Путенихин Петр Васильевич

Логические основания многомерных пространств



г.Саратов,
Типография "АМИРИТ"
2018 год

ББК 22.313, 22.314, 22.62
УДК 539, 530.12, 530.16, 530.145.1, 521.1

Путенихин П.В.
П90 Логические основания многомерных пространств. — Саратов: "АМИРИТ", 2018. – 396 с., цв. илл.
ISBN 978-5-907035-29-4

Темы о параллельных и многомерных пространствах давно уже стали невероятно популярными не только в научной фантастике, но и в реальной науке, физике. Однако наука, в отличие от художественных вымыслов, неизбежно сталкивается с противоречиями таких пространств. Попытки втиснуть их свойства в рамки логики, физического и математического формализма всегда приводят к необходимости объяснить необъяснимое – петли времени, нарушение причинности, появление различных нефизичных и прямо алогичных свойств у этих пространств и порождаемых ими фантомов. Многие объяснения, как обнаруживается при детальном рассмотрении, сопровождаются "заметанием под ковер" неудобных выводов, следствий, неожиданных противоречивых, абсурдных предсказаний. Но теория, предсказывающая абсурд, не может считаться научной. В книге рассмотрены и показаны как ошибочные некоторые из таких выкладок, идей, гипотез.

Книга рекомендуется ведущим специалистам и преподавателям в областях физики, космологии, математики. Следует воздержаться от чтения данной книги студентам и аспирантам при подготовке к экзаменам по соответствующим предметам, чтобы случайно не высказать изложенные в ней мысли, противоречащие официальной науке.

© П.В.Путенихин, 2018
putenikhin.peter@gmail.com
peter.putenikhin@mail.ru
ISBN 978-5-907035-29-4 © Типография "АМИРИТ", 2018

Предисловие

Этот первый абзац предлагаемой книги – исследования по вопросам многомерных миров, пространств, измерений можно назвать вступлением – Вещим камнем: каждый должен сам решить, идти ли ему прямо и узнать, что будет сказано дальше. Здесь кратко описаны отстаиваемые автором главные, основополагающие философские и научные принципы, являющиеся основой, фундаментом мировоззрения. Итак: первопричиной и первоосновой всего сущего, реальности, Бытия является Материя, вечная в существовании и бесконечная количественно. Материя существует – это главная, первичная, фундаментальная, исходная формула Бытия, где существование тождественно движению, изменению, взаимодействию. Главным законом познания является закон детерминизма, нерушимости и обязательности причинно-следственных отношений.

Рассуждая о пространственных измерениях, мерностях, координатах, о множественности миров или его единственности, мы всегда подсознательно подразумеваем наличие чего-то всеобъемлющего, в чем эти измерения и миры находятся. Это нечто является своеобразной ареной, полем, на котором разворачиваются все мыслимые события, это нечто является той первичной, исходной тканью, из которой сшито всё, что мы только можем вообразить, основой и причиной всего Бытия.

Вопрос о сущности этой первоосновы, первопричины всего сущего, мироздания, реальности можно отнести к самым фундаментальным, важным и интересным вопросам познания. Логически доказать или определить в опыте первичность основы, первопричины невозможно, поэтому философы пришли к соглашению, что ею может быть только одна из двух сущностей: Материя или Идея, дух, бог. Есть только один способ определить первопричину – это априори выбрать в качестве

основы мировоззрения одну из них, ответить на Основной Вопрос Философии: что первично – материя или Идея, дух? В зависимости от ответа на этот вопрос философы разделились на два лагеря: материалистов и идеалистов. Необходимо четко осознать, что материализм и идеализм возникают на этапе ответа на основной вопрос философии, и они никак не связаны с логическими выводами, рассуждениями, доказательствами, обоснованиями. Ответ на основной вопрос является Абсолютной Истиной, бездоказательным утверждением, которое само не следует ни из чего. Строгое и исчерпывающее доказательство этой истины невозможно. В данной книге мы выбираем в качестве фундамента мировоззрения философию диалектического материализма и все вопросы множественности миров и измерений будем рассматривать с этих позиций. Вместе с тем, нередко физики высказывают негативное отношение к философии. Известно примерно такое высказывание одного из ведущих физиков: там, где начинается философия, физика заканчивается. Это высказывание приобретает довольно забавный вид, если заменить в нём слово "философия" на его смысловое значение "любовь к мудрости".

Основная часть выводов, утверждений, приведённых в предлагаемой работе, является, по большому счету, логическим, философским противопоставлением таким же, но противоречивым, анти-философским взглядам в физике, математике. Поэтому для такого противопоставления необходимы и соответствующие аналитические, геометрические, логические аргументы, которые без довольно замысловатых порой уравнений сформулировать просто невозможно.

Материя, пространство, время

Что представляет собой материя или, по меньшей мере, как мы её себе представляем? Понятие *материи* неразрывно связанное с понятием *существование*. Быть материей означает существовать и, наоборот, существовать означает быть материей. Суть существования заключается в изменчивости, дви-

жении, способности взаимодействовать, отражаться. Иначе говоря, понятия *материя и существовать* определяются одно через другое. Кратко: *материя существует*. Выразить это можно четырьмя простыми формулами:

Материя – все, что существует.

Окружающая действительность.

Все, что существует, – материя.

Атом. Электрон. Черная дыра.

Все, что не материя, не существует.

Идея, *Пространство, Время, энергия, информация*.

Все, что не существует, – не материя.

Ничто, абсолютная пустота.

Материя – это предельно глубокое, фундаментальное понятие и оно не тождественно ни одной из наблюдаемых форм бытия: веществу (хотя слово материя и переводится как вещество), полям, плазме, тёмной и всякой другой энергии. Очевидно, что материя – это сплошная, неразрывная, гомогенная среда, то есть, она не состоит из дискретных частиц, поскольку в этом случае возникает вопрос о сущности субстанции, разделяющей эти частицы. Материя – это причина, источник всего, что мы наблюдаем, можем наблюдать в принципе или, возможно, наблюдать не можем. Материя – это основа всего сущего, бытия. Нет ничего, что не было бы материей в какой-либо из её бесчисленных форм. Ничто не может быть оторвано от материи, существовать помимо неё, рядом с нею, не являясь материей.

Материя обладает множеством свойств, проявлений, качеств, атрибутов, которые, собственно, и проявляются как её движение. С другой стороны, движение – это тождественно изменение. Существование материи, таким образом, это тождественно её движение, изменение, проявление в различных видах и формах.

Как нечто единое, материя не имеет размеров, она безразмерна, в понятиях нашего *вещественного* мира она бесконечно большая и малая одновременно. Материя сама по себе

принципиально не наблюдаема. Она непосредственно не взаимодействует с веществом как таковым в традиционном смысле. Не существует понятия "вне материи". Понятия "бесконечно большой" и "бесконечно малый" извне материи не имеют смысла, поскольку не существует внешнего для материи наблюдателя, способного дать оценку её размерам. Материя - ни точка, ни всеобъемлющая бесконечность. Нет смысла говорить о времени существования материи, поскольку время материи отлично от привычного нам понятия, это понятие, производное от неё, проявление её движения.

Одним из качественных проявлений движения материи является ещё одно её фундаментальное свойство – количественность. Существование, движение, изменение материи выражается через это свойство – количественность. Все прочие свойства материи проявляются в количественности. Какое-либо свойство проявляется только потому, что у него имеется количественная черта, выражение, сторона, оценка.

Существовать означает взаимодействовать, изменяться. Изменение – суть движение, неотъемлемое свойство (качество) материи. Материя может существовать только в движении. Все, что не движется, не существует и, следовательно, не материя. Существовать, значит двигаться. Не существует ни единой частицы материи, не изменяющейся хотя бы мгновение.

В самом деле, если существует область без материи, то наличие такой области определить невозможно, поскольку она не воздействует на рядом расположенные области с материей, следовательно, ведет себя так, словно ее нет вовсе. В таком случае нет смысла принимать ее существование в расчет, а признание ее несуществующей даст те же выводы, как и несуществование ее на самом деле. Поэтому Ничто следует признать несуществующим, вместо того, чтобы признавать его существующим.

Например, допустим, что между двумя областями материи существует область, свободная от материи, абстрактная *пустота*. Для того чтобы попасть из одной области в другую, необходимо преодолеть это пустое пространство. Но его пре-

одоление не внесет никаких изменений по сравнению со случаем, когда этого пустого пространства нет. Ведь оно не обладает никакими свойствами, в том числе и протяженностью, сопротивляемостью, видимостью. Следовательно, нет различия в том, существует это пустое пространство или нет. Поэтому считать его существующим нет необходимости, а признание несуществующим абсолютно оправдано.

Вещественные образования, таким образом, можно рассматривать лишь как изменения в "теле" материи, как "деформации", "дефекты" однородности. Вещество – форма их проявления, существования, движения. Возникающие в материи "деформации", "дефекты" служат основой для возникновения вещества. Эти дефекты, деформации образуют и физический вакуум, и поля, и элементарные частицы, и все другие проявления вещественной реальности.

Движение материи порождает временны́е свойства как самой материи, так и всех её проявлений. Но сами изменения в материи – вневременные, между состояниями материи нет как такового временно́го интервала, промежутка. Наблюдаемое нами вещество в самом широком смысле представляет собой своеобразную деформацию материи.

"Эйнштейн вслепую испробовал ряд чисто математических подходов. Видимо, он считал, что "материю" можно рассматривать как петли, колебания, искажения пространства-времени. На этой картине материя играла роль сконцентрированного искажения пространства. Иными словами, все, что мы видим вокруг, – от деревьев и облаков до звезд в небе, – скорее всего, иллюзия, некая разновидность складок гиперпространства. Но без достоверных дополнительных сведений или экспериментальных данных идея зашла в тупик" [46, с.98].

Ни пространство, ни время не имеют собственного *существования*, независимого от материи. Это свойства, способы существования, которые в восприятии могут быть ограниченными и конечными. Только материя не имеет границ ни во времени, ни в пространстве, поскольку и пространство, и время – проявление движения материи. Можно сказать, что материя

бесконечна в некотором абстрактном, абсолютном пространстве, подобном ньютоновскому, и не имеет границ. Она – Бесконечность. Эта пространственность верна лишь в образном смысле. Это не то пространство, которое мы наблюдаем вокруг нас. Это пространство самого первого, основного уровня – уровня материи. У этого "пространства материи" нет привычных ощущаемых характеристик пространства.

Сама материя, как непосредственно не наблюдаемая субстанция, является исходным материалом для реальности: вещества, полей, энергии и прочего. Изменчивость ее заключена в принятии различных форм. Разумеется, такая первооснова исключает всякие понятия априорного пространства и дискретности, производной от пространства. Материя непрерывна, однородна в том смысле, что любая её точка не обязательно, но может *в принципе* проявлять одни и те же свойства. Такая структура снимает противоречие дискретности, то есть необходимости чем-то заполнять интервал между дискретами.

Скорость течения вещественного времени, то есть времени в нашей Вселенной, определяется количеством однотипных превращений материи (изменений) в веществе, следовательно, эта скорость может быть различной. Вряд ли следует допускать, что эти однотипные процессы не испытывают на себя влияния других процессов. Например, гравитация (форма движения материи) влияет на скорость процессов в атомных часах (тоже формы движения материи), замедляя их ход.

С другой стороны, нет оснований отрицать возможность возникновения вещества на "пустом месте". В абсолютном смысле пустых мест не бывает, поэтому из ненаблюдаемого "ничего" – материи может возникнуть вещество.

Вещество является проявлением свойств материи и не может возникнуть иначе, как в результате движения материи. Из Ничего может возникнуть только Ничто, поэтому Большой Взрыв, инфляция и расширение Вселенной могут иметь своим источником только материю. В этом смысле сингулярность, как традиционный источник Большого Взрыва, приобретает признаки мистической субстанции. Эта идея, несомненно, очень

плодотворна, способна много чего объяснить одними только своими физически неопределенными свойствами. В несуществующем пространстве, в несуществующий момент времени, из несуществующего Ничего возникает Всё. Взрыв с разлетом субстанции во все стороны – это лишь вариант. А если сингулярность затем никуда не исчезла, не прекратила своего существования в результате взрыва? Внутри неё, причем это "внутри" всё та же сплошная мистика, образовалась полость, пузырь. А что снаружи? А никакого "снаружи" нет, да ничего и не нужно, ведь это – она же, сингулярность. Но при таком "полостном" взрыве возникают вполне разумные следствия. Куда расширяется наша Вселенная? Конечно, в сингулярность! За горизонтом видимости нашей Вселенной находится внутренняя поверхность этого сингулярного "кокона", поэтому всё вещество, образовавшееся внутри в результате Большого Взрыва, просто движется в его сторону и, в конечном счете, поглощается сингулярностью. Чем всё это закончится, вполне предсказуемо: пустой, без вещества и излучения пузырь просто схлопнется. Сингулярный "кокон" имеет, очевидно, бесконечно большую массу, влияние которой мы не ощущаем, поскольку внутри полости, как показал Новиков, гравитация равна нулю.

Но есть и другой вариант "большого взрыва" – "веществолизация" материи, то есть создание ею вещества, как следствие её своеобразного "переохлаждения" и следующей за ним спонтанной как бы кристаллизацией – рождение вещества. Процесс этот мог происходить из произвольной точки материального пространства с образованием области вещества в произвольной форме, например, сферы – подобия Большого Взрыва. Никаких инфляционного разбегания вещества, раздувания плотного образования для этого не требуется. Веществолизирующаяся область материи вызывает появление частиц вещества из материи, а эти частицы являются каркасом пространства вещества. Их движение, изменчивость проявляются как течение времени. Все дальнейшие процессы после возникновения исходного вещественного шара, сегодняшние размеры которого не известны, могут быть описаны стандарт-

ной моделью Большого Взрыва. Скорость фронта волны "вещественности" - это скорость в материальном пространстве, поэтому она не ограничена представлениями нашего вещественного мира.

Изменения материи, её движение ведут неизбежно к громадному расширению *пространства* вещества Вселенной и к его структурному разложению. Это значит, что при любом сценарии развития Вселенной основным, конечным является переход вещества в исходную форму – материю. Однако нет никаких видимых причин считать невозможным взаимодействие различных форм материи между собой. Это значит, что вещественная форма материи имеет принципиальную возможность взаимодействовать с невещественной, материальной формой. Нет никаких видимых препятствий к тому, что любая форма вещества может прогрессивно, эволюционно перейти в любую другую форму материи.

Наблюдаемое нами, ощущаемое пространство является вещественным, а не чисто материальным. Пространство не существует как отдельная, самостоятельная *субстанция*, а является способом существования материи или же ее свойством. Следовательно, оно не может быть пустым, без материи и, соответственно, все его характеристики (мерность, линейность, конечность и др.) определяются свойствами и характеристиками материи. Пространство – это одно из основных воспринимаемых нами свойств материи.

Например, стакан воды является устойчивой совокупностью флуктуаций материи внутри ее "тела". Бесконечная совокупность всех флуктуаций (полей, тел) образуют "фон", пространство. Только наличие этой совокупности частиц, их полей и проявляются в виде пространства. Если мы попытаемся "вырезать" участок пространства, удалив из него все частицы и поля, мы получим участок "чистой" материи, ненаблюдаемый участок, немерный. Такой участок для наблюдателя будет иметь нулевые размеры, будет ненаблюдаем, будет отсутствовать. То есть фактически мы рассматриваем материю как эфир, "деформации" которого являются частицами, полями. Однако

говорить о свойствах такого "эфира" с точки зрения мер вещества бессмысленно.

Другим важнейшим проявлением материи, ощущаемым, воспринимаемым нами, помимо пространства, является время. Как и пространство, время как таковое не материально, не имеет проявлений в какой-либо из форм материи, а является *способом* её существования или ее свойством, мерилом ее движения. Собственно говоря, для материи понятие времени вообще чуждо. Время – это понятие, производное от движения, изменчивости материи. Временной интервал образуют два смежных состояния материи в той или иной её форме – старое и новое. Соответственно, понятие "прошлое" для нее находится вне времени, не является его характеристикой. Это связано с тем, что между этими двумя состояниями нет никакого интервала, они существуют как бы одновременно. И вместе с тем именно разница в этих состояниях и порождает временной интервал. Несомненно:

"Время имеет смысл, только если во вселенной что-то происходит. Мы измеряем время, используя периодические процессы, такие как вращение Земли вокруг своей оси или вокруг Солнца. Невозможно определить время в отсутствие пространства и материи" [30, с.236].

Если рассматривать время в привычном, вещественном смысле, то *собственное* время материи особое. Оно никогда не начиналось и никогда не закончится. Это Вечность. У него свой особенный темп, связанный с её атрибутом – существованием. Существование и есть изменение, движение во времени, но не в привычном понимании этого слова. Если предположить, что материя остаётся "недвижимой" некоторое условное время, тогда в ней нет никаких абсолютно изменений, она в это время мертва. Время её остановлено. Время – это движение материи, её изменение.

Можно предположить, что состояние материи повторится когда-либо, в этом случае можно условно принять, что произошел переход в прошлое. Тем не менее, любое новое состояние материи является будущим, включая и упомянутое про-

шлое. Как следствие, можно допустить, что существует минимальная дискрета времени, равная самому короткому процессу. Внутри этой дискреты, в течение Идеального Времени, реально не существующего, временной отрезок между двумя состояниями материи не имеет никакой величины. То есть он не равен ни нулю, ни бесконечности, ни какой-либо иной величине, поскольку сама эта величина должна была бы измеряться в единицах времени. Для простоты можно принять, что изменение состояний материи внутри этого минимального интервала происходит мгновенно, поскольку отпадает необходимость "заполнять" этот промежуток "несуществования" материи какими бы то ни было состояниями материи, состояниями ее свойств и качеств.

При любых манипуляциях с понятием времени следует отчетливо представлять его просто как *параметр*, не имеющий материального наполнения. Нельзя отрезать кусок времени, нельзя налить его в бокал. В частности, многомерность времени или евклидово мнимое время могут быть только удобным математическим инструментом, аппроксимацией последовательности состояний материальных объектов. Представление *способности* изменяться в виде некоего *объекта* выглядит как абсурдная экстраполяция. Невозможно представить, изобразить *последовательность* состояний в виде некой материальной или вещественной линии, объекта. Вполне логичным и разумным можно назвать высказывание Эйнштейна, что время – это то, что показывают часы.

Вместе с тем, все интерпретации времени как *субстанции*, несомненно, позволяют во многих случаях сделать более простым, удобным математическое описание каких-то процессов:

"Элегантное математическое описание квантового туннелирования можно получить, используя так называемое евклидово время. Это не то время, которое измеряется по часам. Оно выражается при помощи мнимых чисел, таких как квадратный корень из -1, и вводится лишь для удобства вычислений. Превращение времени в евклидово странным образом влияет на пространство-время: различие между временем и

тремя пространственными измерениями полностью исчезает, так что вместо пространства-времени получается четырехмерное пространство. Если бы мы могли жить в евклидовом времени, то измеряли бы его линейкой в точности так, как мы измеряем длину" [30, с.238].

Евклидово, мнимое время определенно не является ни материальной субстанцией, ни даже параметром изменчивости объектов, и даже, более того, превращает пространство-время в однородное 4-мерное пространство без добавления слова "время" [30, с.249]. Вполне возможно, что такая модификация пространства-времени позволит получить какие-то новые полезные выводы.

В описаниях гипотез или считающихся действительно произошедшими фактов, событий практически никогда не делается акцента на различии между параллельными мирами во времени и в пространстве. Другими словами, перемещение во времени считается таким же перемещением в параллельные миры, как и в обычном многомерном пространстве. В некоторой степени такая интерпретация машин времени решает известный "парадокс дедушки".

Вместе с тем, само время практически всегда рассматривается как некая *субстанция*, причем даже обладающая собственной квантовой структурой, состоящей из квантов времени – хрононов. В современной физике такие представления получили ещё одно неожиданное основание. Согласно трактовкам общей теории относительности, под горизонтом событий Черной дыры время и пространство меняются своими свойствами. Выглядит это, конечно, достаточно странно и неопределенно. Если буквально понимать такой обмен свойствами, то у времени как бы появляется ещё два дополнительных измерения. То, что пространство при этом стало одномерным, в общем-то, не вызывает сложностей с восприятием, хотя явно противоречиво. Действительно, попав под горизонт Черной дыры, каждое тело или частица могут двигаться только в одном направлении – к сингулярности, и такое движение весьма похоже на стрелу времени, движение только в одном направле-

нии. Но три измерения у времени вызывают серьёзные возражения, даже если не говорить, что движение по ним теперь разрешено в обоих направлениях. Даже при одной координате, линии времени это прямо обозначает машину времени со всеми вытекающими из этого парадоксами причинности.

Как при этом следует трактовать две другие временны́е координаты, совершенно неясно. В этом случае, с такими трактовками общей теории относительности в непримиримые противоречия вступает философская трактовка времени как *параметра*, характеризующего свойство материи изменяться, двигаться, взаимодействовать, существовать. Если какой-то объект изменяется, это тождественно его движению во времени. Само время, некоторый его интервала в этом случае может рассматриваться просто как некоторое *количество* таких изменений. Для равномерного течения времени, очевидно, процессы должны быть тождественными. Представить себе *способность* изменяться в виде нескольких параллельных, схожих процессов вряд ли возможно. Способность изменяться по определению однокоординатна.

Как следствие многокоординатное время естественным путём приобрело ещё одно свойство – мнимость. В теории относительности релятивистский интервал содержит четыре члена, у одного из которых знак отличается от трёх других. Все эти члены входят в уравнение для релятивистского интервала в квадрате, поэтому сделать метрику в интервале привычной, равнозначной: (-1, -1, -1, -1) можно только изменив знак у этого особого члена, то есть, сделав его мнимым:

$$ds^2 = -c^2 d(it)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

В этом варианте метрика напоминает кватернион. Однако возникли сомнения в возможности применения этой метрики в специальной теории относительности:

"По-видимому, эти сомнения, прежде всего, связаны с неудовлетворительными попытками получить преобразования Лоренца в кватернионах, которые стали фактором, ограничивающим применение алгебры кватернионов для описания пространства-времени" [52, с.7].

Далее автор ссылается на работу Пенроуза по этой тематике, выводы которого можно рассматривать как некоторую критику внесения в физику понятия мнимого времени:

"... изначальные "чистые кватернионы" пока не оправдали тех больших надежд, которые на них когда-то возлагали ...

Оказывается, однако, что кватернионы не подходят для описания пространства-времени, так как "естественная" для кватернионов квадратичная форма $q\bar{q} = t^2+u^2+v^2+w^2$, с точки зрения теории относительности, имеет "неправильную сигнатуру" [64, с.186].

Считается, что собственно понятие мнимого времени в физику внёс Хокинг:

"Мнимое время своим рождением обязано Хокингу. ... время в его теории ... трактуется как математическая абстракция и определяется как $\tau = ict$, где i - мнимая единица, c - скорость света, t - наше эмпирическое время" [38, с.106].

Это понятие и спорное и двусмысленное. Хокинг выдвигает целый ряд логически ничем особо не подтвержденных предположений, хотя и делает определенно логичный и целесообразный вывод рассматривать ту или иную концепцию времени с точки зрения их *удобства* для описания реальности:

"... не имеет смысла спрашивать, что же реально — действительное время или время мнимое? Важно лишь, какое из них более подходит для описания" [77, с.111].

В качестве подтверждения целесообразности такого подхода он приводит некоторые полученные с его помощью результаты:

"В наших вычислениях использовалась концепция мнимого времени, которое можно понимать как время, направленное под прямым углом к обычному, действительному, времени ... Мы заменили обычное время мнимым временем. Это называется евклидовым подходом ... мы смогли понять глубинные причины того, что черные дыры ведут себя подобно горячим телам и имеют энтропию" [79, с.65].

Правда, следует заметить некоторую странность и даже противоречие в именовании пространств. Евклидовым названо

пространство, в котором время является мнимой величиной. Очевидно, такое именование было вынужденным, чтобы обеспечить релятивистскую метрику интервала, хотя Евклид, несомненно, рассматривал пространство трёх действительных, а не мнимых измерений, а время, если бы и присутствовало у него, однозначно было бы таким же реальным:

"Во избежание усложнений технического характера при вычислении фейнмановских сумм по траекториям следует переходить к мнимому времени ... Тогда в пространстве-времени обнаруживаются интересные изменения: в нем совершенно исчезает различие между временем и пространством. ... пока мы имеем дело с обычной квантовой механикой, мнимое время и евклидово пространство-время можно рассматривать просто как математический прием для расчета величин, связанных с реальным пространством-временем" [77, с.107].

Здесь можно заметить, что Хокинг, тем не менее, не наделял такое евклидово пространство свойствами реальности, это, несомненно, удобная идеализация, позволяющая в чем-то упростить как расчеты, так и их интерпретацию. Следовательно, если и додумать некие параллельные пространства в мнимом времени и его возможных дополнительных измерениях, то пока что это будет являться только математическим приемом, а не реальными пространствами.

Сознание и познаваемость мира

Свойства материи неисчерпаемы, набор их ничем не ограничен. Изменение структуры вещества, возникновение сложных многоуровневых структур: органического вещества, организмов неизбежно привело к появлению сознания. Сознание – это свойство наивысшей по сложности из известных на сегодня человеку форм организации материи – вещества, мозга. Достаточное число взаимодействий ее частей и их качества (характер) проявляются как сознание. Вместе с тем нет оснований считать, что эта форма является предельной, наивысшей. Можно допустить, что возможны и иные структуры материи и

её взаимодействий, способные породить явления, подобные сознанию и более сложные. Материя, несомненно, обладает свойствами, превосходящими сознание.

Может ли сознание познать мир до конца, полностью? Очевидно, что исчерпывающее описание мира должно быть не менее самого мира, поэтому вместить целое в часть невозможно. Абсолютное, исчерпывающее знание о мире невозможно по определению. Тем не менее, объектное познание мира в виде укрупненных структур позволяет получить подобие полного знания. Глубина такого знания не ограничена: самое полное знание всегда может быть дополнено.

Бесконечность форм существования материи требует признать возможность её форм, подобных вещественным формам сознания – материальных, невещественных форм сознания. Нет видимых препятствий считать, что материя в исходном состоянии сама может являться носителем некоего подобия сознания, разума. При распаде конкретной, частной Вселенной, когда вещество превращается в свою исходную форму – материю, может сохраниться связь носителя вещественного сознания с материальным носителем, невещественным. Такое материальное, невещественное сознание сильно напоминает божественную сущность. Признавая возможность существования невещественного, материального сознания, мы должны признать и его связь с сознанием вещественным. Свойства материальных, невещественных образований для вещественного мира, очевидно, недоступны для прямого восприятия (приборами, чувствами). Но эволюционный переход от одного к другому, несомненно, возможен. К моменту "угасания" Вселенной, её "холодной смерти" сознание человека может принять совершенно немыслимые формы и носителя. Оно будет преемником, потомком человека, но таким же потомком, каким сам человек является для первых молекул органического вещества. А это означает – человек, как осознающая себя материя, видимо, вечен, как вечна первая молекула органического вещества, как вечна материя.

Детерминизм и свобода воли

Одним из наиболее важных для научного познания реальности философских вопросов является вопрос детерминизма. Вполне резонно считается, что философский детерминизм противоречит свободе воли. Предельной формой детерминизма можно считать фатализм. Нередко в быту можно услышать фразу вида "так уж на судьбе написано". Человеку очень сложно согласиться с тем, что все его действия предопределены. Однако не срабатывает даже такой отчаянный вариант: раз уж всё предопределено, то можно вообще ничего не предпринимать. Если ничего не предпринимать, значит, так написано на судьбе. Вместе с тем, в физике известны явления и законы которые рассматриваются как недетерминистические, чисто вероятностные, случайные, беспричинные:

"В классической физике причинность диктует, что случится в каждый следующий момент времени, однако в квантовой механике поведение физического объекта по сути непредсказуемо, и некоторые квантовые процессы совершенно беспричинны" [30, с.237].

Получается, что детерминизм имеет ограничения? Нет, ответ однозначный: не имеет. Детерминизм следует считать одним из основных, фундаментальных законов природы. Случайность, это всего лишь следствие громадной последовательности причинно-следственных цепочек, отследить которые невозможно в принципе, поскольку для такого отслеживания необходимо ещё большее число подобных цепочек, которые сами должны быть отслежены. Это бесконечная рекурсия, принципиально не имеющая окончания.

Отсюда можно сделать вывод, что и Сознание мыслящего существа является "вложенным" – законы его функционирования "нанизаны" друг на друга, многократно взаимозависимы, образуют бесконечное число циклических связей. Поэтому предопределённость каждого из мельчайших, самых фундаментальных взаимодействий, принципиально неотслеживае-

мых, образуют последовательности процессов, которые оказываются непредсказуемыми в принципе, то есть случайными.

Проявление законов природы в частных явлениях приводит к выявлению закономерности в общем, большом явлении. По этому явлению можно судить о сути законов, лежащих в его основе. Отсюда следует, что и социальное поведение людей – это внешнее проявление частных, нижележащих законов физиологии человека (людей). То есть, и сознание, в сущности, является следствием безальтернативных, строго детерминистических частных законов природы. Нет свободы воли в самом фундаментальном, широком смысле. Однако познавая внешние законы человека (общества), судить об этих частных, составляющих их законах можно лишь с определённой точностью. Невозможно предсказать поведение отдельного человека детерминистически в фундаментальном смысле этого слова. Такое предсказание информативно должно быть, очевидно, больше, чем вся информация, содержащаяся в Мироздании, и содержать в себе себя самоё. Полностью описать Мир невозможно: "книга" такого описания должна содержать больше "атомов", чем сам Мир, откуда же их взять? Однако следует отличать философский детерминизм от его частных разновидностей, не обладающих такой же общностью:

"Поклонники безукоснительного детерминизма делают ошибку, избирая образцом классическую механику: движение, предсказываемое классической механикой, оказывается неустойчивым относительно малых случайных отклонений начальных данных или же в результате действия случайных сил. Как бы ни были малы эти воздействия, всегда можно найти такое время, при котором их эффект оказывается превалирующим. Эта нестабильность движения относительно малых случайностей полностью разрушает иллюзию о возможности однозначного предсказания будущего по начальным данным без того, чтобы в дальнейшем не вносить корректив "по ходу дела" [24, с.21].

Бесспорно, что одних лишь классических закономерностей для полновесного предсказания недостаточно. В приве-

денной цитате это показано отчетливо: такие предсказания не учитывают детерминизм малых воздействий. При этом и эти малые воздействия также имеют причинные связи ещё более малого уровня и так далее.

В самом глубоком, фундаментальном смысле детерминизм отстаивает нерушимость причинно-следственных связей, утверждая, что никакое событие не может произойти без причины. Вместе с тем, такая позиция не отвергает и философское единство закономерности и случайности. Случайность – это такая закономерность, для которой причинно-следственные цепочки пока просто не установлены. Развитие науки, физики, в частности, постоянно углубляет уровень таких цепочек, и то, что раньше казалось случайным, как комета Галлея, находит свои причинные объяснения.

1. Легенды о параллельных мирах

Параллельные миры и многомерные пространства, иные измерения, множественные Вселенные – пузырьковые и голографические, мультиверсы, квантовые альтерверсы и пульсирующие космологические Большие Взрывы – издавна являются не только предметом множества серьезных научных исследований, но и излюбленной темой и ставшими привычными штампами научно-популярной и научно-фантастической литературы и кино. История их появления уходит в далекое прошлое. Существует масса соответствующих описаний в виде как непроверяемых легенд, так и фактов, считающихся достоверными. Отрицать их невозможно или нерационально, но в основной их массе точно так же невозможно и их научное исследование. Наиболее простым объяснением этих фактов считается признание существования параллельных, многомерных миров и разного рода гиперпространств, хотя многие их свойства, характеристики вообще-то заметно противоречат научным представлениям, имеют крайне слабое рациональное объяснение, логически противоречивы.

Тем не менее, все эти факты, описания вызывают неизменный интерес к вопросам многомерных миров. Например, чего только сто́ят весьма красочные описания Виленкина:

"Если ваша любимая футбольная команды не победила в чемпионате, не отчаивайтесь: она одержала победу на бесчисленном множестве других земель. На самом деле существует бесконечное число земель, где ваша команда побеждала все годы без исключения!" [30, с.11]

Впрочем, в примечании к книге отмечается, что

"Самый спорный момент в этой книге — это утверждение, согласно которому каждый из нас имеет бесконечное число идентичных клонов, живущих на бесчисленных землях, раз-

бросанных по Вселенной. Многих эта идея лишила сна. Люди чувствуют, что на их уникальность совершено посягательство, и вот посещаемость психоаналитиков удвоилась, а продажи этой книги взлетели до небес. Опираясь на свою теорию, Виленкин также предсказал, что на некоторых землях его книга будет иметь феноменальный успех. Но справедливости ради он признал, что на бесконечном числе других ее ждет полный провал ..." [30, с.12].

Тем не менее, описывая реальность как бесконечное множество миров, Виленкин весьма красочно, настойчиво и убедительно утверждает, что

"Удивительным следствием этой новой картины мира является существование бесконечного числа миров, идентичных нашему.

Да, дорогой читатель, десятки ваших дублей держат сейчас в руках эту книгу. Они живут на планетах, в точности таких же, как наша Земля со всеми ее горами, городами, деревьями и бабочками. Эти земли обращаются вокруг точных копий Солнца, и каждое солнце принадлежит огромной спиральной галактике – точной копии нашего Млечного Пути" [30, с.153].

Кто же откажется от, хотя и гипотетической, но такой заманчивой возможности *попасть* в мир своего торжества и успеха? Более того, не в десятки, а в бесконечное их число. В которых бесконечное число дублей держат книгу Виленкина в правой руке, а бесконечное число – в левой, бесконечное число уже открыли её на первой странице, но такие же бесконечные количества читателей читают вторую, третью и прочие страницы. К сожалению, такое возможно лишь в фантазиях. И такие фантазии ничем не лучше того, чтобы вообразить себя таким же дублем, клоном любого жителя Земли. Не отчаивайтесь, что вас постигла неудача, ведь ваш клон здесь на Земле выиграл в лотерею очень ценный приз! А другой вообще стал президентом. Только не думайте о своих клонах – неудачниках, как тот физик, который проигрался в казино и заявил:

"Да, это верно, но в одной из квантовых вселенных я буду богат!" [47, с.394].

Понятно, что такое изобилие миров непосредственно следует из бесконечности и вечности материала, из которого они, так сказать, сделаны:

"Как далеко находятся все эти земли, населенные нашими дублями? Мы знаем, что материя, содержащаяся в нашем О-регионе, может находиться в 10 в степени 10^{90} различных состояний. Объем, содержащий, скажем, гуголплекс (10 в степени 10^{100}) О-регионов, должен исчерпать все возможности. Такой объем будет иметь поперечник порядка гуголплекса световых лет. На бо́льших расстояниях О-регионы, включая наш, будут повторяться" [30, с.153].

"Поразительная особенность новой картины мира — это существование за пределами наблюдаемой области множества "других миров".

Реальность некоторых из них достаточно несомненна. Мало кто, например, будет сомневаться в реальности других О-регионов, несмотря на то что они недоступны для наблюдения" [30, с.268].

О-регионами названы некие гигантские сферы пространства-времени диаметром по 80 миллиардов световых лет, островные Вселенные, которыми набито бесконечное пространство физической реальности.

Однако следует заметить, что здесь Виленкин не совсем корректно использует понятие бесконечности. В философии такую бесконечность иногда называют дурной. Бесспорно, что потенциальная бесконечность допускает существование любого количества тождественных миров, причем, не обязательно с размерами нашей Вселенной. Согласно модели Виленкина копия нашей солнечной системы может находиться и в бесконечном числе *других* галактик и *других* Вселенных. Но возникает одна нестыковка. Продолжая множить реальности, мы неизбежно придем к выводу, что существует бесконечное количество *наших* копий. Копий в самом буквальном смысле, каждая из которых имеет полное право заявить – это Я. Однако миры, окружающие все эти Я, также бесчисленны, разнообразны. Следовательно, каждый из нас должен видеть *каждый*

из этих бесчисленных миров, все их одновременно. Легко догадаться, что это не так, все мы видим лишь один-единственный, наш мир, либо полностью тождественный нашему. Это означает, как минимум, что не все эти наши Я тождественны друг другу. Все они, всё их предполагаемое бесконечное множество – разные. Получается, что главный признак тождественности бесконечного числа миров нарушается: во всех них обязательно присутствуют *разные* Я, *уникальные*, встречающиеся лишь в *одном* из всего бесконечного множества миров, и это – наблюдаемый факт. Либо таких миров ничтожно мало.

"Представляя квантовую Мультивселенную, мы ... сталкиваемся с вероятностью того, что, хотя наши параллельные двойники, живущие в различных квантовых вселенных, обладают идентичным генетическим кодом, в переломные моменты жизни наши возможности, наши наставники и наши мечты могут повести нас по различным дорогам, что повлечет за собой различные истории жизни и различные судьбы" [47, с.393].

Это недостаточное, компромиссное обоснование различия двойников, поскольку бесконечное их количество в бесконечности разных миров должны обладать единым на всех самосознанием, индивидуальностью, эго, собственными Я, а различие в них означает *отсутствие тождественности*.

Однако рассмотренная идея множественности двойников весьма продуктивна и позволяет отчасти обойти и это противоречие. Действительно, в бесконечном Мире тождественность вполне допустима. Каждый из нас имеет бесконечное количество абсолютно тождественных Я, находящихся в бесконечном количестве абсолютно тождественных миров. Разумеется, на бесконечных отрезках времени все эти миры и Я находятся всегда в тождественных состояниях. Поэтому всё, что эти Я видят, ощущают, о чем думают – также тождественно, их невозможно отличить друг от друга. Следовательно, каждый из них смотрит и слышит всё то же, что и его клоны. Понятно, что это очень похоже на бессмысленное отождествление, но логических противоречий в этом ведь нет? И все-таки эта картина тоже наивна. Если эти миры полностью тождественны с мно-

жеством таких же миров, то почему какой-то из них однажды вдруг случайно не пойдёт по другому пути? А почему один? Многие! И даже не многие, а бесконечное их число. Какими могут быть основания, запрещающие такие отклонения? Только желание спрятать противоречия. Иначе мы вновь приходим к абсурду.

Если же все эти миры ведут себя тождественно, просто обмениваясь сигналами синхронизации, то вся реальность должна быть заполнена бесконечными потоками таких сигналов. Согласно диалектическому материализму вся наша реальность, наша наблюдаемая Вселенная является частью вечной и бесконечной Материи, первоосновы всего сущего. Но из этого вовсе не следует обязательно, что в этом бесконечном континууме возникнет бесконечное множество вещественных образований вроде нашей Вселенной со своими наборами *разных* законов природы, своими пространством и временем. Однако такая возможность прямо и не отрицается. Нет веских оснований отрицать, что первооснова реальности, Материя обладает бесконечным числом свойств. Поэтому в бесконечном пространстве бесконечного числа измерений, свойств может существовать бесконечное число одинаковых, но не связанных друг с другом миров. И, кстати, с машинами времени и вечными двигателями, джиннами и волшебниками, с Ним и без Него, миры, в которых возможно всё и даже то, что невозможно в принципе, почему нет? Формально такое многомирие не противоречит ни логике, ни философии, ни вере в бога. Лишь крошечный червь сомнения: всё это многообразие подчиняется совершенно непонятному закону – между всеми этими мирами запрещены контакты. Но тогда невозможно и их тождество.

Исходя из анализа множества известных вариантов параллельных миров, можно принять, что у них есть два основных источника появления, провозглашения: научный и литературно-мистический на основе вымыслов или словесных описаний. Второе, впрочем, приводит к еще большему росту интереса к ним. Анализировать литературно-мистические источники вряд ли имеет смысл: мало ли что и кому померещи-

лось, что нельзя ни проверить, ни воспроизвести. Намного интереснее и продуктивнее исследовать научные истоки существования таких миров, имеющих, как считается, строгие обоснования, выкладки и даже доказательства. В этом случае анализ возможен и необходим, поскольку даже беглый, поверхностный взгляд на проблему вызывает заметно скептическое отношение к этим обоснованиям. Правда, в научной и научно-популярной литературе все эти описания нередко приводятся совместно с мистическими.

Связь математики и физики

Давно замечено интересное и важное свойство математики, которая позволяет делать верные, но изначально просто как бы выдуманные описания нашего мира, предсказания:

"Существует вопрос, давно волнующий людей, задумывающихся об основаниях математики: *почему математика столь эффективна при описании нашего мира и столь хорошо описывает его эволюцию?* ... Почему эти правила так хорошо работают?" [56]

Однако вряд ли следует слишком уж сильно этому удивляться. Эта математика так хорошо работает просто потому, что мы и вывели её из прямых наблюдений за окружающей действительностью. Эффективно работает, значит, верно подсмотрели. Более того, в науке и в физике, в частности, уже давно замечена еще одна интересная закономерность: кажущиеся поначалу абстрактными математические выражения, уравнения вдруг оказываются описанием какого-нибудь вполне реального явления:

"... физики обнаруживают, что математические построения, необходимые им для описания нового класса явления, уже исследованы математиками по причинам, не имеющим ничего общего с обсуждаемыми явлениями" [30, с.264].

Однако даже при таком явно полезном подходе следует все-таки быть предельно осторожным при формулировке выводов и следствий из этих математических построений. Можно

привести ряд примеров, когда такие выкладки приводят не просто к противоречиям со здравым смыслом, но к довольно заметным противоречиям с логикой, содержат логические ошибки. Например, одним из наиболее известных таких странных выводов при исследовании бесконечных множеств элементов являются доказательства Кантора о равенстве числа точек на квадрате и линии, равной длине его ребра. В предельно строгом виде подобные положения сформулированы на сайте Википедии:

"... множество натуральных чисел ($\mathbb{N}$) равномощно множествам целых чисел ($\mathbb{Z}$), чётных натуральных чисел, всех рациональных чисел ($\mathbb{Q}$), а отрезок числовой прямой ($\mathbb{I} = [0,1]$, континуум) оказывается в биективном соответствии со всей числовой прямой ($\mathbb{R}$), а также с *n*-мерным евклидовым пространством ($\mathbb{R}^n$)" [22].

Здравый смысл и очевидность говорят нам, что этого не может быть. Видимо, для доказательства равномощности точек отрезка и квадрата Кантор использует противоречивый, нелогичный метод. Кроме того, можно предположить, что методология и доказательства Кантора и приведенные в цитате утверждения являются узкими теоретическими, частными проблемами, не имеющими прямого отношения к рассматриваемым в данной книге вопросам многомерности пространств. Однако они в явном виде использованы для того чтобы поставить под сомнение одно из основных положений понятия многомерности:

"... параметрическое определение размерности (по крайней мере в форме: "Размерность пространства — это минимальное число параметров, которые необходимы, чтобы отличать точки пространства друг от друга") математически некорректно. Это стало ясно после построенного Георгом Кантором (1845—1918) знаменитого примера взаимно-однозначного соответствия между множествами точек квадрата и отрезка" [35, с.32].

Поэтому обойти, оставить без внимания эти выкладки мы не можем. Приведем краткие доказательства, которые позволят

решительно отвергнуть эти аргументы и позволят рассматривать как исчерпывающее и корректное параметрическое определение размерности пространства именно в приведенной в цитате формулировке.

Кантор: точки на квадрате и линии

Метод Кантора противоречив, что можно показать, доведя его до логического абсурда, очевидного противоречия. Если утверждается, что количество точек на квадрате равно количеству точек на линии, то покажем, что, наоборот, количество точек на линии больше количества точек на нескольких квадратах, используя в точности тот же метод доказательства, что и Кантор, который предложил комбинировать точки на квадрате, согласно их координатам, в результате чего из двух чисел-координат образуется одно общее число:

$$x = 0,\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0,\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

$$z = 0,\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n...$$

Очевидно, что на отрезке от нуля до единицы для такого "сдвоенного" числа всегда найдется одна-единственная точка, что и свидетельствует, якобы, от тождественности количества точке на квадрате и на линии. Для доказательства обратного мы возьмём куб, с длиной ребра, равной сравниваемой линии. Выделим в этом кубе для начала ровно десять сечений, каждое из которых, очевидно, равно тому квадрату, который использовал Кантор. Для того чтобы точки на квадратах можно было различить и из очевидных соображений мы обязаны признать, что квадраты имеют ещё одну координату. Для простоты, что, вообще-то, усложняет наше опровержение, ослабляет его, возьмём значения этих координат в кратчайшем виде, в виде единственной цифры от 0 до 9 без последующих дополнительных нулей, что во много раз увеличит число таких комбинированных точек, принадлежащих каждому квадрату. Теперь,

согласно методологии Кантора, для точек x и y каждого квадрата мы получим скомбинированные числа z следующего вида:

$$x = 0, N\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0, N\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

$$z = 0, N\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n...$$

Здесь символом N обозначен номер квадрата или, что то же самое, его координата. Как видим, закономерно и оправданно все точки и, соответственно, скомбинированные числа отличаются друг от друга. Легко обнаружить, что комбинированные числа каждого квадрата изменяются в диапазонах, соответственно, [0, 0.1), [0.1, 0.2), [0.2, 0.3) и так далее. То есть, все они в совокупности образуют интервал отрезка [0, 1], что означает: множество точек всех десяти квадратов равно множеству точек на линии, вернее, меньше. Итак, даже при ослаблении нашей аргументации мы приходим к выводу, который противоречит выводу Кантора об их равенстве. Два способа нумерации, основанных тождественно на одном и том же методе, приводят к несовместимым, противоположным выводам. Поэтому этот метод Кантора логически неверен, ошибочен. И вновь возникает риторический вопрос, какой же в этом случае метод верный? Методов группировки может быть сколько угодно, поэтому верным является только один метод – без группировки, то есть, сравнивать можно только равнозначные объекты – линию с линией. В этом случае вывод однозначный – множества точек линии и квадрата не равномощны. Самым простым и наглядным способом определения этого является простое наложение линии на квадрат и отождествление соприкоснувшихся точек.

Практически такая же противоречивая ситуация возникает и при отождествлении двух противоположных сторон квадрата: верхней и нижней, либо любых двух средних линий квадрата. Возникает совершенно противоестественная ситуации: эти пары линий вообще нельзя отождествить, поскольку нумерация их точек не имеет одинаковых значений. Верхняя сторона квадрата должна иметь по Кантору значения первой

цифры после запятой всех точек, начинающиеся с 9, а нижняя – с 0, а средние, например, с 3 и 5.

Количество натуральных чисел

Проверим теперь корректность метода Кантора по подсчету количества натуральных чисел для разных способов их группирования. Попробуем просто пересчитать, перенумеровать все натуральные числа, предварительно соединив их в пары четное-нечетное число: (1,2), (3,4), (5,6), то есть, присваивая каждой паре последовательно номера 1, 2, 3, 4 и так далее. Очевидно, что каждой паре будет присвоен один номер, натуральное число. И мы получаем явное противоречие, поскольку это означает, что количество всех натуральных чисел, собранных в пары, в два раза больше количества всех натуральных чисел. Буквально, количество всех натуральных чисел в два раза больше количества всех натуральных чисел. Но натуральные числа можно группировать и тройками, пятерками, десятками и так далее.

Однако и это не предел. Можно, например, составить таблицу из n строк натуральных чисел, поэтому, соответственно, столбцов будет тоже n, где n – натуральное число. Теперь подсчитаем, перенумеруем диагональным методом Кантора все числа этой таблицы. Очевидно, что каждое из чисел получит свой порядковый номер, которых, понятно, будет ровно n. Но таблица содержит n^2 элементов. Получается, что количество n^2 элементов равно n, или, другими словами, количество всех натуральных чисел равно квадрату количества всех натуральных чисел. Конечно, сами натуральные числа к этому непричастны. Проблему создаёт выбор специфического способа подсчета, в основе которых явно лежат методы Кантора, позволяющие получить любой, *произвольный* результат. Поскольку один и тот же метод при *корректном* применении даёт разные результаты, такой метод не может быть верным.

Счетность действительных чисел

Как утверждается, с опорой на методологию счета Кантора, множество всех действительных чисел несчетно, то есть, невозможно их пересчитать, присвоив каждому из них некоторое натуральное число – номер, поскольку всегда останутся непронумерованные числа [31, с.73-74]. Вообще-то, на первый взгляд интуитивно это выглядит вполне очевидно. Рассмотрим, например, следующую явно бесконечную последовательность действительных чисел:

0,12345...
1,23456...
12,3456...
123,456...

В этих числах запятая просто занимает позицию n, представляющую натуральное число, поэтому чисел в указанной последовательности в точности равно числу строк, n, где n равно бесконечности. Поскольку все номера натуральных чисел использованы для нумерации этих действительных чисел, то очевидно, что остальное множество действительных чисел осталось без номеров, то есть их множество – несчетно. Но это очевидная логическая ошибка. Чтобы убедиться в этом, достаточно, например, таким же методом записать все действительные числа, меньшие нуля. Метод записи очевиден, нужно просто записывать после запятой все последовательные натуральные числа "задом наперед". Возникает, например, такой фрагмент последовательности действительных чисел:

0,699→0,799→0,899→0,999→0,0001 и так далее.

Очевидно, что последовательность содержит все без исключения действительные числа, меньшие нуля, в частности, полную дробную часть чисел π (3,14159...), числа Эйлера – e (2,71828...), основания натуральных логарифмов, константу пропорциональности Ландау – Рамануджана C (0,76422...) и постоянную тонкой структуры . Если же составить множество таких строк, в каждой из которых вместо нуля теперь уже будут записываться последовательные натуральные числа, то обра-

зуется квадратная таблица, матрица, содержащая *все без исключения* положительные действительные числа. Дублирование строк со знаком минус добавит в таблицу и все отрицательные действительные числа. Это множество – счетное, поскольку можно использовать для их пересчета диагональный процесс Кантора [31, с.70]. Следовательно, вопреки утверждениям его последователей, множество всех действительных чисел – счетно. Два метода записи действительных чисел и два корректных методы их нумерации дают противоположные, взаимоисключающие результаты. Но какой из них верный?

Метод доказательства несчетности

Очевидно, что традиционный метод доказательства несчетности множества действительных чисел содержит явную логическую ошибку, поэтому непригоден сам по себе. Этот метод опирается на предположение "если кому-то удалось все их пересчитать, то можно найти пропущенное".

В предыдущем рассмотренном примере с перестановкой запятой такие пропущенные числа очевидны, например, в нем отсутствуют числа 1 и 2. Однако традиционный метод нахождения пропущенного числа изначально содержит логическую ошибку, противоречие. Подбор такого числа дает результат, который *изначально обязательно* должен был быть подсчитанным, пронумерованным натуральным числом. Для нахождения такого пропущенного числа берём некоторое число из подсчитанных, пронумерованных и первую его цифру вписываем в первую позицию искомого числа, которому якобы не присвоен натуральный номер. Затем берём второе число из пронумерованных, но в искомое число во вторую позицию вписываем из него отличную цифру из второй позиции. В результате образуется новое число. Утверждается, что это число отличается первой позицией от первого числа, второй – от второго, третьей – от третьего, то есть, новое число не совпадает ни с одним из рассмотренных. Однако автор и последо-

ватели этого метода не заметили, в общем-то, довольно очевидного обстоятельства.

Предположим, что получено новое число, скажем, 0,1111911119999.... Однако это число не является новым, отсутствующим в пронумерованном множестве. Это странным образом не замеченное *очевидное* обстоятельство. Очевидно, что комбинации цифр после запятой действительных чисел являются полными, исчерпывающими, содержащими все без исключения их возможные комбинации. То есть, любая наперед заданная комбинация цифр *обязательно* присутствует в множестве действительных чисел. Более того, любое число с конечным числом знаков как фрагмент, шаблон присутствует в этом ряду бесконечное число раз. Действительно, "найденных" чисел вида 0,111nnn… – бесконечное множество, как и чисел 0,11119nnn..., где n – любая цифра, поэтому среди них обязательно имеется и "найденное". Следовательно, любое найденное подобным образом число, обязательно имеется среди подсчитанных, то есть, оно пронумеровано, как и любое другое из множества действительных чисел.

Уникальность методов математики

Совершенно очевидно, что продемонстрированные логически противоречия в математических доказательствах равномощности множеств ни в коей мере не противоречат упомянутому наблюдению об уникальности методов математики. Главное – просто не следует нарушать законы логики. Более того, наблюдения о закономерностях были продвинуты еще дальше. Считается, что если для таких математических выражений и не найдено материальное, физическое соответствие, то такое соответствие все равно есть и оно рано или поздно может быть обнаружено:

"... для любой и каждой математической структуры должна существовать отвечающая ей вселенная. Существует, например, ньютоновская вселенная, подчиняющаяся законам евклидовой геометрии, классической механики и теории гра-

витации Ньютона. Есть также вселенные, в которых пространство имеет бесконечное число измерений, и другие — с двумя измерениями времени. Еще труднее представить себе вселенную, управляемую алгеброй кватернионов, не имеющую ни пространства, ни времени" [30, с.265].

Из этого сразу же становится видна и фундаментальная, принципиальная идея научного рождения всех этих параллельных и многомерных миров, основание для их провозглашения. Конечно, такая ситуация сформировалась не сразу, когда-то ученые относились к ней предельно осторожно, с недоверием, скептически:

"Сама идея параллельных вселенных когда-то рассматривалась учеными с изрядной долей подозрения и считалась областью деятельности мистиков, шарлатанов и больших оригиналов. Каждый ученый, осмеливавшийся работать в области изучения параллельных вселенных, подвергался насмешкам, даже рисковал своей карьерой, поскольку вплоть до сегодняшнего дня не существует экспериментального подтверждения существования параллельных вселенных" [47, с.30].

Однако появление теории относительности, квантовой механики заметно понизили уровень критичности, показав, что идеи многомерности и параллельных миров могут весьма непротиворечиво происходить, выводиться из формализма самих научных теорий:

"Оглядываясь назад, можно сказать, что сама идея существования параллельных вселенных буквально навязана нам. Инфляционная теория представляет собой синтез традиционной космологии с достижениями в области физики элементарных частиц. Будучи квантовой теорией, физика частиц утверждает, что существует ограниченная вероятность происхождения маловероятных событий, таких, как создание параллельных вселенных. Таким образом, как только мы признаем возможность создания одной Вселенной, мы тем самым откроем двери возможности создания бесконечного множества параллельных вселенных" [47, с.112].

Вместе с тем, все эти навязанные теориями идеи множественности миров и многомерных пространств сталкиваются с серьёзными философскими проблемами. Одна из них связана с философским утверждением, что объект, который мы *в принципе* не можем наблюдать, который никак себя не проявляет, не взаимодействует с нами, должен считаться несуществующим. Единственным способом избежать этого противоречия, является предположение о том, что это временная или техническая проблема, что гипотетически наблюдение этих несуществующих объектов возможно хотя бы в принципе:

"К несчастью, проверка теории Мультивселенной, предполагающей существование многочисленных вселенных с различным набором физических законов в каждой из них, в настоящее время не является возможной. Для того, чтобы добраться до параллельных вселенных, необходимо двигаться со скоростью, превышающей скорость света" [47, с.121].

Получается, что все-таки возможность наблюдения и посещения таких Вселенных существует в принципе, хотя технически и затруднена. С другой стороны, такие вселенные предсказываются теориями, имеющими множество экспериментальных подтверждений, построенные на строгих логических, непротиворечивых принципах, поэтому нет формальных причин не доверять им:

"Согласно теории Эйнштейна, существование многочисленных вселенных является возможным, а по квантовой теории у нас даже есть средства для передвижения между ними. И в рамках новой М-теории мы можем обрести новую, окончательную теорию, которая поможет раз и навсегда решить вопрос о параллельных вселенных и путешествии во времени" [47, с.128].

Правда, даже в этом случае следует быть предельно осторожным, поскольку помимо множества подтвержденных экспериментально предсказаний теорий, существуют и предсказания, которые не просто пока не подтверждены в опыте, но уже сейчас однозначно противоречат логике и законам философии. Например, конфликт между квантовой механикой

и специальной теорией относительности заключается в возможности перемещения во времени, в прошлое. Но такое перемещение всегда связано с возникновением петель времени и причинно-следственных парадоксов, когда следствие предшествует причине [см. приложение Парадокс тахиона – петли времени, с.358]. Переместившись в прошлое, причину можно уничтожить, тогда следствие не должно наступить. Но тот, кто уничтожил причину сделал это, зная о существовании следствия. На этом принципе построен знаменитый "парадокс дедушки". В кинематографе эта идея обыгрывается довольно часто. Однако уничтожение причины, например, себя самого в прошлом, в фильмах всегда сопровождается лишь исчезновением его поверхностного следствия – себя в приведенном примере. Но это лишь малая часть всей цепочки причин и следствий, поскольку этот персонаж за время своего существования участвовал во множестве взаимодействий. Исчезнув из них, он устранил только два эпизода этих взаимодействий, но множество других взаимодействий в этом случае также остались без причины. Даже более расширенная трактовка этого парадокса в виде "эффекта бабочки" тоже полностью не решает проблему, поскольку и сам этот эффект при нормальном ходе событий просто не мог возникнуть в принципе.

Но эти причинные парадоксы – лишь часть удивительных предсказаний теории относительности. На заре рождения теории одно из точных решений её невероятно сложных уравнений нашел Шварцшильд – это решение для Черной дыры, возникающей в момент коллапса нейтронной звезды. Поведение этой странной звезды оказалось не просто невероятным, а открыло путь к совершенно мистическим трактовкам:

"Математик Герман Вейль ... открыл, что если исследовать мир внутри "магической сферы", то, видимо, с другой стороны ее находится другая вселенная" [47, с.135].

Под "магической сферой" здесь подразумевается так называемый радиус Шварцшильда, горизонт событий Черной дыры. Хотя упоминание об открытии и сопровождается словом

"видимо", но даже в такой формулировке содержится весьма загадочный оборот. Как можно понимать выражение "с другой стороны внутри сферы"? Что для "внутри сферы" является "другой стороной"? Конечно, если трактовать эти понятия буквально, традиционно, то это всё, что вне сферы. Однако в данном случае, очевидно, имеется в виду нечто совершенно иное. С Черной дырой неразрывно связано ещё одно понятие из общей теории относительности – сингулярность. Если провести параллель с обычными трактовками из общей теории относительности, то под "другой стороной" здесь подразумевается, вне всяких сомнений, та область загадочного пространства-времени, в которую можно попасть, просто войдя в сингулярность.

Конечно, всё это явно теоретические изыски, поскольку все физики единодушно признают, что сингулярность уничтожает всё, что в неё попадает, причем даже на дальних подступах, задолго до того, как объект приблизится к горизонту событий сколлапсировавшей нейтронной звезды. Тем не менее, постоянно изобретаются всё новые и новые варианты:

"Физики называют эти порталы червоточинами, поскольку, подобно червю, вгрызающемуся в землю, они создают более короткий альтернативный путь между двумя точками. Эти порталы также называют иногда порталами или "вратами" в другие измерения. Как их ни назови, когда-нибудь они могут стать средством путешествий между различными измерениями, но это случай крайний" [47, с.138].

Отметим использованное в цитате выражение "врата в другие измерения". Это выражение встречается довольно часто в различных формулировках: переход в другое измерение, в гиперпространство, парение, выход из какого-то измерения, прохождение через него, миры в другом измерении, в которых практически явно с некоторой *областью* пространства отождествляется пространственное измерение, *координатная ось*, по существу. Такое представление о пространственных измерениях однозначно является ошибкой с математической точки зрения.

Любые самые логичные и авторитетные рассуждения о множественных мирах сразу же вызывают непреодолимый скепсис и недоверие, когда рассматриваются подобные подходы к пространственным измерениям:

"... кто сможет пробраться в четвертое пространственное измерение ... способен стать невидимым" [47, с.208].

"... ракеты просто и мгновенно переходят в гиперпространство, деформируя окружающее их пространство" [46, с.20].

"Перескочив в пятое измерение, мы просто вмиг исчезнем из нашей нынешней Вселенной" [46, с.104].

Пространственное измерение – это всего лишь одна из условных, воображаемых осей какой-либо системы координат. Если пространственных координат четыре, то их столько всегда и везде, и невозможно ни уйти из неё ни пробраться в неё. Это в точности то же самое, что выйти из третьей координаты нашего мира. Где бы мы ни находились, как бы ни двигались или вращались, эта координата всегда присуща нам, от наших действий она никак не зависит. Нет и быть не может такой физической ситуации, что положение одной точки описывается *только* координатами xy, а другой – *только* xz. Такое возможно лишь в математических абстракциях, но не в реальном физическом мире. Поэтому никакой невидимка не способен пробраться в какое-либо *другое измерение*. Можно говорить *только* о движении *вдоль* какого-либо измерения, вдоль координатной оси этого измерения. Можно было бы в приведенной цитате эти формулировки назвать неточностями упрощения, но последовавшие далее в книге описания приключений ученого в Плоской стране [47, с.209], сумевшего воспарить в гиперпространство, в третье измерение, все-таки настораживают.

"Теория Эйнштейна объединяет пространство и время в одно неразрывное целое. В результате любой портал, соединяющий две точки пространства, может также соединять два момента времени. Иными словами, теория Эйнштейна допускает возможность путешествия во времени" [47, с.148].

И здесь следует указать на недостаточно обоснованную экстраполяцию, крайне условное отождествление пространственных измерений и *параметра* времени, являющегося вообще-то признаком, описателем изменчивости материальных объектов. Более того, переход от объекта к нему же, но в *другом* состоянии, разрушает фактически само понятие времени, которое является просто последовательностью состояний, изменений объектов. И уж точно, вряд ли можно назвать научной мысль, которая без всяких проблем допускает нарушение причинности:

"Научная мысль так далеко отступила от выводов Хокинга, что физик из Принстона Ли-Синь Ли даже выдвинул гипотезу *анти* хронологической защиты: "Не существует такого закона физики, который бы препятствовал появлению замыкающихся временных петель" [47, с.161].

Здесь можно заметить хорошо, четко сформулированные принципы беспричинности: сама по себе физика явно вроде бы их не запрещает, если не видеть в её уравнениях логическую, философскую составляющие, которые в них определенно имеются. Но просто невозможно признать *допустимость* путешествия в прошлое, которое неизбежно разрушает даже и физический ход процессов, хотя следующую цитату можно посчитать просто как констатацию такого мнения:

"... еще одной причиной, по которой ученые отбрасывали идею путешествия во времени, были временны́е парадоксы. ... такого временно́го парадокса было бы достаточно, чтобы отбросить идею о путешествии во времени" [47, с.164].

Как видим, говорится всего лишь "было бы достаточно", но не утверждается, что *уже достаточно*, чтобы отбросить любые идеи о путешествии в прошлое. Вариантов таких парадоксов путешествия в прошлое может быть несколько, но все они сводятся, в конечном счете, к классическому "парадоксу дедушки". Например, информационный парадокс, согласно которому пришедшая из будущего информация фактически не имеет начала, источника. Зная своё будущее, мы можем сделать так, что оно не наступит. Наконец, довольно

плохо сформулированный, противоречивый логически сексуальный парадокс, в котором человек может быть родителем себя самого.

Одним из возможных, а, в сущности, единственным решением парадокса петель времени чаще всего рассматривается наличие параллельных реальностей. Очевидно, что в этом случае путешествие в прошлое таковым не является, это другой мир, поэтому и парадоксов не возникает. Хотя и это решение с параллельной реальностью на самом деле не является полным. Действительно, допустим, что наш путешественник попал в прошлое в какой-то иной реальности и уничтожил причину какого-то известного ему события в своей реальности. Но законов сохранения никто не отменял, и здесь они так же должны иметь место. То есть, если наш путешественник проник в чужую реальность, то *обязательно* в его собственную реальность проникнет путешественник из какой-то другой реальности. Пусть это даже и не взаимообмен проникновениями, но в любом случае возникнет какая-то цепь перекрестных переходов, которая, в конечном счете, станет тождественной переходу в собственное прошлое. Все эти путешественники в итоге уничтожат в прошлом друг у друга одну и ту же причину известного им всем события собственной реальности. Парадокс остаётся в силе.

Другим возможным решением парадокса можно признать наличие эффекта, подобного квантовой нелокальности. Известно, что запутанные частицы ведут себя так, будто передают друг другу информацию. Тем не менее, не удалось ни найти носителя этой информации, ни использовать такой обмен квантовой информации для передачи информации классической. Такой же эффект может возникнуть и при путешествии в прошлое с возвратом в точку времени отправки. Можно будет в прошлом совершить любой *возможный* поступок, однако с течением времени вплоть до момента отправки все последствия этих поступков будут полностью нивелированы, сглажены, то есть, в будущем не останется абсолютно никаких последствий этих поступков. Например, попав в прошлое, вы можете убить

своих родителей до своего рождения. Но вы не исчезаете сразу же, а вернувшись назад, в будущее, своё исходное настоящее, вы с удивлением увидите, что они живы. Начав выяснять причину этого, вы обнаружите, что это не биологические ваши родители, а приемные, которые всю жизнь старательно скрывали от вас эту тайну. Очевидно, возможны разные варианты подобных стираний воздействия будущего на прошлое.

В любом случае парадоксов причинности в самом прямом смысле физически быть не может. Философский закон детерминизма абсолютно верно отражает эту закономерность окружающего мира, поэтому пренебрежение физиков философией неизбежно ведет их к риску впасть в мистификацию. Нужно быть предельно осторожным, цитируя Цицерона:

"Не существует ничего абсурдного настолько, чтобы философы этого не произнесли" [47, с.180].

По поводу цитаты можно сыронизировать, что это слова настоящего философа, к тому же, по понятным причинам, не знакомого с современными математиками и физиками и их некоторыми выводами вроде тождественности множества точек линии и квадрата, построенного на ней. Как справедливо и метко замечает Мичио Каку:

"Однако может случиться так, что смеяться последними будут все же философы. Квантовая теория не завершена и покоится на шатком философском основании" [47, с.180].

Правда, следовало бы, пожалуй, уточнить и завершить приведенную цитату по-другому и, соответственно, понимая её немного иначе: "квантовая теория не завершена и *НЕ* покоится на философском основании". Здесь вполне ожидаемо и закономерно возникает вопрос, почему мы не видим предсказываемые квантовой механикой многочисленные миры, которые находятся рядом с нами? Объяснение о нарушении контакта с ними вследствие декогеренции ничего толком не проясняет. Контакт – контактом, но есть эти миры вообще или их нет? Взаимодействие друг с другом наших и их волновых функций вряд ли могут помешать, например, фотонам двигаться, как говорится, от "нашего стола к вашему столу":

"У нас больше нет контакта с ними" [47, с.194].

В качестве ещё одной причины невозможности "проникнуть в десятое измерение" очень часто приводится проблема нехватки для этого энергии:

"Затраты энергии, необходимые для того, чтобы связать в узел пространство и время, настолько велики, что ее получение останется недоступным в ближайшие несколько веков или даже тысячелетий, если эта цель вообще когда-нибудь будет достигнута" [46, с.25].

"... для создания "червоточины" могут потребоваться огромные затраты энергии, получение которой в ближайшие века останется технически неосуществимым" [46, с.18].

Для примера некоторые авторы приводят величину такой энергии, но эти данные выглядят довольно странно:

"Удалось подсчитать, сколько энергии понадобится, чтобы выявить столь крошечное расстояние: получилась так называемая *планковская энергия,* или 10^{19} млрд эВ. Представить себе такое колоссальное количество энергии невозможно. Она в 100 миллиардов миллиардов раз превосходит энергию, содержащуюся в протоне, а также всю энергию, которую мы способны произвести в ближайшие несколько столетий"[46, с.104].

Вообще-то, планковская энергия довольно скромна, это всего лишь 543 кВт·ч ($\approx 10^{19}$ ГэВ, $\approx$ 738 л.с.·ч).). Столько электроэнергии вырабатывает небольшая передвижная дизельная электростанция. И столько электроэнергии потребляет средний россиянин почти за полгода. А европейский ускоритель БАК рассчитан на работу с энергией 14 ТэВ $\approx 14x10^3$ ГэВ. Поэтому цитированное заявление выглядит несколько странно. В частности, Википедия эту энергию оценивает так:

"... она превосходит примерно на восемь порядков максимальную измеренную энергию космических лучей и примерно на 6 % дульную энергию мощнейшего артиллерийского орудия в истории – 800-мм железнодорожной пушки Дора" [67].

Ещё одну оценку этой энергии можно найти в книге "Элегантная Вселенная" Брайана Грина:

"Энергия, необходимая для исследования вещества на планковских масштабах, равна примерно тысяче киловатт-часов – ее хватило бы для работы среднего кондиционера в течение тысячи часов — и не представляет из себя чего-либо особо выдающегося. Кажущаяся неразрешимой техническая проблема состоит в том, чтобы сконцентрировать всю эту энергию в отдельной частице, т.е. на отдельной струне" [36, с.146].

Следовательно, оценка энергии относится не к её абсолютному значению, довольно незначительному, а к сложности придать такую энергию элементарной частице, протону, что, действительно, является сложным. Поэтому и для создания червоточины, видимо, требуется не само по себе большое количество энергии, а необходимость сконцентрировать её в предельно малых, планковских размерах пространства. Но за этой технической проблемой, якобы препятствующей проникновению в другое, десятое измерение, скрывается иная проблема, математическая.

Такое проникновение невозможно совсем по другой причине: нет и в принципе быть не может никаких туннелей в многомерное пространство, поскольку мы изначально находимся во всех *существующих* измерениях, мы просто физически не можем находиться вне их. Упоминания в популярной литературе переходов в иные измерений и вселенных в других измерениях не только зачастую вводят в заблуждение читателя, но и демонстрируют противоречивые представления о них у самих авторов этих упоминаний.

Считается, что гиперпространство может позволить пройти сквозь пространство и время, что машины времени, "кротовые норы" или "червоточины", соединяющие удаленные части пространства-времени – это уже не абстрактные рассуждения или фантазии, а сфера научных исследований. Правда, указывается, что всё это пока лишь гипотетические предположения, не имеющие экспериментальных подтверждений. Принято считать, что не только увидеть четвертое пространственное измерение, но даже просто вообразить его,

представить крайне сложно, а то и вовсе невозможно, что связано с особенностями нашего мозга:

"Гельмгольц предупреждает читателей, что визуализировать четвертое измерение мы не можем" [46, с.42].

Тем не менее, такие попытки предпринимаются, и, следует признать, рациональное зерно в них есть. Например, время и без мнимостей можно рассматривать как пространственное измерение, в результате чего четырехмерный объект превращается в своеобразную киноленту. В этом случае он представлен в виде своих последовательных сечений, некой цепи, ползущей змейки, образованной трехмерными элементами. Однако и без визуализации многомерные представления о пространстве-времени имеют заметную практическую пользу, поскольку позволяют проще и яснее формулировать законы природы. Вместе с тем, наличие коридоров, туннелей между удаленными областями пространства-времени чисто аналитически по-прежнему приводят к акаузальным парадоксам, нарушениям причинности, когда следствие предшествует причине. При этом вместо того, чтобы отбросить такие решения как невозможные, им даётся "научный ход". Правда, в качестве оправдания невозможности экспериментально доказать эти определенно ненаучные выкладки говорят о необходимости затрат энергии, которые "временно", в ближайшие века недостижимы для нас, либо ссылаются на наличие таких возможностей только у более развитых, внеземных цивилизаций.

Как указывает Мичио Каку, согласно "теории гиперпространства" изначально, до Большого взрыва Вселенная была десятимерной, но впоследствии она разделилась на две части: четырехмерную (три пространственных измерения и одно – время) и шестимерную Вселенные [46, с.25]. Возможно, у этой теории есть какие-то логические основания, но что представляет собой вторая Вселенная, в которой все измерения пространственные и нет временно́го? Такая Вселенная мертва, в ней нет никакого движения, изменений. Может быть, не следует всё это понимать буквально? Пространство как таковое является следствием наличия материальных, вещественных

объектов, которые и проявляют себя как пространство. Изменчивость объектов означает движение во времени. Очевидно, что непротиворечиво модель разделения Вселенных можно рассматривать как изменение свойств объектов, образующих пространство. Если изначально у этих объектов было 10, 20 или 120 измерений, то никуда исчезнуть просто так они не могут, эти свойства мерности объектов могут быть просто малодоступны для взаимодействия, как становится недоступным вертикальное измерение для ползущего по асфальту дождевого червя. Любое свойство Материи, которое мы рассматриваем в качестве измерения, некой координаты - это свойство, не обязательно являющееся пространственным.

2. Геометрия многомерных пространств

Пожалуй, можно сказать, что первый фундаментально научно обоснованный вариант многомерного пространства предложила ведущая физическая теория – теория относительности, теория гравитации, рассматривающая всю нашу реальность как единое пространство-время Минковского – Эйнштейна. В этой теории три пространственных измерения и время объединены в четырехмерный конгломерат, а время, умноженное на скорость света, признано в нем четвертым измерением. Конечно, выглядит это довольно необычно, приравнивание к пространственным величинам времени, параметра, совершенно отличного от них. Насколько это правомерно? Является ли время одним из равноправных пространственных, линейных измерений четырехмерного мира: x, y, z, t, пусть даже параметр времени входит в него с коэффициентом? В специальной теории относительности пространственные координаты и время входят в уравнение релятивистского интервала:

$$ds^2 = c^2dt^2 – dx^2 – dy^2 – dz^2$$

Но не слишком ли сложно и даже как-то неестественно время соотносится с тремя другими? Тем не менее, в настоящее время представление о реальности, размещенной в четырехмерном пространстве – времени является общепризнанным. В уравнении, однако, время присутствует в своем, отличном от пространственных координат виде. Во-первых, временная координата входит со знаком, противоположным знаку пространственных координат, и, во-вторых, в виде произведения времени на скорость света, поскольку только в этом случае она получает размерность длины (пространственную). Полученное образование носит название пространства-времени Минковского и имеет метрику следующего вида: (1, –1, –1, –1) или кратко (+ – – –). Иногда метрику записывают инверсно:

(– + + +). Из этого хорошо видно, что время само по себе отличается от пространственных координат x, y, z. Это нечто иное, совершенно особенное.

Рассмотрим возможные способы образования многомерного пространства, воспользовавшись методикой протяжения величин Римана, и для последовательного рассмотрения сформируем с её помощью предшествующие варианты миров с размерностью пространства от нулевого до четвертого. Согласно рассуждениям Римана:

"Мы придём к заключению, что в многократно протяжённой величине возможны различные мероопределения, и что пространство есть не что иное, как частный случай трижды протяжённой величины. Необходимым следствием отсюда явится то, что предложения геометрии не выводятся из общих свойств протяжённых величин, и что, напротив, те свойства, которые выделяют пространство из других мыслимых трижды протяжённых величин, могут быть почерпнуты не иначе, как из опыта" [Риман, с.309].

Данные определения, очевидно, не являются доказательством того, что наш мир, пространство, в котором он находится, является определенно трехмерным. Оно лишь отражает методику получения этого частного трехмерного случая как протяжения величины, в данном случае пространственной. Однако "необходимое следствие" не указывает явно на такое важное свойство величин, как *тождественность* их свойств, что исключило бы подмену *протяжения* пространственной величины *добавлением* мыслимой величины с совершенно иными, непространственными свойствами.

"... мы имеем дело с непрерывным или с прерывным многообразием; отдельные состояния называются в первом случае точками, во втором — элементами многообразия".

"... надобность в образовании понятий, соответствующих случаю непрерывных многообразий, встречается сравнительно редко; из немногочисленных примеров многократно протяженных многообразий, встречающихся в обыденной жизни, укажем локализованные ощущения и цвета" [Риман, с.311].

Очевидно, к этим немногочисленным примерам следует отнести и пространство, причем, трехмерное. Добавление к нему времени как четвертой мерности, несомненно, является отклонением от методики протяжения.

"Предположим, что некоторому понятию сопоставлено непрерывное множество состояний, причем от одного состояния определенным способом можно переходить ко всякому другому; тогда все эти состояния образуют просто протяженное или однократно протяженное многообразие, отличительным признаком которого служит возможность непрерывного смещения на каждом данном этапе лишь в две стороны— вперед и назад. Предположим дальше, что это многообразие в свою очередь может быть переведено в другое, вполне отличное от первого многообразия, притом также совершенно определенным образом, т. е. так, что каждая точка первого многообразия переходит в определенную точку второго; все состояния, которые могут быть получены при подобного рода операциях, образуют дважды протяженное многообразие. Так же образуется и трижды протяженное многообразие: достаточно представить себе, что дважды протяженное многообразие определенным образом переводится в иное, вполне отличное многообразие. Легко понять, как можно продолжить это построение. Если условимся термину "определенный" противопоставлять в качестве противоположного термина "изменяемый", то можно характеризовать наше построение как составление изменяемости n+1 измерений из одной изменяемости n измерений и одной изменяемости одного измерения" [Риман, с.312].

Здесь понятие "вполне отличное многообразие" не следует понимать слишком буквально: если многообразие описывает пространственное измерение, то переводится оно в точно такое же пространственное измерение, но полностью независимое от первого. Было бы нелепо утверждать, что перевод по этой методике, например, пространственного измерения в многообразие цветов созревающего яблока образует n+1 многообразие, хотя такая конструкция в принципе возможна. На самом деле образуется пространственное n+1 мно-

гообразие. Раздельное рассмотрение n-измерений и одного измерения очевидно. При неизменности значений каждой из n-величин величина нового измерения может быть произвольной. Например, это может соответствовать высоте дерева в поле, когда смысл, свойства всех n+1 измерений тождественны. Для рассмотренного примера с цветом яблока придется указывать соответствие между каждым тоном яблока и точкой на этом поле, что явно лишено какого-либо смысла.

"В итоге, определение положения на данном многообразии приводится к определению числового значения просто протяженной величины и определению положения на многообразии, протяженность которого меньшей кратности. ... Повторяя указанную операцию n раз, мы сводим определение положения на многообразии n-кратной протяженности к определению числовых значений n просто протяженных величин, т. е. определение положения на данном многообразии (если только такое определение возможно) — к указанию конечного числа числовых данных" [Риман, с.313].

Если кратко резюмировать смысл приведенной цитаты, то для определения положения точки на n-многообразии необходимо указать n числовых величин, а проще говоря, указать координаты точки в n-мерном пространстве. В широком смысле многообразия многократно протяженных величин явно допускает существования n-мерного мира с любым количеством измерений n.

Методика Римана позволяет обнаружить интересную закономерность в формировании измерений нашего реального мира. Предположим, что существует ноль-мерный мир. Это мир, в котором, по сути, нет ни одного измерения. Очевидно, мир этот представляет собой безразмерную точку. Согласно Евклиду, точка – это то, что не имеет частей. Тем не менее, мы принимаем, что этот мир содержит в себе такие же объекты – точки, с такими же нулевыми измерениями и не содержащие частей. Теперь добавим первое измерение – координату x. Это измерение возникает при движении, "протяжении" точки: образуется линия. То есть 1-мерный мир является линейным ми-

ром. Все объекты этого мира теперь уже либо точки, либо отрезки линии. Если протянуть еще раз теперь уже линию по новой координате – y, мы получим 2-мерный мир. Этот мир всем нам хорошо знаком, с ним нам приходится иметь дело на чертежах, рисунках, в книгах, газетах, на экранах мониторов, телевизоров. Перейти от этого мира к нашей реальности можно, сдвинув, протянув образовавшуюся плоскость по новой координате – z. Как видим, переход от одного мира к другому, большей мерности осуществляется простым смещением, протяжением этого мира по дополнительной, вновь *введенной* координате. Следовательно, можно ожидать, что переход к миру следующей, четверной мерности можно также осуществить протяжением нашего объемного, пространственного мира по какой-то новой координате. Очевидно, для того, чтобы приспособить на эту роль время, нужно выполнить какие-то дополнительные требования. У времени уже есть своя, отличная от пространства единица измерения. Это заметное отклонение от принятой методики. Поэтому можно попробовать найти если не новую пространственную координату, то, по крайней мере, не худшую, чем время.

В математическом смысле линия, плоскость, пространство – это результаты последовательного интегрирования, что в точности соответствует римановскому протяжению. Если произвести новое протяжение, то есть, взять четвертый интеграл, то, логично предположить, что он и будет новым, четвертым измерением. А какую переменную для его обозначения следует выбрать в этом случае? Этот четвертый интеграл очень напоминает вычисление массы. То есть, результатом интегрирования вполне могла бы быть масса, а четвертой координатой, соответственно, плотность. Если же в качестве переменной выбрать время, то результат будет куда более отвлеченный, не очевидный. С другой стороны, аналогию с протяжением можно продолжить еще дальше: что появится при движении объема по четверной, неведомой пока координате? Конечно, такая трактовка четырехмерности выглядит тоже несколько искусственно, отвлеченно. Двигаясь по оси плотности, которую тоже

нельзя назвать пространственной, мы в рассмотренном случае просто получим объемные тела различной массы.

Тем не менее, попробуем выяснить, как все эти миры соотносятся друг с другом, в том числе согласно рассмотренной методике Римана:

Линия с $n = 1$ образована протяжением $n\text{-}1 = 0$-мерного объекта, точки, которые образуют её границы.

Поверхность с $n = 2$ образована протяжением $n\text{-}1 = 1$-мерного объекта, линии, которые образуют её границы.

Объем с $n = 3$ образован протяжением $n\text{-}1 = 2$-мерного объекта, поверхности, которые образуют её границы.

Вещественный (массивный) объект с $n = 4$ образован протяжением $n\text{-}1 = 2$-мерного объекта, объема, и в этом случае о границе говорить не вполне уместно. Правильнее говорить об образовании объема, заполненного веществом.

Можно сказать, что выбор в качестве четвертой мерности мира оси плотности все-таки более нагляден, чем выбор оси времени. Хотя такая трактовка четвертого измерения и трудна для восприятия, но она позволяет высветить искусственность трактовки времени как четвертого *пространственного* измерения. Другими словами, в рассмотренных случаях нет достаточных оснований говорить, что наш мир имеет четыре *пространственных* координаты.

Вместе с тем, многомерность *пространства* вообще-то подразумевает наличие именно нескольких *пространственных* измерений. Все многомерные, параллельные миры и Вселенные, альтерверсы и мультиверсы явно подразумевают наличие дополнительной именно *пространственной* координаты. Превращение времени в пространственную координату сделано умножением его на скорость света. Но такую же хитрость можно применить и к плотности, умножив её на некую величину, превратив размерность произведения в пространственную. Очевидно, что таким образом можно ввести любое число новых пространственных координат, измерений. Но время и само по себе прекрасно исполняет роль координаты, хотя и не пространственной. Поэтому тезис, что наш мир имеет только

три *пространственных* измерения, выглядит все-таки несколько более предпочтительным.

Итак, чем же принципиально отличаются друг от друга параллельные миры? Новым, дополнительным измерением? Нет, это неверно. По определению два параллельных мира обязательно имеют одинаковые системы координат. Своеобразные "кадры параллельных" миров просто нанизаны на ось какого-то дополнительного измерения. В этом случае для некоторых полностью одинаковых 3-мерных объектов могут быть выбраны два разных значения четвертой координаты. Сразу же это означает их пространственное разделение.

Обозначим такую новую, четвертую координату для 3-мерных миров, координатную ось реальности через p. Если p1 = p2, то два мира полностью сливаются. В этом случае они тождественны, и это - один единый мир. Не может быть в двух "слившихся" мирах двух *разных* точек с *одинаковыми* координатами (x, y, z, p). Точно так же одна и та же 3-мерная точка не может иметь двух разных наборов координат (x, y, z).

Если два параллельных мира p1 (наш) и p2 (параллельный нашему) находятся "рядом" во времени (то есть, мы их рассматриваем в один и тот же момент времен), то можно описать в них некоторое событие. Например, сегодня вот на этом столе стоит ваза. Она падает и:

- в нашем мире p1 разбивается;
- в параллельном мире p2 остается целой.

Таково одно из традиционных описаний параллельности миров. В частности, есть описание, что в параллельном мире динозавры не вымерли. Но присмотримся внимательнее к подобным трактовкам. Если наша ваза получила развитие "разбилась - не разбилась", то совершенно очевидно, что до этого момента времени развитие событий в двух мирах было полностью *тождественным*. В противном случае любое отклонение в развитии должно было полностью изменить реальность (эффект бабочки). Получается, что до момента падения вазы два параллельных мира развивались строго синхронно, тождественно. Тогда возникает вопрос: а почему?! Чем это событие

"падение вазы" такое примечательное, что два параллельных мира развивались одинаково именно до него, а далее стали развиваться иначе?

"Отмотаем" часы назад на год. Чтобы это событие "падение вазы" наступило, развитие миров p1 и p2 должно быть синхронным с абсолютной точностью. Иначе к моменту времени падения вазы в одном из миров её просто может не оказаться на месте.

"Отмотаем" часы на столетие назад. И вновь приходим к выводу, что это столетие в двух параллельных мирах должно пройти в абсолютной синхронности. Аналогично и тысячелетие назад, и миллионы лет назад. При этом на всём протяжении развития миров в них не произошло ни единого события, различающего эти миры. То есть до момента падения вазы два параллельных мира p1 и p2 были полностью тождественны. Различить эти два мира невозможно.

То же самое относится вообще ко всем мирам, параллельным нашему – p3, p4, p5 и так далее. Все параллельные миры тождественны. Иначе с самого момента сотворения эти миры должны были пойти по разным путям развития, и на любой момент времени после сотворения они будут полностью отличаться друг от друга. Это возможно лишь в случае *бесконечного числа* таких миров, причем все они должны каждое мгновение раздваиваться по всему бесчисленному множеству событий в них. Точно так, как это описывает оксфордская многомировая интерпретация квантовой механики, эвереттика.

Для системы координат главным условием, видимо, следует считать ортогональность этих координат. Простым и наглядным образом ортогональности является независимость каждой из координат от любой из остальных. Иначе можно сказать, что для некоторого заданного значения одной координаты значения других могут быть любыми.

Но в пространстве-времени Минковского поведение, свойства пространственных координат и времени являются не вполне тождественными, равнозначными, что отражается, в частности, в метрике. Например, для любого объекта мы можем

принудительно задать, зафиксировать некоторые координаты в пространстве, но не можем задать, зафиксировать координату времени. Такое пространство-время следовало бы назвать неоднородным, неравноправным четырехмерным пространством.

Сколько измерений у нашей реальности?

Вопрос о количестве измерений у нашей Реальности можно сформулировать по-разному. Почему пространство трехмерно? Почему все уверены, что оно трехмерно? Если же это не так, то сколько тогда измерений у пространства? Наконец, а почему вообще существует Реальность? Есть ли у неё альтернатива? [35, с.74-75]

При всей красочности представлений о наличии у нашей реальности измерений свыше четырех, их все-таки следует рассматривать как недостаточно убедительные, что, в свою очередь, видимо, так же не может рассматриваться как доказательство обратного. Тем не менее, если на время забыть о свернутых измерениях теории струн, то можно отметить довольно часто высказываемые доводы в пользу того, что наш мир, действительно, имеет три и только три пространственных измерения. Один из таких доводов можно обнаружить в интересной связи между теоремой Ферма и теоремой Пифагора. Так называемая Великая теорема Ферма, по имеющимся сообщениям в печати, доказана. Однако в рассматриваемом контексте можно предложить несколько иную трактовку или формулировку этой теоремы. Если присмотреться к уравнению теоремы Пифагора, то можно заметить, что оно является одним из решений уравнения Ферма:

$$a^n + b^n = c^n \implies a^2 + b^2 = c^2 \implies 3^2 + 4^2 = 5^2$$

Но помимо этого решения можно обнаружить еще несколько уравнений, внешне похожих на такую же связку уравнения Ферма и теоремы Пифагора. При этом явно просматривается "принадлежность" этих уравнений к соответствующему n-мерному миру. Назовем ферма-решением целочисленные решения, когда все слагаемые в уравнении и

сам показатель степени являются порядковыми числительными. Рассмотрим эти ферма-решения теорем Пифагора для каждого из этих миров. Как мы приняли, наименьшей возможной мерностью мира является ноль. Поэтому уравнение

$$1^0 = 2^0$$

можно назвать ферма-решением теоремы Пифагора для 0-мерного мира (соответственно, теоремы Ферма для 0-мерного мира). Формулировка этой теоремы будет звучать примерно так: "ноль-сумма точек равна точке" или "размеры всех точек равны". Суммы и собственно слагаемых нет, поэтому такая сумма названа "ноль-суммой". Как видим, слагаемые и степень – это порядковые целые числа 0, 1, 2.

Далее, для одномерного мира, мира с одним единственным пространственным измерением можно привести другое ферма-решение уравнения теоремы Пифагора

$$1^1 + 2^1 = 3^1$$

Звучать эта теорема, очевидно, должна следующим образом: "сумма длин отрезков равна суммарному отрезку". Здесь также слагаемые и степень – порядковые целые числа: 1, 2, 3. Наконец, пожалуй, самым известным из решений традиционной теоремы Пифагора, попадающим под определение ферма-решения, является уравнение

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Звучать она в нашем контексте, очевидно, должна соответствующим, традиционным для теоремы Пифагора образом: "сумма площадей квадратов, построенных на катетах прямоугольного треугольника, равна площади квадрата, построенного на его гипотенузе". Это теорема Пифагора, как легко заметить, для плоского 2-мерного мира. И вновь в решении уравнения все числа порядковые целые – это 2, 3, 4, 5.

И, наконец, мы находим самое интересное. Для объемного 3-мерного мира точно так же можно сформулировать еще одну теорему Пифагора, ферма-решение соответствующей для этого мира теоремы Ферма, которое описывается уравнением

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

Звучать эта объемная теорема Пифагора может, например, следующим образом: "сумма объемов кубов, построенных на ребрах параллелепипеда, равна объему куба, построенного на его диагонали". Очевидно, это последнее ферма-решение с "набором" порядковых целых чисел: 3, 4, 5 и 6. Других решений, судя по всему, нет. То есть, для значений показателя степени более 3 не существует соответствующих уравнений и теорем Пифагора и Ферма. Действительно, любые другие соответствующие последовательности чисел в точках наилучшего совпадения все-таки не равны:

$3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4 = 2'258 \neq 2'401 = 7^4$

$4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 8^5 = 61'500 \neq 59'049 = 9^5$

$4^6 + 5^6 + 6^6 + 7^6 + 8^6 + 9^6 = 977'611 \neq 1'000'000 = 10^6$

$0^7 + 1^7 + 2^7 + 3^7 + 4^7 + 5^7 + 6^7 = 376'761 \neq 117'649 = 7^7$

Это означает, что расхождение, то есть, разность между суммой степеней последовательных чисел и степени следующего числа не сходится, а стремительно возрастает: 143, 2'451, 22'389, 259'112 и так далее. Из этого, очевидно, следует, что требуемым условиям не может соответствовать никакая иная последовательность чисел, кроме рассмотренных первых четырех.

