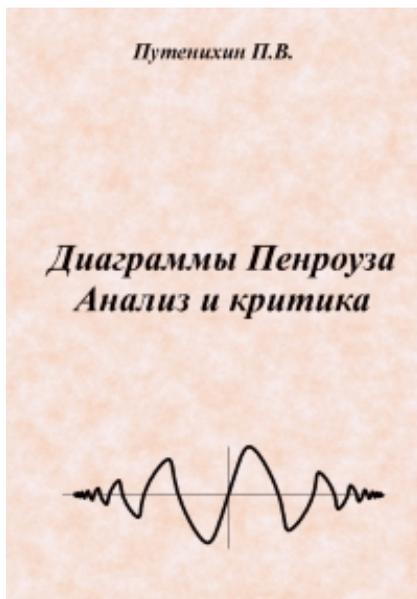


Путенихин Петр Васильевич

Диаграммы Пенроуза. *Анализ и критика*



г.Саратов,
Типография "АМИРИТ"
2017 год

ББК 22.313ф, 22.62ф
УДК 514.01, 531.5, 531.111.4

Путенихин П.В.

П90 Диаграммы Пенроуза. Анализ и критика. — Саратов: "АМИРИТ", 2017. – 176 с., цв. илл.
ISBN 978-5-9500373-6-8

Диаграммы Пенроуза-Картера являются системой координат, идейно ничем не отличающейся от любой другой системы, в частности, от классической декартовой. Однако, многочисленные модификации диаграмм Пенроуза привели к очень интересным результатам. Простой демонстрационный инструмент математических, геометрических вычислений приобрел собственные предсказательные, прогностические качества. Опираясь на серьезные аналитические, экспериментальные и наблюдательные исследования в области физики, космологии и математики, диаграммы Пенроуза неожиданным образом стали выявлять в их интерпретациях, результатах слабые, противоречивые места. Интересные прогнозы, предсказания, которые диаграммы делают и сами по себе, прямо опровергают некоторые из устоявшихся взглядов в области ведущих физических теорий. Книга содержит много цветных детализированных иллюстраций, часть которых является самодостаточными кадрами из анимаций, выложенных в облачных сервисах интернета.

Книга ориентирована на читателя, интересующегося вопросами теории относительности и космологии и имеющего некоторые представления об этих областях.

© П.В.Путенихин, 2017
putenikhin.peter@gmail.com
peter.putenikhin@mail.ru

ISBN 978-5-9500373-6-8

© Типография "АМИРИТ", 2017

Оглавление

1. Диаграммы Пенроуза - Картера.....	5
Классы диаграмм Пенроуза	11
Построение диаграммы Пенроуза	19
Динамические диаграммы Пенроуза.....	22
Произвольные фигуры на диаграмме.....	26
2. Динамические диаграммы Пенроуза – обмен светом.....	29
Определение точек излучения и поглощения	34
Инерциальное движение - ИСО.....	36
3. Обмен тахионными сигналами	39
Обмен между неинерциальными системами	39
Определение уравнений мировых линий тахионов.....	41
Обмен между ИСО. Сигнализация в прошлое.....	44
Уравнения мировых линий тахионов в ИСО А	45
Определение координат событий в ИСО В.....	47
Уравнения мировых линий тахионов в ИСО В.....	52
4. Диаграмма для вечной Черной дыры	58
Вечная Черная дыра в декартовых координатах.....	67
Коллапс нейтронной звезды	71
Показательная функция для 2М-диаграммы.....	73
Анизотропия времени на диаграмме Пенроуза для ЧД....	83
Анизотропия и полярность пространства-времени	84
Построение мировой линии произвольной функции	93
Уравнения преобразования для точки.....	95
Использование диаграммы для "Вечной черной дыры"...	96
Демонстрация: секундомеры на 2М-диаграмме	101
5. Диаграммы коллапса нейтронной звезды	105
Координаты внутри Черной дыры.....	107
Неожиданное предсказание	109
Судьба астронавта, падающего в сингулярность.....	117
Выводы о судьбе астронавта	122
Поворот сингулярного треугольника	125
Коллапс без образования сингулярности	129
Минимальный размер Черной дыры с сингулярностью..	130

6. Диаграмма испаряющейся Черной дыры.....	137
Коллапс нейтронной звезды.....	141
После коллапса	142
7. Многоэлементные Диаграммы Пенроуза	149
Заключение	163
Голографическая Вселенная.....	165
Космическая цензура.....	170
Литература	173

1. Диаграммы Пенроуза - Картера

В физике и математике практически невозможно обойтись без систем координат, которые всегда присутствуют в том или ином, явном или неявном виде. В литературе для наглядности во многих случаях используются их различные графические отображения. Несомненно, каждый, интересующийся этими науками, хорошо знаком, как минимум, с декартовыми координатами. Однако, в процессе исследований часто появляется необходимость создания различных модификаций координатных систем, поскольку многие явления становятся более наглядными в своих собственных, специфических системах координат. Например, для величин, изменяющихся в широких диапазонах, были разработаны логарифмические системы координат, в которых по оси величина отображалась в виде её логарифма. Двойная логарифмическая координатная сетка, в частности, используется для демонстрации процесса расширения Вселенной после Большого Взрыва. Миллиардные величины расстояний в световых годах и времени в годах заменяются в этом случае шкалами в 15-20 единиц.

Некоторые другие процессы требуют еще более длительных интервалов, поэтому для них разработаны ещё более компактные шкалы. Например, в диаграммах Крускала-Шекереса, в которых применен "часовой принцип" отображения времени, напоминающего часовую стрелку, бесконечный интервал времени сжат в пределах прямого угла. Для этого угловая шкала сделана неравномерной: на её границах равномерные деления времени стремятся к бесконечно малым углам.

При описании космологических явлений, гипотез или решения тех или иных задач общей теории относительности, как можно заметить, чаще всего используются конформные диаграммы, разработанные одним из ведущих математиков и физиков - Роджером Пенроузом. Иногда в литературе указы-

вается двойное авторство диаграмм – диаграммы Картера-Пенроуза.

В этих диаграммах использован все тот же принцип деформации координат. Они отображают пространственно- и времениподобные бесконечности на конечные расстояния, другим словами, отображают бесконечное пространство-время на квадрат конечных размеров. Можно заметить, что диаграмма Пенроуза-Картера чем-то похожа на диаграмму Крускала-Шекереса (Секереша) и для шварцшильдовской черной дыры не дает никакой принципиально новой информации.

Каждый, кто читал научные и научно-популярные статьи по физике, космологии, мог заметить, что авторы часто при иллюстрации своих выкладок, доводов используют не совсем корректный приём. На приводимые иллюстрации они не наносят обозначения, поясняющие назначение или смысл изображенных на них элементов.

В науке по молчаливому или редко озвучиваемому соглашению принято каждый член приводимых уравнений расшифровывать сразу же после уравнения, если, конечно, эта расшифровка не была сделана недалеко выше. Или же смысл этого члена уравнения, его обозначение является либо не новым или редко встречающимся, либо общепринятым и полностью соответствует контексту уравнения. Понятно, что для автора всё и так ясно и "общепринято". Но при публикации автор, очевидно, рассчитывает, что его книгу, статью будут читать не только равные ему по уровню подготовки, но и те, кто только начал изучать новый материал.

Очевидно, что такое же молчаливое соглашение должно существовать и при оформлении иллюстраций. Тем не менее, и в научной и научно-популярной литературе нередко это "соглашение" нарушается. Поэтому при чтении возникает множество вопросов по ним: то ли иллюстрация что-то поясняет, то ли пытается затемнить, затуманить ситуацию. Под видом глубокомысленного изложения иной раз прячутся

сомнительные моменты. В качестве ироничной иллюстрации можно привести такой пример:



Рис.1.1. Так можно было бы иронично изобразить графически знаменитую Теорию Всего.

Никаких пояснений к изображению, кроме названия, не приводится, и читатель может на свой вкус трактовать его смысл. Скорее всего, эти трактовки будут отличаться от трактовок автора изображения. Примерно такую же иронию можно разглядеть и в некоторых иллюстрациях в научных работах. При рассмотрении диаграмм Пенроуза, приводимых им, Хокингом и другими авторами в своих статьях, книгах, нередко можно встретить подобные элементы, чрезмерно опирающиеся на догадливость читателя. Но, в сущности, не это главное. Главное состоит в том, что "на догадку" зачастую отправляются довольно сомнительные идеи. Идеи, которые при внимательном рассмотрении оказываются недостаточно обоснованными, а то и ошибочными.

В исходном, базовом варианте диаграммы Картера-Пенроуза, не содержащие никакой информации о событиях, в литературе обычно имеют вид рис.1.2. Каждая точка изображает 2-сферу. Точки i^+ , i^0 , i^- - единственные точки, точки сингулярности полярных координат образуют линию $r = 0$. Следует отметить, что на рисунке диаграммы представлены в полярных координатах, поэтому они выглядят как правая часть ромбовидной диаграммы. Здесь радиус-вектор изменяется от нуля до бесконечности. На ромбовидных диаграммах

– от минус до плюс бесконечности. Следует признать, что на рисунках приведены практически все необходимые для понимания обозначения. Отнесем к досадным опечаткам обозначения на правой части рисунка: обозначения поверхности $t = \text{const}$ и 2-сферы нужно поменять местами.

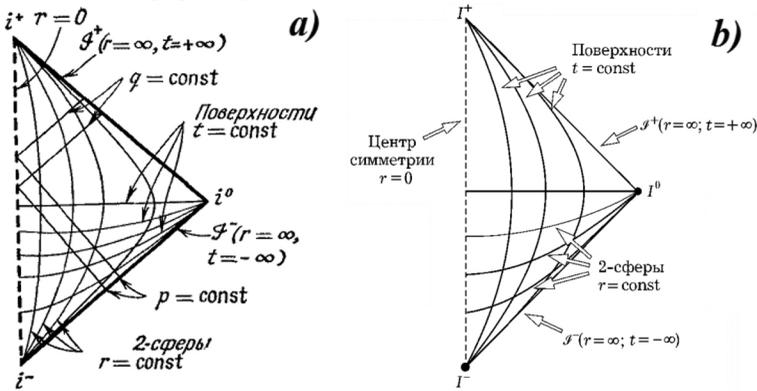


Рис.1.2 Диаграмма Пенроуза пространства-времени Минковского. Варианты рисунка а) [30, с.139], б) [28, с.53].

Ну и, разве что, p и q могут вызвать некоторые сомнения. Но это нулевые, светоподобные геодезические, другими словами, линии света. Обозначения r , t очевидны, а i^0 , i^- , i^+ обычно поясняются, хотя в последующих описаниях, пояснениях чаще всего не используются. Диаграммы Пенроуза иногда отождествляют с традиционными диаграммами Минковского, которые, вообще-то, выполнены в декартовых координатах.

Как известно, система координат диаграмм Пенроуза отражает лишь одну пространственную координату - удалённость объекта от начала координат. Другими словами, все объекты на диаграмме движутся вдоль одной-единственной линии. При этом каждая точка её помечена как 2-сфера. Наглядно это можно изобразить в виде рис.1.3. На рисунке окружностями показаны те самые 2-сферы, которые обозначаются точками на диаграмме Пенроуза. Фактически диаграммы Пенроуза, как и диаграммы Минковского, и поляр-

ные координаты для пары переменных t, r отображают одномерное пространство. На рисунке ось t не показана, система рассматривается в некоторый момент времени $t = 0$. Здесь три окружности изображают три разные сферы, которые и называются 2-сферами. Ни на диаграммах Пенроуза, ни в литературе в описаниях нет упоминаний о других координатах этой системы.

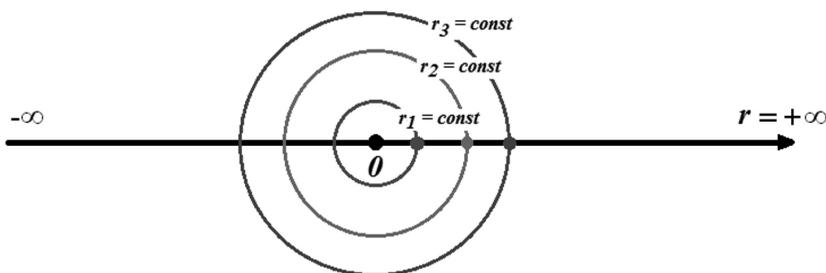


Рис.1.3. Эквивалентное изображение диаграмм Пенроуза с декартовой координатой. Если отбросить левую часть оси r , то получится эквивалентное изображение диаграммы Пенроуза в полярных координатах

Поскольку на диаграммах они не упоминаются, то это тождественно тому, что их значение может быть любым. Для трехмерного полярного пространства это две угловые координаты, обычно углы φ и θ . В свою очередь это означает, что все возможные направления радиус-вектора r отождествляются в одно направление. Эта единственная декартова ось изображена на рисунке. Если отбросить отрезок оси от минус ∞ до нуля, то мы получим единственное полярное направление. Другими словами, на декартовых диаграммах расстояния быть и положительными и отрицательными, а на полярных диаграммах – только положительными. В последнем случае отрицательная полусфера отождествляется с положительной по правилу "угол падения равен углу отражения". Время может быть положительным и отрицательным.

Отметим, что в литературе на всех диаграммах Пенроуза мировые линии условны, поскольку они отображают

лишь последовательность положений в пространстве-времени точек (событий). Чаще всего диаграммы относятся к космологическим объектам – Черным дырам или коллапсирующим нейтронным звездам.

Такое описание в смысле 2-сфер как-то незаметно, ненавязчиво прячет главный смысл диаграмм Пенроуза: они описывают поведение только отдельных точек тел, вещества только вдоль одной единственной оси. На рисунке эти точки для полых 2-сфер выделены. Принято, что поведение всех других точек таких сфер на поверхности, внутри нейтронной звезды или Черной дыры, вокруг них – тождественно поведению этой единственной точки данной сферической поверхности. То есть, все точки поверхности такой сферы отождествляются, поэтому более точно называть эти точки на диаграмме не 2-сферами, а точками 2-сфер в одном направлении радиуса.

Конформное преобразование, как известно, сохраняет углы между линиями, изменяя их длины и форму. Можно предположить, что на диаграммах Пенроуза конформное преобразование координат имеет целью сохранить углы между нулевыми геодезическими. Действительно, и на диаграммах Минковского и на диаграммах Пенроуза эти линии имеют угол наклона 45 градусов в любой точке диаграммы. Как следствие, сохраняется форма световых конусов. Однако, легко обнаружить, что при этом никакие другие углы не сохраняются, несмотря на конформность. Если изобразить мировые линии двух неподвижных в пространстве тел и пересекающую их световую линию, то на диаграмме Минковского эти две линии образуют с линией света один и тот же угол 45 градусов. На диаграмме Пенроуза эти линии будут иметь форму вертикальных дуговых линий, наподобие линий сетки $r = \text{const}$. Углы между ними и линией света – разные.

Классы диаграмм Пенроуза

Если рассмотреть различные варианты диаграмм Пенроуза в научной литературе, то по способу изображения горизонта событий их можно обобщенно сгруппировать в четыре класса:

а) ромбовидные декартовы диаграммы, не содержащие горизонтов. В литературе можно встретить их образное название – "бриллиант Пенроуза". Класс диаграмм этого вида следует рассматривать как основной, первичный, исходный, лежащий в основе всех остальных классов. Как разновидность к этому классу следует также отнести полярные диаграммы, имеющие вид правой половины декартовых диаграмм;

б) диаграммы для вечной Черной дыры, обе левые грани которых являются горизонтами событий и присутствуют две сингулярности; ниже будет показано, что на таких диаграммах возникает анизотропия времени;

в) диаграммы для коллапсирующей нейтронной звезды; верхняя часть такой диаграммы имеет слева сверху горизонт событий $2M$, а снизу слева – нулевую ось полярных координат, то есть, по существу, является комбинацией первых двух классов; ниже будет показано, что такая диаграмма неизбежно приводит к разрыву геодезических;

г) многоэлементные, содержащие несколько соединенных друг с другом диаграмм остальных классов, например, пространство-время Райснера-Нордстрема.

Следует отметить, что при наличии некоторых технических, геометрических различий, все без исключения координатные диаграммы являются потомками декартовых координат, их своеобразными клонами. После декартовых координат одним из самых революционных вариантов систем отсчета можно назвать диаграммы Минковского, используемые в математике теории относительности. Эти диаграммы превосходно демонстрируют фундаментальное положение

теории относительности – принцип относительности, провозглашающий равенство всех инерциальных систем отсчета. При этом переходы между системами можно трактовать как поворот системы отсчета на некоторый угол.

Рассматриваемые далее диаграммы Пенроуза тоже не составляют исключения, являясь преемниками как диаграмм Минковского, так и декартовых координат. Главными специфическими чертами диаграмм Пенроуза, как указано, является сжатие бесконечно длинных осей времени и расстояния до конечных размеров. При этом для обеспечения преемственности с диаграммами Минковского это сжатие произведено путем конформного преобразования координат. Это привело к тому, что и шкала времени и шкала расстояний простираются от минус до плюс бесконечности, а светоподобные геодезические сохранили угол наклона в 45 градусов. Любая линия, изображенная в декартовых координатах или на диаграмме Минковского с наклоном в 45 градусов, будет точно такой же прямой, наклоненной под 45 градусов и на диаграммах Пенроуза.

Довольно скрупулезный просмотр доступной литературы и источников в интернете показал, что сколь-нибудь подробное описание собственно диаграмм, их теоретических основ практически отсутствует. При рассмотрении практических вариантов использования диаграмм, читателю придется о многом догадываться самому. Это наблюдение подтверждает и один из авторов, попытавшихся дать хоть какое-то описание основ диаграммной техники Пенроуза [27]:

"когда мне задали прямой вопрос, где же можно прочитать про диаграммы Пенроуза, я растерялся, ибо понял, что не могу назвать конкретный источник своего знания. Вместо этого, я предложил провести семинар и попробовать детально объяснить, как же пользоваться данными диаграммами".

Следует отметить, что в статье цитируемого автора приведено вполне доступное и подробное описание использования диаграмм в различных приложениях. Можно сказать, что его статья – одно из немногих мест, где приведена диа-

грамма Пенроуза в исходном, "пустом" виде. На такой, пустой диаграмме отсутствуют какие-либо события, движения. Благодаря этому сразу же становится видна её фундаментальная сущность:

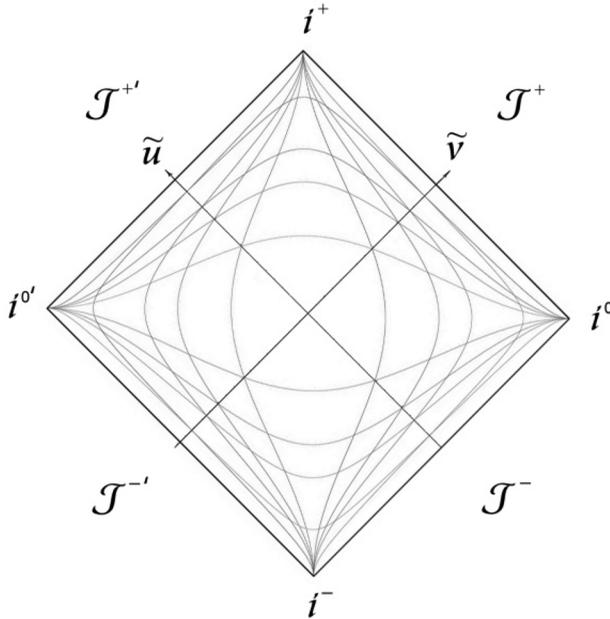


Рис.1.4. Исходная диаграмма Пенроуза [27]

Обозначения на диаграмме:

- \tilde{u}, \tilde{v} – исходные (первичные) оси координат;
- i^0 - пространственноподобная бесконечность;
- i^+ и i^- - времениподобные бесконечности будущего и прошлого;
- \mathcal{J}^+ и \mathcal{J}^- - светоподобные (нулевые) бесконечности будущего и прошлого.

Другое, похожее, но в половину урезанное изображение, показанное на рис.1.2а, можно найти у Пенроуза, который конформную структуру бесконечности представляет как диаграмму плоскости (t', r') :

"каждая точка этой диаграммы изображает сферу S^2 , а радиальные изотропные геодезические изображаются прямыми, идущими под углом $\pm 45^\circ$. Такого рода диаграммой может быть представлена структура бесконечности любого сферически симметричного пространства . . .

Каждая точка изображает 2-сферу, за исключением точек i^+ , i^0 , i^- , каждая из которых является единственной точкой, и точек на линии $r = 0$ (где полярные координаты сингулярны)" [30, с.139].

Практически ни одна из других рассмотренных в литературе диаграмм не дает столько исходной, необходимой информации, сколько эти две. Первое, что можно сказать, диаграммы – это обычная пространственно-временная система координат t, x .

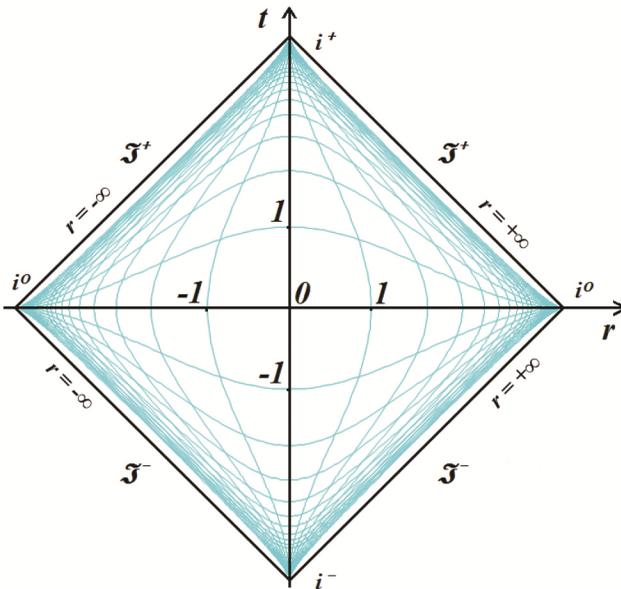


Рис.1.5. "Пустая" диаграмма Пенроуза

С одной стороны, её можно отождествить с традиционной, хорошо известной декартовой системой координат. Как там, так и здесь мы фактически имеем всего лишь две оси –

горизонтальную ось расстояний и вертикальную ось времени. В этом смысле диаграмма тождественна также и классическим диаграммам Минковского. Конечно, можно удивиться, как же так, ведь на рис.1.4 показаны совсем другие оси u и v с тильдами (волнистыми линиями над буквами), и никаких других. Да, это верно, диаграмма на приведенном рисунке не совсем полна в смысле обозначений. Поэтому опишем её подробнее. Для начала просто закроем глаза на специфические обозначения типа "светоподобная (или нулевая) бесконечность будущего". Во многих случаях рядом с этими сторонами квадрата (ромба) пишут дополнительно обозначения вида $r = \infty$. Поэтому изобразим диаграмму в таком наиболее полном виде, декартовом и рассмотрим отсутствующие обозначения и их смысл рис.1.5.

Теперь на диаграмме хорошо видны её главные элементы. Во-первых, это координатные оси t , r , указывающее направление возрастания соответствующих величин. Обозначения вдоль сторон квадрата показывают, что значение r изменяется от минус бесконечности до плюс бесконечности, в чем, собственно, и состоит главное принципиальное отличие полярных диаграмм Пенроуза от декартовых. В этом же заключена и главная цель её создания: поместить всё пространство-время в рамки одного рисунка конечных размеров. Как и на логарифмических диаграммах, на диаграммах Пенроуза шкалы осей нелинейные, но при этом не имеют границ, конечных значений. На рис.1.5 ярким бирюзовым цветом изображены линии равных расстояний $r = \text{const}$ (вертикальные дуги) и времени $t = \text{const}$ (горизонтальные дуги). В данном случае одно деление по каждой из осей составляет единицу. Размерность единицы для оси расстояний может быть произвольной: метр, километр, парсек, световой год и тому подобное. В этом случае интервалы по оси времени имеют соответствующую размерность: время на прохождение светом одной единицы расстояния.

В результате такой дискретизации полей диаграммы выполняется вторая задача – конформное соответствие де-

картовым координатам. Вследствие этого любая линия, нарисованная на диаграмме Пенроуза под углом 45 градусов, является светоподобной (нулевой) геодезической, изображающей распространение луча света.

Обозначения i^0 , i^+ , i^- можно трактовать как точки на диаграмме, в которых время равно, соответственно, нулю (настоящее), плюс бесконечности (отдаленное будущее) и минус бесконечность (отдаленное прошлое). Таким образом, на диаграмме в ограниченных рамках показано всё пространство-время.

Однако, напомним, что ось расстояний – единственная пространственная координата. Это значит, что формально пространство на диаграмме – одномерное. Следовательно, все события, происходящие в таком пространстве-времени, находятся на одной пространственной линии. Поэтому любые искривленные мировые линии на этой диаграмме означают всего лишь движение объектов (событий) с различными скоростями вдоль одной единственной прямой пространственной линии. Таким образом, любое пересечение линий означает столкновение событий или объектов, их представляющих.

Используя все те же средства, что и на традиционных диаграммах Минковского, мы можем изобразить те же самые мировые линии. И для этого нам нужно определить правила конформного преобразования, правила, по которым обычные, декартовы координаты преобразуются в координаты диаграммы Пенроуза. Очевидно, что прямые линии при этом искривляются, кроме светоподобных геодезических, линий распространения света.

Для такого конформного преобразования координат используется преобразование осей координат с помощью уравнений:

$$\begin{aligned}u &= \operatorname{arctg}(t - r) \\v &= \operatorname{arctg}(t + r)\end{aligned}\tag{1.1}$$

где u , v – новые значения координат на диаграмме Пенроуза.

Можно задаться вопросом, а почему использованы именно эти сильно нелинейные тригонометрические функции? Дело в том, что из множества элементарных функций только тангенс изменяется в диапазоне от минус бесконечности до плюс бесконечности при изменении аргумента в фиксированном диапазоне (от -90 до $+90$ градусов). То есть, функционально демонстрирует связь между конечным и бесконечным диапазонами. Поэтому изменение бесконечных расстояния и времени, как аргументов, преобразуется в изменение новых аргументов в ограниченном диапазоне. Видимо, можно сформировать и другие функции с таким свойством, но это будут, скорее всего, куда более сложные конструкции.

Описание причины, по которой сумма $(t + r)$ и разность $(t - r)$ декартовых координат в этих функциях приводит к конформному преобразованию, главным визуальным признаком которого является перпендикулярность диагоналей четырехугольников, можно найти, видимо, в трудах авторов этих преобразований.

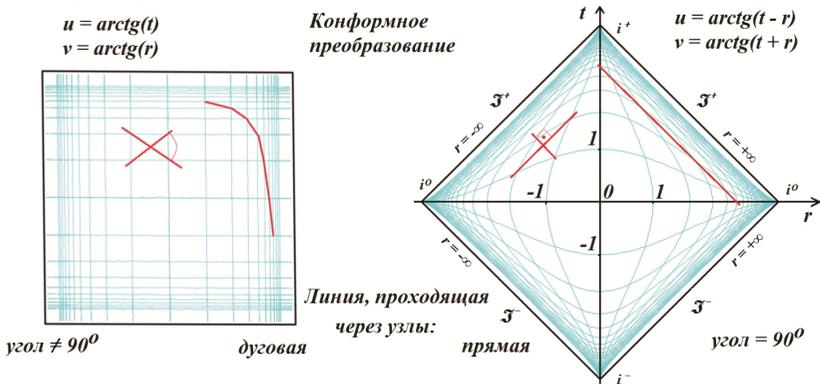


Рис.1.6. Два вида диаграмм с тангенциальной компрессией осей.

Наверное, это является своеобразной "математической изюминкой", авторского объяснения которой в свободном доступе найти не удалось. Но можно обнаружить, что в случае использования координат t и r в уравнениях преобразо-

вания отдельно, мы получим схожую прямоугольную систему координат как показано на рис.1.6 слева. Это "пустая" диаграмма, подобная диаграмме Пенроуза, когда для преобразования используются уравнений $u = \arctg(t)$ и $v = \arctg(r)$. Линия, являющаяся светоподобной геодезической и проходящая через узлы сетки, искривлена, а угол между диагоналями любого прямоугольника отличен от прямого. Оси координат U, V переменных u, v не показаны. На диаграмме Пенроуза (справа) они направлены под углом 45 градусов.

Как можно заметить, на левой диаграмме система координат также имеет бесконечный диапазон изменения координат по осям. Но диагонали прямоугольников не перпендикулярны друг другу, что приводит к искривлению нулевых геодезических. Как известно, на диаграммах в теории относительности и космологии используется так называемый световой конус, показывающий границы светоподобных и пространственноподобных мировых линий. Этот формализм считается очень удобным и наглядным, поэтому на таких специфических, специализированных диаграммах мировая линия света, нулевая геодезическая всегда имеет уклон в 45 градусов к осям. В случае прямолинейной координатной сетки нулевые геодезические и световые конусы потеряли наглядность, став криволинейными фигурами. Но при этом хорошо заметно, что узлы координатной сетки образуют монотонные линии. Если обменять ролями эти линии и координатную сетку, то возникает диаграмма Пенроуза.

Таким образом, диаграмма Пенроуза – это, в сущности, обычная координатная система одномерного пространства. Не следует понимать буквально утверждения, что она отражает пространство 2-сфер (двухмерных сфер), это отражение всего лишь искусственная экстраполяция. Оно ничего не может нам сказать о движении объекта в пространстве параллельно оси r или перпендикулярно к ней.

Построение диаграммы Пенроуза

Итак, рассматриваемые диаграммы Пенроуза являются просто системой координат в обычном смысле этого понятия, шкалы осей которой "сжатые", то есть, сжаты по определенному алгоритму. По аналогии с понятием "логарифмическая" шкала, такой алгоритм можно назвать алгоритмом "тангенсического" сжатия. Понятно, что в данном случае для сжатия шкалы вместо функции логарифм используется функция тангенс, вернее, его обратная функция – арктангенс.

Процесс такого сжатия шкал или процесс конформного преобразования представляет собой, по сути, построения новой шкалы для координат расстояния r и времени t как функции от этих переменных в некоторой исходной системе координат $u-v$ (1.1).

Иначе говоря, мы строим в системе координат $u-v$ семейство линий, которые образуют новую координатную сетку. При этом из уравнений видно, что новая сетка оказывается заключенной в квадрат со стороной π , поскольку при изменении величин r и t в диапазоне от минус до плюс бесконечности, функции u и v изменяются в диапазоне от минус $\pi/2$ до плюс $\pi/2$.

Для нанесения координатной сетки сначала для каждого значения $t = -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n$ строится сплошная линия $r = -m \dots m$. При этом на диаграмму наносятся дуговые линии, вытянутые от i^- к i^+ . Затем для каждого значения $r = -m, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, m$ строится сплошная линия $t = -n \dots n$. При этом на диаграмму наносятся дуговые линии, вытянутые между точками i^0 .

При таком построении сетка одной из осей будет иметь вид а). Как видно на рисунке а), сетка получилась с наклоном. Для наглядности на сетке показаны действительные оси координат $u-v$, в которых она построена, и конформные оси $t-r$, которые и предполагается использовать в дальнейшем.

Для приведения масштабной сетки к обычному виду, когда её нулевая ось расположена либо вертикально, либо горизонтально, полученную сетку нужно просто повернуть на 45 градусов против часовой стрелки. В этом случае мы получим сетку оси времени t , как показано на рисунке б). После этого мы можем нарисовать по указанным уравнениям конформного преобразования вторую масштабную сетку и повернуть её теперь на 45 градусов по часовой стрелке. В результате мы получим сетку оси r , как показано на рисунке с). Объединив эти обе сетки, мы получим полную сетку диаграммы, как показано на рисунке д). Теперь мы можем нанести на рисунок все необходимые обозначения, в результате чего будет получена полная "пустая" диаграмма Пенроуза, как показано на рисунке е). Слово "пустая" означает, что на диаграмме нет никаких событий, мировых линий.

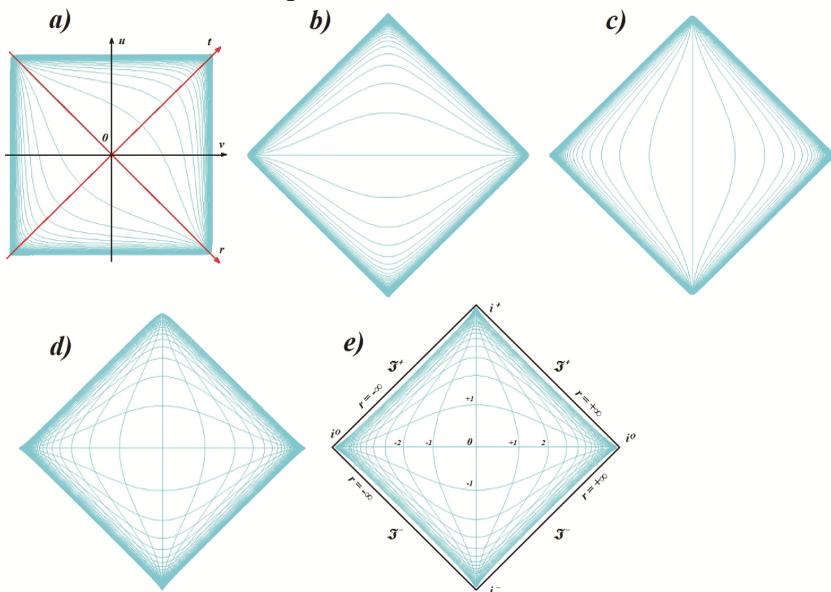


Рис.1.7. Последовательность создания "пустой" диаграммы Пенроуза

Собственно алгоритм построения сеток достаточно прост. Для удобства поворот сеток производится сразу же, в момент их построения. Поскольку алгоритм прост, приведем его в неформальном виде, в виде словесного описания:

Цикл 1: Для каждого $-M < t < +M$ с шагом T

Цикл 2: Для каждого $-M < r < +M$ с шагом R

Вычислить $u = \text{arctg}(t + r)$ и $v = \text{arctg}(t - r)$

Повернуть полученную точку $a(u, v)$ на 45 градусов по или против часовой стрелки (зависит от назначения линий сетки – время или расстояния)

Вывести полученную точку $a(u, v)$ на координатную плоскость

Конец Цикла 2

Конец Цикла 1

Буквой M названа условная бесконечность, то есть, число большое, но не превышающее возможностей вычислительной системы (компьютера). Шаг T подбирается из соображений частоты линий на диаграмме. Слишком много линий просто затемнят картину. Из этих же соображений цвет линий сетки выбран ярким бирюзовым. На его фоне линии другого цвета (мировые линии) просматриваются вполне отчетливо.

Теперь на диаграмму можно вывести любые события и мировые линии. Для этого используется точно такой же алгоритм, но только его "внутренняя часть", без циклов. По требуемой функциональной зависимости мы выводим последовательность точек $a(u, v)$ (с поворотом!) и при необходимости соединяем их отрезками линий. Частота вывода линий – это темп реального хода времени, если мы создаем анимацию. Интервалы, очевидно, должны быть достаточно малы, чтобы была незаметна ломаная структура линий. На рис.1.5 дискретность каждой дуговой линий составляет $R=800$, поэтому они выглядят как гладкие кривые. Для наглядности на анимации добавлена ещё одна линия – линия настоящего $t = t_{\text{настоящее}}$. Она обычно окрашена в оранжевый

(горчичный) цвет. Мировые линии событий могут иметь произвольные цвета. Мировые линии света и тахионов имеют предпочтительные цвета – красный, малиновый.

Динамические диаграммы Пенроуза

Теперь, имея уравнения преобразования координат, мы можем изобразить на диаграмме Пенроуза любую мировую линию. Для этого нам нужно знать только уравнение её движения $r(t)$. Более того, мы можем нарисовать последовательность диаграмм для каждого момента времени по этим уравнениям и соединить их в анимацию, динамическую последовательность кадров. Пример кадра такой анимации для четырех разных мировых линий изображен на рисунке:

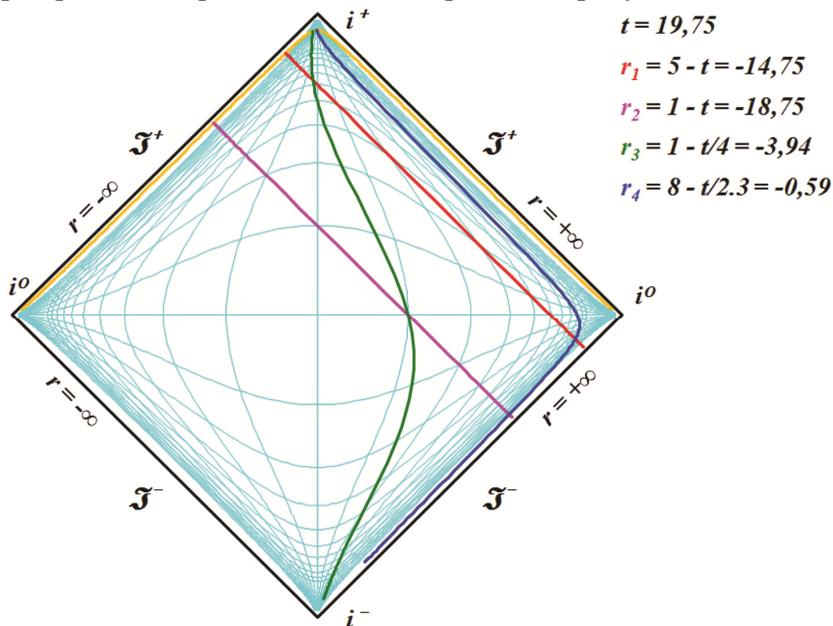


Рис.1.8. Пример мировых линий на динамической диаграмме Пенроуза. Кадр из анимации [6].

На кадре из динамической диаграммы изображены четыре произвольные мировые линии, имеющие начало в мо-

мент времени $t = -20$, где размерность времени может быть произвольной, как указано выше. Две из линий – светоподобные и соответствуют лучам света, испущенным в точках $r = 1$ и $r = 5$, причем размерность расстояния соответствует размерности времени. Другими словами, если расстояние измеряется в световых годах, то время – в годах; если время в минутах, то расстояние – в световых минутах и тому подобное. Для каждой мировой линии на рисунке приведены их уравнения, а на диаграмме цвет линии соответствует цвету названия функции.

На кадре из динамической диаграммы изображены четыре произвольные мировые линии, имеющие начало в момент времени $t = -20$, где размерность времени может быть произвольной, как указано выше. Две из линий – светоподобные и соответствуют лучам света, испущенным в точках $r = 1$ и $r = 5$, причем размерность расстояния соответствует размерности времени. Другими словами, если расстояние измеряется в световых годах, то время – в годах; если время в минутах, то расстояние – в световых минутах и тому подобное. Для каждой мировой линии на рисунке приведены их уравнения, а на диаграмме цвет линии соответствует цвету названия функции.

Понятно, что в динамике мировые линии могут начинаться в любой точке диаграммы ниже этой линии, а заканчиваться на ней. Никаких событий выше линии настоящего не может быть, только ожидаемые, предполагаемые, которые могут произойти в будущем.

Как видно на динамической диаграмме, мировые линии пересекаются. Это означает, что испущенные световые лучи или времениподобные объекты (тела) встречаются в одной точке одномерного пространства-времени, двигаясь вдоль одной линии. Столкновение тел или поглощение лучей определяется тем, в каком направлении они движутся, что можно явно вычислить по уравнениям их мировых линий.

Для примера попробуем задать уравнение мировой линии такое, чтобы она проходила вблизи центра диаграммы. Пусть это будет уравнение типа брошенного вверх камня:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) - g(t - t_0)^2/2$$

Согласно шкале диаграммы, время движения должно составить примерно от $t_0 = -10$ до $t = 10$. Зададим нижнюю (и конечную) точку $x_0 = -10$, а верхняя будет достигнута в момент времени $t = 0$ и составит, как намечено, $x = 2$. Находим неизвестные величины в уравнении:

$$2 = -10 + v_0(0 + 10) - g(0 + 10)^2/2$$

$$12 = 10v_0 - 50g$$

Из другого условия находим

$$-10 = -10 + v_0(10 + 10) - g(10 + 10)^2/2$$

$$v_0 = 10g$$

С учетом полученного выше результата находим

$$g = 0.24$$

$$v_0 = 2.4$$

Уравнение имеет вид:

$$x = -10 + 2.4(t + 10) - 0.24(t + 10)^2/2$$

Проверка:

$$t=0$$

$$x = -10 + 2.4(0 + 10) - 0.24(0 + 10)^2/2$$

$$x = -10 + 24 - 12 = 2 \quad \text{- верно}$$

$$t=10$$

$$x = -10 + 2.4(10 + 10) - 0.24(10 + 10)^2/2$$

$$x = -10 + 48 - 48 = -10 \quad \text{- верно}$$

$$t=-10$$

$$x = -10 + 2.4(-10 + 10) - 0.24(-10 + 10)^2/2$$

$$x = -10 + 0 - 0 = -10 \quad \text{- верно}$$

Сразу же обращаем внимание на то, что начальная скорость объекта превышает скорость света в 2.4 раза с учетом принятых на диаграмме шкал времени и расстояний. Дифференцированием находим текущую скорость

$$x' = v = 2.4 - 0.24(t + 10)$$

Находим моменты времени, когда текущая скорость объекта не превышает скорость света

$$-1 < v = 2.4 - 0.24(t + 10) < 1$$

Откуда находим соответствующий приблизительный интервал времени

$$-4 < t < 4$$

На этом интервале времени скорость объекта не превышает скорость света, на остальных объект ведёт себя как тахион. Вносим полученное уравнение в программу и получаем анимацию (кадр) рис.1.9. На диаграмме использованы традиционные обозначения светоподобных и времениподобных бесконечностей.

