0^2 < \frac{\sigma_3^2 \chi_{1-\alpha}^2 (n-1)}{2(n-1)}$ — область принятия гипотезы $\sigma^2 < \sigma_3^2$. Ошибка первого рода равна $\alpha = 1 - \gamma$. Для определения ошибки второго рода задают альтернативную гипотезу в виде $\sigma^2 = k\sigma_3^2$, где k может быть как больше, так и меньше единицы. Таким образом, для одностороннего критерия имеем

$$\text{для } k > 1 \quad \frac{S_0^2 (n-1)}{\sigma_3^2} = \chi_{1-\alpha}^2 (n-1); \quad \frac{S_0^2 (n-1)}{k_1 \sigma_3^2} = \chi_{\beta}^2 (n-1);$$

$$\text{для } k < 1 \quad \frac{S_0^2 (n-1)}{\sigma_3^2} = \chi_{\alpha}^2 (n-1); \quad \frac{S_0^2 (n-1)}{k_2 \sigma_3^2} = \chi_{1-\beta}^2 (n-1),$$

$$\text{откуда} \quad k_1 = \frac{\chi_{1-\alpha}^2 (n-1)}{\chi_{\beta}^2 (n-1)}; \quad k_2 = \frac{\chi_{\alpha}^2 (n-1)}{\chi_{1-\beta}^2 (n-1)}.$$

При $\alpha = \beta$ $k_1 = 1/k_2$.

5.6.2. Методы проверки нормальности распределений

Основные алгоритмы оценки показателей эффективности систем ЛА и методы подтверждения требований к этим показателям, используемые в практике испытаний, связаны с предположением о нормальном законе распределения этих показателей. Поэтому первое место в комплексе алгоритмов занимают так называемые критерии нормальности. В табл. 5.5 приведены критерии проверки нормальности распределений, имеющие наибольшую мощность по сравнению с общими критериями.

5.6.3. Выделение аномальных измерений

Целью выделения аномальных измерений является проведение сортировки данных перед их анализом; выявление присутствия аномальных измерений в целях более тщательного изучения процесса получения измерений; обнаружение измерений, представляющих особый интерес именно из-за аномальности.

При традиционном подходе к статистическому анализу резко выделяющиеся наблюдения отбрасываются, а затем оцениваются исследуемые параметры [72]. Отбрасывание измерений базируется на гипотезе о виде исходного распределения (чаще всего предполагается нормальность исходной генеральной совокупности) и использовании критериев значимости (табл. 5.5).

Таблица 5.5

Название критерия	Статистика критерия	Решающее правило принятия гипотезы нормальности	Рекомендации по применению
Саварки	$(n-2)\omega^2 = \frac{1}{12(n-2)} + \sum_{i=1}^{n-2} \left[\delta_i - \frac{2i-1}{2(n-2)} \right]^2$ $\delta_i = S_{n-i-1}(\xi_i) - \text{значение интегральной функции};$ $i - \text{распределение с } (n-i-1) \text{ степенями свободы случайной величины } \xi_i;$ $\xi_i = \eta_i / \sqrt{\frac{1}{n-i-1} \eta_{i+1}^2 + \dots + \eta_{n-1}^2} \quad i = 1, \dots, n-2;$ $\eta_i = z_{i+1} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left[\frac{\bar{z}}{\sqrt{n}} + z_{(1)} \right] \text{ или}$ $\eta_i = z_i - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left[\frac{\bar{z}}{\sqrt{n}} + z_{(n)} \right] \quad i = 1, \dots, n-1;$ $\bar{z} = \sum_{i=1}^n z_i; \quad z_i - \text{измерение значения};$ $n - \text{объем выборки}$ $z_{(1)}, z_{(n)} - \text{наименьшее и наибольшее значения}$	$(n-2)\omega^2 \leq a_{1\alpha};$ $\alpha - \text{уровень значимости};$ $a_{1\alpha} - \text{критические точки [76]}$	Критерий может быть применен для выборки малого объема ($n > 3$)
Шапиро-Уилка	$W = b^2 / S^2;$ $b = a_n [z_{(n)} - z_{(1)}] + a_{n-1} [z_{n-1} - z_{(2)}] + \dots +$ $+ a_{n-k+1} [z_{(n-k+1)} - z_{(k)}] =$ $= \sum_{i=1}^n a_{n-i+1} [z_{(n-i+1)} - z_{(i)}];$ $a_{n-i+1} - \text{табулированы [77]};$ $k = n/2 - \text{четные } n$ $k = \frac{n-1}{2} - \text{нечетные } n;$ $S^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2; \quad \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i;$ $z_{(1)}, \dots, z_{(n)} - \text{порядковые статистики}$	$W \geq W_{\alpha};$ $W_{\alpha} - \text{критические точки [77]};$ $\alpha - \text{уровень значимости}$	Критерий применяется при $n=3 \dots 50$
Параметрический	$d = \frac{1}{nS} \sum_{i=1}^n z_i - \bar{z} ;$ $b_1 = \frac{1}{nS^3} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^3;$ $b_2 = \frac{1}{nS^4} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^4;$ $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i;$ $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2.$	$d_{\alpha/2} \leq d \leq d_{1-\alpha/2};$ $b_{1\alpha/2} \leq b_1 \leq b_{1(1-\alpha/2)};$ $b_{2\alpha/2} \leq b_2 \leq b_{2(1-\alpha/2)};$ $d_{\alpha/2}, d_{1-\alpha/2};$ $b_{1\alpha/2}, b_{1(1-\alpha/2)};$ $b_{2\alpha/2}, b_{2(1-\alpha/2)} - \text{критические точки, затабулированы [76]}$	Критерий b_2 не рекомендуется применять при $n < 50$

Однако в последнее время появились работы, в которых рекомендуется не отбрасывать аномальные измерения целиком, а использовать их с весовыми коэффициентами, либо использовать оценки, устойчивые к наличию аномальных измерений. В том случае, когда общая причина позволяет объяснить наличие нескольких аномальных измерений, становится возможным ставить задачу обработки совокупности двух различных распределений. Чисто статистический подход не может полностью решить проблему аномальных измерений и должен быть дополнен инженерным анализом. В табл. 5.6 приведены критерии отбраковки аномальных распределений.

Таблица 5.6

Критерий	Статистика критерия	Решающее правило отбраковки	Рекомендации
I	$u = \frac{z_{\max} - M}{\sigma};$ $z_{\max} = \max \{ z_i \},$ $i = 1, \dots, n$	$u > u_{\alpha}(n);$ $u_{\alpha} - \text{критические точки}$ $\text{затабулированы};$ $\alpha - \text{уровень значимости}$ $u > u_2(n);$	При известных математическом ожидании и дисперсии
II	$u = \frac{z_{\max} - \bar{z}}{\sigma};$ $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$	$u_2 - \text{критические точки}$ $\text{затабулированы [76]}$	При известной дисперсии
III	$u = \max \left \frac{z_i - \bar{z}}{S} \right ;$ $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$	$u > u_{1-\alpha/2}(n);$ $u < u_{\alpha/2}(n);$ $u_{\alpha/2}, u_{1-\alpha/2} - \text{критические}$ $\text{точки затабулированы [76]}$	При неизвестных математическом ожидании и дисперсии
Томпсона	$w = \frac{ z_i - \bar{z} }{S}$	$w > w_2(n-2);$ $w_2 - \text{критические точки}$ $\text{затабулированы [76]}$	Для отбраковки нескольких аномальных измерений
Диксона	$\tau_1 = \frac{z(n) - z(n-1)}{z(n) - z(1)};$ $\tau_2 = \frac{z(n) - z(n-1)}{z(n) - z(2)};$ $\tau_3 = \frac{z(n) - z(n-2)}{z(n) - z(1)};$ $z(1), \dots, z(n) - \text{порядковые}$ статистики	$\tau_1 > \tau_{1\alpha}(n);$ $\tau_2 > \tau_{2\alpha}(n);$ $\tau_3 > \tau_{3\alpha}(n);$ $\tau_{1\alpha}, \tau_{2\alpha}, \tau_{3\alpha} -$ критические точки $\text{затабулированы [76]}$	Для отбраковки наибольшего измерения Для отбраковки наибольшего и наименьшего измерений Для отбраковки двух наибольших измерений

5.6.4. Подтверждение требований к вероятности выполнения задачи

Непараметрический подход

Простейшим методом оценки этой вероятности, не требующим какой-либо априорной информации в виде распределений параметров, определяющих данную вероятность, а также проведения измерения этих параметров, является оценка вероятности по частоте успешного выполнения задачи (непараметрический метод оценки вероятности). Исходной информацией при этом является регистрация числа событий «успех — отказ», а статистической моделью получения информации об исследуемой вероятности является биномиальное распределение числа d отказов при проведении n испытаний:

$$P(d/n, R) = \frac{n!}{d!(n-d)!} R^{n-d} (1-R)^d, \quad d = 0, \dots, n; \quad n = 1, 2, \dots$$

или распределение Паскаля проведения n испытаний до получения заданного числа отказов d :

$$P(n/d, R) = \frac{(n-1)!}{(d-1)!(n-d)!} R^{n-d} (1-R)^d, \quad n = d, \dots; \quad d = 1, 2, \dots$$

В качестве оценок неизвестной вероятности R используются оценки: для биномиального распределения

$$\hat{R} = 1 - \frac{d}{n},$$

для распределения Паскаля

$$\hat{R} = 1 - \frac{d-1}{n-1}.$$

Так как дисперсии этих оценок нелинейно зависят от самого неизвестного оцениваемого параметра и поэтому неудобны для оценки характеристики точности, для определения точности используют доверительные интервалы: для биномиального распределения:

$$\sum_{r=0}^d \frac{n!}{r!(n-r)!} R_{\text{н}}^{n-r} (1-R_{\text{н}})^r = 1 - \gamma_2;$$

$$\sum_{r=0}^{d-1} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_{\text{б}}^{n-r} (1-R_{\text{б}})^r = \gamma_1;$$

для распределения Паскаля:

$$\sum_{r=d}^{n-1} \frac{(r-1)!}{(d-1)!(r-d)!} R_{\text{н}}^{r-d} (1-R_{\text{н}})^d = \gamma_2;$$

$$\sum_{r=d}^n \frac{(r-1)!}{(d-1)!(r-d)!} R_{\text{б}}^{r-d} (1-R_{\text{б}})^d = 1 - \gamma_1; \quad \gamma_1 + \gamma_2 - 1 = \gamma.$$

Условие принятия системы (принятия гипотезы $R > R_3$):
для биномиального распределения:

$$\sum_{r=0}^d \frac{n!}{r!(n-r)!} R_3^{n-r} (1-R_3)^r < 1-\gamma;$$

для распределения Паскаля:

$$\sum_{r=d}^{n-1} \frac{(r-1)!}{(d-1)!(r-d)!} R_3^{r-d} (1-R_3)^d > \gamma.$$

Условие браковки системы (принятия гипотезы $R < R_3$):
для биномиального распределения:

$$\sum_{r=0}^{d-1} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_3^{n-r} (1-R_3)^r > \gamma;$$

для распределения Паскаля:

$$\sum_{r=d}^n \frac{(r-1)!}{(d-1)!(r-d)!} R_3^{r-d} (1-R_3)^d < 1-\gamma.$$

В случае, если система не может быть ни принята, ни забракована, необходимо проведение дополнительных испытаний, либо использование какой-либо другой дополнительной информации до принятия одного из решений.

Нетрудно видеть, что выражение для доверительных границ биномиального распределения и распределения Паскаля совпадут при $n_{\text{бином}} = n_{\text{паск}} - 1$; $d_{\text{бином}} = d_{\text{паск}} - 1$.

Так, односторонняя нижняя доверительная граница, получаемая из общего выражения подстановкой $\gamma_1 = 1$, для биномиального распределения $d = 0$ имеет вид $R_n^{\text{л.бином}} = 1 - \gamma$, а для распределения Паскаля при $d = 1$ определяется как $R_n^{\text{л.паск}} = 1 - \gamma$.

Поскольку $n_{\text{паск}}$ включает в себя и отказ, выражения полностью совпадают и n представляет собой число испытаний, не включая отказ.

Аналогично, для односторонней верхней границы, полученной из общего выражения подстановкой $\gamma_2 = 1$, для биномиального распределения при $d = 1$ имеем выражение $R_n^{\text{л.бином}} = \gamma$, полностью совпадающее с выражением для распределения Паскаля $R_n^{\text{л.паск}} = \gamma$, где $n_{\text{бином}}$ и $n_{\text{паск}}$ включают в себя отказ.

Однако использование распределения Паскаля более удобно, так как при получении отказа в первых же испытаниях система сразу бракуется, не дожидаясь проведения всех n испытаний.

Параметрический метод подтверждения требований к вероятности выполнения задачи

В том случае, когда вероятность выполнения задачи определяется вероятностью нахождения в допуске какого-либо параметра или частного показателя эффективности $R = \rho\{z_1 \leq z \leq z_2\}$, имеющего нормальный закон распределения

$P(z) \sim N(M, \sigma^2)$, для подтверждения требований к этой вероятности может быть использован параметрический метод. Для несимметричного допуска искомая вероятность рассчитывается по соотношениям для односторонних допусков:

$$u_{P_1} = |z_1 - M|/\sigma; \quad u_{P_2} = |z_2 - M|/\sigma; \quad R_1 = P_1 + P_2 - 1,$$

где u_{P_1} , u_{P_2} — квантили стандартного нормального распределения.

Однако при проведении испытаний параметры распределения M, σ^2 неизвестны и оцениваются путем обработки данных испытаний:

$$\hat{M} = \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i; \quad \hat{\sigma}^2 = S_0^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2.$$

С учетом отличия оценки параметров от их истинных значений, условия подтверждения требований к вероятности выполнения задачи трансформируются:

$$|\bar{z} + k_1 S| \leq z_1; \quad |\bar{z} + k_2 S| \leq z_2,$$

где k_1 , k_2 — коэффициенты больше соответствующих квантилей стандартного нормального распределения. Они определяют толерантные интервалы, такие,

$$\text{что } \rho \left\{ \int_{\bar{z}-kS}^{\bar{z}+kS} P(z) dz \geq R_3 \right\} = \gamma.$$

Приближенное выражение для одностороннего толерантного интервала можно вывести, используя распределение случайной величины $V = \frac{z_1(2) - \bar{z}}{S}$ и нормальную аппроксимацию этого распределения. Представим случайную величину V в виде

$$V = \frac{\left(\frac{z_1 - M}{\sigma} \right) - \left(\frac{\bar{z} - M}{\sigma/\sqrt{n}} \right) \frac{1}{\sqrt{n}}}{S\sqrt{n-1}/\sigma\sqrt{n-1}} = \frac{u_{R_3} - \frac{u}{\sqrt{n}}}{\chi/\sqrt{n-1}},$$

где $u \sim N(0,1)$ — нормально распределенная нормальная величина; $\chi^2 \sim \chi^2(n-1)$ случайная величина, имеющая χ^2 -распределение.

Случайная величина V имеет перпендикулярное t -распределение с параметром нецентральности $u_{R_3}\sqrt{n}$.

Используя известную нормальную аппроксимацию нецентрального t -распределения, получим:

$$\rho\{v > k\} = \rho \left\{ \frac{U_{R_3} \sqrt{n-U}}{\chi \sqrt{n-1}} > k \sqrt{n} \right\} - \left\{ \frac{U - U_{R_3} \sqrt{n}}{\chi/\sqrt{n-1}} < k \sqrt{n} \right\} = \rho \left\{ U - \chi \frac{k \sqrt{n}}{\sqrt{n-1}} \leq U_{R_3} \sqrt{n} \right\},$$

где случайная величина

$$U - \chi \frac{k\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}} \sim N \left(k\sqrt{n}, 1 + \frac{1}{2 \frac{k^2 n}{n-1}} \right).$$

Следовательно,

$$\rho\{v > k\} = \Phi \left\{ \frac{U_{R_3} \sqrt{n} - k\sqrt{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{2 \frac{k^2 n}{n-1}}}} \right\} = \Phi \left\{ \frac{U_{R_3} - k}{1/n + \frac{k^2}{2(n-1)}} \right\} = 1 - \gamma,$$

откуда получаем искомое соотношение

$$K = U_{R_3} + U_\gamma \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n-1)}}.$$

Такая аппроксимация, уже начиная с $n = 6$, дает погрешность, не превышающую 0,02; с ростом n точность возрастает.

Проверка наличия систематических составляющих

В задачах наведения ЛА в заданную точку пространства одной из причин неподтверждения требований к вероятности выполнения задачи является наличие систематических ошибок управления. При наличии таких ошибок, как правило, проводятся мероприятия по их устранению.

Поэтому в комплекс алгоритмов обработки данных испытаний входит алгоритм проверки наличия систематических погрешностей. Для этого формируется статистика

$$t = \frac{\bar{z} - M_3}{S_0 / \sqrt{n}},$$

имеющая при гипотезе $M_3 = 0$, t -распределение Стьюдента с $(n-1)$ степенями свободы.

Решающее правило для принятия гипотезы об отсутствии систематической погрешности имеет вид

$$|t| < t_{1-\alpha/2}(n-1),$$

где $t_{1-\alpha/2}$ — квантиль t -распределения. Точность решения характеризуется доверительным интервалом $\bar{z} - t_{1-\alpha/2} \frac{S_0}{\sqrt{n}} \leq M \leq \bar{z} + t_{1-\alpha/2} \frac{S_0}{\sqrt{n}}$.

Проверка требований к дисперсиям

В том случае, когда систематическая погрешность нулевая, требование к вероятности выполнения задачи сводится к требованию к дисперсии, рассчитанной из условия

$$\sigma_3^2 = \left(\frac{z_2}{u_{(1-R_3)/2}} \right)^2.$$

Подтверждение требований может быть проверено точным методом. Для этого формируется статистика

$$\frac{S_0^2(n-1)}{\sigma_3^2} \sim \chi^2(n-1),$$

которая при гипотезе $\sigma^2 = \sigma_3^2$ имеет χ^2 -распределение с $(n-1)$ числом степеней свободы.

Решающее правило для принятия гипотезы $\sigma^2 < \sigma_3^2$ (приемка системы) имеет вид

$$S_0^2 < \frac{\chi_\alpha^2 \sigma_3^2}{n-1},$$

а решающее правило для принятия гипотезы $\sigma^2 > \sigma_3^2$ (браковка системы) имеет вид

$$S_0^2 > \frac{\chi_{1-\alpha}^2 \sigma_3^2}{n-1},$$

где $\chi_\alpha^2, \chi_{1-\alpha}^2$ — квантили χ^2 -распределения.

6. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫСОКОТОЧНЫХ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК

6.1. Структура системы информационного обеспечения высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск

История создания высокоточного ракетного оружия свидетельствует о том, что идеология и принципы создания систем информационного обеспечения и наведения определяются основными характеристиками объектов поражения и собственно комплексов вооружения.

Тип цели, степень ее защиты, мощность боевой части ракеты определяют требуемую точность работы системы наведения. Излучательно-отражательные характеристики фонов и целей, погодная применимость оружия, характеристики траекторий движения ракет определяют тип и спектральный диапазон датчиков систем наведения.

Скорость ракеты, точность инерциальной навигационной системы, характеристики помех определяют быстродействие вычислительного комплекса системы наведения. Нестационарность целей и требуемая оперативность нанесения ракетных ударов определяют быстродействие системы информационного обеспечения ракетного вооружения.

Функционально информационное обеспечение высокоточных ракет включает в себя такие основные составляющие, как получение и дешифрирование разведывательной информации; выработка целеуказания; доведение информации целеуказания до комплексов ракетного оружия.

Каждая из них реализуется, соответственно, системами разведки, целеуказания и передачи данных, из которых складывается система информационного обеспечения.

Решение ранее указанных задач позволяет реализовать целевую функцию создания систем информационного обеспечения и наведения высокоточного ракетного оружия.

При этом суммарная ошибка наведения ракеты на цель включает ошибки системы наведения, системы разведки, системы целеуказания и системы передачи данных.

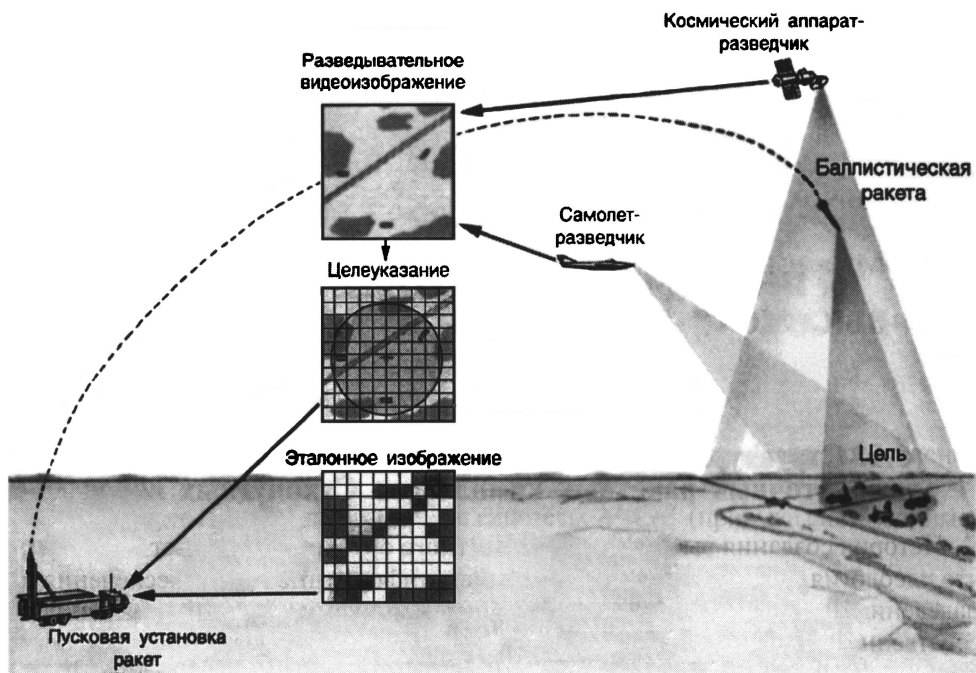


Рис. 6.1

Другой не менее важной функцией систем информационного обеспечения высокоточного ракетного оружия является обеспечение требуемой оперативности нанесения ракетного удара путем минимизации времени от момента обнаружения цели до момента ее поражения. Для баллистических ракетных комплексов общее время работы определяется временем, затрачиваемым на разведку, целеуказание и передачу данных подразделениям ракетных войск.

Схема действия системы информационного обеспечения баллистического ракетного комплекса Сухопутных войск показана на рис. 6.1.

Определение оптимальной структуры и параметров системы информационного обеспечения высокоточных баллистических ракетных комплексов является сложной, многокритериальной задачей, решение которой прежде всего требует системного подхода.

Анализ идеологии построения систем информационного обеспечения высокоточных ракет Сухопутных войск и опыт создания таких систем позволяют сформулировать следующие основные принципы их разработки:

построение системы в виде многоуровневой иерархической структуры с распределением функций по уровням иерархии и централизованным управлением системой со стороны верхнего уровня;

техническая, информационная и организационная совместимость систем и подсистем на всех уровнях иерархии;

открытость и взаимодействие с другими системами и средствами передачи информации различных уровней иерархии;

модульность построения аппаратуры и математического обеспечения системы; унификация технических решений по подсистемам, каналам связи, математическому обеспечению.

Использование при проектировании систем перечисленных выше принципов направлено на создание систем информационного обеспечения ракетных комплексов как высокоточных, надежных, технологичных систем, позволяющих в процессе разработки и эксплуатации наращивать их функциональные возможности и расширять области боевого применения.

Система информационного обеспечения, включающая в себя системы разведки, целеуказания и передачи данных, выполняет следующие функции: прием, обработку и хранение разведывательной информации; формирование банков данных топогеодезического обеспечения, геофизического обеспечения, фоноцелевой обстановки; формирование цифровых моделей местности; решение задачи целеуказания для высокоточного ракетного оружия; накопление и хранение координатной и эталонной информации о целях; доведение данных целеуказания до пусковых установок ракет.

В состав системы разведки входят подсистемы космической и воздушной разведок.

Подсистема космической разведки осуществляет прием, обработку и хранение информации, полученной космическими разведывательными аппаратами.

Подсистема воздушной разведки осуществляет прием, обработку и хранение информации, полученной пилотируемыми и беспилотными разведывательными летательными аппаратами.

В состав системы целеуказания входят подсистемы топогеодезического и геофизического обеспечения, а также подсистема координатного и эталонного целеуказания.

Подсистема топогеодезического обеспечения осуществляет формирование банка картографической информации, необходимой для выработки координатного и эталонного целеуказания.

Подсистема геофизического обеспечения осуществляет формирование банков отражательных и излучательных характеристик фонов и целей, данных о погоде, состоянии подстилающих поверхностей, пассивных и активных помехах в районе цели.

Подсистема координатного и эталонного целеуказания осуществляет формирование цифровых моделей местности, выработку координатного целеуказания для инерциальных навигационных систем и эталонного целеуказания для высокоточных систем наведения ракет.

В состав системы передачи данных входят подсистемы обработки и передачи информации, а также защиты информации.

Подсистема обработки и передачи информации осуществляет автоматизированную обработку поступающей информации и передачу данных целеуказания.

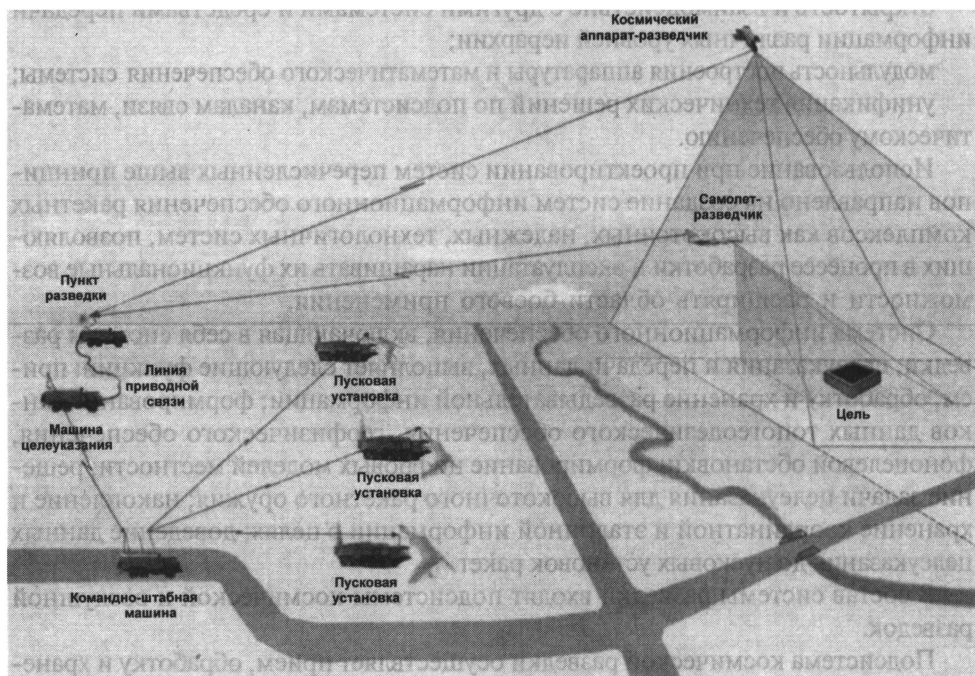


Рис. 6.2

Подсистема защиты информации осуществляет криптозащиту системы информационного обеспечения при обработке информации в вычислительных системах и при ее прохождении по линиям связи.

Рассмотренная структура системы информационного обеспечения позволила объединить в едином автоматизированном цикле процессы разведки, целеуказания и передачи данных в интересах высокоточного ракетного оружия. На рис. 6.2 показана схема прохождения информации в системе информационного обеспечения. Для создания системы информационного обеспечения, помимо традиционных задач, связанных с определением оптимальных параметров системы, технического облика аппаратуры, необходимо проведение исследований характеристик фонов и целей, корреляционных свойств местности, точности и достоверности разведывательной информации, методов интерактивной обработки информации, криптозащиты и достоверной передачи информации по линиям связи.

Учитывая сложность и многофункциональность системы информационного обеспечения, можно выделить следующие основные этапы ее создания:

- анализ излучательно-отражательных характеристик фонов и целей;
- оптимизация структуры системы;
- выбор аппаратно-программных реализаций;

разработка методологии математических, полунатурных и натуральных экспериментов.

Опыт разработки сложных технических систем, к классу которых относится система информационного обеспечения, позволяет сформулировать следующие правила ее проектирования:

независимость создания подсистем с учетом принципа декомпозиции и иерархической структуры этих подсистем;

иерархическая структура модели и задачи оптимизации параметров подсистем различных уровней;

использование метода суперпозиции при исследовании подсистем различных уровней без учета некоторых функциональных связей.

Изложенные выше правила проектирования технически сложных систем предполагают итерационный характер процедур.

При решении всего многообразия разноплановых задач в процессе проектирования системы можно выделить следующие основные этапы: анализ исходных данных и постановка задачи; выбор критериев оптимизации систем и подсистем; определение параметров подсистем и системы в целом; создание формализованных (логических) моделей; разработка математических моделей; формирование алгоритма и программы исследований; математическое моделирование, полунатурное моделирование, натурные испытания; анализ результатов и уточнение параметров системы; оценка адекватности математической модели реальной системе.

Следует отметить, что проблемы выбора рациональных параметров технически сложных систем в меньшей степени связаны с применением математических методов оптимизации, в большей степени — с построением адекватной реальной системе математической модели и принятием по результатам моделирования разумного компромиссного решения. Поэтому при разработке сложных информационных систем предпочтение следует отдавать интерактивным системам проектирования.

Система информационного обеспечения высокоточного ракетного оружия, являющаяся сложной информационно-управляющей системой, должна выполнять ряд требований общего информационно-лингвистического характера, а также ряд частных технических требований, касающихся ее работы в контуре высокоточного оружия.

Среди общих требований, предъявляемых к системе информационного обеспечения, необходимо перечислить такие, как обеспечение требуемой достоверности информации; максимальная полнота отображения предметной области; использование эффективных методов и средств обработки и передачи данных; применение развитых средств диалога для всех категорий пользователей; рациональное построение информационной базы данных в целях обеспечения комфорта пользователя; разработка системы предотвращения несанкционированного доступа к информационным данным; формирование открытой архитектуры системы, реализующей принцип постоянного наращивания; способность динамической организации массивов данных для решения задач управления; воз-

возможность реализации системы на основе современных и модернизации системы на основе перспективных вычислительных машин и информационных технологий; совместимость подсистем информационного обеспечения по составу и виду передаваемой информации; реализация в лингвистических средствах требуемой функциональной полноты, способности к наращиванию, простоты и ясности грамматических конструкций.

Создание системы информационного обеспечения с учетом указанных общих требований позволяет квалифицированно спроектировать ее архитектуру, правильно выбрать аппаратные и программные средства, а также получить требуемые эксплуатационные свойства.

Среди частных требований, определяющих основные технические характеристики системы информационного обеспечения, в первую очередь следует назвать точность и время обработки информации в системе.

Точность обработки информации в системе включает в себя точность обработки разведывательной информации, точность выработки целеуказания и точность передачи информации по каналам связи.

Время обработки информации в системе включает время получения и обработки разведывательной информации, время выработки целеуказания и время передачи информации.

Величина суммарной ошибки системы информационного обеспечения, разложенная на составляющие ошибки подсистем, позволяет выработать требования к параметрам этих подсистем.

Ошибка выработки информации системой разведки определяют следующие параметры: неортогональность проекции местности на снимке; ошибка привязки видеoinформации к топографической основе; площадь местности в районе цели, перекрываемая снимком; разрешающая способность снимка; ошибки определения взаимного расположения объектов на снимке.

Ошибка системы целеуказания определяют следующие параметры: разрешающая способность системы ввода видеоизображения в ЭВМ; геометрические искажения системы ввода видеоизображения в ЭВМ; разрешающая способность средств отображения видеoinформации; ошибка вычисления данных целеуказания.

Ошибка передачи информации целеуказания системой передачи данных определяется достоверностью передачи информации по проводным и радиоканалам связи.

В целом ошибка системы информационного обеспечения высокоточного ракетного комплекса не должна превышать ошибки его навигационных систем, систем прицеливания и наведения и, тем самым, не должна сколько-нибудь серьезно ухудшать суммарную ошибку наведения ракеты на цель.

Что касается суммарного времени получения и обработки разведывательных данных, выработки целеуказания и передачи его по каналам связи, то применительно к баллистическим ракетным комплексам, имеющим малое полетное время, оно не должно превышать времени нахождения на месте разведанных квазистационарных целей.

Анализ времени на прием, обработку и передачу информации показывает, что основное время в системе информационного обеспечения дальнобойного

6.2. Аппаратные и программные средства системы информационного обеспечения

ракетного оружия затрачивается на получение информации от подсистем космической и воздушной разведок.

В подсистеме космической разведки это время определяется плотностью группировки космических аппаратов-разведчиков на данном направлении, а в подсистеме воздушной разведки — в основном временем полета и обработки информации.

Реализация задач получения, обработки и передачи информации в течение заданного времени позволяет выработать требования к временным характеристикам ее подсистем.

Время реакции системы разведки определяется такими параметрами, как время проведения разведки, получения разведывательных данных, обработки этих данных, передачи их в систему целеуказания.

Время реакции системы целеуказания определяется следующими параметрами: временем приема информации из системы разведки, ввода и обработки видеоизображений в ЭВМ, вычисления данных координатного и эталонного целеуказания, ввода информации целеуказания в систему передачи данных.

Время реакции системы передачи данных, в основном, определяется временем интерактивной обработки данных и пропускной способностью каналов связи.

Уменьшение ошибок и времени выполнения операций в системе информационного обеспечения требует при проектировании системы создания высокопроизводительных вычислительных систем и систем отображения информации высокого стандарта разрешения для интерактивной обработки изображений; оптических сканеров с высокой разрешающей способностью для ввода в ЭВМ видеоинформации; помехоустойчивых широкополосных линий связи для приема и передачи видеоинформации.

6.2. Аппаратные и программные средства системы информационного обеспечения

Важнейшим параметром, определяющим технологичность, надежность и эффективность работы системы информационного обеспечения, является унификация ее аппаратных и программных средств.

Основным элементом наземных средств системы разведки являются приемные центры подсистем космической и воздушной разведок, которые выполняют прием, ввод в ЭВМ и хранение разведывательной видеоинформации, ее дешифрирование, формализацию и передачу в систему целеуказания.

Основным элементом системы целеуказания являются пункты целеуказания, выполняющие прием, ввод в ЭВМ и хранение разведывательной информации; прием, ввод в ЭВМ и хранение топогеодезической и геофизической информации; формирование цифровых моделей местности; ввод в ЭВМ данных о характеристиках средств поражения; автоматизированный выбор и фиксацию точек прицеливания на изображении местности с заданной точностью; определение

координат точек прицеливания; подготовку эталонных изображений для высокоточных систем наведения; выработку и ввод в систему передачи данных формализованной информации целеуказания.

Основным элементом системы передачи данных являются командно-штабные машины (КШМ), выполняющие прием, ввод в ЭВМ, хранение и передачу формализованной информации целеуказания; документирование принимаемых и выдаваемых сообщений; защиту информации и предотвращение несанкционированного доступа к информации.

Анализ функций приемных центров системы разведки, пунктов целеуказания и КШМ показывает, что в основу процессов, реализующих эти функции, заложены общие процедуры, такие, как автоматическая обработка массивов информации; интерактивная обработка изображений; формирование и поддержка банков данных; решение логических и расчетных задач; прием и передача видеоизображений; прием и передача формализованных сообщений.

Для их выполнения система информационного обеспечения и ее подсистемы должны включать в свой состав следующие аппаратные средства:

персональные компьютеры военного назначения, включающие высокопроизводительные системные блоки, цветные мониторы высокого стандарта разрешения, манипуляторы графической информации, накопители на гибких, жестких магнитных и оптических дисках; систему защиты информации с блоками криптозащиты и предотвращения несанкционированного доступа к информации; систему проводных и радиолиний связи для передачи и приема видеоинформации и формализованных сообщений.

Для ввода в ЭВМ видеоинформации на негативах и бумажной основе в состав аппаратных средств системы информационного обеспечения следует включить оптические сканеры.

Применение унифицированных вычислительных средств и средств связи для всех элементов системы информационного обеспечения и ее абонентов позволяет существенно упростить аппаратную часть системы и сократить ресурсы на создание программного обеспечения.

