

УЧЕБНОЕ

ПОСОБИЕ

**Р. П. Рудакова, А. А. Букин,
В. И. Гаврилов**

ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ



**Издательская программа
300 лучших учебников для высшей школы**

осуществляется при поддержке Министерства образования и науки РФ

ПИТЕР®

**Москва · Санкт-Петербург · Нижний Новгород · Воронеж
Ростов-на-Дону · Екатеринбург · Самара · Новосибирск
Киев · Харьков · Минск**

2007

ББК 60.6я7
УДК 311(075)
Р83

*Рудакова Римма Прокопьевна
Букин Леонид Леонидович
Гаврилов Виктор Иванович*

Практикум по статистике

Серия «Учебное пособие»

Заведующий редакцией	<i>С. Жильцов</i>
Руководитель проекта	<i>Е. Базанов</i>
Ведущий редактор	<i>В. Мамаев</i>
Выпускающий редактор	<i>Е. Маслова</i>
Литературный редактор	<i>В. Мамаев</i>
Художественный редактор	<i>К. Радзевич</i>
Корректоры	<i>И. Клименченко, М. Одинокова</i>
Верстка	<i>А. Полянский</i>

Рудакова Р. П., Букин Л. Л., Гаврилов В. И.

Р83 Практикум по статистике. СПб.: Питер, 2007. 288 с.: ил. (Серия «Учебное пособие»).

ISBN 978-5-91180-481-7

Данный практикум составлен в соответствии с учебной программой и учебным пособием «Статистика» и предназначен для студентов экономических специальностей, а также аспирантов, преподавателей и практических работников, занимающихся вопросами планирования и анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятий.

В практикуме по каждой теме в сжатой форме приводятся методические указания о методах расчета и анализа показателей. Представлены решения типовых задач и набор задач для самостоятельной работы студентов.

© ООО «Питер Пресс», 2007

Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-5-91180-481-7

ООО «Питер Пресс», 198206, Санкт-Петербург, Петергофское шоссе, д. 73, лит. А29.

Налоговая льгота общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2, 95 3005 литература учебная.

Подписано в печать 29.05.07. Формат 60×90/16. Усл. п. л. 18. Тираж 3000. Заказ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1	
Сводка и группировка.....	6
Глава 2	
Показатели, характеризующие численность совокупности и объем изучаемого социально-экономического явления	22
Глава 3	
Методы измерения обобщающих характеристик, вариации и формы распределения однородной совокупности	29
Глава 4	
Методы изучения связей между экономическими явлениями	60
Глава 5	
Выборочное наблюдение	89
Глава 6	
Применение статистических методов при анализе динамических процессов и явлений	100
Глава 7	
Индексы и их применение в экономических исследованиях	134
Глава 8	
Комплексное применение статистических методов в анализе и прогнозировании экономических явлений	154
Глава 9	
Система национальных счетов (СНС)	173
Глава 10	
Статистика уровня жизни населения и демографическая ситуация в стране	187
Глава 11	
Статистика трудовых ресурсов	209

Глава 12	
Статистика основного и оборотного капитала	231
Глава 13	
Статистика издержек производства и обращения на предприятии	250
Глава 14	
Статистика финансов предприятий	258
Глава 15	
Статистика цен	265
Глава 16	
Статистика страхования	276
Список рекомендуемой литературы	288

ПРЕДИСЛОВИЕ

Становление рыночных отношений в экономике России изменило и статистическую систему. Перед статистикой поставлена новая задача — реформирование методологических и организационных основ статистической теории и практики.

Несмотря на разнообразие сфер применения статистики, имеются общие методы статистической обработки информации. Изучающим статистику целесообразно сначала освоить приемы и методы, присущие общей теории статистики, а затем ознакомиться с их комплексным применением с целью более глубокого анализа изучаемых экономических процессов. Такого рода углубленный анализ позволяет производить и более достоверный прогноз, что весьма важно не только при прогнозировании макроэкономических показателей, но и на уровне отдельного предприятия.

Без предвидения управление любыми процессами, особенно экономическими, невозможно. Каждый специалист, менеджер любого звена управления должен владеть навыками прогнозирования. Помочь решению этой задачи и призван данный практикум.

Книга составлена в соответствии с учебной программой и учебным пособием «Статистика», вышедшим в 2005 г., и предназначена для студентов экономических специальностей, а также аспирантов, преподавателей и практических работников, занимающихся вопросами планирования и анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятий.

По каждой теме в сжатой форме приводятся указания о методах расчета и анализа показателей. Представлены решения типовых задач и набор задач для самостоятельной работы студентов.

Главы 1–8, 10–13 написаны кандидатом экономических наук, профессором Р. П. Рудаковой, гл. 9, 14–16 написаны авторами совместно.

Авторы благодарят за тщательное рецензирование рукописи и ценные замечания доктора экономических наук, профессора М. М. Юзбашева и доктора экономических наук, профессора Н. М. Космачеву.

Глава 1

СВОДКА И ГРУППИРОВКА

Первым этапом исследования является накопление (сбор) необходимых сведений об изучаемом объекте. Если наблюдений не очень много, то можно провести упорядочение, расположив их в порядке возрастания или убывания, т. е. построить ранжированные ряды. Если же наблюдений много, то приходится прибегать к их группировке. Под группировкой понимают расчленение единиц совокупности на группы, однородные по какому-либо признаку, характеризуя их системой показателей.

По своему содержанию группировки делятся на три вида:

- типологические группировки — выделение социально-экономических типов (например, группировки хозяйствующих объектов по формам собственности);
- структурные группировки, характеризующие структуру изучаемых явлений (например, структура населения по полу, возрасту, национальному составу);
- статистические группировки, характеризующие взаимосвязи между отдельными признаками изучаемого явления.

Группировки осуществляются по группировочным признакам. Если она произведена по одному группировочному признаку, то это простая группировка, а по нескольким — комбинированная.

Группировочные признаки могут быть выражены словесно, они носят название «атрибутивные», или цифровыми характеристиками — «количественные». Последние, в свою очередь, подразделяются на дискретные, выраженные чаще целыми числами (численность рабочих, количество техники), и признаки, выраженные в интервале. Интервалом служит разница между максимальным и минимальным значениями признака в каждой группе.

Если группировочный признак не сильно изменяется, то применяю группировку с равными интервалами.

Величина равного интервала определяется по формуле:

$$d = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n},$$

где $X_{\max}$ и $X_{\min}$ — максимальное и минимальное значение признака, n — число групп.

Если совокупность небольшая (до 30), то целесообразно выделить три группы, так как при этом определится передовая, отстающая и так называемая «золотая середина».

Если изучаемая совокупность большая, то число групп можно определить по формуле Стерджесса:

$$n = 1,000 + 3,22 \lg N,$$

где N — число единиц совокупности.

При сильной вариации группировочного признака производят группировку с неравными интервалами (возрастающими или убывающими). В этом случае целесообразно пользоваться следующими правилами:

1. Интервалы выбирают так, чтобы число единиц в образованных группах было достаточно велико.
2. При этом нельзя допускать, чтобы в одной из групп было сосредоточено более половины всех единиц совокупности.
3. Крайние группы должны быть, как правило, менее многочисленны по единицам совокупности, чем средние. Это в том случае, если исследуемая совокупность соответствует закону нормального распределения.

Интервалы группировки могут быть *закрытыми* (с указанием обеих границ) и *открытыми*, имеющими какую-либо одну границу — верхнюю или нижнюю. Они применяются чаще всего, когда признак изменяется неравномерно.

Следующей за группировкой ступенью систематизации статистической информации является статистическая сводка, представляющая собой совокупность приемов научной обработки информации, позволяющих получить обобщающие статистические показатели, характеризующие состояние, взаимосвязи и закономерности развития явления в целом.

Статистическая сводка включает следующие операции:

- статистическую группировку единиц совокупности;
- сводку (суммирование) числа единиц совокупности и значений признаков, т. е. получение показателей в абсолютном выражении;

- расчет показателей в относительной форме;
- табличное и графическое оформление полученных данных.

В результате статистической сводки осуществляется переход от данных, характеризующих отдельные единицы совокупности к сводной информации, характеризующей изучаемую совокупность в целом.

Результаты сводки и группировки оформляются в виде статистических таблиц, которые имеют два элемента:

- подлежащее — объекты, которые характеризуют рядом цифровых показателей;
- сказуемое — характеристика подлежащего.

В зависимости от характера подлежащего различают три вида таблиц:

- простые или перечневые, в которых в подлежащем представлен перечень предприятий, районов и др.;
- групповые таблицы, подлежащее которых образовано в результате группировки единиц по одному какому-то признаку;
- комбинированные таблицы, подлежащее которых представляет результаты группировки по двум или нескольким признакам.

Основные правила построения таблиц.

1. Каждая таблица должна иметь название, из которого становится известно, какой круг вопросов излагается или иллюстрируется таблицей. Должны быть указаны объект, время и единицы измерения, если они одинаковы для всей таблицы.
2. Если единицы измерения разные, то они указываются в верхних или боковых заголовках таблицы.
3. Желательно графы нумеровать, так как это удобно при последующем анализе и в случае необходимости переноса таблицы на другую страницу.
4. Не следует строить громоздких таблиц. Некоторые графы или строки целесообразно объединить в «прочие».
5. В каждой табличной клетке должно стоять какое-то число, но могут быть пропуски:
 - а) если нет сведений, то ставят многоточие (...);
 - б) если отсутствует само явление, то прочерк (—);
 - в) если очень малое число по сравнению с другими, то ставят (0, 0);
 - г) если не подлежит заполнению, то (X).

Решение типовых задач

Задача 1.1. Из отчетов промтоварных магазинов получены следующие данные.

№ мага- зина	Торговая площадь, м ²	Годовой товарооборот, млн руб.	№ мага- зина	Торговая площадь, м ²	Годовой товарооборот, млн руб.
1	190	1290	12	358	2312
2	580	2880	13	190	1508
3	630	2410	14	240	1284
4	510	2460	15	390	2662
5	408	1868	16	150	918
6	196	802	17	620	1773
7	420	2692	18	356	2516
8	287	2475	19	492	3200
9	441	2432	20	380	1964
10	280	1032	21	537	2555
11	750	2443	22	203	640

1. Произведите группировку по торговой площади, разделив магазины на три группы.
2. По каждой группе рассчитайте годовой товарооборот в среднем на один магазин.
3. Оформите результаты в виде таблицы с соответствующим названием.
4. Сделайте соответствующие выводы.

Решение. Для решения задачи необходимо сначала определить величину интервала группировочного признака (торговой площади) по формуле:

$$d = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}.$$

Поскольку совокупность невелика, то целесообразно выделить три группы.

Значит,

$$d = \frac{750 - 150}{3} = 200.$$

По торговой площади выделяем три группы с интервалами.

I группа — 150–350.

II группа — 350–550.

III группа — 550–750.

Строим вспомогательную таблицу, в которой в каждой группе определим число магазинов, имеющих соответствующую торговую площадь, общую сумму годового товарооборота и средний товарооборот на один магазин.

Группы магазинов по торговой площади, м ²	I группа	II группа	III группа
	150–350	350–550	550–750
Номера магазинов, попавшие в соответствующую группу	1; 6; 8; 10; 13; 14; 16; 22	4; 5; 7; 9; 12; 15; 18; 19; 20; 21;	2; 3; 11; 17
Число магазинов в группе	8	10	4
Годовой товарооборот в каждом из магазинов	1290	2460	2880
	802	1868	2410
	2475	2692	2443
	1032	2432	1773
	1508	2312	
	1284	2662	
	918	2516	
	640	3200	
		1964	
		2555	
Общая сумма грузооборота	9949	24 661	9506
Товарооборот в среднем на один магазин	1244	2466	2376

На основе вспомогательной таблицы строим таблицу, выражающую зависимость товарооборота от торговой площади магазина:

Группы магазинов по величине торговой площади, м ²	Число магазинов	Общий годовой товарооборот, млн руб.	Годовой товарооборот в среднем на один магазин, млн руб.
150–350	8	9949	1244
350–550	10	24 661	2466
550–750	4	9506	2376
Итого в среднем	22	44 116	2005

Данная группировка показывает, что с увеличением торговой площади годовой товарооборот увеличивается, но до определенных пределов. В магазинах с величиной торговой площади больше 550 м² товарооборот несколько снижается.

Задача 1.2. Имеются данные о численности работников, величине торговой площади и годовом товарообороте по совокупности магазинов.

1. Произвести комбинированную группировку, разделив совокупность магазинов на две группы по среднемесячной численности работников и на две подгруппы по торговой площади.

№ мага- зина	Средне- списочная числен- ность работни- ков, чел.	Торго- вая пло- щадь, м ²	Годовой товаро- оборот, млн руб.	№ мага- зина	Средне- списочная числен- ность работни- ков, чел.	Торго- вая пло- щадь, м ²	Годовой товаро- оборот, млн руб.
1	21	186	1295	16	48	390	2660
2	68	579	2876	17	20	150	920
3	45	630	2411	18	30	175	1376
4	45	510	2460	19	42	620	1775
5	34	468	1900	20	47	350	2520
6	18	196	902	21	51	492	2200
7	53	420	2692	22	45	380	1990
8	41	486	1475	23	63	537	2560
9	48	441	2430	24	18	203	700
10	29	280	1032	25	57	370	2912
11	45	750	2343	26	60	550	2710
12	34	240	1810	27	19	250	820
13	40	458	2312	28	40	581	2405
14	32	190	1600	29	20	190	1306
15	32	240	1284	30	65	545	2601

2. Результаты оформить в комбинационную таблицу и сделать соответствующие выводы.

Решение. Сначала находим величину интервала для группировки по среднесписочной численности работников:

$$d = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} = \frac{68 - 18}{2} = 25 \text{ чел.}$$

Затем определим величину интервала для выделения подгруппы по торговой площади:

$$d = \frac{750 - 150}{2} = 300 \text{ м}^2.$$

Строим вспомогательную таблицу (табл. на с. 12 сверху).

Теперь построим аналитическую комбинационную таблицу (табл. на с. 12 внизу).

Данная группировка показывает, что с увеличением среднесписочной численности работников товарооборот значительно растет. Об этом свидетельствуют итоговые показатели по группам. Влияние торговой площади на товарооборот проявляется в меньшей степени. Самый большой товарооборот наблюдается при сочетании среднесписочной численности работников более 43 чел. и торговой площади меньше 450 м².

Группы по средней списочной численности работников, чел.	18–43		Более 43	
Подгруппы по торговой площади, м ²	До 450	Более 450	До 450	Более 450
Номера магазинов	1, 6, 10, 14, 15, 17, 18, 24, 27, 29	5, 8, 12, 13, 19, 28	7, 9, 16, 20, 22, 25	2, 3, 4, 11, 21, 23, 26, 30
Число магазинов	10	6	6	8
Товaroоборот	1295 902 1032 1610 1284 920 1376 700 820 1306	1900 1475 1810 2312 1775 2405	2692 2430 2660 2520 1990 2912	1876 2411 2460 2343 2200 2560 2710 2601
Общая сумма товарoоборота	11 245	11 677	15 204	20 161
Товaroоборот в среднем на один магазин	1124,5	1946,2	2534	2520,0

Влияние среднесписочной численности работников и величины торговой площади на годовой товарооборот

Группы по средне-списочной численности работников, чел.	Подгруппы по величине торговой площади, м ²	Число магазинов	Общая сумма товарoоборота, тыс. руб.	Средний товарoоборот в расчете на один магазин, тыс. руб.
18–43	До 450	10	11 245	1124,5
	Более 450	6	11 677	1946,2
Итого по группе		16	22 922	1432,6
Более 43	До 450	6	15 204	2534
	Более 450	8	20 161	2520,0
Итого по группе		14	35 365	2526,1
Всего		30	58 287	1942,9

Ценность комбинированной группировки заключается в том, что она показывает не только влияние каждого из факторов на результат, но и влияние их сочетания.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1.3. Обеспеченность жильем в отдельных и коммунальных квартирах в городе (м^2 на 1 человека).

	Жилая площадь	Вспомогательная площадь
Отдельные квартиры	19,3	8,5
Коммунальные квартиры	11,6	9,1

1. Укажите вид группировки и признак по какому она произведена.
2. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.4. На основании следующих данных произведите группировку по среднесписочной численности работников, разделив всю совокупность магазинов на три группы. По каждой группе рассчитайте годовой товарооборот в среднем на одного работника. Сведите данные в таблицу и сделайте соответствующие выводы.

№ магазина	Средне-списочная численность работников, чел.	Торговая площадь, м^2	Годовой товарооборот, млн руб.	№ магазина	Средне-списочная численность работников, чел.	Торговая площадь, м^2	Годовой товарооборот, млн руб.
1	21	186	1295	16	48	390	2660
2	68	579	2876	17	20	150	920
3	45	630	2411	18	30	175	1376
4	45	510	2460	19	42	620	1775
5	34	468	1900	20	47	350	2520
6	18	196	902	21	51	492	2200
7	53	420	2692	22	45	380	1990
8	41	486	1475	23	63	537	2560
9	48	441	2430	24	18	203	700
10	29	280	1032	25	57	370	2912
11	45	750	2343	26	60	550	2710
12	34	240	1810	27	19	250	820
13	40	458	2312	28	40	581	2405
14	32	190	1600	29	20	190	1306
15	32	240	1284	30	65	545	2601

Задача 1.5. На основании данных, представленных в задаче 1.4:

1. Произведите группировку по торговой площади, разделив на три группы.
2. По каждой группе рассчитайте годовой товарооборот в среднем на один магазин.
3. Оформите результаты в виде таблицы с соответствующим названием.
4. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.6. На основании данных задачи 1.4:

1. Выявите зависимость годового товарооборота от среднесписочной численности работников и торговой площади, произведя комбинированную группировку, разделив совокупность магазинов на три группы по одному группировочному признаку и на две подгруппы по второму группировочному признаку.
2. Оформите комбинационную таблицу.
3. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.7. На основании информации промышленных предприятий региона, представленной ниже:

Номер предприятия	Среднесписочная численность работников	Среднегодовая стоимость основных средств, млн руб.	Выпуск продукции, млн руб.	Номер предприятия	Среднесписочная численность работников	Среднегодовая стоимость основных средств, млн руб.	Выпуск продукции, млн руб.
1	600	8,0	130	12	1200	15,0	340
2	1000	11,0	260	13	1410	19,0	480
3	1200	16,0	370	14	900	12,0	250
4	700	7,5	140	15	1280	14,3	370
5	1280	17,0	420	16	1500	24,0	605
6	1400	21,0	580	17	1290	15,0	370
7	800	8,3	180	18	885	11,0	210
8	820	9,0	186	19	1340	19,0	570
9	1350	18,0	462	20	1400	19,5	580
10	1205	13,0	310	21	1150	12,7	280
11	1400	21,0	580	22	750	8,0	190

1. Произведите группировку предприятий по среднесписочной численности работников.
2. По каждой группе рассчитайте выпуск продукции в среднем на одно предприятие.
3. Оформите результаты в виде таблицы и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 1.8. На основании информации задачи 1.7:

1. Произведите группировку по среднегодовой стоимости основных средств, разделив всю совокупность предприятий на три группы с равными интервалами.
2. Рассчитайте по каждой группе выпуск продукции в среднем на одно предприятие.
3. Оформите результаты в виде статистической таблицы.
4. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.9. На основании данных, представленных в задаче 1.7:

1. Произведите группировку по среднесписочной численности работников, разделив всю совокупность предприятий на три группы.
2. По каждой группе рассчитайте выход продукции на одного работника.
3. Результаты оформите в виде таблицы и сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.10. Основные производственные ресурсы и урожайность в хозяйствах региона приведены в табл. на с. 16.

1. Произведите группировку по среднесписочной численности работников, разделив всю совокупность хозяйств региона на три группы.
2. Рассчитайте по каждой группе среднюю площадь сельхозугодий и пашни, приходящуюся на одно хозяйство.
3. Оформите результаты в виде статистической таблицы и сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.11. На основании данных, представленных в задаче 1.10:

1. Произведите группировку по числу зерноуборочных комбайнов, разделив совокупность хозяйств на три группы.
2. По каждой группе рассчитайте урожайность зерновых культур.
3. Оформите результаты в виде статистической таблицы и сформулируйте соответствующие выводы.

Номер пред- приятия	Площадь сельско- хозяйствен- ных угодий, га	Площадь пашни, га	Средне- числен- ность ра- ботников	Число тракто- ристов	Общая энергети- ческая мощность, тыс. л. с.	Число зерноубо- рочных комбайнов	Урожайность, ц/га		
							зерновых	картофеля	кормовых корнепло- дов
1	4040	3040	252	43	12,0	14	18,5	102	680
2	3440	2320	280	39	12,1	15	25,2	185	640
3	2132	1720	360	30	6,5	10	14,0	103	661
4	2666	2090	175	33	5,9	9	18,8	160	280
5	6994	4380	530	71	26,7	24	24,0	201	330
6	4360	3400	501	58	31,4	15	20,1	750	690
7	5608	4402	815	83	26,0	22	24,1	153	460
8	3170	2400	404	53	11,2	13	17,6	121	470
9	3200	2312	352	56	8,3	14	21,0	142	353
10	3240	2760	385	40	8,5	12	21,5	211	418
11	2430	1750	300	30	4,3	13	19,1	130	572
12	2329	1850	412	35	8,5	16	18,6	163	466
13	1720	1520	137	20	5,2	12	22,0	270	340
14	2608	2150	324	34	8,3	15	20,5	220	450
15	2617	2060	525	39	9,5	11	23,1	221	530
16	2761	2280	300	34	12,3	19	19,0	185	320
17	2764	2210	342	35	10,4	10	20,0	143	530
18	2743	1360	234	25	9,2	11	19,8	179	299
19	4014	3170	415	52	11,0	19	18,0	163	333
20	2291	1950	230	28	10,5	13	17,3	175	500
21	3486	2590	338	47	12,7	19	25,1	136	420
22	3915	2680	370	36	11,3	20	24,9	152	660

Задача 1.12. По данным задачи 1.10:

1. Произведите группировку по общей энергетической мощности хозяйств, разделив его на три группы.
2. По каждой группе рассчитайте урожайность кормовых корнеплодов.
3. Оформите результаты в виде статистической таблицы и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 1.13. На основании данных, представленных в задаче 1.10:

1. Произведите группировку хозяйств, разделив на три группы по числу трактористов.
2. По каждой группе рассчитайте урожайность картофеля.
3. Результаты оформите в виде статистической таблицы и сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.14. Имеется информация по автотранспортным предприятиям города за отчетный год.

Номер предприятия	Грузооборот, ткм	Общая сумма затрат на перевозки, тыс. руб.	Номер предприятия	Грузооборот, ткм	Общая сумма затрат на перевозки, тыс. руб.
1	60	1500	11	19	580
2	42	1070	12	60	1450
3	38	1035	13	45	1200
4	26	800	14	23	700
5	16	480	15	33	890
6	30	850	16	21	613
7	52	1300	17	62	1600
8	29	810	18	15	450
9	45	1200	19	31	880
10	25	720	20	24	730

1. Произведите группировку автотранспортных предприятий по грузообороту.
2. Рассчитайте по каждой группе среднюю сумму затрат на перевозки.
3. Оформите расчеты в виде статистической таблицы и сформулируйте выводы.

Задача 1.15. По промышленным предприятиям города имеются следующие данные за отчетный год.

Номер предприятия	Объем продукции, млн руб.	Среднесписочная численность работников	Среднегодовая стоимость основных средств, млн руб.	Прибыль, тыс. руб.
1	205	800	12,0	30,0
2	199	900	11,0	14,0
3	360	1200	15,0	65,0
4	590	1390	23,0	137,0
5	193	860	9,0	31,0
6	470	1400	18,0	98,0
7	195	855	8,8	30,5
8	295	1195	12,7	44,5
9	422	1370	17,5	104,5
10	585	1430	22,0	145,3
11	293,2	1196	13,6	49,9
12	480,1	1420	19,3	11,5
13	578	1390	22,1	139,5
14	204,5	821	9,6	30,5
15	235,5	702	9,3	48,0
16	630,5	1503	23,4	153,2
17	293	1102	13,1	45,2
18	189	603	8,0	32,0
19	215	840	11,0	35,0
20	235	950	13,2	28,9

1. Произведите группировку по среднесписочной численности работников с равными интервалами.
2. По каждой группе рассчитайте средний объем продукции и среднюю прибыль на одно предприятие.
3. Результаты оформите в виде таблицы и сформулируйте выводы.

Задача 1.16. На основе данных задачи 1.15:

1. Произведите группировку предприятий по стоимости основных средств, разделив на три группы с равными интервалами.

2. Каждую группу охарактеризуйте по числу предприятий, объему продукции и полученной прибыли.
3. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.17. Имеется информация по сельскохозяйственным предприятиям региона.

Номер предприятия	Урожайность пшеницы, ц/га	Доза минеральных удобрений на 1 га, ц/дв	Качество почвы, баллы	Количество осадков на период вегетации, мм
1	22	3,1	70	120
2	32	4,5	79	170
3	35	3,8	91	168
4	36	3,9	95	240
5	24	2,1	73	180
6	34	4,0	82	174
7	38	4,1	95	227
8	16	1,8	45	220
9	23	1,7	62	278
10	37	3,0	98	270
11	19	2,3	50	255
12	18	2,1	57	223
13	29	2,9	75	276
14	38	3,0	90	322
15	18	1,8	56	248
16	20	1,5	55	390
17	30	3,1	68	223
18	37	3,2	84	178
19	26	2,1	64	288
20	33	3,0	71	138

1. Произведите комбинированную группировку, выявляющую зависимость урожайности пшеницы от качества почвы и дозы внесения минеральных удобрений, разделив всю совокупность предприятий на две группы по качеству почв и две группы по дозе внесения минеральных удобрений.
2. Оформите расчеты в виде комбинационной таблицы и сформулируйте выводы.

Задача 1.18. На основании информации задачи 1.17:

1. Произведите комбинированную группировку, выявляющую зависимость урожайности пшеницы от количества осадков за период вегетации и качества почвы, разделив всю совокупность сельскохозяйственных предприятий на две группы по одному признаку и две подгруппы по другому признаку.
2. Результаты оформите в виде комбинационной таблицы и сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.19. На основании информации задачи 1.17:

1. Произведите комбинированную группировку, выявляющую зависимость урожайности пшеницы от количества осадков за период вегетации и дозы внесения минеральных удобрений, разделив совокупность предприятий на две группы по количеству осадков (до 255 и более 255) и на две подгруппы по дозе внесения минеральных удобрений (до 3 ц на 1 га и более 3 ц на 1 га).
2. По каждой группе и подгруппе рассчитайте число предприятий и среднюю урожайность пшеницы.
3. Результаты представьте в виде таблицы и сделайте соответствующие выводы.

Задача 1.20. Имеется информация о производственной деятельности промышленных предприятий региона.

Номер предприятия	Среднесписочная численность работников	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных средств, тыс. руб.	Выпуск продукции, тыс. руб.
1	260	602,0	116,0	1350,1
2	58	175,0	77,0	450,9
3	57	170,0	60,0	375,0
4	790	2282,3	740,0	2775,0
5	283	672,1	140,3	1460,2
6	775	2215,7	761,5	2730,7
7	7572	1499,9	501,0	4620,2
8	738	2129,6	835,2	3055,0
9	533	1380,1	465,2	4472,3
10	56	165,9	46,1	336,0
11	1020	2270,3	317,0	4234,3

Номер предприятия	Среднесписочная численность работников	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных средств, тыс. руб.	Выпуск продукции, тыс. руб.
12	910	2098,5	328,6	4660,1
13	135	290,1	85,6	485,3
14	110	290,1	76,9	463,2
15	95	243,2	91,6	645,8
16	1450	3780,1	1280,2	7881,3
17	75	218,6	96,8	801,3
18	1301	3490,1	1348,0	7998,0
19	1041	2830,2	1376,8	8212,3
20	1500	3822,3	1377,0	7956,3
21	398	1181,0	693,7	3988,2
22	89	290,4	123,1	876,4
23	79	250,3	98,2	744,5
24	84	258,2	100,3	850,4
25	160	437,6	238,5	1437,4
26	629	1502,1	683,5	4128,0
27	292	235,9	199,5	1455,7
28	298	286,7	185,9	1383,7
29	643	1554,1	712,7	4356,8
30	739	2210,9	836,9	3120,8

1. Произведите группировку по среднесписочной численности работников с неравными интервалами, разделив все предприятия на четыре группы с интервалами до 100 работников, от 100 до 500 работников, от 500 до 1000 работников.
2. По каждой группе рассчитайте число предприятий, среднюю заработную плату и средний выпуск продукции.
3. Результаты оформите в виде таблицы и сформулируйте выводы.

Глава 2

ПОКАЗАТЕЛИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЧИСЛЕННОСТЬ СОВОКУПНОСТИ И ОБЪЕМ ИЗУЧАЕМОГО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ

Абсолютные величины характеризуют объем явления на определенный момент времени и результат процесса за определенный период. Они являются всегда именованными числами, т. е. имеют определенную единицу измерения.

Единицы измерения могут быть натуральные, условно-натуральные, стоимостные и трудовые.

Относительные показатели представляют собой результат сопоставления двух статистических показателей. Они бывают следующих видов.

1. **Относительный показатель планового задания** — отношение показателя по плану на текущий период ($Y_{пл}$) к фактическому уровню в предшествующем периоде (Y_0), т. е.

$$Y_{пл}/Y_0 \times 100\%.$$

2. **Относительный показатель выполнения плана** — отношение фактического уровня текущего периода (Y_1) к запланированному на этот же период ($Y_{пл}$), т. е.

$$Y_1/Y_{пл} \times 100\%.$$

3. **Относительный показатель динамики** характеризует изменение явления во времени, называемое темпами роста. Они могут быть базисными — с постоянной базой и цепными — с переменной базой.

Например: Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 — уровни изучаемого явления за одинаковые периоды времени (объем производства за последовательные годы).

Темпы роста с постоянной базой:

$$t_1 = \frac{Y_2}{Y_1} \times 100\%; t_2 = \frac{Y_3}{Y_1} \times 100\%; t_3 = \frac{Y_4}{Y_1} \times 100\%.$$

Темпы роста с переменной базой:

$$t_1 = \frac{Y_2}{Y_1} \times 100\%; t_2 = \frac{Y_3}{Y_2} \times 100\%; t_3 = \frac{Y_4}{Y_3} \times 100\%.$$

4. **Относительные показатели структуры** характеризуют долю или удельный вес отдельных частей в общем объеме совокупности. Они могут быть выражены в долях единицы или в процентах.
5. **Относительные показатели координации** отражают соотношение отдельных частей целого, например сколько специалистов приходится на 100 рабочих.
6. **Относительные показатели сравнения** сопоставляют одноименные показатели, принадлежащие разным объектам, но относящиеся к одному и тому же периоду.
7. **Относительные показатели интенсивности** — в отличие от рассмотренных выше — всегда именованные величины, характеризуют результат сопоставления разноименных показателей. Например:

$$\begin{aligned} & \text{производительность труда} = \\ &= \frac{\text{выпуск продукции за год в денежном выражении}}{\text{среднестатистическая численность работников}}. \end{aligned}$$

Решение типовых задач

Задача 2.1. На основе следующих данных рассчитать различные виды относительных показателей, характеризующих производство зерна в фермерских хозяйствах.

Периоды	Фермерское хозяйство 1			Фермерское хозяйство 2	
	посевная площадь, га		валовой сбор зерна, т		урожайность зерновых культур, ц/га
	Всего	В том числе зерновых	План	Факт	
Базисный	470	240	310	390	26
Отчетный	585	234	400	430	28

Решение.

1. Относительный показатель планового задания:

$$\frac{400}{390} \times 100\% = 102,5\%.$$

Фермерское хозяйство 1 запланировало увеличить валовой сбор зерна на 2,5% по сравнению с фактически достигнутым уровнем базисного периода.

2. Относительный показатель выполнение плана:

$$\frac{430}{400} \times 100\% = 107,5\%.$$

План по производству зерна в фермерском хозяйстве 1 перевыполнен на 7,5%.

3. Относительный показатель динамики рассчитывается как отношение любого показателя в отчетном периоде к аналогичному показателю в базисном периоде. Например:

$$\frac{430}{390} \times 100\% = 110,2\%.$$

Это значит, что у фермера 1 валовой сбор зерна в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 10,2%.

4. Относительный показатель структуры:

$$\frac{240}{470} \times 100\% = 51,06\%,$$

т. е. зерновые в базисном периоде у фермера 1 занимали 51,06% общей площади.

В отчетном периоде доля зерновых соответственно составляет 40,0%:

$$\frac{234}{585} \times 100\% = 40,0\%.$$

5. Относительный показатель интенсивности рассчитывается как отношение валового сбора зерновых к площади зерновых культур, т. е. получаем именованный показатель — урожайность зерновых культур, который имеет единицу измерения «центнеров с одного гектара».

У фермера 1 она составила соответственно:

в базисный период — $\frac{3900}{240} = 16,3$ цс/га;

в отчетный период — $\frac{4300}{234} = 18,4$ ц/га.

6. Относительный показатель сравнения рассчитывается в данном случае как отношение урожайности в базисном или отчетном периоде у фермеров 2 и 1.

В базисном периоде $\frac{26,0}{16,3} \times 100\% = 159,5\%$, т. е. у фермера 2 урожайность выше, чем у фермера 1 на 59,5%.

В отчетном периоде превышение составило $\frac{28,0}{18,4} \times 100\% = 152,2\%$, т. е. на 52,2%.

Задача 2.2. Имеются данные о распределении городского и сельского населения по полу в регионе (тыс. чел.).

Группы населения на территории	Всего	В том числе	
		мужчины	женщины
Общая численность населения	281,3	132,0	149,4
в том числе: городское	184,8	86,9	97,9
сельское	96,5	45,1	51,4

Вычислите различные виды относительных показателей.

Решение.

Вычисляем относительный показатель структуры.

1. Доля городского и сельского населения:

$$\frac{184,8}{281,3} = 0,657 \text{ или } 65,7\% \text{ — доля городского населения;}$$

$$\frac{96,5}{281,3} \times 100\% = 34,3\% \text{ — доля сельского населения.}$$

2. Удельный вес мужчин и женщин в общей численности населения:

$$\frac{132,0}{281,3} \times 100\% = 46,92\% \text{ — доля мужчин;}$$

$$\frac{149,3}{281,3} \times 100\% = 53,08\% \text{ — доля женщин.}$$

Рассчитываем относительный показатель координации.

1. Сколько жителей города приходится на 100 жителей села:

$$\frac{184,8}{96,5} \times 100 = 192 \text{ жителя города.}$$

2. Сколько женщин приходится на 100 мужчин:

$$\frac{149,3}{132,0} \times 100 = 113 \text{ женщин на 100 мужчин.}$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 2.3. Имеются данные о выпуске мебели (шт.).

Изделие	I-я декада		II-я декада		III-я декада	
	план	факт	план	факт	план	факт
Стулья	200	180	250	250	250	284
Столы	40	32	50	48	60	66
Диваны	10	7	7	7	7	8

1. Рассчитайте относительные показатели, характеризующие выполнение плана по декадам и за месяц.
2. Изобразите графически ход выполнения плана в виде линейной диаграммы нарастающих итогов (кумулятивные кривые).

Задача 2.4. Производство молока в сельскохозяйственном предприятии по плану должно превысить уровень прошлого года на 10%, или на 1550,0 т. План был перевыполнен на 5%. Определите фактическое производство молока в прошлом году, плановое задание и фактическое производство молока в текущем году.

Задача 2.5. Планом промышленного предприятия предусматривалось снижение себестоимости товарной продукции на 5%. Фактически себестоимость товарной продукции увеличилась на 7% по сравнению с уровнем прошлого года. Вычислите относительный показатель выполнения плана.

Задача 2.6. Планом предусмотрено увеличение выпуска продукции на 3% по сравнению с прошлым годом. Фактически выпуск продукции по сравнению с прошлым годом увеличился на 3,5%. Определите процент выполнения плана по выпуску продукции.

Задача 2.7. На основании следующих данных рассчитайте различные виды относительных показателей, характеризующих развитие зернового производства в АОЗТ «Победа» и АОЗТ «Заря».

Периоды	АОЗТ «Победа				АОЗТ «Заря»
	посевная площадь, га		валовой сбор зерна, т		урожайность зерновых культур, ц/га
	Всего	В том числе зерновых	План	Факт	
Базисный	4650	2360	3060	2880	25
Отчетный	5840	2630	4000	4260	26

Задача 2.8. По плану валовой сбор картофеля должен был увеличиться на 15% по сравнению с прошлым годом, а сумма затрат на его производство на 10%. Фактически в текущем году валовой сбор картофеля увеличился против прошлого года на 20%, а сумма затрат на 13%.

1. Определите отношение фактического валового сбора картофеля текущего года к плановому.
2. Определите отношение фактических затрат текущего года к плановым.

Задача 2.9. Потребление продуктов питания в России и Ленинградской области (на душу населения в год) показано в таблице.

Продукты	1990 г.	2002 г.		Рациональная норма
	Россия	Россия	Ленинградская область	
Мясо и мясопродукты, кг	70	46	45	70
Молоко и молочные продукты, л	378	225	196	360
Яйца, шт.	230	230	272	265
Рыба и рыбопродукты, кг	15	15	–	33
Сахар и кондитерские изделия, кг	32	36	28	35,3
Картофель, кг	94	118	125	105
Овощи и бахчевые, кг	85	856	84	140
Фрукты и ягоды, кг	37	27	–	75
Хлебные продукты, кг	97	118	126	105

Источники:

1. Российский статистический ежегодник. — М., 1999. С. 167.
2. Ленинградская область в цифрах 2003 год. — Петербургкомстат, 2003.

1. Рассчитайте различные виды относительных показателей, характеризующих уровень потребления продуктов питания.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 2.10. Планом предусмотрено снижение издержек производства на 5%, а фактически издержки производства товарной продукции по сравнению с прошлым периодом увеличились на 10%. Определите степень выполнения плана по снижению издержек производства.

Глава 3

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ОБОБЩАЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК, ВАРИАЦИИ И ФОРМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ СОВОКУПНОСТИ

Для характеристики и углубленного изучения явлений, для объективной характеристики типов явлений, их взаимоотношений, обусловленных развитием системы как целого, необходимо сочетать групповые средние с общими (системными) средними. Это сочетание связывает в одно целое два органически дополняющие друг друга статистических метода: метод группировки и метод средних величин.

При анализе и планировании необходимо опираться не на случайные факты, а на показатели, выражающие основное, типичное, коренное. Таковую характеристику дают средние величины, мода и медиана.

При расчете средней величины индивидуальные значения заменяются одним средним значением. При этом случайные отклонения значения признака по отдельным единицам в сторону увеличения или уменьшения взаимно уравниваются и погашают друг друга, а в величине средней проявляется типичный размер признака, свойственный данной группе или совокупности в целом.

При расчете средней величины численность единиц совокупности должна быть достаточно большой.

Средняя величина всегда именованная, она имеет ту же единицу измерения, что и признак у отдельных единиц совокупности.

В экономических исследованиях применяются две категории средних:

- степенные средние;
- структурные средние.

Степенные средние

К степенным средним относятся:

1. Средняя арифметическая простая:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

2. Средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_i f_i},$$

где x_i — значения признака, f_i — частота этих значений.

3. Средняя гармоническая:

$$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} \text{ — простая;}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i f_i}{x_i}} \text{ — взвешенная.}$$

4. Средняя квадратическая:

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \text{ — простая;}$$

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}} \text{ — взвешенная.}$$

5. Средняя геометрическая:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n},$$

где $t_1, t_2, \dots, t_n$ — цепные темпы роста; n — численность цепных темпов роста.

Или

$$\bar{X} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}},$$

где $Y_1, \dots, Y_n$ — уровни динамического ряда, n — число уровней.

Рассмотренные средние величины обладают свойством мажорантности, т. е. чем выше степень « k » средней, тем больше величина самой средней.

$$\bar{X}_{\text{гарм}} \leq \bar{X}_{\text{геом}} \leq \bar{X}_{\text{арифм}} \leq \bar{X}_{\text{квадр}}.$$

Выбор средней обусловлен задачами исследования и наличием исходной информации.

Средняя арифметическая и средняя гармоническая — наиболее распространенные виды средних. Они применяются при плановых расчетах, при выявлении взаимосвязей между признаками.

Средняя квадратическая применяется при расчете среднего квадратического отклонения, являющегося одним из показателей вариации признаков.

Средняя геометрическая применяется при вычислении среднегодового темпа роста в рядах динамики.

Структурные средние

К структурным средним относятся мода и медиана.

Мода — это наиболее часто встречающееся значение признака в совокупности. В интервальных вариационных рядах сначала находят модальный интервал.

В найденном модальном интервале конкретное значение моды определяют по формуле:

$$Mo = X_{mo} + d \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

где X_{mo} — нижняя граница модального интервала; d — величина интервала; f_1, f_2, f_3 — частоты предмодального, модального и постмодального интервалов.

Мода широко применяется в коммерческой деятельности.

Медиана — значение признака, находящееся посередине рассматриваемого ряда. Она указывает центр распределения единиц совокупности и делит ее на две равные части.

При отыскании медианы сначала определяется ее порядковый номер в ряду распределения.

При нечетном числе единиц в ряду:

$$x_{me} = \frac{\sum f_i + 1}{2},$$

при четном числе единиц в ряду:

$$x_{me} = \frac{\sum f_i}{2},$$

т. е. полусумма из двух соседних центральных значений.

В интервальном ранжированном ряду, зная порядковый номер медианы, по накопленным частотам отыскивается медианный интервал, в котором определяется конкретное значение медианы по формуле:

$$Me = x_{me} + d \frac{\sum f_i - S_{me-1}}{f_{me}},$$

где x_{me} — нижняя граница медианного интервала; d — величина интервала; S_{me-1} — частота, накопленная до медианного интервала; f_{me} — частота медианного интервала.

Медиана используется при контроле качества продукции и технологического процесса на промышленных предприятиях, при изучении распределения домохозяйств по величине дохода и т. д.

Мода и медиана имеют преимущества перед средними арифметическими для ряда распределения с открытыми интервалами.

Статистическое описание совокупности было бы неполным, если ограничиваться лишь показателями центральной тенденции: средними величинами, модой и медианой, которые являются равнодействующими изменяющихся значений признака.

В одних случаях значение признака концентрируется возле некоторого центра тесно, в других случаях наблюдается значительное рассеивание, хотя средняя величина может быть одинаковой.

В связи с этим средняя величина не дает исчерпывающей характеристики изучаемой совокупности. Возникает необходимость изучения характера рассеивания признака (вариации признака).

Вариация наблюдается и в пределах однородной совокупности или однородной группы. Изучение вариации предполагает использование следующих приемов: построение вариационного ряда (ряда распределения), его графическое изображение и исчисление основных характеристик распределения. Вариационные ряды бывают дискретные и интервальные.

Для признака, имеющего прерывное изменение и небольшое количество значений, применяется построение дискретного ряда, который состоит из двух граф: значений признака и численности единиц с определенным значением признака, т. е. вариант и частот. Вариационный ряд иногда дополняют графами накопленных частот и частостей, рассчитанных путем деления частоты каждого интервала на их общую сумму.

Если вариационный ряд дан с неравными интервалами, то для правильного представления о характере распределения необходимо про-

известнн расчет абсолютной или относительной плотности распределения.

Абсолютная плотность распределения (P) представляет собой величину частоты, приходящейся на единицу размера интервала отдельной группы ряда.

$$P = \frac{f}{d},$$

где P — абсолютная плотность распределения, f — частота интервала, d — величина интервала.

Первым этапом изучения вариационного ряда является его графическое изображение. Дискретный вариационный ряд изображается в виде *полигона* распределения частот. Для изображения интервального ряда применяют *гистограмму* частот. Для этого по оси абсцисс откладывают величины интервалов, а частоты откладывают на оси ординат.

В ряде случаев для изображения вариационных рядов используется кумулятивная кривая (кумулята), она особенно удобна для сравнения вариационных рядов. В этом случае накопленные частоты наносятся на оси ординат. Если поменять местами оси координат, то получим новый вид — *огиву*.

Для анализа вариационных рядов используются:

- показатели центра распределения;
- показатели степени вариации;
- показатели формы распределения.

Для оценки вариации признака используют следующие показатели.

Размах вариации:

$$R = X_{\max} - X_{\min},$$

где $X_{\max}$ и $X_{\min}$ — максимальное и минимальное значение признака.

Однако этот показатель далеко не совершенен, так как в его построении участвуют лишь крайние значения признака, которые могут быть случайными.

Среднее линейное отклонение:

$$a = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \text{ — простое, для несгруппированных данных;}$$

$$a = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} \text{ — взвешенное, для сгруппированных данных.}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{— простое;}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} \quad \text{— взвешенное.}$$

Среднее квадратическое отклонение является наиболее распространенным показателем вариации. В соответствии со свойством мажорантности средних оно превышает среднее линейное отклонение.

Установлено, что в симметричных или умеренно асимметричных распределениях соотношения между ними можно записать:

$$\sigma = 1,25a.$$

Среднее квадратическое отклонение минимально при вычислении его средней арифметической величины; это же относится и к дисперсии, которая представляет собой квадрат среднего квадратического отклонения.

Дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{широко применяется в дисперсионном анализе.}$$

При сравнении вариации различных признаков в одной и той же совокупности или же при сравнении вариации одного и того же признака в нескольких совокупностях с различной величиной средней арифметической используются относительные показатели вариации.

Коэффициент осцилляции:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \times 100\%.$$

Относительное отклонение:

$$V_a = \frac{a}{\bar{x}} \times 100\%.$$

Коэффициент вариации:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%.$$

Наиболее объективным показателем является коэффициент вариации, который применяют не только для сравнения вариации, но и для характеристики однородности совокупности. Распределение считается близким к нормальному, а совокупность однородна, если коэффициент вариации не превышает 33%.

Рассмотренные показатели центральной тенденции и показатели вариации представляют собой частные случаи единой системы статистических характеристик распределений. Такая единая система характеристик может быть представлена моментами статистического распределения.

Общая формула центральных моментов k -го порядка имеет вид:

$$M_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k f_i}{\sum f_i}.$$

1. Центральный момент нулевого порядка равен единице при $k = 0$:

$$M_0 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^0 f_i}{\sum f_i} = 1.$$

2. Центральный момент первого порядка равен нулю при $k = 1$:

$$M_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^1 f_i}{\sum f_i} = 0.$$

3. Центральный момент второго порядка представляет собой дисперсию данного распределения при $k = 2$:

$$M_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \sigma^2.$$

4. Центральный момент третьего порядка имеет вид:

$$M_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum f_i}.$$

Если распределение симметричное, то нетрудно заметить, что центральный момент третьего порядка равен нулю, так как минусовые отклонения $(x_i - \bar{x})^3$ в левой ветви распределения будут уравниваться положительными отклонениями в правой части.

5. Центральный момент четвертого порядка рассчитывается по формуле:

$$M_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i}.$$

Центральный момент четвертого порядка используется для характеристики формы распределения.

При анализе вариационных рядов в области экономических явлений строго симметричные ряды встречаются довольно редко, чаще исследователю приходится иметь дело с асимметричными рядами.

В статистике для характеристики асимметрии ряда используют ряд показателей. Если учесть, что в симметричном ряду средняя величина совпадает с модой и медианой, то наиболее простым показателем асимметрии может служить разность между средней арифметической величиной и модой.

Если $(\bar{x} - M_0) < 0$ — правосторонняя асимметрия;

если $(\bar{x} - M_0) > 0$ — левосторонняя асимметрия.

Для сравнения асимметрии в некоторых рядах обычно используют отдельный показатель:

$$A_3 = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma}.$$

Принято считать, что $A > 0$ свидетельствует о правосторонней асимметрии, а $A < 0$ — о левосторонней.

Чем больше абсолютная величина коэффициента, тем больше степень скошенности.

Наиболее распространенным является показатель асимметрии, рассчитанный по формуле:

$$A_3 = \frac{M_3}{\sigma^3}.$$

Этот показатель называют нормированным моментом третьего порядка (отношение центрального момента третьего порядка к среднему квадратическому отклонению в кубе).

Если этот показатель $> 0,5$ (независимо от знака), то асимметрия считается существенной. Знак же указывает направленность асимметрии:

плюс — правосторонняя;

минус — левосторонняя.

В статистике, когда нужно показать, насколько форма изучаемого ряда отличается от кривой нормального распределения, рассчитывают показатель, называемый эксцессом.

Показатель эксцесса рассчитывается по формуле:

$$E_k = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3.$$

Если $E_k > 0$, то распределение будет островершинным по сравнению с нормальным; если $E_k < 0$, распределение будет плосковершинным.

Для приближенного определения величины эксцесса может быть использована формула Линдберга:

$$E_k = 11 - 38,29,$$

где 11 — процент количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения (в ту и другую сторону от величины средней); $38,29$ — процент количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения, в общем количестве вариантов ряда нормального распределения.

Решение типовых задач

Задача 3.1. Вычислите средние значения показателей по трем группам вузов, вместе взятым в отдельном регионе.

Группы вузов	Общее число преподавателей	Число преподавателей в среднем в одном вузе	Кандидаты и доктора наук, %	Средний стаж работы преподавателей, лет
Технические	4200	350	74	12
Педагогические	1200	200	78	8
Медицинские	2100	300	89	15

Укажите, какие виды средних величин использовали для расчета всех перечисленных в таблице показателей.

Решение.

1. Поскольку нет информации о числе вузов каждой группы, т. е. частоты не известны, то для расчета среднего числа преподавателей, приходящихся на один вуз в регионе, следует использовать среднюю гармоническую:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}} = \frac{4200 + 1200 + 2000}{\frac{4200}{350} + \frac{1200}{200} + \frac{2100}{300}} = \frac{7500}{12 + 6 + 7} = \frac{7500}{25} = 300.$$

2. Средний процент кандидатов и докторов наук в расчете на один вуз в регионе рассчитывается по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{X}_{\text{ар.взв}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{74 \times 4200 + 78 \times 1200 + 89 \times 2100}{4200 + 1200 + 2100} =$$

$$= \frac{310\,800 + 93\,600 + 186\,900}{7500} = \frac{591\,300}{7500} = 78,8\%.$$

3. Средний стаж работы преподавателей рассчитывается по средней арифметической взвешенной:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{\text{ар.взв.}} &= \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{12 \times 4200 + 8 \times 1200 + 15 \times 2100}{7500} = \\ &= \frac{50\,400 + 9600 + 31\,500}{7500} = \frac{91\,500}{7500} = 12,2 \text{ года.}\end{aligned}$$

Задача 3.2. В одном из курортных регионов численность населения на начало года составила 500 тыс. чел., а на конец года — 580 тыс. чел. Численность проживающих в этом регионе курортников составила в среднем за месяц:

апрель — 70 тыс. чел.;
 май — 120 тыс. чел.;
 июнь, июль и август по 200 тыс. чел.;
 сентябрь — 150 тыс. чел.;
 октябрь — 70 тыс. чел.;
 ноябрь — 20 тыс. чел.;
 декабрь — 10 тыс. чел.;

Определите среднегодовую численность постоянно проживающего населения этого региона помимо и с учетом курортников.

Решение.

1. Среднегодовая численность постоянно проживающего населения в регионе рассчитывается по средней арифметической простой:

$$\bar{X}_{\text{ар.пр.}} = \frac{500 + 580}{2} = 540 \text{ тыс. чел.}$$

2. Среднегодовая численность населения этого региона с учетом курортников рассчитывается следующим образом: сначала рассчитывают среднее число курортников, проживающих в этом регионе, т. е. находят поправку с учетом курортников:

$$\bar{X}_{\text{курорт}} = \frac{70 + 120 + 200 \times 3 + 150 + 70 + 20 + 10}{9} = \frac{1040}{9} = 116 \text{ тыс. чел.}$$

Среднегодовая численность населения региона с учетом курортников будет равна:

$$540 + 116 = 656 \text{ тыс. чел.}$$

Задача 3.3. Имеются данные о численности населения в регионе, тыс. чел., по состоянию на:

1 января — 224,8;	1 июля — 415,8;
1 февраля — 225,0;	1 августа — 452,7;
1 марта — 225,4;	1 сентября — 364,2;
1 апреля — 225,7;	1 октября — 297,1;
1 мая — 325,9;	1 ноября — 228,6;
1 июня — 412,0;	1 декабря — 229,0;
1 января следующего года — 228,0.	

Вычислите среднегодовую численность населения в регионе.

Решение.

На основе представленной информации среднюю численность населения в регионе следует определить с использованием средней хронологической:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{\text{хрон}} &= \frac{0,5x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 0,5x_n}{n-1} = \\ &= \frac{\frac{224,8}{2} + 225 + 225,4 + 225,7 + 325,9 + 412,0 + 415,8 + \\ &+ 452,7 + 364,2 + 297,1 + 228,6 + 229 + \frac{228}{2}}{13-1} = \\ &= \frac{36\,294}{12} = 302,5 \text{ тыс. чел.}\end{aligned}$$

Задача 3.4. Имеются данные о динамике объема продукции в сопоставимых ценах в регионе.

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Млн руб.	600	650	630	700	750	800

Рассчитайте среднегодовой темп роста объема продукции в регионе.

Решение.

Среднегодовой темп роста в данном случае рассчитывают с использованием средней геометрической:

$$\bar{t} = n^{-1} \sqrt{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[5]{\frac{800}{600}} = \sqrt[5]{1,33} = 1,06.$$

Задача 3.5. Имеются данные о времени обработки деталей рабочими двух бригад.

Бригады	Время обработки деталей, мин									
I-я бригада	74	86	112	116	132	134	155	183	–	–
II-я бригада	108	113	114	121	122	126	130	132	135	139

1. Определите показатели центральной тенденции (среднюю величину и медиану).
2. Определите показатели вариации.

Решение.

1. Средняя величина времени обработки деталей в обеих бригадах одинаковая:

$$\bar{X}_I = \frac{74 + 86 + 112 + 116 + 132 + 134 + 155 + 183}{8} = 124 \text{ мин};$$

$$\bar{X}_{II} = \frac{108 + 113 + 114 + 121 + 122 + 126 + 130 + 132 + 135 + 139}{10} = 124 \text{ мин.}$$

Медианные значения также одинаковые в обеих бригадах. Так, для I-й бригады:

$$Me = \frac{116 + 132}{2} = 124 \text{ мин.}$$

Для II-й бригады:

$$Me = \frac{122 + 126}{2} = 124 \text{ мин.}$$

Модальные значения в данном случае не могут быть определены, так как значения признаков не повторяются.