Как и в полярных координатах, на этой диаграмме изображено всё существующее пространство-время: и видимая Вселенная, и вся Вселенная за видимым горизонтом, от Большого Взрыва и до конца нашей реальности, ничто не может быть изображено вне диаграммы.

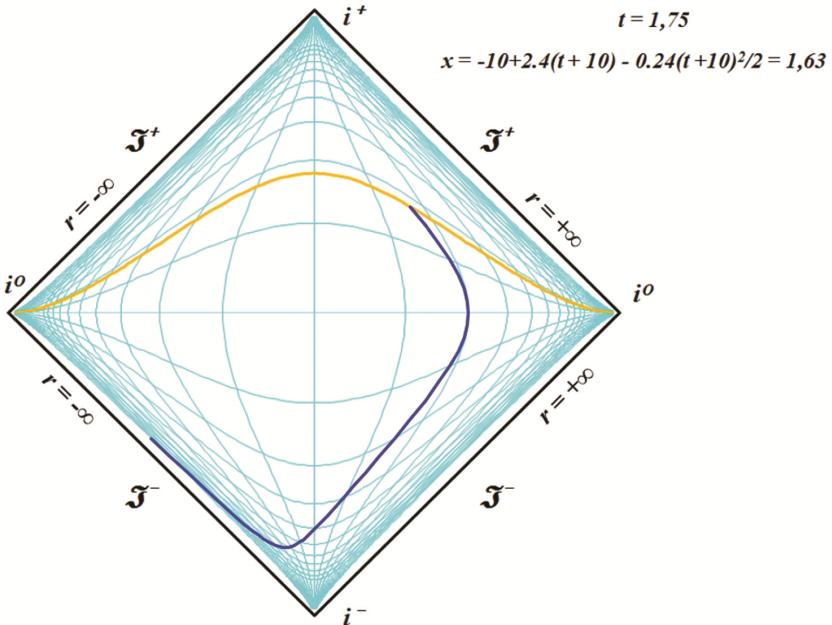


Рис.1.9. Пример мировой линии на динамической диаграмме Пенроуза по уравнению, рассчитанному из заданных условий. Кадр из анимации [6].

Синим цветом изображена мировая линия события по выведенному уравнению, которое приведено в правом верхнем углу диаграммы. Значение уравнения вычислено для момента времени $t = 1,75$. Можно заметить, что на нижнем отрезке траектории тело движется по пространственноподобной траектории, то есть, со сверхсветовой скоростью, как тахион. Проверку на корректность уравнения движения для построения диаграммы должен производить его автор, отслеживая скорость тела. Разумеется, "отсекать" недопустимые значения траекторий может и алгоритм автоматизированного, компьютерного построения диаграмм. Такой алгоритм используется для создания анимированных диаграмм, на которых все процессы изображены в динамике, в виде фильма.

При внимательном рассмотрении диаграммы, может возникнуть наивный вопрос по обозначениям $r = -\infty$ и $r = +\infty$. Они нанесены рядом с пересекающимися линиями. Если обозначение относится ко всей линии, то чему равно значение в точке из пересечения? Правильный ответ: в зависимости от направления движения. То есть, например, в точке i^+ значение координаты будет $r = +\infty$, если событие двигалось на диаграмме вечно слева направо.

Произвольные фигуры на диаграмме

Как отмечено, диаграммы Пенроуза принципиально ничем не отличаются от традиционных, классических декартовых систем координат. Поэтому их можно использовать таким же образом для любых графических построений. Поскольку координатная сетка на диаграммах Пенроуза криволинейная, такие фигуры и графики выглядят довольно-таки экзотически – рис.1.10.

Например, отрезок синусоиды $t = \sin(r)$ примерно в 10-12 периодов выглядит как сигнал, амплитуда которого сначала возрастает, затем убывает, а частота, наоборот, сначала

уменьшается, затем возрастает. При этом форма синуса непривычно искривлена.

Более привычный вид имеет гипербола $t = 1/x$. Два отрезка ветвей гиперболы в первом и третьем квадрантах отчетливо напоминают дуги окружности, но это гиперболы.

Еще более непривычный вид имеет отрезок параболы $t = x^2$. На довольно незначительном интервале изменения аргумента парабола имеет каплевидную или линзообразную форму.

Понятно, что на диаграмме можно изобразить все эти графики функций полностью – в диапазонах изменения аргумента и функции от минус до плюс бесконечности.

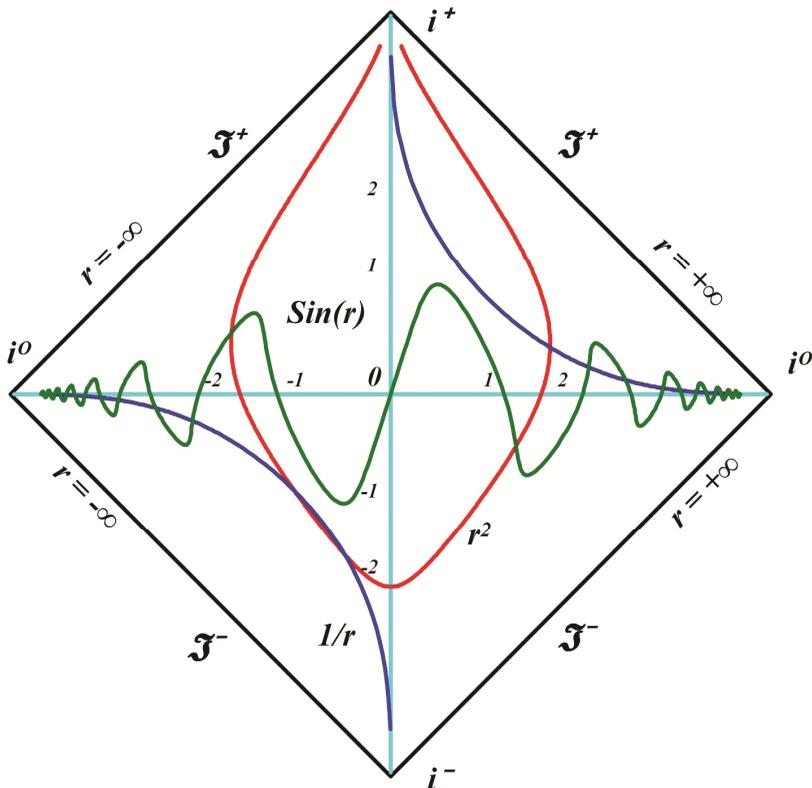


Рис.1.10. Изображение на диаграмме Пенроуза графиков функций – $\sin(r)$, гиперболы $1/r$ и параболы r^2

Очень интересно на диаграмме выглядит наипростейшая геометрическая фигура – круг, если изобразить его в виде стилизованного секундомера, который приобретает довольно забавные очертания, деформируясь в некоторое подобие квадрата. Геометрические параметры рисунка таковы: радиус круга равен 3, его центр смещен в точку (0.3, 0.8), а длина вращающегося штриха (стрелки) равна 2,5.

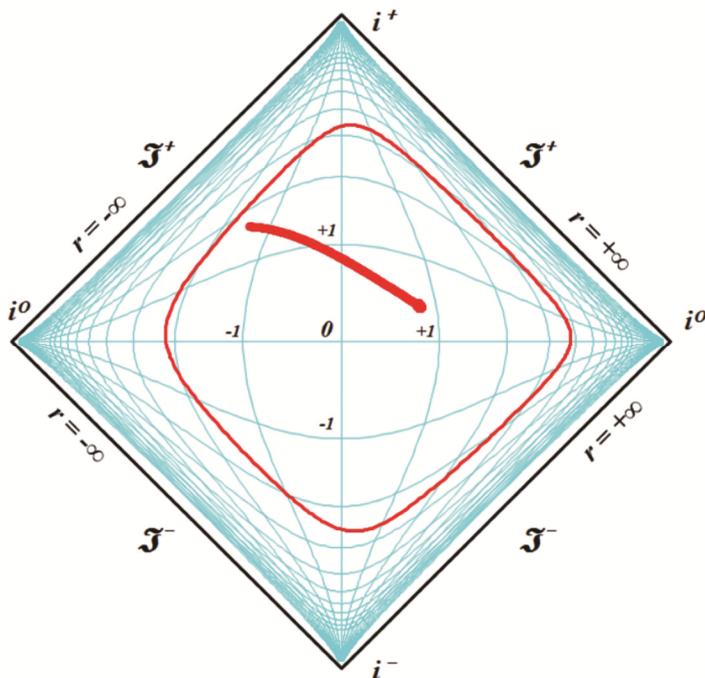


Рис.1.11. Диаграмма Пенроуза для вращающейся в круге стрелки. Кадр из анимации [6]

Трудно представить, но на рисунке действительно изображен круг с вращающейся внутри стрелкой. Особенно забавно картина выглядит на анимации. В процессе движения по окружности стрелка постоянно изгибается – образуя горб то по ходу движения, то против него. И только в четырех точках своей траектории стрелка превращается в прямую линию – на светоподобных траекториях.

2. Динамические диаграммы Пенроуза – обмен светом

Здесь мы рассматриваем традиционные диаграммы Картера-Пенроуза, являющиеся статическими изображениями процессов, а также эти же диаграммы в динамике. Динамическая диаграмма отличается от статической тем, что является набором кадров - статических диаграмм. Это позволяет рассматривать процесс в реальном движении, в динамике, что делает картину существенно нагляднее.

Пример диаграммы Пенроуза для случая обмена световыми сигналами между двумя ИСО приведен на следующем рисунке:

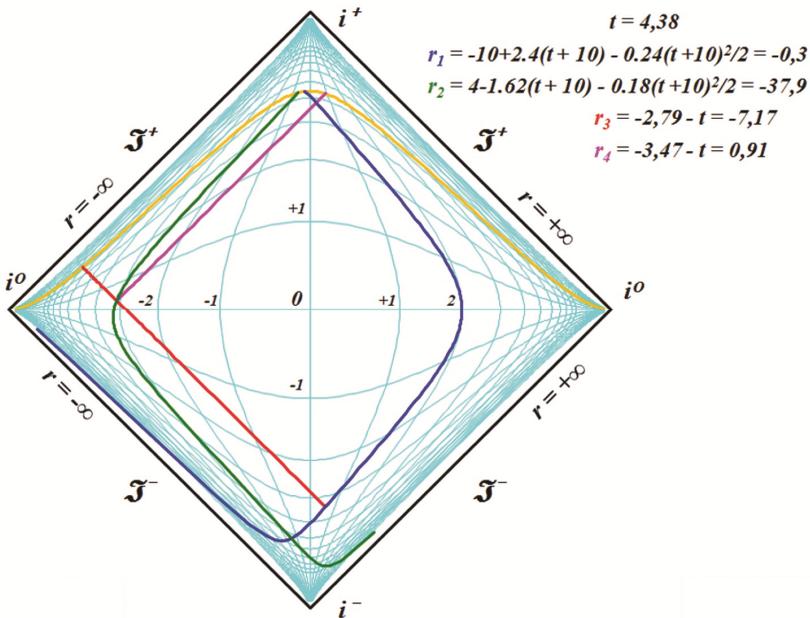


Рис.2.1. Диаграмма Пенроуза. Изображены мировые линии, уравнения которых приведены справа сверху диаграммы. Кадр из анимации [6].

По периметру диаграммы нанесены обычные обозначения граней и углов. В правом верхнем углу – текущее время и уравнения мировых линий, изображенных на диаграмме.

Можно отметить, что для реализации принципа относительности, довольно просто реализуемого на диаграммах Минковского, нам также следует создавать две различные диаграммы Пенроуза для каждой из инерциальной ИСО. Приведенная выше анимация и нижеследующее её детальное описание соответствует случаю движения неинерциального движения двух наблюдателей с точки зрения инерциальной, условно неподвижной, лабораторной ИСО, в которой построена эта диаграмма.

Представленный на рисунке кадр из анимации демонстрирует гипотетический случай обмена световыми сигналами между двумя участниками r_1 и r_2 . Траектории движения участников, мировые линии их систем отсчета описываются уравнениями движения, подобными движению снаряда или камня, брошенного вверх в условиях земной гравитации. Участники движутся навстречу друг другу с замедлением.

Параметры их уравнений движения выбраны достаточно условно, наугад, поэтому оказалось, что на некоторых участках их скорости превышают световую.

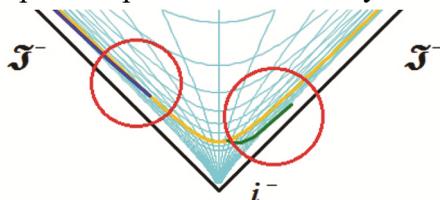


Рис.2.2. На начальных участках мировые линии событий имеют сверхсветовые скорости

Мировые линии света для наглядности изображены красным и малиновым цветом. Их уравнения r_3 и r_4 также помечены соответствующим цветом. Понятно, что уравнения r_1 и r_2 соответствуют мировым линиям движущихся событий совпадающего цвета – синего и зеленого. В процессе движения в пространстве-времени на динамической диаграмме выводятся соответствующие значения координат этих мировых линий на момент времени t – верхнее уравнение.

Как видно на диаграмме, объекты встретились примерно в момент времени $t = -5.36$, то есть, в прошлом по отношению к нулевому времени $t = 0$ (помечено окружностью).

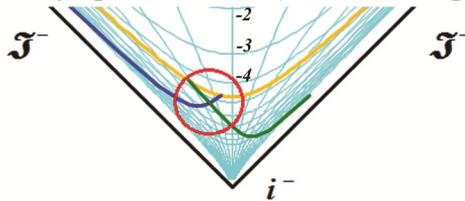


Рис.2.3. Встреча событий в момент времени $t = -5.36$

Следует понимать некоторую условность такой встречи, поскольку объекты (события) движутся определенно по одной линии и такая встреча тождественна столкновению. Через некоторое время, после расхождения событий в противоположных направлениях от события r_2 (зеленая мировая линия) в обратном направлении $t = -3.28$ посылается световой сигнал к r_3 (красная мировая линия):

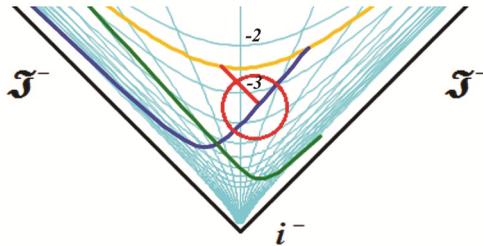


Рис.2.4. От события r_1 отправлен сигнал r_3 к событию r_2 в момент времени $t = -3.28$

Следующим примечательным событием на данной диаграмме является получение светового сигнала r_3 событием (объектом) r_2 и отправка им ответного сигнала r_4 к событию (объекту) r_1 . Как следует из диаграммы этот ответ произошел в момент времени $t = 0.29$:

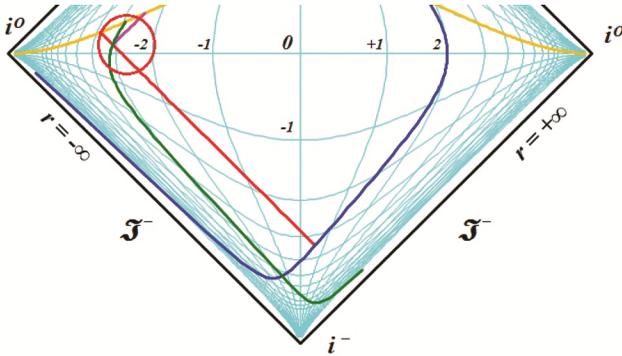


Рис.2.5. Событие r_2 отправляет ответный сигнал r_4 к событию r_1 в момент времени $t = 0.29$

Последним событием в обмене сигналами является момент времени $t = 3.88$, когда ответный сигнал r_4 от события (объекта) r_2 принят событием (объектом) r_1 :

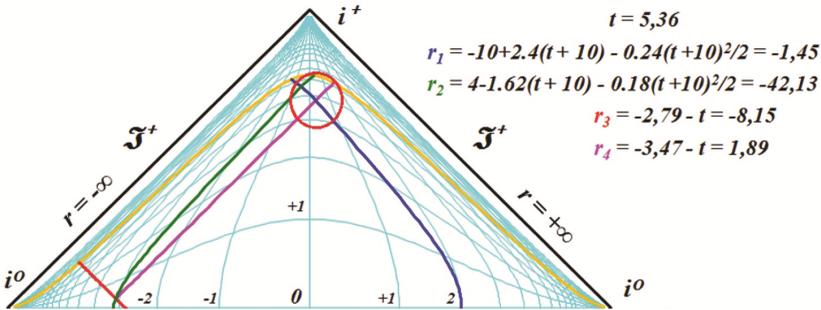


Рис.2.6. Событие r_1 получает ответный сигнал r_4 от события r_2 в момент времени $t = 3.88$

После получения ответного сигнала участники r_1 и r_2 вновь встречаются в момент времени $t = 4.67$, как видно на этом же рисунки, и продолжают движение в противоположных направлениях. В дальнейшем можно вновь увидеть у участников сверхсветовое движение. Но это, как отмечено, связано с некорректным составлением уравнений их движения. Эта обязанность лежит на разработчике уравнений,

именно он должен вносить в них корректировки, не допускающие сверхсветового движения:

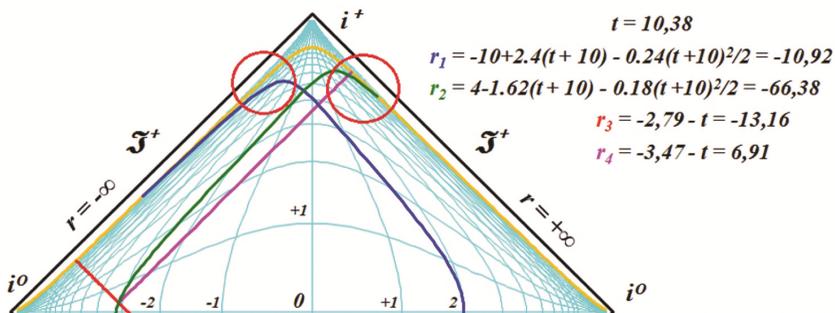


Рис.2.7. На конечных участках мировые линии событий имеют сверхсветовые скорости

В связи с такими сверхсветовыми скоростями на диаграмме можно заметить интересные моменты. На рис.2.7 объект (событие) r_2 встретился с сигналом r_4 , который он сам ранее послал. Если продолжить анимацию до более поздних моментов времени, то такая же встреча произойдет и у объекта (события) r_1 – он встретится с сигналом r_3 , который сам же послал ранее. При этом должен наблюдаться парадокс, который непосредственно на диаграмме незаметен.

Реально на диаграмме отображаются единичные, единственные точки на каждой 2-сфере, поэтому любое движение по радиус-вектору r предполагает на диаграмме пересечение, столкновение объектов-событий. То есть, в некоторые моменты времени два разных события могут физически находиться в одной точке пространства. При равных скоростях эти события движутся как одно целое. Таким образом, на диаграмме однозначно есть моменты времени, в которые, например, событие r_2 (объект) движется с той же скоростью, что и событие r_3 (свет). Эту ситуацию можно экстраполировать на сюжет из кинофильма, в котором рядом с быстро мчащимся автомобилем движется пуля, неподвижно зависая рядом с водителем. Здесь же событие r_2 (объект) точно так

же может "высунуть руку из окна" и потрогать летящий рядом с ним (вперед) фотон r_3 .

Определение точек излучения и поглощения

При построении диаграмм Пенроуза, как отмечено, обязанность просчитывать все особенности мировых линий лежит на разработчике их уравнений. Понятно, что можно просто, от руки нарисовать любую линию, соблюдая правило световых конусов. Но такие художественные изображения не позволяют увидеть и показать на диаграммах точного соответствия, поведения мировых линий. В отдельных случаях не лучшее решение полагаться на угадывание, где линии пересекутся и пересекутся ли вообще.

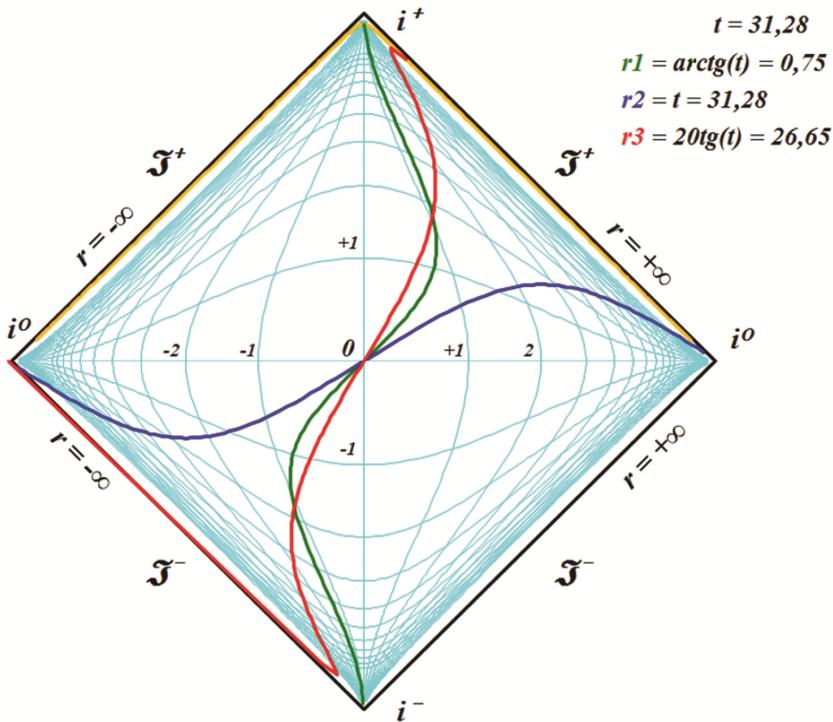


Рис.2.8. Попытки получить аналитическое уравнение прямой мировой линии

Например, изобразить на диаграммах математически прямую не светоподобную линию – задача не тривиальная. Нам известно, что оси "сжатосжаты" по закону тангенсов. Попробуем аналитически изобразить некую времениподобную мировую линию, которая была бы на диаграмме прямой – рис.2.8.

Поскольку для конформного преобразования использовалась функция арктангенса, то логично предположить, что и уравнение прямой не светоподобной линии могло бы содержать эту функцию или её прямой аналог – тангенс. Кроме того, можно предположить, что такую мировую линию могли бы образовать функции, подобные функциям светоподобных мировых линий, то есть, содержащие параметр времени в первой степени. К сожалению, предположения не оправдались и все мировые линии, как видно на рисунке, сильно искривлены. В этом смысле диаграммам Пенроуза можно вполне обоснованно дать шутовское название "королевство кривых лекал". Конечно, можно этот вопрос исследовать более тщательно, но, как отмечено, вопрос не тривиальный, да и не актуальный.

Впрочем, есть более конкретная задача для рассмотренных диаграмм: определение точек пересечения мировых линий. В сущности, на этот раз задача становится тривиальной. У нас есть аналитические уравнения и нам нужно найти точку их пересечения. Найдем, например, точку испускания второго луча. Эта точка определяется пересечением двух известных мировых линий, поэтому необходимо просто решить систему уравнений:

$$r_2 = x_0 + v_0(t - t_0) + g(t - t_0)^2/2$$

$$r_3 = a_3 - t$$

Здесь считается, что первое уравнение – это мировая линия r_2 – зеленое событие, а r_3 – мировая линия принятого сигнала. Решаем уравнение в общем виде, после чего просто подставим числовые значения. После несложных преобразований находим уравнение движения:

$$gt^2 + 2t(1 + v_0 - gt_0) + 2(x_0 - a_3 - v_0t_0) + gt_0^2 = 0$$

Находим корни уравнения:

$$t_1 = (-b + \sqrt{D})/2a$$

$$t_2 = (-b - \sqrt{D})/2a$$

где

$$a = g$$

$$b = 2(1 + v_0 - gt_0)$$

$$c = 2(x_0 - a_3 - v_0 t_0) + gt_0^2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Из второго уравнения системы находим координату пересечения:

$$r_3 = a_3 - t_{1,2}$$

В заключение отметим, что картина обмена световыми сигналами на диаграмме Пенроуза в принципе мало чем отличается от такой же картины на традиционной диаграмме Минковского [20]. Различия, главным образом, заключаются в том, что на диаграмме Пенроуза все мировые линии могут быть продолжены сколь угодно в пространстве-времени диаграммы, а мировые линии инерциальных наблюдателей на диаграммах Минковского являются строго прямыми линиями.

Инерциальное движение - ИСО

Как правило, чаще всего диаграммы Пенроуза используются в общей теории относительности при рассмотрении неинерциального (с ускорением) движения или движения с учетом гравитационных сил, например, действия космологических Черных дыр. Однако, нет никаких препятствий для использования их и для исследования инерциальных систем отсчета – ИСО.

В этом случае следует формировать столько диаграмм, сколько на ней имеется инерциальных участников движения. Рассмотрим случай обмена световыми сигналами теперь уже для двух таких ИСО – А и В. Диаграммы в виде кадров из анимаций представлены на рис.2.9.

На рисунке представлены диаграммы, полностью соответствующие диаграммам Минковского. Слева – ситуация с точки зрения неподвижного наблюдателя ИСО В, справа – ИСО А.

При построении правой диаграммы для ИСО А мы задали произвольную точку отправки светового сигнала r_3 , задав время $t = -1.8$. Мировая линия ИСО В описывается в данном случае уравнением $r_B = 2 + 0.2t$. Поэтому точка испускания света в пространстве равна

$$r = 2 + 0.2t = 2 - 0.2 \cdot 1.8 = 1.64$$

Далее таким же образом мы находим и точку встречи этого луча наблюдателем ИСО А. В этот же момент времени он отправляет ответный световой сигнал r_4 . Через какое-то время этот сигнал достигает ИСО В.

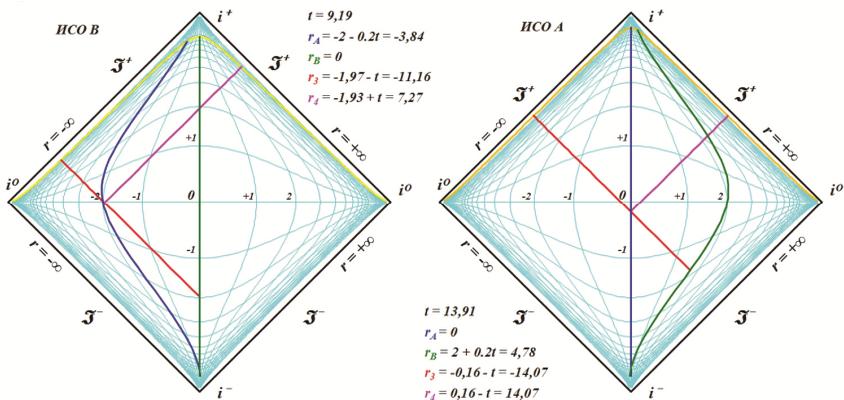


Рис.2.9. Диаграммы Пенроуза для двух ИСО, обменивающихся световыми сигналами. Кадр из анимации [6].

Все точки в пространстве-времени излучения и приема сигналов легко рассчитываются по уравнениям мировых линий и точке излучения первого сигнала.

Теперь мы переходим в локальную систему наблюдателя ИСО В. Уравнение движения ИСО А относительно него зеркально меняется: $r_A = -2 - 0.2t$. Для проверки принципа относительности мы находим явным образом координаты всех известных нам точек излучения и получения сигналов.

При этом мы знаем, что отрезки времени в ИСО В сократились по сравнению с отрезками в ИСО А. Мы можем вычислить и точку начала отсчета, когда две ИСО находились рядом, и коэффициент лоренцева сокращения. Поскольку скорость равна $0.2c$ (пятая часть скорости света), то коэффициент сокращения близок к единице – ок.0,98. Используя эти значения, мы наносим на левую часть диаграммы точки испускания и поглощения света. Понятно, что направления лучей остаются такими же, а сами лучи – светоподобные.

После внесения в алгоритм программы этих точек и запуска программы мы видим, что всё в точности соответствует описанной картине в ИСО А. Сначала из ИСО В излучается луч g_3 , после получения которого в ИСО А излучается ответный сигнал g_4 . Все точки находятся на мировых линиях участников, никаких разрывов нет.

Таким образом, видим, что в данной задаче диаграммы Пенроуза полностью соответствуют диаграммам Минковского [20], в частности, непротиворечиво демонстрируя картину обмена световыми сигналами. Вместе с тем, ромбовидные диаграммы Пенроуза в этой традиционной области теории относительности явно проигрывают обычным диаграммам Минковского просто по причине своей слабой наглядности и крайне криволинейной графики. Сжатие бесконечной области пространства-времени в рисунок конечных размеров не только не дает никакой новой информации, но и заметно осложняет восприятие, извлечение классической.

Кроме того, даже для космологической теории Черных дыр в таком варианте диаграммы оказались недостаточно информативными, что, по всей видимости, и привело к их дальнейшей модификации до версий с сингулярностями и горизонтами событий.

3. Обмен тахионными сигналами

Обмен между неинерциальными системами

Особый интерес представляет исследование парадокса, возникающего в специальной теории относительности в результате применения её к сигналам, распространяющимся со сверхсветовой скоростью. Эта проблема ранее уже была рассмотрена на примере использования традиционных диаграмм Минковского, где показано, что сверхсветовая сигнализация неизбежно приводит СТО к абсурдным выводам типа "парадокса дедушки" [21]. Для сравнения рассмотрен обмен разрешенными в теории световыми сигналами [20]. Нужно отметить, что этот причинный парадокс является исключительной особенностью именно специальной теории относительности. В физике Ньютона при передаче сверхсветовых сигналов не происходит перемещения во времени и не возникает никаких связанных с этим парадоксов.

Давайте теперь так же попытаемся рассмотреть на диаграммах Пенроуза сверхсветовую сигнализацию, приводит ли она к возникновению акаузальных парадоксов, парадоксов причинности. Выше на диаграммах Пенроуза мы уже рассмотрели случай обмена световыми сигналами, никаких парадоксов или проблем при этом не возникло.

Сначала рассмотрим ситуацию в общем виде, для движения произвольных, неинерциальных систем отсчета. И отметим, что практически на всех диаграммах Пенроуза, встречающихся в литературе, рассматривается ситуация *только* с точки зрения неподвижного, инерциального наблюдателя. Иллюстраций, подтверждающих принцип относительности на диаграммах Пенроуза, в литературе не найдено. Хотя в текстах описания можно встретить отступления типа "падающий на сингулярность наблюдатель достигнет её за каноническое (по собственным часам), конечное время".

В сущности, это можно понять, ведь построение картины, видимой из ускоренной системы отсчета, требует

сложных вычислений в общей теории относительности [23], а полученное изображение, пожалуй, не столь информативно, как в специальной теории относительности.

Наблюдать процесс обмен сверхсветовыми сигналами между двумя неинерциальными системами будем из лабораторной, нашей условно неподвижной системы отсчета. Мировые линии двух участников, обменивающихся тахионами, а именно так принято называть сверхсветовые частицы, установим такими же, как в рассмотренном ранее случае обмена световыми сигналами:

$$r_1 = -10 + 2.4(t - 10) - 0.24(t - 10)^2/2$$

$$r_2 = 4 + 1.6(t + 10) - 0.18(t + 10)^2/2$$

На диаграмме Пенроуза эти мировые линии света для наглядности мы изобразим синим и зеленым цветом.

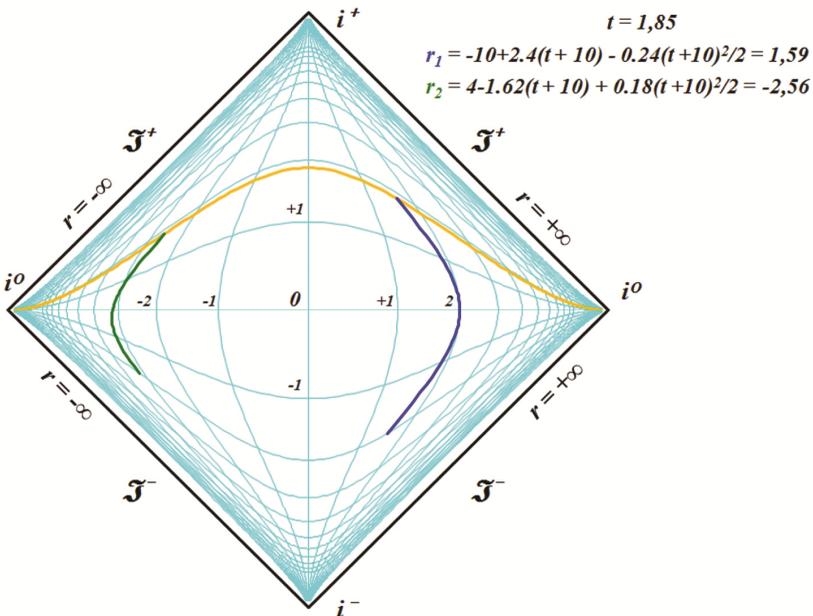


Рис.3.1. Мировые линии r_1 и r_2 исследуемых систем отсчета времениподобны.

В процессе движения в пространстве-времени на динамической диаграмме в верхней части, как и раньше, выводим

соответствующие значения координат этих мировых линий на момент времени t , а на диаграмме линию, соответствующую этому времени (времени настоящего), выделяем оранжевым цветом. Понятно, что эти уравнения схожи с уравнениями брошенного вверх камня в условиях земной гравитации.

Анализ уравнений показывает, что в некоторые моменты времени объекты сами могут двигаться со сверхсветовой скоростью. Однако, мы выбираем временной отрезок, на котором их мировые линии времениподобны:

Для построения мировых линий тахионов, которыми обмениваются участники, нам необходимо выбрать, по меньшей мере, один момент времени. В этот момент один из участников отправляет свой сигнал, а второй после получения его отправляет свой ответный сигнал.

Помимо момента отправки первого сигнала, нам нужно задать какую-то скорость тахиона, его мировую линию. Здесь мы в выборе полностью вольны. Поэтому будем исходить исключительно из эстетических соображений, чтобы получить максимально наглядную картину. Поэтому установим скорость сигнала (тахиона) принудительно в 10 скоростей света. Более высокую скорость брать нецелесообразно, поскольку придётся либо делать слишком мелкие дискреты по времени, либо линия будет чрезмерно ломаной.

Определение уравнений мировых линий тахионов

Далее для наглядности картины зададим примерные координаты, через которые будут проходить сверхсветовые сигналы вблизи от центра диаграммы. Смотрим на диаграмму. Пусть для первого сигнала r_3 это будет точка $M_n(-2, -1)$. Следовательно, уравнение этой линии будет уравнением прямой:

$$r_3 = a_3 + 10t$$

Находим значение неизвестного параметра:

$$-2 = a_3 + 10(-1)$$

Откуда получаем

$$a_3 = -2 + 10 = 8$$

Следовательно, уравнение первого сигнального тахиона имеет вид:

$$r_3 = 8 + 10t$$

Уравнение второй сигнальной мировой линии будет определено по точке пересечения с мировой линией получателя:

$$r_4 = a_4 + b_4t$$

На обычной диаграмме Минковского эти линии будут прямыми, пространственноподобными. На диаграмме Пенроуза они тоже пространственноподобные, но будут иметь форму дуг, связывающих точки i^0 пространственноподобных бесконечностей.

Теперь, как в случае обмена световыми сигналами, мы должны определить точку в пространстве-времени, когда сигналы могли быть испущены объектами. Пусть первый сигнал r_3 будет испущен объектом r_2 . Точка этого испускания в пространстве-времени не может быть произвольной. Для её определения нам необходимо найти точку пересечения мировых линий объекта и сигнала. Рассмотрим эти уравнения в общем виде:

$$r_2 = x_0 + v_0(t - t_0) + g(t - t_0)^2/2$$

$$r_3 = a_3 + 10t$$

Здесь считается, что первое уравнение – это мировая линия r_2 – зеленое событие, а r_3 – мировая линия принятого сигнала. Решаем уравнение в общем виде, после чего просто подставим числовые значения.

Решаем систему двух уравнений:

$$r_2 = x_0 + v_0(t - t_0) + g(t - t_0)^2/2$$

$$r_3 = a_3 + b_3t$$

После несложных преобразований находим:

$$gt^2 + 2t(b_3 + v_0 - gt_0) + 2(x_0 - a_3 - v_0t_0) + gt_0^2 = 0$$

Находим корни уравнения:

$$t_1 = (-b - \sqrt{D})/2a$$

$$t_2 = (-b + \sqrt{D})/2a$$

где

$$a = g$$

$$b = 2(b_3 + v_0 - gt_0)$$

$$c = 2(x_0 - a_3 - v_0t_0) + gt_0^2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Из второго уравнения системы находим координату пересечения:

$$r_3 = a_3 + 10t_2$$

В численном виде эти координаты мы определим в математической модели, в процессе построения диаграммы. Итак, точка излучения первого тахиона - $M_3(t_2, r_3)$. Мы выбрали координату t_2 , поскольку только она может быть положительной.

Точно такие же вычисления необходимо произвести и для определения точки $M_4(t_4, r_4)$ пересечения мировых линий этого сигнала и второго объекта. Мировую линию второго, ответного тахиона мы автоматически получаем решением уравнения:

$$r_4 = a_4 - 10t_4$$

Очевидно, что все четыре мировые линии существуют на всём пространстве-времени, поскольку ни одно из них не имеет сингулярных точек. Поэтому моменты начала мировых линий мы задаём из априорных условий. Для мировых линий систем отсчета – это начальный момент времени на диаграмме. Для мировых линий начальными точками являются координаты их пересечения с мировыми линиями источников. Все эти величины мы вычислили, необходимо теперь внести их в алгоритм программы построения диаграммы.

Результат компьютерных вычислений представлен в виде кадра из анимации на рис.3.2.

На рисунке мировые линии и их уравнения выделены одинаковыми цветами. Мировые линии систем отсчета – синим и зеленым цветом. Мировые линии тахионов – красным и малиновым цветом.

Можно сделать заключение, что на этой анимации никакие акаузальные парадоксы не видны. Моменты испуска-

ния сигнала, последующего получения его, испускания ответного сигнала и его получение по времени расположены строго последовательно.

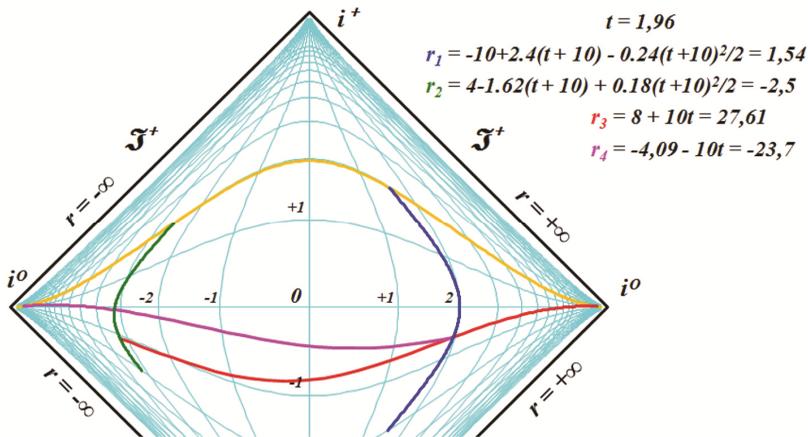


Рис.3.2. Динамическая диаграмма – обмен тахионами между неинерциальными системами. Кадр из анимации [6]

Однако, следует признать, что и на диаграммах Минковского для инерциальных систем отсчета не всегда заметно нарушение причинности при обмене сверхсветовыми сигналами. Если, например, рассматривать картину с точки зрения некоторого третьего, условно неподвижного наблюдателя, обмен тахионами между двумя ИСО не будет явно, заметно нарушать причинность. Все сеансы излучения-поглощения будут строго последовательны во времени. Но с точки зрения участников обмена эффект сигнализации в прошлое будет очевиден [20]. Поэтому можно ожидать, что и на диаграммах Пенроуза для ИСО будет получен такой же результат.