Специальное программное обеспечение (ПО) должно включать следующие составляющие:

- приема и передачи видеоинформации;
- сжатия и векторизации информации;
- создания цифровых моделей местности;
- расчета оптимальных точек прицеливания;
- формирования данных целеуказания;
- интеллектуальной поддержки оператора;
- расчетных задач;
- решения задач целераспределения;
- приема и передачи формализованных сообщений.

Применение в системе стандартного общего и общесистемного программного обеспечения, которое включает операционные системы, поддерживающие

режимы многозадачности и электронной картографии, позволяет упростить создание прикладных программ интерактивной обработки изображений, решение расчетных задач, обработку, прием и передачу массивов информации.

6.3. Системы наведения как объект информационного обеспечения высокоточных ракет Сухопутных войск

Высокоточное ракетное оружие предполагает наличие на борту ракеты системы наведения (СН) или системы самонаведения (ССН), обеспечивающей как определение местоположения ракеты и коррекцию ее траектории, так и наведение ракеты непосредственно на цель.

В основу работы таких систем обычно закладываются принципы корреляционно-экстремального сравнения текущей информации (изображение земной поверхности, специфические изображения объектов на фоне земной поверхности и т.п.), получаемой на борту, с эталонной информацией того же класса, создаваемой заранее на основании соответствующей обработки первичных информационных материалов (ПИМ).

В настоящее время в системах, обеспечивающих коррекцию траектории и (или) наведение на цель, используется весьма широкий диапазон электромагнитного излучения: от ультрафиолетового (УФ) до сантиметрового (СВЧ). В свою очередь, в качестве ПИМ в основном используются цифровые топографические карты и фотоснимки (аэро или космические) земной поверхности, полученные в видимом диапазоне.

В зависимости от решаемой задачи (коррекция траектории или наведение на цель) меняется и вид информационных сигналов, подлежащих сравнению. Это могут быть изображения местности в виде фотографий, радиолокационные изображения, идентичные фотографическим, изображения в виде пространственного распределения отсчетов (дискретов) каких-либо информационных величин (радиотеней, ярких точек и т.п.), пространственные сигнатуры отражающих (рассеивающих) свойств тех или иных предметов с учетом отражений от подстилающей поверхности и т.п.

В настоящее время в литературе встречаются различные названия систем самонаведения: высокоточное наведение, самонаведение, прецизионное наведение, прямое наведение, головки самонаведения, датчики информационных полей, датчики текущего изображения, системы коррекции траектории и др.

В зависимости от функционального назначения ССН, вида информативного поля, типа принимаемого сигнала, способа обработки сигналов каждая из вышеперечисленных систем может иметь еще и определятельный признак: всепогодная, оптическая, корреляционно-экстремальная, оптико-электронная, комбинированная и т.п. При этом часто системы, имеющие различные определятельные признаки, предназначаются для решения одной и той же задачи.

Отсутствие классификационных признаков не позволяет проводить качественное и количественное сравнение различных систем наведения, выбор оптимальных параметров таких систем для решения конкретных задач.

Прежде чем переходить к рассмотрению основных вопросов ССН, необходимо оценить их место в общей проблеме высокоточного оружия (ВТО).

На основании обработки большого количества литературных материалов, посвященных решению проблемы ВТО, в настоящее время можно сформулировать следующее его определение.

«Высокоточное оружие — это управляемое на траектории средство поражения в неядерном снаряжении, функционально объединенное в едином процессе с системами информационного обеспечения, избирательно и эффективно уничтожающее, подавляющее или дезорганизирующее цели противника во всем диапазоне дальностей стрельбы и условий его боевого применения».

На основе этого определения все типы ВТО можно разделить на два класса:

- 1) без прямого наблюдения за целью в контуре захвата и(или) наведения (стрельба с закрытых позиций);
- 2) с каналом прямого наблюдения за целью в контуре захвата и(или) наблюдения (стрельба прямой наводкой).

Как видно из приведенного определения, именно ВТО первого класса принципиально не может функционировать без систем самонаведения, обеспечивающих определение координат местоположения ракеты и наведение ее на цель, и соответствующих систем информационного обеспечения. Таким образом, главными отличительными признаками ВТО этого класса являются:

наличие на борту ракеты активной и(или) пассивной ССН, обеспечивающей как коррекцию траектории полета, так и непосредственное наведение ракеты на цель с помощью эталонной информации;

наличие специальной системы информационного обеспечения.

Под бортовыми ССН, обеспечивающими автономность выработки сигналов управления полетом и работающими по изображению земной поверхности или образа цели, будем понимать совокупность специального бортового оборудования и программного обеспечения ракеты для решения задачи высокоточного наведения на цель путем использования на определенных участках траектории полета ракеты дополнительной информации как от внешних источников (радионавигационные системы типа «Лоран», «Омега», «Глонасс» и др.), так и от самой бортовой системы, использующей различные информационные поля (поле рельефа, поле яркости местности и др.).

В соответствии с вышесказанным ССН можно разделить на три основных типа (класса):

радионавигационные, которые уточняют свои географические координаты в системе Гаусса—Крюгера по сигналам от наземных или спутниковых радиосистем;

корреляционно-экстремальные (КЭСН), которые уточняют свои координаты по местным (относительно цели) геофизическим полям путем сравнения текущего (получаемого на борту) изображения (ТИ) местности с эталонным изображением того же участка местности, синтезированного в наземных условиях по ПИМ;

системы прямого самонаведения (СПН); уточняющие координаты цели в собственной системе координат ракеты.

Если ССН первых двух типов могут обеспечивать наведение ракеты на цель, не имеющую физического контраста, то ССН последнего типа эффективно могут работать только по контрастным относительно фона целям.

В конечном итоге на борту ракеты могут функционировать ССН всех трех типов, хотя аппаратно любые два из них могут быть оформлены как единое целое, имея лишь перестраиваемые программы функционирования.

По своему назначению ССН первого типа решает, в основном, задачи коррекции траектории, и в настоящее время весьма проблематично использовать ее для непосредственного наведения на цель.

ССН второго типа предназначена для решения задач как коррекции конечного участка траектории, так и наведения на любую (в том числе и не имеющую физического контраста) цель.

ССН третьего типа работает только по контрастной относительно фона цели.

Таким образом, и тактико-технические характеристики ССН в значительной степени определяются ее типом.

Так, например, системы первого типа обладают точностью определения своих координат относительно цели, складывающейся из точности определения текущих координат в системе Гаусса—Крюгера, обеспечиваемой «Глонасс», и точности целеуказания, которая, в основном, определяется точностью ПИМ. Суммарная величина точности наведения в данном случае может достигать значительной величины, особенно для недоступных целей.

Системы второго и третьего типов для своего успешного функционирования требуют информации как о местности в районе цели, так и о самой цели в терминах своего рабочего информационного поля (радиоконтрастность, видимое или инфракрасное изображение, рельеф и т.п.).

В связи с этим точность наведения с помощью систем второго и третьего типов будет определяться полнотой и правильностью расшифровки ПИМ (аэро и космических фотоснимков, топокарт) и адекватностью их перевода к виду сигналов, формируемых бортовым датчиком.

Одной из главных характеристик, обеспечивающих эффективность применения той или иной ССН, является величина помехоустойчивости к различным видам противодействия.

Относительно ССН первого типа можно отметить их значительную зависимость от воздействия так называемых шумовых помех, которые характерны для одноканальных приемных систем.

ССН второго типа по виду представления информационного поля (изображение местности) и проведению измерений своего положения в местной системе координат является достаточно помехоустойчивой системой, так как в пределе эффективную помеху для нее можно поставить, зная лишь алгоритмы проведения корреляционной обработки текущего и эталонного изображений.

При этом в случае срыва работы ССН данного типа происходит не «отвод» ракеты от цели, а лишь передача процесса наведения в ИСУ, т.е., возможно, произойдет лишь ухудшение конечной точности наведения на цель.

Для ССН третьего типа, как правило, затруднена возможность постановки помехи в случае, если произошел «захват» цели, особенно для стационарных или квазистационарных целей.

Не менее важным условием обеспечения высокой точности коррекции траектории и наведения для КЭСН второго и третьего типов является знание и учет факторов, влияющих на неадекватность текущего и эталонного изображений, таких, как геометрические искажения ТИ и «размасштабирование» текущего и эталонного изображений.

В значительной степени наличие этих факторов зависит от рабочего диапазона электромагнитного спектра излучения, выбор которого для ССН связан с комплексным рассмотрением условий применения (всепогодность, всесезонность); сравнительных аппаратурных характеристик (веса, габаритов, размеров антенных устройств и т.п.); обеспеченности информационными материалами (наличие, детальность и условия дешифрируемости ПИМ); степени выделяемости цели или ее отдельных элементов на фоне подстилающих поверхностей (соотношение сигнал/шум, отстройка от фона и т.п.); наличия отличительных признаков цели (характерное излучение, контраст на фоне в рабочем диапазоне, наличие камуфляжа или защитных покрытий, имитация ложной цели и т.п.).

6.4. Эталонная информация для систем наведения высокоточных ракет

До определенного времени разработки ССН по наземным целям велись в значительном отрыве как от характерных свойств самой цели, так и от условий ее поражаемости. Создание высокоточного оружия изменило и само понятие поражаемости цели, так как появилась возможность «точечного» поражения ключевых элементов, приводящая к прекращению их функционирования полностью или на длительный срок, т.е. цель с ее критическими точками становится главным элементом процесса самонаведения и выбора типа системы наведения.

С другой стороны, эффективность нанесения точечного удара в значительной степени зависит от выбранного информационного поля, с помощью которого можно будет осуществить наиболее достоверное обнаружение цели на фоне подстилающей поверхности и «выделить» требуемую критическую точку на объекте.

Третья компонента — это ракета, ее динамические характеристики, которые должны учитываться при рассмотрении возможностей тех или иных принципов формирования информативного сигнала, особенно это зависит от величин располагаемых перегрузок для реализации требуемого маневра.

Четвертая компонента процесса наведения — целеуказание, с которым связаны вопросы обеспеченности первичными информационными материалами, данными разведки и доразведки, так как именно на основании этих материалов будет оцениваться возможность выделения критической точки на объекте поражения, определение условий полета ракеты, и, соответственно, выбор типа траектории.

Все четыре элемента процесса самонаведения находятся в тесном взаимодействии друг с другом и эта взаимосвязь наиболее полно проявляется при формировании так называемой эталонной информации, которая используется при решении как конкретных задач каждого этапа процесса самонаведения, так и при оценке потенциальной точности наведения и обеспечения результирующей эффективности поражения заданной цели.

Под термином «эталонная информация» будем понимать весь комплект информационно-материальных ресурсов, необходимых и достаточных для обеспечения функционирования ССН и удовлетворения предъявляемых к ней требований по точности и эффективности. При этом не исключается использование в качестве одного из видов эталонной информации как самого одинарного текущего изображения, так и статистически обработанных экспериментальных данных.

Формирование эталонной информации предполагает выработку требований к первичным информационным материалам и создание для различных ССН своей базы исходных данных — первичных информационно-материальных ресурсов, позволяющих решать все специфические вопросы процесса самонаведения, включая решение задач целеуказания (ЦУ) и оценку потенциальной точности наведения.

В процессе формирования эталонной информации, т.е. при выборе номенклатуры ПИМ, выработке требований к их содержательной части и виду представления, должен учитываться ряд факторов, влияющих на точностные параметры ССН. Эти факторы определяются процессом получения текущего изображения (тип информационного поля, способ его формирования, величины зон неопределенности, динамические характеристики ракеты, виды искажений ТИ).

В основе построения современных КЭСН [5] лежит класс навигационных систем, в которых процедура определения истинных координат ракеты для последующей коррекции траектории ее полета и наведения на цель осуществляется с помощью естественных физических полей Земли путем корреляционного сравнения ТИ определенного участка земной поверхности или образа цели, получаемого на борту ракеты, с эталонными изображениями (ЭИ) тех же элементов, построенных в наземных условиях по ПИМ.

Как правило, совмещение ТИ и ЭИ для оценки текущих координат ракеты осуществляется в условиях априорной неопределенности ее положения. Если величина этой неопределенности будет больше радиуса корреляции навигационного поля (НП), то в силу случайного характера функционала сравнения изображений его боковой экстремум может оказаться больше по величине главного экстремума, что приведет к ложной коррекции координат и, возможно, к полному срыву функционирования КЭСН.

В основе явления ложного захвата лежит увеличение дисперсии распределения главного и боковых экстремумов функционала сравнения под влиянием аппаратных шумов, погрешностей измерений, априорной неопределенности величин эффективных поверхностей рассеивания (ЭПР), закладываемых в ЭИ, и других факторов, а также из-за уменьшения главного экстремума решающего функционала под влиянием геометрических искажений ТИ, таких, как размасштабирование и разворот ТИ относительно ЭИ.

Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Характерной особенностью таких КЭСН является то, что в течение всего процесса наведения точка цели находится вне «поля зрения» системы, т.е. наведение осуществляется по окружающей цель местности.

При этом в СУ периодически выдается информация о координатах проекции центра масс ракеты в данный момент времени либо в системе координат 1942 г., либо в местной относительно цели системе координат.

В свою очередь функционирование СПН, как правило, основано на получении ТИ путем сканирования местности в районе цели, анализе его на предмет обнаружения, классификации и захвате цели с последующим ее сопровождением, периодической выдачей данных о расстоянии до нее и углах визирования в азимутальной и угломестной плоскостях. В этом случае цель всегда находится в «поле зрения» системы до последнего этапа наведения.

Из ранее сказанного ясно, что каждая ССН имеет свои особенности, преимущества и недостатки. Выбор в пользу той или иной системы может быть сделан только на основе априорной информации о контрастных характеристиках заданных целей и окружающей их земной поверхности и антропогенной инфраструктуре.

Как было показано выше, одним из главных элементов технологического цикла определения на борту ракеты координат цели с помощью корреляционного сравнения ТИ с ЭИ является этап создания на базе первичных информационных материалов (цифровая карта местности, фотоснимки, банки данных и т.п.) эталонных изображений местности района цели или образа самой цели с учетом фоноцелевой обстановки, погодных и сезонных условий.

При этом необходимо иметь в виду, что в зависимости от типа системы наведения (КЭСН или СПН), информационное поле может быть навигационным полем или помеховым фоном.

Таким образом, для всех систем, работающих по наземным целям, необходимо иметь информацию о местности и цели в терминах датчика ССН, установленного на борту ракеты, а сам подход к процессу подготовки эталонной информации должен строиться с учетом выбранного навигационного поля.

Исходная информация о местности, служащая основой для построения эталонов, может быть разбита на три группы:

- стабильная, полученная заблаговременно и реализуемая в виде топокарт, фотопланов, а также каталогов характеристик НП;

- квазиоперативная, полученная с самолетов и космических аппаратов; метеорологическая.

Кроме этого используется уже обработанная информация, где содержатся данные о местности и цели.

Для того чтобы использовать всю имеющуюся исходную информацию, преобразованию подвергается каждый вид информации, содержащий данные о типе цели и элементах ландшафта вокруг нее с сохранением максимума информации о каждом элементе объекта и его расположении на местности относительно цели.

Для некоторых ССН такими параметрами являются геометрические характеристики поверхности и ее оптические или электрофизические характеристики.

Из исходных материалов получают не все характеристики, а общие состав и размеры объектов и их взаимное расположение относительно друг друга и цели.

Остальные более тонкие характеристики объектов и ландшафта должны составлять содержание каталога данного навигационного поля. Каталог составляется на основе многочисленных и многолетних исследований теоретического и экспериментального плана и позволяет определять величины сигналов, отраженных от тех или иных объектов местности и инфраструктуры, и тем самым определять информативность местности и возможные точностные параметры всего процесса наведения.

Наличие каталога позволяет при идентификации объектов местности получать эталонные изображения местности с достаточно высокой степенью точности.

Главной задачей является получение возможно более точной информации о местности вокруг цели. Начало сбора информации о местности начинается с анализа топографических материалов или аэрокосмических снимков. При этом производится первичная привязка цели и ее отдельных элементов к местности, определяются размер участка местности, подлежащей эталонированию, и точность привязки границ объектов к местной системе координат. После этого начинается этап уточнения параметров объектов с помощью всей имеющейся информации. Картографическая информация позволяет определить мезорельеф местности; состав и характеристики лесных массивов (средняя высота, густота, порода деревьев); ширину и покрытие автодорог; количество путей на железной дороге; ширину и высоту мостов; стационарный объектовый состав местности.

Оперативно полученные фотоснимки позволяют уточнить границы объектов и их изменения, связанные с сезонными особенностями.

Инфракрасная (ИК) съемка позволяет выделить объекты с тепловым излучением.

Радиолокационная съемка позволяет определить объекты, находящиеся под покровом растительности, а в ряде случаев — объекты, лежащие под слоем грунта.

Полученные данные, сведенные воедино, позволяют получить подробный портрет местности с точным перечнем объектов на ней и их привязкой друг к другу и к цели.

После этого формируются квантованные так называемые эталонные изображения местности вокруг цели для КЭСН и определяются величины помеховых отражений от элементов местности.

6.5. Целеуказание для высокоточных ракетных комплексов

Как уже говорилось, появление высокоточного оружия привело к качественным изменениям как всего процесса применения такого оружия, так и отдельных операций. Для высокоточных ракетных комплексов СВ к таким операциям, прежде всего, относится операция целеуказания (ЦУ).

В настоящее время применительно к ВТО под технологией ЦУ понимается нахождение оптимального расположения точки (точек) прицеливания (ТП) ракеты с учетом характеристик цели и ее отдельных элементов. Успешное решение задач ЦУ будет возможным при наличии следующих информационных материалов: разведывательной информации о структуре, расположении на местности и степени детализации цели; каталога характеристик местностей, целей и их отдельных элементов; данных о наличии уязвимых точек на цели или на ее отдельных элементах; характеристик процесса наведения.

Существует и другое определение ЦУ: процедура определения координат точки прицеливания, попадание в которую — достижение максимального уровня поражения объекта.

С учетом особенностей большинства целей, среди которых значительную часть составляют нестационарные цели, имеющие сложную пространственную структуру, качество ЦУ определяется следующими факторами: оперативностью процессов ЦУ и подготовки данных, необходимых для функционирования систем наведения соответствующего типа; точностью привязки точки прицеливания к точке цели; точностью топогеодезической привязки ТП к государственной или к местной системе координат, связанной с объектом поражения.