Выше мы уже упоминали достаточно разумное предположение, что любое математическое выражение обязательно отражает ту или иную закономерность природы, в которой мы живем. Например, теория струн появилась на основе известного уравнения для обычной физической струны. Поэтому так же разумно предположить, что и рассмотренные уравнения отражают некую закономерность природы. Исходя из логики проведенных рассуждений, их можно рассматривать как обоснование того, что мир четырех и более пространственных измерений природой "не предусмотрен". Рассмотренные соотношения вполне могут отражать эту особенность реальности – только три *пространственные* измерения.

Исходя из несколько иных представлений, на основе гипотезы о геонах, такой же вывод приводит и Климец.

Наименьшей энергией обладает физическая система в трехмерном пространстве:

"Если исходить из принципа, что любая физическая система стремиться реализоваться в состоянии с наименьшей энергией, то вполне очевидно, что, благодаря изложенному выше механизму образования геонов в *n*-мерных пространствах (и в предположении, что планковские геоны лежат в основе весомой формы материи), выбор трехмерного пространства из всех других возможностей при формировании наблюдаемой Метагалактики был заранее предрешен" [50].

Таким же ограничителем до трёх измерений можно в некоторой степени считать и общепризнанные обоснования невозможности устойчивых планетарных орбит в пространстве, имеющем количество пространственных измерений, отличное от 3-х, в которых существование известного нам мира невозможно [57, с.202; 47, с.285].

Вместе с тем, известны и совершенно фантастические представления о размерности пространства – дробные размерности, вообразить которые просто невозможно:

"Если некое физической тело по способу своего существования определяется, например, в пространстве дробной размерности порядка 2,718, а другое тело – в пространстве дробной размерности порядка 3,001 (или 2,999…), то взаимодействовать они между собой будут образом, отличным от "нашего" трехмерного механистического" [29, с.87].

На самом деле мы рассматриваем любое измерение – пространственное или временно́е – как некий массив, набор данных, чаще всего представляющий собой непрерывный ряд, как правило, действительных чисел. При этом каждая точка такого измерения сама является своеобразным индексом, меткой такого же набора данных из бесконечного ряда действительных чисел, также являющихся метками следующих наборов. Представления о дробности *набора* данных, исходя из этого, лишены какого-либо смысла. Набор либо есть, либо его нет, и любая *часть* набора – тоже набор. Даже вульгарная интерпретация дробности набора действительных чисел измерения как про-

стой его части, ничего не изменяет, набор даже частичный либо есть, либо его нет. Поэтому такие представления о размерности пространства мы решительно отклоняем.

Наконец, как ещё один довод в пользу уникальности 4-мерности можно привести известную так называемую теорию Галуа, согласно которой доказывается теорема, теорема Руффини – Абеля о неразрешимости в радикалах уравнений 5-ой степени и выше. Суть этой теоремы здесь не важна, важно другое: опять-таки мы видим математические границы для степени, выше четвертой. Это вновь можно рассматривать как проявление приведенного выше свойства математики: если существуют какие-то, на первый взгляд, абстрактные математические выражения, то следует определенно ожидать, что они имеют какое-то воплощение в физической реальности. В данном случае пространства с числом измерений больше 4 имеют какие-то математические ограничения.

Справедливости ради следует признать, что эти математические "предсказания", ограничение размерности пространства имеют форму "необходимо, но не достаточно". Действительно, мы рассматриваем эти особенности лишь у четырех значений, степеней. Но, вполне возможно, что такими же "предсказательными" возможностями обладают и другие числа. Говорим же мы "семь раз отмерь, один раз отрежь". Вряд ли эту пословицу можно использовать для обоснования дополнительных семи пространственных измерений М-теории. Двенадцать созвездий, двенадцать апостолов, великолепная семёрка, пять пальцев на руке, святая троица – все эти количества тоже имеют некоторое специфическое, особенное, даже сакральное значение, но вряд ли пригодны для обоснования мерности пространства.

Рассмотренное довольно своеобразное *математическое* ограничение реальности четырьмя измерениями обычно записывают в виде 3+1. Однако помимо дробных расширений пространства нередко можно встретить и гипотезы о многокоординатном времени, которые даже один из их авторов рассматривает как вопросы из области "сумасшедших идей" [19].

Исходя из сформулированного выше представления о времени как о *способности* изменяться, многомерное время лишено каких-либо логических оснований. Любое течение времени является всего лишь проявлением *способности*, поэтому весьма забавно звучало бы "он три раза способный спортсмен". В качестве примера Барашенков приводит процесс созревания помидоров и указывает:

"... вот если бы процесс созревания протекал сам по себе, независимо от показаний стенных часов, то для его описания потребовалось бы еще одно время" [19].

Но какая в этом дополнительном времени необходимость? Процесс созревания "сам по себе" – это что за процесс? Любому состоянию помидоров соответствует некоторое время на часах. Созревают ли они, или застыли во времени, окаменели – на часах время всегда будет иметь разные значения. Как указывает автор, "Нужна тренировка, чтобы научиться представлять себе временны́е траектории". Судя по тексту статьи, эти тренировки направлены, главным образом на выработку умения прятать логические противоречия, прием, доведенный буквально до совершенства в процессе адаптации специальной теории относительности к сверхсветовым сигналам: тахионная механика, принцип реинтерпретации. Могут ли ссылки на академика А.Д.Сахарова или болгарского физика, которые, как утверждается, всерьёз допускали существование многомерного времени, добавить некоторый вес этим "сумасшедшим идеям"? Или они, наоборот, ставят этих авторов в неловкое положение? Следующее допущение можно назвать логической уловкой:

"Мы не будем разбирать эти трудные и во многом еще весьма спорные вопросы, просто будем изучать мир, в котором точно три пространственных и три временных измерения" [там же].

Вообще-то, на порядок удобнее и разумнее рассматривать самый простой случай – одну единственную дополнительную координату времени. Ведь среди леса этих дополнительных координат можно спрятать что угодно, пойди – разберись, что и откуда взялось. Далее автор приводит *строго научные*

примеры: сверхсветовые движения в микромире и обмен ролями пространства и времени, явно имея в виду этот обмен под горизонтом событий Черной дыры. Что касается микромира – сверхсветовое движение при обмене квантовой информации между запутанными частицами, нелокальность нигде и никогда не рассматривалась как требующая дополнительных измерений времени. Это удивительное явление обнаружено как в уравнения квантовой теории, так и в реальных физических экспериментах. Дополнительные измерения времени им не нужны. Что же касается горизонта событий Черной дыры, то, во-первых, представления об обмене ролями при тщательном анализе обнаруживают явно противоречивые свойства. Иначе говоря, такой обмен имеет все признаки абсурда, нет никакого обмена. Во-вторых, это явление всегда лишь *констатируется*, с указанием, что предположительно происходит такой обмен. Причем нигде в литературе не удалось найти упоминаний, что такой обмен делает время *трехмерным*, как заменяемое им трехмерное пространство. Напротив, и о пространстве нет явных заявлений, что оно стало строго *одномерным*, как ответно заменяемое им время. Помимо такого замысловатого поведения времени под горизонтом событий Черной дыры, приводятся и простые логические рассуждения о подобном обмене ролей:

"Путем простого поворота мы можем менять местами три пространственных измерения. Далее, если время — четвертое измерение, значит, возможны и "повороты", превращающие пространство во время, и наоборот. Эти четырехмерные "повороты" — именно те искажения пространства и времени, которых требует специальная теория относительности. Иначе говоря, пространство и время неразрывно связаны и подчиняются теории относительности. Значение времени как четвертого измерения в том, что время и пространство можно поворачивать друг относительно друга математически точным образом" [46, с.84].

Но, что позволено Юпитеру, не позволено быку. Чуть подробнее темы удивительного обмена ролей пространства и

времени под горизонтом событий Черной дыры мы коснемся ниже [см. Диаграммы Шварцшильда, с.171].

Далее в рассматриваемой статье как еще одни аргумент многомерности (трехмерности) времени приводится сверхсветовое движение:

"... мы заметим, что некоторые тела вокруг нас движутся непривычно быстро, почти мгновенно перемещаются из одной точки в другую. ... мы обнаружим, что скорость некоторых тел превосходит световую. Это настораживает, поскольку физики уже давно установили, что сверхсветовые тела ... можно было бы заставить двигаться вспять по времени - из настоящего в прошлое" [19].

Да, такое мнение существует и под него подводится строгая научная основа – специальная теория относительности. Но при тщательном анализе точно так же можно строго аналитически и логически установить – это движение в прошлое при сверхсветовой сигнализации является фундаментальной проблемой этой теории. Это её неустранимая болезнь, проблема, такие путешествия в прошлое – неотъемлемое свойство любой теории, которая опирается на постулат об инварианте, постоянстве скорости света и, как следствие, её предельности. Если в теории утверждается, что скорость света – это максимально возможная скорость, то на каком основании она рассматривает скорости, превышающие максимальную? Парадоксы и противоречия в этом случае – прямое следствие.

Однако мы же говорим не об этом, а о многомерности времени. Парадоксы петель времени и его многомерность – это непосредственно не связанные друг с другом явления. Приводимые автором примеры далее невозможно отличить от таковых из формализма специальной теории относительности, хотя периодически и делается ссылка на многомерное время. Но в этом нет ничего нового: согласно принципу относительности часы идут синхронно только в общей ИСО.

"В многовременном мире ... Светящийся объект внезапно появляется в поле нашего зрения, как бы выныривает "из

ниоткуда" ... а затем ... становится невидимым и вообще никак неощутимым" [19].

Вообще-то, эта красочная картина один в один совпадает с описанием путешествия по параллельным *пространственным* измерениям. Здесь дополнительная координата времени логически вообще не просматривается. Более того, все остальные примеры для того, кто не "натренирован на восприятие многомерного времени", явно выглядят, ну, просто один в один, как примеры из области многомерных *пространственных* миров. Поэтому на вывод-вопрос автора статьи:

"... каково же все-таки время в нашем мире - одномерное, как мы привыкли думать, или многомерное и мы, в принципе, можем ожидать встречи с "иновремяпланетянами"? [там же]

можно однозначно ответить: время, как свойство *изменчивости*, может быть только "одномерным" – окружающая и составляющая нас Материя существует, движется, взаимодействует, что тождественно и является её безостановочным изменением. "Двухкоординатное" *изменение* ни логического, ни физического смысла не имеет. Ну, а "иновремя-планетяне" – это всё та же область путешествий на машинах времени, вопрос, вполне самостоятельный.

В общем, рассмотренные особенности Мироздания можно сформулировать и в более жесткой форме: пространственных измерений только три, а время вообще *измерением* не является, поскольку может и должно рассматриваться как отражение *изменений* в реальном мире. При этом возникает правомерный вопрос, что же тогда должно представлять собой однородное *четырехмерное* пространство, содержащее четыре *пространственных* измерения? Имеет ли оно какие-либо логические основания? Попробуем разобраться в этом, для чего рассмотрим последовательно возможные виды однородных многомерных пространств, начиная с базового гипотетического пространства с нулевой мерностью $n = 0$.

Нульмерное пространство

На первый взгляд пространство нулевой мерности не имеет смысла. Это же пространство, которого, в сущности, нет. Однако даже такому пустому пространству могут быть приписаны некоторые характеристики, свойственные любому другому пространству. Видимо, эти характеристики так же являются "пустыми", как и само нульмерное пространство. Например, в таком пространстве отсутствуют оси координат. В нем отсутствуют проекции в любом виде. Единственное, что можно условно приписать этому пространству, – это наличие в нём объектов с нулевыми метриками. Эти объекты имеют нульмерные протяженности, то есть нулевые длины. Но число таких объектов в рамках нуль – пространства, как это ни покажется странным, равно бесконечности. Ведь в нулевом объёме помещается бесчисленное количество нулевых объёмов (здесь мы не будем вести разговор о порядке малости).

Будем рассматривать Бытие как реальный физический мир, в котором Пространство и Время рождаются в процессе возникновения вещества из Материи [см. Материя, пространство, время, стр.4]. Мы не будем сейчас вдаваться в такие детали, как сингулярность, Большой Взрыв и инфляционное расширение Вселенной, поскольку нас интересует не процесс, не механизм возникновения пространства, а его свойства. Итак, вообразим себе условно Материю, в которой нет объектов со свойствами пространства.

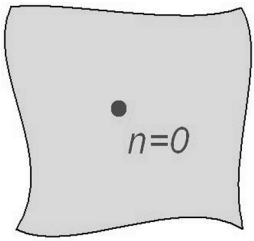


Рис.2.1. Нульмерное пространство (точка)

Наблюдать Пространство Материи как таковое мы не

можем, принимая, что пространство – это свойство материи, проявляющееся в форме вещества и некоторых других свойств собственно Материи. То, что Материя изображена на рисунке 2.1 в виде пространственного объекта – это условность, ведь это такое "пространство", наблюдать которое может только Субъект, находящийся вне него, вне Материи. Внутри выделенной области Пространства Материи изобразим точку – производное нульмерное пространство и рассмотрим, какими особенностями оно обладает. Поскольку мы предполагаем рассмотреть целый класс пространств, то нам необходимо выделить что-то общее в них, признаки, объединяющие эти пространства.

Это позволит увидеть и понять поведение самых существенных из этих признаков. Поэтому здесь и далее мы будем исходить из следующих правил:

1. свойства данного пространства должны быть присущи и пространству большей мерности;

2. пространство большей мерности может иметь дополнительные свойства, отсутствующие у данного пространства;

3. соотношения между смежными пространствами должны быть схожи, включая способы перехода к пространству большей мерности.

В первую очередь нас интересует следующее соотношение между пространствами: как "видится", как воспринимается некий объект из любого пространства. Причиной этого интереса являются известные описания восприятия четырехмерного объекта из нашего трехмерного мира. Считается, что в целом невозможно "поместить" четырехмерный объект в трехмерный мир, и он воспринимается как сечение, срез этого объекта, его проекция на трехмерное пространство. Это свойственно всем смежным пространствам. Действительно, поместить, например, в нульмерное пространство одномерный объект, линию невозможно. При прохождении такого одномерного объекта через нульмерное пространство, условные обитатели последнего могут наблюдать только то, что в принципе доступно наблюдению в этом пространстве – нульмерные объекты. То есть

линия будет проецироваться в нульмерном пространстве в точку с нулевыми размерами (рис.2.2а). Здесь и далее для наглядности на рисунках мы изображаем нулевые размеры (толщину линий, объектов) некоторыми объёмными фигурами, подразумевая, что эти объёмы и размеры на самом деле равны нулю. Для "наблюдателей" (понятно, что такие наблюдатели сильно отличаются от привычных для нас, трехмерных наблюдателей) нульмерного пространства возможно наблюдение лишь краткого фрагмента объекта одномерного.

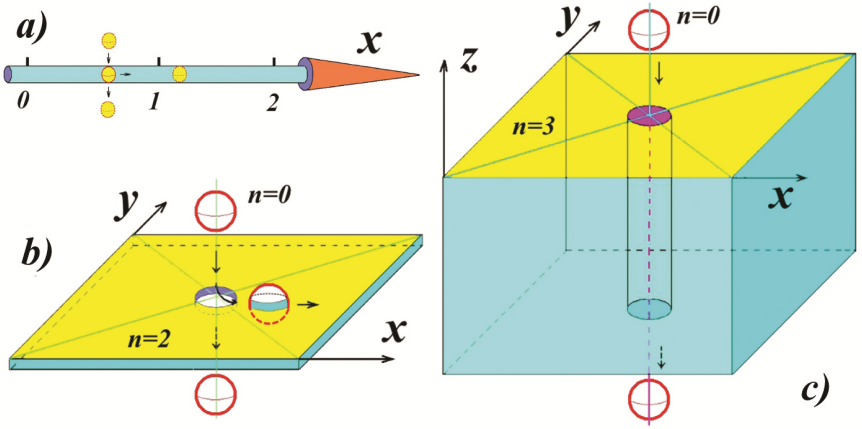


Рис.2.2. Нульмерное пространство в одномерном, двухмерном и трехмерном пространствах

При этом они, очевидно, будут наблюдать удивительное явление: возникший в их мире ниоткуда объект затем странным, необъяснимым образом изменяется. Например, одномерная линия может быть неоднородной и иметь на своём протяжении различную массу или цвет. Для наблюдателя нульмерного пространства такой появившийся из ничего объект без всякой причины изменяет свою массу или цвет. Напротив, для наблюдателя одномерного мира при этом ничего странного не происходит: просто линия перемещается через эту точку. Очевидно, что такая же картина будет наблюдаться и при перемещении через нульмерное пространство другого объекта – двухмерного. Как и в первом случае, наблюдатели нульмерного

пространства будут с удивлением наблюдать, как возникший из ничего объект меняет свои характеристики (рис.2.2b). На рисунке для удобства движущимся показано нульмерное пространство. Если бы это пространство (красные сферы) было изображено неподвижным, то пришлось бы изобразить в движении плоскость (двухмерное пространство), что сильно затемнило бы рисунок.

Двухмерное пространство приближается к нульмерному и пересекает его (условно это показано отверстием в двухмерной плоскости). В этот момент наблюдатели нульмерного пространства наблюдают возникновение в нём из ничего нового объекта, который, очевидно, обладает всеми свойствами объекта двухмерного. Плоскость двухмерного пространства может перемещаться далее таким образом (влево), что будет всегда пересекать область нульмерного пространства, находясь в нём своей частью.

Наблюдателям нульмерного пространства при этом будет доступна именно та часть двухмерного пространства, которая пересекается с ним. Поэтому они будут наблюдать беспричинное, ничем не объяснимое изменение свойств новоявленного образования: изменение цвета, массы, плотности и прочего. Это будет в том случае, если двухмерное пространство (плоскость) будет, соответственно, неоднородной по своей поверхности. В дальнейшем, когда двухмерное пространство, плоскость изменит направление своего движения (сместится, например, вверх) и выйдет из соприкосновения с нульмерным пространство, в последнем произойдёт чудо исчезновения этого объекта.

Точно такая же картина будет наблюдаться и при пересечении нульмерного пространства объектом трехмерного пространства (рис.2.2c). Движущийся вверх – по оси z – трехмерный объект (куб) в некоторый момент времени приходит в соприкосновение с нульмерным пространством, которое как бы движется сквозь этот куб вдоль изображенного на рисунке канала. Наблюдателям нульмерного пространства будут доступны для восприятия те области куба, которые в данный

момент пересекаются с ними. Если куб неоднороден, то наблюдаемые свойства будут изменяться без всякой видимой причины: плотность, цвет, диэлектрическая проницаемость, вязкость и прочее. Когда нульмерное пространство достигнет края куба и выйдет из него, в нульмерном пространстве неожиданно исчезнет этот объект. Никакими классическими физическими законами объяснить это будет нельзя.

Макроскопические свойства – плотность, цвет и так далее в описании использованы условно, поскольку в их обычном смысле они для наблюдения в нульмерном мире недоступны. Во всех рассмотренных случаях объекты большей мерности (одно-, двух- и трехмерные) имеют в нульмерном пространстве нулевые условные проекции. Можно предположить, что эта закономерность справедлива для всех мыслимых пространств большей мерности.

Одномерное пространство

Как связаны друг с другом два смежные пространства – нульмерное и одномерное? Очевидно, что преобразование первого во второе производится принудительным добавлением координаты. В математике такое риманово протяжение описывается операцией интегрирования, то есть, суммированием множества параллельных объектов по вновь введенной координате. Для получения следующего пространства мы просто директивно устанавливаем новую координату и присоединяем друг к другу по ней нульмерные пространства, тождественно римановскому протяжению. При этом получаем одномерное пространство с единственной координатой x (название может быть любым). Никаких логических причин, кроме директивы, нет. Такое пространство мы можем изобразить уже в нашем реальном трехмерном пространстве в любом удобном для нас виде, например, на трехмерном кубе (рис.2.3). Здесь ось x принадлежит упомянутому вновь образованному одномерному пространству. Как видно на рисунке, в одномерном пространстве трехмерный объект – куб поместиться не может.

Однако любой нульмерный объект отображается в этом пространстве вполне определенной величиной – координатой. Следовательно, нульмерное пространство имеет единственную проекцию в одномерном пространстве (то есть, координату). При перемещении одномерного объекта вдоль или поперёк одномерного пространства, он помещается в нём целиком и наблюдателю одномерного пространства он виден как цельный, со всеми своими свойствами, объект.

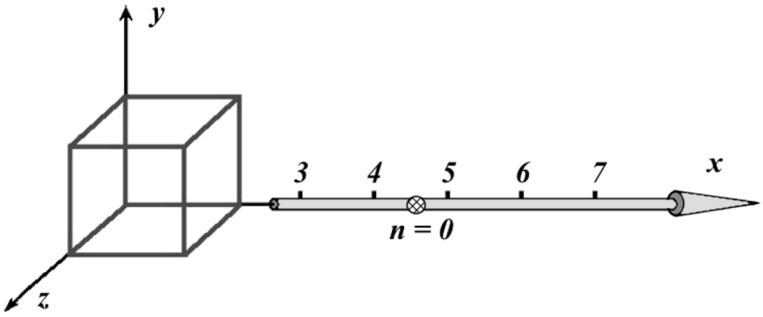


Рис.2.3. Одномерное пространство в трехмерном

В соответствии с принятыми правилами можно заметить, что по отношению к пространству большей мерности – двухмерному, трехмерному и так далее, наблюдаются такие же явления, как и для нульмерного пространства. Например, при пересечении одномерного пространства с двухмерным, наблюдатели одномерного пространства видят такое же удивительное явление: из ниоткуда вдруг появляется объект одномерного мира, который совершенно необъяснимым образом изменяет свои свойства. Он может изменить свою длину, цвет, массу и даже просто исчезнуть в никуда (рис.2.4).

На рисунке 2.4а видно, как при движении двухмерного пространства (n = 2) происходит наложение его на одномерное пространство (n = 1). При этом двухмерное пространство (на рисунке это условный прямоугольник) вырезает на одномерной линии отрезок L. В зависимости от положения прямоугольника двухмерного пространства, длина этого отрезка может быть разной. Если прямоугольник движется, вращается, изменяет

наклон к одномерной линии, длина отрезка будет изменяться строго в соответствии с этим движением в плоскости двухмерного пространства. Причём для наблюдателя одномерного пространства будет неизвестна ни причина такого изменения, ни закономерность этого изменения, поскольку источник движения находится за пределами одномерного пространства.

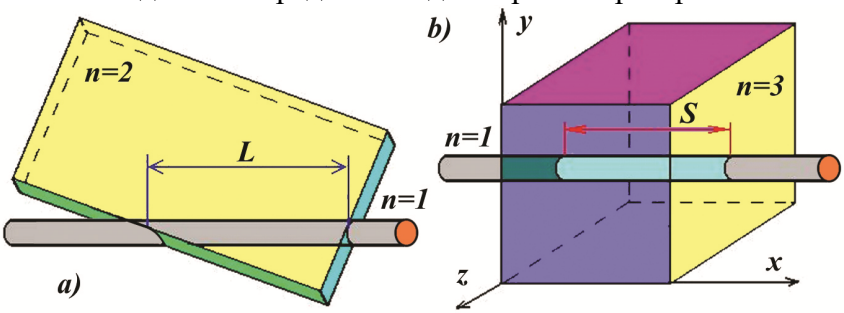


Рис.2.4. Одномерный объект в двухмерном и трехмерном пространствах

Аналогичная картина будет наблюдаться и при пересечении одномерного пространства трехмерным объектом (рис.2.4b). И в этом случае в одномерном пространстве появится новый одномерный объект длиной S. При этом для наблюдателя одномерного пространства нет никакой возможности определить, к какому "родительскому" пространству относится наблюдаемый объект: одномерному (с волшебными свойствами), двухмерному, трехмерному или более мерному пространству. При движении трехмерного объекта (n = 3) сквозь одномерное пространство (линию n = 1) наблюдатели последнего будут фиксировать различные свойства отрезка S: плотность, цвет, вязкость и другие, которые в общем случае для них будут изменяться по неизвестной причине, без закономерностей [46, с.71]. Еще раз отметим, что плотность, цвет, вязкость и прочее для нульмерного, одномерного и двухмерного миров являются условными характеристиками. Трехмерный объект может двигаться вдоль линии одномерного пространства или поперек него в двух возможных ортого-

нальных направлениях, а также может вращаться вокруг любой оси. Все эти случаи проявляются в одномерном пространстве в изменении величины S отрезка и его смещении вдоль оси одномерного пространства. Как отмечено, в одномерное пространство при этом "попадают" различные области трехмерного объекта, которые в общем случае могут иметь различные свойства.

Как видим, первые два правила соблюдены, а третье правило вступит в силу, когда появится возможность сравнить два перехода от пространства к пространству (здесь мы имеем лишь один переход – от нульмерного к одномерному пространству).

Двухмерное пространство

Переход к пространству двух измерений производится в соответствии с третьим правилом так же, как и переход от нульмерного пространства к одномерному, то есть преобразование одномерного пространства в двухмерное производится принудительным добавлением координаты, протяжением. Как отмечено, в математике это описывается операцией интегрирования - суммированием объектов по вновь введенной координате. Мы просто директивно устанавливаем новую координату и присоединяем друг к другу по ней одномерные пространства - линии. При этом получаем двухмерное пространство с двумя координатами x и y (названия могут быть любыми). Как и ранее, никаких логических причин, кроме директивы, нет. Как и в предыдущем случае, такое пространство мы можем изобразить в нашем реальном трехмерном пространстве в любом удобном для нас виде, например, на таком же трехмерном кубе. Здесь вновь введенной координатой, приводящей к образованию двухмерного пространства xy является ось y. На рисунке видно, что, как и в предыдущем случае одномерного пространства, в этом двухмерном пространстве трехмерный объект – куб рис.2.5а, поместиться не может. Зато в этом пространстве теперь вполне определенной величиной – координа-

тами могут быть отображены объекты меньшей мерности – нульмерные (точка на плоскости xy) и одномерные (линия на плоскости xy). Объекты же трехмерные могут отобразиться в виде проекций.

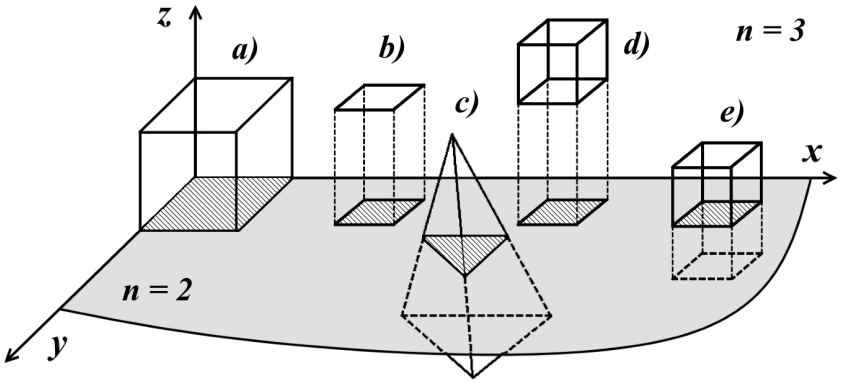


Рис.2.5. Трехмерные объекты в двухмерном пространстве

Например, при движении трехмерного объекта по третьей координате z, он пересечёт плоскость двухмерного пространства и будет воспринят "наблюдателями" двухмерного мира как двухмерный объект – сечение трехмерного объекта плоскостью двухмерного пространства рис.2.5c,e. Как и в двух предыдущих случаях двухмерные наблюдатели смогут наблюдать странное явление: возникновение из ничего объекта их двухмерного мира, загадочное изменение его свойств, и такое же загадочное исчезновение объекта, если куб продолжит своё движение и, в конечном счете, выйдет за пределы плоскости этого двухмерного пространства. К загадочным изменяющимся свойствам объектов добавится площадь, которая будет изменяться при движении через двухмерное пространство трехмерного объекта, например, пирамиды рис.2.5c. Любой объект большей мерности, чем две, будет отображаться в двухмерном пространстве в виде единственной проекции на плоскость xy рис.2.5d. Но кроме этого и двухмерные объекты, не находящиеся в этом двухмерном пространстве также могут отразиться в нем в виде проекции рис.2.5b. Отметим, что подобный способ проектив-

ной визуализации – разверток или сечением объектов в пространство меньшей размерности был известен и раньше [46, с.71].

Трехмерное пространство

Переход к пространству трех измерений производится в соответствии с третьим правилом так же, как и в предыдущих примерах принудительным добавлением новой, третьей координаты, что так же описывается в математике операцией интегрирования или римановского протяжения. Мы директивно присоединяем друг к другу по новой координате двухмерные пространства - плоскости. Получаем при этом привычное нам трехмерное пространство xyz без каких бы то ни было логических причин, кроме директивы.

В этом пространстве теперь вполне определенной величиной – координатами могут быть отображены объекты меньшей мерности – нульмерные (точка на плоскости xy) и одномерные (линия на плоскости xy) и двухмерные (плоскости в пространстве xyz). Здесь мы уже можем предположить, догадаться, что объекты большей мерности в полученном трехмерном пространстве могут отобразиться в виде трехмерных объектов (трехмерных проекций).

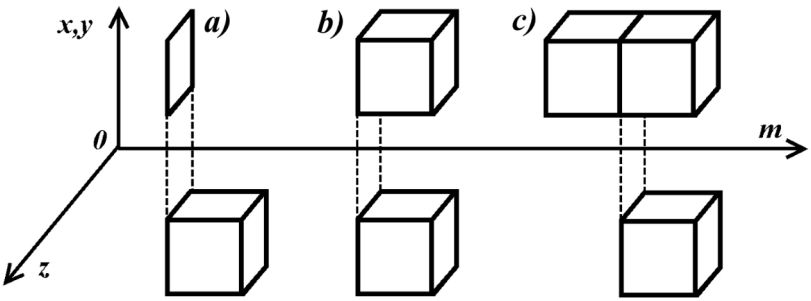


Рис.2.6. Четырехмерный объект в трехмерном пространстве

Следует отметить, что одна и та же проекция в трехмерном мире может иметь источником либо абсолютно плоский 4-объект, либо полноценный 4-мерный объект. Его "погруже-

ние" в 3-мерный мир может быть как проекционным, без пересечения – рис.2.6a,b, так и в результате его пересечения с 3-мерным миром – рис.2.6c. Например, следует предположить, что при движении, скажем, четырехмерного куба по четвертой координате, он пересечёт объём трехмерного пространства и будет воспринят "наблюдателями" трехмерного пространства как трехмерный же объект – сечение четырехмерного объекта объемом трехмерного пространства (проекция четырехмерного объекта на объем трехмерного пространства xyz). Таким "сечением" или проекцией для трехмерного пространства может считаться любой объект, который мы наблюдаем в реальности. Видимо, при движении четырехмерного объекта по четвертой координате в нашем трехмерном мире должны наблюдаться такие же загадочные явления, какие описаны для пространств меньшей размерности. То есть, в пространстве может возникнуть из ничего некий объект, причём его свойства могут изменяться самым удивительным образом, ничем не объяснимым, с нарушением всех мыслимых законов физики. Например, объект может изменять свои размеры, массу, цвет и прочее.

Изображение в трехмерном пространстве объектов меньшей мерности и наоборот было показано выше. Следует ожидать, что способы отображения в трехмерном пространстве объектов четырехмерного пространства должны подчиняться тем же правилам. В частности, эти четырехмерные объекты могут быть изображены в виде проекций на координатные плоскости. Поскольку пока не вполне ясно, как это произвести на практике, начнем рассмотрение с собственно четырехмерных объектов.

Четырехмерное пространство

Переход к пространству четырех измерений произведём в соответствии с третьим правилом так же, как и в предыдущих примерах, принудительным добавлением четвертой координаты m, с учетом математической операции интегрирования или протяжения. Мы директивно присоединим друг к другу по

новой координате трехмерные пространства - объёмы. Однако как это проделать в реальности, пока неясно. Видимо, при этом мы получим неочевидное пока четырехмерное пространство xyzm (без каких бы то ни было логических причин, кроме директивы). Как это изобразить на схеме? Для изображения четырехмерных объектов и исследования их поведения в трехмерном пространстве воспользуемся вышеприведенными правилами.

Объекты в трехмерном пространстве можно изобразить в виде проекций либо как отрезков на оси, что менее наглядно, либо на три координатные плоскости. Для трехмерного мира этих плоскостей именно три. А сколько плоскостей в четырехмерном пространстве? Для трехмерного мира – это плоскости xy, xz, yz. В четырехмерном пространстве добавляется ещё одна координата. Поэтому следует предположить, что в таком пространстве четыре ортогональные оси: x, y, z, m образуют 6 плоскостей проекций (двухмерных проекций): xy, xz, yz, mx, my, mz против 3 таких же двухмерных проекций в трехмерном мире и одной – в двухмерном. Соответственно, возможны 4, 3, 2 и 1 (для одномерного пространства) одномерные проекции. Отсюда сразу же становится видна ещё одна категория проекций, характерная лишь для четырехмерного (и выше) пространства: трехмерная проекция. Таких проекций для четырехмерного мира, очевидно, может быть четыре – трехмерные объекты как проекции по каждой из осей, но лишь одна из них является проекцией в наш 3-мерный мир.

В соответствии с третьим правилом, для четырехмерного пространства произведено "добавление", суммирование дополнительных элементов – объемов. В частном случае, если рассматривать пространство по четвертой координате как дискретное (целочисленное), к исходному кубу (объему) прибавляются новые кубы. То есть, каждой дискретной координате m=1, 2, 3 и так далее соответствует свой собственный куб. Это разные кубы, имеющие каждый собственный набор свойств. Однако такое прибавление визуально осуществимо и в трехмерном мире, тогда в чем же разница? Разница в том, что

каждый дополнительный объем, как принято считать, находится вне некоторого исходного, нашего трехмерного мира. Он должен быть невидим в трехмерном пространстве, вернее, всегда виден лишь один куб из набора. Если трехмерное пространство условно представить плоскостью, то трехмерные кубы-элементы "висят" над этой плоскостью. То есть такие кубы как бы соединены в своеобразную цепочку таким же образом, как были соединены плоскости при образовании объёма (объемного пространства). В четырехмерном же пространстве этот куб един, то есть по координате m мы можем изобразить лишь одну проекцию, один куб. Как этот куб должен просматривается с точки зрения пространства трехмерного? Поскольку куб имеет полностью совпадающие проекции, изобразим лишь одну из них, объединив как одинаковые три координаты xyz, и приняв за определяющую новую, четвертую координату m (рис.2.7).

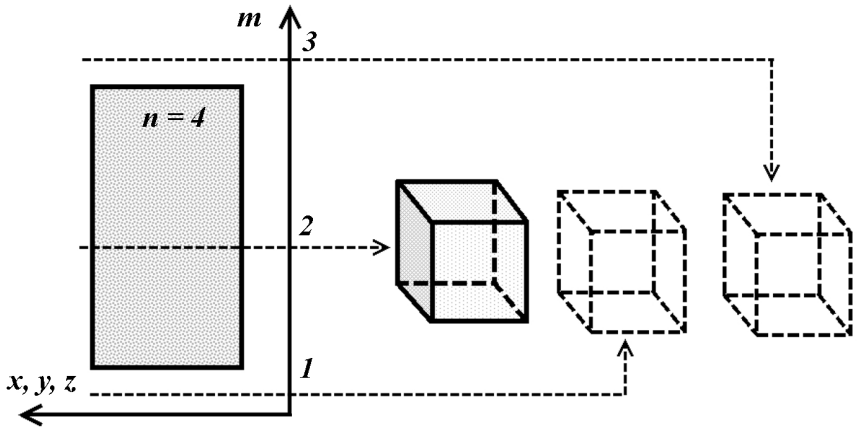


Рис.2.7. Движение четырехмерного объекта

На рисунке горизонтальная ось обозначена как x, y, z, что просто отражает факт полного совпадения проекций xy, yz, zx. Как в этом случае четырехмерный куб проецируется в трехмерное пространство? Очевидно, что все проекции четырехмерного куба в трехмерном пространстве являются, по крайней мере, кубом, изображенным в проекциях xy, xz, yz. То есть,

перемещение четырехмерного куба в четвертом измерении по четвертой координате m не вызывает его перемещения по трём другим ортогональным координатам. Это наиболее простой и вместе с тем показательный, наглядный случай, когда трехмерная проекция четырехмерного куба видна в трехмерном пространстве как обычный неподвижный куб.

Рассмотрим, что происходит в трехмерном пространстве при его движении в общем, четырехмерном пространстве. Возьмем три точки на четвертой координате m: координата 1, координата 2, которая соответствует нашему трехмерному миру, которая попадает на рисунке в объём куба по этой координате, и координата 3, выходящая за крайнюю точку куба, как показано на рисунке 2.7. В тот момент, когда движущееся 3-пространство нашего мира пересекает координату 2, в нем вдруг возникает объект – куб, изображенный проекциями xy, xz, yz. Визуально это означает появление куба, его рождение в пространстве как бы из ничего. Происходит это потому, что при движении 3-пространства по оси m оно пересекает куб, то есть проявляет его точки с координатами x, y, z. Дальнейшее движение 3-пространства по координате m не приводит ни к каким изменениям трёхмерной проекции куба, если он по этой координате m однороден. После ухода 3-пространства за координату 2 (вверх или вниз), куб для него, как считается, исчезает.

Можно предположить, что объем четырехмерного куба равен произведению его граней: a^4, поскольку трехмерный объём куба равен a^3, а таких кубов а штук. Соответственно, квадрат диагонали, видимо, должен быть равен сумме квадратов его граней: $4a^2$ как и для обычного трехмерного куба.

Другой простейший объект, четырехмерная пирамида может иметь, например, вид рис.2.8. В каждом из трехмерных миров со значением четвертой координаты - 1, 2 и 3 такая пирамида будет выглядеть как трехмерные кубы различной величины. При движении такой пирамиды через трехмерное пространство в нём будет наблюдаться изменяющийся по размерам куб. Сначала, при движении её вправо, когда пирамида коснётся пространства xyz по координате m = 2 нашего мира,

возникнут координаты трехмерного объекта куба размером, равным вершине пирамиды, это очень маленький кубик. Далее по мере движения трехмерного пространства влево по рисунку размеры куба будут плавно увеличиваться и, наконец, когда пространство xyz совместится с основанием пирамиды, куб в этом пространстве мгновенно исчезнет.

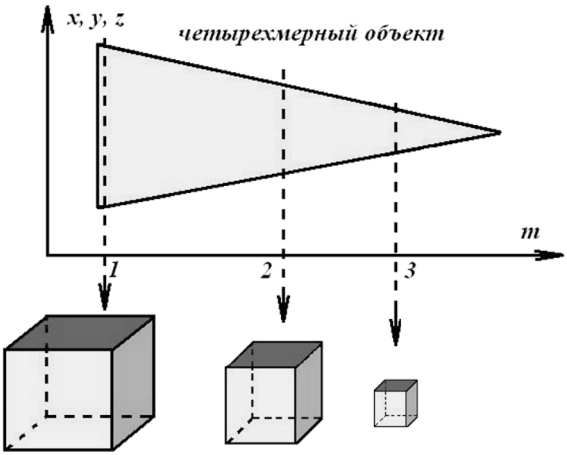


Рис.2.8. Движение пирамидального четырехмерного объекта (четырехмерной пирамиды) по четвертой координате

Очевидно, что ещё один четырехмерный объект, гиперсфера (см. рис.2.22) должна иметь, как и куб, шесть одинаковых проекций. При движении такой сферы сквозь трехмерное пространство, то есть, по четвертой координате, в трехмерном пространстве xyz будет наблюдаться сфера с плавно изменяющимся диаметром.

Таким образом, из всего сказанного можно сделать вывод, что четвертая координата фактически представляет собой "ось", на которую "нанизаны" трехмерные объекты. Перемещение по этой оси приводит, в некотором смысле, к поочередному появлению в трехмерном пространстве нанизанных на неё объектов. В частности, можно нанизать на подобную ось такие вот шуточные "яйце - куриные" объекты (рис.2.9). На рисунке показаны дискретные обобщенные изображения,

трехмерные проекции, соответствующие четырем значениям координаты четвертой пространственной оси m. При движении по четвертой координате такого "яйце - куриного объекта" в трехмерном пространстве может быть дискретным, тогда каждый из объектов будет скачкообразно появляться в одной и той же точке трехмерного мира.

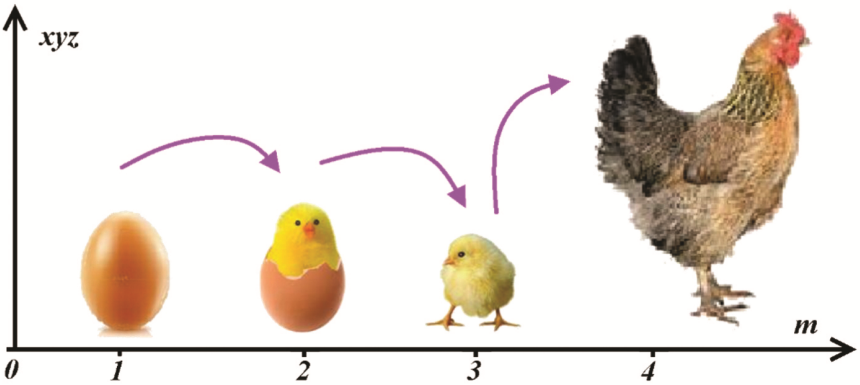


Рис.2.9. Сложный четырехмерный объект "Эволюция яйца".

Напротив, в случае монолитности, неразрывности четырехмерного объекта между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет, и наблюдаться будет плавное эволюционное преобразование "яйцо – цыпленок – курица". Такой процесс можно сравнить с обычной эволюцией во времени, если рассматривать четвертую координату как время. Иначе изменение объекта может быть с любой скоростью и в любом направлении, независимо от течения времени.

Широко распространенным примером четырехмерного пространства можно признать скринсэйвер (хранитель экрана) "Метаморфозы" в операционной системе Windows (рис.2.10). Этот объект фактически представляет собой последовательность форм, проявляющихся в условном трехмерном (3D) пространстве экрана монитора при движении его через это пространство по четвертой координате. На рисунке по четвертой координате изображены дискретные обобщенные объекты (трехмерные проекции). На самом деле четырехмерный объект

является монолитным, и между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет. Движение может быть дискретным, тогда четырехмерный объект будет представлять собой последовательность дискретных трехмерных объектов.

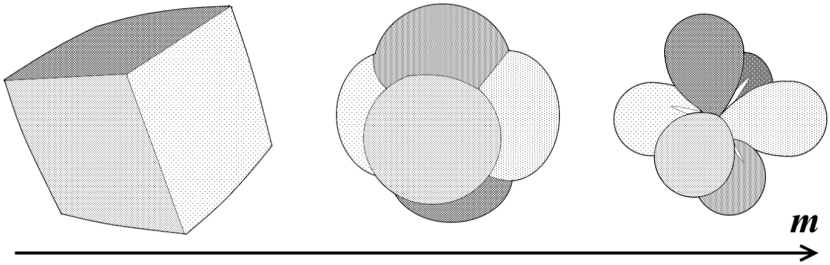


Рис.2.10. Четырехмерный объект, хранитель экрана "Метаморфозы" (в оригинале его составляющие имеют разный цвет)

Наиболее простым и ярким представителем такого четырехмерного объекта можно считать киноленту. Каждый её кадр – это дискретный элемент (трехмерная аксонометрическая проекция) четырехмерного объекта, а движение ленты через проектор – это перемещение по четвертой координате, в результате чего в трехмерном пространстве киноэкрана отображаются кадры киноленты (трехмерные проекции). Если кадры сделать достаточно подробными, частыми, то, устремив в пределе к нулю разницу между двумя соседними кадрами, можно получить непрерывный (сплошной) четырехмерный объект.

Упрощённо явление движения четырехмерного объекта с дискретным превращением, переходом от одной трехмерной проекции к другой (метаморфозы) можно изобразить следующей схемой (рис.2.11). На рисунке по четвертой координате изображены обобщенно четыре трехмерных объекта, трехмерные проекции. На самом деле этот четырехмерный объект является монолитным, и между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет. Можно провести аналогию с металлической балкой, имеющей соответствующие поперечные сечения по длине. Но в данном случае каждое сечение балки – трехмерное, куб в этой точке 3-мерного пространства.

Здесь показано движение точки А в процессе изменения координаты m. На рисунке мы можем условно принять, что объект по двум трёхмерным координатам, например, y и z симметричен, то есть его проекции на эту плоскость yz - это квадрат, ромб, круг, в то время как на две другие плоскости (xy и xz) - прямоугольник, вытянутый ромб, овал. На рисунке весь объект в целом в трёхмерном пространстве преобразуется при движении по четвертой координате дискретно (скачками) из куба в эллипсоид.

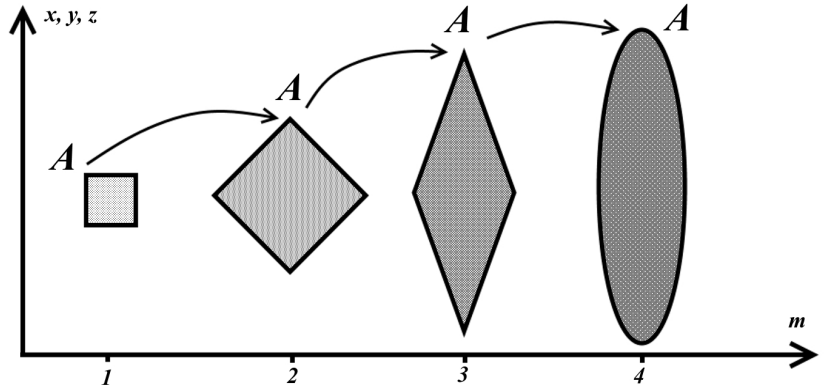


Рис.2.11. Четырехмерный объект куб - эллипсоид.

Ещё раз подчеркнем, что этот объект в реальности вполне может быть монолитом, а не упрощённым набором изображённых на схеме отдельных фигур. На рис.2.12 этот объект представлен с некоторой степенью условности непрерывным, в виде объемной криволинейной пирамиды, сложного четырёхмерного объекта, непрерывной криволинейной пирамиды, представляющей собой переход куба в эллипсоид, метаморфозное преобразование "блинов". В трёхмерном пространстве наблюдатели будут видеть изначально небольшой голубой кубик, который в одно мгновение превращается в большой зелёный ромб, ещё через некоторое время мгновенно превращается в жёлтый кристалл и, наконец, в сильно вытянутый синий эллипсоид.

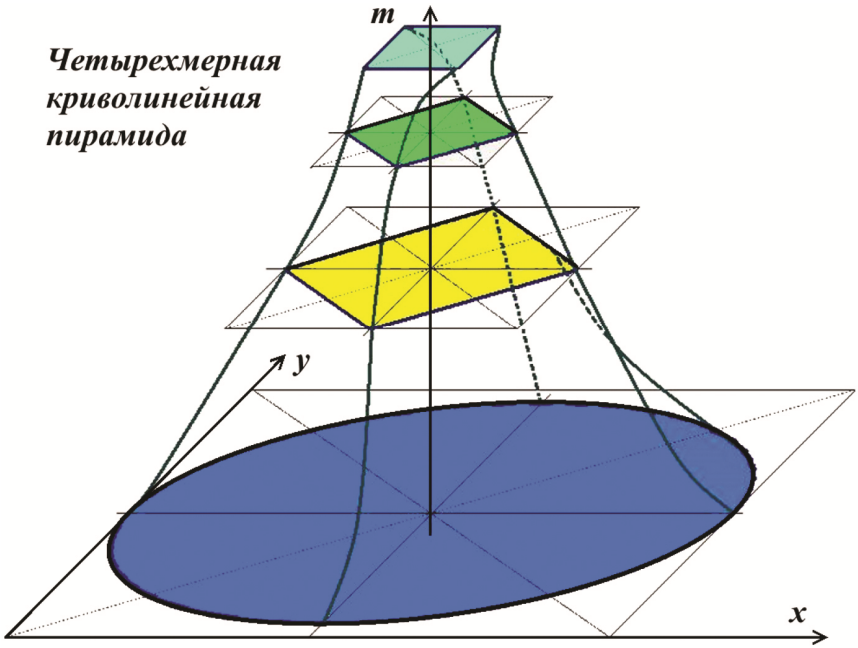


Рис.2.12. Четырехмерная криволинейная пирамида

Координаты 1 - 4 по оси m на рис.2.11 соответствуют фрагментам, слоям, сечениям этой пирамиды. Таких слоёв, сечений бесконечное множество и все они, как отмечалось, "нанизаны" на ось m. Как видно на рис.2.12 по вертикальной оси m можно получить не только приведённые выше дискретные слои с координатами m=1, 2, 3, 4 (выделенные цветом слои - сечения), но и любое промежуточное значение. Здесь для наглядности на рисунке показаны две традиционные пространственные координаты x, y и четвертая координата m.

Третьей пространственной координате на рисунке может быть, например, присвоено фиксированное значение z = h. В этом случае каждое из трёхмерных сечений четырёхмерного объекта (криволинейной пирамиды) будет представлять собой плоский "блин" высотой h: сверху блин-квадрат, снизу - блин-овал. Высота таких "блинов" на рисунке 2.11 - это его

измерение по координате z, а не по координате m, как может показаться из рисунка.

При такой сплошной конфигурации четырёхмерной криволинейной пирамиды, она будет "давать" при движении по четвёртой координате m трёхмерные сечения в виде квадратного, ромбического и овального блинов. Причём в этом случае изменения трёхмерных форм объектов будут уже плавными, а не скачкообразными, как было в первоначальном варианте с дискретными значениями "слоёв". Если же для всех принять y = z, то каждый из "блинов" превратится в фигуру вращения вдоль центральной оси, параллельной оси координат x.

Как правило, любое перемещение объектов по координатным осям связано с течением времени. То есть собственно перемещение зависит от времени. Однако эта зависимость необязательна, она просто удобна. Очевидно, что время при этом относится одинаково к любой из четырех координат, но само при этом не является пространственной координатой. Следует особо отметить, что набор трехмерных компонент (трехмерных проекций) четырехмерного объекта может быть произвольным. Например, для некоторого дискретного четырехмерного объекта можно использовать набор оловянных солдатиков. Каждый шаг по оси четвертого измерения будет отображать, "рождать" в трехмерном пространстве нового солдатика взамен предыдущего.

Еще раз отметим: поскольку все координаты четырехмерного пространства являются ортогональными, то перемещение по четвертой координате не приводит к изменению положения трехмерного объекта в пространстве координат x-y-z. Перемещение по четвертой координате вызывает изменение формы, структуры объекта или каких-либо других его свойств, причём удивительным образом, как если бы объект делал это самопроизвольно, без чьего-либо участия, без каких бы то ни было воздействий на него изнутри трехмерного пространства.

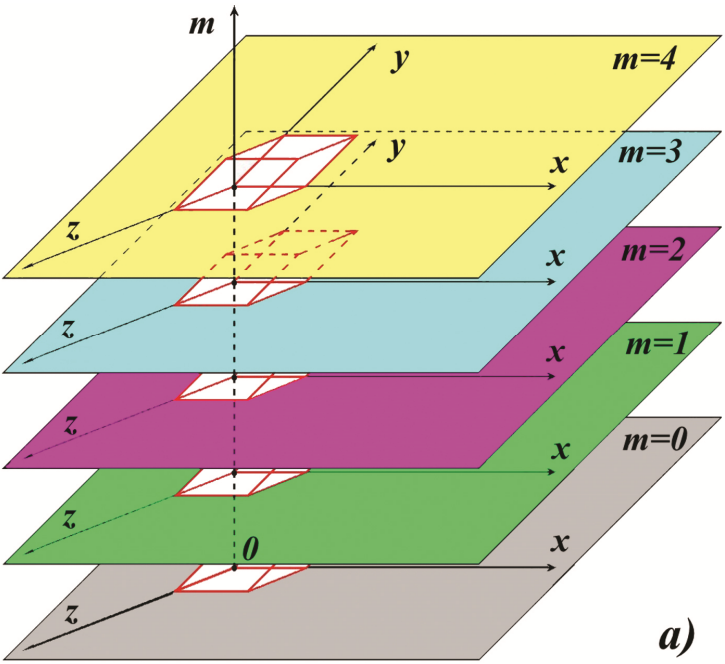
Возможность изобразить четырехмерную ортогональную систему координат в трехмерном пространстве вполне осуществима. В двухмерном пространстве аксонометрические изоб-

ражения производятся в соответствии с общепринятыми соглашениями по изображению трехмерных объектов на двухмерной плоскости.

В случае четырехмерной аксонометрии необходимо помнить, что изображение должно быть в трехмерном пространстве, а не на двухмерном пространстве бумаги. То есть, мы наносим традиционные три оси аксонометрии на бумагу и ставим четвертую ось, например, карандаш перпендикулярно этому листу. Теперь мы имеем реальные четыре оси, между которыми образованы проекционные трехмерные плоскости, и такую конструкцию – четырехмерную аксонометрию – мы в принципе можем изобразить на таком же листе (хотя и потребуется изрядная доля воображения). Для этого по новой, четвертой оси мы откладываем "срезы" трехмерных аксонометрий четырехмерного пространства. Чем чаще расположены срезы, тем точнее четырехмерная аксонометрия.

Для построения примера такой аксонометрии возьмём в качестве объекта простейший из них - четырехмерный куб, который имеет следующие трехмерные проекции - рис.2.13а, и которые на рисунке показаны как аксонометрии-сечения одной из одинаковых четырех трехмерных проекций. Эти трехмерные аксонометрические проекции "нанизаны" на четвертое измерение, в результате чего получена условная аксонометрия четырехмерного куба в четырехмерном пространстве. Здесь принято, что этот куб неподвижен по всем четырем координатам. Отсутствие движения и позволило показать на рисунке дискретные значения проекций для некоторых произвольных значений четвертой координаты 0, 1, 2, 3, 4.

На рисунке 2.13а перекрытие аксонометрических слоёв (проекций) показано штриховыми линиями лишь для значения четвертой координаты m = 3, чтобы не загромождать рисунок. Напомним, что в реальности все фигуры (проекции) в четырехмерном пространстве являются монолитом, то есть, в нём нет такого явного разделения на отдельные слои (проекции).


m
y
m=4
y
x
m=3
z
x
m=2
z
x
m=1
z
x
m=0
z
0
x
z
a)

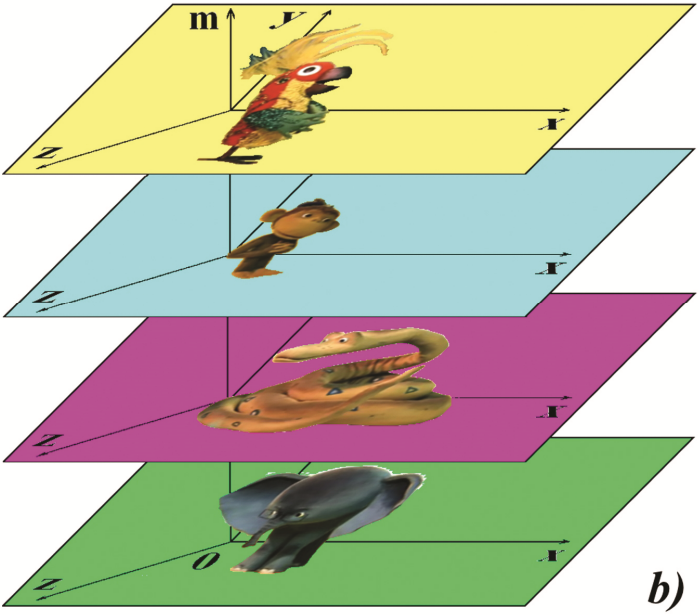

m
z
z
z
0
z
b)

Рис.2.13. а) четырехмерный куб (тессеракт);
б) четырехмерный объект "38 попугаев"

Такой четырехмерный куб, представленный набором дискретных проекций, на самом деле является скорее своеобразной "колбасой", нежели "железнодорожным составом" из отдельных трехмерных кубиков, которые просто присоединены друг к другу. В целом такой четырехмерный куб является монолитным, и между двумя соседними трехмерными проекциями пространственных разрывов нет. В качестве некоторого визуального подобия такого непрерывного "состава" можно привести "облако-червя" из популярного телевизионного сериала "Остаться в живых".

Другой шуточный пример четырехмерного объекта, который можно назвать "38 попугаев", изображен на рис.2.13б. Хотя показаны лишь четыре дискретные трехмерные проекции-аксонометрии объекта, нужно понимать, что, как и в предыдущем примере с гиперкубом, этот четырехмерный объект также является монолитным, и между двумя соседними трехмерными проекциями не пространственные разрывы, а множественные непрерывные специфические метаморфозы "слоно-удав", "удаво-мартышка" и "мартышко-попугай". Все эти частные трехмерные проекции также "нанизаны" на четвертое измерение (координату).

Среди всех возможных графических изображений четырехмерных объектов их главным представителем, эмблемой четырехмерных объектов по праву можно считать гиперкуб – тессеракт. Как указано в Википедии, 4-мерный куб, тессеракт имеет 16 вершин, 24 грани и 32 ребра. В соответствии рассмотренной здесь методикой, гиперкуб имеет 6 двухмерных проекций, которые можно изобразить в виде сторон обычного игрального кубика (рис.2.14). Однако возникает естественный вопрос: почему на рисунке изображены только 6 проекций? Как заявлено в Википедии, у гиперкуба граней больше в четыре раза – 24. Ответ довольно простой. Вдоль каждой координатной оси расположено по паре граней, но на проекцию выводится

только одна из каждой пары, "лицевая", то есть, 12 проекций.

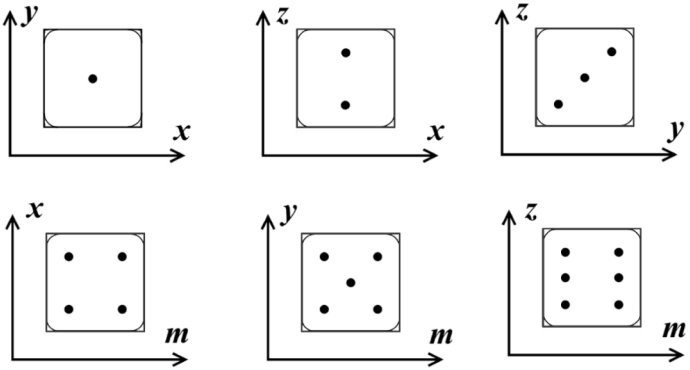


Рис.2.14. Двухмерные проекции четырехмерного куба.

Но среди этих 12 проекций есть повторяющиеся, что видно на следующем рисунке:

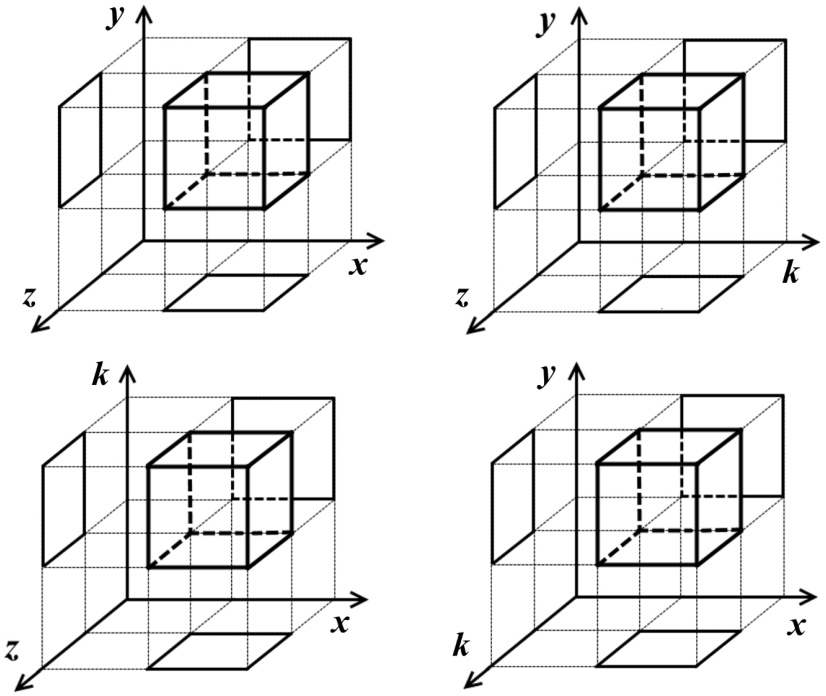


Рис.2.15. Трехмерные проекции четырехмерного куба

На рисунке присутствуют все возможные варианты 2-мерных проекций. Их количество, как видим, равно 3x4 = 12, то есть, по одной из каждой пары. При этом, легко подсчитать: проекция xy повторяется дважды – на первом и четвертом рисунке; xz – на первом и третьем; yz – на первом и втором; xk – на третьем и четвертом; yk – на втором и четвертом; zk – на втором и третьем. Получается, что все проекции повторяются дважды, то есть, уникальных проекций на этих рисунках только 12:2 = 6 штук, хотя общее число проекций, граней на рисунке, напротив, в два раза больше: 12x2 = 24. Соответственно, и обозначений точками также должно быть в 4 раза больше, то есть, четыре грани куба, например, с четырьмя точками, следует, видимо, дополнительно пометить буквами 4a, 4b, 4c и 4d.

Изображение гиперкуба можно встретить не только в научной литературе и научно-фантастических произведениях, но и в произведениях искусства – "Распятие" Сальвадора Дали. Считается, что изобразить в трехмерном пространстве гиперкуб полностью невозможно, поэтому его обычно изображают условно либо в виде сдвоенных квадратов, своеобразной решётки, либо в виде трехмерной развертки:

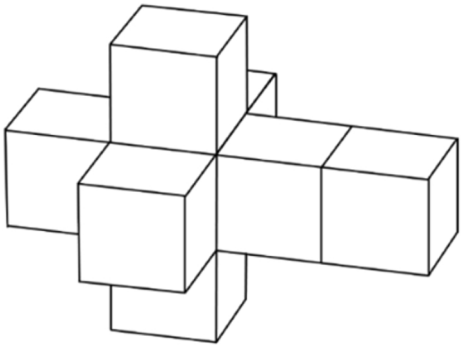


рис.2.16. Традиционная развертка гиперкуба

При всей красочности этого изображения, следует заметить, что это не единственная возможная трехмерная развертка гиперкуба. На самом деле существуют различные другие способы развертывания куба. Для сравнения рассмотрим их на

примере развертки трехмерного куба. Известную развертку в виде креста назовем для определенности традиционной. Это вполне корректный способ, однако получение развертки 3-мерного куба таким способом требует его разрушения, разрезания. Очевидно, что развертку монолитного куба или гиперкуба таким способом получить невозможно. Обычно на анимации, в динамике развертку гиперкуба изображают в виде последовательности кадров, первый из которых представлен на рисунке 2.17b. Как видно на рисунке, от исходного гиперкуба "отрывается" одна из 3-мерных проекций, выделенная пунктирными линиями. Остальные остаются по-прежнему в контакте с его центральной 4-мерной частью.

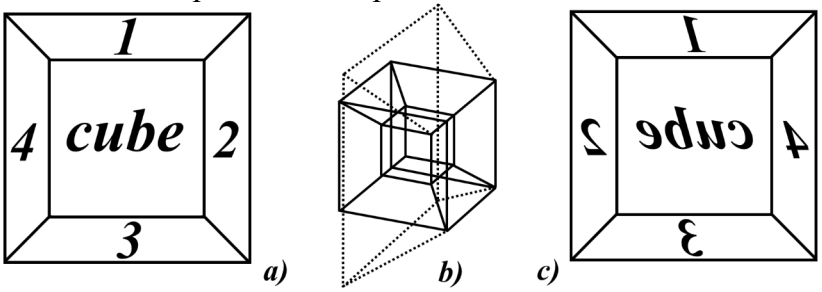


Рис.2.17. Первый шаг традиционной развертки гиперкуба

Отметим две особенности такого развертывания гиперкуба. Во-первых, в процессе развертывания в трехмерную проекцию внутренние семь трехмерных кубов проходят, пересекают грань внешнего, восьмого куба. Развернуть куб без такого пересечения невозможно. Во-вторых, внешний куб при развертывании выворачивается наизнанку. Если нанести на грани надписи рис.2.17a, то после разворачивания этой проекции надписи станут зеркальными рис.2.17c. Эти два процесса хорошо видны на анимированных изображениях гиперкуба, приводимых в интернете, и это его неотъемлемое свойство.

Вместе с тем, развертку можно получить и без разрушения исходного 3-мерного куба – перекатыванием его по плоскости. Существует всего несколько способов получения таких разверток, входящих в набор гексамино. Гексамино - это

плоская фигура, состоящая из шести равных квадратов, соединённых сторонами. Если не считать различными фигуры, совпадающие при поворотах и зеркальных отражениях, то различных форм гексамино насчитывается 35. По сути, это фигуры, в той или иной степени напоминающие развертку кубика, у которого как раз 6 граней. Однако мы ограничим способы получения его разверток. Эти правила развертки таковы: нужно отпечатать на плоскости все грани куба перекатыванием его через грань без отрыва и обратного движения. В результате можно получить 5 различных разверток без разрезания куба. Одна из таких разверток из этого набора имеет вид рис.2.18.

Хотя корректных разверток без разрушения куба может быть несколько видов, но, видимо, самой правильной, оптимальной следует считать развертку, которая имеет наименьшее число внутренних углов. Развертка на рисунке имеет два внутренних угла и при перекатывании не требует возвратного движения, через уже созданные отпечатки. Очевидно, что этот алгоритм позволяет получить развертку и четырехмерного монолитного куба.

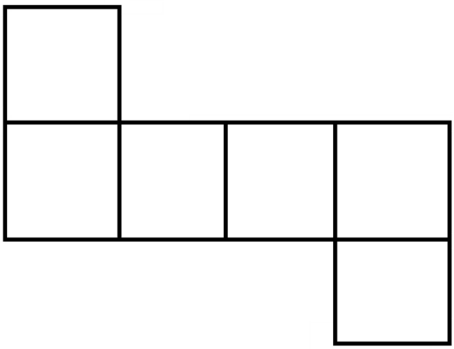


Рис.2.18. Развертка куба перекатыванием, гексамино

Рассмотрим способ получения развертки гиперкуба, подобный тому, что представлен в интернете в виде анимации. Но наша развертка должна принадлежать корректной линейке из 5 гексамино, то есть, она в принципе может быть получена для

монолитного гиперкуба перекатыванием, не требующим его разрезания.

На первом этапе вместе с отрывом внешнего элемента гиперкуба 7, мы также оторвем от внутреннего элемента гиперкуба и другую его грань – 6. Одновременно все элементы на рисунке сразу же преобразуем в обычные кубы. В результате мы получим блок рис.2.19a.

Почти заметной стала Г-образная часть проекции гиперкуба. Элемент 4 можно было оторвать от центрального куба 0 сразу же вместе с элементом 6, но мы выделили этот этап в отдельный, отметив его стрелкой на рис.2.19a. Теперь можно сделать следующий переход – переместить группу элементов 0-3 как показано на рис.2.19b и получить новый блок рис.2.19c.

Перемещаем элементы 0, 1, 2 и 5 как показано стрелкой и формируем блок рис.2.19d. На последнем этапе мы просто перемещаем элемент 1, как показано стрелкой, в результате получаем 3-мерную развертку тессеракта рис. 2.19e.

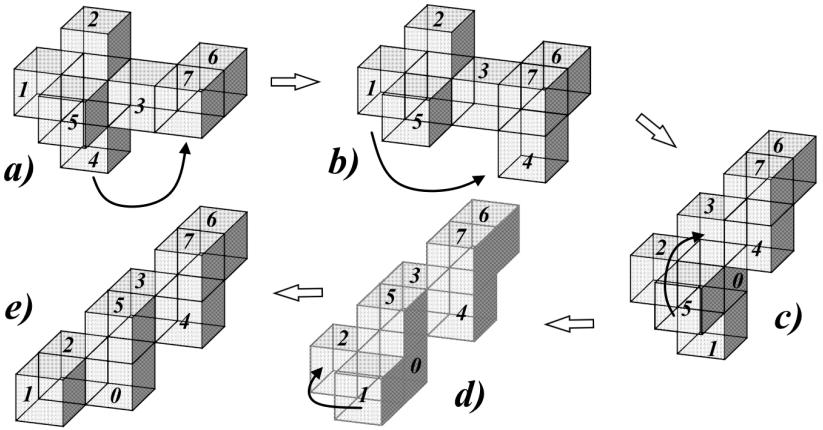


рис.2.19. Этапы развертки гиперкуба в гексамино

Эту же трехмерную развертку гиперкуба можно получить, перекатывая его по плоскости xy0z в 4-мерных комбинированных координатах. Очевидно, что полученная трехмерная проекция гиперкуба имеет в 4-мерном пространстве нулевую толщину, то есть, является плоской проекцией, а не объемной

фигурой. В комбинированной 4-мерной системе координат мы одновременно получаем на плоскости xy0z сдвоенную проекцию, имеющую полные 3-мерные координаты. Можно ли из этих сдвоенных проекций x0z и y0z получить 3-мерную проекцию рис.2.19? Да, это возможно. Для этого просто нужно изобразить их в нашей 3-мерной системе координат – рис.2.20.

Двух проекций оказывается достаточно, чтобы получить объёмное, аксонометрическое изображение 3-мерной развертки гиперкуба. Заметим, что традиционная крестообразная 3-мерная проекция гиперкуба также может быть восстановлена по сдвоенным проекциям x0z и y0z в 4-мерном пространстве, но сами проекции перекатыванием гиперкуба получены быть не могут. Однако может возникнуть вопрос, может быть это просто частный случай, применимый только к кубическому объекту? Нет, метод сдвоенной проекции позволяет восстановить 3-мерную развертку и более сложных 4-мерных фигур.

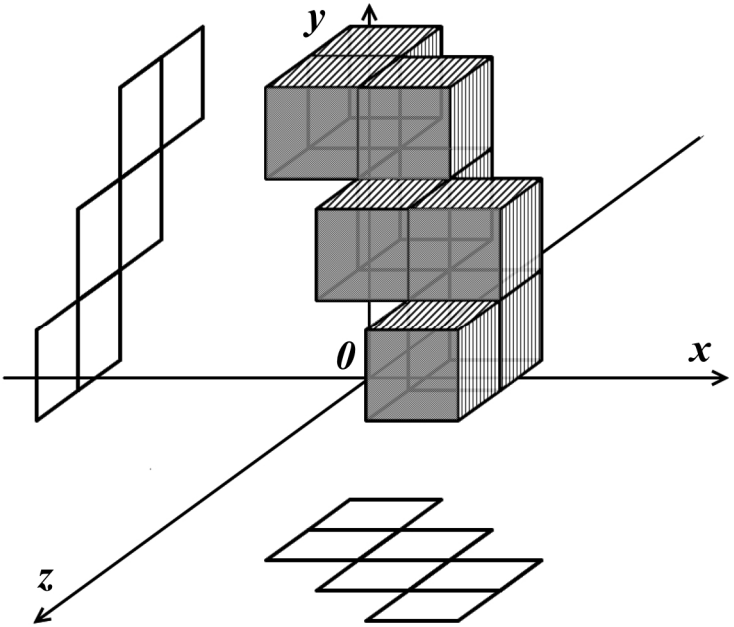


рис.2.20. 3-мерная развертки гиперкуба

Рассмотрим, например, 4-мерную пятиконечную звезду. Расположим звезду таким образом, чтобы в 4-мерной системе координат с одной сдвоенной осью звезда была параллельна этой сдвоенной плоскости xy0z. Тогда в нашем 3-мерном мире мы будем видеть эту плоскую 4-мерную проекцию как объемную фигуру. В данном случае, например, такую, какая показана на следующем рисунке 2.21.

Как видим, по двум плоским проекциям 4-мерной звезды можно восстановить её трёхмерный вид. На рисунке приведены лишь два фрагмента 3-мерной проекции, поскольку в полном варианте получится довольно сложная объемная фигура. Здесь для наглядности в аксонометрии показаны лишь две пирамиды. Видим, что эта объемная фигура в точности даёт две одинаковые проекции в форме пятиконечной звезды. На аксонометрии мы видим звезду под углом с нижней, затушеванной стороны. На проекциях показано, что проекции пирамид находятся в их пределах, не выходят за их границы. Конечно, следует уточнить, что при таком восстановлении мы не используем *готовую* третью проекцию, а фактически формируем её сами, поэтому она может быть разной.

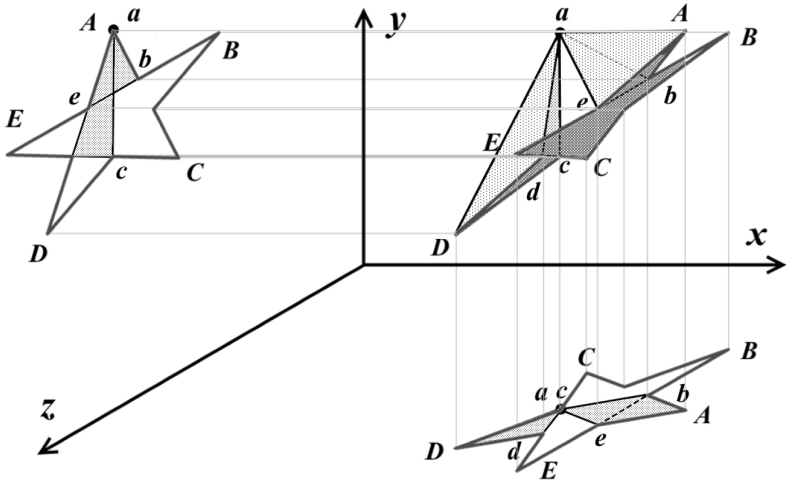


рис.2.21. 3-мерная развертки 4-звезды

А можно ли таким же способом сформировать и 3-мерную развертку гиперсферы? Считаем, что в 4-мерном пространстве она, развертка также является плоской, то есть, имеет по четвертой координате нулевую толщину. Сначала такую развертку нам нужно сделать в 4-мерном пространстве. Мы вполне обоснованно считаем, что все координаты 4-мерного пространства равноценны, поэтому гиперсфера должна одинаково выглядеть на каждой тройке 4-мерных координат, поэтому обобщенно в сдвоенных координатах её можно изобразить следующим образом – рис.2.22.

На рисунке проекция на каждую из трех плоскостей является кругом и здесь они просто не показаны. Использованную систему координат не следует отождествлять с обычной 3-координатной системой. Особенностью её является обязательное наличие четвертой оси, а одна из осей имеет двойное обозначение, что означает наличие на них точек с одинаковой координатой. Это мы и называем системой координат со сдвоенными плоскостями xy0z и xy0m и сдвоенной координатной осью xy.

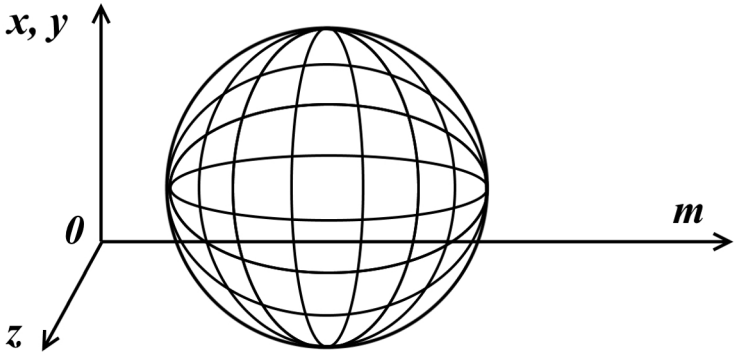


Рис.2.22. Четырехмерная сфера, гиперсфера

Развертка сферы на плоскость невозможна, поэтому такие развертки всегда приблизительные. Для простоты воспользуемся одним из обычных способов развертки сферы на плоскость – в виде "апельсиновых долек". Если взять их бесконечно большое число, то проекция будет иметь вид двустороннего

гребня с очень тонкими зубцами. Ось зубцов, долек выберем вдоль четвертой координаты, поэтому после их разворачивания, раскатывания на 3-мерную плоскость xy0z в 4-мерном пространстве мы получим тонкую фигуру. Теперь нужно представить, как будут выглядеть в 3-мерном пространстве эти плоские 4-мерные фигуры. Здесь возникает некоторый разнобой. Мы приняли, что на плоскости сдвоенных координат xy0z любому значению координаты x соответствует любое значение координаты y в пределах длины дольки. А это означает квадрат. Но в нашем случае квадрат не обычный.

Рассмотрим одну-единственную дольку. В зависимости от координаты z диапазоны изменений x и y будут изменяться от нуля до максимального значения – длины дольки, причем по криволинейному закону. То есть, возникает своеобразная "подушка".

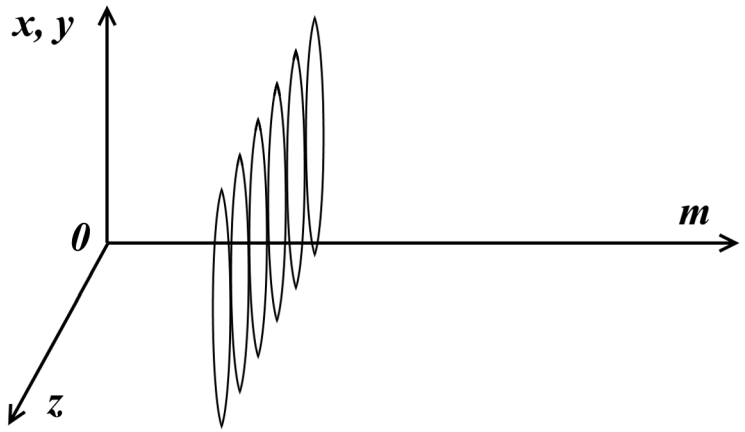


Рис.2.23. Развертка гиперсферы в 4-мерном пространстве

Таких подушек на нашем рисунке мы выбрали 6 штук, иначе их просто невозможно будет разглядеть. И эти подушки, как видно на рис.2.24 будут лежать стопкой вдоль оси z. На рисунке изображены только четыре из множества подушек-разверток гиперсферы. Фигуры на рисунке условно разнесены вдоль оси z, иначе они слились бы в сплошной комок

линий. На самом деле высота по оси z этих подушек должны быть предельно малой, и они должны касаться друг друга. Поскольку стороны квадратов по осям x и y и высота распрямленных "апельсиновых долек" в точности равны $2\pi R$, где R – радиус гиперсферы, то в целом получившаяся в 3-мерном пространстве 3-мерная фигура – развертка гиперсферы выглядит как куб, собранный из тонких квадратов переменной толщины (рис.2.25).

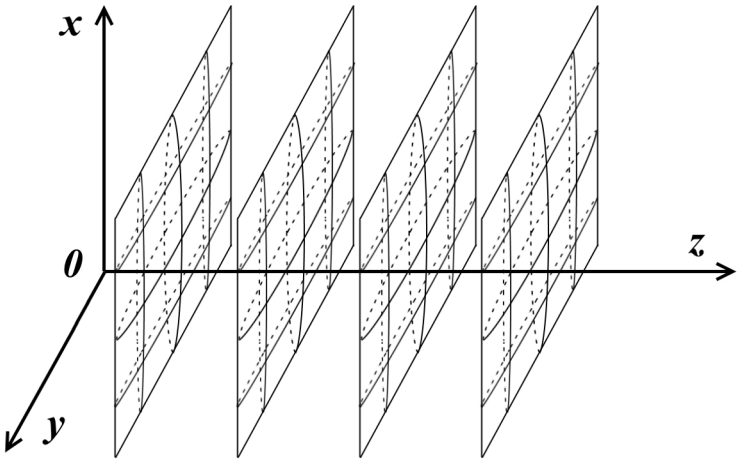


Рис.2.24. Элементы развертки гиперсферы

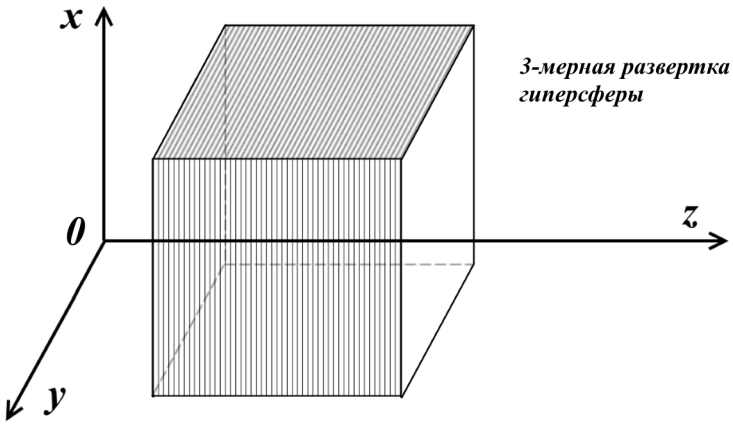


Рис.2.25. Развертка гиперсферы в 3-мерном пространстве

Как показано на рисунке, развертка гиперсферы путем разрезания её поверхности на "апельсиновые дольки" с последующим их раскладыванием на трехмерной плоскости xyz в 3-мерном мире видна как слоёный куб, что связано только со способом развертывания поверхности в 4-мерном пространстве. Очевидно, что проекцию гиперсферы в 4-мерном мире можно сделать и другими способами, например, расположить эти же дольки веером, по кругу. Или создать проекцию путем раскатывания гиперсферы по спирали Архимеда на этой же плоскости. В последнем случае площадь развертки будет в точности равна площади поверхности гиперсферы. Следует отметить, что все рассмотренные способы визуализации четырехмерных объектов не являются уникальными, они были известны и ранее. Их рассматривал, исследовал, например, Хинтон, который использовал метод разверток, метод теней, которые отбрасывают эти объекты в пространства меньших измерений, способ поперечных сечений, являющийся, по всей видимости, аналогом способа погружения [46, с.70].

Пятимерное пространство и более

Для получения пятимерного пространства добавим к четырехмерному пространству новое, пятое измерение k. В полученной системе, очевидно, появились 4 новые, дополнительные проекционные плоскости kx, ky, kz и km. Соответственно, *уникальных* трехмерных проекций, аксонометрий пятимерного мира xyzmk возможно *только* 10: xyz, xyk, xym, xzk, xzm, xkm, yzm, yzk, ymk, zmk. В этом случае каждая такая трехмерная проекция создаёт три двухмерные проекции, причем, как и выше, эти двухмерные проекции будут повторяться несколько раз, в том числе, за счет вращения трехмерных осей (изменение порядка их следования). Легко обнаружить, что у такого пятимерного пространства существует только лишь 10 уникальных проекционных 2-мерных плоскостей: xy, xz, yz, xm, ym, zm, xk, yk, zk, mk. Попробуем определить, как и раньше, общее количество возможных граней у 5-мерного объекта.

Очевидно, что любой из них имеет ровно 10 двухмерных базовых, основных граней, обращенных "лицом" к проекционным плоскостям 5-мерной системы координат. Вновь обозначим их точками, как обычные игральные кубики:

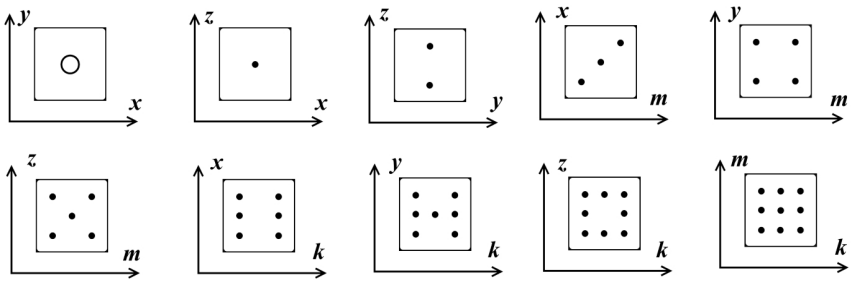


Рис.2.26. Двумерные проекции пятимерного куба, пентеракта

Проведем аналогию, рассмотрим сначала 3-мерное пространство. В нем есть только одна 3-мерная проекция, создающая 3 двумерные проекционные плоскости. Следовательно, любое 3-мерное тело имеет три "лицевые" грани, обращенные к этим проекционным плоскостям, и три оборотные, зеркальные. То есть, любое 3-мерное тело, куб формальное имеет 3x2=6 уникальных граней.

В пространстве 4-х измерений возможны уже четыре 3-мерные проекции, которые создают, соответственно, 3x4=12 уникальных 2-мерных проекционных плоскостей. Любое неподвижное тело в этом пространстве, таким образом, "видит" эти 12 проекционных плоскостей, и при этом "позади" него находятся ещё столько же, то есть, тело, куб, тессеракт формально имеет 24 грани, проекционные стороны.

В пространстве 5-ти измерений возможны, как мы обнаружили, 10 уникальных наборов троек осей, то есть, трехмерных проекций, которые, соответственно, создают 10x3=30 проекционных 2-мерных плоскостей. Обращаем внимание, что в буквенном обозначении эти *десять* возможных плоскостей повторяются трижды. По принятой методике любое 5-мерное тело, неподвижное в этом пространстве, таким образом, "видит" эти основные, "лицевые" двухмерные проекционные плоско-

сти, а также столько же "позади" себя, то есть, всего 60 проекций. То есть, формально, такое 5-мерное тело, куб, пентеракт может иметь не более 60 граней. И здесь мы видим расхождение с информацией на сайте Википедии, которая указывает общее количество граней такого куба, равное 80, а количество трехмерных проекций – 40. Такое расхождение, видимо, связано с повторным учетом некоторых проекций, с их вращением.

Очевидно, что для нанесения на грани пентеракта уникальных обозначений, нам следует противоположные и повторные грани индексировать, как выше, буквами. Например, грани 5-мерного куба, имеющие 5 точек, следует обозначать с буквенным индексом 5a, 5b, 5c, 5d, 5e, 5f.

В трехмерном пространстве проекции могут быть кубами и в том случае, если по двум высшим измерениям (четвертой и пятой) объект не только не является кубом, но может быть вообще фигурой произвольной сложности. Подобный случай можно изобразить схематически в трехмерной аксонометрии путем группировки равных измерений рис.2.27, как мы это неоднократно делали ранее.

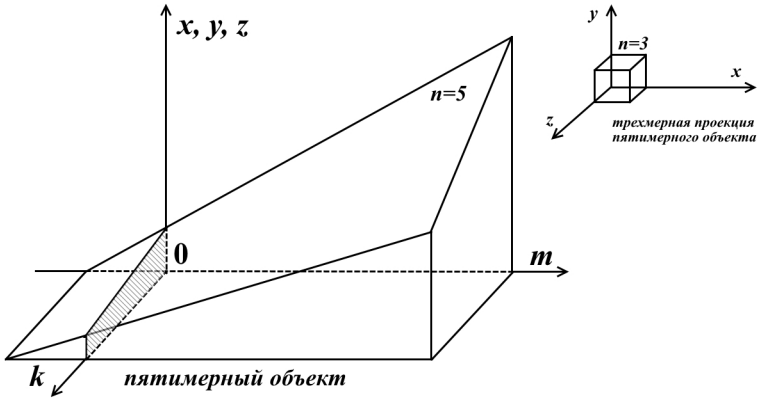


Рис.2.27. Сечение пятимерного клинообразного объекта

При движении такого пятимерного объекта по любой из высших координат, в трехмерном пространстве, как вариант, будут возникать и исчезать трехмерные кубы различной вели-

чины и с различными свойствами. Эти свойства определяются свойствами объекта в целом. Например, по одной из координат m – объект имеет различную плотность, а по другой k – различный вещественный состав. Для наблюдателя трехмерного пространства будет происходить явление, не поддающееся объяснению с физической точки зрения: куб может запросто превратиться из свинцового в золотой.

Всё изложенное позволяет свести все рассмотренные наборы пространственных координат в своеобразную схематичную иерархию – аналогию с привычными окружающими нас объектами, в которой номер пункта означает мерность пространства:

0) В качестве нульмерного пространства в реальном мире мы можем рассматривать как точку, так и с долей условности любой мелкий объект – шарик, зёрнышко и так далее.

1) С одномерным пространством можно ассоциировать любой протяженный тонкий предмет – струну, лыжную палку и тому подобное.

2) Все плоские двухмерные объекты – это картины, чертежи, плакаты, которые мы условно можно изобразить в виде кадра киноленты.

3) Примеров трехмерных пространств ещё больше: это, по существу, все окружающие нас предметы. Трехмерные пространства можно изобразить, как и двухмерные пространства, в виде аксонометрий (3D – объектов), запечатлённых на отдельных кадрах киноленты.

4) В этом случае сама кинолента может уже рассматриваться как четырёхмерное пространство. Каждый кадр киноленты при этом является отдельной трехмерной проекцией.

5) Набор кинолент можно представить как шкаф с кинолентами, который можно ассоциировать с пятимерным пространством.

6) В качестве следующей ассоциации – шестимерного пространства – можно привести склад со множеством шкафов с коробками кинолент.

Чем с большей частотой представленные кадры кино-

ленты четырехмерного пространства фиксируют окружающую действительность, тем более точно они отображают это пространство. Понятно, что перемещение по четвертой координате пространства соответствует движению киноленты в киноаппарате. Причём мы свободны в нашем выборе: можно ленту двигать быстрее, можно медленнее, можно вообще её остановить и даже прокрутить в обратную сторону. В этом смысле время в качестве четвертой координаты не даёт нам практически никакого выбора.

