

А. Г. ИВАХНЕНКО

**СИСТЕМЫ
ЭВРИСТИЧЕСКОЙ
САМООРГАНИЗАЦИИ
В ТЕХНИЧЕСКОЙ
КИБЕРНЕТИКЕ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ТЕХНІКА»

Киев — 1971

Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике.
Ивахненко А. Г. «Техніка», 1971, стр. 372.

В настоящее время наиболее важной задачей технической кибернетики является разработка оптимальных алгоритмов (программ) распознавания, прогнозирования и автоматического управления сложными объектами при малой информации. Возможности аналитического вывода таких алгоритмов весьма ограничены. Поэтому наиболее перспективным является заимствование алгоритмов природы. Описанный в книге новый подход, называемый эвристической самоорганизацией, воспроизводит основные правила массовой селекции растений или животных. Системы (программы) эвристической самоорганизации определены как такие, в которых содержатся генераторы случайных комбинаций (гипотез) и несколько рядов селекции полезной информации. Сложность комбинаций от ряда к ряду возрастает, а точность решения повышается до тех пор, пока не будет получен оптимальный по сложности алгоритм переработки информации. Известные ранее сети из искусственных нейронов, перцептрон Ф. Розенблатта, дискретные предсказывающие фильтры Габора и Калмана можно рассматривать как частные случаи этой более общей структуры. В книге описаны также основные алгоритмы метода группового учета аргументов (МГУА), реализующего подход самоорганизации и приведены примеры решения типовых задач технической кибернетики: распознавания образов, предсказания случайных процессов, идентификации параметров и оптимального управления сложными объектами с накоплением информации. МГУА положен в основу новой полиномиальной теории сложных динамических систем. Рассчитана на инженерно-технических и научных работников, интересующихся проблемами технической кибернетики.

Табл. 60, илл. 61, библи. 79.

Рецензент Г. Ф. Зайцев, докт. техн. наук

Редакция литературы по энергетике, электронике, кибернетике и связи

Заведующий редакцией инж. З. В. Божко

Алексей Григорьевич Ивахненко, чл.-корр. АН УССР

**Системы эвристической самоорганизации
в технической кибернетике**

Редактор издательства Т. Г. Трубац

Оформление художника В. М. Флакса

Художественные редакторы Н. А. Посметухин, И. И. Аникин

Технический редактор Л. И. Левочкина

Корректор Л. Д. Шупик

Подход самоорганизации в технической кибернетике открывает новые возможности решения задачи оптимизации сложности математических моделей различных объектов распознавания и управления. Будучи антиподом существующему детерминистическому подходу, самоорганизация является равноправной и необходимой частью комбинированного решения задач технической кибернетики: грубое по простоте решение дают детерминистические методы, а более точное и сложное дополнение принадлежит подходу самоорганизации. Через 10—20 лет индивидуальная вычислительная машина будет доступна каждому. Мы войдем в эпоху тесной связи — симбиоза человека и вычислительной машины.

Но готовы ли мы воспользоваться огромными возможностями индивидуальных, национальных и межконтинентальных вычислительных систем? Увы, так называемое математическое обеспечение машин не соответствует нашим потребностям, а мышление исследователей направлено только на развитие детерминистических методов. Исходные идеи об общности метода кибернетики Винера забыты; решения задач становятся все более специфическими, высоко специализированными, доступными все более узкому кругу специалистов.

Ученые с детерминистическим мышлением ищут причины малой точности и общности своих методов в том, что не учтен еще один специфический фактор, еще один член в дифференциальном уравнении.

Аппарат дифференциальных уравнений (с приписанными к ним начальными и краевыми условиями) считается единственным аппаратом, пригодным для

математического моделирования. А так как сложные нелинейные дифференциальные уравнения нельзя ни убедительно составить, ни тем более исследовать в общем виде, то ограничиваются линейными приближениями. При этом никто не замечает, что все усилия науки о моделировании по сути направлены на то, чтобы описать поверхность Эвереста плоскостью. О какой же точности количественных результатов можно говорить?

В связи с этим в книге рассматривается тот тупик, в котором оказалось детерминистическое направление, несмотря на большой арсенал его средств.

Важным моментом в книге является идея достижения оптимальной сложности математических описаний. Весь секрет получения точности количественных исследований — в сложности описаний. Детерминистическое направление не может оперировать с достаточно сложными описаниями и потому его удел — простые задачи. Реальные задачи сложны и неадекватны предлагаемым описаниям. Из примеров видно, что высокая точность моделирования всегда соответствует высокой сложности описаний, не достижимой при детерминизме.

Сложные оптимальные описания можно получить только в том случае, если вернуться к исходным идеям кибернетики и воспользоваться примером природы. Методы комбинаторики (восходящие еще к Лейбницу) и массовой селекции лучших комбинаций (с учетом методов регуляризации решений) позволяют получить единственное и достаточно сложное описание. Эта идея реализуется в виде метода группового учета аргументов (МГУА).

Аппарат дифференциальных уравнений (на котором основана теория автоматического регулирования) не пригоден для реальных сложных задач. Вместе с ним не нужным является искусственное разделение режимов на статику и динамику. Формулы предсказания (получаемые в простых задачах при помощи обычного регрессионного анализа, а в сложных — при помощи МГУА) представляют собой новый математический аппарат, адекватный решению сложных задач.

Если при выводе уравнений регрессии в качестве опорных функций используются полиномы, то получим *полиномиальную теорию динамических систем*, элемен-

ты которой излагаются в конце книги. Только в частном случае, когда полиномы предсказания получают с помощью замены производных конечными разностями — полиномиальная теория близка к существующей уже теории импульсных систем. В более общем случае уравнения предсказания включают в себя не только аргументы уравнений в конечных разностях, но и постоянные начальных и конечных условий. Эти постоянные используются как аргументы более общих уравнений регрессии. Такие полиномиальные описания содержат всю информацию, которая обычно имеется в дифференциальных уравнениях и в приданных к ним начальных и краевых условиях, но в отличие от них «не боятся» сложности.

Если при выводе уравнений предсказания в качестве опорных функций используется формула Бейеса или функция риска, то получим новую *многорядную адаптивную теорию статистических решений*. Существующая «однорядная» теория статистических решений при большом числе зависимых аргументов не может обеспечить точности, даже если исходных данных достаточно. Тем более она не пригодна при коротких выборках.

Каждый новый вид опорных функций дает новую теорию: сколько существует видов опорных функций — столько можно построить новых теорий, заменяющих собой негибкий аппарат дифференциальных уравнений. Здесь открывается возможность больших теоретических обобщений. Требуют разработки также вопросы оптимального управления с накоплением информации на основе новых теорий. В книге показано решение только интерполяционных задач технической кибернетики (предсказание, распознавание, идентификация). Вопросы оптимального управления подробно не рассмотрены, хотя ясно, что задачи управления сложными системами нельзя успешно решить детерминистическими методами. Будущее принадлежит комбинированным системам управления с широким использованием подхода самоорганизации. К сожалению, глубоко укоренившееся детерминистическое мышление специалистов по управлению представляет собой серьезный барьер для распространения идей и методов самоорганизации.

В одной книге нельзя охватить столь большую проблему, которой является разработка подхода самоорга-

низации. Автор будет удовлетворен, если его книга будет только первым толчком, который необходим, чтобы из разбросанных частиц самообразовалась конфигурация будущей кибернетики, определяемой как наука о самоорганизации или как искусство «управления стихиями».

Отзывы и пожелания просим направлять по адресу: *Киев 4, ул. Пушкинская, 28, издательство «Техніка».*

ПРОБЛЕМА ЭВРИСТИЧЕСКОЙ САМООРГАНИЗАЦИИ

По трудности разрешения и последствиям для науки и практики атаку на проблемы самоорганизации можно сравнить с наступлением на тайну атомного ядра. И если первая половина двадцатого века войдет в историю науки как эпоха фундаментальных открытий в области ядерной физики, то вторая половина нашего века, мы надеемся, будет ознаменована разрешением центральной проблемы кибернетики — проблемы самоорганизации.*

ОБЩИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ РАЗНООБРАЗНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Кибернетика всегда была и будет связана с универсальностью методов, с тем — сможет ли она предложить конструктивные общие подходы к решению самых разнообразных по физическому содержанию задач.

Уже в первые годы развития кибернетики казалось, что такие общие подходы, как, например, идея «черного ящика», а также «принцип внешнего дополнения» (из теорем Геделя) или «принцип достаточного разнообразия» (из работ Эшби) — найдены, и что они весьма эффективны для синтеза и анализа самых различных по физической природе систем управления и обработки информации.

В применении к системам управления интересующую нас теорему Геделя можно перефразировать так: «Во всякой системе управления должен быть задатчик, колебания напряжения которого можно устранить только при помощи внешнего дополнения — нового, еще более точного задатчика». Эта теорема служит основой для построения многорядных, иерархических систем.

Принцип необходимого разнообразия Эшби не отличается от десятой теоремы Шеннона, в которой говорится, что «если канал коррекции обладает пропускной способностью H , то количество устраненной неопределенности может быть равно H , но не может быть большим» [52]. Этот принцип лежит в основе теории управляемости — важного нового раздела теории управления.

* Принципы самоорганизации. Перевод с английского. М., «Мир», 1966, стр. 13.

Эти и некоторые другие общие принципы собственно и составляют основу современной кибернетики как науки об общем подходе к различным системам.

Н. Винер считал, что можно построить единую и общую теорию систем с обратными связями, применимую как к живым организмам, так и к машинам. Но по мере исследования различных конкретных живых и неживых сложных систем, возможность построения такой универсальной теории начала казаться все менее правдоподобной. Сейчас, «можно говорить только о взаимном влиянии и сходстве идей, используемых в различных системах в технике, биологии и обществе» (Р. Беллман). Эти слова выражают мнение большинства исследователей. Действительно, сейчас разработка общих, универсальных методов кибернетики замедлилась так, что они почти не используются при решении конкретных задач.

Основные вопросы, которыми сейчас заняты кибернетики, относятся к проблемам логики, диагностики и установления вероятностных причинноследственных связей. Выясняются, например, корреляционные связи между внесением удобрений и урожаем, курением и раком легких, условиями жизни и числом преступлений, характеристиками вступающих в брак и вероятностью развода, числом заседаний и числом заболеваний инфарктом миокарда и т. п. Все это очень важные вопросы математической статистики, математической логики или программирования машин. Но для таких работ не стоило даже вводить новое слово — «кибернетика», так как и старые названия отдельных разделов прикладной математики достаточно хороши.

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ, ВЕРОЯТНОСТНЫЕ И ИНДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ

***Первый:** Задача определения, на какую сторону упадет монета — это исключение. Индетерминизм — явление редкое.*

***Второй:** Я бы сказал наоборот, задач, поддающихся детальному анализу, исключительно мало. Аналог монеты есть почти в каждой задаче.*

Детерминированные процессы — это физические и другие процессы, обусловленные начальным состоянием и действием внешних сил, поддающиеся точному анализу и, следовательно, расчету с вероятностью результата равной единице.

Примерами могут быть: процесс колебаний математического маятника, процессы изменения силы тока в идеализированном электромагнитном контуре с постоянными характеристиками и т. п. Многие реальные процессы настолько близки к детерминированным, что могут считаться полностью таковыми. Например, движение небесных тел и искусственных спутников можно рассчитать на сотни лет вперед без заметной ошибки. Но даже и в этой задаче могут быть случайные отклонения от детерминированного закона, например, вследствие столкновений с метеоритами.

В других реальных процессах случайная составляющая настолько велика, что их уже нельзя считать детерминированными, точно обусловленными. Например, морские приливы содержат в себе три составляющие: часть отклонения уровня воды обусловлена действием Луны и Солнца и поддается точному расчету; другая часть — вызванная действием ветра, может быть предсказана вероятностными методами; и, наконец, возможно присутствие еще и, так называемой, «чисто случайной» составляющей, вызванной, например, проходящим вдали теплоходом. В некоторых реальных процессах детерминированная часть настолько мала, что их приходится называть индетерминированными процессами. Примером может быть процесс подбрасывания ровной монеты: принципиально невозможно рассчитать на какую сторону упадет такая монета, хотя известно, что в половине случаев она упадет вверх «Гербом», а в половине «решкой». Поэтому «чистая случайность» называется еще равновероятностной случайностью. Вопрос о степени детерминированности процессов в окружающем нас мире является темой серьезных философских работ. Так, например, Лаплас считал все процессы в мире детерминированными, и что даже результат подбрасывания монеты в принципе можно рассчитать. В конце XIX ст. сформировалась другая точка зрения, связанная с именем Коши, преувеличившая роль случайного элемента. В наше время большинство ученых признает закономерность как детерминистического, так и вероятностного подходов, составляющих диалектическое единство.

СПЕЦИФИЧЕСКИЕ И ОБЩИЕ ПОДХОДЫ В КИБЕРНЕТИКЕ

Первый: Если Вы позволили себе назвать мой метод «копанием во входных сигналах», то разрешите и мне назвать Ваши методы «гаданием на кофейной гуще» (смех). Более серьезно: работы по самоорганизации пока тоже не превысили практический предел, имеющийся на современном развитии техники.

Второй: Спасибо! Кофейная гуща действительно может быть хорошим генератором случайных фигур, что можно использовать. Что же касается результатов, то Вы правы, если не считать систем, давно созданных природой, где широко используются «гадание на кофейной гуще», плюс эволюционный отбор видов, по Дарвину.

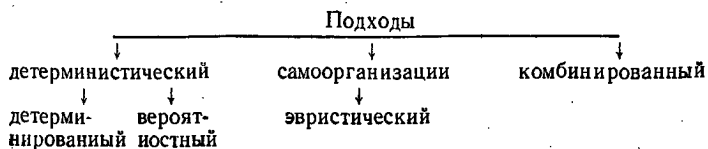
За рубежом чаще всего называют кибернетикой только то, что мы называем биологической кибернетикой или бионикой. У нас в стране кибернетикой теперь называют все, что связано с разработкой и применением вычислительных (цифровых или аналоговых) машин. Такое понимание кибернетики, конечно, не соответствует ее начальной Винеровской идее. Кроме того, в кибернетике сейчас господствует формальное детерминистическое направление. Современная научная литература по кибернетике представляет собой огромный поток формальных математических работ, все более углубляющихся в специфику каждой из наук, которые, по идее Винера, кибернетика должна была бы объединить. Торжествуют специфические, а не универсальные подходы.

В задачах распознавания образцов, предсказания случайных процессов и идентификации объектов управления (эти задачи образуют круг новых, интерполяционных задач кибернетики) сейчас рекомендуется глубокое изучение вероятностных и других характеристик заданных объектов.

Указанные выше общие идеи кибернетики, и в первую очередь, идея подхода к объекту как к «черному ящику», клеймятся как «гадание на кофейной гуще», т. е. рассматриваются как громоздкие и мало конструктивные подходы.

Здесь необходимо уточнить применяемые нами термины. Детерминистическим мы называем подход, основанный на анализе причин и следствий, или «входов»

и «выходов». При этом связь входов и выходов может быть детерминированной (функциональной) или вероятностной (корреляционной). В зависимости от этого различают детерминистический детерминированный и детерминистический вероятностный подходы, согласно следующей схеме:



Если в некоторой работе исследуются функциональные или вероятностные связи между «входами» и «выходами» элементов, то эта работа относится к детерминистическому (в широком, философском смысле этого слова) направлению.

Противоположностью детерминистическому направлению является подход самоорганизации, и в частности, эвристической самоорганизации. При этом подходе ни функциональные, ни вероятностные связи входов и выходов не исследуются. Используются генераторы случайных комбинаций (гипотез) и интегральные самоотборы лучших из них по эвристическим критериям.

Подход самоорганизации является общим, интегральным и не требует глубокого исследования каждого элемента системы в отдельности. В настоящее время наблюдается весьма непропорциональное развитие двух основных частей кибернетики: засилие работ детерминистического направления и почти полное отсутствие работ по практическому применению эвристического подхода и самоорганизации. Хотя идеи самоорганизации высказывались много раз (Н. Винер, Дж. Нейман, Г. Паск, Р. Эшби, Стаффорд Бир, А. Я. Лернер, В. С. Файн и др.), но работы 60-х годов только повторяют то, что было уже сказано в 50-е годы: прогресс в этой области почти отсутствует.

Ясно, что только самоорганизация и связанные с ней идеи могут оправдать само существование кибернетики как науки об общем подходе к решению разнообразных по природе задач.

ДЕТЕРМИНИЗМ И САМООРГАНИЗАЦИЯ КАК ДВА ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СПОСОБА МЫШЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Детерминизм — это не только метод, но и способ мышления, философия решения задач человеком, часто глубоко вкоренившийся. Для «управления стихиями» (примером которого может быть управление конъюнктурой рынка) требуются совсем другие приемы и методы, чем для управления, например, паровой машиной или автомобилем, другой способ мышления, требуется мышление другими категориями.

* Детерминистический способ мышления всегда является дедуктивным. Самоорганизация связана с индуктивным способом мышления. Индукция — обратный способ мышления, от общего результата к частным причинам (обратная связь).

В биологии самоорганизация заключается в возникновении при определенных условиях избыточного числа особей и видов и естественном отборе лучших из них.

В кибернетике самоорганизация связана с генерированием комбинаций и применением пороговых самоотборов по эвристическим критериям.

В математике все, что связано с уравнениями (функциональными или вероятностными) относится к дедуктивному, детерминистическому направлению. Только та новая часть этой науки, которая называется теорией неравенств, в какой-то степени адекватна задачам самоорганизации, хотя еще и не приспособлена к ним.

Теория автоматического регулирования (как и математика) развита как чисто дедуктивная теория, исследующая причины и следствия, входы и выходы. Стрелочки и квадраты так глубоко вкоренились в нашем сознании, что можно определенно сказать, что сейчас теория регулирования наносит некоторый ущерб развитию философии искусства управления стихийными процессами.

Полиномиальная теория динамических систем требует значительно меньше информации об объекте, и,

* Дедукция — способ мышления, при котором из причин выводится следствие (от частного к общему) — разомкнутая линия рассуждений.

следовательно, более адекватна сложным задачам управления, особенно оптимального управления с накоплением информации.

ПРЕДЕЛ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКОГО (СПЕЦИФИЧЕСКОГО) ПОДХОДА

***Первый:** И все же более обнадеживающим и уверенным кажется путь изучения специфических особенностей входных сигналов для каждой задачи.*

***Второй:** Увы! Этот путь хорош, но он очень короток. В конце концов он приводит к пессимизму о возможностях кибернетики и к отрицанию конструктивности ее идей, таких как идея «черного ящика». Для самого существования кибернетики как науки нужна универсальность и общность ее методов.*

Несмотря на очень остроумные и разнообразные методы, появившиеся в последнее время, детерминистический подход приводит к весьма пессимистическим результатам. Определенно намечается предел возможностей этого подхода в кибернетике. Такой предел возможностей прежде всего был обнаружен в работах по машинному переводу с одного языка на другой. Задача по созданию автоматического переводчика для синхронного перевода свободной, неограниченной речи кажется сейчас практически неразрешимой.

Аналогичный предел намечается и в системах распознавания образов. Читающий автомат ЧАРС-2 может различать 52 буквы (класса) машинописного текста. Возможно, этот предел будет отодвинут еще в пять — десять раз (т. е. приблизительно до 520 классов). Но это все, что сейчас практически мыслимо реализовать.

Возьмите самую сложную, уже решенную сейчас задачу, увеличьте сложность ее в несколько десятков раз и это будет тот предел, к которому по-видимому приводят детерминистические методы.

Системы распознавания речи способны различать очень малый словарь слов (не более 300), причем часто произносить их должен один и тот же диктор в спокойном темпе — ритме. Распознавание живой, эмоциональной речи нового диктора с большой точностью практически невозможно. Эти скромные пределы нельзя даже

сравнить с возможностями и системы, созданной природой — человеком. Напомним, что профессор Хиггинс (из пьесы «Пигмалион» Бернарда Шоу) мог различать говор одного пригорода Лондона от другого!

Итак, детерминистическое направление в кибернетике подменило идею общности этой науки чем-то другим и, главное, привело к пределу в смысле возможности построения действительно сложных и совершенных систем. Заметим, что сравнительно простые задачи, лежащие ниже указанного предела, решаются детерминистическими методами лучше (проще и точнее), чем методами «настоящих кибернетиков», использующих общие, неспецифические методы, и, в частности, метод эвристической самоорганизации, о котором будет идти речь ниже. Детерминистическое направление весьма плодотворно в сравнительно небольших, специфических задачах и неудачно в сложных.

Обратим внимание на то, что несмотря на огромный объем статей и книг, публикуемых по кибернетике, в них нет ни одного числового примера решения действительно сложной задачи распознавания, предсказания или управления со многими переменными и ограничениями. Трудности формализации и так называемое «проклятие многомерности», о которых речь будет идти ниже, принципиально непреодолимы для детерминированного направления.

Самоорганизация является сейчас единственной надеждой на восстановление первичной идеи Винера о кибернетике как универсальной общей науке и на преодоление трудностей решения плохо формализуемых и сложных многомерных задач.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ САМООРГАНИЗАЦИИ

Первый: *Неточность у Вас в крови. Вы не можете даже дать определений основных Ваших терминов «самоорганизация», «самообучение», «элементарные алгоритмы», «эвристические критерии», «интегральные воздействия» и т. д.*

Второй: *Это не значит, что эти определения не будут даны. Сейчас пока мы можем назвать только примеры, поясняющие суть каждого термина.*

Самоорганизация есть искусство управления сложными стихийными процессами при помощи генерации комбинаций и применения интегральных воздействий

при неполной информации и неполной управляемости процесса.

Мы не можем еще дать более точного математического определения понятия «самоорганизация», так как еще не знаем, что войдет в это понятие, кроме тех примеров, которые уже известны. Даже для более простого понятия «самообучение распознающей системы» предложено несколько отличающихся друг от друга математических определений.

Например, Я. З. Цыпкин удачно определил самообучение распознающей системы как процесс автоматического, т. е. проходящего без вмешательства учителя — человека, установления границы, разделяющей пространство входных сигналов (признаков) на области, отвечающие отдельным образам. Название образов система без человека может угадать только случайно.

Для читателей, знакомых с самообучением, полезно указать сходство и различие его с самоорганизацией.

Сходство состоит в том, что самоорганизация, как и самообучение, могут происходить как под влиянием «входов» — статистических свойств входных сигналов, так и по «выходам», т. е. под действием собственных положительных обратных связей. При самообучении по «выходам» система, будучи еще не обученной, принимает свои собственные показания в качестве указаний учителя. Самообучению и самоорганизации по «выходам» все еще уделяется недостаточно внимания, хотя при этом «учитель» действительно отсутствует.

Процесс самообучения по выходам представляет собой процесс опрокидывания динамической системы из неустойчивого состояния в устойчивое [25]. При самообучении структура системы задана, и требуется найти только коэффициенты связей. При самоорганизации автоматически устанавливается и сама структура системы.

Отличие самообучения и самоорганизации состоит также в том, что при самообучении обычно еще можно проследить линии передачи воздействий, входы и выходы и применить детерминистические методы. При самоорганизации система настолько сложна (в частности, содержит много элементов *ИЛИ*), что проследить линии передачи воздействий практически невозможно.

В сложных самоорганизующихся системах воздействия действуют одновременно на массу элементарных звеньев, т. е. являются интегральными воздействиями. Наиболее простым примером самоорганизации являются системы самоотбора полезной информации при помощи регулируемых порогов и других нелинейных элементов. Напомним, что именно самоотбор лежит в основе эволюционной теории, объясняющей процесс самоорганизации мира, в котором мы живем. Самоорганизация

обязательно содержит в себе элементы самоотбора, самоутрачки, самоизменения и т. д.

Методы самоорганизации, как антипод детерминистических методов, оперируют с такими общими категориями, как понятия *элементарный алгоритм*, *эвристический критерий* и *интегральное воздействие*. Мы еще не можем дать точные определения этих понятий. Лучше всего в таких случаях привести примеры.

Сложный объект представляется как динамическая сеть взаимосвязанных элементов, похожих друг на друга.

Элементарный алгоритм — алгоритм действия элемента сложной динамической сети — это закон действия клетки организма и развития растения в поле, закон действия фирмы или предприятия в экономической системе, закон образования данного входного сигнала (датчика) или некоторой промежуточной переменной.

Эвристический критерий — это критерий порогового самоотбора полезной информации, основанный на опыте решения аналогичных задач, направленный, на достижение требуемых для человека результатов.

Интегральное воздействие можно определить как такое, которое не использует информации о состоянии каждого элемента сложной системы в отдельности, а выбирается по суммарному результату действия на множество элементов. Это — действие лекарства на массу клеток организма, действия удобрений или орошения на массу растений, действие подоходного налога на отдельных производителей, действие пороговых элементов на множество входных сигналов. Пороговые самоотборы — это простейшая форма интегрального воздействия.

Пожалуй, именно подоходный налог, нелинейная закономерность которого давно уже использовалась для управления стихией рынка, является наиболее типичным примером того, что мы называем *«интегральным воздействием»*. Простейшая нелинейность — пороговое действие налога, при котором фирмы с малым доходом вовсе не облагаются, а со слишком большим — ликвидируются. Если нелинейность велика, подоходный налог становится интегральным воздействием порогового типа: ничего от бедных и все от богатых.

Простейшей реализацией интегральных воздействий в кибернетике (например, в перцептроне) служит пороговый элемент, пропускающий только часть входных

сигналов (элементарные алгоритмы которых достаточно хороши). Этот простейший тип интегральных воздействий был использован в решении упомянутых выше трех интерполяционных задач.

Пороговые нелинейные элементы широко применяются в самоорганизующихся системах и, в частности, в перцептроне Ф. Розенблатта. Перцептрон является простейшей системой, демонстрирующей принципы самоорганизации. К сожалению, перцептрон больше подвергался критике, чем дальнейшей разработке. На истории перцептрона можно наглядно показать, что детерминизм — это глубоко вкоренившийся способ мышления. Ученый детерминистического направления не может понять идеи перцептрона или признать его целесообразность («убедительно показано, что алгоритм перцептрона неработоспособен» — М. Шлезингер, 1968 г.). Поясним связь перцептрона и самоорганизации.

ПРИНЦИП НЕОКОНЧАТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Первой системой, где были применены пороговые интегральные воздействия и эвристические самоотборы полезной информации, по-видимому, явилась «модель восприятия и распознавания мозга» — известный всему миру перцептрон Ф. Розенблатта. Автор системы упорно повторял, что его система является моделью функции мозга, а не распознающей системой для технических применений.

Схема перцептрона (рис. 1, а) представляет собой как бы многократное повторение распознающей системы обычного типа, которую по понятным причинам можно назвать двухрядным перцептроном. Каждый ряд связей реализует случайную комбинацию соединений, т. е. является генератором случайных комбинаций входных сигналов.

Например, в четырехрядном перцептроне используются три ряда настраиваемых случайных связей. После каждого ряда связей стоит компаратор (максимума — ИБН или минимума напряжения — ИМН), пропускающий около 40% наиболее вероятных решений. Только последний компаратор принимает единственное и окончательное решение.

Основные исходные положения (эвристики) перцептрона следующие:

1. В качестве входных признаков используются бинарные сигналы в черно-белых клетках сетчатки: черная клетка $x_i = +1$, белая $x_i = -1$.

2. В качестве меры близости изображения к эталону используется величина скалярного произведения вектора изображения и вектора эталона:

$$\Sigma_j = (ax) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n.$$

(Об этом подробнее сказано в [30]).

3. Интегральные воздействия осуществляются в виде порогов по единственному эвристическому критерию: скалярное произведение должно быть больше некоторой пороговой величины: $\Sigma_j \geq \theta$.

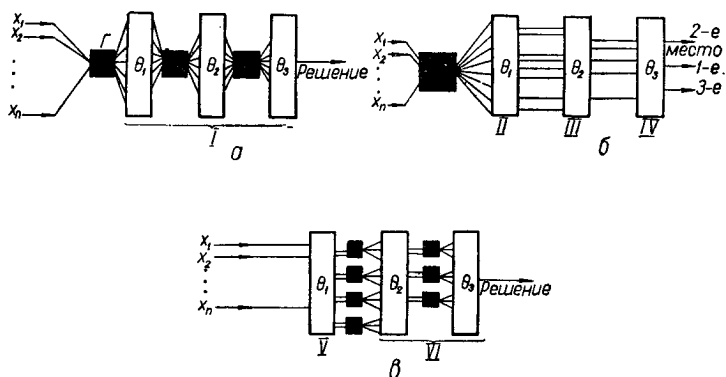


Рис. 1. Структуры систем эвристической самоорганизации: а — перцептрон; б — система Станфордского университета; в — схема алгоритма МГУА; Г — генератор комбинаций (гипотез); θ — пороговые самоотборы полезной информации; I — критерии скалярных произведений; II — критерий химической устойчивости; III — топологический критерий; IV — критерий близости к показателям масс-спектрометра; V — критерий по длине предыстории; VI — корреляционные критерии (или критерии точности).

История перцептрона очень печальна и в то же время очень поучительна. Она может быть темой интереснейшей книги о сложных путях развития науки. Представьте себе следующую картину: скромный американский ученый, нейрофизиолог по профессии, в небольшой сравнительно лаборатории Корнельского университета в 1957 г. изобретает перцептрон — модель функции восприятия мозга и формулирует свои первые две теоремы. Одна из этих теорем утверждает, что ребенок рождается

с полнейшим хаосом случайных связей, соединяющих входные и пороговые нейроны. Под действием внешней среды или по указаниям учителя эти связи приходят в определенный порядок — происходит удивительнейший процесс самоорганизации системы, начиная с нулевой (в принципе) начальной информации. Ребенок начинает узнавать предметы внешнего мира. Делая упор на случайный характер связей, автор перцептрона не замечает более важного свойства его системы, а именно того, что его система впервые реализовала принцип неокончательных решений. В каждом ряду перцептрона отбирается не единственное наилучшее решение (как это рекомендует статистическая теория решений), а некоторый процент (около 20—40%) наиболее правдоподобных решений. И только в последнем ряду принимается окончательное единственное решение. Этот принцип намного опередил время. Математики не были готовы к нему и не поняли, для чего же собственно нужно оттягивать решение? Для чего нужна многорядность?

С точки зрения математики только схема Байесовского решения является строгой и оптимальной. Решение принимается сразу на первом же этапе расчета условных вероятностей. С этой же точки зрения «принцип неокончательных решений», реализуемый в перцептроне, по которому на каждом этапе отбирается только определенная доля наиболее вероятных решений, является лишней проволочкой, оттягиванием решения и, следовательно, абсурдом.

Вся критика перцептрона была направлена на простейший (элементарный) перцептрон с одним полярным выходом и тремя рядами элементов (двумя слоями настраиваемых связей), причем подразумевалось совершенно очевидным положение современной теории информации о том, что все входные сигналы (или признаки распознаваемых изображений) могут быть либо полезными, либо нейтральными, и вредных признаков не существует (Винер: «нет зла, а есть отсутствие добра»). Исходя из таких положений, легко было показать, что перцептрон нецелесообразен, работает плохо и очень медленно, не обобщает изображений, разбросанных по сетчатке в один образ и вообще ни к чему, если есть алгоритмы статистической теории решений, или правило Байеса.

Всем, кто практически занимался распознаванием образов, хорошо известно, что при коротких обучающих последовательностях не только удлинение входного описания, но и исключение некоторых входных признаков в большинстве случаев повышает процент правильного распознавания изображений. Этот факт наличия «вредных» признаков нельзя объяснить, исходя из детерминистических позиций, занимаемых критиками перцептрона (А. В. Петров, М. М. Бонгард, В. И. Лебедев и др.). В перцептроне Ф. Розенблатта организованы самоотборы полезной информации на разных уровнях ее сложности при помощи интегральных воздействий — порогов. В каждом слое перцептрона генерируются все более сложные комбинации учета признаков и автоматически, как при селекции растений, отбираются только наиболее удачные из них *.