Обмен между ИСО. Сигнализация в прошлое

Для построения инерциальных диаграмм Пенроуза мы выбираем две инерциальные системы отсчета, подобные рассмотренным ранее в задаче по обмену световыми сигналами.

Рассмотрим две диаграммы с уравнениями движущейся ИСО А или ИСО В, когда другая неподвижна

$$r_B = a_{AB} + vt = 2 + 0.5t; \quad r_A = 0$$

$$r_A = -a_{AB} - vt = -2 - 0.5t; \quad r_B = 0$$

В данном случае будет производиться обмен тахионами - сигнальным r_3 и ответным r_4 , движущимися со скоростью в ИСО А, равной $v_{tA} = 10c$, и мировыми линиями, описываемыми уравнениями

$$r_3 = a_3 + v_{tA}t = a_3 + 10t$$

$$r_4 = a_4 - v_{tA}t = a_4 - 10t$$

Неизвестные параметры уравнений мы найдём далее из дополнительных условий обмена.

Уравнения мировых линий тахионов в ИСО А

На рисунке представлена диаграмма Пенроуза, полностью соответствующая диаграмме Минковского для ситуации с точки зрения неподвижного наблюдателя ИСО А. Изображены ожидаемые мировые линии тахионов. Точка M_{01A} обозначает событие излучения сигнального тахиона r_3 из ИСО А, точка M_{02A} обозначает события получения сигнального тахиона r_3 и излучение ответного тахиона r_4 в ИСО В с точки зрения ИСО А (по её часам), а точка M_{03A} обозначает событие получения (поглощения) тахиона r_3 и ответным r_4 в ИСО А.

При построении этой диаграммы для события M_{01A} отправки тахиона r_3 из ИСО А мы задаем произвольно $t_0 = -0.5$, а $r_0 = 0$ определяется автоматически.

Нам известен вид уравнения мировой линии первого тахиона r_3 и точка, через которую он проходит (t_0, r_0) , из чего находим

$$r_3 = a_3 + v_{tA}t_0 = r_0, \text{ откуда}$$

$$a_3 = r_0 - v_{tA}t_0 = 0 - 10(-0.5) = 5 \text{ и}$$

$$r_3 = 5 + 10t$$

Событие излучения теперь имеет вид $M_{01A}(-0.5, 0)$.
 Время t_{4B} получения (поглощения) тахиона в ИСО В находим из соотношения

$$r_B = a_{AB} + vt_{4B} = r_3 = a_3 + v_{tA}t_{4B}$$

Отсюда после преобразований находим

$$t_{4B} = (a_3 - a_{AB}) / (v - v_{tA}) = \\ = (5 - 2) / (0.5 - 10) = -3/9,5 \approx -0.316$$

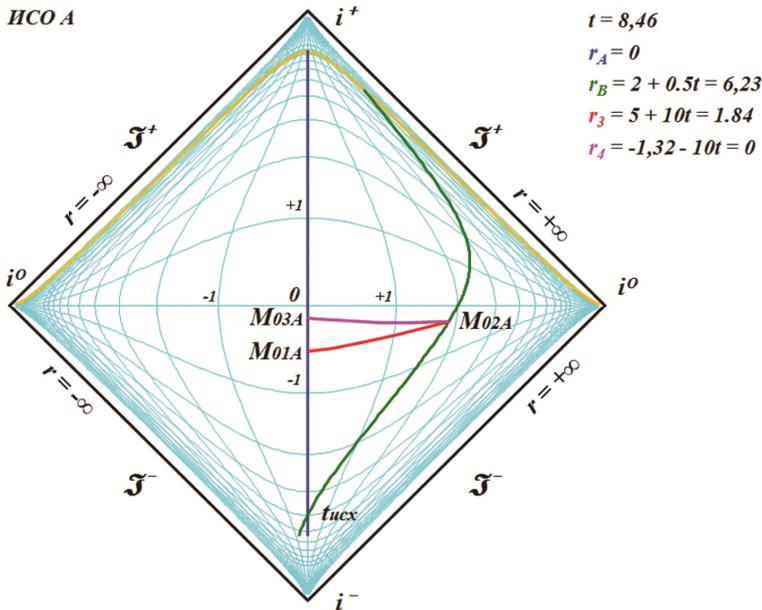


Рис.3.3. Диаграмма Пенроуза для ИСО, обменивающихся тахионами, с точки зрения ИСО А

Координата точки поглощения тахиона, соответственно, равна

$$r_{4B} = r_B = a_{AB} + vt_{4B} = 2 + 0.5(-3/9.5) \approx 1.842$$

Теперь точку поглощения тахиона можно записать в виде $M_{02A}(-0.316, 1.842)$. Уравнение ответного тахиона имеет вид $r_4 = a_4 - 10t$, а по точке поглощения тахиона r_3 можем найти неизвестный параметр, используя соотношение

$$r_4 = a_4 - v_{tA}t_{4B} = r_{4B} = a_{AB} + vt_{4B}$$

После преобразований находим параметр

$$a_4 = a_{AB} + t_{4B}(v + v_{tA}) = 2 - 0,316(0,5 + 10) \approx -1,316$$

Следовательно, уравнение ответного тахиона имеет вид

$$r_4 = -1,316 - 10t$$

Таким образом, получив от наблюдателя ИСО А сигнальный тахион r_3 , в этот же момент свой ответный тахион r_4 отправит теперь уже наблюдатель ИСО В. Решая совместно уравнения мировой линии ИСО А и ответного тахиона, находим точку его прибытия в ИСО А

$$r_A = 0 = r_4 = a_4 - v_{tA}t$$

После преобразований, находим

$$t_{4A} = a_4/v_{tA} = -1,316/10 \approx -0,13$$

Поскольку, по определению $r_{4A} = 0$, точку поглощения ответного тахиона запишем в виде

$$M_{03A}(-0.132, 0).$$

Итак, на диаграмме с точки зрения наблюдателя ИСО А чисто графически мы получаем нормальную во времени последовательность испусканий и поглощений тахионов без каких бы то ни было нарушений в последовательности событий во времени:

$M_{01A}(-0.5, 0)$ – излучение тахиона r_3 ,

$M_{02A}(-0.316, 1.842)$ – поглощение r_3 и излучение r_4 ,

$M_{03A}(-0.132, 0)$ – поглощение тахиона r_4 .

Теперь рассмотрим картину с точки зрения наблюдателя ИСО В, на которой мы должны будем увидеть нарушение последовательности событий во времени.

Определение координат событий в ИСО В

На следующем рисунке представлена диаграмма Пенроуза, полностью соответствующая диаграмме Минковского для ситуации с точки зрения неподвижного второго наблюдателя - ИСО В. Здесь также изображены ожидаемые мировые линии тахионов. Точка M_{01B} обозначает событие излучения сигнального тахиона r_3 из ИСО А с точки зрения ИСО В, точка M_{02B} обозначает события получения сигнального тахиона r_3 и излучение ответного тахиона r_4 в ИСО В с его точки

зрения (по её собственным часам), а точка M_{03B} обозначает событие получения (поглощения) тахиона r_3 в ИСО А с точки зрения ИСО В (по её собственным часам).

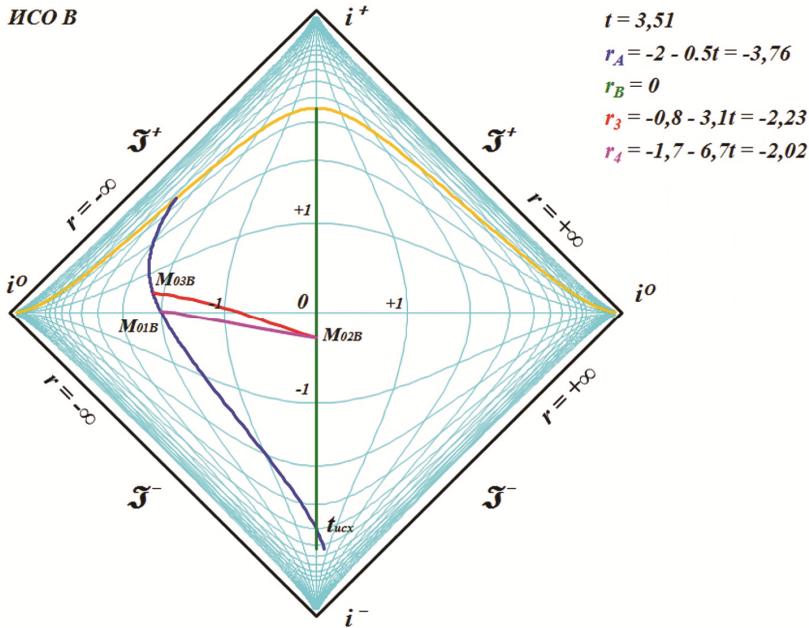


Рис.3.4. Диаграмма Пенроуза для ИСО, обменивающихся тахионами, с точки зрения ИСО В

Для построения этой картины с использованием лоренцева коэффициента необходимо определить момент времени, когда наблюдатели находились в одной точке и смогли синхронизировать свои часы. Определяем его как точку пересечения двух мировых линий из соотношения

$$r_A = -a_{AB} - vt_{исх} = r_B = 0$$

Откуда находим

$$t_{исх} = -a_{AB}/v = -2/0.5 = -4$$

Следовательно, по часам ИСО А излучение тахиона в сторону ИСО В произошло от встречи в момент времени

$$t_{3A} = t_0 - t_{исх} = -0.5 - (-4) = 3.5$$

а с точки зрения наблюдателя ИСО В – в момент времени

$$t_{3B} = t_{3A}/\gamma = 3.5/\gamma \approx 4.041,$$

где $\gamma = \sqrt{1 - 0.5^2} \approx 0.866$

Как видим, здесь использование γ выглядит как-то непривычно. Казалось бы, для вычисления времени в ИСО В по известному времени в ИСО А нам необходимо время в А умножить на γ , а здесь стоит знак деления. Проясним эту странность. Для этого рассмотрим следующий рисунок.

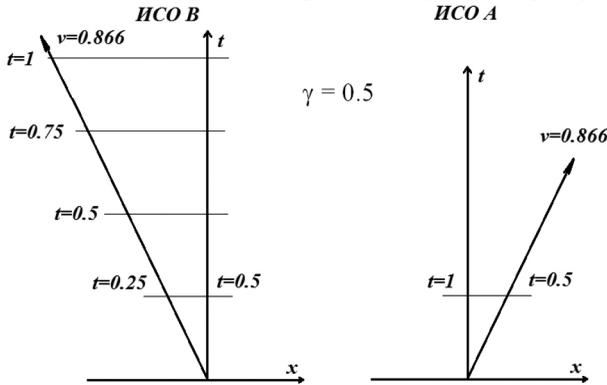


Рис.3.5. Пример использования лоренцева коэффициента сжатия

Пусть скорость движения ИСО равна 0.866с (почти скорость света). Такая скорость удобна, ведь все сокращения наглядны, поскольку в этом случае коэффициент лоренцева сжатия $\gamma = 0.5$, то есть, интервалы времени и длины сокращаются ровно в два раза. Рассмотрим с точки зрения ИСО А момент времени $t = 1$. Следовательно, с точки зрения этой ИСО, часы в ИСО В показывают время $t = 0.5$. Пусть в этой точке пространства-времени произошло некоторое событие. С точки зрения ИСО А это событие по собственным часам ИСО В произошло в момент времени $t = 0.5$. Это объективные показания собственных часов наблюдателей в момент происхождения события.

Теперь рассмотрим систему с точки зрения ИСО В. Время ИСО А в этом случае можем определить как $t_A = \gamma t_B = 0.25$. Однако, мы точно знаем время происхождения события в каждой ИСО по их собственным часам. Следовательно, в данном случае время происхождения события в ИСО А по её собственным часам с точки зрения ИСО В должно быть тем же самым, то есть, $t_A = 1$. Согласно формализму СТО это означает, что в момент $t_B = 0.5$, когда в ИСО В событие наступило, в ИСО А оно еще не наступило, поскольку часы в ИСО А идут медленнее. А произойдет это событие так тогда, когда собственные часы ИСО А будут показывать время этого события, то есть, $t_A = 1$. При этом собственные часы ИСО В, как видно на рисунке, будут показывать время $t_B = 2$, то есть, $t_A = t_B/\gamma$. Понятно, что это правило справедливо для любых показаний часов и скоростей ИСО.

Итак, скомпонуем предыдущие вычисления. Абсолютные координаты точки M_{1A} (в системе координат диаграммы) в ИСО А по условиям задачи имеют вид $M_{1A}(-0.5, 0)$

В принятых обозначениях эта точка имеет вид $M_{1A}(-0.5 + 4, 0) = M_{1A}(3.5, 0)$

Согласно рассмотренным выше правилам преобразования координат при переходе из одной ИСО в другую, координаты M_{1B} в координатах точки встречи в ИСО В приобретают вид

$$M_{1B}(3.5/\gamma, 0) \approx M_{1A}(4.041, 0)$$

Следовательно, абсолютные координаты (в системе координат диаграммы) в ИСО В имеют вид

$$\begin{aligned} M_{1B}(3.5/\gamma - 4, -2.021) &\approx M_{1B}(4.041 - 4, -2.021) = \\ &= M_{1B}(0.041, -2.021) \end{aligned}$$

Формально уравнение преобразования в этом случае имеет вид:

$$t_{M1B} = (t_{M1A} - t_{исх})/\gamma + t_{исх}$$

Уравнение движения ИСО А известно, поэтому координату r_{M1B} события M_{1B} в пространстве ИСО В мы определили как

$$r_{M1B} = -a_{AB} - vt_{M1B} = -2 - 0.5(0.041) = -2.021$$

Параметры точки M_{2B} . Абсолютные координаты точки M_{2A} (в системе координат диаграммы) в ИСО А имеют значения, вычисленные выше

$$M_{2A}(-0.316, 1.842)$$

В координатах точки встречи (считая точку $t_{исх}$ началом координат) эта точка имеет вид

$$M_{2A}(-0.316 + 4, 1.842) \approx M_{2A}(3.684, 1.842)$$

Согласно рассмотренным выше правилам преобразования координат при переходе из одной ИСО в другую (правая сторона рисунка, прямое преобразование), координаты M_{1B} в координатах точки встречи в ИСО В приобретают значения

$$M_{1B}(3.684*\gamma, 0) \approx M_{1B}(3.190, 0)$$

Следовательно, абсолютные координаты (в системе координат диаграммы) в ИСО В имеют вид

$$M_{2B}(3.684/\gamma - 4, 0) \approx M_{2B}(3.190 - 4, 0) = M_{2B}(-0.810, 0)$$

Формально уравнение преобразования в этом случае имеет вид:

$$t_{M2B} = (t_{M2A} - t_{исх})*\gamma + t_{исх}$$

Параметры точки M_{3B} . Абсолютные координаты точки M_{3A} (в системе координат диаграммы) в ИСО А по условиям задачи имеют вид

$$M_{3A}(-0.132, 0)$$

В координатах точки встречи эта точка имеет вид

$$M_{3A}(-0.132 + 4, 0) \approx M_{3A}(3.868, 0)$$

Согласно рассмотренным выше правилам преобразования координат при переходе из одной ИСО в другую, координаты M_{1B} в координатах точки встречи в ИСО В приобретают вид

$$M_{3B}(3.868/\gamma, -2.234) \approx M_{1B}(4.467, -2.234)$$

Следовательно, абсолютные координаты (в системе координат диаграммы) в ИСО В имеют вид

$$\begin{aligned} M_{3B}(3.868/\gamma - 4, -2.234) &\approx M_{2B}(4.467 - 4, -2.234) = \\ &= M_{2B}(0.467, -2.234) \end{aligned}$$

Формально уравнение преобразования в этом случае имеет вид:

$$t_{M3B} = (t_{M3A} - t_{исх})/\gamma + t_{исх}$$

Уравнение движения ИСО А известно, поэтому координату r_{M1B} события M_{1B} в пространстве ИСО В мы определили как

$$r_{M1B} = -a_{AB} - vt_{M1B} = -2 - 0.5(0.467) = -2.234$$

Таким образом, три события с точки зрения ИСО В можно записать в виде

$M_{1B}(0.041, -2.021)$ – излучение тахиона r_3 ,

$M_{2B}(-0.810, 0)$ – поглощение r_3 и излучение тахиона r_4 ,

$M_{3B}(0.467, 0)$ – поглощение тахиона r_4 .

Внимание! Здесь мы видим явное нарушение последовательности событий во времени. Если излучение сигнальной тахиона r_3 и поглощение ответного r_4 произошло в нормальной последовательности, то поглощение сигнального тахиона r_3 произошло до того, как он был испущен. Аналитически мы пришли, как и ожидалось, к сигнализации в прошлое. Однако, изобразить это на диаграмме Пенроуза без замысловатых криволинейных графических построений крайне проблематично. Для работы с инерциальными системами отсчета диаграммы Минковского несравненно удобнее диаграмм Пенроуза, которые для этого малопригодны, на них циркуль и линейка бесполезны. Тем не менее, для построения анимации завершим вычисления и определим уравнения мировых линий тахионов в ИСО В.

Уравнения мировых линий тахионов в ИСО В

Поскольку нам известны координаты всех событий в ИСО В, то уравнения тахионов находим из условия их про-

хождения через пары точек. Найдем решение в общем виде. Пусть тахион проходит через условные точки r_1, t_1 и r_2, t_2 , и имеет скорость v_1 тогда

$$r_1 = a_1 + v_1 t_1$$

$$r_2 = a_1 + v_1 t_2$$

Выделяем неизвестный параметр a_1 из первого уравнения

$$a_1 = r_1 - v_1 t_1$$

Подставляем его во второе уравнение и преобразуем

$$r_2 = r_1 - v_1 t_1 + v_1 t_2$$

После преобразований получаем

$$v_1 = (r_2 - r_1)/(t_2 - t_1)$$

Используем вычисленные значения координат событий

$M_{1B}(0.041, -2.021)$ – излучение тахиона r_3 ,

$M_{2B}(-0.810, 0)$ – поглощение r_3 и излучение r_4 ,

$M_{3B}(0.467, -2.234)$ – поглощение тахиона r_4 .

Подставляя в выражение координаты точек M_{1B} и M_{2B} , находим скорость, параметр a_3 и уравнение тахиона r_3

$$v_3 = (r_2 - r_1)/(t_2 - t_1) = (0 - 2.021)/(-0.810 - 0.041) = -1,923$$

$$a_3 = r_1 - v_3 t_1 = -2.021 + 1,923 * 0.041 = -2,375$$

$$r_3 = a_3 + v_3 t = -1,923 - 2,375t$$

Подставляя в выражение координаты точек M_{3B} и M_{2B} , находим скорость, параметр a_4 и уравнение тахиона r_4

$$v_4 = (r_2 - r_1)/(t_2 - t_1) = (0 + 2.021)/(-0.810 - 0.467) = -1,75$$

$$a_4 = r_1 - v_4 t_1 = -2.234 + 1,75 * 0.041 = -1,417$$

$$r_4 = a_4 + v_4 t = -1,417 - 1,75t$$

Можно сказать, что основные параметры определены, и можно внести их в математическую модель для получения анимированной диаграммы. Но возникает техническая проблема: как на анимации изобразить движение тахиона r_3 из будущего в прошлое?

По большому счету картина движения в прошлое выглядит довольно забавно. Представим вместо тахиона или антитахиона (тахиона с отрицательной энергией), например,

бокал вина, который падает со стола и разбивается. Его движение в прошлое по указанной мировой линии будет необъяснимо. Было бы нелепо утверждать, что и при движении в прошлое бокал тоже падает и разбивается. Поэтому находящийся рядом с ним наблюдатель будет видеть, как осколки собираются в целый бокал, а брызги расплескавшегося вина дружно вернулись в бокал. Именно так должна выглядеть картина движения в прошлое, что бы ни говорили теоретики возрастания энтропии.

Похоже, что настало время попытаться воспользоваться тахионной механикой Recami [5] с её антинаучным принципом переключения (switching procedure - SWP) Штюкельберга, Фейнмана и Сударшана, известным у нас как принцип реинтерпретации. В отечественной литературе есть утверждение [15], что впервые этот принцип был сформулирован Штрумом:

"... Л.Я.Штрумом было сформулировано положение (названное впоследствии ... "принципом реинтерпретации"), решающее проблему причинно-следственных связей при движении со сверхсветовыми скоростями".

Биланюк и Сударшан этот принцип формулируют в следующем виде:

"Мы назвали это "принципом реинтерпретации". Частицы "с отрицательной энергией", сперва поглощенные и затем испущенные, есть не что иное, как частицы с положительной энергией, испущенные и поглощенные в обратном порядке" [8].

Реинтерпретация должна была снять возражения, основанные на принципе причинности, против возможности существования сверхсветовых сигналов и позволить сформулировать непротиворечивую теорию тахионов. Формулировку этого принципа, не меняя её по существу, уточняет Барашенков:

"более точно принцип реинтерпретации следует сформулировать следующим образом: при любом взаимодействии частица, имеющая отрицательную энергию и движущаяся в

конечном (начальном) состоянии реакции обратно во времени, должна интерпретироваться как соответствующая античастица, имеющая положительную энергию и движущаяся вперед во времени в начальном (конечном) состоянии реакции" [7].

Немного иначе этот же принцип, упомянутый под названием "принцип переключения", формулирует Чонка:

"... O' , который видит частицу с отрицательной энергией, движущуюся назад во времени от $t_A(O')$ к $t_B(O')$, должен считать, что он видит частицу с положительной энергией, испущенную в момент $t_B(O')$ и движущуюся в прямом направлении во времени к $t_A(O')$. Соответственно O' не будет наблюдать никакого нарушения запаздывающей причинности" [32].

Тем не менее, даже элементарный анализ явления с позиций этого принципа и специальной теории относительности неизбежно приводит к абсурдам, которые лишь в редких случаях удастся скрыть, завуалировать. Движение в прошлое и причинные парадоксы пытаются оправдать, например, использованием хитрых псевдонаучных терминов вроде "опережающей причинности". В частности, Барашенков описывает абсурдную ситуацию, когда случайным образом вибрирующая частица исполняет сонет Шекспира. Кроме того, есть некоторое несоответствие с нашим случаем. Принцип реинтерпретации говорит о движущихся в обратном направлении времени частиц с отрицательной энергией. Но в нашей задаче изначально таких частиц нет, их придётся аналогичным образом реинтерпретировать. Другими словами, наш тахион t_3 с положительной энергией нам придётся считать тахионом с отрицательной энергией. Это, в общем-то, не проблема. Проблема в ином. На диаграмме мы четко видим, как в момент свершения события M_2 (поглощение тахиона t_3 и излучение тахиона t_4) из этой точки в ИСО В *одновременно* излучаются две частицы. Не имеет значения, что это за вторая частица, но имеет значение сам факт такого излучения.

Наблюдатель ИСО В уверенно может заявить: получил r_3 и излучил r_4 , только её и больше ничего.

Но и это не всё. На диаграмме ИСО В сам процесс излучения начался без каких-либо оснований. По времени наблюдатель ещё не получил сигнального тахиона, так почему он начал свой процесс ответа? Таким образом, парадокс сигнализации в прошлое неустраним. Он является исключительным свойством специальной теории относительности, когда её распространяют на сверхсветовые сигналы. В физике Ньютона таких проблем нет.

Однако, мы все-таки завершим начатую работу и заменим наш реальный тахион r_3 на антинаучную выдумку – некий антитахион r'_3 или тахион с отрицательной энергией, не вкладывая в это понятие никакого смысла.

Полученные анимированные диаграммы Пенроуза представлены на рисунке

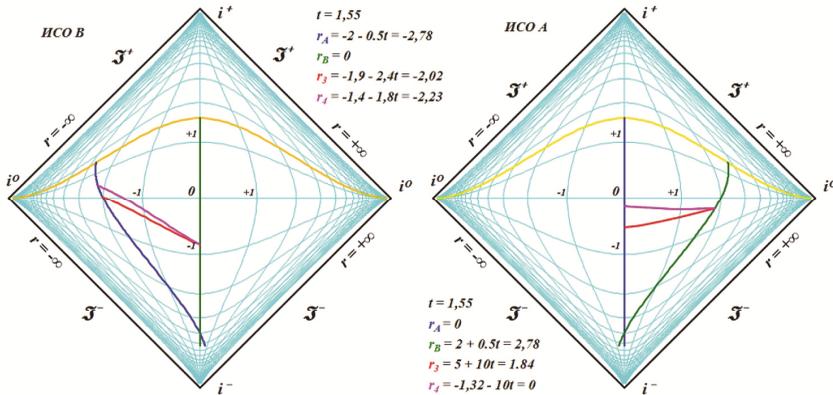


Рис.3.6. Анимированные диаграммы Пенроуза для ИСО, обменивающихся тахионами. Кадр из анимации [6]

Действительно, на диаграмме нет заметных парадоксов или противоречий. Очевидно, что тахионы движутся по пространственноподобным геодезическим, но это задано условиями задачи. Можно довольно уверенно заметить, скорость тахионов в ИСО А заметно выше, чем в ИСО В. Это означает, что скорость тахиона не инвариантна. Более того, всегда

можно найти такую ИСО, в которой его скорость будет бесконечной [24]. И лишь внимательный взгляд позволит заметить, что на двух соседних диаграммах у двух событий очередность наступления меняется. Криволинейная сетка координат заметно ухудшает визуализацию.

Очень яркой демонстрацией искажений на диаграммах Пенроуза являются приведённые выше диаграммы простых фигур – кругов и стилизованных изображений секундомера. Однако, это просто визуальные искажения, неотъемлемое свойство криволинейных координат, не нарушающее геометрических отношений между элементами.

4. Диаграмма для вечной Черной дыры

В литературе можно встретить наглядные графические иллюстрации на диаграммах Пенроуза для шварцшильдовской вечной Черной дыры. Эти диаграммы класса б), согласно предложенной классификации, имеют принципиальное отличие от рассмотренных выше "полноразмерных" диаграмм. Суть заключается в следующем. Как и на декартовых, на полярных диаграммах показано всё пространство-время:



Рис.4.1 Простейшая диаграмма Черной дыры [19].

Такое изображение пространства-времени обладает интересной особенностью. Пространство-время на ней изображено в полярной системе координат, координата максимально удаленной точки – это бесконечная длина радиус-вектора. Минимальное удаление соответствует нулевому значению радиус-вектора и совпадает с сингулярностью или центром Черной дыры. На диаграммах эта начальная, нулевая координаты изображены в "перевернутом" виде и обозначена как сингулярность.

Однако, левый горизонт событий $r = 2M$ на диаграмме выглядит разделенным на два отрезка, хотя по смыслу оба верхних горизонта образуют единый сингулярный треуголь-

ник. Поскольку правый горизонт событий "соприкасается" с внешним пространством по отношению к Черной дыре, что возникает не совсем оправданное желание "приложить" к левому горизонту тоже какое-то внешнее пространство-время. Но одно уже есть – наша Вселенная, то второе, рожденное на кончике пера пространство, естественно, получило название параллельной Вселенной, а касающийся её горизонт событий стал параллельным горизонтом. При этом сразу же стала заметна и четвертая область – нижняя часть между Вселенными. Возникает симметричная картина. Такая ситуация очень привлекательна и эту четвертую область назвали Белой дырой, пририсовав к ней и вторую сингулярность. Очень красочно это показано на рисунке:



Рис.4.2. Диаграмма Пенроуза для Черной дыры [19]. Диаграмма соответствует традиционному изображению диаграммы шварцшильдовской Черной дыры.

Однако, рассмотрим эти горизонты внимательнее, поскольку "параллельный мир" на диаграмме Пенроуза для шварцшильдовской Черной дыры позволяет задаться вопросом, а корректна ли такая диаграмма? Можно предположить, что Белая дыра и параллельная Вселенная появились как

следствие интерпретации систем координат Крускала-Шекерса, Картера-Пенроуза.

Для дальнейшего анализа и большей определенности воспользуемся максимально полной в смысле обозначений диаграммой, приведенной в одной из лекции по общей теории относительности рис.4.3.

На диаграмме пространственная координата обозначена буквой ρ , в остальном она полностью совпадает с рассмотренными ранее, при этом по обозначениям является наиболее полной. В дальнейшем, чтобы различать диаграммы разных видов, диаграммы с горизонтом событий $2M$ будем называть $2M$ -диаграммами Пенроуза.

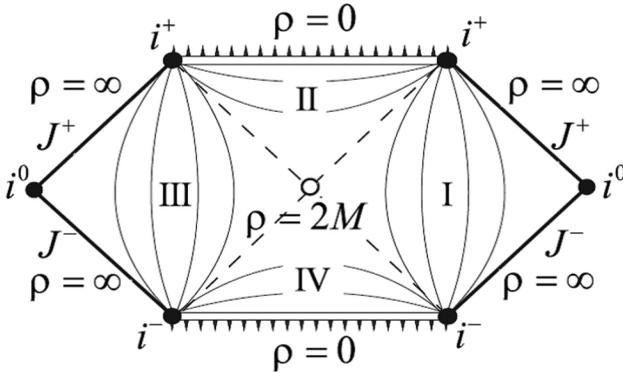


Рис.4.3 Диаграмма Пенроуза для решения Шварцшильда [12, рис.1.2; 30, с.173].

В лекции отмечено, что в блоках II и IV пространственная координата *временеподобна*. И здесь мы вынуждены обратить внимание на явное противоречие двух цитированных авторов [27] и [12]. Приведём для сопоставления их описания переменных. Первый автор и некоторые другие дают такое определение:

i^0 - пространственноподобная бесконечность; [27, рис.2; 25; 16, с.131]

Второй автор (в лекции) такое:

i^0 - времениподобные пространственные бесконечности [12].

Далее первый автор и некоторые другие дают еще одно определение:

i^+ - времениподобная бесконечность будущего;

i^- - времениподобная бесконечность прошлого

[27, рис.2; 25; 16, с.131].

Второй автор (в лекции) – такое:

i^+ - пространственноподобные бесконечности будущего;

i^- - пространственноподобные бесконечности прошлого [12].

Два автора, как видим, одним и тем же точкам присваивают противоположные значения. Но может ли какая-либо величина быть одновременно и времениподобной и пространственноподобной? Из этого, очевидно, должен следовать вывод, что в лекции допущены ошибки.

На данной диаграмме мы находим визуальное подтверждение одного примечательного определения, которое часто используют при описании процесса падения на сингулярность Черной дыры. Некоторые авторы говорят примерно так:

"...пространство и время поменялись местами" [19].

Кауфман, рассматривая пространственно-временную сетку координат на диаграмме Крускала-Секереша, отмечает, что внутри горизонта событий гиперболические линии постоянных расстояний ориентированы в общем горизонтально. Визуально это означает, что под горизонтом событий линии постоянного расстояния имеют пространственноподобное *направление*, из чего и делается вывод, что пространство ведет себя внутри горизонта событий подобно времени. [13, с.167].

Мы пока не будем выяснять справедливость такого утверждения, а просто обратим внимание на то, что на рассматриваемой диаграмме пространство в области II, действительно, изображается таким же образом, как время в области

I. В описании к диаграмме мы видим, что в области II радиальная координата ρ или r стала пространственноподобной, а время (его линии на диаграмме не изображены), соответственно стало времениподобным. В области I, наоборот, радиальная координата привычно времениподобна, а координата времени – пространственноподобна. Получается, что и на самом деле картина выглядит так, будто в области II время и пространство поменялись местами.

Кроме этого, обращаем внимание ещё на одну деталь. В самых общих изображениях диаграмм указываются два класса линий – $r = \text{const}$ и $t = \text{const}$. Здесь же на нескольких диаграммах мы видим только обозначение $r = \text{const}$. Другая группа линий $t = \text{const}$ отсутствует. Далее мы увидим, что на диаграммах Пенроуза с левыми горизонтами событий $r = 2M$ линии времени $t = \text{const}$ попросту невозможны, поскольку возникает анизотропия времени. Это означает, что в каждой точке $2M$ -диаграммы у каждого момента времени есть два значения, которые зависят от пути. Может быть, цитируемые авторы этих диаграмм имеют такое же мнение? Невозможны также и линии $r = \text{const}$, поскольку происходит разрыв геодезических.

Сейчас же мы обратим внимание на предысторию диаграммы и соотношение областей I и III. В лекции они прорисованы весьма красочно:

"Максимально продолженное решение Шварцшильда описывает две вселенные: I и III. Мы находимся либо во вселенной I, либо в III. Эти вселенные между собой не связаны причинно: никакой наблюдатель из вселенной I не может попасть во вселенную III и наоборот, т.к. никакие их точки нельзя соединить времени- или светоподобной кривой. При этом у наблюдателя из вселенной I есть две возможности: либо жить вечно, чему соответствуют времениподобные кривые, уходящие в пространственноподобную бесконечность будущего i^+ (она изображена закрашенным кружком в верхнем правом углу диаграммы), либо за конечное соб-

ственное время угодить в черную дыру $\rho = 0$ после пересечения горизонта" [12].

Оставим без внимания ошибочное название времени-подобной бесконечности i^+ , а рассмотрим обоснованность рождения параллельной Вселенной. Формально несогласие заключается в том, что параллельный мир, вторая сингулярность имеют довольно сомнительные основания. По большому счету в этом нет никаких математических проблем, более того, "максимальное продолжение" имеет большие возможности. Увидеть их можно, если задать несколько довольно простых вопросов. Например, сколько в природе существует таких "вечных шварцшильдовских Черных дыр"? Считается, что Черные дыры имеются в центрах всех галактик, которых насчитывается многие миллиарды. Проанализируем несколько вариантов существования: единственная вечная Черная дыра; две и более.

Сам факт наличия единственной "рядовой" вечной дыры выглядит довольно искусственно и порождает дополнительные вопросы: где она расположена? почему она только одна? Такую уникальность практически невозможно обосновать. Есть лишь одно более-менее осмысленное объяснение, связанное с наличием Белой дыры и её сингулярности. Можно встретить трактовку, что эта Белая дыра и является источником рождения нашей Вселенной, а её сингулярность – это и есть та точка, в которой зародилось наше пространство-время. Но в этом случае на диаграмме этой вечной дыры теряет смысл понятие "наша Вселенная", поскольку у нашей Вселенной есть "дата рождения", а на диаграмме она вечная, то есть, никогда не рождалась. С другой стороны, согласно диаграмме все события движутся в одном направлении – к горизонту событий теперь уже Черной дыры. Получается, что все объекты нашей Вселенной должны двигаться в одном направлении к некоему центру, либо по орбитам вокруг него. Это явно противоречит наблюдениям. Отсюда неизбежно следует вывод, что источником нашей реальности такая вечная Черно-белая дыра быть не может. Соответственно, и

максимально расширенную диаграмму Пенроуза рассматривать в этом плане нельзя.

Другая картина возникает в случае двух и более вечных Черных дыр. Здесь остаются в силе рассмотренные доводы против единственной дыры и появляются новые. Рассуждения могут иметь, например, такой вид.

Давайте взглянем на диаграмму [12, рис.1.2] со стороны верхней сингулярности. Диаграмма эта – плоский чертеж, изображающий трехмерную реальность с её 2-сферами. Как известно, графически изобразить четырехмерное пространство довольно проблематично. Но здесь мы имеем плоское изображение, и ничто не мешает добавить третью координату, посмотрев на это изображение на чертеже сверху, с торца листа. Как принято в машиностроительных чертежах, просто добавляется пометка "Вид сверху". Итак, делаем эту пометку и смотрим:

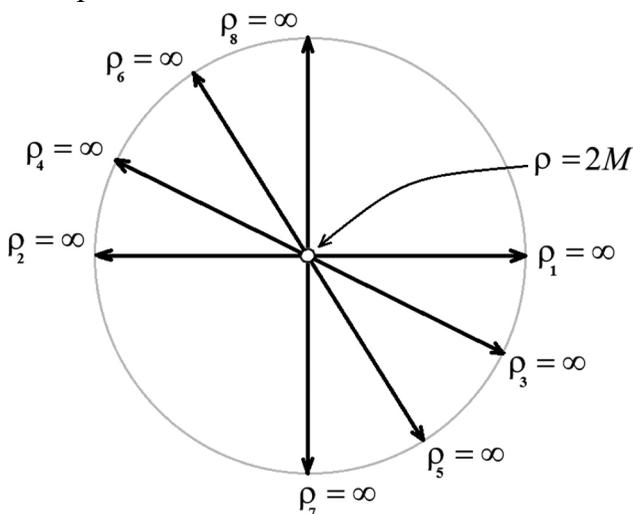


Рис.4.4. Вид сверху на "максимально продолженную" диаграмму Пенроуза из [12, рис.1.2]

Горизонтальная линии – это то, как выглядит диаграмма [12, рис.1.2] на виде сверху. Поскольку добавленная Вселенная названа второй, то нашу Вселенную, видимо, мы про-

нумеруем первой. В центре рисунка показана седловая точка. Через неё мы провели еще несколько таких же диаграмм, как и рассматриваемая. Понятно, что вновь добавленные Вселенные имеют собственные номера. Добавить, по понятной причине, мы можем вообще бесконечное число Вселенных. Попасты из одной Вселенной в любую другую невозможно, как это показано на диаграмме-оригинале. При этом верхняя и нижняя сингулярности превращаются в конусы "всеобщего рождения и поглощения" Вселенных, поскольку все они имеют по одной, общей для всех Белой и Черной дыре. Таким образом, максимально расширенная диаграмма непротиворечиво допускает существование не одной, а множества параллельных миров. Но в этом заключается и её парадоксальность, противоречивость. Невозможно обосновать, почему вечных Черных дыр может быть только две. Тогда сколько? Миллиарды? Компромиссно мы приняли, что их только семь: на рисунке "вид сверху" мы условно изобразили 8 Вселенных, одна из которых – наша. Теперь вновь вернемся к рис.4.3. Нет никаких причин отрицать, что на нём изображена одна из этих семи Черных дыр во Вселенной. Эта диаграмма одинаково относится к каждой из них. Но в этом случае следует признать очевидное: каждая из этих Черных дыр для нашей Вселенной должна иметь *собственную* параллельную Вселенную, соединённую с нашей седловой точкой.

Обращаем самое пристальное внимание на это обстоятельство! Наша Вселенная одна-единственная, мы живем в этой единственной для нас Вселенной, никакой другой нашей Вселенной просто не может быть. И с этой единственной нашей Вселенной через седловую точку соединены другие, параллельные Вселенные. Это означает, что все эти параллельные Вселенные соединены друг с другом через нашу Вселенную, имеют друг с другом одну-единственную, *общую* для всех них седловую точку. Можно ли рассматривать вариант, что в нашей Вселенной таких седловых точек несколько? Но ведь это – горизонты событий, изобразить даже два из

которых на одной общей для них диаграмме просто *невозможно*.

Отметим некоторую противоречивость в терминологии. В научной и художественной литературе принято называть параллельным миром такой мир, который во многом совпадает с нашим. Но на диаграммах вечной Черной дыры нет никаких признаков, что события в нашей Вселенной совпадают с событиями в другой, сопряженной Вселенной. Поэтому называть его параллельным вряд ли возможно. В этом втором мире практически обязательно должны отсутствовать наша Земля, Солнце, Млечный путь. Между нашей и этой Вселенной совсем не обязательны какие-либо сходства.

Добавим, что вообще гипотеза множественности миров крайне противоречива. Есть многомирие Линде, альтерверсы квантовой интерпретации Эверетта, ландшафты теории суперструн и некоторые другие гипотезы о параллельных мирах. Все эти гипотезы плохо стыкуются друг с другом. При этом их альтернативой является представление материалистической философии о единственной вечной и бесконечной материи, которое не требует божественного, по сути, рождения из сингулярности, то есть, из ничего, нигде и никогда. Всё наблюдаемое, а также, возможное для наблюдения в принципе или в принципе невозможное для наблюдения, является проявлением свойств, движения этой единственной субстанции – материи.

Иначе можно нарисовать довольно неестественную картину: в каждом из множества миров Линде происходит квантовое эвереттовское размножение миров, в каждом из которых существует свой ландшафт М-теории, теории суперструн со множеством многообразий Калаби-Яу.

Вместе с тем, можно обнаружить, что вторая (и другие) Вселенные на полярных диаграммах Пенроуза являются исключительно свойством этих диаграмм. На декартовых диаграммах Пенроуза эти дополнительные Вселенные не появляются.

Вечная Черная дыра в декартовых координатах

Рассматриваемое максимально продолженное решение Шварцшильда сделано в полярных координатах, но на диаграммах в декартовых координат, такое "максимальное продолжение" невозможно, поскольку левая часть, та, что "максимально продолжена", присутствует изначально, без всяких продолжений. Расширять, продолжать диаграмму просто некуда. Действительно, рассмотрим диаграмму Пенроуза на базе декартовой системы координат. Сначала класса в) – для коллапса нейтронной звезды.