Исходя из полученных результатов, можно сделать выводы, что обе совокупности характеризуются одинаковыми показателями центра распределения, но они могут отличаться по характеру рассеивания отдельных значений признака вокруг этих центров.

2. Для характеристики рассеивания рассчитаем показатели вариации.

а) Размах вариации $R = X_{\max} - X_{\min}$
для I-й бригады:

$$R_I = 183 - 74 = 109 \text{ мин};$$

для II-й бригады:

$$R_{II} = 139 - 108 = 31 \text{ мин.}$$

б) Среднее линейное отклонение
для I-й бригады:

$$a_1 = \frac{|74-124|+|86-124|+|112-124|+|116-124|+|132-124|+|155-124|+|183-124|}{8} =$$

$$= \frac{50+38+12+8+8+10+31+59}{8} = \frac{210}{8} = 27 \text{ мин;}$$

для II-й бригады:

$$a_2 = \frac{|108-124|+|113-124|+|114-124|+|121-124|+|122-124|+|126-124|+|130-124|+|132-124|+|135-124|+|139-124|}{10} =$$

$$= \frac{16+11+10+3+2+2+6+8+11+15}{10} = \frac{84}{8} = 8,4 \text{ мин.}$$

в) Среднее квадратическое отклонение
для I-й бригады:

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{50^2 + 38^2 + 12^2 + 8^2 + 8^2 + 10^2 + 31^2 + 59^2}{8}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8758}{8}} = 33 \text{ мин;}$$

для II-й бригады:

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{16^2 + 11^2 + 10^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2 + 6^2 + 11^2 + 15^2}{10}} = \sqrt{\frac{940}{10}} = 9,7 \text{ мин.}$$

Сопоставление среднего линейного отклонения и среднего квадратического отклонения говорит о том, что вариация времени обработки деталей в первой бригаде значительно выше, чем во второй.

Следует также отметить, что среднее квадратическое отклонение в обоих случаях больше, чем среднее линейное отклонение:

$$\sigma_1 = 1,22a_1;$$

$$\sigma_1 = 1,20a_2.$$

Это говорит о том, что мы имеем дело с умеренно асимметричным распределением.

Рассмотренные показатели вариации дают возможность сравнить степень однородности нескольких совокупностей, но в отношении одного лишь признака, так как это именованные величины, имеющие единицы измерения те же, что и сам признак.

Для характеристики вариации различных признаков рассчитывают относительные показатели вариации V_R , V_a , V_σ , выраженные в процентах. Они характеризуют доли размаха вариации, среднего линейного отклонения и среднего квадратического отклонения от средней величины изучаемого признака.

1. Коэффициент осцилляции рассчитывается по формуле:

$$V_R = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\bar{X}} \times 100\%.$$

2. Относительное отклонение:

$$V_a = \frac{a}{\bar{X}} \times 100\%.$$

3. Коэффициент вариации:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100\%.$$

В нашем примере эти показатели составляют:
для I-й бригады:

$$V_R = \frac{184 - 74}{124} \times 100\% = 87,9\%;$$

$$V_a = \frac{27}{124} \times 100\% = 21,8\%;$$

$$V_\sigma = \frac{33}{124} \times 100\% = 26,6\%;$$

для II-й бригады:

$$V_R = \frac{139 - 108}{124} \times 100\% = 25\%;$$

$$V_a = \frac{8,4}{124} \times 100\% = 6,8\%;$$

$$V_\sigma = \frac{9,7}{124} \times 100\% = 7,8\%.$$

Относительные показатели вариации также свидетельствуют о более сильной вариации времени обработки деталей рабочими первой бригады.

Задача 3.6. Сравните вариацию урожайности зерновых культур и картофеля в хозяйствах региона на основе следующих данных.

№ хозяйства	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, га	
	зерновых Y	картофеля X	зерновых Y	картофеля X
1	15	170	20	10
2	20	90	30	20
3	13	130	10	50
4	17	150	90	40
5	25	120	50	30
6	14	80	20	25
7	16	60	32	20
8	27	160	48	45
9	33	140	25	70
10	30	100	30	35
Итого			355	345

Решение.

1. Рассчитаем средние величины урожайности по средним арифметическим взвешенным:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}.$$

По зерновым культурам:

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \frac{15 \times 20 + 20 \times 30 + 13 \times 10 + 17 \times 90 + 25 \times 50 + \\ &\quad + 14 \times 20 + 16 \times 32 + 27 \times 48 + 33 \times 25 + 30 \times 30}{355} = \\ &= \frac{300 + 600 + 130 + 1530 + 1250 + 280 + 512 + 1296 + 825 + 900}{355} = \\ &= \frac{7623}{355} = 21,4 \text{ ц/га.}\end{aligned}$$

По картофелю:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{170 \times 10 + 90 \times 20 + 130 \times 50 + 150 \times 40 + 120 \times 30 + \\ &\quad + 80 \times 25 + 60 \times 20 + 160 \times 45 + 140 \times 70 + 100 \times 35}{345} = \\ &= \frac{1700 + 1800 + 6500 + 6000 + 3600 + 2000 + 1200 + 7200 + 9800 + 350}{345} =\end{aligned}$$

$$= \frac{43\,300}{345} = 125,5 \text{ ц/га.}$$

2. Для определения показателей вариации целесообразно построить таблицу, в которой будут рассчитаны отклонения от средних урожайностей и их квадраты, взвешенные на частоты, которыми являются посевные площади.

№ хозяйства	Отклонения средних		Квадраты отклонений	
1	-6	+44	720	19 360
2	-1	-36	30	25 920
3	-8	+4	640	800
4	-4	+24	1440	23 040
5	+4	-6	800	1080
6	-7	-46	980	52 900
7	-5	-66	800	87 120
8	+6	+34	1728	52 020
9	+12	+14	3600	13 720
10	+9	-26	2430	23 660
			13 168	299 620

- 1) Размах вариации урожайности:

$$\begin{aligned} R_y &= Y_{\max} - Y_{\min}; & R_y &= 33 - 13 = 20 \text{ ц/га;} \\ R_x &= X_{\max} - X_{\min}; & R_x &= 170 - 60 = 110 \text{ ц/га.} \end{aligned}$$

- 2) Среднее линейное отклонение урожайности зерновых культур:

$$a_y = \frac{6 \times 20 + 1 \times 30 + 8 \times 10 + 4 \times 9 + 4 \times 50 + 7 \times 20 + 5 \times 32 + 6 \times 48 + 12 \times 25 + 9 \times 30}{355} = \frac{19\,480}{355} = 5,5 \text{ ц/га.}$$

Среднее линейное отклонение урожайности картофеля:

$$a_x = \frac{44 \times 10 + 36 \times 20 + 4 \times 50 + 24 \times 40 + 6 \times 30 + 46 \times 25 + 66 \times 20 + 34 \times 45 + 14 \times 70 + 26 \times 35}{345} = \frac{8390}{345} = 24,3 \text{ ц/га.}$$

- 3) Среднее квадратическое отклонение урожайности зерновых культур:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{13\,168}{355}} = \pm 6,09 \text{ ц/га.}$$

Среднее квадратическое отклонение урожайности картофеля:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{299\,620}{345}} = \pm 29,5 \text{ ц/га.}$$

Рассчитанные абсолютные показатели не могут быть использованы для сравнения вариации признаков, имеющих хотя и одинаковые единицы измерения, но резко различающихся по величине среднего уровня.

3. Относительные показатели вариации урожайности.

1) Коэффициент осцилляции V_R .

Урожайности зерновых культур:

$$V_R = \frac{33-13}{21} \times 100\% = 95\%.$$

Урожайности картофеля:

$$V_R = \frac{170-60}{126} \times 100\% = 87\%.$$

2) Относительные отклонения V_a .

Урожайности зерновых культур:

$$V_a = \frac{5,5}{21} \times 100\% = 26,2\%.$$

Урожайности картофеля:

$$V_a = \frac{24,3}{126} \times 100\% = 19,3\%.$$

3) Коэффициенты вариации V_σ .

Урожайности зерновых культур:

$$V_\sigma = \frac{6,09}{21} \times 100\% = 29\%.$$

Урожайности картофеля:

$$V_\sigma = \frac{29,5}{126} \times 100\% = 23,4\%.$$

Относительные показатели вариации показывают, что вариация урожайности зерновых культур значительно превышает вариацию урожайности картофеля. Если вариацию картофеля можно отнести к умеренной, то вариация зерновых культур является сильной.

Коэффициент вариации используется не только для сравнения вариации различных признаков, но и характеризует однородность изучаемой

совокупности. В данном случае обе совокупности однородны, так как коэффициенты вариации не превышают 33%.

Задача 3.7. Имеются данные о распределении рабочих предприятий по возрасту.

Группы рабочих по возрасту, лет	Число рабочих f_i	Накопленные частоты S
18–20	1	1
20–22	3	4
22–24	6	10
24–26	10	20
26–28	5	25
28–30	3	28
30–32	2	30
32–34	2	32
Итого	32	

1. Определите показатели центральной тенденции.
2. Определите показатели вариации.
3. Определите показатели асимметрии и эксцесса.

Решение.

Для расчета показателей целесообразно составить вспомогательную таблицу.

Группы рабочих по возрасту, лет	Середина интервала x_i	Число рабочих f_i	Накопление частоты	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
18–20	19	1	1	19	-6,6	43,56	43,56
20–22	21	3	4	63	-4,6	21,16	63,48
22–24	23	6	10	138	-2,6	6,76	40,56
24–26	25	10	20	250	-0,6	0,36	3,6
26–28	27	5	25	135	1,4	1,96	9,8
28–30	29	3	28	87	3,4	11,56	34,68
30–32	31	2	30	62	5,4	29,16	58,32
32–34	33	2	32	66	7,4	54,76	109,52
Итого		32		820			363,52

$$\bar{X} = \frac{820}{32} = 25,6 \text{ лет} - \text{средний возраст рабочих.}$$

Для определения моды и медианы в интервальном ряду сначала находят интервал, содержащий эти показатели, а затем рассчитывают конкретные значения этих показателей.

Модальным интервалом в данном примере будет интервал 24–26 лет, так как наибольшее число рабочих — в этом интервале:

$$Mo = x_{mu} + d \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} = 24 + 2 \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 5)} = 24,9 \text{ лет.}$$

Медианным интервалом также является интервал 24–26, так как середина вариационного ранжированного ряда (16) находится по накопленным частотам там, где их сумма равна 20:

$$Me = x_{me} + d \frac{\sum f_i - S_{me-1}}{f_{me}} = 24 + 2 \frac{32 - 10}{10} = 24,6 \text{ лет.}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{363,52}{32}} = \sqrt{11,36} = 3,37 \text{ года.}$$

Коэффициент вариации:

$$V_{\sigma} = \frac{3,37}{32} \times 100\% = 13,2\%.$$

Следовательно, вариация возраста у рабочих данного предприятия умеренная, что подтверждает достаточно однородную совокупность.

Для определения формы распределения следует определить показатель асимметрии:

$$A_s = \frac{\bar{X} - Mo}{\sigma} = \frac{25,6 - 24,9}{3,37} = +0,21.$$

Асимметрия правосторонняя, так как имеет положительный знак. При правосторонней асимметрии между показателями существует соотношение:

$$Mo < Me < \bar{X}.$$

В нашем случае это соотношение не выполняется, т. е.

$$24,9 < 24,6 < 25,6.$$

При левосторонней асимметрии (со знаком минус) соотношение между показателями центра распределения имеет вид:

$$Mo > Me > \bar{X}.$$

Показатели эксцесса:

$$E_x = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3,$$

где M_4 — центральный момент четвертого порядка.

$$M_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i};$$

$$M_4 = \frac{(-6,6)^4 \times 1 + (-4,6)^4 \times 3 + (-2,6)^4 \times 6 + (-0,6)^4 \times 10 + 1,4^4 \times 5 + 3,4^4 \times 3 + 5,4^4 \times 2 + 7,4^4 \times 2}{32} =$$

$$= \frac{1897,5 + 1343,2 + 274,2 + 1,29 + 19,21 + 400,9 + 1700,6 + 5997,3}{32} = 363,6;$$

$$E_x = \frac{363,6}{3,37^4} - 3 = \frac{363,6}{128,9} - 3 = 2,8 - 3 = -0,2.$$

Отрицательное значение эксцесса свидетельствует о плосковершинности распределения.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 3.8. На основании следующих данных рассчитайте среднюю плотность населения.

Номер региона	Плотность населения, чел. на 1 км ²	Общая численность населения, чел.
1	60	48 000
2	40	54 000
3	20	62 000

Укажите, какой вид средней использовали для расчета.

Задача 3.9. Имеются данные о реализации картофеля на рынках города (табл. вверху с. 49).

Определите среднюю цену за 1 кг картофеля в данном городе.

Номер рынка	Стоимость реализованного картофеля, тыс. руб.	Цена за 1 кг, руб.
1	2100	5,0
2	1700	4,5
3	1500	4,0

Задача 3.10. Данные о реализации овощей на рынках города:

Рынки	I-й квартал		II-й квартал	
	стоимость реализованного картофеля млн. руб.	цена за 1 кг, руб.	количество реализованного картофеля, т	цена за 1 кг, руб.
1	75,0	12	7000	15
2	46,0	10	5200	12
3	24,0	8	4100	11

1. Определите среднюю цену за 1 кг картофеля в целом по всем рынкам города в I квартале, во II и за полугодие.
2. Определите среднюю цену 1 кг картофеля за полугодие по каждому рынку.
3. Определите количество тонн реализованного картофеля и стоимость реализованного картофеля в среднем на один рынок за полугодие.

Задача 3.11. Имеются следующие данные о рынках по реализации овощей.

Рынки	I-й регион		II-й регион	
	количество, т	цена за 1 кг, руб.	стоимость реализованных овощей тыс. руб.	цена за 1 кг, руб.
1	2500	15	73 600	23
2	3000	20	33 800	13

1. Определите среднюю цену реализации овощей по каждому региону отдельно.
2. Сравните полученные результаты.
3. Укажите, какие виды средних использовали для расчетов.

Задача 3.12. Имеются данные по трем школам.

Номер школы в регионе	Общая численность учащихся, чел.	Доля обучающихся в выпускных классах, %	Процент отличников среди выпускников, %	Число учащихся в одном классе, чел.	Процент классов, занимающихся в первую смену
152	800	17	8	31	50
89	900	20	4	36	80
15	750	9	2	21	70

1. Определите средние значения всех показателей, характеризующих весь регион в целом.
2. Укажите, какие виды средних использовали в расчетах.

Задача 3.13. Вычислите средние значения показателей работы библиотек района.

Библиотеки	Общий книжный фонд, тыс. шт.	Записано читателей, чел.	Выдано книг на одного читателя в год, шт.	В том числе научной литературы и учебников, %
Им. А. Блока	186	18 673	180	40
ДК «Светлана»	35	3405	132	25
Детская	48	77 810	254	20

Задача 3.14. Имеются данные о среднем балле на экзаменах по математике студентов разных форм обучения.

Форма обучения	Число студентов	Средний балл экзамена по математике
Дневная	900	4,3
Вечерняя	150	4,0
Заочная	60	3,8

1. Рассчитайте средний балл в университете на экзаменах по математике.
2. Укажите, какой вид средней использовали для расчета, и сделайте соответствующие выводы.

Задача 3.15. Имеются данные о детских садах в районе.

Номера детских садов	Число детей, чел.	Число детей в среднем на группу, чел.	Среднее число посещения детского сада ребенком в месяц, дн.	Стоимость содержания ребенка в месяц, руб.	Доля затрат на питание в общих затратах на содержание детей, %
1	130	23	20	540	28
2	210	30	17	600	21
3	150	25	16	530	31

1. Вычислите средние значения всех показателей по трем детским садам, вместе взятым, т. е. в районе в целом.
2. Укажите, какие виды средних использовали для расчетов, и сделайте соответствующие выводы.

Задача 3.16. Работа постоянных дошкольных учреждений в России характеризуется следующими данными.

	Численность детей в дошкольных учреждениях, тыс. чел.	Средняя численность детей в одном учреждении	Средняя численность детей на одного воспитателя	Процент воспитателей, имеющих высшее и незаконченное высшее образование
Городские поселения	7495	169	12,2	17,4
Сельская местность	2258	58	13,3	15,8

1. Вычислите средние значения всех показателей в целом по стране по дошкольным учреждениям.
2. Укажите, какие виды средних использовали для расчетов, и сделайте соответствующие выводы.

Задача 3.17. Имеются данные по трем магазинам.

Номера магазина	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, ден. ед.	Женщин среди работников магазина, %	Доля лиц с высшим образованием, %
1	40	3080	65	14
2	15	2800	87	20
3	8	1700	75	5

1. Вычислите средние значения всех показателей по трем магазинам вместе.
2. Укажите, какие виды средних использовали для расчетов.
3. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 3.18. Имеются данные о распределении рабочих по величине месячной заработной платы в процентах.

Группы рабочих по величине месячной зарплатной платы, ден. ед.	Число рабочих в % к итогу						
	варианты						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
500–1000	10	5	5	20	15	10	6
1000–2000	20	10	10	15	20	15	14
2000–3000	35	15	30	35	30	35	15
3000–4000	20	40	45	10	20	15	20
4000–5000	10	20	8	10	10	20	35
> 5000	5	10	2	10	5	5	10

1. Рассчитайте по варианту I:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации (размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию, коэффициент осцилляции, относительное отклонение и коэффициент вариации).
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.19. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту II:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.20. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту III:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.21. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту IV:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.22. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту V:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.23. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту VI:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.24. По данным задачи 3.18:

1. Рассчитайте по варианту VII:
 - ♦ среднюю месячную заработную плату;
 - ♦ модульное значение, медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.25. По данным обследования получено следующее распределение студентов-заочников по возрасту на разных факультетах.

Возраст студента, лет	Число студентов на факультетах			
	экономический	юридический	естествознания	исторический
20–25	200	300	100	50
26–30	900	800	300	150
31–35	700	850	320	230
36–40	70	100	80	250
> 45	10	5	3	8

1. Рассчитайте на экономическом факультете:

- ♦ средний возраст студента-заочника;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.26. По данным задачи 3.25:

1. Рассчитайте на юридическом факультете:

- ♦ средний возраст студента-заочника;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.27. По данным задачи 3.25:

1. Рассчитайте на факультете естествознания:

- ♦ средний возраст студента-заочника;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.28. По данным задачи 3.25:

1. Рассчитайте на историческом факультете:

- ♦ средний возраст студента-заочника;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.29. В результате выборочного обследования трех ткацких фабрик получено распределение рабочих по выполнению норм выработки (табл. сверху с. 55).

1. Рассчитайте по фабрике I:

- ♦ в среднем процент выполнения нормы выработки;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;

Выполнение дневной нормы выработки, %	Число рабочих на фабриках		
	I	II	III
До 1000	9	10	12
100–105	14	22	35
105–110	28	35	20
110–115	31	27	11
> 115	8	5	3

♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.30. По данным задачи 3.29:

1. Рассчитайте по фабрике II:

- ♦ в среднем процент выполнения нормы выработки;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.31. По данным задачи 3.29:

1. Рассчитайте по фабрике III:

- ♦ в среднем процент выполнения нормы выработки;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.32. Имеется распределение по численности семей в деревнях в разных областях.

Группы деревень по числу семей	В процентах к итогу		
	область № 1	область № 2	область № 3
До 1000	15	20	10
100–200	35	25	20
200–300	20	30	25
300–400	26	15	35
> 400	4	10	10

1. Рассчитайте по области № 1:
 - ♦ среднее число семей в одной деревне;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.33. По данным задачи 3.32:

1. Рассчитайте по области № 2:
 - ♦ среднее число семей в одной деревне;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.34. По данным задачи 3.32:

1. Рассчитайте по области № 3:
 - ♦ среднее число семей в одной деревне;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.35. Имеются данные о росте и весе студентов:

Номер группы студентов	Рост студентки, см	Вес студентки, кг	Число студентов
1	160–162	50–55	10
2	162–164	55–60	20
3	164–166	60–65	15

1. Определите средний рост и средний вес студентов в трех группах в целом.
2. Рассчитайте и сравните показатели вариации роста и веса студентов.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.36. Имеются данные о распределении рабочих по стажу на трех предприятиях (табл. вверху с. 57).

Группы рабочих предприятий по стажу работы, лет	Число рабочих на предприятиях		
	предприятие № 1	предприятие № 2	предприятие № 3
До 5	20	30	25
5–10	25	35	45
10–15	35	45	37
15–20	40	31	26
20–30	30	20	14
> 30	15	15	3

1. Рассчитайте по предприятию № 1:
 - ♦ средний стаж работы;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.37. На основании данных задачи 3.36:

1. Рассчитайте по предприятию № 2:
 - ♦ средний стаж работы;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.38. На основании данных задачи 3.36:

1. Рассчитайте по предприятию № 3:
 - ♦ средний стаж работы;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.39. Имеется информация о распределении фермерских хозяйств в двух областях (табл. вверху с. 58).

1. Рассчитайте по области № 1 средний размер посевной площади, моду, медиану и показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Распределение фермерских хозяйств по посевной площади, га	Число фермерских хозяйств	
	область № 1	область № 2
До 5	40	50
5–10	60	100
10–15	90	60
15–20	50	30
> 20	30	10

Задача 3.40. На основании информации задачи 3.39:

1. Рассчитайте по области № 2:

- ♦ средний размер посевной площади на одно фермерское хозяйство;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.41. Определите среднее число работников на одно хозяйство и среднюю производительность труда.

Группы хозяйств по числу работников, чел.	Число хозяйств	Выработано продукции на 1 работника в год, руб.
До 200	5	25 000
200–500	10	30 000
500–1000	8	36 000

Задача 3.42. Имеется информация о себестоимости картофеля в хозяйстве трех районов (табл. вверху с. 59).

1. Рассчитайте по району № 1:

- ♦ среднюю себестоимость картофеля;
- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.43. На основании информации задачи 3.42:

1. Рассчитайте по району № 2:

- ♦ среднюю себестоимость картофеля;

Группы хозяйств по себестоимости картофеля, ден. ед./ц	Число хозяйств в районах		
	район №1	район № 2	район № 3
300–400	8	12	20
400–500	10	20	23
500–600	12	15	16
600–700	20	21	18
700–800	15	25	13
800–900	13	5	8

- ♦ модальное значение;
- ♦ медиану;
- ♦ показатели вариации.

2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 3.44. На основании информации задачи 3.42:

1. Рассчитайте по району № 2:
 - ♦ среднюю себестоимость картофеля;
 - ♦ модальное значение;
 - ♦ медиану;
 - ♦ показатели вариации.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Глава 4

МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ЯВЛЕНИЯМИ

Экономические явления, как и связи между ними, чрезвычайно сложны и многообразны. Самый простой метод их анализа — **метод сравнения параллельных рядов**. Сначала показатели факторного признака ранжируются (в восходящем или нисходящем порядке в зависимости от исследуемого явления или процесса), затем добавляются показатели результативного признака. Путем сравнения расположенных таким образом значений признака выявляется существование связей и их направление.

Метод аналитических группировок считается одним из основных методов изучения связей между экономическими явлениями. Процесс установления связей начинается с группировки единиц совокупности по факторному признаку. Затем приступают к вычислению синтетических показателей (относительных и средних величин) для результативного признака по группам, на которые была разбита совокупность.

При группировке необходимо выбрать такие признаки, которые позволяют разделить изучаемую совокупность на группы, качественно однородные внутри себя и различные между собой.

Выделение групп можно вести сразу по нескольким качественно различным признакам или по одному признаку, в величине которого имеются качественные переходы.

Есть ряд указаний по вопросу отбора признаков.

1. Необходимо брать типичные, существенные признаки изучаемого явления в соответствии с целями проводимой статистической работы.
2. При выборе группировочных признаков должны быть приняты во внимание конкретные условия места и времени, так как одни и те же признаки в одних условиях могут быть положены в основу группировки, а в других условиях не годятся.

3. При изучении сложных явлений группировку следует проводить не по одному, а по нескольким признакам, так как это дает возможность более полно охарактеризовать изучаемые связи.

В изучении массовых явлений хозяйственной деятельности предприятий первостепенное значение имеет оценка общих итогов деятельности, различий в достигнутых результатах по предприятиям, а также для отбора факторов, влияющих на результат при построении корреляционно-регрессионных моделей.

Эти задачи решает аналитическая группировка по результативному признаку. Она позволяет установить различия в полученных результатах, отделить передовое от отстающего, оценить связь результата с комплексом факторов.

Аналитические группировки позволяют изучить наличие и направление связей между экономическими явлениями, если они действовали по существенным признакам.

Существенность связи между признаками доказывается на основе применения *дисперсионного метода*.

На основе дисперсионного анализа производятся:

- 1) оценка достоверности различий в групповых средних по одному или нескольким факторам;
- 2) оценка достоверности взаимодействий факторов;
- 3) оценка частных различий между парами средних.

В основе применения дисперсионного анализа лежит закон разложения дисперсий (вариаций) признака на составляющие.

Общая вариация (D_o) результативного признака при группировке может быть разложена на следующие составные части:

- на межгрупповую (D_m), связанную с группировочным признаком;
- на остаточную (внутригрупповую D_v), не связанную с группировочным признаком.

Соотношение между этими показателями выражается следующим образом:

$$D_o = D_m + D_v.$$

Связь между общей, межгрупповой и внутригрупповой дисперсиями получила в статистике название *закона сложения (разложения) вариации*.

Для проведения дисперсионного анализа необходимо установить источники варьирования признака, объем вариации по источникам, определить число степеней свободы для каждой компоненты varia-

ции и дисперсии для каждой составляющей (межгрупповой и внутригрупповой).

Обозначим эти дисперсии:

d_m — межгрупповая,

d_v — внутригрупповая.

Далее находим отношения этих дисперсий $d_m : d_v = F_\phi$.

Эта величина называется критерием Фишера, сравнивается с табличным значением $F_{\text{табл}}$, которое соответствует заданной вероятности и степеням свободы вариации. Если $F_\phi > F_{\text{табл}}$, то влияние фактора на результат доказано; если $F_\phi < F_{\text{табл}}$, то можно утверждать, что различия между дисперсиями находятся в пределах возможных случайных колебаний, а следовательно, не доказывает с достаточной вероятностью влияние изучаемого фактора.

Теоретическая величина критерия Фишера находится в таблицах с разными уровнями вероятности «нулевой гипотезы» — 0,05 и 0,01. Вместо вероятностей «нулевой гипотезы» таблицы могут быть названы таблицами для вероятностей 0,95 и 0,99 существенности влияния фактора. Повышение уровня вероятности приводит к увеличению $F_{\text{табл}}$.

Решение типовых задач

Задача 4.1. Допустим, требуется доказать, влияет ли увеличение дозы внесения минеральных удобрений на урожайность зерновых культур.

Результаты опыта приведены в таблице.

Варианты опыта по внесению удобрений, ц/га	Урожайность по повторностям, Y_i						
	I	II	III	IV	V	VI	$\bar{Y}_{\text{гр}}$
Контроль	18	18	14	17	19	16	17
1,5	15	21	18	19	19	16	18
2,0	22	20	19	19	23	17	20
2,5	20	25	19	21	23	18	21
В среднем							

Решение.

1. Определим среднюю урожайность, характеризующую все варианты опыта:

$$\bar{Y}_0 = \frac{17+18+20+21}{4} = 19 \text{ ц/га.}$$

2. Определим общую суммарную вариацию урожайности, которая представляет собой сумму квадратов отклонений индивидуальных значений признака от общей средней:

$$D_0 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2;$$

$$\begin{aligned} D_0 &= (18 - 19)^2 + (18 - 19)^2 + \dots + (19 - 19)^2 + (16 - 19)^2 + \\ &+ (15 - 19)^2 + (21 - 19)^2 + \dots + (19 - 19)^2 + (16 - 19)^2 + \\ &+ (22 - 19)^2 + (20 - 19)^2 + \dots + (23 - 19)^2 + (17 - 19)^2 + \\ &+ (20 - 19)^2 + (25 - 19)^2 + \dots + (23 - 19)^2 + (18 - 19)^2 = 158. \end{aligned}$$

3. Определим межгрупповую суммарную вариацию, вызванную изучаемым фактором. Эта суммарная вариация равна сумме квадратов отклонений групповых средних величин от общей средней величины признака, взвешенной на число единиц совокупности в каждой из групп:

$$\begin{aligned} D_{\text{м}} &= \sum_{i=1}^k (\bar{Y}_{\text{г}} - \bar{Y}_0)^2 f_i = \\ &= [(17 - 19)^2 + (18 - 19)^2 + (20 - 19)^2 + (21 - 19)^2] \times 6 = 60. \end{aligned}$$

4. Внутригрупповая суммарная вариация равна сумме квадратов отклонений индивидуальных значений признака от групповых средних по каждой группе, суммированной по всем группам совокупности:

$$D_{\text{в}} = \sum_{i=1}^k \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_{\text{г}})^2;$$

$$\begin{aligned} D_{\text{в}} &= (18 - 17)^2 + (18 - 17)^2 + \dots + (19 - 17)^2 + (16 - 17)^2 + \\ &+ (15 - 18)^2 + (21 - 18)^2 + \dots + (19 - 18)^2 + (16 - 18)^2 + \\ &+ (22 - 20)^2 + (20 - 20)^2 + \dots + (23 - 20)^2 + (17 - 20)^2 + \\ &+ (20 - 21)^2 + (25 - 21)^2 + \dots + (23 - 21)^2 + (18 - 21)^2 = 98. \end{aligned}$$

5. Определим степени свободы вариации — это число независимых отклонений индивидуальных значений признака от его среднего значения.

Так, общей сумме квадратов отклонений (D_0) соответствует число степеней свободы вариации, равное $N - 1 = 24 - 1 = 23$. Групппо-

вой вариации (D_M) соответствует число степеней свободы вариации, равное $K - 1 = 4 - 1 = 3$.

Внутригрупповой остаточной вариации соответствует число степеней свободы вариации, равное $N - K = 24 - 4 = 20$.

6. Определим дисперсии для каждой составляющей и фактическое значение критерия:

$$d_M = \frac{60}{3} = 20; d_B = \frac{98}{20} = 4,9; F_F = \frac{20}{4,9} = 4,08.$$

7. Находим в таблице теоретическое значение F -критерия с заданной вероятностью и установленными степенями свободы вариации. Так для вероятности $p = 0,95$ и соответственно 3 и 20 степенями свободы вариации $F_{\text{табл}} = 3,1$.

Вывод. Фактическое значение F -критерия (4,08) значительно превышает табличное (3,1). Следовательно, с вероятностью 0,95 (95%) можно утверждать, что различие в средних обусловлено увеличением дозы внесения минеральных удобрений на урожайность.

Задача 4.2. 20 явлений сгруппированы в четыре группы по 5 явлений в каждой группе. Общая сумма квадратов отклонений от общей средней равна 160. Средние значения изучаемого признака по группам равны: 17, 20, 21, 18. С помощью дисперсионного метода доказать, что различия между средними по группам не случайные, а вызваны влиянием изучаемого фактора. Табличное значение F -критерия с вероятностью $p = 0,95$ равно $F_{\text{табл}} = 3,5$.

Решение.

1. Определим среднюю величину:

$$\bar{Y}_0 = \frac{17 + 20 + 21 + 18}{4} = \frac{76}{4} = 19.$$

2. Определим сумму квадратов отклонений, обусловленную фактором:

$$D_M = [(17 - 19)^2 + (20 - 19)^2 + (21 - 19)^2 + (18 - 19)^2] \times 5 = 50.$$

3. Определим сумму квадратов отклонений для внутригрупповой вариации:

$$D_B = D_0 - D_M = 160 - 50 = 110.$$

4. Определим соответствующие степени свободы вариации и дисперсии:

- ♦ для межгрупповой вариации число степеней свободы вариации равно $4 - 1 = 3$;
- ♦ для внутригрупповой — равно $20 - 4 = 16$.

$$d_m = \frac{50}{3} = 16,7; d_v = \frac{110}{16} = 6,9.$$

5. Определим фактическое значение F -критерия:

$$F_{\phi} = 16,7 : 6,9 = 2,4.$$

6. Сравним фактическое значение F -критерия с табличным $F_{\text{табл}} = 3,5$ с вероятностью $p = 0,95$.

Фактическое значение F -критерия оказалось меньше табличного. Следовательно, с уверенностью на 95% нельзя утверждать, что различие между средними вызвано влиянием изучаемого фактора.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 4.3. Имеются данные о результатах конкурсного сортоиспытания капусты.

Сорт	Вес кочана по повторностям, кг
«Белорусская 455»	3,2; 3,4; 3,1; 3,5; 3,4; 3,2
«Слава»	3,2; 4,3; 3,8; 3,1; 3,3; 3,3
«Амагер»	3,6; 3,7; 4,1; 4,4
«Московская поздняя»	3,9; 4,7; 4,5; 5,5; 4,0; 4,5

Методом дисперсионного анализа доказать существенность различия среднего веса кочанов.

Задача 4.4. Определите, существенно ли влияние фактора на результат, если 40 явлений сгруппированы в 5 групп по 8 в каждой группе. Среднее значение результата по всей совокупности равно 17, а среднее по группам: 16, 18, 18, 17, 15. Общая сумма квадратов отклонений от средней равна 206. Табличное значение F -критерия с вероятностью $p = 0,95$ равно 2,63. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 4.5. Дисперсионным методом доказать, существенно ли влияние фактора на результат, если 24 явления сгруппированы в 4 группы по 6 повторностей. Общая сумма квадратов отклонений от средней величины равна 158. Сумма квадратов межгрупповой вариации рав-

на 60. Табличное значение F -критерия найти в таблице с вероятностью $p = 0,95$ и сравнить с ним фактическое значение F -критерия. Сделать соответствующие выводы.

Задача 4.6. Имеются данные о возрасте, стаже работы и заработной плате рабочих предприятия.

Табельный номер рабочего	Возраст, лет	Стаж работы, лет	Зароботная плата в месяц, ден. ед.
70	25	7	2500
17	24	8	2360
20	43	25	2510
35	41	23	2610
44	37	20	2880
23	42	24	2960
47	29	10	2744
53	36	12	3060
68	36	16	3150
50	29	10	2750
32	18	1	2210
33	37	19	2582
45	25	8	2500
31	30	10	2630
26	26	8	2520
40	28	9	2600

1. Определите дисперсию заработной платы рабочих предприятия.
2. Произведите группировку по стажу работы, выделив три группы.
3. По каждой группе исчислите внутригрупповую дисперсию по уровню заработной платы.
4. Определите межгрупповую дисперсию и критерий Фишера.
5. Сравните фактический критерий Фишера с табличным с вероятностью $p = 0,95$.
6. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 4.7. По данным задачи 4.6:

1. Определите общую дисперсию заработной платы рабочих предприятия.

2. Произведите группировку рабочих по возрасту, выделив три группы.
3. По каждой группе исчислите внутригрупповую дисперсию по заработной плате.
4. Определите межгрупповую дисперсию и фактическое значение критерия Фишера по заработной плате.
5. Сравните фактическое значение F -критерия с табличным с вероятностью $p = 0,95$.
6. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 4.8. По данным задачи 4.6:

1. Определите, по какому признаку более однородна совокупность рабочих предприятия — по возрасту или стажу работы.

Задача 4.9. 36 значений признака распределены на 6 групп. Общая сумма квадратов отклонений индивидуальных значений от общей средней равна 480, а межгрупповая сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней — 184. Существенно ли влияние фактора на результат?

Задача 4.10. 20 явлений подразделяются на 4 группы по 5 явлений в каждой. Средние значения результативного признака в группах равны: 15, 18, 20, 23. Общая сумма квадратов отклонений индивидуальных значений от общей средней составляет 400. Существенно ли влияние фактора?

Метод корреляционно-регрессионный

Изучение связи между экономическими явлениями, раскрытие причинно-следственного механизма — важная задача статистики. Для исследования интенсивности, вида и формы причинных влияний широко применяется корреляционный и регрессионный анализ. Понятия «корреляции» и «регрессии» непосредственно связаны между собой. Однако в корреляционном анализе оценивается сила (теснота) связи между явлениями, в регрессионном исследуется ее форма.

Термины «связь» и «зависимость» имеют различный смысл, поэтому необходимо различать понятия «корреляционная связь» и «корреляционная зависимость». Если нам уже известно, что изменение одного явления вызвано изменениями другого (на основе аналитической группировки и дисперсионного метода), т. е. установлена существенная причинная связь, то целесообразно использование термина «кор-

реляционная зависимость», но если это неизвестно, то необходимо употребить термин «корреляционная связь».

Наиболее общим видом связи между явлениями является стохастическая (вероятностная) связь. Она выражается в том, что с изменением одного явления меняется закон распределения другого явления.

Корреляционная связь является частным случаем стохастической связи.

Корреляционной называют такую связь, при которой одному значению одного явления соответствует множество значений другого. Корреляционные связи проявляются только «в среднем», по наблюдениям отдельных явлений этой связи можно и не заметить, она может даже показаться обратной той, которая проявляет себя «в общем и среднем».

Существует и функциональная связь между явлениями — когда за изменением одного явления всегда следует строго определенное изменение другого. Функциональные связи всегда имеют то или иное математическое выражение (математическая функция), в то время как корреляционная связь может иметь математическое выражение «в среднем», а не в каждом конкретном случае. Следовательно, суть корреляционно-регрессионного анализа заключается в следующем.

1. Сначала устанавливаются результативный признак (y) и факторные ($x_1, \dots, x_n$). Если изучается влияние одного фактора на результат, это называют парной корреляцией, а влияние нескольких факторов на результат — множественной корреляцией. По направлению связи могут быть прямые (положительные) и обратные (отрицательные).

2. Затем осуществляется проверка информации на однородность и нормальность распределения. Однородность совокупности проверяется коэффициентом вариации по факторным признакам, который не должен превышать 33%.

Истинное значение исследуемого факторного признака находится в интервале $(\bar{x}_i - 3\sigma_{x_i}; \bar{x}_i + 3\sigma_{x_i})$ с вероятностью $P = 0,99$.

Из массива первичной информации должны быть исключены все резко выделяющиеся единицы, т. е. те, которые не попали в указанный интервал.

3. Установление наличия и направления корреляционной зависимости между результативным (Y) и факторным признаками на основе аналитической группировки. Все единицы совокупности разбиваются на группы по факторному признаку, и в каждой группе рассчитываются

ся средняя величина результативного признака. Данные этой группировки можно изобразить графически построить линию регрессии, т. е. вид которой позволяет судить не только о наличии связи, но и дает представление о форме корреляционной связи (прямолинейная или криволинейная).

4. Определение степени тесноты связи и оценка ее существенности.

Теснота парной корреляции измеряется коэффициентом корреляции (r) — при линейной связи и корреляционным отношением (η) — при линейной и криволинейной зависимости:

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \times \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\overline{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}}{\sigma_x \times \sigma_y},$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma_y^2}},$$

где $(x_i - \bar{x})$ — отклонение значений фактора от средней величины; $(y_i - \bar{y})$ — отклонение значений результата от средней величины; σ^2 — межгрупповая дисперсия результативного признака, вызванная влиянием фактора; σ_x и σ_y — среднее квадратическое отклонение факторного и результативного признаков.

Коэффициент корреляции может принимать значение в пределах от -1 до $+1$. Знак коэффициента корреляции характеризует направление связи. Знак «+» — связь прямая, знак «-» — обратная. Абсолютная величина показывает силу связи: чем ближе к 1 , тем сильнее связь.

Принято считать, если коэффициент корреляции:

до $\pm 0,3$ — связь слабая;

$\pm 0,3$ до $\pm 0,7$ — связь средней силы;

$> \pm 0,7$ — связь тесная.

Квадрат коэффициента корреляции носит название **коэффициент детерминации**, который показывает, на сколько процентов изменение результата обусловлено изменением фактора.

Корреляционное отношение изменяется от 0 до 1 : чем ближе к 1 , тем связь теснее.

Оценка существенности коэффициента корреляции проводится с использованием отношения коэффициента корреляции (r) к его сред-

ней квадратической ошибке (σ_r) σ_r / r , где $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$.

В практике могут быть использованы и другие показатели определения тесноты связи, например **коэффициент Фехнера**:

$$K_{\phi} = \frac{C - H}{C + H},$$

где C — число совпадений знаков отклонений индивидуальных значений от средней величины по фактору и результату (например, «+» и «+»; «-» и «-»); H — число несовпадений знаков отклонений индивидуальных значений от средней величины по фактору и результату (например, «+» и «-»; «-» и «+»).

Коэффициент Фехнера целесообразно использовать для установления факта наличия связи при небольшом объеме исходной информации.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена:

$$K_{\text{сп}} = 1 - \frac{\sigma \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где d^2 — квадрат разности рангов для каждой единицы $d = R_x - R_y$.

Коэффициент корреляции рангов тоже колеблется в пределах от -1 до $+1$, если ранги по обоим признакам совпадают, то и коэффициент равен $+1$ (связь прямая полная), если он равен -1 , то связь полная обратная, и если равен 0 , то связь отсутствует.

Ранговый коэффициент корреляции более точный по сравнению с коэффициентом корреляции знаков (коэффициент Фехнера), потому что он учитывает не только знаки отклонений, но и место величины признака в данном ряду.

Для исследования степени тесноты связи между качественными признаками, каждый из которых представлен в виде альтернативных признаков, может быть использован **коэффициент ассоциации Д. Юла**.

Расчетная таблица может быть представлена в данном случае следующим образом.

Признаки	A (да)	$\bar{A}$ (нет)	Итого
B (да)	a	b	$a + b$
$\bar{B}$ (нет)	c	d	$c + d$
Итого	$a + c$	$b + d$	n

Где a, b, c, d — частоты взаимного сочетания двух альтернативных признаков A и $\bar{A}$ и B и $\bar{B}$; n — общая сумма частот.

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

Коэффициент контингенции:

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}.$$

Коэффициент контингенции также изменяется от -1 до $+1$, но его величина несколько меньше, чем коэффициента ассоциации.

После установления тесноты связи выполняется построение модели связи, т. е. уравнение регрессии.

5. Определить тип уравнения регрессии можно, исследуя зависимость графически на основе группировки. Так, если результативный и факторный признаки возрастают примерно одинаково, то это свидетельствует о том, что связь между ними линейная; если же один признак увеличивается, а другой неравномерно уменьшается — связь гиперболическая. Если с увеличением значений фактора результативный признак сначала растёт, а потом снижается, то связь параболическая.

Линейная связь выражается уравнением $\tilde{y} = a + bx$.

Гиперболическая — $\tilde{y} = a + \frac{b}{x}$.

Параболическая — $\tilde{y} = a + bx + cx^2$.

Показательная — $\tilde{y} = ab^x$.

Для определения параметров используется метод наименьших квадратов и решается система нормальных уравнений.

Так, для линейной связи система нормальных уравнений будет следующей:

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y; \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum x \times y. \end{cases}$$

Эту систему можно представить через отклонения значений признаков фактора и результата от их средних:

$$na + b\sum(x_i - \bar{x}) = \sum(y_i - \bar{y});$$

$$a\sum(x_i - \bar{x}) + b\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}).$$

Тогда формулы для расчетов параметров будут следующие:

$$b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}; \quad a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Для определения параметров параболической функции система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na + b\sum x + c\sum x^2 - \sum y; \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 - \sum x \times y; \\ a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 - \sum y \times x^2. \end{cases}$$

В качестве меры достоверности уравнения корреляционной зависимости используется процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения (S) к среднему уровню результативного признака ($\bar{y}$):

$$\frac{S}{\bar{y}} \times 100\%,$$

где $S = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n - p}}$; y_i — фактические значения результата; $\tilde{y}_i$ — расчетные значения результата; n — число единиц совокупности; p — число параметров в уравнении регрессии.

Если это отношение не превышает 10–15%, то следует считать, что уравнение регрессии достаточно хорошо отображает изучаемую взаимосвязь.

6. Построение корреляционно-регрессионной модели.

Изучение множественной корреляции следует начинать с анализа матрицы парных коэффициентов корреляции, которая позволяет проанализировать отбор коллинеарных факторов, т. е. факторов, у которых связь с результатом слабее, чем между собой. Целесообразно оставить тот фактор, у которого связь с результатом выше, чем с соответствующим фактором.

Наиболее часто на практике наблюдаемый процесс описывается линейно:

$$\tilde{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n,$$

где $x_1, x_2, \dots, x_n$ — значения факторов; $a, b_1, b_2, \dots, b_n$ — параметры модели.

Мерой его достоверности является, так же как и в случае парной корреляции, процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения к среднему уровню результативного показателя.

7. Экономическая интерпретация корреляционно-регрессионной модели.

Коэффициенты регрессии (b_i), которые показывают, что на эту величину в среднем изменится результат при изменении соответствующего фактора на единицу своего измерения при условии постоянства других факторов, включенных в модель.

Параметр (a), как правило, экономического смысла не несет, а является началом отсчета.

8. Для измерения тесноты связи между изменениями величины результата и изменениями значений факторов определяется **совокупный** (множественный) **коэффициент корреляции** ($R_{y_{x_1, x_2, \dots, x_n}}$), который может быть рассчитан по формуле:

$$R_{y_{x_1, x_2, \dots, x_n}} = \sqrt{r_{yx_1}^2 \beta_1^2 + r_{yx_2}^2 \beta_2^2 + \dots + r_{yx_n}^2 \beta_n^2},$$

где r_{yx_i} — парные коэффициенты корреляции; β_i — коэффициенты показывают на какую часть среднего квадратического отклонения изменится результативный признак при изменении соответствующего фактора на величину его среднего квадратического отклонения:

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma x_i}{\sigma y}.$$

Произведение $r_{yx_i} \beta_i$ характеризует вклад изменения каждого фактора в изменение результата, т. е. показывает, на сколько процентов изменение результата обусловлено изменением соответствующего фактора.

В целом же подкоренное выражение совокупного коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации, который показывает, в какой мере вариация результата обусловлена влиянием факторов, включенных в уравнение множественной зависимости.

9. Для сравнения роли различных факторов в формировании результата, определяются **коэффициенты эластичности**:

$$\mathcal{E}_i = b_i \frac{\bar{X}}{\bar{Y}},$$

где b_i — коэффициенты регрессии при соответствующем факторе.

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем изменяется результат с изменением фактора на 1%.

Решение типовых задач

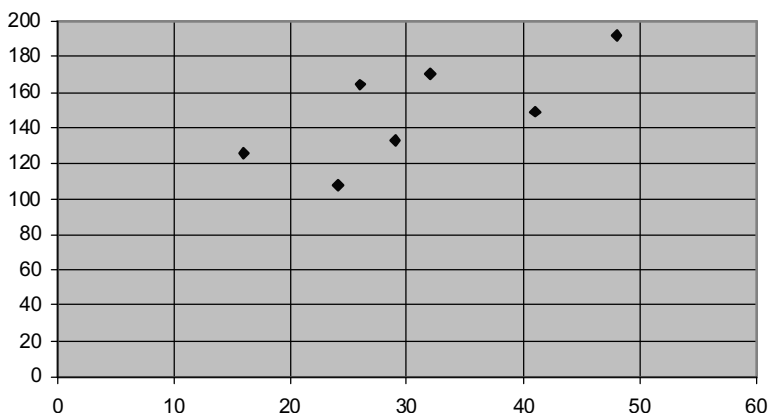
Задача 4.11. Имеется информация о внесении органических удобрений и урожайности картофеля в 10 фермерских хозяйствах.

Фермерское хозяйство	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Внесено органических удобрений, т/га	26	48	24	16	32	29	41	53	20	11
Урожайность картофеля, ц/га	164	192	108	126	170	133	149	161	155	142

1. Выявите корреляционно-регрессионную зависимость урожайности картофеля от дозы внесения органических удобрений.
2. Определите тесноту этой зависимости.
3. Дайте экономическую интерпретацию полученным показателям.

Решение.

1. Для выявления формы зависимости урожайности от дозы внесения органических удобрений целесообразно построить график, на оси абсцисс нанести дозы органических удобрений, а на оси ординат — урожайность.



Данное корреляционное поле свидетельствует, что связь урожайности с удобрениями может быть описана линейной функцией:

$$\tilde{y} = a + bx.$$

Составим систему нормальных уравнений через отклонения от средних как фактора, так и результата. Фактором (x) в данном случае является доза внесения органических удобрений, результатом (y) является урожайность картофеля.

$$na + b\sum(x_i - \bar{x}) = \sum(y_i - \bar{y});$$

$$a\sum(x_i - \bar{x}) + b\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}).$$

Из этой системы находим:

$$b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2},$$

так как все остальные члены уравнения равны нулю (сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней величины равна нулю). Параметр a найдем из уравнения $\bar{y} = a + b \times \bar{x}$, откуда $a = \bar{y} - b \times \bar{x}$.

Для решения составим вспомогательную таблицу.

№ фер- мерского хозяй- ства	Внесено органических удобрений	Урожайность картофеля Y_i	$x_i - \bar{x}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(x_i - \bar{x}) \times$ $\times (Y_i - \bar{Y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	26	164	-4	14	-56	16	196
2	48	192	18	42	756	324	1764
3	24	108	-6	-42	252	36	1764
4	16	126	-14	-24	336	196	576
5	32	170	2	20	40	4	400
6	29	133	-1	-17	17	1	289
7	41	149	11	-1	-11	121	1
8	53	161	23	11	253	529	121
9	20	155	-10	5	-50	100	25
10	11	142	-19	-8	152	361	64
Итого	300	1500	0	0	+1689	1688	5200

$$\bar{X} = \frac{300}{10} = 30 \text{ т/га}; \quad \bar{Y} = \frac{1500}{10} = 150 \text{ т/га};$$

$$b = \frac{+1689}{1688} = +1,0 \text{ ц/га};$$

$$a = 150 - 1,0 \times 30 = 120.$$

Уравнение регрессии будет иметь вид:

$$\tilde{Y} = 120 + 1,0 \times x.$$

Это значит, что урожайность картофеля в среднем повышается на 1 ц/га при увеличении дозы внесения органических удобрений на 1 т/га.

2. Определяем тесноту связи:

$$r_{yx} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \times \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{+1689}{\sqrt{1688 \times 5200}} = +0,6.$$

Связь средней силы. Коэффициент детерминации

$$r^2 = 0,6^2 = 0,36.$$

Это свидетельствует о том, что вариация урожайности картофеля объясняется на 36% вариацией дозы внесения органических удобрений.

Тесноту связи можно определить и с помощью коэффициента Фехнера:

$$K = \frac{C - H}{C + H} = \frac{7 - 3}{7 + 3} = \frac{4}{10} = 0,4.$$

Коэффициент Фехнера подтверждает, что связь также средней силы.

Определим тесноту связи с помощью коэффициента корреляции рангов Спирмена.

Составим вспомогательную таблицу.

№	X_i	y_i	R_x	R_y	$d = R_x - R_y$	d^2
1	26	164	5	8	-3	9
2	48	192	9	10	-1	1
3	24	108	4	1	3	9
4	16	126	2	2	0	0
5	32	170	7	9	-2	4
6	29	133	6	3	3	9
7	41	149	8	5	3	9
8	53	161	10	7	3	9
9	20	155	3	6	-3	9
10	11	142	1	4	-3	9
Сумма						68

$$K_{\text{сп}} = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 68}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{408}{990} = 1 - 0,412 = 0,59.$$

Этот показатель характеризует также среднюю силу тесноты связи.

Задача 4.12. Имеется информация о стаже работы, производительности труда и месячной заработной плате работников предприятия.

№ работника	Стаж работы X_1 , лет	Производительность труда X_2 , шт./ч	Зарплата за месяц Y , ден. ед.
1	29	17	300
2	40	25	400
3	36	15	300
4	32	17	320
5	23	15	200

№ работника	Стаж работы X_1 , лет	Производительность труда X_2 , шт./ч	Зарботная плата за месяц Y , ден. ед.
6	45	18	350
7	38	17	350
8	40	25	400
9	50	19	380
10	47	23	400
11	28	15	250
12	30	18	350
13	25	16	200
14	48	23	400
15	30	18	220
16	40	18	320
17	40	25	390
18	38	23	360
19	29	18	260
20	25	17	250
Сумма	713	382	6400

1. Постройте корреляционно-регрессионную модель месячной заработной платы рабочих.
2. Дайте экономическую интерпретацию полученной модели.
3. Определите тесноту связи, рассчитав совокупный коэффициент корреляции.
4. Определите долю каждого фактора в общем изменении заработной платы.

Решение.

№	Y	X_1	X_2	Y^2	X_1^2	X_2^2	YX_1	YX_2	X_1X_2
1	300	29	17	90 000	841	289	8700	5100	493
2	400	40	25	160 000	1600	625	16 000	10 000	1000
3	300	36	15	90 000	1296	225	10 800	4500	540
4	320	32	17	102 400	1024	289	10 240	5440	544
5	200	23	15	40 000	529	225	4600	3000	345
6	350	45	18	122 500	2025	324	15 750	6300	810
7	350	38	17	122 500	1444	289	13 300	5950	646
8	400	40	25	160 000	1600	625	16 000	10 000	1000

№	Y	X ₁	X ₂	Y ²	X ₁ ²	X ₂ ²	YX ₁	YX ₂	X ₁ X ₂
9	380	50	19	144 000	2500	361	19 000	7220	950
10	400	47	23	160 000	2209	529	18 800	9200	1081
11	250	28	15	62 500	784	225	7000	3750	420
12	350	30	18	122 500	900	324	10 500	6300	540
13	200	25	16	40 000	625	256	5000	3200	400
14	400	48	23	160 000	2304	529	19 200	9200	1104
15	220	30	18	48 400	900	324	6600	3960	540
16	320	40	18	102 400	1600	324	12 800	5760	720
17	390	40	25	152 100	1600	625	15 600	9750	1000
18	360	38	23	129 600	1444	529	13 680	8280	874
19	260	29	18	67 600	841	324	7540	4680	522
20	250	25	17	62 500	625	289	6250	4250	425
Сумма	6400	713	382	2 139 400	26 691	7530	237 360	125 840	13 954

Корреляционно-регрессионная модель в общем виде:

$$\hat{Y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

1. Для нахождения параметров составим систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 = \sum y; \\ a \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 = \sum x_1 y; \\ a \sum x_2 + b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 = \sum x_2 y. \end{cases}$$

В нашем случае система нормальных уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} 20a + 713b_1 + 382b_2 = 6400; \\ 713a + 26691b_1 + 13954b_2 = 237360; \\ 382a + 13954b_1 + 7530b_2 = 125840. \end{cases}$$

Решение системы уравнения дает следующую модель зависимости заработной платы от факторов:

$$\hat{Y} = 5,099b_1 + 8,076b_2 - 16,039.$$

Это значит, что при увеличении стажа на 1 год заработная плата в месяц в среднем увеличивается на 5,099 ден. ед. при условии постоянства производительности труда. В свою очередь, при росте произво-

дительности труда на 1 шт. за час заработная плата увеличивается в среднем более чем на 8 ден. ед. (8,076) при условии постоянства стажа работы.