«Вредным», т. е. снижающим точность интерполяции, является, например, признак (или промежуточная переменная), среднее значение и дисперсия которого на обучающей последовательности данных значительно отличаются от этих же показателей на проверочной последовательности данных. Критики перцептрона, исходя из детерминистических позиций, не видят ни одного из этих принципиально важных свойств перцептрона и потому их статьи наносят немалый вред развитию наиболее эффективной теории — теории перцептронов как самоорганизующихся систем с самоотборами полезной информации на разных уровнях ее сложности.

Перцептрон был встречен «в штыки» как у себя на родине, где он подвергся разгрому со стороны ведущих ученых (например, Марвина Минского, одного из авторов «эвристического программирования»), так и, к сожалению, у нас в СССР. Другие ученые в своих работах, хотя и не отрицали перцептрон, но так «исправили» его, что от многорядности и принципа неокончательных решений не осталось и следа (Я. З. Цыпкин, М. А. Айзерман и др.). Положение таково, что теорией многорядных перцептронов занимаются у нас сейчас только небольшие коллективы в Грузии (А. А. Квиташвили,

* См. книгу М. Минского и С. ПейлERTA «Перцептроны», М., «Мир», 1971, в которой подвергается разгрому перцептрон детерминистами и сводится при этом к простой линейной распознающей системе.

Г. Л. Отхмезури и др.) и в Армении (С. А. Амирбекян, В. С. Даян и др.).

Сам автор перцептрона долго не сдавался. Он увеличил штат своей лаборатории до 25 человек, привлек ряд математиков (Джозеф и др.) и наконец опубликовал объемистую книгу «Принципы нейродинамики» [57]. Будучи нейрофизиологом, он пытался объяснить свое детище на языке математики и разговаривал с математиками на языке теорем. В книге содержится около ста теорем и их следствий. Однако эти теоремы либо были второстепенными, либо неадекватными перцептрону и в общем никого не убедили, так как не относились к главному: к принципу неокончательных решений, при разных уровнях комбинаторики сигналов. По последним сведениям, не закончив вполне работу над моделью перцептрона — разговаривающим котом «Тобермори» — Розенблатт отказался от дальнейших попыток объяснить свою идею кибернетикам. Он вернулся к нейрофизиологии и перцептроном больше не занимается. Перцептрон, хотя и не забыт сейчас, но так и остался непонятым до конца, может, потому, что автор его, настаивая на второстепенных его свойствах, так и не указал главное: реализацию приведенных выше принципов эвристической самоорганизации.

В перцептроне мы находим все основные черты самоорганизации: многорядную структуру, большое разнообразие решаемых задач, генерацию комбинаций на всех уровнях и применение интегральных воздействий по эвристическому критерию — величине скалярного произведения.

«ГИПОТЕЗА СЕЛЕКЦИИ» В ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

«Если правильность теории не вполне доказана, то и о ней говорят как о гипотезе или рабочей гипотезе».*

Гипотеза селекции утверждает, что алгоритмы, издавна применяемые селекционерами при массовой селекции растений или животных, являются оптимальными

* К. Штейнбух. Автомат и человек. М., «Советское радио», 1967, стр. 24.

алгоритмами переработки информации и управления сложными системами. Структура перцептрона (рис. 1, а) очень напоминает работу селекционера. При селекции растений сначала выбирается определенный процент семян растений первого поколения, обладающих требуемым свойством. Эти семена высеваются. Затем во втором поколении снова отбирается определенная доля лучших семян для посева и т. д. Ясно, что при этом однократный отбор семян не может заменить многократной селекции на нескольких поколениях.

При этом можно проследить и количественную аналогию: существование оптимального размера доли семян, которые нужно высевать в каждом поколении. Оптимальное количество рядов перцептрона, как и число поколений (генераций), необходимых для селекции, зависящих от свойств обрабатываемых сигналов и от наших требований к точности решения. Заданное заранее число рядов в общем случае не дает гарантированной точности решения (эвристический метод). При слишком большом числе рядов или поколений селекции наблюдается «вырождение» как сигналов, так и растений (так называемый «инцухт»).

Легко представить себе перцептрон более общего типа, в котором после каждого генератора все более сложных гипотез происходит отбор некоторой доли сигналов не по одному, а по нескольким критериям. На выходе может выдаваться не единственное решение, а ряд решений с указанием их вероятности (места). Такая общая структура будет «объединением» перцептрона Ф. Розенблатта (рис. 1, а) и системы Станфордского университета (рис. 1, б). Наше нововведение состоит в том, что один генератор гипотез в каждом ряду можно заменить рядом небольших генераторов по группам аргументов (рис. 1, в).

ПЕРЦЕПТРОН КАК ПРИМЕР САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Первый: В качестве примера интегрального воздействия Вы назвали подходящий налог. Но налог начисляется конкретно для каждого налогоплательщика. Где же экономия вычислений?

Второй: Достаточно установить общее (интегральное) правило начисления налога. Остальная работа выполняется механически и децентрализовано. Следовательно, в систему управления она не входит. Многомерность исчезает.

Не следует думать, что главное в перцептроне — случайный характер связей первого ряда элементов. Главное в перцептроне — это осуществление *интегральных воздействий* (в виде пороговых элементов) на всю сумму входных сигналов, каждый из которых имеет свой элементарный алгоритм образования, и осуществление *принципа неокончателных решений*: вместо того, чтобы сразу, в первом ряду связей решить вопрос о принадлежности данного изображения к тому или иному классу, как это рекомендует современная теория статистических решений, перцептрон отбирает только некоторую часть наиболее вероятных решений (около 40% от общего числа). С точки зрения теории статистических решений такое оттягивание решения бессмысленно. С противоположной точки зрения — с позиций эвристической самоорганизации — это удобный способ организации самоотбора полезной информации с помощью многократных интегральных воздействий. Принцип неокончателных решений позволяет многократно применить эвристические критерии самоотбора полезной информации и, следовательно, получить высокую точность решений данной задачи.

Дело в том, что эвристики понимаются детерминистами просто как необоснованные решения, приводящие к практически достаточным (но не самым лучшим!) результатам. К счастью, это не так. В действительности эвристики — это главным образом решения, приводящие к повышению точности. Такими решениями являются, например, выбор исходного множества признаков, выбор критериев отбора полезной информации и организация перцептронной структуры, позволяющей многократно

усилить интегральное действие эвристических критериев на поток информации. Математика (например, факторный анализ [8]) может помочь решению этих вопросов, но в принципе не может их решать без активного участия потребителя системы — человека. Задания принадлежат человеку и составляют суть эвристики. По-видимому, поэтому перцептрон как система, осуществляющая интегральные воздействия и самоотбор полезной информации, при повышении из ряда в ряд ее сложности, до сих пор не понят.

В данной книге перцептрон представляется как система, реализующая эвристики, генерацию комбинаций и многоступенчатый самоотбор полезной информации при помощи пороговых, интегральных воздействий для решения задач распознавания, предсказания, экстремального управления и других задач технической кибернетики.

В данной работе в алгоритм перцептрона вносятся следующие изменения (рис. 1, в):

а) вместо случайного поиска или адаптации коэффициентов связей последние вычисляются при помощи решения систем нормальных уравнений Гаусса, составленных для небольших групп входных сигналов МГУА; группа обычно состоит из двух аргументов;

б) интегральное воздействие при помощи пороговых элементов осуществляется не по величине скалярных произведений, а по разнообразным эвристическим критериям, чаще всего по точности или по величине коэффициентов корреляции;

в) применяется процедура оптимизации порогов.

В остальном наши «системы перцептронного типа» по алгоритмам МГУА не отличаются от перцептрона Ф. Розенблатта и воспроизводят все свойства этой замечательной распознающей системы.

Перцептрон является благодарным полем применения эвристик и одним из наиболее ясных примеров осуществления принципа эвристической самоорганизации. На примерах показано, что в результате самоотбора полезных сигналов точность эвристических методов намного выше точности регулярных математических методов, где нет таких самоотборов.

Оказывается, что вопреки утверждениям Н. Винера, носители информации — признаки или сигналы — могут быть как полезными, так и вредными. Понятие «вредный признак» возникает в результате несовершенства реальной распознающей системы и, в частности, при ограниченной длине обучающей последовательности дан-

ных. Если бы мы располагали бесконечными выборками и идеальной системой — все признаки были бы полезными или бесполезными, но не «активно» вредными. При короткой выборке данных нейтральное действие бесполезного признака не успевает усредниться и стать равным нулю. Признак становится вредным, так как оказывает плохое влияние на результат действия системы. Если бы мы наблюдали процесс бесконечно долго, то он, действительно, был бы только бесполезным, но не вредным, что и соответствует высказываниям Н. Винера.

Уменьшение размерности (т. е. уменьшение длины) входного описания часто приводит к повышению, а не к снижению точности. Это положение в корне противоречит выводам абстрактной теории информации.

Реально, встречаются как полезные (коррелированные), так и вредные (некоррелированные) признаки, а многорядная пороговая структура перцептрона как раз и предназначена для организации многократно повторяющегося самоотбора полезных сигналов от вредных.

Другое преимущество перцептрона — его общность, универсальность. Именно перцептрон и другие многорядные системы самоорганизации возрождают наши надежды на общность кибернетики, т. е. на ее существование как общей науки на долгие годы. Универсальность демонстрируется ниже тем, что «система перцептронного типа» применена для разнообразных задач распознавания образов, предсказания случайных процессов, экстремального и оптимального автоматического управления. Во всех этих задачах применяются однотипные алгоритмы.

Перцептрон, который используется для распознавания образов и для предсказания, может быть применен для идентификации характеристик и экстремального управления; соответствующие алгоритмы управления перцептронного типа могут быть просто реализованы на управляющих вычислительных машинах для самых разнообразных объектов. Они являются общими, универсальными, так как реализуют общий подход к объекту как к некоторому «черному» (или «серому») ящику. В то же время они просты и конструктивны. Исходная идея Винера об общности идей кибернетики, таким образом, снова восстанавливается.

ЭВРИСТИКИ, РЕЗУЛЬТАТЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И ВЫВОДЫ О ДЕТЕРМИНИЗМЕ ОКРУЖАЮЩЕГО НАС МИРА

***Первый:** Эвристики — это необоснованные математические решения, дающие только достаточно хорошие для практики, но не самые лучшие результаты.*

***Второй:** Нет! Эвристики — это решения в области, не относящейся к предмету и компетенции математики. Результаты эвристик во много раз перекрывают то, что можно получить в формализуемой области.*

Структура системы самоорганизации (перцептрона) напоминает слоеный пирог: после математической обработки информации следует «ряд» эвристической оценки результатов, и так повторяется несколько раз. Человек непрерывно контролирует ход решения, направляя его при помощи интегральных воздействий к результату, который он желает. Вот почему эвристическая самоорганизация обеспечивает точность, которая не может быть достигнута применением обычных математических методов. Эвристики — это творческий мыслительный процесс человека, и их результатами являются решения — догадки о целесообразности того или иного действия. Они связаны с желаниями человека, с факторами его мотивации. Они не относятся ни к предмету, ни к компетенции математики и поэтому улучшение математического аппарата не может заменить их или даже быть сравнено с ними по влиянию на точность решения.

Наиболее высокая точность достигается именно эвристическими методами. Объясняется это тем, что точность зависит не только от совершенства математического аппарата, но и от выбора критериев качества, а также той «засыпки» (по известному выражению Гексли), для которой он применяется. Эвристики, примененные к выбору критериев и улучшению множества исходных и промежуточных данных, оказываются более ценными в смысле повышения точности, чем эвристики, примененные к дальнейшему совершенствованию математического аппарата, где нет самоотборов полезной информации. Точность эвристических методов оказывается намного выше точности самых совершенных и общих математических методов, использующих специфические (детерми-

нистические) подходы, так как они основаны на самоотборах полезной информации по эвристическим критериям.

Главный результат наших работ [35, 36, 37] заключается в том, что в них впервые показано, что эвристическая самоорганизация, реализуемая перцептроном, приводит к большой точности решения интерполяционных задач, намного превосходящих то, что может быть достигнуто обычными детерминистическими методами.

ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Точность, достигнутая в примерах предсказания реальных многомерных случайных процессов, рассмотренных ниже, приводит к мысли о том, что роль случайности в окружающем нас мире значительно меньше, чем это нам часто кажется. Лаплас был почти прав. Тот факт, что такое точное предсказание возможно, говорит о том, что многое в окружающей нас жизни является значительно более определенным, предсказуемым, чем это кажется с первого взгляда. Мы склонны обычно преувеличивать влияние отдельной личности, отдельного факта или события на общий ход случайного процесса, идущего под воздействием очень многих фактов и событий, действие которых в общем нормируется, усредняется, в чем и кроется объяснение возможности точного предсказания случайных процессов и событий.

Случайные процессы можно прогнозировать всегда более точно, чем это нам кажется. Интересно, что отрицание детерминистического подхода приводит нас к далеко идущему выводу об определенности, детерминизме окружающего нас мира.

История цивилизации полна примеров решения различных проблем управления при помощи самоорганизации. Например, задача поднятия урожайности полей при минимуме человеческого труда решена так успешно, что вскоре только 5% населения Земли будет занято в сельском хозяйстве.

Некоторые ученые утверждают, что проблема «больших» или «сложных» систем есть новая проблема. Естественно посоветовать таким ученым, интересующимся управлением сложными объектами, исследовать опыт

человечества по поднятию урожайности, производительности труда, долголетия, лечения болезней и другим сложным задачам управления.

В математике нет достаточно развитого аппарата, адекватного указанным способам решения сложных проблем. Она не готова встретить вызов проблемы самоорганизации. Требуется срочная разработка вопросов теории интерполяции, теории неравенств, размытых множеств и комбинаторики применительно к данной проблеме. Современная математическая «однорядная» теория статистических решений должна стать более совершенной «многорядной» теорией, т. е. теорией перцептронов.

Глава 2

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

ЗНАЧЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

Согласно основной идее Н. Винера, кибернетика есть «наука об управлении и связи в живых организмах и машинах».

Через двадцать лет после выхода в свет его книги понятие кибернетики расширилось настолько, что, например, у нас в стране теперь кибернетикой называют все, что связано с разработкой и применением вычислительных машин. То, что вкладывалось Винером в понятие «кибернетика» первоначально, ближе всего к направлению, которое называется «бионикой» или биологической кибернетикой. Наряду с биологической теперь известны теоретическая, экономическая, техническая, социальная кибернетика и др.

Сейчас в мире насчитывается около 100 тысяч больших универсальных вычислительных машин. Большинство из них используется для решения задач экономической кибернетики (в широком смысле этого слова, т. е. с включением вопросов планирования и организации производства, расчета зарплаты и сбыта продукции). Поэтому можно сказать, что в данное время экономическая кибернетика является, по-видимому, самой нужной и самой важной частью кибернетики. Второе место по

числу используемых машин занимает техническая кибернетика, в которую входит как разработка самых машин, так и применение их для управления производственными и другими процессами. Цифровые вычислительные машины, приспособленные для решения задач управления производством, получили название управляющих машин. Лишь незначительное количество машин занято для решения задач бионики, моделирования психики или социологии.

Таким образом техническая кибернетика на практике занимает значительное место среди других кибернетических направлений. Все сложные вопросы автоматического управления относятся к сфере ее интересов.

ОСНОВНОЙ ВКЛАД КИБЕРНЕТИКИ — ПРОГНОЗИРОВАНИЕ БУДУЩЕГО РАЗВИТИЯ

Влияние развития кибернетики на многие стороны жизни человеческого общества чувствуется уже сейчас, но с каждым годом оно будет все заметней.

Развитие кибернетики ведет к большим изменениям: производительность труда, благодаря применению автоматизированных систем управления производством (АСУП), резко увеличивается. Это увеличение зависит от масштаба АСУП: в пределах предприятия увеличение достигает 15—20%, в масштабе отрасли — до 30%, в масштабе страны — до 100% (т. е. дает увеличение продукции в два раза), для сообщества стран — еще больше.

Уже в 1990 г. кибернетические системы автоматизированного управления производством (в масштабе завода, отрасли и всей страны) сократят потребность в рабочей силе на 50%, т. е. рабочая неделя может быть снижена до трех рабочих дней. Приблизительно в то же время стоимость универсальных вычислительных машин будет снижена в 100 раз; соответственно уменьшатся и их габариты. К концу столетия они будут так же распространены, как сейчас телефоны, холодильники или телевизоры.

Всеобщая связь позволит соединить эти периферийные машины с национальными и международными информационными системами, обладающими огромной памятью и средствами быстрого поиска необходимой

информации. Уже сейчас имеются информационные системы, память которых по объему превосходит все, что записано во всех книгах самых больших библиотек. Это еще больше ускорит абсолютный и относительный рост интеллигенции, увеличит ее роль в жизни общества.

Однако, хотя и несколько неожиданно, вклад кибернетики, оказывается, состоит не только в этом: один из основных вкладов кибернетики состоит в разработке методов прогнозирования будущего. Уже сейчас можно указать достаточно точные даты основных этапов будущего развития точных наук, техники, биологии, медицины и экономики. Все науки, включая и социальные, приобретают благодаря кибернетике прогнозирующий характер. Кибернетика оказалась в роли современной «электронной гадалки»: математические методы, реализуемые на ЭВМ, позволяют предсказывать будущее развитие процессов, причем значительно более точно, чем это можно было бы предположить.

Из множества достаточно авторитетных прогнозов можно предполагать, что еще до конца столетия человеческое общество станет обществом еще более быстрого социального и научно-технического прогресса, обществом известного будущего и всеобщей информированности, при большом разнообразии занятий.

ДВА ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Один из принципов кибернетических предсказаний основан на математической обработке наблюдений за предыдущим ходом процесса. Так, можно довольно точно предсказать многие случайные процессы, например движение уровня грунтовых вод, степень цветения водохранилищ, изменение качества питьевой воды во времени и в зависимости от различных факторов, и, таким образом, выработать некоторые меры управления процессами (дренаж, увеличение водообмена, продувка кислорода или воздуха и т. п.).

Аналогично прогнозируются экономические ситуации и выясняются меры управления экономикой с количественной оценкой каждого из возможных вариантов управления.

Другой метод предсказания будущего — метод экспертной оценки — основан на математической обработке

результатов опроса большого числа высококвалифицированных экспертов (метод «Дельфи» института «Рэнд корпорейшен»). Истина устанавливается по определенной методике с учетом успеха каждого из экспертов в предыдущих предсказаниях. Метод «Дельфи» применяется главным образом для прогнозирования хода научно-технического прогресса. Каким будет автомобиль через десять, через двадцать лет? Когда появится вычислительная машина с памятью на тонких пленках? Какой будет шахта будущего? — вот типичные вопросы, решаемые по методу «Дельфи».

Большинство из предсказаний, полученных ранее по этому методу на 1970 г., оказалось... перевыполненным. Так, например, предсказывалось, что человек высадится на Луне только в 1971 г.

Ряд серьезных научных журналов, таких, например, как английский журнал «Нью Сайентист», предоставляет свои страницы высказываниям ведущих ученых на тему «Мир в 1984 году» (см. номера указанного журнала за январь — ноябрь 1964 г.). Еще на более далекие сроки составлены прогнозы учеными института «Рэнд корпорейшен» (см. журнал «Иностранная литература», 1967, № 1, а также Л. Д. Черненко, В. В. Косолапов, «Мир 2000 года», Техническая информация УкрНИИНТИ, Киев, 1968). Здесь мы находим следующие прогнозы развития, относящиеся к области технической кибернетики:

- 1974 г. — полный контроль над воздушным сообщением;
- 1975 г. — автоматизация домашней работы;
- 1976 г. — автоматические библиотеки с применением голографических устройств памяти;
- 1979 г. — скоростной автоматический перевод;
- 1980 г. — машины, принимающие сложные и ответственные решения;
- 1980 г. — создание единого (мирового?) вычислительного центра;
- 1985 г. — автоматический диагноз болезней;
- 1988 г. — радар для слепых;
- 1988 г. — использование роботов для домашних работ;
- 1998 г. — введение информации от машины прямо в мозг человека;
- 2000 г. — симбиоз между человеком и вычислительной машиной;
- 2000 г. — автодороги с автоматическим управлением автомобилями;
- 2025 г. — устранение механизма старения, «бессмертие» людей;
- 2045 г. — автоматическое чтение мысли и др.

Вот результаты обработки другого опроса экспертов 13 стран, собравшихся в Дании на конгресс организации

ИФИП в поябре 1968 г., относящегося к развитию вычислительных машин (по методу «Дельфи» рис. 2).

В конце 1980-х гг. количество рабочей силы, используемой в производстве, благодаря применению ВМ уменьшится на 50%.

Продолжительность рабочей недели снизится до 18 часов, т. е. до трех рабочих дней в неделю.

Масса свободного времени, не заполненного работой, по мнению некоторых буржуазных футурологов* (например, английского ученого проф. Д. Габора — изобретателя первого предсказывающего фильтра и способов голографии) является третьей опасностью для человечества (после атомной войны и загрязнения биосферы). Проблемы безработицы в капиталистическом мире станут более острыми. К 2000 г. всей основной промышленностью будут управлять ВМ (системы АСУП).

Денежная и чековая система к 1992 г. будет заменена платой через особые устройства (терминалы), установленные повсеместно, как сейчас кассовые аппараты в магазинах. Сейчас в США чековой системой пользуются 120 млн. человек, в Англии — 6 млн. Расчет и сбор налогов также будет полностью автоматизирован (бесчеловеческое общество).

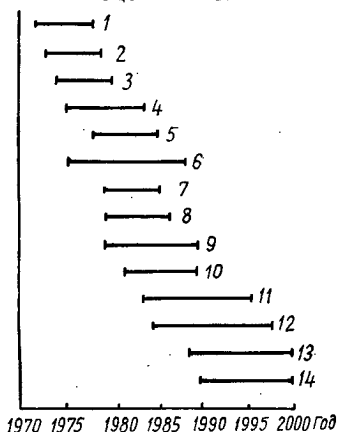


Рис. 2. График применения вычислительных машин:

1 — ВМ управляет уличным движением в больших городах; 2 — ВМ обслуживает пациентов в больших больницах; 3 — широкое распространение основанное на ВМ обучения в школах; 4 — ВМ управляет гражданской авиацией, включая взлет и посадку; 5 — запись информации о достижениях науки для постоянно пополняемых иовыми данными централизованных хранилищ; 6 — ВМ в качестве машины для диагноза; 7 — надзор за самодвижущимися экипажами путем сочетаний разумного выявления нарушений и их записи с помощью ВМ; 8 — наличие у большиинства медников прямого передающих устройств для консультации с ВМ; 9 — 50%-ное сокращение рабочей силы в основных отраслях промышленности вследствие автоматизации на базе электронной обработки данных; 10 — регистрация предпринимателями своих доходов на конечных пунктах и автоматическая передача данных в налоговое ведомство; 11 — обучение дома с помощью ВМ; 12 — устарение библиотек (хранилищ книг) в их нынешней функции — источников общей фактической информации; 13 — широкое распространение автомобильных «автопилотов»; 14 — наличие ВМ в частных домах.

* Футуролог — ученый, занимающийся предсказанием будущего развития науки и техники.

Движение в городах будет управляться от ВМ, начиная с 1973 г. Автоматические водители машин получат широкое распространение в конце 1990-х гг.

Около 1975 г. постановка диагноза и лечение больных без помощи ВМ будет исключено. Большинство врачей будут иметь в своем распоряжении терминалы для консультации с ВМ. К 1983 г. будут созданы «Национальные банки» медицинской информации, где будут храниться все истории болезней всех больных.

Аналогичные «Национальные банки» позволят автоматизировать пользование библиотеками. Любые сведения по любому вопросу из любой библиотеки можно будет получить при помощи ВМ («Национальный банк науки и технологий» будет создан к 1976 г.).

К концу столетия ВМ индивидуального пользования будут также распространены как телефоны или телевизоры сейчас, стоимость ВМ (и ее габаритные размеры) будут не выше стоимости цветного телевизора.

С 1981 г. в конструкции ВМ получат широкое распространение лазеры и когерентная световая техника (голография).

С 1979 г. программы в ВМ можно будет вводить с голоса. Машины будут работать в режиме диалога с человеком. Программированное обучение детей в школах от ВМ найдет широкое применение с 1989 г. (более 50% школ США).

В конце 1980-х гг. стоимость ВМ уменьшится в 100 раз (так же, как и их размеры). Машина, аналогичная по возможностям нашей машине «Днепр-2», будет стоить не более 1000 долларов.

Интересны прогнозы на самое ближайшее будущее: через пять лет будет создана техническая база для всемирного телевидения через искусственные спутники Земли. Родители смогут по желанию выбирать пол будущего ребенка (при этом возникает вопрос: не должно ли государство вмешаться в решение вопроса, особенно в восточных странах, где всегда предпочитают иметь сына). Долголетие людей к 1990 г. увеличится, в так называемых развитых странах, до 90 лет, т. е. возрастет на 20 лет.

Другие прогнозы еще более впечатляющие: здесь и чтение мысли, симбиоз человек — машина (2000), полное устранение причин старения (2025) и тому подобные

вещи. Многие из этих предсказаний потребуют все большей регулирующей роли общества и обязательного вмешательства международного регулирующего органа. Такие проблемы, как уменьшение поляризации «богатых» и «бедных» стран, рациональное расселение людей по планете или ограничение рождаемости не решается на национальном уровне: их может решить только всемирное социалистическое правительство. Число важных вопросов, требующих общих усилий всех государств, с каждым годом будет возрастать.

Ясно, что все указанные выше даты предсказаний нужно принимать с осторожностью, однако скорее они будут перевыполнены, чем не сбудутся. Неожиданные открытия и изобретения могут совершенно изменить ход развития науки и техники. Поэтому некоторые ученые (например, известный советский ученый акад. В. А. Трапезников, см. «Известия» от 20 мая 1967 г.) считают, что невозможно предсказать действительное развитие кибернетики более чем на 10—12 лет вперед. Однако ясно, что техническая революция во всем мире не только не замедляет, а непрерывно ускоряет свой ход.

УПРАВЛЯЮЩИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

Выход человека в Космос, раскрытие тайн атомного ядра и широкое применение вычислительных машин — вот главные достижения человеческого гения за последние два десятилетия. На очереди прорывы в сторону решения проблем генетики и управления наследственностью, раскрытие тайн психической деятельности мозга и открытие принципов самоорганизации систем с целью познания мира и управления им применительно как к задачам техники, так и в биологии, обучении, производстве и обществе.

Одной из наиболее важных разработок Института кибернетики АН УССР является система планово-оперативного управления Львовским телевизорным заводом. На этом заводе планирование производства и весь учет продвижения изделий по цехам и с одного рабочего места на другое ведет электронная вычислительная машина. Это обеспечило ритмичную работу и повысило производительность завода на 15—20%. Расходы на административно-технический персонал сократились.

Сейчас подобные системы разрабатываются для более сложных, многономенклатурных и разветвленных производств. В ряде мест различные организации создают около 500 опытных систем, отличающихся по характеру производства. Системы автоматизированного управления производством созданы на московском заводе «Фрезер», Минском автозаводе и на других крупных заводах. В недалеком будущем только некоторые заводы останутся без оперативного управления на базе электронных вычислительных машин.

Машины, предназначенные для управления непосредственно отдельными производственными процессами, получили название управляющих машин. Управляющая машина «Днепр», разработанная в Институте кибернетики АН УССР, была одной из первых отечественных машин этого назначения. Сейчас она выпускается серийно и применяется в металлургии, химии, металлообрабатывающей промышленности (подробнее см. журнал «Автоматика», 1967, № 3).

При внедрении в производство управляющих машин необходимо решить целый комплекс сложных вопросов и прежде всего создать датчики — приборы, измеряющие показатели процесса. В связи с этим развитие управляющих машин несколько замедлилось, чем ожидали вначале. Тем не менее, по данным журнала «Контроль инжиниринг» (сентябрь, 1966), в настоящее время за рубежом уже работают на предприятиях 1823 управляющие машины, и их число ежегодно приблизительно удваивается. Учитывая, что всего в мире используется уже около 100 тысяч больших вычислительных машин, можно сделать вывод, что только сравнительно небольшая их часть является управляющими машинами.

Будущее человечества немыслимо без самого широкого применения вычислительных и управляющих цифровых машин. «Детские болезни» этих замечательных устройств в значительной степени уже преодолены, во всяком случае в лучших образцах современных машин. Первая электронная вычислительная машина начала работать в Гарвардском университете всего двадцать шесть лет назад (в 1944 г.), но с тех пор прогресс в работе вычислительных машин поистине огромный.

В настоящее время цифровые вычислительные машины являются главным орудием исследования сложных

систем с помощью аналитико-экспериментального метода и основным средством реализации выводов этого исследования для решения задач технической кибернетики.

На рис. 3 показан прогноз упомянутого выше кол-

лектива ученых 13 стран решения основных проблем, возникающих на современном этапе развития цифровых вычислительных машин. Показаны сроки, в которые предполагается решить эти проблемы. Сейчас почти полностью решены проблемы надежности, быстродействия и объема памяти машин (как оперативной, так и внешней).

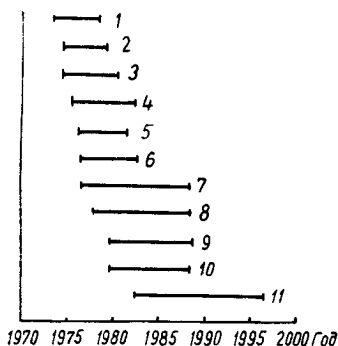


Рис. 3 График усовершенствования вычислительных машин:

1 — гибкая внутренняя память, т. е. легко увеличивающаяся или уменьшающаяся по величине модульность; 2 — большая часть математического обеспечения «запихивается» в память ВМ; 3 — портфельные ВМ («усовершенствованные логарифмические линейки» с большой памятью); 4 — звуковой ввод в ВМ; 5 — лазерная память; 6 — передача данных лазерными сигналами; 7 — бумажные перфокарты и перфоленты больше не используются в качестве носителей информации; 8 — память в 1 млн. бит для независимой основной ВМ; 9 — карманные ВМ («усовершенствованные логарифмические линейки» с большой памятью); 10 — ВМ, обучающиеся в ходе работы; 11 — цена ВМ уменьшается в 100 раз.

Объединение отдельных машин в единые национальные и интернациональные сети вычислительных центров поможет вообще снять проблему объема памяти с повестки дня. Уже существуют информационные системы, располагающие памятью в объеме $1/2$ млрд. печатных страниц текста. Остается все еще не решенной проблема упрощения связи человека и машины.

Связь машины с человеком и объектом управления. Упрощение связи вычислительной машины с человеком и с объектом управления является основным затруднением, и, как видно

из рис. 2, в ближайшие годы эта проблема решена еще не будет. С помощью механических выводных устройств можно получить скорость печати не более 1 000 строк в минуту. Программирование представляет собой все еще

сложную процедуру, которая, несмотря на разработку специальных языков, все еще требует специальной подготовки и стоит в год столько, сколько стоит сама вычислительная машина. В этом направлении еще необходимо найти кардинальное решение.

Годовые расходы на программирование задач для одной вычислительной машины приблизительно равны стоимости самой вычислительной машины и даже превосходят ее. По этому показателю можно судить о важности упрощения программирования. Основные усилия в области упрощения программирования направлены на разработку универсальных языков типа «Алгол-60», «Алгол-68», «Кабол» и другие, когда программа пишется с помощью определенного набора слов и знаков, число которых сравнительно невелико. Разрабатываются автоматические трансляторы для перевода одного языка программирования в другой — машинный язык.