Можно было бы продолжить аналогии многомерных пространств, но ничего нового это уже не даст. Более того, уже на этом этапе видна любопытная закономерность. Если мы предположим, что многомерные пространства существуют в реальности, хотя и в более сложном, непрерывном, монолитном виде, то здравый смысл и логика сразу же зададутся вопросом: а почему мы, собственно говоря, не наблюдаем в повседневной жизни никаких из описанных свойств таких многомерных пространств? Ведь если они действительно существуют, то эти необъяснимые явления должны себя хоть как-то проявлять. Или всё же какие-то из загадочных явлений мы можем отнести к проявлениям движения четырёхмерных объектов через наше трёхмерное пространство? Что можно сказать, например, об НЛО? Или о загадочных кругах и других фигурах, образованных утрамбованными стеблями трав на полях и лугах? А неопознанные плавающие объекты, НПО – светящиеся и вращающиеся фигуры на морской поверхности ("дьявольская карусель")? Это ли не явное проявление четырёхмерной проекции? Или, наконец, весьма "ощутимое" хорошо известное явление - шаровая молния? Вряд ли можно на эти вопросы ответить утвердительно. Конечно, один из основных признаков описанных явлений, казалось бы, совпадает с характерным признаком четырёхмерного объекта, спроецированного на трёхмерное пространство – появление его из ничего и такое же загадочное исчезновение. Однако этот признак в целом для объектов не так уж и значителен, да и ненадёжен – всегда можно привести более реалистичные причины возникновения и

исчезновения. Существеннее другое – быстрое перемещение в пространстве, вращение, явная зависимость от среды, где явление отображается, что совсем не свидетельствует в пользу четырёхмерности. Если это и проекция четырёхмерного объекта, то он находится в весьма сложном движении в своём четырёхмерном пространстве, причём движется главным образом по *нашим трём*, воспринимаемым нами пространственным координатам. Другими словами, объяснение загадочных явлений четырёхмерностью пространства слишком искусственно, не убедительно. Следовательно, вряд ли разумно безоговорочно принимать реальность наличия четвёртой пространственной координаты. А пространства большей мерности, в прямом понимании пространственности координат, выглядят ещё менее убедительно.

Итак, мы рассмотрели, каким образом можно сделать считавшееся невозможным – изобразить графически в нашем трехмерном мире монолитные, непрерывные объекты, имеющие большее число измерений. Каждый из этих объектом имеет полноценные дополнительные пространственные координаты, не имеющие никакого отношения к координате времени. В рассмотренных примерах все пространственные координаты евклидовы – прямолинейные и бесконечные, то есть, пространства, вмещающие такие многомерные объекты, являются в классическом смысле плоскими многомерными.

3. Замкнутые пространства

Чаще всего невозможность наблюдения дополнительных пространственных измерений объясняют их малой величиной. Поскольку представить такие координаты с явно выраженными краями довольно проблематично, делается следующий шаг – объявляется, что эти крошечные координаты ко всему прочему закольцованы. То есть, образуется замкнутое пространство. И это замыкание, "заворачивание" на себя саму какой-либо одной или нескольких пространственных координат является главной, решающей отличительной особенностью любого замкнутого пространства. О замыкании координаты времени мы пока не говорим, поскольку, во-первых, эта координата не пространственная, а, во-вторых, такое замыкание с физической и логической точек зрения бессмысленно, оно ведёт к петлям времени и причинным парадоксам.

Вариантов замкнутых пространств известно немало, самым простым и известным из которых является обычная сфера или сфера в 4-мерном пространстве, гиперсфера.

Рассмотренные выше плоские многомерные пространства имеют оси координат, которые можно сравнить с прямыми евклидовыми линиями бесконечной протяженности. Но в общей теории относительности и в космологии обычно рассматриваются искривленные пространства, считающиеся более общим случаем пространств.

Очень важно понимать, что любое искривленное пространство является таковым, видимым, воспринимаемым *только* при наличии пространства большей мерности, лишь в этом случае у него есть, "куда искривляться" и где может находиться центр радиуса кривизны. Поэтому следующие замечания следует признать необоснованными:

"Мы живем в трехмерном пространстве, выпрыгнуть из него не можем (так как вне пространства ничего нет), поэтому нельзя спрашивать: "в чем изгибается наше реальное пространство?" ... Суть кривизны пространства заключается в изменении его геометрических свойств по сравнению со свойствами плоского пространства, где справедлива геометрия Евклида" [62, с.78].

"Не имеет большого смысла спрашивать, куда расширяется Вселенная. Мы изображаем вселенную воздушного шара расширяющейся в окружающее пространство, но это не имеет никакого значения для ее обитателей. Они привязаны к поверхности шара и не представляют себе третьего, радиального измерения. Подобным образом для наблюдателя в замкнутой вселенной трехмерное сферическое пространство — это все существующее пространство, и вне его ничего нет" [30, с.35].

Во-первых, сомнению не подлежит, это бесспорно, что кривое пространство – это не плоское пространство. Но, во-вторых, *геометрически* кривизна пространства определяется радиусом кривизны, центр, начало которого явно не может находиться в том же пространстве, кривизна которого определяется, тогда где? То есть, наоборот, на самом деле нет смысла говорить о кривизне данного пространства, если физически отсутствует пространство большего числа измерений, более высокого порядка. Видимо, так же считал и Риман, который:

"... заменил двумерный лист бумаги нашим трехмерным миром, "смятым" в четвертом измерении" [46, с.35].

Точно так же лист двумерного пространства может быть смят, искривлен *только* потому, что есть более высокое, объемлющее пространство, трехмерное. В свою очередь, трехмерное пространство также можно смять, но для этого необходимо опять же более высокое, четырехмерное пространство. Наконец, видимо, правильнее все-таки говорить, что выпрыгнуть из нашего трехмерного пространства мы "*пока* не умеем", а не по причине принципиальной невозможности этого. Например, сделать одномерное пространство на следующем рисунке рис.3.1 искривленным *геометрически* при его един-

ственности невозможно, для этого необходимы, по меньшей мере, ещё два измерения. Искривленное одномерное пространство можно увидеть *только* из пространства большего числа измерений. По одному из них, как видно на рисунке, может быть определена искривленность, отклонение координаты от прямолинейности, а по другой – наличие второго слоя, витка, еще одна искривленность.

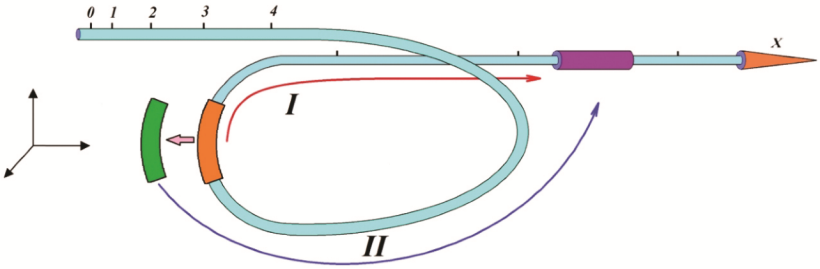


Рис.3.1. Искривленное одномерное пространство

В этом случае, при их наличии существует возможность перемещения из одной точки одномерного пространства в другую либо простым перемещением по этой координате, либо переходом в другие измерения, как это обычно трактуется в таких ситуациях.

Параллельный перенос вектора

Практически во всех источниках, учебниках можно встретить утверждение, что внутренний наблюдатель способен определить кривизну своего пространства без привлечения понятия пространства большей размерности

"... внутренняя кривизна пространства-времени, т. е. кривизна, при определении которой не только не используется погружение в какое-либо гипотетическое плоское многообразие более высокой размерности, но даже не допускается мысли о возможности такого погружения" [59, т.1, с.411].

В качестве одного из способов такого определения чаще всего рассматривается явление поворота вектора при его параллельном переносе по замкнутому контуру.

"Кривизна многообразия сама по себе выражается через изменение направления вектора, возникающее при параллельном переносе вектора по небольшому замкнутому контуру. Изменение направления вектора зависит от исходного направления вектора, а также от ориентации двумерной поверхности, в которой расположен этот замкнутый контур; при заданной ориентации изменение направления вектора пропорционально площади, охватываемой замкнутым контуром. Следовательно, численное значение кривизны многообразия можно выразить через изменение направления вектора (в градусах) на единицу площади, охватываемой замкнутым контуром, по которому совершается обход" [20, с.82].

Известны и более формализованные описания таких процессов, например, в терминах тензоров:

"... параллельный перенос произвольного вектора (тензора) по замкнутому контуру. Параллельно перенося произвольный тензор … из произвольной точки A в точку D вдоль различных сторон параллелограмма … можно убедиться в том, что тензор Римана-Кристоффеля определяет разность компонент тензоров, перенесенных из одной точки в другую (близкую) двумя разными путями (уравнение) ..." [32, с.67]

Разностью компонент тензора в данном случае и обозначают изменение направления вектора при таком параллельном переносе. Примерно такой же вывод следует из доказательств еще одного автора: Зельманов, Элементы ОТО

"При произвольном переносе … вектор получает приращение ... Выведем формулу ... Таким образом, при параллельном переносе вектор ... получает приращение ..." [41, с.51]

Эти выводы относятся к криволинейным пространствам, поскольку в декартовой и в евклидовой системах координат компоненты векторов при параллельном переносе не изменяются и результирующий вектор после прохождения любого замкнутого контура совпадет с исходным вектором, причем система координат в общем случае, как считается, может быть и искривленной. Но в искривленном пространстве:

"... результирующий вектор a^{*i}, вообще говоря, будет отличен от исходного вектора a^i, причем разность $a^{*i} - a^{*i}$ зависит от выбора замкнутой кривой ... это единственное существенное различие между плоским и искривленным пространствами" [58, с.231].

Именно такое поведение вектора при параллельном переносе и используется в качестве определения понятия кривизны пространства:

"... пространство называется искривленным, если результат параллельного переноса вектора из одной точки в другую зависит от выбора пути, по которому производится перенос" [20, с.84].

При параллельном переносе всегда принимается, что длина вектора остается неизменной, поэтому результатом переноса может быть только поворот вектора, но не его растяжение или сжатие. Поскольку пути могут быть разными, то и результирующий поворот так же может быть разным. В частности, главной характеристикой связности на многообразии есть изменение при переносе касательного вектора:

"В дифференциальной форме его можно описать заданием оператора поворота вектора Γ при переходе из точки x в точку $x+dx$, а именно:

$$\Gamma(\tau^{\mu}) = \tau^{\mu} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\nu}\tau^{\alpha}dx^{\nu} \quad (3.4)$$

Коэффициенты $\Gamma^{\mu}_{\alpha\nu}$ в формуле (3.4) называются компонентами связанности. Разбивая теперь кривую, соединяющую две точки пространства, на малые отрезки и описывая на каждом отрезке изменение вектора с помощью оператора (3.4), можно получить изменение вектора при переносе из одной точки в другую. При этом существенно, что результат будет различен для различных кривых, связывающих эти точки ...

Таким образом, параллельный перенос в искривленном пространстве зависит от пути, по которому он осуществляется" [42, с.30].

Очевидно, что разных путей параллельного переноса вектора из одной точки в другую может быть сколько угодно. В

плоском пространстве существует единственное направление, параллельное заданному в какой-то точке, поэтому результат переноса определяется только исходным вектором и не зависит от пути переноса. Напротив, в искривленном пространстве:

"... результат параллельного переноса вектора зависит не только от исходного вектора, но и от пути, по которому совершается перенос.

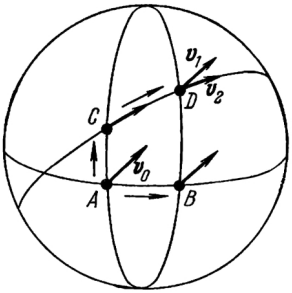


Рис.35. Параллельный перенос вектора по двум возможным путям

Если вектор v_0 (рис. 35) сначала параллельно переносится из точки A в точку B, а затем в точку D, то в результате мы получим вектор v_1, если параллельный перенос вектора v_0 совершается от точки A к точке D через точку C, то результатом переноса будет вектор v_2. Параллельный перенос вектора вдоль пути, состоящего из отрезков прямых (ломаная линия), в конце концов возвращающихся в исходную точку (замкнутая ломаная), приводит к новому вектору в начальной точке; этот новый вектор отнюдь не совпадает с исходным, хотя при переносе вектора по всем сегментам петли мы нигде не нарушили правил параллельного переноса" [20, с.62].

Численно величина кривизны многообразия (пространства) может быть выражена через конкретные числовые параметры параллельного переноса:

"Кривизна многообразия сама по себе выражается через изменение направления вектора, возникающее при параллельном переносе вектора по небольшому замкнутому контуру.

... численное значение кривизны многообразия можно выразить через изменение направления вектора (в градусах) на единицу площади, охватываемой замкнутым контуром, по которому совершается обход" [20, с.82].

Как вариант, объективным, количественным показателем кривизны пространства может быть величина, пропорциональная площади контура, по которому производится параллельный перенос вектора:

"В искривленном пространстве начальное и конечное направление вектора не совпадают, причем отличие δA будет прямо пропорционально площади контура δS" [21, с.54].

В работе [28, с.59] в достаточно общем, формальном виде приводятся определения понятий параллельного переноса вектора и понятия кривизны – тензора кривизны или тензора Римана. Отмечено, что задача о параллельном переносе и определении кривизны является корректной и имеет однозначное решение.

Следует отметить, что при всей корректности, однозначности и точности аналитических выкладок, они все-таки недостаточно наглядны. Вместе с тем, это весьма важное обстоятельство, поскольку в графических иллюстрациях можно заметить некоторое несоответствие с аналитикой. Действительно, при анализе рис.35 к приведенной выше цитате сразу же возникает вопрос: почему при движении вектора из точки A в точку C его направление резко изменилось *визуально*? По известным соображениям мы должны считать две дуги AD и CB параллельными, как находящиеся на римановой, сферической поверхности положительной кривизны. И заметим кстати, что на карте Земли (глобусе), как это ни странно звучит, параллельными на самом деле являются меридианы, а не параллели, которые являются просто кривыми линиями. Но мы оставим этот вопрос – недоумение пока без ответа.

В качестве наиболее наглядной демонстрации такого изменения направления вектора при параллельном переносе обычно приводится перенос вектора на поверхности сферы. В этом случае роль прямой играют дуги больших кругов сферы,

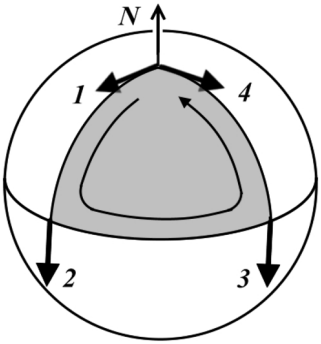
получаемые сечением сферы плоскостью, проходящей через её центр. Во всех таких примерах наглядно демонстрируется, что при параллельном переносе вектора по поверхности сферы в исходную точку его направление не совпадает с направлением исходного вектора.

Рассмотрим один из таких примеров параллельного переноса вектора на поверхности сферы, ожидая, что в нем никаких неясностей, неопределенностей нет.

"На рисунке начальное положение вектора обозначено цифрой 1 (северный полюс). Он обносится параллельным образом (положения 2, 3, ...) вокруг сферического треугольника, все углы которого равны 90°. По возвращении в исходную точку вектор (положение 4) оказывается повернутым на 90°:

$$\begin{pmatrix} гауссова \\ кривизна \end{pmatrix} = \frac{(угол_поворота)}{(обойденная_площадь)} = \frac{(\pi/2)}{(1/8)(4\pi a^2)} = \frac{1}{a^2}$$

(положительна; направление поворота совпадает с направлением обхода) [59, т.1, с.412]".



Гауссова кривизна γ_G в рассмотренном случае сферической поверхности определена как отношение площади, обойденной вектором, к углу поворота вектора, когда он вернулся в исходную точку [59, т.1, с.412]. В примере с треугольным контуром, действительно, получается вполне осмысленная величина кривизны – $1/a^2$, где a – радиус сферы:

$$\gamma_G = \frac{\varphi}{S} = \frac{\pi/2}{4\pi a^2/8} = \frac{1}{a^2}$$

Как видим, и в этом случае при обходе по замкнутому контуру результирующий вектор не совпал по направлению с исходным. Хотя на рисунке это не очень заметно, но в предпоследней точке 3 направление вектора в точности совпадает с последним направлением 4 при обходе треугольника. Тем не менее, и в данном случае возникает вопрос по изображению векторов. Судя по всему, векторы в точках 2 и 3 направлены точно по сторонам треугольника, то есть, по определению параллельны друг другу. Однако они изображены слишком короткими отрезками, поэтому на рисунке не совсем ясно, лежат ли они на поверхности сферы? На плоском пространстве поверхности сферы возможны лишь векторы, полностью совпадающие с этой поверхностью.

В случае сферического треугольника вектор, как показано на рисунке, при переносе изменил своё направление. Но что будет, если взять квадратный или прямоугольный контур? Как видно на рис.3.2а при таком переносе итоговый угол $\varphi = 0$, поэтому кривизна оказывается равной нулю. Получается, что метод не вполне корректен, поскольку даёт для одной и той же поверхности при использовании одного и того же правила разные значения.

$$\gamma_G = \frac{\varphi}{S} = \frac{0}{4\pi a^2 / n} = 0$$

Немного доработаем рисунок, чтобы устранить эту неопределенность с направлениями вектора. Будем считать, что исходный вектор 1, векторы 2, 3 и 4 касательны к дугам 1-2 и 3-4, то есть, к боковым сторонам треугольника, вдоль которого они переносятся. Именно это и означает их параллельность.

Поскольку мы вправе произвести параллельный перенос вектора по произвольному маршруту, то мы добавим ещё один отрезок, превратив сферический треугольник в сферический квадрат (вернее, криволинейный четырехугольник). И сразу же обнаруживаем, что наш вопрос возник, вообще-то, не на пустом месте. Мы видим два переноса вектора по ортогональным к меридианам линиям – 2-3 и 4-1. Вновь возникает вопрос: по-

чему при переносе по параллели 2-3 вектор остался коллинеарным своим меридианам 1-2 и 3-4, а на отрезке 4-1 нет? Логического оправдания такого различия, похоже, не существует.

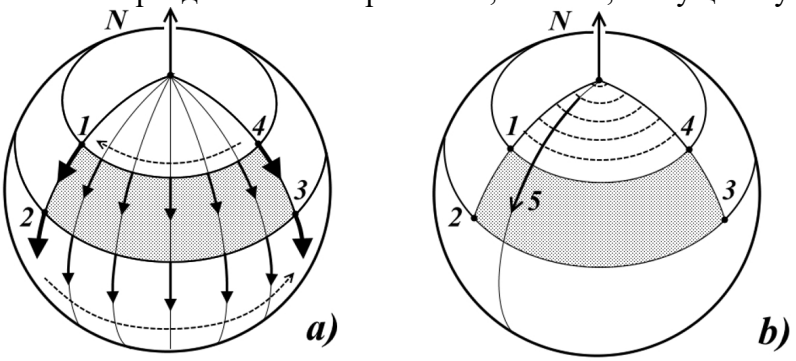


Рис.3.2. Паралельный перенос вектора

Для наглядности на рисунке 3.2a добавлены промежуточные меридианы – параллельные линии, с которыми вектор обязан совмещаться при параллельном переносе. Штриховые стрелки показывают направление обхода, а тонкие стрелки – промежуточные положения переносимого вектора. Хорошо видно, что при возвращении в исходную точку вектор сохранил своё исходное направление – вдоль меридиана.

Надо заметить, что полученный результат не только противоречивый, но и странный. Выходит, что такой метод внутреннего определения кривизны пространства не вполне корректен? Мы точно знаем, что сфера – это искривленное пространство. Но поворот вектора, возникающий при параллельном переносе по замкнутому контуру и считающийся признаком кривизны поверхности, отсутствует. То есть, кривизны нет? Но мы же в исходном варианте с треугольной траекторией отчетливо видели – вектор испытал поворот. Почему возникло такое несоответствие?

Чтобы выяснить причину расхождений, проделаем следующее. Уменьшим длину верхней параллели, то есть, переместимся на более высокую широту, следующую параллель, которые показаны штриховыми линиями на рисунке 3.2b, и

вновь произведем перенос вектора по образовавшемуся контуру. Очевидно, что результат будет таким же – вектор вернётся точно в исходное состояние. Ещё уменьшим длину верхней параллели и вновь перенесём вектор. Результат прежний. Будем уменьшать верхнюю параллель до тех пор, пока она не сожмётся в точку. Видимо, даже достигнув полюса, мы будем *обязаны* даже в этой точке явным образом как бы *повернуть* вектор до его исходного положения. Действительно, поворачивая при переносе вектор во всех предыдущих случаях, почему мы вдруг должны прекратить его поворот в исходное положение? Кстати, это следует все-таки уточнить. На самом деле во всех этих случая собственно поворота нет – есть строго параллельный перенос. Длинной стрелкой 5 показано, что при любом подъеме широты вплоть до полюса, наивысшей параллели вектор в каждой точке всегда совпадает с меридианом.

Здесь следует обратиться к похожей ситуации из геометрии, рис.3.3. Рассмотрим кривую с изломом в точке B. Построим семейство касательных к этой кривой. Очевидно, что в точке изгиба перед нами встанет вопрос: в какую сторону направлена касательная и существует ли она вообще?

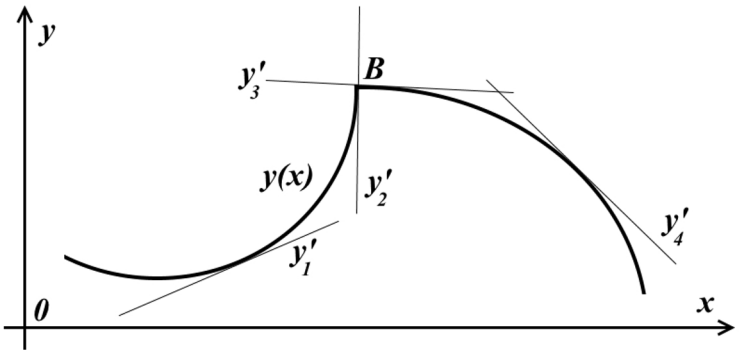


Рис.3.3 Касательные к линии с изломом

Если рассуждать строго, то точка B – это точка, определенно принадлежащая нашей кривой, поэтому касательная, видимо, должны быть. Но кривая состоит из двух отрезков.

Если бы мы точно знали, какому из них принадлежит точка В, то вопросов не возникло бы. Но в этом, собственно, и состоит ответ. Нам нужно просто определиться, точка В – это единственная точка, или это две точки, принадлежащие каждому из отрезков? Сделать это просто: нужно задать интервалы, которые и укажут, какому из отрезков эта точка принадлежит. Видимо, соломоново решение с удвоением точки здесь вряд ли уместно, поскольку создаёт неопределенность, двусмысленность. Пусть точка В принадлежит правому отрезку. Тогда с касательной всё ясно. В этой точке она принадлежит семейству остальных касательных к родительскому участку кривой. При переходе через эту точку мы, соответственно, переходим к семейству касательных другого отрезка линии. Как видим, никаких двусмысленностей и противоречий нет. При этом мы можем определенно заявить: касательная к точке В – единственная. Если мы будет последовательно строить касательные к левой половине линии, то мы никогда не сможем заявить: вот эта касательная – в точке В, мы не имеем права, поскольку точка В этому отрезку не принадлежит.

Теперь вернёмся к нашей сфере. Движение по квадратному контуру нам отчетливо показало, что конечная точка – это не удвоенная точка полюса, это две *разные* точки. Устремив к нулевому пределу верхнюю параллель, мы, в конечном счете, максимально сблизили эти точки, но они всегда были и остались *разными*. Следовательно, в треугольнике мы тоже должны отдавать себе отчет, что вернувшийся к полюсу вектор в первоначальной трактовке *в исходное положение* не вернулся! Он по-прежнему находится на линии правой стороны сферического треугольника. Чтобы его вернуть в исходное положение, мы *обязаны* последовательно перемещать его по меридианам, то есть, просто-напросто поворачивать в исходное положение. Действительно, точка полюса – это не одна точка. Но мы вопреки этому считаем, что точка изгиба – полюс сферы – может принадлежать только одной линии. По определению, изначально мы его "прикрепили" к левой стороне сферического треугольника, а после обхода контура – к правой стороне. На

самом деле в этой точке пересекается множество меридианов, каждый из которых имеет собственную точку на полюсе. Без разрыва меридианов на полюсе устранить его многозначность нельзя, но такой разрыв меридианов логического оправдания не имеет, это весьма искусственный, ничем не обоснованный приём. Если мы переходим на полюсе с крайнего правого меридиана на крайний левый, то есть, в исходное положение, то мы фактически "шагаем" по полюсным точкам *каждого* меридиана и, соответственно, должны в эти моменты изменять направление переносимого вектора. А не переходить мы не имеем права – исходная точка, в которую мы, как считается, вернули переносимый вектор, находится на левом меридиане. Действительно, на каком основании можно заявить, что на полюсе вектор имеет направление именно *этого* меридиана? Таких оснований нет.

Из этого прямо следует: параллельный перенос вектора в рамках пространства *не позволяет получить информацию* о его кривизне, по меньшей мере, на поверхности сферы. Хотя несложно обнаружить, что подобное несоответствие возникает и на поверхности тора, и догадаться, что это справедливо в отношении *любой* искривленной поверхности. Но как же тогда следует относиться к строгим аналитическим выкладкам и доказательствам возможности этого? Ответ содержится в приведенном анализе. Как в аналитических выкладках, так и в графических примерах при параллельном переносе вектор не возвращен в *исходное* положение, поэтому и сохраняет параметры последнего участка траектории.

Следует различать кривизну пространства и его деформированность, деформацию, то есть, оно может быть совмещено "без пузырей", без пустот с евклидовой плоскостью, но локально имеет разную степень растянутости или сжатия. В этом случае, как таковое – оно плоское, но сумма углов треугольника на нём в разных областях для внешнего наблюдателя может отличаться от 2π. Более того, такое пространство, видимо, не может быть равномерным, то есть, в его разных точках сумма углов может быть разной, например, на рис.3.4. Пред-

ставленные на рисунке координаты являются биангулярными. Систему следует рассматривать как изометричную обычной евклидовой плоскости с декартовыми координатами.

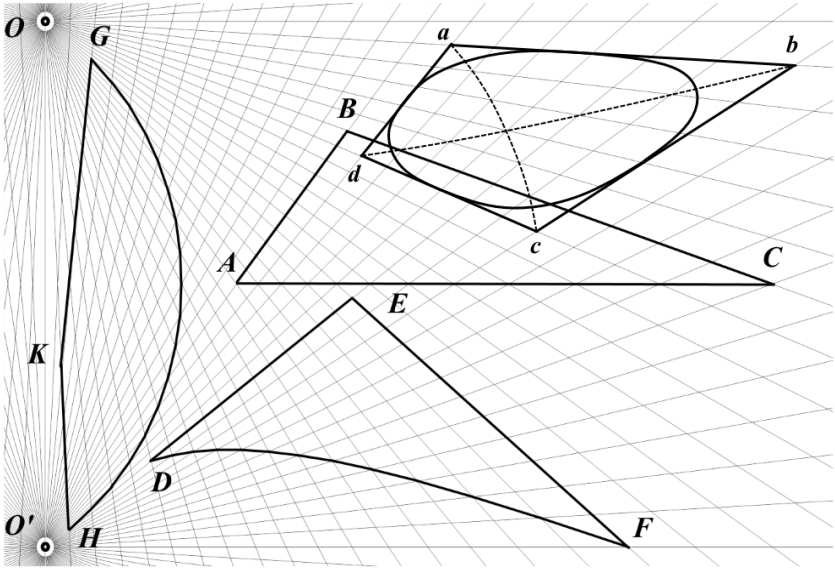


Рис.3.4. Плоское деформированное пространство

Канонические формулы для перевода координат $x = \varphi$; $y = \theta$ (подразумевается, что полюса имеют координаты $x = 0$, $y = \pm c$, где c – любое число), то есть, в отличие от бицентрических координат, положение точки задаётся не расстоянием от полюсов, а углами. Отметим также, что такое пространство непрерывно, то есть, на нем можно задать координаты любых точек, даже лежащих на оси y. Такое искажение пространства можно считать топологическим:

"Если считать, что геометрическая фигура сделана из какого-то эластичного материала, то любая ее деформация без разрывов и склеек окажется топологическим преобразованием" [35, с.23].

Несомненно, изображенное на рисунке двухмерное пространство является бесконечным и плоским в евклидовом смысле, но искривленным его назвать сложно, поскольку не-

возможно указать точку, где находится центр кривизны, и определить его кривизну изнутри невозможно. Координатная система представляет собой сетку из лучей, исходящих равномерно по окружностям из двух полюсов OO'. Судя по всему, на нем даже выполняется 5-ый постулат Евклида. При этом на ограниченной области пространства для внешнего наблюдателя из трехмерного пространства три разных треугольника имеют сумму внутренних углов меньше, больше и равную π, хотя для обитателей этого пространства никаких отклонений от евклидовой геометрии нет. Также изображенный на рисунке для примера квадрат abcd с вписанной в него окружностью для внешнего наблюдателя выглядит искаженным, хотя внутренний наблюдатель никаких искажений не обнаружит.

Координатную сетку на рисунке можно рассматривать как следы от вертикальных плоскостей. Поэтому, добавив ещё один "веер" из таких же плоскостей, все из которых проходят через два ортогональных центра OO', можно получить *плоское* трёхмерное евклидово пространство, в котором выполняются все постулаты Евклида. Конечно же, выглядит это весьма странно, поскольку наблюдатель из четырехмерного пространства будет отчетливо видеть разные размеры одной и той же фигуры, переносимой из одной точки такого пространства в другую. Но трехмерные обитатели никаких странностей обнаружить не смогут.

Точно так же двухкоординатные или дважды протяженные по Риману пространства – цилиндр или конус – могут быть видны во всей своей *кривизне* лишь с точки зрения третьей координаты. Для наблюдателей этих миров искривлённость их пространства недоступна, оно является для них плоским евклидовым. Единственное, что они могут определить экспериментально – это замкнутость их плоского мира или нарушение ортогональности. Однако и это наблюдение они могут трактовать как наличие параллельной, тождественной реальности, что видно на приведенных ниже рис.3.5 и рис.3.6 по расположенным встык развёрткам цилиндра или конуса. Нарушение ор-

тогональности проявляется в том, что, двигаясь влево, можно вернуться спереди, а не справа.

Очевидно, что изначально геометрия Евклида рассматривалась как геометрия плоского изотропного мира [см. приложение П12. Проблема ^{n}5-го постулата Евклида, с.375], хотя явно это не указывалось [Евклид]. Ни о какой замкнутости евклидова пространства, судя по всему, не было и речи. Впоследствии основные её положения, хотя и с существенными изменениями, довольно успешно были перенесены на замкнутые искривлённые сферическое и гиперболическое пространства. Однако и сама геометрия Евклида позволяет частично сформировать свой собственный замкнутый мир. Свернём, к примеру, в цилиндр лист с нарисованными на нем параллельными прямыми. На поверхности цилиндра определение параллельности останется верным. Прямые теперь стали геодезическими, но они в точности повторяют все свойства плоских прямых линий Евклида. "Замыкание" в кривое евклидово пространство без пересечения может быть осуществлено сворачиванием плоскости Евклида только в цилиндр или в конус. Правда, такими же свойствами обладают и плоскости с локальной кривизной. Например, если тот же лист скомкать, все положения геометрии Евклида на нём останутся верны. Эти поверхности являются изометричными по отношению к обычной, гладкой, недеформированной плоскости Евклида:

"Изометричные поверхности – поверхности в евклидовом или римановом пространстве такие, что между ними можно установить взаимно однозначное точечное соответствие, при котором каждая спрямляемая кривая одной из поверхностей имеет своим образом тоже спрямляемую кривую и той же длины" [45].

На то, что геометрия на поверхностях конуса или цилиндра сохраняет свойства геометрии на плоскости Евклида, обращал внимание, например, Риман:

"... цилиндрические или конические поверхности существенно не отличны от плоскости, так как могут быть получены из плоскости посредством одного лишь изгибания, причем

внутренние метрические отношения остаются неизменными и все теоремы, касающиеся этих отношений, то есть вся планиметрия, остаются в силе" [Риман].

Также на это указывал и Рашевский:

"Термин "изгибание" связан с наглядным представлением о поверхности как о гибкой, но нерастяжимой и несжимаемой пленке; такую пленку можно изгибать в пространстве, меняя ее форму, но сохраняя длины всех кривых на ней. Примером может служить свертывание плоского листа бумаги в цилиндр или конус" [72].

Однако следует уточнить, что эти пространства эквивалентны пространствами Евклида все-таки лишь локально, ограниченно. На конусе (если угол сегмента развертки меньше π) и цилиндре не выполняется третий постулат Евклида:

"3. И что из всякого центра и всяким раствором <может быть> описан круг" [Евклид].

Нарушение третьего постулата автоматически ведёт к другим ограничениям. Например, на цилиндре существуют замкнутые "прямые", что является нарушением постулата о неограниченном продлении прямой: если идти по этой прямой линии, то придёшь в исходную точку. Две пересекающиеся прямые на цилиндрической или конической поверхности при неограниченном продлении имеют неограниченное число точек пересечения. Это означает, что внутренние наблюдатели могут экспериментально определить замкнутость своего мира, если не будут рассматривать вариант параллельных, тождественных миров. Например, два путешественника будут периодически встречаться, если один идёт перпендикулярно к замкнутой координате (то есть, вдоль оси цилиндра), а второй - не параллельно к ней в одну сторону с первым (то есть, по винтовой линии). Если они оставляют след, то эти следы будут периодически пересекаться. В кривом цилиндрическом мире Евклида можно увидеть объект с двух противоположных сторон. На рисунке 3.5 для наглядности показаны две дополнительные развертки S_1, S_2 одной и той же цилиндрической поверхности

S_0, приложенных встык друг к другу. Ось y - направление оси цилиндра.

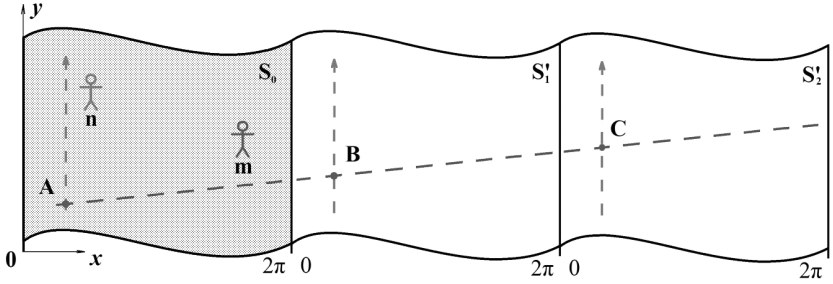


Рис.3.5. Параллельные миры на цилиндрической поверхности

На поверхности цилиндра две параллельные прямые могут иметь множество совпадающих точек, сливаться, что несколько противоречит аксиоме Гильберта I_2 группы принадлежности "Каковы бы ни были две точки *A* и *B,* существует не более одной прямой, проходящей через эти точки" [Гильберт].

На следующем рисунке показана развертка цилиндра (ось y цилиндра - вертикальна). Параллельно прямой AB проведена прямая DE. Прямая AB может быть продолжена до точки C и проходит под углом к оси цилиндра (не замкнута).

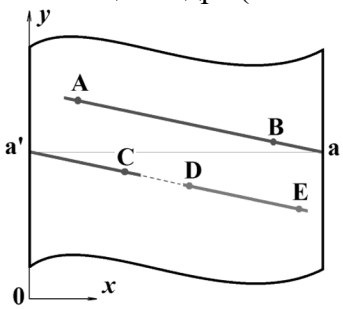


Рис.3.6. Прямые на цилиндрической поверхности

Видно, что при дальнейшем её продолжении она сольётся с прямой DE. Противоречие указано как нестрогое, поскольку прямые могут рассматриваться как одна прямая, но продлённая

за пределы точек. Однако эти две слившиеся прямые, ко всему прочему, являются ещё и параллельными.

Таким же локально евклидовым пространством является и конус: на конической поверхности существуют, по меньшей мере, две прямые линии, которые при неограниченном продлении пересекаются в двух точках. Могут существовать прямые линии, которые самопересекаются и, следовательно, параллельные пересекающиеся прямые. Конус образуется из плоскости Евклида склейкой двух сторон угла и сворачиванием куска плоскости. На следующем рисунке показана развёртка конической поверхности. Как и в примере с цилиндром на одном рисунке 3.7a показаны совмещённые встык четыре одинаковые развертки кривого конического пространства - конус AoB и дополнительные развертки S_1, S_2, S_3. AB – линия окружности основания конуса. Справа: траектории движения внутренних наблюдателей по поверхности конуса, который для наглядности, лучшей детализации показан с увеличенным углом при вершине.

В коническом мире на рисунке траектории движения внутренних наблюдателей, двух путников m и n будут пересекаться с увеличивающейся периодичностью (всё реже), если один из них – n идёт от вершины конуса (по образующей), а другой – m идёт мимо вершины, то приближаясь по кривой к вершине, если смотреть извне, то удаляясь от неё, но на самом деле, всегда двигаясь строго по прямой на развёртке конусной поверхности. В зависимости от угла развертки конического мира (угла сегмента AoB = α) они могут быть со швом, вызывающим деформацию координатной сетки, и без шва. Бесшовный конический мир может быть образован только сегментами с углами α, кратными $\pi/2$. Если $\alpha = 2\pi$, образуется обычный плоский мир Евклида; если $\alpha > 2\pi$, образуется спиральный конический самопересекающийся мир. На рисунке 3.7b изображен конический бесшовный мир с минимально возможным углом $\alpha = \pi/2$. Это наименьший конический бесшовный замкнутый мир. Он образуется сворачиванием сегмента AoB в конус, в результате чего при склейке границ

плоскости точки aa', bb'... hh' совместятся друг с другом. Как видно на рисунке, в этом случае на поверхности конуса соответствующие квадраты поверхности ровно стыкуются своими сторонами, неразрывно переходя друг в друга, поэтому на поверхности конуса все элементарные ячейки будут в точности квадратными, равными в развёртке друг другу.

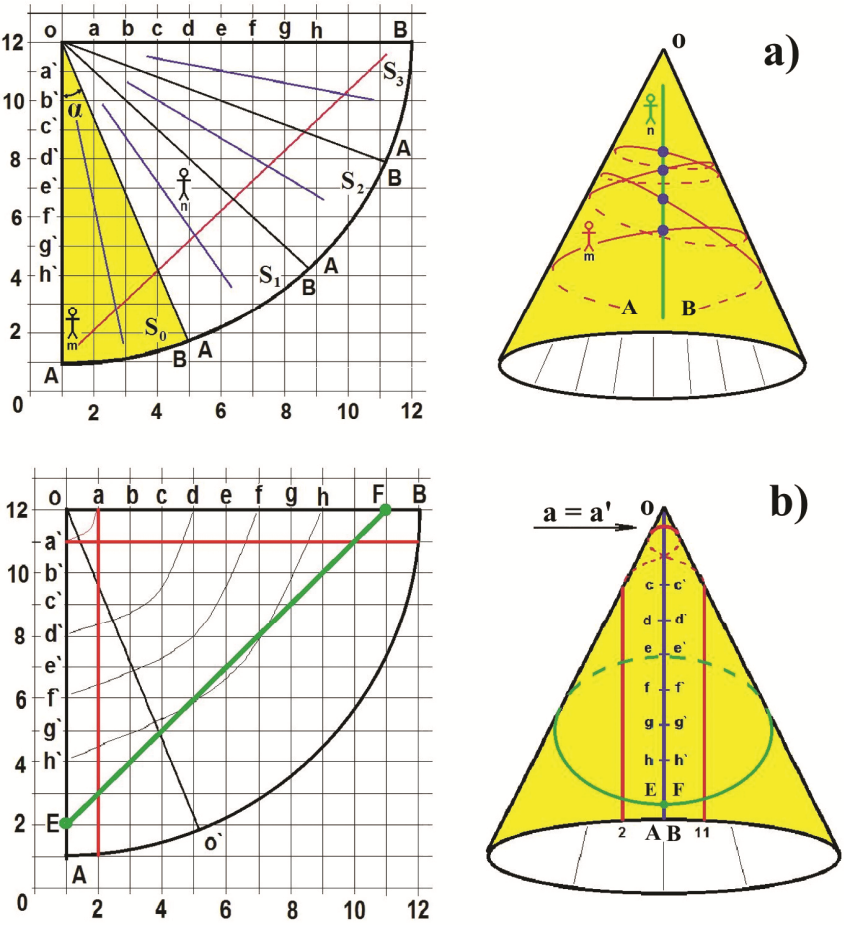


Рис.3.7. Развертки конических поверхностей

Если взять сегмент, с углом α, не кратным π/2, например, Aoo', то точки a'... h' не совместятся с аналогичными точками на

другом радиусе сегмента. Два радиуса Ao и oo' окажутся со смещёнными вдоль радиуса квадратами поверхности, образуя шов Ao=oo'. На рисунке видно, что на этом сегменте π/2 можно провести прямую линию EF, которая пересечёт оба его радиуса oA и oB. Это означает, что на поверхности образовавшегося конуса будет замкнутая или спиральная евклидова прямая линия. Следует обратить на это особое внимание: это настоящая прямая евклидова линия, которая сама себя пересекает, не имея при этом ни изломов, ни перегибов!

На конической поверхности при склейке образуется трёхсторонний квадрат - квадрат, у которого отождествлены, а не склеены две рядом расположенные стороны – рис.3.8.

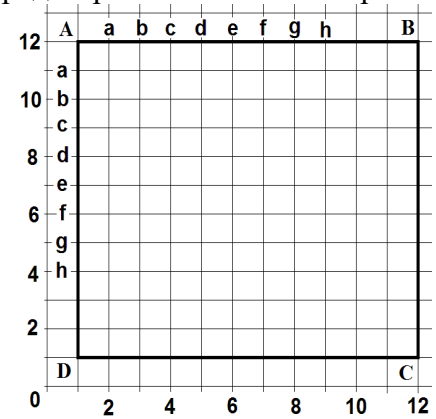


Рис.3.8. При склейке сторон квадрата образуется конус

Сторона AB – это тождественно сторона AD, что показывают одинаковые обозначения точек a...h на них. Поэтому у этого квадрата три стороны: AB = AD, BC и CD (триквадрат). Периметр триквадрата, таким образом, должен быть равен утроенной длине его стороны, но площадь по-прежнему равна квадрату стороны. Как видно на рисунке 3.9 на таком псевдо-конусе – триквадрате как и на обычном конусе прямые самопересекаются, следовательно, пересекаются и параллельные. Цилиндр и конус являются недеформированными поверхностями и образованы склейкой плоскости Евклида в одном из

направлений. Осуществить склейку плоскости Евклида таким образом, чтобы получилось недеформированное пространство, замкнутое по всем направлениям (координатам), как считается, нельзя, возможно лишь отождествление:

"... если отождествить в квадрате точки каждой стороны с соответствующими точками противоположной стороны, то квадрат "склеится" в двумерное многообразие, устроенное наподобие тора. При этом все четыре вершины склеятся в одну точку, в которой сойдутся все четыре угла квадрата. Если сохранить в этом многообразии прежнюю метрику, то мы получим пример локально евклидова пространства двух измерений (разумеется, это пространство приходится рассматривать абстрактно, не пытаясь реализовать его в виде тора в обычном пространстве: в последнем случае метрика не может быть локально евклидовой)" [73].

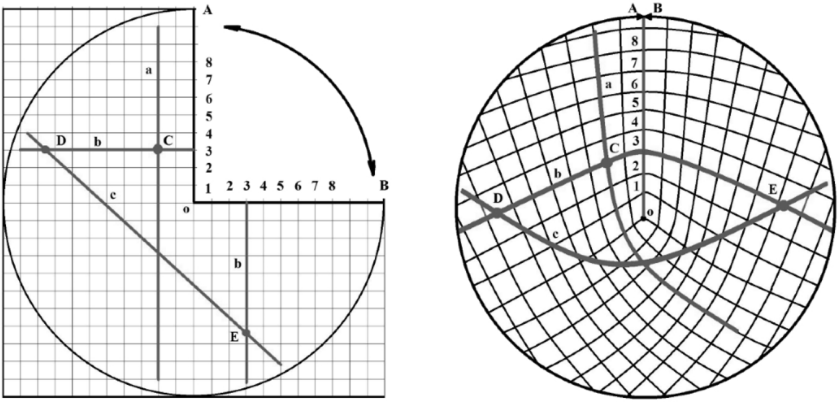


Рис.3.9. На конической поверхности прямые пересекаются в двух точках

Здесь можно возразить, что, по всей видимости, утверждение об абстрактности такого пространства все-таки не совсем верно. При склейке двух сторон квадрата получится цилиндр. При последующей склейке оставшихся двух сторон цилиндр превращается в не совсем обычный тор, поскольку внутренний и внешний периметры его будут равны. Это, ко-

нечно, тор, но предельно сплющенный в цилиндр. Если же изначально собрать все вершины квадрата в одну точку и склеить совместившиеся стороны, то и в этом случае получится вполне механически реализуемая фигура, напоминающая почтовый конверт. Ни разрывов, ни растяжений, ни пересечений такие фигуры, тела не имеют, а на их поверхности полностью и непротиворечиво реализуется локальная евклидова метрика. Если же считать исходный квадрат поверхностью двухсторонней, то образовавшиеся внутренние, замкнутые области также окажутся склеенными, отождествленными и даже в некотором смысле недоступными, можно сказать, исчезнувшими для внешнего наблюдателя.

Тем не менее, если склеить, отождествить противоположные стороны квадрата по любому из двух описанных сценариев, то на полученной поверхности будут выполняться только те положения геометрии Евклида, которые не связаны с неограниченным продлением линий (фигур). Это очевидные свойства замкнутых пространств. Если размеры такой линии (фигуры) превысят размеры исходного квадрата, то будут нарушены положения параллельности, единственности линии, отсутствия выделенных направлений и другие. Такие склеенные квадраты, как можно заметить, вообще не имеют сторон. Способы образования позволяет назвать их также плоским тором или своеобразным конусом с четырьмя вершинами и даже четырехугольной сферой.

Очевидно, что при сворачивании квадрата в одну из этих фигур, нанесенная на нём сетка полностью совместится на краях. Образуется замкнутая плоскость, на которой выполняются все законы евклидовой геометрии (с учетом ограниченности длин прямых), и, вследствие замкнутости, на ней можно увидеть любой объект с двух противоположных сторон, причём в бесконечном количестве направлений.

На следующем рисунке 3.10 на такую замкнутую поверхность, плоский тор нанесена фигура - треугольник, который имеет линейные размеры, превышающие сторону исходного квадрата ABCD. В зависимости от ориентации и поло-

жения этой фигуры, видимость её в пространстве различна: Такая фигура может быть видна одновременно с разных сторон: спереди, сзади или с боков.

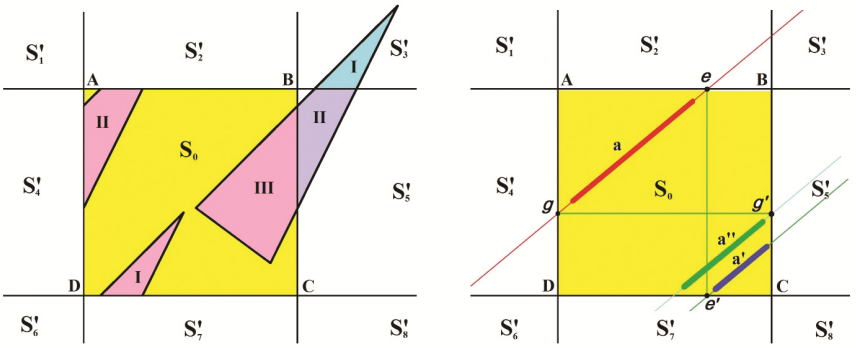


Рис.3.10. Квадрат ABCD склеен вершинами в плоский тор. Показаны развертки S_0, повторенные многократно встык

Фигура в виде элементов I-II-III (левая часть рисунка), будет видна наблюдателю практически со всех сторон, куда бы он ни посмотрел. Линия при неограниченном продлении может появиться с противоположной стороны, параллельно самой себе. На правой части рисунка линия a, неограниченно продлённая вперёд, появляется в пространстве как линия a', а продлённая назад - как линия a". Точки e - e' и g - g' являются отождествлёнными точками на сторонах квадрата ABCD. Традиционно, обычно рассматривается отождествление противоположных сторон квадрата. Однако несложно убедиться, что возможны и другие варианты преобразования квадрата в объемное тело, поверхность которого является локально непротиворечивой для геометрии Евклида. Как и в рассмотренных случаях, ограничения или отклонения связаны с ограниченной протяженностью поверхности. К такому отождествлению сторон квадрата можно с некоторыми оговорками отнести частный случай с предварительным рассечением его на две части. Это можно назвать "сдвоенной склейкой": сначала у квадрата не просто математически отождествляют, а физически

склеивают противоположные стороны, после чего вновь рассекают, но уже по ломаной линии.

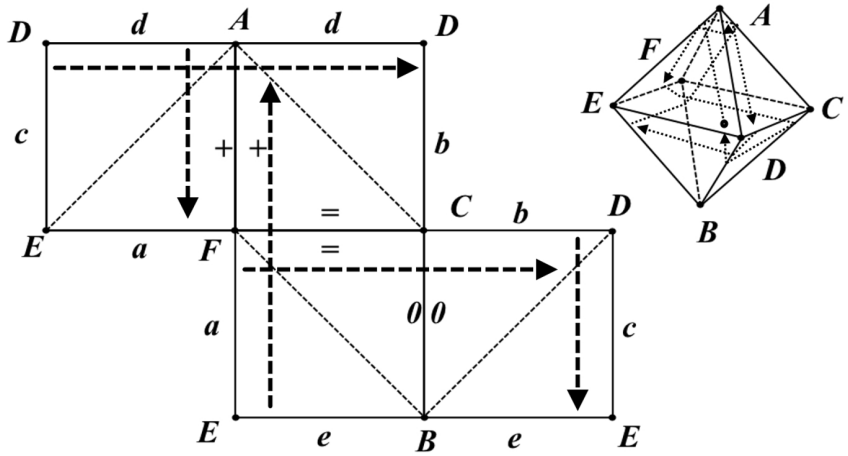


Рис.3.11. Развертка октаэдра и октаэдр

В результате из промежуточного цилиндра образуется плоская, "квадратоподобная" фигура, изображенная далее на рис.3.11. Эта фигура является разверткой октаэдра, тождественная евклидовой замкнутой плоской поверхности. На рисунке строчными буквами обозначены склеиваемые, отождествляемые границы развертки, а прописными – его вершины.

Действительно, поскольку для образования тела, октаэдра используется процедура склейки или отождествления, то нет никаких логических препятствий и для разрезания исходной фигуры. В данном случае квадрата. Если разрезать его по линии EC, то всего лишь появится ещё одна линия склейки или отождествления – FC. В этом случае и возникает вариант непротиворечивой склейки квадрата в октаэдр с сохранением на его поверхности почти всей аксиоматики евклидовой геометрии, всего, что рассмотрено в предыдущем примере.

Но в данном случае можно обнаружить у поверхности октаэдра ещё одну особенность. Если провести на нем сплошную ортогональную линию, что она обойдёт все его стороны и вернётся в *исходную* точку. Одна из таких линий изображена на

рисунке. Если же проводить линию с небольшим наклоном встык с начальной точкой, то вся поверхность тетраэдра будет полностью покрыта этой линией без разрывов, но с многократными пересечениями.

Такое поведение плоской поверхности можно назвать одномерностью или, как мы выше обозначили, нарушением ортогональности. Получается, что поверхность октаэдра в указанных условиях одномерна, то есть, положение каждой точки на ней можно задать одной координатой, указав только её длину, удаленность он начала координат. Но это лишь гипотетически, поскольку протяженность такой линии будет, очевидно, бесконечной и задать физически координату любой точки будет невозможно, поскольку все такие координаты будут равны бесконечности. Выйти из положения можно, если зафиксировать ширину линии. При её продлении она полностью покроет поверхность тела, причем дважды. При фиксированной ширине линии, например, планковской, общая длина линии будет иметь конечное значение и может быть использована для задания координаты любой точки на поверхности октаэдра.

Конечно, фиксацию ширины линии можно рассматривать как фактическое введение второй координаты. Но это не совсем верно. Обычно положение точки задаётся с определенной точностью, которая не обязательно связана с размерностью пространства. Например, в физике принято считать минимальным расстоянием планковскую величину. Следовательно, в случае измерения координат в планковских величинах мы изначально фиксируем ширину покрывающей линии как единицу измерения.

Вероятно, возможен и ещё один хитрый вариант – долевой, процентный. Мы не можем назвать абсолютную длину отрезка линии бесконечной длины, но мы можем точно обозначить любой, видимо, её участок: 50% - это середина линии и так далее.

Особенности поверхности октаэдра на этом не заканчиваются. Как видно на рисунке, одна и та же непрерывная линия ортогональна сама себе. То есть, двигаясь по одной из коорди-

натных осей поверхности, мы неизбежно переходим на другую, ортогональную. Соответственно, это означает принципиальную невозможность на такой поверхности евклидовых параллельных линий, которые неизбежно пересекаются на конечных расстояниях. При этом локально, в ограниченных областях этой поверхности полностью выполняются все положения евклидовой геометрии. Такая же особенность была обнаружена выше и на поверхности конуса: две линии на такой евклидовой плоскости могут иметь две и более точек пересечения.

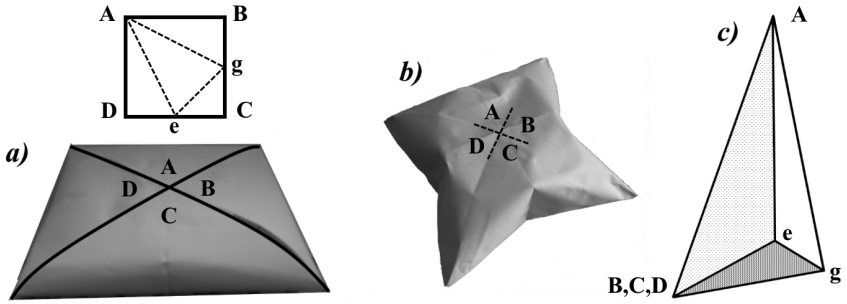


Рис.3.12. Варианты склейки сторон квадрата

Можно привести еще несколько способов отождествления сторон квадрата. Самый простой – это упомянутое выше отождествление или физическая склейка половинок каждой из сторон. В этом случае возникает плоская фигура, напоминающая конверт. Оставим вопрос открытым, может ли такая фигура иметь внутреннюю полость, объем. Если да, то в этом случае она будет напоминать обычную подушку рис.3.12а. Если же увеличить объем тела ещё больше, то оно, по крайней мере, гипотетически будет напоминать четырехлучевую звезду, двухкоординатность и ортогональность на которой не нарушаются. Возможность получить при такой склейке *объемную* фигуру, очевидно, требует доказательства. При отождествлении – склейке двух соседних сторон и половин противоположных образуется своеобразная коническая пирамида: в верхней, острой части она может иметь коническую поверхность, а внизу – треугольной пирамиды. Такие склейки возможны физически и

являются, очевидно, одними из простейших вариантов. На этой пирамидально-конической поверхности нарушаются и двухкоординатность и ортогональность, но в её локальных областях выполняются все положения геометрии Евклида.

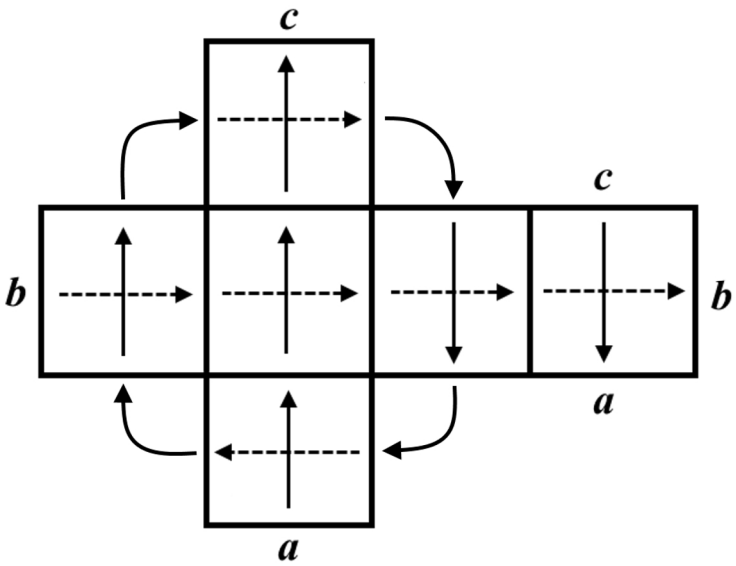


Рис.3.13. Координатные оси на кубе

Что интересно, не менее странной особенностью координатной разметки обладает обычный трехмерный куб. При попытке нанести на его поверхность некоторой определенной, интуитивно очевидной ортогональной разметки на ней возникают области, в которых невозможно однозначно задать направление координатной оси, как показано на рисунке 3.13. На изображенной развертке куба хорошо видно, что на его двух соседних гранях направление одной и той же координатной оси оказывается противоположным. При этом на любом локальном участке поверхности куба можно нанести координатную сетку, на которой геометрия Евклида выполняется полностью.

Однако возможен еще один вполне корректный, но более сложный вариант отождествления сторон квадрата. Для этого его стороны нужно разбить на сегменты, склеиваемые из ко-

торых обозначены одинаковыми цифрами – рис.3.14. Что интересно, эта развертка позволяет отождествить стороны квадрата таким образом, что образуется вполне даже визуализируемое тело, своеобразный сферокуб, реальное тело, схематично изображенное на рисунке рис.3.14c. На рис.3.14a стрелками показаны точки изгиба сторон квадрата, которые на самом деле могут быть коническими вершинами тела. Эта особенность отождествления позволяет произвести даже реальную, физическую склейку выбранных сторон. Фигура получается замкнутой, полой и напоминает слегка покосившийся шатер. Все изображенные на рис.3.14c линии могут рассматриваться и как грани, и как линии, просто отображающие видимые контуры цилиндрических или конических поверхностей.

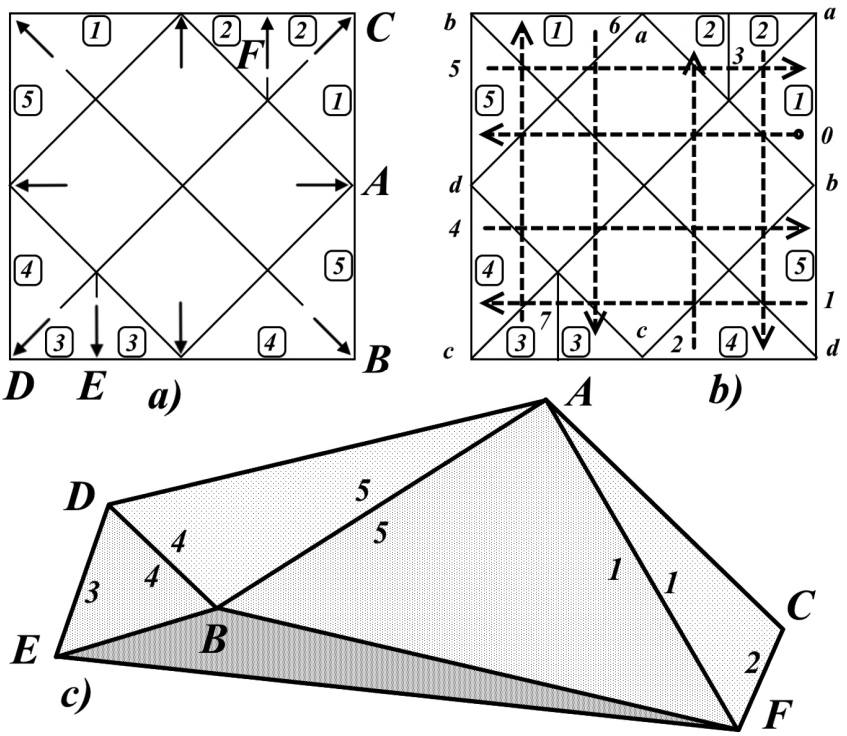


Рис.3.14. Развертка сферического квадрата

Следует отметить, что возможность склейки все-таки нуждается в доказательстве, поскольку неясно, деформируется или нет исходная плоскость квадрата. Вполне вероятно, корректные изгибы невозможны, требуют деформации – сжатия или растяжения плоскости.

В случае математического отождествления, без физической склейки сторон у образовавшегося тела можно обнаружить описанную выше интересную геометрическую особенность. В сущности, поверхность полученного тела является евклидовой плоскостью, но... одномерной, то есть, с нарушенной ортогональностью. Другими словами, на этой плоскости возможна только одна координата, для другой, ортогональной на этой плоскости просто нет места. Действительно, попробуем начертить на этой замкнутой плоскости рис.3.14b одну линию, начав её от грани 1 в точке 0. После пересечения квадрата эта линия окажется на грани 5. Поскольку она имеет отождествление, но перейдём к нему и продолжим линию, обозначив её новое начало цифрой 1. Движение опять будет по горизонтали, и мы достигнем грани 4. Вновь переходим к её отождествлению и сразу же обнаруживаем, что теперь движение будет по вертикали. Новое начало этой линии обозначим цифрой 2 и продолжим её до грани 2. Отождествленная с нею грань находится рядом, поэтому сразу же разворачиваемся и, обозначив очередное промежуточное начало линии через 3, сразу же вернёмся туда, откуда вроде бы только что пришли – к грани 4. По её отождествлению последовательно проходим уже пройденные грани, каждый раз увеличивая номер промежуточного начала линии: грань 4 линия 4, грань 5 линия 5. Последняя линия возвращает нас на стартовую грань, но не в исходную точку, а рядом. Поэтому переходим на отождествленную грань 1, присвоив новому началу номер 6. С новой грани 1 мы попадаем на грань 3 и, развернувшись и присвоив линии очередной номер 7, обнаруживаем, что следующей гранью будет исходная грань 1, причем мы попадаем непосредственно в исходную точку 0. На квадрате, как видно на рисунке, мы в процессе движения нарисовали довольно крупную координатную, ортогональную сет-

ку, всегда двигаясь строго прямолинейно. Получается, что на такой поверхности любая прямая линия всегда пересекает себя, причем строго перпендикулярно. Иначе говоря, мы в принципе не можем нанести на эту поверхность двухкоординатную сетку, нанести на неё ортогональные оси. Однако локально поверхность тела является евклидовой плоскостью, на которой выполняются все постулаты евклидовой геометрии.

По аналогии с двумерным пространством (поверхностью) мы точно так же можем свернуть, замкнуть в окружности координаты трёхмерного пространства, отождествить противоположные грани трёхмерного куба, получив своеобразный трёхмерный тор или трёхсторонний куб – трикуб. Графически изобразить такое замкнутое пространство, видимо, невозможно. Вероятно, полученный замкнутый мир сохранит свойство изотропности исходного пространства. Любой луч света в этом мире рано или поздно вернётся в исходную точку и в нём можно увидеть любой объект одновременно с двух противоположных сторон. Возможна анизотропия направлений, которая проявляется в том, что диагональные направления будут более длинными, чем по координатам. Такой неявно представляют структуру нашей Вселенной: с одной стороны она считается евклидовой, а с другой - замкнутой. Известны безуспешные попытки найти в ней "духов" – повторные изображения галактик, увидеть их с двух противоположных сторон.

Вместе с тем, можно использовать для отождествления направлений трехмерного пространства тот же метод, что и рассмотренный для пространства двухмерного. Можно отождествить не противоположные стороны, а расположенные рядом. В этом случае мы вновь получаем пространство, некоторое подобие трехмерной ленты Мёбиуса, в котором каждое направление становится ортогональным самому себе, а любая координатная линии замыкается сама на себя – рис.3.15.

На рисунке направление x склеивается (отождествляется) не с собой, а со смежным направлением y, которое затем склеивается со смежным направлением z, которое, в свою очередь, замыкает цепочку, склеиваясь со смежным направле-

нием x. Понятно, что в любой точке пространства локально выполняется геометрия Евклида. Для примера на осях показаны кубики, каждая из граней которого фактически была поочередно коллинеарна с каждой из координатных осей. Очевидно, никаким экспериментом не удастся найти различие между этими гранями, но при бесконечном движении вдоль одной из координатных осей каждый раз вблизи исходной точки, начала движения одна и та же ось S куба будут поочередно направлена то вдоль одной, то вдоль другой или третьей координатной оси.

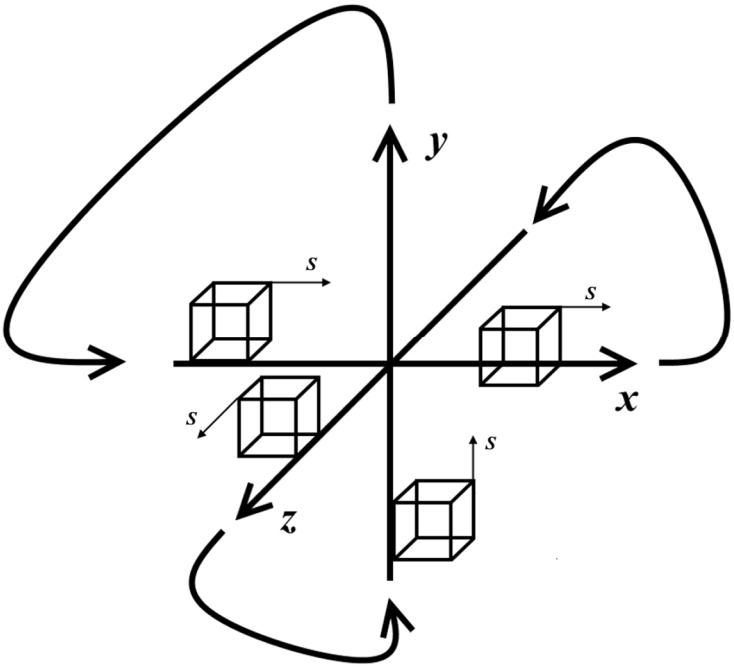


Рис.3.15. Отождествление трехмерного пространства

Такую систему координат, например, в виде куба можно не только описать математически, но можно изготовить в виде физического макета, который будет достаточно точно соответствовать рисунку 3.15. Если формально двухмерную склейку противоположных сторон квадрата можно назвать ортогональным пересечением двух цилиндров с высотой, равной

стороне квадрата, то такое же тело для куба будет представлять собой ортогональное пересечение трёх торов квадратного сечения со стороной, равной грани куба. В обоих случаях такие тела можно изготовить в виде реальных объектов. При склейке соседних сторон образуются тела еще более простой формы. Однако следует отметить, что физическая склейка создаёт искривленное, деформированное пространство, для существования которого, безусловно, необходимо пространство большей мерности, на которое описанный механизм, в свою очередь, может быть расширен без каких либо препятствий.

Помимо описанных особенностей, в литературе можно встретить ещё одно странное свойство граней куба. Формулируется оно в форме небольшого диалога:

"... физика задает математике вопрос: "Какая характерная величина типа тензора в геометрии автоматически сохраняется?" Математика дает ответ: "Тензор Эйнштейна". Физика спрашивает: "Каким образом обеспечивается это сохранение?" Математика в лице Эли Картана отвечает: "Благодаря принципу, гласящему, что граница границы равна нулю" [59, т.1,с.441].

Аналитически это утверждение доказывается через свернутое тождество Бианки, а в качестве визуального, графического доказательства приводится рисунок.

"Просуммируем" по всем этим ребрам, учитывая надлежащим образом знак каждого из них. При этом окажется, что каждое данное ребро учитывается дважды: один раз в одном направлении, другой раз — в противоположном. Отсюда заключаем, что двумерная граница трехмерной границы четырехмерного куба тождественно равна нулю" [59, т.1, с.443].

Действительно, это довольно любопытный вывод, а сам тезис выглядит, чего уж скрывать, как математическая забава, шутка, с довольно туманным смыслом. Однако отметим, что неявно в нём установлено принудительное направление обхода по всем граням в одном направлении, в данном случае, против часовой стрелки, если смотреть на грань. Обоснований для такого графического подхода не приводится. Если же допустить возможность произвольных направлений, о запрете чего

указаний нет, то достаточно на двух противоположных гранях изменить эти направления на противоположные, чтобы максимальное значение длины границы стало равно 16 граням. При таком обходе 8 граней будут учитываться дважды с положительным знаком, а 4 – с взаимно противоположными.

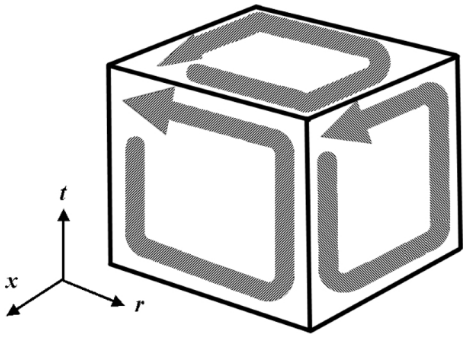


Рис.3.16. Обход граней куба. Рисунок [59, т.1, с.443]

Кроме того, можно ввести и ещё одно очевидное правило обхода: не отрывая карандаша, обойти все грани. И в этом случае обход возможен – на каждой грани в одну сторону. Как отмечено, это правило легко модифицируется. На рисунке показан вариант обхода граней против часовой стрелки. Однако направление обхода можно изменить на противоположное на любой грани, а чтобы максимально изменить сумму границы, лучше всего это сделать на двух противоположных гранях, например, на 3 и 5, просто развернув петлю.

Поскольку в нашем случае рассматривается вполне себе определенная фигура, тело, то в этой связи вполне уместно задаться, видимо, странным вопросом о количестве сторон у границы. Совершенно очевидно, что при обходе граней куба линия обхода каждый раз находится, что называется, по другую сторону границы. Буквально это можно трактовать, что у границы, вообще-то, две стороны. Поэтому способ суммирования границ при их обходе в рассмотренном случае можно считать спорным. Условно говоря, если кто-то обошел границу, то с другой стороны об этом может быть вообще ничего не известно.

Кроме того, к рассмотренному обходу границ можно добавить и еще одно правило: линии обхода не должны пересекать друг друга. Посмотрев на рисунок 3.17, можно заметить, что и такое правило также легко осуществимо.

Наконец, отождествление противоположных сторон границ, видимо, тоже является особым, но не обязательным правилом, опирающимся на молчаливое соглашение.

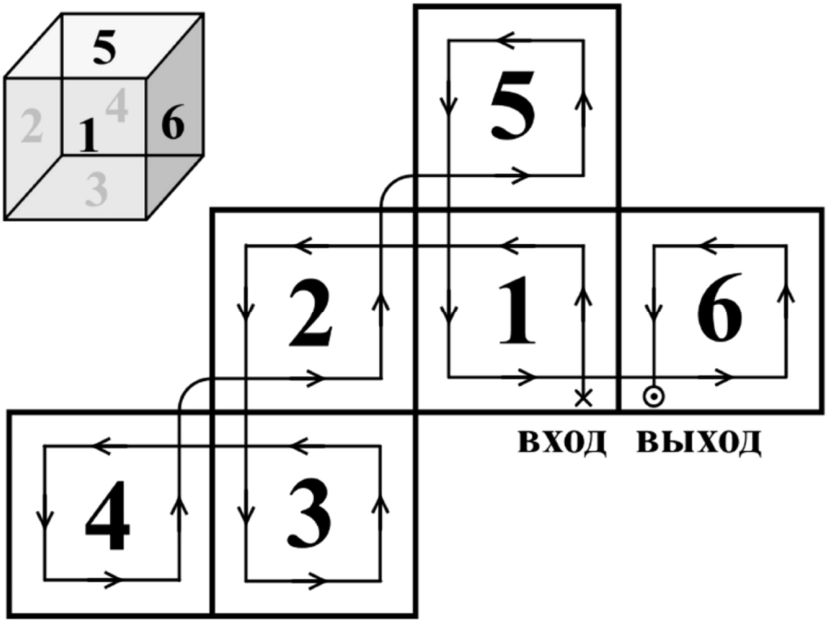


Рис.3.17. Обход граней куба на развертке

Здесь также можно заметить интересное свойство границ. Понятно, что граница – не всегда линия. Например, сколько сторон у линии? Здесь можно, пусть и в шутку, сказать: это смотря, с какой стороны посмотреть. Действительно, на линию можно смотреть с бесконечного числа сторон. Поэтому вполне допустимо сказать, что у неё число сторон – бесконечно. Однако в отношении отрезка линии обычно говорят: он ограничен точками. То есть, границами линии являются точки.

Или, скажем, для пограничника у границы явно две стороны: своя и сопредельная. И это определенно две совершенно разные стороны. Или ещё проще: монета. Мы имеем полное право сказать, что она ограничена двумя кругами и цилиндром. То есть, мы плоские поверхности приравниваем к границам.

Напомним, что приведенные рассуждения относятся исключительно к данному конкретному случаю: обходу граней кубика по контуру или таких же простых объектов. Еще раз констатируем, что образование замкнутых евклидовых пространств может производиться двумя принципиально отличными способами: склейкой и отождествлением. Метод склейки, видимо, следует считать физическим приёмом, понимая склейку буквально, а метод отождествления - математическим. Это значит, что склейка плоскостей или пространств в итоге даёт физический объект, который можно, например, изготовить в виде макета, объекта, который может существовать реально. Реальными физическими процедурами являются, например, склейка конуса, цилиндра. Напротив, отождествление точек на полусфере образует эллиптическое пространство Римана, которое, если и можно представить, то изготовить в виде макета, склейки не представляется возможным. Отождествление граней куба невозможно, если запретить использование правила, которое разрешено использовать при сворачивании цилиндра в тор: растяжение поверхности. Если разрешить его использовать, то с растяжением куб можно свернуть в квадратный тор.

Проще всего склейка реализуется с плоскими объектами. Например, склейка ленты Мёбиуса может быть произведена, так сказать, на рабочем столе. Это довольно интересная конструкция, хотя её свойства иной раз трактуются не совсем верно. Если представить Вселенную в виде такой ленты, то:

"Если попросишь друзей подождать тебя, не сходя с места, а сам обойдешь всю эту вселенную, то обнаружишь, что вернулся в ту же точку, с которой начал путь. Но твои друзья ужаснутся, обнаружив, что правая и левая стороны твоего тела поменялись местами" [46, с.96].

Нет, это неверно, всё несколько иначе. Чтобы убедиться в этом, достаточно склеить такую ленту из бумаги и совершить по ней указанное "путешествие", например, с помощью двух цветных карандашей, связанных в пару: один слева, другой справа, чтобы стороны были различимы. В момент первой встречи карандаши окажутся "вверх ногами", но право-лево между ними сохранится. При дальнейшем движении карандаши вернутся в исходную точку, и вновь их право-лево совпадут с исходными.

Цилиндрический и конический миры Евклида изначально являются двухмерными плоскими замкнутыми мирами, которые локально обладают всеми свойствами плоского мира Евклида. Выводы, полученные при их рассмотрении, можно распространить по аналогии и на трехмерное замкнутое пространство. В литературе очень часто наш реальный физический мир изображают графически в виде сферы. Такая трехмерная сфера может находиться только в пространстве четырёх измерений (не считая времени). Изобразить её в аксонометрии, видимо, невозможно, поэтому и прибегают к упрощениям в виде двухмерной сферы в трехмерном пространстве. Это частный случай кривого трехмерного пространства – изотропное замкнутое пространство.

Разрежем сферу надвое по одному из меридианов и повернем образовавшиеся половинки вокруг центра на величину, например, одного деления сетки, параллели, как показано на рисунке.

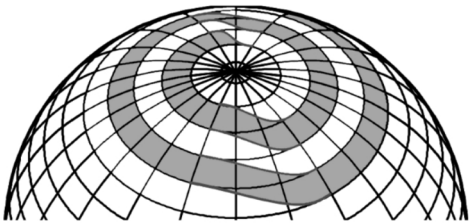


Рис.3.18. Одномерная поверхность сферы

Теперь, двигаясь по какой-либо параллели, мы через пол-оборота попадаем на соседнюю через одну параллель, еще

через пол-оборота – на следующую и так далее. В этом случае траектория будет напоминать движение по спирали. В конечном счете, сдвоенная траектория опишет полностью всю поверхность шара. Основное, что можно в этом случае заметить: координата любой точки на поверхности шара может быть однозначно задана длиной нити, как это было в рассмотренных ранее случаях. Выходит, что поверхность шара при такой разметке стала тождественна длине однокоординатной поверхности – линии, длина которой в общем случае бесконечна. Это, видимо, делает проблематичным задание координат точек.

Рассмотренные с позиции логики характеристики, свойства многомерных и замкнутых пространств показывают несовместимость евклидовой метрики и замкнутости, противоречивость наличия у Вселенной этих исключающих друг друга свойств. Если Вселенная замкнута, то у неё не может быть глобальной евклидовой метрики. Представить себе *физическую* склейку граней Вселенной невозможно.

Пространственное линзирование

Одним из интересных наблюдаемых свойств физического пространства-времени является гравитационное линзирование. Заключается оно в том, что вблизи массивных тел, например, чёрных дыр или областей с тёмной материей искривлённое пространство проявляет себя как линза. Свет, проходя через такую гравитационную линзу, искривляется и даже фокусируется как от обычной стеклянной линзы.

Но подобными же свойствами обладает и пустое пространство в самом общем смысле, не содержащее массивных тел. В частности, пространство может быть замкнутым, хотя в общем случае это не обязательно. Математически искривленное и замкнутое пространство и возможно, и непротиворечиво. Но физически объяснить, что послужило причиной искривления пустого пространства вплоть до замкнутости, сложно. В литературе можно найти немало описаний таких пространств: сферическое пространство Римана, пространство постоянной

отрицательной кривизны Лобачевского, такие хорошо известные поверхности как сфера, тор, псевдосфера Бельтрами, цилиндр, конус. Например, в пространстве с постоянной положительной кривизной луч света, выпущенный в каком-либо направлении, вследствие замкнутости через некоторое время вернётся к источнику с обратной стороны, а несколько параллельных лучей вследствие линзирования даже могут собраться в одну точку. Есть весьма красочное описание этого явления: в таком пространстве буквально можно увидеть собственный затылок:

"... виден с разных сторон и в разные моменты времени за счет того, что свет много раз успевает обойти такой замкнутый мир за время расширения" [62, с.170].

"Космический корабль, движущийся прямо вперед в такой замкнутой вселенной, в конце концов вернулся бы в исходную точку" [30, с.31].

Как модель пространства космологической замкнутой Вселенной часто рассматривают надувной шарик, сферическое пространство. При его раздувании макеты галактик, наклеенные на его поверхность, отдаляются друг от друга, оставаясь всегда в одной и той же точке координатной сетки. Очевидно, что луч света, выпущенный в таком пространстве, опояшет его и вернётся в исходную точку. Луч света принято считать прямой линией, геодезической. Светоносной средой сферы является её поверхность. Поэтому луч света, двигаясь по этому пространству, повторяет его контуры – сферу. Для этого условного луча света нет направлений внутрь и от сферы, он распространяется по ней вдоль линий больших кругов. Параллельные линии на сфере - это любые две её большие окружности. Очевидно, что любые две такие параллельные линии пересекутся дважды. И, соответственно, все прямые линии, проведённые из одной точки сферы, во-первых, пересекутся ещё раз, во-вторых, являются параллельными. Это один из примеров нарушения пятого постулата Евклида, в соответствии с которым через точку можно провести только одну прямую, параллельную данной и не пересекающую её. В сферическом

пространстве (постоянной положительной кривизны) таких прямых не существует.

В приведённом описании очевидна особенность такого пространства. Вопреки распространенному мнению, в нем увидеть свой затылок в прямом смысле невозможно в принципе. Все лучи света, испущенные из точки, вернутся именно в эту точку. Это значит, что в какую бы область неба мы ни посмотрели, мы обязательно будем видеть лучи света, "испущенные нашим затылком". Изображение его будет "размазано" по всей небесной сфере или видимой её части. Понятно, что для этого в пространстве Вселенной не должно быть ни других мешающих источников света, ни его поглотителей.

Тем не менее, подобные изображения всё-таки имеют характерное, довольно интересное свойство. Возьмём, например, фотопластинку и на её тыльной стороне поместим источники света в виде ярких точек. Подождём достаточно долго и посмотрим на лицевую сторону фотопластинки. На ней проявится точное изображение этих точек, каждое напротив своего источника, находящегося на тыльной стороне. То есть, мы сделали своеобразную фотокамеру, которая будто бы сфотографировала источники. Но у этой камеры нет ни линзы, ни тонкого отверстия камеры-обскуры. Изображение мы получили благодаря эффекту *пространственного линзирования*. В качестве линзы выступило само положительно искривлённое пространство. Этот эффект можно наблюдать только тогда, когда источник и фотопластинка находятся в одной точке пространства.

Если источник и приёмник находятся в разных точках пространства, то картина будет иной. Рассмотрим объект - стрелку А, находящуюся от экрана на расстоянии, много меньшем, чем длина окружности сферического мира. Очевидно, что лучи от точек источника не сойдутся в соответствующих точках на экране, поскольку они не диаметрально противоположные. Все лучи от точек объекта А будут распространяться в сторону экрана не по евклидовым параллельным линиям, а по дугам больших окружностей сферы. Поставим перед экраном обычную оптическую линзу О. Если пространство

обычное, евклидово, то объект А отобразится на экране в изображение В. Если же это пространство имеет сферическую кривизну, то такое же изображение В будет эквивалентно изображению от объекта А' на рис.3.19b.

Физически объект оригинальный А меньше мнимого объекта А', дающего такое же изображение В. То есть, как видно из рисунка, сферическая искривлённость пространства (пространство поверхности сферы) увеличивает изображение удалённого объекта. Точно также, если трехмерное пространство Вселенной замкнутое, сферическое, то все объекты во Вселенной, удалённые от нас, мы будем видеть увеличенными. Чем сильнее искривлено пространство, тем сильнее будет увеличение.

Такая картина будет в пространстве положительной кривизны. Но тогда возникает естественный вопрос, а каким будет изображение в пространстве отрицательной кривизны? Легко догадаться: если в плоском пространстве мы получаем неискаженное изображение, а в пространстве с положительной кривизной - увеличенное, то в пространстве отрицательной кривизны мы должны получить изображение уменьшенное, как через рассевающую линзу. В пространстве отрицательной кривизны лучи света от источника расходятся, как показано на рисунке 3.19a.

Каждый из прожекторов испускает поток параллельных лучей света. Но в пространстве положительной кривизны, в сферическом пространстве Римана эти "параллельные" лучи на удалении сходятся, а в пространстве отрицательной кривизны Лобачевского эти "параллельные" лучи света расходятся. С учетом такого поведения "параллельных" линий в пространстве отрицательной кривизны, рассмотренный нами выше объект по сравнению с плоским пространством отобразится на экране уменьшенным, рис.3.19c. На рисунке действительный объект А' – это источник в плоском пространстве, видимый через оптическую линзу О как изображение В. Такое же изображение В в искривленном пространстве отрицательной кривизны будет получено от объекта А, который больше объекта А'. Следова-

тельно, пространство отрицательной кривизны обладает свойствами рассеивающей линзы.

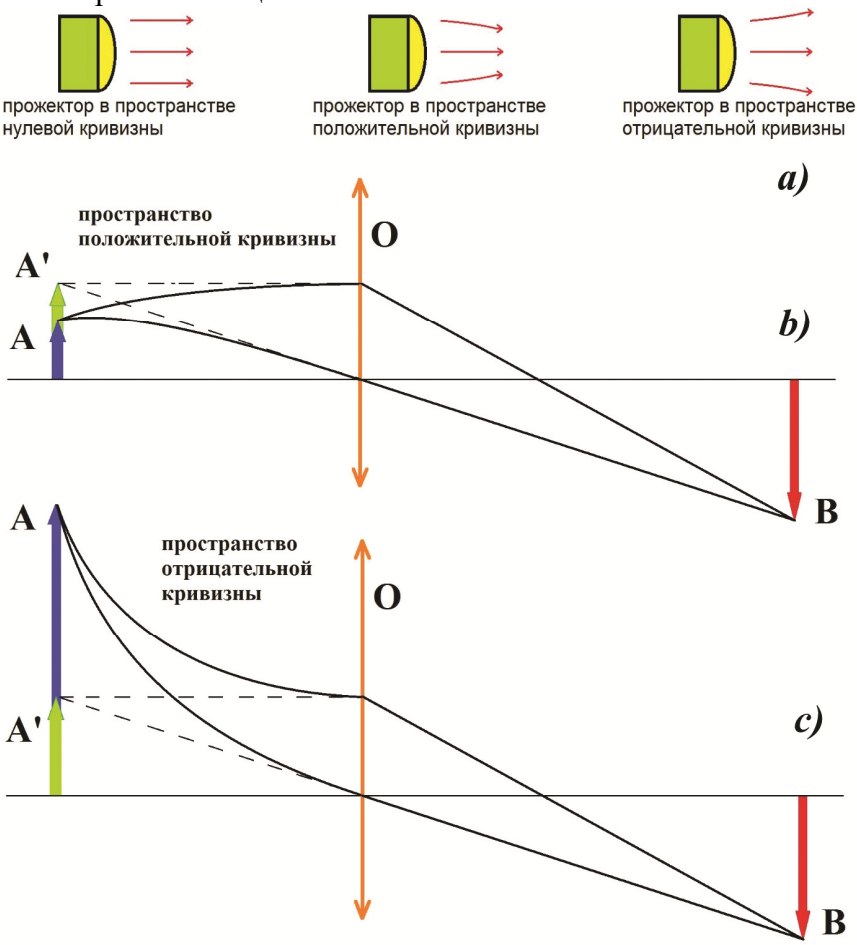


Рис.3.19. Пространство как оптическая линза

Заметим, что *замкнутое* не искривленное, плоское евклидово пространство *физического* смысла не имеет. Возникает оно только в результате чисто математического, абстрактного отождествления границ некоторой вырезанной области бесконечного плоского пространства.

Вселенные в 4-мерном пространстве

Далее, во избежание двусмысленности, по возможности будем нумеровать пространственные измерения, начиная с единицы, считая время нулевым измерением. Другими словами, говоря здесь о 4-х *пространственных* измерениях, мы оставляем временно́е измерение без внимания, подразумевая при этом под четвертым дополнительное пространственное измерение по отношению к нашим трём измерениям. Отметим, что нередко время рассматривается как первое измерение, а 4-мерное пространство-время, содержащее только три пространственных измерения, создает некоторое неудобство в нумерации, поскольку следующее, четвертое пространственное измерение должно иметь пятый номер. Возникает некоторая неопределенность: четвертое измерение в пятимерном пространстве-времени.

Все доступные нам для наблюдения пространственные измерения определенно равноправны, поэтому все 2-мерные миры XY, YZ, ZX можно также рассматривать как равноправные сечения 3-мерного мира XYZ.

Является ли струна в М-теории 10-мерным объектом, который просто проявляет себя как 3-мерное сечение, проекцию из 10-мерного мира в наш XYZ-мир? Действительно, то, что струна может колебаться в 10-мерном пространстве, не тождественно тому, что сама струна 10-мерна. Очевидно, что в 10-мерном пространстве могут сосуществовать объекты любой мерности – одномерные, двухмерные и более. Струна вполне может рассматриваться как обычный 3-мерный объект, обладающий способностью совершать колебания в дополнительных измерениях. С другой стороны колеблющаяся струна, как и простая пружина, физически занимает некоторый объем, что эквивалентно её многомерности, хотя сами по себе они одномерны. То есть, выходит, что в процессе колебаний струна всё время выходит за пределы 3-мерного пространства.

Весьма непросто, даже невозможно найти в литературе по теории суперструн примеры схематичного расчета, а посмот-

реть на них было бы интересно. Например: вот так выглядят уравнения для вычисления параметров элементарных частиц. А вот результат расчета по ним: получена масса электрона, его размеры, заряд, константы связи и прочее. Невзирая на то, что в большинстве случаев они, скорее всего, будут заметно отличаться от Стандартной модели. Однако таких примеров найти не удалось даже в двухтомнике [37], а это 2000 страниц текста.

Практически все модели с множеством Вселенных, мультиверсы и альтерверсы явно или неявно подразумевают их *бесконечное* множество. При этом почти всегда считается, что такие параллельные Вселенные не соприкасаются друг с другом. И, как правило, принимается, что эти Вселенные ограничены, то есть, либо имеют постоянную кривизну и замкнуты, формально являясь сферическими, либо просто занимают некоторую область пространства, окруженную некой пустотой. Из этого следует, что вся Реальность, как некая неопределенная субстанция, содержащая такое множество Вселенных, должна представлять собой как бы пену, образованную этими Вселенными-пузырьками.

Строго говоря, серьёзных логических противоречий в таком представлении нет, ситуация вполне воспроизводима, поэтому следует говорить, скорее, о её странности. Вместе с тем, также нет и принципиальных причин для отсутствия соприкосновения и даже пересечения вплоть до слияния таких пузырьков.

В моделях реальности, обладающей дополнительными измерениями свыше известных трёх, практически всегда эти дополнительные измерения рассматриваются как свёрнутые до предельно малых, планковских размеров, поэтому мы и не наблюдаем эти измерения.

Тем не менее, сначала мы рассмотрим более простой случай, когда дополнительная координата только одна, четвертая *пространственная* координата. В этом случае все пузырьки-Вселенные расположены вдоль этой координаты, как бы нанизаны на неё (рис.3.20). На рисунке тонкими дисками диаметром свыше 30 миллиардов световых лет изображены

открытые плоские Вселенные, что не очень согласуется с традиционными представлениями о трёхмерной сфере в четырехмерном пространстве (сравни с рис.2.13b - четырехмерным объектом "38 попугаев" на с.85). Однако, в соответствие с астрономическими наблюдениями, считается, что наша Вселенная является плоской, а это исключает её замкнутость, сферичность. Конечно, под дисками можно просто подразумевать и трёхмерные замкнутые сферы, поскольку изобразить такую сферу двухмерной аксонометрией вряд ли возможно.

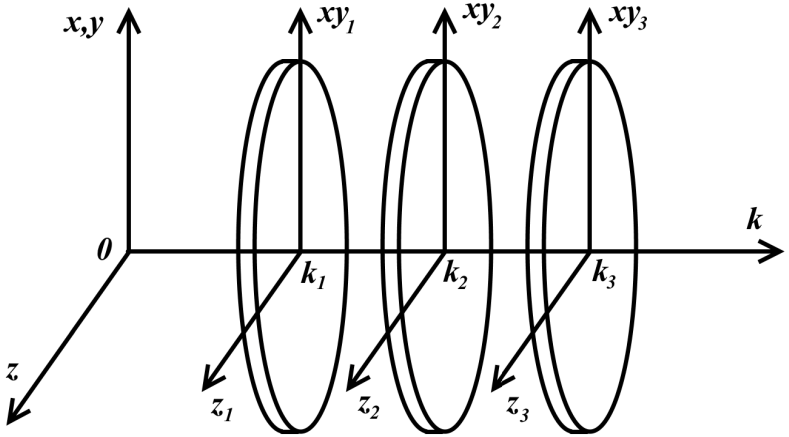


Рис.3.20. Вселенные-блины нанизаны на четвертую пространственную координату.