На основании рассмотренных ранее вопросов весь процесс ЦУ может быть разбит на два крупных подэтапа:

предварительная (в стационарных условиях) обработка всей разведывательной информации, направленная на создание наиболее полной базы данных на стационарные цели с постоянным обновлением ландшафтной и антропогенной обстановки;

дополнительная обработка поступающих оперативных материалов (разведывательных, топографических, дополнительных баз данных и пр.) для уточнения координат ТП.

В настоящее время к основным элементам технологии ЦУ можно отнести получение разведывательной информации; получение необходимой топографической информации; ввод данных из разведывательных документов в вычислительную аппаратуру; ввод исходных данных из базы данных; решение оптимизационных задач ЦУ.

Собственно процедура ЦУ может быть представлена последовательностью следующих операций: ввод в память ЭВМ картографической информации, полученной либо с топографической карты на бумажной основе, либо с цифровой карты местности; ввод в память ЭВМ изображений местности, полученных с помощью средств разведки; совмещение и взаимная привязка топокарт и изображений местности (разведывательной информации); решение задачи ЦУ с отображением ТП и их координат; передача координат ТП с сопроводительной информацией для доведения до средств поражения; формирование массивов эталонных изображений для ракет с ССН.

Одной из важнейших характеристик ЦУ является точность определения координат цели. Точность процесса ЦУ определяется степенью соответствия получаемых в результате решения задачи оптимизации координат ТП координа-

там номинальной ТП и оценивается абсолютной величиной отклонения значения первых координат от вторых. При этом под номинальной ТП понимается такая точка в пространстве, использование координат которой для подготовки ПЗ ракеты реально обеспечивает максимальный уровень эффективности поражения объекта.

Основными факторами, влияющими на точность ЦУ, являются: уровень информативности ПИМ, т.е. объем информации, который может быть получен из того или иного первичного разведывательного документа и использован в качестве необходимых исходных данных для проведения расчетов по оптимизации ТП; точность установления пространственных и физических характеристик цели в целом и ее составных частей; адекватность математической модели, используемой для решения оптимизационной задачи ЦУ (методическая ошибка); точность технических средств, задействованных в процессе подготовки и решения оптимизационной задачи ЦУ (инструментальная ошибка).

Задача ЦУ принципиально может быть решена для любого уровня информативности разведывательных данных о цели.

Минимально необходимыми для решения задачи ЦУ являются значения координат «центра» объекта, которые получают из каталога целей БД. Это позволит установить ориентировочные размеры занимаемой объектом площади (протяженность и ширина) и его элементный состав (количество и качество, уязвимость типовых наземных целей). Очевидно, чем больше информации о цели, тем точнее можно решить оптимизационную задачу нахождения ТП.

Принципиально возможно осуществить некую количественную связь между тем или иным вариантом уровней информативности ПИМ о цели и величиной ошибки ЦУ.

Точность «привязки» опорных (контурных) точек, расположенных на площади объекта, является случайной величиной и зависит, в частности, от типа средств, осуществлявших разведку, точности топоосновы, на базе которой делалась «привязка», и др.

Выполнение оптимизационной задачи нахождения рациональных ТП основано на решении ряда частных задач, а также на использовании априорных зависимостей, например, для описания координатных законов поражения типовых наземных целей, влияния типа подстилающей поверхности местности и ее естественного рельефа, характера и степени укрытия целей.

Естественно, все упомянутые методики (и математические модели) отражают реально происходящие процессы с той или иной степенью адекватности, что, в конечном итоге, сказывается на точности ЦУ. В каждом конкретном случае методическая ошибка ЦУ должна определяться и учитываться при оценке суммарной ошибки ЦУ.

Целеуказание осуществляется решением оптимизационной задачи определения ТП с помощью современных вычислительных средств, технические параметры которых позволяют предполагать, что инструментальная ошибка в рассматриваемом случае является достаточно малой величиной и в основном определяется ошибками обработки, ввода и вывода видеoinформации в процессе интерактивных процедур.

6.6. Подготовка полетного задания для автономных систем

6.6.1. Состав исходных данных и полетного задания

Анализ методов управления, рассмотренных в главе 2, показывает, что для их реализации в бортовую ЦВМ необходимо ввести определенный объем цифровой информации, которая является частью информационного обеспечения движения РСВ по траектории. Эту информацию принято называть полетным (маршрутным) заданием (ПЗ). Часть этой информации является постоянной и на нее не влияет взаимное расположение точек старта и цели, условия стрельбы. Другая часть зависит от взаимного расположения точек старта и цели. Эту часть ПЗ также можно разделить на две группы:

числа ПЗ, вычисленные по конечным формулам;

числа ПЗ, полученные при помощи моделирования движения ракеты при различных сочетаниях расположения точек старта и цели или условий стрельбы.

Для подвижных ракетных комплексов СВ, диапазон функционирования которых достаточно широк и координаты точек старта и цели заранее неизвестны, рассчитать и хранить в памяти ЦВМ все возможные комбинации этих данных не представляется возможным из-за слишком большого объема информации. Поэтому, как правило, полетное задание для них готовится непосредственно перед стартом за ограниченное время. Отсюда следуют и требования, предъявляемые к расчету ПЗ: высокая точность вычисления и представления чисел ПЗ и постоянных величин, обеспечивающая предельно малые ошибки стрельбы из-за подготовки ПЗ; минимальное время подготовки, ввода и контроля ПЗ; инвариантность алгоритмов подготовки ПЗ к изменению исходных данных по ракете и системе управления; минимальное время, затрачиваемое на подготовку постоянных величин и чисел ПЗ при проектировании и изменении исходных данных по ракете и СУ.

При подготовке ПЗ в ЦВМ системы управления необходимо ввести исходные данные (ИД), которые, как показал анализ методов автономного управления и стабилизации, должны включать координаты точки старта; координаты точки ЦУ; высоты точек старта и цели над уровнем моря; тип головной части и установки, характеризующие ее боевую часть.

Кроме того, в состав исходных данных при подготовке ПЗ для крылатых ракет (КР) входят: координаты точек коррекции инерциальной СУ; координаты, характерные для запретных зон; конфигурация запретных зон и их геометрические характеристики; цифровые карты местности заданного района функционирования ракетного комплекса СВ.

Координаты точек старта и цели для ракет, как правило, задают в проекциях Гаусса—Крюгера (в системе 1942 г.), т.е. в обобщенных поперечных меркаторских проекциях для изображения земного эллипсоида: координаты точки

старта — x_c^{π}, y_c^{π} ; точки цели (целеуказания) — x_u^{π}, y_u^{π} [2]. Высоты точек старта и цели над уровнем моря задаются в Балтийской системе, т.е. отсчитываются от «нуль-отметки» кронштадтского футштока.

Состав ПЗ определяется многими факторами, такими, как: особенности и тип траектории, циклограмма функционирования системы управления, методы управления и стабилизации и т.д.

Полетное задание ракет включает следующие группы чисел: постоянные величины и зависящие от типа ГЧ; группа чисел, зависящих от взаимного расположения точек старта и цели (корректирующие поправки, геометрические дальность и азимут и т.д.). Как правило, эти числа вычисляются по аналитическим выражениям; числа, необходимые для реализации программ управления, законов стабилизации, корректирующих поправок и т.д.; числа, характеризующие функциональные и временные команды, обеспечивающие выполнение циклограммы функционирования системы управления.

Реализация траекторий крылатых ракет также требует, кроме перечисленных выше, подготовки группы чисел, характеризующих профиль местности и т.д.

6.6.2. Основные принципы и методы подготовки полетного задания

Основные принципы, которые могут быть положены в основу разработки метода подготовки ПЗ, можно разделить на две группы: первая — характеризует системный подход к разработке алгоритмов подготовки ПЗ как алгоритмов сложной технической системы; вторая — характеризует структурный подход к программированию разработанных алгоритмов.

К первой группе относятся принципы совместимости, актуализации, сосредоточения, декомпозиции [79]. Они указывают на неоднородную структуру алгоритмов, их функциональное назначение, направления процесса развития алгоритмов. Кроме того, эти принципы позволяют обеспечить согласованное выполнение группой алгоритмов отдельных важных функций всей совокупности алгоритмов. В алгоритмах подготовки ПЗ закладываются возможности их разделения на подсистемы и функциональные блоки.

Вторая группа принципов характеризует способы построения моделирующих программ. Основой разработки моделирующих программ является структурный подход к программированию, который состоит из трех основных положений: нисходящая разработка программы; структурное программирование; сквозной структурный контроль.

Построение программ на основе структурного подхода обеспечивает: параллельное ведение работ по программированию и документированию; подразделение сложных программ на отдельные модули; разработку схемы иерархии, которая отражает функции и взаимодействие модулей; пошаговый контроль всей программы; вертикальное управление.

В соответствии с этими принципами система подготовки ПЗ может быть интерактивной; автоматизированной; с применением алгоритмов искусственного интеллекта.

Первый вид системы наиболее простой в реализации, но требует участия человека-оператора. Как правило, он применяется на этапе отработки ракетного комплекса.

Последние два являются развитием первого. В дальнейшем будет рассмотрена автоматизированная система подготовки ПЗ.

Анализ состава полетного задания показывает, что основную трудность при его подготовке составляет расчет чисел для всех условий функционирования комплексов. Основную часть ПЗ составляют числа, которые используются в системах управления для формирования программ и определения последовательности и моментов выдачи различных команд, обеспечивающих попадание ракеты в цель. Числа ПЗ являются сложными функциями от географических координат точек старта и цели, высот этих точек над уровнем моря, типа боевой (головной) части. Известны следующие методы подготовки ПЗ: табличные (таблицы стрельбы); аналитические; прямые (на основе решения обратной баллистической задачи) и комбинированные.

В настоящее время наибольшее применение нашли последние методы подготовки чисел ПЗ на основе комбинации перечисленных выше трех первых способов: табличных и аналитических методов; прямых и табличных; табличных, аналитических и прямых.

На рис. 6.3 для иллюстрации приведена схема методов подготовки полетного задания.

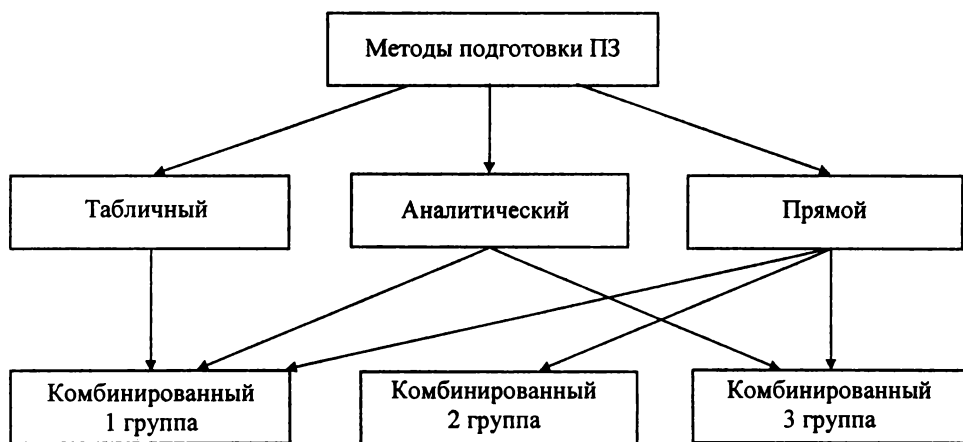


Рис. 6.3. Схема методов подготовки полетного задания

Сущность методов первой группы состоит в табличном задании чисел ПЗ. Входами в таблицы являются дальность стрельбы, азимут, геодезические координаты точек старта и цели, высоты расположения точек старта и цели над уровнем моря и тип ГЧ (БЧ). Дальность и азимут стрельбы, геодезические координаты точек старта и цели вычисляются по аналитическим выражениям и координатам Гаусса—Крюгера точек старта и цели.

Методы подготовки ПЗ второй группы состоят в расчете некоторой части ПЗ при помощи прямых методов, т.е. решения краевой задачи или определения попадающей траектории прямым методом. Часть ПЗ вычисляется при помощи аналитических выражений. Кроме того, аналитические выражения используются для получения исходных данных при решении краевой задачи прямым методом.

Наиболее общими являются методы третьей группы, сочетающие в себе вычисление ряда параметров по аналитическим выражениям, табличное и номинальное представление ряда чисел ПЗ, а также расчет части ПЗ прямым методом.

6.3.3. Общая схема решения задачи подготовки ПЗ и состав основных алгоритмов

Сформулированные в данном разделе общие принципы позволяют выделить ряд основополагающих особенностей метода подготовки полетного задания:

- подготовка ПЗ для залпового выстрела ракет, стартующих через небольшие интервалы времени, осуществляется последовательно для каждой ракеты;

- для заданных условий функционирования комплекса во всем диапазоне его применения проводится расчет опорных траекторий;

- способ подготовки ПЗ является единым для различных участков траектории;

- одной из основных особенностей является формирование и использование базы данных (БД). Информация БД может обновляться в процессе эксплуатации комплекса.

В целях упрощения задачи подготовки ПЗ она декомпозируется на ряд независимых и решаемых последовательно задач: определения параметров опорной траектории; определения ПЗ для различных участков траектории; оптимизации траектории; формирования общего ПЗ для пуска ракет.

Анализ траекторий РСВ, методов управления показывает, что для различных участков траектории можно сформировать опорные программы движения, параметры которых будут зависеть от дальности стрельбы, высот точек старта и цели, а также от некоторых других условий применения. Совокупность этих параметров можно рассчитать заранее и аппроксимировать в функции дальности или других аргументов. Эти параметры могут составлять большую часть чисел ПЗ. На всех участках траектории программы движения задаются в функции единого аргумента, что позволяет получить как единые программы, так и единое ПЗ для всей траектории.

Состав основных алгоритмов расчета ПЗ определяется функциональными задачами, решаемыми на различных этапах подготовки ПЗ:

1) определение параметров опорной траектории: входной контроль вводимой в ЦВМ информации; формирование исходных данных на основе информации о координатах точек старта и цели, а также данных, полученных из БД; решение геодезической задачи, результатом решения являются геометрические дальность и азимут, а также широта и долгота точек старта и цели; определение расчетного азимута стрельбы и угла переприцеливания ракеты;

2) определение ПЗ на участках траектории: выбор параметров программ управления в каналах дальности и бокового движения; определение начальных условий для отдельных характерных участков траектории; формирование условий выдачи команд; содержательный контроль ПЗ;

3) определение ПЗ на конечном участке траектории: при использовании систем коррекции или самонаведения формирование цифровых моделей местности на основе выбранного из БД состава ЦКМ; формирование программ движения по высоте (профиль местности), что характерно для траекторий крылатых ракет; выбор параметров программ движения по дальности и в боковом направлении; формирование условий для выдачи команд; содержательный контроль;

4) выбор оптимальной траектории (наиболее характерен для крылатых ракет): формирование цифровых моделей местности на основе ЦКМ и описания зон коррекции; выбор оптимальной (по курсу) траектории с нанесением зон коррекции; определение программы движения по высоте; аппроксимация траекторий по курсу и высоте; формирование команд и условий выдачи команд; содержательный контроль ПЗ;

5) формирование общего ПЗ: формирование общих программ движения по дальности, высоте и в боковом направлении; провязка досягаемости точки цели; архивизация, накопление, хранение и учет исходной, промежуточной и выходной информации, необходимой для решения задачи подготовки ПЗ.

7. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СУХОПУТНЫХ ВОЙСК

7.1. Структура автоматизированных систем управления

Автоматизированные системы управления (АСУ) ракетных комплексов предназначены для обеспечения автоматизированного и неавтоматизированного управления ракетными частями и подразделениями Сухопутных войск.

Крупное ракетное подразделение имеет в своем составе несколько ракетных дивизионов, батарей в каждом дивизионе, самоходных пусковых установок (СПУ) в батарее. При этом каждая СПУ укомплектована необходимым количеством ракет.

АСУ состоят из унифицированных по техническому оснащению и программному обеспечению командно-штабных машин (КШМ). В состав АСУ входят КШМ командира и начальника штаба подразделения, КШМ командиров дивизионов и батарей.

КШМ выполняются на транспортной базе автомобиля повышенной проходимости с достаточно мягкой подвеской, обеспечивающей работу аппаратуры на ходу. Каждая КШМ оснащена техническими средствами автоматизации (ТСА), средствами связи (СС), а также устройствами электропитания и вспомогательным оборудованием.

Основным техническим устройством, обеспечивающим в КШМ автоматизированное выполнение операций управления, является специализированная ЭВМ, под управлением которой осуществляется решение расчетных и информационных задач по обработке, хранению и распределению информации, принимаемой по каналам связи от других КШМ или других сопрягаемых объектов.

Специализированные ЭВМ, укомплектованные соответствующей периферией, образуют автоматизированные рабочие места (АРМ), размещаемые внутри КШМ и обеспечивающие работу должностных лиц по управлению подчиненными подразделениями.

В качестве периферии используется следующая аппаратура:

накопитель на жестком магнитном диске (НЖМД) большого объема для хранения программ, данных, принимаемых и передаваемых сообщений, бланков документов и другой информации;

CD-привод для хранения и считывания картографической информации, используемой для отображения обстановки и подготовки данных на картографической основе;

сенсорный манипулятор для управления экранными меню АРМ;

микрофонная гарнитура для ввода и воспроизведения речевой информации;

печатающее устройство для документирования сообщений и документов, принимаемых и передаваемых по автоматизированным каналам связи, а также информации, получаемой в результате решения расчетных задач.

Структурная схема технических средств автоматизации приведена на рис. 7.1.

Средства связи предназначены для организации взаимодействия с абонентами КШМ в режиме передачи данных, а также в телефонном режиме для обеспечения внутренней связи в КШМ.

В качестве средств связи используется комплект программно-управляемых радиостанций, обеспечивающих устойчивую связь в широком диапазоне частот на расстоянии дислокации ракетного подразделения.

Средства жизнеобеспечения предназначены для создания условий, необходимых для работы и жизнедеятельности должностных лиц и расчета КШМ.