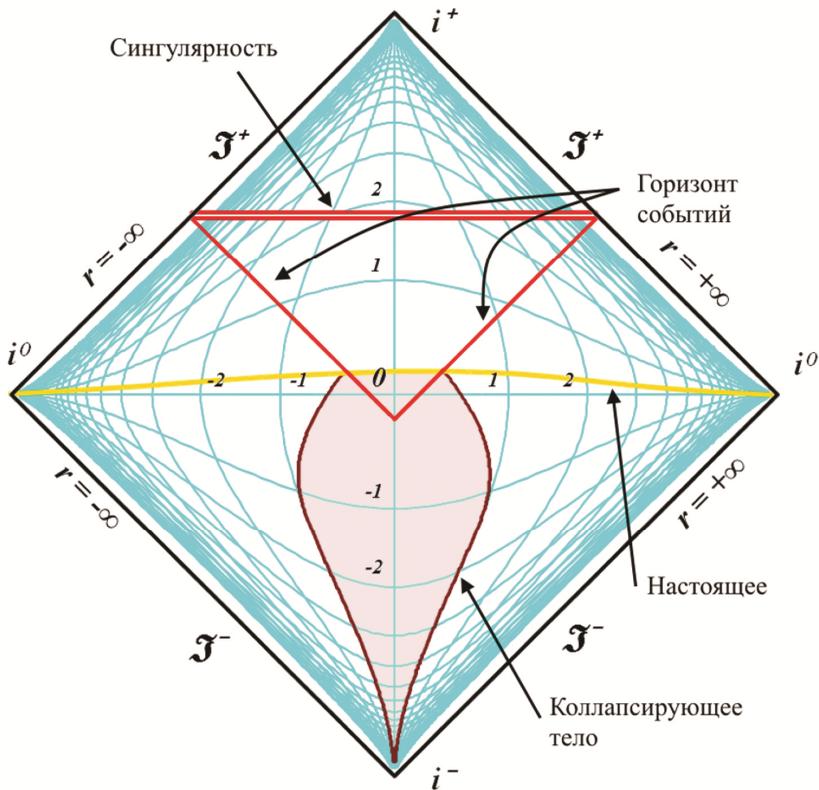


Рис.4.5. Коллапс на декартовой диаграмме Пенроуза. Координаты внутри сингулярного треугольника не показаны

Очевидно и бесспорно, что при коллапсе нейтронной звезды на диаграмме должен быть изображен точно такой же треугольник верхней сингулярности, как на рис.4.2 и рис.4.3. Легко обнаружить полное сходство правой половины этой декартовой диаграммы с традиционной полярной, для этого нужно просто закрыть её левую половину. На диаграмме вечной Черной дыры, максимально продолженной сингулярности (сингулярные треугольники) изображается корректно, полностью, без отбрасывания левой части.

И сразу же мы обнаруживаем, что на такой декартовой диаграмме нет никакой возможности дорисовать ни антипараллельный горизонт, ни параллельную Вселенную. Не в этом ли причина отказа от декартовых координат в пользу полярных? Даже если мы на диаграмму добавим Белую дыру, параллельная Вселенная всё равно не появится. Такая декартова диаграмма с Белой дырой и соответствующей ей сингулярностью будет иметь вид:

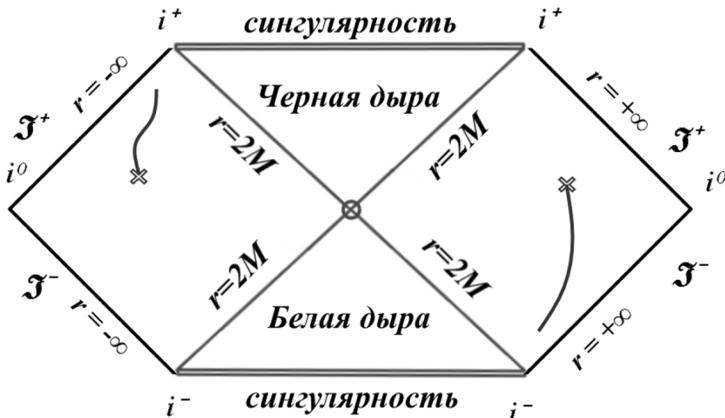


Рис.4.6. Декартова ДП вечной ЧД. Линии с крестиком – орбитальное движение события вокруг Черной дыры.

Получилась диаграмма, практически тождественная рассмотренной выше "максимально продолженной" диаграмме в полярных координатах. Есть ли право на существование у этой декартовой 2M-диаграммы? Мы получили в

дополнение к традиционной Черной дыре вполне обоснованную, непротиворечивую Белую дыру и два 2M-горизонта событий в правой и левой частях диаграммы. Рождение всех этих особенностей ничем не отличается от их рождения в полярных координатах. Но при этом следует определенно заявить, что никакая корректная замена координат не должна давать несовместимые, противоречивые, взаимоисключающие результаты. В декартовых диаграммах Пенроуза нет и быть не может странных вторых Вселенных, возникающих при "максимальном продолжении".

Здесь возможно такое возражение: попасть из левой части диаграммы в правую *невозможно*. То есть, диаграмма все-таки как бы делит всю реальность на две несвязанные области. Но нет, это некорректное возражение. Невозможно попасть из одной части Вселенной в другую только в одном случае – если двигаться *через горизонты событий*, через центр Черной дыры. Нужно просто вспомнить, что диаграммы Пенроуза изображают события на одной линии, проходящей через центр (сингулярность) Черной дыры, так называемые 2-сферы. Если же двигаться вокруг Черной дыры, то нет никаких препятствий для перехода из правой части диаграммы в левую и наоборот. Такая мировая линия будет иметь довольно непривычный вид, показанная на рисунке линией с крестиками. Справа событие движется в положительной области Вселенной, затем, в точке, помеченной крестиком, оно перемещается по орбите вокруг Черной дыры. Через пол-оборота событие оказывается в отрицательной области Вселенной, на левой стороне диаграммы.

Таким образом, мы видим на двух разных типах диаграмм Пенроуза две явно несовместимые картины: наличие и отсутствие второй, параллельной Вселенной, возможность и невозможность перехода из одной половины диаграммы в другую.

Видимой причиной такого расхождения является неверная трактовка, а более точно, просто ошибочность такого "максимального продолжения". Вряд ли уместно вводить

какой-нибудь новый "диаграммно-координатный принцип относительности", согласно которому количество миров должно зависеть от того, какую координатную систему мы используем.

Но, может быть, при построении декартовой диаграммы была допущена ошибка? Хотя преемственность диаграмм на самом деле все-таки обратная, нет никаких сомнений, что формальным прототипом рассмотренной декартовой диаграммы является такая же *полярная* диаграмма для коллапса нейтронной звезды. Какими бы ни были возражения против этого, в данном случае у нас есть веские основания изобразить диаграмму вечной черной дыры в *декартовых* координатах. Что может нам запретить это сделать? Следовательно, методика построения декартовой диаграммы вечной дыры совпадает с методикой построения полярных диаграмм и не может быть источником искажений.

И действительно, принципиальных геометрических различий у декартовых и полярных диаграмм Пенроуза нет. Есть только, скажем так, эстетические расхождения. На декартовых диаграммах Пенроуза мировые линии не имеют изломов. При движении с постоянной скоростью от минус бесконечности к плюс бесконечности через нулевую точку их мировая линия имеет вид плавной кривой без изломов. В случае полярных координат такая мировая линия в момент пересечения нулевой точки ($r = 0$) зеркально отражается от центра симметрии, имеет в этом месте излом по правилу "угол падения равен углу отражения". Где-то внутри математического формализма при этом должен быть учтен поворот полярного угла на 180 градусов. Иначе на диаграммах возможны мировые линии, движение по которым одновременно происходит в двух диаметрально противоположных направлениях от центра, две мировые линии сливаются в одну.

Однако, есть и глубинная, неустранимая особенность полярных координат. Как обнаружено, они допускают искажения в виде параллельных Вселенных, не имеющих физических оснований. Рассмотрим подробнее, почему это про-

исходит, как была построена полярная диаграмма для вечной черной дыры.

Коллапс нейтронной звезды

Если внимательно рассмотреть приведенную выше декартову диаграмму коллапса нейтронной звезды в черную дыру, то можно заметить, во-первых, её значительное сходство с полярной диаграммой и, во-вторых, некоторую неясность с обозначением горизонтов. Действительно, просто приписать рядом с горизонтами значений $r = 2M$ нельзя. Иначе возникает двусмысленность: правый горизонт, несомненно, будет $r = 2M$, то есть положительный. Но тогда слева горизонт должен тоже соответствовать знаку своей пространственноподобной бесконечности, то есть, должен быть отрицательным. Но в этом случае линии координатной сетки $r = \text{const}$ внутри сингулярного треугольника теряют смысл.

Однако, проблемой это не является. На самом деле знак горизонта зависит от истории движения события – слева направо или наоборот. Для большей наглядности можно разделить диаграмму на две для каждого из направлений:

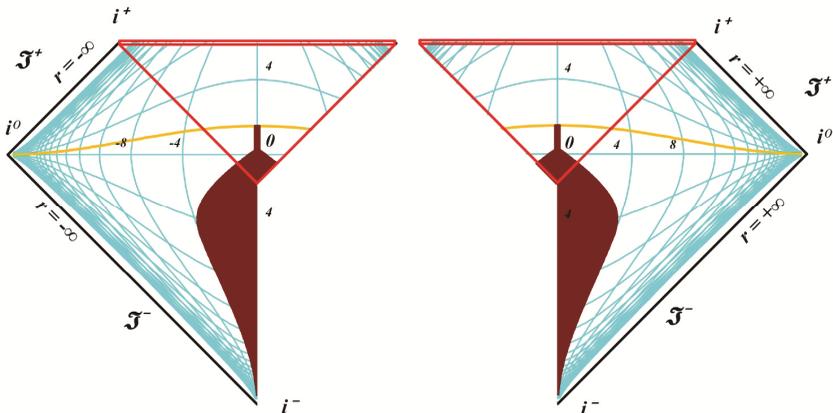


Рис.4.7. Сходство декартовых и полярных диаграмм Пенроуза. Координатная секта вблизи сингулярности не показана.

Теперь оба горизонта у каждого сингулярного треугольника имеют одинаковые знаки. На общей диаграмме эти два сингулярных треугольника визуальны, не сливаясь, накладываются друг на друга. Никаких противоречий это не вызывает, особенно если вспомнить, что на традиционных полярных диаграммах выступающая за начало координат часть треугольника вообще отбрасывается.

Кроме того, стало хорошо заметно сходство полярных и декартовых диаграмм. Правая половина декартовой диаграммы, как и предполагалось, в точности совпадает с полярной. И левая, как видим, тоже соответствует полярной диаграмме, если изменить знак радиус-вектора. Добавим, что наложенными являются только выступающие части сингулярных треугольников, остальная часть декартовой диаграммы едина, монолитна.

Процесс коллапса нейтронной звезды имеет достаточно простое описание. На протяжении длительного времени звезда поглощает падающее на неё вещество, постепенно увеличивая свою массу и размеры. Захватив критическую массу внешнего вещества, звезда начала стремительно сжиматься, коллапсировать. По завершению коллапса возникает горизонт событий диаметром $4M$, который сохраняется на протяжении продолжительного времени. Это и изображено на диаграмме.

Следующим этапом является преобразование диаграммы коллапса нейтронной звезды в диаграмму вечной Черной дыры. Можно отметить два принципиальных подхода к этой процедуре. Первый – это на диаграмме коллапса нейтронной звезды добавить нижний сингулярный треугольник со всеми сопутствующими обозначениями. Очевидно, что при этом сама по себе параллельная Вселенная не возникает. Верхний сингулярный треугольник, Черная дыра до этого момента не имела никаких "максимальных продолжений", поэтому и добавление Белой дыры с её сингулярным треугольником также не предполагает появления бесконечных горизонтов. Но эти бесконечности все-таки добавляю-

ся, а знаки их, по очевидным соображениям, также выбираются положительными. Однако, такой способ неприменим в случае декартовых координат. При этом добавление Белой дыры вообще исключает возможность добавление произвольных элементов. Такое противоречие демонстрирует, по меньшей мере, искусственность параллельной Вселенной.

Второй подход в формировании диаграммы вечной Черной дыры – это простая замена левых горизонтов на горизонты событий $r = 2M$. Возникает диаграмма, похожая на исходную, ромбовидную декартову диаграмму Пенроуза. На этой диаграмме сингулярные треугольники отсутствуют, поэтому процессы внутри них не рассматриваются. Вместе с тем, эти диаграммы, которые далее будем именовать 2М-диаграммами, имеют геометрически точно такие же свойства, что и диаграммы вечной черной дыры и диаграмм коллапса нейтронной звезды. Например, сетка расстояний в принципе не может быть равномерной, с равными интервалами, а время на таких диаграммах становится анизотропным, зависит от направления движения событий.

Показательная функция для 2М-диаграммы

Пожалуй, при первом знакомстве с 2М-диаграммой Пенроуза, диаграммой для шварцшильдовской вечной Черной дыры, обязательно должен возникнуть вопрос о важнейшей характеристике любой системы координат, о её начале. Чему равна координата центра правого ромба на максимально расширенной диаграмме, если значения её границ определены? Вряд ли удастся найти в литературе и интернете эту информацию. Но для реалистичных построений без неё невозможно обойтись. Действительно, слева координаты нам точно известны – это $2M$. Справа – бесконечность. Отсюда с неизбежностью следует, что мы определенно можем присвоить центру квадрата какое-то конечное значение координаты r . Если задуматься, то можно обнаружить, что это значение мы можем выбрать любым, на свой вкус. Выбрать можно

10M, можно 1000M и даже $10^{16}M$, но всегда больше 2M. Это не противоречит смыслу рисунка. Просто этим выбором мы как бы устанавливаем своё удаление от горизонта Черной дыры, считая своё положение в центре координат. Можно взять значение $r = 2.125M$ или 4M, допустимо всё. Однако, если порассуждать, что последнее значение более предпочтительно, поскольку имеет довольно хороший смысл. Рассмотрим подробнее.

Дело в том, что две половины диаграммы Вселенной (область I) неравноценны в смысле шкалы расстояний. Нам ведь нужно нанести на диаграмму сетку, деления по оси r , гарантировав при этом конформность и горизонты. Угол наклона всех светоподобных геодезических должен быть равен 45 градусам. Равномерная сетка при этих условиях невозможна в принципе. Вправо мы можем легко нанести деления с интервалом, например, в 1M. В этом случае деления, согласно уравнениям конформного преобразования, будут укорачиваться по мере удаления вправо на бесконечность. Но влево это не так наглядно, там всего два целочисленных деления или конечное их количество. При этом мы точно знаем, что последнее деление пройти вообще невозможно, оно является горизонтом. Чем ближе мы будем к горизонту, тем медленнее будем к нему приближаться. Построить такую геодезическую, имея всего одно (или несколько) деление на интервале, не просто проблематично, это невозможно.

Можно поступить следующим образом. Вправо, как мы видели, деления отображают одинаковые интервалы, но изображены разными отрезками. Шкалу влево мы так же можем разметить отрезками разного размера. Только они уже не будут отображать одинаковые интервалы. Для того, чтобы уложить на левой стороне длиной 2 бесконечно большое число интервалов, нужно, чтобы в сумме они давали ровно 2, то есть, шкалу от 2 до 4.

В математике такая последовательность хорошо известна, это степенной ряд 2^{-n} . Сумма этого бесконечного ряда

равна 2, что нам и нужно. Значения делений, то есть, метки на оси r будут иметь вид:

2M ... 2.03125M, 2.0625M, 2.125M, 2.25M, 2.5M, 3M, 4M
Шкала заканчивается числом 4M в центре области I. Легко заметить, что длины отрезков (интервалы) и есть значения членов ряда 2^{-n}

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \dots + \frac{1}{2^\infty} = 2$$

Такая "красивая", целочисленная в степенях двойки шкалы описывается простым уравнением $y(n) = 2^{-n}$. Номера делений шкалы справа налево будут соответствовать номерам n , а значения делений – соответствующим числам 2^{-n} :

$$1 + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \dots$$

При этом возможны все промежуточные, нецелые значения параметра n . Алгоритм преобразования текущих значений r в новые r_n простой функциональный $r_n = 2^{-r}$. То есть, чтобы найти деление, соответствующее некоторому значению r , нужно просто возвести в степень r основание $1/2$. При бесконечном возрастании текущих координат события, преобразованные координаты r будут, как видим, стремиться к горизонту событий $r = 1$. Следовательно, граница разделения шкалы r на такой диаграмме Пенроуза – это значение 3M. При больших значениях, до этой точки $r_n = r$, а после него, меньших, чем 3M – преобразованные по указанному уравнению.

Таким образом, на рассматриваемую диаграмму мы наносим линии сетки r точно так же, как на обычную диаграмму Пенроуза, отображающую всё пространство-время, но метки делений указываем иначе. Однако, в этом случае возникает другая проблема – как нам изображать геодезические при пересечении границы раздела $r = 3M$? Действительно, если мы будем строить светоподобную геодезическую влево, то её любое уравнение будет давать значения, заведомо превышающие $r = 2$. Например, уравнение $r = 3 - t$. Уже в

момент времени $t = 1$, координата окажется в точности на горизонте событий. А дальше?

Шкала расстояний получилась вполне корректной, но теперь нам нужно как-то "уложить" в этот интервал геодезические бесконечной длины по их уравнениям. Для того, чтобы разобраться с этим, рассмотрим рисунок. На рисунке изображена сформированная нами диаграмма Пенроуза с нужным горизонтом событий $r = 2$ и светоподобной геодезической $r = 3 - t$. На диаграмме она показана красной линией.

Справа на рисунке приведена таблица перевода обычных координат геодезической в координаты с горизонтом $r = 2$ для произвольной функции $r = 3 - t$. Хорошо видно соответствие исходной шкалы и шкалы, сжатой до горизонта $r = 2$. Можно считать, что для интервала $r < 4$ геодезическая построена по данным из первой и третьей колонок, а для интервала $r \geq 4$ из первой и второй колонок. Таблица составлена для эмпирического уравнения преобразования координат $r_2 = 2 + 2^{-3+(3-t)}$

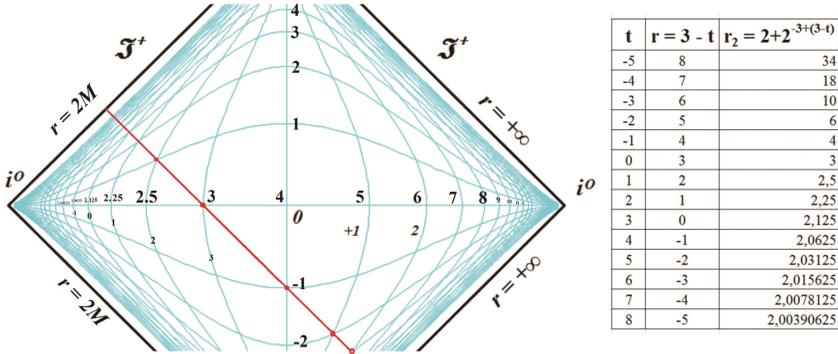


Рис.4.8. Диаграмма Пенроуза для вечной Черной дыры

На самом деле геодезическая целиком построена по данным из первых двух колонок, по шкале, влево негласно имеющей прежние обозначения 4, 3, 2, 1, 0, -1 и так далее. В обоих случаях (двух разных шкал) считается, что текущее время, его изменение соответствует неподвижному наблюдателю. Но координата r соответствует его наблюдениям по

обозначениям сжатой шкалы 4, 3, 2.5, 2.125 и так далее. Это и означает, что никакая геодезическая не сможет достичь горизонта. При возрастании времени до бесконечности, конечная точка всегда будет меньше 2.

Итак, шкала диаграммы в диапазоне от 2 до 3 сжата в соответствии со степенной функцией 2^{-t} и координаты на ней хорошо аппроксимируются функцией $r_2 = 2 + 2^{-3+(3-t)}$, подобранной для конкретной геодезической $r = 3 - t$. Поэтому на экран можно выводить информацию для радиуса r геодезической из колонки 3. Но время t из колонки 1 мы использовать не можем, так как значения функции, радиусы r будут некорректными, не соответствующими этим моментам времени. Например, в рассмотренном случае $r(1) = 2.5 \neq 3 - (1) = 2$. Следовательно, время тоже необходимо пересчитать, то есть: $2,5 = 3 - t$, откуда, $t = 0,5$. Физически такое преобразование можно трактовать как замедление времени. Это значит, что для внешнего наблюдателя по мере приближения события к горизонту сокращается не только расстояние, но и темп хода часов в системе отсчета события.

Преобразования координат должны производиться уже после достижения $r \leq 4$. Очевидно, что на интервале $3 < r < 4$, график функции нелинейный по сравнению со шкалой диаграммы с левым *бесконечным* горизонтом, поэтому на этом интервале тоже необходимы преобразования. Чтобы различать эти два типа диаграмм – с бесконечным горизонтом слева и с горизонтом $2M$, последним мы выше присвоили наименование $2M$ -диаграммы Пенроуза.

В конечном счете, формально, в словесной форме алгоритм преобразований можно представить так:

Если $r(t) \leq 3$ то

Преобразовать и вычислить новые r и t по уравнениям:

$$r_{\text{new}} = 2 + 2^{-3+r(t)}$$

$$t_{\text{new}} = f(r_{\text{new}})$$

где $f(r_{\text{new}})$ – обратная функция для $r(t)$

Однако, эти эмпирические уравнения имеют подозрительную константу в показателе степени – минус 3. Она в точности равна свободному члену в рассмотренном уравнении геодезической, что должно насторожить. Поэтому для уточнения рассмотрим ещё одно произвольное уравнение геодезической: $r = 2.5 + t$. Она изображена на диаграмме зеленой линией. В правой дополнительной таблице зеленым фоном отмечены отброшенные данные, которые мы не можем использовать. И мы обнаруживаем несоответствие. Что-то в уравнении не учтено.

В правой таблице на рисунке видно, что нулевому значению времени, согласно используемому преобразованию, соответствует координат 2.707, хотя очевидно, что координата должна быть равна 2.5. Пробуем исправить явно удачное уравнение преобразования эмпирически, наугад, просто подбирая показатель степени, добиваясь, чтобы в точке $t = 0$ уравнение давало значение свободного члена.

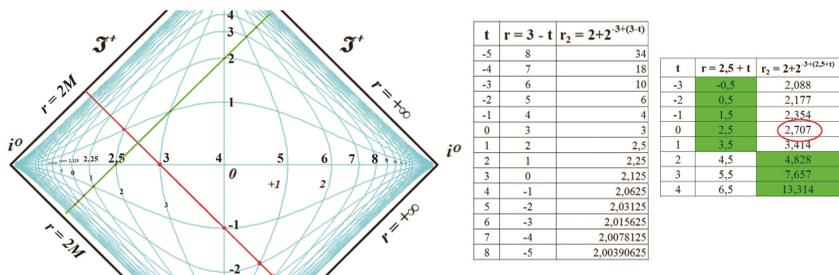


Рис.4.9. Отклонения в функции преобразования

После нескольких попыток это удалось, и функция преобразования дала правильный результат – рис.4.10. Подбор оказался успешным, значение функции в нулевой точке 2.5 равно свободному члену. При этом исчезло подозрительное равенство константы в показателе степени и свободного члена уравнения. Построив по такому же алгоритму подбора, угадывания еще несколько таблиц, мы обнаруживаем закономерность в уравнениях преобразования. Уточним, что да-

лее через r_2 обозначено значение r , преобразованное для диаграммы с горизонтом событий $r = 2$.

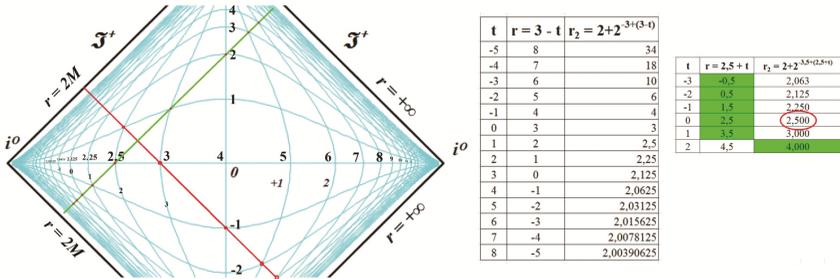


Рис.4.10. Таблица подбора функции преобразования

Итак, создаем несколько разных геодезических с уравнениями $r = n - t$ и подбираем такое значение константы в показателе степени, чтобы значение функции в нуле соответствовало значению свободного члена уравнения $r_2 = n - t (t = 0) = n$. Рассматривая сформированные при подборе уравнения, обнаруживаем, что отрицательное слагаемое в показателе степени увеличивается по модулю на 1:

$$r_2 = 2 + 2^{-3+(3+t)}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-3,5+(2,5+t)}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-4,25+(2,25+t)}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-5,125+(2,125+t)}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-6,0625+(2,0625+t)}$$

Замечаем, что это увеличение целочисленное, причём, в конечном счете, в показателе степени свободный член уравнения просто исчезает, а остается только эта отрицательная прибавка:

$$r_2 = 2 + 2^{-3+(3+t)} = 2 + 2^{-0-3+(3+t)} = 2 + 2^{-0+t}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-3,5+(2,5+t)} = 2 + 2^{-1-2,5+(2,5+t)} = 2 + 2^{-1+t}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-4,25+(2,25+t)} = 2 + 2^{-2-2,25+(2,25+t)} = 2 + 2^{-2+t}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-5,125+(2,125+t)} = 2 + 2^{-3-2,125+(2,125+t)} = 2 + 2^{-3+t}$$

$$r_2 = 2 + 2^{-6,0625+(2,0625+t)} = 2 + 2^{-4-2,0625+(2,0625+t)} = 2 + 2^{-4+t}$$

Следовательно, для уравнения светоподобной геодезической вида $r_2 = a + t$ можно записать обобщенно в виде $r_2 =$

$2+2^{n+t}$, где $n = 0, -1, -2, -3, -4$ и так далее означают номер линии $r = \text{const}$ влево от нуля ($r = 3M$).

Замечаем, что прибавка в точности равна показателю степени двойки для дробной части свободного члена. То есть, нужно от свободного члена отнять целую часть, равную 2 для всех уравнений, и записать дробную часть как степень числа 2. Для рассмотренных уравнений показатели степени будут целыми отрицательными порядковыми числами от 0 до -4. Чтобы преобразовать этот показатель в искомую величину, то есть, иначе, найти по известному r_2 соответствующий её номер линии на шкале, логарифмируем, в результате чего получаем произведение нашей "прибавки" на логарифм основания – 2. Следовательно, окончательно получаем выражение:

$$n = \frac{\ln(a - 2)}{\ln 2}$$

Другими словами, для геодезической вида $r = a - t$ уравнения преобразования имеют вид $r_2 = 2 + 2^{n+t}$, где n определяется из полученного уравнения. Убедимся в этом:

$$r = 2,125 + t$$

$$\begin{aligned} n &= \ln(2,125 - 2)/\ln 2 = \ln(0,125)/\ln 2 = \ln(2^{-3})/\ln 2 = \\ &= -3\ln 2/\ln 2 = -3 \end{aligned}$$

Уравнение в рассмотренном выше формате будет иметь вид:

$$r_2 = 2+2^{-3+t}$$

Как видим, результат в точности совпал с результатом проведенных выше рассуждений. Поэтому уравнения в алгоритме преобразования координат запишем в виде

$$r_{\text{new}} = 2+2^{\ln(a-2)/\ln 2+t}$$

$$t_{\text{new}} = f(r_{\text{new}})$$

Считаем очевидным, и это нисколько не противоречит полученным соотношениям, что значение свободного члена может быть любым, а не только с рассмотренной специфической дробной частью, поскольку эти уравнения на интервале $a > 2$ являются гладкими, непрерывными функциями без экс-

тремумов. Если это предположение неверно, то между "правильными точками" с рассмотренными специфическими дробными частями неизбежно будут изгибы.

Наши выкладки проведены для уравнений геодезических вида $r = a \pm t$. Но фактически полученные преобразования относятся к конкретным точкам в пространстве, независимо от времени их возникновения. То есть, свободный член на самом деле является полноправной пространственной координатой, и величина времени для него не важна. Другими словами, мы можем вычислить произвольную координату как значение функции $r(t_n)$, но поместить её, например, в нулевую точку времени:

$$r_{\text{new}} = 2 + 2^{\ln(r(t_n)-2)/\ln 2 + 0} = 2 + 2^{\ln(r(t_n)-2)/\ln 2}$$

$$t=0$$

Понятно, что теперь эта координата однозначно определена как $r_{\text{new}} = \text{const}$ и ничто не препятствует тому, чтобы поместить её вообще в любую точку времени, в том числе и в точку времени, для которого она изначально и была вычислена $r_{\text{new}}(t)$. Это означает, что уравнения преобразования можно корректно переписать в виде:

$$r_{\text{new}} = 2 + 2^{\ln(r(t)-2)/\ln 2}$$

$$t_{\text{new}} = f(r_{\text{new}})$$

В общем случае уравнение геодезической некоторого события в системе отсчета неподвижного наблюдателя может давать при вычислениях значения координат t и r в пределах бесконечностей. Но в системе координат с горизонтом событий $r = 2M$ вычисленная координата r сжимается таким образом, что её предельное значение снизу, в сторону убывания становится не меньше 2. Каждому преобразованному значению координаты r соответствует время, определяемое из уравнения геодезической. Очевидно, что это время тоже будет стремиться к какому-то пределу сверху. Поскольку время у неподвижного наблюдателя может возрасти до бесконечности, то такое ограничение времени для неподвижного наблюдателя физически выглядит как замедление

темпа хода часов вплоть до их остановки в системе отсчета этого события.

Это явление описано в литературе, а на киноэкранах показано в виде сюжета с падающим на Черную дыру астрономом. Постепенно падение замедляется, астроном замирает, что и означает замедление и полную остановку его собственных часов, которая происходит на предельно близких расстояниях от горизонта событий Черной дыры $r = 2M$. В наших выкладках двойка взята именно из этого соотношения. Шкала расстояний и времени на $2M$ -диаграмме Пенроуза составлена из допущения $M = 1$ и может иметь такой вид:

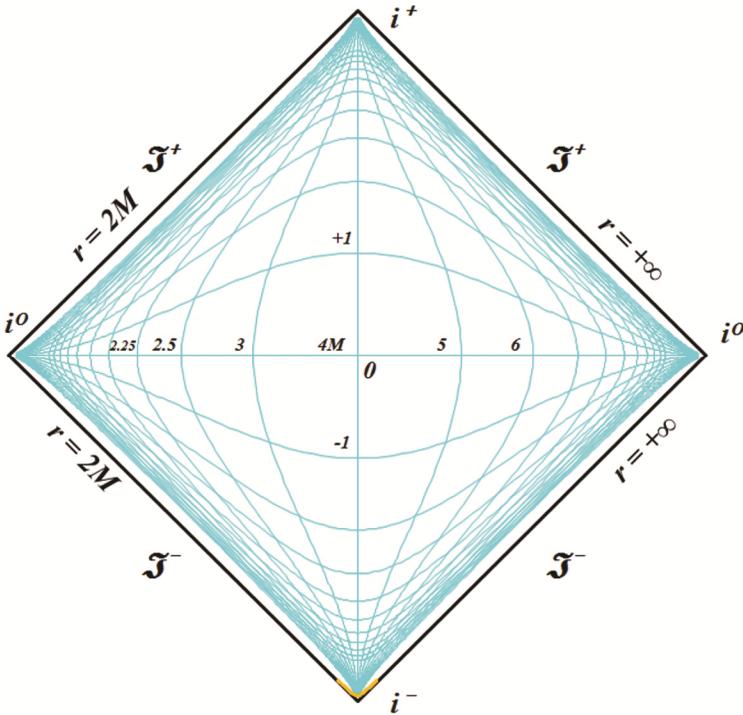


Рис.4.11. Диаграмма Пенроуза с левым горизонтом $r = 2M$

Теперь, используя координатную сетку диаграммы и уравнения преобразования координат, мы можем аналитически строить любые геодезические в пространстве, содержа-

щем Черную дыру. Однако следует отметить, что сетка времени и расстояний должна соответствовать системе отсчета неподвижного наблюдателя. Для правой части после линии $r = 3M$ это верно как для дистанций, так и для времени. Эта сетка условно равномерная, то есть все деления обозначает одинаковые интервалы. Но в левой части диаграммы, до линии $r = 3M$ шкала расстояний имеет обратное сжатие, то есть, значения интервалов при смещении влево уменьшаются по степенному закону. Это вызвало, как отмечено выше, необходимость ввести новое время, время движущегося наблюдателя. Такое дополнение приводит к противоречивым и негативным последствиям. Рассмотрим их на примере динамической 2M-диаграммы Пенроуза для коллапса нейтронной звезды.

Анизотропия времени на диаграмме Пенроуза для ЧД

Для примера изобразим на полученной диаграмме коллапс нейтронной звезды с образованием Черной дыры – рис.4.12. На рисунке показана мировая линия нейтронной звезды (красная) и мировая линия (синяя) наблюдателя, вращающегося вокруг коллапсирующей звезды на неизменном расстоянии $6M$ от её геометрического центра. Мировая линия звезды составлена на основе довольно условной истории. Некая давно образовавшаяся нейтронная звезда имела неизменный радиус $3M$. В момент времени $t = -4$ звезда начала поглощать внешнее вещество – газ, кометы, космический мусор и так далее. До момента времени $t = -1$ масса звезды непрерывно увеличивалась, и, соответственно, увеличивался её радиус до примерно $r = 3,5M$. В этот момент масса звезды превысила критическую, и звезда начала стремительно сжиматься. При этом скорость падения в центр быстро достигла скорости света, что показывает светоподобный участок геодезической после момента времени $t = 0$. Дальнейший процесс коллапса показывает, что, сколько бы времени наблюдатель ни смотрел на звезду, он никогда не увидит её радиуса

меньше 2. Это показано в уравнении на диаграмме справа вверху.

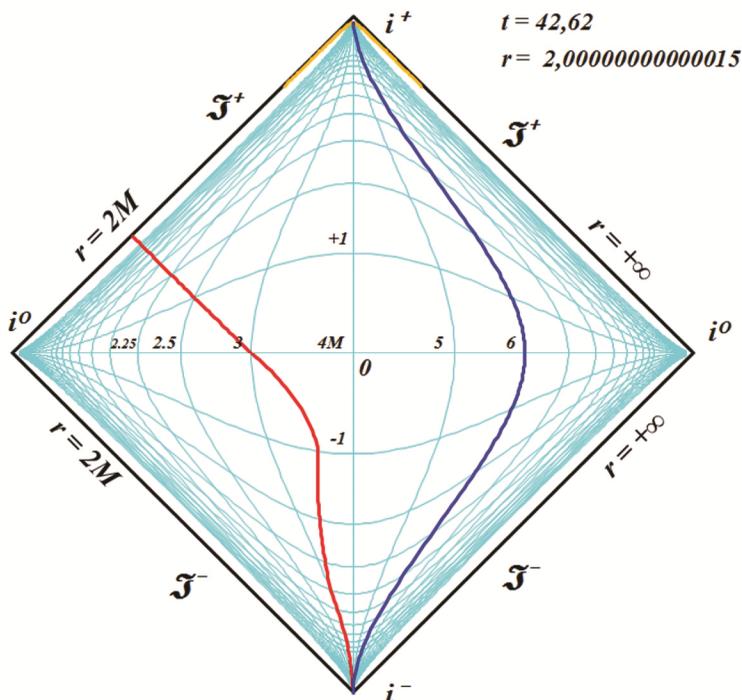


Рис.4.12. Диаграмма Пенроуза для коллапса нейтронной звезды. Кадр из анимации [6]

Анизотропия и полярность пространства-времени

Далее внимательное рассмотрение рисунков 4.12 и 5.1 приводит еще к одному неожиданному выводу. Для "вечной черной дыры" или коллапсирующей нейтронной звезды невозможно создать диаграмму Пенроуза с равномерной сеткой расстояний и времени. Вероятно, поэтому на подобных диаграммах никогда не указываются точные числовые значения линий $t = \text{const}$ и $r = \text{const}$. Они попросту не могут быть константами. При таком константном назначении сетки 2M-диаграммы светоподобные мировые изобразить прямыми

линиями будет *невозможно*. Вновь обратимся к рис.4.10 и рассмотрим светоподобную мировую линию красного цвета.

Эта геодезическая изображена прямой линией с указанием на словах, что время на ней соответствует часам "падающего" на Черную дыру наблюдателя. Но на самой диаграмме это не отображено, и на рисунке линии $t = \text{const}$ выглядят как имеющие одно и то же значение на всем своём протяжении. Но, если исходить из этих фактических значений времени, а не из воображаемых показаний часов наблюдателя (словесных указаний), движущегося к Черной дыре, то светоподобные геодезические окажутся искривленными.

Нужно просто построить эту геодезическую по точкам, по координатной сетке диаграммы. Рассмотренная красная геодезическая должна изгибаться влево вниз, если строить её по показаниям часов неподвижного наблюдателя:

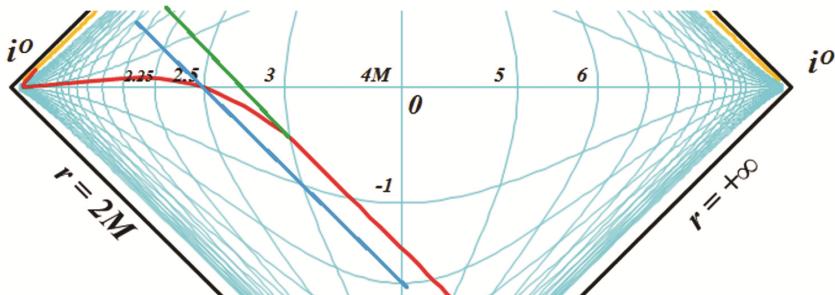


Рис.4.13. Светоподобные геодезические на диаграмме с горизонтом $2M$

В самом деле, если бы сетка слева $r = 3M$ соответствовала тем же $t = \text{const}$ справа от $r = 3M$, то с их использованием красная светоподобная геодезическая $r = 2.5+t$ должна быть продолжена по зеленому пути. И, наоборот, если бы сетка справа от $r = 3M$ соответствовала тем же $t = \text{const}$ слева от $r = 3M$, то с их использованием красная светоподобная геодезическая $r = 2.5+t$ должна проходить по синей траектории, и только с учетом нелинейности шкалы времени. Понятно, что даже при одновременном использовании разных

значения $t = \text{const}$ для одной и той же линии времени справа и слева от линии $r = 4M$ эти два пути не могут совпасть, возникнет изгиб, излом, скачок в точке $r = 2.5M$.

Конечно, можно для светоподобных геодезических схитрить и молча строить их по очевидной синей траектории, поскольку она явным образом проходит через точку $r = 2.5 + t (=0)$. Но достаточно взглянуть на смежную, рядом расположенную область вдоль геодезической, как сразу будет видно, что в ней это уравнение светоподобной геодезической нарушается.

Можно предположить, что эта криволинейность присуща лишь рассмотренному варианту "сжатия" шкалы расстояний, на созданной специфической 2M-диаграмме. Однако, рассуждая логически можно прийти к выводу, что это неустраняемая особенность, присущая вообще любой возможной переменной координатной сетки, для которой хотя бы одна из осей имеет сетку линий постоянных значений $r = \text{const}$ или $t = \text{const}$. Иначе эту особенность можно сформулировать следующим образом. На диаграмме Пенроуза с конечной величиной одного из горизонтов (2M-диаграмме) *невозможно* изобразить светоподобную геодезическую в виде прямой линии. Изображение на таких диаграммах световых конусов и прямолинейных нулевых геодезических становится недопустимым, некорректным.

Конформность отображения автоматически нарушается. Это становится очевидным, если рассмотреть рядом находящиеся "квадраты" координатной сетки такой диаграммы. Если по одной координате метки интервалов равны, то вторые стороны этих "квадратов" имеют различающиеся значения. Иначе говоря, для каждой точки линии времени мы должны указывать два разных значения – одно справа, другое слева – рис.4.14. Как видим, для обеспечения прямолинейности нулевых геодезических на линии t по всей их длине нужно наносить индивидуальные показания. На рисунке показано, что справа от оси $r = 4M$ линии времени по всей

длине имеют значения $t = \text{const} = 1, 2, 3, 4$ так далее. Но слева на этих же линиях значения времени плавно убывают.