2. Для определения совокупного коэффициента корреляции сначала определим тесноту связи каждого из факторов с заработной платой и представим матрицу парных коэффициентов корреляции.

	Y	X ₁	X ₂
Y	1	0,8531	0,7788
X ₁	0,8531	1	0,6154
X ₂	0,7788	0,6154	1

Матрица показывает, что оба фактора имеют достаточно тесную связь с результатом и не являются коллинеарными, так как связь между ними меньше, чем у каждого из них с результатом.

Совокупный коэффициент корреляции может быть рассчитан по формуле:

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2 \times r_{yx_1} \times r_{yx_2} \times r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{0,8531^2 + 0,7788^2 - 2 \times 0,8531 \times 0,7788 \times 0,6154}{1 - 0,6154^2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{0,7277 + 0,6065 - 0,8177}{1 - 0,3787}} = \sqrt{\frac{0,5165}{0,6213}} = \sqrt{0,831} = 0,911.
 \end{aligned}$$

Совокупный коэффициент корреляции составляет $R = 0,911$, что характеризует тесную связь. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,831$ показывает, что изменение месячной заработной платы работников объясняется на 83,1% факторами, включенными в анализ.

Совокупный коэффициент корреляции можно определить и по следующей формуле:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{r_{yx_1} \beta_1 + r_{yx_2} \beta_2},$$

где

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y};$$

$$\beta_1 = b_1 \times \frac{\sigma x_1}{\sigma y} = 5,099 \times \frac{8,1839}{69,3579} = 0,6016;$$

$$\beta_2 = b_2 \times \frac{\sigma x_2}{\sigma y} = 8,076 \times \frac{3,5078}{69,3579} = 0,4084.$$

β -коэффициенты показывают, что на заработную плату большее влияние оказывает стаж работы.

$$R_{y_{x_1 x_2}} = \sqrt{0,8531 \times 0,6016 + 0,7788 \times 0,4084} = \sqrt{0,5132 + 0,3181} = \\ = \sqrt{0,831} = 0,911.$$

Подкоренное выражение — коэффициент детерминации показывает, что заработная плата изменяется за счет изменения обоих факторов на 83,1%, в том числе на 51,32% за счет стажа работников и на 31,81% за счет роста производительности труда.

Для сравнения роли отдельных факторов в формировании результативного показателя (месячной заработной платой) определяются коэффициенты эластичности, которые могут быть рассчитаны по формуле:

$$\mathcal{E}_i = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{Y}};$$

$$\mathcal{E}_1 = 5,099 \times \frac{35,65}{320,0} = 5,099 \times 0,1114 = 0,568;$$

$$\mathcal{E}_2 = 8,076 \times \frac{19,1}{320,0} = 8,076 \times 0,0598 = 0,482.$$

Следовательно, при увеличении стажа на 1% месячная заработная плата увеличивается на 0,568%, а при увеличении производительности труда на 1% заработная плата увеличивается на 0,482%.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 4.13. Имеются данные о средней ожидаемой продолжительности жизни и потреблении мяса на душу населения по 20 странам мира (табл. на с. 81).

1. Проверьте представленную информацию на однородность и нормальность распределения.
2. Определите форму связи между средней ожидаемой продолжительностью жизни и потреблением мяса на душу населения.

№ п/п	Страны	Средняя ожидаемая продолжительность жизни, лет	Потребление мяса, кг/чел. в год
1	Австрия	77,0	95
2	Австралия	78,2	104
3	Белоруссия	68,0	59
4	Великобритания	77,2	72
5	Венгрия	70,9	59
6	Германия	77,2	86
7	Дания	75,7	98
8	Италия	78,2	79
9	Казахстан	67,6	50
10	Канада	79,0	98
11	Латвия	68,4	56
12	Нидерланды	77,0	88
13	Россия	66,6	46
14	Румыния	69,9	43
15	США	76,7	114
16	Украина	68,8	37
17	Финляндия	76,8	63
18	Франция	78,1	91
19	Чехия	73,9	70
20	Швейцария	78,6	56

3. Измерьте степень тесноты связи.

4. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 4.14. Представлена характеристика 10 производственных предприятий.

№ предприятия	Рентабельность, %	Производительность труда, тыс. ден. ед. на 1 работника	Средний возраст оборудования, лет	Использование производственных мощностей, %	Среднее число рабочих, чел.
1	7	7	20	74	250
2	8	10	19	75	395
3	7	9	21	78	468
4	9	11	17	92	120

№ предприятия	Рентабельность, %	Производительность труда, тыс. ден. ед. на 1 работника	Средний возраст оборудования, лет	Использование производственных мощностей, %	Среднее число рабочих, чел.
5	9	11	16	80	174
6	8	11	18	80	800
7	11	13	15	85	382
8	11	14	14	87	505
9	16	17	10	77	435
10	15	18	11	95	760

1. Определите тесноту связи между рентабельностью и производительностью труда.
2. Постройте уравнение регрессии.
3. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
4. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 4.15. По данным задачи 4.14:

1. Определите форму и тесноту зависимости между рентабельностью и средним возрастом оборудования.
2. Постройте для них уравнение регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.16. По данным задачи 4.14:

1. Определите форму и тесноту зависимости рентабельности от использования производственных мощностей.
2. Постройте для них уравнение регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.17. По данным задачи 4.14:

1. Постройте корреляционное поле, характеризующее связь рентабельности и среднесписочной численности работников.
2. Определите тесноту этой связи.
3. Постройте уравнение регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.18. По данным задачи 4.14:

1. Определите форму и тесноту зависимости между производительностью труда и средним возрастом оборудования.
2. Постройте уравнение регрессии и дайте экономическую характеристику этого уравнения.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.19. По данным задачи 4.14:

1. Определите тесноту связи между использованием производственных мощностей и средним возрастом оборудования.
2. Постройте для них уравнение регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.20. Определите тесноту связи между урожайностью и себестоимостью картофеля и построьте уравнение регрессии на основании следующих данных.

№ хозяйства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожайность, ц/га	171	179	180	141	189	136	174	128	113	186
Себестоимость 1 ц, руб.	510	430	390	550	350	470	380	590	510	400

Задача 4.21. Приведены данные об урожайности сахарной свеклы и числе междурядных культиваций.

№ хозяйства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число культиваций	2	2	3	3	4	4	3	4	3	3
Урожайность, ц/га	238	240	250	260	240	250	248	260	268	230

1. Составьте и решите уравнение корреляционной зависимости между урожайностью сахарной свеклы и числом междурядных культиваций.
2. Определите тесноту связи.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.22. Данные об урожайности и себестоимости овощей по группе хозяйств приведены в табл. на с. 84.

1. Вычислите показатели, характеризующие корреляционную связь между себестоимостью и урожайностью овощей:

№ хозяйства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Урожайность, ц/га	208	210	226	130	137	101	171	254	210	778	776	159	192	234
Себестоимость 1 ц, руб.	590	340	430	650	470	720	330	450	510	400	370	670	520	430

- ♦ уравнение регрессии;
- ♦ коэффициент корреляции;
- ♦ коэффициент детерминации;
- ♦ коэффициент эластичности;
- ♦ β -коэффициент.

Задача 4.23. Определите уравнение связи и коэффициент корреляции между ростом и весом группы студентов.

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Рост, см	160	162	171	178	176	181	185	182	184	183	180
Вес, кг	60	55	75	70	72	75	76	80	78	80	77

Задача 4.24. Произведите анализ корреляционной зависимости между долей концентрированных кормов в рационе коров и себестоимостью молока на основании следующих данных.

№ хозяйства	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Доля концентрированных кормов, %	62	48	61	45	31	45	41	42	30
Себестоимость 1 ц, ден. ед	32	31	30	27	24	24	21	20	18

Задача 4.25. Определите уравнение корреляционной связи и показатели, характеризующие тесноту связи (коэффициент корреляции и детерминации) между продуктивностью коров и производством молока на 100 га сельскохозяйственных угодий.

№ хозяйства	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Продуктивность, ц	20	26	30	29	20	20	33	23	30
Производство молока на 100 га, ц	268	442	536	484	260	390	522	290	486

Задача 4.26. Данные о выпуске продукции, основных фондах и среднесписочном числе рабочих представлены в следующей таблице.

№ предприятия	Выпуск продукции, млн руб.	Основные фонды, млн руб.	Среднесписочная численность работников	№ предприятия	Выпуск продукции, млн руб.	Основные фонды, млн руб.	Среднесписочная численность работников
1	2,4	2,0	256	11	8,9	5,6	460
2	4,3	3,3	250	12	11,9	6,6	800
3	3,9	4,0	300	13	12,6	7,0	760
4	6,4	3,3	395	14	9,4	5,5	581
5	3,5	3,1	235	15	8,9	5,6	450
6	5,2	3,9	468	16	3,5	3,6	300
7	7,9	4,5	400	17	5,6	4,5	435
8	1,5	2,0	120	18	4,4	4,9	500
9	3,6	3,1	310	19	5,8	4,2	350
10	2,5	2,0	175	20	1,9	2,2	139

1. Постройте корреляционное поле результата (выпуска продукции) с каждым из факторов.
2. Постройте линейное уравнение множественной регрессии, дайте экономичную интерпретацию и осуществите прогнозные варианты.
3. Найдите совокупный коэффициент корреляции и детерминации.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.27. По данным задачи 1.15 (с 1 по 10 предприятие):

1. Постройте график зависимости от каждого из факторов.
2. Определите тесноту зависимости результата с каждым из факторов.
3. Постройте уравнение регрессии (парные) и дайте им экономическую интерпретацию.
4. Рассчитайте коэффициенты эластичности и b -коэффициенты.
5. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию. Рассчитайте варианты прогноза.
6. Определите совокупный коэффициент корреляции и детерминации.
7. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.28. По данным задачи 1.15 (с 11 по 20 предприятие):

1. Постройте корреляционные поля зависимости результата от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение регрессии и определите тесноту связи каждого из факторов с результатом (парная корреляция).
3. Постройте уравнение множественной регрессии, дайте экономическую интерпретацию и рассчитайте варианты прогноза.
4. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.29. По данным задачи 1.17 (с 1 по 10 предприятие):

1. Определите форму и тесноту зависимости результата от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение регрессии каждого из факторов с результатом.
3. Определите стандартизованные коэффициенты.
4. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
5. Рассчитайте варианты прогноза результата.
6. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
7. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.30. По данным задачи 1.17 (с 10 по 20 предприятие):

1. Постройте графики зависимости результата от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение регрессии, характеризующее форму зависимости результата от каждого из факторов, дайте экономическую интерпретацию этих уравнений.
3. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции и охарактеризуйте с точки зрения коллинеарности факторов.
4. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
5. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
6. Рассчитайте различные варианты прогноза результативного признака.
7. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.31. По данным задачи 1.20 (с 1 по 15 предприятие):

1. Определите форму и тесноту зависимости результата от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение регрессии каждого из факторов с результатом.
3. Определите коэффициенты эластичности и β -коэффициенты.
4. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
5. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
6. Рассчитайте различные варианты прогноза результативного признака.
7. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.32. По данным задачи 1.20 (с 16 по 30 предприятие):

1. Постройте графики зависимости результата от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение парной корреляции каждого из факторов с результатом.
3. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции и охарактеризуйте тесноту связи каждого фактора с результатом и между собой.
4. Определите стандартизованные коэффициенты корреляции и дайте им характеристику.
5. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
6. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
7. Рассчитайте различные варианты прогноза результативного признака.
8. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 4.33. Имеются данные об уровне механизации, возрасте оборудования и выпуске продукции по группе предприятий (табл. на с. 88).

1. Постройте графики зависимости выпуска продукции от каждого из факторов.
2. Постройте уравнение парной корреляции каждого из факторов с результатом.

№ предприятия	Выпуск продукции, млн ден. ед.	Уровень механизации, %	Возраст оборудования, лет	№ предприятия	Выпуск продукции, млн ден. ед.	Уровень механизации, %	Возраст оборудования, лет
1	100	99	5	11	95	90	11
2	101	98	4	12	65	70	12
3	105	100	3	13	90	85	13
4	110	100	6	14	91	90	14
5	99	96	8	15	100	98	4
6	90	95	10	16	110	100	5
7	77	64	11	17	109	99	6
8	80	77	10	18	107	89	7
9	90	92	9	19	90	95	9
10	91	64	12	20	98	90	10

3. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции и дайте им характеристику.

Задача 4.34. На основе данных задачи 4.33:

1. Постройте уравнение множественной регрессии и дайте экономическую интерпретацию.
2. Определите коэффициент эластичности и β -коэффициенты и охарактеризуйте их.
3. Определите совокупный коэффициент множественной корреляции и детерминации.
4. Рассчитайте различные варианты прогноза результативного признака.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Глава 5

ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Выборочное наблюдение является одним из видов несплошного статистического наблюдения. Сущность выборочного наблюдения заключается в том, что исследуется часть и результаты переносят на всю совокупность. Особенно важно его применение в тех случаях, когда изучаемая совокупность велика, и всю ее обследовать практически невозможно, когда наблюдение связано с порчей качества продукции (прочность ткани, жирность молока и т. п.). Кроме того, выборочное наблюдение экономит время и средства и, как следствие, позволяет произвести большое количество опытов, обследовать большее число признаков, качеств объекта. Выборочное наблюдение находит широкое применение во всех отраслях хозяйственной деятельности. Выборки используются при опросах общественного мнения, покупательского спроса, формирования доходов и структуры расходов населения и т. д.

Та совокупность, из которой производится отбор, называется генеральной совокупностью; отобранная совокупность является выборочной совокупностью. Для того чтобы по выборке можно было дать объективную оценку генеральной совокупности, надо, чтобы выборка была репрезентативной (представительной).

Виды и способы выборочного обследования

По теоретическому принципу выборка бывает:

- случайная;
- типическая;
- смешанная.

По технике отбора выборка может быть осуществлена с помощью:

- жеребьевки (вручную);
- специальных тиражных устройств;
- таблицы случайных чисел;

- из списков единиц совокупности через равные интервалы.

По числу отбираемых единиц выборка может быть:

- индивидуальная;
- серийная (гнездовая).

По построению отбора единиц совокупности выборка может быть:

- бесповторной (в социально-экономической статистике);
- повторной (применяемой в математической статистике).

Ошибки выборочного наблюдения, которые возникают вследствие специфики самого метода (обследуется не вся совокупность, а только ее часть), называют ошибками репрезентативности.

Теория выборочного метода дает формулу, по которой можно вычислить среднюю величину ошибки для выборочной совокупности, отобранной в случайном порядке:

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

где m — средняя ошибка выборки; σ — среднее квадратическое отклонение; n — численность выборочной совокупности.

Величина средней ошибки выборки зависит прежде всего от вариации значений признаков в выборочной совокупности (σ). Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем однороднее совокупность. Величина средней ошибки зависит и от численности выборки: чем больше единиц совокупности входит в выборку, тем меньше средняя ошибка выборки.

На практике при применении выборочного метода обычно ставится задача определения границ, за которые ошибка не должна выйти.

Величина пределов конкретной ошибки зависит от степени вероятности, с которой измеряется ошибка выборки.

Ошибка выборки, исчисленная с заданной степенью вероятности, представляет предельную ошибку выборки, которая может быть определена по формуле:

$$\varepsilon = m \times t \text{ или } \varepsilon = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Предельная ошибка зависит от величины средней ошибки и коэффициента (t), определяющегося степенью вероятности, с которой производится выборочное наблюдение.

При значении $t = 1$ вероятность равна 0,683.

При значении $t = 2$ вероятность равна 0,954.

При значении $t = 3$ вероятность равна 0,997.

Указывая вероятные пределы случайной ошибки выборки, мы тем самым указываем и те пределы, за которые не выйдет характеристика генеральной совокупности.

Оценка характеристики генеральной совокупности по результатам выборочного обследования

Оценка производится прямым пересчетом и распространением результата на всю генеральную совокупность.

Допустим, обследовано 500 домохозяйств, у которых площадь под овощами составляет 71,3 га. Всего в области 73 452 домохозяйства. Какова площадь овощей в личном секторе?

Решение.

Сначала определим среднюю площадь под овощами в домохозяйстве (обследованном):

$$71,3/500 = 0,1426 \text{ га.}$$

Тогда путем прямого пересчета, без учета ошибки выборки, определим, что площадь под овощами в области составит $S = 0,1426 \times 73\,452 = 10474$ га.

Более верный способ — когда учитывается ошибка выборки:

$$\bar{X}_s = 0,1426 \text{ га — выборочная средняя.}$$

Пусть предварительный анализ показал, что среднее квадратическое отклонение площади под овощами в выборке составит $\sigma = 0,038$ га.

Тогда средняя ошибка выборки составит

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,038}{\sqrt{500}} = 0,0017 \text{ га.}$$

где $n = 500$; $N = 73\,452$.

Необходимо найти предельную ошибку с заданной вероятностью $p = 0,95$. Для вероятности $p = 0,95$, $t = 2,0$. Значит $\sigma = 0,0017 \times 2 = 0,0034$ га.

Следовательно, в генеральной совокупности средняя площадь под овощами с вероятностью $p = 0,95$ находится в пределах $0,1426 \pm 0,0034$, т. е. от 0,1392 до 0,1460 га, тогда площадь под овощами в области будет находиться в пределах от 10 224,5 до 10 723,9 га.

Ошибка выборочной доли

Нередко нас интересует не абсолютные значения средней, а относительное значение, т. е. процент (например, процент брака).

Так, если обозначим:

w — выборочная доля;

w_0 — доля в генеральной совокупности;

β — ошибка доли выборки,

то формула в упрощенном виде будет:

$$\beta = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}.$$

Тогда доля в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$$w - \beta \leq w_0 \leq w + \beta$$

Допустим, в регионе из 500 домохозяйств 125 разводят цветы. Сколько процентов домохозяйств разводят цветы в целом по региону с вероятностью $p = 0,95$?

Решение.

$$w = \frac{125}{500} = 0,25, \text{ или } 25\%.$$

$p = 0,95$, тогда $t = 2$, тогда:

$$\beta = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 2 \times \sqrt{\frac{0,25(1-0,25)}{500}} = 0,038, \text{ или } 3,8\%.$$

Ошибка доли составила 3,8%. Значит, доля в генеральной совокупности будет в пределах $25 \pm 3,8\%$ т. е. $21,2\% \leq w_0 \leq 28,8\%$.

Об оценке существенности различия двух средних величин

К расчетам ошибок случайной выборки прибегают в тех случаях, когда необходимо сравнить между собой средние величины признака по двум совокупностям, т. е. определить, существенно ли различие между двумя выборочными средними или оно несущественно. Если генеральная совокупность подчинена нормальному закону распределения, то по теории выборочного метода допускается с определенной степенью вероятности отклонение генеральной средней от выборочной сред-

ней на $\pm s$. И если обе средние попадают в этот предел, то очевидно, что различие между ними случайно, так как обе эти средние из одной генеральной совокупности.

Для ответа на вопрос определяют среднюю случайную ошибку разности двух выборочных средних (m_d). Для двух независимых выборок она определяется по формуле:

$$m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2},$$

где

$$m_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}; m_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}.$$

Выдвигаются две гипотезы.

1. Нулевая гипотеза, т. е. предположение о том, что различие между средними случайно ($P_{\text{нр}}$).
2. Рабочая гипотеза (P), т. е. предположение о том, что различие существенно.

Соотношение между ними $P = 1 - P_{\text{нр}} \geq 0,95$.

Если $P_{\text{нр}} \geq 0,05$ — различие случайное.

Для определения вероятности ($P_{\text{пр}}$) рассчитывается нормированное отклонение (стандартизованная разность) по формуле:

$$t = \frac{\bar{X}_{01} - \bar{X}_{02}}{m_d},$$

где $\bar{X}_{01}$ — средняя выборочная одной выборки; $\bar{X}_{02}$ — средняя выборочная другой выборки; m_d — средняя ошибка разности.

По таблице Лапласа определяют по полученному значению t соответствующую вероятность. Если вероятность значительна, то нулевая гипотеза, т. е. предположение об отсутствии существенного различия, не опровергается.

Решение типовой задачи

Задача 5.1. Две группы студентов сдавали экзамен и получили следующие результаты (табл. на с. 94).

Определите существенно ли различие баллов в группах.

Решение.

Рассчитаем средний балл по группам:

$$\bar{X}_{01} = 3,96 = 4,0; \bar{X}_{02} = 4,28.$$

Оценки	I-я группа	II-я группа
5	8	12
4	11	8
3	7	5
2	1	–
Итого	27	25

Определим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(5-4)^2 \times 8 + (4-4)^2 \times 11 + (3-4)^2 \times 7 + (2-4)^2 \times 1}{27}} = 0,84;$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(5-4,3)^2 \times 12 + (4-4,3)^2 \times 8 + (3-4,3)^2 \times 5}{25}} = 0,7;$$

$$m_1 = \frac{0,84}{\sqrt{27}} = 0,162; \quad m_2 = \frac{0,78}{\sqrt{25}} = 0,156;$$

$$m_d = \sqrt{0,162^2 + 0,156^2} = 0,224;$$

$$t = \frac{4,3 - 4}{0,224} = 1,43.$$

По таблице Лапласа находим:

$$P = F(t) = F(1,43) = 0,84;$$

$$P_{\text{нп}} = 1 - F(t) = 1 - 0,84 = 0,16.$$

Нулевая гипотеза $P_{\text{нп}}$ превышает 0,05, значит, различия случайные.

Малые выборки

Выборки, при которых наблюдениями охватывается небольшое число единиц ($n < 30$), принято называть малыми выборками. Величина ошибки малой выборки определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{мб}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}};$$

$$t = \sqrt{\frac{\bar{X}_{01} - \bar{X}_{02}}{\sigma_{\text{мб}}}}.$$

Значение t находят по таблице Стьюдента в зависимости от степени свободы вариации.

Решение типовой задачи

Задача 5.2. При контрольной проверке качества поставляемой в торговую сеть колбасы получены следующие данные.

№ проб	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Содержание соли, %	4,3	4,2	3,8	4,3	3,7	3,9	4,5	4,4	4,0	3,9

Определите, в каких пределах заключено среднее содержание соли в колбасе в генеральной совокупности.

Решение.

1. Определим среднее содержание соли в колбасе в выборке:

$$\bar{X} = \frac{4,3 + 4,2 + 3,8 + 4,3 + 3,7 + 3,9 + 4,5 + 4,4 + 4,0 + 3,9}{10} = \frac{41}{10} = 4,1\%.$$

2. Определим среднее квадратическое отклонение в выборке:

$$\sigma_{\text{MB}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}};$$

$$\sigma_{\text{MB}} = \sqrt{\frac{(4,3 - 4,1)^2 + (4,2 - 4,1)^2 + (3,8 - 4,1)^2 + (4,3 - 4,1)^2 + (3,7 - 4,1)^2 + (3,9 - 4,1)^2 + (4,5 - 4,1)^2 + (4,4 - 4,1)^2 + (4,0 - 4,1)^2 + (3,9 - 4,1)^2}{10 - 1}} =$$

$$= \sqrt{0,075} = 0,275.$$

3. Средняя ошибка малой выборки:

$$m_{\text{MB}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,275}{3,16} = 0,087;$$

$$E = m_{\text{MB}} \times t,$$

t находим в таблице Стьюдента с девятью степенями свободы вариации — $t = 2,26$:

$$E = 2,26 \times 0,087 = 0,197 \times 0,2\%.$$

Значит, в генеральной совокупности среднее содержание соли в колбасе находится в пределах $4,1 \pm 0,2$ т. е. от 3,9 до 4,3%.

Определение необходимой численности выборки

Прежде чем приступить к проведению выборочного наблюдения, надо установить необходимую численность выборки, т. е. объем выборки,

необходимый для того, чтобы обеспечить результат выборочного наблюдения с заранее установленной точностью.

Необходимая численность выборки (n) определяется на основе формулы предельной ошибки выборки.

$$E^2 = \frac{t^2 \sigma^2}{n},$$

откуда $E^2 n = t^2 \sigma^2$, а численность выборки равна:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{E^2}.$$

Решение типовой задачи

Задача 5.3. Если ошибка известна, а необходимо определить объем выборки, чтобы ошибка не превышала заданную, то поступают следующим образом. Пусть предельная ошибка среднего веса клубней картофеля под одним кустом не будет превышать 50 г. Тогда сколько нужно обследовать кустов картофеля?

По данным прошлого обследования получено $n = 10$ кустов; $\sigma = 320$ г.

Решение.

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; t = 2,0; \varepsilon = m \times t; \text{откуда } m = \frac{\varepsilon}{t} = \frac{50}{2,0} = 25.$$

Средняя ошибка равна 25 г.

$$25 = \frac{320}{\sqrt{n}}; \sqrt{n} = \frac{320}{25} = 12,8; n = 12,8^2 = 144 \text{ куста.}$$

Следовательно, чтобы предельная ошибка не превышала 50 г, надо обследовать 144 куста картофеля.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 5.4. Для определения величины потерь во время уборки картофеля с полей было взято 100 проб в порядке механического отбора. Потери оказались равны в пересчете на один гектар 9,0 ц с 1 га при среднеквадратическом отклонении 3 ц с 1 га. Определите с вероятностью 0,95, в каких пределах находится величина потерь картофеля с 1 га в обследуемом регионе, ц.

Задача 5.5. При выборочном обследовании 1000 личных хозяйств (случайная бесповторная выборка из нескольких десятков тысяч хозяйств региона) установлено, что ягодники имели 25% хозяйств, а средняя площадь ягодника в одном хозяйстве составила 0,5 сотки при среднем квадратическом отклонении 0,1 сотки. Определите с вероятностью 0,954, в каких пределах заключена генеральная средняя величина площади ягодников и долю хозяйств, имеющих ягодники.

Задача 5.6. Какое количество коров необходимо обследовать в порядке случайной выборки (при большом объеме генеральной совокупности), чтобы определить содержание жира в молоке с вероятностью 0,997, если среднее квадратическое отклонение доли жира в молоке обычно близко к 0,02%.

Задача 5.7. Обследовано в регионе 600 дворов, в них площадь овощей 81,1 га. Всего в регионе 75 500 дворов.

1. Определите, в каких границах будет находиться средняя площадь под овощами в генеральной совокупности с вероятностью 0,95, если среднее квадратическое отклонение (у разных дворов различные площади под овощами) составляет 0,04 га.
2. В каких границах будет находиться с вероятностью 0,95 площадь под овощами в регионе в целом?
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 5.8. В хозяйстве из 500 дворов 125 разводят морковь. Сколько процентов хозяйств разводят морковь в целом по региону с вероятностью 0,95?

Задача 5.9. Две группы студентов сдавали экзамен. В одной средний балл 3,9, в другой — 4,3. Случайно это или закономерно? Если $\sigma_1 = 0,7$; $\sigma_2 = 0,8$; $n = 25$.

Задача 5.10. Урожайность картофеля одного сорта — 145 ц с 1 га, а другого — 160 ц с 1 га. Испытание провели на 200 участках. Среднее квадратическое отклонение первого сорта 18 ц с 1 га, а второго — 13 ц с 1 га. Существенно ли различие между этими сортами?

Задача 5.11. Нужно проверить различие групповой средней от генеральной средней. Средняя себестоимость картофеля в области составила 800 руб. за 1 ц (200 хозяйств). У групп, специализированных по производству картофеля ($n = 30$), себестоимость составила 650 руб. за 1 ц. Существенно ли это различие или оно не доказывает преимущества специализированных хозяйств?

Задача 5.12. При контрольной проверке качества поставленной в торговлю колбасы получены следующие данные.

Номера проб	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процент содержания соли	5,3	5,0	4,8	4,5	3,9	5,1	6,0	4,0	5,1	4,9

1. Определите в выборке средний процент содержания соли.
2. Рассчитайте среднюю и предельную ошибки.
3. В каких пределах будет заключен средний процент содержания соли в колбасе в генеральной совокупности?
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 5.13. На предприятии работает 2000 человек. Обследовано методом случайной бесповторной выборки 500 человек, из которых 300 выполняли дневную норму выработки. Определите долю рабочих, не выполнявших норму выработки в выборочной совокупности, и долю рабочих, не выполнявших норму в генеральной совокупности, с вероятностью 0,95.

Задача 5.14. На заводе взято на выборку случайным бесповторным отбором 2000 шт. электрических ламп, из которых 50 шт. оказались бракованными. Определите с вероятностью 0,954 пределы, в которых будет находиться процент брака для всей партии электроламп.

Задача 5.15. По городской телефонной сети в порядке случайной выборки был произведен отбор 200 наблюдений, в которых установлена средняя продолжительность одного телефонного разговора 6 мин при среднем квадратическом отклонении 2 мин. Какова вероятность того, что ошибка репрезентативности при определении средней продолжительности телефонного разговора не превысит 24 с.

Задача 5.16. Методом случайной бесповторной выборки было обследовано 200 студентов. Доля студентов дневного отделения, совмещающих учебный процесс с работой, составила по данным выборки 40%. Определите вероятность того, что ошибка доли студентов, работающих в течение учебного года, не превысит 10%.

Задача 5.17. Какова должна быть численность выборки для определения доли преподавателей вуза, прошедших повышение квалификации по использованию компьютеров для тестирования студентов по соответствующим дисциплинам, чтобы с вероятностью $p = 0,954$ ошибка репрезентативности не превышала 10%. Общая численность преподавателей составляет 500 человек.

Задача 5.18. Сколько предприятий нужно проверить налоговой инспекции города, чтобы ошибка доли предприятий, несвоевременного уплачивающих налоги, не превышала 3%? Предыдущая проверка показала, что доля таких предприятий составила 25%. Вероятность принять равной $p = 0,954$.

Задача 5.19. Из 300 отобранных изделий 2% не соответствуют ГОСТу. Определите среднюю ошибку выборки и границы, в которых находится доля изделий, не соответствующая ГОСТу, для всей партии с вероятностью $p = 0,954$.

Задача 5.20. На предприятии 100 станков. На основе выборочного обследования необходимо определить долю станков возрастом свыше 15 лет. Каков должен быть объем выборки, чтобы при вероятности $p = 0,954$ предельная ошибка не превышала 5%?

Глава 6

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ АНАЛИЗЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ

Показатели, характеризующие динамические ряды

Развитие экономических явлений во времени называется динамическим развитием, а информация об этом развитии — динамическим рядом.

Одной из основных задач анализа динамических рядов экономических явлений и процессов является установление составляющих (компонентов), на которые можно разложить динамический ряд.

В большинстве динамических рядов выделяют три составляющие:

- тенденцию, выражаемую трендом;
- сезонные колебания;
- случайные колебания.

Если из динамического ряда вычесть тенденцию и сезонные колебания, то остается ряд, который может представлять собой либо чисто случайные колебания, либо смесь случайных колебаний с неким плавным колебательным движением, долгопериодической составляющей колеблемости. Одной из причин могут быть, например, циклы солнечной активности.

Динамический ряд состоит из двух элементов:

- 1) уровней, т. е. величин, составляющих динамический ряд;
- 2) времени, к которому относится тот или иной уровень.

Уровни динамического ряда могут быть:

- абсолютными величинами;
- относительными величинами;
- средними величинами;
- любыми другими статистическими характеристиками (коэффициент вариации, среднее квадратическое отклонение и т. п.).

По динамическому ряду можно судить:

- о направлении динамики;
- о скорости изменения;
- о характере динамики.

Динамические ряды могут быть двух видов:

- 1) моментные;
- 2) интервальные.

Моментным называется динамический ряд, уровень которого характеризует состояние, наличие изучаемых единиц совокупности и его признаки на определяемый момент времени.

Практически, когда собирают сведения, устанавливается критический момент — это определенный день, а возможно и час, по состоянию на который собираются сведения.

Критический момент — это мгновенный снимок совокупности, а моментный динамический ряд — это ряд мгновенных снимков развивающейся совокупности.

Особенности моментного динамического ряда.

1. Он характеризует развитие изучаемых явлений с перерывами. Между двумя соседними уровнями моментного ряда существует много промежуточных уровней.
2. Величина уровней моментного динамического ряда зависит от выбора момента, на который собираются сведения, особенно если изучаемое явление носит сезонный характер.

Сумма уровней моментного динамического ряда не является реальным показателем, потому что наблюдается повторный счет одних и тех же величин.

Интервальным динамическим рядом называется ряд, уровни которого характеризуют итог развития совокупности и ее признаков за определенный интервал.

Особенности интервального динамического ряда.

1. Характеризует изучаемое явление непрерывно, между двумя соседними уровнями не существует других уровней.
2. Величина уровня интервального динамического ряда зависит от длительного интервала.
3. Уровни интервального динамического ряда при суммировании образуют реальный показатель, относящийся к укрупненному интервалу.

Правила построения динамических рядов

Уровни динамического ряда должны быть сопоставимы по:

- территории;
- содержанию;
- времени;
- единицам измерения.

Динамический ряд не должен быть слишком громоздким. При изучении динамики за длительный период нельзя произвольно выхватывать отдельные уровни и их сравнивать. Для сокращения длинного динамического ряда целесообразно рассчитать средние уровни за 3–5 лет.

Специальным условием сопоставимости абсолютных величин интервального динамического ряда является равенство периодов, за которые приводятся данные, если это условие нарушено, то ряд подвергают дополнительной обработке — рассчитывают величины явления в среднем на единицу времени.

При изучении динамических рядов стоят следующие задачи: охарактеризовать среднюю интенсивность развития за исследуемый период (средний уровень), выявить основную тенденцию в развитии явления, осуществить прогноз развития на будущее и изучить сезонные колебания, если они присутствуют в динамическом ряду.

При изучении интенсивности изменения уровней динамического ряда во времени рассчитывают следующие показатели.

1. Средний уровень рассчитывается по разному, в зависимости от вида динамического ряда.
2. Средний уровень интервального динамического ряда рассчитывается по средней арифметической простой:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}.$$

3. Средний уровень моментного динамического ряда рассчитывается по средней хронологической:

$$\bar{Y} = \frac{0,5Y_1 + Y_2 + \dots + 0,5Y_n}{n-1}.$$

4. Средняя хронологическая применяется только в том случае, если отрезки времени между датами равны, а если не равны, то сред-

ний уровень рассчитывается по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i T_i}{\sum T_i},$$

где T_i — промежутки времени между датами.

Абсолютные изменения — это разность между двумя уровнями динамического ряда, показывающая, на сколько единиц один уровень больше или меньше другого уровня. Они бывают положительные или отрицательные.

Положительные абсолютные изменения называют абсолютным приростом. Они бывают с постоянной и переменной базой.

Пусть A — абсолютное изменение; Y_k — сравниваемый уровень; Y_0 — уровень, принятый за базу:

$$A = Y_k - Y_0.$$

Ускорение — это разность между соседними абсолютными изменениями:

$$C = A_n - A_{n-1},$$

где A_n — последующее абсолютное изменение; A_{n-1} — предыдущее абсолютное изменение.

Абсолютное изменение и ускорение — именованные показатели, они имеют ту же единицу измерения, что и изучаемый признак. Чем больше A и C , тем больше и скорость изменения изучаемого признака, если база сравнения одинаковая.

Величины A и C используются не только для определения скорости изменения, но и для определения характера динамики.

Если $A > 0$, но $C = 0$ — это означает равномерное развитие по прямой линии.

Если $A > 0$ и $C > 0$ — это означает ускоренное развитие.

Если $A > 0$, но $C < 0$ — это означает, что развитие замедляется.

Эти показатели не могут быть применены при изучении динамики разных признаков, имеющих разные единицы измерения.

Для сравнения динамики разных признаков используют относительные показатели — коэффициенты и темпы роста и прироста (с постоянной и переменной базой).

Коэффициент роста показывает, во сколько раз сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу:

$$K_p = \frac{Y_k}{Y_0}.$$

Темп роста

$$T_p = \frac{Y_k}{Y_0} \times 100\%,$$

где Y_k — сравниваемый уровень, Y_0 — уровень, принятый за базу сравнения.

Темп роста используется не только для сравнения интенсивности развития, но и для определения характера динамики.

Если развитие происходит с постоянным темпом роста, то это развитие по экспоненте.

Темп прироста показывает, на сколько процентов сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу. Он может быть с плюсом и с минусом:

$$T_{\text{пр}} = T_p - 100\% \text{ или } T_{\text{пр}} = \frac{A}{Y_0} = \frac{Y_k - Y_0}{Y_0} \times 100\%.$$

Показатели динамики рассчитываются двумя способами, кроме ускорения и абсолютного значения 1% прироста.

В зависимости от способа расчета различают базисные и цепные показатели динамики.

Базисными называются такие показатели, когда каждый уровень динамического ряда сравнивается с одним и тем же уровнем, принятым за базисный, чаще всего это начальный уровень динамического ряда.

Базисные показатели динамики характеризуют изменение за n периодов, кроме 1-го базисного, который характеризует изменение за один период.

Базисные показатели сопоставимы между собой, так как они рассчитаны к одной базе.

Цепными показателями динамики называются показатели, получаемые путем сравнения каждого последующего уровня динамического ряда к предыдущему уровню. Цепные показатели динамики характеризуют изменение за отдельные части изучаемого периода (за год, квартал).

По цепным показателям динамики можно изучить не только скорость изменения, но и характер динамики.

Между базисными и цепными показателями динамики существует связь, позволяющая переходить от цепных к базисным и наоборот.

Произведение цепных темпов роста равно общему базисному темпу роста. А чтобы перейти от базисных к цепным, надо каждый после-

дующий базисный темп роста разделить на предыдущий базисный темп роста.

Пусть имеем динамический ряд:

Годы	1	2	3	4	5
Уровни	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

Базисные темпы роста:

$$t_1 = \frac{y_2}{y_1}; \quad t_2 = \frac{y_3}{y_1}; \quad t_3 = \frac{y_4}{y_1}; \quad t_4 = \frac{y_5}{y_1}.$$

Цепные темпы роста:

$$t_1 = \frac{y_2}{y_1}; \quad t_2 = \frac{y_3}{y_2}; \quad t_3 = \frac{y_4}{y_3}; \quad t_4 = \frac{y_5}{y_4}.$$

Произведение цепных даст общий базисный темп роста:

$$\frac{y_2}{y_1} \times \frac{y_3}{y_2} \times \frac{y_4}{y_3} \times \frac{y_5}{y_4} = \frac{y_5}{y_1}.$$

Каждый последующий базисный темп роста делим на предыдущий, получаем цепной темп роста:

$$\frac{y_2}{y_1} = t_1;$$

$$\frac{y_3}{y_1} : \frac{y_2}{y_1} = \frac{y_3}{y_2} = t_2;$$

$$\frac{y_4}{y_1} : \frac{y_3}{y_1} = \frac{y_4}{y_3} = t_3;$$

$$\frac{y_5}{y_1} : \frac{y_4}{y_1} = \frac{y_5}{y_4} = t_4.$$

При анализе динамики надо сочетать абсолютные и относительные ее показатели. Таким сочетанием является **абсолютное значение 1% прироста**, которое рассчитывается на основе цепных показателей динамики:

$$K = \frac{A}{T_{\text{пр}}},$$

где A — абсолютное изменение (цепное); $T_{\text{пр}}$ — темп прироста (цепной).

Этот показатель характеризует скорость роста динамики.
Среднегодовой темп роста рассчитывается двумя способами:

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_0}} \text{ — исходя из общего темпа роста;}$$

$$\bar{t} = \sqrt[n]{t_1 \times t_2 \times t_3 \dots t_n} \text{ — исходя из цепных темпов роста.}$$

Выявление основной тенденции развития явления

Простейшим методом выявления основной тенденции является метод укрупнения интервалов, который позволяет в значительной степени абстрагироваться от случайных колебаний. При этом используют либо переменную среднюю, либо скользящую среднюю. Исчисление итогов за укрупненный период возможно только по интервальным рядам, расчет средней по укрупненным интервалам осуществляется по формуле средней арифметической простой.

Например, укрупненный интервал образован объединением трех периодов, средние для укрупненных интервалов определяются следующим образом:

$$\bar{Y}_1 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}; \bar{Y}_2 = \frac{Y_4 + Y_5 + Y_6}{3} \text{ и т. д.,}$$

где $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_6$ — уровни исходного ряда динамики.

Метод средней скользящей

Средняя исчисляется также по средней арифметической простой, но не за изолированные укрупненные периоды, а со сдвигом на один период. Если в динамическом ряду имеются периодические колебания, то период средней скользящей должен совпадать с периодом колебания или быть кратным ему. Если в ряду отсутствуют периодические колебания, то укрупненный период целесообразно выбрать равным трем, так в этом случае рассчитанная средняя будет записана в середине трехлетнего периода, т. е. приписана к конкретному периоду. Скользящие средние с продолжительностью периода, равной 3, будут следующие:

$$\bar{Y}_1 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}; \bar{Y}_2 = \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3}; \bar{Y}_3 = \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5}{3} \text{ и т. д.}$$

Если период скользящей средней четный, то выполняют центрирование данных, т. е. определение средней из найденных средних, что

необходимо для определения среднего периода. Например, если исчисляется скользящая средняя с продолжительностью периода равной 2, то расчет производится следующим образом:

$$\bar{Y}_1 = \frac{Y_1 + Y_2}{2}; \bar{Y}_2 = \frac{Y_2 + Y_3}{2}; \bar{Y}_3 = \frac{Y_3 + Y_4}{2} \text{ и т. д.}$$

Тогда центрированные средние равны:

$$\bar{Y}'_1 = \frac{Y_1 + Y_2}{2}; \bar{Y}'_2 = \frac{Y_2 + Y_3}{2} \text{ и т. д.}$$

Рассмотренные методы позволяют выявить тенденцию развития, но не могут быть использованы для прогнозирования. Для этой цели используется **метод аналитического выравнивания**. Его сущность заключается в том, что находится уравнение, выражающее закономерность изменения явления как функции времени $\hat{Y} = \ell(t)$.

Вид уравнения определяется характером динамики развития явления. Как уже было ранее отмечено:

- если абсолютные приросты стабильны, то аналитическое выравнивание может быть выполнено по прямой;
- если абсолютные приросты равномерно увеличиваются, то можно сглаживание производить по параболе второго порядка;
- если стабильны темпы роста, то целесообразно использовать показательную функцию.

Выбор формы кривой может быть определен на основе графического изображения уровней динамического ряда. Наиболее часто используются функции:

- линейная $\hat{Y} = a + bt$;
- парабола второго порядка $\hat{Y} = a + bt + ct^2$;
- показательная $\hat{Y} = a \times b_t^t$;
- гиперболическая $\hat{Y} = a + \frac{b}{t}$;

Расчеты значительно упрощаются, если начало отсчета времени поместить в середину динамического ряда, тогда сумма временных дат будет равна нулю $\Sigma t = 0$, и система нормальных уровней значительно упрощается. Так, для уравнения прямой система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na + b\Sigma t = \Sigma y, \\ a\Sigma t + b\Sigma t^2 = \Sigma y \times t \end{cases}$$

Но поскольку $\Sigma t = 0$, то система превратится в следующий вид:

$$\begin{cases} na = \Sigma y; \\ b \Sigma t^2 = \Sigma y \times t \end{cases}$$

откуда

$$a = \frac{\Sigma y}{n}; \quad b = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}.$$

Аналитическое выравнивание позволяет не только определить основную тенденцию изменения явления на исследуемом отрезке времени, но и выполнять расчеты для таких периодов, для которых нет информации. Нахождение недостающих данных внутри динамического ряда называется *интерполяцией*, а нахождение значений за пределами анализируемого периода называется *экстраполяцией*.

Прогнозирование на основе экстраполяции предполагает, что найденная закономерность развития внутри динамического ряда сохраняется и вне этого ряда.

При составлении прогнозов социально-экономических явлений обычно оперируют интервальной оценкой, т. е. рассчитывают так называемые доверительные интервалы прогноза с заданной вероятностью.

Границы интервалов определяются по формуле:

$$\tilde{y} \pm t \times \sigma_{\tilde{y}},$$

где $\tilde{y}$ — точечный прогноз, рассчитанный по модели; $\sigma_{\tilde{y}}$ — ошибка прогноза (среднее квадратическое отклонение фактических уровней от расчетных по модели); t — коэффициент доверия по распределению Стьюдента.

Показатели, характеризующие сезонные колебания

Среди периодических колебаний особое место занимают те, которые проявляются с правильной годичной периодичностью, так как приурочены к определенным временам года, или сезонам.

Характерной особенностью сезонных колебаний является то, что они, будучи частью экономического явления и процесса, тем не менее обладают самостоятельностью. Она состоит в том, что сезонные периоды возникают независимо от хозяйственного положения и проявляются как в период подъема, так и в периоды спада. Они как бы накладываются на кривую общего движения и на долгопериодические колебания, вследствие чего сезонные колебания наблюдаются во всех фазах

экономического развития. Сезонные подъемы благоприятно воздействуют на хозяйственный результат, а сезонные спады — отрицательно.

Измерение сезонных колебаний состоит из определения двух видов показателей:

- показатели, характеризующие форму сезонных колебаний;
- показатели силы сезонных колебаний.

Показатели как формы, так и силы сезонных колебаний могут быть абсолютными и относительными.

Форма сезонных колебаний отражается совокупностью показателей — индексов сезонных колебаний либо функциональным выражением.

Показатели силы сезонных колебаний являются, как правило, обобщающими показателями.

К показателям формы сезонных колебаний относятся следующие:

- абсолютные отклонения месячных уровней от среднемесячных или от выравненных значений за соответствующие месяцы;
- процентные отношения месячных уровней к среднемесячному за год или выравненному значению за соответствующие месяцы;
- средние цепные темпы роста месячных уровней. Они исключают влияние случайных колебаний, но не освобождают от влияния основной тенденции развития, поэтому применимы при слабой тенденции развития ряда;
- уравнение формы сезонной волны, иначе говоря «модели» сезонной волны. Расчет модели сезонной волны может быть осуществлен разными способами: с помощью ряда Фурье, с помощью полиномов Чебышева.

Вторая группа показателей, характеризующих силу сезонных колебаний, включает следующие.

1. Размах колебаний — разность между максимумом и минимумом месячных уровней:

$$R = Y_{\max} - Y_{\min}.$$

2. Относительный размах — отношение абсолютного размаха либо к среднему уровню, либо к максимуму, либо к минимуму:

$$\frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{\bar{Y}_{\text{мес}}}; \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{Y_{\max}}; \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{Y_{\min}}.$$

3. Среднее абсолютное отклонение месячных уровней от среднемесячного:

$$a = \frac{\sum(Y_i - \bar{Y}_{\text{мес}})}{12}.$$

4. Относительное отклонение (ρ) — отношение среднего абсолютного отклонения к среднемесячному уровню:

$$\rho = \frac{a}{\bar{Y}} \times 100\%.$$

5. Среднее квадратическое отклонение месячных уровней от среднемесячного или выравненных значений за соответствующие месяцы:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(Y_i - \bar{Y}_{\text{мес}})^2}{12}}.$$

6. Коэффициент сезонных колебаний:

$$V_{\text{сез}} = \frac{\sigma}{\bar{Y}_{\text{мес}}} \times 100\%.$$

Как среднеквадратическое отклонение, так и коэффициент сезонных колебаний — это более точные показатели измерения силы сезонных колебаний.

7. Обобщающий показатель сезонных колебаний, исчисленный на основе индивидуальных индексов сезонных колебаний как средняя арифметическая величина:

$$\bar{V}_{\text{сез}} = \frac{1}{n} \sum V_{i \text{ сез}},$$

где $\bar{V}_{\text{сез}}$ — обобщающий показатель сезонных колебаний; $V_{\text{сез}}$ — индексы сезонных колебаний за отдельные периоды; n — число периодов.

В статистике принято считать, что если коэффициент сезонных колебаний меньше 10% — сезонные колебания слабые, от 10 до 25 — умеренные; от 25 до 40 — сильные и свыше 40% — очень сильные.

Если сезонные колебания изучаются за несколько лет, то целесообразно отделить их от изменений уровней за счет тенденции и от случайных колебаний, искажающих характер сезонной волны в отдельные годы.

В таком случае применяется следующая методика, изложенная в учебнике «Общая теория статистики» И. И. Елисевой, М. М. Юзбашева.

1. По месячным или квартальным уровням за ряд лет вычисляется тренд и выравненные значения ($\bar{Y}$).
2. Рассчитываются индексы сезонных колебаний:

$$i_{\text{сз}} = \frac{Y}{\bar{Y}_i}.$$

3. Эти индексы сезонных колебаний усредняются за все годы как средневзвешенные величины.
4. Уровни тренда умножаются на эти средние индексы сезонных колебаний, и получаются уровни тренда с учетом сезонной волны ($\bar{Y}'$).

Общую сумму квадратов отклонений фактических уровней динамического ряда от среднего уровня за все годы можно разложить на составляющие элементы:

$\sum (Y_i - \bar{Y})^2$ – общая сумма квадратов;

$\sum (\bar{Y}'_i - \bar{Y})^2$ – общая сумма квадратов за счет тренда;

$\sum (\bar{Y}'_i - \bar{Y}'_i)^2$ – за счет сезонности;

$\sum (Y_i - \bar{Y}'_i)^2$ – за счет случайных колебаний.

Решение типовых задач по динамике

Задача 6.1. Имеются данные о производстве яиц в регионе, млн шт.

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Млн шт. Y_i	22,6	23,5	23,7	22,1	24,8	26,0	26,7	29,7	30,8

Определите показатели динамики производства яиц в регионе.

Решение.

1. Средний уровень производства яиц в регионе за весь анализируемый период:

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \frac{22,6 + 23,5 + 23,7 + 22,1 + 24,8 + 26,0 + 26,7 + 29,7 + 30,8}{9} = \\ &= \frac{229,9}{9} = 25,6.\end{aligned}$$

2. Абсолютные изменения:

а) базисные: $A_1 = 23,5 - 22,6 = 0,9$; $A_2 = 23,7 - 22,6 = 1,1$;

$A_3 = 22,1 - 22,6 = -0,5$ и т. д.

б) цепные: $A_1 = 23,5 - 22,6 = 0,9$; $A_2 = 23,7 - 23,5 = 0,2$;

$A_3 = 22,1 - 23,7 = -1,6$ и т. д.

3. Темпы роста:

а) базисные: $t_1 = \frac{23,5}{22,6} \times 100\% = 103,9\%$; $t_2 = \frac{23,7}{22,6} \times 100\% = 104,8$;

$t_3 = \frac{22,1}{22,6} \times 100\% = 97,8\%$ и т. д.;

б) цепные: $t_1 = \frac{23,5}{22,6} \times 100\% = 103,9\%$; $t_2 = \frac{23,7}{23,5} \times 100\% = 100,9\%$;

$t_3 = \frac{22,1}{23,7} \times 100\% = 93,2\%$ и т. д.

4. Темпы прироста:

а) базисные: $t_{\text{пр}1} = 103,9\% - 100\% = 3,9\%$;

$t_{\text{пр}2} = 104,8\% - 100\% = 4,8\%$;

$t_{\text{пр}3} = 97,8\% - 100\% = -2,2\%$ и т. д.;

б) цепные: $t_{\text{пр}1} = 103,9\% - 100\% = 3,9\%$;

$t_{\text{пр}2} = 104,9\% - 100\% = 0,9\%$;

$t_{\text{пр}3} = 93,2\% - 100\% = -6,8\%$ и т. д.

5. Ускорение — разность между соседними абсолютными изменениями, рассчитанными по цепному методу:

$C_1 = 0,9 - 0,2 = -0,7$;

$C_2 = -1,6 - 0,2 = -1,8$;

$C_3 = 2,7 - (-1,6) = 4,3$ и т. д.

6. Значение 1% прироста рассчитывается также по цепным показателям:

$$K = \frac{A}{t_{\text{пр}}};$$

$$K_1 = \frac{0,9}{3,9} = 0,230; K_2 = \frac{0,2}{0,9} = 0,222; K_3 = \frac{-1,6}{-6,8} = 0,235 \text{ и т. д.}$$

7. Среднегодовой темп роста:

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[8]{\frac{30,8}{22,6}} = \sqrt[8]{1,362} = 1,04, \text{ или } 104\%.$$

Решение можно представить в табличной форме.

Год	Млн шт. Y_i	А — абсолютные изменения		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Цепные показатели	
		базисные	цепные	базисные	цепные	базисные	цепные	С-ускорение	К-значение 1% прироста
1	22,6	0	...	0	...	0	...	...	...
2	23,5	0,9	0,9	103,9	103,9	3,9	3,9	...	0,230
3	23,7	1,1	0,2	104,8	100,9	4,8	0,9	-0,7	0,222
4	22,1	-0,5	-1,6	97,8	93,2	-2,2	-6,8	-1,8	0,235
5	24,8	2,2	2,7	109,7	112,2	9,7	12,2	4,3	0,221
6	26,0	3,4	1,2	115,0	104,8	15,0	4,8	-1,5	0,250
7	26,7	4,1	0,7	118,1	102,7	18,1	2,7	-0,5	0,259
8	29,7	7,1	3,0	131,4	111,2	31,4	11,2	2,3	0,268
9	30,8	8,2	1,1	136,2	103,7	36,2	3,7	-1,9	0,297

Задача 6.2. По данным задачи 6.1:

1. Выявите основную тенденцию производства яиц в регионе.
2. Рассчитайте прогноз производства яиц в регионе на ближайшие 3 года.

Решение.

1. Метод укрупнения интервалов.

Рассчитаем средние по трехлетиям:

$$\bar{Y}_1 = \frac{22,6 + 23,5 + 23,7}{3} = \frac{69,8}{3} = 23,3 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{22,1 + 24,8 + 26,0}{3} = \frac{72,9}{3} = 24,3 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{26,7 + 29,7 + 30,8}{3} = \frac{87,2}{3} = 29,1 \text{ млн шт.}$$

Полученные средние показывают, что производство яиц в регионе имеет тенденцию к росту.