Очевидно, значение новой, четвертой координаты для каждой Вселенной должно быть уникальным. Это значит, что каждый из объектов некоторой Вселенной может быть описан как имеющий координаты ($x, y, z, k_i = \text{const}$), где каждая Вселенная имеет собственное уникальное значение четвертой координаты. В противном случае, в каждой точке (x, y, z) Вселенных могут одновременно находиться разные объекты.

Если значения обычных пространственных координат изменяются плавно или, по меньшей мере, с шагом планковской длины, то о значении координаты k сказать что-то определенное мы пока не можем. Во всяком случае, минимально возможный интервал между разными Вселенными, видимо,

должен быть равен, по меньшей мере, планковской длине, иначе все Вселенные просто сольются в одну. С другой стороны, толщина или размеры Вселенных по этой координате, видимо, также не могут быть и нулевыми, поскольку это означало бы их отсутствие. Вполне допустимо, чтобы их толщина была минимальной, равной, например, планковской длине. Длина самой оси четвертой координаты может быть как бесконечной, так и замкнутой или компактифицированной. В случае замкнутости координаты возникает вопрос о количестве допустимых *различных* значений по этой координаты, которые могут принадлежать той или иной Вселенной в общем пространстве, и количество которых в этом случае конечно. Если исходить, например, из гипотезы о мультиверсе, таких *различных* значений может быть бесконечное множество, что исключает замкнутость и, тем самым, компактифицированность четвертого измерения.

Опять же, если опираться на всё те же традиционные представления о пространственных координатах, то дополнительная четвертая пространственная координата, видимо, не должна иметь принципиальных физических отличий от трех других. Хотя есть и иные мнения:

"Может быть, даже разумно полагать, что каждое физическое измерение (размерность) обусловлено какими-то своими физическими обстоятельствами и равноправность координат проявляется тогда, когда соответствующие обстоятельства оказываются симметричными" [33, с.77].

Другими словами, согласно мнению, изложенному в цитате, равноправие лишь может проявляться, но это не обязательно. Однако для таких предположений все-таки недостаточно оснований. Действительно, согласно неизменным механизму протяжения Римана или простому добавлению новых координат директивно, путем интегрирования, каждая из этих четырех координат просто по происхождению должна иметь одни и те же свойства. В нашем физическом мире мы не имеем никаких свидетельств различия между тремя пространственными координатами, доступными нам для восприятия, причем

изотропность – одно из этих совпадений. Эти координаты определенно пространственные и, кроме того, назвать их симметричными зачастую довольно сложно. Поэтому для того, чтобы за дополнительной пространственной координатой закрепить какие-то иные, особые свойства явных разумных оснований не видно. В частности, свойство недоступности для нашего восприятия выглядит как простая директива, постулат.

Иначе говоря, если хорошенько призадуматься, то придется признать, что нет и быть не может никаких оснований считать координатные оси *неравноправными*. Следует заметить, что и сам тезис о восприятии нами трёх пространственных измерений выглядит довольно неопределенно и даже противоречиво. Что означает восприятие измерения? Какими органами чувств мы можем воспринять эти измерения? Глазами? Но ими мы воспринимаем свет, а не координаты. На слух? На ощупь? Можем ли мы как-то отличить их друг от друга? В космосе, в невесомости для наблюдателя всякое различие между ними полностью исчезает. Для него нет разницы между высотой, длиной и шириной, кроме как на основании прошлого опыта: у верёвки - длина, а у экрана - ширина. Верх и низ, право и лево – всё это связано с гравитацией и особенностями наших органов чувств, но никак не с прямым, непосредственным восприятием свойств некоторых условных осей координат, направлений в пространстве.

Напомним, что сейчас мы рассматриваем мерность пространства в понятиях традиционных осей координат, измерений – прямолинейных, бесконечных, ортогональных. Вполне ожидаемо желание представить сетку трехмерного пространства в виде ортогональных, вложенных друг в друга кубов, в виде такой как бы тессеракт-матрешки рис.3.21а. В случае искривления такого пространства, причиной можно традиционно назвать сингулярность или Черную дыру в его центре. Однако тщательный анализ показывает, что на этом пути возникают довольно серьёзные проблемы: изобразить на кубах такое искривление пространства сложно. При этом обнаруживается, что подобные же сложности присущи и традиционному изобра-

жению сингулярности в виде воронки. Проблема заключается в том, что неясно, как изобразить координатную сетку без разрыва и возникновения из ничего дополнительных координатных линий. Сначала рассмотрим это на примере ортогональных плоскостей 3-мерного пространства, как обычно представив его в виде частного сечения, погружения, проходящего через центр сингулярности. Мы резонно ожидаем, что на большом удалении от центра, линии координат прямолинейны и ортогональны. Пока мы движемся от центра искривленного пространства, всё вроде бы нормально. Но в процессе удаления от центра мы ожидаем, что линии начнут постепенно распрямляться, поскольку на бесконечном удалении от сингулярности все линии должны быть ортогональны и равномерно распределены в пространстве. Однако на самом деле возникает странная, противоречивая картина. Чем дальше от сингулярности, тем сильнее изогнуты линии координатной сетки рис.3.21b.

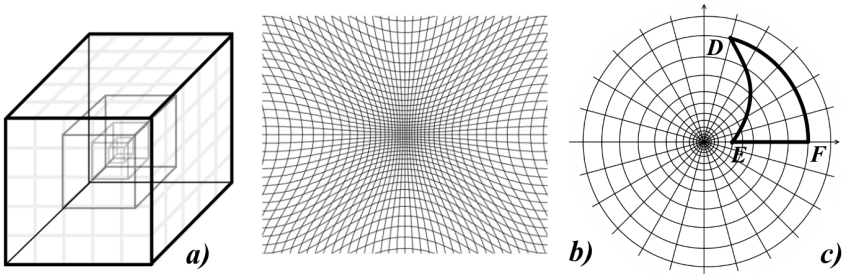


Рис.3.21. Координатные сетки пространства

Вопреки нашим ожиданиям, вблизи области бесконечно большой кривизной линии координатной сетки хотя и предельно уплотнились, но в локальной области градиент кривизны практически равен нулю, то есть, квадраты координат в нескольких рядом находящихся рядах практически одинаковые, что означает отсутствие локальной кривизны, недеформированное пространство. Напротив, вдали от центра линии сетки искривляются всё больше и больше. Конечно, можно заявить, что это просто следствие специально подобранных линий. Однако главным условием создания сетки как раз и

было изменение размеров делений от минимального и неравномерного в центре к некоторому фиксированному на большом удалении от него. Способа формирования такой сетки с выполнением обоих требований найти не удалось, эти требования взаимоисключающи. Это можно обнаружить при простом логическом анализе. Если в центре линии расположены часто, а вдали – редко, то в процессе перехода между ними мы обязаны либо добавить в центре лишние линии, из воздуха, поскольку в центре их явно больше. Либо в некоторой области между частыми линиями и редкими должна быть область с ещё более редким их распределением. Если сравнить это с гравитационным потенциалом, то вблизи сингулярности потенциал большой, затем он резко уменьшается, а вдали вдруг вновь увеличивается (с учетом закона обратных квадратов).

Конечно, можно сказать, что такая неестественная неравномерность координатной сетки просто является свойством криволинейных декартовых координат. Традиционно сингулярность Черной дыры изображают в полярных координатах, поэтому там, казалось бы, такой неравномерности быть не должно. Однако, если присмотреться, то и на таких координатах можно увидеть эту же неравномерность – рисунок 3.21с. Эта неравномерность просто скрыта под графическими особенностями этих координат. Если сравнить координатную сетку без сингулярности и с нею, то на достаточно большом интервале от центра число линий во втором случае должно быть либо больше, либо они также должны быть нанесены с указанной неравномерностью. В противном случае следовало бы пояснить, откуда взялись дополнительные линии, окружности в сингулярной координатной сетке. Скажем, если в исходном состоянии, без сингулярности линии были пронумерованы, а это и есть шкала расстояний от центра, например, от 0 (центр) до 100, то в случае с сингулярностью между нулем и 100 либо должны появиться новые линии, окружности (дробные?), либо имеющиеся должны быть перераспределены указанным неравномерным (вакуумным) образом. Неясно, явля-

ется ли это парадоксом искривления пространства или же это вполне физически объяснимое явление.

"На самом деле искривленность пространства совсем не связана с четвертым измерением, а является, так сказать, его внутренним делом. И установить искривленность можно не выходя из этого пространства, а лишь проводя измерения внутри него" [31, с.23].

Такое мнение высказывается довольно часто, является общепризнанным, хотя выше мы обнаружили противоречивость таких представлений [см. Параллельный перенос вектора, с.104]. Упомянутые измерения обычно сводятся к измерению углов треугольника. При неравенстве их суммы 180 градусам пространство признаётся искривленным. Но здесь не всё так просто. На рисунке 3.21с для примера изображен треугольник. С точки зрения внешнего наблюдателя сумма углов явно меньше 180 градусов. Но для внутреннего наблюдателя это обычный треугольник с суммой углов 180 градусов. Конечно, если признать, что изображенная координатная сетка именно таковой и является. Тем не менее, метод треугольников априори признан главным арбитром при определении кривизны поверхности. Чаще всего приводят пример с измерением углов на поверхности сферы. Однако и в этом случае есть возможность нанесения на сферу такой координатной сетки, при которой суммы углов локально будут в точности равны 180 градусам. При такой разметке определить кривизну поверхности изнутри пространства, видимо, невозможно. В свою очередь, это позволяет высказать возражение приведенной цитате: кривизна пространства все-таки это не её внутреннее свойство, она реальна лишь при наличии пространства большего измерения.

Рассмотрим пример. Традиционно координатную разметку поверхности сферы производят, назовём это, широтно-меридианным методом. Таким методом нанесена разметка карты Земли, глобуса. Любую точку на ней можно однозначно задать двумя числами: долготой (меридиан) и широтой (параллель). При такой разметке система координат имеет два полюса. На Земле это южный и северный. Но можно заметить, что широты

и меридианы позволяют создать ещё две непротиворечивые разметки, координатные сетки на поверхности сферы. Нередко в литературе можно встретить меридиан-меридианную разметку сферы. То есть, вместо широт используется ещё один набор меридиан – ортогональный (рис.2.22).

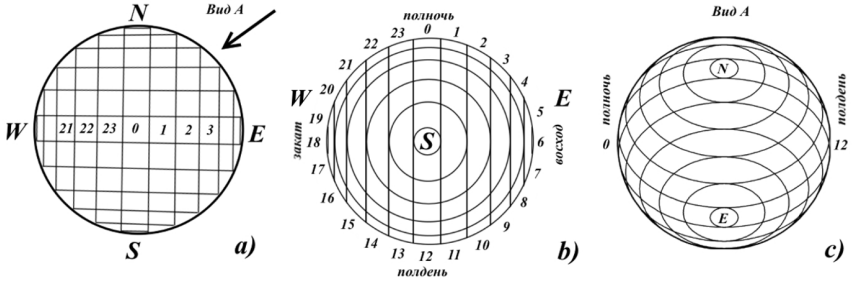


Рис.3.22. Двойная широтная разметка сферы

В этом случае на сфере возникают уже четыре полюса – по два для каждого набора меридиан. И в этом случае любую точку на поверхности сферы можно задать двумя числами, то есть, координатная сетка непротиворечива и самодостаточна. Очевидно, что правило углов треугольника выполняется и здесь, поскольку его стороны по-прежнему образованы большими кругами сферы. Понятно, что возможен и третий способ разметки поверхности сферы – широтно-широтный. В этом случае сетка образована двумя ортогональными наборами параллелей, широт. Как и в предыдущих случаях, любая точка на поверхности сферы может быть определена двумя числами, то есть, система координат также самодостаточна и непротиворечива. Особенностью её является наличие теперь уже трех пар полюсов. Для определенности назовем их юг-север, запад-восток и полдень-полночь:

Может заметить, что такая разметка создаёт на поверхности сферы области с *более сильной кривизной координат*, чем в двух других вариантах. Но это не совсем верно. Более сильная кривизна в данном случае возникает в промежутке между полюсами, в то время как в других разметках она возникает непосредственно на полюсах. Меридианы на обычном полюсе мож-

но перешагнуть, здесь же таких точек нет вообще. Но вместо этого есть локальные области, в которых полностью выполняется геометрия Евклида. Это полюса полночь и полдень. Вблизи этих полюсов никакими измерениями, видимо, невозможно определить кривизну поверхности. Мы точно знаем, что это сфера, но сумма углов треугольников на ней в этой области и с этой разметкой равна точно 180 градусам. Можно даже оправдать наличие горизонта – это оптическое, атмосферное явление. Поскольку мы рассматриваем геометрическую сферу, гравитационные измерения следует исключить.

Сюда же можно отнести и пространства рис.3.4 на с.115 и рис.3.21b. Являются ли они плоскими и равномерными? Для их обитателей – несомненно. Никакими измерениями они не смогут определить их кривизну, деформацию. Разве что, для них, возможно, но не обязательно, будет довольно загадочным явлением наличие двух особых точек 00' на рис.3.4.

Но тогда как мы могли бы воспринять в таком случае дополнительную, четвертую координату? Например, теория струн, М-теория на этот вопрос отвечает просто: дополнительные пространственные измерения компактифицированы, они настолько малы, что мы их просто не ощущаем, не видим. И вновь здесь неизбежен тот же подход: видим, ощущаем, воспринимаем. Обычно приводится пример компактификации в виде садового шланга, по которому бегают муравьи. Издали он кажется одной сплошной тонкой линией. Но вблизи у него обнаруживается диаметр, который и принимается за компактифицированную координату.

Выглядит убедительно, но лишь на первый взгляд. Сомнения возникают, если попытаться трактовать буквально понятия пространственных координат. А если бы эта координата была сжата не так сильно, а, например, до диаметра 1 метр? Что мы *видели бы* тогда, длинную трубу, по которой бегают ребятишки или голуби?

Как бы ни выглядели геометрически пространственные координаты в воображении, их главной сущностью является количественное описание положения в пространстве. Любая

координата является *всеобщей*, присущей *любому, каждому* объекту реальности. Все объекты окружающего мира обязательно имеют один и тот же набор координат: и замкнутых, и бесконечных, и компактифицированных, невзирая на то, видим ли мы их, ощущаем, воспринимаем или нет. Другими словами, два объекта, находящиеся друг от друга на расстоянии, например, в километр, обязательно имеют то или иное значение по *одной и той же* любой предельно малой, компактифицированной или не очень малой координаты, значения, которые могут быть даже тождественными. Совершенно невозможна ситуация, когда два объекта имеют хотя бы одну несовпадающую по наименованию координату. Иначе говоря, в каждой из бесчисленного множества Вселенных в 4-мерном континууме (не считая времени) обязательно присутствует точка пространства (*x, y, z*), но конфликта за обладание этой точкой не возникает, поскольку у каждой из этих Вселенных своя собственная четвертая координата *k*, причем, отличаться друг от друга они могут сколь угодно, и на громадную, и на ничтожно малую величину, вплоть до планковской.

Еще раз отметим, что одной из очевидных особенностей сверхмалой компактификации такого 4-го измерения является ограничение числа возможных Вселенных. Любая замкнутая ось координат по определению имеет конечную протяженность с известным предельным значением на ней. Предположим, что она сжата, компактифицирована в окружность длиной 10^{-30} метров. Тогда общее число возможных Вселенных, отстоящих друг от друга на планковский интервал, не должно превышать примерно 500. Хотя они и находятся на ничтожном расстоянии друг от друга, но почему-то недоступны нам для наблюдения. Можно сказать, что это довольно странно, но, может быть, правильнее сказать, что Вселенных с такими координатами просто нет?

Из сказанного можно сделать вывод, что бесконечное число Вселенных возможно лишь при наличии среди *дополнительных* измерений, координат, по меньшей мере, одной незамкнутой, бесконечной пространственной координаты. С

учетом того, что наша Вселенная даже в состоянии постоянного расширения может считаться все-таки замкнутой, то есть, имеющей конечный объем, такой бесконечной координатой должна быть четвертая и более. Для единственной Вселенной таких ограничений по компактификации у пространственных координат, измерений, видимо, не возникает.

Многомерное движение

Все без исключения рассуждения и описания параллельных Вселенных в многомерных пространствах затрагивают вопрос о возможности перемещения между этими Вселенными по дополнительным измерениям. Если внимательно рассмотреть движение, в частности, по 4-ой пространственной координате, то можно прийти к довольно противоречивым и даже парадоксальным выводам. Рассмотрим их, например, в виде следующего описания.

Представим путешественника, способного перемещаться по 4-ой пространственной координате. Время в этом контексте рассматриваем как независимую нулевую координату. Сразу же надо отметить, что эта 4-ая координата должна обладать абсолютно теми же свойствами, что и 3 другие. Нет никаких оснований предполагать иное. Это значит, что линейка длиной в 1 метр может лежать как вдоль координатной оси, например, x, так и вдоль любой другой – y, z или вновь введенной координаты k. Какие основания могут препятствовать этому? Нет их. Все координаты равноправны, иначе, координату k мы бы наделили какими-то необычными свойствами. В том числе, и его метрические свойства: любое заданное расстояние по любой координате имеет одну и ту же длину. Правда, одну физическую особенность дополнительного пространственного измерения мы все-таки допускаем: это возможность *объемного* тела быть *плоским* по этой дополнительной пространственной координате. Можно эту особенность по аналогии описать следующим образом. В нашем 3-мерном мире возможны плоские объекты, которые переносятся в 2-мерный мир один к одному,

например, фотокарточка. Они одинаково выглядят и в 3-мерном и в 2-мерном мире. Соответственно, плоский 4-мерный объект является объемным в трёх измерениях. Но он одинаково выглядит как в 3-мерном мире, так и в 4-мерном.

Итак, наш эталонный метр уложен вдоль координаты k. Путешественник делает один шаг вдоль этого метра. Что с ним произошло? Будет ли он по-прежнему виден остальным наблюдателям, не умеющим двигаться по 4-ой координате? Предположим, что путешественник больше им не виден. Но сразу же возникает вопрос: почему? Если путешественник смог сделать шаг вдоль этой координаты вперед, то он может сделать его и назад. Сначала они исчез, но затем вновь появился? Однако если способностью перемещаться по 4-ой координате мы наделили путешественника, то мы *обязаны* наделить этой же способностью и фотон. Любой материальный объект – это сложная конструкция из электронов, протонов и электрических сигналов. Поэтому лишить такой возможности движения по 4-ой координате мы их не можем и, соответственно, этой же способностью должны обладать и их динамические свойства – электромагнитные сигналы. Другими словами, если какой-либо *любой* объект способен переместиться по 4-ой координате, то мы неизбежно *обязаны допустить* такую способность и у света. Конечно, если речь идет о реальном физическом объекте, а не о мистических образах вроде джиннов.

Заметим, что такую же возможность, способ визуализации рассматривал и использовал, например, Хинтон:

"... способ визуализации многомерных объектов: с помощью теней, которые они отбрасывают в нижних измерениях. К примеру, флатландец может представить себе куб, посмотрев на его двумерную тень. Куб выглядит как два квадрата, соединенных вместе" [46, с.70].

Интересно, что это в точности соответствует возможности и в нашем трехмерном пространстве увидеть такую же тень – гиперкуб. Именно так принято изображать гиперкуб: два квадрата, находящиеся один в другом с соединенными попарно вершинами.

Помимо фотонов, способность проникать в дополнительное четвертое измерение явно приписывается гравитационному взаимодействию, гравитонам:

"... поскольку гравитация вызвана искривлением гиперпространства, то гравитационное взаимодействие могло бы перемещаться между вселенными" [47, с.250].

Из этого следует, что точно так же, как путешественник и гравитационное взаимодействие, способностью двигаться в гиперпространстве должны обладать и лучи света. То есть, реально путешественник исчезнуть не может: он всегда будет виден как в отраженном свете, так и в виде инфракрасного излучения собственного тела. Таким образом, допущение возможности двигаться по 4-ой координате неизбежно требует допустить и непрерывную видимость движущегося. Это означает, что при движении по 4-ой координате путешественник всегда будет виден оставшимся наблюдателям. Если он уйдет на 10 метров, то он по-прежнему будет виден. Однако его координаты в 3-х мерном мире не изменились. Получается, что удалившись на 10 метров по 4-ой координате, путешественник по-прежнему будет виден остальным наблюдателям в той же самой исходной точке по остальным координатам. Более того, как бы далеко он ни ушел по 4-ой координате, по трем оставшимся он всегда будет в исходном месте и, судя по всему, одного и того же размера. Действительно, его подошвы имеют всегда одну и ту же координату в нашем мире. Но и шляпа на его голове – тоже. Следовательно, как бы далеко он ни удалился, расстояние между подошвами и шляпой всегда одно и то же. Все это, разумеется, относится также и к любым другим двум точкам на его теле.

Но как рассмотренную выше аналогию, здесь можно также рассмотреть подобный пример. Для полноразмерного наблюдателя 4-мерного мира наш 3-мерный путешественник будет выглядеть 4-мерно плоским. Его "толщина" по четвертому, дополнительному измерению будет равна нулю или предельно мала. Фактически 4-мерный наблюдатель будет его видеть как плоский экран монитора. Только без рамки, без

контуров. Если этот полноценный 4-мерный наблюдатель посмотрит на нашего путешественника "с ребра", то есть, поперёк четвертой координаты, то он его просто не увидит. Это как смотреть на фотографию "с торца", причем, фотография просто обрезана по контуру изображения. При этом изображение подвижно, постоянно меняет контуры, всегда оставаясь плоским.

Главная суть перемещения нашего 4-плоского путешественника формально будет состоять в том, что он перемещается по другим, разным параллельным мирам. Причем, место его нахождения в этих мирах должно быть пустым, свободным от других объектов, иначе эти объекты должны быть точно так же видны из нашего мира. Но что-то же должно измениться? Вполне ожидаемо, что свет, отраженный от него, каждый раз проходить все больший и больший путь, рассеиваясь по дороге. Получается, что оставшиеся в 3-мерном мире будут видеть его всё менее и менее ярким, словно он растворяется в тумане:

"Представьте себе лампочку, освещающую комнату. ... В общем случае существования лампы в n-мерном пространстве яркость ее света убывает, рассеиваясь по сфере, площадь которой увеличивается пропорционально (n - 1)-й степени радиуса" [47, с.248].

Но описанная картина предполагает, что в 4-мерном мире находился 3-мерный объект, путешественник, формально имеющий нулевую толщину по 4-ой координате. А если объект полноценно 4-мерный? Что-нибудь типа 4-мерного куба – тессеракта или 4-мерной сферы? Возникает весьма далеко идущая, хотя и весьма вольная интерпретация. Получается, что в нашем мире будет наблюдаться всегда полный *внешний* вид 4-мерного объекта, если он не полупрозрачный. Например, в случае пересечения 4-мерной сферой нашего 3-мерного мира в нём будут *материализоваться* 3-мерные сечения исходного объекта, сферы, шары различного диаметра (сравни с рис.2.8 на с.77). На рисунке сферы разнесены и смещены по вертикали, чтобы устранить их смазывание, наложение друг на друга. На самом деле центры их должны быть в одной точке, внутри самой большой 3-сферы, поскольку все они являются сечениями ги-

персферы по одной и той же координате k нашего мира при движении гиперсферы по этой оси.

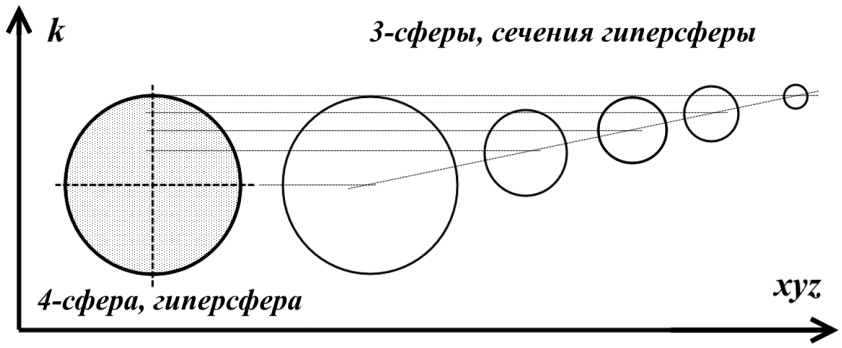


Рис.3.23. Видимость сферы в 4-ом измерении

Но ещё до пересечения этой 4-мерной сферы с нашим 3-мерным миром от неё к нам будут непрерывно поступать фотоны, неся с собой информацию об одновременном изображении *всех* этих сечений. Для большей детализации картины рассмотрим сферу радиуса R на рис.3.24, центр которой размещен в начале координат, в точке $x = y = z = k = 0$. Сферу будем рассматривать с некоторого расстояния по координате $x_0 > R$.

Считаем, но наша Вселенная характеризуется всеобщим параметром $k > R$, то есть, целиком находится вне изображенной сферы. Любые другие значения *k* соответствуют множеству других параллельных Вселенных. Если сфера непрозрачна, то мы будем видеть её как эллипсоид, не догадываясь, что это сфера, просто 4-мерная. Действительно, при смещении по оси *k* мы должны были бы видеть сферы все меньшего и меньшего диаметра, как 3-мерные сечения 4-мерной сферы. Но эти меньшие сферы полностью нам не видны, поскольку они находятся внутри большего видимого нам сечения непрозрачной сферы.

Поскольку для нашего мира эта 4-сфера фактически является бесконечным набором рядом расположенных 3-мерных сечений, то, перекрываясь, они должны быть видны как некое

усредненное тело, видимый 3-образ, напоминающий эллипсоид. На рисунке изображены только три из бесконечного числа сечений, в том числе, предельное, крайнее сечение 3, видимое извне. В случае полупрозрачной 4-сферы эллипсоид будет просто виден целиком как стеклянный. Вероятно, с переменной плотностью, прозрачностью.

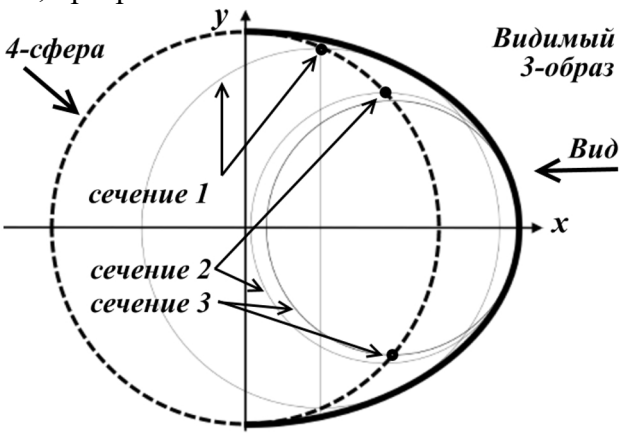


Рис.3.24. Видимые сечения 4-сферы

Несколько иначе должен выглядеть тессеракт. Поскольку все его *xyz*-сечения по 4-координате равны, то для внешнего наблюдателя он будет выглядеть как квадратный параллелепипед, в одном из вариантов, видимо, с удвоенной длиной. Прозрачный, стеклянный тессеракт будет, вероятнее всего, также иметь переменную плотность: на торцах он будет более прозрачным.

Видимо, может возникнуть вопрос: как можно смотреть вдоль оси *k*, в какую сторону? Ответ простой: мы же задали координаты центра сферы $x = y = z = 0$. Вот в эту точку, в этом направлении и следует смотреть. По всей видимости, это должно быть справедливо и для любой другой точки исходного 4-мерного пространства: все они должны быть видны нам, поскольку все они имеют наши 3-мерные координаты.

Буквально, до пересечения с "плоскостью" нашего мира этот 4-мерный объект будет просто *визуальным образом*, ми-

ражом, иллюзией, причем видна будет только одна его сторона, независимо от того, с какой стороны на него смотреть: анфас, профиль, сверху, почти так, как выглядит лицо на фотографии, под каким бы углом мы на неё ни смотрели.

"... гиперсущество, взирающее на нас сверху, увидит нас во всей полноте: спереди, сзади и с боков одновременно" [47, с.210].

Возможно, это описание все-таки не совсем понятно. Это существо будет видеть нас, собравшихся в круг (сферу) изнутри как панораму – на все 360 сферических градусов, глядя лишь в одном направлении в своём 4-мерном мире. Кроме этого в описании можно заметить подтверждение сделанного нами выше предположения. Если указанное гиперсущество видит нас, то это подтверждает принятое выше предположение о способности фотонов двигаться по этому дополнительному четвертому измерению. Вместе с тем, это все-таки несколько странно, поскольку явно означает, что фотоны от нас ушли в четвертое измерение, к этому гиперсуществу. Буквально: они покинули нашу Вселенную, фактически уменьшив её массу. Процесс можно описать ещё более детально. Если направить в это существо мощный луч прожектора, то все его фотоны уйдут из нашей Вселенной по этой координате. Куда? Видимо, к этому существу, в его Вселенную, имеющую другое значение этой четвертой координаты. Сопутствующий вопрос: а в каком направлении следует направить луч прожектора? Ответ – в любом. Если существует четвертая пространственная координата, то все объекты Реальности имеют по ней какое-то значение, в том числе, и каждый из нас и гиперсущество. Каждый объект нашей Вселенной, вероятно, имеет одну и ту же четвертую координату, поскольку в ином случае, видимо, мы были бы способны проходить сквозь друг друга. Но из этого же следует и обнаруженное противоречие. Если мы можем направить на гиперсущество луч прожектора, точно так же, как и отраженные от нас обычные лучи света, то что может нам помешать кинуть в него мяч? Мяч отскочит и вернётся к нам. А если гиперсущество увернётся? Или вообще уйдёт в сторону?

Тогда мы можем в его сторону отправить железнодорожный состав, гружённый тяжелыми свинцовыми слитками? Состав исчезнет из нашего мира вместе с законом сохранения вещества? При этом для такого перемещения не требуется никаких сверхспособностей. Если фотоны уходят, это точно так же сможет сделать и поезд.

Описанная картина заметно противоречит распространенным взглядам о невидимости параллельных миров, поскольку они якобы находятся по дополнительной оси в другой координате. Однако, согласно приведенным парадоксальным рассуждениям, отсутствие таких наблюдений должно означать, что таких параллельных миров попросту нет.

"Если бы пятое измерение лежало дальше, чем в миллиметре от нас, то оно могло бы создать измеримые нарушения закона обратных квадратов Ньютона" [47, с.248].

И вновь отметим, что никакое (пространственное) измерение в принципе, в буквальном смысле не может лежать на каком-либо расстоянии от нас. Это просто одно из *измерений нашего положения* в многомерном пространстве-времени. На самом деле это мы можем иметь то или иное значение положения по любой из возможных осей координат. Неважно, бесконечна или компактифицирована эта координатная ось.

Теперь можно добавить, что само по себе дополнительное измерение не играет абсолютно никакой роли. Сколько бы их ни было, сами по себе они ни на что не влияют. Влиять они могут только через объекты, находящиеся в этих многомерных пространствах. Поэтому упомянутое пятое, то есть, четвертое пространственное измерение может оказать на закон Ньютона влияние лишь в том случае, если между двумя объектами нашего мира есть интервал по *этому* измерению. Например, значение четвертой координаты для Земли могло бы быть 1 метр, а для Солнца – 10 метров. Не следует думать, что такое малое различие означает пересечение Земли и Солнца. Физически оно возможно, но в реальности такое различие положений по четвертой координате привело бы буквально к появлению людей, проходящих сквозь стену. Действительно, если

стена имеет по этой дополнительной координате значение 1 см, а человек – 2 см, то ничто не препятствует иметь им одни и те же значения координат нашего трехмерного мира – *xyz*. Для нашего мира стена и человек в этом примере имеют одну и ту же точку в четырехмерном пространстве-времени, но в пятимерном – разные. Поэтому ничто не препятствует их нахождению в этих *разных* точках.

"... главный герой парил в четвертом измерении, а потому был невидим ...

Любая галактика в ... параллельной вселенной будет невидима для нас ...

Любая большая галактика в ... параллельной вселенной притягивалась бы через гиперпространство к галактике в нашей Вселенной ..." [47, с.250]

Первая и вторая фразы цитаты явно противоречат третьей. Фотонам, как следует из них, запрещено перемещаться между параллельными Вселенными, а гравитонам и гравитации – нет. Такое различие свойств требует веского обоснования. По этой же причине объяснение феномена темной материи также не безупречно:

"Эта скрытая галактика ... была бы ... невидимой ... существование темного вещества может объясняться присутствием параллельной вселенной" [47, с.250].

Из этого можно сделать вывод, что сама по себе дополнительная пространственная координата или, наоборот, отсутствующая не обязательно влияет на закон обратных квадратов, хотя в литературе приводится иное мнение: [57, с.202; 33, с.56; 35, с.113; 47, с.285]:

"Добавление или изъятие хотя бы одного из пространственных измерений сделало бы невозможным существование планетных систем. Действительно, при размерности пространства-времени $d > 4$ сила гравитационного взаимодействия падает быстрее, чем r^{-2}, а при $d < 4$ общая теория относительности утверждает полное отсутствие такой силы. Это говорит о невозможности существования стабильных планетных систем при $d \neq 4$" [56].

Вместе с тем, сам закон, как известно, содержит не значения координат, а значение интервала в этом координатном пространстве. Действительно, притягиваемое и притягивающее тела имеют каждое по три пространственных координаты. Но расстояние, интервал между ними – это, по сути, одномерное пространство. Мы из имеющихся трёх координат вычисляем, условно говоря, одну, компилированную координату:

$$s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

Во все уравнения, подчиняющиеся закону обратных квадратов, мы подставляем не эти три пространственные координаты, а результат их компиляции – одномерную величину. Для более мерных миров эта величина по-прежнему одномерная, сколько бы координат мы ни взяли:

$$s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 + ... + (k_{i1} - k_{i2})^2}$$

В уравнение закона тяготения мы подставляем всегда одну и ту же величину интервала, возведя её в квадрат. Формально никакого нарушения закона обратных квадратов при этом не наблюдается. Закон обратных квадратов – это закон, зависимый от *интервала* между телами, но не от их координат. Конечно, закон сформирован из условия квадратичного уменьшения потенциала, как отношения площадей сфер разного радиуса, а это отношение как раз и определяется размерностью пространства. Вместе с тем для более мерного мира этого гравитационного отношения никто, естественно, не измерял. При этом оно, например, вполне могло бы оказаться таковым, что закон обратных квадратов сохранился бы и для 4-х и более мерных миров. С другой стороны, все наши наблюдения и рассуждения относятся к 3-мерному миру, который, хотя и находится, скажем, в 4-мерном пространстве, но имеет по этой координате предельно малую величину, либо все материальные объекты нашего мира имеют одно и то же значение этой координаты. Наличие дополнительной пространственной координаты в этом случае само по себе, согласно последнему уравнению, не ведет к увеличению 3-мерного интервала.

"В концепции Мультивселенной существуют параллельные сцены, расположенные одна над другой, с люками и потайными туннелями, соединяющими их" [47, с.386].

Пожалуй, все это выглядит несколько проще. Если и есть эти сцены, то никаких люков и потайных туннелей не требуется – все пути открыты, добро пожаловать!

В одной из простейших иллюстраций второй, параллельный для нас мир обычно изображают на примере листа бумаги, сложенного вдвое, рис.3.25а. Упомянутые люки и потайные туннели показывают прокалыванием иглой этих двух листов. Игла – это и есть тот самый туннель. Однако эта аллегория выглядит как-то надуманно. Почему линия сгиба одна и именно в этом месте? Почему любой начальной точке всегда соответствует только единственная конечная? Почему после сгиба плоскости листа параллельны, а радиус такой и никакой другой? Другими словами, все это выглядит крайне искусственно.

С другой стороны любое искривление плоского пространства, листа в данном случае, нарушает ортогональность. Искривление даже по одной координате приводит к появлению координат двусмысленных, двузначных. Тонкий лист – это условно, на самом деле мы легко можем и даже должны добавить ему ортогональную координату, перпендикулярную к его плоскости. Возникает нестыковка – рис.3.25а. Геометрически нам ничто не препятствует добавить эту третью (четвертую) координату, собрав тем самым полноценный трехмерный (четырехмерный) мир, который формально в этом случае будет представлять собой как бы стопку параллельных плоскостей, рис.3.25*в*. Однако этого никогда не делают, поскольку, в отличие от одиночного листа, невозможно изогнуть стопку параллельных плоскостей таким образом, чтобы каждая из них оказалась цилиндром или его фрагментом и при этом ортогональная координата была бы непротиворечивой, всегда однозначной, а исходные координаты – равномерными рис.3.25*г*. Это просто такая вот небольшая геометрическая хитрость.

В самом деле, рассмотрим координатную плоскость *k0x* на рисунке 3.25а. Без нарушения общности свернем ось *x* в

полуокружность некоторого начального радиуса, рис.3.25б. Мы получим одну из линий сетки $k = const = 0$, x - любое. Добавим следующую линию сетки, лист $k = const = 1$, x - любое. Сразу же обнаруживаем, что длины отрезков по оси x явно неравномерны и зависят от величины $k = const$. Во "внешнюю", положительную сторону мы можем добавить любое число линий сетки, плоскостей.

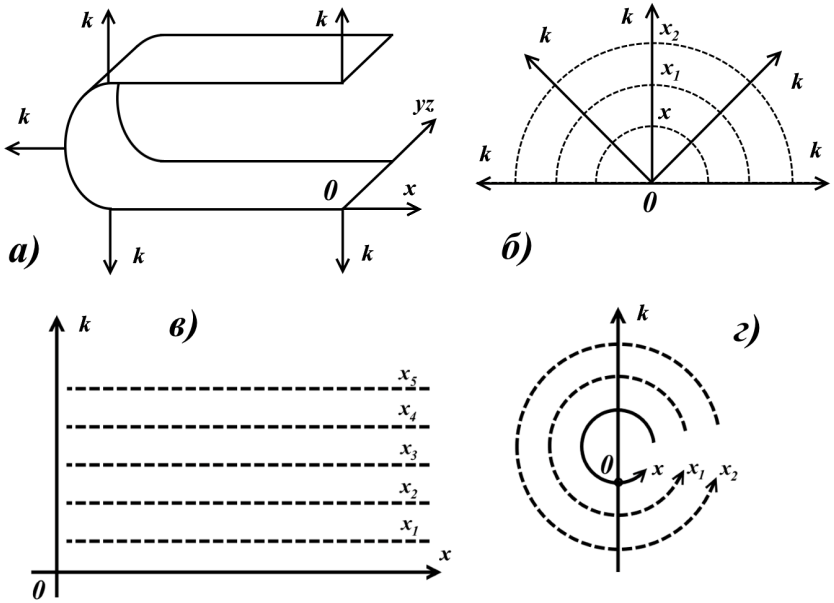


Рис.3.25. Искривление пространства

Но во "внутреннюю", минусовую сторону оси k мы сможем добавить лишь ограниченное число таких линий, на нашем рисунке – только одну. Возникла неопределенность: координата k при искривлении координаты x стала ограниченной, в данном случае её минусовые значения невозможны, поскольку при продлении в отрицательную область она сливается со своими же положительными значениями вида $k = -1$ и при этом $k = +3$. Если плоскости сомкнутся в цилиндры, то точки ортогональной координаты не просто совместятся, а возникнет линия, в которой перемещение по этой одной и той же коор-

динате становится перемещением *одновременно* в двух противоположных направлениях. Помимо прочего при переходе по тоннелю, "по четвертой координате" из одной точки пространства *xyz* в другую точку ни одна из координат *x-y-z никуда не исчезает*. Следовательно, движение по новой *k*-координате обязательно будет неразрывно связано с движением и по искривленной координате, например, *x*.

Каждому значению *k* будет в *обязательном* порядке соответствовать некоторое значение координаты *x* искривленного пространства. При досветовой скорости по туннельной координате *k* скорость по связанной с нею координате *x* неизбежно будет сверхсветовой. Переместившись по оси *k* на небольшое расстояние, объект никуда не исчезает по координате *x*, у него обязательно есть её значение, то есть, он всегда находится в каком-то определенном положении в пространстве по этой координате и в этот момент времени тоже. Если разница положений по *x* составляет 10 световых лет, а по координате *k* – только один световой год, то, перемещаясь по этой *k*-координате со скоростью света, фактическая скорость по *x*-координате, реально регистрируемая наблюдателями, будет равна десяти скоростям света.

4. Параллельные миры на диаграммах

Математическая сущность любых координатных диаграмм именно в этом и состоит – это обычная хотя и не всегда привычная система координат, координатные оси и координатная сетка, будь то классические декартовы координаты, полярные координаты или любые иные. На плоскости листа или экрана эти координатные диаграммы позволяют наглядно, визуально, графически показать свойства исследуемых функций, наборов данных, таблиц. Следовательно, между графиками, фигурами и их аналитическими представлениями на таких диаграммах в принципе не должно быть никаких несоответствий. Если функция имеет какой-либо набор значений, то каждому из этих значений должна соответствовать реальная точка на диаграмме. Напротив, если на диаграмму наносится какая-либо точка, то она, в свою очередь, в обязательном порядке должна быть тем или иным решением отображаемой функции.

В этом отношении такое соответствие чаще всего выполняется. Однако есть и едва заметные отклонения. Бывает, что такое соответствие отсутствует, но интуитивно создается впечатление о его наличии. Можно назвать это своеобразным пиар-эффектом, когда нет реальной, технической возможности точно отобразить на графиках аналитические соотношения, изображение приводится в несколько образном, абстрактно-иллюстративном виде. Является ли это принципиальным недостатком таких диаграмм? Скорее всего, нет. Само по себе это вполне допустимо, просто нужно иметь это в виду. Недопустимо другое. На таких диаграммах, графиках как бы автоматически появляются области и точки, которые вообще-то не имеют соответствующих аналитических решений. В этом случае приписывать такие отсутствующие решения исходным

аналитическим выражениям, безусловно, нельзя и всегда нужно соблюдать осторожность, чтобы не допустить такого приписывания неумышленно. Диаграммы, как правило, производны от аналитики, поэтому ошибки на них не столь опасны, как в аналитических выражениях. Если же такое несоответствие обнаруживается явным образом, то в этом случае решающим является выяснение источника ошибки – чрезмерно условны либо диаграммы, либо аналитические выражения. С другой стороны, и заявления о безусловной справедливости, точности, безупречности аналитики так же следует делать все-таки с некоторой осторожностью.

Однако существует довольно удобный, эффективный метод преобразования этих решений друг в друга. Бывают ситуации, когда не известно точное аналитическое описание поведения некоторого процесса, но есть интуитивные представления о нем, которые позволяют приблизительно изобразить его графически. Это графическое поведение можно аппроксимировать аналитическими функциями, которые затем использовать для построения новых диаграмм. Соответствие восстанавливается, а эмпирически найденные уравнения можно уже исследовать на соответствие с реальными данными, данными наблюдений.

Но у связки функция-диаграмма есть и ещё одна тайная сторона – философская, логическая. Несомненно, могут быть получены решения, которые явно противоречат логике, философским выводам, вроде петель времени, нарушения причинности. Такие решения следует, безусловно, отбрасывать, они не являются физичными, они противоречивы, что для научного знания неприемлемо. Даже при явном соответствии таких диаграмм и аналитических выражений их буквальная трактовка, распространение на реальный физический мир недопустимы. Самым ярким примером нарушения этого правила является распространение формализма специальной теории относительности на сверхсветовые движения. При этом строго корректно, аналитически и графически возникает движение в прошлое. А ведь выводов в этом случае сделано может быть

два: либо такое движение возможно, либо сверхсветовая модификация теории относительности – грубая ошибка. В первом случае придётся отказаться от логики и философского детерминизма с его нерушимыми причинно-следственными отношениями и примириться с массой парадоксов и противоречий. Во втором случае следует признать необоснованность, ошибочность такой модификации и отказаться от неё [см. приложение Парадокс тахиона – петли времени, с.358].

Тем не менее, среди многочисленных интерпретаций частных решений теории относительности иной раз встречаются такие, которые допускают явно, содержат в себе парадоксы, противоречия. Казалось бы, действительно, решения уравнений и соответствующие им диаграммы определенно показывают: такое-то противоестественное явление здесь имеет место. И получил это решение не абы кто, а такой-то коллектив солидных авторов, всемирно признанных [см. приложение Парадокс Эренфеста с.360]. Кто же будет с ними спорить?! И парадокс, противоречие, абсурд оказывается узаконенным, открывая прямую дорогу в мистику. Заметим, что парадоксальным, противоречивым чаще всего является не само решение и его диаграммы, а их последующая интерпретация. Как говорится, дьявол скрывается в деталях.

В литературе иной раз можно встретить высказывание вида "плохого (неудачного) выбора", которое, по большому счету, можно применить ко многим выкладкам как в физике [59, т.3, с.20], так и в других науках. В математике, например, под него, несомненно, подпадают работы по множествам Кантора, в которых простым (неудачным, плохим) выбором метода счёта, буквально наугад, можно получить взаимоисключающие результаты. Например, четных чисел в натуральном ряду можно насчитать столько же, сколько и весь натуральный ряд, а также, в два, три и любое число раз меньше и даже больше, не говоря уже о том, что общее число всех действительных чисел тоже можно перенумеровать, показав, что их столько же, сколько и чисел натурального ряда [см. Количество натуральных чисел, с.30]. Что можно ожидать от теории, метода, гипо-

тезы, которая может предсказать всё, что угодно? Но далее мы обратим внимание лишь на "неудачный выбор системы координат" в теории гравитации – общей теории относительности.

В русле рассматриваемых вопросов нас в первую очередь интересует, каким образом в общей теории относительности, теории гравитации строго научно возникает многомерное и многомировое пространство. Каким образом в ней обосновывается появление параллельных вселенных и, заодно, Белых дыр и мостов между вселенными. Попробуем это выяснить.

Диаграммы Шварцшильда

Одним из наиболее наглядных представлений о параллельной Вселенной в общей теории относительности, несомненно, является максимально расширенное решение Шварцшильда на диаграммах Пенроуза для так называемой вечной Черной дыры, на которых параллельная Вселенная фактически появляется как неизбежный элемент.

Чаще всего, если не всегда, понятие параллельных миров и многомерных пространств связывают с так называемым мостом Эйнштейна-Розена. Видимо, прежде всего следует немного уточнить смысл этого понятия. Возникло оно при рассмотрении одного из первых широко известных решений уравнений общей теории относительности Эйнштейна, решения Шварцшильда, которое чисто математически, аналитически предсказало существование так называемых "невидимых звёзд" – космологических Черных дыр. Изначально непосредственно о параллельных мирах авторы речи не вели. Тем не менее, некоторые из их рассуждений позволяют все-таки произвести более широкую трактовку.

"Первым шагом к общей теории относительности явился так называемый принцип эквивалентности: если в свободном от гравитационного поля пространстве равномерно ускорять какую-либо систему отсчета, то эта система отсчета может рассматриваться как "покоящаяся", при условии, что состояние пространства по отношению к ней можно интерпретировать как

однородное гравитационное поле. Известно, что последнее точно описывается метрическим полем [84, т.2, с.425]:

$$ds^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + \alpha x_1^2 dx_4^2 \qquad (1)$$

Далее, вновь обратившись к уравнению метрического поля (1), авторы делают следующее замечание, позволяющее расширить понятие моста:

"Следует заметить, что в случае решения (1) все поле состоит из двух равных частей, разделяемых такой поверхностью симметрии $x_1 = 0$, что для соответствующих точек (x_l, x_2, x_3, x_4) и (—x_1, x_2, x_3, x_4) величины g_{ik} равны. В результате мы нашли, что определитель g, хотя и может обращаться в нуль (для $x_1 = 0$), тем не менее изменения знака g и вообще изменения сигнатуры квадратичной формы (1) при этом не происходит" [84, т.2, с.427].

Расширение поля по пространственной координате автоматически может трактоваться и как расширение самого пространства с образованием дополнительной области. Хотя выглядит это весьма странно. Достаточно просто рассмотреть обычные декартовы координаты. В них нулевая точка, ось, плоскость делят плоскость и пространство на несколько частей. Но это одно пространство! Очевидно, что параметр x_1 в исходном представлении интервала обозначает одну из пространственных координат, то есть, форму (1) можно переписать в другом исходном виде:

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + \alpha x^2 dt^2 \qquad (4.1)$$

Заявления о "двух равных частях" выглядит весьма настораживающе. Формально всё верно: поле можно рассматривать как симметричное, причем точкой центральной симметрии является гравитирующий центр. Более того, упомянутая поверхность симметрии является сферой, то есть, понятие "часть" в данном случае трудноопределимо. Скорее следует говорить о равенстве множества частей *единого* поля. Примерно так, как мы можем сказать о поверхности шара: две его противоположные части равны, причем равны любым другим двум противоположным частям. Здесь уместно привести довольно спорное мнение Пуанкаре:

"Как неоднократно подчеркивал Анри Пуанкаре, в этой и других областях науки уже устарел принцип, утверждающий: "Прежде, чем излагать, дай определение используемым понятиям". Все физические законы и теории, в том числе и ньютоновские законы тяготения, обладают тем глубоким и трудноуловимым свойством, что в них как дается определение используемым понятиям (здесь галилеевы координаты), так и делаются утверждения о них" [59, т.1, с.359].

Это серьёзный и весьма ответственный прием, пользоваться которым следует с величайшей осторожностью, поскольку он допускает завуалированные, скрытые, незаметные подмены понятий. Если нет строгого, однозначного определения, то читатель, последователь неизбежно будет подсознательно или осознанно формировать собственное определение этих понятий, которые могут отличаться от используемых излагающим. В рассмотренном случае явно не сказано, но можно допустить наличие двух несвязанных, независимых друг от друга областей поля. Более того, буквальная, но логически обоснованная трактовка такого равенства частей неизбежно приводит к вопросу об их относительном расположении. Например, координатная ось x – это одна и та же единая, неразрывная пространственная ось от минус бесконечность до плюс бесконечности. Говорить, что нулевая точка делит её на две области, может означать заявление об их независимом существовании. В образной интерпретации моста Эйнштейна-Розена всегда приводится бумажный лист, сложенный вдвое (см. рис.3.25а на с.166), а мост – это перемычка между двумя получившимися половинками листа. То есть, деление оси на две равные части также неявно подразумевает возможность изгиба оси так, чтобы две полуоси оказались рядом. Но возникает еще один вопрос: как близко друг от друга должны оказаться эти половины? Очевидно, "плоскость симметрии", нулевая точка имеет нулевую толщину. Следовательно, половины сложенной вдвое оси (листа) не просто окажутся рядом, они должны слиться воедино. О каком мосте можно в этом случае говорить, если его протяженность равна нулю? Если же ось

(лист) вообще не складывать, то опять-таки, мост в нулевой точке явно имеет нулевую протяженность. Иначе говоря, утверждение о равенстве двух областей поля определенно нуждается в очень и очень тщательном определении.

Традиционно, ввиду сферической симметрии звезды, уравнения теории относительности записывают в сферических координатах. Решение Шварцшильда для сферически симметричного статического гравитационного поля в этом случае приобретает вид:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Решение предполагает, что $r > 2m$, хотя полное пространство-время захватывает и область $0 \le r < 2m$, а сферические углы изменяются в диапазонах $0 \le \theta \le \pi$, $0 \le \varphi \le 2\pi$. Вместо переменных (x_1, x_2, x_3, x_4) здесь введены новые переменные (r, θ, φ, t). Последнее слагаемое обращается в нуль при $\theta = 0$. Обращение в нуль означает радиальное движение и то, что ни одно из пространственных направлений вокруг звезды не является выделенным. Обращение же в бесконечность множителя g_{11} вблизи $r = 2m$ означает проявление так называемой координатной сингулярности или особенности. Появление сингулярных точек в физической теории является для неё сигналом о том, что теория столкнулась с серьёзными затруднениями:

"Область шварцшильдовской геометрии, где возникают указанные затруднения, $r = 2M$, называется "гравитационным радиусом", "шварцшильдовским радиусом", "поверхностью Шварцшильда", "горизонтом Шварцшильда", или, наконец, "сферой Шварцшильда". В некоторых более ранних работах эту область называют также "шварцшильдовской сингулярностью"; но такое название нельзя считать правильным, поскольку, как будет показано ниже, геометрия пространства-времени в этой области не имеет сингулярности" [59, т.3, с.15].

В литературе можно встретить и еще одно довольно отвлеченное, но весьма популярное определение сферы Шварцшильда в виде Черной дыры:

"Черной дырой называют область пространства-времени, в которой гравитационное поле настолько сильно, что не позволяет даже свету покинуть эту область и уйти в бесконечность" [60, с.5].

Сингулярность здесь просто не упомянута. Однако также можно заметить, что из этого определения вовсе не следует наличие дополнительных пространственных измерений и параллельных Вселенных.

Для устранения координатной сингулярности в уравнении Шварцшильда делается замена переменной:

$$u^2 = r - 2m$$

В результате такой замены ни один из коэффициентов в метрике больше не обращается в бесконечность (5а):

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4(u^2 + 2m)du^2 - (u^2 + 2m)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Дополнительно отмечается замена прежней гиперповерхности $x_1 = 0$ на новую $u = 0$, соответствующую первоначальной переменной $r = 2m$. Замена переменной и приводит к возникновению традиционного понятия моста Эйнштейна-Розена:

"Когда u меняется от $-\infty$ до $+\infty$, переменная r изменяется от $+\infty$ до 2m и затем снова от 2m до $+\infty$. Попытка интерпретации регулярного решения (5а) в пространстве r, θ, φ, t приводит к следующему результату.

Четырехмерное пространство математически описывается двумя конгруэнтными областями или "листами", соответствующими значениям $u > 0$ и $u < 0$, которые соединяются гиперплоскостью $r = 2m$ или $u = 0$, на которой g обращается в нуль. Такое соединение двух листов мы назовем "мостом" [84, т.2, с.428].

Можно сказать, что мост приобрел самые весомые основания и реальные очертания. И для этого потребовалось всего

лишь изменить переменную. Конечно, замечания об интервале между листами и протяженности мостов, рассмотренные выше, остаются в силе и здесь.

Однако внимательно рассмотрим вновь созданную картину. Мы помним, что система координат рассматриваемого решения Шварцшильда является сферической. Такая система характеризуется, в частности, радиус-вектором, длина которого всегда положительна, то есть, $0 < \rho < +\infty$. Соответственно, в исходном решении Шварцшильда величина радиуса также изменяется в этих пределах $0 < r < +\infty$. Внутри именно этого интервала и возникает координатная сингулярность $r = 2m$.

А теперь обратимся к уравнению модифицированного интервала Шварцшильда. Здесь параметр u стал новым, хотя и отвлеченным радиусом-вектором. И этот эмулированный радиус-вектор u изменяется как-то странно, в интервале от минус до плюс бесконечности. Какой геометрический смысл имеет сферические координаты с отрицательным радиус-вектором? Отметим это: изначально диапазон сферического пространства-времени обеспечивался классическим радиусом-вектором положительной величины. Теперь этот же диапазон *дважды* формируется новым параметром. То есть, один и тот же диапазон пространства-времени просто-напросто дублируется. Почему же этот один и тот же диапазон рассматривается как два *разных* диапазона? Мы ведь могли сделать и другую замену: $u = r - 2m$ и получили бы модифицированное уравнение:

$$ds^2 = \frac{u}{u+2m}dt^2 - (u+2m)du - (u+2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

где $0 < u < +\infty$

В этом случае мы так же устраняем координатную сингулярность, а параметр u имеет вид, реально соответствующий понятию радиуса-вектора для рассмотренного сферического пространства. Но тогда ни о каком мосте не может быть и речи. Выходит, что мост создан умышленно, принудительно, *искусственно* без всякой к тому необходимости. Формально мы явно безосновательно удвоили объём пространства-времени.

Такой метод искусственного увеличения пространства является весьма эффективным. Например, если добавить всего лишь один индекс, то ситуация приобретёт вообще экстраординарный характер:

$$u_n^2 = r - 2m$$

где n = 0, 1, 2, 3 и так далее, а $-\infty < u_n < +\infty$

Имеем ли мы право добавить такой индекс? А почему нет? Математически он не более противоречив, чем использованный Эйнштейном, зато физически приводит к совершенно корректному появлению любого желаемого числа параллельных Вселенных. Можно и далее использовать возможности этого метода. Например, квантовая механика, как известно, широко оперирует комплексными числами. В частности, известная плоскость Аргана, по существу, представляет собой массив комплексных чисел, комплексную плоскость или геометрическое представление комплексных чисел. На этой плоскости мнимая и реальная части комплексного числа представляются просто как ортогональные координатные оси. Поэтому представление параметра u_n как модуля комплексного числа добавляет еще один бесконечный *массив* параллельных Вселенных, поскольку такие векторы заполняют всю комплексную плоскость. Если же представить параметр u_n как кватернион, ещё одну разновидность комплексных чисел, то массив параллельных Вселенных станет вообще четырехмерным гиперкомплексным пространством. В этом случае уравнение Шварцшильда следует рассматривать в четырехмерном гиперкомплексном пространстве, а сами мосты уже будут неизбежно многомерными.

Однако всё это явно искусственные приемы, ни в коем случае прямо не следующие из метрики Шварцшильда. Иначе говоря, появление классического моста Эйнштейна-Розена явилось следствием ничем не обоснованного удвоения числа решений уравнения Шварцшильда и весьма вольной *частной* трактовкой метода замены переменных, подстановки.

Добавим, что существует немало и других подобных замен переменных в решениях уравнений Эйнштейна. Невозможно отрицать, что именно эти замены и привели к появлению многослойных параллельных миров на диаграммах Крускала-Шекереса, Пенроуза и других. Именно этим и только этим можно объяснить появление кротовых нор в решениях Шварцшильда, Керра, Райсснера-Нордстрёма для стационарных, вращающихся и заряженных Черных дыр.

Немалую роль в появлении параллельных Вселенных сыграла и трактовка решения Шварцшильда, расширенного на внутреннюю область Черной дыры. Пожалуй, первым сигналом о странных, загадочных физических особенностях этой области можно посчитать довольно часто упоминаемый вывод теории об обмене в ней ролей времени и пространства. Можно встретить, например, такое описание:

"Наиболее очевидным образом сингулярность при r = 2M проявляется в том, что временная t и пространственная r координаты меняются в этом месте ролями. В области r > 2M направление t ... является времениподобным ... а направление r ... пространственноподобным ..." [59, т.3, с.19]

Это, действительно, весьма странное и очень интересное обстоятельство, когда движение в пространстве превращается в движение во времени. Можно заметить, что здесь рассматривается фактически присвоение времени свойств, характеристик пространства, то есть, формально, возможность двигаться во времени в обоих направлениях – вперед и назад, то есть, в будущее и в прошлое. Однако чаще акцент делается на обратном – присвоении свойств времени пространству, то есть, физическая обязательность, неизбежность перемещения в пространстве только в одном направлении:

"Что следует понимать под тем обстоятельством, что координата r, выступавшая в качестве пространственноподобной координаты, становится времениподобной? Воображаемый наблюдатель ... если он попал внутрь сферы r = 2M ... дальнейшее уменьшение r играет роль течения времени ... часы путешественника отстукивают "безвозвратно уходящие ми-

нуты", так же несомненно и то, что r неуклонно уменьшается от 2M до нуля" [59, т.3, с.19].

Более подробно и формализовано взаимное обращение времени и расстояния внутри сферы Шварцшильда рассмотрено в работе Новикова. Рассматривая координаты Шварцшильда, он обращает внимание на то, что, несмотря на наличие координатной сингулярности, горизонта событий, уравнения имеют решения и внутри области под горизонтом:

"Имеет ли эта система какой-либо прямой физический смысл при $r < r_g$? Оказывается, имеет ... Координата r теперь (при $r < r_g$) не может быть, как показано выше, радиальной пространственной координатой" [60, с.19].

Вообще-то, это должно насторожить. Изменение положения падающего объекта по отношению к сингулярности, центру Черной дыры все-таки по-прежнему имеет вполне даже физический и геометрический смысл. А часы, связанные с этим объектом, показывают по-прежнему время, а не расстояние. Тем не менее, такой обмен имеет достаточно логичное обоснование в рамках теории:

"Однако она может играть роль временно́й координаты, что прямо следует из выражения (2.2.1),

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)c^2 dt^2 + \left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

где коэффициент при dr^2 меняет знак при переходе через сферу Шварцшильда и при $r < r_g$ отрицателен. С другой стороны, координата t теперь может служить пространственной радиальной координатой, коэффициент при dt^2 положителен для $r < r_g$. Таким образом, координаты r и t при $r < r_g$ поменялись ролями" [60, с.19].

Несомненно, это весьма серьёзное обоснование: если рассматривать область внутри сферы, то знаки этих сомножителей явно поменялись на обратные. Но что характерно для метрики Минковского: знак минус связывается с временно́й координатой. Поскольку вид уравнения остался прежним, его следует привести к обычной форме релятивистского интервала.

Для этого можно произвести очевидную замену координат, то есть, ввести новое обозначение [60, с.19], просто переименовав r в T, а t в R:

"Поменяем обозначения $r = -c\tilde{T}$, $t = \tilde{R}/c$ и перепишем (2.2.1) в виде (2.4.8):

$$ds^2 = -\left(\frac{r_g}{(-c\tilde{T})} - 1\right)^{-1} c^2 d\tilde{T}^2 + \left(\frac{r_g}{(-c\tilde{T})} - 1\right) d\tilde{R}^2 + "$$

$$+ c^2 d\tilde{T}^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

На первый взгляд всё выглядит корректно, однако присмотримся к полученному выражению и сравним его с исходным видом интервала. Да, теперь знаки перед слагаемыми расставлены релятивистски верно, и формально вид нового интервала, вроде бы, соответствует метрике Минковского. Вместе с тем совпадение с обычным интервалом на этом и заканчивается. Во-первых, на время заменен и сомножитель в последнем слагаемом, что явно не соответствует форме традиционного релятивистского интервала и это куда больший дефект уравнения, чем не тот знак перед первым слагаемым. Во-вторых, координатная сингулярность теперь уже связана со временем. Если бы такое движение было возможно, то удалясь от сингулярности, частица, видимо, двигалась бы до горизонта событий вечно. Но это также означает, что и падение на сингулярность после пересечения горизонта событий должно длиться вечно.

Однако на этом слабости такой трактовки не заканчиваются. Здесь следует задаться довольно риторическим вопросом: тождественны ли исходные Черные дыры, родившиеся в момент коллапса, и взрослые, сверхмассивные Черные дыры? Очевидным и нигде не оспариваемым ответом является "да, тождественны". К таким сверхмассивным Черным дырам за редкими исключениями применимы все выкладки по физике обычных, сколлапсировавших Черных дыр. Но в таком случае эти выкладки становятся уже не столь убедительными и даже противоречивыми. Например, нет никаких физических запре-

тов на образование сверхмассивной Черной дыры, на горизонте событий которой ускорение свободного падения не больше, чем на поверхности Земли.

Действительно, для того чтобы груз массой в 1 кг весил на горизонте сверхмассивной Черной дыры точно 1 кГ, её масса должна быть равна

$$M_{ЧД} = \frac{c^4}{4G} = \frac{81 \times 10^{32}}{4 \times\ 6{,}67 \cdot 10^{-11}} \approx 3 \times 10^{43} kg \approx 3 \times 10^{13} M_c$$

Гравитационный радиус (размеры) такой Черной дыры

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times\ 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 3 \times 10^{43}}{9 \times 10^{16}} \approx 4 \times 10^{15} m \approx 0{,}4\ \ св.лет$$

Это огромные размеры даже для сверхмассивной Черной дыры. Но эти же размеры ничтожно малы даже в масштабах нашей галактики. Конечно, возможность образования такой Черной дыра, выглядит все-таки довольно сомнительно, поскольку она почти в 1000 раз больше массы возможного кандидата на предельную сверхмассивную Черную дыру. Считается, что Черные дыры в квазарах, имеющих аккреционные диски, не могут иметь массу больше, чем $5 \times 10^{10} M_C$. Тем не менее, как обычно говорят, физически она ничему не противоречит. На горизонте событий такой Черной дыры действует сила притяжения как на поверхности Земли. Что может помешать световому лучу покинуть его? Есть даже возможность подняться космолету над этим горизонтом. Другими словами, обмен ролей времени и расстояния под горизонтом Черной дыры в этом случае выглядит плохо обоснованным. Двигаться в обратном направлении времени невозможно, но здесь, при якобы обмене ролями, такая возможность явно просматривается. Конечно, если все-таки настаивать, что это движение является движением во времени, в прошлое, то фактически сверхмассивная Черная дыра объявляется самой что ни на есть настоящей, реальной и доступной машиной времени со всеми сопутствующими ей парадоксами нарушения причинности.

Почему это так? Из чего следует, что из-под горизонта сверхмассивной Черной дыры вопреки утверждениям теории относительности можно уйти? Рассмотрим ситуацию с обратной стороны, откуда возникло утверждение о невозможности уйти из-под горизонта.

Допустим, что некий космолет попадает под горизонт такой сверхмассивной Черной дыры. Согласно уравнениям теории относительности, теперь уже даже скорости света недостаточно, чтобы улететь или послать световой сигнал наружу. Однако это утверждение имеет несколько иные основания, чем традиционно молчаливо подразумеваемые. На гравитационном радиусе Черной дыры невозможна *стационарная* орбита спутника, поскольку тангенциальная скорость, равная скорости света, для него недостижима. Обращаем внимание: скорость *тангенциальная*, то есть, перпендикулярная к радиусу. В этом, собственно, и состоит смысл первой или второй космической скорости, из которых и следует гравитационный радиус. Однако первая космическая скорость определяет условие инерционного (без двигателей) движения по некоторой орбите. В случае сверхмассивной Черной дыры на космолет может действовать сила притяжения, не превышающая таковую на поверхности Земли. Возникает естественный вопрос: что может помешать звездолету, включив двигатели, подняться вверх, удалиться от центра Черной дыры? Конечно, и уйти на бесконечность ему будет непросто: потребуется очень много топлива. Но главное – уйти из-под горизонта такой Черной дыры в принципе ему ничто не мешает. И, тем более, послать наружу световой или радиосигнал.

Можно возразить, что эти рассуждения явно опираются на формализм ньютоновой физики. Но тогда выходит, что в области своей применимости, согласно заявлениям теории относительности, ньютонова физика предсказывает *иной* исход, чем теория относительности, что для последней автоматически становится противоречием. Таким образом, мы видим явные отклонения от общепринятых выводов теории относительности, выявленная её математическими средствами возможность

обойти её же запрет: уйти из-под горизонта сверхмассивной Черной дыры и обмениваться сигналами с внешним миром в принципе возможно. А это и означает, что обмен ролей времени и пространства является чисто формальным, визуальным, но не имеющим физического воплощения. Для первичной Черной дыры, сразу после коллапса невозможность ухода из-под горизонта вовсе не связана с таким обменом ролями.

Кроме этого, обмен ролей пространства и времени внутри Черной дыры очень часто связывают с возникновением замкнутых геодезических. По чисто логическим соображениям – это довольно спорный момент. Действительно, нередко можно встретить описание, что, попав под горизонт событий Черной дыры, можно совершить путешествие в обратном направлении времени и попасть в собственное прошлое. В этом случае появляется возможность встретить себя самого до начала путешествия. Но при этом возникает ряд тонкостей. Отговорить себя от путешествия уже не удастся, поскольку в прошлое можно вернуться по замкнутой геодезической только *уже* оказавшись под горизонтом событий. В этом случае возникает целый ряд и других противоречий. Совершив круг по этой геодезической, путешественник оказывается в исходной точке и, как считается, встречает там себя. Однако следует уточнить некоторые детали. Он встречает себя, очевидно, целиком, без изъянов. Руки-ноги целы, что ещё? Но, продолжив, мы должны признать, что и одежда также вся при нём, почему нет? Следовательно, и скафандр, как же без него? Но и под горизонт путешественник попал не с пустыми руками и ногами: кресло, пульт управления космолетом, да и сам космолёт тоже должны оказаться тут же. Поэтому и себя прошлого он встретит в такой же "комплектации". Отговаривать себя-прошлого от движения по замкнутой геодезической астрофизик - новый вряд ли станет, если сделает несложные умозаключения. Он - новый оказался в этой точке только потому, что он - исходный сделал такое путешествие. Если отговорить его - себя от путешествия, то он - новый, видимо, должен сразу же исчезнуть, поскольку он является фактически результатом этого путешествия.

Впрочем, отказаться от путешествия, как принято считать, попросту невозможно – гравитация сингулярности исключает такую возможность. Значит, теперь уже они оба вместе со своими звездолетами отправятся вновь в новое путешествие по все той же замкнутой геодезической. Если они как-то смогут вновь избежать падения на сингулярность, то через достаточно короткое время вновь окажутся в этой же точке замкнутой геодезической. И, очевидно, опять встретятся со своими исходными версиями. Как видим, теперь уже звездолетов и звездолетчиков стало четыре. Каждый виток по замкнутой геодезической будет удваивать их количество. За очень короткое время все они уже попросту не смогут поместиться под поверхностью горизонта событий, что, конечно же, является явным абсурдом, нелепостью.

О замкнутых геодезических критически высказывался и Хокинг. По его мнению, такие геодезические существовать не могут. Высказано это даже в форме теоремы. Правда, теорема тоже не лишена противоречий. На рисунке к ней указывается область пространства, в которой якобы такие геодезические отсутствуют. Но пространство замкнуто, поскольку указано, что его границы отождествлены. Несомненно, в таком замкнутом пространстве замыкание геодезических не является неизбежным и необходимым. Но и невозможным оно также не является. Для их исключения можно, конечно, издать запрещающий закон. Но сама принципиальная *возможность* их замыкания является уже вполне достаточным основанием для признания этой модели парадоксальной. Как и в парадоксе дедушки, убийство его вовсе не обязательно, но сам парадокс при этом никуда не исчезает. Или, скажем, некий пацифист отправляет атомную бомбу в прошлое на завод, где такие и эта бомба изготавливаются. Здесь уже запретить ей уничтожить завод нельзя никакими законами. Принципиальная *возможность* наступления события делает его *неизбежным*...

Добавим в заключение, что на этом странные интерпретации поведения Черных дыр не заканчиваются. Об их магических, вернее даже, мистических свойствах сказано немало.

Достаточно только вспомнить популярную ныне идею о голографической Вселенной в духе кинофильма "Матрица" [см. приложение Информация и энтропия Черной дыры, с.372], или тоннели в другие Вселенные, которые они открывают.

Падение фотона на горизонт Шварцшильда

Одной из простейших, но, тем не менее, интересных задач является задача о свободном радиальном падении на шварцшильдовскую Черную дыру материальных частиц или фотонов. В нашем случае интерес к ней состоит в ожидаемой возможности увидеть процесс образования, возникновения параллельного мира, возможности осуществления движения по неким дополнительным гиперпространственным измерениям. Для построения уравнений движения рассмотрим уравнение интервала в сферических координатах:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Падение будем рассматривать, как и многие другие авторы, вдоль нулевой угловой координаты, поскольку в этом случае последнее слагаемое обнуляется:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

Для построения уравнений движения, то есть, зависимости от времени удалённости частицы от горизонта событий, нам необходимы дополнительные условия. Воспользуемся методом, описанным в работе [23, с.5]. Первым очевидным уравнением является уравнение движения фотона, поскольку для него интервал ds^2 равен нулю:

$$0 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

После преобразования получаем:

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2=\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2$$

и

$$dt=\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr=\frac{r}{r-2m}dr$$

Вычисление интеграла [см. приложение П01. Уравнение движения фотона, с.334] на интервале от r_0 до некоторой текущей точки дает выражение:

$$t=\int_{r0}^{r}\frac{r}{r-2m}dr=r-r_0-2m\ln\left(\frac{r_0-2m}{r-2m}\right)$$

Для простоты, краткости в качестве верхнего предела интегрирования сразу же взята сама переменная. Отметим, что это решение с точностью до констант и знака совпадает с решениями, полученными Боулером [25, с.181]:

"Время, необходимое свету для того, чтобы пройти от r_1 до r_2, можно найти, интегрируя (10.2.2):

$$t=\int_{r1}^{r2}\frac{dr}{1-2GM/r}=\left(r_2-r_1\right)+2GM\ln\left(\frac{r_2-2GM}{r_1-2GM}\right).\ (10.2.3)"$$

и Новиковым [60, с.13]:

$$t=\frac{r_1-r}{c}+\frac{r_g}{c}\ln\left(\frac{r_1-r_g}{r-r_g}\right)+t_0\ \ (2.3.3)$$

Собственно говоря, это изотропное решение достаточно очевидно и его приводят многие другие авторы практически в одном и том же виде [21, с.91; 27, с.87; 40, с.410; 53, с.419]. Действительно, если принять $c = 1$, $r_g=2m$ и эквивалентно заменив индексы, уравнение (2.3.3) приобретает такой же вид, как и (10.2.3) с точностью до знака, который просто означает направление движения фотона.

По такой же методике теперь можно попробовать составить аналогичные уравнения движения и для двух других значений интервала – времениподобного и пространственноподобного. Более простым является пространственноподобный

интервал, поскольку он сразу же приводит к элементарному (тахионному) решению. Нам известно, что гравитационное поле вокруг стационарной Черной дыры также является симметричным статическим, стационарным. Действительно, если мы измерим гравитационный потенциал в некоторой точке пространства рядом с Черной дырой, то он будет таким же и через любой интервал времени. То есть, потенциал не зависит от времени. Таким образом, как мы выше обнулили (отбросили) значение интервала, так и здесь мы имеем очевидное право обнулить (отбросить) временну́ю составляющую интервала:

$$ds^2 = \left[-\left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 = 0 \right] + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

Следовательно, в этом случае интервал описывает пространственноподобную метрику, тахионы, поскольку очевидно, что в этом случае значение квадрата интервала при r > 2m явно имеет положительный знак. Подставляем это значение в исходное уравнение и находим:

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

После элементарных преобразований получаем:

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 = 0 \rightarrow t = const$$

Результат имеет вполне разумное и очевидное объяснение: любому расстоянию, удаленности такой частицы от горизонта событий соответствует один и тот же момент времени, момент испускания частицы, тахиона.

Здесь следует отметить, что тахионные решения в общей теории относительности являются весьма спорными и неприятными для неё:

"Возможность того, что в дополнение к более привычным частицам с положительными массами наш мир может содержать тахионы, изучалась физиками еще до появления теории струн, однако их работы показали, что создать непротиворе-

чивую теорию, включающую тахионы, чрезвычайно трудно, если вообще возможно" [36, с.209].

Более того, астрофизик Стивен Хокинг вообще прямо исключает такую возможность существования тахионов в общей теории относительности:

"Наша формулировка теории относительности исключает возможность существования частиц вроде тахионов, движущихся по пространственноподобным кривым" [78, с.72]

Тем не менее, приведенное тахионное решение уравнения Шварцшильда, в общем, не выглядит противоречивым и вполне может быть рассмотрено.

Наконец, как и для тахиона, подобным же методом рассмотрим и решение для времениподобных частиц. Отметим, что в явном, определенном виде это решение получить довольно сложно и для учета всех условий движения следует использовать специальные приемы, дополнительные условия [см. приложение П02. Уравнение движения частицы, с.335]. Поскольку неявно все эти решения рассматривают движение частиц из бесконечности, то вблизи горизонта событий любая массивная частица достигнет практически скорости света:

"... при движении "к черной дыре" ... частица вскоре перестает испытывать сколь-нибудь эффективное влияние любого потенциала и по существу движется свободно к уменьшающимся значениям r* ... "со скоростью света" (dr*/dt ≈ – 1)" [59, т.2. с.332].

Поэтому в этом случае мы принудительно изменяем знак квадрата интервала на времениподобный и такое решение "в лоб" фактически совпадает с полученным выше решением для фотона:

$$dt = 2\left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr = \frac{r\sqrt{2}}{r - 2m} dr$$

Здесь мы просто принудительно изменили знак квадрата интервала, сделав его отрицательным, соответствующим времениподобной метрике стационарного гравитационного поля. Очевидно, что это уравнение не описывает движение массив-

ной частицы из состояния покоя с *определенного* расстояния от горизонта событий. Полученное уравнение при интегрировании с точностью до постоянного множителя приводит к уравнению движения светоподобных частиц, фотонов вида:

$$t = \sqrt{2}(r - r_0) - 2\sqrt{2}m \ln\left(\frac{r_0 - 2m}{r - 2m}\right)$$

Используя три полученные уравнения, построим графики движения трех типов частиц:

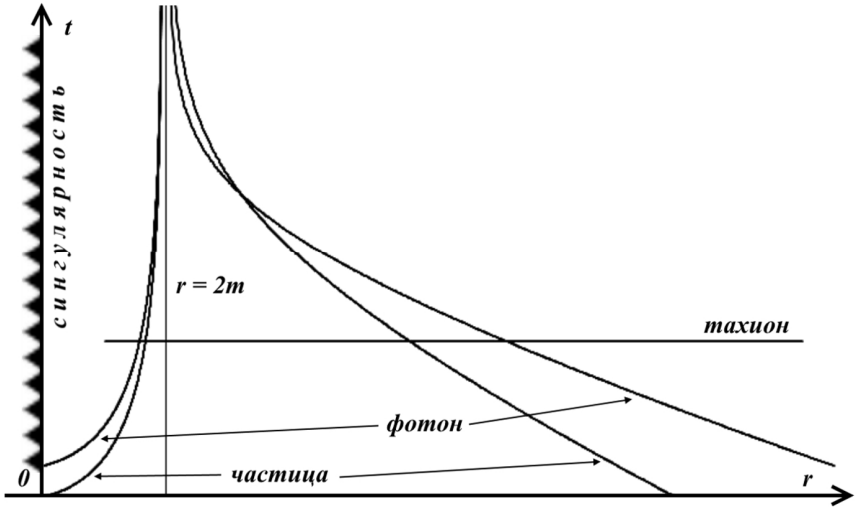


Рис.4.1. Графики движения фотона, тахиона и частицы

На рисунке хорошо видна проблема, создаваемая тахионом для теории относительности: время его движения до горизонта событий даже для внешнего наблюдателя конечно и, прямо говоря, равно нулю. Очевидно, что тахион продолжит своё движение вплоть до сингулярности и, вполне возможно, пройдёт Черную дыру насквозь. На графиках частицы начинают движение друг за другом: сначала вещественная, затем фотон, причем, с большего удаления, чем частица, и затем тахион. Видим, что фотон догоняет частицу, а тахион, вообще обгоняет их мгновенно, причем в один и тот же момент времени.

Здесь мы можем отметить, что в исходных координатах Шварцшильда во внешней области аналитика и геометрия вполне непротиворечивы. Недоступная для внешнего наблюдателя область под горизонтом событий в данном случае пока не дает никаких оснований для гипотез о параллельных мирах: диаметр Черной дыры имеет конечные размеры в пространстве, а тахионные решения даже не исключают возможности прохождения Черной дыры насквозь. Кроме того, уравнения Шварцшильда, строго говоря, допускают решение и для внутренней области. Для этого мы можем просто дополнить приведенные графики для фотона и частицы. Для тахиона в этом нет необходимости – он и так свободно достиг сингулярности.

Для этого вновь возьмем исходное уравнение и исправим его под интервал от 0 до 2m:

$$t = r - 2m\ln\left(\frac{-2m}{r-2m}\right) = r - 2m\ln\left(\frac{2m}{2m-r}\right)$$

Как и выше, здесь также можно обнаружить, что с ростом r от нуля (сингулярность) до 2m (горизонт) с точки зрения внешнего наблюдателя время увеличивается от нуля до *минус* бесконечности, то есть, формально течет в прошлое. Если же рассматривать движение в нормальном направлении – от горизонта до сингулярности, то направление течения времени, вроде бы, аналитически восстанавливается, но становится неясным, как могло возникнуть такое движение до того, как частица упала под горизонт, причем произошло это в бесконечно далеком будущем.

Однако нас здесь интересует иное. Хотя частица под горизонтом и движется в непонятно каком направлении, но, тем не менее, течение этого времени и движение явно происходят все-таки в нашей Вселенной. Никаких параллельных миров здесь не видно и не требуется.

Для полноты картины, рассмотрим теперь поведение фотона под горизонтом с учетом обмена ролей пространства и времени, воспользовавшись уравнениями, предложенными

Новиковым [60, с.19], сразу переписав его с привычным обозначением координат:

$$ds^2 = -\left(1+\frac{2m}{t}\right)^{-1} dt^2 + \left(1+\frac{2m}{t}\right)dr^2 + t^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Первое, что замечаем – это кажущееся исчезновение сингулярности. Приведём уравнение к радиальному виду, отбросив сферический член, поскольку мы рассматриваем радиальное падение:

$$ds^2 = -\left(1+\frac{2m}{t}\right)^{-1} dt^2 + \left(1+\frac{2m}{t}\right)dr^2$$

Для фотона метрика приобретает следующий вид

$$0 = -\left(1+\frac{2m}{t}\right)^{-1} dt^2 + \left(1+\frac{2m}{t}\right)dr^2$$

После преобразований получаем

$$\left(1+\frac{2m}{t}\right)^{-1} dt^2 = \left(1+\frac{2m}{t}\right)dr^2$$

И, наконец

$$dr = \left(1+\frac{2m}{t}\right)dt = \frac{t}{t+2m}dt$$

Как видим, получен точно такой же интеграл, как и для внешней области. Поэтому сразу же его и записываем:

$$r = t - t_0 + 2m\ln\left(\frac{t_0+2m}{t+2m}\right)$$

На что мы сейчас можем обратить внимание? Как видим, оси координат согласно нашей замене действительно обменялись ролями. Согласно произведенным заменам находим диапазоны изменения величин. Принимая скорость света равной единице, записываем: $r = -\tilde{T}$, $t = \tilde{R}$. Внутри Черной дыры замененная переменная изменяется в диапазоне $0 < r < 2m$, следовательно, новая переменная $\tilde{T}$ получает диапазон $-2m < t < 0$, а диапазон изменения новой величины $\tilde{R}$, которую мы вновь обозначили как привычную r, определим из уравнения:

$$r_0 = 0 - 0 + 2m \ln\left(\frac{0+2m}{0+2m}\right) = 0$$

$$r_1 = -2m - 0 + 2m \ln\left(\frac{0+2m}{-2m+2m}\right) \Rightarrow \infty$$

Это довольно неожиданный результат. Вроде бы, в исходном уравнении сингулярность отсутствовала, но здесь она проявилась вновь. Возникает естественный вопрос. Если мы обменяли обозначения переменных, нужно ли при этом откладывать их значения на этих же, теперь уже одноименных с ними осях? или оси тоже нужно переименовать? Ответов два. Бесполезный: если мы оси также переименуем, то мы сразу же возвращаемся к исходному, рассмотренному варианту, в котором мы ничего не переименовывали и не меняли ролей. Это, вообще-то, довольно очевидно: двойная замена возвращает всё на свои места. Если же, второй ответ, оси остаются с исходными названиями, то полученное уравнение не позволяет нам построить график движения. Попросту, на верхней границе диапазона новой переменной времени *не существует* значений новой переменной расстояний. Обмен ролей времени и расстояния *не имеет* геометрического, да и математического воплощения. Изобразить такой график на нашей диаграмме мы, конечно, можем, но он точно не будет соответствовать ожидаемым от него свойствам. Очевидно, он попросту повторит графики рис.4.1, соответствующие внешней области Черной дыры, но развернутые горизонтально, ветвями вправо. Появится своеобразный "горизонт событий времени", не имеющий ни физического, ни математического смысла.

Иначе говоря, обмен ролей времени и расстояний внутри горизонта событий невозможен, абсурден, а метрика Шварцшильда и без такого обмена, в исходном виде позволяет описать происходящие там процессы.

В заключение можно рассмотреть ещё один вариант тахионного решения – падение на горизонт других пространственноподобных частиц, не тахионов. Мы ожидаем, что в отличие от тахиона, эти частицы движутся со сверхсветовыми

скоростями, но не с бесконечно большими, мгновенными [см. приложение П03. Пространственноподобные частицы, с.340]. Как и для тахионов, для таких частиц квадрат пространственноподобного интервала положительный:

$$ds^2 = \frac{1}{1-\frac{2m}{r}}dr^2 - k^2 e^{2(r-2m)}\left(1-\frac{2m}{r}\right)dr^2 > 0$$

Здесь, задавая уравнение интервала, мы искусственно исключили чисто тахионное решение. Поскольку мы рассматриваем обычную метрику Шварцшильда, то такое значение квадрата интервала "заложено" в свойства самой частицы. Иными словами, частица "воспринимает" метрику Шварцшильда таким вот экзотическим образом. Подставляем это значение в радиальную метрику Шварцшильда и, интегрируя на некотором интервале, находим

$$t = ke^{r_0-2m} - ke^{r-2m}$$

Здесь параметр k обозначает скоростные свойства различных таких пространственноподобных частиц. При движении от точки r_0 до горизонта пройдет конечное время. Например, для r_0=4m время падения составит:

$$t_g = ke^{4m-2m} - ke^{2m-2m} = k(e^{2m}-1) \approx ke^{2m}$$

И до сингулярности, r = 0

$$t = ke^{4m-2m} - ke^{0-2m} = k(e^{2m} - e^{-2m}) > t_g$$

Следует отметить, что падение массивных частиц на Черную дыру рассматривают многие авторы, но результаты оказываются иными. Например, для массивной частицы, падающей на горизонт событий [59, т.2, с.334]:

"... не играет роли, обращаемся ли мы к координатному или собственному времени. Однако конечные стадии падения вновь сильно отличаются в зависимости от того, выражены ли они через собственное время (τ→0, r→0) или через шварцшильдовское координатное время

$$r/2m = 1 + 4e^{-8/3}e^{-t/2m} \quad (25.39б)"$$

В итоге можно сделать заключение, что прямое, буквальное рассмотрение шварцшильдовского движения частиц не ведет к необходимости дополнения пространства-времени новыми измерениями или параллельными Вселенными.

Диаграммы Крускала-Шекереса

Как мы видели в работе Эйнштейна, появление дополнительной параллельной Вселенной определенно связано с её искусственным, принудительным внедрением, списываемым на попытку устранения координатной сингулярности. В дальнейшем для этой же цели были разработаны и другие системы координат, которые также опираются на специфические замены переменных. Вполне ожидаемо, что такие замены либо явно, либо скрытно способны расширить пространство-время метрики Шварцшильда. Строго говоря, метрика Шварцшильда описывает *полностью* всё реально существующее, доступное для восприятия пространство-время. В ней время изменяется на бесконечном интервале, а сферические координаты охватывают всю Вселенную. Исходя из этого, любое расширение пространства-времени Шварцшильда следовало бы рассматривать с очевидных математических позиций: любое решение должно входить в область определения и изменения функции. Тем не менее, геометрию Шварцшильда расширяют:

"Система координат, которая наиболее полно охватывает геометрию Шварцшильда, известна как система координат Крускала - Шекереса" [59, т.3, с.18].

"Наиболее полно" в данном случае звучит как заявление о недостаточной полноте метрики Шварцшильда. Действительно, а каковы основания ограничивать существующий реальный мир, Бытие метрикой Шварцшильда? С другой стороны, строго говоря, и расширение этой метрики не имеет ни логических, ни физических или математических противоречий. Если мы постулятивно добавляем к нашей реальности новые пространственные измерения, то получаем, в общем-то, допустимые,

осмысленные решения. Поэтому расширение метрики Шварцшильда, очевидно, следует рассматривать именно с этой позиции: осмысленности, логической непротиворечивости, отсутствия абсурдов.

В этой связи вряд ли следует рассматривать в качестве опровержения имеющиеся расхождения в рассуждениях разных авторов. Однако это не является и основанием для отказа от, возможно, чрезмерно критичного отношения к этим рассуждениям.

"Координаты Крускала - Шекереса показывают, что в пространстве - времени Шварцшильда имеются две "сингулярности $r = 0$" и две "внешние области $r \to \infty$"

В системе координат Крускала-Шекереса сингулярность $r = 0$ расположена в том месте, где $v^2 - u^2 = 1$. Таким образом, фактически имеется не одна, а две сингулярности …

Таким образом, и здесь имеются фактически две внешние области" [59, т.3, с.29].

В литературе существует множество изображений координат Крускала-Шекереса, например:

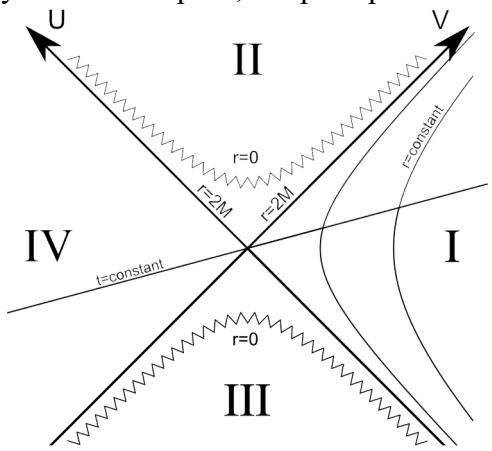


Рис.4.2. Вариант изображения диаграмм Крускала

На рисунке изображена диаграмма Крускала из статьи [1, с.20, fig.1.1]. Различаются они детализацией, полнотой, цветностью. Например, на рисунке, приведенном в учебнике

"Гравитация" [59, т.3, с.32] оси *v-u* направлены, соответственно, вертикально и горизонтально. Это измененные оси по отношению к исходным диаграммам Крускала, на которых основными являются диагональные оси U-V, как показано на рисунке 4.2. Можно также встретить диаграмму, на которой вертикальная и горизонтальная оси обозначены как T-X [63, 9]. На диаграммах Крускала в исходном варианте сразу же возникают четыре попарно симметричные области как их неотъемлемое аналитическое свойство. Авторы задаются выглядящим вполне уместно вопросом:

"Как это может быть? Когда геометрия описывается в шварцшильдовских координатах, она содержит одну сингулярность и одну внешнюю область; но когда геометрия Шварцшильда описывается в координатах Крускала-Шекереса, в ней появляются две сингулярности и две внешние области. Ответ состоит в том, что шварцшильдовская система координат охватывает лишь часть пространственно-временного многообразия; эту систему координат следует представлять себе как местную координатную сетку, наложенную лишь на часть этого многообразия"

"С помощью преобразования координат, приводящего к координатам Крускала-Шекереса, мы получаем метрику, которая покрывает все (или почти все) многообразие и которая является аналитическим продолжением ограниченного шварцшильдовского решения" [59, т.3, с.29].

Но с ответом этим вряд ли можно согласиться. Во всяком случае, есть другой, куда более очевидный ответ. Такое преобразование координат привело к *созданию с нуля дополнительной метрики*, которая на самом деле не *покрывает* всё (или почти всё) многообразие, а *добавляет* к исходному *полному* многообразию Шварцшильда его копию, дубль. Очевидно, здесь механизм такого добавления, в общем, тождественен тому, что использовал Эйнштейн при создании параллельных миров и мостов между ними. Как и там, здесь дополнительное пространство-время возникло в результате квадратичной замены исходных координат.