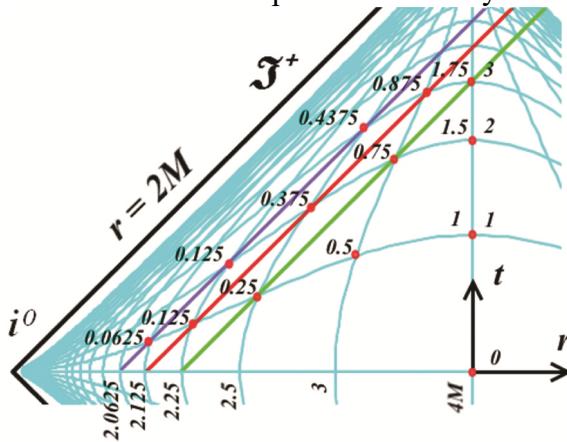


Рис.4.14. Неравномерная шкала расстояний требует неравномерной шкалы времени.

Например, одна из линий на всём протяжении вправо от $t = 4M$ имеет значение $t = \text{const} = 2$, а влево она имеет убывающие значения $t = 1.5, 0.75, 0.375$ и так далее. Только с такими значениями времени светоподобная геодезическая будет выглядеть прямой линией с наклоном в 45 градусов. Не сразу заметно и очевидно, что интервал времени движения светоподобной геодезической, направленный к центру Черной дыры также имеет конечное значение. Поскольку расстояние от центра диаграммы до горизонта $r = 2M$, то и время на прохождение этого же пути $t = r/c = 2M$. Только при этом условии светоподобные геодезические могут иметь наклон 45 градусов.

Каким же может быть выход из этой ситуации? Существует несколько возможностей, не решающих проблему полностью, поскольку такое решение вообще невозможно. Самый рациональный – это отказаться от полноразмерных (от горизонта до горизонта) прямолинейных светоподобных геодезических, сетка диаграммы будет полностью соответствовать всем построениям. В сущности, это и означает по-

строение всех, в том числе, и нулевых геодезических в этой сетке. В этом случае все линии времени постоянны $t = \text{const}$. Но светоподобные геодезические будут изображаться кривыми линиями. Эта возможность и рассмотрена выше.

Еще более радикальный способ – это устранение границы излома шкалы r в точке $r = 3M$. То есть, вся шкала от $2M$ до плюс бесконечности должна описываться без условных операторов, одной монотонной функцией. В этом качестве можно использовать функцию 2^n . При использовании зависимости $r_n = (2^n + 2)$ шкала r будет иметь следующую разметку (знак $+$ используется в качестве разделителя между элементами ряда, а не как знак суммы):

$$2 + \dots + (2^n + 2) + \dots + 2 \frac{1}{64} + 2 \frac{1}{32} + 2 \frac{1}{16} + 2 \frac{1}{8} + 2 \frac{1}{4} + 2 \frac{1}{2} + 3 + \\ + 4 + 6 + 10 + 18 + \dots + (2^n + 2) + \dots + \infty$$

Граничные математические значения параметра n – от минус до плюс бесконечности, а r , соответственно, изменяется от $2M$ до плюс бесконечности. Реальные значения зависят от технических параметров используемой вычислительной системы. В качестве нулевой точки может быть выбрано любое из значений ряда, поскольку наилучшее значение – нулевое – в этом ряду отсутствует. Можно предложить обоснованное и использованное выше значение $r = 4M$. В этом случае слева будет, по меньшей мере, одно целочисленное значение $r = 3M$. В теории Черных дыр, кстати, оно рассматривается как специфическое.

При такой разметке оси r и разметке $t = \text{const}$ масштабная сетка не позволяет строить светоподобные геодезические в виде прямых линий. Однако, как показано на рис.4.14, прямолинейные светоподобные геодезические может позволить использование нелинейной шкалы времени. Анализ множества диаграмм, подобных изображенной на этом рисунке, позволил эмпирически обнаружить аналитическую зависимость времени от разметки сетки, позволяющую получить прямолинейные нулевые геодезические.

Значения времени на каждой линии, ранее обозначаемых как $t = \text{const}$, определяется выражением:

$$t = 2^n \left(1 - \frac{1}{2^m} \right) \quad (4.1)$$

где

n – номер линии r ; $n = 0$ для $r = 3M$

m – номер линии t ; $m = 0$ для оси t

Например, линия $r = 10$ имеет порядковый номер 3 от точки $r = 3M$. Если линия времени имеет номер 2, то есть, вторая линия вверх, считая от горизонтальной оси, то этой точке на диаграмме будет соответствовать время:

$$t = 2^3 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) = 6$$

Сетка диаграммы сильно нелинейная, что можно увидеть из таблицы:

Таблица значений времени в точках m, n

m	Номер метки n (0 соответствует r=3M)										
	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5	-0,96875	-1,9375	-3,875	-7,75	-15,5	-31	-62	-124	-248	-496	-992
-4	-0,46875	-0,9375	-1,875	-3,75	-7,5	-15	-30	-60	-120	-240	-480
-3	-0,21875	-0,4375	-0,875	-1,75	-3,5	-7	-14	-28	-56	-112	-224
-2	-0,09375	-0,1875	-0,375	-0,75	-1,5	-3	-6	-12	-24	-48	-96
-1	-0,03125	-0,0625	-0,125	-0,25	-0,5	-1	-2	-4	-8	-16	-32
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,015625	0,03125	0,0625	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16
2	0,0234375	0,046875	0,09375	0,1875	0,375	0,75	1,5	3	6	12	24
3	0,0273438	0,0546875	0,109375	0,21875	0,4375	0,875	1,75	3,5	7	14	28
4	0,0292969	0,0585938	0,1171875	0,234375	0,46875	0,9375	1,875	3,75	7,5	15	30
5	0,0302734	0,0605469	0,1210938	0,2421875	0,484375	0,96875	1,9375	3,875	7,75	15,5	31

Таблица соответствует движению слева направо, то есть в бесконечное будущее. Если скорость отрицательная, то есть движение из бесконечности к горизонту событий, справа налево, то знак у параметра m нужно изменить на противоположный.

Для демонстрации используем это уравнение при определении координат точек некоторой кривой $r = at + b$:

$$t = 2^n \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

$$r = at + b$$

Находим значение параметра n (номера линии r на диаграмме) для этого значения функции:

$$t_n = 2^n \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

$$n = \log_2(r - 2) = \log_2(at_n + b - 2)$$

Подставляем в уравнение для t_n :

$$t_n = 2^{\log_2(at_n + b - 2)} \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Преобразуем степень логарифма, совпадающую с основанием логарифма:

$$t_n = 2^{\log_2(at_n + b - 2)} \left(1 - \frac{1}{2^m} \right) = (at_n + b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Раскрываем скобки (теперь индекс у параметра t можно отбросить):

$$t = at \left(1 - \frac{1}{2^m} \right) + (b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Переносим все величины с t влево:

$$t - at \left(1 - \frac{1}{2^m} \right) = (b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Находим значение t :

$$t = \frac{(b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)}{1 - a \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)} \quad (4.2)$$

Этому значению t соответствует значение r :

$$r = at + b = a \frac{(b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)}{1 - a \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)} + b \quad (4.3)$$

И значение n :

$$n = \log_2(at + b - 2) \quad (4.4)$$

Итак, для нанесения точки на 2М-диаграмму у нас есть исходные данные m , n и $r(m)$. Значение m является параметром и обозначает текущую линию на диаграмме как некоторое псевдо-время, псевдо-настоящее. Значение реального времени в этой точке, значение самой функции в этой точке и номер линии n на шкале r находим из полученных уравнений (4.2), (4.3) и (4.4).

Проверим уравнения для некоторых значений функции $r = t + 4$. Это уравнение светоподобной геодезической, идущей в бесконечность через центр ($r = 4M$) координат диаграммы, в котором $a = 1$, $b = 4$. Находим первую точку для $m_0 = 0$, то есть на оси r :

$$n_0 = \log_2 \left(1 \times \frac{(4-2) \left(1 - \frac{1}{2^0} \right)}{1-a \left(1 - \frac{1}{2^0} \right)} + 4 - 2 \right) = \log_2 \left(1 \times \frac{2(1-1)}{1-1 \times (1-1)} + 2 \right) = \\ = \log_2 2 = 1$$

Значение функции для этой точки:

$$r_0 = t_0 + 4 = \frac{(4-2) \left(1 - \frac{1}{2^0} \right)}{1 - \left(1 - \frac{1}{2^0} \right)} + 4 = \frac{2(1-1)}{1-(1-1)} + 4 = 4$$

Получен корректный результат $n_0 = 1$ (первая точка после 3М, то есть 4М), $m_0 = 0$, $r_0 = 4$, $t_0 = 0$. Найдем следующую точку $m_1 = 1$. Поскольку это светоподобная геодезическая, мы ожидаем результат $n_1 = 2$, $r_1 = 6M$. Подставляем параметры в уравнение и получаем $n_1 = 2$; $r_1 = 6$. Полученный результат соответствует ожиданиям. Для большей уверенности найдем ещё одну группу значений – $m_2 = 2$, $n_2 = 3$, $r_2 = 10M$, что соответствует следующей линии сетки расстояний. После подстановки в уравнения получены значения $t_2 = 6$, $r_2 = 10$, $n_2 = 3$. И вновь мы получили ожидаемые значения параметров, соответствующих на диаграмме прямой линии – светоподобной геодезической, проходящей через начало ко-

ординат. Следовательно, можно считать уравнения корректными для линейных функций. Эту последовательность уравнений можно обобщенно записать:

$$t = 2^n \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

$$t = \frac{(b-2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)}{1 - a \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)}$$

$$r = at + b$$

$$n = \log_2(r - 2)$$

Эта система уравнений соответствует мировым линиям с положительной скоростью, то есть, $a > 0$. Несложно убедиться, что для $a < 0$ эти уравнения дают неверные результаты. Многочисленные вычисления и графические построения привели к выводу, что для отрицательной скорости необходимо изменить знак параметра m :

$$t = \frac{(b-2) \left(1 - \frac{1}{2^{-m}} \right)}{1 - a \left(1 - \frac{1}{2^{-m}} \right)}$$

$$r = at + b$$

$$n = \log_2(r - 2)$$

Для большей определенности опишем алгоритм вычислений на словах. Сначала определяем номер и знак m линии t на диаграмме, на которой будем определять точку n некоторой функции $r = at + b$. После этого вычисляем значение времени, соответствующее функции, значение функции r и номер линии n , соответствующие этому времени.

Следует отметить, что на такой 2М-диаграмме линии $t = \text{const}$ явочным порядком заменены на линии $m = \text{const}$. Эта замена позволила сохранить конформный вид светоподобных геодезических, то есть, угол их наклона в 45 граду-

сов. Еще раз обращаем внимание, что для сохранения световых конусов и наклона светоподобных геодезических в 45 градусов разметка координатной сетки имеет двойное преобразование – исходное конформное и вторичное – нелинейное, неизбежно приводящее к анизотропии пространства-времени диаграммы. Это значит, что линии $t = \text{const}$ и $r = \text{const}$ становятся невозможными.

Построение мировой линии произвольной функции

Полученные уравнения сформированы для уравнений прямолинейных геодезических вида $r = at + b$. Вместе с тем, базовое уравнение (4.1) можно использовать и для уравнений произвольных функций и одиночных точек на диаграмме. Пусть задана функция в общем виде $r(t)$. Тогда для любого её значения мы можем вычислить номер соответствующей метки на шкале r :

$$n = \log_2(r(t) - 2)$$

где

n – номер координаты для величины $r(t)$;

$r(t)$ – значение произвольной функции;

Для построения уравнения, мы выбираем какую-либо линию m , на которой ищем точку, соответствующую вычисленному значению функции $r(t)$ и номеру n координаты этого значения. Сначала находим время, соответствующее вычисленному значению функции и m :

$$t_m = 2^n \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Значения $r(t_m)$, n и m однозначно связаны, поэтому:

$$t_m = 2^{\log_2(r(t_m)-2)} \left(1 - \frac{1}{2^m} \right)$$

Преобразуем степень логарифма, совпадающую с основанием логарифма:

$$t_m = (r(t_m) - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right)$$

Мы считаем, что вычислили значение функции $r(t)$ именно в этой точке, в которой время и есть t , которое мы обозначили теперь уже как t_m . Следовательно, последнее уравнение в этом случае справедливо. Выделим из него это время t_m :

$$\begin{aligned} t_m &= (r(t_m) - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) \\ t_m &= r(t_m) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) - 2 \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) \\ t_m - r(t_m) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) + 2 \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Дальнейшие преобразования в общем виде невозможны. Нужно ввести конкретное значение функции $r(t)$ и только после этого вычислить время. Но, нам нужно определиться со знаком параметра m . Очевидно, что направление движения линии, скорость её движения – это производная:

$$v = r'(t_m)$$

Следовательно, нужно вычислить производную в данной точке и взять её знак в качестве знака параметра. Рассмотрим частные случаи. Ожидаем, что эти решения дадут уже полученные выше результаты. Пусть $r(t) = at + b$, тогда:

$$\begin{aligned} t_m - (at_m + b) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) + 2 \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) &= 0 \\ t_m - at_m \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) - b \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) + 2 \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) &= 0 \\ t_m (1 - a) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) &= (b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) \end{aligned}$$

$$t_m = \frac{(b-2)\left(1 - \frac{1}{2^m}\right)}{1 - a\left(1 - \frac{1}{2^m}\right)}$$

Как видим, получен ожидаемый результат, совпадающий с выведенным выше выражением (4.2).

Уравнения преобразования для точки

Сгруппируем компактно полученные результаты для параметрического построения геодезических, описываемых линейными функциями. Напомним, что линии, которые ранее имели обозначение $t = \text{const}$, теперь имеют новое обозначение $m = \text{const}$. Задаем некоторое, текущее значение параметра m . Вычисляем время t , значение функции, соответствующее этому времени $r(t)$ и номер линии n на шкале расстояний. При условии $a \geq 0$. Если $a < 0$, значение m в уравнения подставляем со знаком минус. Запишем систему уравнений в общем виде:

$$a \geq 0 \quad t_m = \frac{(b-2)\left(1 - \frac{1}{2^m}\right)}{1 - a\left(1 - \frac{1}{2^m}\right)} \quad r(t_m) = at_m + b$$

$$n = \log_2(at_m + b - 2)$$

$$a < 0 \quad t_m = \frac{(b-2)\left(1 - \frac{1}{2^{-m}}\right)}{1 - a\left(1 - \frac{1}{2^{-m}}\right)} \quad r(t_m) = at_m + b$$

$$n = \log_2(at_m + b - 2)$$

Несложно догадаться, что из этих уравнений мы можем получить уравнения для построения одиночной точки. Для точки параметр $a = 0$, поэтому:

$$t_m = (b - 2) \left(1 - \frac{1}{2^m} \right) \quad r(t_m) = b \quad n = \log_2(b - 2)$$

Из исходных уравнений для прямой следует, что каждому значению точки будут соответствовать две координаты r на диаграмме, поскольку значение параметра, скорости a не определено. Поэтому не определен и знак параметра m . Другими словами значение параметров зависит от направления движения и демонстрирует своеобразную "поляризованность" пространства-времени.

Использование диаграммы для "Вечной черной дыры"

Выведем уравнение для гипотетической ситуации подлета и удаления от Черной дыры. Одним из возможных уравнений движения такого космолета может быть квадратичная функция вида $r = at^2 + v_0t + r_0$. Это простейшее уравнение, описывающее ускоренное движение в некотором направлении с изменением движения в обратную сторону. Для определения конкретных значений параметров уравнения нужно задать три точки: исходную, конечную и точку вблизи горизонта Черной дыры. При этом желательно ограничить скорость движения скоростью света. Это правильный подход. Однако, мы вновь поступим эмпирически, просто взяв уравнение практически наугад. Один параметр в нём нам уже известен – это свободный член уравнения. Выбираем симметричное уравнение, поэтому в нулевой момент времени оно будет иметь минимум и этот минимум – расстояние до горизонта. Два других параметра, хотя и взяты наугад, но очевидно, что первый член, a - это ускорение, оно должно быть положительным, поскольку космолет должен удаляться от Черной дыры, а второй – начальная скорость, видимо, должен быть отрицательным. Итак, выбираем следующее уравнение

$$r = 0,5t^2 - 2t + 2,25$$

Проверив уравнение на максимальную скорость

$$v = r' = t - 2,$$

обнаруживаем, что лишь на отдельных участках скорость не превышает скорости света $v < c = 1$.

Однако, оставим всё как есть, поскольку для нас сейчас важнее визуализация, чем соответствие физическим ограничениям. Пусть наш космолет умеет двигаться со сверхсветовой скоростью. Описанную ситуацию мы анимируем на разработанных выше динамических 2M-диаграммах Пенроуза. В результате мы получаем диаграмму рис.4.15. На рисунке изображены три мировые линии. Красным цветом выделена мировая линия придуманного нами космолета.

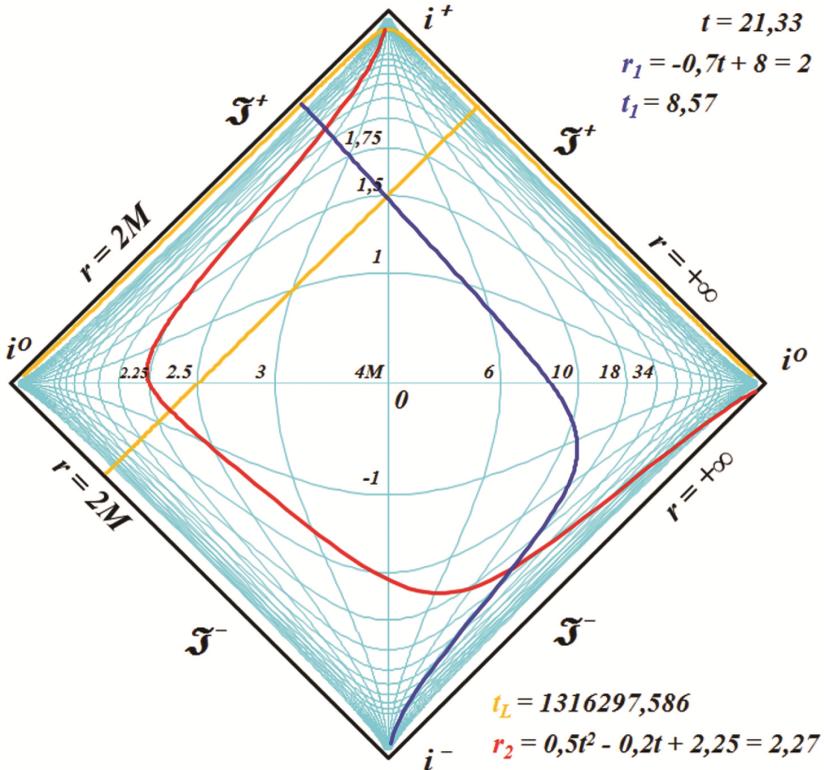


Рис.4.15. Мировые линии космолетов, движущихся к Черной дыре. Кадр из анимации [6]

Из глубин космоса он движется в направлении Черной дыры. Он встречает на своем пути другого путешественника, мировая линия которого изображена синим цветом:

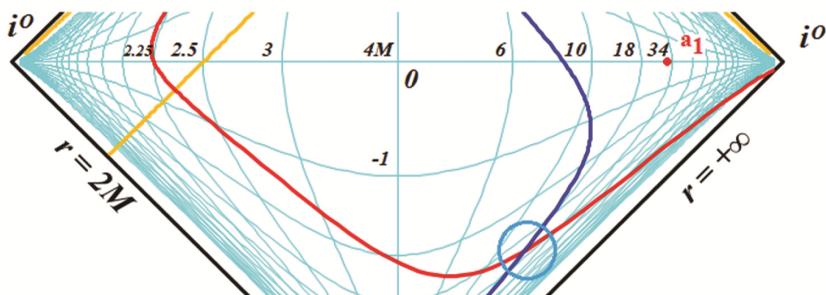


Рис.4.16. Встреча двух космолетов на пути к Черной дыре

Встреча выделена окружностью и произошла на расстоянии чуть меньше 34 от геометрического центра Черной дыры. Расстояние определено приблизительно, проведением линии $r = \text{const}$ от точки встречи до оси расстояний. Далее наш космолет опередил второго участника и со сверхсветовой скоростью продолжил движение к Черной дыре. Скорость по мировой линии определяется её наклоном: он меньше 45 градусов. Почти вблизи от конечной точки путешествия, космолет ловит вспышку света (в синей окружности), испущенную с самого горизонта Черной дыры, мировая линия которой изображена желто-оранжевым цветом. Произошло это на расстоянии, чуть больше 2,25M от центра Черной дыры.

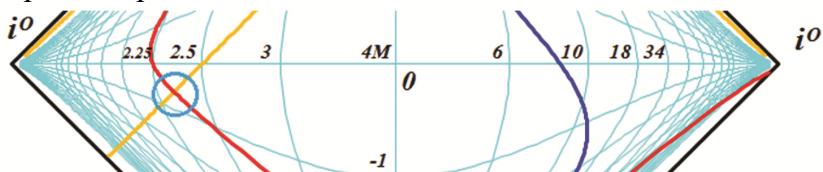


Рис.4.17. Космолет ловит вспышку света

После этого сигнала космолет приближается к конечной точке своего маршрута и затем начинает удаляться от горизонта событий черной дыры. На диаграмме видно, что в

момент наибольшего сближения с Черной дырой до расстояния $2,25M$, скорость космолета падает до нуля: касательная к его мировой линии – вертикальная линия. В частности, это может означать, что космолет либо движется по орбите вокруг звезды, либо завис над нею под действием своих двигателей.

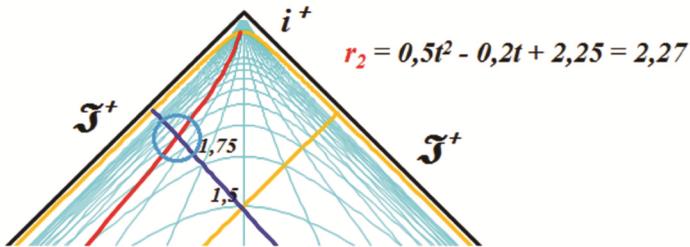


Рис.4.18. Два космолета вновь встретились

Далее космолет либо крайне медленно начал удаляться от Черной дыры, либо продолжил своё движение по медленно раскручивающейся спиральной орбите. Это видно по уравнению и тому, что даже через очень большое время, его удаленность от горизонта выросла лишь до $2,27M$.

После встречи на пути к Черной дыре (отмечено синей окружностью), что видно на диаграмме, наш космолет завис над горизонтом Черной дыры, а второй звездолет со скоростью света устремился к горизонту, на сингулярность. Ранее, на расстоянии равной $4M$ от центра дыры, он поймал ту же вспышку света, которую до него видел наш космолетчик. На этом, можно сказать, история полета завершена.

Можно отметить, что математическая модель динамической диаграммы Пенроуза позволила произвести построения геодезических по аналитическим выражениям, функциям. Рассмотрим несколько контрольных точек, чтобы выяснить, насколько точно построения обеспечивают соответствие функций координатной сетке диаграммы.

Первое, очевидное, – нулевая геодезическая построена строго по правилам диаграмм. Однако, внимательный чи-

татель уже, видимо, обратил внимание на загадочные цифры рядом с вертикальной центральной линией диаграммы $r = 4M$. Эти цифры обозначают время, соответствующее рядом проходящей линии времени сетки:

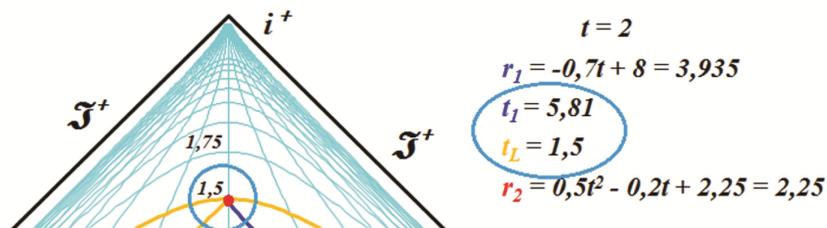


Рис.4.19. Анизотропия времени на диаграмме Пенроуза. В одной точке пространства два разных значения времени

На центральной оси времени возле точки регистрации вспышки вторым космолетом, отмеченной красной точкой в голубой окружности, стоит метка 1,5M. Уравнения, приведенные рядом с диаграммой, выделенные голубым овалом, отображают время на этой же диаграмме, соответствующее времени "настоящего" – оранжевой линии или параметру m . Видим, что показания времени для второго космолета в этой же точке равны $t_1 = 5,81M$, а время световой геодезической равно $t_L = 1,5M$. То есть, получается, что линия "настоящего" (параметра m) имеет два различных значения времени для одной и той же точки? Как это возможно?

Это противоречие, парадокс отражает анизотропию и полярность времени на диаграммах Пенроуза рассмотренного вида с горизонтом $2M$. Выше, при построении сетки диаграммы, мы исходили из важного обязательного условия: мировые линии света должны иметь наклон 45 градусов. Поскольку шкала расстояний неравномерная, то для обеспечения такого наклона неизбежно потребовалось использовать подобную же неравномерную сетку линий времени, как показано на рис.4.14 и таблице следом за ним. Как было обнаружено, изменение знаков в таблице привело и к изменению её областей на диаграмме. Оказалось, что большие значения

цифр не случайны. Они в точности соответствовали области вблизи бесконечного горизонта. Но в этой области направление движения было в обратном направлении – справа налево.

А это и означает, что в одну и ту же точку на диаграмме можно попасть от начала движения двумя путями – справа или слева. Поэтому полученные разные значения времени для каждой точки диаграммы одинаково верны, если учитывать направление прихода в эти точки. Как ни удивительно, но для корректного отображения мировых линий света необходимо смириться с этой право-левой анизотропией времени, его полярностью.

На рис.4.19 верхняя строчка $t = 2$ на самом деле отображает значение параметра $m = 2$. Все построения на 2M-диаграмме параметрические и зависят от m . Оранжевая линия выглядит как линии "настоящего", выглядит как время. И это условное время очень сильно напоминает ньютоново абсолютное время. Все остальные времена – производные. Их отличие друг от друга является, по всей видимости, исключительным свойством именно 2M-диаграмм Пенроуза только этого класса – с горизонтом 2M и неравномерными шкалами расстояний и времени. Отнести их к области релятивистских эффектов, скорее всего, нельзя. Единственной точкой, в которой все значения времени тождественно равны – это ось расстояний, на которой независимо ни от чего любое время равно значению исходного параметра m и равно нулю.

Демонстрация: секундомеры на 2M-диаграмме

Как и в случае диаграммы с бесконечными горизонтами, 2M-диаграмма так же является просто координатной системой, ничем принципиально не отличающейся от декартовой. Поэтому и здесь мы вполне можем рассматривать в качестве координат не время и радиус, а обычные декартовы координаты x - y . Однако в этом случае возникает интересный вопрос. На таких 2M-диаграммах Пенроуза имеется обнару-

женная выше право-левая анизотропия, полярность времени. Интересно выяснить, каким образом она проявится в этом координатном случае? Ведь каждому значению x , согласно анизотропии, должны соответствовать два разных значения y . Для уравнений "прямых" линий всё, вроде бы, останется по-прежнему – величина зависит от скорости изменения функции. Но как быть с единичной точкой, об истории которой ничего не известно?

Допустим, нам нужно изобразить два отрезка с одинаковыми координатами концов. Очевидно, что точки отрезка будут изображаться последовательно, а это уже движение, имеющее и направление и скорость. Вот его и можно использовать. Однако, это не обязательно. Если использовать оба значения параметра анизотропии m , то будут изображены два симметричных, зеркальных объекта. Эти объекты зеркальны относительно оси $m = 0$, а их диаграммные координаты однозначно определены параметрами m и n .

Таким образом, имея функции преобразования, можно построить любую геометрическую фигуру. Давайте построим "секундомер", такой же, как на диаграммах с бесконечными горизонтами рис.1.11.

Построение "секундомера" можно произвести симметрично как с пересечением двух изображений друг с другом, так и без пересечения, когда каждое из изображений будет полностью находиться в одной из областей – выше или ниже оси $m = 0$. Мы построим только одно полноразмерное изображение каждого из выбранных объектов для одного из значений знака m – рис.4.20.

На рисунке изображены три объекта – две окружности, внутри которых вращаются стрелки - указатели, наподобие секундомеров, и группа из концентрических окружностей. Отметим со всей определенностью, что на рисунке изображены только *окружности* (и пара стрелок – указателей). Левая, каплевидная синяя окружность имеет радиус $R = 0.6$, а центр её расположен в точке с координатами $x = 3$, $y = 0.1$. Длина указателя или радиус окружности, которую описывает

его конец, равны 0.53. Параметр преобразования m имеет положительный знак. Все геометрические параметры фигур, их размеры выбраны такими, чтобы они занимали достаточно большую область рисунка.

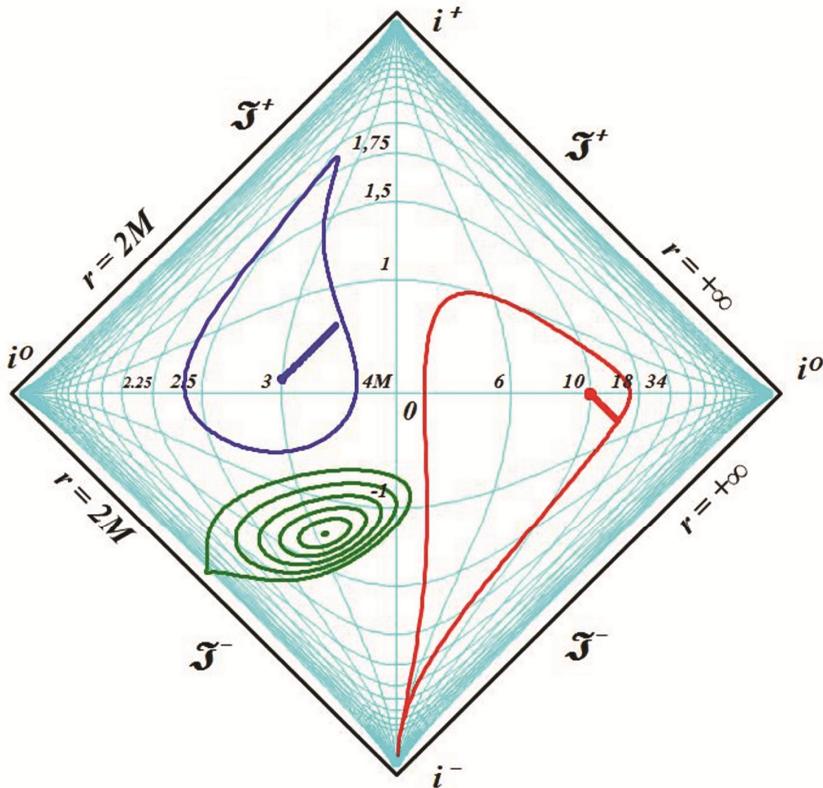


Рис.4.20. Секундомеры на координатной $2M$ -диаграмме Пенроуза. Кадр из анимации [6]

Обратим внимание, что диаграмма явно "чувствует" знак параметра, поскольку в данном случае указатель секундомера на анимации движется в правильном направлении, по часовой стрелке. Однако, если мы принудительно поменяем знак параметра, то картинка просто перевернётся, зеркально отразившись от оси x . В этом случае направление движения указателя также изменится на противоположное.

Этот переворот виден на правой стороне диаграммы. Фрагмент отдаленно напоминает картину "Твердость памяти" Сальвадора Дали с "плавающими часами". У нас на диаграмме опять же изображен круг, в котором вращается стрелка - указатель. Параметры окружности: радиус $R = 5.66$, а центр имеет координаты $x = 10$, $y = 0$. Длина указателя или радиус окружности, которую описывает его конец, равны $5,6$. Знак параметра m выбран отрицательным и диаграмма это вновь "почувствовала", направив вращение указателя против часовой стрелки. Если для этой окружности мы выберем знак параметра m положительным, то "секундомер" просто отразится зеркально от оси x , а указатель будет вращаться как положено – по часовой стрелке.

Слева внизу диаграммы для наглядности изображена группа концентрических окружностей с центром в точке $x = 3,1$ и $y = -1,9$. Радиус самой большой окружности равен $1,1$. Как и в случае с секундомерами, изменение знака параметра m на противоположный, в данном случае на отрицательный, приведёт к тому, что эта группа зеркально отразится от оси x и окажется в верхней левой части диаграммы.

Все визуальные деформации связаны исключительно с криволинейностью системы координат 2М-диаграммы.

5. Диаграммы коллапса нейтронной звезды

Диаграммы Пенроуза, изображающие процесс коллапса нейтронной звезды в Черную дыру, являются, по существу, комбинацией исходной, пустой диаграммы и диаграммы вечной Черной дыры. Мы относим их к третьему классу в). Как правило, в литературе процесс коллапса изображают следующим образом:

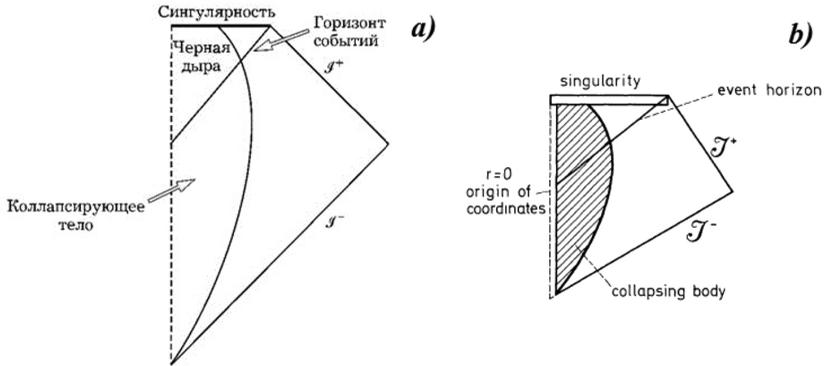


Рис.5.1. Две версии диаграммы Картера-Пенроуза для звезды, коллапсирующей в черную дыру а) [28, Рис.3.3], б) [3, fig.3]

При всей наглядности диаграммы неизбежно возникает вопрос об обнаруженной выше анизотропии и полярности времени. Непосредственно это ведет к тому, что на таких диаграммах нельзя непротиворечиво построить нулевые геодезические и невозможно нанести координатную сетку линий неизменного времени и расстояний. Вероятно, это одна из причин, по которой везде в просмотренной литературе такие диаграммы изображаются без координатной сетки.

Но это не единственная особенность таких диаграмм. Как отмечено, эти диаграммы выглядят как соединение половинок двух разных диаграмм: снизу исходная диаграмма с бесконечным горизонтом, а сверху диаграмма вечной Черной дыры. На них точка пересечения линии горизонта и начала

координат практически всегда совпадает с нулевой осью времени. Если попытаться нанести на такую комбинированную диаграмму координатную сетку, то обнаружится, что линия их стыка становится линией разрыва, излома для геодезических. Это означает, что все геодезические, в том числе и световые становятся ломаными линиями, с разрывом и смещением в момент коллапса. Другими словами, на таких диаграммах изобразить светоподобную геодезическую в виде сплошной прямой линии, видимо, просто невозможно:

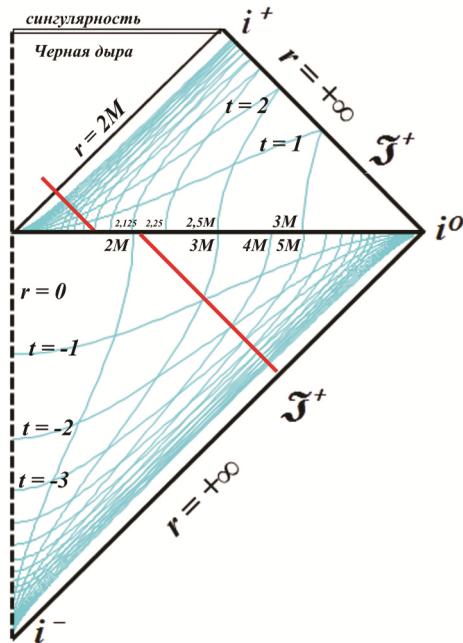


Рис.5.2. Диаграмма коллапсирующей нейтронной звезды с сеткой времени и расстояний. Нулевая геодезическая может быть изображена только ломаной линией.

На приведенной диаграмме Пенроуза сделана попытка нанесения координатной сетки. Хорошо заметно, что совместить нижнюю сетку (до коллапса) с верхней (после коллапса) невозможно, поскольку на верхней половине диаграммы отсутствует область пространства от 0 до $2M$, которая пере-

несена в сингулярный треугольник, в область Черной дыры. Нижние линии координатной сетки расстояний приходится сильно изогнуть или разорвать для совмещения с соответствующими линиями верхней сетки. Лишь при удалении на бесконечность сетки начнут сближаться, причем просто как следствие умельчения масштаба. Масштабы верхней и нижней частей диаграммы условны, но ни при каких обстоятельствах невозможно совместить по номиналу (значению) более одной линии расстояний верха и низа диаграммы. Невозможно обеспечить сквозную монотонность сетки диаграммы с выбранными шкалами, с обеспечением их конформности.

Физически такое смещение сетки означает, что в момент коллапса некий удаленный объект без какого бы то ни было реального движения мгновенно оказывается на диаграмме на другом расстоянии от центра звезды, чем до коллапса. Кроме этого эффекта, напоминающего телепортацию, возникает и эффект машины времени, воздействия на прошлое. В момент коллапса события прошлого оказываются измененными: гладкие непрерывные мировые линии прошлого становятся ломаными.

В литературе велись громкие дискуссии о том, сохраняется ли информация в Черной дыре. Здесь мы обнаруживаем, что информация подвержена серьёзному искажению даже вне Черной дыры, в момент коллапса, причем искажается информация прошлого.

Координаты внутри Черной дыры

Обнаруженные координатные дефекты в пространстве-времени вне Черной дыры невольно возвращают нас к известному процитированному выше утверждению о взаимном обмене местами пространства и времени. Другими словами, в области Черной дыры, внутри неё сетке времени соответствуют пространственноподобные линии, а расстояниям — времениподобные.

Как следствие, в дополнение к парадоксам анизотропии времени, обрыву геодезических и взаимному обмену координат времени и пространства, в литературе можно встретить еще и такую фантастическую аллегория: время внутри Черной дыры становится трех-координатным, а пространство, наоборот, становится однокоординатным. Приводятся литературные описания, как астронавт, попавший под горизонт событий, встречает себя в прошлом и уговаривает не совершать этого опасного путешествия.

Каким образом проявляют себя появившиеся вдруг две дополнительные координаты времени, неясно. Напротив, ставшая единственной пространственной координата теперь трактуется просто как невозможность двигаться никуда, кроме как к сингулярности наподобие стрелы времени.

Подобные описания, видимо, хорошая тема для научно-фантастического романа, но на диаграмме Пенроуза эти изменения размерности явным образом не показаны. По-прежнему пространственная координата обозначена как 2-сфера, а время помечается все той же величиной $t = \text{const}$. Конечно, визуально они поменялись своими времениподобными и пространственноподобными местами, но это по отношению к таковым на основной части диаграммы, вне Черной дыры. И вне Черной дыры и внутри неё наличие горизонта событий $2M$ традиционно трактуется как невозможность уйти из-под него ни времениподобным, ни нулевым геодезическим. Всё это соответствует и математике теории относительности.

Тем не менее, все рассуждения о таком взаимном обмене, выглядят весьма искусственными, надуманными. Конечно, рассуждения о том, что по пространственной координате можно двигаться только вперед, в сторону сингулярности, что и делает её похожей на стрелу времени, в принципе, вряд ли могут вызвать серьезные возражения. Правда, такая "стрела пространства" выглядит весьма странно – она может иметь спиралевидную форму.

Напротив, движение по координатам времени и вперед и назад вызывают недоумение. Из возможности такого движения непосредственно следует, что необходимо вводить понятие $2t$ -сферы, поскольку координат времени теперь три. Но главное то, что движение по времени назад – это прямая дорога к акаузальным парадоксам. В спорах о них сломано немало копий, но следует решительно отвергнуть любую возможность движения в прошлое, не смешивая его с замедлением времени, которое к парадоксам не приводит. Никакие отговорки, дополнительные условия, принципы реинтерпретации, тахионные механики и тому подобное не могут решить проблему движения в прошлое. Вопрос открыт лишь потому, что теоретики машин времени просто верят в придуманные ими модели движения обратно во времени. Мы же решительно отвергаем любую такую возможность и, как следствие, даже гипотетическую возможность поведения координаты времени как двунаправленной координаты пространства, движения по оси времени в обоих направлениях.

Кроме этого, утверждение, что сетка времени стала времениподобной, а пространственная – пространственноподобной выглядят очень противоречиво. Как известно, времениподобность мировой линии определяется по её наклону к оси времени: угол между ними должен быть меньше 45 градусов. В Черной дыре на диаграмме, в сингулярном треугольнике, как можно легко заметить, этот угол по определению меньше 45 градусов. То есть, координатные линии пространства $r = \text{const}$ и, если можно так сказать, само пространство являются времениподобным. Такой поворот можно сравнивать с поворотом книги на столе: если повернуть её на 90 градусов, то пространство и время при этом не поменяются местами.