Последняя по времени разработка Института кибернетики АН УССР — машина «Мир-2» направлена на максимальное упрощение программирования. К машине прилагается библиотека из двухсот программ. Сама машина сконструирована по схемам, вычисленным другими машинами. По идее акад. В. М. Глушкова, «Машина конструирует машину» с соблюдением всех правил выбора оптимальных решений в процессе конструирования.

Программирующие программы и трансляторы представляют собой сложные логические алгоритмы, на разработку которых требуется много усилий и времени. Отсюда возникла задача автоматизации самого процесса составления трансляторов. Наконец, ведутся работы по созданию специальных устройств ввода, на которых программа или задание для машины рисуется от руки карандашом или подается голосом. Человек-программист представляет собой промежуточное звено между исследователем или диспетчером и вычислительной машиной. Исследуются различные способы устранения этого звена. Эксперименты по управлению машиной с помощью звуковых команд, поданных голосом, пока еще не дают хороших результатов. Другие варианты вводных устройств связаны с использованием электроннолучевых трубок, устройств светового карандаша или «светового пятна». Типичной является американская

разработка, выполненная компанией «Ренд Корпорейшн» в Калифорнии: используются алгоритмы систем, распознающих рукописные буквы и цифры, а также фигуры.

Табло, на котором записывается программа, является матрицей на 1024×1024 (свыше миллиона) чувствительных элементов. Команды на этом табло можно записывать с помощью специальной пишущей машинки или от руки особым световым карандашом. В случае

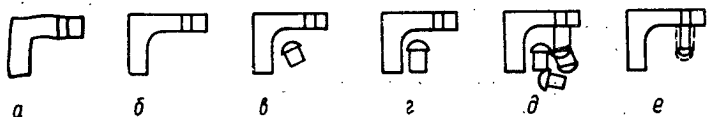


Рис. 4. Схема последовательности действий системы «Скетчпед»: а — набросок уголка; б — выравнивание уголка; в — набросок заклепки; г — выравнивание заклепки; д — нахождение места заклепки; е — установление заклепки на место.

необходимости можно вычерчивать любые фигуры, входящие в задание. Информация с табло может переписываться в обычную память машины и использоваться затем при выполнении расчетов. Такая система уже применяется для ввода в машину географических карт при поиске с помощью вычислительной техники оптимальных трасс дорог, для конструирования машин, электронных устройств и т. д.

Информация, нанесенная на доску, может быть переписана в память машины и вызвана на экран трубки или использована для расчетов, когда это потребуется.

Аналогичная разработка выполнена в Массачусетском технологическом институте и называется «Скетчпед». Она предназначена для облегчения труда конструктора. Длинный и трудный процесс, состоящий в реализации конструктором своих идей в виде детальных рабочих чертежей, может быть резко сокращен и облегчен при помощи нового электронного помощника, связанного с вычислительной машиной. Чем больше объем памяти машины, тем более тонкие и сложные задачи можно поручить ей.

На рис. 4 приведен простой пример работы устройства «Скетчпед». Требуется вычертить сечение уголка с заклепкой. Конструктор небрежно чертит это сечение и нажимает кнопку «выровнять». Машина проводит ли-

нии параллельно осям чертежа и проверяет, соответствуют ли размеры стандартам. Далее конструктор небрежно рисует заклепку и нажимает кнопку «поставить на место». Машина выравнивает заклепку, проверяет соответствие ее стандарту, переворачивает ее соответствующей стороной к отверстию и указывает размеры. Если конструктор доволен работой машины, последняя печатает синьку и выдает ее.

Особое устройство позволяет вычерчивать детали в нескольких проекциях, а также в изометрии. Последнее оказалось наиболее трудным, но и эта задача решена с точностью порядка одной сотой дюйма. Работы в данном направлении продолжаются. Цель их — помочь конструктору в самом процессе мышления при создании новых конструкций.

Следует заметить, что упрощение программирования всегда связано с удлинением срока решения задачи (на 10—20%) и, кроме того, требует использования части памяти машины для записи указаний транслятора, т. е. ухудшает использование объема памяти машины.

Глава 3

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

ДИНАМИКА РАЗВИТИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

Техническая кибернетика находится только в начале своего развития. Многие более простые проблемы уже решены, а многие более сложные — только вырисовываются и ждут своего решения. Принципиально уже решены важные проблемы построения надежных вычислительных машин с достаточно большим объемом памяти. Скорость счета машин приближается к предельной скорости — скорости света. Все еще острой проблемой является упрощение программирования и применение машин в сложных системах управления производством. В теоретическом плане последняя проблема связана с вопросами построения наиболее эффективных, оптимальных систем распознавания, предсказания и экстремального управления.

Основные затруднения теперь сводятся к решению ряда новых проблем, и в первую очередь — проблемы формализации: прежде чем решить задачу на машине, нужно записать ее на любом формальном, математическом языке. Но даже когда это удастся сделать, то мы сталкиваемся с «проклятием многомерности»: несмотря на указанное выше быстродействие, даже все вычислительные машины мира, объединенные в одну систему, не могут в допустимые сроки просмотреть все варианты решения большинства сложных практических задач.

Вычислительные машины увеличивают во много сотен или даже тысяч раз число вариантов, которые можно просчитать, но они не снимают вопроса о пределе человеческих возможностей решения задач при помощи перебора вариантов, а только отодвигают его.

Сейчас ученые заняты разработкой методов, расширяющих возможность применения машин. Разрабатываются методы декомпозиции и агрегирования матриц. Предел вычислительных возможностей машин отодвигается еще дальше.

Принципиально почти беспредельные возможности включают в себе другие, неформальные (индетерминированные) методы — методы самоорганизации. Проблема самоорганизации только начинает разрабатываться. В системах самоорганизации нельзя проследить линии передачи воздействий («входы» и «выходы»). Здесь действуют законы интегральных, т. е. общих воздействий на массы элементов без учета информации о каждом из них.

На рис. 5 дано схематическое изображение основных проблем технической кибернетики на первые пятьдесят лет ее развития (с 1948 по 1998 г.). На этом рисунке слева показаны рассмотренные выше проблемы синтеза схем и конструирования машин. Далее показаны проблемы управления сложным производством и общения человека с машиной, решаемые в настоящее время. Еще дальше показаны две весьма «трудно проходимые» проблемы: проблема решения задач, плохо поддающихся формализации (куда относятся вопросы нецифрового ввода и вывода информации и проблема семантики), и проблема решения формализуемых, но слишком многомерных задач.

На горизонте науки находится разрешение проблем моделирования психической деятельности человека, в частности—эвристического программирования, моделирования поведения человека и коллективов людей,

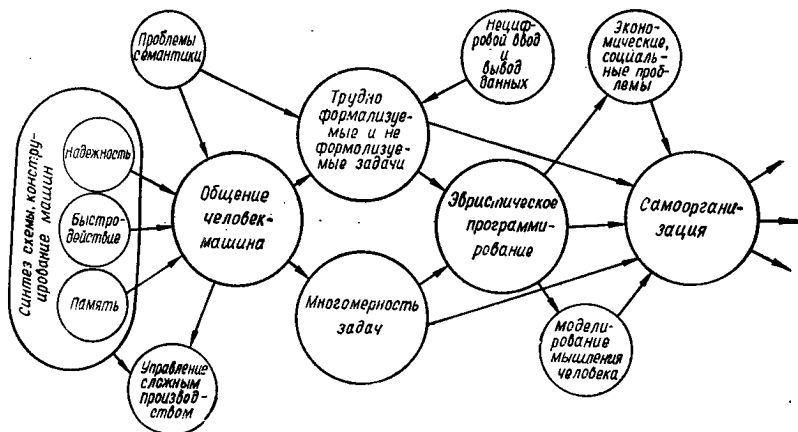


Рис. 5. Схематическое изображение основных проблем технической кибернетики на 50 лет.

моделирование экономических и социальных систем (социальная кибернетика) и многие другие. Все эти сложные проблемы нельзя решить без решения проблемы самоорганизации сложных систем распознавания и управления.

ПРОБЛЕМА ФОРМАЛИЗАЦИИ

«Сфера применения математики огромна, и она все более расширяется, но нельзя предположить, чтобы она охватила всю область принятия решений при управлении».*

Наиболее сложные и, по-видимому, наиболее важные задачи кибернетики не поддаются точному математическому моделированию, т. е. мы не можем их сформулировать при помощи математики или логики достаточно точно и, следовательно, не можем применить

* Г. Саймон. Автоматизация в приложении к умственному труду и процессам управления,— «Вопросы философии», 1968, № 5.

обычные детерминистические методы их решения на машинах.

Рассмотрим пример. Большой интерес представляют собой задачи предсказания поведения человека или, что значительно проще, поведения животных. Если бы мы могли построить математическую модель поведения, то

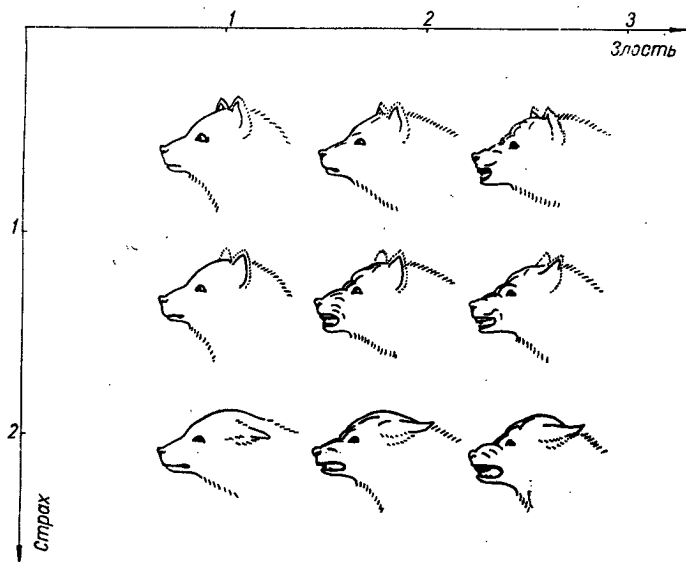


Рис. 6. Изображение «установки» собаки к действию в пространстве эмоций «страх-злость» (из книги Конрада Лоренца «Так называемая злость»).

мы могли бы предсказывать будущие поступки и выяснить мотивацию поведения. Однако ясно, что такую математическую модель, даже вероятностного характера, построить очень непросто.

В замечательной книге Конрада Лоренца «Так называемая злость» приведены фотографии «выражения лица» собаки (рис. 6). Вот она почти спит, вот она в спокойном состоянии, вот она возбуждается и т. п. Для каждой фотографии можно указать, что вероятнее всего сделает собака, если к ней, в указанном на фотографии состоянии («установке»), например, подойдет чужой человек. Большое число опытов с данной собакой позво-

лило найти такое предсказание. Таким образом, как будто бы простой пример модели, предсказывающей поведение животного, найден. Достаточно измерить две переменные: «страх» и «злость» — по трехбальной системе отсчета, чтобы весьма точно предсказать поведение собаки. Остается нерешенным вопрос, как устранить участие человека, который оценивает «страх» и «злость» как показатели внутреннего состояния («установки») собаки. Самое небольшое изменение положения глаз, размера зрачка, положения ушей, которое сразу замечает человек как перемену настроения, практически недоступно для машинных распознающих систем. Все же простые и вероятностные модели поведения собаки построить можно.

В сложных объектах всегда присутствует индетерминизм — стохастическая неопределенность. Классическим примером индетерминированной задачи является задача предсказания: на какую сторону упадет подброшенная вверх монета, что выпадет — «орел» или «решка»? При большом числе подбрасываний, в среднем, мы можем точно угадать результат: в половине случаев выпадет «орел», в половине — «решка». В задаче предсказания поведения собаки тоже значительно легче ответить на вопрос, что в среднем сделает собака, но совершенно невозможно точно угадать, куда она сейчас побежит — направо или налево? Чем больше усреднение, тем легче найти ответ. Вероятностную модель построить легче, чем детерминированную.

Если мы снизим требования к точности предсказания поведения и безошибочности модели, то задача построения модели становится значительно проще. Мы можем, например, ограничиться несколькими наиболее характерными фотографиями собаки (пропустив массу других) и указать с вероятностью порядка 90%, как она будет реагировать на то или иное воздействие, в том или другом случае. В таком объеме задачу уже можно ввести в машину, но она становится мало интересной, слишком примитивной.

На заре развития кибернетики Грей Уолтер построил макеты механических черепах, которые искали «кормушку» (свет) и источник тока, заряжали свой аккумулятор, а потом ползли в темноту, т. е. вели себя, как настоящие черепахи. Однако скоро стало ясно, что

построение таких игрушек не дает ничего существенного ни для кибернетиков, ни для физиологов.

Модель поведения собаки, о которой мы говорили выше, является более сложной, но принципиально не отличается от механической черепахи. Ничего существенно нового о собаке на ней получить нельзя.

Еще меньше пользы для науки в построении роботов — слишком упрощенных макетов людей. Настроение человека имеет бесконечную гамму оттенков и не поддается измерению числом или рядом чисел по нескольким координатам.

Грузинские психологи [54] показали, что в поступках человека большое значение имеет так называемая «установка» — внутреннее состояние психики человека к моменту получения внешнего раздражения. Поступки человека (да и животных, по-видимому, тоже) зависят в данный момент больше от внутренних причин, чем от окружающей среды. Охарактеризовать «установку» человека конечным числом координат просто немыслимо. Смелость, трусость, любовь, ненависть, радость, страх и другие чувства и эмоции имеют бесконечное число координат измерения и не могут быть выражены одним числом по одной координате. Замена бесконечномерного пространства конечномерным и измерение чувств числом (злость — «на три», страх — «на два», как на рис. 6) возвращает нас к усложненным механическим черепахам, т. е. к неинтересным моделям (макетам)*.

Заметим, что многие ученые придерживаются эндокринной теории поведения, согласно которой поступки в основном определяет не нервная система (включая механизм памяти), а эндокринная система. Только эта теория может хорошо объяснить, почему трусливый зверь становится храбрым в определенные периоды жизни и т. п. Ясно, что без учета эндокринной системы нельзя построить удовлетворительную модель поведения, и здесь снова возникают трудности формализации (составления математической модели) эндокринной системы и ее взаимосвязи с нервными процессами. Пре-

* Некоторые ученые придерживаются другой точки зрения. Например, из работ акад. Н. М. Амосова следует, что для построения моделей, дающих интересную, новую информацию, самое сложное экономическое, социальное или психологическое воздействие достаточно оценить всего по двух-трехбальной системе и по одной координате [1].

красное популярное изложение эндокринной теории поведения можно найти в книге Владимира Леви «Я и мы» (М., «Молодая гвардия», 1969).

ИСКУССТВЕННАЯ ЛИЧНОСТЬ — АЛДОС

Американский ученый И. Лоулин разработал и исследовал несколько программ для универсальной вычислительной машины, целью которых было моделирование личности человека со стороны психологических его проявлений.

Программы, получившие название Алдос, состояли из 750 десятиразрядных команд каждая и отличались по величине коэффициентов адаптации к внешним ситуациям. Последние вводились в машину в виде семизначного кода. «Решительный Алдос», с большим коэффициентом адаптации, смело изменял свои характеристики в соответствии с внешними командами. «Средний Алдос» проявлял некоторую среднюю скорость адаптации. «Нерешительный Алдос» был очень консервативным и слабо реагировал на внешние ситуации.

В программе были предусмотрены три эмоции: любовь, страх и гнев. Каждая из них могла принимать десять уровней. Эти эмоции могли возникнуть в любой ситуации, причем побеждала всегда более сильная в данный момент эмоция. Реакция Алдоса на эмоцию зависит как от его настроения в данный момент, так и от воспоминаний о том, что случалось с ним в прошлом в подобных ситуациях. Для этого Алдос снабжен устройствами кратковременной (адаптирующейся) и постоянной памяти.

Автор указывает, что его модели крайне упрощены, в них нет инициативы (генераторов эвристик). Они не пытаются повлиять на всю последовательность ситуаций, а реагируют только на последнюю из них и т. п.*

МЫШЬ ШЕННОНА

В работах известного английского кибернетика У. Р. Эшби [69—72] часто встречается выражение «усилитель умственных способностей». Показано, что *решение задач человеком сводится всегда к задаче выбора одного*

* Более подробно об Алдосах можно прочесть в журнале «Зарубежная радиоэлектроника», 1963, № 1.

варианта из многих возможных: «Возьмем, например, любой популярный сборник задач и загадок. Почти каждую из них можно свести к следующей форме: «Укажите один элемент из некоторого множества». Так, из всех возможных количеств яблок, которые могут быть в сумке у Джона, мы должны выбрать одно определенное количество; или из всех возможных линий, которые можно провести карандашом через определенным образом расположенные точки, нужно выбрать одну; или из всех возможных распределений букв по данному множеству мест надо выбрать одно. В действительности трудно представить себе задачу — безразлично, шуточную или серьезную, — для решения которой в конечном счете не был бы необходим и достаточен некоторый подходящий выбор (отбор)».

Далее показывается, что существующие разнообразные психологические тесты «умственных способностей» по сути проверяют способность человека выбирать целесообразные решения.

В живых организмах в результате обучения происходит постепенный рост показателей умственных способностей во времени, поскольку человек, например, учится все лучше решать задачи выбора.

Аналогичный процесс можно наблюдать и в самоулучшающихся программах решения различных задач на вычислительных машинах. Существуют программы, которые с каждой новой задачей совершенствуются, т. е. быстрее и лучше решают задачи выбора. Такие программы, например, разработаны для игры в шахматы. В этом смысле процесс «усиления мыслительных способностей» можно наблюдать не только у человека, но и у машин, решающих задачи.

Кроме того, вычислительные машины настолько расширяют возможности перебора вариантов решения задач, что непосредственно их можно расценивать как некоторый «усилитель умственных способностей» человека.

В этом случае хорошим иллюстрационным примером может быть так называемая мышь Шеннона. Из металлических пластинок сооружается лабиринт, на входе которого находится небольшая металлическая мышь — подвижное тело, перемещения которого указываются вычислительной машиной. Задание состоит в том, что мышь (следовательно, машина) должна найти кратчай-

ший путь к центру лабиринта. Этот путь находится при помощи ряда проб. Первый раз мышь заходит во все ответвления лабиринта и тупики. Ошибочные ходы запоминаются машиной, и второй раз мышь улучшает свое движение. После нескольких попыток мышь движется прямо по оптимальному пути.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ СМЫСЛА СЛОВ (ПРОБЛЕМА СЕМАНТИКИ)

Примером, иллюстрирующим серьезность проблемы формализации, может служить задача оценки смысла информации. Трудности общения человека с машиной связаны не только с программированием, но, главным образом, с тем, что не вся информация, используемая обычно человеком, поддается формализации, т. е. может быть выражена числами или другими условными знаками. Например, пока что невозможно ввести в машину информацию, которую несет в себе не только интонация произношения, но и сами слова, такие как «славный», «симпатичный», «противный», «гадкий» и т. п.

Создание формального аппарата для программирования смысла слов и предложений получило название *проблемы семантики*. Действие распознающих систем основано на измерении меры близости. Меры близости могут быть найдены только для координат, поддающихся измерению. Смысл слов, например, нельзя передать цифрами, хотя, может быть, мы просто не умеем это делать. Имеется ряд предложений, как построить систему координат, в которой можно было бы формализовать смысл слов.

В последние годы оказалось возможным разместить все слова определенного языка в некотором многомерном «смысловом пространстве». В этом пространстве, например, слова «умный» и «интеллигентный» оказываются ближе друг к другу, чем «умный» и «шершавый» и т. д. Оценка расстояния высчитывается на основании обработки анкет опроса многих лиц, владеющих данным языком. Оказалось, что люди почти всегда применяют семь градаций для оценки каждого суждения, например: отличный — очень хороший — хороший — удовлетворительный — плохой — очень плохой — отвратительный и т. п. Расстояние между словами в одном языке, как и число измерений смыслового пространства, не соответ-

ствуется другому языку и т. д. Эти работы позволяют надеяться, что вскоре не только цифровая информация, но и смысл слов можно будет ввести и обработать на вычислительной машине.

Автор научно-популярной статьи «Измерение значений» А. Кондратов (журнал «Знание — сила», 1965, № 8) пишет: «возьмем пару «хороший — плохой». Предмет или явление может быть или плохим, или хорошим; но такое двоичное деление не отражает существа вещей. В языке есть и более тонкое деление: ...получаем не две грани, а целых семь: 1) очень хороший; 2) хороший; 3) удовлетворительный; 4) не плохой и не хороший; 5) посредственный; 6) плохой; 7) очень плохой».

Далее: «В какую из клеток мы поместим значение слова «змея»? Разумеется, в клетку — 3 («очень плохая»). А слово «отец» скорее всего получит оценку +3 («очень хороший»). Правда, найдутся люди, которые могут дать «змее» и нейтральную, нулевую оценку и даже положительную, а «отца» поместят в клетку — 1 или —3. Чтобы добиться объективного результата, чтобы выявить, каково же значение того или иного слова в сознании коллектива, нужно опросить как можно большее число людей самых разных возрастов и профессий (чтобы найти среднее). Только тогда, сопоставив «протоколы опросов», можно вывести среднюю величину значения того или иного слова.

Уже первые опыты показали, что суждение «хороший — плохой», «справедливый — несправедливый», «ласковый — жестокий» взаимно тесно связаны друг с другом и дают примерно равные результаты. Но те же опыты показали, что они совершенно не зависят от суждений «длинный — короткий», «мокрый — сухой», «медленный — быстрый» (которые лежат на другой координатной оси).

Математический анализ, проделанный вычислительной машиной, показал, что «пространство смысла» состоит всего-навсего из четырех измерений.

Первое измерение — это «оценка». Сюда вошли пары «хороший — плохой», «ласковый — жестокий», «красивый — безобразный», «чистый — грязный» и тому подобные оценочные прилагательные.

Второе измерение пространства смысла — «сила». «Большой — маленький», «тяжелый — легкий», «силь-

ный — слабый», «толстый — тонкий». Правда, бывает и так, что иногда это измерение взаимосвязано с измерением «оценки», например в таких парах прилагательных, как «храбрый — трусливый», «твердый — мягкий», «громкий — тихий».

Третье измерение, найденное машиной, можно назвать как «*ориентированную активность*». Его образуют такие пары прилагательных, как «быстрый — медленный», «жаркий — холодный», «активный — пассивный».

Машина выявила и четвертое измерение смыслового пространства: около двух процентов суждений не подходили ни под одно из основных трех измерений».

Наконец: результаты «измерения значений» можно убедительно и наглядно выразить в геометрической форме. А это значит, что мы можем легко находить и «расстояние» между тем или иным значением слова. Обозначим «оценку» через x , «силу» через y и «активность» через z . Тогда смысловое расстояние между двумя словами будет нетрудно найти по элементарной формуле

$$L = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2},$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты одного слова; x_2, y_2, z_2 — другого.

Применим эту формулу для того, чтобы измерить расстояние между словами «зыбучий песок», для которых

$$x_1 = -3; y_1 = +3; z_1 = -3,$$

и «бутоны белых роз», где

$$x_2 = +3; y_2 = -3; z_2 = -3.$$

Получаем расстояние между понятиями (рис. 7)

$$L = \sqrt{[(+3) - (-3)]^2 + [(-3) - (+3)]^2 + [(-3) - (-3)]^2} = 8,5.$$

Следовательно, можно сделать общий вывод, что намечается возможность выразить смысл каждого слова или даже группы слов или предложения, принятый в определенном обществе людей, при помощи координат точки в трех- или четырехмерном пространстве. Задавая координаты той или иной точки смыслового про-

странства, мы можем сообщить машине смысл слов и предложений.

Машина сможет разобрать такие, например, запутанные фразы, как: «шли дождь и два студента; один — в пальто, другой — в университет» и т. п.

Обратим внимание на некоторую общность оснований построения «пространства эмоций» (см. рис. 6) и «смыслового пространства» (рис. 7). Оба эти пространства строятся на основании статистической обработки

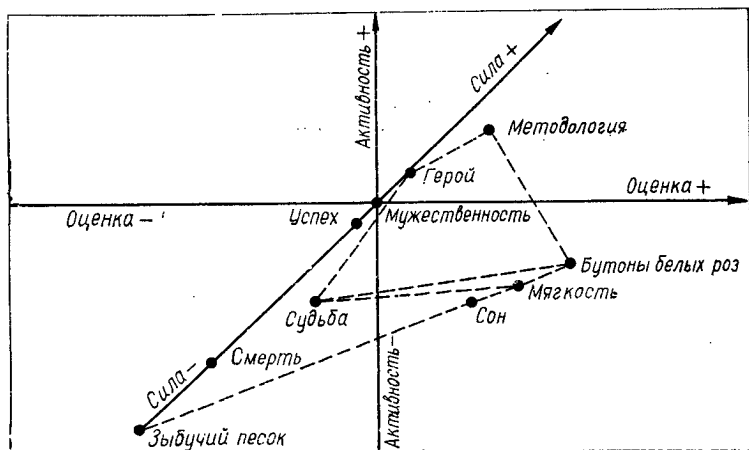


Рис. 7. Схема трехмерного смыслового пространства.

наблюдений. Там и там представляющая точка выражает текущее состояние объекта. Можно проследить траектории, по которым она перемещается, и математически выразить процесс поиска «правильного» смысла или «правильной» эмоции. Оба эти пространства должны войти как элементы в будущую модель мышления. К этому вопросу мы вернемся в конце данной главы.

ДРУГИЕ ПРИЧИНЫ, ПО КОТОРЫМ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ЧАСТО СТАНОВИТСЯ НЕВОЗМОЖНОЙ

Выше мы говорили о том, что в постановке многих задач встречаются величины и понятия, описывающие интересные нас явления, которые не выражаются в числах и знаках с достаточной полнотой (психическое со-

стояние, смысл слов). Кроме того, мы встречаемся еще с такими причинами: а) объект моделирования недостаточно изучен; б) формальное (математическое) описание явления либо нельзя составить с достаточной точностью при данном уровне разработки математических методов, либо такое описание слишком громоздко, чтобы им можно было воспользоваться; в) наблюдаемый объект непрерывно изменяется, так что при всем старании мы не можем успеть полностью познать его во всех интересующих нас деталях, число которых к тому же непрерывно меняется.

В таких случаях задача также относится к классу индетерминированных (неопределенных). Здесь обычные формальные методы не подходят. Кроме указанных выше примеров, можно назвать задачи лечения болезни, выращивания урожая, управления экономическими и социальными процессами в обществе. Однако эти задачи часто могут быть решены методами самоорганизации, о чем речь будет идти ниже.

НЕЦИФРОВОЙ ВВОД И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Некоторое расширение возможностей формализации дает так называемый нецифровой ввод информации. В рассмотренном выше примере «установку» можно попытаться охарактеризовать, например, выражением лица или позой человека. Но то, что пройдет для оценки внутреннего состояния ребенка или простодушного человека, не годится для актера.

Оценивая число задач, не поддающихся формализации, можно с уверенностью сказать, что мы все находимся на небольшом «пяточке» формализуемых задач, в то время как вокруг остается огромная область неформализуемых проблем.

Существенной задачей кибернетики является всемерное расширение области формализации и, в частности, разработка методов нецифрового ввода, обработки и вывода информации. Машина может принимать исходную информацию в виде показа образцов решения (picture processing) без предварительного перевода их в цифровые и логические программы. Это направление только начинает разрабатываться.

Актуальность нецифрового ввода, обработки и вывода информации возрастает с каждым днем. Известно, что если бы загрузить самолет документами, сопровождающими его создание, то он не взлетел бы под их тяжестью. В то же время показ образцов машине значительно проще и может учить ее так же успешно, как и человека, причем на тех же принципах обучения и самообучения.

ПРОБЛЕМА МНОГОМЕРНОСТИ

Проблема многомерности заключается в том, что даже в тех сравнительно немногих случаях, когда ввод и переработку данных удастся привести к формализованному виду (т. е. к числам или знакам), пригодному для введения в машину, объем необходимых операций превышает возможности машин.

Проблема многомерности связана с рассмотренной выше проблемой формализации. Обе эти проблемы снимаются, как только мы удовлетворяемся слишком простыми моделями (макетами) типа механических черепашек Грея Уолтера. Обе проблемы возникают тогда, когда мы хотим решить достаточно сложные вопросы. Рассмотрим примеры, показывающие сущность проблемы многомерности.

Задача перебора вариантов решения. Многие задачи технической кибернетики (шахматная задача, задачи классификации и распознавания образов и др.) приводят нас к «дереву вариантов». Начальное состояние отвечает стволу дерева, а возможные ходы — его ветвям. Среди ветвей нужно найти ту, которая приводит к победе или к оптимальному решению.

Например, пусть нам требуется проложить дорогу через холмистую местность, причем трасса дороги известна. Пользуясь картой разреза местности, мы можем определить как стоимость выемки грунта и засыпки углублений, так и стоимость эксплуатации дороги. Возникает вопрос: в какой мере нужно срезать холмы и засыпать низины? Можно построить совершенно прямую и ровную дорогу без подъемов и снижений но она будет слишком дорогой. Можно провести дорогу при максимально допустимых для транспорта наклонах; она будет самой дешевой, но эксплуатация такой дороги потребует много

средств и усилий. Для того чтобы найти наилучшее, оптимальное решение, нужно просчитать массу вариантов профиля дороги. Каждый вариант расчета — это одна точка, одно значение регулирующих воздействий, одно управление.

Допустим, что вдоль трассы дороги имеется пять холмов и пять низин. Уровень каждого холма и каждой низины имеет десять вариантов высоты. Тогда полный перебор требует просчета $10\,000\,000\,000 = 10^{10}$ вариантов. В действительности холмов и низин во много раз больше. В таких случаях часто говорят: пусть считают сверхбыстродействующие цифровые машины! Но увы, при этом не учитывают, что цифровые машины только отодвигают предел человеческих возможностей перебора решений, но не снимают его. Легко подсчитать, что никакая машина в течение ста лет не сможет выполнить полный перебор всех вариантов профиля указанной выше дороги.

Вспомним, однако, что опытный проектировщик сравнительно быстро находит почти оптимальное решение. Не может ли и машина действовать подобным эвристическим методом? Так возникает проблема исследования мышления человека-конструктора, к которой мы вернемся ниже.

Аналогичное положение будет и при попытке перебрать все варианты ходов шахматной игры. Полное решение задачи игры в шахматы требует просмотра около 10^{120} вариантов, т. е. практически невозможно. Поэтому вычислительные машины безукоризненно ведут игру только в эндшпиле (в конце игры), когда все варианты можно просмотреть до конца. В начале игры машины просматривают только несколько ходов вперед и оценивают приближенно результаты. Если уменьшить размер доски (взять доску размером 5×5 клеток вместо 8×8) и соответственно уменьшить число фигур, то для таких упрощенных шахмат можно перебрать все варианты игры. Но при этом мы снова попадаем в область «неинтересного»: от модели переходим к макету, поясняющему принцип шахматной игры.

«МОДЕЛЬ» И ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ «МАКЕТ» ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ

«Нельзя ругать модель за то, что через нее иногда искажают истину, как нельзя ругать топор за то, что можно поранить им руку».*

При решении любой задачи мы не можем обойтись без построения хотя бы словесной модели объекта исследования. Человеку свойственно отображение внешнего мира в его мышлении в виде определенных гипотез-образов. Различие между нашим поколением и предыдущими состоит лишь в том, что раньше люди пользовались умозрительными моделями образа или математическими моделями в виде формул, а теперь мы можем осуществить также физическую, аналоговую модель образа интересующего нас объекта или набрать некоторую программу вычислений на ЦВМ. С увеличением сложности (размерности) модели возрастает и её познавательная ценность. При этом целесообразно различать *модели* и *макеты*. Дадим определения ряду используемых нами ниже терминов.