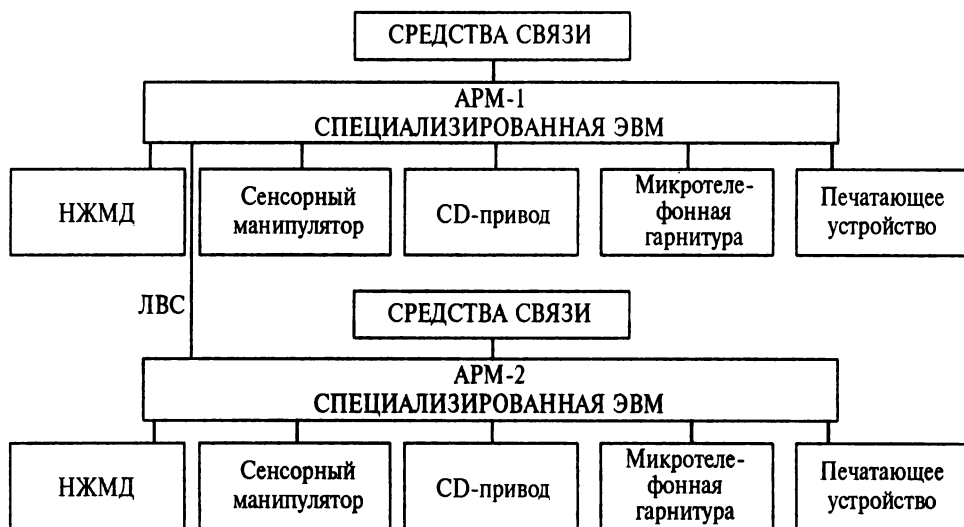


Рис. 7.1

В качестве основного источника электрической энергии в полевых условиях для питания аппаратуры КШМ используется автономная электростанция.

Техническое средство автоматизации унифицированного АРМ включает базовую ЭВМ, работающую на ходу и имеющую в своем составе модуль речепередающего устройства (РПУ); модуль аппаратуры передачи данных (АПД); модуль для связи по локальной вычислительной сети (ЛВС); видеоконтрольное устройство; сенсорный манипулятор; клавиатура; микротелефонная гарнитура; магнитный или магнитооптический накопитель для хранения цифровых карт местности [81].

Наиболее перспективной базовой ЭВМ для создания унифицированного АРМ является специализированная ЭВМ, комплектуемая необходимым набором дополнительных модулей.

Такие ЭВМ хорошо сопрягаются с программно-управляемыми радиостанциями, обеспечивающими устойчивую связь в пределах позиционного района.

Комплекс программного обеспечения унифицированного АРМ состоит из общей (ОПО), общесистемной (ОСПО) и специальной (СПО) компонент. Такое структурное деление комплекса ПО соответствует современному подходу к технологии его проектирования и обеспечивает необходимую стабильность разработки и комплексирования АРМ. При этом, если компоненты ОПО и ОСПО для различных вариантов применения унифицированного АРМ перенастраиваются, то в части СПО базовый вариант может наращиваться достаточно объемными программными компонентами, такими, как ПО картографической поддержки, ПО расчета полетного задания для ракет и т.д.

Таким образом, создание унифицированного АРМ позволяет существенно сократить стоимостно-временные затраты на создание АСУ, а процесс их разработки в основном свести к конфигурированию необходимой структуры из типовых (унифицированных) модулей.

7.2. Информационное обеспечение АСУ

7.2.1. Протоколы организации информационно-технической совместимости

Существенное значение при создании АСУ имеет обеспечение информационно-технической совместимости входящих в нее компонент с широкой номенклатурой сопрягаемых объектов. Это связано также с необходимостью информационного сопряжения АСУ с другими «родственными» АСУ, например с АСУ реактивных и артиллерийских формирований.

Информационная совместимость АСУ с сопрягаемыми объектами обеспечивается введением единого протокола *информационно-технической совместимости*, включающего единую номенклатуру, формат и алгоритм приема /передачи информации.

В соответствии с таким протоколом сообщения классифицируются по типу обработки и(или) реакции принимающей стороны. В этом смысле различают следующие виды сообщений:

- сигнализирующие (не требующие никакой обработки и изменения базы данных);
- информационные (не требующие никакой обработки, но изменяющие базу данных);
- команды и распоряжения, требующие немедленной или отсроченной обработки, в том числе решения специальных расчетных задач, изменяющие базу данных;
- доклады — особый вид информационных сообщений, следующих за полученными командами;
- служебные.

Последние подразделяются на адресные (изменяющие систему адресации пунктов управления в информационной сети) и тестовые сообщения, используемые для контроля технического состояния сопрягаемых объектов.

Для обеспечения гибкости указанных протоколов в современных АСУ предусматривается процедура оперативной настройки указанных форматов сообщений. Данная процедура, ввиду ее особой ответственности, доступна только определенным должностным лицам.

На рис. 7.2 представлены наиболее распространенные в настоящее время каналы формализованной и неформализованной информации, используемые в АСУ.

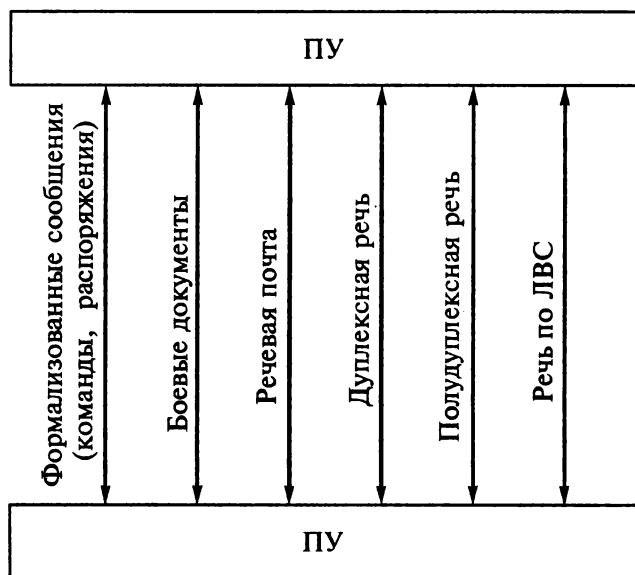


Рис. 7.2

Под *технической совместимостью* понимается возможность сопряжения АСУ с ТСА аналогичных систем, включаемых в общий контур управления. Обязательным условием сопряжения является единый коммуникационный протокол передачи информации, который часто называют протоколом нижнего уровня.

Для единого представления данных в линиях связи, по которым передается информация, международной организацией по стандартизации (ISO — International Standards Organization) разработана базовая модель взаимодействия открытых систем (Open Systems Interconnection (OSI)). Эта модель является международным стандартом для передачи данных и содержит семь отдельных уровней.

1. *Физический* — битовые протоколы передачи информации;
2. *Канальный* — формирование кадров, управление доступом к среде;
3. *Сетевой* — маршрутизация, управление потоками данных;
4. *Транспортный* — обеспечение взаимодействия удаленных процессов;
5. *Сеансовый* — поддержка диалога между удаленными процессами;
6. *Представления данных* — интерпретация передаваемых данных;
7. *Прикладной* — пользовательское управление данными.

Основная идея этой модели заключается в том, что каждому уровню отводится конкретная роль, в том числе и транспортной среде. Благодаря этому общая задача передачи данных расчленяется на отдельные легко обозримые задачи. Необходимые соглашения для связи одного уровня с выше- и нижерасположенными называют протоколом.

К протоколу нижнего уровня относятся первые пять уровней, а последние два уровня — к пользовательскому.

Так как пользователи нуждаются в эффективном управлении, система вычислительной сети представляется как комплексное строение, которое координирует взаимодействие задач пользователей.

С учетом вышеизложенного можно вывести следующую уровневую модель с административными функциями, выполняющимися в пользовательском прикладном уровне.

Отдельные уровни базовой модели проходят в направлении вниз от источника данных (от уровня 7 к уровню 1) и в направлении вверх от приемника данных (от уровня 1 к уровню 7). Пользовательские данные передаются в нижерасположенный уровень вместе со специфическим для уровня заголовком до тех пор пока не будет достигнут последний уровень.

На приемной стороне поступающие данные анализируются и по мере надобности передаются в вышерасположенный уровень, пока информация не будет передана в пользовательский прикладной уровень.

Рассмотрим более подробно все семь уровней.

1. Физический. На этом уровне определяются электрические, механические, функциональные и процедурные параметры для физической связи в си-

стемах. Физическая связь и неразрывная с ней эксплуатационная готовность являются основной функцией 1-го уровня. Стандарты физического уровня включают рекомендации V.24 МККТТ (CCITT), EIA RS232 и X.21. Стандарт ISDN (Integrated Services Digital Network) в будущем сыграет определяющую роль для функций передачи данных. В качестве среды передачи данных используют трехжильный медный провод (экранированная витая пара), коаксиальный кабель, оптоволоконный проводник и радиорелейную линию.

2. Канальный. Формирует из данных, передаваемых 1-м уровнем, так называемые кадры или последовательности кадров. На этом уровне осуществляются управление доступом к передающей среде, используемой несколькими ЭВМ (АРМ), синхронизация, обнаружение и исправление ошибок.

3. Сетевой. Устанавливает связь в вычислительной сети между двумя абонентами. Соединение происходит благодаря функциям маршрутизации, которые требуют наличия сетевого адреса в пакете. Сетевой уровень должен также обеспечивать обработку ошибок, мультиплексирование, управление потоками данных. Самый известный стандарт, относящийся к этому уровню, — рекомендация X.25 МККТТ (для сетей общего пользования с коммутацией пакетов).

4. Транспортный. Поддерживает непрерывную передачу данных между двумя взаимодействующими друг с другом пользовательскими процессами. Качество транспортировки, безошибочность передачи, независимость вычислительных сетей, сервис транспортировки из конца в конец, минимизация затрат и адресация связи гарантируют непрерывную и безошибочную передачу данных.

5. Сеансовый. Координирует прием, передачу и выдачу одного сеанса связи. Для координации необходимы контроль рабочих параметров, управление потоками данных промежуточных накопителей и диалоговый контроль, гарантирующий передачу имеющихся данных. Кроме того, сеансовый уровень содержит дополнительно функции управления паролями, подсчета платы за пользование ресурсами сети, управления диалогом, синхронизации и отмены связи в сеансе передачи после сбоя вследствие ошибок в нижерасположенных уровнях.

6. Представления данных. Предназначен для интерпретации данных, а также их подготовки для пользовательского прикладного уровня, на котором происходит преобразование данных из кадров в экранный формат или формат для печатающих устройств оконечной системы.

7. Прикладной. На этом уровне необходимо предоставить в распоряжение пользователей уже переработанную информацию. С этим может справиться системное и пользовательское прикладное программное обеспечение.

Для правильной и, следовательно, полной и безошибочной передачи данных необходимо придерживаться согласованных и установленных правил. Все они оговорены в протоколе передачи данных.

Протокол передачи данных требует следующей информации:
синхронизации (механизм распознавания начала блока данных и его конца);
инициализации (установление соединения между взаимодействующими партнерами);

блокирования (разбиение передаваемой информации на блоки данных строго определенной максимальной длины, включая опознавательные знаки начала блока и его конца);

адресации (обеспечивает идентификацию различного используемого оборудования данных, которое обменивается друг с другом информацией во время взаимодействия);

обнаружения ошибок (установка битов четности и, следовательно, вычисление контрольных битов);

нумерации блоков (текущая нумерация блоков позволяет установить ошибочно передаваемую или потерявшуюся информацию);

управления потоком данных (для распределения и синхронизации информационных потоков. Так, если не хватает места в буфере устройства данных или данные недостаточно быстро обрабатываются в периферийных устройствах (например, принтерах), сообщения и(или) запросы накапливаются);

методов восстановления. После прерывания процесса передачи данных используют методы восстановления, чтобы вернуться к определенному положению для повторной передачи информации;

разрешения доступа. Распределение, контроль и управление ограничениями доступа к данным вменяются в обязанность пункта разрешения доступа (например, «только передача» или «только прием»).

При программной реализации описанной семиуровневой модели первые пять уровней реализуются в рамках общего программного обеспечения (ОПО), а шестой и седьмой уровни обеспечиваются общесистемным ПО (ОСПО).

7.2.2. Информационно-лингвистическое обеспечение (ИЛО)

ИЛО автоматизированной системы управления обеспечивает [80]:

- 1) взаимодействие должностных лиц (ДЛ) с органами управления АСУ;
- 2) информационное обеспечение органов управления АСУ при выполнении возложенных на них задач;
- 3) информационную совместимость элементов АСУ между собой и с вышестоящими и взаимодействующими объектами.

ИЛО включает в свой состав следующие взаимосвязанные компоненты:

базы данных (БД); унифицированную систему формализованных документов (УСФБД); классификаторы оперативно-тактической информации; словари оперативно-тактической информации; информационный язык (ИЯ).

Базы данных АСУ ведутся согласованно и обеспечивают хранение и автоматизированное ведение информации, необходимой должностным лицам в раз-

личные периоды действия органов управления, а также для решения информационных и расчетных задач.

Базы данных содержат переменную, условно-переменную, условно-постоянную и технологическую информации.

Переменная информация включает сведения о положении, состоянии и характере действий своих войск, войск противника, об условиях обстановки и ведения боевых действий.

Условно-переменная информация содержит данные о составе войск, настроенную информацию, определяющую организацию информационно-вычислительного процесса, а также настройку ПО и ИЛО изделия на конкретные условия применения.

Условно-постоянная информация содержит нормативно-справочную информацию и информацию, обеспечивающую обработку данных и решение задач на вычислительных средствах изделия.

В состав УСФБД изделия входят как документы, проходящие содержательную обработку, так и документы, не подлежащие ей.

Для обеспечения содержательной обработки документов используется ИЯ и предусмотрены следующие возможности:

1) автоматизированное формирование документов на основе хранящейся в БД информации с их последующей передачей из одного объекта в другой или с одного АРМ объекта на другой;

2) применение бланков для формирования должностными лицами документов;

3) обработка информации, содержащейся в документе, с соответствующей корректировкой БД;

4) передача информации по каналам связи;

5) корректировка информации в документе непосредственно перед передачей;

6) преобразование сообщений, представленных на информационном языке, к виду, удобному для восприятия ДЛ;

7) изменение бланков документов в соответствии с информационными потребностями конкретных пользователей.

Для использования документов, не подлежащих содержательной обработке, в системе предусмотрена документальная база данных — архив входных и выходных текстов, а также результаты решения информационных и расчетных задач и использование их при формировании новых документов.

При классификации оперативно-технической информации (ОТИ) используются разработанные классификаторы Российской Федерации, общесистемные и локальные классификаторы.

Состав, структура и содержание классификаторов взаимосвязаны со следующими словарями.

оперативно-технических понятий (ОТП) АСУ (его элементов);
взаимодействующих объектов;
машинный словарь АСУ (его элементов).

Словарь ОТП тематически полно охватывает потребности должностных лиц формирований АСУ и других его элементов в оперативно-тактической терминологии при решении задач управления с использованием средств автоматизации.

Словари взаимодействующих объектов содержат терминологию, определенную конкретным перечнем и содержанием формализованных сообщений, используемых в данном сопрягаемом объекте и необходимых для осуществления взаимодействия этого объекта с АСУ.

Машинный словарь (МС) предназначен для кодирования (декодирования) входной (выходной) информации при ее обработке в изделии (его элементах) и должен включать оперативно-тактическую терминологию, а также технологическую и другую специальную информацию, обеспечивающую процессы настройки, функционирования и контроля (его элементов).

Программные средства ведения МС в процессе функционирования изделия (его элементов) обеспечивают следующие функции:

ввод, исключение и изменение терминов и их кодов с соответствующей корректировкой информации в БД как в ходе разработки, так и при эксплуатации изделия;

распечатку содержания как МС в целом, так и любого из разделов.

Информационный язык изделия обеспечивает должностным лицам взаимодействие с базой данных и комплексами ОТЗ.

Грамматика информационного языка определяет правила построения конструкций языка из элементов словаря и основных символов языка, а также правила применения и сочетания конструкций в сообщениях. При реализации последнего должны учитываться требования информационного языка АСУ вышестоящих командных пунктов в части обеспечения единых правил взаимодействия сообщениями между сопрягаемыми изделиями.

При разработке ИЛО и поддерживающих его компонентов ПО АСУ реализуется выполнение следующих требований:

1) в ИЛО содержится возможность взаимообмена сообщениями как между элементами АСУ, так и с взаимодействующими объектами (включая правила формализации входящих в их состав фраз) в полном соответствии с информационным обменом для этого изделия;

2) при взаимодействии АСУ с внешними объектами его ИЛО отвечает требованиям соответствующих документов;

3) обеспечивается возможность оперативной настройки ИЛО АСУ на конкретный вариант его применения;

4) обеспечивается возможность оперативной корректировки и наращивания ИЛО при модернизации АСУ;

5) формы представления документов на экранах АРМ элементов АСУ в максимальной степени соответствуют используемым при управлении в неавтоматизированном режиме (без использования средств автоматизации);

6.) осуществляется взаимобмен с внешними корреспондентами сообщениями объемом до 10-ти и более кодограмм максимальной градации.

Настройка лингвистического обеспечения включает корректировку словарей оперативно-тактических терминов и оперативно-тактической информации; перечня циркулирующих в АСУ сообщений и их формат; бланков документов.

При программной реализации указанные компоненты ИЛО оформляются в виде электронных таблиц. Настройка ИЛО производится соответствующим ДЛ путем корректировки указанных электронных таблиц в интерактивном режиме.

Таблица **ХАРАКТЕРИСТИКИ СООБЩЕНИЙ** предназначена для указания перечня и основных характеристик формализованных сообщений, циркулирующих по автоматизированным каналам передачи данных.

В таблице **СТРУКТУРА СООБЩЕНИЙ** указывается перечень опорных слов в составе формализованных сообщений, их наименование, а также перечень возможных значений характеристик опорных слов.

Таблица **СЛОВАРЬ ОТТ** предназначена для ввода в ЭВМ перечня информации, отображаемой в составе характеристик опорных слов.

Обращение к этой таблице осуществляется из таблицы **СТРУКТУРА СООБЩЕНИЙ**.

7.2.3. Структура и организация базы данных

Структура БД должна обеспечивать хранение различных типов и видов данных, которые необходимы для функционирования АСУ и эффективного выполнения задач, поставленных подразделению.

На основании содержания БД разрабатывается ее структура, которая позволяет хранить все необходимые данные и обеспечивает эффективный доступ и выборку необходимых данных.

При разработке структуры БД наиболее важными являются следующие вопросы.

Избыточность БД. Следует избегать хранения избыточной и дублирующей информации в БД, поскольку это затрудняет работу СУБД, приводит к увеличению размера БД и усложняет процедуры контроля ее целостности.

Создание больших таблиц БД. Большие таблицы БД требуют значительного объема оперативной памяти, хотя в некоторых случаях могут ускорить время доступа к конкретной информации из БД.

Создание перекрестных связей. При наличии избыточного числа перекрестных связей контроль целостности БД может оказаться невозможным.