Как и в случае с эйнштейновским расширением метрики Шварцшильда здесь так же можно безгранично увеличивать, продолжать "ограниченные шварцшильдовские решения". Можно, например, просто добавить ещё одну, вращательную координату, то есть, раскрутить координаты Крускала-Шекереса вокруг вертикальной оси. Из двух сингулярностей при этом будет образован двухполостной гиперболоид, из линий времени – конусы времени, а координатные сетки областей I и III станут набором гиперболоидов вращения. Как вариант, каждому значению введенного вращательного параметра $\varphi = \text{const}$ можно будет приписать свою собственную параллельную Вселенную, причем переход между ними теперь уже не требует специального моста-параболоида Фламма.

Очевидно, возможны как другие трактовки таких гиперболоидных координат Крускала-Шекереса, так и другие дополнительные погружения пространства в более многомерное пространство Евклида. Однако при всех этих модификациях следует отдавать себе отчет и, кстати, явно это указывать, что они никак не связаны с базовым пространством, метрикой Шварцшильда, а являются простым следствием её вольного, постулятивного расширения.

Белая дыра на диаграмме Крускала

Бесспорно, что сами по себе все эти диаграммы выглядят непротиворечиво и корректно отражают аналитические мировые линии [см. приложение П04. Координаты Крускала, с.341]. Для демонстрации рассмотрим гипотетический случай со звездолетом, совершающим замкнутый цикл полёта. В начальный момент времени эксперимента, в некотором отдаленном прошлом звездолёт находился на стационарной орбите вблизи горизонта событий Черной дыры – в точке А. Завершив запланированные эксперименты, астронавты отправляют световой сигнал удалённым наблюдателям и, для контроля, в сторону Черной дыры. Изобразим эту ситуацию на традиционной диаграмме Крускала-Шекереса. Для экономии места мы приводим

только основную часть диаграммы – область I, нашу Вселенную (рис.4.3). И сразу же обнаруживаем, что в традиционных координатах Крускала нулевую геодезическую мы не можем изобразить как прямую линию! Тем не менее, продолжим эксперимент. Звездолет удаляется от звезды с некоторой начальной скоростью и отрицательным ускорением. Достигнув наибольшего удаления, точки B, астронавты вновь отправляют два сигнала: один удаленным наблюдателям, другой – вновь в сторону Черной дыры. И эти нулевые геодезические на диаграмме изобразить в виде прямых линий нам не удалось.

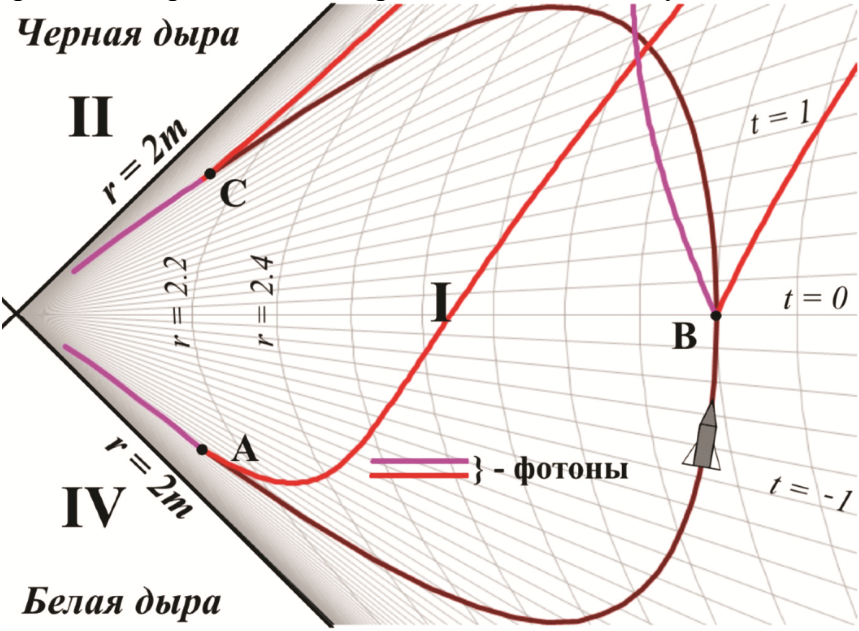


Рис.4.3. Эксперимент со звездолетом

Наконец, звездолёт вновь приблизился к исходной стационарной орбите, в точку C, с которой вновь посылает два световых сигнала. Как видим, в исходном варианте диаграмм Крускала светоподобные геодезические заметно отличаются от привычного изотропного вида, когда они строго прямолинейны и наклонены под 45 градусов к горизонту. Связано это, очевидно, с особенностями использованной координатной сетки

диаграммы. Действительно, если попытаться построить наугад, веером прямые линии во всех возможных направлениях, то среди них светоподобных мы вообще не найдём. Криволинейными оказываются все геодезические, и времениподобные, и светоподобные и пространственноподобные (кроме линий времени, то есть, пространственноподобные, тахионные) – рис.4.4. На рисунке изображены 36 прямых линий с угловым интервалом в 10 градусов, выглядящие как паук. Как видим, среди них собственно прямых линий нет, кроме одной – горизонтальной оси. Более того, левые стороны всех геодезических при продлении сходятся в левом углу диаграммы (к центру, если рассматривать полный вариант диаграммы).

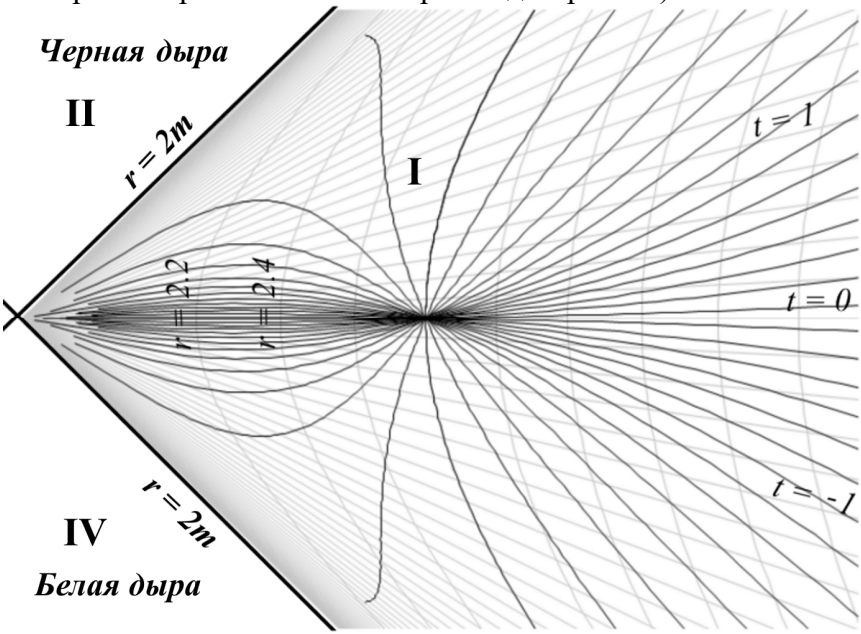


Рис.4.4. Веер прямых линий на диаграмме Крускала

Но, может быть, это особенность координатной сетки в данном варианте, на основе уравнений [59, т.3, с.28]? Чтобы проверить это, построим такое же семейство прямых линий на диаграмме Крускала-Шекереса в версии Строминжера – рис.4.5. Как и на предыдущих рисунках, здесь в полном размере

также показана только область I – наша Вселенная. Поскольку в базовом варианте уравнения Строминжера [14, с.12] создают координатную сетку диаграммы Крускала в таком наклонном, диагональном виде, мы тоже не стали поворачивать её к традиционному положению.

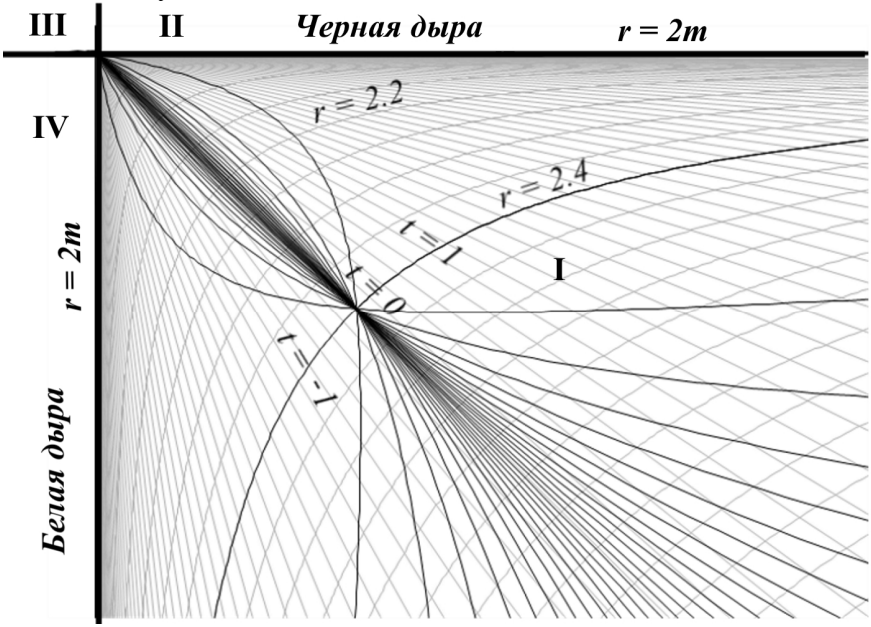


Рис.4.5. Веер прямых линий на диаграмме Крускала

Главное видно и так: пучок прямых линий всех возможных направлений показывает, что светоподобные геодезические получить не удалось и в этом случае. Как и выше, имея уравнения координатной сетки, мы обычным способом нанесли на неё графики аналитических функций $r = kt+r_0$. Функция задаёт прямую линию, направление которой определяет коэффициент k, а параметр r_0 означает лишь её параллельный перенос. Поэтому, если на диаграмме Крускала-Шекереса с исходной радиальной сеткой r = const будут изображены светоподобные линии с наклоном в 45 градусов, к этому следует отнестись предельно скептически.

Черепашья координата

Внимательный анализ возникшей странности показал, что криволинейные нулевые геодезические неожиданным образом оказались связанными с так называемой черепашьей координатой. Такое название получило одно из специфических выражений в формализме теории гравитации. Собственно название само по себе связано с одной из апорий древнегреческого философа Зенона о быстроногом Ахиллесе, который никогда не догонит неторопливую черепаху. Судя по всему, автор апории не был знаком с понятием математического ряда и его суммы, но аллегория прижилась. Как правило, уравнение черепашьей координаты в литературе [59, т.2, с.331] приводится в следующем виде:

$$r^* = r + 2m\ln\left(\frac{r}{2m} - 1\right) \quad (25.31)$$

Рассмотрим это выражение более подробно, для чего тривиально преобразуем его к сопоставимому виду

$$r^* = r + 2m\ln(r - 2m) + C$$

Теперь сравним это выражение с полученным ранее (здесь, Новиков, Боулер) решением для фотона, падающего на горизонт событий Черной дыры Шварцшильда

$$t = r - r_0 - 2m\ln\left(\frac{r_0 - 2m}{r - 2m}\right)$$

Приведем и это выражение к такому же виду, что и для черепашьей координаты, выделив константу

$$t = r + 2m\ln(r - 2m) + C$$

Теперь сравним эти два преобразованных выражения:

$$t \equiv r^* = r + 2m\ln(r - 2m) + C$$

Как видим, черепашья координата r* удивительным образом оказалась формулой для времени движения фотона, *полностью* совпав с нею. Уравнивание времени и расстояния не должно вводить в заблуждение, поскольку здесь просто заву-

алирована скорость света c = 1. Но на этом странности черепашьей координаты не закончились. В литературе эта координата встречается довольно часто. Например, в учебнике "Гравитация" эта координата упоминается более десятка раз, и утверждается, что она

"... была введена Уилером ... и популяризовалась Редже и Уилером ..." [59, т.2, с.331]

Однако, что выглядит также довольно странно, по приведенным ссылкам в каждом из двух упомянутых источников, во-первых, название "черепашья координата" (tortoise coordinate) вообще не встречается, а, во-вторых, её запись используется лишь один раз, как подстановка и в дальнейшем больше нигде не используется и не упоминается, что на популяризацию мало похоже. Кроме того, в этих источниках она имеет явно иной вид:

$$dr^* = \exp^{(\lambda-\nu)/2}\, dr$$

Хотя в [59, т.2, с.332] и отмечается, что, если бы этой координаты не было, то её нужно было бы придумать, это мнение не выглядит достаточно обоснованным, а сама координата не лишена противоречий.

Можно предположить, что главное назначение черепашьей координаты, хотя об этом прямо нигде не заявлено, – это спрямление нулевых геодезических на исходных диаграммах Крускала-Шекереса, что видно на рисунке 4.6. В исходной версии диаграмм, как мы только что обнаружили, нулевые геодезические невозможно изобразить прямыми линиями с уклоном в 45 градусов, что автоматически делает невозможными и световые конусы. При использовании черепашьей координаты исходные координаты Крускала на самом деле просто деформируются, но весьма удобным образом. Можно даже сказать, что эта координата на самом деле является уравнением нулевой геодезической. Как видно на рисунке 4.6, теперь семейство, веер прямых линий, построенных с использованием черепашьей координаты, содержит нулевые геодезические.

Выбраны линии, проходящие через одну точку, но имеющие разный угол наклона (то есть, скорость частицы). Как видим, действительно прямыми линиями являются только световые, нулевые геодезические (выделены). Следует отметить, что в этом случае линии r = const (параболы) традиционной сетки на диаграммах Крускала, видимо, уже не являются точными значениями радиальной координаты.

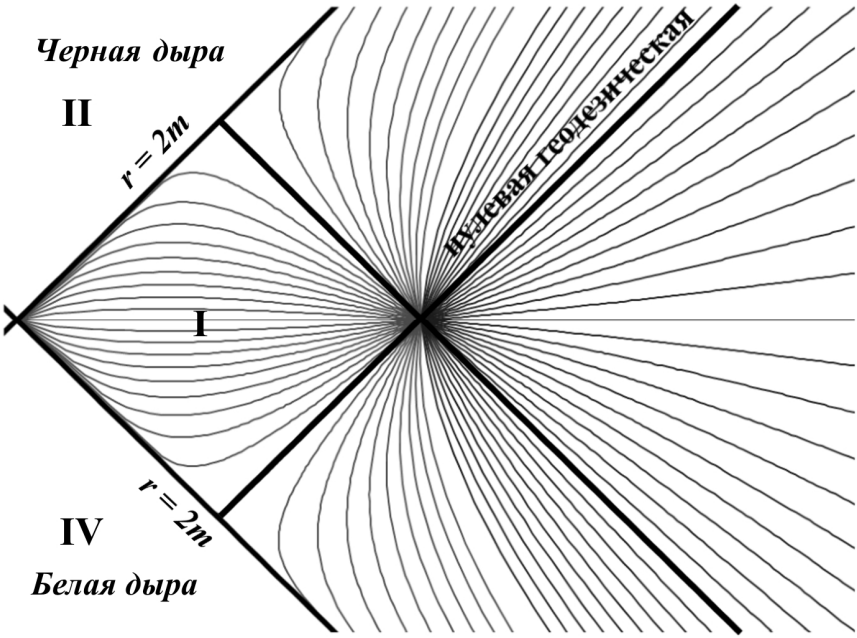


Рис.4.6. Семейство прямых линий на диаграмме Крускала в черепашьих координатах

Для обеспечения изотропности диаграммы Крускала её координатная сетка должна принципиально отличаться от исходной сетки. Линии r = const на такой диаграмме располагаются по экспоненциальному закону: r ~ exp(u) – рис.4.9. Теперь мы можем, используя черепашью координату, исправить наш рисунок 4.3 с экспериментом на звездолете. И здесь совершенно неожиданно на приведенных диаграммах мы обнаруживаем ещё одну странность и даже, видимо, ранее никем не

озвученную проблему. Посмотрим внимательно на рис.4.7 и опишем изображенную на нем картину буквально, детально. Итак, мы видим, как звездолёт совершил бросок из окрестностей Черной дыры из точки А на некоторое удаление от неё, в точку В, после чего вновь вернулся на исходную орбиту в точку С. Мы не будем придираться к пространственноподобному виду его мировой линии, это всего лишь демонстрационный пример. Примем, что на звездолете установлены тахионные двигатели достаточной мощности. Считается, что разогнать космический корабль до субсветовых скоростей обычными химическими двигателями невозможно. Тягу должны создавать носители, сами движущиеся с субсветовой скоростью. Тахионы для этой цели подходят как нельзя лучше.

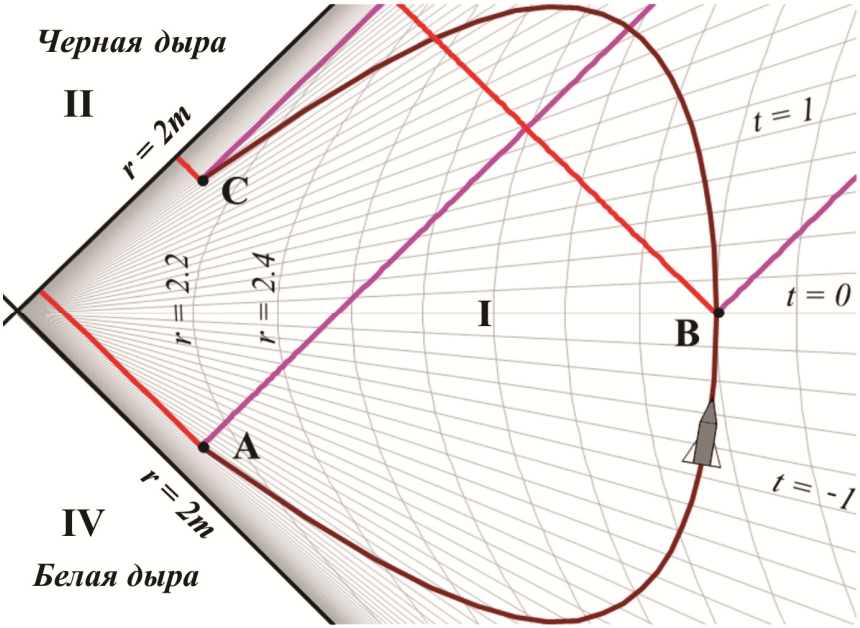


Рис.4.7. Эксперимент на звездолете

В процессе движения со звездолёта трижды подавались сдвоенные световые сигналы: один удалённым наблюдателям, а другой, зондирующий, эталонный – в сторону Черной дыры. Иными словами можно сказать, что один луч света испускался

вперед, по ходу движения звездолёта, другой, одновременно с этим – в обратную сторону. Если угодно – за спину, через плечо. Такие пары сигналов были отправлены в момент старта из окрестностей Черной дыры из точки А, затем в наивысшей точке траектории В, на максимальном удалении от Черной дыры. Последняя пара сигналов была отправлена в момент возвращения в исходную точку С.

Мы столь подробно описываем процедуру сигнализации неспроста. Во всех случаях сигналы были отправлены в сторону Черной дыры и в противоположную от неё сторону. И теперь самое интересное: смотрим на диаграмму рис.4.7. Там отчетливо изображены все эти шесть сигналов. В описании мы также четко и ясно отметили, что ни один из них не направлен куда-то в сторону: только к Черной дыре и только в противоположном от неё направлении. Но на диаграмме три сигнала странным образом направлены не куда-нибудь, а в сторону, графически противоположную положению Белой дыры, то есть от Белой дыры. Мы явно отметили: все эти сигналы направлены вовне, наружу от Черной дыры. Три сигнала – на Черную дыру, и три – в противоположном от неё направлении, и ни одного сигнала, направленного к Белой дыре или от неё.

Можно сколько угодно спорить и не соглашаться, но эта самая Белая дыра на самом деле – это всё та же, одна-единственная Черная дыра. Нет на диаграмме ничего, кроме этой единственной Черной дыры. То, что странным образом решили назвать Белой дырой, на самом деле всё та же Черная дыра, но просто-напросто за нашей спиной. Если мы смотрим на неё – она Черная дыра. А если отвернулись и смотрим в противоположном направлении, она стала Белой?

Из этого же непосредственно следует, что фактически нет никаких разных областей II и IV – это одна и та же область, и сингулярность в ней тоже одна и та же. Нет никакого анти- или антипараллельного горизонта, а сетка r = const "обтекает" этот угол диаграммы гладко, без разрывов. Отметим, что после изменения уравнений нулевые, светоподобные геодезические фотонов, искаженные выше на рис.4.3, приобрели желаемый

вид на рис.4.7: угол наклона строго 45 градусов или параллельно горизонтам событий Черной дыры. Но при этом оказалось, что собственно координатная сетка диаграммы Крускала теперь уже должна иметь совершенно иной вид. Теперь это уже изотропная сетка и "расширяется" она экспоненциально в обратном направлении: от сингулярности к бесконечности, что видно на следующем рисунке:

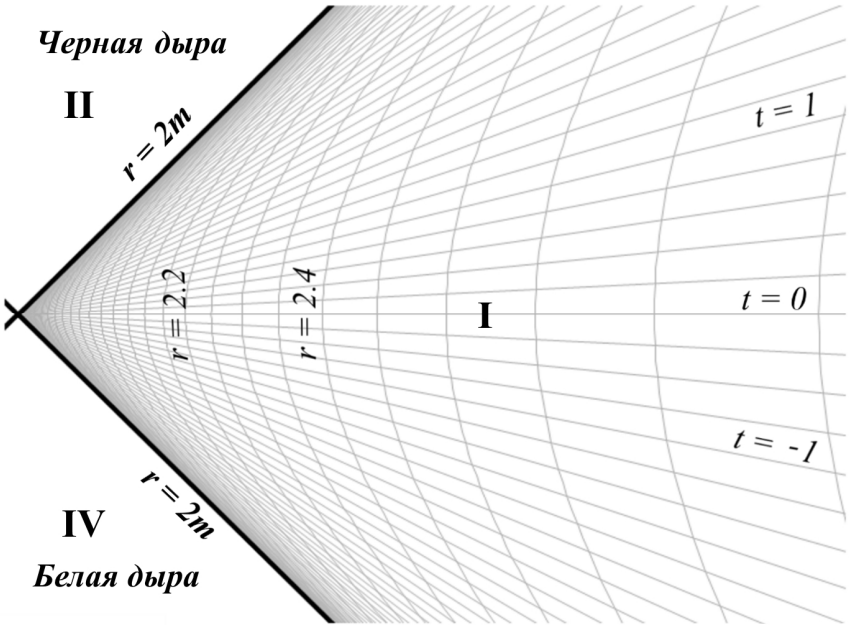


Рис.4.8. Изотропная координатная сетка Крускала

Здесь уместно вспомнить, каким образом были получены эти считающиеся разными сдвоенные области II и IV. Приведем примерную эволюцию координат Шварцшильда в диаграмму Пенроуза, несколько схожую с теми, что приводятся в литературе [49, с.164]. В исходном варианте координаты Шварцшильда рис.4.9а содержат одну сингулярность Черной дыры r = 0 и один её горизонт событий r = 2m. Затем начинается загадочная и не вполне последовательная деформация координат рис.4.9б. На некотором этапе без всякой видимой причины сингулярность Шварцшильда разрывается на две части

рис.4.9в. Заметим, что эта сингулярность, вообще-то начало координат, их нулевая точка. *Позади неё нет ничего*. Однако в момент её разрыва вдруг образовалась, материализовалась из ничего параллельная Вселенная. Смысл разрыва начала координат, удвоения начальной точки объяснить весьма непросто. Было одно начало координат, стало два. Например, как бы выглядели в таком контексте двойное возникновение Вселенной, сдвоенный Большой взрыв? Тем не менее, процесс разделения продолжается рис.4.9г: удвоенные куски сингулярности, два начала координат разводятся, так сказать, по своим углам ринга и располагаются горизонтально.

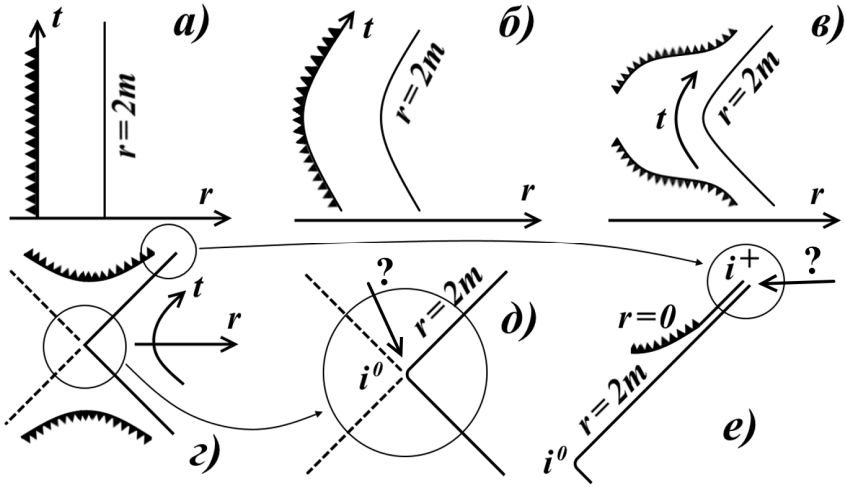


Рис.4.9. Эволюция координат Шварцшильда в диаграмму Пенроуза

А из пустого места, точки разрыва стремительно стала разрастаться эфемерная параллельная Вселенная. Конечно, это уже частные, мелкие детали. Главное состоит в другом: горизонт событий r = 2m буквально переломили надвое, согнув в прямой угол. После этого начинаются странные объединения линий. По сложно объяснимой причине из угла изогнутого горизонта событий "вытягиваются" из небытия две линии – параллельный и антипараллельный горизонты, такие же эфе-

мерные контуры эфемерной параллельной Вселенной. Но если мы внимательно присмотримся к этому "колену" горизонта r = 2m, присмотримся через очень сильный микроскоп, то мы не увидим на нём самом никаких ответвлений. Тем не менее, рис.4.9д, эти линии приклеивают к "колену" и присваивают ему собственное имя i^0. На самом деле, это не *единая* точка, это искусственное образование, которое даже формально не может иметь аналитического описания. Такая же процедура проделывается и в другой точке диаграммы рис.4.9е. Здесь дела обстоят ещё более странно, поскольку в этой окрестности собирается целый пучок линий, имеющих координаты от 0 до 2m. Тем не менее, этой окрестности также присваивается имя собственное – i^+. В итоге мы получаем довольно неестественное, но весьма удобное новообразование – максимально расширенное решение Шварцшильда. Главное в нём то, что разрезав *одну* и ту же, единственную сингулярность на две, мы стали считать, что теперь уже это две *разные* сингулярности. Но, как мы только что обнаружили, диаграммы решительно этому противятся, любые выкладки явно приводят нас к заключению: это по-прежнему одна и та же сингулярность одной и той же Черной дыры, одной и той же единственной Вселенной.

В этой связи возникают разные, довольно каверзные вопросы. Например, весьма странно теперь выглядят попытки построить мост, червоточину, проходящие в промежутке между двумя сингулярностями, если оказывается, что это, вообще-то, одна и та же сингулярность, точка и никакого "между" здесь в принципе быть не может. Попробуйте-ка, пройти между двумя столбами, если это один и тот же столб. Кроме того мост должен соединить нашу известную Вселенную с миражом, не имеющим никакой разумной истории происхождения.

Скорее всего, всем известен предмет мебели - трельяж. Он содержит три зеркала, два из которых обычно поворотные. В этих зеркалах мы видим три своих отражения. Конечно, если убрать среднее зеркало, то, вроде бы, в образовавшийся проём можно пройти между оставшимися двойниками. Это и есть подобия зеркальных двойников – Черной и Белой дыр.

Заметим, что у всех без исключения традиционных диаграмм с Черной и Белой дырой как следствие есть еще одно удивительное и крайне, невероятно забавное свойство. На таких диаграммах *любая точка* всегда, в любой момент диаграммного времени *одинаково удалена* от Черной и Белой дыры.

Действительно, давайте нанесем на диаграмму Крускала событие, произошедшее миллион лет назад в окрестности горизонта событий Черной дыры. Отметим это обстоятельство предельно четко и определенно: в окрестности Черной, а не Белой дыры. Изобразим это событие на диаграмме, изобразим условно, поскольку на диаграмме эту точку можно разглядеть только в электронный микроскоп. Итак, обозначим это событие буквой А.

Затем изобразим другое событие, которое произойдет, но теперь уже в окрестности Белой дыры, лишь через миллион лет. Скажем, в этот момент из неё вылетела последняя из оставшихся в ней частиц. Либо, как принято считать, где-то в связанную с нею Черную дыру упала эта самая частица и, туннелируя, вылетела из нашей Белой дыры. Это событие обозначим буквой В. Очевидно, что его мы тоже обозначим условно, поскольку и его на диаграмме Крускала можно разглядеть разве что в электронный микроскоп. А теперь посмотрим на получившуюся диаграмму рис.4.10.

Нет и нет! На диаграмме всё изображено верно: событие А – в окрестности Черной дыры, а событие В – в окрестности Белой. Но почему же на диаграмме мы явно видим обратное: событие А находится рядом с сингулярностью Белой дыры, а событие В – рядом с сингулярностью Черной?!

Вот в этом и состоит абсурд двух сингулярностей и пары дыр. Это *одна* сингулярность, это *одна*, Черная дыра, нет никакой Белой дыры с её анти-сингулярностью. Хотя между событиями А и В прошло два миллиона лет, но они всё это время, всегда находились в *одной и той же* точке пространства, на одном и том же удалении от горизонта событий - r_0. Это одна из *очевидных* особенностей таких диаграмм: на них в принципе *невозможно* изобразить точку, которая находилась бы на *раз-*

ном расстоянии от Черной и Белой дыры. Никакими ухищрениями ни на одну такую диаграмму *невозможно* нанести такое событие, чтобы оно к одной из сингулярностей было ближе, чем к другой.

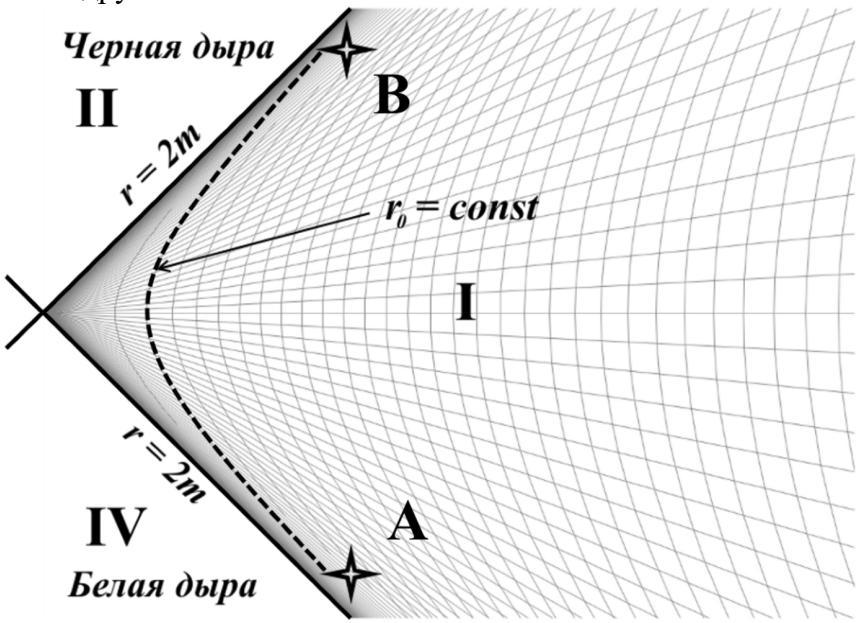


Рис.4.10. Два события в окрестностях Черной и Белой дыр

Любая точка на диаграмме Крускала или Пенроуза *всегда равноудалена* как от Черной, так и от Белой дыры, поскольку в один и тот же момент времени невозможно находится на разных расстояниях от одного и того же объекта. Нигде в литературе это свойство не описано.

Еще раз отметим: два нулевых куска оси координат на подобных диаграммах разнесены в разные места, что весьма неестественно. На диаграммах фактически присутствуют *два* начала координат: каждая из сингулярностей имеет нулевое значение координаты $r = 0$. Легко догадаться, что в этом направлении просторы для многомирового творчества не имеют границ.

Белая дыра на диаграмме Пенроуза

Итак, мы неожиданно обнаружили, что Черная и Белая дыра оказываются совмещенными, являются одной и той же единственной дырой с единственной сингулярностью. Возникает естественный вопрос: что осталось после такого слияния – Черная или Белая дыра? Рассмотрим ситуацию подробнее. Для этого обратимся к диаграмме Пенроуза для так называемой вечной Черной дыры – рис.4.11.

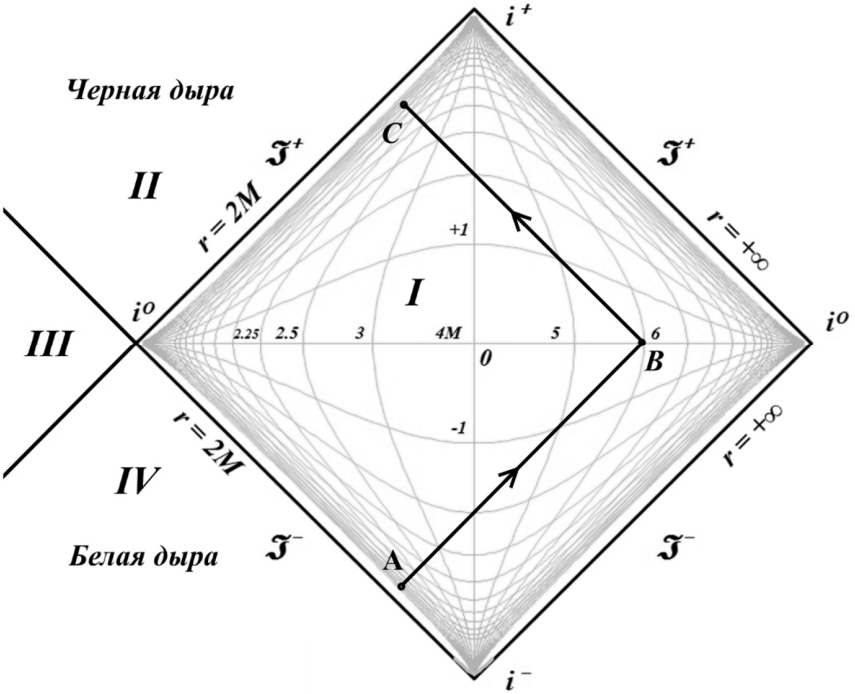


Рис.4.11. Диаграмма Пенроуза для вечной Черной дыры

Собственно говоря, понятие Белой дыры как раз и возникло из диаграмм подобного вида, одними из первых которых были, видимо, координаты Крускала-Шекереса. Если верхняя левая граница – это горизонт событий Черной дыры, то левая

нижняя граница, видимо, должна быть её антиподом, то есть, горизонтом событий Белой дыры.

Изобразим теперь уже на этой диаграмме некоторое произвольное событие А, находящееся в прошлом вблизи горизонта событий Черной дыры. И что мы обнаруживаем? Оказывается, визуально на диаграмме мы изобразили звездолёт вблизи горизонта событий Белой дыры. Но ведь требовалось изобразить его возле Черной дыры.

Ну, хорошо. Пусть теперь, как выше на диаграмме Крускала, этот звездолёт посылает прожектором, лазером луч света в противоположном направлении от Черной дыры, в сторону второго звездолета В. И вновь нам на диаграмме изобразить это не удаётся. Конечно, луч света точно направлен на звездолет В, но со стороны Белой дыры, из окрестностей её горизонта событий.

Как известно, на всех диаграммах Пенроуза лучи света изотропны и всегда изображаются прямыми линиями, параллельными сторонам, границам диаграммы. Правда, следует уточнить, что для диаграмм Пенроуза с горизонтами событий это правило в общем случае нарушается: в обычном их виде ни нулевые геодезические, ни световые конусы изобразить изотропно, с углами под 45° нельзя. Но нас это сейчас не должно беспокоить. Поэтому теперь попытаемся отправить со звездолёта В ответный световой сигнал – в сторону звездолёта А. Вне всяких сомнений в реальном пространстве-времени это возможно. Однако и в этот раз у нас возникают геометрические проблемы на диаграмме. Мы же видим: на диаграмме звездолёт А находится слева снизу, но направить туда луч света мы не можем, поскольку это будет движение в обратном направлении времени, в прошлое.

Поэтому единственное направление – это влево вверх. Именно в этом направлении для звездолёта В находится горизонт событий Черной дыры. И отправленный световой сигнал получит звездолёт С. Этот звездолёт находится в окрестностях горизонта событий Черной дыры.

Но что это за новый, третий звездолёт? Ведь мы изначально разместили в этой точке на диаграмме звездолет А? А дело в том, что это он и есть – звездолёт А, только в другой момент времени. Но теперь визуально он оказался уже в окрестности горизонта событий Черной дыры, куда мы его изначально и поместили.

Что же получается? Мы поместили звездолет А вблизи горизонта событий Черной дыры, но на диаграмме обнаружили, что он странным образом оказался вблизи, в окрестности горизонта событий Белой дыры. Затем мы послали два световых сигнал, и выяснилось, что второй сигнал получил звездолёт С, который оказался на самом деле звездолетом А и именно в той исходной точке, теперь уже точно в окрестности Черной дыры.

Конечно же, никаких чудес не произошло. Просто мы явно и недвусмысленно показали, что существует лишь один горизонт событий – Черной дыры, что существует лишь одна дыра – Черная, нет никакой Белой дыры, это иллюзия.

Как бы близко к любому из горизонтов мы ни располагали исходную точку звездолёта, всегда перед ним или позади него будет только одна и та же Черная дыра. Следовательно, нижний левый горизонт событий на диаграмме Пенроуза является горизонтом событий Черной дыры. Той же самой, что и слева вверху. Оба левых горизонта событий $r = 2m$ на диаграмме принадлежат одной и той же Черной дыре. Для Белой дыры на диаграмме Пенроуза просто нет места. Впрочем, как и вообще на любой другой.

Повторим, что, в сущности, это достаточно очевидно. Все линии $r = const$ являются сплошными, неразрывными линиями, изначально примыкающими к левому углу диаграммы, постепенно отдаляясь от него. Только такая трактовка горизонтов позволяет рассматривать полный диапазон движения в пространстве-времени диаграммы Пенроуза: от горизонта событий до бесконечности и обратно. Образ Белой дыры в такую картину попросту не вписывается.

Например, будет невозможно изобразить движение звездолёта прочь от Черной дыры, поскольку все эти направления

"от" оказываются закрепленными за мнимой Белой дырой. Но отказ от этого ошибочного понятия ставит всё на свои места.

Рассмотрим еще раз звездолет, такой же, что и на диаграмме Крускала выше. Звездолёт имеет сверхмощные двигатели, позволяющие ему вырваться из гравитации Черной дыры после приближения к ней на расстояние, например, r = 2.01m, что является вполне физически допустимой ситуацией. Затем, после удаления на расстояние, скажем, 6m, звездолет разворачивается и снова движется к горизонту событий, почти до соприкосновения с ним. На диаграмме Пенроуза без Белой дыры рис.4.11 такая мировая линия может быть изображена корректно, без каких-либо неопределенностей или условностей. Однако при замене нижнего горизонта Черной дыры на якобы горизонт событий Белой дыры такую картину на диаграмме изобразить невозможно, возникает двусмысленность. Изображая удаление звездолета от Черной дыры, на диаграмме мы фактически, визуально изображаем его удаление от Белой дыры.

Как видим, обнаруженная выше на диаграммах Крускала особенность присуща точно также и диаграммам Пенроуза. Изобразить движение от Черной дыры ни в координатах Крускала, ни на диаграммах Пенроуза невозможно, если считать нижнюю сингулярность присущей Белой дыре. На диаграммах Белая дыра появилась, очевидно, просто по недоразумению.

В сущности, этот абсурд, эту коллизию можно посчитать довольно странной. Является ли это парадоксом собственно Белой дыры, видимо, решать специалистам в этой области, физикам, виртуозно владеющим её математическими методами. Тем не менее, сам вопрос настолько очевиден, что остаётся лишь сожалеть, что это *заблуждение* годами кочует из учебника в учебник, из статьи в статью. До 24 января 2018 года никаких описаний этого парадоксального явления ни в литературе, ни в каких других источниках не найдено, то есть, здесь его описание приводится впервые. Напротив, во всех литературных источниках и учебниках описываются только мосты, червоточины, как каналы, проходящие строго *между двумя разными сингулярностями*. В основе последних, после-эйнштейновских

версий кротовых нор или мостов лежит относительно редко именуемый в литературе параболоид Фламма.

Параболоид Фламма

Практически во всех случаях уравнения для построения таких мостов - параболоидов, червоточин приводятся в литературе с довольно поверхностным, беглым обоснованием. Буквально, в виде готового результата. В интернете можно встретить утверждения, что собственно параболоид Фламма параболоидом как таковым не является. Правильнее говорить, что это просто имя нарицательное, относящееся к некоторому объекту, отчасти напоминающему параболоид.

В качестве достаточно прозрачного и наглядного обоснования традиционного уравнения моста, червоточины можно привести, например, описание, где указывается, что

"... все погружение характеризуется одной функцией, т.е. подъемом z = z(r) ("формула погружения"). Геометрию этого искривленного двумерного геометрического места точек в евклидовом пространстве (3-пространство – лишь математическая конструкция, не имеющая отношения к реальному миру) следует отождествить с геометрией двумерного экваториального сечения, проведенного через реальную звезду, другими словами, линейные элементы в обоих случаях должны совпадать" [59, т.2, с.278].

Из этого следует, что фактически погружение представляет собой способ *визуализации*, наглядного представления недоступной для наблюдения геометрии реального мира, его своеобразным эскизом. Иначе говоря, никаких мостов в таком виде в реальном мире попросту нет. Подобные же выкладки приведены и в следующей презентации [8, с.3]:

"Чтобы получить некоторое представление о глобальной геометрии черной дыры Шварцшильда, мы можем попытаться представить ее аспекты посредством вложений в 3-пространство. Рассмотрим пространство постоянного времени, а также

подавим одну из угловых координат, скажем, θ = π/2. Метрика становится:

$$dl^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\varphi^2 \quad (1)''$$

Далее рассматривается гиперпространство Евклида в сферических координатах, содержащее дополнительную, четвертую пространственную координату z:

$$dl^2 = dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2$$

Сразу же отметим, что рассматриваются два самостоятельных, отдельных, существующих сами по себе пространства в сферических координатах: пространство-время в метрике Шварцшильда и евклидово 4-мерное гиперпространство. Для удобства одна из сферических координат, что называется, подавлена, то есть, рассматриваются экваториальные срезы полномерных пространств.

Далее в цитируемой работе для евклидова гиперпространства вводится ещё одно ограничение. На правах постулата вводится связь, зависимость между двумя ортогональными измерениями, координатами, которая описывается формулой z = z(r). И вновь отметим произошедшие при этом изменения: такая зависимость сразу же переводит уравнения полноразмерного пространства в частное уравнение, описывающее некоторый объект, тело в этом пространстве. Выходит, что этот объект занимает лишь часть исходного гиперпространства, уравнение которого после преобразований принимает вид:

$$dl^2 = \left(1 + \frac{dz^2}{dr^2}\right) dr^2 + r^2 d\varphi^2$$

Также очевидно, что теперь уже квадрат интервала относится не ко всему исходному евклидову 4-мерному гиперпространству, а только вложенному в него 3-мерному объекту. Полученное уравнение искусственно смоделированного 3-мерного объекта сопоставляется почленно с уравнением 4-мерного пространства-времени, интервалом Шварцшильда. А именно, сопоставляются коэффициенты перед радиус-векторами двух

разных пространств, причем разных даже в смысле размерности. Видимо, именно эту процедуру и называют погружением в 3-мерное евклидово пространство. Хотя, следует заметить, что на самом деле процедура выглядит, наоборот, как погружение пространства 3-х пространственных измерений в гиперпространство 4-х пространственных измерений.

Сопоставление слагаемых производится их буквальным приравниванием, логическая обоснованность чего, вообще говоря, не вполне очевидна:

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 = \left(1+\frac{dz^2}{dr^2}\right) dr^2$$

После сокращений и тривиальных преобразований образовавшегося равенства, получаем

$$\frac{dz^2}{dr^2} = \frac{1}{1-\frac{2m}{r}} - 1 = \frac{r}{r-2m} - 1 = \frac{2m}{r-2m}$$

Эту процедуру буквально можно трактовать следующим образом. В уравнение метрики евклидова пространства подставлено значение одной из координат как функция от другой, то есть, в исходном евклидовом пространстве построено, "погружено" некое тело по уравнению из другого пространства:

$$dz^2 = \frac{2m}{r-2m} dr^2$$

Соответственно, метрика этого евклидова пространств теперь уже имеет, вообще говоря, деформированный вид:

$$dl^2 = \frac{2m}{r-2m} dr^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2$$

Преобразование функции-подстановки приводит к уравнению в дифференциалах следующего вида

$$dz = \sqrt{\frac{2m}{r-2m}} dr$$

После интегрирования мы и получаем известное уравнение для параболы моста Эйнштейна-Розена вне сферы Шварцшильда r = 2m, изображенной на рис.4.12а:

$$z = 2\sqrt{2m(r-2m)}$$

Похожие результаты представлены и в работах [11, с.23; 68, с.6], но, поскольку это презентации, текстовое описание в них предельно лаконично. Дифференциальное уравнение названо условием вложения.

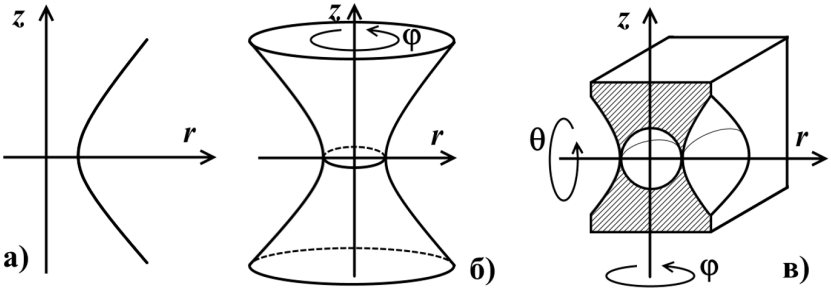


Рис.4.12. Варианты параболоида Фламма

При традиционном направлении оси r вправо мы получили на рис.4.12а уравнение и график параболы с ветвями, также направленным вправо и пересекающими ось расстояний в точке r = 2m. Поскольку полярная координата φ не подавлена, то в действительности мы получили однополостной параболоид, который выглядит как традиционно изображаемый в литературе мост Эйнштейна-Розена, рис.4.12б. Всё наше искривленное 3-мерное пространство-время находится на поверхности этого параболоида, каждая окружность которого формально является сечением 2-сферы этого пространства.

Мы помним, что полученная геометрическая фигура находится в 4-мерном гиперпространстве Евклида. Поэтому восстановим подавленную 4-ую пространственную сферическую координату θ, мы просто не имеем права не делать этого. На рисунке это эквивалентно вращению фигуры рис.4.12б вокруг ортогональной оси. Поскольку сначала мы вращали параболу рис.4.12а вокруг оси z, то теперь вращаем образовавшую-

ся фигуру вокруг оси r. В результате мы заполняем нашим параболоидом почти полностью всё 4-мерное гиперпространство Евклида, это заштрихованная область на рис.4.12в, но при этом в нём образуются три вырезанные области, что видно на этом же рисунке. Это центральная область – сфера радиуса 2m, и две параболические области вправо и влево от центра – двухполостной параболоид. Ни одна точка этих трёх областей, условно связанных лишь двумя исключительными точками $r = 2m$, $\varphi = 0$, не принадлежит основному пространству в евклидовых координатах (r, φ, θ, z).

Очевидно, что в этой связи следует задаться вопросом: какое отношение к гиперпространственному тоннелю имеет это евклидово погружение 4-мерного пространства-времени? Единственная линия – парабола – при двойном вращении четырежды "заметает" практически всё гиперпространство Евклида рис.4.12в, не оставляя *несвязанных* областей. То есть, можно сказать, что мосты или червоточины в этом случае как раз и возникли в результате *волевого* добавления еще одного *пространственного* измерения. Без этого дополнительного пространственного измерения самого по себе 4-мерного пространства-времени недостаточно для соединения параллельных Вселенных. Лишь в пространстве 4-х *пространственных* измерений (плюс время) все параллельные миры становятся одним единым миром, Вселенной. Но ведь в рассмотренном примере дополнительное измерение не возникло из формализма теории относительности, оно было добавлено *принудительно*.

Кротовые норы в пространстве Крускала

Как видно на рисунках, кротовая нора, мост Эйнштейна-Розена или червоточина имеют ярко выраженную форму сдвоенной воронки. Поэтому вполне естественны и понятны представления о том, что эта сдвоенная воронка должна соединить, конечно же, две параллельные Вселенные. Вместе с тем, сам процесс такого соединения описывается недостаточно

полно, даже, можно сказать, весьма поверхностно. Видимо, считается, что это вполне очевидное явление. Однако, судя по сообщениям, обсуждениям на форумах в интернете, сущность этого процесса мало кому понятна. В доступных учебниках по теории относительности и в научных статьях его детального описания найти не удалось:

"... хотя несколько широко используемых учебников общей теории относительности включают качественные описания и зарисовки динамики червоточины Шварцшильда (или ее профилей) ... нам неизвестно какое-либо опубликованное объяснение для расчетов вложений" [5, с.3].

Это тем более странно, что описания других выражений, процессов, явлений нередко приводится с чрезмерной детализацией, хотя их значимость, нужность чаще выглядят довольно преувеличенной. Попробуем все-таки разобраться с поведением кротовых нор. Первым и, видимо, основным вопросом к их геометрии является вопрос об их буквальном физическом положении в пространстве-времени. Нередко параболоиды Фламма изображаются даже без обозначения их осей, а в других случаях приводимое название оси вращения отсутствует в том пространстве, в котором этот параболоид, вроде бы, и находится. Например, можно привести такое схематичное изображение из учебника – рис.4.13.

На рисунке схематично приведена, как утверждается, *динамическая* эволюция моста Эйнштейна - Розена в геометрии Шварцшильда для вакуума, две истории которых представлены в колонках справа. Курсивом мы выделили слово "динамическая", поскольку у приведенной динамики отсутствует очень важный параметр – время. Совершенно неясно время возникновения и существования того или иного фрагмента моста. Последовательности диаграмм погружения представлены в виде двух историй. Форму параболоидов Фламма описывают расположенные справа два столбца сдвоенных элементов. Простым их вращением вокруг вертикальной оси в центре каждой пары и образуются параболоиды и мосты. Также упоминаются гиперповерхности, которые не могут быть погру-

жены в евклидово пространство, поэтому на рисунке не приведены (индефинитная метрика).

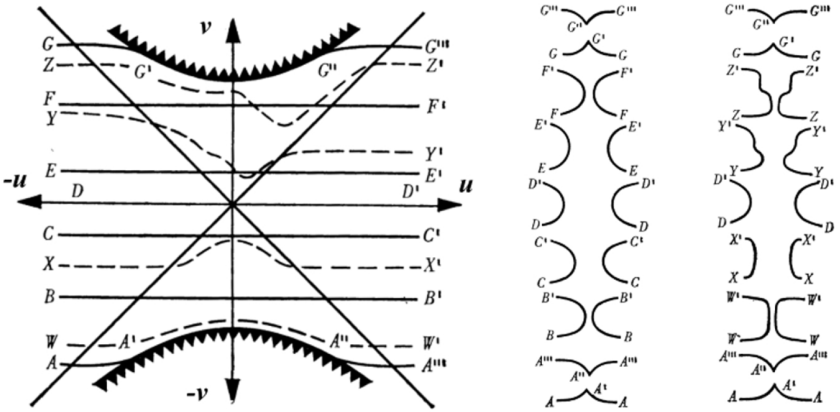


Рис.4.13. Варианты параболоидов Фламма [59, т.3, с.37]

Без дополнительной информации, каковой вряд ли можно признать ссылки к рисунку, понять в нем можно лишь принцип построения "сдвоенных воронок" кротовых нор.

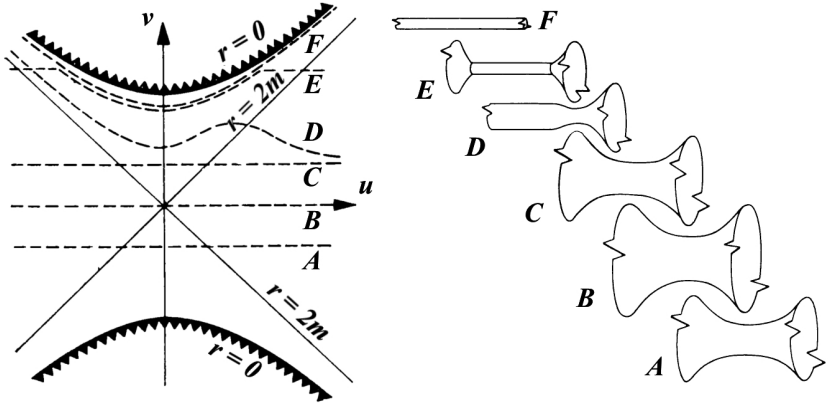


Рис.4.14. Варианты параболоида Фламма [59, т.2, с.173]

Можно лишь догадываться, на каком расстоянии друг от друга находятся вращаемые половинки набросков-диаграмм, то есть, как определяется радиус вращения этих диаграмм, набросков. Не видно также, по какому принципу формируются

их образующие, например, Z'Z или Y'Y. Немного лучше просматривается геометрический принцип построения воронок на другом рисунке в учебнике – рис.4.14. В описании к рисунку говорится, что это некоторые примеры из *множества* способов проведения таких пространственноподобных сечений. Традиционно, как и везде, в этом случае обоснованные аналитические выражения, уравнения не представлены. Принцип построения мостов здесь более заметен, и даже направление осей мостов стали осмысленными. Отсутствие мало-мальски подробного описания все-таки отчасти позволяет разглядеть алгоритм построения таких погружений, параболоидов. Хотя, повторим, точных аналитических выражений нет, из представленных рисунков их можно вывести эмпирически. Изобразим этот угаданный алгоритм на рисунке 4.15.

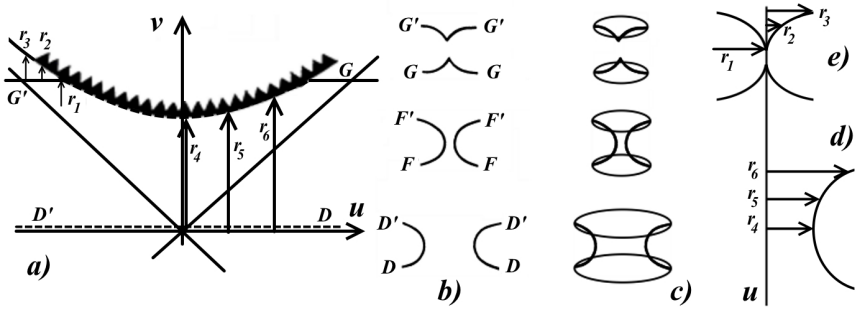


Рис.4.15. Алгоритм построения параболоидов Фламма

Как правило, построение параболоидов производится на основе горизонтальных сечений, которые наносятся на диаграмму Крускала. Сечения могут быть трех видов. Первый: v = const, то есть, простое горизонтальное сечение через всю диаграмму. Второй вид: некая гипербола, очень похожая на гиперболу сингулярности. В центре диаграммы такая гипербола вырождается в прямую линию $v = 0$. И, наконец, секущая линия произвольной формы, например, показанная на рисунке 4.13 линия YY'. Принципы построения секущих гипербол и других изогнутых линий неясен, в литературе о них нет доступных сведений, хотя нередко указывается, что делаются они *произ-*

вольным образом. Что касается прямолинейных сечений, то нужно просто записать координаты сингулярности r = 0 в системе координат *u*-*v*, переместив ось *u* в точку сечения *v* = const. Затем по этим координатам строим "копию" сингулярности, как показано на рисунках 4.15e и 4.15d. Вращая полученные кривые рисунков 4.15b, 4.15e и 4.15d, мы и получаем мост, червоточину, кротовую нору, изображенные на рисунке 4.15c.

Логически из построения следует, что ось каждой червоточины расположена вдоль оси u и даже совпадает с нею. Таким образом, логика собственно геометрического построение мостов боле-менее просматривается. С учетом их динамической эволюции, все параболоиды оказываются сооснымы, но в каждый момент времени существует лишь один параболоид некоторого диаметра (см.рис.4.22 на с.231).

Тем не менее, нерешенными остаются другие важные вопросы. Каким образом этот мост позволяет перейти из области I (правый квадрант, наша Вселенная) в область III (левый квадрант, параллельная Вселенная). Движение по мосту, через тоннель на диаграмме Крускала в этом случае оказывается пространственноподобным, а то и вовсе в обратном направлении времени. Рассмотренный алгоритм построения параболоидов Фламма визуально вполне соответствует многим из приведенных в литературе диаграмм погружения:

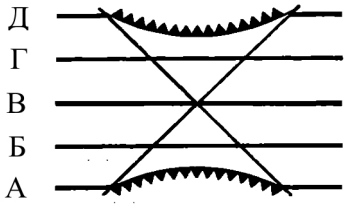


Рис.4.16. Сечения для параболоидов Фламма [49, с.169; 7]

Как и в других источниках, возникновение этих сечений параболоидов также имеет предельно краткое описание. В описании рисунка указывается, что представленные гиперповерхности расположены последовательно во времени, однако никаких указаний на значение времени для каждого парабо-

лоида не приводится. Как показано на рисунке, перешеек, горло червоточины в процессе эволюции сжимается до сингулярности и разрушается. При рассмотрении рисунка может возникнуть ощущение, что верхняя секущая пересекает сингулярность. Однако это не так: линия плавно обтекает её, хотя в описании рисунка об этом ничего не сказано.

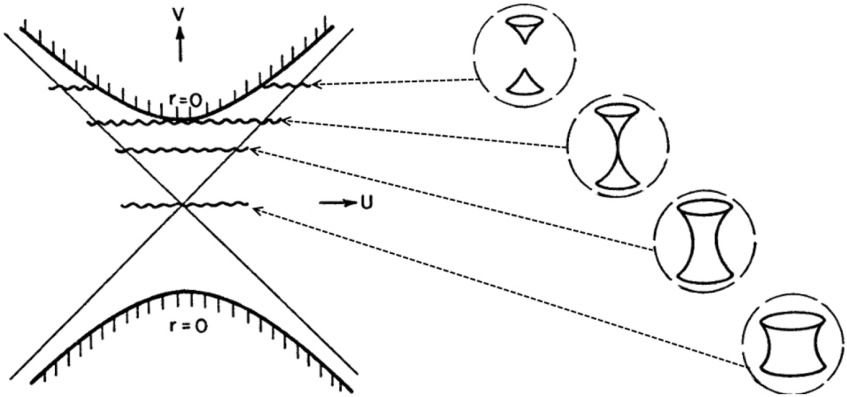


Рис.4.17. Динамика моста Эйнштейна-Розена [16, fig.3]

Как отмечено, чаще всего подобные описания содержат весьма общие, если не сказать, тривиальные сведения. Известно, что любые переходы между областями I и III являются пространственноподобными, то есть, физически невозможными (в цитате обозначения иные: регион III – параллельная Вселенная – обозначен как IV):

"Между тем, регион IV не может быть достигнут из нашего региона I ни вперед, ни назад во времени (никто из нас не может туда попасть)" [4, с.190].

Тем не менее, области все-таки имеют некую связь:

"Его можно рассматривать как связанный с областью I "червоточиной", шейной конфигурацией, соединяющей две отдельные области" [там же]

На приведенных далее рисунках показана эволюция этой червоточины в ставшем традиционным виде: прямолинейные сечения, срезы на диаграмме Крускала и образующиеся при этом парные воронки. И так же традиционно не приводится

никаких аналитических и даже просто словесных описаний, каким образом происходит эта эволюция, какому времени и по чьим часам соответствует то или иное сечение, срез на диаграмме и образовавшиеся червоточины - воронки. Только абстрактное утверждение, что червоточины раскрываются и закрываются очень быстро:

"... геометрия Шварцшильда на самом деле описывает две асимптотически плоские области, которые достигают друг друга, соединяясь через червоточину на некоторое время, а затем отсоединяются. Но червоточина слишком быстро закрывается для любого времениподобного наблюдателя, чтобы пересечь его из одного региона в другой" [4, с.191].

Мало что проясняет и последующая попытка отнести такие точные описания к малозначащим, маловероятным в реальном мире, но позволяющая отказаться от дальнейшего рассмотрения этих вопросов:

"Эта история о двух отдельных пространствах, которые некоторое время приближаются друг к другу, а затем удаляются, может показаться несколько неправдоподобной. На самом деле это не происходит в реальном мире, поскольку метрика Шварцшильда не точно моделирует всю вселенную" [там же].

На этом собственно описание механизма червоточин завершается, пояснений о сущности быстрого открытия и закрытия червоточины здесь мы не видим. Вместе с тем любое утверждение о некой быстроте или скорости процесса явно подразумевает его описание в терминах реального *времени*. Каждому промежуточному этапу, состоянию процесса должно соответствовать то или иное значение *времени*. Конечно, точные значения не обязательны, но в случае с диаграммами Крускала просматривается противоречивая ситуация. При анализе сечений на диаграмме, создается впечатление, что это самое "очень быстро" на самом деле может занимать весьма большие интервалы времени.

Пожалуй, наиболее полным из ряда рассмотренных описаний является следующее, в котором мы обращаем внимание на явное указание соответствия между временем Крускала - v и

реальным временем на диаграмме. Рисунок 2 в цитате – это максимально расширенное состояние червоточины, в котором диаметр перешейка в самой узкой части равен 2m, а время Крускала v =0 соответствует времени диаграммы t = const = 0:

"Момент максимального расширения соответствует ситуации, показанной на рис.2. Рассмотрим, напротив, фазу все более полного высвобождения напряжения, когда T переходит в бесконечность (и временная симметричная ситуация, когда T прослеживается до минус бесконечности)" [6, с.921].

Нам известен диапазон изменения величины Крускала: $-1 < v < +1$, на котором червоточина считается проходимой, но этот диапазон ничего нам не говорит о реальном времени удаленного наблюдателя или движущегося через кротовую нору. Представленная картина выглядит так, будто полный цикл "расширение-сжатие" занимает время от минус бесконечности до плюс бесконечности. Выглядит это весьма странно и противоречиво. На представленных срезах приводится некий параметр γ, имеющий *произвольное* значение и смысл которого не раскрывается. Однако "ширина" горловины кротовой норы явно определяется этим параметром:

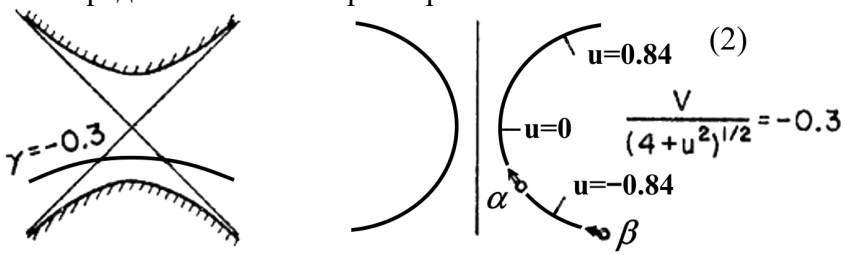


Рис.4.18. Фрагмент (2) рисунка [6, с.922]

"Срезы были произвольно выбраны значениями координаты γ, определяемой, как вопрос чистой выборкой, уравнением $\gamma=v/(4+u^2)^{1/2}$" [6, с.922].

Дальнейшее описание является скорее красочным литературно-художественным, чем научным. В процессе прохождения через червоточину фотон, словно на качелях, сначала движется наружу (от центра горловины), затем вместе с её по-

верхностью движется внутрь, постоянно находясь под действием больших приливных сил. Делается очевидный вывод, что при движении издалека, фотон физически не успевает проскочить узкую горловину.

Пространство Риндлера

Заметно более определенное направление осей мостов и местонахождение его горловин можно увидеть на рисунке из статьи Риндлера (рис.4.19). Текст на рисунке гласит: "Вся диаграмма Крускала касается истории этой линии. Каждая точка линии представляет здесь круг, сферу в полном размере", а стрелка от текста указывает на параболоид, толстую линию. По обозначениям областей отчетливо видно, что ось моста на диаграмме Крускала должна совпадать с её горизонтальной осью.

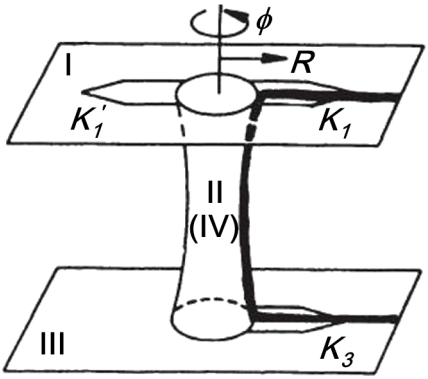


Рис.4.19. Фрагмент рис.21 из статьи Риндлера [13, с.93]

Тем не менее, по-прежнему неясно, из каких соображений выбираются, строятся параболические огибающие этих мостов. Даже в том, видимо, простейшем случае, когда такие сечения имеют вид прямых линий, по-прежнему неясен принцип их нанесения. Например, сам Риндлер так описывает способ образования изображенных сечений:

"Один хороший способ получить представление о геометрии пространства Крускала – это рассматривать его как

временно́е развитие пространственноподобного 3-пространства, другими словами, разрезать его на последовательность пространственноподобных поперечных сечений. Конечно, для этого есть бесконечный выбор. Поперечные сечения постоянного времени Крускала t являются одной возможностью, и они были использованы Уилером и его учениками" [13, с.91].

Обратим внимание на фразу "для этого есть бесконечный выбор", что явно означает возможность *произвольного* выбора. Приводится ссылка на рисунок – подобие диаграммы Крускала:

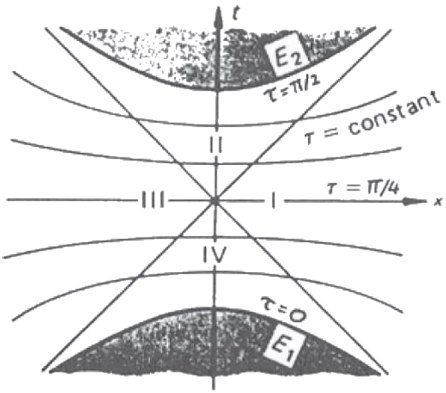


Рис.4.20. Рис.18 из статьи Риндлера [13, с.91]

На диаграммах Крускала время вполне можно рассматривать как в абсолютных единицах с размерностью времени и диапазоном изменения от минус до плюс бесконечности, так и в угловых – от нуля до $\pi/2$, поскольку время на этих диаграммах изображается радиальными направлениями $t = \text{const}$, напоминающими стрелку часов. Эта стрелка времени Крускала движется против направления движения обычной часовой стрелки и только в пределах прямого угла. Но, критикуя способ нанесения сечений Уилера с учениками, приводящий, как утверждается к образованию несвязанных областей (?), Риндлер предлагает гиперболические сечения, похожие на таковые у Фуллера-Уилера (рисунок 4.18). Однако как там, так и здесь по-прежнему неясно, какое время обозначает эта секущая линия? На рисунке все секущие проходят сразу через несколько

областей диаграммы I – IV. Что представляет собой это глобальное время, одинаковое для всех четырёх (трёх) физически несвязанных областей? Еще больше неясностей вносит следующее уклончивое пояснение:

"Точное определение "времени" τ, которое является постоянным на этих срезах, менее важно, чем его непрерывное изменение от $\tau = 0$ на $R = 0$ в квадранте IV до конечного окончательного времени, скажем, $\tau = \pi/2$ на $R = 0$ в квадранте II" [13, с.91].

То, что время секущей $\tau = \text{const}$ выбирается произвольно, допустимо и непротиворечиво, только если указаны основания для этой произвольности. Генератор случайных чисел? Но линии (гиперболы) постоянного времени $\tau = \text{const}$ размещены, расположены между двумя *разными* сингулярностями, что это за время, по каким часам?

"Для определенности мы можем выбрать набор конфокальных гипербол на диаграмме Крускала и непрерывно их обозначать от $\tau = 0$ до $\tau = \pi/2$" [13, с.91].

Сами по себе эти обозначения конфокальных гипербол не являются противоречиями, только неясно, что подразумевается под "определенностью". Далее в описании вновь даются неполные, нечеткие пояснения:

"Следующая альтернативная нарезка пространства Крускала еще более четко показывает его связь с пространством Шварцшильда. Возьмите те же конфокальные гиперболы, что и на рис.18, но где они пересекают заданную гиперболу $R = 1/2 + \varepsilon$, очень близкую к горизонту, продолжите их с $T = \text{const}$ (жирная линия на рис.20)" [13, с.92].

Вновь возникает сомнение в обоснованности предложенного метода и совершенно не видна "четко показанная связь". Выражение "продолжите" здесь определенно можно и даже следует трактовать как: "произведите слияние в одну общую линию". Следовательно, в этом случае вся эта объединенная линия должна быть обозначена как $\tau = \text{const}$ и $T = \text{const}$. Но у каждой конфокальной гиперболы – собственное время

τ = const, то есть, такое продление математически выглядит довольно неопределенно.

"Каждый такой срез состоит, по существу, из двух половинок параболоида Фламма (соответствующих T = const. R > 1/2 + ε), соединенных частью двойной трубы рис.18, который лежит между горизонтами (строго: между горизонтами "плюс эпсилон") [13, с.92].

Строго говоря, геометрически образовавшаяся на рисунке 20 статьи (здесь рис.4.21) фигура вращения является соединением двух усеченных конусов (по краям) и гиперболоида вращения (между ними).

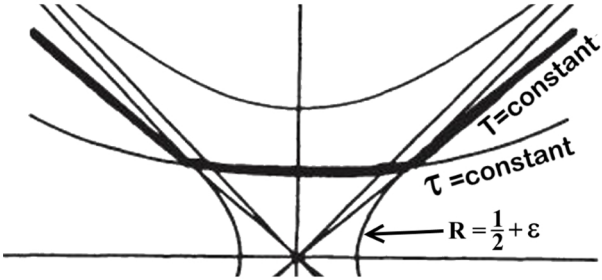


Рис.4.21. Фрагмент рис.20 из статьи Риндлера [13, с.92]

Кроме того, на рисунке 4.22, как видим, области II и IV и области E_1 и E_2 обозначены через запятую. Это интересная деталь, явно нигде ни в статье, ни в доступной литературе не отмечаемая. Однако следует задаться вопросом: а все-таки, где теперь на этом рисунке находятся эти пары областей? Само по себе такое обозначение может означать, например, что каждая из этих пар областей слились в одну, единую. Теперь области E_1 и E_2, обозначаемые как r = 0, являются осью семейства параболоидов. Вместе с тем, центральная ось гиперболоидов по смыслу однозначно совпадает с осью u диаграммы Крускала, следовательно, области E_1 и E_2 и области II, IV должны располагаться в их выемках, то есть, сверху и снизу. Поэтому на рисунке 4.22 мы и повернули эти параболоиды горизонтально, в положение, в каком они должны располагаться на диаграмме Крускала. Как видим, описание эволюции, динамики кротовой

норы на диаграмме Крускала в литературе приводится недостаточно полно. Относительно подробное описание некоторых деталей у рассмотренных авторов, тем не менее, не позволяет составить полную картину именно эволюции, динамики, то есть, изменения состояния червоточины в реальном времени.

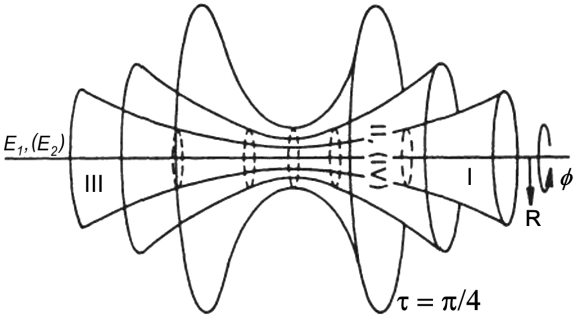


Рис.4.22. Рисунок 19 из статьи Риндлера [13, с.92] (повернуто по часовой стрелке)

По-прежнему выглядит нечетким утверждение о том, что червоточина смыкается настолько быстро, что в общем случае не позволяет пройти через неё даже фотонам.

Динамика червоточины на диаграмме Крускала

Выше мы смогли выявить вероятный алгоритм построения различных образующих червоточины. Теперь мы можем попытаться найти аналитические выражения для их построения. Рассмотрим следующие уравнения:

$$v = \sqrt{1-\frac{r}{2m}}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}}+e^{-\frac{t}{4m}}}{2}\,e^{\frac{r}{4m}}$$

$$u = \sqrt{1-\frac{r}{2m}}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}}-e^{-\frac{t}{4m}}}{2}\,e^{\frac{r}{4m}}$$

Это два параметрических уравнения координатной сетки диаграммы Крускала [59, т.3, с.29, ур.11в,11г] для сингулярной области II, из которых мы можем вывести уравнение сингу-

лярности. Удаляя параметр времени, находим уравнение сетки в сингулярной области r = const:

$$v^2 - u^2 = \left(1 - \frac{r}{2m}\right) e^{\frac{r}{4m}}$$

Отсюда находим уравнение самой сингулярности, которому соответствует r = 0

$$v^2 - u^2 = 1$$

Мы получили уравнение гиперболы:

$$v = \sqrt{1 + u^2}$$

Уравнение промежуточной огибающей червоточины находим по "подсмотренному" алгоритму её построения

$$r_{sek} = v - v_{sek} = \sqrt{1 + u^2} - v_{sek} \quad (4.2)$$

Здесь v_{sek} = const– координата Крускала некоторой произвольной секущей, имеющей в нашем случае прямолинейный пространственноподобный вид. Из уравнения видим, что на некотором интервале возможны отрицательные значения горловины, но мы эти значения в дальнейшем будем просто отбрасывать, традиционно срезать.

Итак, мы видим, что на самом деле при рассмотренном алгоритме образования червоточины, её образующая – гипербола, а сама червоточина, следовательно, является не параболоидом, а однополостным гиперболоидом вращения.

Однако полученное выражение пока ничего не говорит о динамике, эволюции червоточины во времени, насколько быстро она растёт и схлопывается. Для выяснения этого вопроса мы и задали форму сечений, которая чаще всего представлена строго прямой линией. Проведя такую линию через диаграмму, мы обнаруживаем, что она последовательно пересекает линии времени t = const. Зададим очевидное правило: каждое сечение должно соответствовать некоторому единственному моменту времени для внешнего наблюдателя.

Это, как оказывается, очень удобно, поскольку при этом возникает вполне разумная трактовка еще одного параметра: расстояния между двумя плоскими пространствами, которые и

соединяет рассматриваемая червоточина. Например, мы можем задать это расстояние r = 3m – рис.4.23. Отметим на диаграмме точку пересечения секущей, выбранного интервала r = 3,0 = const и время пересечения t = const. Поскольку эта точка находится в координатном поле диаграммы, все указанные значения для неё соответствуют уравнению

$$v_{sek} = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2}\,e^{\frac{r}{4m}}$$

В этом уравнении величина r, как мы приняли, равна половине расстояния между двумя Вселенными, соединяемыми червоточиной.

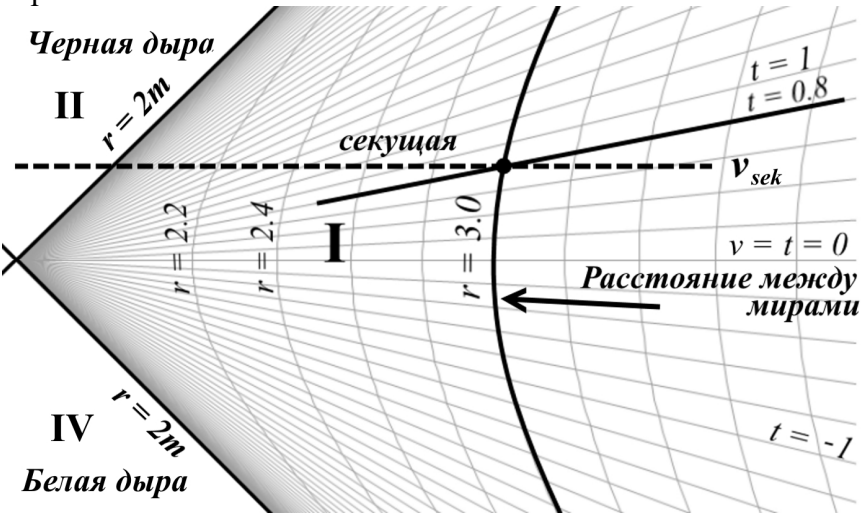


Рис.4.23. Определение времени сечения

Теперь мы можем найти координату Крускала секущей для любого параболоида Фламма, в любой момент времени для заданной пары Вселенных:

$$v_{sek} = U \cdot cth\left(\frac{t}{4m}\right)$$

Здесь через U мы обозначили сомножители, зависящие от r, поскольку по смыслу эта величина является константой, из-

меняющейся в диапазоне от нуля до бесконечности. Теперь мы можем записать в развернутом виде уравнение семейства червоточин, отражающее их эволюцию во времени, назвав величину U скоростью этой эволюции:

$$v = \sqrt{1+u^2} - U \times \frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2}$$

Эта скорость означает, что разные червоточины эволюционируют с разной скоростью: какие-то из них расширяются и схлопываются быстрее, какие-то медленнее. Значение этой скорости, видимо, определяется собственными свойствами Черной дыры (массой, зарядом) и, с другой стороны, определяют интервал между соединяемыми Вселенными. Эту величину мы можем задавать произвольно, поскольку фактические свойства Черной дыры и расстояние между какими-то Вселенными нам неизвестны.

С помощью этого уравнения строим огибающие червоточин на диаграмме Крускала для некоторых значений времени (рис.4.24). Результирующие гиперболоиды червоточин строятся традиционно: нужно произвести вращение каждой из изображенных линий, огибающих вокруг оси u. Время возле линий обозначает *абсолютное* время каждой из червоточин.

Как видим, половина цикла эволюции диаграмм, от полного раскрытия до полного сжатия определяется выражением

$$U \times \frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2} = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1} e^{\frac{r}{4m}} \times \frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2} = 1$$

Можно вычислить этот интервал времени:

$$e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}} = 2\left(\frac{r}{2m} - 1\right)^{-1} e^{-\frac{r}{4m}}$$

Рекурсивное (приблизительное) вычисление для r = 3m дает значение $U \approx 2x10^7$, чему соответствует значение времени t ≈ 65m. Отметим, что на рисунке 4.24 диаграммы эволюции построены, исходя из значения U ≈ 0,008, для которого получено значение времени половины эволюции t ≈ 18m. Чтобы

определить более конкретно числовые значения этого времени в секундах или годах, необходимо восстановить в использованных уравнениях значения констант – скорости света, гравитационной постоянной, приравненные единице. А пока лишь заметим, что при равномерном течении времени червоточина сжимается-разжимается наиболее быстро в моменты разрыва, закрытия. Наоборот, в момент наибольшего открытия, когда диаметр горловины максимален, r = 2m, скорость движения её поверхности минимальна.

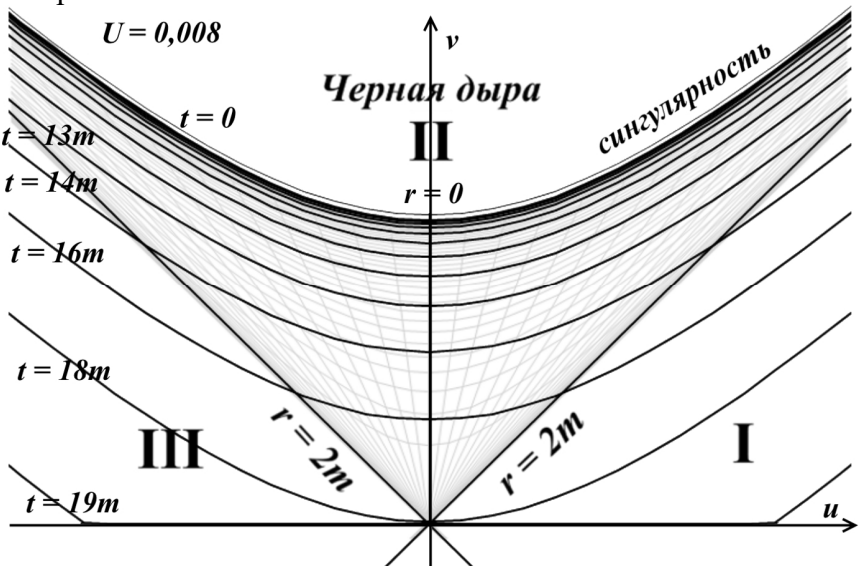


Рис.4.24. Изменение червоточины во времени

Условно представленный набор форм червоточин соответствует приведенному выше рисунку 4.22 Риндлера на с.231, только в нашем случае червоточины являются гиперболоидами вращения, а не параболоидами.

Кроме того, из уравнения и на диаграмме можно заметить, что при громадной массе Черной дыры время эволюции – расширения и схлопывания червоточины – может оказаться достаточно большим, чтобы прохождение через неё фотонов стало возможным. Следует заметить, что основания для ниже-

следующего вывода, к сожалению, не имеют конкретного числового подтверждения:

"На этом основании необходимо сделать вывод, что ни один экспериментатор в одной некастрастрофической области не может послать сигнал через горло наблюдателю, который находится в другом некатастрофическом регионе" [6, с.922].

Как следствие из этого, в цитируемой статье, посвященной исследованию влияния червоточин на причинность, делается и еще один вывод. Поскольку срок проходимости червоточины крайне мал, она не может вызвать нарушения причинности передачей сигналов быстрее скорости света из одной области Вселенной в другую. Однако это утверждение, вывод является несколько чрезмерным. На самом деле даже при длительном существовании кротовой норы, вплоть до вечного никакого нарушения причинности она создать не может. Невозможно сформулировать такой мысленный эксперимент, в котором возникла бы петля времени или парадокс дедушки. В этом отношении кротовая нора не относится к области определения специальной теории относительности, она вне её формализма. Действительно, попробуем создать такую петлю времени. Наблюдатель А посылает сигнал наблюдателю В через кротовую нору, мгновенно. Что при этом произошло? Кто-нибудь получил сигнал раньше, чем он был отправлен? Нет. Наблюдатель В точно так же может отправить ответный почти *мгновенный* сигнал наблюдателю А. Никаких противоречий не видно: сначала основной сигнал и только затем – ответный. Можно ли таким обменом сигналами уничтожить отправителя до того, как он послал свой сигнал? Нет! Ни А, ни В не могут в таком сеансе связи уничтожить у себя и друг у друга передатчики до того, как те отправили свои сигналы, но чтобы сигналы при этом были все-таки отправлены.

Но как быть тогда с "окольным" сигналом, по "длинному", световому пути? Невозможно самостоятельно один и тот же фотон отправить по двум *разным* путям. Те же самые сигналы, но другие фотоны, отправленные окольно, придут к получателям намного позже, чем они же, но отправленные "кротовым

телеграфом". В чем здесь можно усмотреть парадокс или противоречие? Просто эти сигналы завалялись на почте! Например, А отправил приглашение В, но оно на почте было продублировано сигналом по кротовой норе. Действительно, А удивится, когда В приедет к нему раньше, чем вроде бы получил приглашение. Но ни при каких условиях В не сможет приехать к А *до того*, как тот отправит своё приглашение.

Можно ли, используя кротовую нору, попасть в своё будущее или прошлое? Нет, нельзя! Но как же специальная теория относительности? А для неё просто появилась еще одна головная боль, наряду с тахионами. Теперь мы можем "потихонечку" синхронизировать часы, вопреки правилам специальной относительности, и ей на удивление.

Впрочем, это все-таки лишь фантазии: кротовые норы и без кратковременности своего существования физически сами по себе противоречивы, поэтому просто невозможны. Судя по уравнениям, червоточина для Черной дыры выглядит как одноразовое явление. Конечно, можно предположить, что она возникает *каждый раз*, когда какое-то тело погружается под горизонт событий Черной дыры. Но это все-таки весьма вольная интерполяция, поскольку бесконечное прошлое червоточины в этом случае имеет весьма неопределенный смысл. Кроме того, еще одной серьезной проблемой представлений о кротовых норах является принцип погружения. Фактически червоточина является принадлежностью некоего отвлеченного, отдаленного евклидова пространства, не имеющего никакого отношения к пространству Черной дыры. Мы весьма вольно проводим визуальную параллель между уравнениями метрик. Однако в пространстве Евклида это явно задаваемая поверхность, условно говоря, мыльный пузырь, натянутый на проволочное кольцо. Причем такая параллель также противоречива: червоточина в пространстве Крускала определенно является гиперболоидом вращения, а погружение в пространство Евклида – это параболоид вращения, параболоид Фламма.

Все эти кротовые норы, червоточины – это собственное свойство диаграмм, а не Черных дыр. Об этом можно уверенно

судить по правилу *произвольного* нанесения сечений. Мы можем точно так же изобразить их и на диаграммах Пенроуза, и в этом случае мы получим четко очерченные края параболоидов (гиперболоидов). Но и это не всё. Если взять декартовы координаты, нарисовать пару гипербол и повернуть оси на 45 градусов, то точно такие же сечения приведут к образованию точно таких же гиперболоидов вращения.

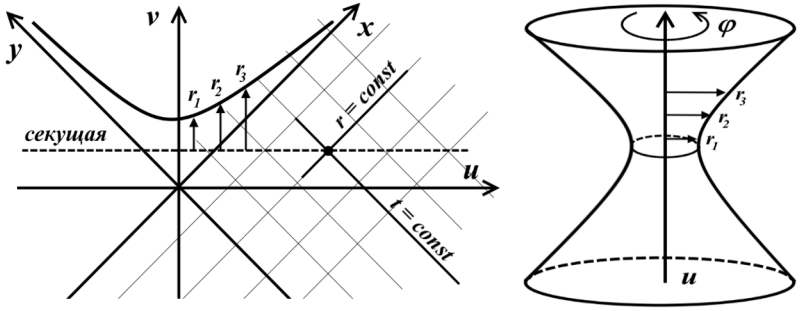


Рис.4.25. Кротовая нора в декартовых координатах

Как видим, методика эволюционного построения червоточин в декартовых координатах дает в точности такой же результат, что и в координатах Крускала. Никаких гипотез о Черных и Белых дырах для этого не потребовалось. И здесь мы вновь обратимся к принципу нанесения пространственноподобных сечений для получения параболоидов на диаграммах Крускала. По-прежнему вопрос открыт: каков принцип их формообразования? Почему в некоторых случаях эти сечения – прямые линии, а в других – параболы? И даже линии произвольной формы? Оставим последний вопрос без ответа, а по поводу параболических сечений рассмотрим следующее предположение. Как всегда указывается, червоточины являются параболоидами вращения. Однако даже беглого взгляда достаточно, чтобы обнаружить: угаданный алгоритм их построения для прямолинейных сечений явно даёт *гиперболоиды* вращения. Но у Риндлера и Фуллера-Уилера эти сечения являются не прямыми, а гиперболами. А у последних даже приводится аналитическое выражение этих гиперболических секущих:

$$v = \gamma(4 + u^2)^{1/2}$$

При построении параболоидов Фламма в этом случае уравнение образующей будет иметь другой вид:

$$v = \sqrt{1 + u^2} - \gamma(4 + u^2)^{1/2}$$

В данном случае эволюция червоточины во времени, очевидно, определяется эволюцией параметра γ. Проверим, каков в этом случае геометрический характер огибающих червоточины. Нам известно, что угол между ветвями гиперболы на бесконечности равен π/2. Если же образующая – парабола, то угол между её ветвями на бесконечности равен нулю, ветви вертикальны и параллельны. Продифференцируем это новое уравнение образующей:

$$\frac{dv}{du} = \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}} - \gamma \frac{u}{\sqrt{4 + u^2}}$$

При достаточно больших значениях u мы можем константы в знаменателях отбросить:

$$\frac{dv}{du} = 1 - \gamma$$

Это выражение означает, что при максимальном раскрытии червоточины, когда γ = 0, она имеет гиперболическую форму, а при схлопывании, когда γ → 1, её ветви распрямляются до горизонтального положения, то есть, червоточина преобразуется в тонкий цилиндр. Как видим, ни в одном из рассмотренных случаев ни на одном своём участке червоточины не имеют форму параболоидов.

В заключение ещё раз проанализируем мнение о высокой скорости схлопывания кротовой норы, червоточины. В наших выкладках мы умышленно "назначили" им скорость эволюции, ориентируясь, конечно, на рассуждения рассмотренных авторов. Но это всё-таки лишь один из возможных сценариев эволюции и, скорее всего, эта скорость может быть любой. Действительно, если кротовая нора образуется персонально для каждого нового объекта, попадающего под горизонт, то ситуация выглядит весьма противоречиво. Для одного – она уже

схлопывается, а для другого, движущегося следом – только-только возникла? Кроме того, есть и весьма интересное мнение Бронникова, доктора наук:

"По современным понятиям, то, что Эйнштейн и Розен рассматривали как горловину (то есть самое узкое место "моста"), на самом деле есть не что иное, как горизонт событий черной дыры (нейтральной или заряженной). Более того, с разных сторон "моста" частицы или лучи попадают на разные "участки" горизонта, а между, условно говоря, правой и левой частями горизонта находится особая нестатическая область, не преодолев которую нельзя пройти нору" [26].

В этом случае говорить о схлопывании "горловины" кротовой норы вообще нельзя, поскольку горизонт событий Черной дыры имеет радиус, неизменный практически на протяжении вечности. И это без учета того, что само расположение кротовой норы на диаграммах между Черной и Белой дырой, как мы выше обнаружили, является бессмыслицей. Эти две дыры – это одна и та же Черная дыра, поэтому никакого "между" не может быть в принципе.

Многомерность диаграмм Пенроуза

Создание разнообразных координатных систем в физике, в теории относительности, очевидно, преследует вполне прагматичные цели: устранить те или иные, кажущиеся или реальные противоречия в решениях уравнений теории. В свою очередь, такое разнообразие означает, что полностью устранить противоречия все-таки не удаётся. Будут ли разработаны ещё более замысловатые системы координат? Это не исключено. В настоящий момент, в самом начале третьего тысячелетия, по наблюдениям можно сделать вывод, что чаще всего используются версии систем координат – диаграммы Картера-Пенроуза.