Моделью называется опытная система элементов (или программа вычислительной машины), собственные свойства (уравнения динамики) которой настолько близки к свойствам (уравнениям динамики) интересующего нас более сложного объекта исследования, что при помощи опытов на модели удастся узнать что-нибудь новое об объекте, причем это новое должно быть достаточно важным для исследования.

Таким образом, разработку моделей нельзя отрывать от результатов их исследования. Нет интересных результатов — нет и модели. Для каждого исследования нужна своя, специфическая модель. Абсолютной и универсальной модели быть не может, разрабатывать модель на все случаи, для решения всех вопросов было бы ошибкой.

Математической моделью называются уравнения или программы, описывающие статические и динамические характеристики объекта.

Идентификацией обычно называют процесс опреде-

* А. А. Ухтомский. Физиология нерва и мышцы. Собр. соч., т. IV. Л., 1954, стр. 14.

ления структуры и параметров математической модели объекта. Построение математической модели необходимо, например, для оптимального управления объектом. Термин «идентификация» является почти синонимом термину «алгоритмизация», под которым понимается процесс определения алгоритма работы объекта.

В отличие от модели *макет* не обладает динамическими свойствами интересующего нас объекта, и на нем ничего нового об объекте узнать нельзя. Макет имеет главным образом демонстрационные учебные цели. Например, известное в электротехнике «правило трех пальцев» представляет собой макет, позволяющий легко запомнить законы электромагнитного поля. Механические черепахи Грея Уолтера также являются макетами, показывающими последовательность образования условных рефлексов. Макеты просты, имеют малую размерность и не претендуют на достижение «интересных» результатов исследования. *Если на модели нельзя получить ничего нового и значительного, ее следует назвать макетом.* К сожалению, различие модели и макета часто не учитывается.

Сделаем три важных, на наш взгляд, замечания:

1. Исследование моделей (аналоговых или алгоритмических) становится необходимым только при такой сложности задачи, где уже невозможно математическое решение в общем виде. Точная математическая теория не нуждается в моделировании. В этом смысле моделирование эквивалентно числовому просчету большого числа примеров для выяснения общей зависимости, и не заменяет собой строгого доказательства.

2. Любая модель не может точно воспроизвести все свойства объекта. Только при больших затратах средств и времени мы можем приблизить свойства модели и оригинала сколь угодно близко, но различие все же остается. Так, заменитель любого товара (алмаза, кожи, пищи и т. п.) может очень походить на оригинальный продукт, но всегда точным анализом можно установить отличие. Впрочем, заменитель (модель) часто может быть в определенных свойствах лучше исходного образца. Так, искусственный шелк часто крепче натурального. Подобно этому частная модель мозга может превзойти мозг человека в том или другом отношении (быстродействие, отсутствие усталости, абсолютная память и т. п.).

3. Носителем абстрактного всегда является конкретная материальная система, которую мы только и можем моделировать. Субъектами эмоций являются конкретные люди. Мысль, содержание слова проявляется в конкретных предложениях и т. п. В связи с этим при моделировании абстрактное заменяется общим для многих или средним. Например, мы хотим построить информационную модель процесса решения задачи (шахматной) человеком — некоторым абстрактным шахматистом. Для этого мы должны изучить приемы и программы игры многих конкретных шахматистов. В этих программах необходимо найти общее и построить на основании этого информационную программу игры некоторого «среднего», абстрактного шахматиста. Ясно, что и индивидуальные модели отдельных людей также могут быть предметом изучения. Но когда говорится «информационная модель мышления человека», то под этим понимается некоторый средний, абстрактный человек — типичный представитель того коллектива людей, который был исследован при построении машинной программы.

Итак, резюмируем: модель можно строить, только обладая уже некоторыми данными об объекте. Изучение этих данных собственно и является моделированием. При этом следует различать два уровня моделирования: построение моделей-макетов и построение моделей — самодельствующих динамических систем. Словесные описания объекта являются примерами макетов. С помощью макетов можно упорядочить данные, сделать их более наглядными, обозримыми и потому весьма полезными, например для учебных целей. Модели — динамические системы — позволяют заменить эксперименты на объекте экспериментами на модели и тем ускорить или упростить накопление информации об интересующем нас объекте.

ПРИНЦИП МНОЖЕСТВЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ

В интерполяционных задачах в качестве математической модели объекта можно взять полином любого вида и любой степени, и для каждого из них регрессионный анализ укажет определенные значения коэффициентов. Многие из них будут в одинаковой степени соответствовать исходным данным. Отсюда следует, что для

каждого объекта, рассматриваемого как некоторый «черный ящик», можно составить не одну-единственную, а бесконечное множество моделей, имеющих одинаковые или почти одинаковые внешние проявления.*

По этому поводу У. Эшби пишет [78]: «Время простых моделей прошло. Было время, когда разработка какого-либо устройства, проявляющего «высшие нервные» функции, представляла интерес. Но с тех пор, как было доказано Шенноном в 1938 г. для релейных сетей и Мак Каллоком и Питсом в 1943 г. для сетей из простых нейроподобных элементов, что любое поведение, которое можно описать, может быть реализовано не одной, а бесконечным множеством машин, разработка новой единственной модели показывает только, что автор ее не понял значения работ Шеннона, Мак Каллока и Питса. Сегодня заслуживают внимания только такие модели, которые могут перерабатывать больше информации, чем это делает мозг человека» (т. е. дают то «новое», о котором говорилось выше).

Например, до тех пор, пока мы не вскроем электрический выключатель, мы никогда и никакими средствами не можем узнать, сколько в нем разрывов электрической цепи — один или два. Обе модели выключателя одинаково хороши, и главное — эта множественность существует принципиально! Таким образом, можно построить бесконечный ряд моделей мозга или моделей живой клетки, внешние проявления которых будут одинаковыми или почти одинаковыми. Кроме того, для каждой цели исследования указанных объектов следует применить различные модели (множественность моделей для каждой задачи и множественность задач).

Установив множественность и целенаправленность моделей как средства исследования, мы теперь можем положительно ответить на вопрос: можно ли моделировать мышление и поведение человека, т. е. можно ли построить соответствующие модели?

Не все в мире возможно: принципиально нельзя построить вечный двигатель, который добывал бы энергию «из ничего»; нельзя определить уравнение поверхности криволинейной фигуры, пользуясь только данными о ее

* Единственную модель оптимальной сложности можно получить добавлением приемов регуляризации (см. ниже стр. 153).

точках, лежащих на одной прямой, и т. д. Но подобного принципиального запрета на построение мыслящих машин в природе нет.

В природе нет принципиального запрета на построение сколь угодно сложных моделей психической деятельности. Однако каждая из них будет отражать в себе только ту сторону мышления, которая поддается формализации. Цвет или оттенок цвета мы можем охарактеризовать числом только потому, что известен спектр, «радуга» цветов. Радуга таких понятий, как радость или горе, не может быть определена числами и т. п. Содержательная сторона явлений (смысл слов и предложений) все еще не поддается точному измерению в «смысловом пространстве» (см. выше о проблеме семантики) и обычно не участвует в моделировании. Поэтому любая модель мышления является пока в лучшем случае грубой аппроксимацией реального объекта — мышления или поведения человека. Единственной точной моделью человека-оператора может быть только другой человек-оператор. И даже в этом случае нужно помнить то, о чем предупреждают психологи: личность не является хорошей моделью другой личности, раз они обе не идентичны как близнецы. И все же построение моделей мышления и поведения необходимо для современной науки. Они нужны психологам для выяснения того или иного сложного вопроса психической деятельности человека и для кибернетиков, чтобы создать распознающие, предсказывающие и управляющие машины, действующие так, как мозг человека или даже лучше его в конкретной задаче.

Общая модель психической деятельности человека может состоять только из многих частных моделей: модели центрального процесса мышления, включающей в себя модель образования понятий и идей (модель познания, генерации эвристик, модель «озарения» и др.), модель хода мыслительного процесса (собственно мышления, использующего эвристики), модель памяти, запоминания и забывания, модель обучения, модель восприятия (в частности, модели органов чувств: глаза, уха и др.) и, наконец, модели поведения человека (модель конструктора, модель учителя и др.).

Центральный процесс мышления включает в себя два основных момента: возникновение идеи или представле-

ния (эвристики) и ход дальнейшего развития мысли. Ясно, что начинать построение моделей этого необычайно сложного процесса следует с наиболее простого. Поэтому ученые сейчас рассматривают вопрос только о моделировании мышления человека *в процессе решения сравнительно простых, конкретных задач*. Такой задачей может быть игра (например, шахматная) или задача нахождения оптимального решения (экстремума функции).

Как указывалось выше, для человека *изучать что-либо* — значит *строить модели объектов, хотя бы словесные*. Вопросы мышления, обучения, восприятия и поведения человека решаются только в плане построения указанных моделей. Модели, реализуемые на машинах, наиболее полезны и перспективны. *Отказаться от построения моделей — это все равно, что отказаться вообще от изучения, отказаться от науки.*

ТРАЕКТОРИИ ПРОЦЕССОВ ГЕНЕРАЦИИ ЭВРИСТИК В СМЫСЛОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЧЕЛОВЕКА

В качестве примера покажем, как можно использовать «смысловое пространство» для наглядной интерпретации процессов генерации эвристик и синтеза схемы соответствующего генератора эвристик (части программы, моделирующей процессы мышления).

Наши эксперименты явились продолжением работы Э. А. Мирошкиной (см. журнал «Вопросы психологии», 1971, № 1). В этой работе исследовались процессы эвристического поиска значения незнакомого слова при переводе иностранного текста.

В отличие от указанных в наших опытах, испытуемым предъявлялись по очереди, одна за другой, четыре фразы на русском языке, в которых одно и то же слово было заменено прочерком. Наборы таких фраз почти без изменения взяты из указанной работы. Они приводятся ниже.

Первый набор. Мы взяли два мешка [—].

[—] хорош, но слишком долго был на борту корабля.

Мне безразлично, насколько бел мой [—].

Лучше полбуханки, чем никакого [—].

Второй набор. Не трать свое драгоценное время на [—].

У него были хорошие [—], а мне не везло.

Он взял со стола [—] и попросил назвать одну.

Меня предупреждали, чтобы я не играл с ним в [—], так как он жульничал.

Третий набор. Прежде всего они должны были натереть свою кожу [—] мазью.

Каждый год в первую ночь мая собирался конгресс [—] от каждого города и деревни.

Король был также безжалостен в своем преследовании [—].

Она была зла, как [—].

Четвертый набор. Когда я кончил с нашим последним [—], я считал, что наш центральный пункт непоколебим.

Я подумал, что у этого [—] были свои собственные мотивы для нападков на Чепмене.

Наш герой поскорее ушел от места происшествия, чтобы не попасть в [—].

[—] может говорить только то, о чем знает, что это правда.

Пятый набор. Фишер настаивал, чтобы я написал еще одну книгу о [—].

Доротти выросла в [—].

Центр [—] — улица Сент-Джайлс.

Эти [—] состоят из самых плохих домов в самых плохих кварталах Лондона.

Шестой набор. Сделал ли он уже [—].

Все молча слушали, как мистер Робинсон читал [—].

Предположим, что Вы хотите сделать [—], то Вам нужно пойти к нотариусу.

Согласно [—] миссис Грант, Джонни должен был получить пять тысяч.

В первом наборе нужно было догадаться поставить слово «хлеб», во втором — «карты», в третьем — «ведьма», в четвертом — «свидетель», в пятом — «трущобы» и, наконец, в шестом — «завещание». Все испытуемые проходили через все шесть испытаний. Во время испытания записывались все догадки испытуемого.

Например, одна из испытуемых при показе первой фразы последнего, шестого набора (на слово «завещание») сказала: «домашнее задание», «урок». При показе первых двух фраз: «стихи», «произведения», «сочинение». При показе еще и третьей фразы: «завещание», «заявление», «запрос».

И только после показа всех четырех фраз сказала уверенно: «Завещание».

Для того чтобы изобразить ход мысли в смысловом пространстве непосредственно после успешного решения задачи (нерешенные и слишком быстро решенные задачи отбрасывались), испытуемым предлагалось построить траекторию их рассуждений. Для этого сам испытуемый указывал место каждого названного им в процессе решения задачи слова на трех осях: оценки (плохой — хо-

роший и т. п.), силы (слабый — сильный и т. п.), активности (пассивный — активный и т. п.).

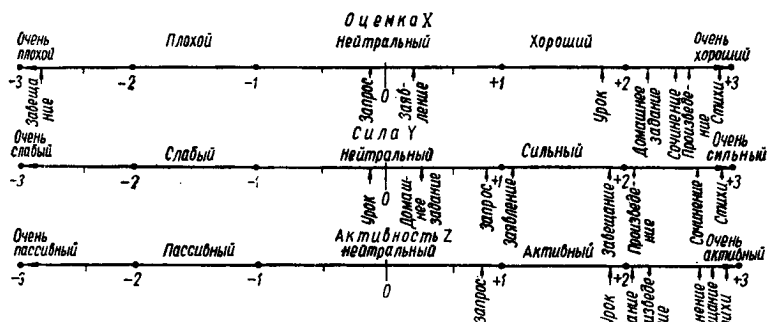


Рис. 8. Расстановка слов по осям смыслового пространства.

Все испытуемые быстро понимали, что от них требуется, и расставляли точки, указывающие положение слов на заранее подготовленном чертеже осей. Пример заполнения для описанного выше опыта показан на рис. 8.

На рис. 9 показано трехмерное изображение траектории процесса выработки решения, соответствующей указанным точкам. Таким образом, процесс изображается в смысловом пространстве каждого испытуемого в отдельности, а не в некотором пространстве, усредненном по многим испытуемым (как это обычно делается при формализации семантических задач).

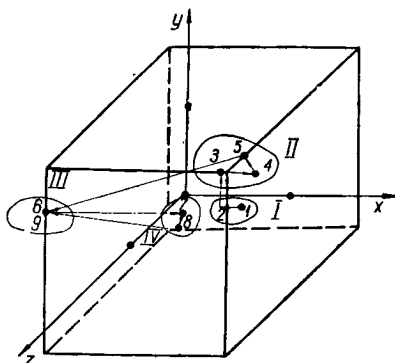


Рис. 9. Пример траектории процесса выработки решения «завещание»:

1 — домашнее задание; 2 — урок; 3 — стихи; 4 — произведение; 5 — сочинение; 6 — завещание; 7 — заявление; 8 — запрос; 9 — завещание.

Для большей воспроизводимости результатов мы просили каждого испытуемого заполнить чертеж несколько

раз, с тем чтобы исключить случайные ошибки. Если испытуемый три раза (с промежутками не менее часа) показал почти одно и то же место каждому слову, то такой ответ можно было считать удовлетворительным.

СМЫСЛОВОЕ ПРОСТРАНСТВО МАКРО- И МИКРОГИПОТЕЗ

Всего было испытано более 30 человек: лаборантов, студентов, инженеров, что при шести наборах фраз дало около 150 траекторий (траектории, не приведшие к правильному решению, и слишком короткие траектории, т. е. случаи, когда решения угадывались сразу на первой фразе, отбрасывались).*

В исходной работе указывалось, что испытуемые начинают поиск с постановки «макрогипотезы» (общего понятия), а затем опробывают в ее пределах ряд «микрогипотез» (конкретных понятий). Например, вместо слова «завещание» сначала говорят «что-то, что нужно заверить», «официальная бумага» и т. д. и, только если данная макрогипотеза подходит, переходят к поиску микрогипотез (уточнений).

В наших опытах было обнаружено, что люди со сравнительно малым развитием вслух не называют макрогипотез, хотя, как мы увидим ниже, пользуются ими. Так, приведенный выше пример испытания содержит только конкретные слова — точки смыслового пространства, а не его области. Тем не менее даже при таком конкретном мышлении полученная траектория подтверждает вывод указанной выше работы о том, что человек в качестве первой гипотезы выдвигает некоторую почти случайно выбранную макрогипотезу — область смыслового пространства.

Действительно, на траектории (рис. 9) можно указать четыре макрогипотезы, четыре компактные группы точек, обозначенные цифрами I—IV. В области I испытуемая опробовала только два слова (микрогипотезы) — «домашнее задание» и «урок». Так как оба слова не подошли, то была отброшена вся макрогипотеза целиком. Скачок вверх (случайный?) привел ее в область второй макрогипотезы II, где она опробовала три слова: «сти-

* Опыты проводились при участии инж. В. Д. Димитрова.

хи», «произведение», «сочинение». Заметим, что переход ко второй макрогипотезе связан с моментом предъявления второй фразы. Так как снова ни одно из найденных слов не удовлетворило испытуемую, то при предъявлении третьей фразы была целиком отброшена и вторая макрогипотеза. Скачок вправо на шесть единиц привел испытуемую к правильному ответу — «завещание». Тем не менее инерция работы мозга заставила испытуемую попробовать еще больше улучшить решение. Для этого, при предъявлении четвертой фразы, она сделала еще один прыжок на пять единиц вправо и проверила слова «заявление» и «запрос». Убедившись, что это значительно хуже, она вернулась к точке «завещание», перепробовав четыре макрогипотезы и найдя, таким образом, окончательное решение.

Необходимо отметить, что метод построения смыслового пространства позволяет выделить области решения — макрогипотезы — даже тогда, когда испытуемый их не назвал. В этом одно из главных преимуществ предложенного метода обработки результатов экспериментов.

Каждой макрогипотезе соответствует компактная «куча» (группа) точек смыслового пространства, внутри которой работает некоторое время испытуемый, каждой микрогипотезе — отдельные точки смыслового пространства.

Метод построения траекторий в смысловом пространстве и в «пространстве эмоций» (см. рис. 6 и 7) является одним из самых перспективных направлений формализации языка психологических исследований. Легко оценить статистические характеристики траекторий для отдельного человека или для группы людей и даже предсказывать ход их мышления.

Пример структуры генератора эвристик. Возможная структура алгоритма генерации и порогового самоотбора (верификации) эвристик показана на рис. 10. По-видимому, в памяти человека записаны данные некоторого смыслового пространства, в котором отдельные слова (микрогипотезы) представляют собой точки, а компактные «кучи» таких точек образуют области — макрогипотезы. Кроме того, работает программа распознавания осмысленных предложений. Эта часть алгоритма уже может быть реализована в программе машины. Далее

(четвертый прямоугольник) человек опробывает решения по очереди в случайном порядке, по двум-трем точкам — словам до первого удовлетворительного соответствия смыслу (второй пороговый самоотбор).

Если две-три точки не подошли, то, как указывалось,

отбрасывается вся макрогипотеза и делается случайный скачок «подалеже», к другой, можно сказать почти противоположной макрогипотезе (из допустимых).

Этот процесс опробования макрогипотез продолжается до тех пор, пока не будет найдено решение или слово, очень близкие к нему («ведьма» — «мегера» и т. п.). Здесь идет уже случайный поиск внутри одной макрогипотезы. Так можно представить себе алгоритм выработки решения данной задачи в мозгу человека. Как мы убедимся ниже, найденный таким образом алгоритм соответствует алгоритмам эвристической самоорганизации в технике и может быть использован в системах, моделирующих действия человека, решающего задачу в наиболее трудно определяемой части модели — в модели интуи-

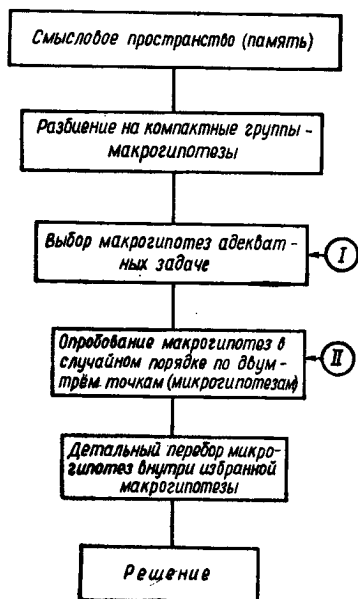


Рис. 10. Структура алгоритма генерации эвристик:

I — 1-й порог по сходству смысла слов; II — 2-й порог по удовлетворению требований смысла фразы.

тивного творческого мышления человека.

Например, наблюдая работу поэта, можно построить траекторию поиска рифмы и, таким образом, обнаружить структуру генератора рифм. По-видимому, в этом генераторе будут пороговые самоотборы не только по осмысленности фразы, но и по удовлетворению некоторых других эвристических критериев автора, его основных намерений. Такие эксперименты еще никем не ставились.

ЗАДАЧИ САМОНАСТРАИВАЮЩИХСЯ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ И НОВЫЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

В классической теории автоматического регулирования основное внимание уделялось задачам стабилизации, программного управления и следящих систем. В этих задачах основным было исследование устойчивости и динамики замкнутых контуров — систем с обратной связью. В кибернетике появился ряд новых задач: задача экстремального и оптимального управления, задача распознавания образов, предсказания случайных процессов, исследования надежности, оптимального конструирования машин и некоторые другие.

Уже в задаче экстремального управления наряду с вопросами динамики большое значение имеют вопросы, связанные с математической теорией интерполяции. Для более эффективного нахождения вершины экстремального холма необходимо определить уравнение его гребня или так называемую оптимальную характеристику объекта управления. В этом, собственно, и состоит первая новая интерполяционная задача технической кибернетики — задача идентификации объекта и его математической модели.

Задача распознавания образов, и близкая к ней задача предсказания случайных процессов, уже совершенно не связаны с исследованием устойчивости и динамики, чем, в основном, занималась классическая теория регулирования. Основной теоретической базой здесь является математическая теория интерполяции функций.

Таким образом, современная техническая кибернетика имеет два фундамента: теорию динамических систем обратной связи и теорию интерполяции. Мы будем рассматривать только вопросы, относящиеся к новым интерполяционным задачам технической кибернетики. Число задач технической кибернетики непрерывно увеличивается (рис. 11). Возникла задача самонастройки систем

управления и задача экстремального управления (поиска экстремума). К последней близка по сути проблема оптимизации, например оптимизации алгоритмов решения других задач технической кибернетики. Наконец, в последние годы стали разрабатываться задачи идентификации — восстановления характеристик различных

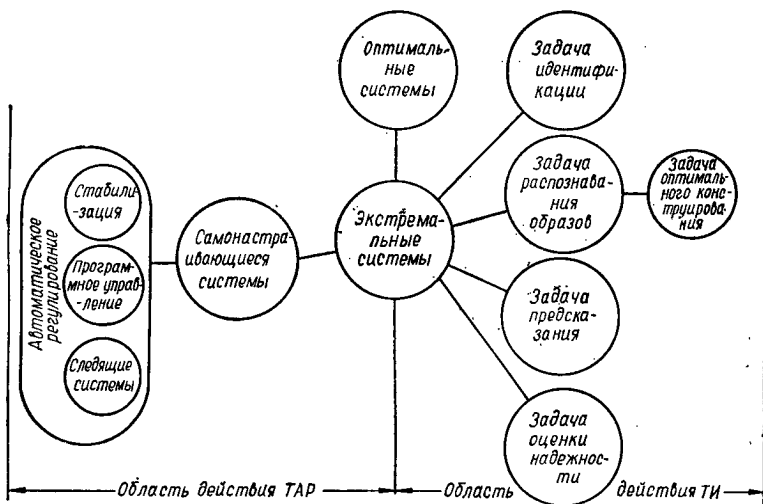


Рис. 11. Схематическое изображение задач технической кибернетики (в области задач, поддающихся формализации): ТАР — классическая теория регулирования; ТИ — теория интерполяции функций.

объектов, задача распознавания образов, задача предсказания случайных процессов, задача оценки надежности систем и некоторые другие.

Выше мы указывали на связь задачи распознавания образов и новой задачи оптимального конструирования машин и аппаратов по ряду заданных образцов.

Рассмотрим некоторые из перечисленных выше задач более подробно, причем ограничимся только областью объектов, поддающихся формальному математическому описанию. Такие объекты ниже мы будем называть простыми. В сложных объектах проследить цепь передачи воздействий практически невозможно и, следовательно, нельзя получить простое описание объекта.

При этом будем полагать, что задачи классической теории автоматического регулирования (ТАР) (задачи стабилизации, программного управления и следящих систем) читателю известны и обратим наше внимание только на сравнительно новые задачи технической кибернетики: задачу самонастраивающихся систем, задачу экстремального и оптимального управления, задачу распознавания образов и задачу предсказания будущих значений случайных функций.

Однако предварительно нам следует познакомиться с правилом составления нормальных уравнений Гаусса и с принципом деления объектов по четности и нечетности характеристики (правилом Эйкгофа). Познакомившись с этими важными правилами, перейдем к рассмотрению указанных выше интерполяционных задач технической кибернетики.

ПРАВИЛА СОСТАВЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАУССА

Нормальные уравнения Гаусса используются для решения задач технической кибернетики (на «уровне обучения вероятностных моделей») [30].

Решение нормальных уравнений отвечает минимуму среднеквадратичной ошибки при нормальном законе распределения отклонений (разброса данных). Для того чтобы читатель мог быстро составлять эти уравнения, рассмотрим пример.

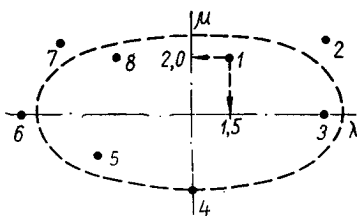


Рис. 12. Схема определения параметров орбиты.

Пример 1. Почти двести лет тому назад Гаусс разработал аппарат нормальных уравнений применительно к определению параметров орбит малых планет. Допустим, имеются следующие неточные данные о координатах центра планеты (рис. 12):

$$\mu = 1,5; 2,0; 0,0; -2,0; -1,0; 0,0; 2,0; 1,5;$$

$$\lambda = 1,0; 3,5; 3,5; 0,0; -2,1; -4,5; -3,5; -2,0.$$

Линией регрессии выберем эллипс:

$$r_0 \mu^2 + r_1 \lambda^2 = 1, \text{ где } r_0 = \frac{1}{a^2}, r_1 = \frac{1}{b^2}.$$

Пользуясь исходными данными, можно составить восемь условных уравнений:

$$\begin{aligned}r_0 \cdot 1,5^2 + r_1 \cdot 1,0^2 &= 1; \\r_0 \cdot 2,0^2 + r_1 \cdot 3,5^2 &= 1; \\r_0 \cdot 0^2 + r_1 \cdot 3,5^2 &= 1; \\r_0 (-2,0)^2 + r_1 \cdot 0^2 &= 1; \\r_0 (-1,0)^2 + r_1 (-2,5)^2 &= 1; \\r_0 \cdot 0^2 + r_1 (-4,5)^2 &= 1; \\r_0 \cdot 2^2 + r_1 (-3,5) &= 1; \\r_0 \cdot 1,5^2 + r_1 (-2,0)^2 &= 1.\end{aligned}$$

Система условных уравнений несовместна, так как уравнений больше, чем неизвестных.

Чтобы получить первое уравнение системы совместных нормальных уравнений каждое условное уравнение умножается на коэффициент при первом неизвестном, и все условные уравнения суммируются.

Для получения второго уравнения системы нормальных уравнений каждое условное уравнение умножается на коэффициент при втором члене и все условные уравнения суммируются и т. д. Удобно, кроме этого, разделить все уравнения на число суммируемых уравнений.

Число нормальных уравнений равно числу неизвестных коэффициентов.

В данном примере получим

$$\begin{aligned}r_0 \cdot 1,5^2 \cdot 1,5^2 + r_1 1^2 \cdot 1,5^2 &= \\&= 1,5^2; \\r_0 \cdot 2,0^2 \cdot 2,0^2 + r_1 \cdot 3,5^2 \cdot 2,0^2 &= \\&= 2,0^2; \\r_0 \cdot 0^2 \cdot 0^2 + r_1 \cdot 3,5^2 \cdot 0^2 &= 0^2; \\r_0 (-2)^2 (-2)^2 + r_1 \cdot 0^2 \cdot 2^2 &= 2^2; \\r_0 (-1)^2 (-1)^2 + r_1 (-2,5)^2 \times \\&\times 1^2 = 1^2; \\r_0 \cdot 0^2 \cdot 0^2 + r_1 (-1,5)^2 \cdot 0^2 &= \\&= 0^2; \\r_0 \cdot 2^2 \cdot 2^2 + r_1 (-3,5)^2 \cdot 2^2 &= \\&= 2^2; \\r_0 \cdot 1,5^2 \cdot 1,5^2 + r_1 (-2)^2 \cdot 1,5 &= 1,5^2 \\59,1r_0 + 120r_1 &= 17,5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r_0 \cdot 1,5^2 \cdot 1,0^2 + r_1 \cdot 1,0^2 \cdot 1,0^2 &= \\&= 1,0^2; \\r_0 \cdot 2,0^2 \cdot 3,5^2 + r_1 \cdot 3,5^2 \cdot 3,5^2 &= \\&= 3,5^2; \\r_0 \cdot 0^2 \cdot 3,5^2 + r_1 \cdot 3,5^2 \cdot 3,5^2 &= \\&= 3,5^2; \\r_0 (-2)^2 \cdot 0^2 + r_1 0^2 \cdot 0^2 &= 0^2; \\r_0 (-1)^2 (-2,5)^2 + r_1 (-2,5)^2 \times \\&\times (-2,5)^2 = (-2,5)^2; \\r_0 (0)^2 (-4,5)^2 + r_1 (-4,5)^2 \times \\&\times (-4,5)^2 = (-4,5)^2; \\r_0 \cdot 2^2 (-3,5)^2 + r_1 (-3,5)^2 \times \\&\times (-3,5)^2 = (-3,5)^2; \\r_0 \cdot 1,5^2 (-2)^2 + r_1 (-2)^2 (-2)^2 &= \\&= (-2)^2 \\120r_0 + 915,3r_1 &= 68,25^*\end{aligned}$$

* Обратим внимание на равенство коэффициентов при втором члене первого уравнения и первом члене второго уравнения. Его можно использовать как показатель правильности вычислений.

Решая систему из двух нормальных уравнений, находим уравнение эллипса, относительно которого квадрат отклонений всех точек наименьший:

$$r_0 = 0,19; \quad r_1 = 0,05.$$

Полуоси: $a = 2,28, \quad b = 4,45.$

Систематическая ошибка измерения (смещение) не учитывается. Говоря «минимум среднеквадратичной ошибки», мы понимаем минимум всех ее составляющих, кроме постоянного смещения.