Неожиданное предсказание

Но, пожалуй, главной неожиданностью диаграммы коллапса нейтронной звезды является то, что она *предсказы-*

вает возможность ухода из-под горизонта событий Черной дыры. Заметим, что это явление в таком контексте нигде в литературе не описано и даже не упоминается. При его рассмотрении для лучшей детализации изобразим сингулярный треугольник отдельно, согласно имеющимся в литературе указаниям. А именно: пространство и время внутри Черной дыры традиционно поменяем местами. Конкретно на диаграмме это проявляется в том, что координатные линии времени визуально стали вертикальными и рассматриваются как линии расстояний и наоборот. Вместе с тем, при таком обмене теперь уже новые линии расстояний по-прежнему помечаются как 2-сферы, а линии времени так же по-прежнему обозначают как одна координата $t = \text{const}$.

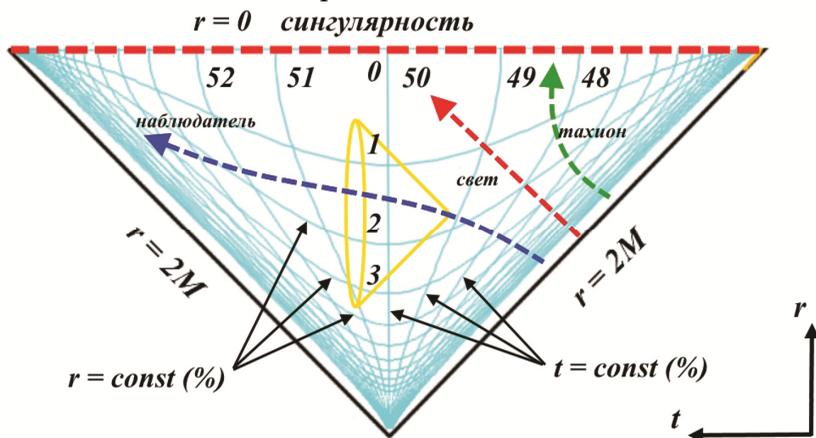


Рис.5.3 Сингулярный треугольник Черной дыры – верхняя часть диаграммы коллапса нейтронной звезды

На рисунке координатная сетка построена на основе принципа конформного преобразования. Число линий при этом выбрано равным 100, а деления обозначают номер линии, координатное значение которых равно соответствующему проценту от абсолютного значения. Например, значение $r = 3$ соответствует $0,06M$. Значение делений по шкале времени определяется по времени свободного радиального

падения тела на сингулярность. Видно, что направление течения времени справа налево, а расстояния уменьшаются снизу вверх от горизонтов $r = 2M$ до сингулярности $r = 0$. Очевидно, что сохранение конформного вида светоподобных геодезических и световых конусов внутри сингулярного треугольника приводит к конечным значениям времени и расстояний внутри него. То есть, интервалы расстояний и времени движения равны $2M$. Бесконечное количество делений координатной сетки означает лишь их неравномерность.

Теперь рассмотрим случай сверхмассивной Черной дыры, в которую падает некий наблюдатель. Приливные силы малы и он без травм пересекает горизонт событий. Согласно теории относительности его скорость не может превышать скорости света. Другими словами, уклон его мировой линии к оси времени должен быть меньше 45 градусов. На нашей диаграмме ось и линии времени направлены горизонтально, следовательно, в этом случае мировая линия наблюдателя является времениподобной и не имеет никаких физических препятствий для достижения левого горизонта $2M$.

И здесь можно привести мнение Хокинга, относящееся к случаю невращающейся заряженной Черной дыры Райснера-Нордстрема:

"Во всех этих случаях сингулярность времениподобна. Это означает, что в отличие от решения Шварцшильда времениподобные и изотропные кривые всегда могут избежать встречи с сингулярностью" [30, с.178].

Однако, легко заметить, что на данном рисунке сингулярность тоже времениподобна, хотя соответствует решению Шварцшильда. Поэтому возражение к отмеченным в цитате отличиям от этого решения закономерно требуют признать следующие утверждения (фрагменты) ошибочными:

"... как только частица оказалась внутри $r = 2M$, она обязательно достигнет сингулярности.

... в области II, где $r < 2M$, ... значение r убывает в области II при движении снизу вверх ... поверхности $r = \text{const}$ пространственноподобны..." [30, с.174].

Область II в цитате – это область внутри шварцшильдовской Черной дыры, сингулярный треугольник, которые и изображены на рисунке. Обязательность падения частицы на сингулярность в цитате следует из предположения о пространственноподобности поверхностей $r = \text{const}$. Непосредственно это означает невозможность движения частицы вдоль такой поверхности, поскольку это означает скорость, превышающую скорость света. Но присмотримся к диаграмме. Пространственноподобность геодезической *определяется её наклоном к оси времени*. Нулевые геодезические, световые имеют уклон в 45 градусов. Это будет хорошо заметно, если нанести на рисунок световой конус. Если уклон мировой линии меньше 45 градусов, то есть, линия приближается к линии времени, то мы получаем пространственноподобную геодезическую. Здесь же угол определенно больше 45 градусов. Меньше он только в том случае, если его определять по отношению к *линии времени вне Черной дыры*. Но это выглядит весьма странно: расстояния взяты внутри Черной дыры, а время – вне неё. Если же и расстояние и время рассматривать как единое пространство-время внутри Черной дыры, то в этом случае поверхности $r = \text{const}$ определенно являются *временноподобными*. В этом случае в приведенной цитате верным остается только фраза о направлении убывания r – снизу вверх.

Картину на диаграмме можно описать так: только геодезические, направленные в сторону сингулярности, неизбежно упадут на неё, все остальные способны достичь левого горизонта событий. Но это явно противоречит и приведенной цитате и общепризнанным положениям теории относительности.

Физически картина на диаграмме может выглядеть примерно так. Наблюдатель, попавший под горизонт Черной дыры, без каких-либо проблем может двигаться *по инерции как планетарный спутник сингулярности по линии $r = \text{const}$ с некоторой скоростью $v < c$* . Не затрачивая энергии, он может вечно двигаться по замкнутой орбите. Это полностью

соответствует графическому изображению: скорость при таком движении заметно меньше скорости света. Правда, возникает некоторая неопределенность. И время и пространство имеют фиксированные, ограниченные значения. Что будет на диаграмме, когда пройдет время $2M$? В этот момент наблюдатель будет по-прежнему на расстоянии $r = \text{const}$ от сингулярности. Есть, пожалуй, только один осмысленный вариант. Время вновь течёт с правого края треугольника влево, что можно рассматривать как следующий оборот наблюдателя вокруг сингулярности. Однако, и без этой цикличности возникает абсурдная ситуация, противоречащая положениям теории относительности. Скорость, с которой наблюдатель движется вокруг сингулярности, меньше скорости света, хотя такая скорость на большем удалении, перед входом под горизонт событий явно была не способна удержать его от падения на сингулярность. Более того, если он включит свои двигатели, то уже ничто не может помешать ему уйти из-под горизонта. Здесь возникает новый вопрос: а куда именно он уйдёт? Если Черная дыра "захватила" его, то почему она вдруг его куда-то выпускает?

Возникла противоречивая, парадоксальная ситуация. Модифицированная диаграмма Пенроуза с явно выделенной областью Черной дыры, сингулярным треугольником демонстрирует два взаимоисключающих предсказания. Досветовая скорость делает неизбежной падение события на сингулярность и любая скорость позволяет событию избежать падения на сингулярность. Причем помимо планетарного движения вокруг сингулярности появляется возможность за конечное время достичь (изнутри) левого горизонта событий Черной дыры. Физический смысл такого движение неясен.

В последнем случае сложно избежать довольно фантастических интерпретаций. На полной, декартовой диаграмме коллапса – это, видимо, уход наблюдателя на минусовую бесконечность. Но это умозрительно, поскольку графически на диаграмме такое движение изобразить можно лишь удалив горизонт событий. А на полярной диаграмме возникает

не менее спорная трактовка. На так называемой максимально расширенной диаграмме этот горизонт назван параллельным горизонтом, подразумевающим параллельную Вселенную, то есть, выходит, через Черную дыру можно попасть именно туда. Но на диаграмме коллапса, из которой получено это расширенное решение, ось начала координат непосредственно касается этой вероятной параллельной Вселенной:

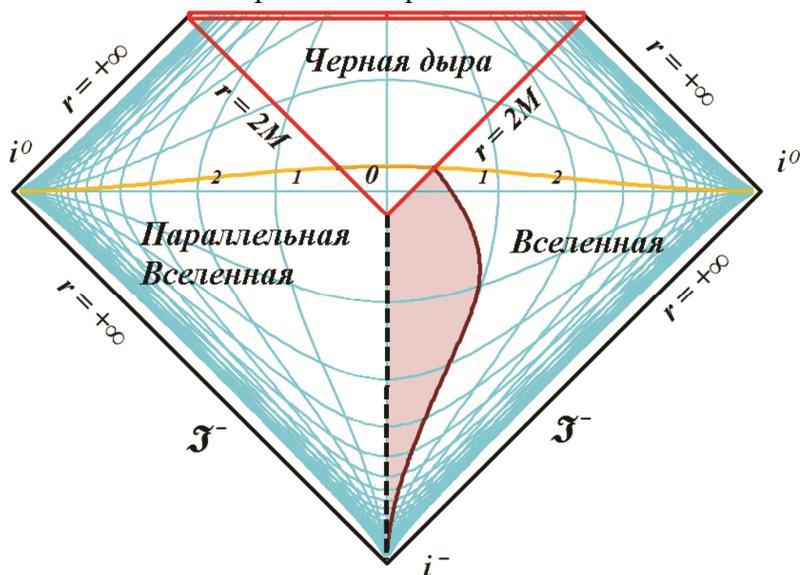


Рис.5.4. Коллапс на полярной диаграмме Пенроуза.

Как видно на рисунке, наша и параллельная Вселенные имеют общую границу задолго до коллапса. Однако, по смыслу максимально продолженного решения Шварцшильда параллельная Вселенная может возникнуть только в момент коллапса нейтронной звезды (как в эвереттике при коллапсе волновой функции). Иначе до коллапса полярная диаграмма тоже должна иметь вид ромба, если параллельная Вселенная вечна. Здесь же коллапса ещё нет, а на диаграмме параллельная Вселенная уже должна существовать. В этом случае даже при условии "угол падения равен углу отражения" для геодезических в нашей Вселенной, общая граница между двумя

Вселенными выглядит крайне противоречиво. Любое событие формально может попасть из одной Вселенной в другую.

Поскольку общую ось начала координат имеют эти две Вселенные, то, в соответствии с рассмотренным ранее видом сверху, такую же общую ось должны иметь и бесчисленное множество параллельных Вселенных.

Сингулярный треугольник в таком случае превращается в сингулярный конус, Черную дыру, общую для всех мыслимых Вселенных, область, через которую все они фактически сообщаются, поскольку в неё могут проникнуть события из всех этих параллельных Вселенных и какое-то время они будут доступны для взаимодействия. Причем все эти Вселенные имеют общую ось начала координат, поэтому существуют вообще независимо от наличия Черной дыры.

И действительно, объединяются ли все Черные дыры в одну, общую для всех, почему нет? Возникает своеобразная "чаша Граала". А кроме этого, ни физически, ни графически на диаграмме нет никаких препятствий для такого же объединения всех параллельных Вселенных в единую с нашей.

Но не менее противоречиво выглядит и выход из-под горизонта. Оба горизонта – основной (правый) и параллельный (левый) – обозначены одинаково как $r = 2M$. Тогда, например, для наблюдателя, попавшего под горизонт из нашей Вселенной, выход из-под него становится двусмысленным. В обоих случаях он выходит наружу из-под сферы радиусом $2M$, но куда именно и почему? Либо в нашу Вселенную, либо в параллельную. Графически на диаграмме последнее, выход в параллельную Вселенную выглядит более правдоподобно. И тогда появляется возможность для обширных трактовок. В частности, возникает дилемма. Два вида диаграммы Пенроуза, декартова и полярная предсказывают в целом схожие результаты. Первая, декартова - выход в нашу единственную Вселенную, вторая, полярная – противоречивый, парадоксальный выход из-под горизонта неясно куда. Один вид диаграмм, полярный предсказывает наличие параллельной Вселенной, правда, на весьма спорных основа-

ниях, другой вид, декартов, определенно, однозначно отвергает такие Вселенные. Получается, что такие модифицированные диаграммы Пенроуза противоречивы, поскольку опять предсказывают взаимоисключающие исходы:

а) диаграммы Пенроуза допускают существование параллельной Вселенной;

б) диаграммы Пенроуза запрещают существование параллельной Вселенной.

Предположение о том, что времениподобные события, наблюдатель из нашей Вселенной беспрепятственно достигают левого, параллельного горизонта событий и способны его пересечь, также противоречиво само по себе. В этом случае он сразу же оказывается вне горизонта (параллельного) и, соответственно, должен вновь попасть под него, притягиваемый сингулярностью. Правда, при досветовой скорости движения. Но если в момент выхода из-под горизонта он выпустит луч света, то свет будет распространяться в параллельной Вселенной. Но не это главное. Внутри сверхмассивной Черной дыры совершенно непротиворечиво могут встретиться два сигнала или наблюдателя: один из нашей Вселенной, другой из параллельной. Такой контакт не имеет никаких логических и математических противоречий. И эти два наблюдателя могут обмениваться любыми сообщениями. Таким образом, обмен сигналами, информацией между Вселенными через шварцшильдовскую Черную дыру возможен.

Поскольку каждый из наблюдателей, вновь затянутый в Черную дыру, снова получает возможность спокойно её покинуть, возникает своеобразный колебательный процесс, который может продолжаться до тех пор, пока внутри Черной дыры наблюдатель не достигнет сингулярности. Такая траектория его движения будет выглядеть как загадочная тропинка, которая с одного края короткая, а с другого имеет бесконечную протяженность. Возникает странная, абсурдная ситуация: эту короткую "тропинку", параллельный горизонт $r = 2M$ бесконечной длины наблюдатель быстро пройдет за бесконечно длительное время.

Более того, далее мы увидим, что наблюдатель вообще может беспрепятственно покинуть пространство сверхмассивной Черной дыры. И этот наблюдатель, как видим, определенно может быть из параллельной Вселенной.

Судьба астронавта, падающего в сингулярность

Можно ли объяснить эти противоречия с позиции общей теории относительности? Диаграммы предсказывают возможность уйти из-под горизонта, а теория относительности формально не допускает этого.

Однако, это противоречие имеет весьма условный характер. Если ознакомиться с темой сингулярности на форумах в интернете, в научной и научно-популярной литературе, в научно-популярных документальных фильмах и учебниках, то можно увидеть единодушное мнение о том, что на расстоянии гравитационного радиуса от Черной дыры *время останавливается*, скорость падающего на Черную дыру тела приближается к скорости света, а разрывающая сила, приливная сила, действующая на него, приближается к бесконечности.

Хотя и редко, но можно встретить и упоминаемые вскользь отклонения от этого тезиса: фактически ни одна из предполагаемых Черных дыр из-за такой остановки времени с точки зрения внешнего наблюдателя *в принципе не может иметь сингулярности*. При этом падение на сверхмассивную Черную дыру, вообще-то, вполне безопасно для астронавта. Рассмотрим в качестве примера задачу о падении некоторого астрофизика под горизонт событий Черной дыры, приведенную в учебнике:

"В ходе коллапса к $R = 0$ различные части тела астрофизика испытывают разные гравитационные силы. Его ноги, находящиеся на поверхности звезды, притягиваются к центру нарастающей до бесконечности гравитационной силой, в то время как его голова, находящаяся на большем расстоянии от центра, ускоряется вниз несколько меньшей силой. Разность этих двух ускорений (приливная сила) в ходе коллапса

все более нарастает, становясь в конце концов бесконечной, когда R достигает нуля. Тело астрофизика не может выдержать такие огромные силы; оно испытывает беспредельно нарастающее растяжение между головой и ногами" [16, с.65].

В ходе рассуждений авторами получено выражение (32.256) для компонент напряжения T в центре масс, в котором масса Черной дыры M принята равной массе Солнца M_c :

$$T = \frac{1}{2} \frac{mM}{hr^3} \approx 0,7 \cdot 10^{13} \frac{M/M_c}{r^3} = \frac{0,7 \cdot 10^{13}}{r^3} \approx 10^8 \text{ дин/см}^2$$

Здесь $m = 75$ кг, $h = 1,8$ м – вес и рост астрофизика, r – его удаленность от центра ЧД. Судя по всему, в решении задачи допущена вычислительная ошибка. Человеческое тело, как указано, не может выдержать давления или натяжения, превосходящего 10^8 дин/см², что соответствует 100 атмосферам. Подставив это значение в указанное уравнение, мы получаем:

$$r = \sqrt[3]{\frac{0,7 \cdot 10^{13}}{10^8}} = \sqrt[3]{0,7 \times 10^5} = 10 \times \sqrt[3]{70} \approx 41 \text{ км}$$

Авторы получили значение около 200 км. Хотя оба результата соответствуют неравенству $R \gg 2M \sim 3$ км, но, в общем, этот вывод не совсем верен. Утверждается, что астрофизик, расположенный на свободно падающей поверхности звезды с массой, равной массе Солнца, будет убит приливными силами при вычисленном радиусе звезды. Неточность заключается в том, что согласно пределу Оппенгеймера-Волкова звезда такой массы не может сколлапсировать.

Данная фатальная ситуация, надо признать, достаточно очевидна. Однако, более интересной является задача с другими начальными условиями, при которых человек безболезненно попадает под горизонт Черной дыры. Считается, что такая ситуация наблюдается при падении под горизонт сверхмассивной черной дыры. Применим полученное выражение к сверхмассивной Черной дыре в центре нашей галактики Млечный Путь:

$$T \approx 0,7 \cdot 10^{13} \frac{M/M_c}{r^3} = \frac{3,7 \cdot 10^6 \times 0,7 \cdot 10^{13}}{(6,75 \cdot 10^9)^3} \approx 8,4 \cdot 10^{-11} \text{ дин/см}^2$$

Как видим, астрофизику ничего не грозит. Здесь принято, что ЧД имеет массу, равную $3,7 \times 10^6$ масс Солнца, а гравитационный радиус равен 6,25 световых часа или $6,75 \times 10^9$ километров. В данном случае мы делаем не принципиальное отклонение от условия задачи, поскольку в данном случае падение происходит не в процессе коллапса, астрофизик не находится на поверхности коллапсирующей звезды, а свободно падает под её горизонт событий, гравитационный радиус.

Теперь произведём сравнение результата с классическим, ньютоновским. На астрофизика, находящегося на расстоянии гравитационного радиуса от центра ЧД действует сила притяжения:

$$F = \frac{G\mu M}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 75 \times 7,4 \cdot 10^{36}}{(6,75 \cdot 10^9)^2} = 8 \cdot 10^8 \text{ кГ}$$

Как видим, усилие огромное, но оно возникает, только если тело неподвижно. Однако, для свободно падающего тела (лифт Эйнштейна) это усилие исчезает, а вместо неё возникает приливная сила. Если посчитать вторую, разрывающую силу притяжения, приложенную к телу на высоте роста человека, то разность этих усилий (приливная сила) будет равна:

$$F = \frac{G\mu M}{r^2} - \frac{G\mu M}{(r + \ell)^2} \approx 0,0004 \text{ кГ}$$

Как видим, действительно, при падении под гравитационный радиус сверхмассивной Черной дыры, в данном случае Млечного Пути, на астрофизика будет действовать приливная сила ничтожной величины, не представляющая для него никакой опасности. Фактически астрофизик находится в состоянии невесомости!

Это довольно интересное обстоятельство – невесомость на гравитационном радиусе Черной дыры. И здесь следует обратить внимание на ещё один интересный факт. Как из-

вестно, гравитационный радиус Черной дыры растет пропорционально её массе. Следовательно, сила притяжения некоторого тела к Черной дыре на расстоянии гравитационного радиуса будет тем меньше, чем больше масса этой дыры.

Действительно, это очень интересное обстоятельство. Получается, что при некоторой массе такой дыры на тело будет действовать сила притяжения меньше, чем, например, на поверхности Земли. Действительно, величина гравитационного радиуса равна

$$r_g = \frac{2GM_{\text{чд}}}{c^2}$$

Соответственно, сила притяжения, например, единичного груза массой в 1 кг равна

$$F_{e0} = \frac{GM_{\text{чд}}}{r_g^2}$$

Подставим в это уравнение значение гравитационного радиуса из предыдущего уравнения

$$F_{e0} = \frac{GM_{\text{чд}}}{\left(\frac{2GM_{\text{чд}}}{c^2}\right)^2} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}}$$

Как и ожидалось, сила притяжения обратно пропорциональна массе сверхмассивной Черной дыры. Для того чтобы груз массой в 1 кг весил 1 кГ на горизонте Черной дыры, её масса должна соответствовать выражению

$$F_{e0} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}} = 1$$

Преобразуем, подставляем известные величины и находим массу такой Черной дыры

$$M_{\text{чд}} = \frac{c^4}{4G} = \frac{81 \times 10^{32}}{4 \times 6,67 \cdot 10^{-11}} \approx 3 \times 10^{43} \text{ kg} \approx 3 \times 10^{13} M_c$$

Это почти в 1000 раз больше массы известного кандидата на сверхмассивную Черную дыру. Считается, что Черные дыры

в квазарах, имеющих аккреционные диски, не могут иметь массу, больше чем $5 \times 10^{10} M_{\odot}$ [4]. Если это относится только к указанным сверхмассивным дырам, то возникает ещё одно интересное следствие. Еще раз укажем на общепризнанное мнение, что из-под горизонта Черной дыры невозможно ни уйти, ни подать какой-либо сигнал. Судя по всему, для вычисленной Черной дыры это не совсем верно. Рассмотрим следующую гипотетическую ситуацию.

Некий космолет попадает под горизонт такой сверхмассивной Черной дыры. Согласно уравнениям теории относительности, величина первой космической скорости будет равна скорости света, поэтому, как утверждается, он не может ни улететь, ни послать световой сигнал наружу. Однако, это утверждение имеет несколько иные основания, чем традиционно подразумеваемые. На гравитационном радиусе Черной дыры невозможна *стационарная, неизменная* орбита спутника, поскольку тангенциальная скорость, равная скорости света, для него недостижима. Обращаем внимание: скорость *тангенциальная*, то есть, перпендикулярная радиусу. В этом, собственно, и состоит смысл первой космической скорости, из которой и определяют гравитационный радиус. Но попробуем задать такой вот странный вопрос: с какой скоростью должен лететь космолёт, чтобы улететь, например, с Земли? Ответ – со второй космической скоростью – неверный. Правильный ответ: с любой ненулевой скоростью. По определению скорость обозначает изменение расстояния между объектами за некоторое время. Если космолёт движется от Земли по радиусу со скоростью 8 км/час, скоростью пешехода, то, очевидно, он рано или поздно покинет не только Землю, но и Солнечную систему. Нужно лишь двигаться от Земли, а не стремиться стать её искусственным спутником. Конечно, произойдет это очень не скоро и топлива на это ему понадобится очень много.

Это и означает, что первая космическая скорость задает условие *инерционного* (без двигателей) движения по некоторой орбите. Но она не имеет никакого отношения к активно-

му движению – с включенными двигателями – по радиусу. В нашем конкретном случае сверхмассивной Черной дыры на космолет действует сила притяжения, в точности равная таковой на поверхности Земли. Весит он ровно столько, сколько и на Земле. Возникает естественный вопрос: что может помешать звездолету, включив двигатели, подняться вверх, удалиться от центра Черной дыры? Тяга двигателей, очевидно, обеспечит существенно большее усилие, чем притяжение Черной дыры в этой точке.

А как же тогда быть с первой космической скоростью? А никак! Этот космолет с выключенными двигателями, действительно, не сможет остаться на стационарной орбите и очень скоро упадёт на сингулярность. Хотя и уйти на бесконечность ему будет непросто: потребуется очень много топлива. Но главное – уйти из-под горизонта такой Черной дыры ему ничто не мешает. И здесь появляется ряд возможностей. Например, уйдя из-под горизонта, космолёт может быть подхвачен спасательным кораблём. Но и находясь под горизонтом, космолёт может спокойно обмениваться радиосигналами с кораблём, находящимся вне горизонта. Описанные в литературе эксперименты с падением на сингулярность приобретают весьма реальные очертания для осуществления. На довольно большом расстоянии под горизонтом сверхмассивной Черной дыры какой-либо зонд может беспрепятственно передавать сигналы наружу.

Выводы о судьбе астронавта

Что из этого следует? Во-первых, главное: уйти из-под горизонта Черной дыры можно, что ничуть не противоречит формализму общей теории относительности, то есть, утверждения о её фатальных всё-поглощающих свойствах несколько преувеличены. Получается, что в общем случае ошибочным является утверждение авторов учебника:

"Следовательно, любой безрассудный специалист по ракетной технике, рискнувший упасть под гравитационный

радиус $r = 2M$ внешнего гравитационного поля, обречен на гибель" [16].

Во-вторых, остановка хода часов на горизонте событий сверхмассивной Черной дыры тоже выглядит неправдоподобно. Для внешнего наблюдателя наш гипотетический космолёт вовсе не замер на горизонте, а ведёт активную двухстороннюю связь. Напряженность гравитационного поля в его точке точно такая же, как на поверхности Земли.

Приведенные выкладки, несомненно, вызовут резкие возражения, утверждения, что они противоречат общей теории относительности. Но ведь главное противоречие заключается в том, что на горизонте сверхмассивной Черной дыры гравитационный потенциал, сила гравитационного притяжения может быть чрезвычайно малой. И это соответствует закону всемирного тяготения Ньютона, который является прямым следствием общей теории относительности, и которая этот закон не отвергает. Поэтому в условиях малой гравитации все классические проявления гравитации, несомненно, имеют место.

Но что это значит? Ведь стандартные формулы общей теории относительности утверждают, что на горизонте событий Черной дыры потенциал стремится к бесконечности! Практически любое упоминание Черной дыры начинается с описания её главных особенностей: поглощение окружающей материи, достигшей горизонта событий, и непременно указанием того, что *даже свет не может вырваться из-под этого горизонта событий*. Последнее утверждение является, если и не ложным, то не совсем верным, поскольку не учитывается, что сила тяготения растет пропорционально массе, но обратно пропорционально квадрату расстояния и на бесконечности равна нулю:

"В теории Эйнштейна сила тяготения на поверхности статической звезды

$$F_{\text{Э}} = \frac{GM}{r^2 \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}}$$

При $r \rightarrow r_g = 2GM/c^2$ сила тяготения $F_{\text{Э}}$ обращается в бесконечность" [18].

Но представленные выше расчеты неумолимы: на горизонте сверхмассивной Черной дыры потенциал может быть бесконечно малой величиной. При увеличении массы Черной дыры на горизонте событий r_g сила тяготения $F_{\text{Э}}$ не обращается в бесконечность, а стремится к нулю, и для таких потенциалов становится применимой физика Ньютона.

Тем не менее, горизонт событий по-прежнему остаётся горизонтом событий, и выведен он из условия невозможности уйти из-под него. Причиной такого несоответствия является то, что, как отмечено, такие расчеты общей теории относительности опирались на неверные исходные условия. Да, именно так: и теория относительности и выкладки исследователей далёкого прошлого и современности ошибочны – они рассматривают орбитальное движение, по инерции, а радиальное активное движение отбрасывают. Все расчеты делаются в предположении, что тело должно быть спутником сингулярности. В этом случае да, на горизонте потребуется скорость *тангенциального* движения, превышающая скорость света. Но при движении *по радиусу* на горизонте сверхмассивной Черной дыры на тело будет действовать ничтожно малая сила, которая не сможет его удержать. Покинуть горизонт событий такой Черной дыры можно.

Конечно, такое движение потребует длительной работы двигателей. Но ни на одной диаграмме Пенроуза не указывается, движется ли тело под действием двигателей или по инерции, от кратковременного импульса. Понятно, что для более протяженных дистанций потребуется большее количество топлива. Но ведь вопрос принципиальный и он вполне допускает пополнение топлива космолёта извне. Отсюда неизбежный вывод: невозможность уйти из-под горизонта,

по меньшей мере, сверхмассивной Черной дыры является ошибочным выводом. И на полученной диаграмме Пенроуза мы видим геометрическое подтверждение этого. Получается, что и математика теории относительности и геометрия диаграммы Пенроуза с сингулярным треугольником явно указывают на возможность ухода из-под горизонта событий Черной дыры.

А если математика теории допускает это, то почему на традиционной диаграмме принято считать, что это невозможно? И здесь мы вновь обнаруживаем ответ, отвергающий такое мнение относительно диаграмм.

Поворот сингулярного треугольника

Согласно выводам теории относительности, а правильнее, согласно её интерпретации в случае падения наблюдателя под горизонт событий Черной дыры для него ничего не произойдет. Он даже не заметит момента пересечения горизонта событий.

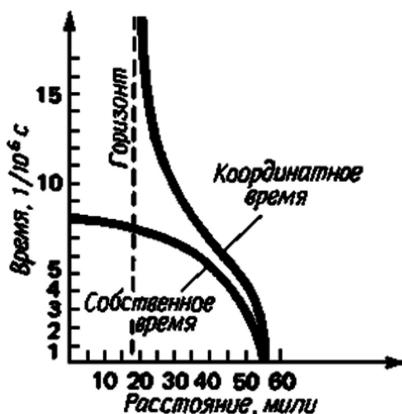


Рис.5.5. Сравнение собственного и координатного времен [13, рис.8.10]

Мы рассматриваем сверхмассивную Черную дыру, поэтому не учитываем влияния приливных сил вплоть до

момента приближения к сингулярности, когда гравитационные силы возрастут настолько, что гибель наблюдателя неизбежна. Но это должно означать, что структура пространства-времени для него остаётся неизменной на всём протяжении падения. Время движения до сингулярности имеет конечное значение – рис.5.5. На графике показано, что по своему собственному времени падающее тело достигает сингулярности за конечное, короткое время, причем траектория движения монотонна и не имеет разрывов.

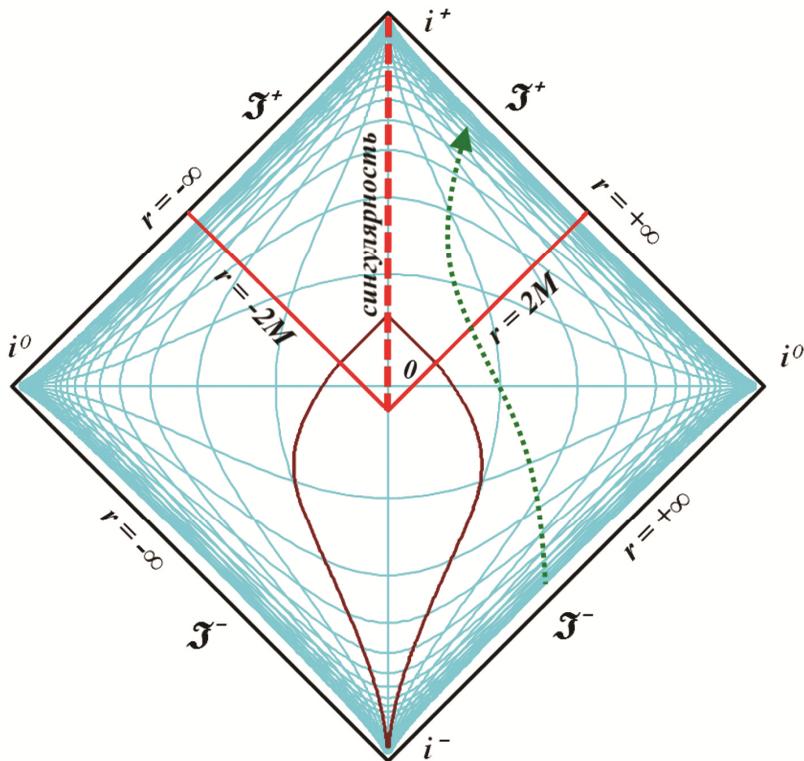


Рис.5.6. Коллапс нейтронной звезды с точки зрения падающего под горизонт наблюдателя.

Из этого следует предположить, что координаты пространства и времени в сингулярном треугольнике *не* меня-

ются местами. Логически в таком обмене нет никакой видимой необходимости: и время и пространство для наблюдателя сохраняют и непрерывность и монотонность.

Это позволяет изобразить декартову диаграмму Пенроуза для коллапса нейтронной звезды в таком, довольно непривычном виде, но с неизменной координатной сеткой – рис.5.6. Что особенного в таком изображении? Точно так же должна выглядеть и полярная диаграмма с параллельной Вселенной. Сингулярность в таком виде оказывается на исходной оси, центре Черной дыры. Она становится, безусловно, времениподобной геодезической. Сместившаяся было точка i^+ вернулась на своё место. Координаты времени и пространства также вернулись на свои исходные места, а сингулярные треугольники разных знаков больше не накладываются друг на друга. Это, пусть небольшие, но удобства.

Следует уточнить, что такое расположение сингулярности во многом совпадает с диаграммой Хокинга (фрагмент)



Рис.5.7. Времениподобный вид сингулярности [28, с.30]

Тем не менее, возникла явная несовместимость, неприемлемость с основными выводами теории относительности. Теперь сингулярность перестала быть неизбежной, у наблюдателя, мировая линия которого изображена на диаграмме зеленой пунктирной линией, появилась возможность уйти из-под горизонта Черной дыры на бесконечность. Действи-

тельно, именно такое *предсказание* следует из произведенной перестановки. Как видно на диаграмме, времениподобная геодезическая проходит мимо сингулярности и уходит на бесконечность. Лишь мировые линии, направленные в сторону сингулярности, неизбежно падают на неё. Верхние горизонты событий обозначены как бесконечные. И это не ошибка. Конечное время падения на сингулярность $2M$ будет только для нулевых геодезических. В связи с различием горизонтов координатная сетка здесь также имеет выявленные выше неизбежные аномалии, разрывы.

Как и в варианте с традиционным повернутым сингулярным треугольником причиной такого поведения времениподобных геодезических является то, что для них понятие горизонта событий изменилось. Теперь он определяется по скорости не орбитального, а радиального движения. Уйти от сингулярности позволяет любая ненулевая скорость.

Как указано, традиционная интерпретация диаграммы и формализм теории относительности не допускают такой возможности, здесь же она явно предсказывается. Но вспомним рассмотренные в предыдущих разделах выкладки. Строго математически мы пришли к выводу, что гравитационный потенциал на горизонте событий сверхмассивной Черной дыры не является непреодолимым, уйти из-под горизонта можно. При некоторых значениях массы Черной дыры этот потенциал окажется меньше, даже чем на Земле!

Из этого следует, что представленная диаграмма делает графически такие же выводы, что и аналитические расчеты, и логический анализ. Более того, теперь декартова и полярная диаграммы Пенроуза становятся практически тождественными, в том числе, и в отношении максимального продолжения для диаграммы шварцшильдовской вечной Черной дыры. Полярные координаты – это просто отсеченная правая часть представленного рисунка. Понятно, что в этом случае мы можем легко добавить к ней зеркальную половину, назвав её параллельной Вселенной. Но мы вновь получим такой же декартов рисунок, а зеркальное дополнение будет

заметно искусственным, поскольку обе Вселенные будут иметь общее начало полярных координат.

Также от двусмысленностей полностью свободна декартова диаграмма вечной Черной дыры: из-под горизонта наблюдатель непротиворечиво может уйти на реальную бесконечность, а параллельная Вселенная принципиально невозможна, для неё на диаграмме нет места. И только полярная диаграмма, подобие максимально продолженного решения, которая может быть получена из декартовой простым изменением знака горизонтов на левой половине, по-прежнему допускает возможность искусственного добавления одной или даже множества параллельных Вселенных, добавления неестественного и противоречивого.

Коллапс без образования сингулярности

Несмотря на глубокую и подробнейшую проработку гипотезы о сингулярности, она, тем не менее, выглядит ненадежной, спорной экстраполяцией. В сингулярности нет никакой необходимости, если принять, что в момент образования горизонта событий нейтронная звезда просто погружается под него, не испытывая никаких фазовых превращений:

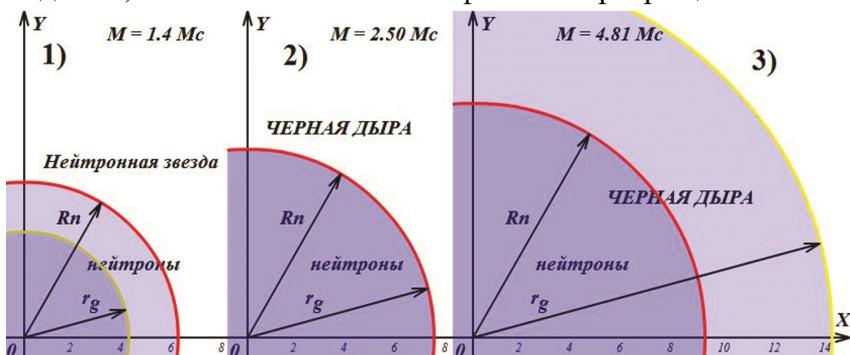


Рис.5.8. Нейтронная звезда не создает сингулярности. Кадры из анимации [6]

Такое допущение хорошо согласуется с тем, что приведенная выше необычная диаграмма "разрешает" любому телу под горизонтом не упасть на сингулярность - её просто нет. Физически это может выглядеть, например, так. Наблюдатель, упавший под горизонт событий Черной дыры движется по траектории $r = \text{const}$ в самом буквальном смысле: он просто оказывается на поверхности нейтронной звезды. Понятно, что в этой ситуации он разрушен до состояния слоя нейтронов.

Действительно, как известно сила гравитационного сжатия в 10^{38} раз меньше сил сильного ядерного взаимодействия. Получается, что в момент достижения критической массы нейтронной звезды столь мощные ядерные силы не сжимают нуклоны до состояния сингулярности, но это странным образом удается какой-то мизерной внешней силе. Выглядит это крайне неправдоподобно. Как если бы в схватке сцепились два борца-тяжеловеса, притягивая друг друга с громадной силой, но набежавший вдруг легкий ветерок мгновенно скомкал их в маковое зернышко. Конечно, идея о фермионном газе, не способном противостоять давлению, красивая, но это плохая идея, она явно противоречит логике.

Если же масса Черной дыры возрастает настолько, что сила гравитационного притяжения верхнего слоя нейтронов превышает силу ядерного взаимодействия, можно предположить, что и тогда нейтронная звезда перейдет в состояние, например, какой-нибудь кварковой звезды, уже не содержащей элементарных частиц, а полностью состоящей из отдельных кварков или других, ещё более элементарных частиц. Попробуем рассчитать, чему должна быть равна общая масса нейтронной звезды для перехода в такое состояние.

Минимальный размер Черной дыры с сингулярностью

Следует отметить, что полученные выше выводы, строго говоря, неполны. Представленная картина сингулярности, что называется, нарисована с одной, так сказать, минималь-

ной стороны, для критической массы нейтронной звезды. Для возникновения такой минимальной Черной дыры, как утверждается, понятие сингулярности и противоречиво и излишне. Но, может быть, сингулярность всё-таки образуется при дальнейшем росте массы Черной дыры?

В самом деле, чему должен быть равен диаметр внутреннего нейтронного "ядра" сверхмассивной Черной дыры, спрятанного под горизонтом, при котором сила гравитации на его поверхности превысит силу сильного ядерного взаимодействия? То есть, мы предполагаем, что вещество Черной дыры сразу после коллапса не схлопывается в сингулярность, а всё вновь захваченное ею вещество до определенного момента равномерно ложится на поверхность исходной Черной дыры, её нейтронное "ядро". Очевидно, все это можно увидеть только с точки зрения внутреннего наблюдателя.

Для такого наблюдателя всё вещество будет неизбежно падать на поверхность сколлапсировавшей, вернее, застывшей, "замороженной" нейтронной звезды, увеличивая на её поверхности силу притяжения, ускорение свободного падения. Следовательно, можно ожидать, что рано или поздно для этого наблюдателя сила гравитационного притяжения нейтрона на поверхности такой сверхмассивной нейтронной звезды превысит силу сильного ядерного взаимодействия.

В этом случае возникает новое подобие громадного "атомного ядра", вырвать из которого нейтрон будет существенно труднее, чем из обычного ядра. Если сильное взаимодействие удерживает нейтроны в составе ядра, то возникшее ещё более сильное гравитационное взаимодействие, видимо, деформирует ядро либо вплоть до сингулярности, либо до образования подобия какой-нибудь кварковой звезды, поскольку с уменьшением такого ядра сила сдвливания будет только увеличиваться. Поэтому будем считать, что у сил ядерного отталкивания есть предел и гравитация способна его преодолеть.