Эти диаграммы, в сущности, отвечают всем координатным требованиям практически любой теории. Они изначально в ограниченное пространство включают всё бесконечное пространство-время. Известно множество вариантов таких диа-

грамм, и наряду с полярным вариантом диаграмм, одним из первичных, исходных можно признать ромбовидные диаграммы рис.4.26b. Можно заметить, что в таком декартовом варианте диаграммы Пенроуза рис.4.26b очень похожи на координаты Крускала-Шекереса. Главное отличие – сетка линий постоянного времени выполнена так же, как и сетка расстояний. Поэтому в квадрат конечных размеров стало возможным вместить всю шкалу времени и расстояний. Координаты Крускала изобразить на чертеже полностью невозможно.

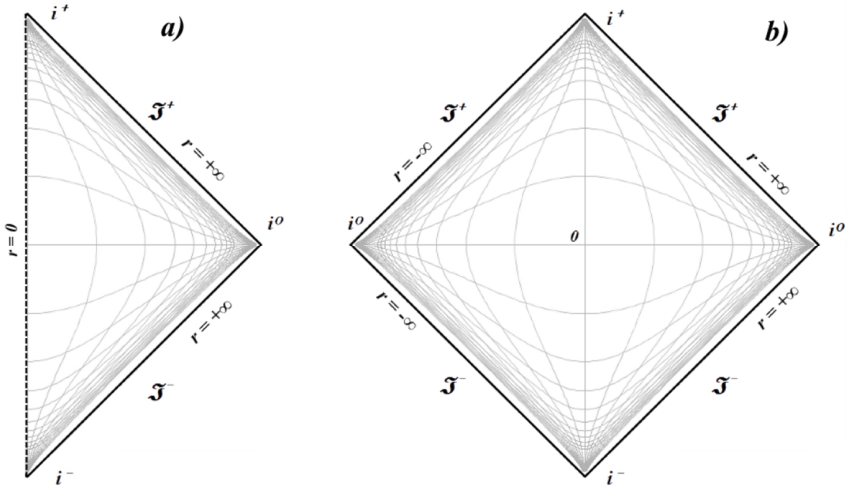


Рис.4.26. Исходные диаграммы Пенроуза

Полнота диаграмм Пенроуза в таком виде вовсе не исключает существования параллельных или дополнительных миров. В самом деле, мы можем, например, просто добавить к плоскому рисунку ещё одну, перпендикулярную к его плоскости, ортогональную, гиперпространственную координату, в результате чего на ней можно будет разместить любое число таких же плоских диаграмм, отражающих параллельные Вселенные с собственными бесконечными пространствами-временами.

Тем не менее, одним из первых принудительных добавлений параллельной Вселенной на диаграмме Пенроуза стало,

видимо, так называемое максимально расширенное решение Шварцшильда рис.4.27. Диаграмма соответствует традиционному изображению диаграммы шварцшильдовской вечной Черной дыры. Несомненно, это достаточно логичное и даже изящное расширение формализма теории.

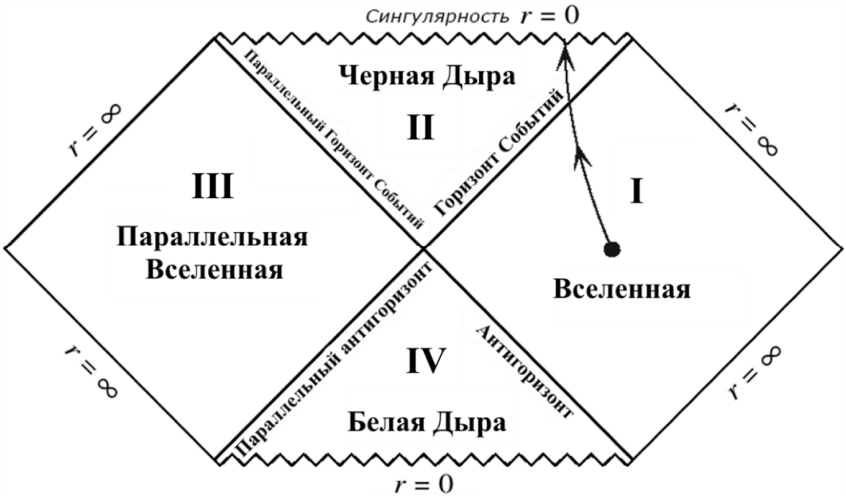


Рис.4.27. Диаграмма Пенроуза для Черной дыры, максимально расширенное решение Шварцшильда [63, 48]

Но, как и в случае координат Крускала, его очень просто довести до противоречий неполноты. Изначально, основными областями этой диаграммы были области I и II. Они прямо следовали из решения Шварцшильда и изображали интуитивно понятное бесконечное пространство-время, за пределами которого, видимо, просто ничего не должно было быть. Но идеи Эйнштейна о мостах и квадратичные замены переменных, приведшие к таким мостам, автоматически потребовали своего места на диаграммах. Такая возможность явно просматривается: нужно лишь две области I и II повернуть на 180° вокруг левого угла области I и получить две новые пространственно-временны́е области III и IV. Но здесь можно заметить всё ту же проблему "вкусов", о которых не принято спорить. Причем возможностей расширения диаграмм и получение ещё более

максимально расширенных решений в данном случае не стало меньше. Можно, например, как выше, добавить ещё одну гиперпространственную ортогональную координату – перпендикулярно к чертежу. Получившееся тело можно рассматривать как множество диаграмм, изображающих множество областей I, II, III и IV. Причем по этой гиперпространственной, 4-ой пространственной координате можно беспрепятственно перемещаться между одноименными областями, параллельными Вселенными. Почему нигде в литературе никто из исследователей не рассматривает такие варианты расширения? Видимо, их изобилие фактически сводит к абсурду саму идею множества миров и параллельных Вселенных.

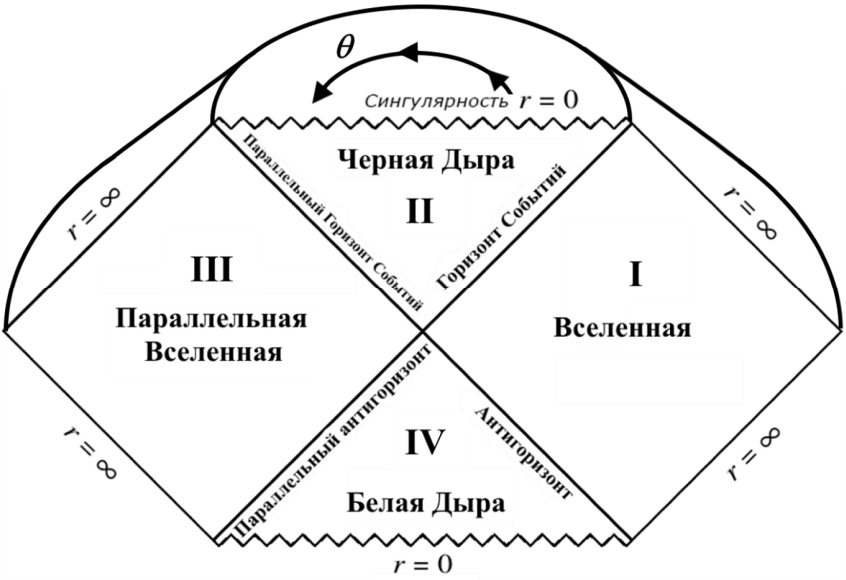


Рис.4.28. Вертикальное ращение диаграммы Пенроуза

Кроме того, можно воспользоваться и стандартным приемом, известным как подавление вращательных переменных, координат. Только в данном случае вместо подавления мы можем сделать обратное: её восстановление. Если добавить вращательную гиперпространственную координату вокруг оси, соединяющей центры сингулярностей, то мы получим два ко-

нуса сингулярностей для Черной и Белой дыр – рис.4.28. Здесь у нас также есть две возможности для интерпретации полученного "квадратного тора". Каждому значению вращательного угла может соответствовать просто одна дополнительная диаграмма, описывающая свою пару Вселенной и параллельной Вселенной, а таких пар – бесконечное множество. Но можно считать, что все эти пары – единое 5-мерное пространство-время. В этом случае переходы между парами Вселенных не требуют никаких специфических мостов.

Все эти Вселенные изначально объединены по 4-ому пространственному измерению. Также очевидно, что вращение диаграммы можно произвести и вокруг оси, ортогональной к оси, соединяющей центры сингулярностей – рис.4.29.



Рис.4.29. Горизонтальное вращение диаграммы Пенроуза

В этом случае в одну область сливаются Черная и Белая дыры. Такой вариант восстановления вращательной координаты выглядит, конечно, еще менее приемлемо, поскольку он явным порядком отвергает не только сами Белые дыры, но и косвенно гипотезу возникновения Вселенной из Белой дыры. При этом линия времени бесконечного прошлого смещается на вращательную ось. Можно рассмотреть и еще один интересный вариант вращения диаграммы – рис.4.30.

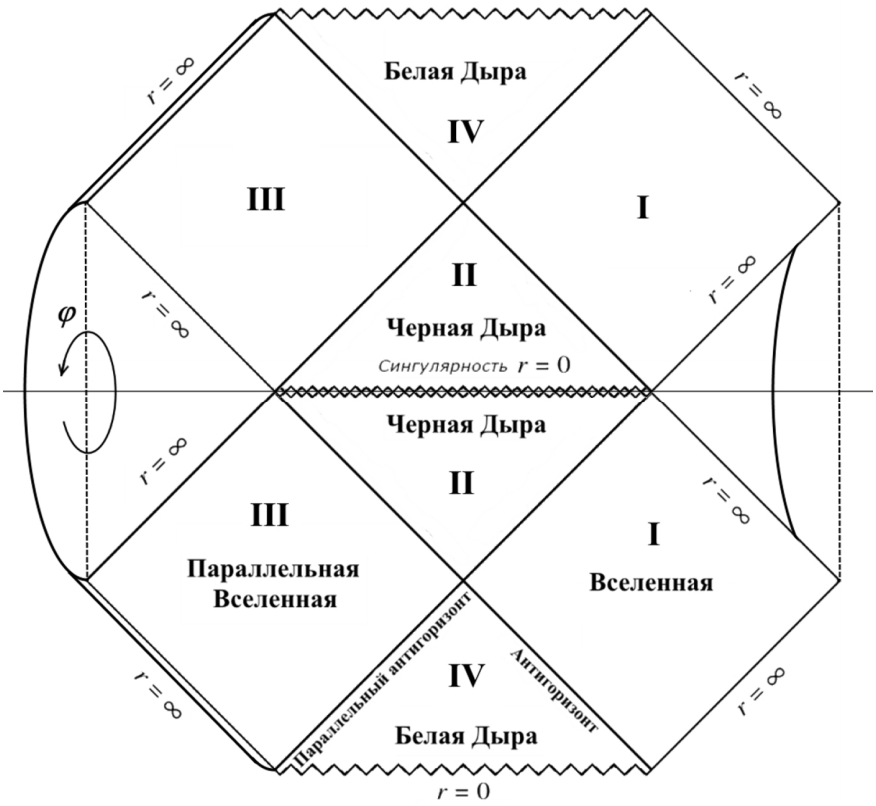


Рис.4.30. Двойное вращение диаграммы Пенроуза

Очевидно, что сингулярность Черной дыры – это точка в её центре. Поэтому логично было бы туда её и поместить, произведя вращение диаграммы вокруг оси, совпадающей с линией сингулярности Черной дыры r = 0. При этом сразу же становятся видны ещё две области диаграммы – V и VI, конусы, врезанные в области I и III. Видимо, это не последний способ восстановления вращательных координат. Если произвести вращение этого замысловатого пространства-времени супер максимально расширенного решения Шварцшильда вокруг вертикальной оси, то вновь произойдет объединение Вселенной

и параллельной Вселенной, областей I и III, а горизонтов событий – с параллельными горизонтами.

Таким образом, можно прийти к неизбежному выводу, что создание физически и математически непротиворечивых параллельных миров и пространств можно производить простым *произвольным* добавление измерений, даже особо не утруждая себя их обоснованием. Никаких математических и даже философских оснований для этого не требуется, вполне достаточно одной только фантазии.

Как следствие мы получаем растущую бесконечность: любое бесконечное число миров мы можем дополнять бесконечно, причем бесконечное число раз. Однако такой произвол должен насторожить.

Диаграммы Керра-Ньюмена

Самым полным точным решением уравнений Эйнштейна является решение Керра-Ньюмена для заряженной вращающейся Черной дыры. Все остальные решения могут быть получены из него простым обнулением в уравнении заряда и\или параметра осевого вращения.

Однако одно из частных решений – решение Керра для вращающейся Черной дыры выглядит противоречиво само по себе: остановка времени на горизонте событий несовместимо с движением в его окрестности. В самом деле, решение Керра опирается на обстоятельство, которое в принципе допускает экспериментальную проверку – регистрацию вращения, условно говоря, самого горизонта событий с увлечением падающих на него тел, частиц.

Принято считать, что у стационарной Черной дыры нет и быть не может никаких внешних характеристик, помимо массы, момента импульса и определённых зарядов. В частности, решение Керра и является одним из четырех точных решений уравнений Эйнштейна, в котором и присутствует одна из перечисленных характеристик – это стационарное, осесимметричное решение для вращающейся Чёрной дыры без заряда.

При всей строгости его получения, в нем, как отмечено, обнаруживается противоречие с базовым формализмом теории относительности. Согласно теории относительности для внешнего наблюдателя на горизонте событий Черной дыры время останавливается. Как следствие остановки времени на горизонте событий становится невозможным и всякое движение, в том числе и вращение. Действительно, допустим, что наблюдатель с циферблатными часами падает на такую Черную дыру, скорость вращения которой в точности равна одному обороту в час, а плоскости вращения стрелок часов и Черной дыры совпадают. Если минутная стрелка часов направлена на внешнего наблюдателя, то она *всегда* должна быть направленна именно на него.

Внешний наблюдатель будет видеть, что падающие на Черную дыру часы замедляют свой ход, то есть минутная стрелка движется медленнее, чем один оборот за час. Следовательно, её направление для внешнего наблюдателя все время будет меняться и уже не будет направлено на него.

Напротив, для наблюдателя, свободно падающего на Черную дыру, время течет как обычно и всякое движение в его окрестности продолжается, стрелка часов всегда направлена в одну и ту же точку – на внешнего наблюдателя. Получается, что в пределах одного оборота Черной дыры с одной точки зрения стрелка смотрит в одну сторону, а с другой точки зрения – в другую, что невозможно, нелепо.

Противоречие снимается, если признать, что и скорость вращения при падении часов на Черную дыру для внешнего наблюдателя также замедляется. Но на самом горизонте часы останавливаются, следовательно, и скорость вращения также становится равной нулю. А это означает, что для внешнего наблюдателя вращение Черной дыры невозможно, для него такие дыры не существуют.

А что можно сказать о заряде Черной дыры? Из элементарной электростатики мы знаем, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются. Теперь обратим внимание на Черные дыры с аккреционным диском. С

одной стороны вращение диска, вроде бы, явно свидетельствует о вращении и самой Черной дыры. Но такое мнение не является достаточным основанием. Планеты, например, вращаются вокруг звёзд совсем не потому, что вращаются звёзды. Но нас интересует другое. Если Черная дыра заряжена, то она неизбежно вызовет поляризацию плазмы аккреционного диска. На внутренней части диска будут скапливаться частицы противоположного заряда, и именно они будут поглощены Черной дырой в первую очередь, уменьшая её заряд. Напротив, внешние слои диска будут отталкиваться и, видимо, джеты Черной дыры будут в большей степени иметь одноименный с нею заряд. То есть, отброшенные джетами частицы унесут часть заряда Черной дыры. В конечном счете, Черная дыра останется с нейтральным зарядом. Сложно судить о скорости этого процесса разряда Черной дыры, но он неизбежен.

Тем не менее, интересно рассмотреть, как и выше, процесс радиального падения частиц на эту заряженную вращающуюся Черную дыру всё с той же целью – обнаружить, как в таких решениях возникают параллельные миры, дополнительные измерения и возникают ли. Для этого преобразуем уравнение решения Керра-Ньюмена к радиальном виду. Это решение, очевидно, является в значительной степени условным, поскольку вращение звезды исключает возможность действительно радиального падения на неё. Но мы примем, что скорость вращения достаточно мала, а частица, приблизившаяся к горизонту событий, движется с субсветовой скоростью и её тангенциальное, орбитальное смещение на завершающем этапе падения достаточно мало. Из этих условий уравнение решения Керра-Ньюмена примет вид [см. приложение П05. Заряженная ЧД - падение фотона, с.344]:

$$ds^2 = -\left(\frac{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2}{r^2 + a^2}\right)dt^2 + \left(\frac{r^2 + a^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2}\right)dr^2$$

Для фотона $ds^2 = 0$, поэтому приходим к интегралу вида

$$t = \int_{r0}^{r1} \left(\frac{r^2 + a^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} \right) dr$$

Как видим, подынтегральная функция из-за квадратного уравнения в знаменателе имеет две точки разрыва, соответствующие двум горизонтам событий. Вычисляем интеграл в общем виде, оставив пока без рассмотрения значение константы интегрирования:

$$t = r + m \ln[(r-m)^2 - m^2 + a^2 + Q^2)] +$$
$$+ \frac{2m^2 - Q^2}{2\sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}} \ln \frac{r - m - \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}{r - m + \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}$$

Выражения под логарифмом изначально были взяты в скобки модуля. Однако, строго говоря, использование модуля делает решение более широким, поэтому на первых порах мы откажемся от него, отложив на время и решение вопроса об области определения функции t(r). Далее для упрощения выражения избавимся от изобилия переменных, констант *a* и *Q*, но для общности решения выберем их значения такими, чтобы сохранить обе эти точки разрыва, горизонты. Из выражения подынтегральной функции находим:

$$r_g = m \pm \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}$$

Простым и наглядным случаем является

$$a = Q = \sqrt{\frac{3}{8}} m$$

В этом случае радиусы горизонтов событий равны

$$r_g = m \pm \frac{m}{2}$$

Подставив эти значения, преобразуем уравнение нулевой геодезической к виду:

$$-t = r + m \ln\left[(r-m)^2 - \frac{m^2}{4} \right] + \frac{13}{8} m \ln \frac{2r - 3m}{2r - m} - C(r_0)$$

Сразу же обнаруживаем, что из трех интервалов определения функции, на среднем она не определена. То есть, значение координаты r должно отвечать условию $r > 1{,}5m$ или $r < 0{,}5m$. Внутри этого интервала значения выражений под знаком логарифма оказываются отрицательными. Запомним это обстоятельство и вернём логарифмам знаки модуля. Вот теперь можно вернуться к вопросу о константе интегрирования. Очевидно, что её вид описывается точно таким же уравнением, но с противоположным знаком, а вместо значения радиальной переменной мы должны подставить r_0 – начальную точку, из которой фотон начал движение. Очевидно, что направление интегрирования оказывается в этом случае обратным, от большего значения к меньшему, поэтому значение времени окажется отрицательным. Но мы просто принудительно изменим его знак. Геодезические, соответствующие этому уравнению представлены на рисунке 4.31. Как видим, на диаграмме, действительно, присутствуют два горизонта событий. На первом интервале $r > 1{,}5m$ картина, в сущности, практически полностью совпадает со случаем падения фотона на обычную, стационарную Черную дыру Шварцшильда. Только горизонт событий в данном случае оказался несколько ближе к сингулярности. Судить о странности этого пока рано. Хотя фотон электрически нейтрален и заряд Черной дыры, видимо, никак не должен отражаться на его движении, но момент импульса формально может служить причиной сужения горизонта событий, благодаря центробежной силе. На остальных интервалах для внешнего наблюдателя информация недоступна, поэтому изображенное поведение фотона внутри Черной дыры для него можно считать простым вымыслом, игрой воображения. Но и в этом случае вымышленное, воображаемое поведение фотона выглядит весьма парадоксально. Например, на третьем интервале, где уравнение геодезической определено, поведение фотона трудно объяснить рационально. Он как бы начинает движение из бесконечного прошлого, задолго до того, как он в реальности испущен в сторону Черной дыры. Объяснить это невозможно.

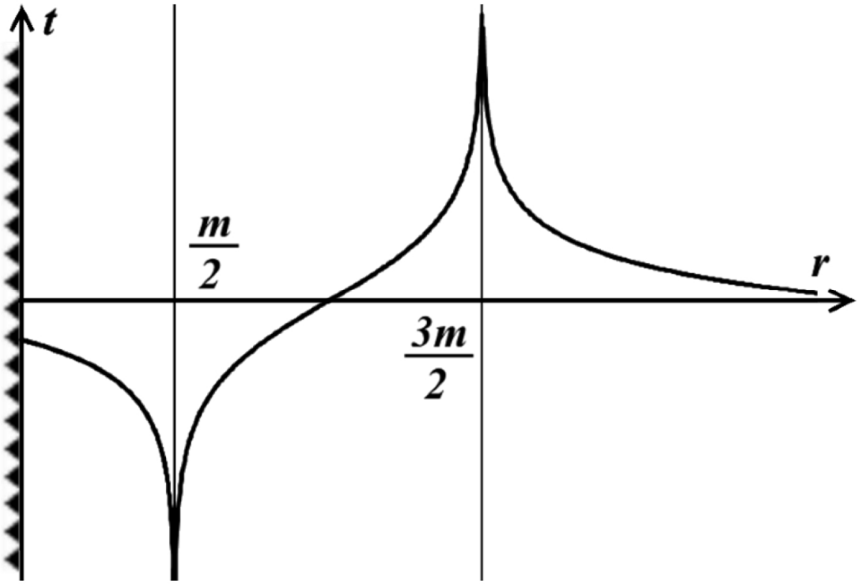


Рис.4.31. Падение фотона на Черную дыру с зарядом

Кроме того, также задолго до испускания его снаружи, этот таинственный дубликат фотона уже достиг сингулярности и был ею поглощён. Однако ни на внешнем, ни на внутреннем интервалах у нас не возникло никакой необходимости вводить дополнительные пространственные переменные или параллельные вселенные. На промежуточном интервале, $0{,}5m < r < 1{,}5m$, который мы активировали введением модулей, график геодезической не просто парадоксален, но является противоречием, абсурдом. Действительно, третий фантом фотона на этом интервале с точки зрения внешнего наблюдателя движется в обратном направлении времени! Причем из бесконечного будущего в бесконечное прошлое. Конечно, более логично считать, что этот фантом движется нормально, из бесконечного прошлого в бесконечное будущее, перемещаясь от среднего горизонта к внешнему. Но уравнение составлено из иных соображение, когда движение происходит извне в сторону сингулярности.

Требует ли такое движение дополнительных пространственных измерений? Или другой, параллельной вселенной? Формально – нет. Пространство для этого фантомного фотона занимает вполне определенную область внутри Черной дыры – между её двумя горизонтами. Движется он строго радиально, поэтому все окрестности его траектории существуют как бы сами по себе, никак на него не влияя. А сам факт движения в прошлое, вообще-то, следствие точки зрения. Мы почему-то спокойно восприняли, что исходный фотон, находящийся вне Черной дыры, вечно двигался к горизонту, а затем вдруг из бесконечной вечности начал движение обратно? Какая-то это неправильная вечность. Но тогда что нам мешает рассмотреть физически допустимое явление – туннелирование? Конечно, такое туннелирование тоже выглядит несколько странно, но оно ничем не хуже движения в прошлое. Действительно, уйдя на бесконечность времени, наш реальный фотон мгновенно (нелокально?) туннелирует на внутренний горизонт событий в бесконечное прошлое. Здесь, видимо, можно допустить некое подобие дополнительного (нелокального?) измерения – своеобразного тоннеля, наподобие параболоида Фламма.

Тем не менее, все эти допущения образуют довольно противоречивый конгломерат: туннелирование из бесконечного будущего в бесконечное прошлое, мгновенно, причем на такое расстояние (по времени), что в момент испускания нашего фотона этот фантомный фотон в точности достиг средней части внутреннего интервала, между двумя горизонтами. Более того, уравнение такого движения, вообще-то не имеет решения, мы его активировали принудительно! Даже для вымышленного физического процесса это явно чрезмерные допущения.

Лишь для писателя-фантаста такая картина просто кладезь ситуаций и сюжетов, особенно, если вместо фотона бросить на такую Черную дыру какой-нибудь звездолет. Конечно, для писателя-фантаста это совсем даже и не обязательно, он и так может выдумать любое множество миров с любыми законами физики, но этот еще один повод тоже не лишний.

Для полноты картины нам недостает ещё одной ситуации: движения под горизонт Черной дыры материального объекта, того же звездолета, с описанием наблюдений его экипажа. В этом случае мы немного упростим ситуацию, отказавшись от момента импульса Черной дыры. Во-первых, мы исключаем спорные моменты с радиальностью падения из-за вращения, во-вторых, мы вплотную сталкиваемся с ещё одним парадоксальным эффектом теории относительности – голой сингулярностью. Данное решение является решением Райсснера-Нордстрёма для стационарной заряженной Черной дыры.

Поскольку наш вариант решения Керра-Ньюмена получен в общем виде, мы просто преобразуем его в решение Райсснера-Нордстрёма, обнулив параметр момента импульса $a = 0$:

$$ds^2 = -\left(\frac{r^2 - 2mr + Q^2}{r^2}\right)dt^2 + \left(\frac{r^2}{r^2 - 2mr + Q^2}\right)dr^2$$

Появилась возможность упрощения метрики, поэтому

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 \quad (4.3)$$

Для определения параметров движения в данном случае воспользуемся методологией, изложенной в книге [15] [см. приложение П06. Заряженная ЧД – падение частицы, с.347]. Рассматривается падение на Черную дыру тела из состояния покоя на бесконечности. Приводятся аргументы о неизменности отношения E/m для тела, что позволяет существенно упростить описание её движения. Согласно этому представлению, падающее тело имеет постоянную энергию во время всего своего движения, будь то с большого удаления от Черной дыры или с близкого от неё расстояния. Но на удалении от черной дыры, это тело имеет энергию, идентичную его массе, то есть, $E = mc^2$. С учетом выбранной системы единиц, в которой скорость света равна единице, мы можем записать для решения Райсснера–Нордстрёма (4.3) уравнение, аналогичное приведенному в книге [15, с.3-12, ур.19]:

$$\frac{E}{m}=\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\frac{dt}{d\tau}=1$$

Разделим переменные в возведем в квадрат

$$d\tau^2=\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2$$

Приравняем это уравнение к уравнению (4.3), переписав его предварительно во времениподобной форме [15, с.2-19, ур.1]

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2=d\tau^2=\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2-$$

$$-\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2$$

После преобразований получаем уравнение

$$\frac{dr}{dt}=-\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}$$

При извлечении корня выбираем знак минус, поскольку нам известно, что направление движения происходит от бóльших значений расстояний к меньшим. Разделив переменные и приведя выражение к интегральной форме, получаем уравнение движения с точки зрения внешнего наблюдателя

$$t=\int\frac{r^3}{\left(r^2-2mr+Q^2\right)\left(2mr-Q^2\right)^{1/2}}dr$$

Для удобства и без нарушения общности, сохранив все точки разрыва, присвоим заряду Q такое значение, чтобы еще больше упростить выражение. Из очевидных соображений находим такое "удобное" значение заряда $Q^2=3m^2/4$ и, подставив его в уравнение, получаем:

$$t=\frac{8}{\sqrt{m}}\int\frac{r^3}{\left(4r^2-8mr+3m^2\right)\left(8r-3m\right)^{1/2}}dr$$

Похоже, что произвести интегрирование в аналитическом виде будет непросто. Однако, аналитическое решение нам особо и

нужно, поэтому для построения геодезической частицы произведем численное, табличное интегрирование [см. приложение П08. Численное интегрирование, с.353]. Сначала находим области определения подынтегральной функции и, соответственно, интеграла. Для этого вычислим корни уравнений, являющиеся горизонтами событий. Таких горизонтов три (по мере убывания):

$$r_{g1} = \frac{3m}{2} \quad r_{g2} = \frac{m}{2} \quad r_{g3} = \frac{3m}{8}$$

Сразу же обнаруживаем ещё одну особенность интеграла: подынтегральная функция имеет мертвую область, где функция не определена.

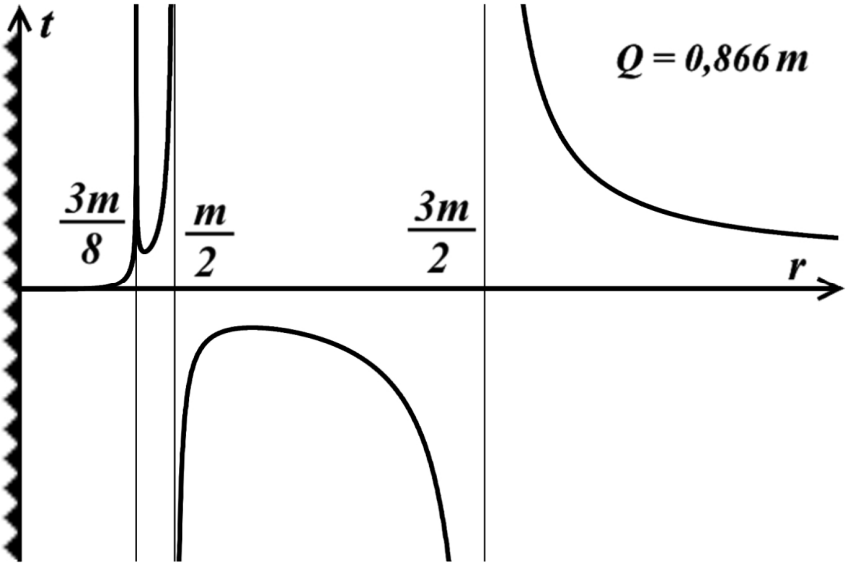


Рис.4.32. График подынтегральной функции

Прямо это означает, что интервал от внутреннего горизонта до сингулярности недостижим для падающих на Черную дыру материальных объектов. Действительно, это очень странное обстоятельство: каждый материальный объект превращается как бы в поплавок на поверхности этого горизонта.

На время условно "разблокируем" этот интервал, взяв в скобки модуля правый множитель в знаменателе подынтегральной функции. Три горизонта образуют четыре интервала расстояний, а график её имеет вид рис.4.32. Крайний левый отрезок графика добавлен условно, на самом деле в этой области функция не определена.

Числовое (табличное) интегрирование даёт три отрезка геодезической (рис.4.33). Вертикальные края геодезических на рисунке на самом деле простираются до бесконечности вверх и вниз. Левый отрезок геодезической не имеет физического воплощения, это искусственно добавленный фрагмент. В общем можно заметить, что геодезическая падающей частицы выглядит не менее странно, чем график подынтегральной функции. Сам факт наличия трёх несвязанных отрезков практически невозможно согласовать с тем, что это, вообще-то, движение одной и той же частицы.

Нанесём на рисунок горизонтальную линию, которая будет отображать ход времени, соответствуя некоторому моменту времени настоящего. В этом случае еще более отчетливо становится видно, что реально мы имеем три независимые мировые линии. Что это может означать с точки зрения внешнего наблюдателя? Первая мировая, крайняя правая имеет вполне разумное объяснение. Падающая частица с точки зрения внешнего наблюдателя никогда не пересечёт горизонта событий такой заряженной Черной дыры. Но две другие геодезические фактически являются его мысленными образами, находящимися в серьёзном конфликте с логикой и здравым смыслом. Но что означает вторая, средняя геодезическая?

Буквальная трактовка диаграммы говорит, что это геодезическая какой-то дополнительной частицы, никак не связанной с исходной. Задолго до того, как была запущена наша, исходная частица, она из бесконечного прошлого начала движение с поверхности второго внутреннего горизонта наружу, к внешнему горизонту. При этом в момент излучения нашего фотона, эта частица оказалась практически ровно посередине между внешними горизонтами, после чего продолжила своё

бесконечное движение, буквально плечом к плечу с нашим фотоном, постоянно с ним сближаясь, но никогда так и не коснувшись его.

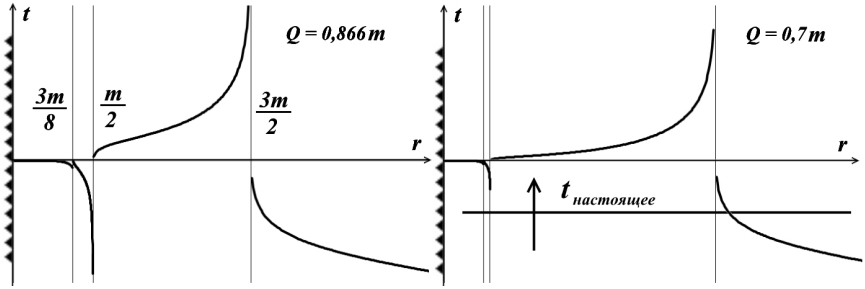


Рис.4.33. Геодезическая частицы, падающей на Черную дыру Райсснера-Нордстрёма для внешнего наблюдателя и двух значений заряда Q

Но есть и ещё одна странная частица, под вторым, средним горизонтом. Этот фантомный фотон также в паре с предыдущим начал своё движение из бесконечного прошлого. Движение он начал фактически из той же точки, но в противоположном направлении – в сторону сингулярности. В момент, когда наш фотон почти достиг внешнего горизонта событий, этот фантомный фотон, наконец, достиг цели своего путешествия – третьего горизонта. И, что интересно, сразу же прекратил своё существование так же, как и возник. С точки зрения квантовой механики это считается недопустимым – обрыв мировой линии. Но уравнение не даёт нам никаких сведений о том, что его мировая линия продолжена во времени, за пределами этой точки функция не имеет решений.

Конечно, мы могли бы использовать известную метафору об обмене ролей пространства и времени под горизонтом событий Черной дыры. Однако выше мы уже обнаружили недееспособность этой метафоры, поскольку метрика приобретает физически неприемлемый вид, а участки геодезических под горизонтом на основе этой "обменной" метрики мы просто не можем математически нанести ввиду принципиальной

несовместимости областей изменения преобразованных переменных – времени и расстояния.

Для сравнения мы привели на рисунке два варианта геодезических, для зарядов Q = 0,866m и Q = 0,7m. Видим, что при уменьшении заряда решение Райсснера-Нордстрёма переходит в решение Шварцшильда, а внутренние горизонты сближаются и постепенно сдвигаются в сторону сингулярности, в конечном счете, сливаясь с нею.

Теперь для получения уравнения движения частицы или даже космолета по собственным часам вновь воспользуемся методикой Тейлора-Уилера [15], [см. приложение П07. Заряженная ЧД – падение космолета, с.350]. После преобразований, получаем следующее уравнение движения частицы, космолета:

$$t = \int \frac{rdx}{\sqrt{2mr - Q^2}} = \frac{mr + Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr - Q^2}$$

И теперь мы можем добавить пределы интегрирования:

$$t = \frac{mr + Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr - Q^2}\Bigg|_{r_0}^{r}$$

В результате получаем уравнение

$$t = \frac{mr + Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr - Q^2} - \frac{mr_0 + Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr_0 - Q^2}$$

Второе длинное слагаемое является традиционной константой, но имеет явную запись. Как видим, в уравнении имеется скрытая сингулярность, которая в данном случае определена соотношением заряда и массы Черной дыры и отсекает, делает недоступной область пространства:

$$r \le \frac{Q^2}{2m}$$

Особенность этой скрытой сингулярности или непроходимого горизонта событий состоит в том, что она прикрывает собой истинную сингулярность, центр Черной дыры, фактически выполняя обязанности "космического цензора", закрывающего "голую сингулярность". Даже по собственным часам

наблюдатель в принципе не может достичь центра Черной дыры, хотя этой скрытой, промежуточной сингулярности он достигнет за конечное время – рис.4.34.

Как и выше, такой же неявной особенностью полученного уравнения движения частицы является формальный обрыв геодезической. Действительно, это уравнение не имеет никаких решений, соответствующих некоторому времени $t > t_{end}$. Выглядит это буквально как исчезновение частицы из физической реальности.

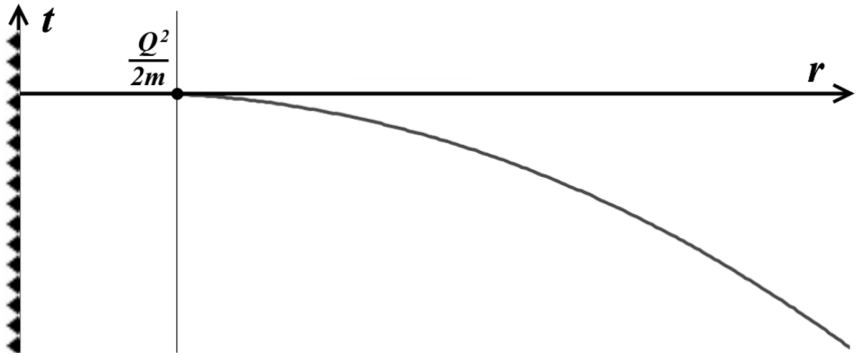


Рис.4.34. Геодезическая частицы, падающей на Черную дыру Райсснера-Нордстрёма по собственным часам.

Во всяком случае, это уравнение не описывает состояние покоя частицы на этой псевдо-сингулярности r(t) = const. Буквально это и следует трактовать как исчезновение из пространства-времени космолета, как только он достигает этого горизонта. Но куда он исчезает? Что с ним происходит в этот момент? Даже его взрыв должен иметь явное описание.

Уравнения движения просто молчаливо обрываются, ничего не говоря о судьбе объекта. Конечно, в математическом смысле такой обрыв не имеет никаких противоречий, просто проведена линия между двумя точками. Но диаграмма не статична, она изменяется во времени, поэтому просто так оставить на ней в этой точке изображение космолёта мы не можем, это требует объяснения физического. Очевидно, что здесь определенно возникает соблазн привлечь к объяснению ситуации

параллельную Вселенную или дополнительные измерения. Хотя ситуация мало чем отличается от падения частицы на *физическую* сингулярность, такое привлечение будет неприемлемо искусственным, надуманным. Более естественно предположить либо некорректность использованной методики, включая возможные ошибки в логике вычислений, либо некорректность самой релятивисткой модели такой звезды.

Также можно задаться вопросом и о судьбе вещества заряженной нейтронной звезды в момент коллапса. Можно допустить, что оно по этой же причине никогда не схлопнется в сингулярную точку, а сохранится либо в виде некой псевдо-сингулярной оболочки, пустотелого шара, либо однородной сферы, ведь до коллапса в центре звезды что-то было.

5. Многомерные и параллельные миры

В общем случае научное обоснование множественности миров можно встретить в различных вариантах, два из которых базируются на ведущих теориях современности – квантовой механике и теории гравитации Эйнштейна. К первому варианту, несомненно, следует отнести многомировую интерпретация квантовой механики Эверетта, а ко второй – космологическую гипотезу Линде об инфляционном формировании Вселенной с образованием множества Вселенных – мультиверса, в основе которого лежит общая теория относительности – теория гравитации Эйнштейна. К третьему варианту следует отнести некоторые другие гипотезы, как выдвинутые в древнем мире, так и сформулированные в последние годы, к которым можно отнести, например, гипотезу о невидимых параллельных вселенных Мультивселенной Антонова [2], которая отвергает две другие гипотезы – альтерверса и мультиверса. Фантастичность всех этих гипотез зачастую сопровождается признанием авторов о невозможности наблюдения предсказанных других, множественных параллельных миров. Попытки предложить способы их косвенного наблюдения, как правило, логически плохо обоснованы. Действительно, любое, даже самое минимальное косвенное наблюдение означает взаимодействие, что сразу же делает эти миры *реально* существующими. В противном случае, невозможность взаимодействия с ними требует применения важного философского принципа: то, с чем взаимодействие невозможно *в принципе*, не существует.

Инфляционный мультиверс

В качестве одного из веских доводов против дополнительных пространственных измерений можно привести мнение

Эренфеста, который еще в 1917 году обнаружил невозможность устойчивых планетарных орбит в четырех и более пространственных измерениях [47, с.285]. С этим мнением согласны многие ведущие физики современности:

"Добавление или изъятие хотя бы одного из пространственных измерений сделало бы невозможным существование планетных систем" [56].

Получается, что все многомерные пространства с размерностью более трёх пространственных измерений принципиально невозможны, поскольку приводят к нарушению законов гравитации. По крайней мере, для нашей Вселенной. Приводимая аргументация в пользу этого мнения опирается как на теорию гравитации, общую теории относительности, так и, видимо, на физику Ньютона. Однако в них закон обратных квадратов для гравитационного взаимодействия справедлив исключительно для трехмерных тел. Но насколько правомерно утверждать, что четырехмерные тела взаимодействуют по такому же закону? Или трехмерные тела, разнесённые по четвертой пространственной координате? Ответы не очевидны.

По наблюдениям объекты нашего мира однозначно находятся в наших трех измерениях, никогда, даже на короткое время, не исчезая в дополнительных измерения. Это означает, что все они имеют одну и ту же координату по каждому возможному дополнительному измерению. Иными словами, толщина нашей Вселенной по этому измерению равна или близка к нулю. Тогда закон обратных кубов, четвертых степеней и так далее автоматически превращается в закон обратных квадратов и никаких проблем для планетарных орбит не возникает.

Исходя из обратного, можно предположить, что наши трёхмерные тела не могут являться и сечениями некоторых 4-мерных тел, поскольку в этом случае опять же должно наблюдаться нарушение закона обратных квадратов. Более того, из этого следует, что полновесных 4-мерных тел просто вообще не существует. Если и есть четвертое измерение, то все наши трехмерные тела являются в нём плоскими 4-мерными объектами, включая и всю нашу Вселенную целиком, как показано на

рис.3.20 на с.146. В этом случае множество вселенных могут располагаться вдоль этой координаты наподобие разноцветных дисков на общей оси в детской игрушке – пирамидке.

Вместе с тем множество Вселенных не требует обязательного наличия дополнительного измерения. Согласно сценарию хаотической инфляции Линде такие Вселенные могут возникать в единой, очевидно, трехмерной области, в "первичном хаосе" скалярного поля [56].

Каждую такую Вселенную, одной из которых является и наша Вселенная, иногда аллегорически называют островами, островными вселенными. Возможность их автономного появления, без контакта с другими обеспечивает инфляция исходного пространства [30, с.112].

Именно инфляция этой исходной области и приводит к тому, что области всех этих отдельных Вселенных лишены возможности взаимодействия, контакта друг с другом. Бесконечное множество таких Вселенных позволяет сделать допущение и о возможности в них любых самых невероятных наборов законов физики:

"Согласно инфляционной теории, наша вселенная может состоять из различных частей с различными (в пределах малых энергий) законами физики, допускаемыми единой фундаментальной теорией" [56].

Обитатели таких Вселенных живут:

"... экспоненциально далеко от ее границ, и потому никогда ничего не узнают о существовании других "вселенных" с другими свойствами" [56].

Возникновение множества Вселенных приводит к своеобразной сцепке нескольких понятий. Это и параллельные миры в дополнительных измерениях, это и возможность любых мыслимых наборов физических законов, поскольку бесконечное число Вселенных прямо этого не запрещает, это и закономерный вопрос о количестве таких Вселенных, физические законы которых допускают существование биологической жизни, и, наконец, довольно туманный вопрос: кто кого создал,

законы природы Вселенную или сначала сама Вселенная создала законы природы:

"... нам надо знать, что появляется первым при образовании вселенной – сама вселенная или же законы, ей управляющие. Одинаково сложно понять, как могут существовать законы до образования вселенной, или вселенная без управляющих ей законов" [56].

Легко заметить, что проблема ничем не отличается от проблемы курицы и яйца, следовательно, и единственным разумным и последовательным ответом должен быть такой же: "сначала" была вечная и бесконечная материя, а уж какими законами она управляется – это вопрос долгий как сама вечность. Строго говоря, законы природы и физики, в частности, в природе вообще не существуют. Нет такой субстанции – закон природы. Все они исключительно плод умственных трудов ученых. Озвученный вопрос – это следствие попыток избежать ответа на философские вопросы, отвергая, обходя философию. Несколько в стороне находятся антропные принципы, имеющие довольно противоречивую основу и, следует заявить, не имеющие практически никакой научной ценности.

"Имея выбор среди различных вселенных в структуре Мультимира, мы можем продолжать, отбрасывая те, где наша жизнь была бы невозможной [56].

Антропный шовинизм сам по себе особо не удивляет: конечно же, Вселенная не могла появиться, если бы не было нас, людей. А как ещё можно объяснить невероятную приспособленность Вселенной к существованию в ней человека? Здесь уже никак не обойти факта наличия очень тонкой подгонки фундаментальных физических констант, при которой даже малые отклонения от их стандартных значений привели бы к принципиальной невозможности возникновение в ней биологической жизни, человека:

"Для того чтобы во Вселенной существовала жизнь, требуется редкое стечение множества обстоятельств и совпадений. Жизнь, которая зависит от разнообразных и сложных биохимических реакций, легко может оказаться невозможной, стоит

только изменить хотя бы чуть-чуть некоторые химические и физические константы" [46, с.257].

А не проще ли допустить возможность иных форм организации материи при таком рассогласовании настроек? Ведь обсуждаются в научных кругах возможности любых наборов законов природы, и где-то существуют антилюди, для которых приспособленность *нашей* Вселенной – смерти подобна. Или все-таки есть ограничения на их варианты? Сама по себе идея мультиверса вполне допускает такое. Вечная и бесконечная Материя способна вместить в себя бесконечное число *одинаковых* до последнего байта Вселенных. При этом их взаимозависимость совсем не обязательна, поскольку вариантов – бесконечное число:

"... каждый мыльный пузырь – целая десятимерная вселенная. Так как пространство и время могут существовать только на каждом пузыре, между ними нет ни пространства, ни времени" [46, с.255].

Мы прямо относим эту цитату к введенному Линде в научный обиход понятию Мультимира, Мультиверса. Поэтому обращаем внимание на отсутствие между пузырями-Вселенными пространства. Возникает неясность: куда же в этом случае расширятся Вселенные?

Вместе с тем, главный вопрос, который нас интересует в данный момент, состоит в принципиальной возможности взаимодействия этих мини-Вселенных, которое, как следует из цитат, невозможно. Однако даже при их многомерности мы явно видим, что все они находятся в равных условиях, то есть, первые три пространственных измерения для них эквивалентны. Собственно говоря, только это обстоятельство и может служить основанием для утверждений об их недоступности друг для друга. Если бы они изначально существовали в несвязанных пространственно-временных 4-мерных континуумах, то утверждения об их недоступности не имели бы вообще никакого логического смысла.

С другой стороны, и весь континуум, Мультиверс и все мини-вселенные, пузырьки, домены, как однозначно указыва-

ется, испытывают расширение. Если бы расширялись только мини-вселенные, то рано или поздно они должны столкнуться. И только расширение всего Мультиверса, в том числе и того, что как бы и не существует – областей между его компонентами, Вселенными, может как-то компенсировать такие столкновения. Сразу же становится видна проблема скорости расширения, удаления Вселенных друг от друга. Даже при их конечном количестве, две достаточно удаленные друг от друга Вселенные имеют бесконечно большую скорость разбегания. Вместе с тем, расширение ведь может быть и замедленным, то есть, со временем переходящим в сжатие областей. В этом случае рано или поздно расстояние между областями окажется времениподобным, и мини-вселенные смогут общаться посредством световых или радиосигналов.

Конечно, остается тот же странный вариант наличия между ними пустых областей, не содержащих в себе пространства-времени как такового. Как оно должно себя проявить в этом случае? Вопрос не однозначный. Если это абсолютная пустота, то она явно не должна обладать свойствами пространства-времени. Иными словами, если из одной мини-вселенной отправить луч света в другую через такую пустоту, то свет, видимо, должен пройти через неё напрямую без каких-либо задержек, мгновенно. Действительно, трудно вообразить, что на границе такого пузырька, домена свет буквально упрётся в стену. Или он исчезнет? Во что же он в этом случае превратится? Формально он поглощён пустотой, но это довольно странный, фантастический вариант, похлеще даже Черной дыры. Куда более разумно представить, что эта пустая область, не обладающая *никакими* свойствами, не обладает также и свойством протяженности. То есть, для фотона она имеет нулевую протяженность. Иначе говоря, всё пространство между мини-вселенными является фактически одним сплошным пространственно-временным тоннелем, мостом Эйнштейна-Розена, слившимися воедино всеми возможными кротовыми норами, червоточинами.

А это означает, что все даже сферические пузырьки в пространстве континуума соприкасаются друг с другом в вещественном смысле, причем со стопроцентной плотностью упаковки шаров. Тогда вопрос об обмене сигналами приобретает несколько иной смысл. При ускоренном расширении континуума и вселенных они никогда не смогут общаться друг с другом, по меньшей мере, на удалении от границ доменов на величину горизонта видимости. Само понятие границы домена теряет физический смысл, поэтому всею Вселенной в целом можно считать все объединенные воедино мини-вселенные, домены, пузырьки. И вопрос об обмене сигналами полностью определяется характером расширения этой объединенной всеобщей, единой Вселенной.

В настоящее время расширение считается ускоренным, поэтому нет никакой надежды на информационную связь между её областями. Но если расширение однажды перейдёт из ускоренной фазы в замедленную?

Скорость расширения Вселенной

Принято считать, что различные области Мультиверса, Вселенные в принципе не могут обмениваться информацией. Причиной является как расширение самих Вселенных, приводящее к увеличению их горизонта видимости, так и расширение всего Мультиверса. Исключить такое расширение объемлющего Мультиверса нельзя, поскольку в противном случае расширяющиеся мини-Вселенные, видимо, рано или поздно должны пересечься, слиться воедино.

Более того, наша Вселенная расширяется с ускорением, поэтому логично предположить, что ускоренно расширяются и все другие Вселенные и сам Мультиверс. Ускоренное расширение нашей Вселенной является наблюдательным фактом. Соотношение между красным смещением удалённых галактик и их удалённости не соответствует стандартному закону Хаббла: галактики оказались менее ярками, чем это предсказывает закон. Действительно, согласно этому закону постоянная Хаб-

бла H должна отвечать следующему соотношению между скоростью v удаляющейся галактики и её удалённостью R:

$$H = \frac{v}{R}$$

Скорость удаления галактики пропорциональна красному смещению: чем больше красное смещение, тем выше скорость галактики. Напротив, удаленность галактики обратно пропорциональна её яркости: чем она дальше, тем ниже её яркость. Поскольку в результате астрофизических наблюдений яркость галактики при известной скорости оказалась ниже, то это означает её бо́льшую удаленность – R_{fact}, что, очевидно, соответствует меньшему значению постоянной Хаббла в прошлом:

$$H_{fact} = \frac{v}{R_{fact}}$$

Если выразить фактическую удаленность галактики через предсказываемую законом, то получим:

$$H_{fact} = \frac{v}{kR}, \ где \ R_{fact} = kR, \ k \geq 1$$

Нам не известно, из каких соображений на самом деле было сделано заключение об ускоренном расширении Вселенной. Но этот вывод в приведенных выкладках, что называется, лежит на поверхности. Вполне возможно, что именно на основе подобных рассуждений и сделан вывод, что раньше постоянная Хаббла H_{fact} имела меньшее значение, чем в настоящее время H, то есть, Вселенная расширяется ускоренно:

$$H_{fact} = \frac{v}{kR} = \left(\frac{v}{R}\right) : k = \frac{H}{k}$$

Однако возникают некоторые сомнения в корректности приведенных вычислений. Во-первых, если далёкая звезда менее яркая, то выходит, что раньше она двигалась быстрее и, соответственно, поэтому должна была удалиться дальше. Но это означает замедленное расширение. Во-вторых, в приведённых уравнениях неявно присутствует допплер-эффект, поскольку рассматриваются скорости относительного движения

галактики и наблюдателей. В общей теории относительности, как известно и нередко указывается в литературе, красное смещение является результатом изменения масштабного фактора. То есть, скорость в этом случае является как бы побочным эффектом. Попробуем определить это же ускорение расширения, исходя непосредственно из масштабного фактора. Рассмотрим два варианта расширения Вселенной с некоторыми условными параметрами расширения.

Первый вариант. Сразу же после испускания фотона удалённой галактикой на расстоянии $R = 2$ от наблюдателей Вселенная мгновенно расширилась в 2 раза, после чего мгновенно же и прекратила расширение. В этом случае говорить о допплер-эффекте нельзя, поскольку галактика и наблюдатели больше не удаляются друг от друга. Однако масштабный фактор явно изменился, увеличив до 4 расстояние между галактикой и наблюдателями. В самом деле, в момент излучения фотона он был равен 2, как мы приняли, и фотон имел единичную длину. После мгновенного расширения Вселенной удвоились и масштабный фактор и, соответственно, длина волны фотона. Будем считать, что удвоение соответствует и красному смещению $z = 2$. Очевидно, что до наблюдателя фотон пройдёт удвоенное расстояние $R = 4$, которому будет соответствовать уменьшение его светимости в 16 раз.

Второй вариант. Фотон почти полностью прошёл расстояние $R = 2$ от галактики до наблюдателей в стационарной Вселенной. Яркость, светимость его (звезды, конечно) уменьшилась в 4 раза. И только на минимальном удалении от наблюдателей Вселенная мгновенно расширилась в те же 2 раза, после чего мгновенно же прекратила расширение. Масштабный фактор также увеличился в 2 раза, увеличив, соответственно, и длину волны фотона в 2 раза. Как и в первом варианте это будет соответствовать красному смещению $z = 2$. Однако фотон до этого момента прошёл только расстояние $R = 2$, поэтому его яркость (яркость звезды) уменьшилась только в те самые 4 раза. Допплер-эффект отсутствует и в данном случае, поскольку область пространства, в котором в момент расширения находился

фотон, и которая фактически является его излучателем, и наблюдатели не удаляются друг от друга. Действительно, если все-таки признать наличие допплер-эффекта в процессе мгновенного расширения Вселенной, то красное смещение в этот момент должно стать равным бесконечности.

Сравнивая варианты, мы имеем все основания заключить, что в первом случае Вселенная расширялась замедленно, во втором - ускоренно. Но при этом, ускоренному расширению опять-таки соответствует более высокая яркость удалённых галактик. Результат, следует заметить, странный и даже невероятный. Более того, его даже можно назвать нелепым, поскольку он резко противоречит существующим взглядам: при ускоренном расширении Вселенной, пространства, оказывается, мы должны видеть далёкие галактики более яркими. Это ведет к довольно неприятным последствиям для гипотезы о темной энергии, в основе которой лежит именно ускоренное расширение Вселенной.

Вместе с тем, почему первый способ вычисления дал результат об ускоренном расширении, а второй, наоборот, о замедленном? Какой способ правильный? Рассмотрим расхождения детальнее. Для большей наглядности перепишем закон Хаббла в терминах яркости. Поскольку яркость Я обратно пропорциональна удаленности, то получаем, соответственно, для ускоренного (s) и нормального (n) расширения Вселенной

$$H_s = v\text{Я}_s$$

$$H_n = v\text{Я}_n$$

Величину скорости или красного смещения берём одну и ту же, поскольку несоответствие в том и состоит: для некоторого красного смещения яркость оказывается ниже, чем это следует из основного закона Хаббла. Поэтому:

$$\frac{H_s}{\text{Я}_s} = v = \frac{H_n}{\text{Я}_n}$$

И здесь теперь уже явно видим: чем больше постоянная Хаббла, тем больше и яркость галактики. То есть, при уско-

ренном расширении Вселенной удаляющиеся галактики при некотором заданном красном смещении имеют более высокую яркость, $Я_s > Я_n$. Теперь мы можем выяснить причину обнаруженного расхождения с предыдущими вычислениями: это традиционная проблема интерпретации. Мы назвали постоянную Хаббла в прошлом H_{fact}, но фактически эта постоянная соответствует нормальному расширению Вселенной, без ускорения. Следовательно, и величина удаленности R_{fact} также соответствует этому режиму расширения – без ускорения. Поэтому величина R – это удаленность галактики в режиме ускоренного, нынешнего, как считается, расширения Вселенной. Но мы приняли, что $k \geq 1$, считая, что измеренное значение удаленности – это прошлое значение, удаленность, которая должна была быть при нормальном расширении Вселенной. Но в реальности всё наоборот: галактика оказалась дальше, чем должна быть при нормальном, не ускоренном расширении, то есть, $R_{fact} < R$. При нормальном, без ускорения расширения Вселенной в прошлом удаленность должна быть меньше, чем при ускоренном, нынешнем. То есть, следует принять $k \leq 1$ и соотношения вновь приводят к замедленному расширению.

Конечно, приведенные вычисления сделаны для некоторых довольно абстрактных ситуаций. Но так ли они далеки от реальности? Конечно, строго научными, аналитическими их назвать сложно. Поэтому попробуем проделать эти же вычисления строго формально, аналитически, как говорится, с линейкой и калькулятором в руках.

Традиционно за основу возьмем уравнение движения тела в расширяющемся пространстве. Из формализма общей теории относительности известно соотношение для масштабного фактора:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

Преобразуем его в обычное дифференциальное уравнение:

$$\dot{a} - Ha = 0$$

Это уравнение имеет простое решение, которое можно назвать стандартным законом Хаббла для расстояний:

$$r = r_0 e^{Ht}$$

Действительно, дифференцированием находим уравнение для скорости, которое теперь уже явно имеет вид известного стандартного уравнения закона Хаббла

$$v = \dot{r} = r_0 H e^{Ht} = Hr$$

Для проверки подставляем эти величины в уравнение для масштабного фактора и убеждаемся, что они ему точно соответствуют:

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{r_0 H e^{Ht}}{r_0 e^{Ht}} = H$$

Нам также известно, что в космологии используются соответствующие наблюдательные параметры – яркость удаленной галактики и её красное смещение. Яркость является математически тождественной величиной для удалённости. Определяя яркость стандартной свечи – сверхновой Ia, получают точное значение её удалённости. Чем ярче звезда, тем она ближе к нам. Второй параметр – красное смещение в точности соответствует скорости, с какой галактика удаляется от нас: чем больше смещение, тем выше скорость удаления. Иначе говоря, фактически в законе Хаббла присутствуют не скорости и расстояния, а красные смещения и яркости. И главным основанием для утверждений об ускоренном расширении Вселенной как раз и стал тот факт, что яркость дальних сверхновых оказалась ниже, чем это должно следовать из закона Хаббла. Но мы попробуем аналитически проверить, какой вывод должен следовать из обнаруженного несоответствия. Мы просто построим два графика: зависимости от времени скорости удаления и удалённости или, что то же самое, красного смещения и яркости. Каждому моменту времени, тем самым, на графике будут соответствовать две эти величины. Кроме этих двух графиков, мы здесь же построим еще два таких же графика, но исходя из предположения, что галактика удаляется с ускорением, с тем

самым несоответствием стандартному закону. Поскольку ускорение в стандартном законе Хаббла мы можем отразить только величиной постоянной Хаббла, то ускорение, очевидно, означает, что раньше было одно её значение, а со временем оно увеличилось. Точный закон увеличения постоянной Хаббла нам не известен, да, собственно говоря, и не нужен, поэтому мы просто возьмем за основу один из возможных в принципе вариантов, когда постоянная возрастает с течением времени. Параметр такого возрастания, константу мы так и назовём – ускорением расширения, обозначив его буквой a:

$$H_{new} = H(1 + at)$$

Как видим, в начальный момент времени t = 0 значение постоянной Хаббла принято равным некоторому исходному значению H, а в дальнейшем она увеличивается и достигает современного значения H_{new}, если ускорение, темп её возрастания a > 0. Согласно этому допущению уравнение ускоренного движения примет такой вид:

$$r = r_0 e^{Ht(1+at)}$$

Из этого уравнения дифференцированием мы находим уравнение скорости для ускоренного закона Хаббла

$$v = \dot{r} = Hr_0 e^{Ht(1+at)}(1 + 2at)$$

Сравнив расстояния при равных красных смещениях, просто вычислив их отношение [см. приложение П09. Скорость расширения Вселенной, с.356], получаем:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{1 + 2at} \leq 1$$

Индекс 2 соответствует ускоренному расширению. Полученная величина при заданных условиях однозначно меньше единицы. Полученное соотношение показывает, что $r_1 > r_2$, следовательно, поскольку зависимость обратная, яркость удалённой галактики тем выше, чем больше скорость расширения Вселенной. Поскольку у нас есть теперь две пары уравнений, соответствующие обычному и ускоренному расширению Вселенной, мы можем сопоставить яркости и красные смещения

для двух вариантов расширения Вселенной также и на графиках. Делаем графические построения и получаем следующую картину рис.5.1.

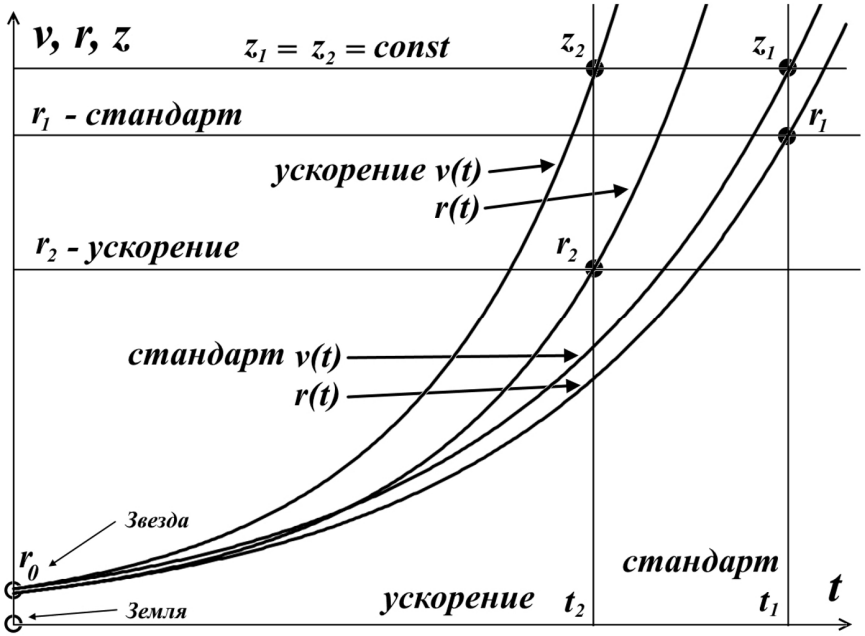


Рис.5.1. Графики скорости и расстояний

Мы исходим из наблюдательного факта, что удалённые галактики имеют более низкую светимость. То есть, некоторому конкретному красному смещению, соответствующему какой-то скорости, отвечает некоторая удалённость галактики. Поэтому проведём на графике горизонтальную линию, соответствующую этому некоторому красному смещению $z_1=z_2=\text{const}$. Это два сравниваемых закона, поэтому мы и берём равенство в них именно красного смещения.

Поскольку красное смещение – это следствие той или иной скорости движения, то тем самым мы выбрали точки на этих графиках – скорости движения галактики согласно стандартному закону Хаббла и его ускоренной версии. Как видим, эти красные смещения соответствуют двум разным моментам

времени t_1 и t_2. Это не должно вызывать удивления, поскольку достижение указанного красного смещения, естественно, произойдет в разные моменты времени. Если галактика двигалась без ускорения, то это будет момент времени t_1, если же она двигалась ускоренно, то, очевидно, этот момент наступил бы раньше – t_2. И здесь мы переходим к самому главному: в эти же моменты времени галактика имела и соответствующие удалённости – r_1 и r_2.

Заметим, что шкала времени – это не обычная календарная шкала от большого взрыва до наших дней. Это шкала времени по внутренним часам удаляющейся звезды. Поскольку движение относительное, то мы можем с полным основанием считать, что не звезда удаляется от Земли, а Земля удаляется от звезды. В этом случае каждое время на шкале и означает, что в этот момент излученные фотоны достигли Земли. Два разных времени такого события означают простое совмещение на одном рисунке двух разных графиков.

Что можно противопоставить приведённым выкладкам? Это строгие аналитические вычисления, исходящие из неоспоримых исходных данных, предположений. Единственное, что можно назвать неполнотой – это отсутствие точных *числовых* значений удалённостей галактики в зависимости от её характера движения. Да, числовые значения параметров взяты предельно условными. На данном графике в компьютерную программу были заложены некоторые условные значения безразмерных параметров. Несомненно, что с иными, реальными физическими значениями этих параметров и графики будут иметь несколько иной вид, но представляется совершено маловероятным, чтобы его *характер* принципиально отличался от представленного. А главная его сущность проявилась в неравенстве $r_1 > r_2$, что означает: при ускоренном расширении Вселенной удалённые галактики должны быть *более яркими*, чем при равномерном или замедленном расширении.

Следует откровенно признать, что в научном смысле это не только интересные, но и довольно странные, очевидно, спорные выводы, поскольку они резко противоречат не только

мнению большой группы всемирно известных ученых, крупнейших специалистов в этой области, но и мнению ряда других авторитетных организаций, высоко оценивших труд этих ученых. Кроме того, эти выводы автоматически ставят под сомнение и выводы специалистов в области общей теории относительности и космологии, поскольку темная энергия теперь уже должна объяснить причину замедления, а не ускорения расширения, либо просто уйти из формализма теории. Вместе с ней, видимо, должны быть пересмотрены и решения, связанные с лямбда-членом в уравнении Эйнштейна. Отказ от темной энергии вновь поднимает вопрос от плоскостности Вселенной, поскольку общая масса её должна быть пересчитана, уменьшена ни много, ни мало – на 75 процентов, массу ставшей теперь уже ненужной темной энергии.

С другой стороны, такие серьёзные последствия, противоречия с известными представлениями о характере расширения Вселенной, конечно же, вызывают и серьёзные сомнения в правильности представленных расчетов, которые, вообще-то, возникли практически случайно в процессе решения несколько иных задач. Но с другой стороны, если выкладки верны, то они довольно неплохо вписываются в альтернативную гипотезу Большого взрыва – гипотезу о возникновении вещества в процессе фазового превращения Материи, первоосновы и первопричины всего сущего. Вечная и бесконечная Материя претерпела фазовый переход, схожий с процессом в камере Вильсона, в результате чего она как бы сконденсировалась, вещественолизировалась, образовав огромную область вещественного мира, нашу Вселенную. Наличие вещества одновременно запустило и процессы его движения, преобразования, взаимодействий, которые мы воспринимаем как течение времени. Никакого точечного Большого Взрыва в этом случае не требуется. Конечно, вещественолизация могла происходить и в виде сферической волны, наподобие горения тополиного пуха от брошенной в него спички. В первый момент времени образовалась основная субстанция вещества, которую вполне можно отождествить с первичным бульоном гипотезы Большого

взрыва. Очевидно, что при таком подходе уже нет принципиальной необходимости в инфляции, как расширения именно вещества, первичного бульона. Сам факт фазового перехода выглядит как раз так, будто возникшее пространство-время стремительно расширилось. Но это лишь на первом этапе. В дальнейшем процессы перехода Материи в вещество не прекратились, но существенно замедлились. Теперь уже не образуется горячий кварковый бульон, теперь уже в пространство вещества добавляются лишь мельчайшие "атомы пространства" – области физического вакуума, области квантовой пены и тому подобного. Выглядит это как раз как расширение самого пространства. Процесс преобразования не может длиться вечно, поэтому и добавление атомов пространства со временем замедляется, замедляя и видимость расширения Вселенной. Кроме того, наилучшим местом для появления таких атомов является пустое пространств. В областях гравитационной связанности плотность таких атомов и без этого велика, поэтому там им возникнуть сложнее.

Конечно, все эти рассуждения не имеют статуса доказательства. Здесь же мы просто используем их как есть: если допустить расширение Вселенной с замедлением, то это допущение естественно распространить и на Мультиверс, что означает, в свою очередь, принципиальную возможность переходов из одной его области в другую, из одной мульти-Вселенной в другую. Кротовые норы, мосты Эйнштейна-Розена и гиперпространственные дополнительные измерения в этом случае больше не являются незаменимыми, уникальными, единственными каналами связи.

Многомировая интерпретация

Еще один из невероятно парадоксальных вариантов физической реальности из множества подобных друг другу миров возник в рамках альтернативной, расширенной интерпретации квантовой механики, предложенной Хью Эвереттом в 1957 году и известной на западе как "многомировая интерпретация"

(ММИ), а в России как эвереттика или оксфордская интерпретация квантовой механики [55, с.174]. Эверетт рассматривал свою работу не как гипотезу, требующую доказательств и подтверждений, а как законченную метатеорию, более общую, чем распространённая ныне классическая копенгагенская интерпретация, и включающая последнюю в себя в качестве предельного (частного) случая.

Следует отметить, что эвереттика уже с момента публикации встретила возражения со стороны ряда физиков. В частности одним из следствий теории было предсказание бесконечного ветвления, расщепления реальности (альтерверса), включающего и "расщепление" наблюдателя. Ситуация крайне странная и необычная, поэтому теория не могла не вызвать недоверие и возражений. Доводы против этих возражений Эверетт сформулировал в ставшей знаменитой сноске в своей статье "Формулировка квантовой механики через "соотнесенные состояния", которая суммирует ядро теории, состоящее в том, что уравнение Шредингера описывает и микроскопические, и макроскопические миры:

"… некоторые корреспонденты подняли вопрос "перехода от возможного к действительному" утверждая, что в "действительности" – как свидетельствует наш опыт – нет никакого расщепления состояний наблюдателей, поскольку всегда только одна ветвь может существовать фактически. Так как этот пункт может прийти в голову и другим читателям, ниже предлагается следующее объяснение.

Что касается вопроса, составляющего предмет спора - перехода от "возможного" к "действительному" – теория снимает эту озабоченность очень простым способом: такого перехода нет, и при этом он и не нужен для теории в соответствии с нашим опытом. С точки зрения теории все элементы суперпозиции (все "ветви") являются "действительными", ни один не более "реален" чем остальные. Не нужно полагать, что все, кроме одного, так или иначе разрушены, так как все отдельные элементы суперпозиции индивидуально подчиняются волновому уравнению с полным безразличием к присутствию или

отсутствию ("реальности" или нет) любых других элементов.

Это полное отсутствие влияния одной ветви на другую также подразумевает, что никакой наблюдатель никогда не будет знать ни о каком процессе "расщепления".

Те аргументы, согласно которым картине мира, представленной этой теорией, противоречит опыт, потому что мы не сознаем никакого процесса ветвления, подобны критике коперниканской теории на том основании, что подвижность Земли как реальный физический факт является несовместимой с интерпретацией природы здравым смыслом, поскольку мы не чувствуем такого движения. В обоих случаях аргумент терпит неудачу, когда оказывается, что сама теория предсказывает, в чем фактически будет состоять наш опыт. (В коперниканском случае дополнение ньютоновой физики было обязано показать, что жители Земли не будут осознавать любое её движение)" [55, с.205].

Одним из таких корреспондентов – читателей был Де-Витт, исполнявший на тот момент обязанности редактора текущего выпуска журнала "Reviews of Modern Physics", в котором были напечатаны укороченные тезисы статьи Эверетта.

"В своем письме Де-Витт утверждал, что он не может чувствовать себя расщепившимся, поэтому математически привлекательная теория Эверетта не может быть правильной. Эверетт в ответном письме Де-Витту написал, что сотни лет назад, после того, как Коперник провозгласил свое радикальное утверждение о том, что Земля вращается вокруг Солнца, а не наоборот, его критики жаловались, что они не могли *ощущать* земное движение, а потому – как такое утверждение Коперника может быть правильным?" [55, с.215]

Возражений на такое объяснение в дальнейшем не последовало. Во всяком случае, они не встречаются в литературе хотя бы и с меньшей частотой, чем само объяснение Эверетта. Принял его Де-Витт или нет, неизвестно.

Итак, доводом против возражения об отсутствии ощущений собственного расщепления наблюдателя представлена параллель с отсутствием подобных же ощущений о движении

Земли вокруг Солнца. Поскольку, мол, движение Земли не ощущается, но на самом деле оно есть, то и "расщепление наблюдателя" тоже есть, хотя оно и не ощущается. Однако даже поверхностный взгляд на объяснение Эверетта обязан был показать подмену понятий, и потому странно, что на это никто прямо не указал.

В самом деле, проведённая Эвереттом параллель сравнивает две принципиально различные ситуации. В случае с ощущением движения Земли доказательством ложности ощущений и истинности движения Земли является реальное физическое наблюдение. Первоначально в большинстве случаев *наблюдение было* косвенным, но при этом подтверждалось строгими доказательными логическими рассуждениями. В дальнейшем такое движение *наблюдалось* самым непосредственным образом. То есть, при отсутствии субъективных ощущений реального движения Земли, оно *было возможно в принципе* и затем получило строгое *экспериментальное* подтверждение, объяснение.

Совершенно иная ситуация складывается с "расщеплением наблюдателей". Никто из них, бесспорно, ни в одном эксперименте субъективно не ощущает своего расщепления на разные ветви альтерверса. Но в данном случае, в отличие от экспериментального наблюдения вращения Земли, не существует и *принципиально не может существовать* эксперимента, способного показать такое расщепление! Здесь неуместна даже формулировка "во всяком случае, в настоящий момент таких экспериментов не проводилось". Такие эксперименты неосуществимы *в принципе*, на что прямо указал и сам Эверетт:

"… полное отсутствие влияния одной ветви на другую также подразумевает, что никакой наблюдатель никогда не будет знать ни о каком процессе "расщепления" [55, с.205].

Как видим, по существу полное отсутствие влияния ветвей является постулатом теории, не предусматривающим никаких отклонений. Решить эту проблему неспособна никакая модернизация, никакое усовершенствование теории. Например, бесконечное ветвление миров можно уменьшить добавлением в

многомировую интерпретацию Эверетта так называемых "склеек". Их автором является один из убеждённых сторонников эвереттики – Юрий Лебедев. Суть таких склеек кратко состоит в том, что помимо расщепления миров возможен и обратный процесс – их объединение, склейка:

"Реальности не только ветвятся, но и склеиваются. Классические миры альтерверса (соотнесенные состояния) могут взаимодействовать друг с другом. Когда такой процесс становится возможным, образуются особые состояния КРФМ, называемые склейками" [55, с.56].

Казалось бы, неплохое решение проблемы, поскольку бесконечное ветвление миров, бесконечное увеличение их числа в этом случае становится не обязательным. Однако это прямо противоречит постулату теории об отсутствии влияния ветвей друг на друга, формально это уже другая теория. Заметим, что такое бесконечное увеличение числа миров в некоторой степени пытался ограничить и сам Хью Эверетт:

"Таким образом, с каждым последующим наблюдением (или взаимодействием), наблюдатель "ветвится" во множество различных состояний. Каждая ветвь представляет собой иной результат измерения и *соответствующего* собственного состояния системы объекта. Все ветви существуют одновременно в суперпозиции после любой данной последовательности наблюдений** ... В любом известном запоминающем устройстве вследствие ограниченной емкости его памяти ветвление не продолжается бесконечно, но должно остановиться в некоторой точке" [55, с.194].

В дальнейшем Эверетт это замечание о точке останова развивать не стал. Указанная в данной цитате сноска ** и является тем объяснением, в котором Эверетт приводит пример с вращением Земли.

Здесь следует обратить внимание на одну из сомнительных сторон такой многомировой реальности – о связи миров в координатном смысле, о характере дополнительного измерения. Множество миров могут быть условностью, то есть, фактически, отдельными областями единого пространства-времени,

между которыми переходы возможны хотя бы в принципе. В этом случае никаких дополнительных пространство – временны́х измерений не требуется. Правда, возникает вопрос о механизме такого своеобразного копирования, клонирования Вселенных. Кроме того, некоторые расширения интерпретации Эверетта допускают копирование или расщепление миров и во времени. Эта версия заметно расходится с исходными положениями теории, поскольку инициатором расщепления миров является некоторое конкретное квантовое событие.

Введённые Лебедевым в теорию Эверетта склейки, конечно, можно признать корректным логическим продолжением теории. Но склейки имеют те же самые слабости, что и их логические предшественники – ветви альтерверса. Последователи Эверетта (в русскоязычном сегменте интернета) вполне ожидаемо и с пониманием неизбежной необходимости этого приводят "доказательства" существования склеек. Можно разделить эти "доказательства" на три группы. Первая – это мифологическая. Приводятся (по меньшей мере, один) примеры якобы реально наблюдаемых склеек или, в крайнем случае, событий, которые имеют веские основания рассматриваться в таком качестве. Это событие, якобы описанное в литературе, о том, как в железнодорожном пассажирском вагоне вдруг неожиданно появился возница из прошлых столетий. Его невольные спутники были немало удивлены и напуганы. Однако через некоторое время возница исчез так же неожиданно, как и появился. Перед этим он успел назвать своё имя и место жительства. В библиотеке удалось найти, что это место существовало в реальности. На этом "доказательства", по сути, закончились.

К подобным же "доказательствам" можно, видимо, отнести и различные миражи вроде промчавшихся поездов метро, "летучих голландцев" и тому подобные. Однако все они опираются на свидетельские "показания", субъективность которых лишает их научной и доказательной ценности. Легко заметить, что постулат об отсутствии взаимного влияния ветвей здесь явным образом отбрасывается.

Вторая группа "доказательств" - это научные объяснения

некоторых физических экспериментов с использованием склеек. Например, в журнале "Наука и жизнь" приводится объяснение с привлечением склеек эксперимента на интерферометре Маха-Цандера. В таком объяснении явно просматривается двусмысленность. Например, выбор ветвей альтерверса, между которыми происходит склейка, производится на основании того, что мир расщепляется только на *физически возможные* ветви. Такая физическая возможность в статье никак не расшифровывается, вместо этого явно предсказываются ветви, которые затем под довольно надуманными предлогами просто отбрасываются. Однако весьма заметно, что физически возможные ветви полностью соответствуют предсказаниям стандартной копенгагенской интерпретации, которая обосновывает результат исключительно на собственных строгих математических рассуждениях. Эксперимент затем точно подтверждает эти математические предсказания. Как видим, и здесь склейки и ветвления имеют шаткую позицию.

Наконец, третьей группой является область искусства. Существует множество художественных (и документальных) фильмов, события в которых разворачиваются на фоне "скачков" в параллельные реальности. Все эти "скольжения", "провалы во времени" и прочие "переходы" являются всего лишь художественными интерпретациями строгих научных теорий – квантовой механики, теории гравитации Эйнштейна. Они описывают вымышленные ситуации и могут быть только демонстрацией, иллюстрацией гипотетических следствий этих теорий. Не существует реальных, воспроизводимых экспериментов, подтверждающих эти художественные переходы. На роль эвереттических склеек, кстати, они "назначены" сторонниками эвереттики. Авторы этих фильмов, вполне вероятно, даже и не подозревают о существовании такого понятия – склейка ветвей альтерверса.

Таким образом, объяснение Эверетта обоснованности ветвлений наблюдателя со ссылкой на Коперника несостоятельно и с точки зрения логики противоречиво. Тем не менее, у гипотезы Эверетта нашлось немало сторонников среди из-

вестных ученых:

"Что удивительно, принимая эту странную точку зрения, ученые могут прийти к тем же результатам, что и с помощью Копенгагенского подхода, без всякой нужды в коллапсе волновой функции. Иными словами, эксперименты, проведенные как в соответствии с Копенгагенской интерпретацией, так и в соответствии с интерпретацией теории многих миров, принесут в точности совпадающие результаты" [47, с.195].

Строго говоря, это не так: предсказания эвереттики, во-первых, в некоторых случаях просто используют предсказания копенгагенской интерпретации, выдавая их за свои, как показано выше, так и могут давать противоречащие ей предсказания. Рассмотрим это подробнее.

Интерферометр Маха-Цандера

Главной целью гипотезы Эверетта, оксфордской интерпретации квантовой механики явилась попытка исключить из её формализма постулат о редукции волновой функции. Действительно, редукция или коллапс волновой функции означает прерывание её унитарной шрёдингеровской эволюции, последовательно-эволюционного развития и переход в непредсказуемое, но одно из известных состояний.

Наиболее простым и наглядным вариантом такого развития событий является поведение фотона в интерферометре Маха-Цандера. Квантовое состояние фотона является суперпозицией двух ортогональных состояний, когда фотон равновероятно и одновременно находится в двух ортогональных состояниях: с вертикальной и горизонтальной поляризацией. В этом случае согласно копенгагенской интерпретации в процессе измерения фотона он из суперпозиционного состояния переходит в собственное, однозначно определённое состояние. В результате его поляризация становится либо вертикальной, либо горизонтальной. Следовательно, одно из состояний как бы исчезает, что, согласно критике Эверетта, выглядит странно, противоречиво и даже ошибочно.

В соответствие же с оксфордской интерпретацией в процессе измерения фотона оба его состояния продолжают свою унитарную эволюцию, просто каждый из них оказывается в своём собственном, независимом от другого мире. Такое расщепление миров, по мнению Эверетта, может рассматриваться как интерпретация квантовой механики в более общем виде, нежели копенгагенская. Хотя очевидно, что одна редукция – копенгагенская – заменяется другой редукцией – многомировой, которые, по сути, ничем принципиально друг от друга не отличаются.

Согласно многомировой интерпретации в процессе измерения квантовой частицы ни одно из её суперпозиционных состояний не исчезает. В качестве примера такое прохождение квантовой частицы через интерферометр Маха-Цандера рассматривает Ю.Лебедев в своей статье, опубликованной в журнале "Наука и жизнь" в 2010 году [54].

"Какой бы странной ни казалась многомировая теория Эверетта, можно доказать, что она математически эквивалентна обычной интерпретации квантовой теории. Но так сложилось, что многомировая теория не пользуется популярностью среди физиков. Отвергнуть ее невозможно, но сама идея *бесконечного* множества в равной степени действительных вселенных, каждая из которых ежеминутно делится надвое, — философский кошмар для физиков, любящих простоту" [46, с.262].

При поверхностном рассмотрении может показаться, что эвереттическое описание вполне точное и непротиворечивое. Однако чтобы увидеть противоречивость оксфордской интерпретации, присмотримся внимательнее к доводам Лебедева, одного из ведущих сторонников теории. На следующем фрагменте рисунка из статьи представлены верхние кадры-этапы прохождения кванта через интерферометр.

На эти кадры перенесены траектории квантов с предыдущих, ниже расположенных кадров, которые затем отброшены. Полученная строка прямоугольных кадров – это все возможные варианты прохождения кванта на соответствующем этапе. Следует указать на две очевидные ошибки (опечатки) в

статье: на кадре 7 показано прохождение кванта на оба датчика A и B (здесь на рисунке исправлено) и результатом прохождения указан датчик B, хотя из описания можно заключить, что должен быть указан датчик A. На приведенных на рисунке этапах 5-8 квант вновь встречает полупрозрачные зеркала и, согласно эвереттике, образует две новые пары миров: 5-6 и 7-8. В мирах 5 и 8 квант продолжает движение в том же направлении, что и при входе в интерферометр, попадая на датчик A, а двух других – 6 и 7 – в перпендикулярном направлении, попадая на датчик B. Однако есть эксперименты [10], в которых квант никогда не попадает на датчик B, следовательно, эвереттика должна явным образом объяснить такое отклонение от своих предсказаний, допускающих существование этих миров.

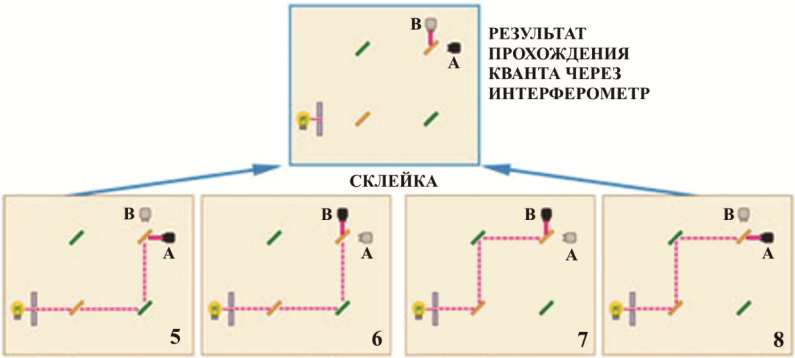


Рис.5.2. Альтерверсы прохождения кванта через интерферометр Маха-Цандера

И здесь ей приходится прибегнуть к искусственному приёму, введённому Лебедевым и названному им склейкой. Никаких строгих физических обоснований этого приёма не приведено, просто делается заявление, что два из четырёх исходов являются верными или, как они именуются в эвереттике, физически возможными результатами взаимодействия.

Попробуем выяснить обоснованность такой селекции. Согласно рисунку, склеиваются миры 5 и 8 (?!). Утверждается, что эта склейка означает "выбор" эвереттовской интерпретацией физически возможных результатов взаимодействия.

Иными словами, эти два результата возможны по неким физическим причинам, а другие – невозможны:

"Особый интерес представляют альтерверсы 6 и 7. Они образуют склейку, в которой физические конфигурации обоих альтерверсов абсолютно идентичны. Различие между ними состоит в истории их возникновения, то есть в различии путей, по которым пришёл квант" [54].

Хорошо, допустим, это так. Но чем идентичность физических конфигураций 6 и 7 отличается от идентичности физических конфигураций 5 и 8? Как ни приглядывайся, как ни вращай направления движения фотона, мы видим полное тождество в смысле идентичности конфигураций 6-7 и 5-8. В обоих случаях фонон приходит на зеркало с двух взаимно перпендикулярных направлений. Что 6-7, что 5-8 не дают никаких особых оснований для отбраковки: это можно, а это – нельзя. Строго логически склейку 5-8 мы обязаны объявить столь же "представляющей особый интерес", как и склейка 6-7. Про склейку 5-8 мы можем столь же обоснованно заявить, как и про склейку 6-7, что в ней физические конфигурации обоих альтерверсов абсолютно идентичны, и различие между ними состоит в истории их возникновения, то есть в различии путей, по которым пришёл квант. Какие доводы можно привести против таких оснований? Явно никаких таких оснований на рисунке нет.

"Многомировая трактовка исходит из корпускулярного описания кванта и показывает, что в данной склейке вследствие закона сохранения импульса суммарный импульс, передаваемый зеркалу альтерверсами 6 и 7, должен равняться нулю" [54].

Мы специально объединили траектории квантов в одну строку, чтобы стала заметна полная тождественность пар ветвей. Поэтому, рассмотрев склейку 5-8, мы обнаружим, что и в этом случае нет никаких оснований для иного, чем заключения о равенстве нулю суммарного импульса. Одной только имеющейся информации на рисунке недостаточно для вывода о какой-бы то ни было разнице между этими двумя склейками: они тождественны. Более того, рисунок позволяет нам без каких бы то ни было проблем поменять исходы на противоположные!

Абсолютно никаких изменений на рисунке не произойдёт. На приведённом рисунке исходы обозначены как ABBA, то есть, слева направо фотон на изображенных кадрах (мирах) 5, 6, 7, и 8 попадает, соответственно, на датчики A, B, B, A. Но столь же верными будут и исходы BABA, BAAB, ABAB. Кроме этого, нет никаких видимых причин отказать в реальности результатам: BBAA и AABB. Каждому из этих пяти новых исходов легко "назначить" и соответствующие склейки, причём их в каждом случае будет две, полностью равноценные склейки. Такой непротиворечивый разброс склеек и исходов вызывает, по меньшей мере, некоторое недоумение.

"В этом случае и импульс кванта должен стать нулевым, что в нашей ветви мультиверса невозможно, а потому такая склейка не может реализоваться ни в какой ветви КРФМ" [54].

Все эти обоснования тождественны для обеих пар склеек 6-7 и 5-8. Нет между этими двумя склейками никаких различий, кроме одного: сработавшего датчика. Другими словами, предсказываемые два абсолютно одинаковых процесса дают противоположные, взаимоисключающие результаты. То, что сработавшим назначен датчик A, – это произвольный, ничем реально не обоснованный выбор. Есть ровно такие же основания для выбора сработавшим датчика B, и невозможно принять обоснования, почему именно и только склейка 6-7 не может реализоваться.

"Ведь согласно оксфордской интерпретации реализуются не все, а только физически возможные результаты взаимодействия" [54].

Такого обоснования явно недостаточно. Что же все-таки означает физически возможный результат от взаимодействия? Из приведенных обоснований совсем не следует вывод:

"Отсюда следует, что в данной схеме при прохождении фотона возможна реализация только альтерверсов 5 и 8. Какой бы из них ни стал "нашим" альтерверсом, мы обнаружим, что сработал детектор A с вероятностью 100%" [54].

Единственным основанием для выбора той или иной склейки из набора альтерверсов оксфордской интерпретации

является довольно заметная "маленькая хитрость". Автор уверен заранее, что исход эксперимента – срабатывание детектора А. Только и всего. Сама эвереттика не предоставила абсолютно никаких обоснований для выбора альтерверсов, в отличие от классической (копенгагенской) интерпретации, которая исключительно в рамках своего формализма даёт однозначное, непротиворечивое и согласующееся с экспериментом предсказание его исхода, поведения фотона в интерферометре Маха-Цандера.

Кроме того, для оригинала, то есть, для работы Эверетта, склейки по смыслу являются чуждым механизмом или, по меньшей мере, весьма сомнительным её улучшением. Миры у Эверетта расщепляются, но нет ни намёка на то, что они могут сливаться. Напротив, по его мнению "все ветви существуют одновременно в суперпозиции после любой данной последовательности наблюдений". Более того, некоторые миры, описанные в рассматриваемой статье Лебедева, по определению и вопреки гипотезе Эверетта являются физически *невозможными* результатами взаимодействия. Показывая их на рисунке, автор, чтобы не противоречить отстаиваемой гипотезе и своему тезису, обязан перечеркнуть их "жирным крестом".

Таким образом, эвереттика не способна доказать, физически обосновать исход эксперимента на интерферометре Маха-Цандера. Вместо доказательства от её имени в статье фактически делается подтасовка. Результат эксперимента ей известен по результатам конкретных *чужих* физических экспериментов, предсказаний копенгагенской интерпретации. Что забавно, сколько бы мы ни проводили эти эксперименты на *стандартной* конструкции интерферометра Маха-Цандера, на самом деле мы *никогда* в результате расщепления миров не окажемся в альтерверсе, в котором фотон попадает на датчик В. Видимо, по этой причине при склейке альтерверсов 5-8 в результате получился противоположный альтерверс, более похожий на склейку альтерверсов 6-7, рис.5.3.

И такой *противоположный* исход строго корректно, как говорится, до пятого знака после запятой, доказывается ко-

пенгагенской интерпретацией. В ней нет таких сомнительных, противоречивых обоснований.