ВЫВОД НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Уравнение эллипса (уравнение регрессии):

$$-1 + r_0\mu^2 + r_1\lambda^2 = 0.$$

Введем новые переменные:

$$y = -1 + r_0\mu^2 + r_1\lambda^2 = 0; \quad b_0 = -1; \quad \mu^2 = x_1; \quad \lambda^2 = x_2; \quad r_0 = b_1; \quad r_1 = b_2.$$

Получим линейное уравнение регрессии:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2.$$

Выражение для квадратичной ошибки в заданной точке

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 = (y_0 - y)^2 &= (y_0 - b_0 - b_1x_1 - b_2x_2)^2 = y_0^2 + b_0^2 + b_1^2x_1^2 + \\ &+ b_2^2x_2^2 - 2b_1y_0 - 2b_1x_1y_0 - 2b_2x_2y_0 + 2b_0b_1x_1 + \\ &+ 2b_0b_2x_2 + 2b_1b_2x_1x_2. \end{aligned}$$

Такое уравнение можно составить для подсчета ошибки в каждой точке интерполяции. Суммируя уравнение для всех точек, получим среднеквадратичную ошибку:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^2 = \bar{\varepsilon}^2 &= \bar{y}_0^2 + \bar{b}_0^2 + \bar{b}_1^2\bar{x}_2^2 + \bar{b}_2^2\bar{x}_1^2 - 2\bar{b}_0\bar{y}_0 - 2\bar{b}_1\bar{x}_1\bar{y}_0 - \\ &- 2\bar{b}_2\bar{x}_2\bar{y}_0 + 2\bar{b}_1\bar{b}_0\bar{x}_1 + 2\bar{b}_1\bar{b}_2\bar{x}_1\bar{x}_2. \end{aligned}$$

Здесь черточка над переменными показывает усреднение по всем точкам интерполяции. Желая найти минимум среднеквадратичной ошибки, находим выражение для двух частных производных (по числу определяемых коэффициентов уравнения регрессии) и приравняв их нулю:

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}^2}{\partial \bar{b}_1} = 0 \quad (1); \quad \frac{\partial \bar{\varepsilon}^2}{\partial \bar{b}_2} = 0. \quad (2)$$

Получим два нормальных уравнения Гаусса:

$$\begin{aligned} \bar{b}_0\bar{x}_1 + \bar{b}_1\bar{x}_2^2 + \bar{b}_2\bar{x}_1\bar{x}_2 &= \bar{y}_0\bar{x}_1; \\ \bar{b}_0\bar{x}_2 + \bar{b}_1\bar{x}_2\bar{x}_1 + \bar{b}_2\bar{x}_2^2 &= \bar{y}_0\bar{x}_2. \end{aligned}$$

Возвращаясь к исходным переменным, запишем

$$(-1)\bar{x}_1 + r_0\bar{x}_2^2 + r_1\bar{x}_1\bar{x}_2 = 0; \quad (-1)\bar{x}_2 + r_0\bar{x}_1\bar{x}_2 + r_1\bar{x}_2^2 = 0.$$

Полученные уравнения соответствуют приведенным выше правилам составления нормальных уравнений Гаусса.

Отметим, важное ограничение: при выводе нормальных уравнений Гаусса принимается, что среднее значение функции $\bar{Y}_0$ равно среднему из наблюдаемых во всех точках интерполяции (т. е., что систематическая ошибка равна нулю).

ПРАВИЛО ЧЕТНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИКИ (КРИТЕРИЙ ЭЙКГОФА)

Из сравнения обычной системы стабилизации и системы экстремального регулирования видно, что только

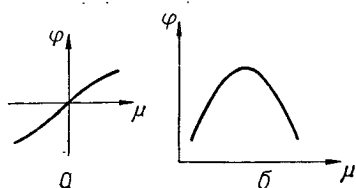


Рис. 13. К сравнению управления при «нечетной функции» (а) и при «четной функции» (б).

первая из них в установившемся состоянии может быть устойчивой и не колебаться. Системы экстремального регулирования находятся в режиме постоянных колебаний — поиска экстремума. В каких же системах колебательный поиск принципиально необходим? Ответ на этот вопрос дал американский ученый

Эйкгоф. В своей статье он пишет (см. Журнал «IRE Transactions on Automatic Control», vol. AC-5, June, 1960, № 2):

«Давайте обратимся к биологической сфере. Человеческий глаз является отличным примером, так как он содержит как обычный, так и адаптивный типы уравнения».

Обычная система (рис. 13, а). Радужная оболочка глаза управляет уровнем освещенности сетчатки по принципу обычной системы управления: если уровень слишком высок, то сигнал ошибки заставляет радужную оболочку сжиматься, и наоборот. Знак сигнала ошибки является прямым указанием направления изменения состояния радужной оболочки. В конечном счете сигнал ошибки стремится к нулю. Характеристика нечетная, поисковых колебаний нет.

Экстремальная, адаптивная система (рис. 13, б). Хрусталик глаза регулирует четкость изображения на сетчатке. При отсутствии сигнала ошибки зависимость четкости изображения на сетчатке от изменения фокуса хрусталика имеет экстремальный характер.

Характеристика четкая, пужны поисковые колебания.

Большинство экстремальных, адаптивных* и оптимальных систем управления имеют четные характеристики, аналогичные системе управления хрусталиком глаза. На рис. 13 дано сравнение их с обычными системами с обратной связью. Пока не найдено лучшее определение этим двум типам систем с обратной связью («адаптивные» и «обычные») будем называть их соответственно *системами с четной и нечетной функцией*.

Непосредственно из рис. 13 следует, что в случае экстремального адаптивного управления, когда отыскивается максимум или минимум функции, требуется по крайней мере два наблюдения для того, чтобы определить положение экстремума по отношению к этим наблюдениям».

Таким образом, критерий Эйкгофа сводится к следующему: *при четной характеристике объекта поисковые колебания принципиально неизбежны***. И если мы хотим устранить их, то это можно сделать единственным способом: четную характеристику нужно (если это возможно) заменить нечетной. Такой способ выбирают конструкторы так называемых дифференциальных схем экстремального управления [6].

Поисковые колебания можно также устранить при помощи наложения «зубцов» на характеристику разомкнутой части комбинированной экстремальной системы. К этому вопросу вернемся ниже.

Пример 2. В синхронноследящих системах в качестве элемента сравнения обычно используются два сельсина, работающие в трансформаторном режиме. Один сельсин соединен с задающим, а другой — со следящим валом. На выходной обмотке второго сельсина получается напряжение переменного тока, амплитуда которого показывает величину угла рассогласования валов, а фаза — его знак. Эти

* Адаптация охватывает самые разнообразные законы поиска экстремума. Поиск с постоянным шагом — частный случай адаптации.

** Движение системы мы называем поисковым, если первый шаг при отработке возмущения делается наугад, в неопределенную сторону.

два параметра используются для действия следящей системы обычного типа.

Представим себе, что конструктор включил на выходе второго сельсина мостиковый выпрямитель и тем самым «потерял» знак отклонения. Можно ли решить при этом задачу слежения одного вала за другим? Оказывается, что можно, но при этом придется применить экстремальный регулятор, ищущий минимум напряжения выпрямителя.

ЗАДАЧА САМОНАСТРАИВАЮЩИХСЯ СИСТЕМ

Многие системы управления работают при изменяющихся внешних условиях. Например, регуляторы, установленные на ракетах или подводных лодках, работают в условиях изменяющегося давления и плотности окружающей среды.

В таких случаях возникает вопрос, что лучше заранее предусмотреть увеличение мощности регулирующего органа регулятора так, чтобы он перекрывал весь диапазон внешних возмущений или не увеличивать мощность выходного органа, а добавить еще один регулятор, подстраивающий параметры основного регулятора соответственно изменению условий работы.

Вопрос о преимуществе того или другого решения выясняется только на основании расчета стоимости, веса и других показателей каждого из проектов. В некоторых случаях добавление вторичного регулятора оказывается более приемлемым. Получаемая при этом система, называется *самонастраивающейся* или *адаптивной*.

В одних самонастраивающихся системах поддерживается соответствие характеристик объекта и его заданной модели, которую мы считаем оптимальной. В других самонастраивающихся системах автоматически поддерживается постоянство некоторых параметров объекта или системы управления, например, постоянство коэффициента затухания. В последнем примере требуется датчик стабилизируемого параметра и система его стабилизации.

В обоих случаях мы имеем дело с нечетной характеристикой. По правилу Эйкгофа задача самонастройки принципиально не отличается от классических задач регулирования и, следовательно, может быть решена без поисковых колебаний, хотя инерция объекта (характер-

ризуемая оператором в левой части линеаризованного уравнения динамики системы) может привести к неустойчивости системы. Аппарат исследования качества процессов самонастройки не отличается от аппарата классической теории регулирования систем с переменными параметрами. Рассмотрим пример.

Пример 3. Схема системы самонастройки регулятора курса корабля приведена на рис. 14. Для поддержания заданного курса на подвижном объекте (корабль, самолет, ракета и т. п.) устанавливается гироскопический компас 1 на кардановом подвесе. Отклонение объекта от заданного курса вызывает перемещение движков реостатного датчика 2, собранного по мостовой схеме. Напряжение датчика, пропорциональное углу отклонения объекта от курса, поступает через дифференцирующее устройство 3 на усилитель 4. Ток выхода усилителя при помощи электромагнитного исполнительного элемента 5 управляет гидравлическим рулевым механизмом 6, который перемещает руль 7 в требуемом направлении.

Составим уравнения динамики элементов системы. Введем обозначения: φ — угол отклонения объекта от курса ($\varphi = \Phi - \psi$); Σ — напряжение на выходе усилителя; μ_1 — ток выхода усилителя; μ_2 — угол поворота руля; λ — момент внешних сил, действующих на объект.

Инерционным элементом системы будем считать только сам объект регулирования. Тогда легко составить следующие линеаризованные уравнения динамики сумматора

$$\Sigma = -m_0\varphi - m_1\rho y + m_2\rho^2 y;$$

усилителя

$$\mu_1 = \alpha_1 \Sigma;$$

рулевого механизма

$$\rho\mu_2 = \alpha_1\mu_1;$$

объекта

$$(I\rho^2 + F\rho + O)\varphi = \alpha_3\mu_2 - \beta_3\lambda.$$

Исключая промежуточные переменные, находим уравнение динамики системы в целом:

$$[I\rho^3 + (F + \alpha_1\alpha_2\alpha_3m_2)\rho^2 + \alpha_1\alpha_2\alpha_3m_1\rho + \alpha_1\alpha_2\alpha_3m_0]\varphi = -\beta_3\rho\lambda.$$

Система является астатической, т. е. полностью компенсирует длительно действующие на объект постоянные моменты сил.

Условие устойчивости Гурвица получим в виде

$$(F + \alpha_1\alpha_2\alpha_3m_2)m_1 \geq I_{т.о.}$$

Рассматривая это условие можно сделать следующие выводы:

1. При отсутствии трения о воздух или воду (случай ракеты, при $F = 0$) система может быть устойчивой только при регулировании по первой и второй производной от угла отклонения (т. е. при $m_1 \neq 0$ и $m_2 \neq 0$). Для получения этих производных и применены два конденсатора в дифференцирующем устройстве.

2. Если трение значительно (корабль), то необходимо только введение первой производной $m_1\rho\varphi$. Вторая производная может и не потребоваться.

При $m_1 = 0$ и $m_2 = 0$ система структурно неустойчива, т. е. в ней нельзя получить устойчивость ни при каких значениях параметров. До сих пор мы ничего не сказали о контуре самонастройки 8. Для ракеты коэффициент трения F не остается постоянным, а зависит от высоты полета и, следовательно, от времени:

$$F = F(t).$$

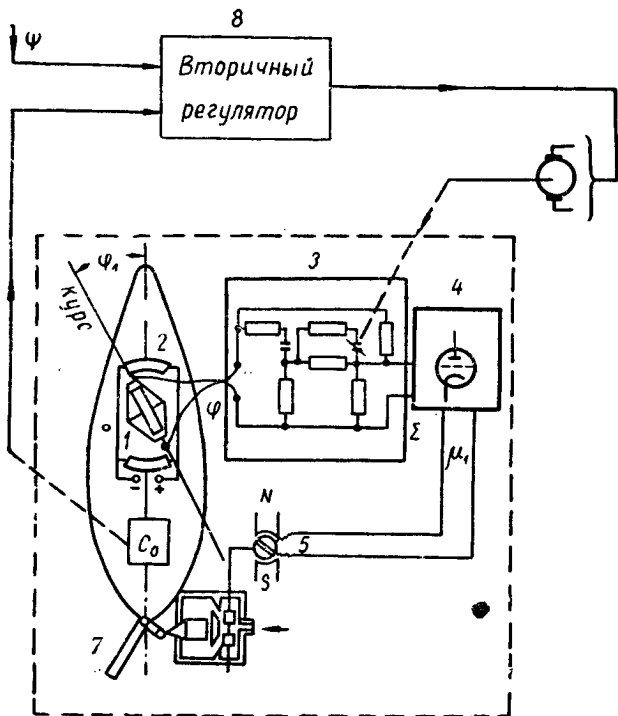


Рис. 14. Система самонастройки регулятора курса.

Затухание колебаний характеризуется величиной

$$[F(t) + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 m_2] m_1.$$

Для того, чтобы поддерживать ее на некотором постоянном уровне, на ракете устанавливается датчик коэффициента затухания c_{12} . Вторичный регулятор получает сигналы этого датчика и при помощи серводвигателя изменяет емкость конденсатора дифференцирующего устройства так, чтобы поддерживать

$$[F(t) + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 m_2] = \text{const} \text{ или } \Delta m_2 = \frac{\Delta F}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}.$$

Таким образом, для вторичного регулятора самонастройки основная система регулирования может рассматриваться как некоторый объект управления. Для устойчивости всей системы вторичный регулятор должен быть сравнительно медленно действующим.

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО И ЭКСТРЕМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЙ

Выясним, в каких случаях следует говорить «экстремальное», а в каких — «оптимальное» управление?

Экстремальное управление обычно связывают с объектом, в котором определенному значению входных координат отвечает то или иное значение показателя экстремума (качества). Экстремальная характеристика объекта не включает в себя ось времени. В отличие от этого, термин *оптимальное управление* обычно связывается с многошаговыми или циклическими процессами. В таких процессах то или иное значение показателя качества достигается в результате определенной последовательности действий во времени.

Примерами оптимального управления могут быть процессы варки стали, химических превращений, выращивания растений и т. д. Для того, чтобы получить требуемую марку стали, нужно проделать определенную последовательность технологических операций. В экстремальном управлении достаточно только установить оптимальные значения регулирующих воздействий, отвечающие оптимальной характеристике объекта. В оптимальном — требуется рассчитать все управления от начала до конца процесса, т. е. во времени. Например, задачей оптимального управления является всемерное улучшение процесса выплавки стали, с начала до конца, до выпуска стали из мартеновской печи.

Задача оптимизации обычно предусматривает однократное вычисление закона управления объектом, отвечающего условию максимума заданного критерия качества. В результате решения этой задачи должны быть получены формулы или алгоритмы определения значений регулирующих воздействий по значениям всех переменных (измеренных с помехами!) в данный момент и на протяжении некоторого периода предыстории (накопление информации). При наличии помех возникает задача «двухального управления»: в течение нескольких шагов нужно накопить на запоминающих устройствах инфор-

мацию, достаточную для вычисления достаточно точных оптимальных значений управляющих воздействий и вычислить эти значения по критерию минимума среднеквадратичной ошибки. Для ускорения процесса определения оптимального управления оказывается полезным сделать «преднамеренную ошибку», т. е. заведомо отклониться от оптимального режима с тем, чтобы затем скорее его найти. В среднем, потери будут меньше.

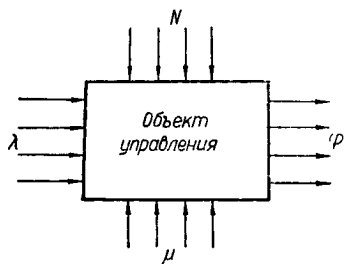


Рис. 15. Схема объекта экстремального управления.

В задаче экстремального управления объект обладает четной (экстремальной) характеристикой, которую только иногда при помощи искусственных приемов удастся сделать нечетной (дифференциальные регуляторы [6]). В большинстве случаев характеристика остается четной и потому поисковые колебания принципно неустраимы. Во всяком случае вероятность того, что первый шаг регулятор сделает в правильном направлении (т. е. к экстремуму), равна половине.

Обычно рассматривается объект (машина, аппарат или комплекс установок), находящийся под действием основных возмущающих воздействий λ , регулирующих воздействий μ и неконтролируемых помех N (рис. 15).

Ось времени, как уже указывалось, не участвует. Объект имеет четную, например, параболическую, статическую характеристику (рис. 16). Под действием помех эта характеристика может достаточно медленно перемещаться в пространстве координат φ, μ, λ и, кроме того, ее форма может деформироваться. Задача состоит в том, чтобы при помощи изменения регулирующих воздействий μ все время поддерживать экстремальное (т. е. максимальное или минимальное) значение выходной величины φ называемой показателем экстремума.

Точка $\varphi\mu\lambda$, представляющая состояние объекта, должна удерживаться возможно ближе к его оптимальной характеристике — к гребню экстремального холма (линия $O_2''O_2'$ на рис. 16).

Как все интерполяционные задачи технической кибер-

нетики (в этом мы убедимся ниже), задача экстремального управления может быть решена на трех уровнях: адаптации, обучающихся моделей и эвристической самоорганизации.

Решение задачи экстремального управления на уровне адаптации. Адаптивные системы следует определить

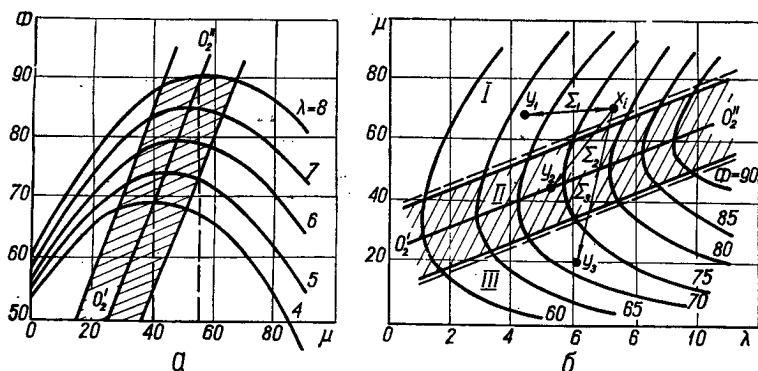


Рис. 16. Статические характеристики объекта управления:

a — в координатах Φ, μ ; b — в координатах μ, λ ; $O_2 O_2'$ — оптимальная характеристика объекта; $I - III$ — области неудовлетворительной работы; II — область хорошей работы объекта.

как системы, использующие информацию за короткий интервал времени. Тогда системы с накоплением информации можно определить как системы, использующие более длинные выборки*.

Алгоритмы (правила) адаптации разнообразны. Простейшей является адаптация шагового типа, с постоянным шагом поиска экстремума.

Общим для всех адаптивных регуляторов является то, что в них содержится несколько запоминающих устройств на каждое регулирующее воздействие. Для одномерной задачи требуется всего два запоминающих устройства, чтобы запомнить текущее и предыдущее значение показателя экстремума и сделать вывод о том, нужно уменьшить или увеличить данное регулирующее воздействие, чтобы приблизиться на шаг к оптимальной характеристике.

* Алгоритм оптимального управления с накоплением информации будет рассмотрен в гл. 6.

Экстремальные регуляторы шагового типа с постоянной величиной шага. Типичным примером экстремального регулятора на уровне адаптации является широко известный экстремальный регулятор шагового типа. Пример схемы регулятора шагового типа приведен на рис. 17. Программа действий регулятора задается командным генератором K . На первом такте его работы значение

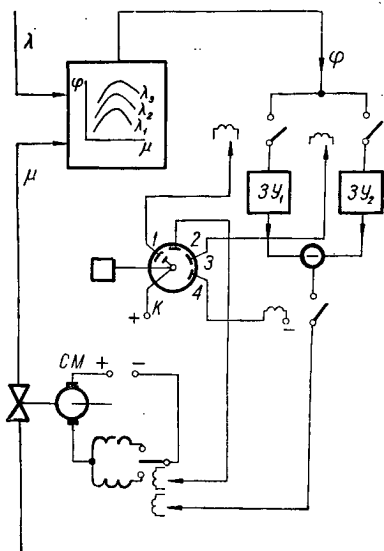


Рис. 17. Схема регулятора шагового типа.

показателя экстремума записывается на запоминающем устройстве ЗУ₁. На втором такте серводвигатель СМ делает небольшой пробный шаг — изменение величины регулирующего воздействия. На третьем такте выполняется вторая запись значения показателя качества на ЗУ₂. Наконец, на последнем, четвертом такте серводвигатель включается в направлении, зависящем от разности напряжения ЗУ₁ и ЗУ₂, обеспечивающее движение представляющей точки к экстремуму. При помощи пробных изменений регулирующих воздействий регулятор

определяет градиент (наклон поверхности) экстремального холма и перемещает рабочую точку по направлению к экстремуму. Кроме экстремальных регуляторов шагового типа известны около десяти различных других экстремальных регуляторов [24], также осуществляющих адаптацию — постепенное приближение рабочей точки к оптимальной характеристике при помощи логики, построенной на информации, даваемой двумя-тремя последовательными во времени измерениями.

Экстремальные регуляторы с изменяющейся величиной шага. Для увеличения быстродействия и точности поиска экстремума величина шага приближения представляющей точки к экстремуму изменяется. Наилучшие

результаты дает изменение шага по алгоритмам так называемой *стохастической аппроксимации* [66].

Стохастическую аппроксимацию можно применить как для поиска экстремума при помощи изменяющихся по определенному закону шагов на реальном объекте, так и для определения коэффициентов математической модели объекта управления. Рассмотрим сначала только первую задачу. Сравним между собой следующие три алгоритма поиска экстремума (одномерный объект, с одним регулирующим воздействием):

а) шагового регулятора с постоянным шагом

$$\Delta \mu_{m+1} = \Delta \mu_m = \text{const}, \text{ где } \gamma = 0;$$

б) шагового регулятора с экспоненциальным изменением величины шага

$$\Delta \mu_{m+1} = \Delta \mu_m + \gamma (\varphi_{m+1} - \varphi_m), \text{ где } \gamma = \text{const};$$

в) регулятора по алгоритму стохастической аппроксимации

$$\Delta \mu_{m+1} = \Delta \mu_m + \gamma (\varphi_{m+1} - \varphi_m), \text{ где } \gamma = f(m).$$

Сравнение алгоритмов показывает, что каждый последующий из них использует все новые и новые возможности с тем, чтобы возможно быстрее найти экстремум и с большей точностью. В регуляторе с постоянной величиной шага последняя должна быть выбрана, по соображениям точности, очень малой: ведь найдя экстремум, регулятор попадает в режим автоколебаний с отклонениями не менее величины шага. В регуляторе экспоненциальном шаг постепенно, по мере приближения к экстремуму, уменьшается (за счет уменьшения разности $\varphi_{m+1} - \varphi_m$). Следовательно, мы можем сначала, вдали от экстремума, допустить большую величину шага, и суммарное время поиска экстремума будет меньше. Однако наибольшее быстроедействие дает *алгоритм стохастической аппроксимации*, при котором величина шага изменяется более тонким образом. При нем коэффициент аппроксимации не остается постоянным, а изменяется в функции числа шагов:

$$\gamma = f(m).$$

Функция f выбирается по правилам Роббинса-Монро:

$$\gamma(m) > 0; \sum_1^{\infty} \gamma(m) = \infty \text{ и } \sum_1^{\infty} \gamma^2(m) < \infty.$$

Часто берут

$$\gamma = \frac{1}{m} \quad \text{или} \quad \gamma = \frac{1}{m + f(D)},$$

где D — дисперсия входных сигналов.

Физическое объяснение адаптации по алгоритму стохастической аппроксимации состоит в следующем: стохастическая аппроксимация разработана для стационарных случайных процессов, среднее значение которых постоянное. Задача состоит в том, чтобы возможно скорее выделить это среднее значение. Фильтр с изменяющимися, по специально выбранному закону параметрами, решает эту задачу быстрее, чем сглаживающий фильтр с постоянными параметрами [38].

Из физических соображений ясно, что апериодическое звено с изменяющейся во времени постоянной времени скорее выделит постоянное среднее значение входного напряжения, поступающего вместе с шумом, чем звено, где $RC = r = \text{const}$. Это объясняет преимущество стохастической аппроксимации по сравнению с адаптацией при постоянном шаге, эквивалентной фильтру с постоянными параметрами.

Следуя Я. З. Цыпкину, легко показать, что обычный алгоритм стохастической аппроксимации эквивалентен сглаживанию при помощи апериодического интегрирующего звена с переменным во времени произведением $RC = r = \text{var}$. Модифицированный алгоритм, с усреднением второго члена, эквивалентен двум интегрирующим звеньям, включенным последовательно [38].

Экстремальный регулятор экстраполяционного типа с вычислением величины шага. В регуляторах экстраполяционных математическая модель объекта используется для вычисления положения экстремума с тем, чтобы выбрать такой шаг, чтобы сразу попасть в экстремум. Аналогичный метод применяется в науке о *планировании эксперимента*. В экстремальном управлении экстраполяционный поиск осуществляют регуляторы позиционного типа.

Позиционные и скоростные регуляторы. Позиционные регуляторы вычисляют оптимальное значение регулирующих воздействий. Наибольшая скорость поиска экстремума достигается в экстремальных регуляторах экстраполяционного типа, шагающими прямо в точку, вычисляемую по формуле интерполяции экстремума.

Однако для вычисления всегда требуется длительное время наблюдения (много узлов интерполяции) и длительная процедура самого вычисления на ЦВМ.

Поэтому вместо позиционных применяют более простые скоростные регуляторы, в которых используется линейная математическая модель объекта:

$$\varphi = a_0 + a_1\mu + a_2\lambda,$$

где

$$\frac{d\varphi}{d\mu} = a_1.$$

В такой модели можно сравнительно быстро определить знак коэффициента a_1 (знак градиента) и, следовательно, установить, в какую сторону нужно изменять данное регулирующее воздействие, чтобы приблизиться к экстремуму.

При $a_1 > 0$ увеличивать μ ;

При $a_1 < 0$ уменьшать μ .

Более подробно об этом рассматривается в работе [30].

ПРИМЕНЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ И МЕТОДА НАКОПЛЕНИЯ ОПЫТА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Коэффициенты полиномов регрессии можно вычислять не только при помощи решения систем нормальных уравнений Гаусса (к чему мы перейдем ниже), но и адаптивным способом, по алгоритмам стохастической аппроксимации или усреднения (накопления опыта). При этом требуется меньше запоминающих устройств.

Метод накопления опыта состоит в вычислении средних значений по рекуррентной формуле *:

$$\bar{V}_{i(m+1)} = \frac{1}{m+1} \sum_1^{m+1} V_i = \bar{V}_{im} + \frac{1}{m+1} (V_{i(m+1)} - \bar{V}_{im}).$$

* Эта формула позволяет усреднить величину V за $m+1$ тактов измерения. Если требуется усреднение с «забыванием», то пользуются другой формулой

$$\bar{V}_{m-n} = V_{(m-1)(n-1)} + \frac{1}{m-n} (V_m - V_n).$$

Эта формула дает усреднение за время от n до m -го такта измерения (среднее за интервал от n до m).

Использование этой формулы совместно с нормальными уравнениями Гаусса дает новый, эффективный алгоритм аппроксимации. Рассмотрим примеры.

Пример 4. Испытания безынерционного линейного объекта дали экспериментальные данные, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Экспериментальные данные

$m = 1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mu = 1$	3	2	1	2	3	1	1	3	2
$\varphi = 1$	5	2	2	2	5	1	2	3	4

Продолжение табл. 1

$m = 1$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\mu = 1$	1	2	1	1	6	2	1	2	1	2
$\varphi = 1$	1	4	1	2	6	4	1	4	1	4

Требуется определить коэффициенты a_0 и a_1 в уравнении регрессии $\varphi = a_0 + a_1\mu$, являющимся математической моделью объекта.

1. Для обычного алгоритма стохастической аппроксимации вычисления произведем по формулам:

$$a_{0(m+1)} = a_{0m} + \gamma_{(m+1)} [\varphi_{m+1} - (a_{0m} + a_{1m}\mu_{m+1})],$$

$$a_{1(m+1)} = a_{1m} + \gamma_{(m+1)} [\varphi_{m+1} - (a_{0m} + a_{1m}\mu_{m+1})] \mu_{m+1}.$$

Результаты вычислений $\gamma_{m+1} = \frac{1}{m+1}$ даны в табл. 2. За двадцать шагов процесс аппроксимации почти закончился. Мы нашли $a_0 = 1$ и $a_1 = 1$. На каждом шаге вычислений использовалось три запоминающих устройства, для величин $m_1 a_{0m}$ и $a_{1m} (N = S + 1)$.

Таблица 2

Результаты вычислений по обычному алгоритму

m_0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_0	1	1,5	0	0,60	0,90	1,23	0,92	0,75	0,6	0,8
λ_1	1	2,5	-0,5	0,10	0,7	1,7	1,42	1,25	0,75	1,13

Продолжение табл. 2

m_0	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a_0	0,7	0,8	0,73	0,8	0,66	0,82	0,8	0,9	0,87	0,93
λ_1	1	1,24	1,16	1,23	0,41	0,72	0,7	0,88	0,85	0,98

2. Для модифицированного алгоритма, использующего рекуррентное вычисление средних значений всех величин, входящих в решения нормальных уравнений Гаусса, нормальные уравнения следующие:

$$\bar{\varphi} = a_0 + a_1 \bar{\mu} \quad \text{и} \quad \overline{\varphi \mu} = a_0 \bar{\mu} + a_1 \bar{\mu}^2.$$

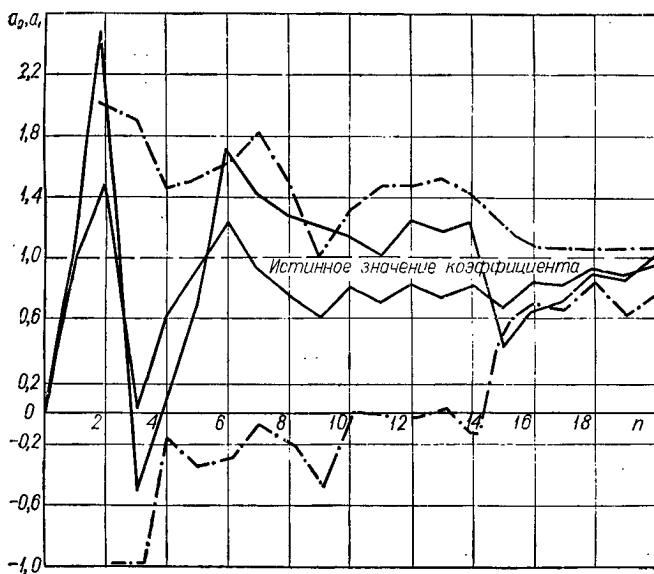


Рис. 18. График процесса вычисления коэффициентов a_0 и a_1 истинные значения которых равны единице по двум алгоритмам:
 — нормальные уравнения; —.— алгоритм стохастической аппроксимации.

Решая нормальные уравнения, получаем

$$a_{1(m+1)} = \frac{(\varphi \mu)_{m+1} - (\bar{\varphi})_{m+1} (\bar{\mu})_{m+1}}{(\bar{\mu})_{m+1}^2 - (\bar{\mu})_{m+1}^2},$$

где

$$\bar{\varphi}_{m+1} = \bar{\varphi}_m + \frac{1}{m+1} (\varphi_{m+1} - \varphi_m);$$

$$\bar{\mu}_{m+1} = \bar{\mu}_m + \frac{1}{m+1} (\mu_{m+1} - \bar{\mu}_m);$$

$$(\mu^2)_{m+1} = \bar{\mu}_m^2 + \frac{1}{m+1} (\mu_{m+1}^2 - \bar{\mu}_m^2);$$

$$a_{0(m+1)} = \frac{(\bar{\mu})_{m+1} (\bar{\mu}\varphi)_{m+1} - (\bar{\varphi})_{m+1} (\bar{\mu}^2)_{m+1}}{(\bar{\mu})_{m+1}^2 - (\bar{\mu}^2)_{m+1}};$$

$$(\bar{\varphi}^{\mu})_{m+1} = (\varphi^{\mu})_m + \frac{1}{m+1} (\varphi^{\mu}_{m+1} - \varphi^{\mu}_{m+1}).$$

Результаты вычислений приведены в табл. 3. Из рис. 18 видно, что процесс сходится, причем более монотонно, плавно. При реализации вычислений требуется пять запоминающих устройств для величин m , $\bar{\varphi}_m$, $\bar{\mu}_m$, $\bar{\mu}_m^2$ и $\bar{\varphi}^{\mu}_m$ ($N = 2S + 1$).