2. Метод средних скользящих. Также рассчитан по трехлетиям:

$$\bar{Y}_1 = \frac{22,6 + 23,5 + 23,7}{3} = \frac{69,8}{3} = 23,3 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{23,5 + 23,7 + 22,1}{3} = \frac{69,3}{3} = 23,1 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{23,7 + 22,1 + 24,8}{3} = \frac{70,6}{3} = 23,5 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_4 = \frac{22,1 + 24,8 + 26,0}{3} = \frac{72,9}{3} = 24,3 \text{ млн шт.};$$

$$\bar{Y}_5 = \frac{24,8 + 26,0 + 26,7}{3} = \frac{77,5}{3} = 25,8 \text{ млн шт.}$$

Средние скользящие также свидетельствуют о динамике роста производства яиц в регионе.

3. Метод аналитического выравнивания.

Выбор формы кривой может быть определен на основе показателей, характеризующих динамику развития. В данном случае целесообразно использовать прямолинейную зависимость, так как наблюдаются более или менее стабильные абсолютные приросты (цепные):

$$\check{Y} = a + b \times t;$$

Для нахождения параметров уравнения составим вспомогательную таблицу.

Год	Млн шт. Y_i	Скользящие		t	t^2	$Y_i t$	$\check{Y}_i$	$Y_i - \check{Y}_i$	$(Y_i - \check{Y}_i)^2$
		сумма	средние						
1	22,6	—	—	1	1	22,6	21,35	1,25	1,5625
2	23,5	69,8	23,3	2	4	47,0	22,40	1,10	1,2100
3	23,7	69,3	23,1	3	9	71,1	23,45	0,25	0,0625
4	22,1	70,6	23,5	4	16	88,4	24,50	-2,40	5,7600
5	24,8	72,9	24,3	5	25	124,0	25,55	-0,75	0,5625
6	26,0	77,5	25,8	6	36	156,0	26,60	-0,60	0,3600
7	26,7	82,4	27,5	7	49	186,9	27,65	-0,95	0,9025
8	29,7	87,2	29,1	8	64	237,6	28,70	1,00	1,0000
9	30,8	—	—	9	81	277,2	29,75	1,05	1,1025
Σ	229,9			45	285	1210,8	229,95		11,3825

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na + b\Sigma t = \Sigma y, \\ a\Sigma t + b\Sigma t^2 = \Sigma y \times t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a + 45b = 229,9; \\ 45a + 285b = 1210,8. \end{cases}$$

Разделим оба уравнения на коэффициенты при « a » и получим:

$$\begin{cases} a + 5b = 25,544; \\ 45a + 6,3b = 26,906. \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое и получим $1,3b = 1,362$; откуда

$$b = \frac{1,362}{1,3} = 1,05; \quad \bar{Y} = \frac{229,9}{9} = 25,54;$$

$$a = 25,54 - 1,05 \times 5 = 20,3,$$

искомое уравнение будет иметь вид:

$$\tilde{Y} = 20,3 + 1,05 \times t.$$

Данное уравнение свидетельствует, что за анализируемый период производство яиц в регионе ежегодно возрастало на 1,05 млн шт.

Если такая тенденция сохранится и в будущем, то точечный прогноз на ближайшее трехлетие будет равен:

$$\tilde{Y}_{\text{прогн}} = 20,3 + 1,05 \times 11 = 31,85 \text{ млн шт.}$$

Однако данный прогноз имеет малую вероятность.

Необходимо рассчитать прогнозируемое значение в интервале с заданной вероятностью, например $P = 0,954$.

Для этого следует рассчитать ошибку прогноза:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(Y_i - \tilde{Y}_i)^2}{n - p}},$$

где Y_i — фактические уровни, $\tilde{Y}_i$ — выравненные значения, n — число лет, p — число параметров в уравнении.

$$\sigma = \sqrt{\frac{11,3825}{9 - 2}} = 1,28 \text{ млн шт.}$$

Значит, прогнозируемое значение производства яиц в регионе с вероятностью $P = 0,954$, а следовательно, $t = 2$ будет заключено в пределах:

$31,85 \pm 2 \times 1,28$, т. е. от 29,3 млн шт. до 34,4 млн шт.

Задача 6.3. Имеются данные о запасе топлива на складе.

Дата	На 1.01	На 1.04	На 1.07	На 1.10	На 1.01 следующего года
Запас топлива, т	400	200	150	250	420

Определите средний запас топлива на складе.

Решение.

Средний запас топлива на складе следует определить с использованием средней хронологической, так как имеем дело с моментным динамическим рядом:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{400}{2} + 200 + 150 + 250 + \frac{400}{2}}{5-1} = \frac{1010}{4} = 252,51.$$

Решение типовых задач по сезонным колебаниям

Задача 6.4. Имеются данные распределения путевок по месяцам в регионе.

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Число путевок	1994	1870	1860	1980	1995	2010	2030	2500	2400	2350	2120	2030

1. Определите показатели, характеризующие форму сезонных колебаний.
2. Определите показатели силы сезонных колебаний.

Решение.

Для определения показателей, характеризующих форму сезонных колебаний, целесообразно построить таблицу (с. 117).

1. Форму сезонных колебаний характеризуют абсолютные отклонения от среднемесячного уровня и индексы сезонных колебаний.

Абсолютные отклонения найдены путем вычитания от месячных уровней среднемесячного уровня.

$$1994 - 2095 = -101;$$

$$1870 - 2095 = -225 \text{ и т. д.}$$

Месяцы	Число путевок	Отклонения от среднемесячного уровня	Квадраты отклонений	Индексы сезонных колебаний, %
I	1994	-101	10 201	95,2
II	1870	-225	50 625	89,3
III	1860	-235	55 225	88,8
IV	1980	-115	13 225	94,5
V	1995	100	10 000	95,2
VI	2010	-85	7225	95,9
VII	2030	-65	4225	96,9
VIII	2500	405	164 025	119,3
IX	2400	305	93 025	114,6
X	2350	255	65 025	112,2
XI	2120	25	625	101,2
XII	2030	-65	4225	96,9
	25 139	[1981]	313 626	

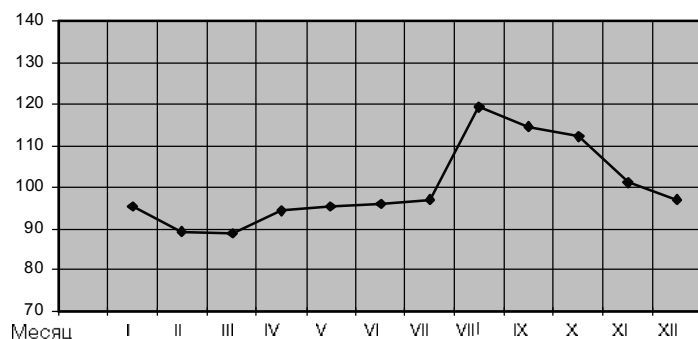
Индексы сезонных колебаний рассчитаны следующим образом:

$$\frac{1994}{2095} \times 100\% = 95,2\%;$$

$$\frac{1870}{2095} \times 100\% = 89,3\% \text{ и т. д.}$$

Форму сезонных колебаний можно представить графически.

Индексы
сезонных
колебаний



На графике четко видно, что больший спрос на путевки наблюдается с июля по октябрь, а в зимние месяцы меньший спрос, особенно это касается февраля и марта.

2. Силу сезонных колебаний характеризуют следующие показатели:
Размах колебаний:

$$R = Y_{\max} - Y_{\min} = 2500 - 1860 = 640 \text{ путевок.}$$

Среднее абсолютное отклонение:

$$a = \frac{\sum |Y_i - \bar{Y}_{\text{мес}}|}{12} = \frac{|1981|}{12} = 165 \text{ путевок.}$$

Среднее квадратической отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y}_{\text{мес}})^2}{12}} = \sqrt{\frac{313\,626}{12}} = 162 \text{ путевок.}$$

Относительное отклонение:

$$\rho = \frac{a}{\bar{Y}_{\text{мес}}} \times 100\% = \frac{165}{2095} \times 100\% = 7,8\%.$$

Коэффициент сезонных колебаний:

$$V_{\text{сез}} = \frac{\sigma}{\bar{Y}_{\text{мес}}} \times 100\% = \frac{162}{2095} \times 100\% = 7,7\%.$$

Рассчитанные показатели свидетельствуют, что распределение путевок в регионе по месяцам более или менее равномерное, так как коэффициент сезонных колебаний меньше 10%.

Задача 6.5. Имеются данные о реализации мяса по кварталам (т) за ряд лет (табл. на с. 119).

1. Произведите аналитическое выравнивание (тренд).
2. Рассчитайте индексы сезонных колебаний.
3. Рассчитайте взвешенные индексы сезонных колебаний.
4. Рассчитайте уровни динамического ряда с учетом сезонных колебаний.
5. Определите общую сумму квадратов отклонения фактических уровней от среднего уровня за весь период.
6. Определите сумму квадратов отклонений за счет тренда.
7. Определите сумму квадратов отклонений за счет сезонных колебаний.
8. Определите сумму квадратов за счет случайных колебаний.

Решение.

1. Выявим основную тенденцию, с использованием прямой линии (тренд):

Год	Квартал	Y_i	t	t^2	$Y_i t$	Тренд $\hat{Y}_i$	Индексы сезонные i_i	Тренд с учетом сезонности $\hat{Y}_i^1 = \hat{Y}_i \bar{Y}_{i_{сез}}$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$
I	I	38	-5,5	30,25	-209	31	1,226	37	676	1089	36
	II	28	-4,5	20,25	-126	37	0,757	30	1296	729	49
	III	36	-3,5	12,25	-126	43	0,837	36	784	441	49
	IV	58	-2,5	6,25	-145	49	1,184	57	36	225	64
II	I	64	-1,5	2,25	-96	55	1,164	66	0	81	121
	II	50	-0,5	0,25	-25	61	0,820	50	196	9	440
	III	56	0,5	0,25	28	67	0,836	56	64	9	121
	IV	86	1,5	2,25	129	73	1,178	84	484	81	121
III	I	97	2,5	6,25	242,5	79	1,228	95	1089	225	256
	II	71	3,5	12,25	248,5	85	0,835	69	49	441	256
	III	75	4,5	20,25	337,5	91	0,824	76	121	729	225
	IV	109	5,5	30,25	559,5	97	1,124	112	2025	1089	225
	Σ	768	0	143	868	768		768	6820	5148	1644

$$\hat{Y} = a + bt.$$

Поскольку начало отсчета в середине динамического ряда, то:

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{768}{12} = 64; \quad b = \frac{\sum Y_i \times t}{\sum t^2} = \frac{858}{143} = 6;$$

$$\hat{Y} = 64 + 6 \times t.$$

На основе полученного уравнения рассчитаем выравненные (трендовые) значения:

$$\hat{Y}_1 = 64 + 6 \times (-5,5) = 31;$$

$$\hat{Y}_2 = 64 + 6 \times (-4,5) = 37 \text{ и т. д.}$$

2. Рассчитаем индексы сезонных колебаний:

$$i_{c_1} = 38/31 = 1,226;$$

$$i_{c_2} = 28/37 = 0,757, \text{ и т. д.}$$

3. Рассчитаем взвешенные средние индексы сезонных колебаний. Весами будут служить средние уровни реализации мяса по годам.

Так в I год:

$$Q_I = \frac{38 + 28 + 36 + 58}{4} = 40 \text{ т};$$

$$Q_{II} = \frac{64 + 50 + 56 + 86}{4} = 64 \text{ т};$$

$$Q_{III} = \frac{97 + 71 + 75 + 109}{4} = 88 \text{ т.}$$

Средневзвешенные индексы сезонных колебаний составят:

$$\begin{aligned} I_{\text{кв.}} &= \frac{1,226 \times 40 + 1,164 \times 64 + 1,228 \times 88}{40 + 64 + 88} = \\ &= \frac{49,04 + 74,496 + 108,064}{192} = 1,206; \end{aligned}$$

$$II_{\text{кв.}} = \frac{0,757 \times 40 + 0,820 \times 64 + 0,835 \times 88}{192} = 0,8137;$$

$$III_{\text{кв.}} = \frac{0,837 \times 40 + 0,836 \times 64 + 0,824 \times 88}{192} = 0,8307;$$

$$IV_{\text{кв.}} = \frac{1,184 \times 40 + 1,178 \times 64 + 1,124 \times 88}{192} = 1,1546.$$

4. Рассчитаем уровни динамического ряда, учитывающие тренд и сезонные колебания:

$$\check{Y}' = \check{Y}_i \times \bar{i}_c = 31 \times 1,206 = 37;$$

$$37 \times 0,8137 = 30;$$

$$43 \times 0,8307 = 36;$$

$$49 \times 1,1546 = 57.$$

5. Определим общую сумму квадратов отклонений фактических уровней от среднего уровня за весь период:

$$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 = (38 - 64)^2 + (28 - 64)^2 + \dots + (75 - 64)^2 + (109 - 64)^2 = 6820.$$

6. Определим сумму квадратов отклонений за счет тренда:

$$\Sigma(\check{Y}_i - \bar{Y})^2 = (31 - 64)^2 + (37 - 64)^2 + \dots + (91 - 64)^2 + (97 - 64)^2 = 5148.$$

7. Определим сумму квадратов отклонений за счет сезонных колебаний:

$$\Sigma(\check{Y}_i - \check{Y}_i')^2 = (31 - 37)^2 + (37 - 30)^2 + (43 - 36)^2 + \dots + (97 - 112)^2 = 1644.$$

8. Определим сумму квадратов отклонений за счет случайных колебаний:

$$\Sigma(\check{Y}_i - \check{Y}_i')^2 = 6820 - 5148 - 1644 = 28.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 6.6. Имеются данные о реализации телевизоров в городе за последние 11 лет, шт.

Реализация телевизоров	Номера лет										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Тыс. шт.	366	310	296	380	337	296	280	381	396	440	399

- Рассчитайте показатели, характеризующие динамический ряд:
 - ♦ средний уровень динамического ряда;
 - ♦ абсолютные приросты (цепные и базисные);
 - ♦ темпы роста и прироста (цепные и базисные);
 - ♦ ускорение и значение одного процента прироста (по цепному методу);
 - ♦ среднегодовой темп роста.

2. Выявите основную тенденцию реализации телевизоров в городе:
 - ♦ методом укрупнения интервалов;
 - ♦ методом средних скользящих.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.7. По данным задачи 6.6:

1. Произведите аналитическое выравнивание реализации телевизоров в городе.
2. Постройте график фактических и расчетных уровней реализации телевизоров.
3. Рассчитайте с вероятностью 0,95 прогнозируемый уровень реализации телевизоров на трехлетнюю перспективу.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.8. Имеются данные о стоимости оборотных средств предприятия на начало года в сопоставимых ценах, млн руб.

Год	Стоимость оборотных средств	Годы	Стоимость оборотных средств
1992	300	1999	450
1993	384	2000	430
1994	400	2001	582
1995	410	2002	812
1996	560	2003	900
1997	480	2004	1100
1998	486	2005	1150

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамический ряд:
 - ♦ средний уровень;
 - ♦ абсолютные приросты;
 - ♦ темпы роста и прироста;
 - ♦ среднегодовой темп роста.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.9. На основе данных задачи 6.8:

1. Выявите основную тенденцию методом аналитического выравнивания.
2. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
3. Произведите прогноз на основе экстраполяции тренда на 2008 г., гарантируя результат с вероятностью 0,95.

Задача 6.10. Имеются данные о динамике численности персонала на предприятии.

Год	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Среднегодовая численность, чел.	405	400	413	440	489	477	450	494	540	528	559	546

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамический ряд:
 - ♦ средний уровень численности персонала за весь анализируемый период;
 - ♦ абсолютные приросты;
 - ♦ темпы роста и прироста;
 - ♦ ускорение и значение одного процента прироста;
 - ♦ среднегодовой темп роста.
2. Постройте график фактических данных.
3. Определите форму зависимости (тренд) численности персонала от времени.

Задача 6.11. На основе данных задачи 6.10:

1. Произведите аналитическое выравнивание среднегодовой численности персонала на предприятии.
2. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
3. Рассчитайте с вероятностью 0,95 прогноз численности персонала на 2008 г.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.12. Имеются данные о динамике фонда заработной платы предприятия (в сопоставимых ценах, млн руб.).

Год	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Фонд заработной платы, млн руб.	170	160	185	250	249	291	312	300	420	410	399	481

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамику фонда заработной платы предприятия:
 - ♦ средний за анализируемый период фонд заработной платы;
 - ♦ абсолютные приросты;
 - ♦ темпы роста и прироста;
 - ♦ ускорение и значение одного процента прироста;
 - ♦ среднегодовой темп роста.
2. Выявите основную тенденцию, применив методы: укрупнения интервалов и скользящих средних.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.13. На основе данных задачи 6.12:

1. Постройте график динамики фонда заработной платы предприятия и определите линию тренда.
2. Дайте экономическую интерпретацию рассчитанного уравнения.
3. Произведите прогноз фонда заработной платы предприятия на ближайшую перспективу (3 года) с вероятностью 0,95.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.14. Известна динамика производства и потребления основных продуктов питания в России на душу населения (табл. на с. 125):

1. Произведите аналитическое выравнивание производства сахара на душу населения в России.
2. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
3. Представьте графически эмпирический и выравненный ряды.
4. Произведите прогноз производства сахара на душу населения в России на перспективу (3 года) с вероятностью 0,95.

Задача 6.15. На основе информации задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию производства овощей на душу населения в России:
 - ♦ методом укрупнения интервалов;
 - ♦ методом средних скользящих;
 - ♦ методом аналитического выравнивания.
2. Обоснуйте выбор линии, по которой целесообразно производить аналитическое выравнивание.
3. Рассчитайте прогноз производства овощей на душу населения в России на пятилетнюю перспективу с вероятностью 0,95.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Год	Производство, кг				Потребление				
	сахара и кондитер- ских изделий	овощей	зерна	картофеля	яиц, шт.	мяса и мясopro- дуктов, кг	сахара, кг	молока и молочных продуктов, л	картофеля, кг
1985	25,4	86	688	236	299				109
1986	27,5	89	744	298	310				113
1987	27,4	87	677	261	315				115
1988	26,8	88	638	229	319				107
1989	28,5	84	710	229	309				104
1990	24,3	77	787	208	297	70	32,0	378	106
1991	20,9	77	599	231	283	68	33,0	360	94
1992	26,3	72	717	257	265	63	31,0	310	111
1993	26,5	67	701	243	230	57	29,0	305	118
1994	26,2	68	630	258	224	58	32,0	305	120
1995	27,0	75	428	268	214	53	27,0	249	124
1996	26,0	79	530	243	210	48	26,0	235	130
1997	39,0	80	601	252	215	57	39,0	257	123
1998	44,0	72	326	214	218	58	44,0	245	111
1999	57,0	84	374	214	220	57	44,1	230	110
2000	53,4	84	406	222	232	45,3	46,0	224	
2001	58,4	89	507	223	241	47,0	45,8	235	
2002	57,0	88	522	215	249	49,3	44,9	241	

Задача 6.16. На основе информации задачи 6.14:

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамику производства зерна на душу населения в России:
 - ◆ средний за анализируемый период уровень производства зерна на душу населения;
 - ◆ абсолютные приросты;
 - ◆ темпы роста и прироста;
 - ◆ ускорение и значение одного процента прироста;
 - ◆ среднегодовой темп роста.
2. Сформулируйте обоснованные выводы.

Задача 6.17. На основе информации, представленной в задаче 6.14:

1. Выявите основную тенденцию производства зерна на душу населения в России.
2. Представьте графики фактических и расчетных по тренду показателей производства зерна на душу населения в России.
3. Рассчитайте прогноз на перспективу с гарантией на 95%.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.18. На основе данных задачи 6.14:

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамику производства картофеля на душу населения в России:
 - ◆ средний уровень производства картофеля на душу населения в России за период с 1985 г.;
 - ◆ абсолютные приросты;
 - ◆ темпы роста и прироста;
 - ◆ ускорение и значение одного процента прироста;
 - ◆ среднегодовой темп роста.

Задача 6.19. На основе данных задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию производства картофеля на душу населения в России:
 - ◆ методом укрупнения интервалов;
 - ◆ методом средних скользящих;
 - ◆ методом аналитического выравнивания.
2. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.20. На основе информации задачи 6.14:

1. Произведите многократное аналитическое выравнивание динамического ряда производства картофеля на душу населения в России, взяв базовый период 11 лет.
2. Рассчитайте усредненные параметры полученных уравнений.
3. Произведите прогноз на основе многократного аналитического выравнивания на перспективу с вероятностью 0,95.

Задача 6.21. На основе данных задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию потребления яиц на душу населения в России.
2. Рассчитайте прогнозируемый уровень потребления яиц с вероятностью 0,95 на перспективу.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.22. На основе данных задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию потребления мяса и мясных продуктов на душу населения в России:
 - ♦ методом укрупнения интервалов;
 - ♦ методом средних скользящих;
 - ♦ методом аналитического выравнивания.
2. Представьте графически фактические и рассчитанные по уравнению показатели потребления мяса и мясных продуктов на душу населения в России.
3. Рассчитайте прогноз потребления мяса и мясных продуктов на душу населения России с вероятностью 0,95.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.23. На основе данных задачи 6.14:

1. Рассчитайте показатели, характеризующие динамический ряд потребления молока и молочных продуктов на душу населения в России:
 - ♦ средний за весь период уровень потребления молока и молочных продуктов;
 - ♦ абсолютные приросты (цепные и базисные);
 - ♦ темпы роста и прироста;
 - ♦ значение одного процента прироста.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.24. На основе данных задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию потребления молока и молочных продуктов на душу населения в России.
2. Рассчитайте прогноз потребления молока и молочных продуктов на душу населения в России на перспективу с гарантией на 95%.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.25. На основе данных задачи 6.14:

1. Выявите основную тенденцию потребления картофеля на душу населения в России.
2. Представьте графически фактическое потребление картофеля и рассчитанное по уравнению.
3. Рассчитайте прогноз потребления картофеля на душу населения в России с вероятностью 0,95.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.26. Имеется информация о динамике основных экономических показателей предприятия, млн руб. (в сопоставимой оценке).

Год	Среднегодовые стоимости основ- ных производст- венных фондов	Выпуск продукции	Балансовая прибыль	Чистая прибыль	Фонд потребления
1995	520	606	240	101	470
1996	581	635	296	99	506
1997	500	600	300	112	536
1998	600	770	327	142	543
1999	722	740	382	139	530
2000	721	841	336	154	589
2001	760	1045	340	148	489
2002	741	950	510	184	429
2003	822	1139	386	200	397
2004	830	1100	450	219	350
2005	900	1312	440	252	321

1. Произведите аналитическое выравнивание среднегодовой стоимости основных производственных фондов предприятия.
2. Рассчитайте с вероятностью 0,95, в каких границах будет находиться прогнозируемое значение среднегодовой стоимости основных производственных фондов в 2008 г.

3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.27. На основе данных задачи 6.26:

1. Выявите основную тенденцию выпуска продукции на предприятии:
 - ♦ методом укрупнения интервалов;
 - ♦ методом средних скользящих;
 - ♦ методом аналитического выравнивания.
2. Изобразите графически динамику фактических и расчетных данных.
3. Дайте экономическую интерпретацию полученного уравнения.
4. Рассчитайте прогноз выпуска продукции на основе экстраполяции тренда с вероятностью 0,95.
5. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 6.28. На основе данных задачи 6.26:

1. Рассчитайте темпы роста и прироста балансовой прибыли.
2. Рассчитайте среднегодовой темп роста.
3. Рассчитайте прогноз балансовой прибыли с использованием среднегодового темпа роста.

Задача 6.29. На основе данных задачи 6.26:

1. Выявите основную тенденцию чистой прибыли на предприятии.
2. Рассчитайте, в каких пределах будет находиться прогнозируемое значение чистой прибыли предприятия на перспективу (3 года) с гарантией 95%.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.30. По данным задачи 6.26:

1. Выявите основную тенденцию фонда потребления, используя методы:
 - ♦ укрупнения интервалов;
 - ♦ средних скользящих;
 - ♦ аналитического выравнивания.
2. Представьте графически динамические ряды фактической информации и рассчитанной по уравнению.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.31. Имеются данные о реализации мяса в магазине, т (табл. на с. 130).

Кварталы	Год		
	2004	2005	2006
I	1300	2600	3100
II	1600	3000	3000
III	2100	3200	3800
IV	3300	2800	3400

1. Рассчитайте индексы сезонных колебаний.
2. Изобразите их графически и сделайте соответствующие выводы.

Задача 6.32. Имеются данные о поступлении в кассы Госбанка выручки зрелищных предприятий города, млн руб.

Кварталы	Год		
	2004	2005	2006
I	50,4	53,7	49,9
II	46,9	48,7	45,2
III	48,5	49,6	51,9
IV	52,0	49,8	52,9

1. Рассчитайте показатели сезонных колебаний выручки зрелищных предприятий города.
2. Представьте графически и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.33. Вычислите показатели сезонных колебаний продуктивности коров.

Надой молока на одну корову, кг

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Надой, кг	187	185	231	284	305	334	340	330	268	231	191	213

Задача 6.34. Имеются данные о среднем потреблении электроэнергии (кВт/ч) одной семьей.

Кварталы	Год		
	2004	2005	2006
I	250	240	300
II	170	168	190
III	180	140	200
IV	200	270	290

1. Рассчитайте показатели сезонных колебаний потребления электроэнергии по каждому году.
2. Сравните их и рассчитайте средний коэффициент сезонных колебаний за анализируемый период.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.35. Имеются данные о количестве регистрации браков в загсах города.

Кварталы	Год			
	2003	2004	2005	2006
I	1100	1200	1200	1300
II	1300	1300	1400	1400
III	2300	2200	2400	2500
IV	1800	2000	2100	2300

1. Рассчитайте скорректированные индексы сезонных колебаний.
2. Изобразите графически и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.36. Имеется информация о количестве больных, обратившихся за медицинской помощью в поликлиники города, тыс. чел.

Кварталы	Год		
	2004	2005	2006
I	24,7	24,3	25,7
II	23,1	23,6	28,5
III	20,2	19,7	19,3
IV	21,4	21,2	29,9

1. Рассчитайте показатели сезонных колебаний количества больных, обратившихся за медицинской помощью в поликлиники города по каждому году.
2. Сравните их и представьте графически.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.37. Представлены данные по динамике использования трудовых ресурсов на предприятии, чел.

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Трудовые ресурсы, чел.	420	385	381	630	670	730	720	710	620	650	550	560

1. Определите силу сезонных колебаний использования трудовых ресурсов на предприятии.
2. Установите форму сезонной «волны».
3. Изобразите графически.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.38. Денежные доходы населения в регионе по месяцам в ценах 1991 г. (в расчете на душу населения, руб.) составили:

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Месячные денежные доходы на одного человека руб.	348	362	378	390	360	386	384	387	374	394	388	466

1. Рассчитайте показатели силы сезонных колебаний денежных доходов населения.
2. Установите форму сезонной «волны».
3. Представьте ее графически.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.39. Имеется информация о сезонном распределении отдыхающих на курортах Балтийского моря, %.

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Распределение отдыхающих, %	0,8	1,2	1,1	1,3	7,6	15,6	30,0	28,1	10,7	1,8	0,9	0,9

1. С помощью различных показателей определите силу сезонных колебаний числа отдыхающих на курортах.
2. Установите форму сезонной «волны».
3. Представьте ее графически.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 6.40. Имеются данные о продуктивности коров в сельхозпредприятиях, кг (табл. на с. 133).

1. Произведите аналитическое выравнивание и рассчитайте уровни для каждого квартала.
2. Рассчитайте индексы сезонности для каждого квартала.
3. Усредните индексы сезонности за все годы.

Кварталы	Годы		
	2004	2005	2006
I	650	720	630
II	850	880	850
III	900	910	940
IV	680	660	670

4. Определите уровни тренда с учетом сезонных колебаний.
5. Разложите общую сумму квадратов отклонений фактических уровней динамического ряда от среднего уровня за весь анализируемый период на составляющие за счет:
 - ◆ тренда;
 - ◆ сезонности;
 - ◆ случайных колебаний.
6. Сформулируйте соответствующие выводы.

Глава 7

ИНДЕКСЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

В экономических исследованиях часто приходится сопоставлять не только отдельные признаки, но и сложные явления, состоящие из разнородных элементов, которые непосредственно суммироваться не могут, так как они выражены в натуральной форме.

Изменение сложных явлений, состоящих из разнородных элементов, изучают при помощи индексов.

Индекс — это обобщающий показатель, характеризующий изменение во времени или различие в пространстве сложных явлений, состоящих из элементов, непосредственно не поддающихся суммированию, и измеряющий влияние изменения во времени или различие в пространстве отдельного фактора на данное сложное явление. Так, индексами пользуются, если необходимо дать сложную характеристику изменения объема продукции промышленности или сельского хозяйства. Отдельными элементами в данном случае выступают конкретные виды продукции в натурально-вещественной форме, которые невозможно сразу суммировать, а нужно сначала найти для них общую меру, например стоимость продукции.

Индексы бывают «индивидуальные» и «общие».

Индивидуальные индексы характеризуют изменение отдельных элементов сложных явлений, например показывают изменение количества (Q) или цен продукции (P) по какому-либо одному виду продукции.

Общие индексы дают характеристику сложных явлений. Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, т. е. характеризуют только часть сложного явления, то их называют групповыми, или субиндексами.

Каждый индекс включает в себя два вида данных: оцениваемые данные, которые принято называть отчетными и обозначать «1», и те данные, которые используются в качестве базы сравнения — базисные, обозначаемые «0». В качестве базы сравнения могут быть показатели

трех видов: плановые данные, данные за предыдущие периоды и данные по другим аналогичным объектам.

Если базисный уровень принимается за единицу, то индексы вычисляются в виде коэффициентов, а если базисный уровень принимается за 100, то они вычисляются в виде процентов.

В ходе анализа рассчитываются два вида индексов: цепные и базисные.

Между цепными и базисными индексами существует взаимосвязь, а именно: произведения цепных индексов равно соответствующему базисному индексу, причем для индивидуальных индексов это правило всегда верно, а для общих индексов оно верно только в случае наличия «постоянных» весов.

Для индивидуальных индексов:

$$i_p = \frac{P_1}{P_0} \times \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_0}.$$

Для общих индексов:

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times \frac{\sum Q_2 P_0}{\sum Q_1 P_0} = \frac{\sum Q_2 P_0}{\sum Q_0 P_0}.$$

При построении индексов возникает проблема выбора «весов», с помощью которых происходит переход от совокупности элементов, непосредственно не соизмеримых и не поддающихся суммированию, к совокупности элементов, которые можно суммировать.

Так, при отражении изменения цен на различные продукты и товары, которые нельзя суммировать, нужно перейти к общей стоимости, которая рассчитывается как сумма произведений количества продукции на цену единицы продукции.

В данном случае в качестве «весов», «соизмерителей» будет выступать количество различных видов продукции.

Если же необходимо отразить изменение количества продукции, то в роли «весов» будут выступать цены. Однако возникает проблема: на уровне какого периода должны быть «соизмерители», «веса»?

Существуют два способа расчета индексов цен.

Первый способ предлагает использование «весов» базисного периода (Q_0). Этот индекс впервые был введен в 1864 г. немецким экономистом Э. Ласпейресом:

$$J_p = \frac{\sum Q_0 P_1}{\sum Q_0 P_0}.$$

При расчете второго индекса берется количество продукции отчетного периода (Q_1). Этот индекс был введен немецким экономистом Г. Пааше в 1874 г. и носит название индекса цен Пааше:

$$J_p = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0}.$$

Подобно тому как существуют два индекса цен, существуют и два индекса количества продукции:

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} - \text{индекс Ласпейреса};$$

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} - \text{индекс Пааше}.$$

Эти индексы принято называть агрегатными. Они выполняют две функции: синтетическую и аналитическую.

Синтетическая функция обеспечивается тем, что в одном индексе обобщаются (синтезируются) непосредственно не соизмеримые явления.

Аналитическая функция следует из взаимосвязи индексов. Каждый индекс можно рассматривать как составную часть некой системы индексов, в которой его роль сводится к измерению одного из факторов в общем изменении.

Так, например, индекс цен можно рассматривать как показатель влияния изменения цен на выручку от продажи.

При построении агрегатных индексов удобно пользоваться такими понятиями, как «индексируемый», т. е. изменяемый признак, и признак «вес», значение которого принимается неизменным. «Индексируемый» признак можно назвать фактором изменения общего результата, а признак «вес» — характеристикой условий, в которых оценивается это изменение.

Агрегатный индекс физического объема характеризует изменение объема продукции и исчисляется по формуле:

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} - \text{индекс Ласпейреса}.$$

В этом индексе индексируемой величиной является количество продукции (Q), а цена (P) служит соизмерителем.

В качестве соизмерителя цены могут быть и отчетного периода, и сопоставимые:

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1}; J_Q = \frac{\sum Q_1 P_C}{\sum Q_0 P_C}.$$

Индекс физического объема может быть рассчитан как средний взвешенный арифметический индекс физического объема продукции:

$$J_Q = \frac{\sum i_Q Q_0 P_0}{\sum Q_0 P_0},$$

где i_Q — индивидуальный индекс объема по каждому виду продукции; $Q_0 P_0$ — стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

Агрегатный индекс цен также может быть рассчитан по-разному:

$$J_P = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0} \text{ — индекс Пааше.}$$

В качестве «весов» использовано количество продукции отчетного периода.

Для характеристики среднего изменения цен на потребительские товары (потребительскую корзину) агрегатный индекс цен целесообразно определять по формуле:

$$J_P = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \text{ — индекс Ласпейреса.}$$

Если известны индивидуальные индексы цен по отдельным видам продукции, а также стоимость отдельных видов продукции, то можно рассчитать средний взвешенный гармонический индекс цен:

$$J_P = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum \frac{1}{i_P} Q_1 P_1}.$$

Если индексы рассматриваются в системе, то должна обеспечиваться взаимосвязь между ними.

Так, изменение стоимости продукции может произойти за счет двух факторов: изменения объема продукции и изменения цен. Чтобы выяснить влияние каждого фактора в отдельности, необходимо один из них условно принять за постоянную величину. Тут и возникает вопрос, какого же периода использовать «вес»?

Практика показывает, что в жизни в первую очередь изменяются количественные признаки, и для отражения их изменения следует пользоваться «соизмерителями» базисного периода, а для отражения изменения качественных признаков (цены, себестоимости, урожайности, производительности труда) необходимо пользоваться «весами» отчетного периода. В этом случае изменение в абсолютном выражении будет иметь реальный экономический смысл:

$$J_{QP} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_0}.$$

Общее абсолютное изменение стоимости продукции составляет:
за счет двух факторов:

$$A_{QP} = \sum Q_1 P_1 - \sum Q_0 P_0;$$

за счет изменения физического объема:

$$A_Q = \sum Q_1 P_0 - \sum Q_0 P_0;$$

за счет изменения цен:

$$A_P = \sum Q_1 P_1 - \sum Q_1 P_0;$$

$$A_{QP} = A_Q + A_P.$$

Применение индексов в анализе изменения средних показателей

На изменение среднего показателя, как правило, оказывают влияние два фактора — изменение значения самого осредняемого показателя и изменение структуры явления.

Например, на изменение средней заработной платы на предприятии оказывает влияние увеличение заработной платы у отдельных категорий работников, а также увеличение доли высокооплачиваемых работников.

В этой связи возникает задача — показать роль каждого из этих факторов на изменение среднего показателя.

Строится система индексов, в которой индекс среднего показателя (его часто называют индексом переменного состава) выступает как произведение двух индексов: индекса самого качественного показателя и индекса влияния изменения структуры явления.

При построении этой системы в первую очередь следует определить влияние изменения структуры явления, а на втором этапе анализа — влияние изменения самого осредняемого показателя. Индекс изменения средней заработной платы:

$$J_{\bar{z}} = \frac{\sum K_1 z_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 z_0}{\sum K_0} = \frac{z_1}{\bar{z}_0},$$

где K_0, K_1 — численность работников в базисном и отчетном периоде; z_0, z_1 — заработная плата отдельных работников в базисном и отчетном периодах; $\bar{z}_0, \bar{z}_1$ — средняя заработная плата в базисном и отчетном периодах.

Абсолютное изменение средней заработной платы:

$$A_{\bar{z}} = \bar{z}_1 - \bar{z}_0.$$

1. Определим изменение средней заработной платы за счет изменения структуры работников:

$$J_{\text{стр}} = \frac{\sum K_1 z_0}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 z_0}{\sum K_0} = \frac{\bar{z}_{\text{усл}}}{\bar{z}_0}.$$

Абсолютное изменение средней заработной платы за счет изменения структуры работников:

$$A_{\text{стр}} = \bar{z}_{\text{усл}} - \bar{z}_0.$$

2. Определим изменение средней заработной платы за счет изменения заработной платы отдельных работников:

$$J_z = \frac{\sum K_1 z_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_1 z_0}{\sum K_1} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_{\text{усл}}}.$$

Абсолютное изменение средней заработной платы за счет изменения заработной платы отдельных работников:

$$A_z = \bar{z}_1 - \bar{z}_{\text{усл}};$$

$$J_{\bar{z}} = J_{\text{стр}} \times J_z.$$

Изменение средней заработной платы в абсолютном выражении равно сумме абсолютных изменений по факторам:

$$A_{\bar{z}} = A_{\text{стр}} + A_z.$$

Использование индексного метода в анализе взаимосвязи экономических явлений

Индексный метод используется при изучении влияния отдельных факторов в динамике какого-либо сложного явления, позволяет определить изменение сложного явления как в относительном, так и в абсолютном выражении за счет каждого из факторов. В этом случае необходимо анализируемое сложное явление представить через факторы, влияющие на него, а затем начинать анализ с тех факторов, которые изменяются в первую очередь, постепенно переходя к изучению влияния так называемых вторичных (качественных) факторов. И каждый раз закреплять остальные факторы, входящие в систему, на каком-то неизменном уровне, базисном, если фактор еще не использовался в анализе, и на отчетном, если его влияние было уже изучено.

Так, например, масса прибыли предприятия от реализации продукции может быть представлена как разность между выручкой и затратами, связанными с производством и реализацией продукции:

$$\text{прибыль} = \sum QP - \sum QC,$$

где Q — количество реализованной продукции; P — цена единицы продукции; C — себестоимость единицы продукции.

Или прибыль можно представить:

$$\sum Q_0(P_0 - C_0) \text{ — прибыль базисного периода;}$$

$$\sum Q_1(P_1 - C_1) \text{ — прибыль отчетного периода.}$$

Тогда индекс, характеризующий изменение общей массы прибыли в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом, будет иметь вид:

$$J_{\text{пр}} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_1)}{\sum Q_0(P_0 - C_0)}.$$

В абсолютном выражении изменение общей массы прибыли будет равно:

$$A_{\text{пр}} = \sum Q_1(P_1 - C_1) - \sum Q_0(P_0 - C_0).$$

Далее наша задача состоит в том, чтобы общее изменение разложить по факторам, т. е. определить изменение массы прибыли за счет изменения количества и структуры реализованной продукции, ее цены и себестоимости.

Прежде всего строим индекс, характеризующий изменение прибыли за счет изменения количества и структуры реализованной продук-

ции. При построении этого индекса «соизмерителями» будут цена и себестоимость единицы продукции на уровне базисного периода:

$$J_{\text{пр}(Q)} = \frac{\sum Q_1(P_0 - C_0)}{\sum Q_0(P_0 - C_0)}.$$

Абсолютное изменение будет равно:

$$A_{\text{пр}(Q)} = \sum Q_1(P_0 - C_0) - \sum Q_0(P_0 - C_0).$$

Этот индекс может быть разложен на два: (J_v), характеризующий изменение прибыли за счет изменения объема реализованной продукции:

$$J_v = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0}.$$

($J_{\text{стр}}$), определяющий влияние структуры реализованной продукции на изменение общей массы прибыли:

$$J_{\text{стр}} = \frac{J_{\text{пр}(Q)}}{J_v}.$$

Далее определим изменение массы прибыли за счет изменения цен:

$$J_{\text{пр}(P)} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_0)}{\sum Q_1(P_0 - C_0)}.$$

Абсолютное изменение будет равно:

$$A_{\text{пр}(P)} = \sum Q_1(P_1 - C_0) - \sum Q_1(P_0 - C_0).$$

И наконец, определим изменение прибыли за счет изменения себестоимости продукции:

$$J_{\text{пр}(C)} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_1)}{\sum Q_1(P_1 - C_0)}.$$

Абсолютное изменение равно:

$$A_{\text{пр}(C)} = \sum Q_1(P_1 - C_1) - \sum Q_1(P_1 - C_0).$$

Рассчитанные индексы составляют систему:

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{пр}(Q)} \times J_{\text{пр}(P)} \times J_{\text{пр}(C)}.$$

В абсолютном выражении взаимосвязь:

$$A_{\text{пр}} = A_{\text{пр}(Q)} + A_{\text{пр}(P)} + A_{\text{пр}(C)}$$

или влияние четырех факторов:

$$J_{\text{пр}} = J_v \times J_{\text{стр}} \times J_{\text{пр}(P)} \times J_{\text{пр}(C)}.$$

В абсолютном выражении взаимосвязь:

$$A_{\text{пр}} = A_{(v)} + A_{\text{стр}} + A_{\text{пр}(P)} + A_{\text{пр}(C)}.$$

При построении системы взаимосвязанных индексов необходимо руководствоваться ранее описанными правилами, а именно: при отражении изменения первичных (количественных) показателей необходимо пользоваться «весами» базисного периода, а при отражении изменения вторичных (качественных) признаков — «весами» отчетного периода. При построении системы индексов «веса» факторных индексов должны браться на уровне разных периодов.

Вообще-то применяется еще метод разложения общего индекса на части — метод обособленного изучения факторов, при котором при построении факторного индекса каждый раз берутся «веса» базисного периода, но при этом методе не разлагают полностью абсолютное изменение результата, остается неразложенный остаток, вызванный совместными действиями факторов.

Решение типовых задач

Задача 7.1. Имеются исходные данные о количестве, ценах и стоимости реализованной продукции:

Виды продукции	Количество реализованной продукции, тыс. ед.		Цена единицы продукции, руб.		Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.		
	Q_0	Q_1	P_0	P_1	Q_0P_0	Q_1P_0	Q_1P_1
А	100	130	20	15	2000	2600	1950
Б	150	160	12	13	1800	1920	2080
В	200	250	8	8	1600	2000	2000
Итого	X	X	X	X	5400	6520	6030

1. Определите в относительном и абсолютном выражении изменение стоимости реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.
2. Определите в какой мере это изменение вызвано изменением:
 - ♦ количества реализованной продукции;
 - ♦ цен разнородной продукции.

Решение.

1. Сначала рассчитаем индекс изменения стоимости реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$J_{QP} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_0} = \frac{6030}{5400} \times 100\% = 111,7\%;$$
$$A_{(QP)} = 6030 - 5400 = 630 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс показывает, что стоимость реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом увеличилась на 11,7%, а в абсолютном выражении на 630 тыс. руб.

В этом индексе стоимость продукции изменяется за счет изменения двух переменных величин — количества реализованной продукции и цены за единицу продукции.

2. Рассчитаем индекс, в котором отражено изменение стоимости реализованной продукции за счет изменения количества реализованной продукции:

$$J_Q = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} = \frac{6520}{5400} \times 100\% = 120,7\%.$$

Абсолютное изменение составляет:

$$A_{(Q)} = 6520 - 5400 = 1120 \text{ тыс. руб.}$$

Далее определяем изменение стоимости реализованной продукции за счет изменения цен:

$$J_P = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0} = \frac{6030}{6520} \times 100\% = 92,5\%.$$

Абсолютное изменение составляет:

$$A_{(P)} = 6030 - 6520 = -490 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, стоимость реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом увеличилась на 11,7%, или в абсолютном выражении на 630 тыс. руб. В том числе за счет увеличения количества реализованной продукции на 20,7% (в абсолютном выражении на 1120 тыс. руб.) и за счет изменения цен (их снижения) стоимость реализованной продукции уменьшилась на 7,5%, что в абсолютном выражении составило 490 тыс. руб.

Задача 7.2. На основании данных задачи 7.1:

1. Определите индивидуальные индексы количества продукции.

2. Определите индивидуальные индексы изменения цен.
3. Определите средний взвешенный индекс количества продукции.
4. Определите средневзвешенный индекс цен.

Решение.

1. Индивидуальные индексы количества продукции:

$$A - i_Q = \frac{130}{100} = 1,3, \text{ или } 130\%;$$

$$Б - i_Q = \frac{160}{150} = 1,066, \text{ или } 106,6\%;$$

$$B - i_Q = \frac{250}{200} = 1,25, \text{ или } 125\%.$$

Следовательно, количество реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилось:

продукции А — на 30%;

продукции Б — на 6,6%;

продукции В — на 25%.

2. Индивидуальные индексы цен:

$$A - i_P = \frac{15}{20} = 0,75, \text{ или } 75\%;$$

$$Б - i_P = \frac{13}{20} = 1,083, \text{ или } 108,3\%;$$

$$B - i_P = \frac{8}{8} = 1,00 - \text{цены не изменились.}$$

Цены изменились следующим образом:

продукции А — снизились на 25%;

продукции Б — увеличились на 8,3%;

продукции В — цены не изменились.

3. Рассчитаем средневзвешенный индекс количества реализованной продукции на основе индивидуальных индексов:

$$\begin{aligned} J_Q &= \frac{\sum i_Q Q_0 P_0}{\sum Q_0 P_0} = \frac{1,3 \times 2000 + 1,066 \times 1800 + 1,25 \times 1600}{5400} = \\ &= \frac{2600 + 1920 + 2000}{5400} = \frac{6520}{5400} = 1,207, \text{ или } 120,7\%. \end{aligned}$$

4. Рассчитаем средневзвешенный индекс изменения цен на основе индивидуальных индексов цен:

$$J_P = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum \frac{1}{i_P} Q_1 P_1} = \frac{6030}{\frac{1950}{0,75} + \frac{2080}{1,083} + \frac{2000}{1,000}} = \frac{6030}{2600 + 1920 + 2000} = \frac{6030}{6520} = 0,925, \text{ или } 92,5\%.$$

Средневзвешенные индексы как количества продукции, так и цен совпадают с агрегатными индексами, рассчитанными в предыдущей задаче.

Задача 7.3. Имеются исходные данные о количестве, ценах, себестоимости и массе прибыли.

Вид продукции	Количество, тыс. шт.		Цена ед. продукции, руб.		Себестоимость ед. продукции, руб.		Масса прибыли, тыс. руб.			
	Q_0	Q_1	P_0	P_1	C_0	C_1	$Q_1(P_0 - C_0)$	$Q_1(P_0 - C_0)$	$Q_1(P_1 - C_0)$	$Q_1(P_1 - C_1)$
А	100	180	40	42	38	41	200	360	720	180
Б	50	100	10	9	9	7	50	100	—	200
В	10	40	8	6	10	5	–20	–80	–160	40
Итого	X	X	X	X	X	X	230	380	560	420

1. Определите изменение прибыли в отчетном периоде по сравнению с базисным в относительном и абсолютном выражении.
2. Определите изменение прибыли за счет изменения:
 - ◆ количества продукции (физического объема);
 - ◆ структуры реализованной продукции;
 - ◆ цен реализованной продукции;
 - ◆ себестоимости продукции.
3. Определите установление взаимосвязи в относительном и абсолютном выражении.

Решение.

1. Определим индекс прибыли:

$$J_{\text{пр}} = \frac{\sum Q_1 (P_1 - C_1)}{\sum Q_0 (P_0 - C_0)} = \frac{420}{230} = 1,826, \text{ или } 182,6\%.$$

Абсолютное изменение:

$$A_{\text{пр}} = \sum Q_1 (P_1 - C_1) - \sum Q_0 (P_0 - C_0) = 420 - 230 = 190 \text{ тыс. руб.}$$

Это значит, что прибыль возросла на 82,6%, что в абсолютном выражении составляет 190 тыс. руб.

2. Определим изменения прибыли за счет изменения количества и структуры реализованной продукции:

$$J_{\text{пр}(Q)} = \frac{\sum Q_1 P_0 - C_0}{\sum Q_0 (P_0 - C_0)} = \frac{380}{230} = 1,652, \text{ или } 165,2\%.$$

Абсолютное изменение прибыли за счет этих двух факторов равно:

$$A_{\text{пр}(Q)} = \sum Q_1 (P_0 - C_0) - \sum Q_0 (P_0 - C_0) = 380 - 230 = 150 \text{ тыс. руб.}$$

- а) Определим изменение прибыли за счет количества (физического объема) продукции:

$$J_v = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} = \frac{180 \times 40 + 100 \times 10 + 40 \times 8}{100 \times 40 + 50 \times 10 + 10 \times 8} = \frac{8520}{4580} = 1,86, \text{ или } 186\%.$$

Абсолютное изменение прибыли за счет изменения физического объема определяется следующим образом. Если объем реализованной продукции увеличился на 86%, значит и базисная прибыль возрастет на 86%:

$$A_{(v)} = 230 \times 0,86 = 198 \text{ тыс. руб.}$$

- б) Определим изменение прибыли за счет изменения структуры реализованной продукции:

$$J_{\text{стр}} = \frac{J_{\text{пр}(Q)}}{J_v} = \frac{1,652}{1,86} = 0,89, \text{ или } 89\%.$$

Этот индекс получается путем деления индекса, в котором отражено изменение прибыли за счет физического объема и структуры совместно, на индекс, в котором отражено изменение за счет только физического объема.

Следовательно, изменение структуры оказало негативное влияние на изменение прибыли, т. е. привело к уменьшению ее на 11%, что в абсолютном выражении составило:

$$A_{(\text{стр})} = 150 - 198 = -48 \text{ тыс. руб.}$$

- в) Определим изменение прибыли за счет изменения цен:

$$J_{\text{пр}(P)} = \frac{\sum Q_1 (P_1 - C_0)}{\sum Q (P_0 - C_0)} = \frac{560}{380} = 1,4737, \text{ или } 147,37\%.$$

Абсолютное изменение прибыли составило:

$$A_{\text{пр}(P)} = 560 - 380 = 180 \text{ тыс. руб.}$$

г) Определим изменение прибыли за счет изменения себестоимости:

$$J_{\text{пр}(C)} = \frac{\sum Q_1 (P_1 - C_1)}{\sum Q_1 (P_1 - C_0)} = \frac{420}{560} = 0,75, \text{ или } 75\%.$$

Абсолютное изменение прибыли за счет изменения себестоимости составило:

$$A_{\text{пр}(C)} = 420 - 560 = -140 \text{ тыс. ден. ед.}$$

3. Установим взаимосвязь между рассчитанными индексами:

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{пр}(\nu)} \times J_{\text{стр}} \times J_{\text{пр}(З)} \times J_{\text{пр}(C)};$$

$$1,826 = 1,86 \times 0,89 \times 1,4737 \times 0,75 \text{ или}$$

$$1,826 = 1,652 \times 1,4737 \times 0,75.$$

В абсолютном выражении взаимосвязь проявляется следующим образом:

$$A_{\text{пр}} = A_{(\nu)} + A_{\text{стр}} + A_{\text{пр}(P)} + A_{\text{пр}(C)};$$

$$190 = 198 + (-48) + 180 + (-140) \text{ или}$$

$$190 = 150 + 180 + (-140).$$

Задача 7.4. Данные о численности работников и фонде заработной платы предприятия представлены в таблице.

№ цеха	Численность работников		Фонд заработной платы, тыс. руб.	
	базисный период K_0	отчетный период K_1	базисный период $K_0 Z_0$	отчетный период $K_1 Z_1$
1	200	230	2200	2250
2	350	340	2290	2519
3	250	260	1809	2900
Итого	800	830	7129	7669

1. Определите среднюю заработную плату в целом по предприятию в базисном и отчетном периодах.
2. Определите изменение средней заработной платы в отчетном периоде по сравнению с базисным в относительном и абсолютном выражении.
3. Определите в какой мере оказало влияние на изменение средней заработной платы:
 - ◆ изменение структуры работников;
 - ◆ изменение заработной платы в отдельных цехах.

Решение.

Средняя заработная плата в базисном периоде:

$$\bar{z}_0 = \frac{\sum K_0 z_0}{\sum K_0} = \frac{7129}{800} = 8911 \text{ руб.}$$

в отчетном периоде:

$$\bar{z}_1 = \frac{\sum K_1 z_1}{\sum K_1} = \frac{7669}{830} = 9240 \text{ руб.}$$

Определим изменение средней заработной платы в целом по предприятию:

$$J_{\bar{z}} = \frac{\sum K_1 z_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 z_0}{\sum K_0} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{9240}{8911} = 1,0369, \text{ или } 103,69\%.$$

Абсолютное изменение составило:

$$A_{\bar{z}} = 9240 - 8911 = 329 \text{ руб.}$$

а) Определим изменение средней заработной платы за счет изменения структуры работников:

$$\begin{aligned} J_{\text{стр}} &= \frac{\sum K_1 z_0}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 z_0}{\sum K_0} = \frac{\bar{z}_{\text{ysl}}}{\bar{z}_0} = \\ &= \frac{230 \times \frac{2200}{200} + 340 \times \frac{2290}{350} + \frac{1809}{250} \times 260}{830} : 8911 = \\ &= \frac{2530 + 2225 + 1881}{830} : 8911 = 7995 : 8911 = 0,897, \text{ или } 89,7\%. \end{aligned}$$

Абсолютное изменение средней заработной платы за счет изменения структуры равно:

$$A_{\text{стр}} = \bar{z}_{\text{ysl}} - \bar{z}_0 = 7995 - 8911 = -916 \text{ руб.}$$

Следовательно, изменение структуры работников сыграло отрицательную роль в изменении средней заработной платы, т. е. уменьшило ее на 916 руб.

б) Определим изменение средней заработной платы за счет изменения заработной платы в отдельных цехах:

$$J_{\bar{z}(z)} = \frac{\sum K_1 z_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_1 z_0}{\sum K_1} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_{\text{ysl}}} = \frac{9240}{7995} = 1,1558, \text{ или } 115,58\%.$$

Абсолютное изменение средней заработной платы за счет изменения заработной платы в отдельных цехах равно:

$$A_{(3)} = \bar{z}_1 - \bar{z}_{\text{усл}} = 9240 - 7995 = 1245 \text{ руб.}$$

Установим взаимосвязь индексов:

$$1,0368 = 0,897 \times 1,1558;$$

$$A_{\bar{z}} = 329 = (-916) + 1245.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 7.5. Имеются данные о численности работников и их заработной плате в вузах региона.