В этом случае для того, чтобы возникла сингулярность, необходимо, очевидно, чтобы сила притяжения нейтрона на

поверхности нейтронной звезды, по меньшей мере, превышала силу сильного ядерного взаимодействия $F_{яв}$. Величину этой силы можно оценить [22] по их соотношению. Два нейтрона массой Mn находятся друг от друга на расстоянии не ближе, чем расстояние сильного взаимодействия между нуклонами в атомном ядре $r_{св} \approx 10^{-15}$ м. Следовательно, сила их притяжения – условная «гравитационная сила сильного взаимодействия» $F_{св}$ равна

$$F_{св} = \frac{GMnMn}{r_{св}^2} = \frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 5 \times 10^{30} \times 2 \times 10^{-27}}{(10^{-15})^2} \approx 8 \times 10^{-18} \text{ кГ}$$

Это несколько условная сила гравитационного притяжения, сила, с которой нуклоны могли бы *гравитационно* притягиваться. Здесь G – гравитационная постоянная. Ядерные силы сильного взаимодействия сильнее гравитационной в 10^{38} раз. Такое сильное ядерное взаимодействие, тем не менее, не приводит к образованию сингулярности. То есть, нуклоны в ядре должны испытывать гравитационное притяжение большее, чем сила ядерного сильного взаимодействия $F_{яв}$:

$$F_{яв} = F_{св} \times 10^{38} \approx 8 \times 10^{20} \text{ кГ}$$

Такую силу гравитационного притяжения F_2 может обеспечить только звезда общей массой $M_{нз}$, которую определяем из уравнения:

$$F_2 = \frac{GM_{нз}M_n}{R_{нз}^2} \geq F_{яв} \quad (5.1)$$

Радиус нейтронной $R_{нз}$ звезды определим через её массу и объем. Объем $V_{нз}$ исходной, до сингулярности звезды и объём V_n одного нейтрона радиусом r_n без сжатия

$$V_{нз} = \frac{4}{3} \pi R_{нз}^3; \quad V_n = \frac{4}{3} \pi \cdot r_n^3$$

Поскольку между считающимися сферическими нейтронами в звезде остается незанятое пространство, то общее число нейтронов будет немного меньше. С учетом

коэффициента уплотнения $k_{nl}=0,74$ в объеме звезды поместится N_n нейтронов

$$N_n = \frac{V_{нз}}{V_n} k_{nl}$$

Это количество нейтронов создаст массу искомой нейтронной звезды

$$M_{нз} = M_n N_n = M_n \times \frac{\frac{4}{3} \pi R_{нз}^3}{\frac{4}{3} \pi \cdot r_n^3} = \frac{M_n R_{нз}^3 k_{nl}}{r_n^3}$$

Используя это выражение и (5.1), находим

$$F_2 = \frac{M_n R_{нз}^3 k_{nl}}{r_n^3} \times \frac{GM_n}{R_{нз}^2} = \frac{GR_{нз} M_n^2 k_{nl}}{r_n^3}$$

Подставляем значения величин и вычисляем

$$F_2 = R_{нз} \frac{GM_n^2 k_{nl}}{r_n^3} = R_{нз} \frac{6,67384 \cdot 10^{-11} \times 4 \times 10^{-54} \times 0,74}{64 \times 10^{-48}} =$$

$$= 1,57 \times 10^{-18} R_{нз} \geq F_{яб} = 8 \times 10^{20} \text{ кг}$$

Отсюда вычисляем радиус "исходной нейтронной звезды" до сжатия в сингулярность, своеобразного "атомного ядра" в центре Черной дыры

$$R_{нз} \geq \frac{8 \times 10^{20}}{1,57 \times 10^{-18}} = 5,09 \times 10^{38} \text{ м} \approx 5,09 \times 10^{22} \text{ св.лет}$$

Справедливости ради нужно отметить, что фактически внешние нейтроны в этой ситуации будут притягиваться как бы с удвоенной силой: силой ядерного притяжения плюс гравитационное притяжение. Но этот вопрос, пожалуй, следует оставить открытым: неясно, будет ли разгружаться "пружина" сильного ядерного притяжения или её сила сложится с внешней, гравитационной. Говорить о ядерном притяжении разрушенных гравитацией нейтронов вряд ли уместно.

Минимальное количество нейтронов для такой звезды с сингулярностью должно, соответственно, превысить

$$N_n = \frac{R_{из}^3 k_{нл}}{r_n^3} = \frac{(5 \times 10^{38})^3 \times 0,74}{64 \times 10^{-48}} \approx 10^{162} \text{ шт.}$$

Как видим, физически такая звезда возможна. Лишь возникает вопрос, насколько вероятно увеличение нейтронной звезды (а не горизонта Черной дыры) до таких размеров, если радиус наблюдаемой Вселенной составляет $13,7 \times 10^9$ световых лет? Учитывая, что Вселенная расширяется, то масса доступного для звезды вещества находится в пределах горизонта Вселенной, за которым находится недоступная и ненаблюдаемая область. Радиус этого горизонта при современном значении постоянной Хаббла равен приблизительно 15 млрд. св. лет, поэтому соответствующие величины в следующих уравнениях помечены индексом 15 [22]. Внутри этой сферы радиуса R_{15} масса вещества M_{15} с учетом темной материи и энергии равна

$$M_{15} = \frac{4}{3} \pi R_{15}^3 \rho \approx 10^{53} \text{ кг}$$

Здесь через $\rho = 9,31 \cdot 10^{-27} \text{ кг/м}^3$ обозначена плотность вещества в наблюдаемой Вселенной, $R_{15} \approx 1,4 \cdot 10^{26} \text{ м}$. Однако, следует учитывать, что такой радиус звезды обеспечивает лишь равенство гравитационного притяжения на её поверхности и силы сильного ядерного взаимодействия. Утверждение, что превышение этой силы гравитационного сдвливания приведёт к бесконечному сжатию нейтронов, все-таки довольно ненадежная экстраполяция. Кроме этого, для внешнего наблюдателя такая сила притяжения вообще недостижима на бесконечном интервале времени, поскольку самый сильно притягиваемый нейтрон всегда будет оставаться на поверхности *исходной* нейтронной звезды, и по мере роста Черной дыры это притяжение будет только уменьшаться.

Для справки оценим массу полученной Черной дыры

$$M_{инз} = \frac{R_{из}^3 M_n k_{нл}}{r_n^3} = \frac{(5 \times 10^{38})^3 \times 4 \times 10^{-54} \times 0,74}{64 \times 10^{-48}} \approx \\ \approx 1,9 \times 10^{135} \text{ кг} \approx 10^{105} M_c$$

и величину её гравитационного радиуса

$$r_g = \frac{2GM_{\text{инз}}}{c^2} = \frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 2 \times 10^{135}}{9 \times 10^{16}} \approx$$

$$\approx 3 \times 10^{108} \text{ м} \approx 3 \times 10^{92} \text{ св.лет}$$

Получается, что в расширяющейся Вселенной звезда такой массы образоваться просто не может, поскольку ей может быть доступно лишь 10^{53} кг вещества. Кстати, согласно теории Большого взрыва, инфляционной модели Линде, полная масса вещества в момент рождения Вселенной также была меньше - 10^{83} кг. Кроме этого, согласно литературным данным [4], предельная масса сверхмассивной Черной дыры равна всего лишь 5×10^{10} Мс.

Таким образом, для образования внутри Черной дыры сингулярности нет никаких серьезных оснований. Для справки все-таки оценим вес единичной массы F_{e0} на горизонте событий r_g такой Черной дыры с массой $M_{\text{чд}}$

$$F_{e0} = \frac{GM_{\text{чд}}}{r_g^2} = \frac{GM_{\text{чд}}}{\left(\frac{2GM_{\text{чд}}}{c^2}\right)^2} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}}$$

Это известное обстоятельство. Вес любого тела на горизонте событий Черной дыры тем меньше, чем больше масса этой дыры. Что особенно интересно, при бесконечно большой массе Черной дыры на её горизонте событий будет фактически невесомость. Для вычисленной Черной дыры вес гири массой в 1 кг на горизонте событий составит

$$F_{e0} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}} = \frac{81 \times 10^{32}}{4 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 2 \times 10^{135}} \approx 1,6 \times 10^{-92} \text{ кг}$$

Особого удивления это не должно вызывать: поскольку гравитационный радиус звезды растет пропорционально её массе, а сила притяжения оказывается обратно пропорциональной ей. При этом первая космическая скорость v_1 будет равна

$$v_1 = \sqrt{\frac{2GM_{\text{чд}}}{r_g}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 2 \times 10^{135}}{3 \times 10^{108}}} \approx \sqrt{9 \frac{10^{124}}{10^{108}}} \\ \approx 3 \times 10^8 \text{ м/сек} \approx c$$

Как видим, все основные положения для Черной дыры выполняются, хотя, конечно, выглядит все это довольно странно. Считается, что космический корабль и даже свет не могут покинуть такой горизонт событий и избежать падения на сингулярность. Но на самом горизонте событий при этом наблюдается невесомость. Конечно, улететь на бесконечность, видимо, будет крайне сложно, но что может помешать выйти из-под горизонта Черной дыры в радиальном направлении, если гиря массой в один килограмм весит там меньше электрона?

Для сравнения найдем вес единичной массы на горизонте стандартной (минимальной) Черной дыры

$$F_{\text{ед}} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}} = \frac{81 \times 10^{32}}{4 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 2,5 \times 10^{30}} \approx 10^{13} \text{ кг}$$

Также интересно выяснить, чему равны размеры и масса Черной дыры, на горизонте событий которой гиря массой 1 кг весит в точности 1 кг, как на Земле, то есть

$$F_{\text{ед}} = \frac{c^4}{4GM_{\text{чд}}} = 1$$

В данном случае вес в ньютонах. Поэтому

$$M_{\text{чд}} = \frac{c^4}{4G} = \frac{81 \times 10^{32}}{4 \times 6,67 \cdot 10^{-11}} \approx 3 \times 10^{13} M_c$$

Гравитационный радиус (размеры) такой Черной дыры

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 3 \times 10^{43}}{9 \times 10^{16}} \approx 0,4 \text{ св.лет}$$

Вновь мы получили более чем сверхмассивную Черную дыру, масса которой почти в 1000 раз больше массы максимально возможной Черной дыры.

6. Диаграмма испаряющейся Черной дыры

В 1975 году Стивен Хокинг пришел к выводу, что Черная дыра не является вечным объектом, что со временем она испарится в результате теплового излучения [3]. Следует отметить, что гипотеза нашла не только сторонников, но и противников. Мы не будем рассматривать обоснованность доводов о возможности такого испарения: даже не соглашаясь с ними, будем рассматривать этот процесс как возможный. В своей фундаментальной работе, обосновавшей явление испарения Черной дыры, Хокинг в качестве демонстрации привел следующую диаграмму Пенроуза:

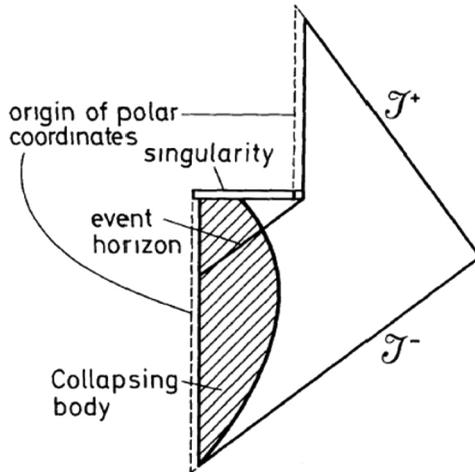


Рис.6.1 Диаграмма коллапса и последующего испарения и исчезновения Черной дыры [3, fig.5]

На диаграмме показан коллапс нейтронной звезды в Черную дыру, после чего на протяжении длительного времени дыра испаряется и, наконец, исчезает, полностью превратившись в тепловое излучение. В результате на её прежнем месте остается пустое пространство, не содержащее никаких сингулярностей. Как видим, диаграмма в точности повторяет рассмотренную ранее диаграмму для коллапса нейтронной звезды рис.5.1 за исключением дополнительной, смещенной

вправо оси начала полярных координат. Понятно, что на иллюстративной диаграмме нарушения пропорций и некоторые неточности неизбежны и вполне допустимы. Но даже без учета выявленных выше противоречий, разрыва геодезических, в данном случае на диаграмме можно обнаружить дополнительные принципиально спорные детали.

Первое, очевидное, состоит в том, что на данной диаграмме неподвижный центр полярных координат изменил своё положение в пространстве. Другими словами, в завершающий момент испарения, в момент взрыва центр Черной дыры оказался в новом месте пространства-времени. Очевидно, что никакие процессы в Черной дыре не могли изменить положения центра полярных координат, изначально неподвижного относительно звёзд.

Такое перемещение центра можно трактовать, например, как наличие времениподобных геодезических, которые после испарения Черной дыры скачком изменили своё положение, удаленность от исходного начала координат, реально не перемещаясь в пространстве. Условно говоря, до коллапса некий наблюдатель находился от геометрического центра нейтронной звезды на расстоянии 10 некоторых условных единиц. В момент коллапса он мгновенно, без перемещения оказался на удалении 8 единиц от центра звезды, а после испарения и взрыва Черной дыры – на расстоянии 12 единиц. При этом наблюдатель всё время оставался неподвижным относительно звёзд или реликтового излучения.

Другая, менее заметная геометрическая неточность диаграммы состоит в том, что на ней отброшена вторая, левая половина сингулярного треугольника, состоящего из линий двух горизонтов событий $2M$ и сингулярности $r = 0$. Часть оси начала координат, находящаяся внутри сингулярного треугольника, не является осью расстояний – после коллапса она стала осью времени. Кроме того изображенные на диаграмме некоторые мировые линии нейтронной звезды не достигают сингулярности, а другие движутся со сверхсветовой скоростью. Внесём в диаграмму несколько непринци-

пильных изменений, добавим отброшенную часть и сделаем углы горизонтов близкими к принятым 45 градусам:

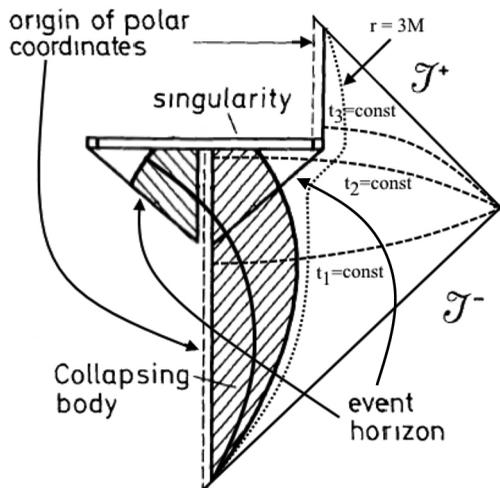


Рис.6.2 Диаграмма Пенроуза для коллапса [3, fig.5] с полным сингулярным треугольником

На рисунке показано исправленное изображение рис.6.1, на котором кроме отрезанной части сингулярного треугольника добавлена одна из мировых линий внутренней части звезды. Как отмечено, на оригинальной диаграмме Хокинга поверхность звезды падает на сингулярность со сверхсветовой скоростью. На исправленной диаграмме скорость падения - световая. Добавленная внутренняя мировая линия в оригинале молчаливо завершена на оси координат, хотя должна быть продолжена влево от неё. Данные исправления не устраняют главной неточности диаграммы – появление второго начала координат. Это невозможно, перенос начала координат в другую точку пространства недопустим.

Причиной некоторых из этих неточностей является то, что диаграммы Пенроуза традиционно строятся в единицах гравитационного радиуса $2M$. В связи с этим по мере уменьшения массы масштаб диаграммы пропорционально увеличивается, поэтому размеры исходной нейтронной звезды и

положение горизонтов и сингулярности на диаграмме оказываются искаженными. Величины $2M$ в исходном и конечном состоянии диаграммы, очевидно, имеют разные абсолютные значения. Если же построить диаграмму в абсолютных значениях расстояний и времени, то сразу же становится видна реальная картина коллапса звезды и испарения Черной дыры. Отметим, что и в этом случае диаграммы Пенроуза не позволяют создать непротиворечивое изображение, поскольку обрыв геодезических в момент коллапса Черной дыры является внутренним, неустранимым свойством, дефектом этих диаграмм.

На всех диаграммах Пенроуза, за исключением исходной, описательной отсутствует, не наносится координатная сетка $r = \text{const}$, $t = \text{const}$. Это скрывает серьезную проблему диаграмм: во многих случаях такую сетку нанести просто невозможно. То есть, на диаграмме неизбежно присутствуют физически невозможные или аномальные области, такие как области разрыва геодезических, анизотропии времени и пространства, области, геометрия которых противоречит математике теории относительности. Для демонстрации аномалии пространства на диаграмме показаны четыре линии координатной сетки t_1 , t_2 , t_3 и $r = 3M$. Эти линии демонстрируют координатную неполноту диаграммы, наличие на ней точек разрыва координат. Действительно, нанести на эту диаграмму координатную линию расстояний, например, $r = 1M$ физически невозможно. Для момента времени $t_2 = \text{const}$ такая линия имеет два разрыва. Очевидно, что в реальном физическом мире для любого внешнего наблюдателя такая координата существует. Причем, значение координаты $r = 3M$ в момент времени t_3 демонстрирует деформацию пространства-времени, поскольку эта линия явно пересекает другую координатную линию большего значения, существовавшую до коллапса.

Наконец, совсем незначительным дефектом можно назвать отсутствие промежуточных состояний процесса испарения. На таких диаграммах нельзя даже приблизительно

представить, как выглядит система в средний момент времени между коллапсом и взрывом испарившейся Черной дыры. На обобщенной диаграмме показаны только два состояния: процесс коллапса и в неясном виде момент исчезновения Черной дыры. Получается, что дыра существовала в неизменном виде вплоть до взрыва.

Коллапс нейтронной звезды

Вместо рассмотренной диаграммы, не ставя под сомнение возможность собственно испарения и отдавая дань традициям, попробуем корректно и наглядно изобразить процесс от коллапса до полного испарения Черной дыры. Сначала сделаем это в декартовом варианте диаграмм, приведенной на рис.4.5, на которых невозможны скрытные ошибочные геометрические построения. Не рассматривая очевидную историю развития нейтронной звезды, возьмем за начальный момент времени момент её коллапса в Черную дыру.

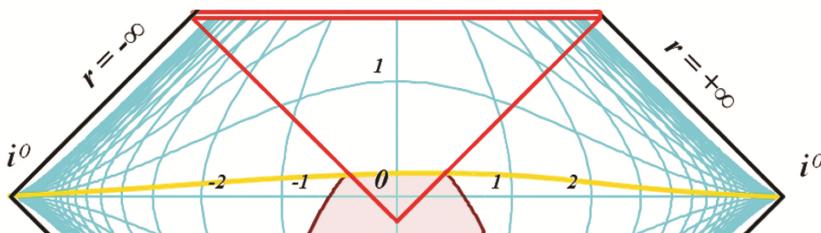


Рис.6.3 Фрагмент рис.4.5. Диаграмма Пенроуза – момент коллапса

Оранжевой линией на рисунке обозначен момент времени настоящего, в который происходит коллапс нейтронной звезды с образованием горизонтов событий и сингулярности Черной дыры. Точка коллапса находится на пересечении мировой линии поверхности звезды и линии настоящего. Координатная сетка внутри сингулярного треугольника отдельно не показана.

Все дальнейшие события на диаграмме будут располагаться выше линии настоящего. На диаграмме не показана измененная, вновь возникшая диаграммная сетка, поэтому не следует считать, что все времениподобные мировые линии будут завершены на линии горизонта событий, то есть, попадут в Черную дыру. Этой участи могут избежать не только нулевые и пространственноподобные (тахиионные) геодезические, но и времениподобные геодезические с уравнениями движения $r(t) > 2M$.

Диаграмма изображена в абсолютных значениях координат, поэтому значение точки коллапса, равное примерно 0,5 на диаграмме, фактически соответствует радиусу порядка 2-3 масс Солнца, минимальному значению массы Черной дыры. Если в дальнейшем масса звезды будет неизменной, то положение сингулярного треугольника так же будет неизменным. Но нас интересует другая ситуация – увеличение массы звезды, её последующее уменьшение вследствие испарения и взрыв.

После коллапса

Пусть после коллапса нейтронной звезды образовавшаяся Черная дыра на протяжении длительного времени поглощала различные объекты, увеличивая свою массу. Вместе с ростом массы рос и её гравитационный радиус. Отобразить такое поведение массы и радиуса на диаграмме в единицах радиуса $2M$ невозможно, поскольку радиус и масса возрастают синхронно. Но на представленной диаграмме ситуация иная. В данном случае горизонт событий будет изменять своё положение на диаграмме в зависимости от скорости (функции) поглощения вещества и движения линии настоящего вверх. Для определения алгоритма построения таких изменяющихся горизонтов рассмотрим следующую вспомогательную условную диаграмму рис.6.4.

Допустим, что в некоторый первичный момент времени произошел коллапс и в точке r_2 образовался горизонт со-

бытий S2. На диаграмме он имеет значение радиуса $r=2$. Здесь на оси расстояний показаны абсолютные значения $r = 0, 2, 4, 6, 8$ и, соответственно, такие же значения $t = \text{const}$.

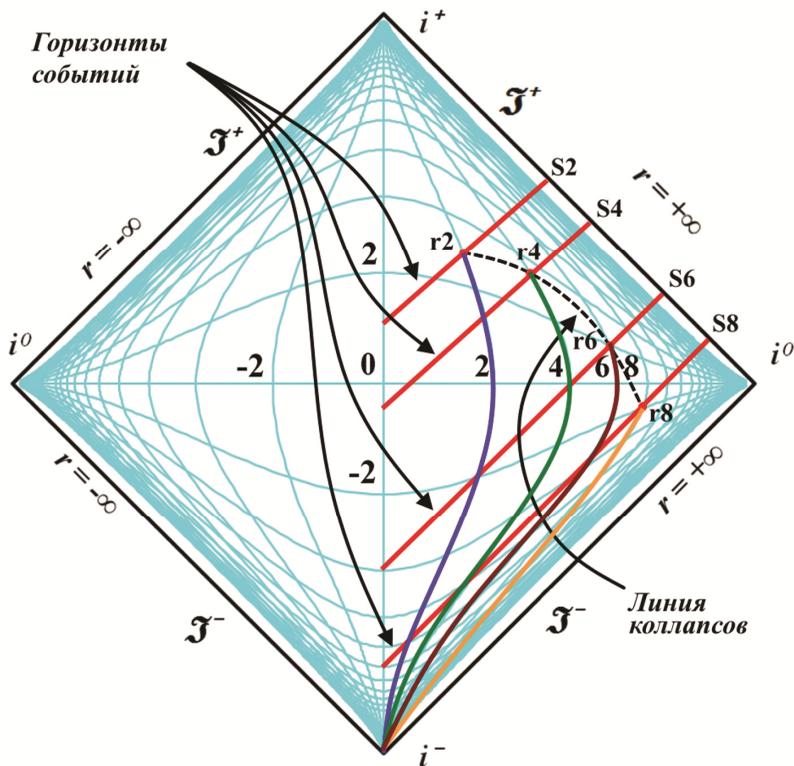


Рис.6.4 Вспомогательная диаграмма – рост горизонта

Тип единиц расстояния не имеет значения, это могут быть как массы: $2M, 4M, 6M, 8M$, так и любые другие значения, например, в массах Солнца $2M_{\odot}, 4M_{\odot}, 6M_{\odot}, 8M_{\odot}$. Через S2, S4, S6, S8 обозначены положения горизонтов событий для Черных дыр соответствующей массы 2, 4, 6 и 8. Как видно на диаграмме, изображенные мировые линии всех тел (событий) соответствуют их неизменному расстоянию от центра Черной дыры, то есть, они либо неподвижны, либо совершают орбитальное движение.

Через небольшой промежуток времени масса ЧД и её горизонт возрос до $r=4$. Такая величина означает, что с этого момента любое тело будет поглощено не на горизонте S_2 , а на большем удалении – S_4 . Сначала будет захвачено событие с мировой линией $r=2$, и только после этого более удаленное событие $r=4$. С другой стороны, это можно представить так, будто коллапс произошел не в точке r_2 , а в точке r_4 . Строго говоря, изобразить точно картину в исходной координатной сетки нельзя, поскольку на самом деле мировые линии оказываются разорванными в момент возникновения горизонта. Тем не менее, вполне допустимо такое представление о коллапсе звезды с массой, отличающейся от максимально возможной, поскольку оно непротиворечиво соответствует диаграмме вечной Черной дыры.

Продолжив рост массы, Черная дыра будет захватывать все события ещё раньше. На линии сингулярности S_6 вновь первым будет захвачено событие с мировой линией $r=2$, затем событие $r=4$ и только после этого событие $r=6$. И здесь ситуацию тоже можно представить таким образом, будто коллапс произошел в точке r_6 .

Точно такое же описание можно сделать и для горизонта S_8 . Как и в предыдущих случаях, ситуацию можно представить так, будто коллапс произошел в точке r_8 . Очевидно, что во всех этих случаях реальным был только коллапс S_2 в исходной точке r_2 с соответствующей первичной массой Черной дыры. Вместе с тем хорошо видно, что все эти условные коллапсы выстроились в некую линию, кривую. В космологии известно такое понятие "кривая вращения", поэтому по аналогии с ним назовем обнаруженную кривую кривой горизонтов. Эта кривая содержит точки, через которые проходит горизонт событий в данный момент времени и соответствующий его радиусу. Например, если в некоторый момент времени масса Черной дыры равна 10, то на пересечении линий настоящего и $r = 10$ будет находиться текущий горизонт событий.

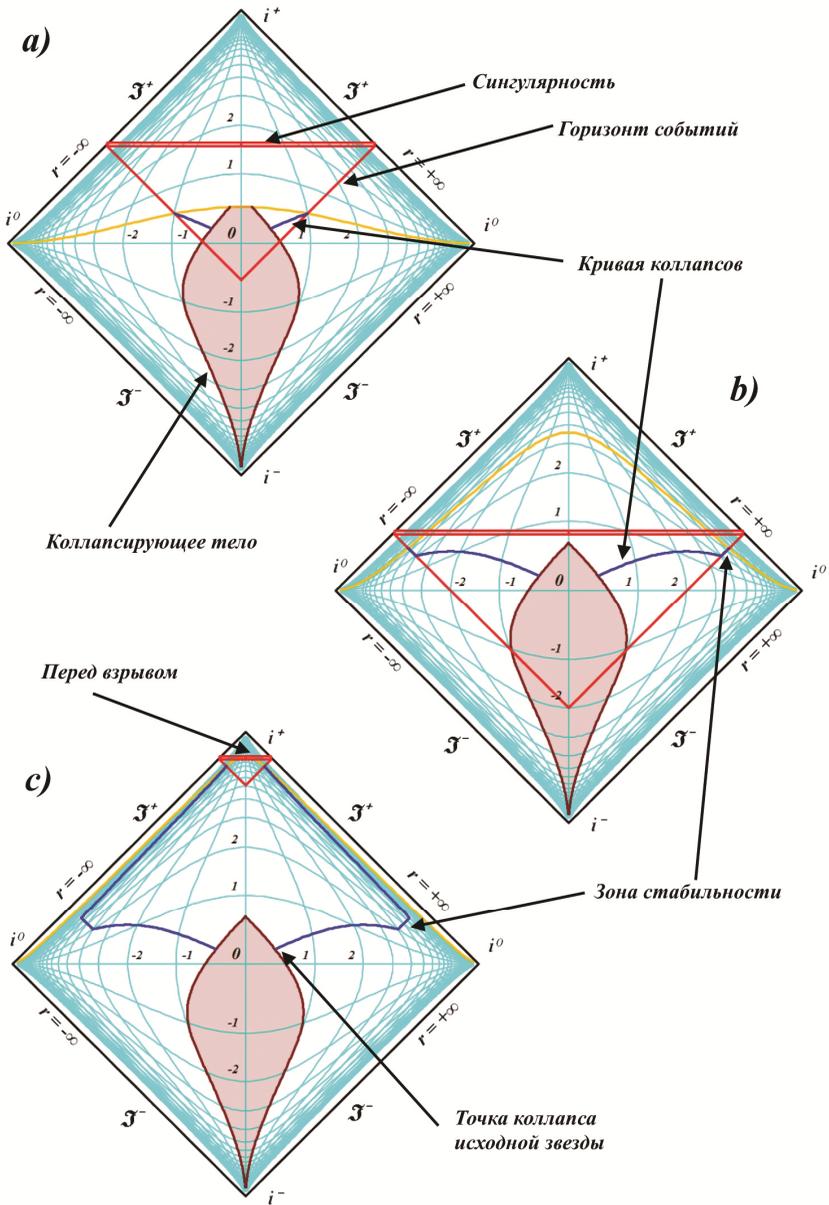


Рис.6.5 Кривая горизонтов коллапсов. Кадры из анимации [6]

Формализм кривой коллапсов позволяет наглядно изобразить историю изменения горизонтов событий в процессе роста и испарения Черной дыры рис.6.5. Несложно представить функциональное поведение такой кривой. На диаграмме существует единственная точка, в которой эта кривая начинается. Координаты точки – $2M$, а время – момент, когда масса звезды достигла значения $2M$.

Соответственно, согласно гипотезе об испарении Черной дыры, у этой кривой обязательно будет конечная точка, координаты которой – $10^{15}г$ и момент времени, когда масса звезды уменьшится до этой величины. В этот момент, как считается, звезда (сингулярность) взорвётся и превратится в излучение. Можно предположить, что у кривой коллапсов возможны и промежуточные интервалы, самым интересным из которых является участок, когда масса звезды неизменна.

На диаграммах можно условно показать эти три интервала. Вид функции кривой горизонтов полностью определяется реальными физическими условиями, поэтому мы без нарушения общности просто зададим эти функции произвольно. При этом мы учтем обстоятельство длительности процессов коллапса, набора массы звезды, период её стабильного состояния и период испарения. Все эти величины различаются на много порядков. Изобразить диаграммы в реальных масштабах диаграммы Пенроуза позволяют, но выглядеть такие мировые линии будут контрастно. Если мы покажем крупно момент коллапса, то момент взрыва сингулярности будет в самой точке $i+$ и увидеть что-либо будет невозможно. Напротив, если мы попытаемся изобразить укрупненно момент взрыва Черной дыры, то теперь уже в точку будет стянут момент коллапса и точно так же увидеть что-либо будет невозможно. Поэтому для наглядности мы условно сожмем время всего процесса от коллапса до взрыва таким образом, чтобы все три интервала были достаточно крупными, различимыми.

На рис.6.5 приведены три ключевых кадра из анимации такой диаграммы. На всех диаграммах процессы внутри

сингулярного треугольника не показаны, вся картина показана с точки зрения внешнего, неподвижного наблюдателя. Как и раньше, пространственноподобная линия желтого цвета – это линия настоящего. Линзообразная фигура коричневого цвета – это набор мировых линий коллапсирующей нейтронной звезды. После падения её на сингулярность её мировая линия становится тонкой осевой линией и на диаграммах не показана.

Синим цветом показана кривая коллапсов, линия рождения (изменения) горизонтов. Следует отметить, что линия не является геодезической, это такая же условная, физически не существующая линия, как и кривая вращения в космологии. Она связана не с одним каким-то событием, а с последовательностью условных событий, условных коллапсов.

На диаграмме а) показан момент собственно коллапса нейтронной звезды. Диаграмма в точности соответствует рис.4.5. В точке коллапса находится и начальная точка траектории кривой коллапсов, на пересечении линии настоящего, мировой линии поверхности звезды $r = 2M$ и возникшего горизонта событий.

Далее масса звезды возрастает согласно некоторой функции $m = f(t)$. Между массой и гравитационным радиусом звезды существует прямая пропорциональная зависимость, то есть, $r_g = km = kf(t)$. Функция подобрана так, чтобы кривая заняла достаточно большое пространство диаграммы.

До момента стабилизации кривая монотонна, как показано на диаграмме б). Но это условность, поскольку поглощение внешнего вещества Черной дырой вряд ли может быть монотонным, оно, скорее, скачкообразно, по мере появления вблизи космологических объектов, захватываемых Черной дырой.

После того, как в доступной области исчезнут все звёзды, другие космологические объекты и межзвездный газ, наступает период стабилизации. В этот период звезда "питается" только реликтовым излучением, которое со временем также прекращается. Поэтому звезда уже не изменяет свою

массу или это изменение ничтожно мало. Соотношение между поглощением реликтового излучения и испускаемым звездой тепловым излучением практически равновесно. Этот период виден на диаграмме с) как короткий светоподобный отрезок. На этом интервале горизонт событий находится в фиксированной точке пространства, то есть, $r_g = \text{const}$.

После угасания реликтового излучения (а кто-то верит, что оно будет вечно?) в Черную дыру больше не поступает вообще никакого вещества и излучения извне. Теперь температура звезды оказывается выше температуры окружающего пространства и остается только процесс её испарения. На диаграмме этот период сильно сокращен, уравнение кривой горизонтов выбрано таким, чтобы она полностью испарилась в верхней трети диаграммы. На диаграмме с) показан момент времени, когда масса звезды уменьшилась до критической – 10^{15} г. Собственно говоря, это предпоследний кадр диаграммы, на следующем кадре картина будет точно такая же, но на ней сингулярного треугольника не будет, звезда взорвалась.

Отметим, что на приведенной диаграмме, являющейся кадрами из анимированной, динамической диаграммы, есть две области – будущего и прошлого, которые разделены оранжевой (горчичной) линией настоящего. На последнем кадре диаграммы область будущего, как видно, сжалась до двух узких полосок вдоль верхних граней диаграммы.

Модель коллапса и испарения Черной дыры, представленная на рассмотренных диаграммах, лишена логических противоречий традиционной диаграммы Хокинга. Вместе с тем она не является исключением, и все принципиальные дефекты и аномалии диаграмм Пенроуза присутствуют и на ней: анизотропия времени, разрывы геодезических в момент коллапса, а также возможность уйти из-под горизонта.

7. Многоэлементные Диаграммы Пенроуза

Считается, что у стационарной Черной дыры нет и быть не может никаких внешних характеристик, в том числе и радиуса [31], помимо массы, момента импульса и определённых зарядов, а детальная информация об исходной материи теряется в момент коллапса. Для описания этой особенности Джон Уилер придумал лаконичную фразу: "У черной дыры нет волос". Под "волосами" подразумевается любое возможное проявление Черной дыры, выдающее ее происхождение.

В соответствии с решениями уравнений Эйнштейна для Черных дыр с соответствующими характеристиками их разделяют на четыре группы:

Решение Шварцшильда – статичное решение для сферически-симметричной чёрной дыры без вращения и без электрического заряда;

Решение Керра – стационарное, осесимметричное решение для вращающейся чёрной дыры, но без заряда;

Решение Райснера-Нордстрема – статичное решение сферически-симметричной чёрной дыры с зарядом, но без вращения;

Решение Керра-Ньюмена – стационарное, осесимметричное решение для вращающейся чёрной дыры с зарядом, наиболее полное на данный момент решение: стационарное и осесимметричное, зависит от всех трёх параметров. [31]

Выше мы рассматривали только решение Шварцшильда и соответствующие ему диаграммы Пенроуза. Некоторые из обнаруженных парадоксов и особенностей диаграмм в литературе не описаны. Главная особенность этих простейших по сути диаграмм заключается в их геометрической противоречивости, некорректности. Изображаемые на них ситуации в некоторых случаях противоречат как формализму математики теории относительности, так и невозможности их физической реализации, проявления в реальном физическом мире.

Однако, еще более странно и парадоксально выглядят решения для заряженных и вращающихся Черных дыр. Этим решениям соответствуют многоэлементные диаграммы Пенроуза, которые выглядят как множество связанных друг с другом пространств, диаграмм Пенроуза для шварцшильдовских Черных дыр.

Вращающимся Черным дырам соответствуют решения Керра и Керра-Ньюмена. И здесь вновь можно обнаружить явные противоречия не только на соответствующих им диаграммах, но и в самом формализме теории относительности. При внимательном анализе свойств таких вращающихся Черных дыр неизбежным выводом становится невозможность их существования.

Проведем кратко анализ решения Керра для вращающейся Черной дыры без заряда. Согласно положениям и выводам теории относительности время на горизонте событий Черной дыры *останавливается*. Возникает такой каверзный вопрос: время останавливается *только* на поверхности, на горизонте событий или также и во *внутренней* области, под горизонтом? Негласно принято считать верным второй ответ. Но в этом случае возникает противоречие. Остановка времени означает *отсутствие* всякого движения. Ни вправо, ни влево, ни вокруг своей оси. Но момент импульса неподвижного объекта равен нулю. Может ли у Черной дыры быть момент импульса, если она в принципе не может вращаться?

С другой стороны, если Черная дыра – это пустое пространство с массивной точкой нулевого объёма в центре, то что же вращается в этом случае? Как известно, момент импульса с нулевым радиус-вектором также равен нулю.

Получается, что согласно формализму общей теории относительности и классической физике помимо волос у Черной дыры нет и быть не может также и момента импульса. Ни решение Керра, ни решение Керра-Ньюмена не имеют физического воплощения, такие дыры не могут существовать даже теоретически.

Иначе все художественные научно-популярные иллюстрации о падающем на Черную дыру космолете или астронавте, как следствие допущения возможности вращения, также могут потребовать корректировки. Если Черная дыра способна вращаться, то такой космолёт должен двигаться вместе с её поверхностью вплоть до исчезновения. Но движение космолета неизбежно требует движения и внутри космолета, в частности, стрелок его часов. Если это верно для стационарной Черной дыры, то почему это не должно быть верно для вращающейся? Но тогда вновь возникает противоречие: на горизонте событий часы не останавливаются, то есть время течёт. Для большей определенности рассмотрим мысленный эксперимент. Пусть на вращающуюся Черную дыру падают стрелочные часы:

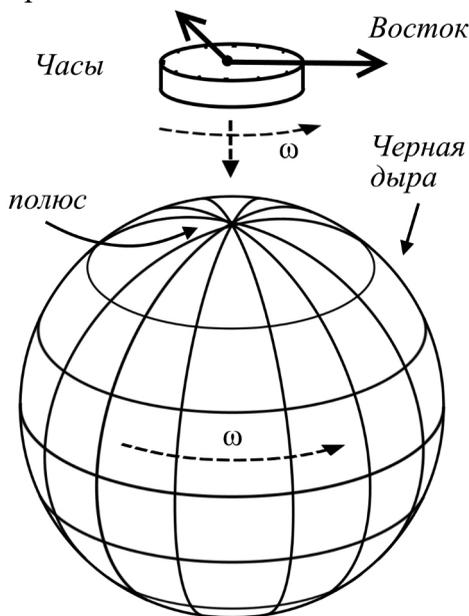


Рис.7.1. Падение часов на полюс Черной дыры

Выберем такую Черную дыру, скорость вращения ω которой равна одному обороту в час. Часы расположим так, чтобы они вращались с той же скоростью ω , что и Черная

дыра, но стрелка вращалась бы против вращения Черной дыры. В этом случае, на удалении от звезды стрелка часов будет всегда направлена в одну сторону. Назовём эту сторону, направление для однозначности востоком. Теперь дадим возможность часам упасть на полюс Черной дыры вдоль оси её вращения. Очевидно, что на полюсах звезды толщина эргосферы, образуемой вращающейся Черной дырой, равна нулю или близка к нему. Поскольку часы вращаются синхронно с Черной дырой, их минутная стрелка всегда будет направлена на восток. Когда часы далеко от звезды, это верно и для внешнего наблюдателя и для наблюдателя, падающего на звезду вместе с часами. При этом перед взором падающего наблюдателя будет пробегать внешний небосвод Вселенной, демонстрируя некое подобие суточного вращения звезды. Вплоть до падения на сингулярность эта скорость, сутки по падающим часам будут в точности равны 1 часу, а минутная стрелка часов всегда будет смотреть на восток внешней Вселенной.

Но для внешнего, неподвижного наблюдателя картина будет несколько иной. По мере приближения к горизонту событий темп хода падающих часов замедляется. Это строго соответствует положениям общей теории относительности. Замедление темпа хода часов проявляется в том, что относительное движение их минутной стрелки и циферблата также замедляется. Но это тождественно тому, что либо стрелка часов начинает вращаться все более синхронно с циферблатом и, соответственно, отклоняясь от направления на восток, либо циферблат вместе с Черной дырой, вращаются всё медленнее.

Но мы установили, что для внутреннего наблюдателя, рядом с часами, стрелка всегда смотрит на восток. Следовательно, и для внешнего наблюдателя стрелка также должна всё время смотреть на восток. Выходит, что верен вариант с замедлением вращения Черной дыры. В данном случае часы выступают в роли датчика вращения. И этот датчик определенно показывает, что на всем пути к поверхности горизонта

Черной дыры никакого вращения быть не может. Тем более, на самом горизонте. Возникает противоречие, парадокс: либо Черная дыра не может вращаться, либо время на горизонте событий не замедляется. Снимается парадокс лишь в случае признания, что момент импульса Черной дыры может быть только нулевым, вращающихся Черных дыр не существует.