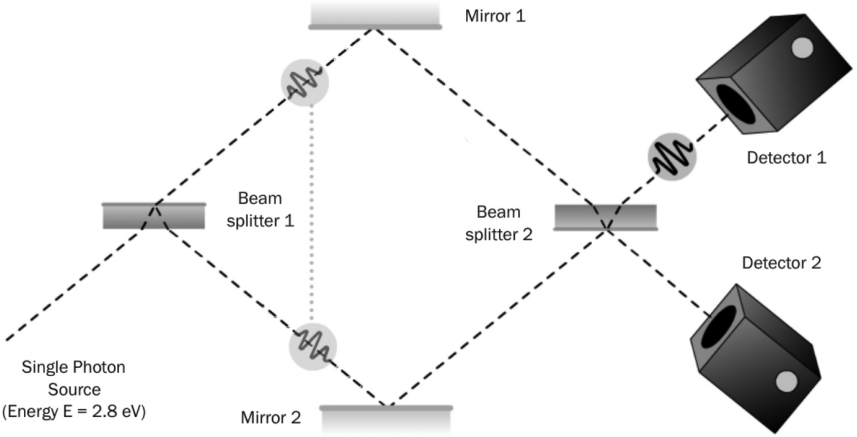


Рис.5.3. Фотон всегда попадает в детектор 1 [10]

Автор негласно рассматривает один из возможных вариантов устройства интерферометра Маха-Цандера, для которого наблюдается именно такой исход [17, 18]. На самом деле существуют и другие варианты настройки интерферометра, в которых исход в точности *противоположный* – рис.5.3, причем этот вариант интерферометра фактически является основным, базовым. Как видно на анимации (кадр), фотон в этом случае *всегда* попадает на противоположный датчик, в рассматриваемом случае – это датчик А.

Доказательств, по сути, два, согласно корпускулярно-волновому дуализму квантовой частицы. Напомним, что эвереттика рассматривает только корпускулярное поведение квантов. При этом, как можно заметить, автор не приводит строгих обоснований исхода эксперимента на интерферометре, однако критикует интерпретацию, которая такое обоснование приводит в самом исчерпывающем виде:

"Традиционный квантово-механический формализм описывает в данном случае квант как волну и предсказывает возникновение "деструктивной интерференции" расщеплённых

волновых функций кванта с равенством нулю вероятности обнаружить его в этом состоянии" [54].

В лучшем случае высказанное мнение является неточным. Автор статьи критически приводит копенгагенское объяснение волнового поведения кванта в интерферометре Маха-Цандера в следующем виде:

"Смысл описания таков. Фотон (единичный!) в форме волны расщепляется на первом зеркале и далее проходит интерферометр в виде двух полуволн ("расщеплённых волновых функций"), оставаясь при том единственной частицей! О том, как ему это удаётся и что такое "фотонная полуволна", копенгагенская интерпретация умалчивает" [54].

Надо признать, что, действительно, вряд ли можно встретить обоснование "полуволны", но то, что это лишь математический формализм, несомненно. Причём формализм, абсолютно точно и логично дающий ответ: почему фотон проходит на этот датчик и никогда не попадает на другой. Конечно, фотонная полуволна в копенгагенской интерпретации не является реальным физическим элементом. Но это отлично работающая аппроксимация.

"На выходе полувóлны интерферируют и объединяются снова в "полноценный фотон", причём оказывается, что он может двигаться только вправо" [54].

Это верно, но "полуволны" объединяются все-таки в такую же волну. Насчет "оказывается" есть точные аналитические обоснования и точно соответствующие им экспериментальные установки. Фотон может пройти на любой из выходов с заранее рассчитанной вероятностью согласно его волновому поведению. При этом не возникает никаких вопросов по поводу "физически возможных результатов взаимодействия" – всё однозначно рассчитывается.

С другой стороны, в копенгагенской интерпретации существует и однозначно корпускулярное описание прохождения кванта через интерферометр. В этом случае фотон рассматривается как квант, частица, а не волна. В интернете есть прекрасные учебные фильмы, описывающие этот процесс.

Хотя здесь и возникает такая же трудно воспринимаемая ситуация. С корпускулярной точки зрения фотон, теперь уже в виде частицы, опять-таки будто бы делится на две полу-частицы, каждая из которых движется по своему рукаву интерферометра, и вновь копенгагенская интерпретация умалчивает, что такое эта "фотонная полу-частица"! Однако использование комплексных функций позволяет предельно корректно объяснить движения "половинок" фотона. Функции эти как раз и проистекают из основного понятия квантовой механики – волновой функции, которые имеют ещё одно название – амплитуда вероятности. Например, вероятность того, что фотон – частица попадёт в некоторую точку на экране в случае двухщелевого эксперимента, равна квадрату суммарной волновой функции, для двух возможных траекторий движения фотона, образующих суперпозицию состояний.

"Когда мы образуем квадрат модуля суммы w+z двух комплексных чисел w и z, мы обычно не получаем только лишь сумму квадратов модулей этих чисел; существует дополнительный "поправочный член":

$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w||z|\cos\theta,$$

где θ – угол, образуемый направлениями на точки z и w из начала координат на плоскости Аргана ...

Именно поправочный член $2|w||z|\cos\theta$ описывает квантовую интерференцию между квантовомеханическими альтернативами" [66, с.198].

Придраться, конечно же, можно к любому квантовому формализму. Причём даже к его фундаментальным понятиям. Как, например, описать само "яблоко раздора", явившееся едва ли не самой главной причиной разработки Эверетта? Как понять суперпозицию состояний? Квантовая частица – единственная! – находится одновременно в двух местах, или в двух состояниях. Сколько их, этих квантовых частиц? Одна? Или всё-таки две? И это положение в одинаковой мере лежит в основе как копенгагенской, так и оксфордской интерпретаций. Различие в малом: в первой одно из состояний может коллапсировать, исчезать, а во второй – "порождает" новый мир. На первый

взгляд одно ничем не хуже и не лучше другого. Но почему сторонники эвереттики в лице Лебедева удивляются разделению кванта ("единственного!") на две полуволны, но спокойно принимают его разделение на два (и более) независимых суперпозиционных состояния и даже на две Вселенные?

В подтверждение сказанного можно еще раз рассмотреть упомянутые выше описания корпускулярного поведения кванта в интерферометре Маха-Цандера с позиции копенгагенской интерпретации. Эта очень наглядная флэш-анимация, представленная в интернете [10], сопровождается чёткими уравнениями, рассматривающими фотон как частицу. Простым сдвигом фазы в интерферометре Маха-Цандера можно изменить направление выхода фотона. Вполне очевиден вывод, что "физически возможным исходом" в многомировой интерпретации является такой, который предсказывает копенгагенская интерпретация. Собственное описание поведения кванта при его прохождении через интерферометр Маха-Цандера с использованием оксфордской (многомировой) интерпретации Эверетта является крайне противоречивым и неполным.

Эксперимент БИЭВ

В связи со стремительным развитием наук, в частности, физических, постоянно создаются всё новые и новые теории, которые, нередко не согласуются, противоречат друг другу. Возникает необходимость выбора среди них более правильных, более верно объясняющих некоторую совокупность фактов. Как указано в рассмотренной статье, для такой селекции необходим некий "решающий эксперимент", под которым в науке принято считать эксперимент, по результатам которого и можно было бы выбрать такую правильную теорию.

Для тестирования, верификации эвереттики в 1994 году был спланирован эксперимент, который её сторонники предлагают рассматривать как такой решающий эксперимент. В основу эксперимента положена идея о реальности "параллельных миров", предложенная в 1993 году Элицуром и

Вайдманом, которых, несомненно, можно считать одними из наиболее авторитетных западных сторонников многомировой интерпретации Эверетта. Эксперименты, получили название "измерения, свободные от взаимодействия" или "бесконтактные измерения Элицура-Вайдмана" – БИЭВ. Ими была сформулирована задача в виде детективной проблемы тестирования фото-чувствительных бомб, срабатывающих от воздействия единственного фотона [43, 65].

Утверждается, что этот эксперимент определённо подтверждает действенность, истинность формализма эвереттики. Однако при его анализе обнаруживаются противоречия, ставящие под сомнение истинность как выкладок, так и самой многомировой теории. Рассмотрим критически и эти выкладки, воспользовавшись следующим фрагментом рисунка и его описанием в статье Лебедева. На фрагменте рисунка представлены верхние кадры-этапы прохождения кванта через интерферометр с тестируемой бомбой.

"Суть решающего эксперимента состоит в том, что в интерферометр Маха—Цандера в качестве одного из зеркал помещается "испытуемая бомба" (рис. 1б). По предсказанию Элицура и Вайдмана, в 25% случаев, когда бомба "исправна", срабатывает детектор В и "взрыва" не происходит.

Сам по себе факт срабатывания детектора В без взрыва служит достаточным основанием для того, чтобы утверждать: бомба исправна" [54].

На следующем рисунке на выбранные кадры перенесены траектории квантов с предыдущих, ниже расположенных кадров, которые затем отброшены. Полученная строка из четырех кадров – это все возможные варианты прохождения кванта на соответствующем этапе. На данном рисунке показаны все ветвления альтерверса при тестировании фото-чувствительных бомб в задаче Элицура-Вайдмана. Отметим, что даже в случае взрыва бомбы фотон успеет дойти до какого-либо датчика и будет зарегистрирован. Поэтому, как и на рисунке 5.2, здесь на этапах 5-8 добавлены эти траектории, отсутствующие на оригинальных рисунках в рассматриваемой статье:

"В результате в альтерверсе 1 происходит взрыв бомбы. Это, однако, не означает завершения эксперимента в альтерверсе 1. Квант движется со скоростью света, и вторичные кванты, порождённые взрывом (а тем более взрывная волна), всегда отстают от него. Следовательно, мы можем продолжать следить за судьбой кванта в этом альтерверсе и после взрыва бомбы, не обращая внимания на те катастрофические последствия, которые разрушат установку в альтерверсе 1 через мгновение после завершения нашего мысленного эксперимента" [54].

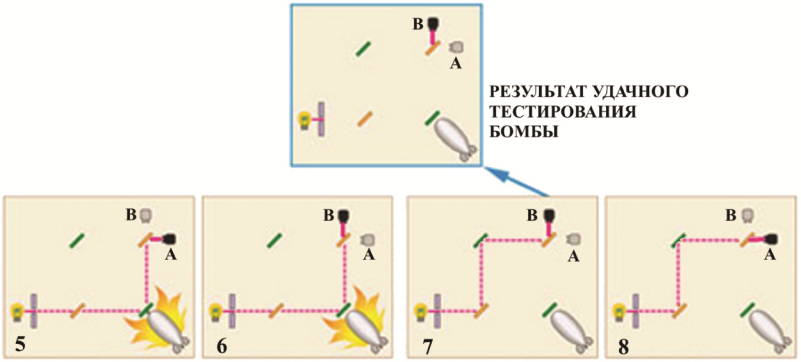


Рис.5.4. Многомировая трактовка решения задачи Элицура-Вайдмана. Рисунок из статьи Лебедева [54]

Сразу же замечаем, что удаление последних траекторий кванта на альтерверсах 5 и 6 фактически прятало важные, *полезные* обстоятельства, ведущие к иным заключениям:

"Альтерверс 3 с вероятностью 50% порождает альтерверсы 5 и 6, различающиеся тем, какой детектор (B или A соответственно) фиксирует квант на выходе из интерферометра. Впрочем, результаты этой фиксации совершенно бесполезны — установка в обоих этих альтерверсах оказывается уничтоженной взрывом" [54].

Выше было указано, что фотон все-таки успеет достичь этих детекторов! Действительно, каким бы быстродействующим ни был взрыватель бомбы – он все-таки механическое

устройство, а взрыв происходит как простой химический процесс горения, – квант, движущийся со скоростью света, в любом случае достигнет датчиков быстрее, а сигналы от датчиков – устройства регистрации, которое находится далеко от зоны разрушения. Однако и это обстоятельство не является решающим. Достигли кванты датчиков и регистратора или нет, нам заранее известно, что это два равновероятных сигнала – А и В. А из этого мы неизбежно делаем вывод: альтерверсы 6 и 7 одинаково должны свидетельствовать об исправности бомбы. Однако в статье делается ошибочное утверждение:

"Альтерверс 8 не представляет интереса, поскольку срабатывание в нём детектора А ничем не отличается от срабатывания детектора в рассмотренном ранее случае интерференции без взрывателя бомбы и потому не может дать информации о том, исправен ли взрыватель" [54].

Мы не будем делать аналогичную поверхностную ссылку на то, что этот довод выше был подвергнут обоснованному сомнению как ошибочный. Просто посмотрим на восстановленный рисунок 5.4, а конкретно – на пары альтерверсов 5–7 и 6–8. Физической разницы между ними нет никакой: в обоих парах случаев срабатывают одинаковые датчики, причём в первых из пары бомба взрывается. В чем же разница? А в том, что мы можем сделать в точности противоположное утверждение: альтерверс 7 не представляет интереса, поскольку "срабатывание в нём детектора А ничем не отличается от срабатывания детектора в рассмотренном ранее случае интерференции без взрывателя бомбы (рис.5.2) и потому не может дать информации о том, исправен ли взрыватель". Кроме того, ранее именно это, собственно говоря, и утверждалось:

"... в данной схеме при прохождении фотона возможна реализация только альтерверсов 5 и 8" [54].

И тем не менее:

"Особый интерес представляет альтерверс 7. В нём сработал детектор В, чего не могло случиться, если бы в интерферометре не было исправной бомбы. При этом квант не коснулся зеркала взрывателя и бомба не взорвалась!"

Вообще-то, в нём этот детектор сработал бы в любом случае, поскольку его квант и на самом деле двигался мимо бомбы. Следовательно, этот выбор пока ничем не обоснован. Посмотрим, какие дополнительные обоснования предложены этому выводу:

"Такой результат стал возможен потому, что между альтерверсами 6 и 7 склейка невозможна – их физические конфигурации совершенно различны. (В "параллельном мире", который мог бы обеспечить "деструктивную интерференцию", взрыв бомбы уничтожил необходимое для склейки зеркало.)" [54].

Сразу же возникают вопросы: а причём здесь вообще склейка, на рисунке её нет ни в каком виде! Или почему склейка рассматривается именно между 6 и 7 альтерверсами? Явно просматривается ничем не обоснованная аргументация. Почему бы не рассмотреть склейку между 7 и 8 или 7 и 5? В последнем случае конфигурации зеркало было уничтожено намного позже, чем это необходимо для разрушения "деструктивной интерференции". В этом случае полностью разрушенной будет логика доказательства, и нужный результат не будет достигнут. Но и это не всё. Почему все-таки 7 альтерверс, а не 8, если выше утверждалось и на что сделана ссылка, что возможна реализация только 8-го альтерверса?

В самом деле, на каком основании отбрасывается результат А в альтерверсе 8? В его "парном" случае бомба также взорвалась в альтерверсе 5, что, согласно логике БИЭВ, означает исправность бомбы. Другими словами, в этом случае сам по себе факт срабатывания детектора А без взрыва так же служит достаточным основанием для того, чтобы утверждать: бомба исправна. В чем же разница двух рассмотренных ситуаций? Дело в том, что разницы нет. Следовательно, сделать вывод об исправности бомбы мы обязаны в любом случае: сработал датчик В или датчик А. Можно было бы сказать, что в 50% случаев, когда бомба "исправна", срабатывает детектор В или А и "взрыва" не происходит. Но, оказывается, что и это неверно. Рассмотрим случай, когда бомба неисправна. В альтерверсах 5 и 6 ничего не произойдёт, и квант достигнет рав-

новероятно датчиков B и A. И в этом же случае также равновероятно квант достигнет датчиков B и A в альтерверсах 7 и 8. И вновь мы обязаны логически последовательно заявить, что в 50% случаев, когда бомба "неисправна", срабатывает детектор B или A и "взрыва" не происходит. Возникает противоречие: для одного и того же исхода измерения мы должны сделать два взаимоисключающих заключения. Вообще-то, это означает неопределенность, то есть, по исходам измерений мы ничего не можем сказать о состоянии бомбы.

Но какие предсказания в этом эксперименте делает копенгагенская интерпретация? Такие же или иные? Согласно БИЭВ поведение исправной бомбы, неисправной бомбы и бомбы исправной, но по какой-то причине не сработавшей, должно быть абсолютно одинаковым. Если фотон коснулся зеркала, то во всех этих случаях "как бы сработала" некая кнопка, сигнал от которой во втором и третьем случаях просто не дошёл до взрывателя. То есть, входной чувствительный элемент во всех случаях "почувствовал" давление фотона. При этом абсолютно неважно, в чём состоит это самое "почувствовал" – смещение кнопки или звуковая волна в ней от удара кванта. В любом случае это означает, что мы можем *в принципе* определить путь, по которому двигался фотон, просто *имея возможность* поставить рядом со штатным взрывателем второй "технологический", более чувствительный датчик, тензодатчик или микрофон, назначение которого – лишь фиксировать взаимодействие датчика бомбы и кванта для контроля и отладки механизма бомбы на этапе её изготовления.

Отметим, что это непосредственно следует из формализма эксперимента БИЭВ. И исправные и неисправные бомбы неизбежно должны "почувствовать" давление фотона. Только в этом случае их механизм может совершить дальнейшие действия: запустить или не запускать взрыватель. Отсюда сразу же следует, что при любом исходе испытаний мы неизбежно будем *в принципе* иметь возможность получить информацию о пути фотона, даже не устанавливая дополнительный датчик, а лишь имея такую *возможность*. Это важно: мы не обязательно по-

лучим эту информацию, но в принципе у нас такая *возможность* есть.

Всё это приводит к резкому противоречию эвереттики с традиционной копенгагенской интерпретацией, согласно которой сформулировано замечательное правило нарушения интерференции: любая даже *потенциальная* возможность получить информацию о пути фотона разрушает интерференцию [80].

Если рассматривать эксперимент БИЭВ с точки зрения копенгагенской интерпретации, то во всех случаях мы имеем *принципиальную* возможность определить путь фотона. Это значит, что независимо от того, исправна бомба или нет, взорвалась неисправная бомба или нет, мы всегда будем наблюдать нарушение интерференции на интерферометре Маха-Цандера. То есть, независимо от состояния бомб мы всегда будем иметь равновероятные выходы квантов к обоим датчикам – А и В, причем каждому из сигналов в половине случаев будет соответствовать взрыв бомбы, то есть, результаты в точности соответствуют предсказаниям эвереттики – неопределенность.

Однако рассмотрим предельный случай неисправности: шток взрывателя настолько неисправен, что мы лишены любой *принципиальной* возможности обнаружить его контакт с квантом. Это приведёт к тому, что всегда будут регистрироваться сигналы только на одном из датчиков А или В, в зависимости от конструкции интерферометра, а это уже противоречит равновероятным предсказаниям эвереттики.

Таким образом, предсказания поведения "тестера бомб" БИЭВ согласно копенгагенской и оксфордской интерпретаций квантовой механики различны. В случае оксфордской интерпретаций все *абсолютно* неисправные бомбы будут приводить к срабатыванию обоих датчиков – А и В, а в случае копенгагенской интерпретации – только одного из датчиков. При наличии исправных, но не сработавших бомб, результаты обоих интерпретаций будут совпадать, однако информация об исправных бомбах получена не будет. Хотя и утверждается, что эвереттика такую информацию даёт, противоположные предсказания не могут быть одновременно истинными. Напротив,

для копенгагенской интерпретации все без исключения проведённые эксперименты являются "решающими" и все они без исключения подтверждают её.

Ещё раз напомним, что описание стандартного поведения интерферометра Маха-Цандера с позиций оксфордской (эвереттовской, многомировой) интерпретации использует предположение о "физически возможном исходе". Это означает, что в само предсказание изначально заложен результат эксперимента, результат, который не является предсказанием собственно теории, или… это предсказание копенгагенской интерпретации. Без этих дополнительных сведений о физически возможных исходах, кем-то и когда-то определённых, оксфордская интерпретация не может дать *собственного* верного предсказания. Предлагаемые Лебедевым "склейки" именно это и означают: рассматриваются только те исходы, которые соответствуют копенгагенскому корпускулярному (взаимодействие волновых функций) или волновому (усиление или ослабление волн) описанию интерферометра.

Ещё раз обратимся к рисунку 5.4. Согласно аксиоматике БИЭВ измерение является *бесконтактным*. Поэтому наличие, присутствие объекта определяется как бы *без прикосновения* к нему. В этом случае утверждать, что бомба "почувствовала" фотон, нельзя. Следовательно, если фотон в задаче БИЭВ "прошёл мимо", то не будет срабатывания никакой бомбы – ни исправной, ни дефектной. То есть, правые на рисунке альтерверсы 7-8 оказываются нечувствительными к исправности бомб. Поэтому оба исхода: срабатывание А или срабатывание В будут одинаково соответствовать двум состояниям бомб: исправному и дефектному. Метод не позволяет произвести отбраковку. Здесь имеется явная логическая ошибка.

При этом помимо сказанного, необходимо указать на ещё одну проблему: полученный только что результат явно расходится с "физически возможными исходами". Эвереттика, как и копенгагенская интерпретация не допускают исхода А для нормальных условий эксперимента, то есть для обычной конфигурации интерферометра и без привлечения мистики. По-

чему же, согласно рисунку 5.4, фотон всё-таки попал на датчик А? Это противоречит и эвереттике и копенгагенскому формализму. Ведь если бомба неисправна, то в альтерверсах 5 и 8, как показано на рисунке, наблюдаются исходы А, которые, как утверждалось эвереттикой в примере с обычными зеркалами, не являются физически возможными. Если же бомба исправна и сработала, то фотон на левых альтерверсах, тем не менее, достигнет датчиков, в частности, датчика А, поскольку движется быстрее любой взрывной волны. Возникает парадокс интерпретации: к объяснению привлечены физически *невозможные* ситуации. По меньшей мере, это означает, что при любом состоянии бомб всегда будет равновероятное срабатывание обоих датчиков с довольно неприятными следствиями.

В рассмотренной ситуации срабатыванию датчика В всегда будут соответствовать *оба* состояния бомбы: исправная (о чём мы сразу же узнаем по взрыву) и неясно какое: датчик В сработает и при исправной, но не взорвавшейся, и при неисправной бомбе. Не спасает положение и многократное измерение. Мы получаем либо взрыв (альтерверсы 5 и 6), либо "обход" фотоном взрывателя, что явно *не несёт информацию* об исправности бомбы.

Причём точно такие же исходы будут соответствовать и срабатыванию датчика А. Получается, что у нас нет определённой информации об исправности бомбы, помимо единственного случая, когда бомба взорвалась.

Заметим, что и с точки зрения копенгагенской интерпретации мы также не можем получить достоверную, однозначную информацию о состоянии бомб. Любая гипотетическая возможность получить информацию о пути фотона разрушает интерференцию, в результате чего датчики А и В всегда будут срабатывать равновероятно. В этом случае интерферометр, собственно, и исполняет роль бесконтактного регистратора наличия объекта на пути фотонов, в данном случае зеркала на бомбе. Если есть зеркало без бомбы – сработает только датчик В [17]. Если зеркала нет, или зеркало "чувствует" наличие фотона, то есть, исправная бомба взорвалась или неисправная

взорвалась или нет, – интерференция разрушается, и сработает равновероятно любой из датчиков. Никакой селекции, отбраковки бомб при таких исходах провести не удастся.

"В итоге из четырёх альтерверсов удачный для целей эксперимента результат мы получим только в одном, то есть с вероятностью 25%, что и показали эксперименты" [54].

Ссылка на эксперименты – это очень серьёзный довод. Однако их описание в статье имеет серьёзные, вскрытые здесь изъяны, что является веским основанием признать: упомянутые эксперименты не имеют никакого отношения к склейкам, роль которых явно преувеличена:

"Из изложенного понятно, какую роль играет введённое в эвереттике понятие склеек для объяснения явления интерференции" [там же].

Это неверно. Описанный БИЭВ эксперимент в принципе не может быть *подтверждающим* "решающим экспериментом" для эвереттики. Скорее наоборот, он свидетельствует о её противоречивости. Претензии Эверетта на более общую интерпретацию квантовой механики имеют опровергающий результат "решающего эксперимента". Как указывал Де-Витт, такая теория не может быть правильной.

Собственно говоря, рассматривая столь тщательно и детально основания многомировой интерпретации, мы преследовали вполне конкретную цель: определить насколько в ней обосновано наличие множества миров. В общем-то, бесконечная и вечная Материя не противоречит возможности существования бесконечного числа миров независимо от способа их появления. Для многомировой интерпретации возможны два таких способа: путем добавления миров в общем 3-мерном пространстве и добавлением новых измерений пространства для каждого из расщепившихся миров.

Наша Вселенная существует почти 14 миллиардов лет, поэтому количество расщеплений должно быть невообразимо большим. Предположим, что все они произошли в едином пространстве-времени нашего 3-мерного Мироздания. Очевидно, что каждый из них должен удалиться от нас по меньшей

мере на 28 миллиардов световых лет, поскольку иначе он пересекся бы с нашей Вселенной и был бы для нас наблюдаем. При этом удаление новой Вселенной должно произойти мгновенно, поскольку опять же в противном случае она была бы наблюдаема для нас. Кроме того, расщепления происходят не в одной точке нашей Вселенной, а, несомненно, в бесконечно большом количестве этих точек. Даже на Земле таких событий должно происходить каждое мгновение громадное количество. Следует предположить, что если время дискретно и минимальный интервал равен, например, планковской величине, то при таком большом количестве расщеплений множество из них должно произойти одновременно. Из всего этого многообразия Вселенных и изотропности пространства неизбежно следует, что все они должны буквально одновременно разлетаться от нас строго в разные стороны. Нет никаких причин считать, что все они удаляются от нас в одном направлении: в каком именно и почему именно в этом?

Картина выглядит как новый Большой Взрыв из множества Вселенных, разлетающихся от нас наподобие осколков гранаты в разные стороны. Однако и каждая из этих Вселенных ввиду их равноправия и одинаковой реальности также должны расщепляться каждое мгновение, создавая вокруг себя такой же Большой Взрыв из собственных расщепленных Вселенных. При этом часть из них будет разлетаться и в нашу сторону. Следовательно, в процессе расщепления все эти Вселенные не могут остановиться, а обязаны продолжить свой разлёт с бесконечно большой скоростью. Образуется своеобразная пена из расщепленных Вселенных, также напоминающая взрыв гранаты, но при этом каждый осколок также оказывается гранатой, которая тоже взрывается, образуя новые осколки-гранаты.

Как видим, такой сценарий выглядит весьма и весьма абсурдно. Такое образование расщепленных и расщепляющихся Вселенный вряд ли можно принять за научную модель. Однако вечная и бесконечная Материя, очевидно, может иметь любое количество измерений. В этом варианте можно предположить, что каждая из расщепленных Вселенных занимает

одно из этих бесчисленных измерений. Но и здесь возникает противоречие. Если измерения существую до расщепления, то всё, что является Реальностью, изначально находится в этом бесконечномерном мире. Поэтому и в этом варианте каждая из новых отделившихся Вселенных должна иметь хотя бы по одному измерению отличную от других Вселенных координату, иначе они просто сольются. И вновь возникает вопрос: какой должна быть новая координата этой Вселенной? Почему именно такой? Понятно, что наличия одной или небольшого числа дополнительных измерений сводит проблему к предыдущему случаю - пересечению Вселенных, находящихся вдоль этой координаты, измерения.

Если же каждая расщепившаяся Вселенная создаёт своё собственное дополнительное измерение, координату, то возникает уже два противоречия. Первое – какую координату новая Вселенная "назначит" себе в этом измерении? Второе – в общем-то, создание новых измерений тождественно их априорному наличию, но требует, чтобы у уже существующих Вселенных вдруг ни с того, ни с сего появлялись *новые* пространственные измерения.

Противоречия базовых положений эвереттики и рассмотренных вариантов многомерности и параллельности миров на её основе не позволяют рассматривать её как научную теорию.

Многомерное пространство теории струн

С 19-го века в физике живёт и активно обсуждается идея создания так называемой Теории Всего. В числе прочих, самое пристальное внимание ей уделял Альберт Эйнштейн, посвятив попыткам создания такой теории значительную часть своей жизни. Согласно современным представлениям, такая теория описывает все известные фундаментальные взаимодействия: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое ядерные взаимодействия. На пути создания теории встретилось множество трудностей. Например, выяснилось, что ведущие физические теории - квантовая механика и теория относительности

несовместимы на микроскопическом уровне. Теория струн, новая физико-математическая теория на роль Теории Всего претендует вполне обоснованно, поскольку она позволила объединить все фундаментальные взаимодействия с самого момента своего появления.

Как известно, "теория струн сложна и многогранна" [37, с.29] и удивительна. Согласно ей все квантовые частицы являются крошечными колеблющимися струнами:

"Согласно теории струн, если мы каким-то образом увеличим точечную частицу, то увидим маленькую вибрирующую струну" [46, с.153].

Многомерным и параллельным пространствам теория обеспечивает, пожалуй, предельно обоснованный научный фундамент. Хотя условия самосогласованности теории и запрещают струнам перемещаться в трех или четырех измерениях, они же требуют для колебаний струны и не произвольного, а вполне конкретного числа измерений, причем это всего два числа: 10 и 26 измерений. Именно такого числа измерений как раз и хватает, чтобы объединить все основные физические взаимодействия [46, с.154]. Последняя на сегодняшний день объединенная версия теории суперструн, М-теория требует, по меньшей мере, наличия у пространства 7 дополнительных измерений, то есть, всего 11 измерений, в том числе, 10 пространственных и одно временно́е.

"В сущности, теория струн – единственная известная квантовая теория, требующая, чтобы количество измерений пространства-времени выражалось определенным числом" [46, с.170]. Такое число измерений оказывает непосредственное влияние на математику теории. При выполнении расчетов в ней постоянно появляются различные компоненты, бессмысленные с физической точки зрения, но при этом они зачастую для 10-мерного пространства, N=10 имеют множитель (N - 10), уничтожающий их.

Тем не менее, струнные теоретики не могут объяснить причину необходимости такого числа измерений, предполагая лишь, что она связана с так называемыми модулярными функ-

циями, в которых постоянно, в неожиданных местах возникает это число 10 [46, с.170], и одна из которых носит имя индийского математика Рамануджана.

Правда, в них постоянно фигурирует также и число 24, в частности в ней имеется элемент, возведенный в 24-ую степень, причем все 24 режима функции соответствуют физическим колебаниям струн. Видимое противоречие между 10-мерным и 26-мерным мирами физики устраняют довольно замысловатым способом. Во-первых, к 24-ём измерениям в релятивистской теории при вычислении общего количества колебаний они добавляют еще два измерения, то есть, пространство-время в этом случае имеет 26 пространство - временны́х измерений. Во-вторых, по какой-то сложной математической причине в функции Рамануджана в обобщенном виде число 24 заменяется числом 8. Отсюда, после добавления еще двух измерений и вытекает 10-мерность пространства - времени [46, с.171].

Выбор 26-мерности, в частности, привел к устранению из теории так называемых духов или отрицательных вычетов [46, с.19]. В уравнениях теории это число измерений явным образом приводит и к удалению других нефизических состояний струн. Например, вычисление коммутационных соотношений приводит к следующему уравнению:

$$[T_{++}(\sigma), T_{++}(\sigma')] =$$

$$i(T_{++}(\sigma), T_{++}(\sigma'))\delta'(\sigma - \sigma') + \frac{i}{24}(26 - D)\sigma'''(\sigma - \sigma')$$

Здесь D - число пространственно-временны́х координат. Второе слагаемое в уравнении описывает состояния, не имеющие физического смысла. Однако в пространстве 26-ти измерений, благодаря множителю (26 – D) они устраняются [37, с.37].

Вместе с тем при всех достоинствах теории струн, суперструн, М-теории обнаружилось, что она имеет ошеломляющее количество решений, соответствующих, как считается, полностью непротиворечивым параллельным Вселенным, подтверждающим тем самым идею Мультивселенной, но среди которых ученым до сих пор не удается найти единственное

решение именно для нашей Вселенной [47, с.236]. Более того, рассматриваемая как кандидат на роль Теории Всего, струнная теория должна при определенных условиях переходить в другие известные теории точно так же, как теория относительности при низких скоростях и слабой гравитации переходит в теорию Ньютона:

"Начав с простой теории вибрирующей струны, можно вывести теорию Эйнштейна, ... Стандартную модель и даже теорию Великого объединения" [46, с.154].

Правда, о таком корректном переходе, например, с выводом уравнений Эйнштейна из теории суперструн информации пока нет.

Помимо этой, технической, по всей видимости, проблемы, есть и проблемы менее заметные. Первую из них можно встретить во множестве популярных изданий, посвященных теории струн. В качестве аллегории, метафоры, аналогии, призванной обосновать название теории, приводятся струнные музыкальные инструменты: скрипки, виолончели, контрабас. Действительно, в этих инструментах струны натянуты, как указывается во введении в теорию струн. Но, во-первых, эти инструменты – смычковые, то есть, струна под воздействием смычка испытывает вращательные колебания, а, во-вторых, концы струн все-таки закреплены, и струны, соответственно, натянуты, растянуты, хотя в последующих описаниях теории струн нет ни одного примера таких струн, вытянутых вдоль, то есть, как говорится, натянутых, как струна. Иначе говоря, в теории струн, собственно говоря, струн-то и нет. Вместо них, как можно догадаться, демонстрируются своеобразные камертоны. Да, такие камертоны могут быть и прямыми и свёрнутыми в окружность. Если такой камертон изготовлен из упругого материала: сталь, стекло, твердые сорта древесины, то кольцо из него будет издавать звуки, колебаться. Более уместно было бы привести в пример струнные щипковые или ударные музыкальные инструменты: гитара, арфа, балалайка, цимбалы, струны которых натянуты и при возбуждении совершают по-

перечные колебания. Но, как отмечено, примеров таких струн в теории нет вообще.

Далее могут возникнуть достаточно отвлеченные философские вопросы. Физически струна не может иметь нулевую толщину, поскольку это означало бы её реальное отсутствие. Но при любом сколь угодно малом её сечении она уже должна обладать каким-то объемом. Соответственно, в этом случае встаёт вопрос о материале струны, из чего она сделана. С другой стороны, струны – это обособленные объекты, следовательно, все они чем-то разделены. Пространство между ними не может быть абсолютной пустотой, поскольку пустота – это не физическая субстанция. Если же между ними находится физический вакуум, то вновь встаёт вопрос о его структуре, материале, из которого он состоит. Согласно квантовой теории, в вакууме постоянно рождаются и исчезают виртуальные частицы. То есть, это опять же должны быть виртуальные струны. И если со струнами с положительной энергией всё вроде-бы ясно, то что представляют собой виртуальные струны с отрицательной энергией?

Еще более серьезным является вопрос о бранах. Даже двумерная брана выглядит довольно загадочно. Если струны могут крепиться к ним и скользить по ним своими концами, то такие браны находятся на ничтожно малом расстоянии друг от друга, не дальше, чем на длину струн, а размеры должны иметь, по-видимому, макроскопические. И вновь возникает вопрос об их материале, а также, почему мы не видим и не ощущаем их? Вроде бы геометрически они должны быть доступны, наблюдаемы, даже если и находятся, как обычно говорят, в другом пространственном измерении.

Конечно, на эти частные вопросы можно просто закрыть глаза, но есть и такие, обойти которые намного сложнее. Компактификация лишних измерений, казалось бы, позволяет объяснить их невидимость. Но и здесь не всё так гладко.

"От расширения Вселенную сдерживали петли струн, плотно обмотанные вокруг различных измерений" [47, с.251].

Это утверждение выглядит весьма странно. В самом деле, любое измерение – это просто некоторое направление, не имеющее физического, материального воплощения. Точно также мы можем сказать, что взяли "лево" и обмотали его вокруг "вверх". Любое измерение характеризуется или воплощается в координатной оси. Эти оси могут быть бесконечной длины, хотя изображаются короткими стрелками. Координатная ось любого измерения – это мысленная, воображаемая линия, которую мы можем направить в любом направлении и поместить её начало в любую точку пространства, поскольку мы считаем пространство изотропным. Иначе говоря, плотная намотка струн вокруг пространственных измерений – это набор слов, не имеющих никакого математического или физического смысла.

Компактификация

Понятие компактификации измерений неизбежно возникло и используется именно в теории струн. Требуемые теорией 7 или 6 дополнительных пространственных измерений в реальности мы никогда не наблюдали. Для объяснения этого и была сформулирована так называемая компактификация, то есть, гипотеза о том, что эти дополнительные пространственные измерения невидимы, поскольку они свёрнуты в своеобразные кольца чрезвычайно малых размеров, поэтом никакими современными приборами измерить, увидеть их невозможно. Вместе с тем, любые высказывания о возможности увидеть или измерить какое-либо измерение логически противоречивы. Это примерно то же самое, что увидеть "лево" или "верх". Соответственно, и попытки с такой позиции обнаружить эти скрытые измерения выглядят противоречиво. Например, описывается такой мысленный эксперимент Хинтона:

"Представим себе перемещение сигаретного дыма в замкнутом пространстве. Поскольку атомы дыма, согласно законам термодинамики, распространяются и диффундируют во все стороны, можно определить, есть ли в обычном трехмерном пространстве места, где отсутствуют молекулы дыма. Но экс-

перименты и наблюдения показали, что таких скрытых мест нет. Следовательно, четвертое пространственное измерение возможно, только если оно меньше частиц дыма" [46, с.72].

Здесь явно, противоестественно объект отрывается от пространственного измерения, его положения в пространстве. Вместе с тем нет и быть не может объектов, которые находятся в разных измерениях. С самого начала диффузии все без исключения частицы дыма имели некоторую координату в этом четвертом измерении. А сравнение объекта и измерения математически вообще не корректно. Пространственное измерение, координата – это *характеристика* положения любого объекта. Что больше – гора или её высота? Любой самый громадный объект может иметь некоторое значение координаты по любой бесконечно малой координатной оси, измерению, причём у двух таких объектов, слона и кита, например, разница этих координат может быть планковской, что ничуть не препятствует находиться одному в африканских джунглях, а другому – в океане, вблизи канадских берегов.

Геометрически свернуть в кольца несколько измерений можно разными способами. Например, 2 измерения можно свернуть в сферу или в тор. Если измерений 3, то при их свёртке возникает пространство, представить которое крайне затруднительно, причем способов свертывания уже намного больше. Для 7 пространственных измерений способов сворачивания становится немыслимо много, а изобразить их графически вообще невозможно. В интернете приводится пример графического изображения подобного многомерного свёрнутого пространства – многообразия Калаби-Яу, которое из-за неизбежных упрощений на самом деле является аксонометрией трёхмерного объекта – рис.5.5. Поскольку это, вообще-то, многомерное *пространство*, то есть, некая пустая область, то было бы разумно изобразить на нем хотя бы некоторые из осей и хотя бы частично координатную сетку. Иначе этот просто красиво свёрнутый новогодний бантик ничего особо не демонстрирует. Считается, что в М-теории так называемый ландшафт теории, то есть, число вариантов струнных теорий, приводящих к

приемлемым в разной степени результатам, превышает число 10^{500}. Какой из этих вариантов может быть реализован, выяснить весьма сложно. Поскольку таких вариантов множество, и каждый из них где-то существует, то все они образуют, следовательно, своеобразную струнную мультивселенную.

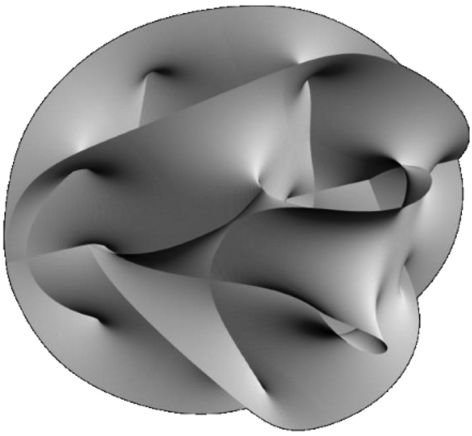


Рис.5.5. Визуализация многообразия Калаби-Яу [71]

Видимо, это не противоречит формализму, математике теории и фактически является строгим математическим обоснованием возможности любого набора физических законов. Тем не менее, некоторые описания такой многомерной мульти-Вселенной вызывают определенное недоверие, скепсис.

Еще раз обратимся к популярным описаниям, изображениям таких пространств в литературе. Например, в [36, рис.8.7] можно увидеть такие рисунки – рис.5.6. Бесспорно, изображения весьма красочны и наглядны. Однако при первом же взгляде на них возникает вопрос к их геометрии. Где на каждом из этих рисунков находится начало координат? А конкретнее, сколько их? Действительно, при взгляде на рисунки возникает ощущение, будто каждая фигура на них находится в своём собственном начале координат.

Например, каждая сфера касается плоскости в одной собственной точке. Видимо, сферы – это свёрнутые координатные плоскости и соответствующие им оси. Все они целиком

и полностью находятся на этой сфере, следовательно, соседняя сфера не имеет на этой сфере собственных точек. Но в геометрическом пространстве как-то странно говорить о нескольких началах координат. В этом случае мы не имеем никакой возможность задать даже единственную точку, поскольку неясно, какие у неё координаты. Если таких сфер на плоскости две, то, по логике, нам следовало бы указать 6 координатных числа, по одному на каждое измерение. Довольно странный способ, особенно, если таких сфер не две, а три, четыре и даже бесконечно много. Этой неясности можно дать лишь одно разумное объяснение: сфера единственная, но мы можем выбрать её положение в любом из показанных на рисунке месте. Из этого и будем исходить в дальнейшем, считая точку соприкосновения нулевой, южным полюсом.

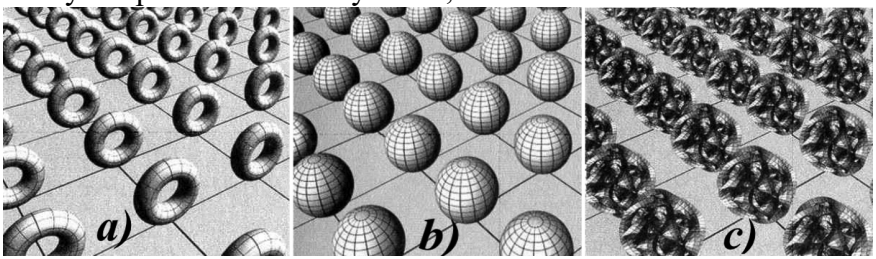


Рис.5.6. Рисунки 8.8, 8.7 и 8.10 из книги Б.Грина "Элегантная Вселенная" [36]

Однако и это допущение имеет свои неясности, нюансы. Пространство с двумя координатами, свёрнутыми в сферу геометрически противоречиво. Все координатные оси, измерения, согласно общим, традиционным представлениям о системах координат, должны быть ортогональными, то есть, независимыми друг от друга. Другими словами, любому значению каждой из координат должны соответствовать все возможные значения других координат. Кроме того, наличие разных точек с одинаковыми координатами или одной точки с двумя наборами координат недопустимо, поскольку опять возникает неопределенность.

Возьмем точку вне сферы на высоте её радиуса, как показано на рисунке 5.7. Принадлежит ли эта точка изображенному четырехмерному пространству? Ответ неоднозначный. Если не принадлежит, то это означает, что не все точки плоскости принадлежат этому пространству. Если же точка вне сферы принадлежит этому пространству, то одна из свёрнутых координатных осей оказывается лишней, поскольку положение точки может быть однозначно задано двумя плоскими координатами и *одной* из свёрнутых.

Действительно, если свёрнутые оси расположены на сфере юг-север и запад-восток, как показано на рис.5.7a, то с учетом плоскости у нас есть четыре координаты для трехмерного пространства – x, z, θ, φ. Для определения высоты точки над плоскостью достаточно координаты θ. А вот меридиана, угол φ во всех случаях предопределена координатами на плоскости x0z, то есть, фактически является лишней, производной, вычислимой. Таким образом, приведённый способ изображения четырех координатных осей геометрически является избыточным, по меньшей мере, одна из свёрнутых координат лишняя.

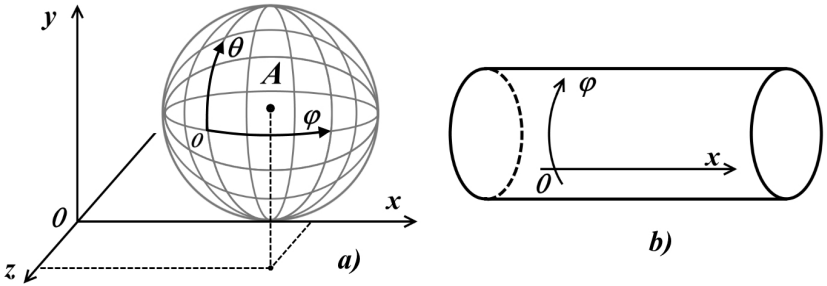


Рис.5.7. Координатные сфера и цилиндр

Эта избыточность в сферических координатах является неустранимой. Если продолжить анализ системы координат со свёрнутыми измерениями, то можно обнаружить, что непротиворечивой является только одна из них – двухкоординатная. То есть, единственным геометрически представимым таким изотропным пространством является система координат с од-

ним плоским и одним свёрнутым измерением - цилиндр рис.5.7b. Только в этом случае мы можем изобразить на его плоскости точку, имеющую любые значения двух координат. Обращаем внимание на то, что этот случай – элементарный, это двухмерное или трехмерное пространство, что *обязательно* должно позволить реально, конкретно изобразить его графически, на чертеже.

Если мы попытаемся свернуть цилиндр в тор, то сразу же обнаружим нарушение изотропности, поскольку протяженность, длина пространства вдоль длинной координаты тора будет зависеть от значения второй координаты. Изотропным может быть только тор, сплющенный вдоль одной из длинных осей симметрии (на рисунке 5.7b – вертикальной), но тогда он будет эквивалентен "полой" плоскости, у которой фактически возникает несколько несвязанных областей (внутренние и внешние стороны сплюснутого тора).

Однако из этого вовсе не следует, что рассмотренное четырехмерное пространство невозможно. Просто его изображения на рис.5.7 в данном случае сделаны некорректно. Для *аналитических* представлений нет никаких препятствий, чтобы каждая точка такого пространства с двумя свернутыми измерениями имела достаточные для обособления и уникальные значения координат A(x, y, θ, φ). Однако геометрически, на чертеже корректно изобразить такое пространство, видимо, просто невозможно. С небольшими отклонениями, допущениями это возможно только для трёхмерного пространства с двумя свёрнутыми координатами. В этом случае мы получаем вложенные друг в друга, объемлющие друг друга сферы с общим центром, каждая из которых является координатой плоской составляющей пространства с числовым значением, равным её радиусу, а на поверхности – свёрнутым. Такая координатная сетка в точности соответствует трехмерному пространству с двумя свёрнутыми измерениями. Однако, как видно на рисунке, это всё-таки довольно условно. Действительно, при удалении от центра координаты возрастают линейно, и, соответственно, возрастают радиусы и протяженности свёрнутых

измерений, причём до бесконечности. Очевидно, что о компактификации в этом случае говорить не приходится. Такая система координат фактически является сферической, поскольку значение плоской оси может быть только положительным. Любая точка в таком пространстве лежит на поверхности одной из концентрических сфер и может быть задана тремя координатами (r, θ, φ). Можно заметить, что рисунок напоминает расширяющуюся Вселенную, но, в отличие от неё, предполагает любое движение вдоль радиуса.

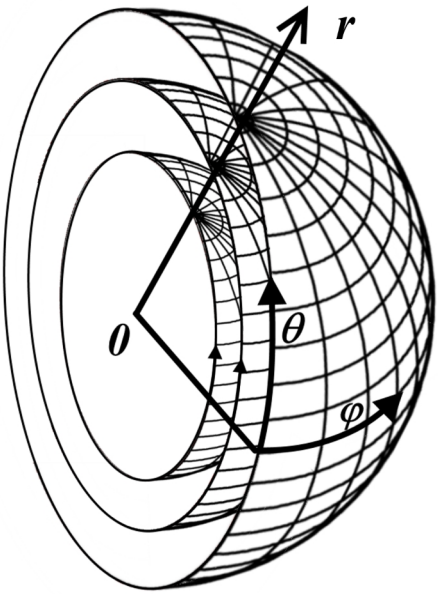


Рис.5.8. Сферические координаты

Видимо, описанная противоречивая картина будет наблюдаться и при трёх линейных и любом количестве дополнительных свернутых, замкнутых пространственных измерений. При любом их соотношении, кроме цилиндрического, *невозможно* обеспечить изотропность пространства. Еще раз отметим, что трёхмерное пространство рассмотренных типов визуализируется без каких-либо геометрических затруднений. Наблюдаемое пространство-время нашей Вселенной изотроп-

но, поэтому наличие скрытых измерений выглядит, мягко говоря, крайне сомнительно.

Конечно, следует признать, что многие из проблем протяжённых дополнительных координат приемы компактификации и отождествления решают весьма успешно. Однако, не смотря на это, в теории струн такая система координат все равно ведёт к дополнительным противоречиям. Обратимся вновь к рисунку из книги рис.5.6б [36, рис.8.7]. В книге к ним приводится следующее описание:

"... в каждой точке нашего привычного трехмерного пространства согласно теории струн имеется шесть доселе неведомых измерений, тесно свернутых в одну из этих довольно причудливых форм. Эти измерения представляют собой неотъемлемую и вездесущую часть структуры пространства, они присутствуют повсюду. Например, если вы опишете рукой широкую дугу, ваша рука будет двигаться не только в трех развернутых измерениях, но и в этих свернутых. Конечно, поскольку эти свернутые измерения столь малы, ваша рука в своем движении пересечет их бесчисленное количество раз, снова и снова возвращаясь к исходной точке. Размеры этих измерений настолько малы, что в них не слишком много места для перемещения таких огромных объектов, как ваша рука, и все они "размазываются": закончив движение руки, вы остаетесь в полном неведении о путешествии, которое она совершила сквозь свернутые измерения Калаби – Яу" [36, с.142].

Для начала отметим, что это красочное описание содержит весьма интересную, полезную информацию, высказанную автором, очень авторитетным физиком. Более того, это высказывание сделано в книге, на которую получена масса самых положительных отзывов большого количества мировых научных изданий. Список лиц, среди которых немало научных авторитетов, которым автор выразил благодарность за помощь в работе над книгой, занимает целую страницу. Таким образом, можно безоговорочно признать – книга отражает мнение огромного числа авторитетных, признанных в мире учёных и поэтому может рассматриваться как общепризнанная истина.

А суть информации, на которую делается акцент, весьма проста: находясь в доступных наблюдению трёх пространственных измерениях, мы всегда и неизбежно движемся и сквозь свернутые измерения Калаби-Яу. Конечно, понятие "сквозь" не совсем верно. Например, будет странно звучать высказывание, что мы движемся сквозь измерение "длина". Значит ли это "поперёк" или всё-таки "вдоль"? То же самое и в отношении пересечения измерений многообразий Калаби-Яу. Вероятно, это какие-то тонкости перевода, несколько смазавшие смысл. Правда, предыдущее высказывание боле-менее соответствует обычным представлениям о движении: "двигаться не только в трех развернутых измерениях, но и в этих свернутых". Здесь из сравнения можно понять вполне определенно: двигаться *вдоль* каждой из координатных осей, по этим измерениям. Поэтому будем исходить из того, что рука движется вдоль каждого из всех этих десяти пространственных измерений. Правда, вновь возникает помеченная курсивом двусмысленность в том, что "рука в своем движении *пересечет* их бесчисленное количество раз". Кроме того, возникает возражение и по поводу замечания, что в этих измерениях "не слишком много места" для огромных объектов. Какими бы крошечными ни были эти измерения, они обязательно присущи любому самому грандиозному объекту: киту, Эйфелевой башне, памятнику Христу-спасителю, да и всей планете Земля, которые, можно сказать, для этих измерений будут столь же *малы*, как Солнце для масштабов Вселенной.

Однако примем, что всё это всего лишь небольшие литературные, переводные неточности. Движение *поперёк* измерения означает только одно – неподвижность относительно этого измерения. Будем считать, что автор имел в виду движение руки *вдоль* каждого из этих измерений, как автомобиль по дорожному кольцу, и много раз. А вся цитата построена с некоторой несущественной, небольшой условностью, литературным упрощением.

Но далее можно возразить и против ещё одной формулировки: "в каждой точке ... трехмерного пространства ... име-

ется шесть ... измерений". Выглядит так, будто в каждой точке имеются *свои собственные* шесть измерений. Однако следует предположить, что автор имел в виду всё-таки иное: все без исключениы точки трехмерного пространства *находятся одновременно* ещё в шести измерениях. Понятно, что каждая из этих точек может иметь как свои собственные, *отличные* координаты в этих дополнительных измерениях, так и *совпадающие* с координатами каких-либо других точек.

Здесь может появиться ответное возражение со ссылкой на теорию относительности. Ведь там мы пририсовываем координатные оси к *каждой* ИСО-тележке, и они принадлежат, вроде бы, именно этой ИСО и никакой другой. Но это неверная трактовка. В нашем мире существуют *только* три координатных оси, присущие *всем без исключения* системам отсчета. Двигаясь вдоль них или как-то иначе, каждая система отсчета просто меняет свои *взгляды* на материальные свойства остальных объектов, линеек и часов. Абсолютно исключены ситуации, когда некий объект "выпадает" из какого-то измерения, которые для всех объектов всегда имеют строгую взаимосвязь (преобразования Лоренца).

А теперь рассмотрим, в чём, собственно, состоит интересность и полезность увиденной информации. Это очень важно: любой объект в многомерном пространстве обязательно движется *по всем* имеющимся измерениям, либо имеет такую возможность. Это означает, что все объекты нашего мира, всей нашей Вселенной при наличии четвертого измерения имеют *неотъемлемую возможность двигаться по этой четвертой координате*. Это прямо следует из высказанного процитированного мнения большого числа авторитетных физиков. И это очень важно: именно с таких позиций мы и рассматривали выше все варианты нахождения в четырехмерном пространстве или движения по этим дополнительным координатам. Но, с другой стороны, рассмотренные представления теории струн о дополнительных измерениях демонстрируют весьма серьёзные логические, геометрические противоречия. Поэтому было бы

неверным принять эту модель со свернутыми измерениями в качестве реальной модели многомерного пространства.

Свободные кротовые норы

Как мы неоднократно отмечали, в наши дни к вопросам многомерных пространств, параллельных миров, Черных дыр и кротовых нор обращаются многие авторы научных и научно-популярных статей и книг. Регулярно на теле- и киноэкраны выходят художественные и документальные фильмы, посвященные этим вопросам. Вместе с тем, немало и критических публикаций, относящих эти космологические вопросы и идеи к ненаучным, простой фантастике или художественному вымыслу.

Конечно, многие научные исследования по этим вопросам содержат очевидно спорные моменты. Однако и скептикам можно возразить: несмотря на спорность, эти вопросы, несомненно, признаны научным сообществом. Например, в 2010 году ученая степень кандидата физико-математических наук присуждена Измаилову Р.Н. за работу по теме "Вращающиеся кротовые норы типа Эллиса-Бронникова и их свойства" [44], а в 2011 году по теме "Черные дыры и кротовые норы в области экстремальной гравитации" в МГУ ученая степень доктора физико-математических наук присуждена Шацкому А.А. [83]. В работе [44] исследовалась возможность существования обычных кротовых нор, и были получены решения, учитывающие вращение в конформно нормированной картине Эйнштейна.

В русле рассматриваемых здесь вопросов следует отметить утверждение, неоднократно высказываемое Шацким, в том числе в соавторстве, о принципиальном различии между Черными дырами и кротовыми норами (КН), означающем, что кротовые норы могут существовать автономно, свободно от Черных дыр. Это мнение можно отчетливо увидеть, например, в следующих цитатах. В автореферате к диссертации [83], в частности, говорится:

"Аккреция обычной материи на вход в кротовую нору может приводить к образованию черной дыры ..." [83, с.9, 15].

"В связи с возможностью взаимопревращения черных дыр и кротовых нор ...

Можно заключить, что черная дыра и кротовая нора по своей сути являются объектами, которые ...

Тем не менее, признаком существования черной дыры можно считать наличие ловушечного горизонта ...

Кротовой норой следует называть тоннель, соединяющий отдаленные области пространства Вселенной ..." [83, с.22].

В статье, опубликованной в журнале "Успехи физических наук", также явно проводится эта граница между кротовыми норами (КН) и Черными дырами:

"В этой работе рассмотрено статичное и сферически-симметричное решения для КН, мало отличающееся от решения для чёрной дыры ..." [82].

Наконец, в научно-популярной статье, широко представленной в интернете, подробно и, следует признать, весьма доходчивым языком описываются, в частности, характеристики кротовых нор и последовательно проводится мысль о различии между ними и Черными дырами:

"Таким образом, если кротовая нора является непроходимой, то внешне ее практически невозможно отличить от черной дыры ... при образовании любой черной дыры у нее обязательно будет вращение ... и обязательно будет электрический заряд ... т.е. черная дыра будет не шварцшильдовской. Далее я буду называть такие черные дыры реальными ...

Как я уже писал, если кротовая нора является непроходимой, то отличить ее от черной дыры будет очень непросто ...

... теоретически, в отличие от черной дыры, кротовая нора может обладать любой массой ... " [81].

Заметим, что в последнем абзаце цитаты, по всей видимости, различие в массах кротовой норы и Черной дыры относится к их наименьшим значениям. Как известно, у статичной, стабильной Черной дыры не существует верхнего предела массы, но нижний предел четко ограничен. Иначе говоря, ста-

бильная кротовая нора, в отличие от стабильной Черной дыры, может иметь сколь угодно малую массу.

В цитированных работах не отрицается наличие таких же традиционных пространственных тоннелей и у различных видов Черных дыр. Единственное, что в таком противопоставлении до конца не ясно, так это материальная сущность, предыстория кротовых нор в представленных трактовках. С Черными дырами с физической точки зрения, можно сказать, всё ясно: образование тоннелей, червоточин, кротовых нор является *математическим* следствием описания (хотя и с изрядной долей фантастических домыслов) громадных масс и плотностей конкретных астрономических объектов – звёзд, сколлапсировавших в Черную дыру. Напротив, не связанная с Черной дырой чистая, автономная кротовая нора, как без массы, так и с массой разных знаков, "сферически-симметричная свободная от материи червоточина" выглядит чрезмерно гипотетическим объектом даже на фоне червоточин Черных дыр и их эфемерных отражений – Белых дыр. Первичные магнитные монополи, экзотическая (фантомная) материя, кротовые норы с магнитным полем и фантомной пылью, радиальное монопольное магнитное поле и квазиидеальная фантомная жидкость (кротовая нора типа Мориса-Торна-Бронникова-Эллиса – МТБЭ [61]) – такими категориями и терминами в настоящее время оперируют ученые, работающие в этой области астрофизики. Чем особо выделяются все эти фантомные субстанции, чем принципиально они отличаются, например, от бороды старика Хоттабыча или лампы Аладдина? Их поведение, проявление – ничем. С другой стороны, вариантов, моделей реальности придумано столько, что ожидать чего-то принципиально нового вряд ли стóит. Некоторые идеи привносятся в науку со страниц фантастических романов и комиксов буквально как реально установленные факты.

Можно сказать, что такие автономные кротовые норы с буквально научно-фантастической структурой состоят, условно говоря, из чистого эфира – магнитного поля и других столь же

эфемерных субстанций. Однако при их описании можно встретить и весьма неожиданные трактовки:

"Определим сферу радиуса r_0 и сожмем материю внутри этой сферы до компактного объекта в ее центре. Согласно уравнениям общей теории относительности гравитационное поле вне такой "вакуоли" не изменится. Поэтому существование такой вакуоли не повлияет на расширение вещества вне неё. ... Решение внутри вакуоли соответствует решению Шварцшильда, написанному в расширяющейся системе координат, а решение вне вакуоли соответствует решению Фридмана" [12].

По всем признакам – это описание Черной дыры, возникающей в результате коллапса материи. Кроме того, утверждение, что эта область не влияет на расширение вещества вне неё, выглядит весьма странно, ведь этот объект обладает довольно большой массой, и их, видимо, немало. Следует заметить, что некоторые физики более или менее явно отмечают чисто теоретический, гипотетический характер подобных экзотических решений:

"... разнообразие "конструкций" кротовых нор, и общий вывод таков, что при всей необычности их свойств и при всех трудностях принципиального, в том числе и философского, характера, к которым они могут привести, к их возможному существованию стоит отнестись с полной серьезностью и должным вниманием" [26].

Как видим, явно осознаются необычность их свойств, трудности принципиального и философского характера. Хотя при этом сами они, похоже, твердо верят в реальность своих теоретических построений:

"Человеку неискушенному путешествия во времени представляются воплощенным абсурдом. Но вот для физиков и математиков процедура обращения времени – совершенно привычный "прием"[26].

Действительно, со *временем* физики обращаются весьма уверенно и вольно. Правда, в этой уверенности нередко просматриваются элементы некоторого противоречия:

"... допустив существование машины времени, мы немедленно сталкиваемся со всем "букетом" парадоксов ...

... если физическая теория претендует на описание реальности, она должна содержать механизм, запрещающий образование подобных "временных петель", или, по меньшей мере, до крайности затруднять их образование" [26].

Действительно, когда обращение времени – лишь аналитический приём, не распространяемый явно на реальный физический мир, никаких парадоксов как бы вроде и не возникает, разве что, в условном математическом мире. А иначе выходит, что в арсенале приемов современных физиков находятся и такие, которые вполне допускают "воплощение абсурда". И такое "воплощение" нередко открыто рассматривается и используется в выкладках как научная аргументация, как научные выводы. В нашем случае придание строгой научной формы кротовым норам, пространство - временны́м тоннелям, Белым дырам, со всеми приписываемыми им чудесными свойствами, на самом деле превращается все их в литературно – фантастический вымысел, и относиться к ним так и следует: с величайшим, "полным серьёзности" скептицизмом, неприятием.

6. Изобразительная универсальность координат

Заметим, что вообще все диаграммы пространства-времени можно рассматривать как обычные математические системы координат, например, декартовы или полярные координаты. Если просто представить обозначения осей координат как привычные обозначения - x0y, то на таких релятивистских диаграммах можно будет легко изобразить любые линии и фигуры. Конечно, их внешний вид при этом будет весьма далёк от привычного. Например, на диаграммах Пенроуза графики некоторых элементарных функций и фигуры можно изобразить следующим образом (рис.6.1a-c).

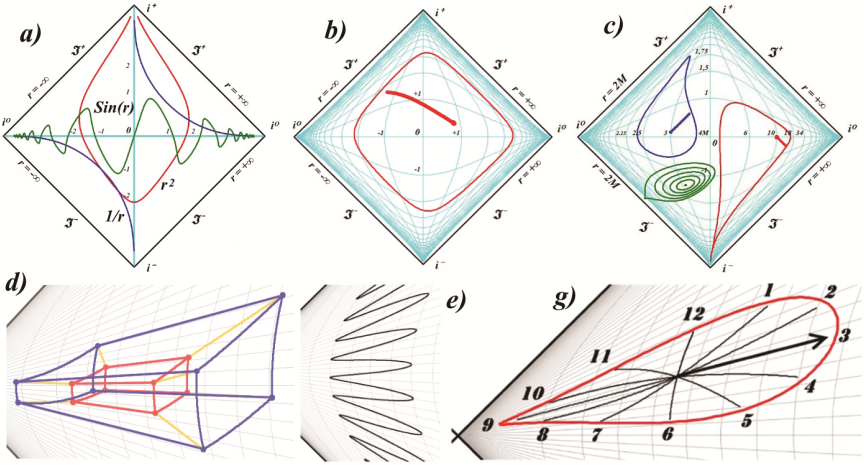


Рис.6.1. Фигуры на диаграммах Пенроуза и Крускала

Слева на рис.6.1a изображены графики функций sin(r), 1/r и r^2. Пожалуй, только гипербола имеет привычный вид. В центре, рис.6.1b, изображен круг с вращающейся в нём стрелкой, подобие секундомера. Да, это, действительно круг, хотя выглядит он точно как четырехугольник со сглаженными углами. Справа на рис.6.1c в координатах диаграммы для вечной

Черной дыры также изображены два круглых "секундомера" и несколько концентрических окружностей. Рисунки 6.1b и 6.1c можно найти в интернете в виде анимаций. Движущаяся по кругу стрелка выглядит невероятно забавно, постоянно изгибаясь то в одну, то в другую сторону. Понятно, что в этих конечных рамках диаграмм можно изобразить картину любых фактических размеров.

Такими же универсальными свойствами обладают и координаты Крускала, но на них размеры фигур ограничены рамками полотна, координатной сетки. Для примера на рисунке 6.1d-g также довольно условно изображены традиционный гиперкуб – тессеракт, синусоида и секундомер, который аналитически представляет собой обычную окружность.

Соответственно, все рассмотренные выше примеры вращения систем координат или их дополнение новыми измерениями ясно показывают: нет никаких противоречий или препятствий, чтобы искусственно, волевым решением добавлять к пространству-времени дополнительных измерений столько, на сколько хватит фантазии. Однако ни в одном из рассмотренных релятивистских, космологических случаев они не являются прямым, логическим *следствием* решения Шварцшильда, да и вообще, любых иных последовательных решений общей теории относительности.

Вместе с тем, системы координат нередко подвергаются некорректным модификациям, в результате чего нарушается их непрерывность. В пространстве координат возникают "деформированные" области, в которых изображаемые процессы приобретают противоречивые свойства. Здесь уместно вспомнить и принять к сведению, буквально, как извинения, оправдания замечания авторов работы [59, т.1, с.298], отнеся эти замечания и на принципы модификации систем координат, которые, в сущности, также являются рисунками в обычном изобразительном смысле:

"1. Рисунки не могут заменить вычисления. Они скорее помогают: а) предположить наличие геометрических соотношений, о существовании которых ранее не подозревалось и

справедливость которых затем подтверждается вычислениями, и б) интерпретировать только что узнанные геометрические результаты.

2. Такая роль рисунков, как правило, не связанная непосредственно с вычислениями, позволяет нам рисовать их до некоторой степени небрежно".

Конечно, небрежность в смысле недостаточно ровных линий, наброски от руки, торопливые и/или неаккуратные в данном контексте не вызывают серьёзных нареканий. Иллюстрации позволяют сделать выкладки более ясными и понятными, поэтому их обилие и полнота, несомненно, приносят пользу. Поэтому в некоторых пределах такие неточности, конечно же, нежелательны, хотя вполне допустимы.

Но, как говорится, не до такой же степени! Рассмотренные системы координат, включая многомерные, часто содержат "вырезанные" области, то есть, отсутствующие на них участки описываемых пространств, что недопустимо. Другим дефектом, несомненно, является *физическая* противоречивость таких модифицированных координатных систем. Простейшей противоречивостью, вернее, неполнотой является отмеченная выше невозможность нулевых геодезических или световых конусов на исходных диаграммах Крускала. Следует отметить, что эту неполноту не замечают даже весьма авторитетные ученые. Например, Кэрролл, описывая координаты Крускала [3, с.225], пишет следующее:

"Координаты Крускала обладают рядом чудесных свойств. Как и координаты (t, r*), радиальные нулевые геодезические выглядят так, как в плоском пространстве:

$$T = \pm R + const \qquad (5.125)"$$

Чуть выше, на предшествующей странице книги [3, с.224], он определил выражения для этих величин T и R, формирующих координаты Крускала:

$$T = \frac{1}{2}(v'+u') = \left(\frac{r}{2GM} - 1\right)^{1/2} e^{r/4GM} \sinh\left(\frac{t}{4GM}\right) \qquad (5.121)$$

$$R = \frac{1}{2}(v'-u') = \left(\frac{r}{2GM}-1\right)^{1/2} e^{r/4GM}\cosh\left(\frac{t}{4GM}\right) \qquad (5.122)$$

Однако сравним эти выражения с другими, которые мы непосредственно исследовали и использовали при построении различных космологических ситуаций. Наши выражения получены тождественным преобразованием уравнений [59, т.3, с.28, ур.11а,11б] для приведения их к привычному виду:

$$v \equiv \frac{1}{2}(\tilde{v}+\tilde{u}) = \sqrt{\frac{r}{2m}-1}e^{\frac{r}{4m}} sh\left(\frac{t}{4m}\right)$$

$$u \equiv \frac{1}{2}(\tilde{v}-\tilde{u}) = \sqrt{\frac{r}{2m}-1}e^{\frac{r}{4m}} ch\left(\frac{t}{4m}\right)$$

Нетрудно заметить, что эти уравнения *тождественны* уравнениям (5.121) и (5.122), это одни и те же уравнения, в них R ≡ u и T ≡ *v* (время Крускала). Однако при их использовании ранее мы явно обнаружили, что ни нулевые геодезические, ни световые конусы изобразить они *не позволяют*. Ситуация исправляется лишь изменением уравнений преобразования путем применения так называемой черепашьей координаты. В работе Кэрролла об этом несоответствии нет ничего определенного.

Это лишь частный случай неполного, поверхностного описания уравнений. Куда более серьёзные несоответствия возникают, например, при использовании диаграмм Пенроуза с горизонтами событий r = 2m, диаграмм для вечной Черной дыры. Первой странностью можно назвать неопределенность нулевой координаты. Действительно, если левая половина диаграммы занимает область пространства от 2m до $r = r_0$, а вторая – от $r = r_0$ до бесконечности, то величина r_0 приобретает какой-то особый, специфический смысл.

Нулем она точно не может быть, а при построении конкретных геодезических, по реальным уравнения, она явно должна иметь какое-то опредленное значение. Но это, что называется, полбеды. Сразу же выясняется, что линии расстояний r = const в принципе не могут быть нанесены одинаково монотонно. Если влево, в сторону горизонта r = 2m значение

"ширины" между линиями стремительно убывает, то вправо, в бесконечность, она уже обязана быть либо неизменной, либо возрастать. Такую странную закономерность удалось реализовать квадратичной зависимостью $dr=2^n+2$ присвоив центру диаграммы произвольное значение $r_0 = 4$. В этом случае "ширина" деления определяется его номером $n = \ldots -2, -1, 0, 1, 2$ и так далее. Значение $n = 1$ соответствует центру диаграммы. Значение $r_0 = 4$ взято исключительно из эстетических соображений, чтобы вправо и влево от центра отстояли, по меньшей мере, два целочисленных примерно одинаковых интервала $\pm dr$. Однако решение проблемы сетки расстояний привело с неизбежностью к проблеме сетки времени. На такой монотонной диаграмме Пенроуза понятие $t = const$ принципиально нереализуемо. В зависимости от направления движения по оси r, темп времени различен. В свою очередь это приводит к тому, что на диаграмме одно и то же событие имеет, по сути, сразу два места – по направлению движения.

Исходя из этого на рисунке 6.1с изображены два условных секундомера. Если рассмотреть анимацию, то оказывается, что при всех равных условиях стрелка одного из них движется по часовой стрелке, другого – против. Уравнение каждого события или фигуры, линии на диаграмме определяется особым параметром, который реально подменил собой сетку линий $t = const$ на сетку линий $m = const$. Хотя, в общем, это довольно простые преобразования, позволившие сформировать дееспособную координатную сетку диаграммы Пенроуза с левым горизонтом $r = 2m$, проблема анизотропии времени на таких диаграммах, видимо, неразрешима принципиально.

Такая же плохо заметная, но физически не менее абсурдная ситуация возникает на диаграммах Пенроуза с коллапсом нейтронной звезды. В момент возникновения горизонта событий на таких диаграммах возникает разрыв пространства-времени, своеобразная дыра в Реальности. Действительно, до появления на диаграмме линии горизонта событий сетка расстояний содержит линии $r = const \leq 2m$. Это сплошные, без разрывов линии, соединяющие верхнюю и нижнюю точки

бесконечностей диаграммы. Однако в момент появления линии горизонта, эти линии сетки обрываются, выше точки начала горизонта продолжить их невозможно. Следовательно, все геодезические (нейтрино, например) в этой области также должны исчезнуть, оборваться. Проблему удается решить лишь переходом к диаграмме вечной Черной дыры.

Наконец, диаграмма Пенроуза для испаряющейся Черной дыры содержит два начала координат. Объяснить логически это вряд ли возможно, поскольку на любой такой диаграмме изначально подразумеваются и всё отдалённые звезды Вселенной. Совершенно не просматривается рациональное объяснение, почему точка пространства-времени, в которой находился геометрический центр Черной дыры, неожиданно куда-то переместился в момент её взрыва. Куда?

В математике и искусстве известны так называемые "невозможные объекты", одним из хорошо известных авторов некоторых из них является Роджер Пенроуз. Здесь, в физике и космологии мы также можем наблюдать нечто подобное, причем, один из таких объектов – это диаграмма Пенроуза с горизонтом событий $r = 2m$. Признаками такого же невозможного арт-проекта, как мы выше обнаружили, несомненно, обладает и пара объектов – Черная и Белая дыра и параллельная Вселенная со своими параллельными горизонтами.

Заключение

При всей красочности и привлекательности идей параллельных Миров, Вселенных, дополнительных пространственных измерений, все эти идеи являются плодом разумного, намеренного конструирования. Проведенные здесь математические, логически и философские исследования можно трактовать исключительно таким образом: никакие научные выводы, решения на самом деле сами по себе не являются доказательством их существования. Во всех рассмотренных случаях эти доказательства являются следствием неких гипотетических допущений, волевых модификаций уравнений, игнорированием "неудобных" решений.

Вместе с тем, наши выводы не распространяются на реальные наблюдения, о которых нам только то и известно, что кто-то где-то что-то видел. Даже исключительно научно признаваемые факты – снимки, видео и даже труднообъяснимые вещественные объекты могут иметь вполне рациональное, условно говоря, трехмерное объяснение. Вряд ли исследователь согласится с мистическими доводами, если можно привести доводы рациональные, пусть даже на первых порах выглядящие как "притянутые за уши". И, тем более что главным критерием отбраковки мистики всегда был и навсегда должен остаться принцип недопущения в научную теорию противоречий, реальных парадоксов, абсурдов. Теория, которая всё объясняет происками непознаваемых потусторонних сил, тем самым может предсказать всё, что угодно.

Отдельно следует рассмотреть кажущиеся совершенно безупречными "исторические" доказательства. Как, например, можно объяснить явления оракула, пророка? Вряд ли можно найти неопровержимые, бесспорные основания отрицать, что целый ряд таких предсказаний реально сбылся, осуществился.

При этом, несомненно, любой логик, убежденный философ обязан признать, что любое действительно предсказание – это однозначно взгляд в будущее, его посещение. Только в этом случае предсказание является именно этим – предсказанием ещё не наступившего события. Но как же в этом случае быть с парадоксами причинности?! А если путешествие в будущее (с последующим возвращением в прошлое!) возможно, то точно так же мы обязаны признать и критикуемые здесь параллельные миры, множественные Вселенные, дополнительные измерения. Конечно, вопрос, так сказать, весьма скользкий. Но и ему можно найти вполне логичное, аргументированное объяснение [см. приложение П13. Пророки и экстрасенсы – как они это делают, с.376]. Нет никакой необходимости в машине времени, рациональное объяснение вполне возможно.

Сюда же следует отнести и куда более научные парадоксы, которые возникли строго логически в недрах прекрасно себя зарекомендовавших научных теорий. Более того, эти парадоксы имеют вполне даже последовательное и конструктивное описание. Единственное их слабое место – интерпретация. На некотором этапе математический, научный формализм неизбежно сталкивается с этой бедой – недостатком, нехваткой этого самого формализма. Вряд ли стоит упрекать в этом ученых, исследователей. Лучше трактовать их мистические экивоки в таких ситуациях просто проблемами роста. Видимо, научные знания *пока* не позволяют объяснить без мистики то или иное явление. Например, парадокс кота Шрёдингера [см. приложение Парадокс кота Шрёдингера, с.368]. В конце концов, физикам, математикам тоже следует иной раз дать отдохнуть, развлечься, пофилософствовать на схоластические темы. Особенно, когда кажется, что основные вопросы физики в целом решены. Можно ли быть уверенным, что некие ныне сформулированные гипотезы, теории, теоремы верны навсегда? Конечно же, нет. Две ведущие физические теории современности – квантовая механика и теория относительности – вдруг обнаружили внутреннюю несовместимость. Как же так? Но, тем не менее, нелокальность, которая, вообще-то, не имеет

объяснения и в самой породившей её квантовой теории, позволяет разрушить главный, краеугольный камень теории относительности – её второй постулат [см. приложение П10. Парадоксы теории относительности, с.358]. Хотя и делает это как-то неуверенно, как бы сомневаясь в собственном предсказании. Нелокальность при тщательном логическом анализе явно означает наличие некоего сверхсветового агента, носителя. У него даже имя есть – тахион. Но вместо признания информационного, квантового взаимодействия между запутанными частицами, теоретики старательно прикрываются неравенствами Белла. Но что они такое, как не явное, определенное, однозначное признание именно обмена информацией между частицами? Согласно выводам Белла, если все-таки отказать частицам в праве на такой обмен информацией, то придётся присвоить это право измерителям, датчикам, которые принимают информацию от этих частиц. А в чем, собственно говоря, разница?!

Иначе говоря, любые известные ныне полумистические интерпретации реальных наблюдений или корректных математических выкладок допускают вполне непротиворечивое *рациональное* объяснение, объяснение, имеющее действительно научное содержание, научное основание.

Здесь, пожалуй, будет весьма уместно привести мнение Александра Шацкого, доктора наук, известного российского астрофизика:

"... я хотел бы коснуться еще одного вопроса: что нужно для того чтобы стать профессиональным физиком-теоретиком и насколько это сложно. Ну, во-первых, к этому делу у человека должно быть призвание еще со средней школы, поскольку учат на теорфизиков в немногих вузах и туда обычно непросто поступить. А потом еще обучение в аспирантуре и защита кандидатской диссертации" [81].

Несомненно, в общем, это верная мысль: необходимо не только призвание буквально с детства, но и длительное обучение, изучение предмета. Но мы обратим внимание на её продолжение:

"Легко ли создать новую теорию? Обычно на это уходит вся жизнь профессионального ученого. ... на исследование общей теории относительности ... потратили свои жизни сотни талантливых ученых ..." [там же].

Это, несомненно, тоже верная мысль, но она не завершена, а завершение её уже не столь оптимистично. Вряд ли можно с этим спорить, но, став во главе науки, у её административных вершин такие ученые чаще всего прикладывают максимум усилий на отстаивание плодов своего труда, подавляя любое научное инакомыслие, либо пытаются присвоить себе эти чужие идеи, например, прикрывая их соавторством. В истории науки таких примеров немало, и нет никаких надежд на то, что их станет меньше.

Однако нужно ли решительно отвергать и предавать анафеме рассмотренные многомировые, многомерные и прочие Черно-Белые интерпретации? Видимо, нет. Для широкой общественности они представляют неплохой литературный интерес. Сказки и фантазии – это прекрасное развлечение. Но для учёных, исследователей чрезмерно примирительное отношение к ним, излишнее научное фантазирование вряд ли уместно. Вопрос буквально в том, понимают ли они вообще абсурдность, ненаучность таких выводов, и как далеко такие представления уводят их от действительно научных исследований. Исследование "на полном серьёзе" всех этих множественных, параллельных миров и их диаграмм в настоящее время выглядит не просто спорно, но иной раз как безудержная схоластика, имеющая такое же отношение к науке, как бросание костей.

Вряд ли кто-то откажется совершить путешествие в собственное прошлое, чтобы повторить те "чудные мгновения" или посетить своего дедушку. Не с криминальной целью, а просто чтобы передать ему новейшие лекарства из нашего времени. К сожалению, это не будет возможно никогда.

П01. Уравнение движения фотона

В метрике Шварцшильда удаляем сферические координаты, оставляя радиальное движение:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

Для светоподобных геодезических $ds^2=0$

$$0 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 = \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

$$dt = \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr = \frac{rdr}{r-2m}$$

На время отбросим для простоты интервалы интегрирования

$$t = \int \frac{r}{r-2m} dr = \int \frac{r-2m+2m}{r-2m} dr = \int dr + \int \frac{2m}{r-2m} dr$$

$$t = r + 2m \int \frac{1}{r-2m} dr$$

Используем табличное уравнение

$$\ln'(x) = \frac{1}{x}$$

Из этого следует

$$t = r + 2m \int \frac{1}{r-2m} d(r-2m) = r + 2m \ln(r-2m)$$

Теперь подставляем отброшенные интервалы интегрирования

$$t = \left[r + 2m\ln(r-2m)\right]\Big|_{r_0}^{r} = \left[r + 2m\ln(r-2m)\right] - \left[r_0 + 2m\ln(r_0-2m)\right]$$

Группируем однотипные члены

$$t = r - r_0 - 2m\ln\left(\frac{r_0-2m}{r-2m}\right)$$

Для компьютерных вычислений это наиболее удобная форма, однако запишем её еще в одном эквивалентном виде

$$t = r + 2m\ln(r-2m) - t_0$$

Не должно смущать видимое обстоятельство: при движении в сторону горизонта время возрастает в минусовые значения. При r→2m время стремится к минус бесконечности t→ –∞, хотя по графику видно, что это не так. Связано это с тем, что на самом деле график отображает не *абсолютное* время, а *отрезок* времени, необходимого для прохождения пути от горизонта до некоторой исходной точки r_0. Но движение происходит в обратном направлении – от исходной точки к горизонту, то есть, против направления оси r, поэтому и время движения оказывается отрицательным.

П02. Уравнение движения частицы

Определим уравнение падения на Черную дыру материальной частицы, находившейся в состоянии покоя на бесконечности. Поскольку падение радиальное, уравнение метрики принимает вид:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 \quad (\text{П02.1})$$

Для определения параметров движения в данном случае воспользуемся методологией Тейлора-Уилера [15]. На протяжении всего времени своего движения падающее тело имеет постоянную энергию, независимо от удаленности от Черной дыры. Но на максимальном удалении от Черной дыры, это тело имеет энергию, идентичную его массе, то есть, $E = mc^2$. С учетом выбранной системы единиц, в которой скорость света равна

единице, и согласно [15, с.3-12, ур.19], мы можем записать для решения Шварцшильда (П02.1) энергетическое уравнение в следующем виде:

$$\frac{E}{m}=\left(1-\frac{2m}{r}\right)\frac{dt}{d\tau}=1$$

Разделяем переменные в возводим в квадрат

$$d\tau^2=\left(1-\frac{2m}{r}\right)^2 dt^2 \quad (\text{П02.2})$$

Теперь запишем уравнение интервала во времениподобном виде [15, с.2-19, ур.1]

$$d\tau^2=\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2-\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 \quad (\text{П02.3})$$

Приравняем уравнения (П02.2) и (П02.3)

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)^2 dt^2=d\tau^2=\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2-\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2$$

Преобразуем

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)^2 dt^2-\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2=-\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2$$

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)\left(\left(1-\frac{2m}{r}\right)-1\right)dt^2=-\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2$$

$$\left(1-\frac{2m}{r}\right)^2\left(\frac{2m}{r}\right)dt^2=dr^2$$

Окончательно получаем

$$\frac{dr}{dt}=-\left(1-\frac{2m}{r}\right)\left(\frac{2m}{r}\right)^{1/2}$$

При извлечении корня выбираем знак минус, поскольку нам известно, что направление движения происходит от бо́льших значений расстояний к меньшим. Разделив переменные и приведя выражение к интегральной форме, получаем уравнение движения с точки зрения внешнего наблюдателя

$$dt = -\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{1-2m/r}\right)dr$$

Для интегрирования произведем упрощающие преобразования. Сначала разделим первые скобки на сомножители

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1}\left(\frac{1}{1-2m/r}\right)$$

Второй сомножитель внесем в третьи скобки:

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{r/2m-1}\right) = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2}\left(\frac{2m/r}{1-2m/r}\right)$$

Во вторых скобках произведем сокращение и вновь разделим первые скобки на два сомножителя:

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(\frac{r}{2m}\right)\left(\frac{1}{r/2m-1}\right)$$

Вновь внесем второй сомножитель в третьи скобки, и затем в числителе образовавшейся дроби отнимем и прибавим единицу и сократим:

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(\frac{r/2m-1+1}{r/2m-1}\right) = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(1+\frac{1}{r/2m-1}\right)dr$$

Раскроем вторые (длинные) скобки

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - \left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{r/2m-1}\right)dr$$

Преобразуем второе слагаемое схожим образом, разбив первый сомножитель на два (на время, для сокращения длины уравнения отбросим первое слагаемое):

$$\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{r/2m-1}\right)dr = \left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2}\left(\frac{r}{2m}\right)\left(\frac{1}{r/2m-1}\right)dr$$

Внесем средний множитель в правые скобки и получим

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - \left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2}\left(\frac{r/2m}{r/2m-1}\right)dr$$

Теперь в числителе последней дроби, как и в предыдущем случае, отнимем и прибавим единицу и сократим:

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - \left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2}\left(\frac{r/2m-1+1}{r/2m-1}\right)dr$$

Сократив и раскрыв длинные скобки, получаем

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} - dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2}\left(\frac{1}{r/2m-1}\right)$$

Разложим выражение в больших (крайних справа) скобках на два слагаемых, добавив и отняв в числителе корень из первого слагаемого в знаменателе. Поскольку значение удваивается, выносим за скобки делитель:

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} +$$

$$+\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} \times \frac{1}{2}\left(\frac{(r/2m)^{1/2}-1}{r/2m-1} - \frac{(r/2m)^{1/2}+1}{r/2m-1}\right)dr$$

Производим сокращения в больших скобках

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} +$$

$$+\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} \times \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(r/2m)^{1/2}+1} - \frac{1}{(r/2m)^{1/2}-1}\right)dr$$

Раскрываем длинные скобки

$$dt = -dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} - dr\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} +$$

$$+\left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} \times \frac{1}{2}\frac{1}{(r/2m)^{1/2}+1}dr - \left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2} \times \frac{1}{2}\frac{1}{(r/2m)^{1/2}-1}dr$$

Добавим общий множитель и перепишем компактно:

$$\frac{dt}{2m} = -\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2}\frac{dr}{2m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^{-1/2}\frac{dr}{2m} +$$
$$\frac{dr}{4m}\frac{(r/2m)^{-1/2}}{(r/2m)^{1/2}+1} - \frac{dr}{4m}\frac{(r/2m)^{-1/2}}{(r/2m)^{1/2}-1}$$

Итак, мы получили хорошо интегрируемое выражение. Интегрирование даёт результат:

$$\frac{t}{2m} = -\frac{2}{3}\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2} - 2\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} + \ln\left|(r/2m)^{1/2}+1\right| - \ln\left|(r/2m)^{1/2}-1\right|$$

Соединим логарифмы и добавим константу интегрирования

$$\frac{t}{2m} = -\frac{2}{3}\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2} - 2\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} + \ln\left|\frac{(r/2m)^{1/2}+1}{(r/2m)^{1/2}-1}\right| + const$$

Полученное решение полностью совпадает с решением (25.38) [59, т.2, с.334]. Заметим, модуль в логарифме не обязателен, поскольку знаменатель всегда положителен. Более того, мы можем явным образом сделать оценку константы, для чего добавим к решению пределы интегрирования.

$$\frac{t}{2m} = -\frac{2}{3}\left(\frac{r}{2m}\right)^{3/2} - 2\left(\frac{r}{2m}\right)^{1/2} + \ln\frac{(r/2m)^{1/2}+1}{(r/2m)^{1/2}-1}\Bigg|_{r_1}^{r_2}$$

Получаем сумму двух длинных выражений, одно из которых фактически и становится константой интегрирования. Будем считать, что одно выражение содержит переменную величину расстояния r, а другое – точку начала движения, то есть:

$$const = -\frac{2}{3}\left(\frac{r_1}{2m}\right)^{3/2} - 2\left(\frac{r_1}{2m}\right)^{1/2} + \ln\frac{(r_1/2m)^{1/2}+1}{(r_1/2m)^{1/2}-1}$$

Если рассматривать движение из бесконечности $r_1=\infty$, то величина константы также будет бесконечной:

$$const = -\frac{2}{3}(\infty)^{3/2} - 2(\infty)^{1/2} + \ln\frac{\infty+1}{\infty-1} = -\infty + 0$$

П03. Пространственноподобные частицы

Для тахионов, движущихся со сверхсветовой, но не бесконечной, мгновенной скоростью квадрат интервала также положительный. Зададим его значение искусственно, исходя из очевидных условий. Перед интегрированием нужно подавить шварцшильдовские значения g_{44} и g_{11}, и подставить вместо них выражение, дающее конечное значение интеграла:

$$ds^2 = \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - k^2 e^{2(r-2m)}\left(1-\frac{2m}{r}\right)dr^2$$

Здесь параметром k, эквивалентным скорости, обозначены свойства таких различных пространственноподобных частиц. Понятно, что мы изменили не метрику стандартного пространства - времени Шварцшильда, а наделили эти частицы некоторыми специфическими свойствами, позволяющими им воспринимать эту метрику иначе, чем обычные частицы. Столь замысловатое выражение не выглядит очевидным, поэтому подстановкой просто покажем, как оно преобразует значение метрики

$$\left(\frac{1}{1-\frac{2m}{r}} - \frac{k^2(r-2m)}{r}e^{2(r-2m)}\right)dr^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2$$

Раскрыв левые скобки, обнаруживаем, что элемент стандартной метрики g_{11} сразу же исчезает:

$$k^2 e^{2(r-2m)}\left(1-\frac{2m}{r}\right)dr^2 = \left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2$$

После его сокращения видим, что элемент метрики g_{44} тоже сокращается:

$$ke^{(r-2m)}dr = dt$$

В результате мы получили хорошо интегрируемое выражение:

$$t = \int ke^{(r-2m)}dr$$

Интегрируем на некотором интервале:

$$t = ke^{(r-2m)}\Big|_{r}^{r_0} = ke^{r_0-2m} - ke^{r-2m}$$

Как видим, при движении от конечного r_0 до горизонта с таким уравнением движения пройдет конечное время. Например:

$$t = ke^{4m-2m} - ke^{2m-2m} = k(e^{4m} - 1) \approx ke^{4m}$$

П04. Координаты Крускала

В учебнике "Гравитация" предложены довольно удачные, удобные уравнения для построения сетки координат Крускала. Прямые вычисления по ним сразу же дают традиционную сетку диаграммы Крускала-Секереша. Приведены уравнения отдельно для пространств I и II.