АДАПТАЦИЯ И ЭВОЛЮЦИЯ

В механике различают одноразовое *свободное движение* системы, вызванное начальным отклонением от равновесия, и *вынужденное движение* — при котором система непрерывно следит за изменяющимися условиями равновесия.

Аналогично этому можно различать два вида итеративных алгоритмов: *адаптацию* — при которой экстремум, к которому стремится система, остается постоянным, и *эволюцию* — при которой движение вызывается изменением положения экстремума.

Если бы мы всегда располагали длинными обучающими последовательностями данных и соответствующим числом запоминающих устройств, то можно было бы использовать формулы теории статистических решений. К адаптации или эволюции приходится прибегать в тех случаях, когда мы не располагаем большим числом запоминающих устройств: адаптация призвана восполнить недостаток в **априорной информации**, а при эволюции используется небольшая, постоянно обновляемая **текущая информация**: на запоминающих устройствах сохраняются записи переменных только за несколько последних тактов (шагов) работы системы. С каждым новым

Результаты вычислений по

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_0	—	—1,0	—1,8	—0,15	—0,35	—0,3	—0,10	—0,2	—0,5	0
r_1	—	2,0	1,85	1,46	1,5	1,6	1,8	1,5	1,0	1,3

таким самые старые записи стираются, а новые записываются. Таким образом, мы располагаем данными за последние несколько шагов работы системы.

В результате адаптации при четной характеристике объекта, соответственно правилу Эйкгофа, система обязательно приходит к автоколебаниям вокруг экстремума. На эти автоколебания накладывается еще составляющая, связанная со случайным характером градиента.

При эволюции происходит процесс слежения, он также имеет эти две колебательные составляющие и, кроме того, составляющую вынужденного движения. При нечетной характеристике автоколебательная составляющая отсутствует.

Коэффициент γ при адаптации непрерывно уменьшается (например, $\gamma = \frac{1}{m}$). При эволюции коэффициент γ может как уменьшаться, так и возрасти, пропорционально расстоянию от представляющей точки до экстремума.

Если коэффициент адаптации выбран равным оптимальному значению (например, $\gamma = \gamma_{\text{опт}} = \frac{1}{m+D}$), то многократное использование коротких выборок (реализаций) не приносит пользы, так как наибольшее приближение достигается сразу на первом цикле. Повторные адаптации не дают дальнейшего приближения.

Постановка задачи идентификации. Задача идентификации, решаемая ниже, ставится так. Известно, что уравнение динамики объекта

$$z(p)\varphi = f(\lambda, \mu, N),$$

где φ — показатель качества; μ — регулирующее воздействие; λ — измеряемое возмущающее воздействие (основное); $z(p)$ — полином от $p = \frac{d}{dt}$ степени m ; $f(\lambda, \mu, N)$ —

модифицированному алгоритму

Таблица 3

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
—0,6 1,46	0,05 1,47	0 1,5	—0,16 1,4	0,4 1,2	0,7 1,0	0,6 1,0	0,8 1,0	0,6 1,1	0,7 1,1

полином от μ , λ и N степени n ; N — неконтролируемое возмущение (помеха), вызывающее медленное изменение формы, смещение и поворот экстремального холма.

Требуется по выборке экспериментальных данных φ , μ , λ , называемых *обучающей последовательностью*, определить коэффициенты обоих полиномов так, чтобы квадратичная ошибка аппроксимации была минимальной.

РЕШЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ НА УРОВНЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ МОДЕЛЕЙ

На уровне обучающихся моделей задача экстремального управления решается при помощи идентификации объекта, т. е. при помощи определения коэффициентов его математической модели. Обычно в качестве модели используется степенной полином (называемый иногда полиномом Колмогорова — Габора). Идентификация состоит в том, чтобы восстановить коэффициенты полинома по наблюдениям за работой объекта в режиме пассивного или активного эксперимента; в последнем предусматриваются специальные пробные шаги изменения регулирующих воздействий. Зная уравнение экстремальной характеристики, легко найти уравнение гребня холма — оптимальную характеристику объекта. Задача экстремального управления состоит в том, чтобы удерживать представляющую точку возможно ближе к оптимальной характеристике объекта.

Пример 5. Запишем экстремальную характеристику объекта (одномерная задача при одном возмущающем λ и одном регулирующем μ воздействиях) в виде

$$\varphi = a_0 + a_1\mu + a_2\lambda + a_3\mu^2 + a_4\lambda^2 + a_5\mu\lambda. \quad (16)$$

Тогда оптимальная характеристика объекта (линия $O'_2O''_2$ на рис. 16) будет выражаться уравнением:

$$\frac{d\varphi}{d\mu} = 0 \quad \text{или} \quad \begin{cases} \lambda = -\frac{a_1}{a_5} - \frac{2a_3}{a_5} \mu = c_0 + c_1\mu; \\ \mu = \frac{a_1}{2a_3} - \frac{a_5}{2a_3} \lambda = k_0 + k_1\lambda. \end{cases}$$

Задача состоит в том, чтобы удерживать рабочую или представляющую точку системы на оптимальной характеристике объекта. Заметим, что степень уравнения оптимальной характеристики всегда на

единицу ниже степени экстремальной характеристики объекта. Запомнить нужно только оптимальную характеристику, а не всю поверхность холма. Кроме того, нам дальше придется знать, что четные коэффициенты полинома в уравнение оптимальной характеристики не входят. Ее положение определяется только коэффициентами полиномов с нечетными индексами.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТА (ПОСТРОЕНИЕ ЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ) ПРИ ПОМОЩИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАУССА

Коэффициенты полиномов, выражающих математическую модель характеристики объекта, можно найти и при помощи решения системы нормальных уравнений Гаусса. При этом будут найдены значения, среднеквадратичные отклонения которых от действительных значений минимальны.

Для этого величины φ , μ и λ и должны быть измерены не менее S раз (где S — число членов полинома), причем данные (называемые узлами интерполяции) не должны повторять друг друга. В противном случае матрица коэффициентов нормальных уравнений будет плохо обусловленной (в частности близкой к нулю) и решение уравнений затрудняется. При наличии разброса показаний рекомендуется увеличить число узлов интерполяции в 5—10 раз по сравнению с минимально допустимым.

Написав полином S раз, подставляют в него данные узлов интерполяции, считая неизвестными коэффициенты и получают систему условных уравнений. Например на рис. 19 показаны данные, достаточные для определения коэффициентов полинома второй степени:

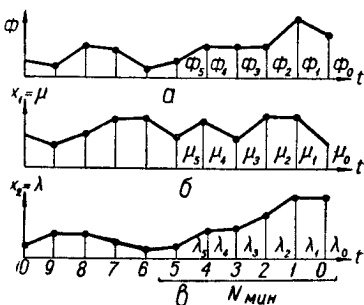


Рис. 19. Осциллограммы, необходимые для обучения модели объекта в системе экстремального управления (одномерная задача):

a — показатель экстремума (указывается учителем); $б$ — регулирующее воздействие; $в$ — возмущающее воздействие; $N_{мин}$ — минимальная длина обучающей последовательности для нахождения вектора a .

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a_0 + a_1\mu_1 + a_2\lambda_1 + a_3\mu_1^2 + a_4\lambda_1^2 + a_5\mu_1\lambda_1; \\ \varphi_2 &= a_0 + a_1\mu_2 + a_2\lambda_2 + a_3\mu_2^2 + a_4\lambda_2^2 + a_5\mu_2\lambda_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi_5 &= a_0 + a_1\mu_5 + a_2\lambda_5 + a_3\mu_5^2 + a_4\lambda_5^2 + a_5\mu_5\lambda_5.\end{aligned}$$

Затем условное уравнение усредняют по правилам составления нормальных уравнений, решая которые находят оптимальные значения коэффициентов:

$$a_0 = ? \quad a_1 = ? \quad a_2 = ? \quad a_3 = ? \quad a_4 = ? \quad a_5 = ?$$

Таблица 4
Зависимость числа членов полинома от числа аргументов (при $N = n$)

Число аргументов	Число членов полинома. C_{2n}^n
2	6
3	21
4	70
10	200 000

Если матрица хорошо обусловлена, а число членов полинома невелико (не более 4000 для современных ЦВМ), то метод нормальных уравнений является наиболее быстрым, точным и удобным. К сожалению, на практике такие условия выполняются редко.

Число членов степенного полинома Колмогорова — Габора резко возрастает с увеличением

числа учитываемых аргументов (табл. 4) и равно C_{N+n}^n , где N — число аргументов, n — степень полинома.

Цифры, приведенные в табл. 4, отражают собой проблему многомерности. Ниже рассмотрим метод группового учета аргументов, позволяющий резко увеличить наши вычислительные возможности.

«ЗУБЦЫ» НА ХАРАКТЕРИСТИКЕ РАЗОМКНУТОЙ ЧАСТИ КОМБИНИРОВАННОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Комбинированная (разомкнуто-замкнутая) экстремальная система (рис. 20) содержит разомкнутую часть (РЧ) * и корректор, осуществляющий составление и ре-

* Примеры схемы реализации разомкнутой части при помощи регулируемых функциональных преобразователей можно найти в работах [3, 19, 27, 30].

шение нормальных уравнений Гаусса с целью коррекции характеристики разомкнутой части. В оптимальном случае характеристика разомкнутой части должна соответствовать оптимальной характеристике объекта (гребню экстремального холма).

Если в системе не предусматривается специальных активных возмущений (пробных шагов), то на характеристике разомкнутой части должны быть предусмотрены небольшие отклонения — «зубцы». В противном случае матрица коэффициентов нормальных уравнений получается необусловленной и решить уравнения нельзя (некорректность задачи по А. Н. Тихонову). Чем больше зубцы, тем точнее решаются нормальные уравнения Гаусса.

При наличии зубцов задача комбинированной системы формулируется так: средняя линия характеристики разомкнутой части должна по возможности ближе совпадать с оптимальной характеристикой объекта.

Оптимальная характеристика объекта

$$\lambda = c_0 + c_1\mu + c_2\mu^2 + \dots;$$

характеристика РЧ

$$\lambda = \alpha_0 + \alpha_1\mu + \alpha_2\mu^2 + \dots + \text{зубцы};$$

коррекция

$$\alpha_0 \rightarrow c_0, \alpha_1 \rightarrow c_1, \alpha_2 \rightarrow c_2.$$

Зубцы заменяют собой поисковые колебания, вследствие чего правило Эйкгофа не нарушается, хотя система с четной характеристикой работает без поисковых колебаний.

Общая структурная схема комбинированной системы экстремального управления представлена на рис. 20. РЧ вместе с обучающим ее корректором является обучающейся моделью объекта экстремального управления, так как ее характеристика непрерывно приводится в соответствие с характеристикой объекта.

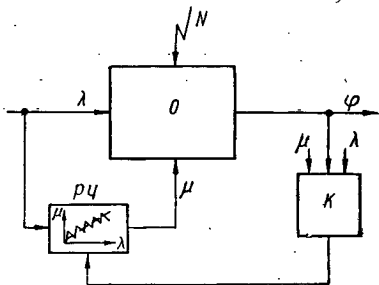


Рис. 20. Схема комбинированного экстремального управления:

О — объект; РЧ — разомкнутая часть; К — корректор.

КОМБИНИРОВАННАЯ ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ СИСТЕМА С ОБУЧАЮЩЕЙСЯ МОДЕЛЮ

Система с обучающимися моделями основана на вычислении коэффициентов степенных полиномов — уравнений регрессии. Рассмотрим систему (рис. 20), использующую решение нормальных уравнений Гаусса.

Система является комбинированной, так как сочетает в себе управление по разомкнутой линии и корректор, действующий по линии обратной связи.

Разомкнутая часть (РЧ) представляет собой управляемый функциональный преобразователь, настраиваемый по уравнению оптимальной характеристики объекта. Если бы эта характеристика не изменялась, то никакого корректора уже не требовалось бы. Одна из возможных конструкций разомкнутой части описана в работах [3, 19, 27, 30].

Корректор представляет собой специализированную вычислительную машину, которая непрерывно составляет и обновляет систему текущих нормальных уравнений Гаусса. Решая эту систему, корректор находит уравнение оптимальной характеристики объекта. Зная это уравнение, легко вычислить оптимальное значение регулирующих воздействий и так корректировать РЧ, чтобы ее характеристика совпадала с оптимальной (позиционное управление).

При наличии корректора на характеристику разомкнутой части приходится накладывать специальные небольшие отклонения от средней (оптимальной) линии. Эти зубцы принципиально необходимы, так как они заменяют собой поиск на объекте, а без него, согласно правилу Эйкгофа, при четной характеристике объекта принципиально обойтись нельзя. В отличие от активного поиска, осуществляемого, например, регулятором шагового типа, зубцы действуют только при изменениях возмущения λ . При наличии зубцов и постоянном значении возмущения объект находится в покое и никаких поисковых автоколебаний вокруг точки экстремума нет. Плотность распределения зубцов вдоль средней линии должна быть пропорциональна плотности распределения возмущения. Амплитуда выбирается так, чтобы матрицы нормальных уравнений были достаточно обусловлены. Чем больше зубцы — тем лучше обусловленность матриц.

Пример 6. Составим системы условных и нормальных уравнений для решения задачи экстремального управления,
Уравнение регрессии:

$$Z(p) \Phi = a_0 + a_1 \mu + a_2 \lambda + a_3 \mu^2 + a_4 \lambda^2 + a_5 \mu \lambda + \dots,$$

где

$$p = \frac{d}{dt}$$

при

$$\mu = x_1; \lambda = x_2; \mu^2 = x_3; \lambda^2 = x_4; \mu \lambda = x_5.$$

Метод наименьших квадратов (при $Z(p) = 0$) при нормальном распределении вероятности отклонений дает такие системы уравнений.

Система условных уравнений (число узлов интерполяции $N = 6$, см. рис. 19).

$$\Phi_0 = a_0 + a_1 x_{10} + a_2 x_{20} + a_3 x_{30} + a_4 x_{40} + a_5 x_{50};$$

$$\Phi_1 = a_0 + a_1 x_{11} + a_2 x_{21} + a_3 x_{31} + a_4 x_{41} + a_5 x_{51};$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Phi_5 = a_0 + a_1 x_{15} + a_2 x_{25} + a_3 x_{35} + a_4 x_{45} + a_5 x_{55}.$$

Система нормальных уравнений Гаусса ($N \geq 6$)

$$\bar{\Phi}_0 = a_0 + a_1 \bar{x}_1 + a_2 \bar{x}_2 + a_3 \bar{x}_3 + a_4 \bar{x}_4 + a_5 \bar{x}_5$$

$$\overline{x_1 \Phi_1} = a_0 \bar{x}_1 + a_1 \overline{x_1 x_1} + a_2 \overline{x_1 x_2} + a_3 \overline{x_1 x_3} + a_4 \overline{x_1 x_4} + a_5 \overline{x_1 x_5}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{\overline{x_5 \Phi_5} = a_0 \bar{x}_5 + a_1 \overline{x_5 x_1} + a_2 \overline{x_5 x_2} + a_3 \overline{x_5 x_3} + a_4 \overline{x_5 x_4} + a_5 \overline{x_5 x_5}}{a_0 = ? \quad a_1 = ? \quad a_2 = ? \quad a_3 = ? \quad a_4 = ? \quad a_5 = ?}$$

Черточки сверху означают операцию усреднения для исключения влияния разброса (шума). Значения координат $x_1 x_2 \dots x_5$ представляют собой последние по времени поступления с объекта шесть ординат кривых, представленных на рис. 19. Для составления нормальных уравнений требуется записать в 5—10 раз более длинную обучающую последовательность данных. Таким образом, корректор должен содержать 30—60 запоминающихся устройств, 21 усреднитель (по числу усредняемых величин) и вычислительную машину, решающую систему нормальных уравнений с размерностью матриц 6×6 элементов (для одномерной задачи с одним μ , одним λ и одним φ).

Зная коэффициенты a_k при управлении, легко найти оптимальную характеристику объекта и по ней корректировать среднюю линию характеристики разомкнутой части (зубцы на ней остаются без изменения).

Сделаем два замечания:

1. Так как четные коэффициенты в уравнение оптимальной характеристики не входят, то их с самого начала можно положить равными нулю. При этом допуска-

ется, конечно, некоторая погрешность (так как нечетные коэффициенты изменяют свою величину), но она будет невелика, если мы оставим в полиноме свободный член a_0 . Отбрасывание остальных четных членов резко упрощает схему вычислений. Размерность матриц уменьшается почти в два раза;

2. Для простоты выше мы рассматривали безынерционный экстремальный объект. Однако известны методы (например, метод Лоеба [27], метод Георгиевского [11, 30] и др.), позволяющие при помощи решения системы нормальных уравнений определять не только коэффициенты статических характеристик, но и коэффициенты левой части уравнения динамики системы (постоянные времени). Метод Георгиевского применим и для определения коэффициентов объектов, описываемых уравнениями в частных производных.

ДЕТЕРМИНИЗОВАННАЯ И ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛИ (В СВЯЗИ С РЕШЕНИЕМ СИСТЕМ УСЛОВНЫХ И НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАУССА)

Выше мы познакомились с двумя противоположными подходами к решению всех интерполяционных задач технической кибернетики, условно называемых «принципом детерминизма», «принципом индетерминизма, стохастичности или самоорганизации».

Если мы пользуемся минимальным набором условных уравнений, при котором число уравнений равно количеству интересующих нас неизвестных коэффициентов $k = 1$, то мы пользуемся детерминированной математической моделью объекта.

При разбросе исходных данных число усредняемых уравнений должно быть значительно больше количества неизвестных. Модель, составляющая нормальные уравнения Гаусса и решающая их, является вероятностной математической моделью объекта. Обычно достаточно, чтобы количество уравнений было в 5—10 раз больше числа неизвестных коэффициентов. Коэффициент запаса уравнений

$$k = 5 \div 10.$$

Не нужно, однако, думать, что определение коэффициентов невозможно в случае, когда число уравнений (т. е. узлов интерполяции) меньше числа неизвестных

коэффициентов. При изложении метода группового учета аргументов мы ниже познакомимся с «правилами конструирования коэффициентов» для этого случая.

ПОЧЕМУ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ОБЪЕКТА ДОЛЖНА БЫТЬ РЕВЕРСИВНОЙ?

Допустим, в системе управления имеется экстремальный объект и его табличная модель. Статическая характеристика объекта $\varphi = f(\mu\lambda)$ представлена на рис. 21.

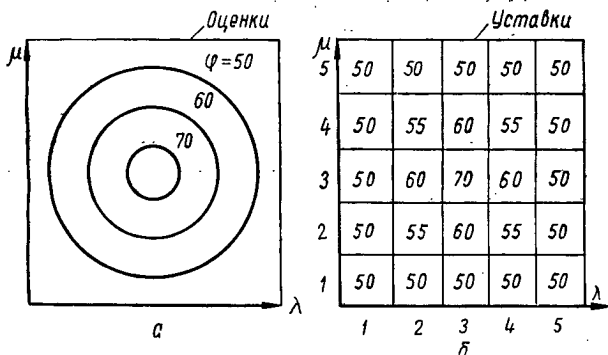


Рис. 21. Статическая характеристика экстремального объекта (а); его табличная (матричная) модель (б).

Значения показателя экстремума φ назовем *оценками*. Рядом показана табличная модель, представляющая собой матрицу дискретных значений φ в функции μ и λ . Эти значения назовем *установками*.

Если установки модели соответствуют оценкам статической характеристики объекта, то задача управления сводится к выбору режима (μ и λ), соответствующего наибольшей установке (квадрат $\mu = 3$ и $\lambda = 3$ на рис. 21).

Вследствие действия помех характеристика объекта изменяется или смещается. Тогда возникает задача идентификации (обновления) всех установок модели.

При этом наиболее радикальным будет полный перебор всех режимов. Однако установка всех режимов на объекте связана с потерями показателя качества и

требует слишком много времени. Чтобы избежать полного перебора и тем уменьшить потери, рекомендуется идентификация в виде перезаписи режимов по мере их установления на объекте, в соответствии с определенным алгоритмом (правилом).

Напомним, что на объекте мы можем одновременно наблюдать только один режим (одну точку статической характеристики), в то время как уставки матрицы нам доступны все для одновременного наблюдения. Кроме того, нам всегда известно, какая величина больше: текущая уставка или текущая оценка.

Модель экстремального объекта табличного типа представляет собой матрицу запоминающих устройств, записи которых (уставки) показывают, какое значение показателя качества можно ожидать в каждом из возможных режимов работы объекта. Если речь идет о достижении максимума показателя качества, то обычно нам кажется, что всегда следует рекомендовать тот режим, ту клетку матрицы, где уставка больше других. Ниже показано, что это не так.

Может показаться естественным применить один из следующих так называемых «нереверсивных» алгоритмов перезаписи уставок.

Нереверсивные алгоритмы. 1. Независимо от взаимного соотношения текущей уставки и оценки система из любого режима переходит в новый режим, где уставка самая большая (применяется компаратор наибольшего напряжения ИБН).

2. Независимо от взаимного соотношения уставки и оценки, система из любого режима переходит в новый режим, где уставка самая меньшая (применяется компаратор меньшего напряжения ИМН).

Для конкретности рассмотрим модель, имеющую всего пять запоминающих устройств. В начальный момент характеристика объекта не соответствует модели, например так:

Режим	1	2	3	4	5
Установка модели	30	40	45	60	<u>65</u>
Оценка объекта	50	60	<u>70</u>	60	50

Третий режим является оптимальным ($\varphi = 70$), однако система находится в пятом, неоптимальном режиме, что

отмечено квадратом, и начинается процесс идентификации. Легко показать, что оба нереверсивные алгоритма неработоспособны. В данном примере получим также последовательности смены режимов модели (снова квадратом отмечается устанавливаемый по приведенным выше алгоритмам режим).

При индикаторе ИБН (первый нереверсивный алгоритм):

Исходное состояние	30	40	45	60	<u>65</u>
1-й шаг	30	40	45	<u>60</u>	50

Дальше нет причин для смены режима, система «застряла», не найдя оптимального режима 3.

При индикаторе ИМН (второй нереверсивный алгоритм):

Исходное состояние	<u>30</u>	40	45	60	65
1-й шаг	50	<u>40</u>	45	60	75
2-й »	50	60	<u>55</u>	60	65
3-й »	50	60	<u>70</u>	60	65
4-й »	<u>50</u>	60	70	60	65

Снова система выбрала неправильный режим и «застряла» на первом режиме после четырех шагов уравнивания уставок и оценок. Третий режим не найден.

В работоспособной системе следует применить реверсивный алгоритм.

Рассмотрим один из реверсивных алгоритмов. Если текущая установка выше текущей оценки, то система переходит в режим, где уставка самая большая, а в области, где текущая уставка ниже оценок или равна — в режим, где уставка самая меньшая (переключение с компаратора ИБН на компаратор ИМН в зависимости от знака разности уставки и оценки).

При реверсивном алгоритме процесс идентификации модели заканчивается успешно. Действительно, в данном примере получим следующие процессы (при двух разных начальных режимах):

1. Начальное состояние	<u>30</u>	40	45	60	65
1-й шаг	30	<u>40</u>	45	60	65
2-й »	30	60	<u>45</u>	60	65
3-й »	30	60	<u>70</u>	60	65

Возможен такой процесс перезаписи уставок (идентификации):

2. Начальное состояние	30	40	45	60	<u>65</u>
1-й шаг	30	40	45	60	<u>50</u>
2-й »	<u>30</u>	40	45	60	50
3-й »	30	<u>40</u>	45	60	50
4-й »	50	60	<u>45</u>	60	50
5-й »	50	60	<u>70</u>	60	50

Оптимальный третий режим найдем, что и показывает работоспособность реверсивного алгоритма. Идентификация модели является слежением уставок за изменяющимися оценками. Нереверсивные алгоритмы подобны алгоритмам следящей системы, у которой серводвигатель может вращаться только в одну сторону. Реверсивность алгоритма слежения уставок за оценками — необходимое (но еще недостаточное) условие успешного отслеживания экстремума.

Мы рассмотрели здесь только один «запрет» принципиального характера: идентификация не может быть нереверсивной. Четыре других «запрета» из той же области экстремального управления приведены в работах [19, 27, 30].

Глава 5

ЗАДАЧА ПРЕДСКАЗАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

ПРЕДСКАЗЫВАЮЩАЯ МОДЕЛЬ И СГЛАЖИВАЮЩИЙ ФИЛЬТР

Предсказание будущих значений случайных функций реализуется при помощи двух типов устройств: предсказывающих фильтров и предсказывающих моделей.

Предсказывающий фильтр представляет собой аналоговое или цифровое устройство, на вход которого подаются как значения интересующей нас функции, так и связанных с ней (коррелированных) других переменных. На рис. 22 указанные переменные обозначены через Φ и h . Используются как значения переменных в

данный момент, так и их значения в любой момент предыстории. Формула или алгоритм предсказания фильтра должен быть таким, чтобы на его входе непрерывно получалось будущее значение функции Φ . Время упреждения обозначено через T .

Чем меньше время упреждения (экстраполяции), тем обычно точнее действует предсказывающий фильтр. Если время упреждения очень мало, то предсказывающий фильтр становится сглаживающим фильтром. Сглаживающие фильтры иногда называют еще *самообучающимися датчиками* [27].

Предсказывающая модель представляет некоторую динамическую модель интересующего нас объекта, скорость протекания процессов в которой можно увеличить. В ускоренном масштабе времени мы можем наблюдать ход процессов на модели и отсюда делать выводы о протекании процессов в объекте. В модели устанавливаются те же вероятностные соотношения, которые существуют и в реальном объекте. Для расчета вероятностных связей часто используется математический аппарат цепей Маркова. В литературе описаны примеры предсказывающих моделей: модель в виде игрального кубика, воспроизводящего поступления и выдачу деталей со склада [4];

стохастическая модель шахтного электротранспорта [75] и другие примеры оперативного управления производством.

Предсказывающие фильтры следует применять во всех случаях, когда исследуемый объект не содержит в себе значительных генераторов случайных процессов и величин. С другой стороны применять модели в случаях, когда стохастических элементов нет — не целесообразно. Предсказывающие фильтры заменяют собой динамические модели и непосредственно ведут к цели предсказания будущих значений переменных.

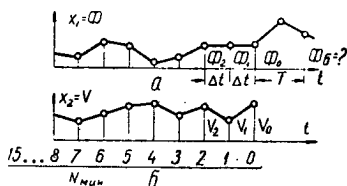


Рис. 22. Осциллограммы, необходимые для обучения предсказывающего фильтра (при учете трех ординат двух коррелированных величин):

a — данный процесс; b — процесс, коррелированный с данным; $N_{\min}$ — минимальная длина обучающей последовательности.

ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРЕДСКАЗЫВАЮЩЕГО ФИЛЬТРА

По Н. Винеру, предсказывающий фильтр рассматривается как четырехполюсник, на вход которого поступают: полезный сигнал $S(t)$; помеха $n(t)$.

Их сумма $\Phi(t) = S(t) + n(t)$ и действует на фильтр. Импульсную передаточную функцию фильтра обозначим через $h(t)$, а выходную величину — через $z(t)$. Если помеха и сигнал известны, то выходную величину можно точно рассчитать для любого момента времени (детерминированный случай). Задачи предсказания нет — есть задача точного расчета.

Если о помехе и сигнале ничего не известно, в таких случаях предсказания также нет. Задача предсказания может быть поставлена тогда, когда имеется достаточно представительная (теоретически бесконечно длинная) осциллограмма изменения величины $\Phi(t)$ во времени и, кроме того, заранее известно, что $S(t)$ и $n(t)$ — стационарные случайные процессы. В последнем случае выход можно определить по формуле:

$$Z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \Phi(t - \tau) d\tau.$$

Зная величину y в момент $t = 0$ и все ее изменение до этого момента, можно найти $z(t)$ как для момента $t = 0$ (задача сглаживания), так и для любого будущего момента времени $t = T$ (задача предсказания). Оптимальный фильтр найдем из условия минимума среднеквадратичной ошибки:

$$E(z - s)^2 \rightarrow \min.$$

По этому условию находится оптимальная импульсная или передаточная функция сглаживающего или упреждающего (предсказывающего) фильтра. В дискретных системах передаточная функция аппроксимируется степенными полиномами Колмогорова — Габора.

ДИСКРЕТНЫЙ СТЕПЕННОЙ ПОЛИНОМ КОЛМОГОРОВА — ГАБОРА

Обозначим переменную величину на входе предсказывающего фильтра через $\Phi(t)$, а выходную величину через $\Phi_6(t)$. Тогда общим выражением, связывающим

вход и выход, является ряд Вольтерра:

$$\Phi_6(t) = k_0 + \int_0^t k_1(\tau) \Phi(t-\tau) d\tau + \iint k_2(\tau_1, \tau_2) \Phi(t-\tau_1) \Phi(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \iiint \dots d\tau_3 d\tau_4 d\tau_5 + \dots,$$

где $k_1(\tau)$ — импульсная функция линейной части; $k_2(\tau_1, \tau_2)$ — импульсная функция нелинейной части. Для линейных четырехполюсников члены с двойным и тройным интегралами равны нулю, т. е. отсутствуют. Остаются только первые два члена (постоянный член и интеграл свертки).

При переходе к дискретному отсчету времени указанный выше ряд превращается в так называемый обобщенный степенной полином, который в задачах предсказания значений функций иногда называют оператором или полиномом Колмогорова — Габора. Например, для предсказания следующего значения случайной функции $f = \Phi_6$ по одному предыдущему $f = \Phi_1$ получим простейший полином

$$\Phi_6 = a_0 + a_1 \Phi_1.$$

При учете двух предыдущих значений Φ_1 и Φ_2 запишем

$$\Phi_6 = a_0 + a_1 \Phi_1 + a_2 \Phi_2 + a_3 \Phi_1^2 + a_4 \Phi_2^2 + a_5 \Phi_1 \Phi_2.$$

При учете трех предыдущих значений Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 получим

$$\begin{aligned} \Phi_6 = & a_0 + a_1 \Phi_1 + a_2 \Phi_2 + a_3 \Phi_3 + a_4 \Phi_1^2 + a_5 \Phi_2^2 + a_6 \Phi_3^2 + \\ & + a_7 \Phi_1 \Phi_2 + a_8 \Phi_2 \Phi_3 + a_9 \Phi_3 \Phi_1 + a_{10} \Phi_1^2 \Phi_2 + a_{11} \Phi_1^2 \Phi_3 + \\ & + a_{12} \Phi_2^2 \Phi_1 + a_{13} \Phi_2^2 \Phi_3 + a_{14} \Phi_3^2 \Phi_1 + a_{15} \Phi_3^2 \Phi_2 + a_{16} \Phi_1^3 + \\ & + a_{17} \Phi_2^3 + a_{18} \Phi_3^3 + a_{19} \Phi_1^3 \Phi_2 \Phi_3. \end{aligned}$$

В общем случае

$$\begin{aligned} \Phi_6 = & a_0 + \sum_0^N a_n \Phi_n + \sum \sum a_{n1} a_{n2} \Phi_{n1} \Phi_{n2} + \sum \sum \sum a_{n3} a_{n4} a_{n5} \times \\ & \times \Phi_{n3} \Phi_{n4} \Phi_{n5} + \sum \sum \sum \sum \dots + \dots \end{aligned}$$

В линейных фильтрах двойные и тройные произведения аргументов в полиномах отсутствуют. Остаются только линейные члены.