Специализация работников	Численность работников, чел.		Заработная плата, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Технические	610	600	1720	1760
Экономические	840	820	1830	1950

1. Определите индивидуальные и общие индексы численности работников, их заработной платы и фондов зарплаты вузов.
2. Определите в относительном и абсолютном выражении изменение средней заработной платы по факторам, влияющим на нее.
3. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 7.6. На основании информации задачи 7.5:

1. Постройте систему индексов для анализа общего фонда заработной платы в целом по вузам данного региона.
2. Проанализируйте изменение общего фонда заработной платы в абсолютном выражении за счет факторов, влияющих на его изменение.
3. Сделайте проверку расчетов и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.7. Имеются данные о численности работников и общих фондах заработной платы предприятий города.

Предприятия	Численность работников, чел.		Фонд заработной платы, ден. ед.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	200	300	20 000,0	4000,0
2	100	120	2000,0	6000,0

1. Определите изменение средней заработной платы и факторов, влияющих на ее изменение (в относительном и абсолютном выражении).
2. Произведите проверку расчетов на основе составленной системы индексов и сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.8. На основании информации задачи 7.7:

1. Составьте систему индексов для анализа изменения общего фонда заработной платы работников этих предприятий в целом.
2. Проанализируйте изменение общего фонда заработной платы в абсолютном выражении за счет изменения:
 - ♦ общей численности работников в отчетном периоде по сравнению с базисным;
 - ♦ структуры работников;
 - ♦ заработной платы работников на разных предприятиях.
3. Произведите проверку правильности расчетов в относительном и абсолютном выражении.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.9. Имеются данные о реализации продукции:

Виды продукции	Единицы измерения	Количество продукции		Цена единицы продукции, руб.	
		в январе	в феврале	в январе	в феврале
А	шт.	400	600	95	90
Б	т	900	1000	45	45
В	м	700	800	32	40

1. Определите индивидуальные и общие индексы количества продукции, цен и выручки от реализации продукции.
2. Постройте систему индексов для анализа изменения общей выручки в феврале по сравнению с январем.
3. Определите изменение выручки в абсолютном выражении за счет факторов, влияющих на ее изменение:
 - ♦ объема реализованной продукции;
 - ♦ цен за единицу продукции.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.10. Данные о реализации продукции со склада приведены в таблице на с. 151.

Вид продукции	Количество реализованной продукции		Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А, шт.	1000	800	20,0	24,0
В, т	120	160	84,0	80,0

1. Постройте систему взаимосвязанных индексов для анализа изменения стоимости реализованной продукции со склада.
2. Определите изменение стоимости реализованной продукции в абсолютном выражении, всего, и в том числе за счет изменения количества реализованной продукции и цен.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.11. Имеются данные о посевной площади и урожайности по группе зерновых культур:

Вид культур	Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Пшеница	200	300	18	20
Рожь	400	420	23	25
Ячмень	150	100	22	23

1. Определите валовой сбор по каждой культуре и в целом по зерновым.
2. Постройте систему индексов для анализа изменения валового сбора зерновых культур в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.
3. Проанализируйте изменение валового сбора зерновых культур в абсолютном выражении за счет:
 - ♦ общего размера посевной площади;
 - ♦ структуры посевных площадей;
 - ♦ урожайности отдельных культур.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.12. По данным задачи 7.11:

1. Постройте систему индексов для анализа средней урожайности зерновых культур.

2. Проанализируйте изменение средней урожайности зерновых культур в отчетном периоде по сравнению с базисным в абсолютном выражении за счет факторов, влияющих на ее изменение.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.13. По данным задачи 7.11:

1. Произведите индексным методом анализ изменения валового сбора зерновых культур в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом за счет изменения общего размера посевной площади и средней урожайности зерновых культур.
2. Установите взаимосвязь между индексами и в абсолютном выражении.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.14. Плановый и фактический уровни урожайности зерновых культур в хозяйстве составили:

Культура	Площадь, га		Валовой сбор, т	
	план	факт	план	факт
Пшеница	800	700	2400	2450
Лен	60	50	30	20
Картофель	400	450	6000	9000

1. Определите общий индекс урожайности разнородных культур в целом в хозяйстве.
2. Рассчитайте экономию (перерасход) посевной площади вследствие изменения урожайности по отдельным культурам по сравнению с планом.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.15. Отработанное время и оплата труда работников на предприятии составили:

Категория работников	Отработано, чел.-дн. на одного работника		Оплата 1 чел.-дн., руб. (условно)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Руководители	280	270	10	400
Специалисты	280	260	8	360
Рабочие	290	280	8	350

1. Используя индексный метод, проанализируйте влияние отдельных факторов на изменение общего фонда оплаты труда работников на предприятии в относительном выражении.
2. Определите изменения общего фонда заработной платы предприятия в абсолютном выражении за счет изменения:
 - ♦ времени, отработанного одним работником;
 - ♦ оплаты 1 чел.-дн.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.16. Имеются данные о количестве, ценах и стоимости реализованной продукции:

Виды продукции	Количество продукции, ед.		Цена ед. продукции, руб.		Стоимость реализованной продукции, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	100	130	20	15	2000	1950
Б	150	160	12	13	1800	2080
В	200	250	8	8	1600	2000

1. Используя индексный метод, проанализируйте в относительном и абсолютном выражении изменение стоимости реализованной продукции в целом по всем видам продукции за счет факторов, влияющих на ее изменение.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 7.17. По данным задачи 7.16 определите, на сколько процентов изменилась стоимость продукции в отчетном году по сравнению с базисным годом, если известно, что количество продукции уменьшилось на 5%, а цены возросли на 10%

Задача 7.18. По данным задачи 7.14 проанализируйте изменение валового сбора зерновых культур, если общий размер посевной площади под зерновыми культурами в отчетном году по сравнению с базисным увеличился на 20%, а средняя урожайность — на 10%.

Глава 8

КОМПЛЕКСНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Сочетание метода группировок с корреляционно-регрессионным анализом

Элементарные методы статистического анализа не следует противопоставлять методам математической статистики. Они должны дополнять друг друга, применяться комплексно. Примером такого комплексного подхода и разумного сочетания может служить применение аналитической группировки с корреляционно-регрессионным анализом.

Аналитическая группировка по результативному признаку может служить для определения правомерности включения факторов в корреляционно-регрессионный анализ. После построения корреляционно-регрессионной модели (КРМ) вновь целесообразно применение группировки для оценки потенциальных возможностей предприятий по доведению результативного признака до уровня передовых предприятий.

Так, на основе аналитической группировки по уровню сезонности производства молока в регионе были отобраны факторы, влияющие на сезонность производства молока:

X_1 — средний надой на корову в год, ц;

X_2 — расход кормов на корову в год, ц корм. ед.;

X_3 — себестоимость кормов 1 ц, руб.;

X_4 — коэффициент сезонности отелов коров, %;

Y — результативный показатель.

В результате получено уравнение множественной регрессии:

$$\hat{Y} = 65,9 - 0,613X_1 - 0,697X_2 - 0,375X_3 + 0,231X_4.$$

Коэффициенты регрессии этого уравнения показывают, на какую величину в среднем изменяется значение уровня сезонности производства молока с изменением значения каждого фактора на единицу своего измерения, при фиксированных значениях остальных факторов, включенных в уравнение. Так, повышение продуктивности коров приведет к снижению сезонных колебаний производства молока в среднем на 6% при условии неизменности остальных факторов. Соответственно повышение уровня кормления на 1 т на корову в год приведет к снижению сезонности производства молока почти на 7%, также при неизменности других факторов.

Совокупное влияние выделенных факторов на уровне сезонности производства молока характеризуется коэффициентом множественной корреляции, равным $R = 0,893$, который показывает, что данное уравнение правомерно считать корреляционно-регрессионной моделью, так как коэффициент детерминации $R^2 = 0,797$ свидетельствует, что порядка 80% вариации сезонности производства молока объясняется вариацией включенных в уравнение факторов.

Решение типовых задач

Задача 8.1. Сочетая метод группировки с корреляционно-регрессионным анализом, можно произвести оценку потенциальных возможностей предприятий изучаемой совокупности по снижению сезонности производства молока до уровня передовых хозяйств. С этой целью изучаемую совокупность хозяйств следует разделить по уровню сезонности производства молока на три группы. По каждой группе рассчитать средние значения факторов и отклонение значений в I группе по сравнению со средними значениями этих показателей во II и III группах. Используя коэффициенты регрессии, которые при высоком коэффициенте детерминации (порядка 80% и выше) выступают характеристикой средней по совокупности эффективности использования факторов, можно найти эффект полученного отклонения по каждому фактору на уровень сезонности производства молока. С этой целью найденные отклонения размеров факторов по группам умножим на коэффициенты регрессии. Получим значения, которые показывают, насколько изменится результат при доведении размеров каждого из факторов в хозяйствах остальных групп до уровня передовых хозяйств (первой группы).

Следует заметить, что сезонность производства молока — отрицательное явление с точки зрения потребления населением, а также перерабатывающей промышленностью.

Оценка потенциальных возможностей хозяйств региона по снижению уровня сезонности производства молока до уровня передовых хозяйств

Факторы	Условные обозначения	Средние значения показателей по группам			Отклонение показателей I гр. по сравнению с		Коэффициент регрессии	Эффект влияния размеров фактора на уровень сезонности производства молока, %	
		I	II	III	II	III		II	III
Средний надой на корову в год, ц	X ₁	40,4	32,7	30,4	7,7	10,0	-0,613	-4,72	-6,13
Расход кормов на корову в год, ц корм. ед.	X ₂	42,8	38,1	35,5	4,7	7,3	-0,697	-3,27	-5,09
Себестоимость 1 ц корм. ед., ден. ед.	X ₃	11,7	10,9	12,8	0,8	-1,1	-0,375	-0,30	+0,41
Коэффициент сезонности отёлов коров, %	X ₄	26,8	47,5	63,7	-20,7	-36,9	0,231	-4,78	-8,52
Уровень сезонности производства молока, %	Y	15	28,2	35,5	-13,2	-20,5		-13,07	-19,33

Расчеты, представленные в таблице, показывают, что повышение продуктивности коров в хозяйствах II и III групп до уровня хозяйств первой группы (передовых) позволило снизить уровень сезонности производства молока в этих хозяйствах соответственно на 4,72 и 6,13%. Повышение уровня кормления даст возможность снизить сезонность производства молока соответственно на 3,27 и 5,09%. Особенно большую роль в изменении сезонности производства молока играет неравномерность (сезонность) отёлов коров в хозяйствах II и III группы, т. е. доведение этого фактора до уровня, который достигнут в хозяйствах I группы, позволит снизить уровень сезонности производства молока соответственно на 4,78 и 8,52%.

В целом по совокупности влияния всех включенных в анализ факторов сезонность производства молока в хозяйствах II группы может быть снижена на 13,07 из 13,2%, а в хозяйствах III группы — 19,33 из 20,5%.

Таким образом, сочетая метод группировок с корреляционно-регрессионным анализом, можно определить изменение результата за счет изменения размеров каждого из факторов, влияющих на результат при средней степени эффективности использования этих факторов, характерной для всей совокупности в целом.

Влияние же эффективности использования факторов на результат будет рассмотрено далее.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 8.2. Имеется информация о производственной деятельности промышленных предприятий региона.

Номера предприятий	Среднесписочная численность работников, чел.	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.	Выпуск продукции, тыс. руб.	Номера предприятий	Среднесписочная численность работников, чел.	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.	Выпуск продукции, тыс. руб.
1	250	602	116	1350	16	1500	3780	1280	7880
2	60	170	77	460	17	150	318	98	801
3	56	169	60	370	18	1300	3490	1348	7900
4	790	2300	740	2700	19	1040	2830	1370	8200
5	285	675	140	1460	20	1530	3820	1370	7900
6	775	2210	761	2730	21	398	1181	643	3900
7	752	1500	501	3620	22	89	290	123	876
8	740	2120	835	30560	23	78	250	99	744
9	533	1380	465	3472	24	85	260	100	850
10	1020	2700	461	3500	25	160	440	238	1437
11	910	2010	317	3660	261	629	1502	684	4120
12	135	290	328	485	27	292	236	200	1455
13	110	280	65	463	28	290	280	186	1380
14	95	245	77	645	29	640	1550	713	4356
15	100	250	92	750	30	739	2110	840	3120

1. Постройте аналитическую группировку, взяв в качестве группировочного признака выпуск продукции (Y), разделив всю совокупность предприятий на 3 группы.
2. По каждой группе рассчитайте средние значения факторов:
 X_1 — среднесписочной численности работников;
 X_2 — среднегодовой стоимости основных производственных фондов;
 X_3 — средней заработной платы за год одного работника, разделив фонд заработной платы на численность работников на каждом предприятии.
3. Найдите отклонения значений в первой группе по сравнению со средними значениями этих показателей во второй и третьей группах.
4. Постройте корреляционно-регрессионную модель, где в качестве результата будет выпуск продукции (Y), и определите совокупный коэффициент корреляции.
5. Используя коэффициенты регрессии и найденные ранее отклонения размеров факторов по группам, выявите потенциальные возможности изменения выпуска продукции за счет изменений размеров каждого из факторов.
6. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.3. Имеется информация по сельскохозяйственным предприятиям региона (табл. на с. 159).

1. Постройте аналитическую группировку, взяв в качестве группировочного признака урожайность зерновых культур (Y), разделив всю совокупность на 3 группы.
2. По каждой группе рассчитайте средние значения следующих факторов:
 X_1 — дозы минеральных удобрений;
 X_2 — количества осадков за период вегетации.
3. Найдите отклонения значений в первой группе по сравнению со средними значениями этих показателей во второй и третьей группах.
4. Постройте корреляционно-регрессионную модель урожайности зерновых культур.
5. Используя коэффициенты регрессии и найденные ранее отклонения размеров факторов по группам, выявите потенциальные

Номера предприятий	Урожайность зерновых культур, ц/га	Доза минеральных удобрений, ц д. в. на 1 га	Качество почвы, баллы	Количество осадков за период вегетации, мм	Номера предприятий	Урожайность зерновых культур, ц/га	Доза минеральных удобрений, ц д. в. на 1 га	Качество почвы, баллы	Количество осадков за период вегетации, мм
1	20	3,0	70	120	11	19	2,5	50	260
2	32	4,5	80	170	12	18	2,1	55	220
3	36	4,0	90	176	13	30	3,0	75	278
4	35	3,9	95	240	14	38	3,1	90	320
5	24	2,0	73	180	15	18	1,8	55	240
6	34	4,0	85	175	16	15	1,5	56	320
7	38	4,1	90	227	17	30	3,1	68	223
8	16	2,0	46	220	18	37	3,2	85	180
9	25	1,7	62	270	19	26	2,1	65	280
10	35	3,0	98	275	20	33	3,0	70	140

возможности изменения урожайности зерновых культур за счет этих отклонений.

6. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.4. На основе информации задачи 8.3:

1. Постройте аналитическую группировку, взяв в качестве группировочного признака урожайность зерновых культур (ц), разделив свою совокупность на 3 группы.
2. По каждой группе рассчитайте средние значения следующих факторов:
 - X_1 — дозы минеральных удобрений;
 - X_2 — количества осадков за период вегетации;
 - X_3 — качества почвы
3. Найдите отклонения размеров факторов в первой группе по сравнению со второй и третьей группами.
4. Постройте корреляционно-регрессионную модель урожайности зерновых культур и определите тесноту связи факторов с результатом.

5. Выявите потенциальные возможности увеличения урожайности зерновых культур за счет изменений размеров каждого из факторов при средней степени эффективности их использования.

Задача 8.5. На основе информации задачи 8.2:

1. Постройте аналитическую группировку по выпуску продукции (Y), разделив всю совокупность на 3 группы.
2. По каждой группе рассчитайте среднее значение среднесписочной численности работников (X_1), среднегодовой стоимости основных средств (X_2).
3. Постройте корреляционно-регрессионную модель выпуска продукции, включив указанные факторы, и определите тесноту связи этих факторов с результатом.
4. На основе аналитической группировки и коэффициентов регрессии модели выявите потенциальные возможности увеличения выпуска продукции от изменения размеров каждого из факторов.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Сочетание индексного метода с регрессионными моделями

Для планирования и управления производством важно определить, в какой мере результативный показатель изменится за счет размеров факторных признаков, а в какой — за счет эффективности их использования (последняя представляет внутренние резервы повышения эффективности производства). В этих целях целесообразно использовать индексный метод в сочетании с регрессионными моделями.

Если регрессионные модели характеризуются коэффициентом детерминации, близким к единице, то коэффициенты регрессии могут служить характеристикой эффективности использования факторов и будет правомерным применить в отношении этих моделей индексный метод. Разница между величиной результативного признака в отчетном периоде и средней его величиной в базисном периоде обусловлена различиями: как размерами факторов (X_i), так и параметрами модели (« a » и « b »). Индексацию, очевидно, надо начинать с размеров факторов, так как они являются первичными по отношению к параметрам модели, ибо параметры меняются под влиянием величин факторов.

Взаимосвязь результативного показателя с его факторами чаще всего описывается линейной многофакторной регрессионной моделью, например для базисного периода:

$$\tilde{Y} = a + \sum_{i=1}^k b_i x_i;$$

для отчетного периода:

$$\hat{Y}' = a' + \sum_{i=1}^k b'_i x'_i.$$

Поскольку в среднем по совокупности фактический уровень результативного показателя совпадает с расчетным, то имеем:

$$\bar{Y} = a + \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}_i;$$

$$\bar{Y}' = a' + \sum_{i=1}^k b'_i \bar{x}'_i.$$

Итак, общий индекс совокупного изменения среднего результата будет иметь вид

$$J_{\bar{y}} = \frac{\bar{Y}'}{\bar{Y}} = \frac{a' + \sum_{i=1}^k b'_i \bar{x}'_i}{a + \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}_i}.$$

Изменение результата в абсолютном выражении:

$$A = \bar{Y}' - \bar{Y}.$$

Индекс изменения (различия), обусловленный изменениями размеров факторов:

$$Y_{\bar{y}}(\bar{X}_i) = \frac{\bar{Y}_{\text{ysl}}}{\bar{Y}} = \frac{a + \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}'_i}{a + \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}_i}.$$

Абсолютное изменение равно:

$$A(\bar{x}_i) = \bar{Y}_{\text{ysl}} - \bar{Y}.$$

Индекс изменения (различия), характеризующий изменение за счет эффективности использования факторов:

$$Y_{\bar{y}(a \text{ и } b_i)} = \frac{\bar{Y}'}{\bar{Y}_{\text{ysl}}} = \frac{a' + \sum_{i=1}^k b'_i \bar{x}'_i}{a + \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}'_i}.$$

Абсолютное изменение равно:

$$A_{(a \text{ и } b_i)} = \bar{Y}' - \bar{Y}_{\text{исл.}}$$

Произведение частных индексов дает общий индекс:

$$Y_{\bar{y}} = Y_F(x_i) \times Y_{Y(a \text{ и } b_2)}.$$

Общее изменение (различие) результата в абсолютном выражении равно сумме изменений, вызванных изменениями размеров факторов и эффективности их использования:

$$A = A(x_i) + A_{(a \text{ и } b_i)}.$$

Анализ можно продолжить, построив аналогичные системы субиндексов, характеризующие изменение результата, вызванное величиной каждого из факторов в отдельности, а затем соответственно эффективностью использования каждого из факторов.

Решение типовых задач

Задача 8.6. Имеем корреляционно-регрессионные модели за 2 года и средние значения факторов.

Базисный период: $\tilde{Y} = 0,124X_1 + 0,690X_2 - 30,15$.

Отчетный период: $\tilde{Y}' = 0,104X_1' + 0,520X_2' - 10,20$.

Показатели	Условные обозначения	Средние значения	
		базисный период	отчетный период
Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн руб.	X_1	457,4	480,3
Стаж работы работников	X_2	13,86	14,16
Выпуск продукции, млн руб.	Y	36,13	48,15

1. Дайте экономическую интерпретацию корреляционно-регрессионных моделей (КРМ).
2. Рассчитайте прогноз выпуска продукции на основе КРМ за отчетный период.
3. На основе сочетания индексного метода с регрессионными моделями постройте систему индексов, характеризующую изменение выпуска продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным: а) за счет изменения размеров обоих факторов вместе и б) эффективности их использования (коэффициентов регрессии).

4. Постройте систему субиндексов, характеризующую изменение выпуска продукции за счет изменения размера каждого из факторов в отдельности и эффективности использования каждого из факторов.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Решение.

1. Данные модели свидетельствуют, что при увеличении среднегодовой стоимости основных производственных фондов на 1 млн руб. выпуск продукции в среднем возрастет в базисном периоде на 0,124 млн руб., а в отчетном периоде на 0,104 млн руб. при условии неизменности другого фактора, стажа работников. При увеличении же стажа работников на 1 год, выпуск продукции в среднем возрастает на 0,69 млн руб. в базисном периоде и на 0,52 млн руб. в отчетном периоде при условии неизменности стоимости основных производственных фондов.
2. Рассчитаем прогноз выхода продукции по модели за отчетный период, подставив лучшие значения факторов, например среднегодовую стоимость основных производственных фондов, равную 500 млн руб. и стаж работы работников 21 год.

$$\tilde{Y} = 0,104 \times 500 + 0,520 \times 21 - 10,20 = 52,72 \text{ млн руб.}$$

Если же подставить средние значения факторов, то получим расчетные значения результата (выхода продукции), которые совпадут со средними значениями выхода продукции фактически.

Итак, в базисном периоде:

$$\bar{Y} = 0,124 \times 457,4 + 0,690 \times 13,86 - 30,15 = 36,13;$$

в отчетном периоде:

$$\bar{Y}' = 0,104 \times 480,3 + 0,520 \times 14,16 - 10,20 = 48,15.$$

Определим, как изменился выпуск продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом:

$$Y_{\bar{y}} = \frac{\bar{Y}'}{\bar{Y}} = \frac{b_1 \bar{X}_1' + b_2 \bar{X}_2' + a}{b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 + a} = \frac{48,15}{36,13} = 1,332;$$

$$A_{\bar{y}} = 48,15 - 36,13 = 12,02 \text{ млн руб.}$$

Следовательно, выпуск продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 33,2%, что в абсолютном выражении составило 12,02 млн руб.

- 3а) Определим изменение выпуска продукции за счет изменения стоимости основных производственных фондов и стажа работников:

$$J_{\bar{y}}(x_i) = \frac{b_1 \bar{x}'_1 + b_2 \bar{x}'_2 + a}{b_1 x_1 + b_2 x_2 + a} = \frac{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,15}{0,124 \times 457,4 + 0,690 \times 13,86 - 30,15} =$$

$$= \frac{39,18}{36,13} = 1,0844;$$

$$A_{\bar{y}}(\bar{x}_i) = 39,18 - 36,13 = 3,05 \text{ млн руб.}$$

Расчеты показывают, что за счет изменения (увеличения) размеров обоих факторов выпуск продукции увеличился на 8,44%, что в абсолютном выражении составило 3,05 млн руб.

- 3б) Определим изменение выпуска продукции за счет изменения эффективности использования обоих факторов:

$$J_{\bar{y}(a \text{ и } b_i)} = \frac{b'_1 \bar{x}'_1 + b'_2 \bar{x}'_2 + a'}{b_1 \bar{x}'_1 + b_2 \bar{x}'_2 + a} = \frac{0,104 \times 480,3 + 0,520 \times 14,16 - 10,20}{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,20} =$$

$$= \frac{48,15}{39,18} = 1,2289;$$

$$A_{\bar{y}(a \text{ и } b_i)} = 48,15 - 39,18 = 8,97 \text{ млн руб.}$$

Это значит, что выпуск продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 22,89%, что в абсолютном выражении составило 8,97 млн руб. за счет изменения эффективности использования обоих факторов.

Произведем проверку расчетов:

$$1,332 = 1,0844 \times 1,2289; 12,02 = 3,05 + 8,97.$$

4. Определим изменение выпуска продукции за счет изменения размеров каждого из факторов в отдельности.

- а) Определим изменение выпуска продукции за счет изменения размера фактора X_1 :

$$J_{\bar{y}}(\bar{x}_1) = \frac{b_1 \bar{x}'_1 + b_2 \bar{x}_2 + a}{b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2 + a} = \frac{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 13,86 - 30,15}{0,124 \times 457,4 + 0,690 \times 13,86 - 30,15} =$$

$$= \frac{38,97}{36,13} = 1,0786, \text{ или } 107,86\%.$$

$$A_{\bar{y}}(\bar{x}_1) = 38,97 - 36,13 = 2,84 \text{ млн руб.}$$

Изменение размера фактора X_1 , т. е. увеличение стоимости основных производственных фондов, привело к увеличению выпуска про-

дукции на 7,86%, что в абсолютном выражении составляет 2,84 млн руб.

- б) Определим изменение выпуска продукции за счет изменения размера фактора X_2 , т. е. изменения стажа работы:

$$J_{\bar{y}}(\bar{x}_2) = \frac{b_1\bar{x}_1' + b_2\bar{x}_2' + a}{b_1\bar{x}_1' + b_2\bar{x}_2 + a} = \frac{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,15}{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 13,86 - 30,15} = \frac{39,18}{38,97} = 1,005;$$

$$A_{\bar{y}}(\bar{x}_2) = 39,18 - 38,97 = 0,21 \text{ млн руб.}$$

Увеличение стажа работы привело к увеличению выпуска продукции на 0,5% или в абсолютном выражении 0,21 млн руб.

Проверим правильность расчетов:

$$J_{\bar{y}}(\bar{x}_i) = J_{\bar{y}}(\bar{x}_1) \times J_{\bar{y}}(\bar{x}_2) = 1,0786 \times 1,005 = 1,084;$$

$$A_{\bar{y}}(\bar{x}_i) = A_{\bar{y}}(\bar{x}_1) + A_{\bar{y}}(\bar{x}_2) = 2,84 + 0,21 = 3,05 \text{ млн руб.}$$

- в) Определим изменение выпуска продукции за счет изменения эффективности использования каждого из факторов в отдельности:

$$J_{\bar{y}}(b_1) = \frac{b_1'\bar{X}_1' + b_2\bar{X}_2' + a}{b_1\bar{X}_1' + b_2\bar{X}_2' + a} = \frac{0,104 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,15}{0,124 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,15} = 0,755, \text{ или } 75,5\%;$$

$$A_{\bar{y}}(b_1) = 29,57 - 39,18 = -9,61 \text{ млн руб.}$$

Это значит, что использование основных средств неэффективно, поэтому выпуск продукции снизился на 25%, что в абсолютном выражении составило 9,61 млн руб.

- г) Определим изменение выпуска продукции за счет эффективности использования X_2 (стажа работы):

$$J_{\bar{y}}(b_2) = \frac{b_1'\bar{x}_1' + b_2'\bar{x}_2' + a}{b_1'\bar{x}_1' + b_2\bar{x}_2' + a} = \frac{0,104 \times 480,3 + 0,520 \times 14,16 - 30,15}{0,104 \times 480,3 + 0,690 \times 14,16 - 30,15} = 0,918;$$

$$A_{\bar{y}}(b_2) = 27,16 - 29,57 = -2,41 \text{ млн руб.}$$

Следовательно, эффективность стажа работы снизилась и привела к тому, что выпуск продукции уменьшился на 8,2%, что в абсолютном выражении составило 2,41 млн руб.

- д) Влияние неучтенных факторов выражается в изменении параметра a .

$$J_y(a) = \frac{b'_1 x_1 + b'_2 \bar{x}_2 + a'}{b'_1 x'_1 + b'_2 \bar{x}_2 + a} = \frac{0,104 \times 480,3 + 0,520 \times 14,16 - 10,25}{0,104 \times 480,3 + 0,520 \times 14,16 - 30,15} = 0,773;$$

$$A_y(a) = 48,15 - 27,16 = 20,99 \text{ млн руб.}$$

Это значит, что влияние не использованных в анализе факторов оказалось достаточно велико, за счет их выпуск продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 77,3%, что в абсолютном выражении составило 20,99 млн руб.

Произведем проверку расчетов:

$$0,755 \times 1,773 \times 0,918 = 1,2289;$$

$$20,99 + (-9,61) + (-2,4) = 8,97 \text{ млн руб.}$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 8.7. Имеется информация о корреляционно-регрессионных моделях производительности труда за два года и средние значения факторов.

В базисный период: $\tilde{Y} = 741,39 + 2,164 - 0,14 X_2$.

В отчетный период: $\tilde{Y}' = 1082,1 + 3,11 X_1 + 0,12 X_2$.

Показатели	Условные обозначения	Средние значения	
		базисный период	отчетный период
Численность работников	X_1	665	760
Заработная плата работников, руб.	X_2	11 180	17 330
Производительность труда, руб. на 1 работника	Чел.	37 180	55 320

1. Дайте экономическую интерпретацию корреляционно-регрессионных моделей.
2. На основе сочетания индексного метода с регрессионными моделями постройте систему индексов, характеризующую изменение производительности труда за счет размеров обоих факторов и их эффективности использования (коэффициентов регрессии).
3. Постройте систему субиндексов, характеризующих изменение производительности труда за счет изменения размера каждого из факторов и эффективности использования каждого из факторов.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.8. Имеются информация о корреляционно-регрессионных моделях продуктивности коров в двух близлежащих регионах и средние значения факторов:

В I регионе: $\hat{Y} = 306,85 + 0,204X_1 + 0,308X_2$.

Во II регионе: $\hat{Y} = 741,39 + 2,16X_1 + 0,14X_2$.

Показатели	Условные обозначения	Средние значения	
		I регион	II регион
Поголовье коров, голов	X_1	821	665
Затраты на 1 корову, руб.	X_2	13 328	11 185
Надой на 1 корову в год, кг	Y	4552	3718

1. Дайте экономическую интерпретацию представленных корреляционно-регрессионных моделей.
2. Рассчитайте прогноз продуктивности на основе корреляционно-регрессионных моделей в обоих регионах.
3. На основе сочетания индексного метода и регрессионных моделей выявите различие продуктивности в регионах, вызванные размерами факторов, влияющих на продуктивность коров и эффективность использования этих факторов совместно.
4. Постройте систему субиндексов, характеризующих различие продуктивности в анализируемых регионах за счет различия размеров каждого из факторов и эффективности использования каждого из факторов в отдельности.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Сочетание индексного метода с аналитическим выравниванием

Ранее было отмечено, что суть индексного метода заключается прежде всего в представлении анализируемого сложного явления через факторы, влияющие на него.

Так, например, валовой сбор зерновых культур можно представить произведением следующих факторов: посевной площади (размера и структуры) и урожайности культур однородной группы. Однако урожайность может изменяться вследствие изменения агротехнических мероприятий, проводимых человеком, и климатических условий, которые регулировать в полной мере человек не научился. Фактор агротехнических мероприятий выражается, как правило, трендом урожай-

ности ($\check{Y}_i$), а влияние климатических условий будет характеризовать колеблемость урожайности, и его можно представить как отношение фактической урожайности к расчетной по тренду за соответствующий период:

$$K = Y_i / \check{Y}_i.$$

Посевная площадь (размер и структура), как правило, резко не изменяется, т. е. более или менее стабильна из-за ограниченности ресурсов.

Сочетая индексный метод с аналитическим выравниванием урожайности, систему индексов валового сбора можно представить следующим образом:

$$J_{bc} = \frac{P_1 d_1 \check{Y}_1 K_1}{P_0 d_0 \check{Y}_0 K_0} = \frac{P_1 d_0 \check{Y}_0 K_0}{P_0 d_0 \check{Y}_0 K_0} \times \frac{P_1 d_1 \check{Y}_0 K_0}{P_1 d_0 \check{Y}_0 K_0} \times \frac{P_1 d_1 \check{Y}_1 K_0}{P_1 d_1 \check{Y}_0 K_0} \times \frac{P_1 d_1 \check{Y}_1 K_1}{P_1 d_1 \check{Y}_1 K_0}.$$

Иначе говоря, индекс валового сбора равен произведению индексов изменения валового сбора за счет изменений размера посевной площади, структуры посевной площади, агротехнических мероприятий и климатических условий.

Решение типовых задач

Задача 8.9. Произвести статистический анализ влияния агротехнических мероприятий и климатических условий на валовой сбор овощей на основе следующей информации:

Год	Валовой сбор, ц	Посевная площадь S_i , га	Урожайность Y_i , ц/га	$\check{Y}_i$	Колеблемость $K_i = \frac{Y_i}{\check{Y}_i}$
1	34 650	350	99,0	113,0	0,8761
2	53 280	344	152,0	111,0	1,3694
3	14 672	326	45,0	109,0	0,4128
4	31 502	300	105,0	107,0	0,98
5	42 000	250	168,0	105,0	1,6000
6	26 250	250	105,0	103,0	1,0194
7	23 250	250	93,0	101,0	0,9208
8	22 999	250	92,0	99,0	0,9293
9	20 680	235	88,0	97,0	0,9072
10	16 000	200	80,0	95,2	0,8403
11	18 258	170	107,4	93,2	1,1524

Решение.

Определим изменение валового сбора за весь анализируемый период:

$$Y_{bc} = \frac{18\,258}{34\,650} = \frac{170 \times 93,2 \times 1,1524}{350 \times 113,0 \times 0,8761} = 0,527, \text{ или } 52,7\%;$$

$$A_{bc} = 18\,258 - 34\,650 = -16\,392 \text{ ц.}$$

Это значит, что валовой сбор овощей за весь анализируемый период снизился на 47,3%, что в абсолютном выражении составило 16392 ц.

Теперь определим изменения валового сбора за счет сокращения посевных площадей:

$$Y_{bc} = \frac{S_1 \tilde{Y}_0 K_0}{S_0 \tilde{Y}_0 K_0} = \frac{170 \times 113,0 \times 0,8761}{34\,650} = \frac{16\,829,9}{34\,650} = 0,4857, \text{ или } 48,57\%;$$

$$A_{bc}(S) = 16\,829,9 - 34\,650 = -17\,820,1 \text{ ц.}$$

За счет изменения посевной площади, т. е. ее сокращения, валовой сбор овощей уменьшился на 17 820,1 ц или более чем на 50% (51,43).

Определим изменения валового сбора за счет изменения агротехнических мероприятий:

$$Y_{bc}(\tilde{Y}_i) = \frac{S_1 \tilde{Y}_1 K_0}{S_1 \times \tilde{Y}_0 \times K_0} = \frac{170 \times 93,2 \times 0,8761}{170 \times 113,0 \times 0,8761} = \frac{1380,9}{16\,829,9} = 0,08247, \text{ или } 8,247\%;$$

$$A_{bc}(\tilde{Y}_c) = 13\,880,9 - 16\,829,9 = -2949 \text{ ц.}$$

Расчеты показывают, что и агротехнические мероприятия, проводимые не в полной мере, что характерно для переходного периода, также уменьшили валовой сбор на 17,53%, что в абсолютном выражении составило 2949 ц.

Определим влияние климатических условий на изменение валового сбора.

Если коэффициент колеблемости больше единицы, то это свидетельствует, что климатические условия благоприятные и валовой сбор должен увеличиться:

$$J_{bc}(k) = \frac{S_1 \tilde{Y}_1 K_1}{S_1 \tilde{Y}_1 K_0} = \frac{18\,258}{13\,880,9} = 1,3153;$$

$$A_{bc}(k) = 18\,258 - 13\,880,9 = 4377,1 \text{ ц.}$$

Следовательно, климатические условия оказались благоприятными, и за счет этого валовой сбор овощей за изучаемый период увеличился на 31,53%, что в абсолютном выражении составило 4377,1 ц.

Проверим правильность расчетов.

В относительном выражении:

$$0,527 = 0,4857 \times 0,8247 \times 1,3153.$$

В абсолютном выражении:

$$-16392 = (-17820,1) + (-2949) + 4377,1.$$

Влияние посевной площади и агротехнических мероприятий относятся к управляемым факторам, а влияние климатических условий — к неуправляемым факторам.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 8.10. Известна динамика урожайности зерновых культур в регионе.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Урожайность, ц/га	12,4	12,4	13,1	14,0	15,7	13,0	15,7	15,3	15,9	16,0	16,3
Посевная площадь, га	212	213	211	200	214	211	213	212	210	213	214

1. Рассчитайте за каждый год валовой сбор.
2. Произведите аналитическое выравнивание урожайности зерновых культур.
3. На основе сочетания индексного метода с аналитическим выравниванием выявите влияние управляемых и неуправляемых факторов на изменение валового сбора за десять лет и за последние два года.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.11. Известна динамика численности работников и их производительности труда на предприятии.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Произведено продукции на 1 чел. в год, млн руб.	10	12	11	9	15	11	8	16	16	19	18
Численность работников, чел.	100	102	109	99	101	98	99	105	110	115	118

1. Рассчитайте за каждый год выпуск продукции.

2. Произведите аналитическое выравнивание производительности труда.
3. На основании сочетания индексного метода с аналитическим выравниванием выявите влияние управляемых и неуправляемых факторов на изменение выпуска продукции за 10 лет и за последние 2 года.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.12. Известна динамика урожайности и посевной площади картофеля в регионе.

Год	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Урожайность, ц/га	112	104	123	100	132	130	125	135	146
Посевная площадь, га	200	201	199	202	200	201	204	201	204

1. Рассчитайте за каждый год валовой сбор картофеля.
2. Произведите аналитическое выравнивание урожайности картофеля.
3. На основе сочетания индексного метода с аналитическим выравниванием выявите влияние на изменение валового сбора картофеля управляемых и неуправляемых факторов за 8 лет и за последние 2 года.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.13. Известна динамика урожайности и посевной площади сахарной свеклы в регионе.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Урожайность, т/га	23	24	25	26	24	25	26	27	25	27	30
Посевная площадь, га	90	100	101	100	99	103	102	98	100	102	103

1. Определите валовой сбор сахарной свеклы за каждый год в регионе.
2. Произведите аналитическое выравнивание урожайности сахарной свеклы.
3. На основе сочетания индексного метода и аналитического выравнивания выявите влияние управляемых и неуправляемых фак-

торов на изменение валового сбора сахарной свеклы за 10 лет и последние 2 года.

4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 8.14. Известна динамика численности работников и их производительности труда.

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Численность работников, чел.	120	121	123	125	124	122	127	129	128	130	132
Производительность труда, тыс. руб. на 1 рабочего	25	20	21	24	26	23	25	27	29	28	30

1. Рассчитайте за каждый год выпуск продукции.
2. На основе сочетания индексного метода с аналитическим выравниванием выявите влияние на выпуск продукции сложившейся тенденции производительности труда и случайных колебаний производительности труда за весь анализируемый период и за последние два года.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Глава 9

СИСТЕМА НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ (СНС)

Система национальных счетов — современная система информации для описания и анализа развития рыночной экономики.

Важной особенностью СНС является группировка всех хозяйствующих субъектов по институциональным секторам. В СНС различают 5 секторов.

1. «Нефинансовые предприятия», производящие товары и нефинансовые услуги.
2. «Финансовые учреждения», аккумулирующие свободные финансовые ресурсы и представляющие их на определенных условиях инвесторам, т. е. учреждения, являющиеся посредниками между теми, кто собирает ресурсы, и теми, кто их использует для финансовых инвестиций. Эти функции присущи банкам, финансовым посредникам, финансовым вспомогательным учреждениям (финансовые биржи, брокерские конторы, страховые корпорации и др.).
3. «Государственное управление». Функции учреждений государственного управления заключаются в перераспределении национального дохода и национального богатства, а также в предоставлении бесплатных услуг.
4. «Некоммерческие организации», обслуживающие домашние хозяйства. Их функции заключаются в удовлетворении индивидуальных потребностей населения в образовании, здравоохранении, отдыхе и т. п.
5. «Домашние хозяйства» — это особый тип хозяйств, первичная экономическая система, деятельность которой имеет большое значение для экономики в целом.

Для всех секторов предусмотрен набор стандартных счетов, в которых регистрируются экономические операции, связанные с производством, образованием доходов, распределением и перераспределением доходов, сбережением и накоплением, приобретением финансовых активов и принятыми финансовыми обязательствами.

Основные показатели СНС и методы их расчета

1. **Выпуск товаров** и услуг представляет собой суммарную стоимость товаров и услуг, являющихся результатом производственной деятельности резидентов национальной экономики.
2. **Промежуточное потребление** состоит из стоимости товаров и услуг, которые полностью потребляются в процессе производства. Потребление стоимости основных фондов не входит в состав промежуточного потребления.
3. **Валовая добавленная стоимость** исчисляется на уровне отраслей как разность между выпуском товаров и услуг и промежуточным потреблением.
4. **Чистые налоги на продукты и импорт.** Налоги на продукты включают налоги, размер которых прямо зависит от стоимости произведенной продукции и оказанных услуг. К ним относятся: налог на добавленную стоимость, акцизы и т. п.
Термин «чистые» означает, что налоги показаны за вычетом соответствующих субсидий (текущих выплат из госбюджета предприятиям).
5. **Валовой внутренний продукт** на стадии производства определяется путем суммирования валовой добавленной стоимости по отраслям. ВВП рассчитывается по рыночным ценам, т. е. включает в себя чистые налоги на продукты и импорт.
6. **Другие налоги на производство** состоят из всех налогов, которыми облагаются предприятия: налог на трудовые ресурсы, периодические налоги на землю, здания и сооружения, используемые в производстве, налог на основные фонды, предпринимательские и профессиональные лицензии и др.
7. **Валовая (чистая) прибыль экономики** представляет собой ту часть добавленной стоимости, которая остается у производителей после вычета расходов, связанных с оплатой труда наемных работников и чистых налогов на производство и импорт.
8. **Потребление основного капитала** представляет собой уменьшение стоимости капитала в течение отчетного периода в результате его физического и морального износа и случайных повреждений.
9. **Доходы от собственности** включают доходы, получаемые в связи с предоставлением в пользование финансовых активов, земли

и других нефинансовых произведенных активов (недра, патенты, лицензии и т. п.).

10. **Сальдо первичных доходов** определяется как разница между всеми первичными доходами, полученными и выплаченными резидентами. Сальдо первичных доходов на уровне экономики до вычета основного капитала равно *валовому национальному доходу*, а за вычетом потребления основного капитала равно *чистому национальному доходу*.
11. **Текущие трансферты** включают текущие налоги на доходы, богатство, отчисления на социальное страхование, социальные пособия, добровольные взносы и подарки, штрафы и т. д.
12. **Капитальные трансферты** представляют собой безвозмездную передачу права собственности на активы (кроме наличных денег и материальных оборотных средств). Они обычно являются одновременными и значительными по величине.
13. **Располагаемый доход** представляет собой доход, которым институциональная единица располагает для конечного потребления и сбережения. Он равен первичным доходам плюс сальдо текущих трансфертов. Сумма всех располагаемых доходов резидентов равна *валовому национальному располагаемому доходу*.
14. **Конечное потребление** — это расходы на конечное потребление домашних хозяйств, государственных учреждений и некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства.
15. **Сбережение** — часть располагаемого дохода, которая не израсходована на конечное потребление.
16. **Валовое накопление** включает валовое накопление основного капитала, изменение запасов материальных оборотных средств и чистое приобретение ценностей.
17. **Чистое кредитование (+) или чистое заимствование (–)** представляет собой превышение или дефицит источников финансирования по сравнению с расходами на чистое приобретение нефинансовых активов. На уровне экономики в целом оно показывает количество ресурсов, которые страна предоставляет в распоряжение «остального мира» или которые «остальной мир» предоставляет стране.
18. **Чистый экспорт товаров и услуг** — это разница между экспортом и импортом.

В Системе национальных счетов различают две стороны: ресурсы и использование, между ними должно быть равенство.

Все счета связаны между собой и балансируются конкретными показателями (статьями). Балансирующая статья одного счета становится исходной статьей следующего счета.

Различают следующие группы счетов:

- счета для секторов экономики;
- счета для отраслей экономики;
- счета для отдельных операций;
- счета для экономики в целом.

Счета для секторов экономики, в свою очередь, подразделяют на:

- текущие счета;
- счета накопления;
- балансы активов и пассивов.

Текущие счета включают:

- счет товаров и услуг;
- счет производства;
- счет образования доходов;
- счет первичного распределения доходов;
- счет перераспределения доходов;
- счет использования располагаемого дохода.

Счета накопления включают:

- счет операций с капиталом;
- финансовый счет;
- счета прочих изменений в активах и пассивах.

Счет производства отражает результат производственной деятельности каждого сектора экономики и всей экономики.

I. Схема счета товаров и услуг (в текущих ценах)

Использование	Ресурсы
5. Промежуточные потребители	1. Выпуск в основных ценах
6. Расходы на конечное потребление	2. Импорт товаров и услуг
7. Валовое накопление	3. Налоги на продукты и импорт
8. Экспорт товаров и услуг	4. Субсидии на продукты и импорт (–)
9. Статистическое расхождение	
ВСЕГО	ВСЕГО

Каждая часть счета формируется самостоятельно на основе своих потоков статистической информации, вследствие чего суммарные итоги по ним, которые могут несколько различаться, оформляются как статистическое расхождение, которое не должно превышать 4–5% валового внутреннего продукта.

II. Схема счета производства

Использование	Ресурсы
4. Промежуточное потребление	1. Выпуск в основных ценах
5. Валовой внутренний продукт	2. Налоги на продукты и на импорт
	3. Субсидии на продукты и на импорт (–)
ВСЕГО	ВСЕГО

В этом счете отражена вся деятельность резидентов национальной экономики. Производственная деятельность охватывает предприятия, производящие товары и услуги — рыночные и нерыночные, платные и бесплатные.

Выпуск содержит повторный счет, т. е. не исключается стоимость израсходованных в процессе производства товаров и услуг.

III. Схема счета образования доходов (в текущих ценах)

Использование	Ресурсы
2. Оплата труда наёмных работников	1. Валовой внутренний продукт (в рыночных ценах)
3. Налоги на производство и на импорт	
4. Субсидии на производство и на импорт (–)	
5. Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	
ВСЕГО	ВСЕГО

Счет образования доходов характеризует процесс образования валовой прибыли (валовых смешанных доходов), заработной платы, доходов от собственности, социальных выплат и других доходов.

IV. Схема счета распределения первичных доходов (в текущих ценах)

Использование	Ресурсы
6. Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	1. Валовая прибыль и валовые смешанные доходы
7. Валовой национальный доход	2. Оплата труда наемных работников
	3. Налоги на производство и на импорт
	4. Субсидии на производство и на импорт (–)
	5. Доходы от собственности, полученные от «остального мира»
ВСЕГО	ВСЕГО

Счет предназначен для того, чтобы показать поступление доходов, полученных в секторах-производителях добавленной стоимости в виде первичных доходов к секторам-получателям. Сумма первичных доходов всех секторов экономики образует национальный доход.

V. Схема счета вторичного распределения дохода (в текущих ценах)

Использование	Ресурсы
3. Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	1. Валовой национальный доход
4. Валовой национальный располагаемый доход	2. Текущие трансферты, полученные от «остального мира»
ВСЕГО	ВСЕГО

Счет перераспределения доходов предназначен для описания процесса перераспределения доходов в денежной форме.

Доходы перераспределяются с помощью перераспределительных платежей — трансфертов.

Это такие операции, как:

- текущие налоги на доходы и собственность;
- отчисления на социальное страхование;
- социальные выплаты;
- страховые премии и возмещение;
- прочие перераспределительные платежи (штрафы, пени, пожертвования и т. д.).

VI. Схема счета использования располагаемого дохода (в текущих ценах)

Использование	Ресурсы
2. Расходы на конечное потребление	1. Валовой располагаемый доход
3. Валовое сбережение	
ВСЕГО	ВСЕГО

Счет предназначен для регистрации операций, связанных с использованием располагаемого дохода. Конечное потребление — это расходы на конечное потребление домашних хозяйств, некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства, и потребление государственного управления.

Сумма сбережений всех секторов — это национальное сбережение.

VII. Схема счета операций с капиталом

Использование	Ресурсы
4. Валовое накопление основного капитала	1. Валовое сбережение
5. Изменение запасов материальных оборотных средств.	2. Капитальные трансферты, получаемые от «остального мира»
6. Чистое кредитование (+) Чистое заимствование (–) и статистическое расхождение	3. Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»
ВСЕГО	ВСЕГО

Счет предназначен для того, чтобы показать источники финансирования капитальных затрат и их использование на различные виды капитальных затрат.

VIII. Схема финансового счета

Использование	Ресурсы
8. Монетарное золото	1. Чистое кредитование (+) Чистое заимствование (–)
9. Депозиты и наличные деньги	2. Депозиты и наличные деньги
10. Ценные бумаги (кроме акций)	3. Ценные бумаги (кроме акций)
11. Акции	4. Акции
12. Займы и кредиты	5. Займы и кредиты
13. Технические резервы страховых компаний	6. Технические резервы страховых компаний
14. Прочая кредиторская или дебиторская задолженность	7. Прочая кредиторская или дебиторская задолженность
ВСЕГО	ВСЕГО

В этом счете регистрируются не сами финансовые активы или обязательства, а их изменение за период.

Решение типовых задач

Задача 9.1. Имеется следующая информация (в млрд руб.).

1	Выпуск продукции в основных ценах	2805,4
2	Промежуточное потребление	1312,4
3	Налоги на производство и на импорт, в том числе налоги на продукты и импорт	245,3 196,4
4	Субсидии на производство и на импорт, в том числе субсидии на продукты и импорт	59,6 59,4
5	Импорт товаров и услуг	362,6
6	Расходы на конечное потребление	1102,1
7	Валовое накопление	382,8
8	Экспорт товаров и услуг	428,1
9	Оплата труда наёмных работников	707,9
10	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	18,6
11	Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	33,9
12	Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	3,5
13	Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	2,7
14	Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	14,1
15	Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	15,8
16	Изменение запасов материальных оборотных средств	53,4
17	Потребление основного капитала	113,2

1. Постройте счет товаров и услуг и сформулируйте выводы.

Решение.

Счет товаров и услуг

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
5	Промежуточное потребление	1312,4	1	Выпуск в основных ценах	2805,4
6	Расходы на конечное потребление	1102,1	2	Импорт товаров и услуг	362,6

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
7	Валовое накопление	382,8	3	Налоги на продукты и импорт	196,4
8	Экспорт товаров и услуг	428,1	4	Субсидии на продукты и на импорт (–)	59,4
9	Статистическое расхождение	79,6			
	ВСЕГО	3305,0		ВСЕГО	3305,0

Общая сумма всех статей в использовании составила 3225,4, следовательно, статистическое расхождение будет равно $3305,0 - 3225,4 = 79,6$.

Задача 9.2. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет производства и определите валовой внутренний продукт.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Решение.

Счет производства

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
4	Промежуточное потребление	1312,4	1	Выпуск в основных ценах	2805,4
5	Валовой внутренний продукт (в рыночных ценах)	1630,0	2	2. Налоги на продукты и на импорт	196,4
			3	3. Субсидии на продукты и на импорт	59,4
	ВСЕГО	2942,4		ВСЕГО	2942,4

Валовой внутренний продукт определяется как разность между общим итогом ресурсов и промежуточным потреблением:

$$\text{ВВП} = 2942,4 - 1312,4 = 1630,0.$$

Задача 9.3. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет образования доходов.
2. Определите валовую прибыль экономики и валовые смешанные доходы.
3. Сформулируйте соответствующие выводы:

Решение.

Счет образования доходов

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
2	Оплата труда наемных работников	707,9	1	Валовой внутренний продукт (в рыночных ценах)	1630,0
3	Налоги на производство и на импорт	245,3			
4	Субсидии на производство и на импорт (–)	59,6			
5	Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	736,4			
	ВСЕГО	1630,0		ВСЕГО	1630,0

Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы определяются следующим образом:

$$1630,0 - 707,9 - 245,3 + 59,6 = 736,4.$$

Чистая прибыль экономики и чистые смешанные доходы будут равны валовой прибыли за минусом потребления основного капитала:

$$736,4 - 113,2 = 623,2.$$

Задача 9.4. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет распределения первичных доходов, определите валовой национальный доход и сформулируйте выводы.

Решение.

Счет распределения первичных доходов

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
6	Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	33,9	1	Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	736,4
7	Валовой национальный доход	1614,7	2	Оплата труда наемных работников	707,9
			3	Налоги на производство и импорт	245,3
			4	Субсидии на производство и на импорт (–)	59,6

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
			5	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	18,6
	ВСЕГО	1648,6		ВСЕГО	1648,6

Валовой национальный доход будет равен разности: итог всех ресурсов и доходы от собственности, переданные «остальному миру»:

$$1648,6 - 33,9 = 1614,7.$$

Задача 9.5. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет вторичного распределения доходов и определите валовой располагаемый доход.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Решение.

Счет вторичного распределения доходов

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
3	Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	2,7	1	Валовой национальный доход	1614,7
4	Валовой располагаемый доход	1615,5	2	Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	3,50
	ВСЕГО	1618,2		ВСЕГО	1618,2

Валовой располагаемый доход равен:

$$1618,2 - 2,7 = 1615,5.$$

Задача 9.6. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет использования располагаемого дохода и определите валовое сбережение. Сформулируйте соответствующие выводы.

Решение.

Счет использования располагаемого дохода

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
2	Расходы на конечное потребление	1102,1	1	Валовой располагаемый доход	1615,5
3	Валовое сбережение	513,4			
	ВСЕГО	1615,5		ВСЕГО	1615,5

Валовое сбережение определяется:

$$1615,5 - 1102,1 = 513,4.$$

Задача 9.7. На основании информации, представленной в задаче 9.1:

1. Постройте счет операций с капиталом.
2. Определите чистое кредитование или чистое заимствование.

Решение.

Счет операций с капиталом

	Использование	Млрд руб.		Ресурсы	Млрд руб.
4	Валовое накопление основного капитала	382,8	1	Валовое сбережение	513,4
5	Изменение запасов материальных оборотных средств	53,4	2	Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	14,1
6	Чистое кредитование	75,5	3	Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	15,8
	ВСЕГО	511,7		ВСЕГО	511,7

Чистое кредитование равно:

$$511,7 - 382,8 - 53,4 = 75,5.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 9.8. Имеется информация о развитии экономики, млрд руб.

1	Выпуск продукции в основных ценах	1204,4
2	Промежуточное потребление	604,8
3	Налоги на производство и на импорт, в том числе налоги на продукты и импорт	147,1 115,5
4	Субсидии на производство и на импорт, в том числе субсидии на продукты и импорт	70,9 70,9
5	Импорт товаров и услуг	115,6
6	Расходы на конечное потребление	444,4
7	Валовое накопление	194,1
8	Экспорт товаров и услуг	117,0
9	Оплата труда наёмных работников	314,4
10	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	8,6
11	Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	9,3

12	Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	1,5
13	Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	1,3
14	Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	15,1
15	Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	16,8
16	Изменение запасов материальных оборотных средств	9,2
17	Потребление основного капитала	119,9

1. Постройте счет товаров и услуг.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 9.9. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Постройте счет производства.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 9.10. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Постройте счет образования доходов.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 9.11. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Постройте счет распределения первичных доходов.
2. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 9.12. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Определите валовой располагаемый доход.
2. Найдите, каким счетом для этого нужно воспользоваться.