Минимизация размеров полей таблиц БД. Чрезмерная минимизация размеров полей таблиц БД приводит к снижению их универсальности и повышению сложности сопровождения программной поддержки.

Работа с базой данных

Наполнение и начальная настройка БД в АСУ осуществляется, как правило, в двух режимах: интерактивном и автоматическом.

В интерактивном режиме пользователь непосредственно вводит информацию в БД по определенным шаблонам и контролирует ее. Это позволяет поддерживать смысловую целостность БД и обеспечивает защиту от ошибок оператора при вводе конкретных значений.

В автоматическом режиме БД наполняется без непосредственного участия человека-оператора. Несмотря на это, проводится контроль входных данных. В случае, когда данные оказываются некорректными, они либо не заносятся в БД, либо перезапрашиваются.

Наполнение БД в интерактивном режиме происходит в следующих случаях: ввод условно-постоянных данных, необходимых для работы расчетных задач; ввод данных, необходимых для работы системы информационного обмена.

Наполнение БД в автоматическом режиме происходит в следующих случаях: прием-передача сообщений (информационный обмен). При этом контролируются как передаваемые, так и принимаемые сообщения. В случае принятия сообщения с некорректной информацией, данные этого сообщения не заносятся в БД, а само сообщение помещается в архив;

прием информации от внешних источников (например, система топогеодезической привязки и навигации);

запросы и прием информации от других пунктов управления (например, в случае реконфигурации).

Выборка информации из БД

Необходима для отображения информационных кадров; выборки информации для расчетных задач, а также для проведения реконфигурации, т.е. выборки информации из БД одного пункта управления для передачи в другой.

Выборка информации из БД должна происходить достаточно быстро. Обычно для этого используют встроенные средства СУБД, например язык *SQL*.

Организация работы с БД

Начальная настройка. Заключается в том, что в зависимости от пункта управления, информация, хранимая в БД и предоставляемая пользователю, различна. Начальная настройка должна производиться автоматически после определения типа пункта управления.

Хранение эталонной информации. В БД должна быть предусмотрена возможность хранения и восстановления исходных (эталонных) таблиц для неко-

торых типов информации, например для расчетных задач. Это необходимо, поскольку не все данные, вводимые оператором в такие таблицы, могут быть проконтролированы.

Существующие и перспективные СУБД

Иерархические. Состоят из упорядоченного набора деревьев, а более точно, из упорядоченного набора нескольких экземпляров одного типа дерева.

Тип дерева состоит из одного «корневого» типа записи и упорядоченного набора из нуля или более типов поддеревьев (каждое из которых является некоторым типом дерева). Тип дерева в целом представляет собой иерархически организованный набор типов записи.

Автоматически поддерживается целостность ссылок между предками и потомками. **Основное правило:** никакой потомок не может существовать без своего родителя. Заметим, что аналогичное поддержание целостности по ссылкам между записями, не входящими в одну иерархию, не поддерживается.

Сетевые. Сетевой подход к организации данных является расширением иерархического. В иерархических структурах запись-потомок имеет одного предка; в сетевой структуре — любое число предков.

Сетевая БД состоит из набора записей и набора связей между этими записями.

Тип связи определяется для двух типов записи: предка и потомка. Экземпляр типа связи состоит из одного экземпляра типа записи предка и упорядоченного набора экземпляров типа записи потомка.

На формирование типов связи не накладываются особые ограничения.

Поддержание целостности чаще всего не требуется, но иногда требуется сохранение целостности по ссылкам (как в иерархической модели).

Достоинства и недостатки иерархических и сетевых СУБД

Достоинства: развитые средства управления данными во внешней памяти на низком уровне; возможность построения вручную эффективных прикладных систем; возможность экономии памяти путем разделения подобъектов (в сетевых системах).

Недостатки: процесс написания прикладных программ очень сложен и трудоемок; прикладные системы зависят от физической организации; логика перегружена деталями организации доступа к БД.

Реляционные СУБД

Единственной структурой данных, используемой в реляционных БД, является нормализованное n -арное отношение, или набор плоских таблиц с уникальными строками.

Два фундаментальных механизма манипулирования реляционными БД — реляционная алгебра и реляционное исчисление. Первый механизм базируется в основном на классической теории множеств (с некоторыми уточнениями), а

второй — на классическом логическом аппарате исчисления предикатов первого порядка.

В целостной части реляционной модели данных фиксируются два базовых требования целостности, которые должны поддерживаться в любой реляционной СУБД. Первое требование называется *требованием целостности сущностей*. Объекту или сущности реального мира в реляционных БД соответствуют кортежи отношений. Конкретно требование состоит в том, что любой кортеж любого отношения отличим от любого другого кортежа этого отношения, т.е. другими словами, любое отношение должно обладать первичным ключом.

Второе требование называется *требованием целостности по ссылкам, или требованием внешнего ключа*, и состоит в том, что для каждого значения внешнего ключа, появляющегося в отношении, на которое ведет ссылка, должен найтись кортеж с таким же значением первичного ключа, либо значение внешнего ключа должно быть неопределенным (т.е. ни на что не указывать).

В настоящее время реляционные СУБД являются наиболее развитыми и часто используемыми.

Достоинства реляционных СУБД:

- наличие развитых средств проектирования структуры БД, семантическое моделирование структуры БД (например, ER-WIN, Oracle CASE);

- простота создания прикладных программ;

- наличие развитых средств манипулирования данными. Практически все современные реляционные СУБД поддерживают язык SQL (язык структурированных запросов), что позволяет эффективно осуществить практически любую выборку из БД.

Недостатки реляционных СУБД:

- более низкая скорость работы с БД;

- сложность представления объектов реального мира в виде плоских таблиц и с учетом требований нормализации. Довольно часто БД после нормализации состоит из огромного количества таблиц и связей между ними.

Перспективные СУБД

СУБД, использующие расширенную реляционную модель. Одним из основных положений реляционной модели данных является требование нормализации отношений. Однако многие системы обычно оперируют сложноструктурированными объектами, для реконструкции которых из плоских таблиц реляционной БД приходится выполнять запросы, почти всегда требующие соединения отношений. В соответствии с требованиями разработчиков нетрадиционных приложений появилось направление исследований баз сложных объектов. Основной смысл этого направления состоит в том, что проектировщикам даются мощные и гибкие средства структуризации данных, присущие иерархическим и сетевым системам.

Другое направление представлено системами баз данных, основанных на реляционной модели, в которой не обязательно поддерживается первая нормальная форма отношений.

В «ненормализованных» реляционных моделях данных допускается хранение в качестве элемента кортежа кортежей (записей), массивов (регулярных индексированных множеств данных), регулярных множеств элементарных данных, а также отношений.

Системы баз данных, ориентированные на приложения. Идея заключается в том, чтобы производить не законченные универсальные СУБД, а нечто вроде компиляторов компиляторов (compiler compiler), позволяющих собрать систему баз данных, ориентированную на конкретное приложение.

Существуют два экспериментальных прототипа — Genesis и Exodus, основанные прежде всего на принципах модульности и точного соблюдения установленных интерфейсов. По сути дела, системы состоят из минимального ядра и технологического механизма программирования дополнительных модулей. Вместо готовой СУБД предоставляется набор «полуфабрикатов» с согласованными интерфейсами, из которых можно сгенерировать систему, максимально отвечающую потребностям приложения.

Объектно-ориентированные СУБД (ООБД)

Возникновение направления ООБД определяется прежде всего потребностями практики: необходимостью разработки сложных информационных прикладных систем, для которых технология предшествующих систем БД не была вполне удовлетворительной.

В наиболее общей и классической постановке объектно-ориентированный подход базируется на следующих концепциях: объекта и идентификатора объекта; атрибутов и методов; классов; иерархии и наследования классов.

Любая сущность реального мира в объектно-ориентированных языках и системах моделируется в виде объекта. Любой объект при своем создании получает генерируемый системой уникальный идентификатор, который связан с объектом все время его существования и не меняется при изменении состояния объекта.

Каждый объект характеризуется состоянием и поведением. Состояние объекта — набор значений его атрибутов; поведение — набор методов (программный код), оперирующих над состоянием объекта. Значение атрибута объекта — это тоже некоторый объект или множество объектов. Взаимодействие объектов производится на основе передачи сообщений.

Множество объектов с одним и тем же набором атрибутов и методов образует класс объектов. Объект должен принадлежать только одному классу (если не учитывать возможности наследования).

Допускается порождение нового класса на основе уже существующего класса - наследование. В этом случае новый класс, называемый подклассом существующего класса (суперкласса), наследует все атрибуты и методы суперкласса. В подклассе, кроме того, могут быть определены дополнительные атрибуты и методы.

Одной из более поздних идей объектно-ориентированного подхода является идея возможного переопределения атрибутов и методов суперкласса в подклассе (перегрузки методов). Эта возможность увеличивает гибкость работы с подклассами.

Наиболее важным новым качеством ООБД является поведенческий аспект объектов. В прикладных информационных системах, основанных на БД с традиционной организацией, существует принципиальный разрыв между структурной и поведенческой частями. В среде ООБД проектирование, разработка и сопровождение прикладной системы становится процессом, в котором интегрируются структурный и поведенческий аспекты.

Объектно-ориентированные СУБД являются наиболее перспективным направлением развития БД АСУ, поскольку используемая модель данных наиболее близко соответствует объектам реальных информационных систем. Учитывая тот факт, что большинство прикладных программ в настоящее время реализуется на объектно-ориентированных языках программирования, связь между прикладными программами и СУБД будет достаточно просто реализовываться.

7.3. Структура и организация программного обеспечения АСУ

7.3.1. Наименование и краткая характеристика задач, решаемых КШМ в составе АСУ

АСУ, оснащенные КШМ, обеспечивают выполнение в автоматизированном режиме следующих основных функций управления:

- прием, хранение, отображение, формирование и доведение формализованной и неформализованной информации по каналам передачи данных;
- решение информационных и расчетных задач;
- разграничение доступа к оперативно-тактической информации (ОТИ), хранящейся в запоминающих устройствах вычислительных средств;
- документирование результатов планирования действий, решений специальных расчетных задач и всей принимаемой (передаваемой) информации;
- диагностирование технического состояния средств автоматизации и каналов обмена информацией.

Выполнение перечисленных функций осуществляется программным обеспечением (ПО) АСУ, которое включает ПО всех КШМ, входящих в состав комплекса.

7.3.2. Структура программного обеспечения

По функциональному признаку в структуре ПО выделяются системы, подсистемы и компоненты общего, общесистемного и специального назначения [80].

Общее программное обеспечение (ОПО)

Системы, подсистемы и компоненты общего программного обеспечения предназначены для выполнения следующих основных функций :

- управления стандартным периферийным оборудованием ;

- тестового контроля вычислительного и стандартного периферийного оборудования ЭВМ при начальном задействовании;

- обслуживания и тестового контроля специальных технических средств автоматизации (ТСА);

- обеспечения мультипрограммного функционирования ЭВМ в соответствии с установленными критериями параллельных программных процессов;

- управления вычислительными ресурсами ЭВМ, а также запуска необходимых программных процессов, осуществляемых по запросам общесистемного программного обеспечения (ОСПО);

- поддержания интерфейса должностного лица в целях предоставления ему возможности управлять приемом и передачей речевых сообщений;

- организации информационного взаимодействия ЭВМ в локальной вычислительной сети;

- приема пакетов информационных сообщений, их буферизации, «сшивки» и обработки в соответствии с заданным алгоритмом транспортного уровня;

- подготовки информационных сообщений для передачи;

- идентификации информационных сообщений, поступивших в ЭВМ от других ЭВМ локальной сети или внешних абонентов;

- контроля за доступом абонентов к вычислительным ресурсам ЭВМ и каналам связи.

Общее программное обеспечение включает операционную систему персональных ЭВМ; подсистему управления локальной вычислительной сетью (ЛВС); подсистему тестового контроля ЭВМ и стандартной периферии; подсистему обслуживания специальных ТСА (дополнительных периферийных устройств).

Общее программное обеспечение включает следующие основные компоненты: инициализацию и задание режимов управления ТСА; управление радиосредствами; передачу речи в полудуплексном режиме; инициализацию, задание режимов и управления речепередающим устройством (РПУ); обеспечение передачи речевой информации по ЛВС внутри КШМ; сетевой уровень решения задачи маршрутизации сообщений; транспортный уровень передачи сообщений, включая «сшивку» принимаемых сообщений; ввод и корректировку маршру-

но-адресной таблицы; конфигурирование параметров интерфейса; идентификацию и аутентификацию пользователя; регистрацию и учет пользователей.

Общесистемное программное обеспечение (ОСПО)

Системы, подсистемы и компоненты общесистемного программного обеспечения предназначены для выполнения следующих основных функций:

определения программных процессов для инициализации соответствующих запросов, обработки сообщений, а при необходимости — запросов к элементам ОПО;

приема информационных сообщений, адресуемых должностному лицу, работающему на АРМ КШМ, от транспортного сервиса ОПО, определения и запуска на выполнение программных процессов для передачи результатов их выполнения назначенному потребителю;

приема, обработки и синтаксического контроля формализованных сообщений, принимаемых от должностных лиц органов управления;

проверки правильности (на соблюдение правил формализации) передаваемых (выдаваемых в канал связи) сообщений, а также обеспечения необходимой справочной информацией должностного лица при подготовке им формализованного сообщения;

отображения оперативной информации (распоряжений, команд, сигналов управления и т.п.) в требуемых формах представления;

обеспечения единых средств управления базами данных и возможности передачи информации и содержимого баз данных по ЛВС;

периодического контроля исправности ТСА и каналов передачи данных АСУ и выдачи должностному лицу информации о результатах контроля.

Общесистемное ПО обеспечивает синхронное ведение баз данных ЭВМ как одной, так и нескольких КШМ АСУ. При этом автоматически корректируется информация о положении, состоянии и обеспеченности формирований; о командах и распоряжениях с задачами для частей и подразделений, а также докладами об их выполнении.

Кроме того, при этом реализуется возможность оперативной передачи всей или части базы данных из ЭВМ одной КШМ в ЭВМ другой КШМ по команде оператора.

Средствами базы данных проводится корректировка и дополнение содержания информационного обмена АСУ с сопрягаемыми объектами — дополнение сообщений новыми опорными словами, переназначение обязательных опорных слов в сообщениях, дополнение информационного обмена новыми сообщениями.

Доступ ко всем функциям ОСПО осуществляется через пользовательский интерфейс, который служит для обеспечения оперативности и удобства работы должностных лиц.

Интерфейс строится на основе древовидной модели представления реализованных ПО процессов и функций с использованием системы меню.

Отображение текущей информации (принимаемых формализованных и неформализованных сообщений, результатов решения расчетных задач, результатов контроля функционирования ТСА и т.д.) осуществляется на экране АРМ.

Основное содержание обрабатываемых в ЭВМ формализованных сообщений, несущих информацию о полученных командах и ходе выполнения задач, положении, состоянии и обеспеченности частей и подразделений формирования, автоматически выводится в соответствующие информационные кадры.

Общесистемное ПО взаимодействует с соответствующими элементами ОПО — СПО и включает в себя подсистему обслуживания программных процессов (основной диспетчер); пользовательского интерфейса функционирования АРМ; управления адресацией и передачей сообщений (пользовательского уровня); картографической поддержки; формирования и отображения информационных кадров; подготовки и синтеза формализованных сообщений; подготовки и синтеза документов; функционального и регламентного контроля ТСА КШМ и АСУ; настройки программных и информационных компонент ОСПО.

Элементы общего и общесистемного ПО создают внутреннюю среду для функционирования программных систем, подсистем и компонентов специального программного обеспечения (СПО), которое предназначено для содержательной обработки ОТИ и включает программные модули информационных и расчетных задач.

Специальное программное обеспечение (СПО)

Специальное ПО состоит из совокупности информационных и расчетных задач, предназначенных для определения данных, необходимых должностным лицам органов управления ракетными формированиями при принятии ими решений.

В целях существенного повышения устойчивости и сохранения непрерывности управления ракетными формированиями КШМ АСУ унифицированы по математическому и программному обеспечению.

При этом каждая КШМ обеспечивает выполнение функций любого пункта управления (ПУ) подразделений.

Настройка ПО КШМ на выполнение функций соответствующего ПУ осуществляется программным путем.

Специальное программное обеспечение включает в свой состав группу оперативно-тактических и специальных задач.

7.3.3. Актуальные проблемы создания компонент ОСПО АСУ

Программное обеспечение настройки и реконфигурации

Широкое внедрение комплексов средств автоматизированного управления (АСУ) подразделений Сухопутных войск ставит перед разработчиками ряд новых задач [85], связанных с существенным повышением живучести и эффективности применения АСУ в условиях изменения организационно-штатной структуры и обстановки.

К этим задачам в первую очередь следует отнести:

возможность оперативной передачи управления от вышестоящих к нижестоящим ПУ АСУ;

обеспечение непрерывности управления при выходе из строя, переподчинении или дискредитации ПУ, а также при нарушении связи между ними;

оптимальное распределение задач и информационная поддержка планирования действий, управления, а также тылового и инженерного обеспечения;

обеспечение заданных тактико-технических характеристик в условиях изменения или нарушения организационно-штатной структуры.

Указанные задачи интегрируются в рамках плановой и оперативной реконфигурации АСУ. При этом к ним предъявляются различные требования.

Для плановой реконфигурации основными требованиями являются максимальная надежность настройки и связи объектов, адресов и информации; наблюдаемость и контролируемость процедур настройки; отсутствие ограничений по времени; периодичность формирования или переформирования АСУ.

Для оперативной реконфигурации основными требованиями являются восстановление всех нарушенных связей; изменение организационно-штатной структуры подразделений и АСУ; обеспечение (восстановление) всей необходимой информации, в том числе и базы данных; жесткие временные ограничения на все работы; оперативная реконфигурация проводится в заданные моменты времени и обеспечивается непрерывно в ходе функционирования АСУ.

Объектами настройки при проведении реконфигурации являются: организационно-штатная структура, связные адреса и маршруты доведения информации (таблица связи элементов АСУ), база данных.

Программная реализация указанных задач предполагает выполнение следующих функций:

- 1) автоматическое и/или директивное перераспределение должностных функций по пунктам управления;
- 2) ввод и рассылка новых адресных признаков, позывных;
- 3) переназначение прав доступа к информации должностных лиц;
- 4) автоматическая поддержка и, при необходимости, рассылка локальных баз данных по пунктам управления в соответствии со статусом должностного лица.