В уравнениях произведена дополнительная замена переменных, приведшая к тому, что области диаграммы сразу же занимают на диаграммах традиционное место. Перепишем тождественно уравнения [59, т.3, с.28, ур.11а,11б] в удобную для нас печатную форму и к привычному виду:

$$u = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1}e^{\frac{r}{4m}}ch\left(\frac{t}{4m}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1}e^{\frac{r}{4m}}sh\left(\frac{t}{4m}\right)$$

Для использования в компьютерных вычислениях запишем гиперболические функции в явном виде

$$sh = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad ch = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Получаем

$$u = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2}e^{\frac{r}{4m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{r}{2m} - 1}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}} - e^{-\frac{t}{4m}}}{2}e^{\frac{r}{4m}}$$

Используя эти уравнения для построения сетки основной области диаграммы Крускала, получаем рисунок, использованный выше в тексте:
Рис.4.4. Веер прямых линий на диаграмме Крускала, с.199.

Для дальнейших вычислений и исследований такой вид диаграммы нас вполне устраивает. На самом деле полная диаграмма Крускала содержит две такие области, вторая из которых расположена зеркально слева от изображенной.

Такие же уравнения приведены и для сингулярных областей диаграммы [59, т.3, с.29, ур.11в,11г], которые здесь мы также приводим в тождественно преобразованной форме:

$$v = \sqrt{1 - \frac{r}{2m}}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}} + e^{-\frac{t}{4m}}}{2}\,e^{\frac{r}{4m}}$$

$$u = \sqrt{1 - \frac{r}{2m}}\,\frac{e^{\frac{t}{4m}} - e^{-\frac{t}{4m}}}{2}\,e^{\frac{r}{4m}}$$

Используя эти уравнения для построения сетки области II диаграммы Крускала, получаем координатную сетку сингулярной области диаграммы:
Рис.4.24. Изменение червоточины во времени, с.235.

Такой вид диаграммы, области II нам также вполне подходит для дальнейших вычислений и исследований. Как и в предыдущем случае на самом деле это лишь верхняя часть полной диаграмма Крускала, которая содержит две такие области. Вторая такая же область IV расположена зеркально снизу, но в нашей книге мы её не используем.

В качестве варианта рассмотрим также построение сетки диаграммы Крускала в версии Строминжера, который приводит для неё [14, с.12] следующие выражения (3.18), (3.19) и (3.20):

$$r^* = r + 2m\ln\left(\frac{r}{2m} - 1\right) \qquad (3.18)$$

$$u^* \equiv t - r^* \qquad v^* \equiv t + r^* \qquad (3.19)$$

$$u \equiv -4me^{-u^*/4m}, \quad v \equiv 4me^{v^*/4m} \qquad (3.20)$$

Для компьютерных построений сделаем упрощающие преобразования:

$$u = -4me^{(r^*-t)/4m} = -4me^{-t/4m}e^{r^*/4m}$$

$$v = 4me^{(r^*+t)/4m} = 4me^{t/4m}e^{r^*/4m}$$

Теперь подставим значение "черепашьей координаты"

$$u = -4me^{-t/4m}e^{r/4m}e^{\ln\left(\frac{r}{2m}-1\right)/2}$$

$$v = 4me^{t/4m}e^{r/4m}e^{\ln\left(\frac{r}{2m}-1\right)/2}$$

$$u = -4me^{-t/4m}e^{r/4m}\sqrt{\frac{r}{2m}-1}$$

$$v = 4me^{t/4m}e^{r/4m}\sqrt{\frac{r}{2m}-1}$$

Окончательно уравнения Строминжера для построения сетки диаграммы Крускала принимают вид

$$u = -4me^{(r-t)/4m}\sqrt{\frac{r}{2m}-1}$$

$$v = +4me^{(r+t)/4m}\sqrt{\frac{r}{2m}-1}$$

В нашей работе мы рассматриваем лишь единственную ситуацию на диаграмме Крускала в версии Строминжера – возможность построения светоподобных геодезических, поэтому нам достаточно лишь одного её фрагмента, относящегося к области I. Сетка и "паук" Строминжера выглядят, как показано на рисунке в тексте:

Рис.4.5. Веер прямых линий на диаграмме Крускала на с.200.

П05. Заряженная ЧД – падение фотона

Метрика заряженной вращающейся Черной дыры Керра - Ньюмана имеет следующий вид

$$ds^2 = -(\Delta/\rho^2)[dt - a\sin^2\theta d\phi]^2 +$$
$$+(\sin^2\theta/\rho^2)\times[(r^2+a^2)d\phi - adt]^2 + (\rho^2/\Delta)dr^2 + \rho^2 d\theta^2$$
$$\Delta = r^2 - 2mr + a^2 + Q^2$$
$$\rho^2 = r^2 + a^2\cos^2\theta$$

Для случая радиального падения φ = θ = 0, поэтому

$$ds^2 = -(\Delta/\rho^2)[dt]^2 + (\rho^2/\Delta)dr^2$$
$$\Delta = r^2 - 2mr + a^2 + Q^2$$
$$\rho^2 = r^2 + a^2$$

Рассматриваем падение фотона, $ds^2 = 0$

$$0 = -(\Delta/\rho^2)[dt]^2 + (\rho^2/\Delta)dr^2$$
$$(\Delta/\rho^2)[dt]^2 = (\rho^2/\Delta)dr^2$$
$$dt^2 = (\rho^2/\Delta)^2 dr^2$$
$$dt = (\rho^2/\Delta)dr$$

Подставляем в полученное уравнение параметры Δ и ρ

$$dt = \frac{\rho^2}{\Delta}dr$$
$$\Delta = r^2 - 2mr + a^2 + Q^2$$
$$\rho^2 = r^2 + a^2$$
$$dt = \frac{r^2 + a^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2}dr \quad (1)$$

Приводим к интегральному виду

$$t = \int \frac{r^2 + a^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2}dr$$

Для вычисления интеграла преобразуем его

$$t = \int \frac{r^2 - 2mr + a^2 - 2mr + Q^2 - Q^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} dr$$

Сокращаем

$$t = \int \frac{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} dr + \int \frac{2mr - Q^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} dr$$

Получилось

$$t = r + \int \frac{2mr - Q^2}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} dr$$

Выносим константу 2m за знак интеграла

$$t = r + 2m \int \frac{r - \frac{Q^2}{2m}}{r^2 - 2mr + a^2 + Q^2} dr$$

Сворачиваем знаменатель и расширяем числитель

$$t = r + 2m \int \frac{r - m + m - \frac{Q^2}{2m}}{r^2 - 2mr + m^2 - m^2 + a^2 + Q^2} dr$$

Получаем

$$t = r + 2m \int \frac{(r - m) + m - \frac{Q^2}{2m}}{(r - m)^2 - m^2 + a^2 + Q^2} dr$$

Делаем подстановку r – m = u

$$t = r + 2m \int \frac{u + m - \frac{Q^2}{2m}}{u^2 - m^2 + a^2 + Q^2} dr$$

Разбиваем интеграл на два

$$t = r + 2m \int \frac{u}{u^2 - m^2 + a^2 + Q^2} dr + 2m \int \frac{m - \frac{Q^2}{2m}}{u^2 - m^2 + a^2 + Q^2} dr$$

Во втором интеграле вновь выносим константу за интеграл

$$t = r + 2m\int \frac{u}{u^2 - m^2 + a^2 + Q^2}\,dr +$$

$$+ 2m\left(m - \frac{Q^2}{2m}\right)\int \frac{1}{u^2 - m^2 + a^2 + Q^2}\,dr$$

Преобразуем

$$t = r + 2m\int \frac{u}{u^2 - \left(m^2 - a^2 - Q^2\right)}\,du +$$

$$+ \left(2m^2 - Q^2\right)\int \frac{1}{u^2 - \left(m^2 - a^2 - Q^2\right)}\,du$$

Делаем временную подстановку

$$\left(m^2 - a^2 - Q^2\right) = v^2 > 0$$

$$t = r + 2m\int \frac{u}{u^2 - v^2}\,du + \left(2m^2 - Q^2\right)\int \frac{1}{u^2 - v^2}\,du$$

Используем два табличных интеграла

$$\int \frac{k}{k^2 \pm v^2}\,dk = \frac{1}{2}\ln(k^2 \pm a^2)$$

$$\int \frac{dk}{k^2 - v^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{k - v}{k + v}\right|$$

Вычисляем интегралы

$$t = r + 2m\frac{1}{2}\ln(u^2 - v^2) + \left(2m^2 - Q^2\right)\frac{1}{2v}\ln\left|\frac{u - v}{u + v}\right|$$

Восстанавливаем подстановки:

$$v^2 = m^2 - a^2 - Q^2$$

$$u = r - m$$

$$t = r + 2m\frac{1}{2}\ln(u^2 - m^2 + a^2 + Q^2) +$$

$$\left(2m^2 - Q^2\right)\frac{1}{2\sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\ln\left|\frac{u - \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}{u + \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\right|$$

$$t = r + m\ln((r-m)^2 - m^2 + a^2 + Q^2) +$$
$$\left(2m^2 - Q^2\right)\frac{1}{2\sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\ln\left|\frac{r - m - \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}{r - m + \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\right|$$
$$t = r + m\ln[(r-m)^2 - m^2 + a^2 + Q^2)] +$$
$$+\frac{2m^2 - Q^2}{2\sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\ln\left|\frac{r - m - \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}{r - m + \sqrt{m^2 - a^2 - Q^2}}\right| - C$$

Значение константы C легко определяется: выражение для неё имеет в точности такой же вид, но вместо r следует подставить r_0 - координату начала движения.

П06. Заряженная ЧД – падение частицы

Рассмотрим свободное падение на Черную дыру Райсснера-Нордстрёма частицы из состояния покоя на бесконечности в стационарных координатах. Сразу запишем уравнение Райсснера-Нордстрёма в радиальной времениподобной форме [15, с.F-31, ур.51; с.2-19, ур.10]:

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 \quad (\text{П06.1})$$

Для определения параметров движения в данном случае воспользуемся методологией [15]. На протяжении всего времени своего движения падающее тело имеет постоянную энергию, независимо от удаленности от Черной дыры. При этом на максимальном удалении от Черной дыры, это тело имеет энергию, идентичную его массе, то есть, $E = mc^2$. С учетом выбранной системы единиц, в которой скорость света равна единице, и согласно [15, с.3-12, ур.19] мы можем записать для решения Шварцшильда энергетическое уравнение в следующем виде:

$$\frac{E}{m} = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)\frac{dt}{d\tau} = 1 \quad (\text{П06.1})$$

Согласно методике [15, с.3-13, ур.20] приравниваем выражения (П06.1) и (П06.2):

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 = d\tau^2 = \left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}}$$

Запишем полученное равенство в более короткой форме

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 = \left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}}$$

Перегруппируем однотипные члены

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 - \left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 = -\frac{dr^2}{1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}}$$

Раскрываем слева скобки и "переворачиваем" дробь справа

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)-1\right)dt^2 = -dr^2$$

Упрощаем выражение

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 = dr^2$$

Извлекаем корень и получаем дифференциальное уравнение движения

$$\frac{dr}{dt} = \left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2} \quad (П08.03)$$

Преобразуем в удобную дифференциальную форму

$$dt = \frac{dr}{\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}}$$

$$dt = \frac{r^2 dr}{\left(r^2 - 2mr + Q^2\right)\left(\frac{2m}{r} - \frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}}$$

$$dt = \frac{r^3 dr}{\left(r^2 - 2mr + Q^2\right)\left(2mr - Q^2\right)^{1/2}}$$

Получаем интегральное уравнение

$$t = \int \frac{r^2 r}{\left(r^2 - 2mr + Q^2\right)\left(2mr - Q^2\right)^{1/2}} dr$$

Взять интегрирал в аналитическом виде, судя по всему, непросто. Поэтому можно произвести численное (табличное) интегрировани. Исследуем подинтегральную функцию на наличие и количество разрывов, горизонтов. Немного упростить уравнение можное если взять "удобное" значение заряда $Q^2=3m^2/4$. Первый сомножетель в знаменателе создает две точки разрыва, два горизонта:

$$r^2 - 2mr + Q^2 = 0$$

$$r^2 - 2mr + m^2 - m^2 + Q^2 = 0$$

Значения первых двух горизонтов равны

$$r = m \pm \sqrt{m^2 - Q^2}$$

Очевидно, что решение имеет смысл только при $m^2 > Q^2$. Второй сомножитель в знаменателе создает ещё одну точку разрыва, третий горизонт, который равен:

$$r = \frac{Q^2}{2m} = \frac{3m^2}{4}\frac{1}{2m} = \frac{3m}{8}$$

Итак, мы получили уравнение движения частицы, свободно падающей из бесконечности, с тремя горизонтами. При этом сразу же обнаруживаем интересное обстоятельство: мертвую зону вблизи нуля, что означает – третий горизонт непреодолим. По координатным часам частица никогда не достигнет физической сингулярности.

П07. Заряженная ЧД – падение космолета

Рассмотрим свободное падение на Черную дыру Райсснера-Нордстрёма частицы в собственных координатах из состояния покоя на бесконечности. Очевидно, решение описывает как свободное падение частицы, так и любого массивного объекта, например, космолета. Уравнение Райсснера-Нордстрёма сразу запишем в радиальной пространственноподобной форме [15, с.F-31, ур.51; с.2-19, ур.10]:

$$ds^2 = d\sigma^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt + \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dt$$

и времениподобной форме

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt - \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dt \quad (\text{П07.1})$$

Из уравнения метрики Райсснера - Нордстрёма во времениподобной форме находим

$$d\tau = dt_{shell} = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2} dt \quad (\text{П07.2})$$

Из соответствующего уравнения метрики в пространственноподобной формы находим

$$d\sigma = dr_{shell} = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1/2} dr \quad (\text{П07.3})$$

Из двух последних уравнений мы можем найти величину скорости падения объекта [15, с.3-15], измеренную её собственным наблюдателем

$$\frac{dr_{shell}}{dt_{shell}} = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1/2} dr \Big/ \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2} dt =$$

$$\frac{dr_{shell}}{dt_{shell}} = \frac{dr}{dt}\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} \quad (\text{П07.4})$$

Для определения параметров движения и выражения dr/dt вновь воспользуемся методологией Тейлора-Уилера [15], использующей обстоятельство, что на протяжении всего времени своего движения падающее тело имеет постоянную энергию, независимо от удаленности от Черной дыры. При этом на максимальном удалении от Черной дыры, это тело имеет энергию, идентичную его массе, то есть, $E = mc^2$. С учетом выбранной системы единиц, в которой скорость света равна единице, и согласно [15, с.3-12, ур.19] мы можем записать для решения Шварцшильда (П07.2) энергетическое уравнение в следующем виде:

$$\frac{E}{m} = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)\frac{dt}{d\tau} = 1 \quad (П07.5)$$

Согласно методике [15, с.3-13, ур.20] приравниваем выражения (П07.1) и (П07.3):

$$\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 = d\tau^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}}$$

Запишем равенство в более короткой форме

$$\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}}$$

Группируем однотипные члены

$$\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}}$$

Раскрываем справа скобки и "переворачиваем" дробь слева

$$\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right) - 1\right)dt^2 = -dr^2$$

Упрощаем выражение

$$\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^2\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2=dr^2$$

Извлекая корень, получаем уравнение движения в дифференциальной форме

$$\frac{dr}{dt}=\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2} \quad (\text{П07.6})$$

Подставляем выражение (П07.6) в (П07.4)

$$\frac{dr_{shell}}{dt_{shell}}=\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1}$$

После сокращения находим

$$\frac{dr_{shell}}{dt_{shell}}=\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}$$

Пробуем преобразовать к интегральной форме, чтобы получить уравнение движения частицы по собственным часам

$$\frac{dr_{shell}}{dt_{shell}}=-\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{1/2}$$

Отбрасываем теперь уже лишние индексы, которые могут обозначать как падающую частицу, так и любое тело, в том числе и космолет

$$dt=-\left(\frac{2m}{r}-\frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1/2}dr=-r\left(2mr-Q^2\right)^{-1/2}dr$$

Преобразуем к интегралу табличного вида

$$dt=-\int\frac{r}{\sqrt{2mr-Q^2}}dr$$

Используем табличное значение интеграла

$$\int\frac{xdx}{\sqrt{ax+b}}=\frac{2(ax-2b)}{3a^2}\sqrt{ax+b}$$

Подставляем наши значения, a=2m, b= – Q^2

$$\int \frac{rdx}{\sqrt{2mr-Q^2}} = \frac{2(2mr+2Q^2)}{3*4m^2}\sqrt{2mr-Q^2}$$

$$\int \frac{rdx}{\sqrt{2mr-Q^2}} = \frac{mr+Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr-Q^2}$$

Окончательно записываем уравнение падения по собственным часам объекта на заряженную Черную дыру Райсснера-Нордстрёма из состояния покоя на бесконечности:

$$t = \int \frac{rdx}{\sqrt{2mr-Q^2}} = \frac{mr+Q^2}{3m^2}\sqrt{2mr-Q^2}$$

Как видим, решение содержит скрытую сингулярность, то есть, непреодолимый горизонт событий. Даже по собственным часам при падении на Черную дыру объект никогда не достигнет её центра, сингулярности, поскольку уравнение движения не определено для значения в его окрестности:

$$2mr - Q^2 \geq 0$$

$$2mr \geq Q^2$$

$$r \geq \frac{Q^2}{2m}$$

П08. Численное интегрирование

Интеграл от некоторой функции геометрически представляет собой площадь под графиком этой функции. Таким образом, для вычисления интеграла функции существуют, по меньшей мере, три принципиально отличных способа. Первый – это аналитической вычисление новой функции - интеграла, второй – разбиение площади на элементарные участки и их пересчет, третий – подобен такому же разбиению на участки, но аналитически, с использованием уравнения интегрируемой функции. В этом случае мы получаем либо график, либо таблицу числовых данных. Напротив, первый способ позволяет получить решение в точном аналитическом виде, что позволяет

в дальнейшем осуществлять строгие аналитические преобразования и исследование интеграла, если только при его вычислении не использовались упрощающие замены, фактически подменяющие исходную функцию её подобием.

Современные компьютерные технологии позволяют вычислить значение интеграла в виде графической функции. Мы получаем некую линию, график, предельно точно соответствующий интегралу функции, которая даже может быть и сама представлена в графическом или табличном виде, но аналитическое исследование этой графической (или табличной) функции-интеграла затруднено. Можно отдельные участки интеграла аппроксимировать какими-либо элементарными функциями, но фундаментальную суть интеграла они, разумеется, не отражают.

Тем не менее, графическое, числовое (табличное) интегрирование даёт немало ценной информации. Если не предполагается дальнейшее фундаментальное исследование собственно интеграла, то такие графики вполне достаточны.

Рассмотрим подробнее, как выглядит такое числовое, табличное интегрирование. Возьмем функцию, например, cos(x). Строим её график. Теперь вычисляем последовательно величины cos(x)dx и находим возрастающую сумму: cos1+ cos2+ cos3… для каждого текущего значения x. Пары значений (сумма; x) изображаем в виде графика. Результатом и является график – уравнение интеграла:

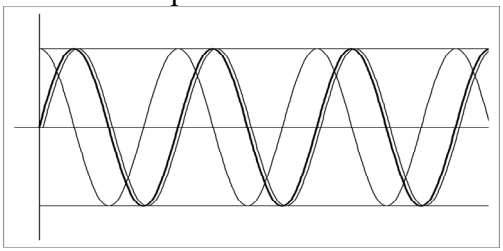


Рис.П08.1 Числовой интеграл функции cos(x)

На рисунке представлены три графика. Первый - одиночная тонкая линия – это исходная, интегрируемая функция –

cos(x). Толстая линия рядом – это её числовой интеграл – sin(x). Рядом с толстой линией интеграла для примера показана аналитическая линии функции sin(x), которая немного смещена вправо, чтобы не сливаться с интегральной линией.

Подобный алгоритм позволяет производить интегрирование любой как аналитической, так и аппроксимированной, табличной функции. Например, трапецеидальное интегрирование состоит из следующих шагов:

Находим первое значение функции.

Находим второе значение функции для прироста аргумента

Запоминаем его для следующего шага

Находим полу-сумму запомненного и нового значений

Умножаем на приращение аргумента (оно неизменно)

Получено значение площади первого интервала

В цикле находим остальные и суммируем их.

Вычисленный интеграл является определенным, на некотором интервале, поэтому каждая промежуточная сумма является точкой графика (таблицы) интеграла.

На следующем рисунке показано, как вычисляется площадь элементарной трапецеидальной ячейки интегрируемой функции f(x)

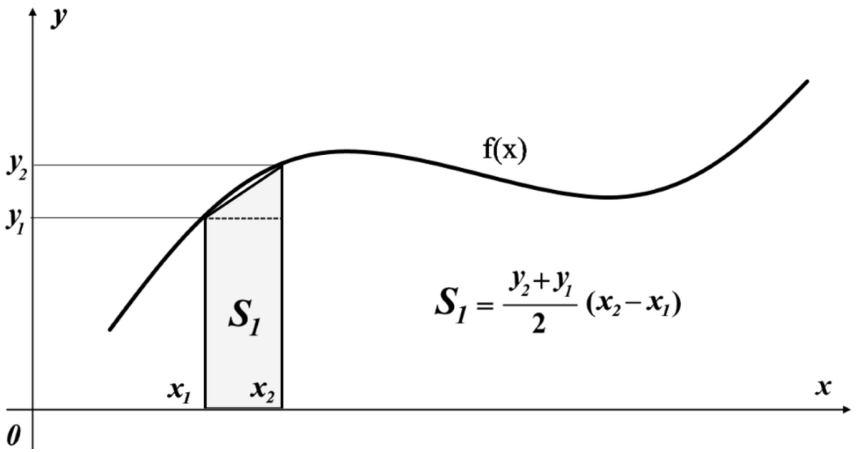


Рис.П08.2 Площадь интегральной трапеции

При уменьшении приращения (x_2-x_1) площадь прямоугольной трапеции предельно приближается к площади косоугольной трапеции, одна из сторон которой является отрезком линии графика.

$$S_1 = \frac{y_2 - y_1}{2}(x_2 - x_1) \approx \int_{x1}^{x2} f(x)dx$$

П09. Скорость расширения Вселенной

При вычислении графиков ускоренного расширения Вселенной в компьютерной программе были использованы некоторые условные безразмерные значения параметров. Очевидно, что полученные графики имеют качественный, демонстрационный характер. Если использовать реальные значения переменных, то и графики будут иметь несколько иной вид. Вместе с тем, нет никаких оснований считать, что они будут принципиально отличны от приведённых здесь.

Условие ускоренного расширения определяем из следующих уравнений. Параметр ускорения расширения обозначим буквой a > 0:

$$H_{new} = H(1 + at)$$

H – исходное, первичное значение постоянной

H_{new} – новое, ускоренное значение постоянной

Уравнение движения без ускорения

$$r_1 = r_0 e^{Ht}$$

Уравнение ускоренного движения

$$r_2 = r_0 e^{Ht(1+at)}$$

Уравнение скорости движения без ускорения, пропорциональной красному смещению:

$$v_1 = \dot{r}_1 = r_0 H e^{Ht}$$

Уравнение скорости ускоренного движения, пропорциональной красному смещению:

$$v_2 = \dot{r}_2 = \left(r_0 e^{Ht(1+at)}\right)' = r_0 e^{Ht(1+at)} \times H\left(1+2at\right)$$
$$= Hr_0\left(1+2at\right)e^{Ht(1+at)}$$

Нужно найти моменты времени, когда красные смещения для двух уравнений движения равны, то есть, равны скорости движения:

$$v_1 = v_2 = r_0 H e^{Ht} = Hr_0\left(1+2at\right)e^{Ht(1+at)}$$

Упростим запись

$$r_0 H e^{Ht} = Hr_0\left(1+2at\right)e^{Ht(1+at)}$$

Сокращаем

$$e^{Ht} = \left(1+2at\right)e^{Ht(1+at)}$$

Логарифмируем и восстанавливаем индексы у времени

$$Ht_1 = Ht_2(1+at_2) + \ln\left(1+2at_2\right) \quad (П09.1)$$

Мы получили время, за которое в каждом из двух режимов движения галактика достигнет одной и той же скорости или одного и того же красного смещения. За это время она в каждом из режимов удалится на соответствующее расстояние. Найдем отношение этих расстояний:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_0 e^{Ht(1+at)}}{r_0 e^{Ht}} = \frac{e^{Ht(1+at)}}{e^{Ht}}$$

В уравнении индексы у времени не проставляем, чтобы не делать запись слишком мелкой, трудно читаемой. Но мы знаем, что в числителе – время t_2, а в знаменателе – t_1. Для упрощения выражения подставляем в знаменателе значение величины Ht_1 из уравнения (П09.1), вновь отбрасывая индексы у времени:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{e^{Ht(1+at)}}{e^{Ht(1+at)+\ln(1+2at)}}$$

Преобразуем

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{e^{H(1+at)t}}{e^{Ht(1+at)}\left(1+2at\right)} = \frac{1}{1+2at} \le 1$$

Мы исходили из условия, что красные смещения галактик одинаковые. В результате получили, что галактика, двигавша-

яся с ускорением, находится на меньшем удалении. Учитывая, что это удаление обратно пропорционально яркости, делаем вывод: ускоренно двигавшаяся галактика видится более яркой (она ближе). Иначе говоря, при ускоренном расширении Вселенной галактики видны более яркими.

П10. Парадоксы теории относительности

Парадокс тахиона – петли времени

Критическое отношение к специальной теории относительности сохраняется и в наши дни, несмотря на то, что в научных кругах она получила, можно сказать, всецелое и окончательное признание. Однако со временем становилось все более отчетливо видно, что теория явно имеет ограничения в применимости к физической реальности. Главным её оппонентом выступила другая ведущая физическая теория – квантовая механика. Еще в 1935 году возник вопрос о применимости специальной теории относительности к весьма интересному явлению – квантовой запутанности, нелокальности. Оказалось, что в природе есть явления, в которых определенно просматриваются процессы передачи некоего взаимодействия со сверхсветовой скоростью. И хотя это взаимодействие на самом деле не позволяло передавать обычную информацию, проблема все-таки была:

"В сущности, квантовая теория ... Почти во всех отношениях ... противоположна теории Эйнштейна. ... эти две теории – враждующие противоположности" [46, с.112].

Информацию стали называть квантовой, а её носителем условно считают тахион. До настоящего времени никакого сверхсветового носителя экспериментально обнаружить не удалось. Тем не менее, возник вопрос, насколько формализм специальной относительности может быть использован при его описании. Были сделаны явно ошибочные выводы о применимости к тахиону положений теории относительности. Появи-

лось множество статей, исследований, главной темой которых, несомненно, были парадоксы причинности.

Применение положений теории к тахионам неизбежно вело к возникновению петель времени, движению в прошлое и возникновению в связи с этим разных причинно-следственных парадоксов, например, парадокса дедушки. В попытке избавить теорию от этих парадоксов были выработаны разные искусственные механизмы, например, принцип реинтерпретации, переключения. Всерьёз стала рассматриваться как научное положение так называемая опережающая причинность. На самом деле и принцип реинтерпретации и опережающая причинность – это безуспешная попытка *скрыть* нарушение причинности. Никакими математическими уловками нельзя устранить нарушение причинности в специальной теории относительности при рассмотрении сверхсветовых сигналов, даже в том случае, когда нет как таковой передачи реальной, классической информации. Даже в этом случае существует реально осуществимый эксперимент, позволяющий объективно показать: в двух движущихся относительно друг друга системах часы идут синхронно, нет никакого реального лоренцева замедления времени.

Действительно, если производить в этих двух ИСО регистрацию запутанных частиц, и записывать время их регистрации, то сигнатуры сигналов и их время по собственным часам в двух ИСО окажутся тождественными. Это следует из того, что для некоторого внешнего наблюдателя все измерения в двух ИСО производятся *одновременно*. А поскольку срабатывания датчиков происходят мгновенно (по часам этого третьего наблюдателя), то и в каждой из двух движущихся ИСО эти события всегда происходят в одни и те же моменты времени (по их внутренним часам). Следовательно, интервалы между каждыми двумя измерениями в каждой из ИСО всегда будут одинаковыми. Сложный рисунок (наподобие азбуки Морзе) сигнатуры, последовательности частиц позволяет произвести точное сопоставление записей. И это сопоставление показывает, что в обоих ИСО темп "мелодии Морзе" один и тот же.

Неизбежные парадоксы причинности, нарушение уравнений Лоренца, реальная возможность синхронизировать часы – неустранимая особенность специальной теории относительности, если применить её к сверхсветовым, пусть даже, и квантовым сигналам. Физика Ньютона полностью свободна от парадоксов сверхсветовых сигналов. Следует определенно признать: СТО неприменима к сверхсветовым сигналам, тахионам, квантовой нелокальности.

Вместе с тем, наличие такой, путь пока неуловимой, информации позволяет вполне резонно допустить её принципиальное объективное существование. А если есть передача информации, то неизбежно должен быть и её *материальный* носитель. В свою очередь такой носитель в той или иной степени способен переносить не только эфемерную *информацию*, то и вполне реальную *массу*. Следовательно, нет никаких *физических* запретов на сверхсветовое, мгновенное перемещение в пространстве. Поэтому, как бы далеко от нас ни были все эти рассмотренные здесь множественные миры, гипотетически они *доступны* для посещения. Конечно, можно возразить: световая сигнализация существует реально, но она, вроде бы не позволяет передать с такой скоростью даже элементарную частицу, электрон, например? Но никто и не утверждает, что это будет просто. Во всяком случае, любую научную статью, книгу мы легко передаем с помощью радиосигналов, просто воспроизводя их тождественную копию. Почему мы должны исключить такую возможность при использовании пока что гипотетических тахионов?

Парадокс Эренфеста

Следует определенно заявить, что в области своей применимости специальная теории столь же безупречна, как и любая строго доказанная математическая теорема. Её невозможно опровергнуть никакими мысленными экспериментами, то есть, математическими аргументами. И, тем не менее, такие попытки предпринимаются с самого её зарождения.

Одним из самых известных парадоксов является так называемый парадокс близнецов. Впервые он был сформулирован в основополагающей работе – "К электродинамике движущихся тел". В настоящее время описывается как путешествие одного из близнецов на космическом корабле. Возвратившись обратно, близнецы обнаруживают, что путешественник оказался моложе. Парадокс усматривается в том, что по отношению к путешественнику двигался, наоборот, остававшийся на Земле. Парадокс имеет однозначное и непротиворечивое решение, но каждый впервые столкнувшийся с теорией почти всегда пытается найти в них изъяны.

Однако встречаются ситуации, когда решить парадокс специальной теории относительности не удается даже хорошо подготовленным физикам. К таким парадоксам, несомненно, относится парадокс Эренфеста. Известны варианты этого парадокса: парадокс колеса, парадокс поезда. Суть парадокса состоит в круговом движении. Если раскрутить колесо, цилиндр или пустить замкнутый состав по кольцевым рельсам, то внешний обод колеса, цилиндра или длина состава должны уменьшить свою длину, согласно уравнениям Лоренца. Чем быстрее круговое движение, тем сильнее это сокращение. Однако спицы колеса, внутренняя часть цилиндра или рельсы не позволяют уменьшиться внешнему диаметру. Если, например, цилиндр изготовить из сверхпрочного материала, то, получается, его вообще невозможно будет раскрутить, поскольку этот материал не позволяет ему сжаться.

Приводились разные объяснения, решения парадокса. Если колесо хрупкое или гибкое, то спицы его ломаются или изгибаются. В случае поезда по непонятной причине не рассматривается вариант разрыва сцепки между вагонами, а просто выражается недоумение: как же укоротившемуся поезду удается двигаться по длинным рельсам?

Тем не менее, в рамках теории относительности этот парадокс таковым не является, это рядовая задача, имеющая довольно простое решение. Если рассмотреть два тонких слоя колеса, цилиндра, то окажется, что каждый из них при враще-

нии сокращается так, что не препятствует сокращению другого. Действительно, тангенциальная скорость точек ободов $v_i = \omega R_i$. Сокращенную длину окружности каждого обода определяем по уравнениям Лоренца:

$$L_i = 2\pi R_i \sqrt{1 - \omega^2 R_i^2}$$

Здесь мы рассматриваем задачу в системе единиц, в которой скорость света c = 1. Рассмотрим два обода: внешний с R_0 и один из внутренних – R_1, пусть $R_1 = kR_0$, где $0 < k \leq 1$. Из предыдущего уравнения получаем:

$$L_1 = 2\pi k R_0 \sqrt{1 - \omega^2 k^2 R_0^2}$$

$$L_0 = 2\pi R_0 \sqrt{1 - \omega^2 R_0^2}$$

При "раскручивании" диска два эти обода уменьшили свою длину. Следовательно, радиусы их новых окружностей составят:

$$R_{1\omega} = \frac{L_1}{2\pi} = kR_0 \sqrt{1 - \omega^2 k^2 R_0^2}$$

$$R_{0\omega} = \frac{L_0}{2\pi} = R_0 \sqrt{1 - \omega^2 R_0^2}$$

Действительно, нет никаких разумных оснований заявлять, что у колеса (обода) с окружностью L *отсутствует* радиус кривизны или он не равен $L/2\pi$. Отношение радиусов рассматриваемых ободов после раскрутки равно:

$$\frac{R_{1\omega}}{R_{0\omega}} = \frac{kR_0 \sqrt{1 - \omega^2 k^2 R_0^2}}{R_0 \sqrt{1 - \omega^2 R_0^2}} = k \sqrt{\frac{1 - \omega^2 k^2 R_0^2}{1 - \omega^2 R_0^2}}$$

Это выражение показывает, что *отношение* радиусов смежных слоёв зависит от скорости вращения. Нас должно заинтересовать, какой может быть скорость вращения, чтобы радиусы, отличающиеся в k раз в неподвижном состоянии, после раскрутки сравнялись. Видимо, это будет предельная скорость, после которой слои будут "наползать", давить друг на друга, препятствуя раскручиванию колеса. Вычислим это отношение для указанного условия:

$$\frac{R_{1\omega}}{R_{0\omega}} = k\sqrt{\frac{1-\omega^2 k^2 R_0^2}{1-\omega^2 R_0^2}} = 1$$

После несложных преобразований находим значение тангенциальной скорости для выбранных условий

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$$

Пересечение может начаться между соседними слоями, для которых *почти* k = 1. Следовательно, оно возникает при скорости внешнего обода:

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$$

Полученное решение ясно показывает: до величины тангенциальной скорости порядка 0,7 от скорости света ничто не препятствует раскручиванию колеса. В этом случае происходит "гладкое" лоренцево сокращение его диаметра без внутренних напряжений, деформаций. Если же проанализировать дальнейшее раскручивание колеса, а это, напомним, почти до скорости света, то окажется, что и в этом случае физические процессы не имеют никаких сверхъестественных характеристик. Но какое отношение это имеет к многомерным пространствам и параллельным мирам? Если можно так выразиться, то, в сущности – "параллельное": некоторые очевидные явления, как в парадоксе Эренфеста, отбрасываются, а вместо них делаются весьма отвлеченные *интерпретации*.

П11. Парадоксы квантовой механики

Как известно, и это общепризнанно и строго математически аргументировано, запутанные квантовые частицы, например, фотоны не могут быть использованы для сверхсветовой передачи классической информации. Не то, чтобы передача такой информации с помощью запутанных частиц ведёт к каким-то логическим парадоксам. Нет, эта невозможность

просто является прямым следствием математического формализма квантовой теории.

Хотя такие фотоны как бы обмениваются сверхсветовой квантовой информацией, эту информацию не удаётся превратить в информацию классическую, которую можно считывать и обрабатывать классическими приборами. Другой стороной такого запрета на передачу информации является невозможность экспериментально определить состояние квантовой частицы. При любом измерении она сразу же переходит в состояние этого измерителя. Можно, конечно, эту ситуацию назвать грустной, ведь имея такую возможность, мы сразу бы получили реальный сверхсветовой телеграф.

Действительно, как было бы хорошо изготовить какой-нибудь несложный прибор, напоминающий игрушечный семафор. Один участник просто поворачивает на своей стороне рукоятку, а другой при этом на стрелках своих приборов видит, в какую сторону была повернута далёкая рукоятка (рис.П11.1).

Это было бы возможно, если бы мы на стороне приемника непосредственно могли определить состояние квантовой частицы, как оно изменилось при повороте рукоятки передатчика. Однако такая конструкция, как и множество других, предложенных разными авторами, несомненно, противоречит формализму квантовой информатики. Во всех подобных конструкциях, как отмечено, главной проблемой при использовании запутанности для передачи информации является невозможность считывания *фактического* состояния квантовых частиц и, как следствие, невозможность различения их неизвестных состояний.

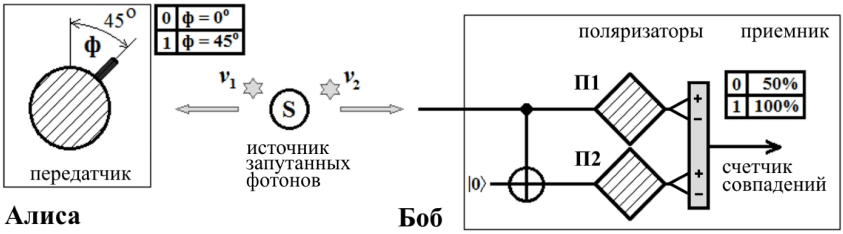


Рис.П11.1. Гипотетическая схема квантового семафора

Проблему можно было бы решить, если бы удалось квантовую частицу размножить. Тогда несколькими последовательными измерениями можно было бы достаточно точно определить её состояние. Тем более что для таких целей состояния частиц можно свести всего к двум ортогональным. В этом случае достаточно всего лишь одной копии частицы. Например, фотона. Если один прошел через коллинеарный поляризатор, а другой в то же время не прошел через ортогональный, то эти фотоны явно имели поляризацию, совпадающую с коллинеарным поляризатором. А это уже однозначно классическая информация.

Однако нет никакой возможности использовать такой прием, поскольку в квантовой теории существует теорема о запрете клонирования. Никаким способом нельзя получить точную копию квантовой частицы. Действительно, рассмотрим один из таких гипотетических способов, используя квантовый гейт CNOT.

Гейт осуществляет логическое сложение квантовых кубитов по модулю 2, причём считается, что сигнал на управляющем выходе равен сигналу на его управляющем входе просто вследствие того, что это одна и та же линия (a = A), это один и тот же фотон. Однако, это справедливо только для ортогональных состояний кубитов. Управляющий кубит в произвольном состоянии неизбежно будет запутан с управляемым кубитом, потеряет своё первоначальное состояние, перейдет в состояние запутанности. Другими словами, гейт CNOT оказывается чувствительным к направлениям поляризации как управляемого, так и управляющего кубитов.

Для передачи квантовой информации можно использовать фотоны в чистом запутанном состоянии Белла ϕ^+, имеющем название состояния шредингеровского кота:

$$\phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

При любом наклоне расщепляющего поляризатора передатчика на его выходы пройдут фотоны с углом наклона соответствующего выхода. На каком выходе окажется очередной фотон, неизвестно, это главная особенность квантовых частиц. Однако вследствие запутанности вблизи приемника все вторые фотоны из запутанных пар всегда будут иметь точно такую же поляризацию, наклон, как и на стороне передатчика.

Для определенности пусть передатчик расположен либо вертикально, либо под углом 45°, в результате чего к приемнику приходит поток поляризованных фотонов, половина которых также имеет поляризацию либо вертикально-горизонтальную, либо наклонную под $\pm 45^{o}$. Очевидно, что главная цель приёмника – различить эти два накрест поляризованные фотонные потоки. Потоки – это непрерывно следующие друг за другом одиночные фотоны, каждый из которых, как видим, может находиться в одном из четырех состояний поляризации: вертикальной, горизонтальной и двух с наклоном под 45°. Пусть первые два соответствуют, например, сигналу ноль, два других – единице. Каждый фотон поступает на управляющий вход гейта CNON, на управляемый вход которого одновременно подаются кубиты, фотоны с горизонтальной поляризацией. В таком случае на входе гейта пары кубитов будут вперемешку находиться в одном из четырех состояний:

$$\left|\Psi_{in}^{1}\right\rangle = \left|1\right\rangle \otimes \left|0\right\rangle = 0\left|00\right\rangle + 0\left|01\right\rangle + 1\left|10\right\rangle + 0\left|11\right\rangle$$

$$\left|\Psi_{in}^{0}\right\rangle = \left|0\right\rangle \otimes \left|0\right\rangle = 1\left|00\right\rangle + 0\left|01\right\rangle + 0\left|10\right\rangle + 0\left|11\right\rangle$$

$$\left|\Psi_{in}^{+}\right\rangle = \left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) \otimes \left|0\right\rangle = \left(1\left|00\right\rangle + 0\left|01\right\rangle + 1\left|10\right\rangle + 0\left|11\right\rangle\right)$$

$$\left|\Psi_{in}^{-}\right\rangle = \left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle\right) \otimes \left|0\right\rangle = \left(1\left|00\right\rangle + 0\left|01\right\rangle - 1\left|10\right\rangle + 0\left|11\right\rangle\right)$$

С выхода гейта CNOT два фотона поступают далее на два таких же расщепляющих поляризатора, что и на стороне передатчика, но повернутых на 45°. После прохождения гейта приведенные уравнения состояний изменяются и становятся, соответственно, следующими:

$$\left|\Psi^{1}_{out}\right\rangle = \left|1\,1\right\rangle = \left|1\right\rangle \otimes \left|1\right\rangle$$
$$\left|\Psi^{0}_{out}\right\rangle = \left|0\,0\right\rangle = \left|0\right\rangle \otimes \left|0\right\rangle$$
$$\left|\Psi^{+}_{out}\right\rangle = \phi^{+} = \left(\left|0\,0\right\rangle + \left|1\,1\right\rangle\right) \neq \left|\psi_1\right\rangle \otimes \left|\psi_2\right\rangle$$
$$\left|\Psi^{-}_{out}\right\rangle = \phi^{-} = \left(\left|0\,0\right\rangle - \left|1\,1\right\rangle\right) \neq \left|\psi_1\right\rangle \otimes \left|\psi_2\right\rangle$$

Вторые равенства в этих уравнениях означают, что эти волновые функции могут быть представлены как тензорное произведение (знак равенства в первых двух) и не могут (знак неравенства в двух других). В последнем случае это означает, в свою очередь, что на выходе гейта фотоны находятся в запутанном состоянии. Все эти фотоны, как указано, далее поступают на два наклонных под 45° поляризатора.

Во всех представленных уравнениях для простоты мы отбрасываем нормирующие множители $1/\sqrt{2}$. При этом мы помним, что первые два состояния должны соответствовать передаче нуля, а два другие – единицы.

Поскольку первые два состояния попарно коллинеарны, то есть, оба фотона поляризованы либо вертикально, либо горизонтально, то вероятности их прохождения полностью независимы, и поэтому общее число парных прохождений будет ровно 50%. Парные прохождения, это когда оба фотона прошли на одноименные выходы своих поляризаторов. Полная случайность таких прохождений обеспечивает только два равновероятных исхода: либо оба прошли одинаково, либо оба прошли по-разному, поэтому и получаем 50%.

Иная картина ожидается, когда рукоятка у передатчика повернута на 45°. В этом случае в "работу вступают" вторые пары уравнений. Поскольку все пары фотонов на выходах гейта находятся в запутанном коллинеарном состоянии, то и проходить через свои поляризаторы они будут также: всегда коллинеарно. Если один фотон прошёл через верхний выход своего поляризатора, то и второй обязательно пройдет через верхний выход своего. То есть, будет наблюдаться полное совпадение на выходах. Вот в этом случае и возникает парадокс, противоречие

с формализмом квантовой механики, поскольку мы явно видим: два состояния различимы. Почему возникает этот парадокс? Каким таким неестественным образом неуловимая, неощутимая квантовая информация вдруг позволила различить два состояния передатчика? Этот абсурд возникает, по всей видимости, в результате единственной возможности клонирования фотона – в ортогональном состоянии. О возможности клонирования фотона в базисном состоянии было известно и ранее и оно описано в формулировке no-cloning theorem (теореме о запрете клонирования). И такое клонирование осуществляет гейт CNOT. Это выглядит крайне необычно: эта одна-единственная, буквально крошечная возможность создания клонированного фотона, допустила возможность передачи классической информации, формально даже и не нарушая теорему о запрете клонирования кубита. Никакие иные хитрые преобразования и приборы на их основе не могут обойти запрета квантовой механики на сверхсветовую передачу классической информации. Такая нелокальная, мгновенная связь могла бы позволить непосредственно обнаружить любые ускоренно удаляющиеся друг от друга области Мультиверса, экспериментально подтвердить или опровергнуть их существование.

Парадокс кота Шрёдингера

Наряду с невозможностью сверхсветовой передачи информации посредством запутанных частиц, еще одним таким же широко известным и популярным парадоксом квантовой механики является парадокс кота Шрёдингера. Следует признать, что вместо его решения многочисленные рассуждения о парадоксе и его трактовки лишь всё больше и больше нагоняют на него тумана. Шрёдингер сформулировал свой парадокс для того, чтобы показать парадоксальность главных принципов квантовой механики, их противоречивость, но, в конечном счете, парадокс стал трактоваться чуть ли не как её безусловное подтверждение. Выводы квантовых аналитиков совершенно неестественны, на грани мистики:

"... кот Шрёдингера может быть мертв или жив одновременно, если мы каким-либо образом изолируем кота от возможного воздействия каждого атома или космического луча" [47, с.195].

Однако хитрости декогеренции, то есть, нарушения состояния суперпозиции, практически сводят на нет любые рассуждения о состоянии кота: физически такая изоляция вообще не представляется возможной, поскольку потоки космических нейтрино вряд ли могут прекратиться вплоть до полного коллапса Вселенной и испарения всех имеющихся в ней Черных дыр. Никакой кот не доживет до этого момента, ситуация принципиально невоспроизводима:

"Конечно, на практике это неосуществимо. Как только кот вступит в контакт с космическим лучом, волновая функция живого кота и волновая функция мертвого кота декогерируются и будет казаться, что волновая функция коллапсировала" [47, с.195].

Поэтому все рассуждения на эту тему можно смело отнести к бессмысленной схоластике, не имеющей смысла даже теоретически. Правда, следует заметить странную неточность в цитате: на самом деле двух отдельных волновых функций живого и мертвого кота в парадоксе нет. Есть одна *единственная* волновая функция "живой-мертвый кот", при коллапсе которого мы обнаружим кота в одном из двух суперпозиционных состояний: кот жив и кот мертв, а декогеренция прямо и означает, что суперпозиция разрушается, то есть, она тождественна коллапсу этой волновой функции, поскольку у кота всегда может быть только одно из этих двух состояний. Тем не менее, проблему декогеренции следует рассматривать в более узком квантовом смысле, как препятствие получить *информацию* о состоянии кота. Тогда следует признать, что никакие космические лучи не позволяют эту информацию получить, поэтому интерференция состояний не будет нарушена и коллапс волновой функции не наступит. В этом случае, парадокс и описывается в таком варианте:

"Для того чтобы определить, мертв кот или жив, мы должны открыть ящик и увидеть кота. Но в каком состоянии находится кот до того, как мы откроем ящик? Согласно квантовой теории, мы можем утверждать только, что кота описывает волновая функция, относящаяся как к живому, так и к мертвому коту" [46, с.260].

То есть, квантовой механике совершенно серьёзно предлагается рассматривать возможность одновременного состояния живой кот – мертвый кот. Как можно такое представить? С позиции здравого смысла – никак. Такого быть не может, если не рассматривать разнообразные медицинские состояния – кома, клиническая смерть, каталепсия. Здесь смерть кота рассматривается в абсолютном виде, когда жизнь определенно отсутствует. Вряд ли можно говорить о такой суперпозиции, если, например, после яда бедного кота растворит сильнейшая кислота.

Вместе с тем, основной пункт о судьбе кота в стандартном описании парадокса обычно как-то затушёвывается, прячется за хитроумной декогеренцией и редукцией. Может ли живое существо быть одновременно живым и мертвым *для себя* самого? То, что о нём думают *внешние* наблюдатели, находящиеся за стенами камеры – это одно, но что о себе думает кот, если, например, это сказочный кот Ученый или Чеширский? Здесь от очередных схоластических рассуждений никак не уйти. Пусть это даже не кот, а приговоренный смертник, имеющий докторские степени по физике, математике и философии. Как он будет сам себя воспринимать вплоть до приведения приговора в исполнение бездушной квантовой частицей? Для внешних наблюдателей, несомненно, он будет *казаться* находящимся в бессмысленной суперпозиции живой – мертвый. Но этот доктор наук может вести запись в своём журнале с указанием времени. Более того, внутри может находиться и видеокамера, которая будет фиксироваться его состояние на всём протяжении эксперимента. Изолировать в квантовом смысле такую систему от внешнего мира, очевидно, не представляет никакого труда. Бетон, свинец и толстый слой ваты,

несомненно, защитят внешнего наблюдателя от любой самой гипотетической информации о состоянии внутри камеры. А это необходимое и достаточное условие для наступления интерференции и, соответственно, сохранения состоянии суперпозиции жизни несчастного доктора разных наук.

Получить такую информацию внешние наблюдатели не могут в принципе, если, например, *перед открытием* камеры эти дневники автоматически будут уничтожены до атомарного состояния. Мы определенно знаем, что в дневниках состояние однозначно и не противоречит здравому смыслу, но нам оно неизвестно. Но даже в этом случае современные медэксперты могут с весьма высокой точностью определить момент смерти.

Получается, что этот частный случай квантовой суперпозиции реален лишь для внешнего наблюдателя, *изолированного* от системы. Никакая космическая частица – нейтрино ли, вимп или тахион – не способны нарушить это состояние, поскольку для внешнего наблюдателя ничего изменить они не могут, они в принципе не способны передать ему какую-либо информацию о внутреннем состоянии системы.

Всё это весьма странно, противоречиво и неестественно. По завершению эксперимента вскрытием камеры внешние наблюдатели вызовут коллапс этой криминальной волновой функции. Только теперь они могут просмотреть журнал, и видеозапись, если они не были уничтожены, убедившись воочию, что состояние живой - мертвый – это всего лишь продукт их квантового воображения и противоестественных представлений о макро-суперпозиции. Квантовая частица, рожденная в результате считающегося абсолютно случайным процесса радиоактивного излучения, в непредсказуемый момент времени запустила фатальный механизм. Но задолго до этого пришел в движение другой механизм – механизм мистических интерпретаций.

Информация и энтропия Черной дыры

Одним из уникальных, особых, ещё более фантастичным вариантом Бытия, нежели многомерные и параллельные пространства, несомненно, является гипотеза, идея о так называемой виртуальной Вселенной. Эта совершенно абсурдная, крайне ненаучная фантазия в последние годы стала довольно популярной.

Но, как это нередко случается, начало ей положили строго научные открытия. Странным образом они трактуются так, будто вся наша Вселенная представляет собой чистую информацию, записанную на поверхности горизонта событий Черной дыры, некую голограмму. Однако гипотеза, явным образом отвергая материалистическую философию, все-таки содержит серьезные логические противоречия. Истоком её можно считать выводы, полученные Бекенштейном при исследовании Черных дыр. Одна из возможных формулировок этих выводов имеет вид:

"Энтропия черной дыры, измеренная в битах, пропорциональна площади ее горизонта, измеренной в планковских единицах" [75].

Известно, что энтропия системы имеет непосредственную связь с информацией, содержащейся в этой системе, поэтому закономерно появилось более компактное толкование этого тезиса:

"Информация равна площади" [75].

Иначе говоря, информация, содержащаяся в Черной дыре, *равна* количественно площади её горизонта событий, измеренной в планковских единицах. Выглядит весьма загадочно, странно и противоестественно, поскольку получается, что в веществе Чёрной дыры информация отсутствует, но содержится в крайне условном, эфемерном "объекте" – горизонте событий. Впрочем, выкладки, доводы, подтверждающие эту гипотезу, на поверку оказываются ошибочными.

Чтобы увидеть это, достаточно рассмотреть две Черные дыры с массой каждой, например, близкой к минимальной,

равной приблизительно 2,3 масс Солнца. Очевидно, что каждая из них содержит один и тот же объём информации, поскольку в противном случае любые рассуждения о её количестве просто теряют смысл. Также очевидно, что обе Черные дыры имеют одинаковую площадь горизонта событий просто потому, что это две *одинаковые* Черные дыры.

Соединим эти две Черные дыры в одну. Суммарный объем информации при этом должен остаться прежним, иначе нам следовало бы объяснить, куда исчезла или откуда появилась дополнительная информация. Никаких разумных объяснений такому изменению информации, видимо, не существует:

$$B_{\Sigma} = \frac{8\pi}{\ell_{\hbar}^2}\left(\frac{4{,}6 \cdot GM_C}{c^2}\right)^2$$

С другой стороны, масса суммарной Черной дыры также удвоится. Однако площадь горизонта событий при этом увеличится не в два раза, поэтому суммарный объем информации в планковских площадях суммарной Черной дыры составит

$$B_{\Sigma g} = \frac{4\pi}{\ell_{\hbar}^2}\left(\frac{2 \times 4{,}6 \cdot GM_C}{c^2}\right)^2$$

Итак, мы получили два выражения для суммарного количества информации в Черной дыре: как сумму информаций двух одинаковых Черных дыр и как количество информации Черной дыры удвоенной массы. Как видим, эти две величины друг другу не равны:

$$\frac{B_{\Sigma}}{B_{\Sigma g}} = \frac{8\pi}{\ell_{\hbar}^2}\left(\frac{4{,}6 \cdot GM_C}{c^2}\right)^2 : \frac{4\pi}{\ell_{\hbar}^2}\left(\frac{2 \times 4{,}6 \cdot GM_C}{c^2}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Возникает противоречие, поскольку один и тот же итоговый объект имеет разное количество информации. Следовательно, количественное соответствие между площадью горизонта событий и информации в Черной дыре по указанному правилу не может быть установлено.

Точно такое же несоответствие можно обнаружить и в связи площади горизонта событий с энтропией. Это вполне

ожидаемо, поскольку существует связь между информацией и энтропией. На то, что Черная дыра имеет энтропию S, пропорциональную площади ее горизонта событий указывает Хокинг [76, с.55] и приводит уравнение этой связи:

$$S = \frac{1}{4} A$$

Мы имеем полное право преобразовать эту пропорцию в более наглядную форму, выразив её в явном виде:

$$S = \frac{1}{4} k_R R^2 = \frac{1}{4} k_m \frac{4G^2}{c^4} m^2 = \frac{k_m G^2}{c^4} m^2 ,$$

Из этих двух уравнений следует

$$A = \frac{4 k_m G^2 m^2}{c^4}$$

Здесь R – гравитационный радиус Черной дыры массой m, G – гравитационная постоянная, c – скорость света, а k_R и k_m – константы, дополнительные коэффициент пропорциональности, учитывающий все другие, возможно, не учтенные параметры Черной дыры. Как и в случае с информацией, здесь мы также обнаруживаем такое же загадочное, скачкообразное изменение энтропии. Две отдельные одинаковые Черные дыры, видимо, имеют в сумме энтропию

$$S_2 = 2 \times \frac{k_m G^2}{c^4} m^2$$

Если же они сливаются, то энтропия такой суммарной Черной дыры будет уже иной

$$S_\Sigma = \frac{k_m G^2}{c^4} (2m)^2 = \frac{4 k_m G^2}{c^4} m^2 = 4S = \frac{1}{4} (A \times 4)$$

Конечно, энтропия возросла, что не запрещено, но коэффициент пропорциональности в рассмотренной ситуации явно стал другим, в 4 раза больше. Следовательно, и в этом случае энтропия не может быть пропорциональной площади горизонта событий Черной дыры.

П12. Проблема "5-го постулата Евклида

Вывести пятый постулат Евклида их четырёх предыдущих математики пытались на протяжении двух тысячелетий. В процессе этого появились две альтернативные геометрии – Лобачевского и Римана, в которых этот постулат имеет два альтернативных варианта. Вместе с тем следует прямо заявить, что геометрия Евклида – это базовая, фундаментальная геометрия. Только элементы этой геометрии присутствуют локально в *любой* иной геометрии. И, напротив, в ней самой в принципе не могут присутствовать элементы какой-либо иной, неевклидовой геометрии. Точно так же, алфавит присутствует во всех без исключения текстах, сформированных на его основе. Но в нём самом нет ни одного известного или гипотетически возможного текста, кроме него самого. И точно так же, базовые цифры любой системы счисления содержаться в любом возможном числе, сами при этом в себе не содержат ни одного из возможных чисел, кроме себя самого.

Исходя из этого, можно с уверенностью заявить, что постулат в версии Евклида принципиально уникален, две его общепризнанные альтернативы на самом деле его *вариантами* не являются. Главная причина состоит, по меньшей мере, в том, что постулат Евклида опирается на *четыре* предшествующих постулата. А вот постулаты расширенных геометрий не содержат, как минимум, один из этих исходных, базовых постулатов. Иначе говоря, эти дополнительные постулаты не имеют своими предшественниками, по меньшей мере, третий постулат. Следовательно, нельзя говорить, что эти постулаты выводятся из 4-х предыдущих, являются его следствиями, формально, наследниками. Они не могут следовать из 3-го постулата, поскольку в их формализме такого постулата нет, он в них не выполняется. Нельзя наследовать от предка, которого никогда не было.

Изначально постулаты Евклида формулировались для плоского пространства, плоскости. Однако нет никаких препятствий для их расширения на 3-мерное пространство. В эк-

вивалентной формулировке пятый постулат Евклида мог бы иметь, например, такой вид:

В плоском регулярном пространстве через точку, не лежащую на данной плоскости можно провести только одну параллельную плоскость, не пересекающую данную.

Для геометрии Лобачевского эта формула сразу же становится невозможной, поскольку регулярных поверхностей его геометрии найти не удалось.

Но и это, видимо, не предел. Вполне допустимо сформулировать этот же ^{n}5-постулат Евклида и для n-мерного регулярного пространства:

В плоском регулярном n-мерном пространстве через точку, не лежащую на данной (n-1)-плоскости можно провести только одну параллельную (n-1)-плоскость, не пересекающую данную.

Поскольку, очевидно, что ^{n}3-постулат многомерного пространства Евклида не имеет аналогов в ^{n}Геометриях Римана и Лобачевского, в них нет и быть не может аналога ^{n}5-постулата Евклида.

П13. Пророки и экстрасенсы – как они это делают

Как принято считать, общая теория относительности предсказывает возможность перемещения между параллельными пространствами, Вселенными через так называемые мосты Эйнштейна-Розена. Более того, согласно её формализму пространство и время образуют единое поле – пространство-время, вследствие чего такие мосты, тоннели, червоточины позволяют не только попасть в другую область своей или параллельной вселенной, то и переместиться в другую точку времени. То есть, такие мосты одновременно являются и своеобразными машинами времени.

В этой связи возникает особый, научный взгляд на явление предсказаний, пророчеств, оракулов. Получается, что та информация, сведения, которые предоставляют эти пророки, вполне согласуется с научными данными, теориями. Буквально

каким-то образом предсказатели совершают, пусть мысленное, но реальное путешествие в будущее, после чего возвращаются в своё время с некой информацией.

Желание узнать, предсказать будущее вызывает у человечества огромный интерес на протяжении многих веков. Однако любое пророчество, предсказание будущего скрытно содержит в себе причинный парадокс. Если внимательно присмотреться к сущности пророчества, предсказания, то можно заметить причинно-следственную связку. Есть два события: собственно предсказываемое событие и его описание, текст предсказания. Понятие текста следует рассматривать в самом широком смысле: буквенный, голосовой, образный, видения и тому подобное. Эти два события можно обозначить как причину и следствие. Очевидно, что причиной следует признать событие, а предсказание – следствием. Тогда получается, что по времени предсказание предшествует событию. Именно эту обратную по времени связь и можно обозначить как действительное, истинное предсказание события.

Предвзятый, скрупулезный анализ позволяет сделать в этом отношении три и только три логически цельные, последовательные, кардинально отличающиеся друг от друга предположения. Для ещё не наступившего события, события в будущем действительное, *настоящее предсказание* возможно лишь только при непосредственном, прямом взгляде на эти предсказываемые события. Нужно обязательно попасть в предсказываемое будущее, увидеть это событие и обязательно вернуться обратно в прошлое. Такое предсказание строго "обязательно к исполнению", оно не может не сбыться, поскольку иначе увиденное в будущем теряет всякий смысл. Факты весьма достоверных предсказаний будущего, когда предсказание совпало с событием, при таком предположении можно определенно рассматривать как свидетельства в пользу *тахионной* теории относительности с её сигнализацией в прошлое. Если в принципе или гипотетически возможно перемещение *текста пророчества* во времени, то возражения против таких же перемещений, предсказываемых теорией относи-

тельности, уже не столь убедительны. Получается, что реальные факты, реальные предсказания, формально считающиеся мистикой, выступают в роли веских аргументов в пользу научных выводов о межвременны́х порталах?

Вместе с тем, причинные аномалии в этом случае по-прежнему остаются. Но как же так? Возникает дилемма: опираться на ненаучные, мистические предположения, содержащие парадоксы и абсурды, или на философский детерминизм, исключающий нарушение причинности, петли времени и, следовательно, приводящее к ним движение во времени в прошлое. Какова альтернатива?

По меньшей мере, есть два других варианта объяснения пророчеств, которые признаются сбывшимися. Наиболее реалистичным физически и философски выглядит предположение об *угадывании* будущего с использованием какого-либо логического, математического расчета, вычисления, причем сам механизм этого вычисления может быть спрятан под ширмой интуиции. Такое угаданное будущее - всего лишь *прогноз* и, очевидно, не является обязательным к осуществлению, фатальным.

В качестве еще одного, третьего, довольно спорного объяснения, можно привести вариант с *формированием* будущего на основе пророчества. Конечно, в свете известных сбывшихся пророчеств такой вариант, хотя и возможен, но выглядит весьма экзотически, фантастически. Некое видение пророка загадочным образом приводит в действие какие-то механизмы, которые изменяют всевозможные траектории движения и перемещают предметы, ломают технику, изменяют течение химических, физических, биологических процессов, в результате чего формируется предсказанное событие.

При всей привлекательность прямого "взгляда" на будущие события со ссылкой на современные научные выводы, такое перемещение во времени неизбежно ведёт к нарушению причинно-следственных отношений, нарушения философского закона детерминизма. А возникающие при этом парадоксы автоматически выводят эти взгляды за пределы научных. Ко-

нечно, мы можем объяснять предсказания пророков на основе "машины времени", но в этом случае не следует ссылаться на науку, логику, философию. Это безусловная мистика. Любое перемещение (возвращение) в прошлое всегда, в обязательном порядке приводит к неустранимому логическому противоречию, парадоксу, абсурду.

Таким образом, с учетом сказанного, и из феноменов предсказания и ему подобных также важно исключить всякое "заглядывание" в будущее, заменив его, например, на способность к прогностическим вычислениям реальной материальной субстанции - мыслящего существа.

Прогнозировать, а не описывать *достоверно* события будущего после его посещения, может и должна только материальная структура, безусловно подчиняющаяся закону детерминизма. Очевидно, что создавать такие прогнозы может только достаточно высоко организованная материя. Несомненно, что самой сложной структурой вещества во Вселенной является структура биологическая, наиболее сложная из которых - мозг. Сложность этой структуры такова, что в ней возникла принципиально отличная от вещественной, механической форма движения материи – сознание. Это крайне важное обстоятельство: именно сложность структуры и ничто иное приводит к возникновению у неё такого удивительного свойства как сознание. С точки зрения концепции детерминизма и причинно-следственных связей все процессы в мозгу являются предопределёнными, строго закономерными, даже фатальными. Это тождественно утверждению, что никакой свободы воли не существует. Однако сложность строения мозга и его многоуровневая структура в материальном мире исключают какую бы то ни было возможность описать и, тем более, предсказать ход процессов в нём. Полное, детальное описание этих процессов невозможно.

Невозможность полного описания *любого* процесса позволяет, и даже требует рассматривать его детерминизм, предопределённость как имеющий непротиворечиво случайный, вероятностный характер, поскольку для любого конечного (по

объёму) описания всегда будут исключены из рассмотрения причинные процессы более раннего периода.

Хотя это и выглядит как уловка, как вывод от безысходности, но невозможность полного описания всех свойств и возможностей мозга вполне обоснованно и логично требует допустить наличие у него и таких свойств, о которых мы пока не имеем не только ясного представления, но даже каких-либо явно сформулированных гипотез.

В этой связи нет никаких видимых препятствий для рассмотрения феноменов пророчества, оракулов, экстрасенсорных способностей, телепатии и тому подобное под этим углом зрения. Вполне резонно можно выдвинуть предположение, что любое из известных предсказаний – это своеобразный аналитический, то есть, вычисленный *прогноз* развития событий, а не информация, *определённо* взятая из будущего. И в этом, строго говоря, нет никаких противоречий или мистических гипотез, особенно если опираться на детерминизм, на обязательность причинно-следственных отношений.

Например, можно присмотреться к некоторым другим предсказательным описаниям, которые по многим признакам схожи с теми, что описывают пророки. В наши дни существует целый ряд математических задач, для решения которых создаются всё более и более мощные суперкомпьютеры. Примером такой крайне сложной задачи является предсказание погоды. Судя по доступной информации, это едва ли не главная задача для современных суперкомпьютеров. Но кроме неё производятся вычисления и для других физических явлений. Например, известно мнение, что Соединённые Штаты согласились на прекращение ядерных испытаний потому, что удалось получить решение этой задачи на суперкомпьютере.

Также на компьютерах моделируется множество космологических задач: поведение чёрных дыр, эволюция галактик и даже эволюция всей Вселенной от Большого Взрыва до наших дней. С помощь компьютеров делаются предсказания поведения галактик, содержащих темную материю. Все эти примеры определённо выглядят как предсказания, пророчества, по-

скольку они получают результат развития во времени. Во многих случаях предсказания в точности показывают результат, полученный на основе конкретных астрономических наблюдений.

Что это означает? Во всех этих примерах как бы пророчеством оказывается строго математическое решение какой-либо конкретной задачи. Такие предсказания имеют в астрономии давнюю историю. Предсказываются появления комет на много десятилетий вперёд, места появления планет и даже места появления планет до той поры неизвестных. Всё это – практически пророчества, предсказания, в своей сути мало чем отличающиеся от других, социальных и личностных пророчеств.

Отрицать такое сходство двух видов пророчеств нет веских оснований. Но возникает естественный вопрос: каким таким "компьютером" пользуются оракулы, пророки? Все они имеют лишь один орган для каких-либо вычислений – собственный мозг. Да, это так. И вероятнее всего именно этот мозг является либо тем самым суперкомпьютером, на котором пророки делают свои предсказания, либо одним из его элементов.

Но почему таких предсказаний не делает каждый из нас? И как им, пророкам удаётся решить, несомненно, крайне сложную задачу по прогнозированию дальних событий, если нередко мозг не позволяет решить даже простенькую математическую задачку? В любом случае нам следует еще раз определённо заявить, что любое *предсказание* представляет собой только один из трех вариантов: это либо *путешествие* во времени (в будущее и назад); либо это алгоритмический *расчёт* ожидаемых событий, исходя из имеющихся начальных данных и известных законов развития природы и общества; либо это воздействие на процессы исторического развития, формирующее предсказанное. Не существует иных разумных описаний этих процессов во всей полноте. При этом главнейшим законом природы и философии следует считать закон детерминизма и, как следствие этого закона, причинно-следственные отношения

с безусловным отрицанием абсолютных случайностей. И тогда из этого прямо следует, что единственным разумным, свободным от мистики и идеализма объяснением пророчеств, предсказаний могут быть только алгоритмический расчёт, либо воздействие на реальность. Только такие прогнозы не имеют никаких принципиальных противоречий с законами природы.

Очевидно, сложность таких предсказательных вычислений может превосходить все мыслимые представления о них. И тем более – воздействие на реальность. Однако ни то, ни другое сами по себе тоже не приводят ни к каким логическим противоречиям или парадоксам

Следует признать, что вычислительные, прогностические способности мозга превосходят возможности суперкомпьютеров существенно больше, чем сложность мозга превосходит сложность суперкомпьютера. Но в обычном состоянии человека эти способности к сверхвычислениям ему недоступны в форме осознанных рассуждений. Однако, известно так называемое изменённое состояние сознания. Не будем вдаваться в детали этого явления, и сводить исключительно к нему глубинные способности мозга, отметим лишь его декларируемое свойство: в этом состоянии человек способен существенно активизировать свои мыслительные способности. К схожим эффектам могут приводить также и определённые биохимические воздействия на мозг. Известна, например, гипотеза о прорицательнице Пифии, способности которой проявлялись в определённом месте, где, как предполагается, происходили выделения каких-то вулканических газов, в результате чего прорицательница впадала в состояние пророческих видений.

Сформулированное соотношение можно назвать минимальным превосходством мозга. Но следует рассмотреть и соотношение следующего уровня. Современные компьютеры являются многопроцессорными, этакие сказочные трехглавые или двенадцатиглавые драконы. Кроме того, они могут быть объединены в сложные компьютерные сети, что ещё больше увеличивает их вычислительную мощность. В качестве такой

же сети можно предположить некую, видимо, *нелокальную* связь между сознанием множества людей и не только их.

Сразу же отметим, что эта гипотеза не претендует на исключительность, это всего лишь гипотеза, попытка найти хоть какое-то рациональное объяснение явлениям, имеющим совершенное нерациональный вид. При всей её фантастичности, она все-таки предельно жестко опирается на материалистические представления, на рациональный научный опыт.

Каким образом множество людей объединяют свои мыслительные способности, сказать сложно. Кроме того, обнаружить такую связь в настоящее время ещё никому не удалось. Однако физических противоречий в такой связи нет. Условно говоря, всю совокупность биологических объектов на Земле, имеющих как минимум нервную систему, можно рассматривать как своеобразный всепланетный муравейник или пчелиный рой, все члены которого состоят в некоторой нелокальной связи. Ни божественного провидения, ни святого духа, ни *перемещения во времени* и пространстве для таких коммуникаций не требуется. Конечно, речь здесь не идёт о некоем Вселенском или даже божественном разуме.

Главной способностью прорицателей в этом случае следует считать их врождённую, приобретённую или выработанную способность извлекать информацию из этой многомозговой вычислительной сети. Само предсказание является исключительно математическим и вероятностным, стохастическим решением эволюционной задачи от исходного момента времени до некоторого социально-значимого события. Очевидно, сам процесс вычислений скрыт от прорицателя и представляет собой некие подсознательные ожидания развития событий множеством сознаний.

Направление развития, эволюции, несомненно, зависит от фантазии каждого из сознаний, входящих в такую гипотетическую мыслительную нелокальную сеть. Все они синхронизируют друг друга, давая, в конечном счете, некоторый усреднённый результат. Осознать, уловить этот результат – главная задача оракула. Но во всех вариантах этот результат является

следствием объединённого мыслительного процесса множества сознаний в изменённых состояниях.

Итак, феномен предсказателя, пророка, прорицателя, оракула мы вполне обоснованно можем считать проявлением скрытой сверхмощной вычислительной способности человеческого мозга в возможном объединённом состоянии, нелокальной связи множества сознаний и любых иных проявлений нервной деятельности. Никола Тесла заявлял, что ощущал связь с неким высшим разумом, каковым мог быть такой объединённый интеллект. Никаких мистических псевдонаучных релятивистских и им подобных перемещений во времени не требуется.

Помимо прорицательства, существует также немало и других паранормальных явлений, которые могут быть вполне приемлемо и столь же реалистично объяснены с точки зрения такого объединенного сознания. Экстрасенсорика, когда главный участник, обладающий даром экстрасенса, как бы вступает в нелокальный мысленный контакт с непосредственными участниками исследуемых событий. Вариантов таких контактов может быть множество. Заметно более прост в объяснении феномен телепатии, непосредственно и состоящий в своеобразной "передаче мыслей" на расстоянии без помощи физических органов чувств. К наиболее эффектным феноменам относится телекинез, связанный с механическим воздействием на материальные объекты: изгибание ложек, перемещение объектов, выведение из строя электроприборов. В этом случае можно предположить какое-то дополнительное, еще более невероятное свойство этой мыслительной, нелокальной энергии, способной трансформироваться в тепловые, магнитные, электрические поля. Само по себе механическое движение явно свидетельствует о появлении некоторой реальной силы, приложенной к объекту. Вопрос, несомненно, научный, экспериментальный.

В этом смысле очень большой интерес представляет экспериментально выявленное, как утверждается, воздействие коллективного сознания множества людей на электронные

генераторы случайных чисел. Учёный Роджер Нельсон запустил длительный проект Global Consciousness [70], в котором при помощи сети генераторов случайных событий, расположенных на разных континентах, попробовал уловить движение некоего всемирного разума, бессознательно формируемого всеми людьми [69]. Машина подсчитывала бинарную вероятность случайных событий, подобных подбрасыванию монеты, которая по теории вероятности должна быть в точности равна 1/2. Однако на самом деле эта вероятность оказалась зависимой от мира людей. Так на самописцах проекта отпечатались отклонения от статистической погрешности, то есть отклонения от 1/2, во время похорон принцессы Дианы и ряда других событий, горячо переживаемых большими массами, вроде инаугурации Обамы или землетрясения в Италии.

Менее заметной является связь между коллективным сознанием и неопознанными летающими объектами – НЛО. Однако и здесь вполне допустимы и логичны предположения, что НЛО являются продуктом коллективного воображения на основе литературно созданного образа. Сам физический объект, таким образом, является мыслеформой коллективного разума мыслительной нелокальной сети. Во всяком случае, в этой модели не просматривается ни нарушение причинности, ни перемещение во времени, а лишь гипотетические *материализующие* возможности коллективного сознания.

Как некую оптическую инсталляцию "мыслительной нелокальной сети" можно рассматривать и феномен хрономиражей. Инициатором и сценаристом может стать некий коллектив "абонентов сети", создавших нечто среднее, обобщенный мир из своих подсознательных образов.

Еще одним из менее известных феноменов перемещения во времени является так называемый код Библии. В частности, утверждается, что в текст книги "Бытие" включена скрытая информация о будущих событиях и случайное появление которой практически исключено [51]. Несомненно, достоверная, реальная информация о событиях будущего может быть получена *только* в результате путешествия во времени: в будущее и

затем обратно, в точку отправки. Следовательно, тот, кто писал Библию, должен был быть способен совершить такое невозможное путешествие. Алгоритмическая структура книги согласно научным исследованиям крайне сложна даже для наших современных средств вычислений, но именно эту структуру следует рассматривать как результат её алгоритмического же проектирования. Нет никаких физических и логических запретов на то, чтобы создать некий текст, содержащий сложнейшие специфические последовательности знаков, букв. Видимо, "создатели" текста имели подходящие вычислительные машины. И такой машиной вполне может быть нелокальная мыслительная сеть. При этом она могла производить и прогностические вычисления, предсказания.

Помимо прогностических вычислений коллективного сознания не стоит сбрасывать со счетов и его возможные способности упомянутой выше материализации событий, когда предсказанное событие *наступает лишь потому, что оно было предсказано и ожидается*, то есть, как один из вариантов формирования будущего.

Представленные гипотезы, несомненно, выглядят как фантастические, особенно, материализующие свойства сознания. Конечно, все они являются лишь одной из возможных попыток объяснить некоторые из множества удивительных явлений, наблюдаемых в природе, без привлечения потусторонних сил, мистических и идеалистических механизмов. В их основе лежат строго научные принципы, исключающие нарушение причинности и связанные с этим антинаучные парадоксы и абсурды.

2007 – апрель 2017 - март 2018

Литература

1. Antonio Sanchez-Puente, Black Holes, Geons, and Singularities in Metric-Affine Gravity, https://arxiv.org/abs/1704.06524v3
2. Antonov A.A., Where To Look For Alien Civilizations, Cosmology.com, august, 2015, URL: http://cosmology.com/Aliens1.html#6
3. Carroll S., Spacetime and Geometry. An Introduction to General Relativity. University of Chicago. Addison Wesley, 2004
4. Carroll S.M., Lecture Notes on General Relativity, https://arxiv.org/abs/gr-qc/?9712019
5. Collas P., Klein D., Embeddings and time evolution of the Schwarzschild wormhole, arXiv:1107.4871v2 [gr-qc]
6. Fuller R.W., Wheeler J.A. Causality and Multiply Connected Space-Time, Phys. Rev., 128, 919 (1962)
7. Jillian's Guide to Black Holes, http://www.gothosenterprises.com/black_holes/inside_black_holes.html
8. Kokkotas K., Solutions of Einstein's Equations & Black Holes, http://www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~kokkotas/Teaching/Relativistic_Astrophysics_files/GTR2009_4.pdf, 2017
9. Kruskal's diagram, https://en.wikipedia.org/wiki/File:Kruskal_diagram_of_Schwarzschild_chart.svg
10. Mach-Zehnder Interferometer - University of St. Andrews, flash-simulator, URL: http://www.st-andrews.ac.uk/~www_pa/quvis/simulations_twolev/IOP%20-%20Mach%20Zehnder-PhaseShifter%20V7%20REV%20-%20Copy.swf
11. Mendell Gregory, Relativity: The Fun Stuff, https://dcc.ligo.org/public/0086/G1200075/002/RelativityTheFunStuff.pdf

12. Novikov I.D., Shatskiy A.A., Novikov D.I., The wormholes and the Multiverse, arXiv:1412.3749v2 [gr-qc]
13. Rindler, W., Black holes and horizons – the geometry of Kruscal space and Rindler space, Department of Physics University of Texas at Dallas Richardson, TX 75083-0688
14. Strominger A., Black Holes from A to Z. Center for the Fundamental Laws of Nature, Harvard University, Cambridge, 2015
15. Taylor E.F., Wheeler J.A., Exploring Black Holes. Introduction to General Relativity. Addison Wesley Longman, 2000, ISBN 0-201-38423-X
16. Thorne K.S., The Resistance of Magnetic Flux to Gravitational Collapse. http://www.its.caltech.edu/~kip/index.html/publications.html
17. Vijayan T., Mach-Zehnder Interferometer experiment, URL: https://youtu.be/M6y_igUpyCg
18. Vijayan T., Mach-Zehnder Interferometer with Polarizing Beam Splitter (PBS) and Quantum Eraser, URL: https://youtu.be/2PJbAeBERjI
19. Барашенков В.С., Многомерное время. "Знание-Сила", 1995, №12, с.62.
20. Бергман П., Загадки гравитация. Перевод с английского В.А.Угарова. - М.: Изд. "Наука", 1969 г., 216 с.
21. Бескин В.С., Гравитация и астрофизикаю. – М.: Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН. Учебно-Научный Комплекс, 2007
22. Бесконечность, Википедия, URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Бесконечность
23. Блиндер С.М., Столетие общей теории относительности (1915-2015); Решение Шварцшильда и черные дыры, 2015, URL: https://arxiv.org/pdf/1512.02061.pdf
24. Блохинцев Д. И., Принципиальные вопросы квантовой механики. — М.: Наука, 1966. — 160 с.
25. Боулер М., Гравитация и относительность. Пер. с англ. А.А.Бейлинсона, Редакция и дополнение Н.В.Мицкевича. – М.: "Мир", 1979.

26. Бронников К., Кротовые норы или черные дыры, http://galspace.spb.ru/index68-2.html
27. Вебер Дж., Общая теория относительности и гравитационные волны. Пер. с англ. Н.Мицкевича, под ред. проф. Д.Иваненко. – М.: Изд. иностр. литературы. 1962 г.
28. Вергелес С.Н., Лекции по теории гравитации. Учебное пособие. - М., МФТИ, 2001.- 428с.
29. Верещагин И.А., К научному изучению параллельных миров. Успехи современного естествознания, №1, 2012, Физико-математические науки, с.81-87
30. Виленкин А., Мир многих миров: Физики в поисках параллельных вселенных. Алекс Виленкин, пер. с англ. А.Сергеева. — М.: АСТ: Астрель : CORPUS, 2010, 303 с.
31. Виленкин Н.Я., В поисках бесконечности.— М.: Наука, 1983. 160 с.
32. Владимиров Ю.С., Классическая теория гравитации: Учебное пособие. — М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009, 264 с.
33. Владимиров Ю.С., Пространство-время: явные и скрытые размерности. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2010, 208 с.
34. Гильберт Д., Основания геометрии, пер. с 7-го немецкого издания И.С.Градштейна, под ред. и с вступительной статьёй П.К.Рашевского, Москва - Ленинград, ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948 г.
35. Горелик Г.Е., Почему пространство трехмерно? М.: Наука, 1982, 168 с.
36. Грин Б., Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории: Пер. с англ. / Общ. ред. В. О. Малышенко. — М.: Едиториал УРСС, 2004.
37. Грин М., Шварц Дж., Виттен Э., Теория суперструн: т.1. Введение. М.: Мир, 1990.— 518 с.
38. Грусицкий А.С., ВРЕМЯ МНИМОЕ, Философские исследования, № 3, 2012, с.105-111 // Москва: Русский Либмонстр

39. Евклид, "Начала", книги I-VI, перевод с греческого и комментарии Д.Д.Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я.Выгодского и И.Н.Веселовского, //Серия "Классики естествознания". Математика, Механика, Физика, Астрономия. ОГИЗ Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва-Ленинград, 1948 год.
40. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д., Релятивистская астрофизика.— УФН, 1964, т.LXXXIV, вып.3, с.377-417
41. Зельманов А.Л., Агаков В.Г. Элементы общей теории относительности. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.
42. Иваненко Д.Д, Сарданашвили Г.А., Гравитация / Отв. ред. П.И.Фомин. Изд. 5-е. – М.: Издательство ЛКИ, 2012, 200с.
43. Иванов М. Г. Как понимать квантовую механику. — М.–Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2012. — 516 с.
44. Измаилов Р.Н., Вращающиеся кротовые норы типа Эллиса-Бронникова и их свойства. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук. - Челябинск: ГОУ ВПО ЧГУ, 2010.
45. Изометричные поверхности. Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Изометричные_поверхности
46. Каку Мичио, Гиперпространство: научная одиссея через параллельные миры, дыры во времени и десятое измерение / Митио Каку; пер. с англ.: [У. Сапцина]. - Москва: АНФ, 2014. - 501 с.
47. Каку Мичио, Параллельные миры: 06 устройстве мироздания, высших измерениях и будущем Космоса / Перев. с англ. М. Кузнецовой - М.: ООО Издательство "София", 2008. – 416 с.
48. Катанаев М.О., Общая теория относительности и геометрическая теория дефектов, НОЦ при МИАН, Спецкурс на весенний семестр 2013/2014, URL: http://www.mi.ras.ru/noc/13_14/2/lectures.10.03.14.pdf
49. Кауфман У.Д., "Космические рубежи теории относительности. М.: "Мир", 1981, 352с.

50. Климец А.П., Почему пространство трехмерно?, URL: http://aklimets.narod.ru/trexmerie.htm
51. Код Библии Разгадан, Сайт Гимназии N1 Города Караганда, URL: http://allfriends.ucoz.ru/publ/1-1-0-8
52. Кубышкин Е.И. , Преобразования Лоренца в комплексных числах, кватернионах и октавах, 2013, URL: http://temporology.bio.msu.ru/RREPORTS/kubishkin-preobrazovanie_lorenca.pdf, с.7
53. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т.II. Теория поля.— 8-е изд., стереот.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, (Т. II).
54. Лебедев Ю., Реально ли многомирие?, ж-л "Наука и жизнь", №4, 2010
55. Лебедев Ю.А., Многоликое мироздание. Эвереттическая аксиоматика, М., 2009, 269 стр., 55 илл.
56. Линде А.Д., Инфляция, квантовая космология и антропный принцип. Перевод Карпова С., https://arxiv.org/abs/hep-th/0211048
57. Линде А.Д., Раздувающаяся Вселенная.— УФН, 1984, т.144, вып.2, с.177-214
58. Мёллер К., Теория относительности. Изд. 2-е. Пер. с англ. Под ред. проф. Д. Иваненко. М., Атомиздат, 1975, 400 с.
59. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж., Гравитация, т.1-3. – М.: "Мир", 1977
60. Новиков И.Д., Фролов В.П., Физика черных дыр. – М. : Наука., Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986, 328 с.
61. Новиков И.Д., Шацкий А.А., Исследование на устойчивость кротовой норы Мориса-Торна-Бронникова-Эллиса с давлением, ЖЭТФ, 2012, том 141, вып.5, с.919-923
62. Новиков И.Д., Эволюция Вселенной. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.., 1990, 192 с.
63. Об истинных размерах Черных дыр на пальцах, страница пользователя sly2m на livejournal, URL: http://sly2m.livejournal.com/660502.html?thread=12401942
64. Пенроуз Р., Путь к реальности или законы, управляющие вселенной. Полный путеводитель. Пер. с англ. М.−Ижевск:

Институт компьютерных исследований, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика" 2007
65. Пенроуз Р., Шимони А., Картрайт Н., Хокинг С. Большое, малое и человеческий разум / Пер. с англ. — М.: Мир, 2004. — 191 с, ил.
66. Пенроуз Роджер, Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики: Пер. с англ. / Общ. ред. В.О.Малышенко. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 384 с.
67. Планковская энергия, Википедия, Wiki https://ru.wikipedia.org/wiki/Планковская_энергия
68. Попов А.А., Топология и модели кротовых нор, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казать, Россия. Лобачевские чтения – 2012. Казань, Россия, 1-6 ноября 2012 года
69. Попов Л., Лампа из Принстона чувствует мысли через квантовую вероятность, URL: http://www.membrana.ru/particle/1956
70. Проект Global Consciousness, http://noosphere.princeton.edu/
71. Пространство Калаби-Яу, Википедия URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Пространство_Калаби_—_Яу
72. Рашевский П. К., Курс дифференциальной геометрии. - 3-е издание. - М.: ГИТТЛ, 1950.
73. Рашевский П.К., Риманова геометрия и тензорный анализ. – М., "Наука", 1967.
74. Риман Б., О гипотезах, лежащих в основании геометрии, 1866, (С комментарием Г. Вейля.) Пер. с немецкого В. Л. Гончарова //Классики естествознания - Математика, Механика, Физика, Астрономия. Об основаниях геометрии. Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию её идей. Редакция и вступ. статья А.П.Нордена, Гос. издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1956 год, с.309.
75. Сасскинд Леонард, Битва при черной дыре. Мое сражение со Стивеном Хокингом за мир, безопасный для квантовой механики. — СПб.: Питер, 2013. — 448 с.

76. Хокинг С, Пенроуз Р. Природа пространства и времени. — Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2000
77. Хокинг С., Краткая история времени, URL: http://www.physic-in-web.ru/study-397-12.html
78. Хокинг С., Эллис Дж., Крупномасштабная структура пространства-времени. М.: "Мир", 1977.
79. Хокинг С.У., Моя краткая история
80. Цыпенюк Ю.М., Соотношение неопределенностей или принцип дополнительности? – М.: Природа, №5, 1999, с.90
81. Шацкий А.А., Кротовые норы: что это – миф, врата в другие миры или математическая абстракция? http://www.znanie-sila.su/?issue=zsrf/issue_121.html
82. Шацкий А.А., Образ неба другой вселенной, наблюдаемый через горловину кротовой норы, УФН, 179, N8, с.861 (2009)
83. Шацкий А.А., Черные дыры и кротовые норы в области экстремальной гравитации. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. - М.: МГУ, 2010.
84. Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Том 2, Работы по теории относительности, 1921-1955. М.: Наука, 1966.

Оглавление

Предисловие 3
Материя, пространство, время 4
Сознание и познаваемость мира 16
Детерминизм и свобода воли 18

1. Легенды о параллельных мирах 21
Связь математики и физики 26
Кантор: точки на квадрате и линии 28
Количество натуральных чисел 30
Счетность действительных чисел 31
Метод доказательства несчетности 32
Уникальность методов математики 33

2. Геометрия многомерных пространств 46
Сколько измерений у нашей реальности? 54
Нульмерное пространство 63
Одномерное пространство 67
Двухмерное пространство 70
Трехмерное пространство 72
Четырехмерное пространство 73
Пятимерное пространство и более 96

3. Замкнутые пространства 102
Параллельный перенос вектора 104
Пространственное линзирование 139
Вселенные в 4-мерном пространстве 144
Многомерное движение 155

4. Параллельные миры на диаграммах 168
Диаграммы Шварцшильда 171
Падение фотона на горизонт Шварцшильда 185
Диаграммы Крускала-Шекереса 194
Белая дыра на диаграмме Крускала 197
Черепашья координата 201
Белая дыра на диаграмме Пенроуза 211
Параболоид Фламма 215
Кротовые норы в пространстве Крускала 219
Пространство Риндлера 227

Динамика червоточины на диаграмме Крускала 231
Многомерность диаграмм Пенроуза 240
Диаграммы Керра-Ньюмена 246
5. Многомерные и параллельные миры 261
Инфляционный мультиверс 261
Скорость расширения Вселенной 267
Многомировая интерпретация 277
Интерферометр Маха-Цандера 284
Эксперимент БИЭВ 293
Многомерное пространство теории струн 304
Компактификация 309
Свободные кротовые норы 319
6. Изобразительная универсальность координат 324
Заключение 330
Приложения 334
П01. Уравнение движения фотона 334
П02. Уравнение движения частицы 335
П03. Пространственноподобные частицы 340
П04. Координаты Крускала 341
П05. Заряженная ЧД – падение фотона 344
П06. Заряженная ЧД – падение частицы 347
П07. Заряженная ЧД – падение космолета 350
П08. Численное интегрирование 353
П09. Скорость расширения Вселенной 356
П10. Парадоксы теории относительности 358
Парадокс тахиона – петли времени 358
Парадокс Эренфеста 360
П11. Парадоксы квантовой механики 363
Парадокс кота Шрёдингера 368
Информация и энтропия Черной дыры 372
П12. Проблема $^{n}5$-го постулата Евклида 375
П13. Пророки и экстрасенсы – как они это делают 376
Литература 387

Путенихин П.В.
Логические основания многомерных пространств

Типография «АМИРИТ»
410004, Россия, г.Саратов, ул.Чернышевского, д.88, литер У

Тел./факс: 8(8452) 24-86-33
Сайт: amirit.ru
Почта: zakaz@amirit.ru

ISBN 978-5-907035-29-4

Подписано в печать 13.03.2018 г.
Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Гарнитура Times New Roman.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 23,02.
Тираж 30 экз. Заказ № 14/13038

Отпечатано в соответствии с предоставленными
материалами в ООО «Амирит»,
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 88.
Тел.: 8-800-700-86-33 | (845-2) 24-86-33
E-mail: zakaz@amirit.ru Сайт: amirit.ru