Если предыстория охватывает N интервалов времени, то полином первой степени содержит $(N+1)$, полином

второй степени имеет $\frac{1}{2} (N + 1) (N + 2)$, полином третьей степени будет содержать $\frac{1}{6} (N + 1) (N + 2) (N + 3)$, а полином четвертой степени $\frac{1}{24} (N + 1) (N + 2) (N + 3) (N + 4)$ членов и т. д. Общее число членов степенного полинома равно C_{N+n}^n . В полиномах Колмогорова — Габора по определению $N = n$, т. е. число членов равно C_{2n}^n (где N — число аргументов, n — степень полинома).

Пользуясь этими формулами, можно, например, подсчитать процесс увеличения длины полинома с возрастанием числа используемых аргументов (данные см. в табл. 4).

Коэффициенты полинома можно определить двумя методами: при помощи составления и решения системы нормальных уравнений Гаусса (на уровне обучающихся моделей); и при помощи методов адаптации и, в частности, стохастической аппроксимации (на уровне адаптации).

ПРЕДСКАЗУЕМОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Задача предсказания заключается в определении значения случайной функции $j(t + T)$ в некоторый будущий момент времени t по наблюдениям значений на некотором достаточно длительном интервале времени.

Возможность и точность предсказания зависит от статистических характеристик функции.

Индетерминированной называют временную последовательность сигналов, когда на основе сведений о сигналах, появившихся до текущего момента времени, невозможно точно определить последующие сигналы. Реальные случайные процессы (функции или последовательности значений) лежат между двумя полюсами: одним является понятие детерминированного процесса, а другим — понятие индетерминированного процесса.

Если функция является аналитической, детерминированной, то будущие ее значения можно предсказать совершенно точно. Для функции вида «белый шум» предсказание принципиально невозможно. Следовательно, точность предсказания тем больше, чем ближе функция к аналитической и чем дальше по своим частотным или корреляционным характеристикам она от «белого шума».

Напомним, что «белый шум» имеет равномерную (постоянную) частотную характеристику. Его автокорреляционная функция представляет собой острый пик (дельта-функцию времени).

Наоборот, аналитическая гармоническая функция имеет частотную характеристику в виде острого пика. Автокорреляционной функцией синусоиды условно есть косинусоида.

Возможность предсказания можно оценить как по частотной характеристике, так и по автокорреляционной функции. Чем шире спектр, тем ближе функция к «белому шуму» и менее точным является предсказание. Коэффициент предсказуемости:

$$B = \frac{\omega_{\xi}}{\omega_{0,s}},$$

где ω_{ξ} — центральная частота, спектра;

$\omega_{0,s}$ — частота, отвечающая половине максимальной плотности мощности (большее из двух значений).

Для гармонической функции $B = 1$, для «белого шума» $B = 0$.

Для автокорреляционной функции действуют противоположные правила: чем шире и выше кривая этой функции — тем точнее предсказание. Построение автокорреляционной функции часто используется для определения длины предистории, которую целесообразно использовать для предсказания. Эта длина не должна превосходить времени, для которого автокорреляционная функция существенно отличается от нуля. Например, для функции, показанной на рис. 60, длина учитываемой предистории не должна превосходить шести тактов.

Сумма многих случайных процессов представляет собой также случайный процесс. Автокорреляция суммарного (интегрального) процесса выше, а частотный спектр — ниже, чем у отдельных составляющих процессов. Поэтому предсказуемость суммарного процесса всегда лучше. Это свойство можно часто использовать для повышения точности предсказания на длительные сроки. Прежде всего нужно экстраполировать суммарный процесс, а затем, считая его известным, экстраполировать интересующий нас частный процесс, измеряя его в относительных единицах к суммарному процессу.

Например, пусть нам требуется предсказать на значительное время вперед увеличение числа научных работников в стране. Решение задачи начинается с предсказания числа жителей страны. Зная население, мы можем экстраполировать изменение отношения числа научных работников к общему числу жителей. Экстраполяция этого

отношения на будущие годы даст более точное решение задачи, чем непосредственная экстраполяция абсолютного числа научных сотрудников.

Предсказывающий фильтр является адаптивным, если прототипы распознающей системы обучаются при помощи адаптации по ряду измеренных точек, образующих обучающую последовательность данных. Если же прототипы вычисляются на основании решения системы нормальных уравнений, то фильтр следует отнести к фильтрам с обучающейся моделью. В первом случае нужно располагать минимальным числом запоминающих устройств, а во втором — их нужно иметь во много раз больше, но параметры фильтра находятся сразу решением уравнений без длительного процесса адаптации.

Адаптивные методы требуют сравнительно мало запоминающих устройств, но приходят к решению в результате длительного процесса адаптации, сходимость которого почти всегда желательно ускорить. Решение нормальных уравнений сразу дает наилучшее решение (в смысле минимума среднеквадратичной ошибки), но требует запоминания значительного объема входной информации. Однако при решении нормальных уравнений возникает другая трудность: узлы интерполяции должны быть выбраны так, чтобы матрицы нормальных уравнений были обусловлены. Преимущество адаптивных методов состоит в том, что они не боятся неправильного выбора узлов интерполяции. Если узлы выбраны неудачно, то расчеты на детерминированной или вероятностной модели могут зайти в тупик. При адаптации этого затруднения не возникает.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ

ИЗ АНАЛИЗА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕДСКАЗАНИЯ

Рассмотрим типичную задачу анализа погрешностей предсказания. Некоторый коэффициент полинома (формулы предсказания) определяем в функции ряда независимых переменных (аргументов или признаков):

$$a = f(x_1 x_2 \dots x_n).$$

Погрешность измерения величин x_i известна. Требуется оценить погрешность измерения коэффициента a .

Дифференцируя, получаем

$$\Delta a = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n.$$

Возведем в квадрат

$$(\Delta a)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2 + \\ + 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_1 \Delta x_2 + \dots + \text{остальные удвоенные произведения.}$$

Полученное выражение действительно для усредненных величин, причем при $N \rightarrow \infty$ удвоенные произведения (при независимых аргументах) равны нулю. Тогда получим

$$\sigma_a^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \sigma_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \sigma_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \sigma_{x_n} \right)^2.$$

Оценка стандартного отклонения и дисперсия величины

$$\sigma_1^2 = D_a \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \Delta a_i^2, \quad 1 \leq i \leq N.$$

Оценка стандартного отклонения и дисперсия аргументов

$$\sigma_x^2 = D_x = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \Delta x_i^2, \quad 1 \leq i \leq N.$$

Погрешность измерения оценивается величиной стандартного отклонения или дисперсии. Поэтому получаем зависимость, связывающую погрешности измерений аргументов x и функции a через частные производные от этой функции.

Рассмотрим теперь примеры применения полученного уравнения.

1. Погрешность суммы и разности двух аргументов:

$$a = x_1 + x_2 \text{ или } a = x_1 - x_2; \quad \sigma_a^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2.$$

Относительные ошибки

$$\Delta a = \frac{\sigma_a}{a} 100\%; \quad \Delta x_1 = \frac{\sigma_{x_1}}{x_1} 100\%; \quad \Delta x_2 = \frac{\sigma_{x_2}}{x_2} 100\%$$

связаны так:

$$\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 = \left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2.$$

2. Погрешность произведения двух аргументов

$$a = x_1 x_2 \text{ или } a = \frac{x_1}{x_2}; \quad \left(\frac{\sigma a}{a}\right)^2 = \left(\frac{\sigma x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma x_2}{x_2}\right)^2.$$

Относительные ошибки (в процентах) связаны так:

$$\Delta_a^2 = \Delta_{x_1}^2 + \Delta_{x_2}^2.$$

Пользуясь этими сведениями, легко доказать две важные теоремы:

1) погрешность предсказания разности двух случайных величин тем меньше, чем больше отличаются эти величины между собой;

2) погрешность предсказания суммы случайных величин всегда меньше погрешности каждой из этих величин.

Для случая независимых аргументов при Пуассоновском распределении второе положение можно доказать следующим образом*.

Задано, что

$$\Sigma = x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_r,$$

где Σ — суммарная случайная переменная; $x_1 x_2 \dots x_i \dots x_r$ — независимые случайные переменные аргументы.

При указанных условиях, погрешности измерения величин связанные между собой так:

$$\sigma_\Sigma^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots + \sigma_{x_i}^2 + \dots + \sigma_{x_r}^2.$$

Относительная погрешность суммы

$$\Delta_\Sigma = \frac{100\sigma_\Sigma}{\Sigma} = 100 \frac{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots + \sigma_{x_i}^2 + \dots + \sigma_{x_r}^2}}{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_r} \%.$$

Относительная погрешность i -го аргумента

$$\Delta_{x_i} = 100 \frac{\sigma_{x_i}}{x_i} = 100\%.$$

Для Пуассоновского распределения

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\Sigma} = \sqrt{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_r}; \quad \sigma_{x_i} = \sqrt{x_i},$$

т. е.

$$\Delta_\Sigma = \frac{1}{\sqrt{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_r}}; \quad \Delta_{x_i} = \frac{\sqrt{x_i}}{x_i} = \frac{1}{\sqrt{x_i}}.$$

* См. подробнее книгу: Wolberg G. R. «Prediction analysis». D. Van. Nostrand Company, London, 1967.

Так как величины x положительны, то очевидно, что всегда

$$\Delta_{\Sigma} < \Delta_{x_i},$$

т. е. ошибка в измерении (дисперсия) суммы случайных величин всегда меньше ошибки (дисперсии) измерения каждой из них. Следовательно, предсказать сумму можно с большей точностью, чем каждую составляющую в отдельности.

Изложенная выше теория погрешностей применима не только для анализа погрешностей предсказания, но и для анализа погрешностей всех других интерполяционных задач технической кибернетики, например, для распознавания образов или идентификации.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПРЕДСКАЗЫВАЮЩЕГО ФИЛЬТРА НА УРОВНЕ АДАПТАЦИИ

При предсказании, как и во всех других интерполяционных задачах технической кибернетики, коэффициенты степенного полинома Колмогорова — Габора можно найти тремя путями: при помощи адаптации, решением нормальных уравнений Гаусса или с помощью самоорганизации.

Адаптивный предсказывающий фильтр можно представить себе как распознающую систему, алгоритмы которой рассмотрены выше. Признаками являются ординаты как наблюдаемого процесса, так и всех коррелированных с ним других входных величин. Образами, которые различает система, являются дискретные уровни будущего значения интересующей нас величины.

Например, пусть мы хотим предсказать высоту следующей океанской волны. Разобьем возможную высоту волны на десять уровней:

$$R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 R_9 \text{ и } R_{10}.$$

Каждому уровню отвечает определенный выход распознающей системы. Если срабатывает, например, четвертый выход R_4 , это означает, что система предсказывает амплитуду R_4 и т. д. Признаками являются амплитуды нескольких (обычно от трех до шести) предыдущих волн, измеряемых в одном и том же месте поверхности океана [26].

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРЕДСКАЗАНИЯ НА УРОВНЕ ОБУЧАЮЩЕЙСЯ МОДЕЛИ

Схема предсказывающего фильтра с обучающейся моделью показана на рис. 23, а необходимые для обучения модели осциллограммы — на рис. 22.

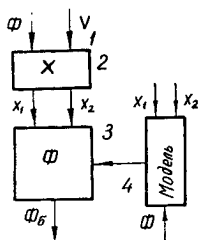


Рис. 23. Предсказывающая система с обучающей моделью:

1 — вход; 2 — обработка обобщенных признаков; 3 — предсказывающий фильтр; 4 — модель; Φ_0 — выход.

Пример.

Составим системы условных и нормальных уравнений для решения задачи предсказания.
Уравнение регрессии:

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_6 = & a_0 + a_1\Phi_1 + a_2\Phi_1 + a_3\Phi_2 + a_4\Phi_6\Phi_1 + \\ & + a_5\Phi_0\Phi_2 + a_6\Phi_1\Phi_2 + a_7\Phi_0\Phi_1\Phi_2 + a_8h_0 + \\ & + a_9h_1 + a_{10}h_2 + a_{11}h_0h_1 + a_{12}h_0h_2 + \\ & + a_{13}h_1h_2 + a_{14}h_0h_1h_2,\end{aligned}$$

при $\phi_0 = x_1, \phi_1 = x_2, \phi_3 = x_3, \dots, h_0 h_1 h_2 = x_{15}$.

Метод наименьших квадратов. Система
условных уравнений (число узлов интерполя-
ции $N = 15$)

$$\begin{aligned} \Phi_{60} &= a_0 + a_1 x_{16} + a_2 x_{20} + a_3 x_{30} + \dots + a_{14} x_{140}; \\ \Phi_{61} &= a_0 + a_1 x_{11} + a_2 x_{21} + a_3 x_{31} + \dots + a_{14} x_{141}; \\ &\vdots \\ \Phi_{614} &= a_0 + a_1 x_{114} + a_2 x_{214} + a_3 x_{314} + \dots + a_{14} x_{1414}. \end{aligned}$$

 $a_0 = ?, a_1 = ?, a_2 = ?, a_3 = ?, \dots, a_{14} = ?$

Система нормальных уравнений Гаусса ($N > 15$)

[illegible]

Цель: получение ϕ_0 , наименее отклоняющегося от действительного

$$\Delta\Phi = \Phi_{\delta} - \Phi_{\delta}(T)^2 \rightarrow \text{мин.}$$

При детерминированной модели используются условные уравнения, число которых равно количеству определяемых коэффициентов. При вероятностной модели берут

уравнений в 5—10 раз больше с целью усреднения данных по критерию минимума среднеквадратичной ошибки.

ОСОБЕННОСТЬ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ ФИЛЬТРОВ

Как уже указывалось, в задаче экстремального управления мы можем положить все четные коэффициенты полинома Колмогорова — Габора равными нулю, так как они не входят в интересующее нас уравнение оптимальной характеристики объекта. Это не относится к другим интерполяционным задачам технической кибернетики, где это привело бы к значительному снижению точности.

В задаче распознавания образов имеется другая специфика: в ней выходные напряжения каждого ряда элементов могут быть заданы учителем. Такой возможности нет ни в одной другой кибернетической системе.

Предсказывающие системы имеют также свою особенность: здесь резко упрощается задача обучения. Обучение в этом случае можно вести «по прошлому». Вовсе не нужно ожидать будущих значений функций для адаптации фильтра, так как каждое ее значение является будущим по отношению к предыдущим моментам времени. Обучение по прошлому используется для настройки предсказывающих фильтров, так как предполагается стационарность (постоянство вероятностных характеристик) процесса.

Однако, несмотря на специфические различия, интерполяционные задачи имеют и много общего, связанного с тем, что они все относятся к теории интерполяции функций.

Пример 7. Покажем «обучение по прошлому» на самом простом примере вычисления шести коэффициентов полинома Колмогорова — Габора вида

$$\Phi_6 = a_0 + a_1\Phi_1 + a_2\Phi_2 + a_3\Phi_1^2 + a_4\Phi_2^2 + a_5\Phi_1\Phi_2.$$

Будущее значение функции Φ_6 определяется по ее значениям в два предыдущих такта Φ_1 и Φ_2 . На рис. 24 представлена как сама случайная функция, так и отдельные ее участки, ординаты которых мы можем использовать для составления системы условных Гаусса:

$$13 = a_0 + a_1 10 + a_2 15 + a_3 10^2 + a_4 15^2 + a_5 10 \cdot 15;$$

$$19 = a_0 + a_1 15 + a_2 13 + a_3 15^2 + a_4 13^2 + a_5 15 \cdot 13;$$

$$14 = a_0 + a_1 13 + a_2 19 + a_3 13^2 + a_4 19^2 + a_5 13 \cdot 19;$$

$$18 = a_0 + a_1 19 + a_2 14 + a_3 19^2 + a_4 14^2 + a_5 19 \cdot 14;$$

$$17 = a_0 + a_1 14 + a_2 18 + a_3 14^2 + a_4 18^2 + a_5 14 \cdot 18;$$

$$11 = a_0 + a_1 18 + a_2 17 + a_3 18^2 + a_4 17^2 + a_5 18 \cdot 17.$$

Решение этих уравнений позволяет найти коэффициенты формулы предсказания a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 . Для большей точности следует увеличить число участков в 5—10 раз и перейти к решению системы нормальных уравнений Гаусса.

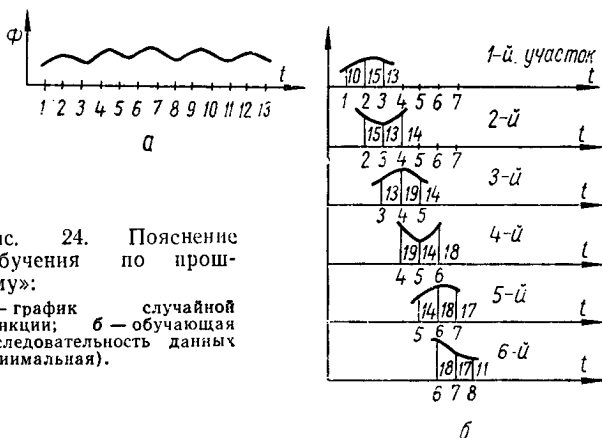


Рис. 24. Пояснение «обучения по прошлому»:

a — график случайной функции; $б$ — обучающая последовательность данных (минимальная).

ОПАСНОСТЬ МНОГОМЕРНОСТИ И ОПАСНОСТЬ ПЛОХОЙ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ МАТРИЦ

Покажем трудности решения задачи предсказания на конкретном примере. Допустим, что мы решили использовать для предсказания четыре последних по времени данных x_1, x_2, x_3, x_4 .

Дискретный полином Колмогорова — Габора будет содержать 70 членов: 5 членов первой степени, 10 — второй, 20 — третьей и 35 четвертой степени. Чтобы получить систему условных уравнений, достаточно написать полином 70 раз, для 70 различных положений текущего интервала. Для составления нормальных уравнений, усредняющих влияние разброса измерений, число учитываемых интервалов должно быть увеличено еще в 5—10 раз. В результате получим систему из 70 нормаль-

ных уравнений, содержащих 70 неизвестных коэффициентов:

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{69}.$$

Размерность матрицы системы нормальных уравнений равна 70×70 . Если матрица хорошо обусловлена (и определитель ее не близок к нулю), то решение системы на ЦВМ даст искомый ответ. Большая размерность матриц, плохая их обусловленность и необходимость иметь в распоряжении большую статистику (длинные обучающие последовательности) — вот основные трудности решения задачи.

В гл. 6 рассмотрим метод резкого упрощения решения данной задачи (метод группового учета аргументов), разработанный для преодоления указанных трудностей.

Глава 6

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ

СИСТЕМЫ САМООРГАНИЗАЦИИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УПРАВЛЯЮЩИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

Сейчас одной из основных проблем технической кибернетики является проблема управления сложными (или, как иногда говорят, «большими») системами.

Существует несколько определений того, что следует понимать под термином «сложная система». Поэтому, следуя в основном Стаффорду Биру [4], сложным называем объект или процесс, в котором нельзя по каким-либо причинам проследить линии передачи воздействий (входа и выхода) или, другими словами, не удастся проследить связи причин и следствий.

Классическая теория автоматического регулирования построена на анализе причин и следствий, т. е. независимо от того, каким она аппаратом пользуется — детерминированным или вероятностным, во всех случаях она является детерминистической. Следовательно, уделом теории автоматического регулирования могут быть только простые системы (в соответствии с определением сложных систем, данным выше).

К сожалению, вместе с огромной пользой прогрессу техники теория автоматического регулирования приносит и определенный вред: детерминистическое мышление настолько глубоко укоренилось в самых разнообразных исследованиях, что повсюду, во всех исследованиях информационных процессов мы находим на структурных схемах квадратики и стрелочки, показывающие причины и следствия, входы и выходы.

Тормозящее влияние идей теории автоматического регулирования сказывается в том, что теория сложных самоорганизующихся систем, в которых нельзя проследить причинную связь явлений (выходов и входов), до сих пор почти не разрабатывалась.

Тормозящий «гипноз» авторитета теории автоматического регулирования сказывается также в том, что дифференциальные уравнения обычно считаются единственным способом описания процессов, в то время как обучающиеся предсказывающие фильтры, учитывающие предысторию процесса (не обязательно полиномиальные) демонстрируют совершенно другой, более простой аппарат описания, анализа и синтеза динамических систем.

Детерминистические методы и методы самоорганизации являются антиподами, связанными с совершенно разным образом мышления исследователя. Несмотря на это, возможно и комбинированное использование этих двух противоположных друг другу методов, при котором задача грубо решается детерминистическими методами, а затем более тонко — методами самоорганизации.

Основная мысль данного раздела проста, и как мы надеемся, плодотворна: утверждается, что сложные задачи технической кибернетики должны решаться на основе принципов самоорганизации, т. е. с помощью применения общих, интегральных воздействий, которые не требуют информации о состоянии каждого элемента системы в отдельности. Утверждается, что в сложных задачах только системы эвристической самоорганизации, использующие интегральные воздействия, дают удивительно хорошие результаты.

Следовательно, какая бы задача технической кибернетики ни решалась исследователями переработки информации, будь это задача распознавания, предсказания, моделирования или управления сложным объектом, не-

обходимо попробовать изменить в принципе подход. Можно отказаться от жесткого планирования и точного расчета каждой причинно-следственной связи (отказаться наконец, от входов и выходов, заимствованных из теории автоматического регулирования) и попробовать решить задачу при помощи «искусства управления стихиями», т. е. методами эвристической самоорганизации. Мы уверены, что первый успех будет настолько убедительным, что вскоре можно будет не пользоваться детерминистическими методами решения. Однако при этом задача должна быть действительно сложной, индетерминированной, ибо для простых объектов детерминистические методы проще и, следовательно, лучше.

Интересным фактом является то, что интегральные воздействия известны и применяются человечеством для управления сложными объектами с доисторических времен. Лекарства действуют интегрально на все клетки организма. Удобрения, гербициды, полив действуют также интегрально на всю массу растений на поле. У артиллеристов есть термин «стрельба по площадям», под которым понимается интегральный обстрел без учета информации о каждой цели в отдельности. Но больше всего примеров интегральных воздействий у экономистов и социологов. Мы уже говорили о том, что хорошим примером интегрального воздействия может быть подоходный налог, который действует очень сильно на всю массу производителей, не требует информации о каждом из них в отдельности и, главное, имеет сознательно регулируемую нелинейность.

Со времен Петра Великого подоходный налог является прогрессивным: вместе с увеличением дохода увеличивается доля налога. Существует некоторая оптимальная нелинейность для каждой цели управления экономикой. Исторически, по-видимому, во всех странах нелинейность становилась все круче, и больше приближалась к предельному пороговому закону («с бедных — ничего, у богатых — все»). В экономике известно и много других интегральных воздействий (материальные поощрения, инвестиции и др.).

Обратимся теперь к математике: приготовила ли она соответствующий аппарат для исследования сложных систем с интегральными воздействиями? Удивительно, но несмотря ни на долгую историю интегральных воздей-

ствий, ни на огромную актуальность вопроса, в математике нет почти ничего готового для использования. Во всяком случае, по авторитетному утверждению известного украинского ученого Б. В. Гнеденко, в теории вероятностей нет работ, позволяющих найти оптимальную нелинейность подходящего налога, или решить еще более сложные вопросы синтеза интегральных воздействий. Математика, как и теория автоматического регулирования, пока что связана только с детерминистическим анализом причин и следствий, входов и выходов, и к решению проблем самоорганизации не готова.

Говоря «математика», мы понимаем ту часть этой фундаментальной науки, которая оперирует со знаками равенства. Математическая теория неравенств (учета ограничений) значительно более адекватна задачам распознавания образов, предсказания и самоорганизации, однако эта теория, разрабатываемая еще со времен работы Фурье (1820 г.), все еще недостаточно развита. «Степень детерминистичности» математической работы можно условно определить по соотношению числа употребляемых в ней знаков равенства и неравенства.

Обратимся теперь к кибернетике. Может быть, кибернетики, не дожидаясь помощи математиков, сами начали разрабатывать системы с интегральными воздействиями? Да, начало, хоть и не большое, уже есть. Однако, почти все кибернетические системы, которые мы рассмотрим ниже, имеют одно существенное ограничение. В них рассматриваются интегральные воздействия только порогового типа: «не взирая на лица», пропускаются сигналы, превысившие порог, и не пропускаются сигналы меньше определенного порогового значения. Ниже мы тоже ограничимся пока только интегральными воздействиями порогового типа. Другие типы интегральных воздействий должны быть темой будущих исследований.

В данной работе рассматриваются *системы эвристической самоорганизации*, под которыми следует понимать системы и программы вычислительных машин, содержащие в себе генераторы гипотез, пороговые самоотборы полезной информации и процедуру оптимизации порогов.

Генераторы гипотез представляют собой устройства (или части программы), вырабатывающие самые разнообразные случайные комбинации входных сигналов —

аргументов и функций от них («элементарные алгоритмы»). Здесь используется комбинаторика. Поэтому термины «генератор гипотез» и «генератор комбинаций» — синонимы. Число возможных комбинаций входных и промежуточных сигналов может достигать астрономических чисел. Однако пороговые самоотборы полезной информации по эвристическим критериям уменьшают объем задачи до вполне допустимой величины. И, наконец, оптимизация порогов позволяет достичь наибольшей точности решения задачи.

Термин «эвристическая самоорганизация», применяемый для обозначения системы «генераторы гипотез плюс пороги», мы попытаемся обосновать ниже.

«ГИПОТЕЗА СЕЛЕКЦИИ» В ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Сложную систему можно определить как сеть взаимосвязанных элементов, в которой принципиально или только практически невозможно проследить связь причин и следствий, входов и выходов.

Обычно проблема управления сложными системами представляется так, как будто бы она возникла только в последние годы. В действительности человечество сталкивалось с этой проблемой и решает ее с незапамятных доисторических времен. Результаты часто получаются необычайно хороши. Например, проблема получения максимума сельскохозяйственных продуктов при минимуме усилий решается настолько хорошо, что по прогнозам к 2000-му г. в сельском хозяйстве будет занято не более 5% населения Земли. Благодаря успехам селекционеров такая страна, как Индия, которая постоянно страдала от голода, удвоила урожай пшеницы за пять лет и в скором времени намеревается экспортировать свой хлеб за границу.

Значительные успехи получены при решении задачи увеличения долголетия жизни людей, в лечении многих болезней и в создании сложных экономических систем. Ясно, что при создании теории сложных систем в кибернетике прежде всего нужно обратиться к богатой практике управления сложными системами, в большинстве случаев не имеющими математических формальных описаний.

Прежде всего мы обнаружим, что для управления сложной системой применяются общие, интегральные воздействия. Интегральные воздействия можно определить как регулирующие воздействия, создаваемые без учета информации о каждом элементе системы в отдельности.

Следовательно, первый вывод состоит в том, что для управления сложной системой должны быть применены интегральные регулирующие воздействия на массу элементов, образующих систему или на определенную ее часть.

Второй вывод, также основанный на опыте человечества, связан с перенесением в кибернетику законов эволюции видов и, в частности, принципов искусственной селекции растений и животных. Многовековая история эволюции видов и искусство селекции должны быть тщательно изучены кибернетиками. В заповеднике Аскания-Нова последовательный пороговый отбор четырех поколений животных позволил восстановить все черты породы «лошади Пржевальского». Известны и многие другие примеры удивительных успехов селекционеров.

Напомним основную схему массовой методической селекции по Ч. Дарвину. Для того, например, чтобы получить растения, обладающие заданным свойством, высевается большое число растений, которые, по нашему мнению, могут обладать этим свойством (первая эвристика — выбор «элементарных алгоритмов»), происходит первое скрещивание растений (генерация комбинаций первой сложности) и созревает первый урожай.

Интегральные воздействия порогового типа («экзамены») широко используются в массовой селекции растений и животных. Например, чтобы получить растения с определенными свойствами, из нескольких поколений должна быть отобрана определенная часть семян растений, в которых это свойство выражено больше, чем у других.

Из урожая первого поколения отбирается некоторая доля (первый пороговый самоотбор) растений, удовлетворяющих нашим требованиям больше, чем другие, и семена этих растений снова высеваются, а растения скрещиваются (генерация комбинаций второй сложности).

Из второго урожая снова отбирается некоторая доля семян (второй пороговый самоотбор) для посева и т. д.

Отметим основные правила процесса массовой селекции:

1. Для каждого поколения существует определенный оптимальный размер доли семян, отбираемых для посева. Уменьшение этой доли или увеличение ее замедляет и ухудшает селекцию (рис. 25).

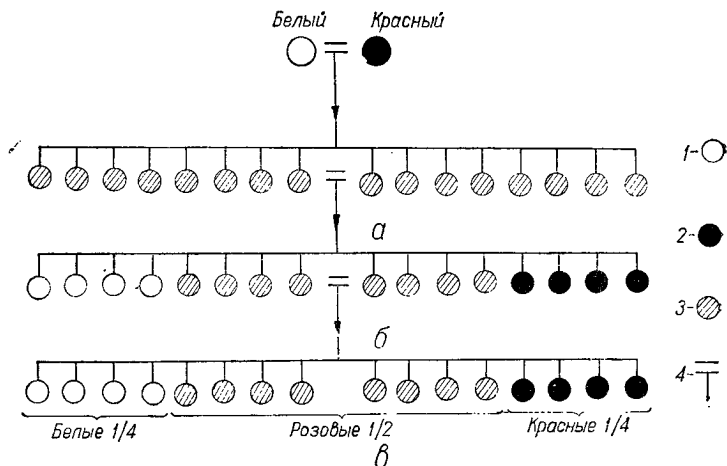


Рис. 25. К пояснению закона распределения одной пары признаков в потомстве гороха (опыты Г. Менделя 1843 г.):
 а — 1-е поколение; б — 2-е поколение; в — 3-е поколение;
 1 — горох с белыми цветами; 2 — горох с красными цветами; 3 — горох с розовыми цветами; 4 — скрещивание.

2. В одном поколении нельзя закончить селекцию; нужно несколько поколений.

3. Слишком длительная селекция (слишком много поколений) приводит к вырождению растений. Чем сложнее задача селекции — тем больше требуется поколений отбора.

При селекции растений должны быть решены эвристическим путем следующие три вопроса:

1. Какие семена следует использовать для первого посева (первая эвристика — выбор элементарных алгоритмов образования входных сигналов)?

2. По каким критериям должны быть отобраны лучшие растения (вторая эвристика — выбор критериев самоотбора)?

3. По каким законам должно быть организовано скрещивание растений (третья эвристика — выбор закона генерации комбинаций)?

После решения этих вопросов можно ответить еще на следующие два:

1. Какую долю семян нужно отбирать из каждого поколения (имеется оптимум для каждого порогового самоотбора)?

2. На каком поколении нужно закончить селекцию (начиная с некоторого поколения растения начинают вырождаться)?

Системы эвристической самоорганизации, рассматриваемые ниже, основаны на аналогичных эвристиках. Системы должны быть многорядными и должны применять пороговые самоотборы полезной информации в каждом ряду переработки информации.

ФОРМУЛИРОВКА «ГИПОТЕЗЫ СЕЛЕКЦИИ»

Ниже мы используем «гипотезу селекции» для решения задач технической кибернетики. Эта гипотеза утверждает, что методы селекции являются лучшими для решения интерполяционных задач предсказания, распознавания образов или идентификации и оптимального управления с накоплением информации.

Для некоторых критериев самоотбора (например для «критерия ранжировки» А. А. Павлова [53]) гипотеза селекции может быть сформулирована вполне определенным, детерминированным образом.

Гипотеза селекции в детерминированной постановке утверждает, что воздействия, не прошедшие порогового самоотбора (при оптимальном его значении) в предыдущем ряду, не участвуют в образовании самого лучшего результата в данном, последующем ряду перцептрона и, таким образом, о том, что мы их отбросили, жалеть не приходится.

Однако для большинства эвристических критериев самоотбора эта гипотеза может быть доказана и, следовательно, стать «теоремой селекции» только в вероятностном смысле: вероятность того, что мы потеряем самое

наилучшее решение (и найдем только близкое к нему, но не наилучшее) тем меньше, чем больше данная переменная превышает порог.