При этом в рамках плановой реконфигурации реализация перечисленных функций охватывает все ПУ АСУ, а при оперативной реконфигурации указанные функции реализуются, как правило, на усеченном подмножестве ПУ АСУ.

Организация системы реального времени

В связи с увеличением функциональной нагрузки современных АСУ управляющие ЭВМ, входящие в состав контрольно-пусковой аппаратуры СПУ и ТСА КШМ, объединяются в управляющие вычислительные системы реального времени [84].

Под реальным временем подразумевается реальное время ответа, т.е. время, которое требуется системе, чтобы среагировать на данный входной сигнал или команду управления [82].

Управляющая вычислительная система реального времени (УВС РВ) — это система, которая управляет внешними объектами, получает информацию, обрабатывает ее и возвращает результат достаточно быстро для того, чтобы воздействовать на функционирование внешних объектов в необходимый момент времени.

УВС РВ состоит из одной или нескольких управляющих ЭВМ, связанных между собой информационными связями. Каждая такая ЭВМ управляет своими внешними объектами.

Информация от внешних объектов по информационным каналам поступает на обработку в УВС РВ, результатом которой является выработка управляющих воздействий и их передача на внешние объекты.

Исследование существующих систем РВ позволило провести следующую их классификацию.

По сложности оборудования: число УЭВМ в УВС РВ; число линий связи и конечных устройств; необходимость параллельной работы во времени; необходимость горячего и(или) холодного резервирования.

По времени ответа от быстродействующих элементов автоматики (электронных переключателей, реле, дистанционных переключателей и т.д.); медленнодействующих элементов (электромеханических и оптических приборов автоматики); подсистемы интерактивного взаимодействия должностных лиц с ТСА АСУ; должностных лиц КШМ АСУ при взаимодействии между собой.

По сложности программного обеспечения при наличии языка взаимодействия; средств автономной и комплексной отладки; операционной системы реального времени (ОС РВ); системных средств хронометража выполнения команд и распоряжений вышестоящих должностных лиц.

Центральное место при проектировании УВС РВ занимает создание программной среды реализации, которая подразделяется на внешнее и встраиваемое программное обеспечение.

Внешнее ПО включает в себя проблемно-ориентированный язык для описания алгоритмов функционирования в РВ; алгоритмы функционирования системы РВ; транслятор ПО РВ; систему математического моделирования для автономной отладки ПО РВ.

Внутреннее, или встраиваемое, ПО включает программы на универсальном языке программирования; базовую операционную систему (ОС); операционную систему реального времени (ОСРВ).

Рассмотрим подробнее основные компоненты внешнего ПО.

Весь комплекс алгоритмов функционирования системы управления (АФСУ) РВ подразделяется на две основные группы: алгоритмы предстартовой подготовки СПУ с ракетами и алгоритмы управления подразделениями.

Характерными чертами алгоритмов предстартовой подготовки являются большой объем программ и используемой информации, часто измеряемый десятками и сотнями тысяч команд и данных; мультипрограммный характер выполнения программы и наличие обмена информацией во время решения задачи; большое число операций преобразования, ввода или вывода информации с внешних абонентов с преобладанием этих операций над вычислительными операциями; выполнение вычислений в реальном масштабе времени; использование одной и той же программной компоненты в различных режимах работы и приложениях; обеспечение повышенной программной устойчивости к сбоям ЭВМ и отказам аппаратуры, которые могут возникнуть в процессе функционирования.

Характерными чертами алгоритмов управления являются:

большое многообразие видов интерактивного взаимодействия расчета со средствами автоматизации и пунктами управления; наличие большого числа возмущений, связанных с поступлением команд управления, требующих немедленной отработки, ошибочные команды должностных лиц и собственные ошибки расчета СПУ, выход из строя или дискредитация отдельных должностных лиц и (или) сопрягаемых объектов (вышестоящих пунктов управления), порча или недоступность информации в базе данных КШМ АСУ, нарушение или перегрузка каналов связи и т.д.; требование одновременного (параллельного) выполнения информационных и расчетных задач; существенно меньшие временные ограничения (по сравнению с задачами предстартовой подготовки) на время выполнения отдельных процедур управления; необходимость обеспечения постоянного вмешательства операторов расчета в цикл управления, обеспечение при этом заданного приоритета обслуживания.

Характерными чертами группы специальных расчетных задач, входящих в состав алгоритмов управления, являются возможность прерывания с последующим восстановлением решения расчетной задачи; синхронизация смены информации в БД с процессом решения расчетной задачи; необходимость сохранения результатов расчетов для последующего отображения их в виде информационных кадров.

Анализ структуры и алгоритмов функционирования УВС РВ показал, что к системам РВ предъявляются взаимно дополняющие требования.

При этом алгоритмы предстартовой подготовки отличаются детерминированным характером управления (с жесткими временными ограничениями и допусками), многообразием и взаимосвязанностью процессов управления.

Особенностью алгоритмов управления являются более мягкие временные ограничения; наличие случайных возмущений в виде постоянно поступающих извне команд управления; большое многообразие видов интерактивного взаимодействия расчета со средствами автоматизации и пунктами управления.

Обеспечение этих противоречивых требований накладывает соответствующие ограничения и на основные компоненты системы реального времени, в том числе на алгоритмический язык, ОС РВ и др.

Анализ организации вычислительных процессов управляющих ЭВМ в диалоговых системах РВ показал принципиальную возможность структурно-функционального объединения (интеграции) управляющей вычислительной системы предстартовой подготовки с аппаратурой управления и связи СПУ, одновременно являющейся сопрягаемым объектом АСУ.

При этом перед разработчиками такой интегрированной системы РВ ставится ряд новых научных задач:

создание ОС РВ, основывающейся на стандартной ОС РВ общего назначения, но обеспечивающей при этом требуемые для предстартовой подготовки ракет временные характеристики;

создание подмножества алгоритмического языка, обеспечивающего описание как детерминированных процессов с жесткими временными ограничениями и допусками, характерными для предстартовой подготовки, так и алгоритмов управления, отличающихся гибкой временной диаграммой, наличием случайных возмущений в виде сеансов информационного взаимодействия, а также большим многообразием диалогового взаимодействия;

создание препроцессора, осуществляющего программную поддержку входного алгоритмического языка и являющегося проблемно-ориентированной надстройкой над ОС РВ общего назначения;

создание системы математических моделей (инструментальной среды) для анализа принятых проектных решений.

Решение указанных задач позволит создать программную среду функционирования системных средств хронометража выполнения команд и распоряжений вышестоящих должностных лиц.

Создание этой среды позволит в автоматизированном режиме РВ реализовать важнейшие функции управления:

контролировать выполнение подчиненными должностными лицами (ДЛ) команд и распоряжений;

сигнализировать вышестоящему ДЛ об окончании доклада о выполнении команды или распоряжения;

напоминать подчиненному ДЛ о начале доклада о выполнении команды или донесения об отказе или сбое в управлении;

предлагать варианты перераспределения заданий между подчиненными подразделениями.

Организация интерактивного взаимодействия. Интерфейс пользователя

Организация интерактивного взаимодействия ДЛ со средствами автоматизации осуществляется посредством специальной подсистемы, встроенной в ПО АРМ и часто называемой интерфейсом пользователя (ИП).

Работа ИП направлена на достижение наибольшей оперативности управления, обеспечение максимального комфорта и сведение к минимуму числа ошибок ДЛ при ручных манипуляциях с органами управления АРМ.

ИП в комплексе ПО АСУ не является автономной подсистемой, его составляющие присутствуют практически во всех компонентах ПО и объединяются с помощью собственного ядра, осуществляющего программную поддержку взаимодействия ДЛ с основными экранными формами АРМ КШМ.

ИП обеспечивает интерактивное взаимодействие с помощью системы экранных форм (меню), построенных по принципу древовидной модели;

активизацию необходимых экранных форм и отдельных функций путем использования так называемых горячих клавиш, обеспечивающих наибольшую оперативность управления; непрерывную визуализацию наиболее существенной информации (состояние ТСА АРМ КШМ, приходящие и требующие немед-

ленной обработки команды и донесения, целевая обстановка, положение и состояние подчиненных подразделений, ход подготовки применения и т.д.); звуковые и “голосовые” сигналы и подсказки; контроль передаваемых и принимаемых сообщений на соответствие правилам формализации и наличия необходимых атрибутов (электронная подпись, логическое имя отправителя и т.д.).

Управление информационными потоками

Одним из важнейших направлений совершенствования управления ракетными комплексами является задача оптимизации информационных потоков в АСУ, от успешного решения которой напрямую зависит эффективность применения средств поражения.

Одним из критериев оценки эффективности АСУ является время выполнения задачи управления, оно складывается из совокупности времени выполнения основных операций управления (формирования, обработки и доведения информационных потоков, которые состоят из команд, донесений, распоряжений, приказов и документов).

В зависимости от уровня обработки информационных потоков в АСУ можно определить соответствующие уровни оптимизации времени выполнения задачи, которые характеризуют:

- работу ДЛ (операторов) по подготовке и интерактивной обработке принимаемой и передаваемой информации;

- выполнение специальных расчетных задач боевого, инженерного и тылового обеспечения;

- временные задержки информации в каналах связи, вызванные их перегрузкой и зависящие от мощности возникающих информационных потоков при решении конкретной задачи управления и т.д.

Результаты натурных исследований и данные математического моделирования показывают, что время выполнения основных операций управления может изменяться в широких пределах. В некоторых ситуациях снижается эффективность применения АСУ, и необходимы специальные процедуры оптимизации информационных потоков для устранения недопустимого и практически неконтролируемого увеличения времени выполнения задачи управления.

При проектировании АСУ задача уменьшения времени реализуется путем создания многоуровневой системы оптимизации информационных потоков.

При этом необходимо:

- разработать методiku и соответствующее программно-алгоритмическое обеспечение минимизации временных потерь в работе должностных лиц за счет создания кусочно-детерминированных сеансов управления и связи;

- создать адаптируемые по параметру времени алгоритмы специальных расчетных задач;

- разработать алгоритм управляемой селекции передаваемых и принимаемых сообщений (команд и донесений) по параметру категории срочности с буферизацией и семафорами;

- создать программно-алгоритмическое обеспечение оптимизации очередей сообщений с дисциплиной переадресования;

- разработать систему математических моделей для полунатурной отработки программно-алгоритмического обеспечения для оптимизации информационных потоков.

Важнейшей характеристикой, влияющей на оптимизацию информационных потоков (ИП) в АСУ, является топология построения схемы связи, поскольку от правильного выбора и организации схемы связи в дальнейшем зависит эффективность ее работы. В литературе [80], [83] рассматриваются различные варианты топологии информационных сетей специального назначения, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки. Современные АСУ часто используют так называемую сетевую топологию.

Сетевая топология — это геометрическая форма (или физическая связность) информационной сети. При выборе топологии сети преследуют три основные цели:

- обеспечение максимально возможной надежности приема всего трафика (альтернативная маршрутизация);

- обеспечение максимально возможной гибкости выбора маршрута доведения или минимизации трафика по тракту в сети между пунктами управления (ПУ);

- предоставление конечному пользователю наиболее выгодного значения времени ответа и пропускной способности сети передачи данных.

Надежность информационной сети зависит от способности передавать правильно (без ошибок) данные ДЛ из одного ПУ в другой. Она обеспечивается способностью восстановления технических средств автоматизации (ТСА) ПУ после ошибок или потери данных в сети. Надежность также зависит от технического обслуживания ТСА и средств связи, которое включает оперативное тестирование, профилактическое обслуживание, например диагностирование и замену отказавших или допустивших сбой компонент. В случае возникновения неисправности какого-либо компонента сетевая диагностическая система должна обнаружить ошибку, локализовать неисправность и, возможно, отключить этот компонент от сети.

Второй основной целью при выборе топологии является обеспечение наименьшей длины тракта между прикладными процессами, связанными с ПУ, которое включает:

- минимизацию фактической длины канала между компонентами, которая обычно включает маршрутизацию трафика через наименьшее число промежуточных компонентов;

- выбор наиболее упрощенного транспортного сервиса канала передачи данных для конкретного применения (например, для передачи высокоприоритетных данных по сравнительно простой коммутируемой высокоскоростной проводной (или радио) линии в противоположность передаче тех же данных по высоконадежному низкоскоростному каналу).

Третья основная цель состоит в обеспечении наиболее выгодного времени ответа и пропускной способности сети передачи данных.

Малое время ответа предполагает минимизацию задержки между моментами передачи и получением данных ПУ, что особенно важно для интерактивных сеансов работы должностных лиц. Наибольшая пропускная способность означает минимизацию процедуры обработки информации и, соответственно, передачу максимального количества данных пользователя за заданное время.

Наиболее полно удовлетворяет сформулированным целям сетевая иерархическая топология.

Сетевая иерархическая топология в настоящее время является одной из самых распространенных при проектировании АСУ. Программное обеспечение

для управления сетью является относительно простым. В большинстве случаев сетью управляет ПУ на самом высоком уровне иерархии. При этом им инициируется и распространение трафика между ПУ. Часто реализуют распределенный подход к иерархической сети, при котором в системе подчиненных ПУ АСУ каждый из них обеспечивает непосредственное управление пунктами, находящимися ниже в иерархии. Это уменьшает нагрузку на центральный командный пункт (КП).

Иерархическая топология является привлекательной с точки зрения простоты управления, однако она включает ряд трудно разрешимых проблем. В некоторых случаях самый верхний КП, обычно КП крупного ракетного подразделения (КРП), управляет всем трафиком между ПУ АСУ. Это может создать не только «узкие места» (с точки зрения пропускной способности), но и проблемы надежности. В случае отказа КП самого верхнего уровня функции сети нарушаются полностью, если только в качестве резерва не предусмотрен ПУ, дублирующий КП КРП.

Преимущества и недостатки иерархической сети передачи — четко очерченные линии управления с частыми заторами в верхних уровнях и порой недостаточным делегированием ответственности нижним уровням. Для борьбы с этими недостатками для связи ПУ верхнего уровня с нижестоящими абонентами применяются дополнительные (обходные) маршруты.

Другой наиболее часто применяемой топологией при проектировании АСУ является горизонтальная топология.

Горизонтальная, или шинная, топология весьма популярна в локальных вычислительных сетях (ЛВС). Она является относительно простой для управления трафиком между ПУ, поскольку шина допускает, чтобы каждое сообщение принималось всеми станциями, т.е. одна-единственная станция работает в широкоэмитальном режиме на несколько станций. Главный недостаток горизонтальной топологии связан с тем фактом, что для обслуживания всех устройств в сети обычно имеется только один канал передачи данных. Следовательно, в случае отказа канала погибает вся сеть. Некоторые варианты сетей предусматривают полное резервирование на случай потери основного канала, другие — переключатели для обхода отказавших узлов. Проблема, связанная с этой конфигурацией, состоит в трудности локализации отказов с точностью до отдельной компоненты, подключенной к шине. Отсутствие точек концентрации делает проблему различения неисправностей трудноразрешимой.

Рассмотрим иерархическую структуру крупного ракетного подразделения, оснащенного комплексом АСУ (рис. 7.3). Командиру ракетного подразделения на КП КРП подчиняются несколько ракетных дивизионов (РДН). Каждому командиру РДН подчиняются несколько стартовых батарей (СБАТР). В каждую СБАТР входят несколько стартовых пусковых установок (СПУ). Таким образом, получается классическая иерархическая древовидная структура.

Для АСУ выбрана иерархическая схема с элементами ячеистой топологии, реализованной в виде дополнительных маршрутов доведения информации, которые могут коммутироваться.

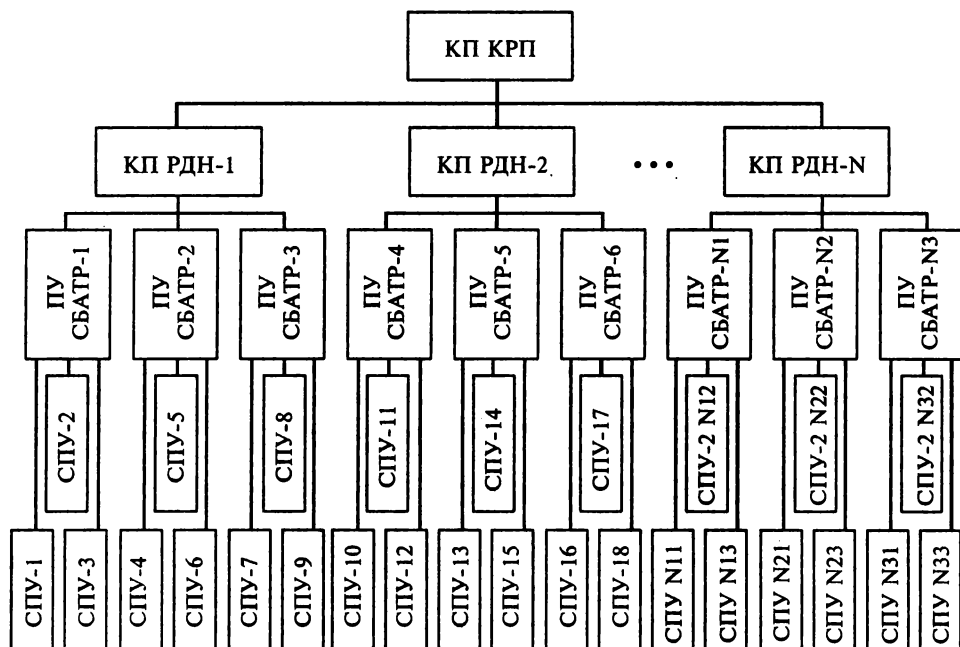


Рис. 7.3

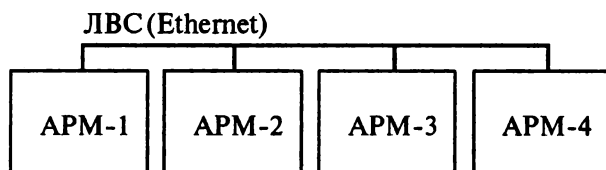


Рис. 7.4

Иерархическая схема обеспечивает высокую надежность и диагностируемость сети из-за наличия в ней центрального узла — КП КРП.

Ячеистость (дополнительные маршруты доведения информации) — обеспечивает гибкость при выборе информационных потоков и разгрузку центрального узла.

Коммутируемость обеспечивает оперативную программно-управляемую коммутацию каналов — маршрутов трафика.