По этой причине нет смысла анализировать свойства диаграмм для Черных дыр с вращением - решение Керра и решение Керра-Ньюмена. Тем не менее, такой анализ в литературе представлен достаточно широко.

Признание возможности существования Черных дыр с зарядом, особенно сверхмассивных, тоже имеет слабые стороны. Роль электрического заряда такой Черной дыры выглядит довольно странно. Если путешественник электрически нейтрален, то к гравитационному притяжению просто должно добавиться электростатическое, что можно трактовать как усиление притяжения и увеличение горизонта событий.

Однако, из уравнения для горизонтов видна противоположная тенденция: чем больше электрический заряд звезды, тем меньше её горизонт событий вплоть до минимального значения $r = m$. Ситуация выглядит противоречиво, парадоксально. Кроме того для фотона электрический заряд Черной дыры вообще не имеет никакого значения.

Если же падающее тело металлическое или электропроводящее, то произойдет его поляризация, которая должна закончиться эффектом катодной трубки – одноименные заряды такого тела должны быть вытолкнуты за его пределы. Для живого существа это равносильно гибели. Конечно, все это зависит также и от величины заряда. Тем не менее, аналитические решения имеют странный характер, в том числе, предсказывают существования двух горизонтов событий.

Мы не будем ставить под сомнение корректность этих решений, поскольку нас интересует в первую очередь, насколько геометрически непротиворечивы соответствующие им диаграммы Пенроуза.

Как видно на рисунке, диаграммы Пенроуза для решения Рейснера-Нордстрема имеют специфический и довольно интересный вид, поэтому мы выделяем их в отдельный обобщенный класс г). Особенность диаграмм этого класса состоит в их многоэлементной структуре, в связанной последовательности множества Вселенных [16, с.134; 30, с.177]:

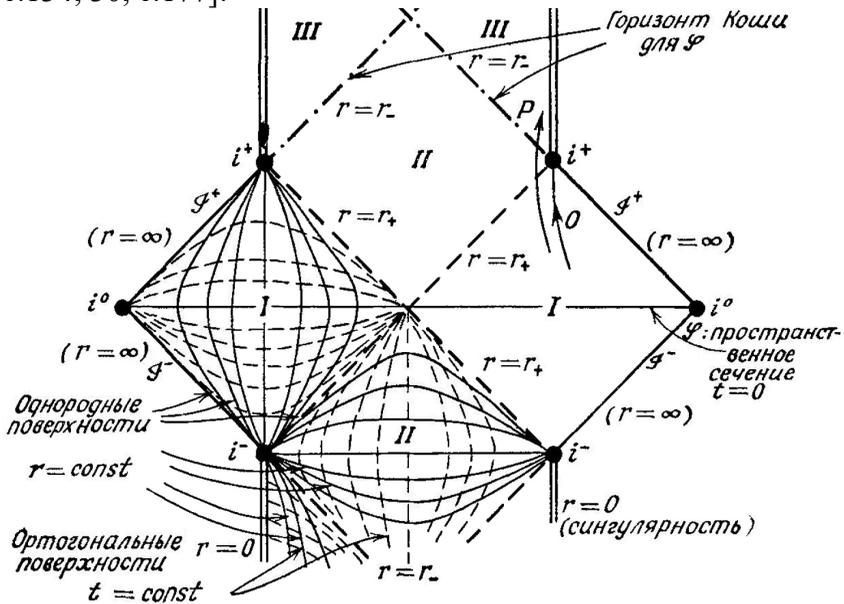


Рис.7.2. Фрагмент диаграммы [30, рис.25, с.177]

На рисунке приведен наиболее интересный фрагмент диаграммы Пенроуза для максимального расширения Райснера-Нордстрема ($e^2 < m^2$, где m - гравитационная масса и e - электрический заряд тела). Если $e^2 \leq m^2$, метрика имеет особенности также в r_+ и r_- , где $r_{\pm} = m \pm (m^2 - e^2)^{1/2}$. Бесконечное множество областей, очевидно, является следствием периодичности тригонометрических функций, входящих в уравнение метрики ds^2 .

Заметим, что в этом решении появилась новая, особая область II, изображающая пространство между двумя горизонтами событий. Со всех сторон она ограничена конечными

горизонтами r_{\pm} , а область III с сингулярностью соответствует шварцшильдовской Черной дыре. Из уравнения для r видно, что при отсутствии заряда диаграмма превращается в обычное расширенное шварцшильдовское решение.

Решение Райснера-Нордстрема описывает пространство-время вне электрически заряженного сферически-симметричного тела и представлено как решение уравнений Эйнштейна для Черных дыр. Ранее мы видели, что нанесение на диаграммы координатной сетки зачастую обнаруживает их противоречивые, парадоксальные свойства. Области I геометрически на диаграммах ничем не отличаются от одноименных областей максимально расширенного решения Шварцшильда, поэтому координатная сетка в них неизбежно обладает такой же анизотропией пространства-времени, обнаруженной выше и являющейся простым следствием геометрических построений. Области I физически можно отождествить с нашей Вселенной и множеством её подобий. Что примечательно и, возможно, не случайно, все эти области на диаграммах обозначены одинаково – без индексов или штрихов. Конечно, периодичность метрики формально, математически вполне допускает множество таких Вселенных. Но если задуматься, то можно обнаружить интересную аналогию. Например, функция \sin обозначает отношение сторон треугольника. Функция периодичная, но никому не приходит в голову утверждать, что этот треугольник имеет бесконечное множество своих "параллельных" треугольников. Сколько ни вращай его изменением угла за пределы 2π , треугольник всегда будет *один* и тот же. По аналогии однообразие в обозначении областей I дает основания *рассматривать все их как одну и ту же область*, как одну и ту же Вселенную. Понятно, что это всё из разряда интерпретаций, но одна из них звучит весьма впечатляюще:

"...времениподобная кривая из области I, пересекающая поверхность $r = r_+$, может ... появиться в другой асимптотически-плоской области I. Возникает захватывающая возможность совершить путешествие в другие вселенные через «хо-

ды», проделанные зарядами. К сожалению, скорее всего такой путешественник не сможет вернуться обратно в нашу Вселенную и рассказать о том, что же он видел «по ту сторону» [30, с.176].

Не сможет вернуться, если это разные Вселенные, а не одна и та же. Но периодичность метрики совсем не обязательно трактовать абстрактно-математически и едва ли не в духе фантастических романов. Если путешественник приблизился к заряженному массивному телу, Черной дыре Райснера-Нордстрема, но не прикоснулся к нему, к сингулярности, дальнейшее движение может просто привести его *обратно*, в свою же Вселенную. Параллельная Вселенная на этих диаграммах может оказаться чрезмерной, доведенной практически до абсурда интерпретацией периодичности. Физически, материально горизонт не существует, это всего лишь воображаемая, математическая условность, абстракция и весьма странно воображать, что переход через эту условную линии означает переход в другой мир.

И здесь можно провести параллель с приведенными ранее доводами. В шварцшильдовской Черной дыре сингулярность *временноподобна*, причем в строгом соответствии с аналитическими решениями с позиций теории относительности. Интерпретировать все эти решения как путешествие в параллельные Вселенные, конечно же, можно, но с серьезными логическими противоречиями. Представление линий $r = \text{const}$ пространственноподобными является ошибкой и противоречит формализму теории относительности. Линии, находящиеся в световом конусе, то есть в области между линией времени и нулевыми, светоподобными геодезическими - *временноподобны*. Из этого и следует, что сингулярность *всегда* *временноподобна*, и существует реальная возможность избежать её, двигаясь по *временноподобной* геодезической.

Такие же выводы следуют и при анализе диаграммы для Черной дыры Райснера-Нордстрема. Особый интерес для анализа представляет новая область II диаграммы, простран-

ство между двумя горизонтами событий Черной дыр. Рассмотрим более внимательно эту область.

Для этого сначала нанесём на диаграмму все обозначения в абсолютных значениях, что более удобно и наглядно. Без нарушения общности назовём основным параметрам конкретные числовые значения: $m=1$, $e=0,6$. Из уравнения $r_{\pm} = m \pm \sqrt{(m^2 - e^2)}$ находим значения внешнего и внутреннего горизонтов $r_+=1,8$, $r_-=0,2$. Очевидно, значение r в центре диаграммы равно полусумме значений горизонтов, то есть $r_0=1$.

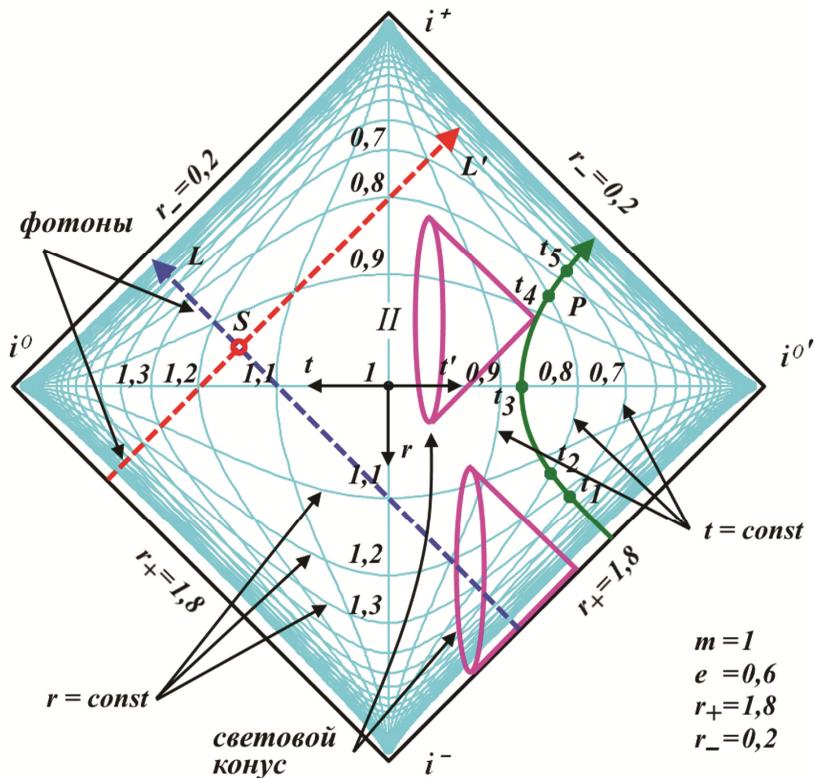


Рис.7.3 Область II Черной дыры Райснера-Нордстрема

Наносим на диаграмму координатную сетку и из очевидных соображений определяем направление возрастания параметров r – сверху вниз и t – справа налево, соответствующим образом.

ющие нашей области I, нашей Вселенной. Видим, что диапазоны изменения r - t находятся в ограниченных пределах, поэтому координатная сетка равномерна и имеет конечное число делений, значения которых нанесены для первых трех в каждую сторону от центра. В данном случае сетка должна содержать 16 делений от края до края по каждой координате, но для простоты мы использовали разработанный ранее шаблон диаграммы, поэтому делений фактически оказалось больше. На визуальности диаграммы они отражаются не сильно, поскольку сетка на краях достаточно мелкая.

Кроме указанных элементов мы добавили на диаграмму несколько поясняющих надписей ($r=\text{const}$, $m=1$, направления координатных осей, $i^{0'}$ и подобные). Делаем вывод, что нанесенная на диаграмму координатная сетка непротиворечива, единственно возможная и однозначно соответствует имеющимся исходным данным.

Сразу же обращаем внимание на очевидную странность на оригинальной диаграмме Пенроуза, относящуюся к описанию путешествия "по ту сторону". Мировая линия путешественника P изображена в виде вертикальной дуги. Странность заключается в том, что на самом деле эта мировая линия пространственноподобна и может соответствовать разве что тахиону. Это действительно так, хотя в описании диаграммы указывается противоположное, её времениподобность. Это является следствием обмена местами пространства и времени и согласуется с утверждениями о пространственноподобности горизонтальной линии сингулярности на диаграмме шварцшильдовской Черной дыры. Соответственно, горизонтальная ось времени t - t' и вертикальные дуги $t = \text{const}$ на приведенной диаграмме тоже рассматриваются как времениподобные.

Вместе с тем о пространственноподобности линий $r = \text{const}$ можно говорить, лишь сравнивая направленность их дуг между точками $i^{0'}-i^{0'}$ по отношению к таким же дугам времени в областях I. И тут и там эти дуги расположены горизонтально. Но это явное логическое несоответствие: нельзя

сравнивать ось времени в одной области с осью расстояний в другой. В области II объекты измеряют собственное время по своей оси времени, а не по оси времени в области I. И в этом случае ось светового конуса области II располагается однозначно горизонтально, что соответствует невозможной пространственноподобной мировой линии путешественника Р.

На нашей диаграмме эта мировая линия изогнута намного сильнее, чем на оригинальной диаграмме, что позволяет сделать более заметной её времениподобную противоречивость. Двигаясь по ней, путешественник может перемещаться в обратном направлении времени.

Мы будем исходить из очевидного правила: никакое перемещение по r в случае, когда $t = \text{const}$, невозможно. Такое движение означает, что в один и тот же момент времени объект будет находиться в двух разных местах, что можно рассматривать как некоторое подобие телепортации, поскольку объект не просто мгновенно переместился, а буквально был клонирован. Кроме этого считаем также физически абсурдным движение в обратном направлении времени. Оба эти правила на диаграмме оказываются нарушенными.

Нанесем на мировую путешественника линию пять произвольных точек для моментов времени t_1 - t_5 . В первый момент времени $t_1=0,7$ путешественник находился на расстоянии $r \approx 1,23$ от точки входа под внешний горизонт. Во второй и третий, соответственно, $t_2=0,8$ и $t_3=0,88$ на расстоянии $r \approx 1,14$ и $r = 1,0$. Но далее происходит невозможное – движение в обратном направлении времени. Причем, вновь попав в моменты времени $t_4=0,8$ и $t_5=0,7$, путешественник теперь уже находится на других расстояниях, соответственно, $r \approx 0,88$ и $r = 0,75$.

Нигде в описаниях диаграмм для Черной дыры Райснера-Нордстрема упоминаний о таких устройствах телепортации-клонирования и "машине времени" не встречается. Следует определенно заявить, что такая мировая линия для путешественника невозможна в принципе.

Из этого становится очевидным, что сингулярность, которая находится в области III за правым внутренним горизонтом, доступна только путешественнику и свету из левой области I. Ни один луч света, пришедший в область II через правый внешний горизонт, не может достичь правого внутреннего горизонта и находящуюся за ним сингулярность. Это хорошо видно на примере двух светоподобных мировых линий L' и L . Поэтому и путешественник P может достичь гипотетически только своей сингулярности, которая находится в области III за левым внутренним горизонтом.

Вспомним, что все мировые линии на диаграммах Пенроуза всегда означают движение только вдоль единственной радиальной линии. И внутри области II любой путешественник везде может двигаться только по времениподобным мировым линиям, то есть внутри светового конуса, поскольку движение со скоростью света и выше считается для него невозможным. Возможные световые конусы показаны на рисунке. Вершина одного из них находится на предполагаемой мировой линии путешественника P , хорошо видно, что эта мировая линия не попадает в конус.

И в этом случае мы обнаруживаем ещё одну странность диаграммы. Вершину светового конуса мы можем поместить в любую точку внешнего правого горизонта. И отчетливо увидим, что, двигаясь по времениподобной геодезической внутри этого конуса, путешественник может попасть не только в "свою", левую сингулярность, но и достичь *внешнего* горизонта левой области I, на диаграмме это левый нижний горизонт. Конечно, попасть в самую левую область I, в параллельную Вселенную ему, видимо, невозможно, поскольку двигаться для этого он опять же должен будет со скоростью света или быстрее. Однако, возникает интересная ситуация. Посмотрим вновь на два световых луча L' и L , каждый из которых испущен из своей области I. Отметим, что для луча L' время на диаграмме течет слева направо, то есть, числовые значения вдоль оси времени должны быть зеркальными. Как видим, лучи пересекаются внутри области

II в точке S. Что это означает? Наиболее естественный ответ – обмен сигналами между разными областями I, двумя разными Вселенными. В частности, в этой точке могут встретиться два наблюдателя из разных областей I и просто передать "из рук в руки" сообщения. Затем они достигают по времениподобным геодезическим "чужого" внешнего горизонта и там отправляют световой сигнал. Всё это определенно выглядит как связь между двумя разными асимптотически-плоскими областями I, что позволяет трактовать их как одну общую область. То есть, либо это не две разные Вселенные, а одна, либо путешественники могут рассказать в радиосигналах о том, что же они видели «по ту сторону».

Конечно, приведенное описание, хотя и более реалистично, но определенное сходство с фантастической картиной, описанной в [30, с.176], все-таки имеет. Однако, отметим очень важную деталь: сингулярности Черной дыры Райснера-Нордстрема являются *времениподобными*, и на всем пути следования времениподобная мировая путешественника может избежать падения на сингулярность. Но все линии $r = \text{const}$ являются 2-сферами, а реально – точками всех этих сфер вдоль одной линии. То есть, фактически на диаграммах рассматривается движение наблюдателя или света только вдоль радиальной линии – к сингулярности или от неё, либо по орбите вокруг неё. В этом случае выход из области II через внешний, "входной" горизонт означает выход во внешнюю область, *наружу от сингулярности*, поскольку r возрастает. Для сверхмассивной Черной дыры, как уже было выявлено выше, это тождественно уходу на бесконечность с любой времениподобной скоростью. На диаграмме для Черной дыры Райснера-Нордстрема физически это может выглядеть так. Оказавшись под "своим" внешним горизонтом, путешественник движется по времениподобной геодезической сначала к центру, а затем от центра Черной дыры и подходит вплотную к внешнему горизонту параллельной Вселенной. Что произойдет, если навстречу ему из-под этого горизонта выйдет параллельный путешественник? Не видно никаких

препятствий, чтобы вместе с ним, на его космолете вновь повторить маневр – к центру и обратно и вернуться вновь всё к тому же внешнему горизонту, который теперь уже окажется "своим".

В варианте сверхмассивной Черной дыры Райснера-Нордстрема, видимо, напряженность электрического поля на внешнем горизонте будет такой же малой, как и гравитационный потенциал. Поэтому путешественник может выйти из-под него. В свою Вселенную. С коллегой из параллельной Вселенной. Очевидно, что для сверхмассивной заряженной Черной дыры такой вариант на диаграмме выглядит достаточно корректно, правдоподобно. Действительно, и гравитационный и электростатический потенциалы уменьшаются обратно пропорционально квадрату расстояния. А горизонт событий растет прямо пропорционально им. Аналитических выкладок рассмотренной ситуации в литературе нет.

Отметим также вычислительные проблемы, возникающие из-за широко используемого в науке приёма – замены некоторых физических констант на единичные значения. В этом случае уравнения, несомненно, становятся более компактными и наглядными. Однако, возникает вопрос, насколько правомерна такая одновременная замена сразу нескольких констант? Показательно, что все величины в планковской системе единиц при такой замене сразу же станут равны друг другу и равны единице. Кроме того, все численные расчеты фактически теряют смысл. Например, выражение $e^2 - m^2$ не позволяет определить, чему же равно число заряженных частиц в такой Черной дыре. Подобный прием использовал великий советский комик Аркадий Райкин, который в одной из своих юморесок измерял площадь квартиры в поллитровках, то есть, в полулитровых бутылках водки. Конечно, измерение радиуса горизонта событий в массах Черной дыры к парадоксам не приводит, но явно не позволяет вычислить реальную величину горизонта.

Заключение

Полученные результаты и обнаруженные особенности в механизме диаграмм Пенроуза демонстрируют противоречия в общепринятых трактовках, интерпретациях общей теории относительности. Очевидно, математика теории сама по себе не содержит явных логических противоречий, они были бы обнаружены достаточно быстро. Но трактовка, интерпретация уравнений, формул теории в отношении их к реальному миру допускает привнесение в них смысла, которого там изначально не было, который не является их принадлежностью. При этом трактовки могут делать малозаметную подмену понятий, использовать в логике анализа явлений чуждые им исходные понятия, постулаты, данные. Безупречные на первый взгляд рассуждения приводят к выводам с такими же незаметными на первый взгляд противоречиями, парадоксами.

Описанная ситуация может быть отнесена, видимо, к любой области знаний, не только к физике, не только к механизму диаграмм Пенроуза. Но в среде физиков можно отметить её более отчетливое и даже агрессивное проявление в форме крайне скептического отношения к философии. Этот скепсис зачастую выделяется практически в отдельный самостоятельный научный вопрос.

Вместе с тем, по сути, философия является наукой мировоззренческой, базой, фундаментом мировоззрения. Можно сказать, что философия является основой любой науки, но, с другой стороны, как бы это ни звучало парадоксально, философия – это и вершина развития всех наук, именно на их основе она создает, пополняет свой формализм. И главными её инструментами являются, конечно же, логика, здравый смысл. Возможно, дословный перевод слова философия как "любовь к мудрости", выглядит чрезмерно обобщенно, но именно этот перевод позволяет выявить некоторые интересные смысловые конструкции, формулировки.

Если перефразировать известные высказывания, используя прямое понятие философии, то, действительно, формулировки возникают довольно интересные. Фраза одного из величайших, ведущих физиков современности в этом случае будет звучать как "любовь к мудрости мертва". Не менее странный вид с такой смысловой заменой приобретает и высказывание еще одного авторитетного физика: Там, где начинается любовь к мудрости, физика заканчивается. Что же это получается, мудрость чужда физике как науке?

Но вместе с тем и вопреки этой отчужденности некоторые высказывания физиков имеют явный философский оттенок: Бог не играет в кости. Или: бог не терпит голой сингулярности. Не вкладывая в эти высказывания буквального смысла, можно все-таки отметить их идеалистический подтекст. Философия – это наука наук, соединяющая в себе все их достижения, и она предоставляет возможность каждому исследователю выбрать одно из двух единственных, взаимоисключающих и одинаково неопровержимых и недоказуемых мировоззрений - материализм или идеализм. Основой мышления является логика, главнейший философский инструмент, опирающаяся в свою очередь на детерминизм, имеющий литературно-мистические синонимы – фатализм, судьба, и проявляющийся в виде причинно-следственных отношений. Поэтому высказывание об игре бога в кости имеет четкую философскую подоплеку: детерминизм. Отметим, что детерминизм не исключает случайности, он просто сводит её к доступности лишь ограниченной цепочки причинно-следственных процессов в вечной и бесконечной материальной реальности. Поэтому к мнению Хокинга о конце надежды на научный детерминизм и возможность что-либо достоверно предсказать следует отнестись критично [28, с.74]. Здесь нужно указать на подмену понятий: детерминизм устанавливает однозначную зависимость всех событий Бытия, но не возможность выявить всю их последовательность целиком, предсказывать их. Никакое предсказание не может

опираться на всю бесконечную цепочку причинно-следственных связей.

Любые ответвления логики, её модификации обязаны опираться на неё саму. Квантовая логика, квантовая теория вероятностей, многозначные логики могут существовать только благодаря ей и ни в чем не могут ей противоречить. Однако критическое отношение физиков к философии нередко и автоматически ведёт к деформации логики, её основного инструмента, допуская идеалистические интерпретации, трактовки, которые трудно отнести к научным.

Конечно, философские проблемы физики – это не просто технические проблемы познания, вызванные сложностью математического описания явлений и их приборного исследования. Проблема шире, в мировоззрении, в вынужденном объяснении некоторых явлений фактически путем внесения понятий, чуждых научному знанию. Причина заключается в нежелании отказаться от некоторых очень удобных и привычных базовых постулатов, догм и неспособности найти противоречащее им рациональное объяснение. В результате появляются трактовки, более соответствующие научно-фантастической литературе.

Голографическая Вселенная

Гипотеза о такой виртуальной Вселенной преподносится как прямое следствие научных открытий [26] и гласит, что вся наша Вселенная представляет собой чистую информацию, записанную на поверхности горизонта событий Черной дыры. Гипотеза не только явно отвергает материалистическую философию, но и содержит серьезные логические противоречия. Истоком её можно считать выводы, полученные известным ученым Бекенштейном при исследовании Черных дыр. Одна из возможных формулировок этих выводов имеет вид:

"Энтропия черной дыры, измеренная в битах, пропорциональна площади ее горизонта, измеренной в планковских единицах" [26].

Известно, что энтропия системы имеет непосредственную связь с информацией, содержащейся в этой системе, поэтому закономерно появилось более компактное толкование тезиса Бекенштейна:

"Информация равна площади" [26].

Смысл формулировки означает, что информация, содержащаяся в Черной дыре, *равна* количественно площади её горизонта событий, измеренной в планковских единицах. Это довольно-таки загадочная связь между площадью и информацией, поскольку её носителем оказывается площадь горизонта событий Черной дыры, весьма эфемерная субстанция, не имеющая материального воплощения:

"Каким-то образом в принципах квантовой механики и общей теории относительности скрыта загадочная связь между невидимыми битами информации и кусочками площади планковского размера" [26].

Из этого следует, что в материальном, вещественном *объёме* чёрной дыры информация отсутствует, что весьма странно, учитывая условность самого понятия горизонта. Понятно, что площадь горизонта напрямую связана с объёмом черной дыры. Почему же тогда информация, так сказать, "выдавливается" на её поверхность? И вообще, что это означает? Известно, что горизонт событий Черной дыры - это материально ничем не примечательное *место* в пространстве, главной особенностью которого является лишь некоторое специфическое значение гравитационного потенциала. Действительно, пространства чуть выше или чуть ниже горизонта различаются только этим потенциалом, и свободно падающий наблюдатель вообще не сможет увидеть, почувствовать разницу между ними.

Чтобы подтвердить приведенный тезис, Сасскинд приводит несложные, выглядящие корректными, вычисления, утверждая, что

"Каков бы ни был исходный размер черной дыры, всегда выполняется правило..." [26].

то есть, правило о связи площади поверхности горизонта и информации в Черной дыре. Тем не менее, элементарный подсчет показывает, что это правило не может быть верным в принципе.

Рассмотрим Черную дыру с массой, близкой к минимальной, равной приблизительно 2,3 масс Солнца. Принимая согласно гипотезе, что количество информации такой Черной дыры равно количеству планковских площадей её горизонта событий, находим это значение в битах

$$B_{BH} = \frac{4\pi R_s^2}{S_h} = \frac{4\pi \left(\frac{4,6 \cdot GM_c}{c^2} \right)^2}{\ell_h^2} \approx 2,27 \cdot 10^{74} \sim 2^{222}$$

где

M_c – масса Солнца;

B_{BH} – количество информации в Черной дыре, бит;

S_h – планковская площадь;

ℓ_h – планковская длина.

Поскольку этот объем информации является характерным, фактически константой, то этой единице измерения информации можно дать условное название – *чернобит* (*blackbit*, *bb*), $1 \text{ bb} = 2^{222}$ бит. Теперь возьмём две такие Черные дыры. Очевидно, что каждая из них содержит один и тот же объём информации, поскольку в противном случае любые рассуждения о её количестве просто теряют смысл. Также очевидно, что обе Черные дыры имеют одинаковую площадь горизонта событий просто потому, что это две *одинаковые* Черные дыры. Соединим эти две Черные дыры в одну. Суммарный объем информации при этом должен остаться прежним, иначе нам следовало бы объяснить, куда исчезла или откуда появилась дополнительная информация. Никаких разумных объяснений такому изменению информации, видимо, не существует

$$B_{\Sigma} = \frac{8\pi}{\ell_h^2} \left(\frac{4,6 \cdot GM_C}{c^2} \right)^2 = 4,53 \cdot 10^{74}$$

Масса суммарной Черной дыры также удвоится, но площадь горизонта событий увеличится не в два раза, и, соответственно, суммарный объем информации в планковских площадях суммарной Черной дыры составит

$$B_{\Sigma g} = \frac{4\pi}{\ell_h^2} \left(\frac{2 \times 4,6 \cdot GM_C}{c^2} \right)^2$$

Мы получили два выражения для суммарного количества информации в Черной дыре: как сумму информации двух одинаковых Черных дыр и как количество информации Черной дыры удвоенной массы. Как видим, эти две величины не равны:

$$\frac{B_{\Sigma}}{B_{\Sigma g}} = \frac{8\pi}{\ell_h^2} \left(\frac{4,6 \cdot GM_C}{c^2} \right)^2 : \frac{4\pi}{\ell_h^2} \left(\frac{2 \times 4,6 \cdot GM_C}{c^2} \right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

Получилось, что в нарушение упомянутого правила объем информации в битах, содержащейся в двух одинаковых Черных дырах, в 2 раза меньше, чем объем информации, содержащейся в Черной дыре удвоенной массы. Откуда взялся дополнительный объем информации, такой, будто к суммарной Черной дыре добавлена информация из ещё двух таких же дыр?

Если продолжить анализ информации в Черной дыре, то можно обнаружить, что на пределе точности практически вся информация видимой Вселенной должна быть сосредоточена *только* в Черных дырах, причем все они имеют минимальный размер, а звезды и межзвездное вещество (газ) информации не содержат [22]. На самом деле таких минимальных Черных дыр не наблюдается, а в центре *каждой* галактики, как считается, находится сверхмассивная Черная дыра, горизонт событий и информация в которых на много порядков больше.

Помимо выкладок Сасскинда к похожему выводу о пропорциональности приходит и Хокинг, указывая, что Черная дыра имеет энтропию, пропорциональную площади ее горизонта событий [28, с.55]. На вкладке далее приводится соответствующее уравнение

$$S = \frac{1}{4} A$$

Очевидно, что коэффициент пропорциональности, сама величина A также пропорциональна площади горизонта событий, то есть

$$S = \frac{1}{4} k_R R^2 = \frac{1}{4} k_m \frac{4G^2}{c^4} m^2 = \frac{k_m G^2}{c^4} m^2,$$

откуда следует

$$A = \frac{4k_m G^2 m^2}{c^4}$$

Здесь R – гравитационный радиус Черной дыры массой m , G – гравитационная постоянная, c – скорость света, а k_R и k_m – постоянные, дополнительный коэффициент пропорциональности, учитывающий все другие, возможно, не учтенные параметры Черной дыры. И здесь мы обнаруживаем такое же загадочное, как и в случае информации, скачкообразное изменение энтропии. Две отдельные одинаковые Черные дыры, видимо, имеют в сумме энтропию

$$S_2 = 2 \times \frac{k_m G^2}{c^4} m^2$$

Если же они сливаются, то энтропия такой суммарной Черной дыры будет уже иной

$$S_\Sigma = \frac{k_m G^2}{c^4} (2m)^2 = \frac{4k_m G^2}{c^4} m^2 = 4S = \frac{1}{4} (A \times 4)$$

Конечно, энтропия возросла, что не запрещено, но коэффициент пропорциональности в рассмотренной ситуации явно стал другим, в 4 раза больше. Очевидно, что он и энтропия пропорциональны не только площади горизонта со-

бытий единичной Черной дыры, но и их количеству в составе общей Черной дыры. Причем, слияние двух Черных дыр использовано лишь для наглядности, поскольку и без него из уравнений видно, что энтропия Черной дыры пропорциональна не площади её горизонта, а её квадрату или четвертой степени её массы. В таком случае цитированное утверждение следует признать неточным.

Космическая цензура

Исследование Черных дыр с зарядом и вращением, привело к весьма интересным результатам. Помимо удвоения горизонта событий, его формы в виде кольца, антигравитации с возможностью уйти от сингулярности, появились варианты и с полным отсутствием горизонта событий. Такая ситуация приводит к появлению так называемой голой сингулярности, то есть, сингулярности, не окруженной горизонтом событий. Известно, что сингулярность обладает парадоксальными свойствами, это область пространства, в которой известные нам законы природы больше не выполняются, а непосредственный контакт с нею ведёт к последствиям, предсказать которые наука не может. Но, если сингулярность скрыта за горизонтом событий, то процессы в ней никак не отражаются на остальной, наблюдаемой части Вселенной и их можно не принимать во внимание [10].

О таких же странных физических свойствах сингулярностей говорит и Хокинг. Под влиянием этих факторов Пенроуз и сформулировал свою знаменитую "гипотезу космической цензуры" о том, что бог не терпит голой сингулярности. Он отмечает, что вблизи голых сингулярностей имелась бы возможность попасть в будущее, что неизбежно привело бы к петлям времени и причинно-следственным парадоксам [29 с.74]. Заметим, что это неверно: перемещение в будущее не приводит ни к петлям времени, ни к причинным парадоксам.

Как видим, ведущие физики критически относятся к возможности существования такой разновидности сингуляр-

ности, не скрытой горизонтом событий. Тогда как же понимать исследования других ученых, обнаруживших, что, например, решение Райснера-Нордстрема допускает их существование? Например, Кауфман утверждает, что Черную дыру с большим зарядом $e^2 > m^2$ горизонт событий не окружает. Как он пишет, "Вопреки 'закону космической этики' сингулярность красуется на виду у всей внешней Вселенной" [13]. Кстати, для этого решения Хокинг приводит диаграмму Пенроуза, хотя и указывает, что для этого случая модель нерасширяема уже в исходных координатах. На этой диаграмме сингулярность не закрыта горизонтом событий.

Такую сингулярность, выражаясь образно, может видеть любой удаленный наблюдатель, а в сколь угодно сильно искривленную область пространства-времени вблизи сингулярности может войти космолет, не опасаясь навечно остаться под горизонтом событий. Правда, неясно, что там с ним будет – приливные силы являются все-таки результатом искривления пространства-времени. Напротив, расчеты показывают, что вблизи сингулярности возникает антигравитация, отталкивающая космолет.

Тем не менее, на диаграмме Пенроуза для этого случая невозможно увидеть ни антигравитацию, ни чудовищные приливные силы, лишь хорошо видна времениподобность сингулярности, то есть реальная возможность как приблизиться к ней, так и удалиться с любой ненулевой скоростью.

Существует мнение, что голая сингулярность в аномальных Черных дырах Нордстрема, Керра и Ньюмена представляет для физики серьезную проблему и рассматривается как катастрофа в теории черных дыр, поскольку голая сингулярность с физической точки зрения является бессмыслицей. При этом отмечается, что в случае вращающихся Черных дыр голая сингулярность вообще неустраима [11].

Решение проблемы предполагается в том, сингулярность является просто областью "чистой" виртуальной геометрии. Однако, переходы между Вселенными допускаются, хотя и без возможности выбора.

Проведенный анализ изначально был ориентирован на исследование научной обоснованности некоторых выводов о реальности параллельных и голографических Вселенных, путешествий во времени и машин времени, можно ли уйти из-под горизонта событий Черной дыры, о предсказательной слабости детерминизма и причинно-следственных отношений. В процессе исследований обнаружена фактически тенденция в официальной физике к легализации, научного узаконивания противоречий и парадоксов с отказом от их рационального объяснения и включением в формализм научных теорий на равных правах со строгими научными выводами и доказательствами.

Полученные в результате исследования результаты и выводы во многом сформулированы в критической форме и могут рассматриваться как личное мнение автора. Нигде ранее основная их часть не обсуждалась и не рецензировалась. Более того, часть критических выводов явилась не целенаправленным вымыслом или литературной фантазией, а возникла в процессе написания книги неожиданно и для самого автора.

01.10.2016 – 24.07.2017

Литература

1. Aspect A., Bell`s theorem: the naive view of an experimentalist, 2001, URL:
http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip
2. Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox, Physics Vol.1, No.3, pp.198-200, 1964
3. Hawking S.W., Particle creation by black holes. Commun. math. Phys. 43, 199 - 220 (1975).
4. King A., How Big Can a Black Hole Grow?, arXiv:1511.08502v2 [astro-ph.GA] 9 Dec 2015
5. Recami E., The Tolman-Regge Antitelephone Paradox: Its Solution by Tachyon Mechanics. \Electronic Journal of Theoretical Physics (EJTP) 6, No. 21 (2009)
6. Анимированные иллюстрации, зеркала, URL:
<https://cloud.mail.ru/public/AFUk/voT6b9F9x>
<https://cloud.mail.ru/public/CneF/CQfapab3v>
<https://yadi.sk/d/-NRxa0rv3LHi42>
https://yadi.sk/d/8f_O2RAV3LHjeC
<https://drive.google.com/open?id=0B0uM56-EnG4ZdjhKTUVGdXI6YTQ>
<http://fileload.info/users/Roberr/187/DDP>
7. Барашенков В.С., "Тахионы. Частицы, движущиеся со скоростями больше скорости света", *УФН*, **114** (1) 133 (1974)
8. Биланюк О., Сударшан Е., Частицы за световым барьером (Перевод Урнова А.М.). В книге "Эйнштейновский сборник. 1973", М., Наука, 1974, стр. 112-133.
9. Википедия. Бесконечность. URL:
<https://ru.wikipedia.org/wiki/Бесконечность>
10. Внутри черной дыры. Астрономический сайт, URL:
<http://cosmoportal.net/article/a-84.html>
11. Геометрия черных и белых дыр. Сайт Astrolab.ru, URL:
<http://www.astrolab.ru/cgi-bin/manager.cgi?id=13>
12. Катанаев М.О., Общая теория относительности и геометрическая теория дефектов, НОЦ при МИАН, Спецкурс

- на весенний семестр 2013/2014, URL:
http://www.mi.ras.ru/noc/13_14/2/lectures.10.03.14.pdf
13. Кауфман Уильям Дж., Космические рубежи теории относительности. М.: "Мир", 1981, 352 с.
 14. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М., Теоретическая физика в десяти томах, т. II Теория поля. – М., «Наука», 1988
 15. Малыкин Г.Б, Савчук В.С., Романец (Щербак) Е.А. "Лев Яковлевич Штрум и гипотеза существования тахионов", *УФН* **182** (11) 1217 (2012)
 16. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж., Гравитация, том 3. – М.: «Мир», 1977
 17. Модель инфляционной вселенной, База документов Refrend.ru, URL: <http://refrend.ru/685191.html>
 18. Новиков И.Д., Релятивистский гравитационный коллапс, сайт Астронет, URL:
<http://www.astronet.ru/db/msg/1188636>
 19. Об истинных размерах черных дыр на пальцах, страница пользователя sly2m на livejournal, URL:
<http://sly2m.livejournal.com/660502.html?thread=12401942>
 20. Путенихин П.В., Динамические диаграммы Минковского на примере обмена световыми сигналами, 2014, URL:
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/ddm-light.shtml
 21. Путенихин П.В., Динамические диаграммы Минковского: обмен сверхсветовыми сигналами, 2014, URL:
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/ddm-ftl.shtml
 22. Путенихин П.В., Млечный Путь и темная материя. — Саратов: "АМИРИТ", 2017. – 213 с., цв. илл., ISBN 978-5-9500075-6-9
 23. Путенихин П.В., Мнимые и реальные парадоксы теории относительности. — Барнаул: ИП Колмогоров А.И., 2017. – 320 с., илл., ISBN 978-5-91556-347-5
 24. Путенихин П.В., Теорема об изохронном тахионе, 2014, URL: http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/itachyo.shtml
 25. Рыцарь прецизионной фантазии, Компьютерные вести, N42, 2001, URL:
<https://www.kv.by/archive/index2001423402.htm>

26. Сасскинд Леонард, Битва при черной дыре. Мое сражение со Стивеном Хокингом за мир, безопасный для квантовой механики. — СПб.: Питер, 2013. — 448 с.
27. Фиткевич М.Д., Диаграммы Пенроуза, 2015, URL: <https://theormax.wordpress.com/2015/09/15/диаграммы-пенроуза>
28. Хокинг С, Пенроуз Р. Природа пространства и времени. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 160 стр.
29. Хокинг С., Краткая история времени. От большого взрыва до черных дыр [пер. с англ. Н. Смородинская]. - СПб.: Амфора. ТИД Амфора, 2008. - 232 с.
30. Хокинг С., Эллис Дж., Крупномасштабная структура пространства-времени. М.: «Мир», 1977.
31. Черная дыра, Википедия, URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Чёрная_дыра
32. Чонка П.Л., Причинность и сверхсветовые частицы (Перевод Волкова Е.И.). В книге "Эйнштейновский сборник. 1973", М., Наука, 1974, стр. 178-189.

Путенихин П.В.
Диаграммы Пенроуза. Анализ и критика.

Типография «АМИРИТ»
410004, Россия, г.Саратов, ул.Чернышевского, д.88, литер У

Тел./факс: 8(8452) 24-86-33

Сайт: amirit.ru

Почта: zakaz@amirit.ru

ISBN 978-5-9500373-6-8



Подписано в печать 26.07.2017
Формат 60x84/16 Гарнитура «Times New Roman».
Объем 0,23 п.л.
Бумага офсетная 90 г/м2. Тираж 26 экз.

Заказ № 11/26077.
Отпечатано в соответствии с предоставленными
материалами
в ООО «Амирит»