Задача 9.13. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Определите валовое сбережение.
2. На основе какого счета это можно сделать?

Задача 9.14. На основании информации, представленной в задаче 9.8:

1. Определите чистое кредитование (+) или чистое заимствование (–).
2. На основе какого счета это возможно определить?

Задача 9.15. На основании следующих данных определите валовой внутренний продукт, млрд руб.

1	Выпуск в основных ценах	1107,3
2	Налоги на продукты и их импорт	106,1
3	Субсидии на продукты и на импорт	64,8
4	Промежуточное потребление	575,6

Задача 9.16. Определите валовой национальный доход на основании следующих данных, млн руб.

1	Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	231,8
2	Оплата труда наёмных работников	267,0
3	Налоги на производство и на импорт	139,0
4	Субсидии на производство и на импорт	64,8
5	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	13,0
6	Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	15,0

Глава 10

СТАТИСТИКА УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ И ДЕМОГРАФИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ В СТРАНЕ

В условиях формирования рыночной экономики в России одним из приоритетных направлений осуществления социально-экономической политики является повышение качества жизни населения. В процессе жизнедеятельности людей в тесную взаимосвязь вступают экономические и социальные факторы. Современный уровень развития науки, производства, общества предполагает наличие у работников высоких физических и профессиональных качеств. Воспроизводство таких работников возможно лишь при удовлетворении широкой гаммы их потребностей, формирующихся в условиях экономического роста.

Характеризуя сущность качества жизни как социально-экономическую категорию, необходимо подчеркнуть, что понятие «качество жизни» более широкое, чем «уровень жизни».

Кроме того, качество жизни имеет две стороны: объективную и субъективную.

Объективная — это степень удовлетворения научно обоснованных потребностей и интересов.

Субъективная — удовлетворенность качеством жизни самих людей.

Уровень жизни определяется как совокупность товаров и услуг, которыми располагает отдельный человек или социальная группа населения. Степень удовлетворения потребностей людей в материальных благах, бытовых и культурных условиях — это производное состояния здоровья, уровня образования, культуры и т. п.

Ввиду отсутствия единого показателя, характеризующего уровень жизни населения, рассчитывают целый ряд статистических показателей, характеризующих различные стороны данной категории.

Доходы населения

Первичные доходы — это доходы, полученные в результате первичного распределения добавленной стоимости: оплата труда, чистые дохо-

ды от собственности, а также прибыль и приравненные к ней доходы от жилищных услуг, оказываемых для собственного потребления владельцем занимаемого им жилья.

Распределяемые доходы — это первичные доходы, скорректированные на сальдо текущих трансфертов (налогов на доходы и собственность, обязательных платежей на социальное страхование, пожертвований, штрафов, добровольных взносов, с одной стороны, и пенсий, стипендий, пособий, страховых возмещений — с другой).

Сальдо этих трансфертов может быть положительным и отрицательным.

Однако трансферты могут быть представлены не только в денежной, но и в натуральной форме (в виде бесплатных услуг учреждений здравоохранения, образования, культуры и т. п.). Это социальные трансферты.

Скорректированные располагаемые доходы — это располагаемые доходы плюс социальные трансферты. Этот уточненный показатель носит название фактического конечного потребления.

В статистической практике часто применяют показатель *реальных доходов* населения не в абсолютной форме, а индекс:

$$J_{pq} = \frac{J_{\text{номинальных доходов}}}{J_{\text{потребительских цен}}}.$$

При анализе динамики уровня жизни населения необходимо использовать показатели доходов на душу населения (средний размер заработной платы, пенсии, стипендии, социальные трансферты и т. д.) не только в номинальном, но и в реальном выражении, поскольку на количество приобретаемых товаров и услуг оказывает влияние изменение цен.

Показатели потребления и расходы населения

Для количественного отражения зависимости между динамикой доходов или цен и уровнем потребления отдельных товаров рассчитываются **коэффициенты эластичности**, которые показывают, насколько изменяется уровень потребления при изменении среднедушевого дохода (или цены) на 1%:

$$K = \frac{\Delta Y}{Y_0} : \frac{\Delta X}{X_0},$$

где $\Delta Y = Y_1 - Y_0$ — изменение уровня потребления в отчетном периоде по сравнению с базисным; $\Delta X = X_1 - X_0$ — изменение среднедушевого дохода (или цены товара) в отчетном периоде по сравнению с базисным.

На основе данных бюджетных обследований рассчитываются показатели среднедушевого потребления отдельных продуктов питания, а также уровень обеспеченности населения непродовольственными товарами (в расчете на 100 семей или 1000 человек)

Показатели покупательской способности денежных доходов населения — это количество товаров и услуг, которые можно приобрести на среднедушевой денежный доход.

Денежные сбережения — разница между располагаемым доходом и конечным потреблением. Они являются основным источником финансирования операций с капиталом.

Показатели накопленного имущества и обеспеченности населения жильем

Показатели обеспеченности населения накопленным имуществом рассчитываются на 100 семей или на 1000 человек.

Оценка жилищных условий населения основана как на данных СНС, так и на данных жилищно-коммунального хозяйства. Жилищный фонд — это совокупность всех жилых помещений независимо от формы собственности, включая жилые дома, специализированные дома (общежития, приюты, дома маневренного фонда, дома для одиноких престарелых, дома-интернаты для инвалидов, ветеранов и др.); не учитываются дачи, летние садовые дома, дома отдыха, пансионаты, дома для приезжих, гостиницы, казармы, кельи, железнодорожные вагоны, и др.

Площадь квартир жилого здания определяется как сумма площадей жилых комнат и подсобных помещений без учета лоджий, балконов. К подсобным помещениям относятся: площадь кухонь, коридоров, ванн, санузлов, встроенных шкафов, кладовых, а также площадь, занятая внутриквартирной лестницей.

В площадь квартир жилых зданий не включается площадь: лестничных клеток, лифтовых холлов, тамбуров, общих коридоров, вестибюлей, балконов, лоджий, неоплачиваемых террас, мансард, мезонинов и нежилых помещений, занятых жилищно-эксплуатационными организациями, магазинами, отделениями связи, детскими учреждениями, предприятиями службы быта и т. д.

Обеспеченность населения жильем рассчитывается путем деления всего жилищного фонда по состоянию на конец года на численность постоянного населения.

Этот показатель может исчисляться с учетом общей или только жилой площади.

В международной статистике к числу показателей жилищного строительства относятся также данные о вводе в действие жилых домов, числе построенных квартир и их среднем размере, числе комнат и квадратных метров на 1 человека.

Показатели жилищного строительства используются для качественной характеристики уровня жизни населения. К ним относятся: обеспеченность населения жильем и показатели благоустройства жилищного фонда.

Показатели дифференциации доходов населения

В связи с переходом к рыночной экономике в России резко обострился процесс расслоения общества, этим обусловлена необходимость внедрения в статистическую практику целого блока показателей, широко используемых в международной статистике.

Для характеристики распределения населения по доходу рассчитывается ряд показателей:

- среднедушевой доход;
- модальный доход;
- медианный доход;
- коэффициент фондов;
- коэффициент концентрации доходов Джини;
- кривая Лоренца.

Среднедушевой доход в месяц рассчитывается для всего населения страны.

Модальный доход — наиболее часто встречающийся среди населения. Рассчитывается по ранжированному интервальному вариационному ряду следующим образом:

- сначала по наибольшей частоте определяют модальный интервал, в котором находится модальное значение дохода;
- затем определяют конкретное значение модального дохода по формуле:

$$Mo = X_{mo} + d \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

где X_{mo} — нижняя граница модального интервала; d — величина интервала; f_2 — частота модального интервала; f_1 — частота, предшествующая модальному интервалу; f_3 — частота постмодального интервала.

Медианный доход — это доход, характеризующий, что половина населения имеет доход ниже медианного, а половина населения имеет доход выше медианного.

Медианный доход находится в середине ранжированного вариационного ряда. В интервальном вариационном ряду он определяется следующим образом:

- сначала строят ряд с накопленными частотами, по которым определяют медианный интервал;
- затем определяют конкретное значение медианного дохода по формуле:

$$Me = X_{me} + d \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{me-1}}{f_{me}},$$

где X_{me} — нижняя граница медианного интервала; d — величина медианного интервала; $\sum f_i$ — сумма всех частот; f_{me} — частота медианного интервала; S_{me-1} — накопленная частота предмедианного интервала.

Коэффициент фондов — это соотношение между средними доходами 10% наиболее богатого населения и 10% наиболее бедного населения страны, т. е. отношение доходов в десятой и первой децильной группах.

Средние доходы в децильных группах рассчитываются так же, как и медианный доход. Разница в том, что медиана делит ряд пополам, а дециль ранжированного вариационного ряда отсекает десятую часть ранжированного ряда:

$$K_\phi = \frac{Q_{10}}{Q_1}.$$

Этот показатель характеризует, во сколько раз средние доходы 10% богачей больше средних доходов 10% бедняков.

Коэффициент концентрации доходов Джини характеризует степень неравенства в распределении доходов населения страны и рассчитывается по формуле:

$$K_{Дж} = \sum P_i g_{i+1} - \sum P_{i+1} g_i,$$

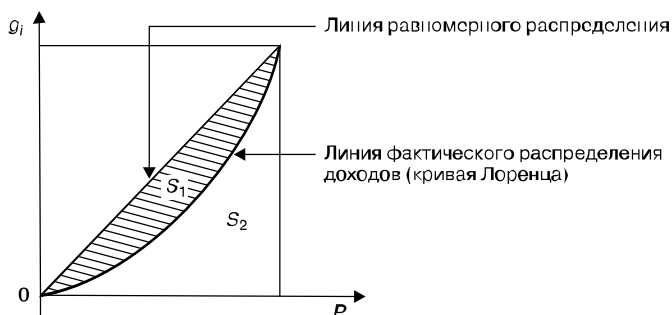
где P_i — доля населения, имеющая доход выше, чем его максимальный уровень в i -й группе, т. е. нарастающая доля населения; g_i — нарастающая доля доходов населения.

Коэффициент Джини изменяется в пределах от 0 до 1. Чем ближе к 1, тем выше расслоение общества по доходам, т. е. большая часть доходов концентрируется у небольшой группы населения.

Кривая Лоренца

Неравномерность распределения доходов наглядно показывает кривая Лоренца, которая строится следующим образом.

На оси абсцисс показывают доли населения с определенными доходами, а на оси ординат — доходы населения по группам. Равномерное распределение доходов характеризует диагональ полученного квадрата. Фактическое же распределение характеризует вогнутая линия.



По линии Лоренца можно рассчитать коэффициент Джини, как отношение площади S_1 , заключенной между линиями равномерного распределения и фактического к сумме площадей $S_1 + S_2$, т. е. к половине площади этого квадрата:

$$K_{\text{Дж}} = \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{S_1}{1/2} = 2S_1.$$

При изучении уровня жизни населения и границ бедности на основании данных о доходах бедного населения рассчитываются показатели:

- **прожиточный минимум**, т. е. суммарная стоимость товаров и услуг, позволяющая поддерживать физическое состояние от-

дельных групп населения в течение определенного периода времени. Это расходы, жизненно необходимые на питание, самые необходимые предметы санитарии и гигиены, лекарства, коммунальные услуги и другие обязательные платежи, соответствующие затратам семей, имеющих наиболее низкие доходы, которые могут быть определены на основе выборочного обследования.

- **дефицит дохода** — это суммарный доход малоимущего населения, не достигающий до величины прожиточного минимума;
- **коэффициент глубины бедности** — это среднее линейное отклонение дефицита доходов обследуемых домохозяйств от прожиточного минимума в расчете на одно домохозяйство;
- **коэффициент остроты бедности**, который отражает дефицит доходов обследуемых хозяйств, рассчитывается как среднее квадратическое отклонение, т. е. придается большой вес домохозяйствам с более высоким дефицитом дохода.

Для борьбы с бедностью используются трансфертные платежи, т. е. принимаются меры, способные облегчить жизнь наиболее незащищенным слоям населения (повышение минимального размера пенсий, заработной платы, предоставление компенсирующих выплат семьям с детьми, индексация заработной платы и др.).

Обобщающие показатели уровня жизни населения

К обобщающим показателям благосостояния общества относится **индекс стоимости жизни**. При исчислении этого показателя определяется набор потребительских благ (потребительская корзина). Стоимость набора в текущих ценах относится к стоимости набора в базисных ценах.

В современной статистической теории и практике в качестве обобщающего показателя благосостояния общества используется показатель — **индекс развития человеческого потенциала** (ИРЧП), который включает:

- ожидаемую продолжительность жизни;
- достаточный уровень образования;
- объем ВВП в расчете на душу населения.

Суть метода состоит в том, что берется средняя арифметическая величина, состоящая из трех составляющих, перечисленных ранее:

$$J_p = \frac{J_{x_1} + J_{x_2} + J_{x_3}}{3} = \frac{1}{3} \sum J_{vi},$$

где J_p — индекс развития человеческого потенциала; J_{x_1} — индекс ожидаемой продолжительности жизни; J_{x_2} — индекс уровня образования; J_{x_3} — индекс реального ВВП на душу населения.

При расчете каждой составляющей сводного индекса используются фиксированные стандарты минимального и максимального значений, с которыми сравниваются фактические показатели по тому или иному региону (стране):

$$J_{x_i} = \frac{\text{фактическое значение } X_i - \text{минимальное значение } X_{\min}}{\text{максимальное значение } X_{\max} - \text{минимальное значение } X_{\min}}.$$

Для индекса продолжительности жизни за максимальный уровень принят возраст 85 лет, за минимальный — 25 лет; для индекса уровня образования населения стандарты составляют соответственно 0 и 100%; индекс реального ВВП на душу населения определяется:

- минимальное значение — \$100;
- максимальное значение — \$40 тыс.

Интегральный показатель уровня жизни

Определяется на базе частных индикаторов, характеризующих:

- демографическую ситуацию;
- состояние сферы образования;
- состояние сферы здравоохранения;
- состояние социальной защиты населения;
- состояние сферы культуры и отдыха;
- жилищные условия населения;
- экономическое развитие.

Каждому частному индикатору уровня жизни населения присваивается весовой коэффициент.

В настоящее время весьма актуальна проблема экологической ситуации, которая рассматривается как один из факторов благосостояния общества.

Обобщающий показатель уровня жизни населения может быть построен методом главных компонент или его обобщением — факторным анализом. В соответствии с этим методом обобщающий показатель

уровня жизни F_i представляет собой линейную функцию приведенных к сопоставимому виду исходных показателей:

$$F_i = \sum b_{ij}x_j + E_i,$$

где x_j — исходный показатель; b_{ij} — нагрузка i -го фактора на j -й показатель; E_i — случайная компонента.

Показатели демографической ситуации в стране

При изучении уровня жизни населения статистика должна представлять информацию о демографической ситуации в стране, что способствует изучению спроса, для осуществления демографической политики — это система мер экономического, политического и правового характера, направленная на достижение положительных тенденций развития исходя из социально-экономических возможностей.

Демографическая ситуация в стране характеризуется такими показателями:

- численность населения;
- рождаемость;
- смертность;
- естественный прирост;
- брачность;
- разводимость и т. д.

Объектом статистического наблюдения могут быть самые разные совокупности населения (в целом по стране) и отдельные группы населения — экономически активные, безработные, пенсионеры, городское население или сельское, мужчины и женщины.

При определении численности населения могут учитываться разные категории населения.

Постоянное население необходимо знать для строительства жилья, школ, детских учреждений и т. п.

Наличное население учитывается для обеспечения транспортом, торговыми предприятиями, гостиницами и т. п.

Численность населения постоянно изменяется в течение года, поэтому целесообразно определять среднюю численность населения за период одним из следующих способов:

- по средней арифметической простой:

$$\bar{S} = \frac{S_n + S_k}{2};$$

- по средней хронологической, если информация представлена на момент времени через равные временные интервалы:

$$\bar{S} = \frac{0,5S_1 + S_2 + \dots + 0,5S_n}{n-1};$$

- по средней арифметической взвешенной, если информация представлена через разновременные интервалы:

$$\bar{S} = \frac{\sum S_i t_i}{\sum t_i}.$$

За длительный период времени среднюю численность населения определяют как среднее значение показательной функции:

$$\bar{S} = \frac{S_k - S_n}{l_h S_k - l_h S_n},$$

где S_n — численность населения на начало периода; S_k — численность населения на конец периода; $\bar{S}$ — средняя численность населения за отдельные периоды; t — продолжительность первого периода; $l_h S_k$ — натуральный логарифм численности на конец периода; $l_h S_n$ — натуральный логарифм численности населения на начало периода.

Население распределено неравномерно по отдельным регионам страны.

Для сравнения рассчитывают показатели:

- **плотность населения** — отношение численности населения к занимаемой им площади, т. е. сколько человек проживает на одном квадратном километре;
- **средний размер поселения** в том или ином административном районе;
- **среднее расстояние между поселениями**.

Население как статистическая совокупность весьма неоднородно, поэтому возникает необходимость изучения населения по группам и подгруппам по следующим критериям:

- по полу;
- возрасту;
- семейному положению;
- национальности;
- по уровню образования;
- по источникам средств существования и т. п.

Численность населения, как уже было отмечено, изменяется за счет рождений и смертей, что составляет так называемое естественное движение.

Основными показателями, характеризующими естественное движение, являются:

Коэффициент рождаемости — отношение числа родившихся за период (год) к средней численности населения за этот же период.

Коэффициент смертности — отношение числа умерших к средней численности населения.

Коэффициент естественного прироста — разность коэффициента рождаемости и коэффициента смертности.

Коэффициент брачности определяется как отношение числа заключенных браков за период к средней численности населения за этот же период.

Коэффициент разводов — отношение числа расторгнутых браков к средней численности населения за период.

Для характеристики соотношения между рождаемостью и смертностью исчисляется **показатель жизненности** (показатель Покровского) как отношение числа родившихся к числу умерших.

Рассмотренные показатели рассчитываются на 1000 человек, выражаются в промилле (‰) и являются общими показателями.

Наряду с общими показателями для детальной характеристики воспроизводства населения определяются частные (специальные) показатели.

Так, при изучении рождаемости широко применяется коэффициент рождаемости, именуемый **показателем фертильности**, который рассчитывается как отношение числа родившихся к средней численности женщин в возрасте от 15 до 49 лет.

Этот коэффициент может быть рассчитан исходя из общего коэффициента рождаемости, если последний разделить на показатель, характеризующий долю женщин фертильного возраста (15–49 лет) в общей численности населения.

При изучении смертности также рассчитываются частные коэффициенты.

Коэффициент младенческой смертности:

$$K_{mc} = \left(\frac{m_0}{N_0} + \frac{m_1}{N_1} \right) - 1000,$$

где m_0 — число умерших детей до одного года из числа родившихся в предыдущем году; m_1 — число умерших детей до одного года из числа рожденных в текущем году; N_0 — число родившихся в предыдущем году, N_1 — число родившихся в текущем году.

Если известно только общее число умерших детей до этого года, без распределения на родившихся в предыдущем и текущем годах, то можно использовать для расчета следующую формулу:

$$K_{mc} = \frac{m}{2/3N_1 + 1/3N_0} \times 1000,$$

где m — число умерших детей за год в возрасте до одного года; N_0 — число родившихся в предыдущем году; N_1 — число родившихся в текущем году.

Помимо коэффициента младенческой смертности в статистике также рассчитывают частные коэффициенты смертности по отдельным возрастным группам.

Стандартизованные коэффициенты смертности, рассчитанные по одной и той же возрастной структуре населения, для сравнения показателей смертности по двум регионам страны.

Численность населения отдельных регионов изменяется не только в силу естественного движения, но и в результате механического перемещения населения из одних регионов в другие. Особенно это стало актуальным в период становления рыночной экономики в нашей стране.

Механическое перемещение населения носит название **миграции населения**.

Перемещение населения внутри страны называют **внутренней миграцией**, а перемещение населения из одной страны в другую — **внешней миграцией**.

Основными показателями миграции являются:

- число прибывших в регион (страну);
- число выбывших из региона (страны);
- сальдо миграции — разность между числом прибывших и числом выбывших. Сальдо миграции может быть как положительным, так и отрицательным.

Анализ данных миграции используется при планировании многих хозяйственных и социальных мероприятий.

Некоторые показатели социальной характеристики населения

Одними из основных показателей социальной характеристики населения являются:

- 1) **грамотность населения** — это доля населения в возрасте 9 лет и старше, умеющих читать и писать, в общей численности населения;

2) **уровень образования**, который характеризует распределение населения в возрасте 15 лет и старше по группам:

- ◆ с высшим образованием;
- ◆ с незаконченным высшим образованием;
- ◆ со средним специальным образованием;
- ◆ с общим средним образованием;
- ◆ с неполным средним образованием;
- ◆ с начальным образованием.

Уровень образования населения можно рассматривать как некий результирующий показатель состояния системы образования, включающий следующие показатели:

- количество постоянных дошкольных учреждений и число детей в них (в абсолютном и относительном выражении);
- количество дневных и вечерних общеобразовательных школ и число учащихся в них;
- количество средних специальных учебных заведений и число обучающихся в них;
- количество вузов (по отраслям наук) и число студентов в них;
- число специалистов, выпущенных соответственно из высших и средних специальных учебных заведений, — всего и в расчете на 10 000 чел.;
- число аспирантов и докторантов (по отраслям наук и число закончивших аспирантуру и докторантуру с защитой диссертаций);
- численность работников научных организаций (специалистов и вспомогательного персонала);

3) **обеспеченность населения учреждениями культуры** (библиотеками, театрами, кинотеатрами, зрелищными предприятиями и т. п.) в расчете на 1000 чел.

Показатели заболеваемости населения

Данные о заболеваемости населения разрабатываются в соответствии с международной классификацией болезней.

При этом выделяются следующие основные группы:

- инфекционные и паразитарные (кишечная инфекция, скарлатина, дифтерия, вирусный гепатит, ветряная оспа и др.);
- новообразования (болезни крови и кроветворных органов);

- болезни нервной системы;
- болезни органов дыхания;
- болезни пищеварения;
- болезни системы кровообращения;
- болезни костно-мышечной системы;
- врожденные аномалии;
- травмы и отравления.

Особо учитываются больные с диагнозом: алкоголизм, наркомания, психические расстройства, венерические болезни и активный туберкулез.

Для обоснования демографической политики большое значение имеет разработка демографических прогнозов, которые осуществляются в несколько этапов.

На первом этапе определяется возможный прирост населения на перспективу. Для этой цели используются два метода: метод ретроспективной экстраполяции (если тенденция выявленная сохранится и в будущем) и метод передвижки возрастов, который позволяет учесть изменения возрастной структуры различных групп населения и места их жительства.

Решение типовых задач

Задача 10.1. Известно распределение населения по размеру среднедушевого денежного дохода в регионе.

Средне- душевой доход в месяц, руб.	Доля на- се- ления к ито- гу d_i	Сере- дина интер- вала $\bar{X}_i$	Нара- стаю- щие частоты на- се- ле- ния p_i	$X_i - d_i$	Доля дохо- дов к итогу	Нара- стаю- щие доли дохо- дов q_i	$P_i q_{i+1}$	$P_{i+1} q_i$
До 400	0,049	300	0,049	14,70	0,012	0,012	0,0028	0,0019
400,1–600,0	0,112	500	0,161	56,00	0,046	0,058	0,0223	0,0175
600,1–800,0	0,141	700	0,302	98,70	0,081	0,139	0,0728	0,0610
800,1–1000,0	0,137	900	0,439	123,30	0,102	0,241	0,1532	0,1345
1000,1–1200,0	0,119	1100	0,558	130,90	0,108	0,349	0,3063	0,2555
1200,1–1600,0	0,174	1400	0,732	243,60	0,200	0,549	0,5168	0,4601
1600,1–2000,0	0,106	1800	0,838	190,80	0,157	0,706	0,8380	0,706
> 2000,0	0,162	2200	1,000	356,40	0,294	1,000		
Итого	1,000			1214,4	1,000		1,9122	1,636

Определите показатели, характеризующие дифференциацию доходов населения.

Решение.

1. Среднедушевой доход в месяц:

$$\bar{X} = \frac{\sum \bar{X}_i \times d_i}{1,000},$$

где $\bar{X}_i$ — середина интервала среднедушевого дохода в каждой группе, d_i — доля населения отдельной группы в общем итоге.

$$\bar{X} = \frac{300 \times 0,049 + 500 \times 0,112 + 700 \times 0,141 + 900 \times 0,137 + 1100 \times 0,119 + 1400 \times 0,174 + 1800 \times 0,106 + 2200 \times 0,162}{1,000} = 1214,4 \text{ руб.}$$

2. Модальный доход:

$$Mo = 1200 + 400 \times \frac{0,174 - 0,119}{(0,174 - 0,119) + (0,174 - 0,106)} = 1258,8 \text{ руб.}$$

3. Медианный доход:

$$Me = 1000 + 200 \times \frac{0,5 - 0,439}{0,119} = 1102,5 \text{ руб.}$$

4. Средние доходы в децильных группах.

Нижний дециль (самые низкие доходы):

$$Q_1 = 400 + 200 \times \frac{0,100 - 0,049}{0,112} = 491 \text{ руб.}$$

Верхний дециль (самые высокие доходы):

$$Q_{10} = 2000 + 400 \times \frac{0,900 - 0,838}{0,162} = 2153 \text{ руб.}$$

5. Коэффициент фондов:

$$K_{\phi} = \frac{2153}{491} = 4,4 \text{ раза.}$$

Следовательно, средние доходы 10% самых богатых людей имеют доходы, превышающие в 4,4 раза доходы 10% наиболее бедных людей.

6. Коэффициент доходов Джини:

$$K_{Дж} = \sum p_i q_{i+1} - \sum p_{i+1} q_i = 1,9122 - 1,636 = 0,276.$$

Задача 10.2. Имеется следующая информация по региону.

Численность населения (постоянного) на начало года — 146 740 чел., в том числе женщин в возрасте от 15 до 49 лет — 38 805 чел.

Численность постоянного населения на конец года — 146 328 чел., в том числе женщин в возрасте от 15 до 49 лет — 39 048 чел.

В течение года:

родились — 1283 чел.;

умерли — 1988 чел.;

умерли дети до 1 года — 21 чел.

1. Определите среднегодовую численность всего населения, и в том числе женщин.
2. Определите коэффициенты естественного движения:
 - а) рождаемости и фертильности;
 - б) смертности общей и младенческой;
 - в) естественного прироста;
 - г) показатель жизненности;
 - д) показатель оборота населения;
 - е) показатель эффективности воспроизводства населения.

Решение.

$$1. \bar{S}_{об} = \frac{\bar{S}_n + S_k}{2} = \frac{146\,740 + 146\,328}{2} = 146\,534 \text{ чел.};$$

$$\bar{S}_ж = \frac{38\,805 + 39\,048}{2} = 38\,927 \text{ чел.}$$

$$2. \text{ а) } K_p = \frac{1283}{146\,534} \times 1000 = 8,76\text{‰}; \quad K_\phi = \frac{1283}{38\,927} \times 1000 = 32,96\text{‰};$$

$$\text{ б) } K_{см} = \frac{1988}{146\,534} \times 1000 = 13,5\text{‰}; \quad K_{мл см} = \frac{21}{1283} \times 1000 = 16,4\text{‰};$$

$$\text{ в) } K_{ест пр} = K_p - K_{см} = 8,76\text{‰} - 13,57\text{‰} = -4,81\text{‰};$$

$$\text{ или } K_{ест пр} = \frac{1283 - 1988}{146\,534} \times 1000 = -4,81\text{‰};$$

$$\text{ г) } K_{жизни} = \frac{1283}{1988} \times 1000 = 645 \text{ чел. из } 1000 \text{ чел.}$$

$$\text{ д) } K_{об} = \frac{1283 + 1988}{146\,534} \times 1000 = 22,3\text{‰};$$

$$е) K_{эф} = \frac{1283 - 1988}{1283 + 1988} - 1000 = -21,5\%.$$

Следовательно, в данном регионе наблюдается уменьшение численности постоянного населения. Об этом свидетельствуют показатели естественного прироста, показатель жизненности (Покровского), коэффициент оборота и коэффициент эффективности воспроизводства населения.

Задача 10.3. Механическое движение населения региона характеризуется следующими данными.

Среднегодовая численность населения — 146 900 чел.

Прибыло в данный регион — 495 чел.

Выбыло из региона — 216 чел.

Определите:

- 1) миграционный прирост;
- 2) объем миграции;
- 3) коэффициент прибытия;
- 4) коэффициент выбытия;
- 5) общий коэффициент интенсивности миграции;
- 6) коэффициент интенсивности миграционного оборота;
- 7) коэффициент эффективности миграции.

Решение.

$$1. \text{ Миграционный прирост} = 495 - 216 = 279 \text{ чел.}$$

$$2. \text{ Объем миграции} = 495 + 216 = 711 \text{ чел.}$$

$$3. \text{ Коэффициент прибытия} = \frac{495}{146900} \times 1000 = 3,36\%.$$

$$4. \text{ Коэффициент выбытия} = \frac{216}{146900} \times 1000 = 1,47\%.$$

$$5. \text{ Общий коэффициент интенсивной миграции} = 3,36 - 1,47 = 1,89\%$$

$$6. \text{ Коэффициент миграционного оборота} = \frac{711}{146900} \times 1000 = 4,84\%.$$

$$7. \text{ Коэффициент эффективности миграции} = \frac{279}{711} \times 100 = 39,2\%.$$

Вывод.

В данном регионе наблюдается прирост населения за счет положительного сальдо миграции.

Задача 10.4. Население округа на начало года насчитывало 1214 тыс. чел., его естественное и механическое движение за год характеризуется следующими данными:

Число родившихся — 29 960 чел.

Число умерших — 9100 чел.

В том числе детей

в возрасте до 1 года — 230 чел.

Число браков — 15 720.

Число разводов — 1130.

Число прибывших — 51 300.

Число выбывших — 42 800.

1. Определите среднюю численность населения.
2. Определите коэффициенты рождаемости, общей и детской смертности, естественного и механического прироста, коэффициенты брачности и разводимости.

Решение.

$$1. S_k = 1214\,000 + 29\,960 - 9100 + 51\,300 - 42\,800 = 1243\,360 \text{ чел.};$$

$$\bar{S} = \frac{1214\,000 + 1243\,360}{2} = 1228\,680 \text{ чел.}$$

$$2. K_z = \frac{29\,960}{1228\,680} \times 1000 = 24,38\%;$$

$$K_{\text{см общ}} = \frac{9100}{1228\,630} \times 1000 = 7,41\%;$$

$$K_{\text{мл см}} = \frac{230}{29\,960} \times 1000 = 7,8\%;$$

$$K_{\text{осткр}} = 24,38 - 7,41 = 16,97\%;$$

$$K_{\text{мех пр}} = \frac{51\,300 - 42\,800}{1228\,630} \times 1000 = 6,91\%;$$

$$K_{\text{брачн}} = \frac{15\,720}{1228\,630} \times 1000 = 12,79\%;$$

$$K_{\text{разв}} = \frac{1130}{1228\,640} \times 1000 = 0,92\%.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 10.5. Имеются данные о населении города: численность наличного населения на начало года — 500 тыс. чел., в том числе временно проживающих — 15 тыс. чел.

Численность временно отсутствующих на начало года — 16 тыс. чел.

В течение года родились 7 тыс. чел., умерли 5 тыс. чел., прибыли 4 тыс. чел. в том числе на постоянное место жительства 3 тыс. чел., выбыли 2 тыс. чел., в том числе из числа постоянного населения — 1,5 тыс. чел. За год в городе зарегистрировано 5 тыс. браков и 1 тыс. разводов.

1. Определите численность постоянного населения на конец года.
2. Определите численность наличного населения на конец года.
3. Определите коэффициенты, характеризующие интенсивность естественного и механического движения населения исходя из представленной информации.

Задача 10.6. Имеются следующие данные о численности населения региона (тыс. чел.).

на 1 января текущего года	— 140,0;
на 1 апреля текущего года	— 141,0;
на 1 июля текущего года	— 141,7;
на 1 октября текущего года	— 142,0;
на 1 января следующего года	— 141,8.

В течение текущего года родились 2500 чел., умерли 1500 чел. В течение года прибыли в регион 400 чел., выбыли 150 чел. Территория региона 2406 км².

1. Определите коэффициенты рождаемости, смертности, механического и общего прироста населения.
2. Определите плотность населения.
3. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 10.7. Имеются следующие данные о численности населения города (тыс. чел.):

на 1 января 2006 г.	— 300;
на 1 апреля 2006 г.	— 310;
на 1 июля 2006 г.	— 315;
на 1 октября 2006 г.	— 300;
на 1 января 2007 г.	— 320.

Определите коэффициенты рождаемости, смертности, жизнеспособности, естественного и механического прироста, если за 2006 г. в городе умерли 2500 чел., родились 6900 чел., прибыли на постоянное жительство 400 чел., а выбыли 150 чел.

Задача 10.8. Население округа на начало года насчитывало 1214 тыс. чел., его естественное и механическое движение за год имело следующие характеристики:

Число родившихся за год	— 29 300 чел.
Число умерших	— 9040 чел.
в том числе детей до 1-го года	— 1228 чел.
Число браков	— 15 700.
Число разводов	— 1135.
Число прибывших	— 51 275 чел.
Число выбывших	— 42 860 чел.

1. Определите среднюю численность населения округа.
2. Определите коэффициенты рождаемости, общей и детской смертности, естественного и механического прироста населения, брачности и разводимости.
3. Определите специальный коэффициент рождаемости, если известно, что женщины в возрасте от 15 до 49 лет составляли в течение года в среднем 28% численности населения.

Задача 10.9. В одном из курортных районов численность населения на начало года составила 580 тыс. чел., а на конец года — 586 тыс. чел. Численность проживающих в этом районе курортников составила в среднем за месяц:

- в апреле — 50 тыс. чел.;
- в мае — 100 тыс. чел.;
- в июне, июле и августе — по 150 тыс. чел.;
- в сентябре — 70 тыс. чел.;
- в ноябре — 25 тыс. чел.

Определите среднегодовую численность населения этого региона с учетом проживающих в нем курортников.

Задача 10.10. Показатели естественного движения населения региона (в промилле) составили за последний год: коэффициент рождаемости — 25, коэффициент смертности — 10, коэффициент механического прироста — 5.

Определите численность населения региона на начало года, темп его роста и прироста, если в регионе на конец прошлого года проживали 500 тыс. чел.

Задача 10.11. В одной из стран коэффициент фертильности составил 85 промилле, доля женщин фертильного возраста в общей численности женщин составила 45%, а доля женщин в общей численности населения составила 53%.

Определите общий коэффициент рождаемости для этой страны.

Задача 10.12. Численность постоянного населения области составила на конец года 3 млн чел. Из них временно отсутствовали 300 тыс. чел. Численность временно проживающих — 200 тыс. чел.

1. Определите численность наличного населения области на начало года.
2. Сделайте соответствующие выводы.

Задача 10.13. В одном из регионов средняя численность населения составила 500 тыс. чел., в том числе женщин 150 тыс. Численность женщин в возрасте от 15 до 49 лет составила 100 тыс. чел. Специальный коэффициент (фертильности) рождаемости был равен 45 промилле.

Определите общий коэффициент рождаемости.

Задача 10.14. На начало года в городе проживали 150 тыс. человек, на конец года — 165 тыс. чел., в течение года умерли 5 тыс. чел.

Определите коэффициент естественного прироста и число родившихся детей, если коэффициент механического прироста составил 18%.

Задача 10.15. Население города на начало года составило 1,5 млн чел., на конец года — 1,6 млн чел. В течение года родились 40 тыс. чел., умерли 10 тыс. чел., в том числе 2 тыс. детей в возрасте до одного года, заключено браков 20,5 тыс., расторгнуто 1500 браков.

1. Определите среднюю численность населения.
2. Определите коэффициенты рождаемости, общей и младенческой смертности, естественного прироста, механического и общего прироста, брачности и разводимости.

Задача 10.16. Численность населения поселка приведена в таблице, чел.

	На начало года	На конец года
Всего	7620	7800
В том числе женщин фертильного возраста	2500	2600

В течение года родилось 200 чел., умерло 80 чел.

1. Определите коэффициент рождаемости: общий и специальный (фертильности).
2. Определите коэффициент смертности.
3. Определите коэффициент естественного прироста.

Глава 11

СТАТИСТИКА ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

Показатели занятости и безработицы

Экономически активное население — это часть населения, которая предлагает свой труд для производства товаров и услуг. Экономически активное население меньше трудоспособного населения, оно не включает трудоспособное население, которое не участвует в экономической деятельности:

$$\text{коэффициент экономической активности} = \frac{\text{численность экономически активного населения}}{\text{численность всего населения}}$$

В состав трудовых ресурсов помимо экономически активного населения входит трудоспособное население, занятое в домашнем хозяйстве, и учащиеся старше 16 лет. Это так называемый запас трудовых ресурсов.

Экономически активное население включает *занятых и безработных*. Занятость характеризуется следующими показателями:

$$\text{коэффициент занятости трудовых ресурсов} = \frac{\text{число фактически работающих}}{\text{численность трудоспособного населения}}$$

$$\text{коэффициент занятости трудоспособного населения} = \frac{\text{число работающих в трудоспособном возрасте}}{\text{численность трудоспособного населения}}$$

К **занятым** относятся лица обоего пола в возрасте 16 лет и старше, а также лица младших возрастов, которые имели один из следующих статусов:

- выполняли работу по найму за вознаграждение;
- временно отсутствовали на работе из-за болезни, ухода за больным, ежегодного отпуска или выходных дней и т. п.;
- выполняли работу на семейном подряде без оплаты.

К **безработным** относятся лица старше 16 лет, которые в анализируемый период:

- не имели работы (доходного занятия);
- занимались поиском работы;
- были готовы приступить к работе.

При соблюдении этих трех критериев человек может считаться безработным.

Для характеристики уровня безработицы исчисляется коэффициент безработицы:

$$\text{коэффициент безработицы} = \frac{\text{численность безработных на определенную дату}}{\text{численность экономически активного населения на эту дату}}.$$

Показатели численности и состава персонала на предприятиях

Общая численность лиц, занятых в экономике, определяется как сумма работников всех предприятий и организаций всех форм собственности, деятельность которых юридически оформлена.

На предприятиях и в организациях выделяются следующие категории персонала: руководители, специалисты, служащие, рабочие, которые подразделяются на постоянных, временных и сезонных, а в зависимости от характера выполняемой работы — на основных и вспомогательных, занятых всеми видами обслуживания трудовых процессов (ремонтники, складские рабочие и т. п.).

Наличие персонала предприятия в целом, по категориям и группам может характеризоваться показателями двух типов:

- **моментные показатели** — численность на определенную дату (данные переписи и т. п.);
- **средние показатели** за определенный период времени (интервальные показатели).

Принято выделять:

- работников, состоящих в списочном составе предприятия;
- совместителей, в приказе о назначении которых должно быть оговорено, что продолжительность их рабочего дня не должна превышать 50% установленной законом для данной категории работников;
- работников по договорам подряда.

Средняя численность работников за период может быть рассчитана по средней арифметической простой, средней хронологической, если информация представлена на начало каждого квартала, и средней арифметической взвешенной, если информация представлена за неравные периоды времени.

В сельскохозяйственных предприятиях наряду с работниками в трудоспособном возрасте заняты и другие категории работников: пенсионеры, подростки, привлеченные по найму на период уборки урожая и т. п. В этом случае целесообразно эти категории работников привести в сопоставимый вид, рассчитать так называемых «условных» трудоспособных работников, чтобы в дальнейшем более объективно рассчитать другие показатели, например производительность труда (в расчете на 1-го работника).

Условные работники могут быть определены исходя из средней фактической занятости трудоспособного на данном предприятии.

Кроме средней списочной численности работников на предприятии рассчитывают численность явившихся на работу и приступивших к ней. Сумма таких данных за весь период дает число фактически отработанных человеко-дней, которые включают время фактической работы в часах и внутрисменные перерывы в часах.

Лица, явившиеся на работу, но не приступившие к ней по разным причинам, составляют **целодневные простои**.

Лица, не явившиеся на работу, составляют **неявки** по уважительным и по неуважительным причинам.

Фактически отработанные человеко-дни, целодневные простои и неявки в сумме составляют **календарный фонд**, который может быть рассчитан и как произведение средней списочной численности работников предприятия за период на число календарных дней в периоде.

Показатели движения персонала на предприятии

В анализе изменений списочной численности работников предприятия используют следующую систему показателей:

$$\text{коэффициент оборота по приему} = \frac{\text{число принятых работников за период}}{\text{среднее списочное число работников за период}};$$

$$\text{коэффициент оборота по выбытию} = \frac{\text{число выбывших работников за период}}{\text{среднее списочное число работников за период}}$$

$$\text{коэффициент текучести кадров} = \frac{\text{число выбывших по внеплановым причинам (составляющих текучесть)}}{\text{среднее списочное число работников за период}}$$

$$\text{коэффициент замещения} = \frac{\text{число принятых} - \text{число уволенных}}{\text{среднее списочное число работников}}.$$

Отрицательный знак этого показателя свидетельствует о сокращении объема производства, ликвидации части рабочих мест в связи с техническим перевооружением и т. п.

$$\text{Коэффициент постоянства кадров} = \frac{\text{число работников, проработавших весь период}}{\text{число работников на конец этого периода}}$$

Этот показатель дополняет коэффициент текучести. Он характеризует эффективность кадровой политики предприятия, так как излишний оборот рабочей силы приводит к снижению эффективности ее использования (вновь принятые работники должны адаптироваться и доучиваться, а уволенные работники наносят предприятию ущерб, связанный с ранее понесенными им затратами на обучение и т. п.).

Показатели использования рабочего времени

Рабочее время учитывается в минутах, часах, днях. Основными единицами измерения рабочего времени служат человеко-часы и человеко-дни.

В целях изучения использования рабочего времени строится баланс рабочего времени, включающий ресурсы и использование. В итоге этого баланса максимально возможный фонд рабочего времени, который включает отработанные человеко-дни, целодневные простои и неявки по разным причинам, с одной стороны, а с другой стороны он может быть рассчитан как разность между календарным фондом и нерабочим временем (выходные, праздничные и отпускные человеко-дни).

На основе баланса рассчитываются следующие показатели:

$$\text{коэффициент использования календарного фонда} = \frac{\text{максимально возможный фонд рабочего времени} \cdot \text{МВФРВ}}{\text{календарный фонд}}$$

Календарный фонд рассчитывается как произведение средней списочной численности работников на число календарных дней в периоде:

$$\text{коэффициент использования МВФРВ} = \frac{\text{фактически отработанные человеко-часы}}{\text{максимально возможный фонд рабочего времени МВФРВ в человеко-часах}}$$

$$\text{средняя фактическая продолжительность рабочего дня} = \frac{\text{фактически отработанные человеко-часы}}{\text{фактически отработанные человеко-дни}}$$

$$\text{средняя фактическая продолжительность рабочего месяца} = \frac{\text{фактически отработанные человеко-часы за месяц}}{\text{средняя списочная численность работников за месяц}}$$

Характеристика уровня и динамики производительности труда

Под производительностью труда принято понимать способность производить в единицу времени определенное количество продукции.

В системе показателей производительности труда выделяют:

- прямые, непосредственно характеризующие эффективность труда;
- обратные, характеризующие трудоемкость единицы продукции;
- полные, характеризующие эффективность всего труда, создавшего законченный продукт;
- неполные (частичные, промежуточные) характеризующие эффективность конкретных форм труда на промежуточных стадиях формирования продукта.

В зависимости от единиц измерения произведенной продукции и отработанного времени строится система показателей производительности труда. Продукция может быть выражена в натуральных единицах измерения, в условно-натуральных и в денежном выражении. Затраты времени могут быть выражены в человеко-часах, человеко-днях и в расчете на одного работника.

Динамика производительности труда изучается с помощью индексного метода и показателей, характеризующих динамически ряды.

Существуют три метода измерения изменений производительности труда.

1. Натуральный, когда объем произведенной продукции выражается в натуральных единицах измерения:

$$J_g = \frac{\sum Q_1}{\sum T_1} \div \frac{\sum Q_0}{\sum T_0},$$

где Q — объем продукции в натуральном выражении; T — затраты труда.

2. Трудовой, когда общий объем результатов производства выражают в некоторых фиксированных единицах трудоемкости (нормативной или фактической):

$$J_{\bar{q}} = \frac{\sum Q_1 P}{\sum T_1} \div \frac{\sum Q_0 P}{\sum T_0} = \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_1 t_1} \div \frac{\sum Q_0 P}{\sum Q_0 t_0} = \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_0},$$

где t — трудоемкость единицы продукции в базисном и отчетном периодах.

3. Стоимостный, когда объем произведенной продукции оценивается в денежном выражении:

$$J_q = \frac{\sum Q_1 P}{\sum T_1} \div \frac{\sum Q_0 P}{\sum T_0} = \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_1 t_1} \div \frac{\sum Q_0 P}{\sum Q_0 t_0} = \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_0}.$$

Этот индекс характеризует не только производительность труда, но и изменение структуры произведенной продукции.

Индекс структуры произведенной продукции рассчитывается по формуле:

$$J_{\text{сф}} = \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_1 t_0} : \frac{\sum Q_0 P}{\sum Q_0 t_0} = \frac{q_{\text{усл}}}{\bar{q}_0}.$$

Если стоимостный индекс производительности труда разделить на индекс структуры, получим индекс производительности труда постоянного состава:

$$J_q = \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_1 t_1} : \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_1 t_0} = \frac{\sum Q_1 t_0}{\sum Q_1 t_1}.$$

Этот индекс характеризует изменение только самой производительности труда.

Изменение производительности труда в целом по предприятию можно отразить также, рассчитав средний индекс производительности труда как средневзвешенную величину из индивидуальных индексов производительности труда по каждому виду продукции:

$$J_q = \frac{\sum i_q T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left(\frac{Q_1}{T_1} : \frac{Q_0}{T_0} \right) \times T_1}{\sum T_1},$$

где i_q — индивидуальные индексы производительности труда; T_1 — затраты труда, чел.-ч.

Показатели оплаты труда

Труд рабочих и служащих оплачивается в форме заработной платы из фонда оплаты труда, который формируется из прибыли предприятия.

Фонд оплаты труда учитывается по категориям персонала. Выделяют:

- фонд часовой заработной платы — это оплата за фактически отработанные человеко-часы по установленным расценкам;
- фонд дневной заработной платы — включает часовой фонд заработной платы, а также оплату неотработанных, но подлежащих оплате часов (оплата льготных часов подростков, часов, затраченных на выполнение государственных обязанностей, оплата сверхурочных и т. п.);
- фонд месячной (годовой) заработной платы — это начисление по всем видам оплаты труда.

Он включает в себя фонд дневной заработной платы, оплату отпусков, целодневных простоев, выходных пособий.

Сумма всех месячных фондов заработной платы составляет годовой фонд заработной платы.

На основании вышеперечисленных фондов заработной платы рассчитываются показатели средней заработной платы:

- средняя часовая заработная плата — отношение часового фонда заработной платы к отработанным человеко-часам;
- средняя дневная заработная плата — отношение дневного фонда заработной платы к отработанным человеко-дням;
- средняя месячная (годовая) заработная плата — отношение месячного (годового) фонда заработной платы к средней списочной численности работников.

В России в бюджетной сфере средняя заработная плата формируется исходя из тарифной сетки (тарифных коэффициентов) и тарифной ставки (оплата за час).

Информация о тарифной сетке и тарифной ставке содержится в общероссийском классификаторе профессий работ, должностей и тарифных разрядов (ОКПДТР), который введен с апреля 1999 г.

Основой построения тарифных ставок является минимальный размер заработной платы (МРОТ), а тарифной сетки — коэффициенты

соответствующего разряда (1–18). При увеличении минимального размера заработной платы увеличивается и заработная плата каждого разряда. В настоящее время минимальная заработная плата в России увеличена и составляет 1100 руб.

Существуют разные системы оплаты труда:

- повременная — оплата за отработанное время — бывает простая повременная и повременно-премиальная;
- сдельная, при которой заработная плата зависит от выработки, бывает сдельно-премиальная;
- аккордная, зарплата выдается по окончании выполненного объема работ к определенному сроку.

Динамика средней заработной платы изучается также с помощью индексов:

$$J_{\bar{z}} = \frac{\sum K_1 \bar{z}_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 \bar{z}_0}{\sum K_0} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0},$$

где K — численность работников в базисном и отчетном периодах; $\bar{z}$ — заработная плата отдельных категорий работников; $\bar{z}$ — средняя заработная плата персонала предприятия в базисном и отчетном периодах.

Средняя заработная плата может варьировать за счет изменения структуры работников:

$$J_{стр} = \frac{\sum K_1 \bar{z}_0}{\sum K_1} : \frac{\sum K_0 \bar{z}_0}{\sum K_0} = \frac{\bar{z}_{усл}}{\bar{z}_0},$$

а также за счет изменения заработной платы отдельных категорий работников:

$$J_{\bar{z}} = \frac{\sum K_1 \bar{z}_1}{\sum K_1} : \frac{\sum K_1 \bar{z}_0}{\sum K_1} = \frac{\sum K_1 \bar{z}_1}{\sum K_1 \bar{z}_0} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_{усл}}.$$

Между рассмотренными индексами существует взаимосвязь:

$$J_{\bar{z}} = J_{стр} \times J_{\bar{z}}.$$

Статистика расходов на рабочую силу

Затраты на рабочую силу рассматриваются с двух позиций. С позиции народно-хозяйственной необходимо знать, какие затраты несут только работодатели, но и государство по подготовке кадров, а с позиции работодателя (предприятия) необходимо знать затраты, связанные с наймом и содержанием рабочей силы.

Статистические службы руководствуются в своей практике определением расходов на рабочую силу, сформулированным в резолюции 11-й Международной конференции статистиков труда, в которой сказано: «Расходы на рабочую силу представляют собой издержки, которые несет работодатель в связи с наемом и содержанием рабочей силы».

Статистическое понятие расходов на рабочую силу включает вознаграждение за выполненную работу, выплаты за нерабочее время, премии и подарки, стоимость продуктов, напитков и других выплат натурой, расходы работодателя, связанные с представлением жилья сотрудникам, взносы работодателя на социальное обеспечение, его расходы на профподготовку, социальные нужды и по другим статьям, например перевозки работников, расходы по найму, а также налоги, относимые к расходам на рабочую силу.

На основе данных о расходах на рабочую силу рассчитываются средние показатели как в расчете на одного работника, так и на 1 чел.-ч.

Для получения такого рода информации производятся специальные выборочные обследования.

Решение типовых задач

Задача 11.1. Численность населения региона изменялась в течение года следующим образом (тыс. чел.).

На 1 января текущего года — 220.

На 1 апреля текущего года — 226.

На 1 июля текущего года — 300.

На 1 октября текущего года — 290.

На 1 января следующего года — 240.

Вычислите среднюю численность населения региона за каждое полугодие и в целом за год.

Решение.

1. Средняя численность населения за первое полугодие:

$$\bar{X}_I = \frac{\frac{220}{2} + 226 + \frac{300}{2}}{3-1} = 243 \text{ тыс. чел.}$$

2. Средняя численность населения за второе полугодие:

$$\bar{X}_{II} = \frac{\frac{300}{2} + 290 + \frac{240}{2}}{3-1} = 280 \text{ тыс. чел.}$$

3. Средняя численность населения за год в целом:

$$\bar{X} = \frac{\frac{220}{2} + 226 + 300 + 290 + \frac{240}{2}}{5-1} = 261,5 \text{ тыс. чел.}$$

Задача 11.2. Имеются данные о движении работников фирмы за каждый месяц, чел.

Месяц	Состояло по списку на начало месяца	Принято за месяц	Выбыло за месяц	В том числе	
				по собственному желанию	уволено за нарушение дисциплины
Январь	1144	100	80	65	5
Февраль	1164	80	60	50	–
Март	1180	80	20	8	2
Апрель	1220	60	40	27	3
Май	1190	50	–	–	–
Июнь	1234	140	70	50	2
Июль	1300				

1. Определите среднее списочное число работников за месяц и за полугодие.
2. Определите коэффициенты: оборота по приему, увольнению, текучести.

Решение.

1. Среднее списочное число работников за каждый месяц и за полугодие:

$$X_1 = \frac{1114 + 1164}{2} = 1139 \text{ чел.};$$

$$X_2 = \frac{1164 + 1180}{2} = 1172 \text{ чел.};$$

$$X_3 = \frac{1180 + 1220}{2} = 1200 \text{ чел.};$$

$$X_4 = \frac{1220 + 1190}{2} = 1205 \text{ чел.};$$

$$X_5 = \frac{1190 + 1234}{2} = 1212 \text{ чел.};$$

$$X_6 = \frac{1234 + 1300}{2} = 1267 \text{ чел.};$$

$$X = \frac{\frac{1140}{2} + 1164 + 1180 + 1220 + 1190 + 1234 + \frac{1300}{2}}{7 - 1} = 1202 \text{ чел.}$$

2. Коэффициенты оборота по приему за месяц:

$$K_{об1} = \frac{100}{1139} \times 100\% = 8,77\%;$$

$$K_{об2} = \frac{80}{1172} \times 100\% = 6,83\%;$$

$$K_{об3} = \frac{80}{1200} \times 100\% = 6,7\%;$$

$$K_{об4} = \frac{60}{1205} \times 100\% = 4,98\%;$$

$$K_{об5} = \frac{50}{1212} \times 100\% = 4,13\%;$$

$$K_{об6} = \frac{140}{1267} \times 100\% = 11,05\%.$$

Коэффициенты оборота по приему за полугодие:

$$K_{об} = \frac{100 + 80 + 80 + 60 + 50 + 140}{1202} \times 100\% = 42,4\%.$$

Коэффициенты оборота по увольнению за месяц и за полугодие:

$$K_1 = \frac{80}{1139} \times 100\% = 7,02\%;$$

$$K_2 = \frac{60}{1172} \times 100\% = 5,12\%;$$

$$K_3 = \frac{20}{1200} \times 100\% = 1,67\%;$$

$$K_4 = \frac{40}{1205} \times 100\% = 3,32\%;$$

$$K_6 = \frac{70}{1267} \times 100\% = 5,52\%;$$

$$K_{об} = \frac{80 + 60 + 20 + 40 + 70}{1202} \times 100\% = 22,46\%.$$

Коэффициенты текучести кадров за месяц:

$$K_1 = \frac{65+5}{1139} \times 100\% = 6,14\%;$$

$$K_2 = \frac{50}{1172} \times 100\% = 4,27\%;$$

$$K_3 = \frac{8+2}{1200} \times 100\% = 0,83\%;$$

$$K_4 = \frac{27+3}{1205} \times 100\% = 2,49\%;$$

$$K_5 = \frac{50+2}{1267} \times 100\% = 4,10\%.$$

Коэффициенты текучести кадров за полугодие:

$$K = \frac{65+5+50+8+2+27+3+50+2}{1202} \times 100\% = 17,63\%.$$

Задача 11.3. В таблице приведено распределение рабочих по квалификации.