Автоматизированные рабочие места (АРМ) внутри КШМ объединены в ЛВС Ethernet, которая имеет горизонтальную (шинную) топологию (см. рис. 7.4). Эта топология обеспечивает наибольшую скорость передачи данных особенно при групповом обмене, что актуально для КШМ, поскольку АРМ должны ве-

сти между собой активный обмен сообщениями, характеризующимися большим количеством информации.

По каналам связи циркулируют сообщения, включающие в себя команды, распоряжения, доклады и другую информацию, в том числе речевые сообщения и речевую почту. В процессе выполнения задачи структура и топология связи, а также направление иерархии могут изменяться в связи с выходом из строя (или дискредитацией) пунктов управления соответствующего уровня, например, при выходе из строя командного пункта крупного ракетного подразделения (КП КРП) функции данного ПУ могут быть переданы на нижестоящие ПУ (КП РДН либо ПУ СБАТР).

Комплекс средств автоматизации (КСА) КП КРП является центральным узлом сети, в нем сходятся все главные информационные потоки, что обеспечивает высокую диагностируемость сети. Наличие дополнительных (обходных) маршрутов доведения информации к центральному узлу обеспечивает гибкость, надежность, оперативность работы АСУ в целом. Таким образом получается гибридная иерархическая схема с ячеистой структурой.

В связи с этим приобретает особую актуальность оптимизация процедуры реструктуризации АСУ.

Поэтому наиболее приемлемой топологией АСУ РВ будем считать иерархическую топологию с коммутируемыми каналами и возможностью динамического изменения топологии сети в процессе применения.

Вторым за топологией важнейшим параметром информационного потока (ИП), подлежащим оптимизации, является его структура.

При этом важнейшими характеристиками, определяющими структуру сообщения (как единицы ИП), являются длина сообщения (короткие и длинные команды, распоряжения, сигналы оповещения, доклады); категория срочности (приоритет сообщения); тип адресации (одно- и многоадресные, циркулярные); с ретрансляцией (без таковой) и др.

Структура ИП строится из отдельных передаваемых и принимаемых информационных сообщений, формат которых в литературе часто называют протоколом информационного обмена пользовательского уровня. Так, в [83] определено четыре типа документов (сообщений), используемых на этом уровне.

Управляющий документ — используется для управления диалогом и определяет типы запросов от терминала и специфические инструкции к запросам.

Документ оператора — обеспечивает приоритетное сообщение от средства диалога к оператору терминала.

Обычный документ — обеспечивает обмен стандартными документами.

Документ монитора — посылается средством диалога для использования терминалом, который непосредственно недоступен оператору.

При этом необходимо определить следующие понятия:

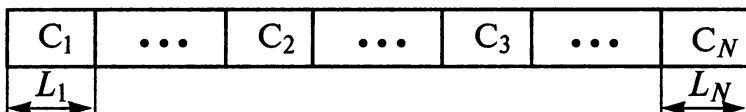


Рис. 7.5

Информационный поток — последовательность элементов данных, часто упакованных в виде формализованных сообщений, имеющих размер и содержательную часть (рис. 7.5).

Структура информационного потока есть временная последовательность сообщений разнообразного содержания, требующих различной обработки.

Как видно из приведенной схемы информационного обмена АСУ (рис. 7.3), информационные потоки между пунктами управления, приходящие из различных источников и «сходящиеся» в каком-либо пункте обработки информации, могут вступать в конфликт из-за ограниченной производительности процессора управляющей ЭВМ и невозможности одновременной обработки сразу нескольких поступивших заявок (сообщений). Сообщения, требующие обработки, выстраиваются в очередь, которая реализуется специальным диспетчером в соответствии с приоритетом.

Поэтому структура информационных потоков при решении задачи ее оптимизации также является объектом исследования, поскольку управляя оптимальным выбором структуры информационных потоков, можно существенно сокращать очереди сообщений на обработку.

При этом могут оптимизироваться следующие параметры структуры информационного потока: время следования сообщений; приоритет обработки потока и отдельных его сообщений; порядок следования и обработки сообщений (откладывание обработки или игнорирование сообщений с низким приоритетом).

Процесс *формирования* информационных потоков складывается из следующих этапов.

1. Подготовка (расчет) и запись в базу данных (БД) исходных данных для формирования соответствующего сообщения.
2. Работа должностного лица по формированию переменной части и адресных признаков формуляра сообщения либо интерактивное заполнение «бланка» неформализованного сообщения (документа).
3. Работа аппаратуры передачи информации и программного обеспечения (ПО) транспортного уровня.
4. Получение автоматического подтверждения о получении сообщения.
5. Запрос необходимой информации, например в контрольно-пусковой аппаратуре стартовой пусковой установки (КПА СПУ).

Первые три этапа обеспечивают формирование пакетов сообщений; передачу пакетов сообщений по каналам связи; разбор конфликтов (очереди) сообщений или отдельных пакетов.

Передача информации в АСУ РВ организуется в соответствии с международным стандартом для передачи данных, называемым базовой моделью взаимодействия открытых систем (OSI — open system interconnection).

Как указано выше, для взаимодействия должностных лиц, находящихся на отдельных ПУ АСУ, используются различные виды формализованных сообщений, такие, как команды; распоряжения; приказы; сигналы оповещения и т.д., которые совместно с документами оформляются в виде кодированных сообщений и передаются по проводным и радиоканалам АСУ.

Оптимизация информационных потоков применяется на всех указанных уровнях передачи информации. Однако в данной книге наиболее подробно рассмотрена оптимизация на шестом и седьмом уровнях рассматриваемой модели, т.е. на уровне представления данных и на прикладном уровне, а для остальных уровней выработаны только принципы, но не механизмы реализации.

На шестом и седьмом уровнях (до начала процесса обработки) принятые сообщения распределяются по “внутренним потребителям”.

Процесс *обработки* информационных потоков складывается из следующих этапов.

1. Просмотр очереди сообщений на обработку.
2. Выбор нужного сообщения из очереди.
3. Отображение принятого информационного сообщения и сохранение его в архиве.
4. Запоминание информационных полей сообщения в БД.

С точки зрения возможности оптимизации информационных потоков в АСУ должны выполняться следующие основные требования.

1. Наиболее приемлемой схемой информационной связи АСУ ракетного подразделения является иерархическая радиосеть с диапазоном действия в пределах позиционного района с коммутируемыми каналами и возможностью динамического изменения топологии сети в процессе применения.

2. Оптимизируемыми параметрами структуры информационных потоков являются время формирования потока сообщений; время обработки потока и отдельных его сообщений при приеме — передаче; приоритет обработки потока и отдельных его сообщений.

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Книга написана сотрудниками Центрального научно-исследовательского института автоматики и гидравлики (ЦНИИАГ).

Коллектив ЦНИИАГ несколько десятилетий занимается разработкой систем управления ракетными комплексами Сухопутных войск. Именно в ЦНИИАГ разработаны системы управления широко известных в мире ракетных комплексов «Точка», «Точка-У», «Ока», «Искандер-Э».

Системы управления высокоточных ракетных комплексов разрабатываются на базе последних достижений прикладных научных исследований и современных информационных технологий.

Информационные технологии занимают особое место в ряду технологий, разрабатываемых для современного высокоточного оружия. Именно они, по мнению российских и зарубежных специалистов, будут определять облик вооружений и Вооруженных Сил будущего.

Информационные технологии являются приоритетным направлением в деятельности ЦНИИАГ и применяются как в военной, так и в гражданской областях, в том числе при чрезвычайных ситуациях, в городском хозяйстве, медицине, ряде промышленных производств.

В ЦНИИ автоматики и гидравлики работают высококвалифицированные специалисты в области создания наукоемких технологий.

ЦНИИАГ имеет устойчивые деловые и творческие связи с ведущими научными и промышленными фирмами страны.

Институт готов сотрудничать с заинтересованными предприятиями и организациями в различных областях науки и техники.

Адрес ЦНИИАГ: Россия, 127018, г. Москва, ул. Советской Армии, 5.

Список литературы

1. *Оружие России*. М.: Издательский дом "Военный парад", 2000.
2. *Морозов В.П.* Курс сфероидической геодезии. М.: Недра, 1979.
3. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика: основные задачи и методы. М.: Физматгиз, 1975.
4. *Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г.* Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука, 1987.
5. *Баллистика и навигация ракет*/А.А. Дмитриевский, И.М. Иванов, Л.Н. Лысенко, С.С. Богодистов; Под редакцией А.А. Дмитриевского. М.: Машиностроение, 1985.
6. *Параметры Земли 1990 г.* М.: Координационный научно-информационный центр, 1998.
7. *ГОСТ 4401—81.* Таблица стандартной атмосферы.
8. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука, 1982.
9. *Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973.
10. *Могилевский В.Д.* Наведение баллистических летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1976.
11. *Лебедев А.А., Герасюта Н.Ф.* Баллистика ракет (Некоторые задачи баллистики ракет дальнего действия). М.: Машиностроение, 1970.
12. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Издательство физ.-мат. литературы, 1961.
13. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
14. *Рассеивание ракет Сухопутных войск с автономными инерциальными системами управления*/ Л.Н. Александровская, А.С. Парфенов, Э.П. Спирин и др. М.: ЦНИИ информации, 1991.
15. *Охоцимский Д.Е., Энеев Г.М.* Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли// *Успехи физических наук*. Т. 63. 1957.
16. *Пономарев В.М.* Теория управления движением космических аппаратов. М.: Наука, 1965.
17. *Движение ракет (Введение в теорию полета ракет)*/А.А. Дмитриевский, В.П. Казаковцев, Л.Н. Лысенко и др.; Под редакцией А.А. Дмитриевского. М.: Воениздат, 1968.
18. *Беттин Р.* Наведение в космосе: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1966.
19. *Лоуден Д.Ф.* Оптимальные траектории для космической навигации: Пер. с англ. М.: Мир, 1963.

20. *Высокоточное инерциальное управление на всей траектории твердотопливными тактическими ракетами без отсечки тяги* /С.А. Ковальчук, Э.П. Спирин, В.Ф. Устинов и др.; Под ред. Б.С. Колесова, В.Ф. Устинова. М.: ЦНИИ информации, 1984.
21. *Комаров М.А., Чуев Ю.В.* Теория полета тактических и оперативно-тактических ракет. М.: МО СССР, 1964.
22. *Вопросы управления оперативно-тактическими ракетами без обнуления тяги двигательной установки* /В.Б. Брейман, Б.Н. Лагутин и др.; Под ред. А.Д. Надирадзе. М.: ЦНИИ информации, 1988.
23. *Феодосьев В.И.* Основы техники ракетного полета. М.: Наука, 1970.
24. *Летов А.М.* Динамика полета и управления. М.: Наука, 1969.
25. *Лебедев А.А., Карабанов В.А.* Динамика полета беспилотных аппаратов. М.: Машиностроение, 1972.
26. *Остославский И.В., Стражева И.В.* Динамика полета. М.: Машиностроение, 1969.
27. *Хитрик М.С., Федоров С.М., Арнс В.Д. и др.* Динамика систем управления ракет с бортовыми цифровыми вычислительными машинами. М.: Машиностроение, 1972.
28. *Ишлинский А.Ю.* Инерциальное управление баллистическими ракетами. М.: Наука, 1968.
29. *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации (автономные системы). М.: Наука, 1966.
30. *О'Доннел К.Ф. и др.* Инерциальная навигация. М.: Наука, 1969.
31. *Горенштейн И.А., Шульман И.А.* Инерциальные навигационные системы. М.: Машиностроение, 1979.
32. *Бортовые терминальные системы управления*/Б.Н. Петров, Ю.П. Портнов-Соколов, А.Я. Андриенко и др. М.: Машиностроение, 1983.
33. *Батенко А.П.* Системы терминального управления. М.: Радио и связь, 1984.
34. *Габасов Р.Г., Кириллова Ф.М.* Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971.
35. *Математическая теория оптимальных процессов*/Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкредидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Физматгиз, 1961.
36. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1966.
37. *Кротов В.Ф., Гурман В.И.* Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973.
38. *Растрюгин Л.А.* Системы экстремального регулирования. М.: Наука, 1974.
39. *Батухтин В.Д., Майборода Л.А.* Оптимизация разрывных функций. М.: Наука, 1984.
40. *Моисеев Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1978.
41. *Евтушенко Ю.Г.* Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1978.
42. *Федоренко Р.П.* Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.

43. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973.
44. Боднер В.А., Роднищев Н.Е., Юриков Е.П. Оптимизация терминальных стохастических систем. М.: Машиностроение, 1987.
45. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.
46. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1982.
47. Баринов К.Н., Несонов В.П. Краевые задачи динамики полета КА. М.: МО СССР, 1979.
48. Еругин Н.П. Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую// Прикладная математика и механика. 1962. Вып. 2.
49. Тарасов Е.В. Алгоритмы оптимального проектирования летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1970.
50. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978.
51. Александров В.М. Решение задач оптимального управления на основе метода квазиоптимального управления// Труды института математики СО АН. Т.10. Наука. 1988.
52. Брайсон А., Хо Ю Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972.
53. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Издательство иностранной литературы, 1960.
54. Курант Р. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Мир, 1968.
55. Спирин Э.П. Комбинация метода Фибоначчи с методом статистических испытаний при решении некоторых экстремальных задач// Отраслевой сборник. Серия IX. 1975. Вып. 51.
56. Котиков В.Г., Кузьмин Н.А., Спирин Э.П. Формирование в полете программы изменения угла тангажа заданной структуры // Отраслевой сборник. Серия IX. 1989. Вып. 3 (172).
57. Сетевые спутниковые радионавигационные системы/ Под редакцией В.С. Шебшаевича. М.: Радио и связь, 1993.
58. Ривкин С.С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах. Л.: Судостроение, 1973.
59. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана—Бьюси. М.: Наука, 1978.
60. Проектирование систем стабилизации тактических твердотопливных ракет, под редакцией Б.С. Колесова. М.: ЦНИИ информации, 1978.
61. Мельников Б.Г. Статистический синтез радиотехнических измерителей навигационных параметров. М.: МО СССР, 1982.
62. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Советское радио, 1974.

63. Мельников Д.Б. Оптимальная фильтрация навигационных параметров при статистически неопределенном входном воздействии // Известия вузов. Приборостроение, 1995. Т.38.
64. Хуторцев В.В., Свечарник В.Д., Моисеев Д.В. Синтез алгоритмов оценивания квазидетерминированных процессов на основе метода пространственно-дифференциальной фильтрации // Радиотехника, 1997. № 3.
65. Дубровин В.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. М.: Наука, 1986.
66. Дьяченко В.М., Котиков В.Г., Свечарник В.Д. Способ оценивания параметров управляемого движения в атмосфере по внешним измерениям//Отраслевой сборник. Серия IX. 1995. Вып.1 (213).
67. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1964.
68. Ермаков С.М., Михайлов Г.Н. Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1976.
69. Астапов Ю.М., Медведев В.С. Статистическая теория системы автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1982.
70. Инерциальные системы управления / Под редакцией Д. Питтмана. М.: Воениздат, 1964.
71. Лебедев Р.К. Стабилизация беспилотного летательного аппарата инерциальной системой. М.: Машиностроение, 1977.
72. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1968.
73. Бикел П., Доксам К. Математическая статистика. М.: Финансы и статистика, 1983. Вып 1.
74. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. М.: Мир, 1980.
75. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука, 1968.
76. Большой Л.И., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
77. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969.
78. Дейвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука, 1979.
79. Шеверов Д.Н. Проектирование беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978.
80. Липаев В.В. Системное проектирование сложных программных средств для информационных систем. М.: Синтег, 1999.
81. Горелов В.В., Вуколов Ю.Н., Лющанов М.А. и др. Опыт разработки аппаратуры шифрования и передачи данных на базе специализированной ЭВМ БАГЕТ для АСУ/ / Актуальные вопросы военной науки и образования, 2001, Поволжское отделение Академии военных наук.
82. Лющанов М.А., Вуколов Ю.Н. Особенности разработки программно-алгоритмического обеспечения управляющих вычислительных систем летательных аппаратов // Отраслевой сборник. Серия IX. 1997.

83. Вуколов Ю.Н., Лющанов М.А. Оптимизация информационных потоков в комплексах средств автоматизации управления и связи ракетной бригадой Сухопутных войск // Сб. тезисов докладов и сообщений науч.-техн. конференции «Совершенствование боевого применения и управления ракетными частями и подразделениями» СВВКИУ РВ, Саратов, 1998.

84. Москаева Е.С., Лющанов М.А. Организация вычислительного процесса в аппаратуре боевого управления и связи // Сб. тезисов докладов и сообщений научно-технической конференции «Совершенствование боевого применения и управления ракетными частями и подразделениями» СВВКИУ РВ, Саратов, 1998.

85. Кискин А.Н., Лющанов М. А. Программное обеспечение реконфигурации комплекса средств автоматизированного управления в реальном масштабе времени// Сб. тезисов докладов и сообщений научно-технической конференции «Совершенствование боевого применения и управления ракетными частями и подразделениями» СВВКИУ РВ, Саратов, 1998.

86. Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. М.: Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979.

87. Баклицкий В.К., Юрьев А.Н. Корреляционно-экстремальные методы навигации. М.: Радио и связь, 1982.

88. Белавин О.В. Основы радионавигации. М.: Советское радио, 1977.

89. Фендриков Н.М., Яковлев В.Н. Методы расчетов боевой эффективности вооружения. М.: Воениздат, 1971.

**Борис Георгиевич Гурский
Михаил Аркадьевич Люшанов
Эдуард Петрович Спирин
Анатолий Федорович Ескин
Алексей Васильевич Зимин
Станислав Алексеевич Ковальчук
Виталий Александрович Павельев
Валерий Давыдович Свечарник
Виктор Леонидович Солунин
Яков Александрович Трубкин**

**Основы теории систем управления высокоточных
ракетных комплексов Сухопутных войск**

*Редактор О.Ю. Соколова
Корректоры Г.С. Беляева, О.Ю. Соколова
Художник Н.Г. Столярова
Компьютерная верстка И.Ю. Луканиной*

Изд. лиц. № 020523 от 25.04.1997 г.

Подписано в печать 29.05.01. Формат 70х100/16. Печать офсетная.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печ. л. 20,5. Усл. печ. л. 26,65.
Уч.-изд. л. 26,2. Тираж 1000 экз. Заказ № 1698

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
107005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета
в ППП «Типография «Наука» 121099, Москва, Шубинский пер., 6

Основы теории систем управления
высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск

ISBN 5-7038-1824-9



9 785703 818244