Тарифные разряды	1	2	3	4	5	6
Число рабочих	180	200	300	100	50	30

Средний тарифный разряд, необходимый для выполнения данных работ, — 2,8.

1. Определите средний фактический тарифный разряд рабочих.
2. Установите, насколько квалификация рабочих в среднем соответствует выполняемым работам.

Решение.

1. Средний фактический тарифный разряд рабочих:

$$\bar{X} = \frac{1 \times 180 + 2 \times 200 + 3 \times 300 + 4 \times 100 + 5 \times 50 + 6 \times 30}{180 + 200 + 300 + 100 + 50 + 30} = \frac{2310}{860} = 2,68.$$

2. Соответствие квалификации рабочих:

$$(2,68/2,8) \times 100\% = 95,7\%.$$

Фактический средний тарифный разряд ниже, чем полагается для данного вида работ, на 4,3%.

Задача 11.4. В одной из стран было 75 млн детей и подростков до 16-летнего возраста, лиц трудоспособного возраста — 130 млн чел. и лиц старше трудоспособного возраста — 36 млн чел.

Определите:

1. Долю лиц трудоспособного возраста в общей численности населения.
2. Долю лиц моложе трудоспособного возраста.
3. Долю лиц старше трудоспособного возраста.
4. Коэффициент нагрузки населения трудоспособного возраста.
5. Коэффициент пенсионной нагрузки населения трудоспособного возраста.

Решение.

Общая численность населения страны:

$$S = 75 + 130 + 36 = 241 \text{ млн. чел.}$$

1. Доля лиц трудоспособного возраста в общей численности населения:

$$d_{\text{тп}} = \frac{130}{241} \times 100\% = 53,9\%.$$

2. Доля лиц моложе трудоспособного возраста:

$$d_{\text{м}} = \frac{75}{241} \times 100\% = 31,1\%.$$

3. Доля лиц старше трудоспособного возраста:

$$d_{\text{ст}} = \frac{36}{241} \times 100\% = 14,9\%.$$

4. Коэффициент нагрузки населения трудоспособного возраста:

$$k_{\text{н}} = \frac{75+36}{130} = 0,85.$$

5. Коэффициент пенсионной нагрузки населения трудоспособного возраста:

$$k_{\text{пш}} = \frac{36}{130} = 0,27.$$

Задача 11.5. На текстильной фабрике в прядильном цехе производительность труда повысилась на 7,5%, в ткацком цехе снизилась на 5%, в отделочном цехе индекс производительности труда составил 1,03.

В прядильном цехе отработано 15 000 чел.-дней, в ткацком — 16 800 чел.-дней, в отделочном — 9000 чел.-дней.

1. Определите индекс производительности труда по фабрике в целом.
2. Определите, каков экономический смысл рассчитанного индекса производительности труда.

Решение.

$$J_g = \frac{1,075 \times 15000 + 0,95 \times 16800 + 1,03 \times 9000}{15000 + 16800 + 9000} = \frac{16125 + 15960 + 9270}{40800} = \frac{41355}{40800} = 1,014, \text{ или } 101,4\%.$$

Данный индекс показывает, что производительность труда в целом по фабрике возросла всего лишь на 1,4%, хотя по двум цехам она значительно возросла — соответственно на 7,5% в прядильном и на 3% в отделочном. Но в ткацком цехе она снизилась на 5%, и это повлияло на изменения производительности труда в целом по фабрике, так как в ткацком цехе отработано больше всего человеко-дней, которые в данном случае выступают в роли весов.

Задача 11.6. Имеются данные о численности работников и их заработной плате в объединении.

Организация	Численность работников, чел.		Заработная плата работника, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	1200	1230	15	20
2	3505	3482	22	23
3	1250	1260	10	12

1. Определите индивидуальные и общие индексы численности работников, уровня их оплаты по организациям и в целом по объединению.
2. Проанализируйте изменение общего фонда заработной платы по факторам.
3. Проанализируйте изменение средней заработной платы в объединении по факторам.

Решение.

1. Индивидуальные индексы:

численности работников по организациям:

1-я: $1230/1200 = 1,025$, или 102,5%,2-я: $3482/3505 = 0,993$, или 99,3%,3-я: $1260/1250 = 1,008$, или 100,8%;

численности работников в целом по объединению:

$$J_k = \frac{1230 + 3482 + 1260}{1200 + 3505 + 1250} = \frac{5972}{5955} = 1,003, \text{ или } 100,3\%;$$

заработной платы одного работника по организациям:

1-я: $i_3 = 20/15 = 1,333$, или 133,3%,2-я: $i_3 = 23/22 = 1,045$, или 104,5%,3-я: $i_3 = 12/10 = 1,200$, или 120,0%;

индекс средней заработной платы по объединению:

$$J_{\bar{z}} = \frac{20 \times 1230 + 23 \times 3482 + 12 \times 1260}{1230 + 3482 + 1260} \div \frac{15 \times 1200 + 22 \times 3505 + 10 \times 1250}{1200 + 3505 + 1250} =$$

$$= \frac{119\,806}{5972} \div \frac{107\,610}{5955} = \frac{20,061}{18,070} = 1,110, \text{ или } 111,0\%.$$

2. Индекс общего фонда заработной платы в целом по объединению:

$$J_{k\bar{z}} = \frac{20 \times 1230 + 23 \times 3482 + 12 \times 1260}{15 \times 1200 + 22 \times 3505 + 10 \times 1250} = \frac{24\,600 + 80\,086 + 15\,120}{18\,000 + 77\,110 + 12\,500} =$$

$$= \frac{119\,806}{107\,610} = 1,113, \text{ или } 111,3\%;$$

$$A = 119\,806 - 107\,610 = 12\,196 \text{ тыс. руб.}$$

а) Изменение общего фонда заработной платы за счет изменения общей численности работников:

$$J_k = \frac{5972}{5955} = 1,003, \text{ или } 100,3\%.$$

Общая численность работников в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом увеличилась всего лишь на 0,3%, или в абсолютном выражении на 17 чел., что привело к увеличению общего фонда заработной платы на $A_k = (5972 - 5955) \times 18,07 = 307$ тыс. руб.

б) Изменение общего фонда заработной платы за счет изменения структуры работников:

$$J_{\text{стр}} = \frac{15 \times 1230 + 22 \times 3482 + 10 \times 1260}{5972} : \frac{15 \times 1200 + 22 \times 3505 + 10 \times 1250}{5955} = \\ = \frac{107654}{5972} : \frac{107610}{5955} = \frac{18,026}{18,070} = 0,9975, \text{ или } 99,75\%.$$

В абсолютном выражении:

$$A_{\text{стр}} = (18,026 - 18,070) \times 5972 = -263 \text{ тыс. руб.}$$

в) Изменение общего фонда заработной платы за счет изменения заработной платы одного работника:

$$J_3 = \frac{119806}{107654} = 1,1129, \text{ или } 111,29\%.$$

В абсолютном выражении изменение общего фонда заработной платы за счет этого фактора составило:

$$A_3 = 119806 - 107654 = 12152 \text{ тыс. руб.};$$

$$1,113 = 1,003 \times 0,9975 \times 1,1129;$$

$$12196 = 307 + (-263) + 12152.$$

3. Изменение средней заработной платы по факторам:

$$J_3 = \frac{20,061}{18,070} = 1,110, \text{ или } 111,0\%.$$

В абсолютном выражении средняя заработная плата увеличилась на:

$$A_3 = 20,061 - 18,070 = 1,991 \text{ тыс. руб.}$$

а) Изменение средней заработной платы за счет изменения структуры работников:

$$J_{\text{стр}} = \frac{107654}{5972} : \frac{107610}{5955} = \frac{18,026}{18,070} = 0,9975, \text{ или } 99,75\%.$$

В абсолютном выражении средняя заработная плата за счет структуры работников снизилась на:

$$A_{\text{стр}} = 18,026 - 18,070 = -0,044 \text{ тыс. руб.}$$

б) Изменение средней заработной платы за счет изменения заработной платы одного работника в организациях:

$$J_3 = \frac{20,061}{18,070} = 1,110, \text{ или } 111,0\%.$$

В абсолютном выражении средняя заработная плата увеличилась на:

$$A_3 = 20,061 - 18,070 = 1,991 \text{ тыс. руб.}$$

Проверка:

$$1,11 = 0,9975 \times 1,1128;$$

$$1,991 = (-0,044) + 2,035.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 11.7. Вновь образованная фирма начала работать с 1 октября. Численность рабочих по списку составляла по дням: 1 октября — 100 чел., 2 октября — 120 чел. 12 октября поступило на работу еще 20 чел., 15 октября уволилось 3 чел., 20 октября поступило 5 чел., 25 октября поступило еще 10 чел., 26 октября уволился 1 чел. и до конца месяца больше изменений не было. Определите среднесписочное число рабочих за октябрь месяц.

Задача 11.8. Вновь образованная фирма начала работать 25 сентября. Численность рабочих по списку составила по дням: 25 сентября — 120 чел., 27 сентября — 140 чел., 28 сентября — 170 чел., 29 сентября — 180 чел. и 30 сентября — 184 чел. Определите среднесписочное число рабочих за сентябрь.

Задача 11.9. Рассчитайте среднесписочное число работников предприятия за I и II кварталы, за первое полугодие и за год в целом, если списочная численность работников на начало каждого месяца составляла:

на 1 января — 100 чел.;

на 1 февраля — 102 чел.;

на 1 марта — 108 чел.;

на 1 апреля — 110 чел.;

на 1 мая — 110 чел.;

на 1 июня — 114 чел.;

на 1 июля — 116 чел.

Задача 11.10. По данным, приведенным в таблице на с. 226, определите среднесписочное, средневзвешенное число работников и коэффициент использования списочного состава работников за ноябрь.

Число месяца	Состояло по списку, чел.	Явилось на работу, чел.	Число месяца	Состояло по списку, чел.	Явилось на работу, чел.
31 октября	120	—	17 ноября	124	120
3 ноября	122	120	18 ноября	126	124
4 ноября	121	120	19 ноября	132	125
5 ноября	120	115	20 ноября	126	122
6 ноября	128	121	21 ноября	132	129
10 ноября	129	128	24 ноября	134	133
11 ноября	128	120	25 ноября	138	128
12 ноября	125	123	26 ноября	140	128
13 ноября	129	123	27 ноября	142	140
14 ноября	129	124	28 ноября	138	132

Примечание. Выходные дни: 1, 2, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 22, 23, 29 и 30 ноября.

Задача 11.11. В таблице приведены данные о движении рабочих предприятия, чел.

Месяц	Состояло по списку	Принято за месяц	Выбыло за месяц	В том числе	
				по собственному желанию	уволено за нарушение дисциплины
Январь	1144	100	80	65	5
Февраль	1164	80	64	50	2
Март	1180	60	20	8	2

1. Определите среднесписочное число работников.
2. Определите коэффициенты оборота по приему, выбытию, текучести и работников предприятия.

Задача 11.12. На заводе 1 марта вышло на работу следующее число рабочих.

Цех	1-я смена	2-я смена	3-я смена	Всего
Литейный	220	200	20	440
Механический	300	350	50	700
Сборочный	380	320	300	1000

Определите коэффициент сменности по цехам и по заводу в целом.

Задача 11.13. Товарооборот магазина за отчетный период был равен 500 тыс. ден. ед., средняя численность работников магазина 5 чел. Индекс цен 1,1. Средний товарооборот на одного работника в базисном периоде 40 тыс. ден. ед.

Определите индекс производительности труда в неизменных ценах.

Задача 11.14. Имеются данные по АО, состоящему из двух предприятий.

Предприятие	Выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн ден. ед.		Отработано, тыс. чел.-дней	
	I-й квартал	II-й квартал	I-й квартал	II-й квартал
1	90	120	4,5	4,0
2	150	140	10,0	11,2

- Определите индексы производительности труда:
 - ♦ индивидуальные;
 - ♦ переменного состава;
 - ♦ фиксированного состава;
 - ♦ структурных сдвигов.
- Определите прирост выпуска продукции за счет изменения:
 - ♦ отработанного времени;
 - ♦ производительности труда.
- Сформулируйте выводы.

Задача 11.15. Имеются данные о выпуске продукции и об отработанном времени.

Предприятие	Выпуск продукции в сопоставимых ценах, тыс. ден. ед.		Отработано, тыс. чел.-дней	
	I-й квартал	II-й квартал	I-й квартал	II-й квартал
1	100	140	5,0	4,5
2	130	120	5,0	6,0

- Определите прирост выпуска продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет:
 - ♦ увеличения затрат труда;
 - ♦ роста производительности труда.
- Сформулируйте выводы.

Задача 11.16. В таблице приведены данные о производстве продукции швейной фабрики.

Пальто	Нормативная стоимость одного изделия, ден. ед.	Произведено, шт.		Отработано, тыс. чел.-ч	
		I-й квартал	II-й квартал	I-й квартал	II-й квартал
Женские	800	2800	3000	23330	24600
Для девочек	400	5000	6000	22500	25333

1. Вычислите индивидуальные индексы производительности труда.
2. Вычислите общие индексы производительности труда: через индивидуальные индексы производительности труда, трудовой (через трудоемкость).
3. Рассчитайте стоимостный индекс производительности труда.
4. Сравните трудовой и стоимостный индексы производительности труда, объясните причину их расхождения.

Задача 11.17. Имеются данные о выпуске продукции и среднесписочной численности двух предприятий, входящих в АО.

Предприятие	Базисный период		Отчетный период	
	выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн руб.	среднесписочное число работников, чел.	выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн руб.	среднесписочное число работников, чел.
1	12 300	3000	14 400	3200
2	30 000	5000	52 500	6500

1. Определите индексы производительности труда на каждом предприятии.
2. Определите общий индекс производительности труда в АО:
 - ♦ путем использования индивидуальных индексов производительности труда каждого предприятия;
 - ♦ по средней выработке продукции в расчете на одного работающего в АО. Объясните причину расхождения индексов, рассчитанных разными путями.
3. Определите влияние отдельных факторов на прирост выработки.
4. Сформулируйте выводы.

Задача 11.18. На текстильной фабрике в прядильном цехе производительность труда повысилась на 5%, в ткацком — снизилась на 4%.

В прядильном цехе отработано 14 300 чел.-дней, в ткацком — 15 800 чел.-дней.

1. Определите индекс производительности труда на фабрике в целом.
2. Объясните экономический смысл индекса производительности труда фиксированного состава.

Задача 11.19. В таблице приведены данные о распределении рабочих по квалификации.

Тарифные разряды	1	2	3	4	5	6
Число рабочих	150	360	510	275	40	25

1. Определите средний тарифный разряд рабочих.
2. Установите, насколько квалификация рабочих в среднем соответствует выполняемой ими работе, если нормативный средний тарифный разряд для данного вида работ составляет 2,8.
3. Сформулируйте выводы.

Задача 11.20. В таблице приведены данные о численности работников и фонде заработной платы персонала предприятия.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Среднесписочная численность персонала, чел.	500	550
Фонд заработной платы персонала, тыс. ден. ед.	250	300

1. Определите абсолютный перерасход фонда заработной платы.
2. Рассчитайте, в какой мере он вызван:
 - ♦ увеличением численности работников;
 - ♦ увеличением заработной платы в отчетном периоде по сравнению с базисным в расчете на одного работающего.
3. Сформулируйте выводы.

Задача 11.21. На основании данных, представленных в таблице:

Показатели	Планировалось	Фактически
Среднесписочная численность персонала, чел.	1000	1100
Фонд заработной платы персонала, тыс. ден. ед.	500	660

- определите перерасход фонда заработной платы фактически по сравнению с планом (в относительном и абсолютном выражении);
- рассчитайте, в какой мере он вызван превышением запланированной численности персонала, и в какой — превышением средней заработной платы на одного работающего;
- сформулируйте выводы.

Задача 11.22. Определите, на сколько процентов изменилась средняя списочная численность работников, если средняя заработная плата увеличилась на 10%, а общий фонд заработной платы сократился на 2%.

Задача 11.23. Определите, на сколько процентов изменилась средняя заработная плата, если фонд заработной платы увеличился на 8%, а среднегодовая численность работников увеличилась на 4%.

Задача 11.24. Определите, на сколько процентов изменилась средняя заработная плата, если численность работников осталась прежней, а индекс структуры сдвигов равен 1,02. Фонд заработной платы увеличился на 6%.

Задача 11.25. Определите, на сколько процентов изменилась заработная плата отдельных категорий работников, если средняя заработная плата по предприятию в целом увеличилась на 5%, а численность работников и их структура не изменились.

Глава 12

СТАТИСТИКА ОСНОВНОГО И ОБОРОТНОГО КАПИТАЛА

Капитал может быть представлен в трех форматах: производительный, денежный и товарный.

Часть производительного капитала носит название **основного капитала**, он многократно участвует в процессе производства и переносит свою стоимость на готовую продукцию частями, постепенно, в виде амортизационных отчислений. Другая часть производительного капитала полностью расходуется в процессе производства и всю стоимость переносит на готовый продукт — это **оборотный капитал**.

Денежный капитал авансируется на приобретение рабочей силы и средств производства.

Каждый вид основного капитала имеет определенное назначение и сферу применения. С точки зрения воспроизводства основной капитал может быть воспроизводимым и невоспроизводимым, а также материальным и нематериальным.

Основные средства по назначению делятся на производственные и непроизводственные. Производственные основные средства используются для выпуска конкретной продукции.

Непроизводственные основные средства — это социальная сфера, бытовое обслуживание.

В зависимости от конкретной роли в процессе производства основные производственные средства делятся на активную и пассивную часть.

Общий размер основных средств может быть определен только в денежном выражении.

Существует несколько видов оценок.

1. **Полная первоначальная стоимость** — фактическая стоимость объектов основных средств, включая затраты на доставку и монтаж. По этой стоимости основные фонды поступают на баланс предприятия.

Затраты на приобретение объектов основных средств, произведенные в разное время, обуславливают то, что одинаковые по своим потребительским свойствам объекты имеют неодинаковую первоначаль-

ную стоимость. Именно такая смешанная оценка представляет собой балансовую стоимость основных средств, которая не позволяет достоверно анализировать динамику их объема.

2. Полная восстановительная стоимость характеризует затраты на приобретение объекта в современных условиях по ныне действующим ценам. Она определяется в процессе переоценки основных средств, которая проводится по специальным решениям Правительства Российской Федерации.

Методы переоценки могут быть разными:

- непосредственная переоценка основных средств по современным ценам путем умножения их количества на современные цены;
- переоценка основных средств с использованием коэффициентов (индексов цен).

При переоценке основных средств одновременно проводят инвентаризацию, в результате которой списываются морально устаревшие основные средства и определяется их моральный и физический износ.

3. Первоначальная стоимость за вычетом износа (остаточная первоначальная стоимость) определяется как разность между полной первоначальной стоимостью и стоимостью износа.

4. Восстановительная стоимость за вычетом износа характеризует фактическую степень изношенности основных средств в современных условиях. Восстановительная стоимость за вычетом износа определяется путем умножения полной восстановительной стоимости, полученной в результате переоценки, на коэффициент износа.

Износ бывает физический и моральный.

Физический износ — это утрата потребительской стоимости основных средств.

Для зданий и сооружений он может быть рассчитан по формуле:

$$\bar{I} = \frac{\sum I_i d_i}{100},$$

где $\bar{I}$ — средний процент износа здания (сооружения); I_i — износ отдельных конструктивных элементов здания (сооружения); d_i — доля стоимости отдельного элемента в общей стоимости здания (сооружения), в %.

Средний износ машин и оборудования определяется отношением фактического срока службы к нормативному.

Моральный износ означает обесценение основного капитала вследствие появления более современного, более производительного оборудования.

Морально изношенное оборудование должно обновляться, таково требование научно-технического прогресса.

Средства на простое воспроизводство основного капитала накапливаются на основе амортизационных отчислений, которые входят в состав себестоимости продукции.

Годовая сумма амортизационных отчислений определяется по формуле:

$$A = \frac{П - Л}{T},$$

где A — годовая сумма амортизационных отчислений; $П$ — полная первоначальная стоимость основных средств; $Л$ — ликвидационная стоимость основных средств; T — срок службы (нормативный).

В России нормы амортизационных отчислений устанавливаются в законодательском порядке только на реновацию (полное восстановление), так как затраты на все виды ремонта относятся на текущие издержки производства.

Нормы амортизации дифференцируются по отдельным видам и группам основных средств. В целом же нормы амортизационных отчислений рассчитываются по формуле:

$$N = \frac{A}{П} \times 100\%,$$

где N — норма амортизационных отчислений; A — годовая сумма амортизационных отчислений; $П$ — полная первоначальная стоимость основных средств.

Показатели наличия, состояния, движения и использования основных средств

В течение года происходит движение основных средств, связанное с их поступлением и выбытием. Эти изменения отражаются в балансах основных средств, которые составляются по полной и по остаточной стоимости.

Для расчета ряда статистических показателей необходимо определить стоимость не только на начало или конец периода, но и среднюю годовую стоимость.

Средняя годовая стоимость основных средств может быть определена по средней арифметической простой и по средней хронологической.

На основе балансов можно рассчитать ряд показателей, характеризующих воспроизводство основных средств.

1. Показатели состояния основных средств:

$$\begin{aligned}\text{коэффициент износа} &= \frac{\text{сумма износа}}{\text{полная стоимость основных средств}}; \\ \text{коэффициент годности} &= \frac{\text{остаточная стоимость основных средств}}{\text{стоимость основных средств}}.\end{aligned}$$

2. Показатели движения основных средств:

$$\begin{aligned}\text{коэффициент поступления} &= \frac{\text{стоимость поступивших основных средств}}{\text{стоимость основных средств на конец года}}; \\ \text{коэффициент обновления} &= \frac{\text{стоимость новых поступивших основных средств}}{\text{стоимость основных средств на конец года}}; \\ \text{коэффициент выбытия} &= \frac{\text{стоимость всех выбывших основных средств}}{\text{стоимость основных средств на начало года}}; \\ \text{коэффициент ликвидации} &= \frac{\text{стоимость ликвидированных основных средств}}{\text{стоимость основных средств на начало года}}; \\ \text{коэффициент замены} &= \frac{\text{стоимость ликвидированных основных средств}}{\text{стоимость поступивших новых основных средств}}.\end{aligned}$$

Для характеристики использования основного капитала применяют систему показателей, которая включает обобщающие и частные показатели.

К общим показателям относится фондоотдача, которая определяется как отношение выпуска продукции к средней годовой стоимости основных средств:

$$O = \frac{Q}{C},$$

где O — уровень фондоотдачи; Q — объем произведенной продукции в стоимостном выражении; $\bar{C}$ — средняя годовая стоимость основных средств.

Однако этот показатель зависит от отдачи активной части основных средств и доли активной части в общей стоимости основных средств:

$$O_a = \frac{Q}{\bar{C}_a}; \quad d_a = \frac{\bar{C}_a}{\bar{C}}; \quad O = O_a \times d_a,$$

где O_a — отдача активной части основных средств; Q — выпуск продукции в стоимостном выражении; d_a — доля активной части в общей стоимости основных средств; $\bar{C}_a$ — средняя годовая стоимость активной части основных средств; $\bar{C}$ — средняя годовая стоимость основных средств.

Обратный фондоотдаче показатель называется фондоемкостью. Он рассчитывается по формуле:

$$\eta = \frac{\bar{C}}{Q}.$$

Этот показатель характеризует потребность в основном капитале в расчете на единицу производимой продукции и должен иметь тенденцию к снижению. Он отражает рост производительности труда и научно-технического прогресса в отраслях, производящих основные средства.

Наряду с обобщающими показателями использования основных средств рассчитывают и частные технико-экономические показатели, характеризующие использование оборудования по времени, мощности и выработке:

$$\begin{aligned} \text{коэффициент экстенсивной нагрузки} &= \frac{\text{время фактической работы оборудования}}{\text{максимально возможное время работы оборудования}} \\ \text{коэффициент интенсивной нагрузки} &= \frac{\text{фактическая мощность оборудования}}{\text{теоретическая, паспортная мощность оборудования}}; \\ \text{коэффициент интегральной нагрузки} &= \frac{\text{фактический выпуск продукции за время фактической работы оборудования}}{\text{максимально возможный выпуск продукции исходя из паспортной производительности и максимального времени работы оборудования}}. \end{aligned}$$

Коэффициент интегральной нагрузки может быть определен и как произведение коэффициентов экстенсивной и интенсивной нагрузки:

$$\text{коэффициент сменности} = \frac{\text{фактически отработанные машинно-смены за период}}{\text{фактически отработанные машинно-дни за период}}.$$

Этот показатель характеризует степень загрузки оборудования в течение дня, т. е. сколько смен работает оборудование в течение дня.

Показатели капитальных вложений

Для успешного функционирования любого предприятия необходимо обеспечить воспроизводство основного капитала. Простое воспроизводство обеспечивается за счет амортизационных отчислений, расширенное — за счет прибыли и различных форм кредитов и займов (инвестиции в основной капитал).

К показателям, характеризующим целесообразность инвестиций в основной капитал, относятся:

1. **Норма прибыли** как отношение чистой прибыли к общему объему инвестиций, показывающее какая часть инвестиционных затрат возмещается ежегодно в течение определенного времени.
2. **Срок окупаемости** характеризует количество лет, необходимое для возмещения инвестиций.

В странах с развитой рыночной экономикой в качестве показателя, характеризующего эффективность инвестиций, используют показатель «чистый приведенный доход», который определяется как разность дисконтированных на один момент времени прибыли и капиталовложений.

Показатели использования оборотного капитала

К оборотному капиталу относятся:

1. Капитал в производстве:
 - ♦ производственные запасы (сырье, материалы и т. п.);
 - ♦ незавершенное производство;
 - ♦ готовая продукция;
 - ♦ прочие товарно-материальные ценности.
2. Капитал в обращении:
 - ♦ товары отгруженные;

- ◆ денежные средства;
- ◆ дебиторская задолженность;
- ◆ краткосрочные финансовые вложения.

Наличие оборотного капитала может быть рассчитано как на определенную дату, так и в среднем за период. Средняя величина остатков оборотного капитала может быть рассчитана по средней хронологической, если информация представлена на начало каждого месяца или квартала.

На практике часто расчет среднего остатка оборотного капитала рассчитывается по средней арифметической взвешенной, так как расчет налогооблагаемой базы при определении налога на имущество ведется за квартал, полугодие, десять месяцев и за год в целом, т. е. неравные интервалы времени.

Кроме показателей наличия оборотного капитала рассчитываются показатели:

$$\text{коэффициент оборачиваемости оборотных средств} = \frac{\text{стоимость реализованной продукции за период}}{\text{средний остаток оборотного капитала за этот же период}}$$

$$\text{средняя продолжительность одного оборота в днях} = \frac{\text{продолжительность периода, за который определяется показатель}}{\text{коэффициент оборачиваемости оборотных средств}};$$

при расчете этого показателя принято считать продолжительность месяца — 30 дней, квартала — 90 дней, года — 360 дней;

$$\text{коэффициент закрепления оборотного капитала} = \frac{\text{средний остаток оборотного капитала за период}}{\text{стоимость реализованной продукции за этот же период}}$$

Потребность предприятия в оборотном капитале рассчитывается на основе коэффициента закрепления оборотного капитала и планируемого объема реализации продукции путем перемножения этих показателей.

Решение типовых задач

Задача 12.1. Наличие основных средств предприятия по полной балансовой стоимости составляют (млн руб.):

на 1 января отчетного года — 60,0;

на 1 апреля отчетного года — 62,3;
 на 1 июля отчетного года — 64,2;
 на 1 октября отчетного года — 66,3;
 на 1 января следующего года — 66,6.

Определите среднегодовую стоимость основных средств.

Решение.

Для расчета средней годовой стоимости основных средств используют формулу средней хронологической:

$$\bar{C} = \frac{0,5 \times 60,0 + 62,3 + 64,2 + 66,3 + 0,5 \times 66,5}{5 - 1} = 64,02 \text{ млн руб.}$$

Задача 12.2. На 1 января в фирме числилось 86 автомашин, 11 января поступили 2 новые автомашины, 25 марта поступило еще 3 автомашины, 15 апреля списаны 2 автомашины, 1 октября еще одна машина списана. Определите среднесписочное число автомашин за год.

Решение.

Периоды	Число дней в периоде	Число машин в периоде	Число машино-дней в периоде
01.01–10.01	10	86	860
11.01–24.03	73	88	6424
25.03–14.04	21	91	1911
15.04–30.09	169	88	14 945
01.10–31.12	92	87	8004
	365		32 144

Среднесписочное число автомашин будет равно:

$$32\,144 / 365 = 88.$$

Задача 12.3. Определите полную первоначальную стоимость основных средств фирмы, если известно, что годовая норма амортизации составляет 11%, а ежегодные амортизационные отчисления — 100 тыс. руб.

Решение.

Полную первоначальную стоимость можно определить из формулы:

$$N = \frac{A}{II} \times 100\%;$$

$$11 = \frac{100}{II} \times 100\%;$$

откуда

$$II = (100/11) \times 100 = 909 \text{ тыс. руб.}$$

Задача 12.4. Имеются следующие данные о движении основных средств фирмы в течение года, тыс. руб.

Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года — 2000,0. Сумма износа на начало года — 300,0. Стоимость поступивших средств — 500,0. Стоимость выбывших в силу ветхости и износа основных средств — 4,0. Полная первоначальная их стоимость — 120,0. Норма амортизации составила 8%.

1. Определите стоимость основных средств на конец года (полную и остаточную).
2. Определите коэффициент обновления, выбытия и износа основных средств.

Решение.

1. Полная первоначальная стоимость на конец года:

$$2000,0 + 500,0 - 120,0 = 2380 \text{ тыс. руб.}$$

Остаточная стоимость на конец года:

$$2000,0 - 300,0 + 500,0 - 4,0 - 2000 \times 0,08 = 2036 \text{ тыс. руб.}$$

2. Коэффициент обновления = $\frac{500}{2380} \times 100\% = 21\%$.

$$\text{Коэффициент выбытия} = \frac{120}{2000} \times 100\% = 6\%.$$

$$\text{Коэффициент износа на конец года} = \frac{2380 - 2036}{2380} \times 100\% = 14,4\%.$$

Задача 12.5. Имеются следующие данные.

Полная первоначальная стоимость основных производственных фондов на начало года — 2800 млн руб. За год введено в эксплуатацию новых фондов — 400 млн руб. Полная стоимость выбывших основных средств составляет 260 млн руб. Норма амортизации — 10%. Произведено продукции — 1900 млн руб. Среднесписочная численность работников — 850 чел. Площадь сельскохозяйственных угодий — 900 га.

Определите:

1. Полную стоимость основных средств на конец года.
2. Ежегодные амортизационные отчисления.

3. Показатели: обновления, выбытия, фондовооруженности труда, фондообеспеченности предприятия и эффективности использования основных средств.

Решение.

1. Полная стоимость основных средств на конец года:

$$2800 + 400 - 260 = 2940 \text{ млн руб.}$$

2. Ежегодные амортизационные отчисления определим на основании формулы:

$$N = \frac{A}{P} \times 100\%;$$

$$A = 2800 \times 0,1 = 280 \text{ млн руб.}$$

3. Коэффициент обновления = $\frac{400}{2940} \times 100\% = 13,6\%$.

$$\text{Коэффициент выбытия} = \frac{260}{2800} \times 100\% = 9,3\%.$$

$$\text{Фондовооруженность труда} = \frac{\text{среднегодовая стоимость основных фондов}}{\text{среднегодовая численность работников}}.$$

$$\text{Средняя годовая стоимость основных производственных фондов} = \frac{2800 + 2940}{2} = 2870 \text{ млн руб.}$$

$$\text{Фондовооруженность труда} = \frac{2870}{850} = 3,37 \text{ млн руб. на одного работника.}$$

$$\text{Фондообеспеченность предприятия} = \frac{\text{среднегодовая стоимость основных фондов}}{\text{площадь сельскохозяйственных угодий}}.$$

$$\text{Фондообеспеченность} = \frac{2870}{9000} \times 100 = 31,9 \text{ млн руб. на 100 га сельскохозяйственных угодий.}$$

Фондообеспеченность хозяйства рассчитывается в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий.

$$\text{Фондоотдача} = \frac{\text{объем продукции}}{\text{среднегодовая стоимость основных производственных фондов}}.$$

$$\text{Фондоотдача} = \frac{1900 \text{ млн руб.}}{2870 \text{ млн руб.}} = 0,66.$$

Это значит, что на 100 руб. основных производственных фондов произведено продукции на 66 руб.

Задача 12.6. Имеются данные об использовании автотранспорта в предприятии за год:

- число машин в наличии — 15;
- отработано за год машино-дней — 4800;
- пробег автомашины: общий — 600 тыс. км;
- в том числе с грузом — 420 тыс. км;
- средняя грузоподъемность машин — 2,8 т;
- перевезено грузов — 25 200 т;
- объем перевозок — 840 тыс. т/км.

Определите использование автопарка по времени, мощности, выработке; среднее расстояние перевозок.

Решение.

Использование автопарка по времени:

$$\begin{aligned} \text{Коэффициент экстенсивной нагрузки} &= \\ &= \frac{4800}{15 \times 365} \times 100\% = \frac{3800}{5475} \times 100\% = 87,7\%. \end{aligned}$$

Использование автопарка по мощности.

Сначала определим фактическую грузоподъемность как отношение объема перевозок на пробег с грузом:

$$\begin{aligned} \frac{840 \text{ тыс. т/км}}{420 \text{ тыс. т/км}} &= 2 \text{ т}; \\ \frac{2 \text{ т}}{2,8 \text{ т}} \times 100\% &= 71,4\%. \end{aligned}$$

Использование автопарка по выработке:

$$\frac{840}{2,8 \times 600} \times 100\% = \frac{840 \text{ тыс. т/км}}{1680 \text{ тыс. т/км}} \times 100\% = 50\%.$$

Среднее расстояние перевозок = 840 тыс. км / 25,2 тыс. км = 33 км.

Задача 12.7. Имеются данные об объеме продукции и среднегодовой стоимости основных производственных фондов предприятия.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Объем продукции, млн руб.	50	60
Средняя годовая стоимость основных производственных фондов, млн руб.	25	28

1. Определите фондоотдачу за оба периода.
2. Определите прирост объема продукции в абсолютном выражении за счет влияния отдельных факторов:
 - ♦ изменения объема основных производственных фондов;
 - ♦ изменения уровня фондоотдачи.

Решение.

1. Фондоотдача в базисном периоде — $(50/25) = 2,0$.
Фондоотдача в отчетном периоде — $(60/28) = 2,143$.
2. Прирост объема продукции — $(60 - 50) = 10$ млн руб.:
 - а) изменение объема продукции за счет изменения стоимости основных производственных фондов:
 $(28 - 25) \times 2,0 = 6$ млн руб.;
 - б) изменения объема продукции за счет изменения фондоотдачи:
 $(2,143 - 2,0) \times 28 = 4,0$ млн руб.

Вывод: в большей степени прирост объема продукции обеспечен за счет увеличения стоимости основных производственных фондов, (т. е. экстенсивный путь), чем за счет более эффективного использования основных производственных фондов.

Задача 12.8. Имеются данные о наличии оборотного капитала на предприятии.

На начало отчетной даты	01.01	01.04	01.07	01.10	01.01 следующего года
Остаток оборотного капитала, тыс. руб.	1200	1400	1600	1900	2000

Определите средний годовой остаток оборотного капитала на предприятии.

Решение.

Средний годовой остаток оборотного капитала рассчитывают по средней хронологической:

$$\frac{\frac{1200}{2} + 1400 + 1600 + 1900 + \frac{2000}{2}}{5-1} = 1625 \text{ тыс. руб.}$$

Задача 12.9. Выручка от реализации продукции за год составила 600 млн руб., средний остаток оборотных средств составил 90 млн руб.

Определите:

1. Коэффициент оборачиваемости оборотных средств.
2. Среднюю продолжительность одного оборота.
3. Коэффициент закрепления оборотного капитала.
4. Необходимую потребность в оборотном капитале, если планируется объем реализованной продукции 700 млн руб.

Решение.

1. Коэффициент оборачиваемости оборотного капитала $= \frac{600}{90} = 6,7$ раз в год.
2. Средняя продолжительность одного оборота $= 360 / 6,7 = 53,4$, т. е. 53 дня.
3. Коэффициент закрепления оборотного капитала $= 90 / 600 = 0,15$.
4. Необходимая потребность в оборотном капитале $= 700 \times 0,15 = 105$ млн руб.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 12.10. Определите полную первоначальную стоимость и первоначальную за вычетом износа стоимости основных средств предприятия, тыс. руб.

Основные средства по первоначальной стоимости за вычетом износа на начало года — 35 200. Введено за год новых основных средств — 1440. Выбыло за год основных средств: по полной стоимости — 260; по первоначальной стоимости за вычетом износа — 190. Стоимость выполненного капитального ремонта — 40. Сумма износа на начало года 3900. Сумма амортизационных отчислений за отчетный год — 720.

Задача 12.11. Предприятие приобрело 10 станков, оптовая цена каждого станка 2500 руб. Стоимость доставки и монтажа всех станков составила 1500 руб. В следующем полугодии предприятие приобрело и установило еще 8 станков такой же конструкции, первоначальная стоимость которых составила 23 тыс. руб. Определите первоначальную и восстановительную стоимости всех станков, если инфляция составила 5%.

Задача 12.12. Определите полную первоначальную стоимость, и первоначальную стоимость за вычетом износа основных средств предприятия на конец года, тыс. руб.

Основные средства за вычетом износа на начало года	36 000
Введено за год новых основных средств	2400
Выбыло за отчетный год основных средств	–
по полной первоначальной стоимости	250
по первоначальной стоимости за вычетом износа	200
Стоимость выполненного капитального ремонта	50
Сумма износа на начало года	4000
Сумма амортизационных отчислений за год	800

Задача 12.13. Определить полную первоначальную стоимость основных средств предприятия, если известно, что годовая норма амортизации составляет 9%, а ежегодные амортизационные отчисления 250 тыс. руб.

Задача 12.14. Восстановительная стоимость основных средств за пятилетний период их эксплуатации составила в среднем 500 тыс. руб. Сумма затрат на модернизацию — 4 тыс. руб. Ликвидационная стоимость основных фондов — 2 тыс. руб. Определите ежегодные суммы и норму амортизации фондов.

Задача 12.15. Полная первоначальная стоимость основных средств составляет 4800 тыс. ден. ед., а коэффициент годности равен 90%. Восстановительная стоимость с учетом износа равна 3600 тыс. руб. Определите первоначальную стоимость с учетом износа и полную восстановительную стоимость основных средств.

Задача 12.16. Определите показатели, характеризующие движение основных производственных фондов, фондообеспеченность, фондовооруженность и использование фондов по следующим данным. На начало года стоимость основных производственных фондов составляла 98 млн руб. За год поступило фондов на 68 млн руб. в том числе новых на 64 млн руб. Выбыло в силу ветхости и износа фондов на 40 млн руб. Площадь сельскохозяйственных угодий составила 3500 га. Среднесписочная численность работников — 545 чел. Выпуск продукции на предприятии составил 48 млн руб.

Задача 12.17. Определите показатели, характеризующие движение основных фондов, фондообеспеченность, фондовооруженность, фондотдачу и фондоемкость по следующим данным.

В предприятие за год поступило основных производственных фондов на 68 млн руб., а на начало года их было на сумму 100 млн руб. За год

выбыло фондов на сумму 6 млн руб., в том числе на 3 млн руб. с износом 10%. Площадь сельскохозяйственных угодий 3010 га. Число работников в среднем за год 510 чел. Выпуск продукции составил 60 млн руб.

Задача 12.18. Имеются следующие данные о движении основных средств в течение года, млн руб. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года 1720,0. Сумма износа на начало года 260,0. Стоимость капитального ремонта за год 56,0. Введено в эксплуатацию новых основных производственных фондов 420,0. Выбыло в силу ветхости и износа 4,0, полная первоначальная их стоимость 144,0, норма амортизации 8%.

1. Определите стоимость основных средств фирмы на конец года по полной стоимости и по остаточной стоимости.
2. Исчислите коэффициенты обновления, выбытия основных средств и фондоотдачу, если выпуск продукции в фирме составил 1200,0 тыс. руб.
3. Сформулируйте выводы.

Задача 12.19. Имеются следующие данные.

Производственные основные фонды по полной стоимости на начало года составили 2500 млн руб. За год введено в эксплуатацию 300 млн руб. Полная стоимость выбывших фондов 240 млн руб. Норма амортизации составила 10%. Произведено продукции на 990 млн руб. Среднесписочная численность работников 700 чел. Площадь сельскохозяйственных угодий 9800 га.

1. Определите полную стоимость основных производственных фондов на конец года.
2. Исчислите сумму ежегодных амортизационных отчислений.
3. Рассчитайте показатели: обновления, выбытия и эффективности использования основных производственных фондов.
4. Рассчитайте показатели фондообеспеченности и фондовооруженности труда.
5. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 12.20. Имеются следующие данные:

Показатели	Периоды	
	базисный	отчетный
Выпуск продукции, млн руб. (в сопоставимых ценах)	240	380
Стоимость основных производственных фондов (среднегодовая) млн руб.	300	400

1. Определите показатели использования основных производственных фондов за оба периода и их изменение в относительном выражении.
2. Исчислите прирост продукции в абсолютном выражении и изменение в относительном выражении.
3. Определите изменение стоимости основных производственных фондов в абсолютном и относительном выражении.
4. Составьте систему индексов для анализа изменения выпуска продукции за счет изменения стоимости основных производственных фондов и их использования.
5. Проанализируйте прирост продукции в абсолютном выражении за счет факторов, влияющих на этот прирост.
6. Сформулируйте выводы.

Задача 12.21. Имеются следующие данные:

Показатели	Периоды	
	базисный	отчетный
Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн руб.	100	120
Стоимость валового выпуска продукции в сопоставимых ценах, млн руб.	40	45

1. Определите объем дополнительной продукции, полученной в отчетном периоде в результате увеличения стоимости фондов и изменения их использования.
2. Сформулируйте выводы.

Задача 12.22. Имеются следующие данные по двум предприятиям:

Показатели	Предприятие №1	Предприятие №2
Выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн ден. ед.	20	22
Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн ден. ед.	22	26
Среднесписочная численность работников, чел.	160	220

1. Определите по каждому предприятию показатели использования основных производственных средств (фондоотдачу) и сравните их.

2. Исчислите показатели фондовооруженности и труда и сравните их.
3. Определите дополнительный выпуск продукции у второго предприятия и разложите его на составляющие за счет различия в стоимости основных производственных фондов и их использовании.
4. Сформулируйте выводы.

Задача 12.23. На предприятии на начало года основные производственные фонды составляли 260 млн руб. Стоит задача увеличить выпуск продукции на 5%. Темп роста фондоемкости составит 102%.

1. Определите, на какую сумму необходимо увеличить стоимость основных производственных фондов.
2. Сформулируйте выводы.

Задача 12.24. На 1 января на предприятии числилось 85 автомашин. 11 января поступили две новые автомашины, 25 марта поступили еще три, 15 апреля списаны три автомашины, пришедшие в негодность, 1 октября была списана еще одна автомашина, далее до конца года никаких изменений не было.

Определите среднесписочное число автомашин за год на данном предприятии.

Задача 12.25. Определите показатели использования автотранспорта на предприятии за год по следующим данным:

- число машино-дней в наличии — 4500;
- число машино-дней в работе — 3800;
- общий пробег автомашин — 600 тыс. км;
- в том числе пробег с грузом — 390 тыс. км;
- нормативная грузоподъемность — 3 т;
- количество перевезенных грузов — 25600 т;
- общий объем перевозок — 800 тыс. т/км.

Задача 12.26. Имеются следующие данные:

- число машино-дней в хозяйстве — 5400;
- отработано машино-дней за год — 4900;
- машино-дни в плановом ремонте — 206;
- общий пробег — 40 тыс. км;
- в том числе пробег с грузом — 260 тыс. км;
- перевезено грузов — 18600 т;
- общий объем перевозок — 550 тыс. т/км.

1. Определите показатели использования автотранспорта в данном хозяйстве:
 - ◆ коэффициент использования машин по времени;
 - ◆ показатель использования пробега;
 - ◆ коэффициент использования машин по грузоподъемности;
 - ◆ среднее расстояние перевозки грузов;
 - ◆ коэффициент использования машин по выработке.
2. Сформулируйте выводы.

Задача 12.27. Произведите анализ использования грузового автопарка за год по следующим данным:

1. Число машино-дней пребывания в хозяйстве — 4315.
2. Отработано машино-дней за год — 3854.
3. Средняя грузоподъемность автомобиля — 3,8 т.
4. Перевезено грузов за год — 10 560 т.
5. Общий пробег автомобилей — 282 тыс. км.

Задача 12.28. Вычислите показатели использования автотранспорта на предприятии за год на основании следующих данных:

1. Число машин — 12.
2. Отработано ими за год машино-дней — 3650.
3. Общий пробег автомобилей — 500 тыс. км, в том числе пробег с грузом — 400 тыс. км.
4. Средняя грузоподъемность машины — 2,9 т.
5. Количество перевезенных грузов — 26 000 т.
6. Объем выполненных работ — 800 тыс. т/км.

Задача 12.29. Вычислите показатели использования автотранспорта в хозяйстве за год на основании следующих данных:

1. Число машин в хозяйстве — 15.
2. Отработано ими машино-дней — 4650.
3. Общий пробег автомашин — 600 тыс. км., в том числе пробег с грузом — 380 тыс. км.
4. Количество перевезенных грузов — 27 200 т.
5. Средняя грузоподъемность — 3,8 т.
6. Объем выполненных работ — 780 тыс. т/км.

Задача 12.30. В базисном году среднегодовая стоимость основных производственных фондов предприятия составляла 100 млн руб., в том числе стоимость машин и оборудования — 40 млн руб.

В отчетном периоде средняя стоимость основных производственных фондов возросла по сравнению с базисным периодом на 10%, и выпуск объема продукции увеличился на 15%. За этот же период удельный вес активной части основных фондов возрос на 1%.

1. Определите удельный вес активной части основных фондов в базисном году.
2. Определите фондоотдачу активной части основных фондов в отчетном году.
3. Определите как изменилась фондоотдача активной части основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.

Задача 12.31. Валовой оборот предприятия за отчетный период составил 600 тыс. руб. Известно, что из выработанных за отчетный период полуфабрикатов на сумму 300 тыс. руб. было реализовано на сумму 50 тыс. руб. и оставлено для переработки в следующем периоде на 80 тыс. руб. Сырье заказчика, не оплаченное предприятием, в составе выпущенной продукции составило 10 тыс. руб., остатки незавершенного производства на начало отчетного периода составили 60 тыс. руб., на конец года — 90 тыс. руб. Требуется определить отгруженную продукцию предприятия за отчетный период.

Глава 13

СТАТИСТИКА ИЗДЕРЖЕК ПРОИЗВОДСТВА И ОБРАЩЕНИЯ НА ПРЕДПРИЯТИИ

Деятельность любого предприятия связана с определенными издержками (затратами) производства, которые отражают, сколько и каких ресурсов было использовано.

Совокупность затрат в денежном выражении в расчете на единицу продукции (работ и услуг) называется себестоимостью.

Существуют два показателя себестоимости:

- производственная, отражающая затраты, связанные с производством;
- полная (коммерческая), учитывающая также издержки, связанные с реализацией продукции.

Различают себестоимость конкретного вида продукции и среднюю себестоимость однородной продукции.

Издержки могут быть прямые и косвенные. Прямые непосредственно связанные с производством. Косвенные — это издержки, которые прямо не могут быть отнесены на тот или иной вид продукции, так как касаются нескольких видов продукции, — это расходы на отопление, освещение, административно-управленческие и т. д.

В соответствии с принятой классификацией расходы подразделяются по экономическим элементам и калькуляционным статьям.

Затраты, образующие себестоимость, включают следующие экономические элементы:

- затраты на оплату труда;
- отчисления на социальные нужды;
- амортизация основных средств;
- прочие затраты.

Содержание статей калькуляции зависит от особенностей производства.

Важное значение имеет связь затрат с объемом производства, и по этому признаку выделяют переменные и условно-постоянные издержки.

Общая сумма переменных затрат варьируется прямо пропорционально изменению объема производства.

Условно-постоянные зависят не от объема производства, а от управленческих решений. При увеличении объема производства постоянные затраты на единицу продукции будут снижаться, и это один из факторов снижения себестоимости продукции.

Одними из важнейших задач статистики являются изучение динамики и выполнение плана себестоимости продукции (работ и услуг).

Для этого вычисляют индивидуальные и общие индексы.

Индивидуальные индексы:

$$i = \frac{c_1}{c_0},$$

где c_1 и c_0 — себестоимость продукции в базисном и отчетном периоде.

Изменение себестоимости однородной продукции или отдельного вида продукции в группе предприятий характеризуется индексом средней себестоимости:

$$J_v = \frac{\sum Q_1 c_1}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_0 c_0}{\sum Q_0} = \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_0}.$$

На среднюю себестоимость продукции оказывает влияние не только динамика себестоимости на каждом отдельном предприятии, но и развитие межхозяйственной структуры производства, т. е. изменения в размещении производства.

1. Изменение средней себестоимости за счет изменения размещения производства:

$$J_{(стр)} = \frac{\sum Q_1 c_0}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_0 c_0}{\sum Q_0} = \frac{\bar{c}_{усл}}{\bar{c}_0}.$$

2. Изменение средней себестоимости за счет изменения себестоимости на отдельных предприятиях:

$$J_c = \frac{\sum Q_1 c_1}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_1 c_0}{\sum Q_1} = \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_{усл}} = \frac{\sum Q_1 c_1}{\sum Q_1 c_0}.$$

Этот индекс отражает и изменение себестоимости продукции в целом по предприятию, производящему разнородную продукцию, так как в нем сопоставляются затраты отчетного периода с условными затратами, которые могут быть получены при объеме продукции отчетного периода, но при условии, что себестоимость всех видов продукции осталась на уровне базисного периода.

Общая сумма затрат изменяется и под влиянием изменения объема произведенной продукции.

Система индексов для анализа изменения общей суммы затрат следующая:

$$J_{\text{затр}} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_0 C_0}; A_{\text{затр}} = \sum Q_1 C_1 - \sum Q_0 C_0.$$

1. Изменение общей суммы затрат за счет изменения объема продукции:

$$J_{(Q)} = \frac{\sum Q_1 C_0}{\sum Q_0 C_0}; A_{(Q)} = \sum Q_1 C_0 - \sum Q_0 C_0.$$

2. Изменение общей суммы затрат за счет изменения себестоимости продукции:

$$J_{(c)} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_1 C_0}; A_{(Q)} = \sum Q_1 C_1 - \sum Q_1 C_0;$$

$$J_{\text{затр}} = J_{(Q)} \times J_{(c)}; A_{\text{затр}} = A_{(Q)} + A_{(c)}.$$

Решение типовых задач

Задача 13.1. По промышленному предприятию имеются следующие сведения о себестоимости продукции:

Вид продукции	Объем продукции, тыс. ед.		Себестоимость ед. продукции, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	400	420	6,0	5,5
Б	200	220	6,1	6,0

1. Определите индивидуальные индексы себестоимости.
2. Определите общий индекс затрат.
3. Определите изменение затрат за счет:
 - ♦ объема продукции;
 - ♦ себестоимости продукции.

Решение.

1. Индивидуальные индексы себестоимости:

а) продукции А $i_c = 5,5/6,0 = 0,916$, или 91,6%, т. е. себестоимость продукции А снизилась в отчетном периоде по сравнению с базисным на 8,4%;

б) продукции Б $i_c = 6,0/6,1 = 0,984$, или 98,4%, себестоимость продукции Б снизилась на 1,6%.

2. Общий индекс затрат:

$$J_{\text{затр}} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_0 C_0} = \frac{420 \times 5,5 + 220 \times 6,0}{400 \times 6,0 + 200 \times 6,1} = \frac{2310 + 1320}{2400 + 1220} = \frac{3630}{3620} = 1,003;$$

$$A_{\text{затр}} = 3630 - 3620 = 10 \text{ тыс. руб.}$$

3. Изменение общей суммы затрат за счет:

а) изменения объема продукции:

$$J_{(Q)} = \frac{\sum Q_1 C_0}{\sum Q_0 C_0} = \frac{420 \times 6,0 + 220 \times 6,1}{400 \times 6,0 + 200 \times 6,1} = \frac{2520 + 1342}{2400 + 1220} = \frac{3862}{3620} = 1,067;$$

$$A_{(Q)} = 3862 - 3620 = 242 \text{ тыс. руб.};$$

б) изменения себестоимости продукции:

$$J_{(C)} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_1 C_0} = \frac{3630}{3862} = 0,939;$$

$$A_{(C)} = 3630 - 3862 = -232 \text{ тыс. руб.}$$

Задача 13.2. Имеется информация о количестве продукции и ее себестоимости по группе предприятий.

Пред- приятие	Количество продукции, тыс. шт.		Себестоимость 1 шт., ден. ед.		Общая сумма затрат на производ- ство всего объема продукции, тыс. ден. ед.		
	Q_0	Q_1	C_0	C_1	$Q_0 C_0$	$Q_1 C_0$	$Q_1 C_1$
1	8	12	50	40	400	600	480
2	3	2	85	90	255	170	180
3	15	24	44	40	660	1056	960
Итого	26	38			1315	1826	1620

1. Определите общую сумму затрат и среднюю себестоимость по группе предприятий.

2. Проанализируйте изменение средней себестоимости продукции за счет факторов:

- ♦ изменения в размещении производства;
- ♦ изменения себестоимости на каждом предприятии.

Решение.

1. Общая сумма затрат на производство определяется как произведение количества продукции на ее себестоимость по каждому

предприятию, а затем суммированием этих затрат по предприятиям в целом. Такие расчеты уже представлены в таблице.

Средняя себестоимость определена как отношение общей суммы затрат на общее количество продукции:

$$\bar{C}_0 = \frac{1315}{26} = 51; \quad \bar{C}_1 = \frac{1620}{38} = 43.$$

Индекс средней себестоимости равен:

$$J_{\bar{C}} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_0 C_0}{\sum Q_0} = \frac{43}{51} = 0,843;$$

$$A_{\bar{C}} = 43 - 51 = -8 \text{ ден. ед.}$$

Это значит, что средняя себестоимость 1 шт. продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом снизилась на 15,7%, или на 8 ден. ед. за 1 шт.

2. Определим влияние на среднюю себестоимость изменения в размещении производства:

$$J_{\bar{C}(\text{стр})} = \frac{\sum Q_1 C_0}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_0 C_0}{\sum Q_0} = \frac{1826}{38} : \frac{1315}{26} = \frac{48}{51} = 0,941.$$

Средняя себестоимость снизилась за счет изменений в размещении производства на 5,9%, или на 3 ден. ед. за 1 шт.

$$A_{\bar{C}(\text{стр})} = 43 - 51 = -3 \text{ ден. ед.}$$

Определим влияние на среднюю себестоимость изменения себестоимости на отдельных предприятиях:

$$J_{\bar{C}(\text{с})} = \frac{\sum Q_1 C_1}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_1 C_0}{\sum Q_1} = \frac{43}{48} = 0,896;$$

$$A_{\bar{C}(\text{с})} = 43 - 48 = -5 \text{ ден. ед.}$$

Средняя себестоимость снизилась на 10,4%, или на 5 ден. ед. за 1 шт., за счет изменения себестоимости в отдельных предприятиях.

Проверка:

$$J_{\bar{C}} = J_{\bar{C}(\text{стр})} \times J_{\bar{C}(\text{с})}; \quad 0,843 = 0,941 \times 0,896;$$

$$A_{\bar{C}} = A_{\bar{C}(\text{стр})} + A_{\bar{C}(\text{с})}; \quad -8 = (-3) + (-5).$$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 13.3. По промышленному предприятию имеются сведения о количестве, себестоимости и цене продукции.

Вид продук- ции	Выход продукции, тыс. шт.			Себестоимость ед. продукции, тыс. руб.			Цена ед. продукции, тыс. руб.		
	базис- ный период	отчетный период		базис- ный период	отчетный период		базис- ный период	отчетный период	
		План	Факт		План	Факт		План	Факт
А	410	420	430	6,0	5,8	5,6	6,9	6,8	6,5
Б	320	325	330	6,1	5,9	5,7	6,8	6,7	6,6
В	205	210	215	8,1	8,0	8,1	8,8	8,9	9,1

1. Определите в целом по предприятию общую сумму издержек производства в базисный период, по плану и фактически в отчетный период.
2. Рассчитайте уровень затрат на 1 руб. объема продукции в базисном, отчетном и плановом периодах.
3. Определите влияние на изменение общей суммы затрат:
 - ♦ изменения выхода продукции;
 - ♦ себестоимости единицы продукции в относительном и абсолютном выражении в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом и планом.
4. Найдите влияние на изменение уровня затрат на 1 руб. продукции (в относительном и абсолютном выражении):
 - ♦ изменений в себестоимости и продукции;
 - ♦ изменений в ценах;
 - ♦ изменений в структуре производственной продукции.
5. Сформулируйте выводы.

Задача 13.4. В таблице представлены данные по двум предприятиям.

Предприятие	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции, ед.	общая сумма затрат, тыс. руб.	произведено продукции, ед.	общая сумма затрат, тыс. руб.
1	200	500	300	600
2	220	540	210	560

1. Определите себестоимость единицы продукции на каждом предприятии.
2. Найдите индивидуальные индексы себестоимости единицы продукции.
3. Общие индексы себестоимости:
 - ◆ переменного состава;
 - ◆ постоянного состава;
 - ◆ структурных сдвигов.
4. Установите взаимосвязь между рассчитанными индексами.
5. Сформулируйте выводы.

Задача 13.5. По хозяйству известны следующие данные о продукции и издержках:

Вид продукции	Количество, т		Издержки, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Зерно	200	250	890	1000
Картофель	50	60	420	495
Молоко	30	40	605	860

1. Вычислите индивидуальные индексы себестоимости.
2. Рассчитайте общий индекс себестоимости в целом по всей продукции, а также абсолютную величину экономии по сравнению с базисным.
3. Проанализируйте изменение общих издержек в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет изменения количества продукции и себестоимости отдельных видов продукции.
4. Сформулируйте выводы.

Задача 13.6. На основании данных, приведенных в таблице на с. 257, произведите оценку изменения издержек производства по группе хозяйств в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет изменения:

- общего объема продукции;
- в размещении производства;
- себестоимости в каждом отдельном хозяйстве.

Хозяйство	Базисный период		Отчетный период	
	количество зерна, т	издержки, тыс. руб.	количество зерна, т	издержки, тыс. руб.
1	120	720	200	1800
2	100	700	160	1120
3	80	480	60	300

Задача 13.7. На основании данных, приведенных в таблице:

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Урожайность ц/га	20	18
Затраты на 1 га, тыс. ден. ед.	800,0	900,0
Себестоимость 1 т, тыс. ден. ед.		

1. Рассчитайте себестоимость зерна.
2. Установите зависимость себестоимости 1 т зерна от урожайности и затрат на 1 га посева зерновых в относительном и абсолютном выражении.
3. Сформулируйте выводы.

Глава 14

СТАТИСТИКА ФИНАНСОВ ПРЕДПРИЯТИЙ

На вновь организованных предприятиях источником финансирования является уставной капитал — это первоначально вложенные средства основного и оборотного капитала, зафиксированные в юридических документах, как в виде денежной, так и неденежной формы (имущество, оборудование, техника, материалы и т. д.).

Уставный капитал может быть увеличен дополнительными взносами в него или за счет получения прибыли.

Прибыль предприятия — это разность между доходами и расходами.

В статистике финансов предприятия рассчитывают:

- балансовую прибыль (прибыль от всех видов деятельности);
- прибыль от реализации продукции (разность между выручкой от продажи продукции и затратами на производство и реализацию, включаемыми в себестоимость продукции);
- чистую прибыль — это прибыль за вычетом платежей по налогам в бюджет и других расходов, которые нельзя отнести на себестоимость продукции.

Чистая прибыль распределяется по направлениям ее использования. В малых предприятиях — без формирования фондов. В других предприятиях формируют фонды: накопления, потребления и социальной сферы.

Показатель прибыли выражает абсолютный эффект деятельности предприятия.

Для характеристики эффективности ресурсов и затрат используются показатели рентабельности:

- общая рентабельность характеризует отношение общей балансовой прибыли и среднегодовой стоимости основных производственных и оборотных средств;
- рентабельность реализованной продукции отражает эффективность текущих затрат — это отношение прибыли от реализации продукции к затратам на реализованную продукцию;

- рентабельность, характеризующая прибыль, приходящуюся на рубль реализованной продукции (т. е. отношение прибыли к выручке);
- рентабельность основного капитала характеризует эффективность основного капитала (отношение прибыли к среднегодовой стоимости основного капитала);
- рентабельность собственного капитала (отношение прибыли к собственному капиталу);
- рентабельность собственного и заемного капитала (отношение прибыли к собственному и заемному капиталу);
- рентабельность текущих активов (отношение чистой прибыли к средней величине текущих активов).

В рыночной экономике важное значение имеет анализ финансовой устойчивости предприятия (способность предприятия своевременно из собственных средств возмещать затраты и расплачиваться по своим обязательствам, т. е. быть платежеспособным).

Для характеристики финансовой устойчивости предприятия рассматривают следующие показатели.

$$\text{Коэффициент автономии} = \frac{\text{собственные средства}}{\text{сумма всех источников финансовых ресурсов}}.$$

Если этот показатель больше 0,6, то предприятие в состоянии осуществить все платежи за счет собственных средств.

$$\text{Коэффициент финансовой устойчивости} = \frac{\text{заемные средства}}{\text{собственные средства}}$$

Оптимальным считается, когда он равен единице.

$$\text{Коэффициент абсолютной финансовой устойчивости} = \frac{\text{запасы и затраты}}{\text{собственные оборотные средства}}$$

Он должен быть меньше единицы.

$$\text{Коэффициент маневренности} = \frac{\text{собственные оборотные средства}}{\text{общая сумма средств}}.$$

Нормальным считается, если этот показатель больше 0,5.

$$\text{Запас финансовой прочности} = \frac{\text{объем продаж} - \text{объем продаж в точке безубыточности}}{\text{объем продаж}}$$

Нормальной финансовая устойчивость предприятия считается тогда когда запасы и затраты составляют больше, чем собственные оборотные средства, но меньше, чем источники формирования запасов (собственные оборотные и заемные средства).

Неустойчивое финансовое положение наступает тогда, когда запасы и затраты превышают источники формирования запасов.

Финансовое положение становится критическим, когда предприятие не имеет собственных оборотных средств, имея при этом просроченную задолженность (предприятие-банкрот).

$$\text{Коэффициент общего покрытия} = \frac{\text{текущие активы}}{\text{текущие обязательства}}$$

Предприятие считается платежеспособным, если этот показатель больше 1,5–2,0.

$$\text{Коэффициент быстрой ликвидности} = \frac{\text{денежные средства} + \text{дебиторская задолженность}}{\text{текущие обязательства}}$$

Этот показатель должен быть больше 0,8–1,5.

$$\text{Коэффициент абсолютной ликвидности} = \frac{\text{наличие денежных средств}}{\text{текущие обязательства}}$$

Предприятие считается платежеспособным, если денежные средства (в кассе и на счетах) могут покрыть не менее 10–20% задолженности.

Решение типовых задач

Задача 14.1. Имеются следующие данные. Выручка от реализации продукции — 2800 тыс. руб. Затраты на реализацию продукции — 1700 тыс. руб. Расходы, связанные с основной деятельностью, — 800 тыс. руб. Расходы, не связанные с основной деятельностью, — 120 тыс. руб. Налоги — 65 тыс. руб.

Определите:

1. Валовую прибыль от реализации продукции.
2. Прибыль от основной деятельности.
3. Прибыль до уплаты налогов.
4. Чистую прибыль.

Решение.

1. Валовая прибыль от реализации продукции:

$$2800 - 1700 = 1100 \text{ тыс. руб.}$$

2. Прибыль от основной деятельности:

$$1100 - 800 = 300 \text{ тыс. руб.}$$

3. Прибыль до уплаты налогов:

$$300 - 120 = 180 \text{ тыс. руб.}$$

4. Чистая прибыль:

$$180 - 65 = 115 \text{ тыс. руб.}$$

Задача 14.2. В таблице представлены данные о количестве, ценах и себестоимости продукции.

Пред- приятие	Количество, тыс. шт.		Цена за 1 шт., руб.		Себестоимость 1 шт., руб.	
	Q_0	Q_1	P_0	P_1	C_0	C_1
А	120	160	80	82	78	81
Б	50	100	100	90	90	80
В	20	40	18	20	15	15

- Определите прибыль от реализации продукции в базисный и отчетный периоды.
- Проанализируйте изменение прибыли за счет факторов:
 - ♦ количества реализованной продукции;
 - ♦ ассортимента реализованной продукции;
 - ♦ цен реализованной продукции;
 - ♦ себестоимости реализованной продукции.
- Сформируйте соответствующие выводы.

Решение.

1. Прибыль в базисном периоде:

$$\begin{aligned} \sum Q_1(P_1 - C_1) &= 160 \times (82 - 81) + 100(90 - 80) + 40(20 - 15) = \\ &= 160 + 1000 + 200 = 1360 \text{ тыс. руб.}; \end{aligned}$$

$$J_{кр} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_1)}{\sum Q_0(P_0 - C_0)} = \frac{1360}{800} = 1,7, \text{ или } 170\%;$$

$$A_{кр} = 1360 - 800 = 560 \text{ тыс. руб.}$$

Прибыль увеличилась на 70%, что в абсолютном выражении составляет 560 тыс. руб.

2. Изменение прибыли за счет изменения количества и ассортимента вместе:

$$J_{(Q)} = \frac{\sum Q_1(P_0 - C_0)}{\sum Q_0(P_0 - C_0)} = \frac{160(80 - 78) + 100(100 - 90) + 40(18 - 15)}{120(80 - 78) + 50(100 - 90) + 20(18 - 15)} = \\ = \frac{1440}{800} = 1,8, \text{ или } 180\%.$$

Прибыль увеличилась на 80%, или, в абсолютном выражении, на 640 тыс. руб. (1440–800).

Теперь этот индекс следует разложить на два:

а) за счет изменения объема реализованной продукции:

$$J_{(v)} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} = \frac{160 \times 80 + 100 \times 100 + 40 \times 18}{120 \times 80 + 50 \times 100 + 20 \times 18} = \frac{23\,520}{14\,960} = 1,57, \text{ или } 157\%.$$

Это означает что объем реализованной продукции увеличивает-ся на 57%, значит, и прибыль возросла на столько же:

$$A_{(v)} = 800 \times 0,57 = 456 \text{ тыс. руб.};$$

б) за счет изменения ассортимента реализованной продукции:

$$J_{\text{стр}} = \frac{J_{(Q)}}{J_{(v)}} = \frac{1,8}{1,57} = 1,146, \text{ или } 114,6\%;$$

$$A_{(\text{стр})} = 640 - 456 = 184 \text{ тыс. руб.}$$

Изменение прибыли за счет изменения цен:

$$J_{(p)} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_0)}{\sum Q_1(P_0 - C_0)} = \frac{160(82 - 78) + 100(90 - 90) + 40(20 - 15)}{160(80 - 78) + 100(100 - 90) + 40(18 - 15)} = \\ = \frac{840}{1440} = 0,583, \text{ или } 58,3\%.$$

Изменение прибыли за счет изменения себестоимости продукции:

$$J_{(c)} = \frac{\sum Q_1(P_1 - C_1)}{\sum Q_1(P_1 - C_0)} = \frac{1360}{840} = 1,619, \text{ или } 161,9\%;$$

$$A_{(c)} = 1360 - 840 = 520 \text{ тыс. руб.}$$

Проверка:

$$1,7 = 1,8 \times 0,583 \times 1,619 \text{ или } 1,7 = 1,57 \times 1,146 \times 0,583 \times 1,619;$$

$$560 - 640 + (-600) + 520 \text{ или } 560 = 456 + 184 + (-600) + 520.$$

3. На изменение прибыли оказали негативное влияние цены, за счет их снижения предприятие недополучило прибыль на 600 тыс. руб.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 14.3. Имеются данные по акционерному обществу, тыс. руб.

№	Показатели	Базисный период	Отчетный период
1	Выручка от реализации продукции	700,0	800,0
2	Затраты на производство и реализацию продукции	300,0	400,0
3	Сальдо доходов и расходов от вне-реализационной деятельности	40,0	50,0
4	Налог на добавленную стоимость	130,0	150,0
5	Платежи в бюджет	90,0	95,0
6	Средняя за период стоимость собственного капитала	850,0	940,0
7	Средняя за период стоимость основных производственных фондов	740,0	930,0

1. Определите балансовую и чистую прибыль.
2. Проанализируйте изменение балансовой прибыли в относительном и абсолютном выражении.
3. Определите показатели рентабельности собственного капитала по балансовой прибыли и показатель рентабельности основных производственных фондов по чистой прибыли.

Задача 14.4. Имеются следующие данные по предприятию, тыс. руб.

№	Показатели	Базисный период	Отчетный период
1	Выручка от реализации продукции	300,0	350,0
2	Налог на добавленную стоимость	30,0	35,0
3	Затраты на производство и реализацию продукции	130,0	140,0
4	Сальдо доходов и расходов от вне-реализованной деятельности	2,0	3,0
5	Платежи в бюджет	14,0	17,0

1. Определите прибыль от реализации продукции и чистую прибыль.
2. Проанализируйте изменения прибыли от реализации продукции в относительно и абсолютном выражении.
3. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 14.5. По предприятию имеются следующие данные о реализации сельскохозяйственной продукции:

Вид продукции	Количество продукции, ц		Затраты на реализацию продукции, тыс. ден. ед.		Выручка от реализованной продукции, тыс. ден. ед.	
	план	факт	план	факт	план	факт
Зерно	7062	8862	303	390	740	806
Картофель	1280	1941	106	126	108	193
Молоко	2142	2128	492	490	538	557

1. Определите по каждому виду продукции и в целом по предприятию показатели прибыли и рентабельности запланированной и фактически достигнутой.
2. Проанализируйте изменение фактически достигнутой прибыли по сравнению с запланированной за счет изменения:
 - ◆ количества реализованной продукции;
 - ◆ структуры реализованной продукции;
 - ◆ цен;
 - ◆ себестоимости продукции в относительном и абсолютном выражении.
3. Установите взаимосвязь между рассчитанными индексами, а также изменение прибыли в абсолютном выражении по факторам.
4. Сформулируйте выводы.

Задача 14.6. Имеются следующие данные по предприятиям, тыс. руб.:

Предприятие	Прибыль от реализации продукции		Затраты на производство и реализацию продукции	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	100	60	120	70
2	80	50	90	60

1. Определите средний уровень рентабельности в каждом периоде.
2. Определите индекс среднего уровня рентабельности.
3. Проанализируйте индексным методом изменения среднего уровня рентабельности по факторам.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Глава 15

СТАТИСТИКА ЦЕН

Категория цен связана с функционированием товарно-денежных отношений. При помощи цен определяется, прогнозируется и анализируется эффективность производства. От уровня и динамики цен на товары зависит уровень жизни населения.

Цена выполняет учетную, стимулирующую и распределительную функции. При переходе к рыночной экономике цена выполняет функцию учета спроса и предложения.

Если спрос и предложение уравниваются, то устанавливается равновесная цена, которая устанавливается на рынке на короткое время. Через некоторое время она меняется. Равновесная цена заинтересовывает изготовителя в повышении качества и расширении ассортимента товаров.

Существуют *свободные цены* — это рыночные цены, складывающиеся под воздействием спроса и предложения. Они включают в себя налог на добавленную стоимость (НДС), а по некоторым товарам также сумму акциза по установленным ставкам.

Государственные цены — это цены, установленные государством на продукцию, товары и услуги, производство которых сосредоточено на предприятиях-монополистах; на ресурсы, а также на социально значимые товары и услуги.

Государственные цены подразделяются на:

- **фиксированные цены**, твердо установленные государством (тарифы на электроэнергию, коммунальные и бытовые нужды населения и т. п.);
- **регулируемые цены** — цены, устанавливаемые органами государственной власти на местах по соответствующей номенклатуре продукции;
- **предельные цены** — государственные цены товаров, ограниченные размерами (цены на лекарства, газ и др.). Они могут быть ниже предельного уровня, но не выше его.

В зависимости от обслуживаемой сферы цены подразделяются на:

- **оптовые цены** на товар, продаваемый крупными партиями. Они могут быть свободными и государственными;
- **закупочные цены** — это цены, применяемые при закупках государством на внутреннем рынке. Они дифференцируются в зависимости от качества продукции и географической сегментации рынка;
- **цены производителей** формируются как цена франко-станции отправления (без учета стоимости доставки продукции до потребителя и не включают налог на добавленную стоимость и доставки).

При изучении динамики цен используют индексный метод. Для характеристики пространственного или временного изменения цен рассчитывают агрегатные индексы цен:

- индекс Ласпейреса $J_p = \frac{\sum Q_0 P_1}{\sum Q_0 P_0}$;
- индекс Пааше $J_p = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0}$.

Система средних цен широко используется для сравнения цен на однородную продукцию:

$$J_p = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1} \div \frac{\sum Q_0 P_0}{\sum Q_0} = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0}.$$

Этот индекс характеризует не только влияние цен, но и структуру продукции:

$$J_{стр} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_1} \div \frac{\sum Q_0 P_0}{\sum Q_0} = \frac{\bar{P}_{усл}}{\bar{P}_0}.$$

Чтобы определить влияние цен на изменения средней цены на однородную продукцию, следует разделить индекс средней цены на индекс структурных сдвигов. Получим:

$$J_p = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0},$$

т. е. агрегатная форма индекса цен Пааше. Этот индекс называют индексом цен постоянного состава.

С помощью индексов цен осуществляется пересчет важнейших стоимостных показателей СНС из фактических цен в сопоставимые.

Индексы цен являются измерителем инфляции. Для характеристики динамики цен на потребительском рынке рассчитывается индекс потребительских цен, который измеряет общее изменение стоимости фиксированного набора потребительских товаров и услуг (потребительская корзина):

$$J_{\text{пц}} = \frac{\text{стоимость потребительской корзины базисного периода в текущем периоде}}{\text{стоимость потребительской корзины базисного периода в базисном периоде}}.$$

Индекс потребительских цен отражает уровень благосостояния населения. Его называют индексом стоимости жизни.

Индекс потребительских цен используется при расчетах индексов реальных доходов и реальной заработной платы:

$$J_{\text{реальн. дох}} = \frac{J_{\text{н. мин. дох. инд.}}}{J_{\text{пц}}};$$

$$J_{\text{реальн. зарп. пл}} = \frac{J_{\text{н. мин. зарп. инд.}}}{J_{\text{пц}}}.$$

Поскольку инфляция приводит к снижению покупательской способности денег, то рассчитывается индекс покупательской способности рубля:

$$J_{\text{ис}} = \frac{1}{J_p},$$

т. е. это индекс, обратный индексу цен и товаров на услуги.

Этот индекс применяется для измерения инфляции: показывает, во сколько раз обесценились деньги.

Статистика инфляции

Инфляция — это обесценение бумажных денег и безналичных денежных средств, сопровождающееся ростом цен на товары и услуги. Это категория, обозначающая снижение покупательской способности денег. Инфляция — неизбежный спутник рыночной экономики.

Открытая инфляция проявляется в различных формах:

- инфляция спроса (избыток спроса, за которым не успевает производство);
- инфляция издержек производства (рост издержек производства, рост заработной платы);

- структурная инфляция (вызываемая межотраслевой несбалансированностью).

Подавленная инфляция проявляется в товарном дефиците, развитии бартерных сделок, избытке денежной массы на руках и др.

Основным показателем динамики инфляции служит норма инфляции, которая показывает, на сколько процентов изменился уровень инфляции за данный период времени. Если годовая норма инфляции составляет менее 10% — это «ползучая» инфляция; 10–50% — «гало-пирующая» инфляция; наибольшую опасность представляет гиперинфляция, когда ежемесячный рост цен может достигать 50%, а годовой темп выражается четырехзначными числами. Этот вид инфляции дезорганизует экономическую жизнь в стране.

Решение типовых задач

Задача 15.1. Имеются следующие данные о поставках продукта А из отдельных регионов.

Регион	Объем поставок, тыс. шт.		Цена, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	700	450	100	102
2	200	250	95	97
3	100	450	97	98
Итого	1000	1150	–	–

1. Определите среднюю цену продукта А.
2. Определите индекс изменения средней цены продукта А.
3. Определите изменение средней цены продукта за счет изменения цен в регионах и изменения в структуре поставок.
4. Сформулируйте соответствующие выводы.

Решение.

1. Средняя цена продукта А.

В базисном периоде:

$$\bar{P}_0 = \frac{\sum Q_0 P_0}{\sum Q_0} = \frac{700 \times 100 + 200 \times 95 + 100 \times 97}{700 + 200 + 100} = 98,7 \text{ ден. ед.}$$

В отчетном периоде:

$$\bar{P}_0 = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1} = \frac{450 \times 102 + 250 \times 97 + 450 \times 98}{450 + 250 + 450} = 99,4 \text{ ден. ед.}$$

2. Индекс изменения средней цены продукта А:

$$J_{\bar{P}} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1} : \frac{\sum Q_0 P_0}{\sum Q_0} = \frac{99,4}{98,7} = 1,01.$$

Этот индекс можно рассчитать и по другой формуле:

$$J_{\bar{P}} = \frac{\sum d_1 P_1}{\sum d_0 P_0},$$

где d_0 и d_1 — структура поставок.

Для расчета структуры поставок и изменения цен построим вспомогательную таблицу.

Регион	Структура поставок, руб.		Индивидуальные индексы цен
	базисный период	отчетный период	
1	0,7	0,4	1,02
2	0,2	0,2	1,02
3	0,1	0,4	1,03
Итого	$\sum d_0 = 1$	$\sum d_1 = 1$	

$$J_{\bar{P}} = \frac{\sum d_1 p_1}{\sum d_0 p_0} = \frac{0,4 \times 102 + 0,2 \times 97 + 0,4 \times 98}{0,7 \times 100 + 0,2 \times 95 + 0,1 \times 97} =$$

$$= \frac{40,8 + 19,4 + 39,2}{70 + 19,0 + 9,7} = \frac{99,4}{98,7} = 1,01.$$

Средняя цена увеличилась на 1%.

3. Изменение средней цены продукта А за счет изменения в структуре поставок:

$$J_{\bar{P}(d)} = \frac{\sum d_1 p_0}{\sum d_0 p_0} = \frac{0,4 \times 100 + 0,2 \times 95 + 0,4 \times 97}{98,7} = \frac{97,6}{98,7} = 0,99.$$

Этот фактор снизил среднюю цену на 1%.

Изменение средней цены продукта А за счет изменений цен по регионам:

$$J_{\bar{P}(p)} = \frac{\sum d_1 p_1}{\sum d_1 p_0} = \frac{\sum d_1 i_p}{\sum d_1}, \text{ но } \sum d = 1, \text{ тогда } J_{\bar{P}(p)} = \sum d_1 i_p;$$

$$J_{\bar{p}(p)} = 0,4 \times 1,02 + 0,2 \times 1,02 + 0,4 \times 1,03 = 1,02.$$

Следовательно, средняя цена продукта увеличилась в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом за счет изменения цен по регионам на 2%.

Проверка:

$$J_{\bar{p}} = J_{\bar{p}(d)} \times J_{\bar{p}(p)} = 0,99 \times 1,02 = 1,01.$$

Задача 15.2. Себестоимость шампанского составляет 40 руб. Прибыль завода-изготовителя составляет 20% от себестоимости. Вино поступает в розничную сеть непосредственно с завода. Торговая надбавка составляет 25%.

1. Определите розничную цену шампанского.
2. Составьте структуру розничной цены.

Решение.

1. Прибыль завода составляет в абсолютном выражении:

$$40 \times 0,2 = 8 \text{ руб.}$$

Торговая надбавка составляет:

$$48 \times 0,25 = 12 \text{ руб.}$$

Розничная цена составит:

$$40 + 8 + 12 = 60 \text{ руб.}$$

2. Структура розничной цены:

а) прибыль составляет: $(8/60) \times 100 = 13,3\%$;

б) торговая надбавка: $(12/60) \times 100 = 20,0\%$;

в) себестоимость: $(40/60) \times 100 = 66,7\%$.

Задача 15.3. Себестоимость выпускаемой продукции равна 5 тыс. руб. за единицу, минимально-приемлемая рентабельность — 20%, ставка акциза — 20%.

Определите отпускную цену продукта.

Решение.

1. Минимальная прибыль:

$$5000 \times 0,2 = 1000 \text{ руб.}$$

2. Акциз составляет в абсолютном выражении:

$$6000 \times 0,2 = 1200 \text{ руб.}$$

3. Отпускная цена составляет:

$$5000 + 1200 + 1000 = 7200 \text{ руб.}$$

Задача 15.4. Себестоимость продукции равна 500 руб.; свободная отпускная цена с НДС составляет 820 руб.; прибыль — 20% к себестоимости.

Рассчитайте структуру свободной цены.

Решение.

1. Прибыль в абсолютном выражении:

$$500 \times 0,2 = 100 \text{ руб.}$$

2. НДС в абсолютном выражении составит:

$$820 - 500 - 100 = 220 \text{ руб.}$$

3. Структура свободной цены:

а) прибыль составляет $(100/820) \times 100 = 12,2\%$;

б) НДС составляет $(220/820) \times 100 = 26,8\%$;

в) себестоимость составляет $(100 - 12,2 - 26,8 = 61\%)$.

Задача 15.5. Предприятие выпускает продукцию, полные затраты составляют на единицу продукции 4200 руб. Наблюдается рост затрат на единицу продукции в условиях инфляции на 420 руб. Уровень прибыли в цене на единицу продукции составляет 25%.

1. Рассчитайте цену в текущем году.

2. Рассчитайте цену, которая бы полностью возмещала затраты предприятия и сохранила бы прибыль (на единицу продукции) в прежнем размере.

Решение.

1. Цена в текущем периоде составит:

♦ $4200 + 420 = 4620$ руб. — полные затраты;

♦ $4620 \times 0,25 = 1050$ руб. — прибыль в абсолютном выражении;

♦ $4620 + 1050 = 5670$ руб. — цена в текущем периоде.

2. Цена в текущем периоде, которая бы полностью возмещала затраты предприятия (возросшие в связи с инфляцией) и сохранила бы прибыль на единицу продукции в прежнем размере:

♦ $4620 \times 0,25 = 1155$ руб. — прибыль на единицу продукции;

♦ $4620 + 1155 = 5775$ руб. — цена, которая возмещает увеличиваемые затраты и обеспечивает тот же уровень прибыли в цене на единицу продукции.

Задача 15.6. По данным о ценах и производстве продукции требуется рассчитать индекс цен Ласпейреса и Пааше (табл. на с. 272).

Вид продукции	Базисный период		Отчетный период	
	цена за единицу, ден. ед.	произведено, тыс. шт.	цена за единицу, ден. ед.	произведено, тыс. шт.
А	500	2,5	800	1,8
Б	30	0,9	40	2,5
В	10	0,6	15	3,0

Решение.

Индекс цен Ласпейреса:

$$J_p = \frac{\sum Q_0 P_1}{\sum Q_0 P_0} = \frac{2,5 \times 800 + 0,9 \times 40 + 0,6 \times 15}{2,5 \times 500 + 0,9 \times 30 + 0,6 \times 10} = \frac{2000 + 36 + 9}{1250 + 27 + 6} = \frac{2045}{1283} = 1,59.$$

Индекс цен Паше:

$$J_p = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_1 P_0} = \frac{1,8 \times 800 + 2,5 \times 40 + 3,0 \times 15}{1,8 \times 500 + 2,5 \times 30 + 3,0 \times 10} = \frac{1440 + 100 + 45}{900 + 75 + 30} = \frac{1544}{1005} = 1,54.$$

Задачи для самостоятельной работы

Задачи 15.7–15.22. *Определите* свободную отпускную цену предприятия, розничную цену, структуру розничной цены, используя данные табл. 15.1 (по каждому из вариантов отдельно).

Задачи 15.23–15.38. *Определите* свободную отпускную цену изделия, прибыль предприятия от реализации товара, розничную цену товара, ее структуру, если товар поступает в торговую сеть через снабженческо-сбытовые и оптовые базы (по каждому из вариантов). Исходные данные приведены в табл. 15.2.

Задачи 15.39–15.54. *Определите* отпускную цену предприятия за одно изделие, цену франко-вагона станции назначения, франко-приобъектного склада. Используйте данные табл. 15.3 (по каждому из вариантов).

Задача 15.55. *Определите* структуру свободной отпускной цены изделия, реализуемого через розничную торговлю (по каждому из вариантов). Исходные данные приведены в табл. 15.4.

Таблица 15.3

Показатели	Варианты														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Себестоимость изделия, руб.	900	960	1010	1200	860	920	1000	1500	1550	1610	1320	1210	1350	910	860
Прибыль, %	25	20	12	19	21	18	14	15	29	30	18	25	20	20	22
Вес изделия	4,5	5,1	5,2	5,0	4,0	4,8	5,1	6,0	6,1	7,0	5,9	5,6	5,95	4,6	4,0
Тариф на															
автомобильные перевозки, руб./т км	6,1	6,2	6,3	7,0	8,0	6,4	5,9	5,8	6,5	6,6	7,4	8,1	8,2	5,5	5,3
железнодорожные перевозки, руб./т км	3,2	2,7	3,3	4,3	5,9	10,0	11,1	7,8	6,9	5,8	4,9	6,0	8,0	7,0	6,6
Расстояние от предприятия до станции отправления	22	16	25	10	8	15	9	14	16	30	25	24	18	19	20
Расстояние железнодорожных перевозок, км	210	240	300	400	520	370	480	350	410	290	280	290	300	400	500
Стоимость подачи вагонов, руб.	8,6	9,10	10	11	9,0	8,0	7,0	6,6	6,8	7,2	8,6	9,10	10,1	10,4	10,5
Стоимость погрузки, руб./т	4,6	5,2	5,3	5,5	4,6	4,5	3,5	4,0	5,0	6,0	7,0	8,5	8,0	9,0	9,5
Стоимость разгрузки, руб./т	4,0	5,0	5,0	6,0	4,0	4,0	3,0	4,5	6,2	7,2	7,0	7,5	7,6	8,2	9,0
Расстояние от станции назначения до склада, км	32	25	27	30	10	18	22	20	10	15	16	18	20	10	10

Таблица 15.4

Показатели	Варианты														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Полная себестоимость изделия, руб.	410	450	500	460	420	600	550	530	540	400	420	380	510	500	400
Свободная отпускная цена с НДС, руб.	660	700	750	720	680	840	810	790	800	650	680	580	780	750	650
Розничная цена	780	820	860	830	800	910	880	860	900	780	800	690	860	830	820

Глава 16

СТАТИСТИКА СТРАХОВАНИЯ

Страхование — защита человечества от последствий различных опасностей. В России страхование начало развиваться значительно позже, чем за рубежом. Принятый в 1992 г. Закон РФ № 4015-1 «О страховании» был первым законом в РФ, который регулировал страховое дело и создал правовую базу для успешного развития национального страхового рынка. Ныне он действует в редакции Федерального закона от 31 декабря 1997 г. № 157-ФЗ под названием «Об организации страхового дела в РФ».

В страховании обязательно наличие двух сторон: страховщика и страхователя. Обязательством страхователя является уплата страховщику страховых взносов, а страховщик обязан возместить убытки, возникшие в результате страхового случая. Страхование может осуществляться в обязательной и добровольной формах.

Обязательное страхование регулируется федеральными законами. Объектами обязательного страхования являются: жизнь, здоровье, имущество граждан и гражданская ответственность. Обязательно в нашей стране страхование пассажиров, нотариусов, лиц, занимающихся частной детективной и охранной деятельностью. За счет бюджетных средств осуществляется обязательное страхование военнослужащих, сотрудников милиции, налоговой инспекции, прокуроров, судей, спасателей, работников ядерных установок, космонавтов, депутатов, доноров и др.

Добровольное страхование. Оно всегда ограничено сроком и осуществляется только при уплате страховых взносов. Нарушение данного условия влечет за собой прекращение действия договора, т. е. страховой защиты.

Существенными особенностями страхования являются:

- отношения между страховщиком и страхователем имеют вероятностный характер, так как в их основе лежит страховой риск. Иначе говоря, вероятность наступления ущерба жизни, здоровью, имуществу страхователя в результате страхового случая. В зару-

бежной практике широко применяется страхование экономических рисков: коммерческих, техногенных, правовых, политических и рисков в финансово-кредитной сфере. Если нет риска — нет и потребности в страховании;

- возвратность средств. Средства, собранные для выплаты страхового возмещения возвращаются, но не каждому в отдельности, а только тем, которые пострадали в данный момент времени;
- ущерб, понесенный страхователями, раскладывается на всех участников страхования и представляет величину страхового платежа.

Страховщик и страхователь вступают во взаимодействие в условиях страхового рынка.

Страховой рынок — это особая социально-экономическая среда, где объектом купли-продажи выступает страховая защита, формируется спрос и предложения на нее.

Страхование делится на имущественное, личное, страхование ответственности, социальное страхование.

Имущественное страхование — это страхование материальных ценностей (строения, транспортные средства, продукция, материалы и др.). Оно осуществляется на случай пожара, аварий, хищений и др.

Личное страхование — объектом страхования выступают страховые отношения, связанные с жизнью, здоровьем, трудоспособностью и пенсионным обеспечением.

Страхование ответственности — объектом страхования выступает обязанность страхователя выполнять какие-либо договорные условия (по поставкам товаров, погашению кредита и др.) или обязанность страхователя по возмещению материального ущерба. При страховании эту роль берет на себя страхования компания.

Социальное страхование — страхование с целью материального обеспечения нетрудоспособности граждан в результате болезни, несчастного случая, рождения ребенка и др. Социальное страхование может быть государственным и негосударственным.

Показатели имущественного страхования

Показатели имущественного страхования делятся на 3 группы.

1. Абсолютные показатели:

- ♦ страховое поле ($N_{\max}$);
- ♦ общая численность застрахованных объектов (N);
- ♦ число страховых случаев (n_c);

- ♦ число пострадавших (n_n);
- ♦ страховая сумма пострадавших (S_n);
- ♦ сумма выплат страхового возмещения (W);
- ♦ сумма поступивших платежей (V) и др.

2. Средние показатели:

- ♦ средняя страховая сумма застрахованных объектов;
- ♦ средняя страховая сумма пострадавших объектов;
- ♦ средний размер выплат страхового возмещения;
- ♦ средний размер страхового платежа и др.

3. Относительные показатели:

- ♦ степень охвата страхового поля;
- ♦ степень охвата объектов добровольным страхованием;
- ♦ доля пострадавших объектов;
- ♦ частота страховых случаев;
- ♦ уровень опустошительности страховых случаев;
- ♦ показатель полноты уничтожения;
- ♦ коэффициент выплат страховых организаций;
- ♦ уровень взносов по отношению к страховой сумме и др.

Одним из важнейших показателей имущественного страхования является уровень убыточности страховых сумм q :

$$d = \frac{W}{S},$$

где W — сумма выплат страхового возмещения; S — страховая сумма всех застрахованных объектов.

По совокупности объектов:

$$q = \frac{\sum W}{\sum S} \text{ или } q = \frac{\bar{W} \times n}{\bar{S} \times N},$$

где n — число пострадавших объектов, N — общее количество застрахованных объектов.

$$\text{Если } \frac{n}{N} = d, \text{ то } q = \frac{\bar{W}}{\bar{S}} \times d.$$

Отношение $\frac{\bar{W}}{\bar{S}}$ называют коэффициентом тяжести страховых событий (КТ), тогда:

$$q = K_T \times d;$$

$$J_{\bar{q}} = \frac{J_{\bar{w}}}{J_{\bar{s}}} \times Jd \text{ или } J_{\bar{q}} = J_{KT} \times J_q.$$

Абсолютный прирост (снижение) уровня убыточности страховых сумм за счет изменения уровня тяжести страховых событий и изменения доли пострадавших объектов:

$$\Delta q = (K_{T_1} - K_{T_0}) \times q_1 + (q_1 - q_0) \times K_{T_0}.$$

Средний уровень убыточности страховых сумм в общей сумме застрахованного имущества:

$$\bar{q} = \sum q \times d_s,$$

где d_s — доля страховой суммы отдельных видов застрахованного имущества в общей сумме страхования по организации;

$$J_{\bar{q}} = \frac{\sum q_1 d_{s_1}}{\sum q_0 d_{s_1}} \text{ — индекс средней убыточности переменного состава;}$$

$$J_q = \frac{\sum q_1 d_{s_1}}{\sum q_0 d_{s_1}} \text{ — индекс средней убыточности постоянного состава;}$$

$$J_{с\pi} = \frac{\sum q_0 d_{s_1}}{\sum q_0 q_{s_0}} \text{ — индекс структурных сдвигов.}$$

Абсолютное изменение средней убыточности:

$$\sum q_1 d_{s_1} - \sum q_0 d_{s_0} = (\sum q_1 d_{s_1} - \sum q_0 d_{s_1}) + (\sum q_0 d_{s_1} - \sum q_0 d_{s_0}).$$

Личное страхование. Объектом личного страхования является жизнь, здоровье, трудоспособность населения.

Личное страхование может быть обязательным или добровольным, а по времени может быть:

- кратковременным — менее 1 года;
- долгосрочным — от 1 года до 15 лет;
- страхование на всю жизнь.

Личное страхование состоит из 2 отраслей:

- страхование жизни;
- страхование от несчастных случаев.

Чаще всего встречается смешанное страхование жизни, которое включает страхование жизни:

- в связи с потерей здоровья от несчастного случая;
- в связи с наступлением смерти застрахованного;

- страхование детей и школьников от несчастных случаев;
- страхование пенсий;
- страхование образования и т. д.

Особое место отводится медицинскому страхованию, которое является обязательным и составляет отрасль социального страхования.

Показатели личного страхования отличаются от показателей имущественного страхования, так как жизнь человека не может быть объективно оценена.

Страховые суммы определяются в соответствии с пожеланиями и возможностями страхователя.

Тарифные ставки в страховании жизни состоят из нескольких частей: как правило, тарифная ставка в смешанном страховании состоит из трех частей, входящих в ставку нетто, и одной части — нагрузки.

Особенностью договоров личного страхования является то, что страховые расчеты осуществляются по современной стоимости.

Размер единовременного взноса страхования должен соответствовать современной величине платежа страховщика, определяемого произведением вероятности дожития до определенного возраста на соответствующий дисконтный коэффициент, который уменьшает размер страховых взносов, так как он всегда меньше 1. Дисконтный коэффициент рассчитывается по формуле:

$$V^n = \frac{1}{(1+i)^t}.$$

Следовательно, размер единовременного взноса страхователя при страховании жизни будет рассчитан по формуле:

$$E_x^t = \frac{\ell_{x+t} V^n}{(1-i)^t} \times S,$$

где E_x^t — единовременная нетто-ставка на дожитие для лица в возрасте X лет на срок t лет; ℓ_{x+t} — число лиц, доживших до срока окончания договора; ℓ_s — число лиц, доживших до возраста страхования и заключивших договоры; V^n — дисконтный коэффициент; S — страховая сумма.

Использование дисконтного коэффициента связано с тем, что свободные денежные средства, накапливаемые в форме поступающих взносов, используются государством для долгосрочного кредитования народного хозяйства, по ним начисляются процентные ставки.

Таким образом, страховые платежи заранее понижаются с учетом процентной ставки.

В случае смерти взаимные платежи увязываются с вероятностью умереть в период действия договора страхования.

Нетто-ставка на случай смерти:

$$A_x^n = \frac{d_x \times v + d_{x+1}v^2 + \dots + d_{x+n}v^n}{\ell_x} \times S,$$

где A_x^n — единовременная нетто-ставка на случай смерти лица в возрасте X лет сроком на n лет; ℓ_x — число застрахованных лиц; $d_x, d_{x+1}, \dots, d_{x+n}$ — число умирающих в течение периода страхования.

Практические расчеты этих показателей производятся с использованием специальных таблиц коммутационных чисел. Таблицы составлены в двух видах: на дожитие и на случай смерти.

Решение типовых задач

Задача 16.1. Имеются данные страховых организаций по имущественному страхованию.

1	Страховое поле ($N_{\max}$)	262 000
2	Число заключенных договоров (N) в том числе на добровольной основе (N_d)	118 000 93 500
3	Сумма застрахованного имущества (S_1), тыс. руб.	23 500
4	Страховые взносы (V_1), тыс. руб.	705
5	Страховая сумма пострадавших объектов (S_n), тыс. руб.	4875
6	Страховые выплаты (W), тыс. руб.	445
7	Число страховых случаев (n_c)	3540
8	Количество пострадавших объектов (n_n)	2440

Определите показатели, характеризующие деятельность страховых организаций.

Решение.

1. Степень охвата страхового поля:

$$d = \frac{N}{N_{\max}} \times 100\% = \frac{118\,000}{262\,000} \times 100\% = 45\%.$$

2. Степень охвата объектов добровольного страхования:

$$d_q = \frac{N_q}{N_{\max}} \times 100\% = \frac{93\,500}{262\,000} \times 100\% = 35,7\%.$$

3. Доля пострадавших объектов:

$$d_n = \frac{n_n}{N} \times 100\% = \frac{2400}{118\,000} \times 100\% = 2,04\%.$$

4. Частота страховых случаев:

$$d_c = \frac{n_c}{N} \times 100\% = \frac{3540}{118\,000} \times 100\% = 3.$$

5. Уровень опустошительности:

$$K_0 = \frac{n_n}{n_c} \times 100\% = \frac{2400}{3540} \times 100\% = 67,7\%.$$

6. Средняя страховая сумма, руб.:

$$\bar{S} = \frac{S}{W} = \frac{23\,500\,000}{118\,000} = 199 \text{ руб.}$$

7. Средняя страховая сумма пострадавших объектов, руб.:

$$\bar{S}_n = \frac{S_n}{n_n} = \frac{4\,875\,000}{2400} = 2031,3 \text{ руб.}$$

8. Средний размер выплаченного страхового возмещения, руб.:

$$\bar{W} = \frac{W}{n_n} = \frac{445\,000}{2400} = 185,4 \text{ руб.}$$

9. Средний размер страхового взноса, руб.:

$$\bar{V} = \frac{V}{N} = \frac{705\,000}{118\,000} \approx 6 \text{ руб.}$$

10. Коэффициент страхового возмещения:

$$K_I = \frac{W}{V} = \frac{445\,000}{705\,000} = 0,63, \text{ или } 63\%.$$

11. Абсолютная сумма дохода страховых компаний:

$$\Delta D = W - V = 705 - 445 = 260 \text{ тыс. руб.}$$

12. Рентабельность страховых организаций:

$$R = \frac{V - W}{V} \times 100\% = \frac{705 - 445}{705} \times 100\% = 36,87\%.$$

13. Уровень взносов по отношению к страховой сумме:

$$K_{\text{взн}} = \frac{V}{S} = \frac{705\,000}{23\,500\,000} = 0,03 \text{ руб. с } 1 \text{ руб. страховой суммы.}$$

14. Убыточность страховой суммы:

$$q = \frac{w}{s} = \frac{445\,000}{4\,875\,000} = 0,09 \text{ руб. с 1 руб. страховой суммы.}$$

15. Коэффициент тяжести страховых событий:

$$K_T = \frac{\bar{w}}{\bar{s}} = \frac{185,4}{199,0} = 0,93, \text{ или } 93\%.$$

Задача 16.2. Ниже представлен фрагмент таблицы коммутационных чисел (по данным переписи 1994 г. и при норме доходности 5%).

Воз- раст	Число дожив- ших до возраста X лет, l_x	Число умираю- щих при переходе от возраста X лет, d_x	Коммутационные числа			
			на дожитие		на случай смерти	
			$d_x = l_x v^n$	$N_x \leq d_x$	$C_x = d_x v^{n+1}$	$M_x = \sum C_x$
45	84 379	994	9391,09	130 064,51	105,36	3197,26
...	...	...	...	...	...	...
50	78 811	1266	6872,61	88 388,31	105,14	2663,36

Определите для лица в 45 лет единовременную ставку (со 100 руб. страховой суммы) на дожитие сроком на 5 лет, используя дисконтный коэффициент по ставке 5%.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дожитие по формуле:

$$E_x^t = \frac{\ell_{x+1} V^n}{\ell_x} \times S;$$

$$E_{45}^5 = \frac{78\,811 \times \frac{1}{(1+0,05)^5}}{84\,379} \times 100 = 0,732 \times 100 =$$

$$= 73,20 \text{ руб. со 100 руб. страховой суммы.}$$

Задача 16.3. Используя данные фрагмента таблицы коммутационных чисел задачи 16.2, требуется определить единовременную нетто-ставку сроком на 5 лет на случай смерти в возрасте 45 лет.

Решение.

Нетто-ставка на случай смерти, руб.:

$$A_{45}^5 = \frac{M_{45} - M_{50}}{d_{45}} = \frac{3197,26 - 2663,36}{9391,09} = \frac{533,9}{9391,09} = 0,0568, \text{ или } 5,68 \text{ руб. со } 100 \text{ руб. страховой суммы.}$$

Задача 16.4. Убыточность по страхованию домашнего имущества со 100 руб. страховой суммы в регионе составила, коп.:

2002	2003	2004	2005	2006
7	8	6	9	10

Определите:

1. Среднегодовой уровень убыточности страховой суммы.
2. Нетто-ставку (с вероятностью 0,95).
3. Брутто-ставку, если известно, что нагрузка по данному виду страхования составляет 15%.

Решение.

1. Среднегодовой уровень убыточности страховой суммы, коп.:

$$\bar{q} = \frac{\sum d}{n} = \frac{7+8+6+9+10}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

2. Нетто-ставка, коп.:

$$U^1 = \bar{q} + t\sigma \quad (t=2 \text{ при вероятности } p=0,95);$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (q - \bar{q})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(7-8)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{5-1}} = \sqrt{2,5} = 1,581.$$

$$U^1 = 8 + 2 \times 1,581 = 11,162 \text{ коп.}$$

3. Брутто-ставка, коп.:

$$U = \frac{U'}{1-f},$$

где f — доля нагрузки по страхованию имущества в брутто-ставке, в данном случае $f = 15\%$, или 0,15.

$$U = \frac{11,162}{1-0,15} = 13,13 \text{ коп.}$$

Следовательно, брутто-ставка по страхованию домашнего имущества в данном регионе составляет 13,13 коп.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 16.5. Из 100 тыс. семей застраховали свое имущество 22 тыс. семей в размере 450 млн руб. Сумма взносов в счет застрахованного имущества составила 44 млн руб. Число страховых случаев — 46. Пострадало имущество у 43 семей. Страховая сумма пострадавшего имущества составляет 350 млн руб. Сумма страхового возмещения — 320 млн руб.

Определите:

1. Среднюю страховую сумму застрахованного имущества.
2. Средний страховой взнос.
3. Средний размер страхового возмещения.
4. Показатель доли пострадавших объектов.
5. Показатель выплат страхового возмещения.
6. Уровень взносов по отношению к страховой сумме.
7. Показатель убыточности страховой суммы.
8. Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 16.6. Имеются данные о страховании имущества за 2 года, тыс. руб.

Вид имущества	Базисный год		Отчетный год	
	сумма выплат страхового возмещения	страховая сумма застрахованного имущества	сумма выплат страхового возмещения	страховая сумма застрахованного имущества
Домашнее имущество	0,35	440	0,40	480
Строение	0,15	280	0,20	320

Определите:

1. Показатель убыточности страховой суммы отдельно по каждому виду имущества и по всем видам имущества в среднем по годам.
2. Индексы убыточности страховой суммы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов в страховой сумме застрахованного имущества.
3. Абсолютное изменение средней убыточности страховой суммы за счет:
 - ♦ изменения убыточности отдельных видов имущества в среднем;
 - ♦ структурных сдвигов в страховой сумме застрахованного имущества;

- ♦ изменений в динамике страховой суммы застрахованного имущества.

Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 16.7. Имеются данные страховых организаций по имущественному страхованию в регионе.

1	Страховое поле	150 000 семей
2	Застраховали свое имущество	80 000 семей
3	Добровольное страхование	60 000 семей
4	Сумма застрахованного имущества	15 000 тыс. руб.
5	Страховые взносы	454 тыс. руб.
6	Страховая сумма пострадавших объектов	3125 тыс. руб.
7	Страховые выплаты	287 тыс. руб.
8	Число страховых случаев	2307
9	Количество пострадавших объектов	1590

Определите:

1. Степень охвата страхового поля, в том числе добровольным страхованием.
2. Долю пострадавших объектов.
3. Частоту страховых случаев.
4. Уровень опустошительности.
5. Среднюю страховую сумму, в том числе пострадавших объектов.
6. Средний размер выплаченного страхового возмещения.
7. Средний размер страхового взноса.
8. Коэффициент страхового возмещения.
9. Рентабельность страховых организаций.
10. Уровень взносов по отношению к страховой сумме.
11. Убыточность страховой суммы.

Сформулируйте соответствующие выводы.

Задача 16.8. На основе фрагмента таблицы коммутационных чисел (по данным переписи 1994 г.):

1. Определите для лица в возрасте 41 год единовременную ставку (со 100 руб. страховой суммы) на дожитие сроком на 3 года:
 - ♦ используя дисконтный коэффициент по ставке 5%;
 - ♦ по данным коммутационных чисел.

Воз- раст	Число дожив- ших до возраста X лет, l_x	Число умираю- щих при переходе от возраста X лет, d_x	Коммутационные числа			
			на дожитие		на случай смерти	
			$d_x = l_x v^n$	$N_x = \sum d_x$	$C_x = d_x v^{n+1}$	$M_x = \sum C_x$
41	87 766	767	11 873,13	173 690,90	98,82	3601,85
42	86 999	817	11 208,92	161 817,78	100,25	3503,03
43	86 182	872	10 574,91	150 608,86	101,90	2402,78

2. Определите единовременную нетто-ставку сроком на 2 года на случай смерти в возрасте 41 год, используя данные коммутационных чисел.

Задача 16.9. Из 50 тыс. семей застраховали свое имущество 15 тыс. в размере 250 млн руб. Сумма взносов в счет застрахованного имущества составила 22 млн руб. Число страховых случаев – 20. Пострадало имущество у 15 семей. Страховая сумма пострадавшего имущества – 170 млн руб. Сумма страхового возмещения – 160 млн руб.

Определите:

1. Среднюю страховую сумму застрахованного имущества.
2. Средний страховой взнос.
3. Показатель доли пострадавших объектов.
4. Показатель выплат страхового возмещения.
5. Средний размер страхового возмещения.
6. Уровень взносов по отношению к страховой сумме.
7. Показатель убыточности страховой суммы.

Сформулируйте соответствующие выводы.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Годин А. М.* Статистика: Учебник. — М., 2003.
2. *Голуб Л. А.* Социально-экономическая статистика. — М.: Владос, 2001.
3. *Гусаров В. М.* Статистика: Учебное пособие. — М.: Юнити, 2001.
4. *Ниमेंья И. Н.* Статистика. — СПб.: Нева; М.: Олма-Пресс, 2003.
5. *Рудакова Р. П., Букин Л. Л., Гаврилов В. И.* Статистика: Учебное пособие. — СПб., 2005.
6. *Рудакова Р. П., Букин Л. Л., Гаврилов В. И.* Статистика: Учебное пособие. — СПб.: Питер, 2007.
7. *Сиденко А. В., Матвеева В. М., Башкатов Б. И.* Статистика: Учебник. — М.: Дело и сервис, 2000.
8. Социальная статистика / Под ред. И. И. Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2002.
9. Статистика рынка товаров и услуг / Под ред. И. К. Белявского. — М.: Финансы и статистика, 2002.