В общем случае гипотеза селекции имеет вероятностный характер. Чем больше величина данной переменной превышает порог — тем больше вероятность того, что именно она несет в себе информацию о самом лучшем (оптимальном) решении *. Каждый порог имеет единственную оптимальную настройку, соответствующую максимуму точности результата.

Действительно, примеры показывают, что при использовании корреляционных критериев, или критериев по точности, иногда бывают случаи, когда теорема в детерминированной постановке нарушается: отброшенное нами «плохое» воздействие в последующем ряду может изредка дать хорошие результаты, особенно при малом числе пропускаемых переменных. Подобно этому семя, отобранное селекционером, не всегда дает самый лучший успех.

МЕТОД ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ И «ГИПОТЕЗА СЕЛЕКЦИИ»

Легко обнаружить, что излагаемые ниже алгоритмы МГУА, как и алгоритм перцептрона, соответствуют основным принципам селекции. Метод группового учета аргументов использует алгоритмы, которые напоминают правила селекции семян растений; как известно при массовой селекции из каждого поколения выбирается определенная доля растений, обладающих требуемым качеством в большей мере, чем другие. Другими словами, действует правило порогового самоотбора. Если мы отберем мало или слишком много растений, то эффективность селекции снижается. Существует оптимальный размер доли растений каждого поколения, оставляемых на семена, в чем и состоит оптимизация порогов.

Пользуясь идеей селекции при составлении математических алгоритмов, мы принимаем гипотезу о том, что малоэффективные комбинации, отброшенные на первых рядах перцептрона, не могли бы дать оптимальные ком-

* Доказательство теоремы о том, что вероятностный алгоритм МГУА приводит к оптимальному решению дано в примере VIII.

бинации следующего ряда если бы мы их пропустили дальше. Эта гипотеза еще не доказана в общем виде, как теорема, но, по-видимому, верна, так как подтверждена многими примерами.

Допустим, мы решаем задачу аппроксимации сложной поверхности экстремального холма полиномом четвертой степени. Поверхность задана рядом точек. Согласно «гипотезе селекции», подберем сначала ряд полиномов второй степени, лучше всего вписывающихся в данную поверхность. Выбрав при помощи пороговых самоотборов некоторый процент оптимальных полиномов второй степени, можно, комбинируя их, получить полиномы четвертой степени, среди которых обязательно находится и оптимальный полином. Его мы могли бы искать сразу в классе полиномов четвертой степени, но это привело бы к многократному увеличению объема вычислений. При большом числе аргументов такие задачи вообще не удастся решать на машинах. Но главное не в этом. Главное в том, что многорядная структура и пороговые самоотборы позволяют найти значительно более точное решение за счет устранения учета «вредных» признаков, о чем мы уже говорили выше.

В детерминированных задачах с «гладкими» решающими функциями и малым числом измерений, наилучшее решение получается после первого самоотбора, в первом «поколении» комбинаций. Чем больше разброс данных и чем сложнее и многомернее функции, тем больше «поколений» требуется для получения наилучшего результата.

В сложных задачах, так же как и при селекции растений, требуется не менее трех-четыре поколения, чтобы получить удовлетворительные результаты («перцептрон должен быть по крайней мере четырехрядным»). Слишком много рядов перцептрона приводит к вырождению комбинаций. Это становится заметно по показателю точности (корреляционный критерий или критерий среднеквадратичной ошибки) *. Наилучшее решение

* Число рядов перцептрона (число поколений селекции) зависит не только от свойств объекта, но и от методики проверки точности. Если, например, для проверки точности пользоваться данными обучающей последовательности (а не проверять точность по отдельной проверочной последовательности данных), то «вырождения» поколений не получится: точность будет только монотонно увеличиваться

нужно выбирать не из результатов последнего ряда, а по данным всех рядов перцептрона, чтобы не допустить вырождения. Таким образом, все указанные выше свойства процесса селекции соответствуют свойствам перцептрона, действующему по алгоритму МГУА. Они, по-видимому, могут быть сформулированы на языке математики, и основные правила селекции могут быть доказаны в виде строгих теорем, хотя селекционеры уже получили свои удивительные результаты, не дожидаясь помощи математиков и кибернетиков.

Пока теоремы не доказаны, мы можем говорить только о «гипотезе селекции», которую можно сформулировать еще так: эвристические правила селекции растений и животных являются оптимальными алгоритмами переработки информации в сложных системах, т. е. дающими весьма близкие и наилучшие (по данному критерию) решения. Система должна быть построена по принципу перцептрона, т. е. с нарастанием сложности генерируемых комбинаций переменных. В соответствии с гипотезой селекции принимается, что малоэффективные комбинации, отброшенные на первых рядах перцептрона, не порождают эффективных комбинаций следующих рядов.

ПРИМЕРЫ СИСТЕМ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ САМООРГАНИЗАЦИИ В ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКЕ

«Лейбниц планировал все новые и новые применения для своего комбинаторного искусства... Иногда он рассматривал комбинаторику как полувину общего Искусства Изобретения».*

Если первой половиной Искусства Изобретения знаменитый Готтфрид Вильгельм Лейбниц назвал (в 1666 г.)

с каждым новым рядом перцептрона. Для объективного, т. е. зависящего главным образом от свойств процесса, определения точности, длина проверочной последовательности должна быть не менее 30—50% от общего числа данных. Данные проверочной последовательности не должны входить в обучающую последовательность, число рядов зависит от соотношения длин обучающей и проверочной последовательностей.

* Д. т. Пойа. Прикладная комбинаторная математика. Введение. М., «Мир», 1968, стр. 8.

комбинаторику, то второй половиной следовало бы назвать осуществление интегральных воздействий.

Определим систему (или программу) эвристической самоорганизации как такую, которая имеет многорядную или иерархическую структуру ее алгоритма, в каждом ряду которой используются интегральные пороговые самоотборы полезной информации. Чтобы сделать эти самоотборы эффективными, применены один или несколько генераторов случайных комбинаций, вследствие чего сложность переменных с каждым рядом увеличивается. Если комбинаций не очень много, то применяется полный их перебор. Рассмотренный выше алгоритм селекции семян может быть первым примером алгоритма системы эвристической самоорганизации.

Перечислим некоторые, самые известные примеры систем эвристической самоорганизации в технической кибернетике:

1. Модель функции восприятия человеческого мозга — перцептрон Ф. Розенблатта, который мы рассмотрели выше, содержит в себе все указанные элементы. Случайные связи, связывающие отдельные ряды элементов перцептрона, собственно являются генераторами комбинаций переменных. В каждом ряду происходит самоотбор полезной информации и отсеивание «вредных» комбинаций. Критерием является величина меры близости, в качестве которой используется величина скалярных произведений вектора изображения на вектор прототипов. Оптимизация порогов выполняется по специальным алгоритмам (по таблицам Q -функций Ф. Розенблатта). Таким образом, перцептрон может быть первым, ставшим теперь классическим, примером осуществления идеи эвристической самоорганизации. В последние годы приходят новые сведения из совершенно разных областей науки об успешном применении интегральных воздействий порогового типа в системах, которые по приведенному выше определению также следует отнести к системам эвристической самоорганизации.

2. Вторым после перцептрона «прорывом вперед» в области развития идеи эвристической самоорганизации явился метод S -матрицы. В современной теоретической физике в области теории элементарных частиц существуют три метода: теория поля, теория групп и теория S -матрицы. Первые две теории носят обычный, т. е. де-

терминистический характер анализа причин и следствий, входов — выходов. В теории S -матрицы применяются генераторы гипотез и эвристические самоотборы полезной информации: «на каждой стадии ее применения сопоставление гипотез с результатами опытов безжалостно обнажает идеи, не выдерживающие критики, открывает новые просторы для поиска истины (т. е. для построения новых гипотез), причем «правила игры» можно менять в ходе вычислений»*. Опыт построения такой теории, несомненно, должен быть перенесен и на другие науки и прежде всего — обобщен в кибернетике.

Популярно идею теории S -матрицы можно пояснить так: матрицу можно представить себе как некоторый коммутатор, состоящий из вертикальных и горизонтальных проводящих шин (проводников). В местах пересечения шин специальный генератор случайных комбинаций может включить логический элемент I . Тогда напряжение с вертикальной шины свободно пройдет на соответствующую горизонтальную. В другом варианте генератор может соединить вертикальную и горизонтальную шину через элемент HE . Тогда на горизонтальной шине появится напряжение противоположного знака по отношению к напряжению, поступившему на вертикальную шину.

Теперь представим себе, что вместо напряжений на вертикальные шины поступает множество входных элементарных частиц. Последние сразу пройдут на горизонтальные выходные шины и в местах, где будет соединение I , образуют эквивалентные самим себе частицы на выходных горизонтальных шинах. В пересечениях шин, где стоят элементы HE , частицы преобразуются в соответствующие античастицы и также поступят на выход коммутатора.

В задачах теоретической физики поток входных частиц, поступающих в камеру, известен. Из эксперимента можно найти и множество выходных частиц. Описанный выше коммутатор является как бы моделью камеры. На нем следует отобрать такие комбинации соединений I и HE в узлах коммутатора, которые не противоречат опыту. Как указывалось, комбинаций генерирует

* См., например, книгу «Математика в современном мире». М., «Мир», 1967, стр. 119.

специальный случайный генератор. По мере совпадения выхода S -матрицы и экспериментальных результатов отбираются комбинации, не противоречащие опыту. Для этого используется пороговый самоотбор по корреляции или точности совпадения результатов матрицы и камеры. Таким образом, получается модель преобразования частиц в камере.

Следовательно, в теории S -матрицы используется генератор случайных комбинаций и пороговые самоотборы. Системы, имеющие эти два элемента, мы называем системами эвристической самоорганизации. Поэтому теория S -матрицы может быть одним из примеров реализации принципов эвристической самоорганизации.

3. Третьим примером может служить работа ученых Станфордского университета, выполненная под руководством известного кибернетика проф. Эдварда Фейгенбаума. Здесь построена эвристическая программа, решающая задачу указания структуры органических молекул по данным их масс-спектров [40]. Программа повторяет известную эвристическую программу Ньюэла, Шоу и Саймона («Общий решатель задач») в том смысле, что в ней применены критерии самоотборов, взятые из протоколов наблюдений за решениями опытных химиков. В то же время программа достаточно точно соответствует рассматриваемым нами программам эвристической самоорганизации. Вначале генератор случайностей генерирует всевозможные варианты гипотез о структуре молекулы, возможных при участии данных входных элементов (см. рис. 1). В эвристической программе, моделирующей мышление опытного химика, установлен генератор всевозможных комбинаций всех входных сигналов, а затем наложены последовательно три самоотбора по эвристическим критериям, указанным на рисунке. После каждого порога пропускается дальше только определенный процент наиболее вероятных решений, т. е., как и в перцептроне, осуществляется принцип неокончателных решений. И только после третьего ряда обработки информации выдается ответ о наиболее вероятной структуре молекулы.

Ответ имеет несколько вариантов, причем для каждого из них указывается его вероятность (наиболее вероятный ответ занимает первое место). Объем программы большой — около 80 000 слов. Авторы утверждают,

что структура программы воспроизводит схему переработки информации в мозгу химика-аналитика при решении аналогичной задачи определения структуры молекул.

4. Следующим примером эвристической самоорганизации может служить универсальная эвристическая программа по алгоритмам МГУА для решения задач распознавания, предсказания, моделирования и управления, разработанная под руководством автора данной книги [35—37].

В алгоритме МГУА используются обе особенности указанных систем: схема может быть многорядной и, кроме того, в каждом ряду можно организовать самоотборы по нескольким критериям одновременно, каждый из которых может относиться либо ко всем переменным, либо только к части из них, т. е. дифференцированно.

Наши алгоритмы используют принцип «по группам» (см. рис. 1): несколько генераторов дают комбинации, каждый — только для небольших групп входных сигналов. Чем меньше группа, тем меньше возможных комбинаций и, соответственно, объем программы резко уменьшается*. Результаты подвергаются пороговым самоотборам по эвристическим критериям, и только после этого другой ряд генераторов снова строит всевозможные комбинации для групп промежуточных переменных, прошедших первый самоотбор. Эти вторичные комбинации снова проходят пороговые самоотборы, часть которых пропускается в третий ряд генераторов комбинации и т. д. несколько раз.

Вначале еще ничего не было известно о работах Станфордского университета, и мы начали свои разработки, исходя из сведений о перцептроне и теории S-матриц. Была использована многорядность структуры и принцип неокончателных решений перцептрона и объяснена его целесообразность, введено понятие «вредный признак» и принята «гипотеза селекции». Критерии самоотбора полезной информации были изменены, а процедуры оптимизации порогов — добавлены.

* По-видимому, оптимальной, в смысле минимума используемой информации, является группа, состоящая из двух аргументов (метод попарного учета аргументов). Это соответствует в природе разделению особей на два пола. Построение алгоритма МГУА при одном аргументе невозможно.

По аналогии с теорией S -матрицы были разработаны универсальные алгоритмы эвристической самоорганизации для решения трех задач технической кибернетики: задачи идентификации объекта экстремального управления, задачи распознавания образов и принятия решений, а также задачи предсказания многопараметрических случайных процессов.

В этих алгоритмах интегральные воздействия в виде пороговых преград «безжалостно» отбрасывают неудачные элементарные алгоритмы, требуют новых гипотез и меняют критерии отбора, если ход вычислений дает неутешительные результаты. Как указывалось, все эти возможности свойственны многорядным структурам перцептронного типа.

Обычно утверждается, что перцептрон и система Станфордского университета являются моделью мышления человека. Со ссылкой на авторитеты Ф. Розенблатта и Э. Фейгенбаума можно сказать, что и наша универсальная программа, как и другие системы эвристической самоорганизации, относится к типу моделей мышления. Все эти программы моделируют как простейшее, ассоциативное мышление, так и в какой-то степени содержат элементы генерирования новых догадок — эвристик.

5. Программы *«эволюционного программирования»* [67] также содержат генераторы комбинаций и пороговые самоотборы, т. е. могут быть еще одним (пятым) примером эвристической самоорганизации.

Перцептрон Ф. Розенблатта, аналитическая теория матрицы, программы Э. Фейгенбаума, «эволюционное программирование» и наша универсальная программа МГУА относится к одному классу многорядных структур с генераторами гипотез и пороговыми самоотборами полезной информации. Все эти разработки могут быть основой для обобщения и дальнейшего развития более общей структурной теории эвристической самоорганизации. По-видимому, настало время заново начать разработку этой важнейшей теории.

Методы эвристической самоорганизации находят все большее распространение. Так, совсем недавно была опубликована работа по применению этих методов для распознавания слов звуковой речи (см. журнал «Автоматика», 1970, № 2).

ЭЛЕМЕНТЫ СТРУКТУРНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ СИСТЕМ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ САМООРГАНИЗАЦИИ

Сравнивая указанные выше системы, уже сейчас можно классифицировать следующие подразделения структуры.

По размеру группы аргументов. Группа может содержать от двух до полного числа аргументов. Перцептрон является примером системы со случайным выбором размеров группы. В алгоритмах МГУА аргументы и промежуточные переменные объединяются попарно. В системе Станфордского университета в группе используются все переменные.

По схеме включения пороговых элементов. В указанной выше системе Станфордского университета разнообразные пороговые элементы, по различным эвристическим критериям, включены последовательно. Можно представить другую систему с параллельным или смешанным включением порогов на первом уровне обработки информации.

По типу интегральных воздействий. Системы могут использовать не только пороговые, но и другие типы нелинейных интегральных воздействий, например воздействия по алгоритму подоходного налога. В технике такие системы еще не применялись.

В перцептроне Ф. Розенблатта имеется генератор гипотез в каждом ряду, т. е. после каждого порогового самоотбора. В программе Станфордского университета включены генератор гипотез и три пороговых самоотбора по эвристическим критериям последовательно (см. рис.1). В нашей универсальной программе по МГУА гипотезы также генерируются в каждом ряду, после каждого порога. Однако в отличие от перцептрона генерирование гипотез поручено ряду небольших генераторов, каждый из которых использует небольшую группу аргументов. Это резко уменьшает объем системы, или программы. Построение более полной классификации систем эвристической самоорганизации, по-видимому, еще преждевременно.

Ограничимся рассмотрением применения идеи эвристической самоорганизации для решения только нескольких задач технической кибернетики: идентификации параметров объекта управления, предсказания

случайных процессов и событий, задачи распознавания образов и оптимального управления с накоплением информации. Эти (и некоторые другие) задачи образуют собой круг новых интерполяционных задач технической кибернетики, отличающихся в своей основе от динамических задач классической теории регулирования.

МЕТОД ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Метод группового учета аргументов предназначен для решения самых разнообразных интерполяционных задач технической кибернетики: задачи идентификации статической и динамической характеристики многоэкстремальных объектов управления, задачи распознавания образов, задачи предсказания случайных процессов и событий, задачи оптимального управления с накоплением информации, задачи контроля надежности и др.

В этом методе все вопросы оптимизации решаются при помощи перебора вариантов, только на материале заданной обучающей и проверочной последовательности данных. Никакой информации о распределениях вероятности не используется. В последнее время для непараметрических методов за рубежом появился термин: «Distribution freemethods» — «методы, свободные от распределений». Альтернативой к таким методам являются вероятностные методы, использующие распределения плотности вероятности [2]. Для пороговых самоотборов лучших вариантов последовательно используются различные эвристические критерии: по коэффициенту корреляции, по критерию разнообразия аргументов, по критерию обусловленности матриц и, основное, — по критерию минимума среднеквадратичной ошибки.

КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ МГУА

Основным критерием оптимизации в МГУА является критерий минимума среднеквадратичной ошибки, определяемой на отдельной проверочной последовательности данных. Этот критерий используется последовательно несколько раз для выбора ряда оптимизируемых переменных. Все остальные критерии являются вспомогательными, имеющими своей целью только сокращение объе-

ма вычислений. Секрет высокой точности МГУА, которая часто бывает прямо фантастической, можно объяснить просто: обычный регрессионный метод минимизации средней квадратичной ошибки обеспечивает нам оптимизацию ее только в малой области, где число членов полинома регрессии меньше числа узлов интерполяции ($n < N$). Оптимизация по МГУА включает в себя не только эту область, но и все другие соотношения между этими двумя числами. Это дает нам возможность получить сколь угодно сложные полные описания, оптимальные по критерию среднеквадратичной ошибки, измеренной (для регуляризации решений) на отдельной проверочной последовательности. Более широкая область оптимизации обеспечивает более высокую точность. Просто до сих пор мы пользовались при интерполяции слишком простыми математическими описаниями процессов. МГУА позволяет выбрать оптимальную сложность (число членов, степень и т. д.) математической модели процесса.

Критерий минимума среднеквадратичной ошибки используется в алгоритмах МГУА по крайней мере в четырех местах: 1) для вычисления значений коэффициентов так называемых «частных» описаний; 2) для выбора лучших комбинаций пар аргументов, образующих эти описания; 3) для определения величины порогов для указанных выше эвристических пороговых самоотборов и 4) для определения степени «полного» описания и выбора образующих его функций. Именно многократное использование критерия минимума среднеквадратичной ошибки для оптимизации алгоритма МГУА является причиной необычайно высокой точности этого метода, при сравнительно малом объеме вычислений на ЦВМ. Результат четырех оптимизаций часто оказывается значительно более точным, чем результат одной, обычно применяемой оптимизации значений коэффициентов «полного» описания.

При обычном, регрессионном анализе находят значения коэффициентов *полного* уравнения, обеспечивающие минимум среднеквадратичной ошибки. Метод группового учета аргументов обеспечивает такой выбор коэффициентов *небольших, частных* уравнений, при котором достигается минимум среднеквадратичной ошибки в пространстве этих коэффициентов. При этом

коэффициенты полного уравнения определяются при помощи исключения промежуточных переменных из «частных» уравнений. Так как координаты пространств, в которых определяется минимум среднеквадратичной ошибки, различны, то могут быть различными и результаты минимизации ошибки. Для того чтобы еще более уменьшить ошибку, при МГУА предусматривается полный или частичный перебор возможных комбинаций пар аргументов, выполняемый также по критерию минимума среднеквадратичной ошибки. Выбираются комбинации, при которых эта ошибка минимальна.

Пороги, определяющие число учитываемых пар переменных, также выбираются по минимуму среднеквадратичной ошибки. Это достигается оптимизацией порогов каждого уровня при помощи просчета ряда вариантов; тот факт, что оптимальное значение второго и последующих порогов после оптимизации не равно нулю, является лучшим доказательством целесообразности многоуровневых систем.

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА КОНСТРУИРОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ МГУА

«Полное» описание объекта

$$\varphi = f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

следует заменить несколькими «частными» описаниями:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2), y_2 = f_1(x_1, x_3), \dots, y_m = f_1(x_{n-1}, x_n),$$

где $m = C_n^2$;

$$z_1 = f_1(y_1, y_2), z_2 = f_1(y_1, y_3), \dots, z_p = f_1(y_{m-1}, y_m),$$

где $p = C_m^2$.

Ниже конструируются алгоритмы МГУА, удовлетворяющие двум следующим условиям:

1. Функция f_1 — одна и та же функция во всех уравнениях [52]. Исключая промежуточные переменные, можно получить «аналог» полного описания.

2. Аналог должен соответствовать по виду полному описанию. Сравнивая аналог и действительное полное описание в его общем виде, можно найти «уравнения для конструирования коэффициентов полного описания».

При удовлетворении этих условий МГУА позволяет найти оценки коэффициентов полного уравнения даже в том случае, когда число их велико, количество точек интерполяции значительно меньше числа членов полного полинома. Минимум исходной информации при линейных полиномах МГУА — всего четыре точки (в обучающей последовательности) *.

Для того, чтобы можно было многократно использовать одни и те же данные, необходимо, чтобы на каждом уровне многорядной системы задача интерполяции решалась до конца. Таким свойством обладают все многорядные системы перцептронного типа и, в частности, системы по алгоритмам МГУА.

Алгоритмы МГУА, не удовлетворяющие указанным выше двум условиям, еще не разрабатывались.

ОСНОВНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА МГУА

Следует отметить следующие четыре основных преимущества МГУА:

1. Обычно условия задачи таковы, что не располагают достаточным числом данных для определения коэффициентов нормальных уравнений Гаусса, если используют полный полином непосредственно, без частных полиномов.

2. Если даже имеют длинные обучающие последовательности, то не могут найти достаточно вместительной вычислительной машины для решения таких уравнений. Поэтому могут быть решены только очень простые задачи.

3. Матрицы уравнений, построенных по полному полиному, всегда плохо обусловлены. Но среди разнообразия малых матриц «частных» уравнений всегда можно выбрать хорошо обусловленные матрицы и применить другие, указанные ниже, приемы регуляризации.

4. Если обучающая последовательность ограничена или даже очень коротка, то некоторые аргументы и промежуточные переменные являются «вредными». Это означает, что точность возрастает, если от них

* Столь короткие выборки достаточны также для квадратичного алгоритма МГУА с последовательным вводом переменных, описанных в гл. 8.

избавиться. Эту важную работу выполняют пороговые самоотборы переменных после каждого ряда селекции. Понятие «вредности» признаков было описано выше.

Правила для селекции переменных. Коэффициенты частных описаний вычисляются при помощи решения малых систем нормальных уравнений Гаусса. Это означает, что они находятся соответственно критерию минимума среднеквадратичной ошибки. Было бы хорошо написать и решить частные описания для всех возможных комбинаций аргументов, чтобы выбрать наиболее точные описания. Однако некоторые дополнительные эвристические критерии сокращают эту работу. Ниже (см. пример 2) мы пользуемся по очереди двумя критериями: сначала выбираем наиболее «богатые» комбинации аргументов, а затем, во вторую очередь, — комбинации, дающие меньшую квадратичную ошибку. Таким образом, критерий минимума квадратичной ошибки используется в этом месте алгоритма МГУА второй раз. Мы называем комбинацию «богатой» или «разнообразной», если соответствующее уравнение содержит больше независимых аргументов, чем другие *.

Алгоритмы МГУА имеют многорядную перцептроноподобную структуру. Только переменные, которые дают более высокие показатели, чем пороги (по упомянутым выше критериям), могут пройти из одного ряда в следующий. Значения порогов оптимизируются по критерию минимума среднеквадратичной ошибки окончательного решения, так что этот критерий в данном случае используется в алгоритме МГУА в третий раз.

СПОСОБЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ИМЕЮЩИХСЯ ДАННЫХ НА ОБУЧАЮЩУЮ И ПРОВЕРОЧНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Излагаемые способы основаны на подсчете величины дисперсии (точнее — квадратов отклонений от среднего значения) для всех имеющихся узлов интерполяции.

Первый способ направлен на получение такого разделения узлов, при котором обеспечивается наибольшая

* Критерий по разнообразию применяется только тогда, когда он помогает повысить точность, в основном, в начале перебора вариантов.

обусловленность матриц нормальных уравнений. Для этого точки ранжируются по величине D^2 и те из них, которые имеют большую дисперсию, относятся к обучающей последовательности, а меньшую — к проверочной. Соотношение количества точек в обеих последовательностях равно от 1 : 1 до 2 : 1. Это соотношение уточняется при помощи просчета ряда вариантов по критерию минимума среднеквадратичной ошибки, определяемой на второй проверочной последовательности.

Цель **второго способа** — достижение приблизительно-го равенства статистических характеристик проверочной и обучающей последовательности (т. е. равенства математических ожиданий, дисперсий и других моментов).

Для достижения статистической эквивалентности узлы интерполяций ранжируются по величине дисперсии D^2 и нумеруются. Затем, четные номера используются для образования одной последовательности, и нечетные — другой. Для других соотношений размеров последовательностей в проверочную последовательность можно отобрать все точки с индексами, которые делятся на три или на четыре и т. п. Соотношение размеров последовательностей, как и в предыдущем способе, может определяться при помощи оптимизации.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО ОПТИМИЗАЦИИ ПОРОГОВ 107 а

Оптимальное число переменных, пропускаемых из ряда в ряд перцептрона, определяется при помощи перебора вариантов по критериям минимума среднеквадратичной ошибки.

Особенности программирования вычислительных машин таковы, что лучше не менять число переменных, пропускаемых из одного ряда перцептрона в следующий. Поэтому по МГУА *число переменных, отбираемых во всех рядах, принимается постоянным*. Оно равно наибольшему числу пропускаемых переменных в случае индивидуальной настройки каждого порога в отдельности $q = \max q$.

Например, если в результате оптимизации порогов оказалось, что в первом ряду нужно пропустить $q = 4$, во втором $q = 5$, в третьем $q = 1$, то принимаем, что во всех рядах нужно пропустить по пять переменных. Это

упрощает программирование и повышает надежность счета.

При таком ограничении оптимизация порогов резко упрощается: ошибку следует оптимизировать всего по одной величине — числу отбираемых в каждом ряду переменных q :

$$\delta^2 = f(q).$$

При этом число q не может быть меньше трех и больше, чем $\frac{n^2 - n}{2}$, где n — число входных признаков.

При $q < 3$ многорядной схемы не получится. Число $\frac{n^2 - n}{2}$ выражает собой количество всевозможных комбинаций по два из всех входных признаков. При переборе величины порогов число вариаций равно $\left[\frac{n^2 - n}{2} - 2 \right]$.

При $n = 3$ возможна только одна вариация: $q = 3$.

При $n = 4$ возможны четыре вариации: $q = 3$; $q = 4$; $q = 5$; $q = 6$.

При $n = 5$ возможны восемь вариаций: $q = 3$; $q = 4$; $q = 5$; $q = 6$; $q = 7$; $q = 8$; $q = 9$; $q = 10$.

При $n = 6$ число вариаций равно 12.

При $n = 10$ число вариантов 42 и т. д.

Правила остановки. При оптимизации величины порогов число пропускаемых переменных q следует постепенно повышать, пока это приводит к снижению среднеквадратичной ошибки*. При дальнейшем повышении q ошибка повышается, либо остается неизменной, но растет объем излишней вычислительной работы.

Число рядов селекции переменных определяется также из условия минимизации ошибки. Ряды нужно наращивать до тех пор, пока среднеквадратичная ошибка (подсчитанная по данным отдельной проверочной последовательности) уменьшается. В качестве выходной выбирается промежуточная переменная, которая дает минимум ошибки (выбор из всех переменных).

* Имеется в виду ошибка для самой точной переменной или среднее значение ошибки для всех отобранных в данном ряду переменных. Для упрощения модели (и повышения ее достоверности) рекомендуется останавливать нарастание числа рядов селекции несколько раньше, чем наступит указанный минимум ошибки.

Верхняя оценка числа рядов перцептрона. Для ориентировки можно пользоваться следующим правилом: при трех переменных минимум ошибки должен получиться не дальше второго ряда, при четырех—не дальше третьего, при пяти—не дальше четвертого и т. д. При этом условии аналог полного полинома содержит все аргументы, все члены полного полинома.

Отдельные алгоритмы МГУА отличаются друг от друга по типу используемых опорных функций и, следовательно, по способу конструирования полного описания сложного объекта. До сих пор предложено около двадцати алгоритмов. Для краткости рассмотрим только три из них, которые кажутся нам наиболее перспективными, для случая, когда имеются только четыре входных аргумента.

Алгоритмы с полиномами второй степени. Алгоритмы с полиномами второй степени используют несколько коротких частных квадратичных полиномов вместо одного, очень многочленного дискретного полинома Колмогорова-Габора, который обычно применяется для аппроксимации неизвестной решающей функции. При четырех аргументах $x_1 — x_4$ полный полином, включающий в себя члены всех степеней и все ковариации аргументов, имеет семьдесят членов*:

$$\begin{aligned} z = & a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_1^2 + a_6x_2^2 + a_7x_3^2 + \\ & + a_8x_4^2 + a_9x_1x_2 + a_{10}x_1x_3 + a_{11}x_1x_4 + a_{12}x_2x_3 + a_{13}x_2x_4 + \\ & + a_{14}x_3x_4 + a_{15}x_1^3 + a_{16}x_2^3 + a_{17}x_3^3 + a_{18}x_4^3 + a_{19}x_1^2x_2 + a_{20}x_1^2x_3 + \\ & + a_{21}x_1^2x_4 + a_{22}x_2^2x_1 + a_{23}x_2^2x_3 + a_{24}x_2^2x_4 + a_{25}x_3^2x_1 + \\ & + a_{26}x_3^2x_2 + a_{27}x_3^2x_4 + a_{28}x_4^2x_1 + a_{29}x_4^2x_2 + a_{30}x_4^2x_3 + \\ & + a_{31}x_1x_2x_3 + a_{32}x_1x_2x_4 + a_{33}x_1x_3x_4 + a_{34}x_2x_3x_4 + a_{35}x_1^4 + \\ & + a_{36}x_2^4 + a_{37}x_3^4 + a_{38}x_4^4 + a_{39}x_1^2x_2^2 + a_{40}x_1^2x_3^2 + a_{41}x_1^2x_4^2 + \\ & + a_{42}x_2^2x_3^2 + a_{43}x_2^2x_4^2 + a_{44}x_3^2x_4^2 + a_{45}x_1^3x_2 + a_{46}x_1^3x_3 + a_{47}x_1^3x_4 + \\ & + a_{48}x_1^2x_2x_3 + a_{49}x_1^2x_2x_4 + a_{50}x_1^2x_3x_4 + a_{51}x_2^3x_1 + a_{52}x_2^2x_3x_4 + \end{aligned}$$

* Полином ограничен условно в соответствии со структурой ряда Вольтерра; его еще можно наращивать до бесконечности членами пятой, шестой и т. д. степени. Число членов полинома равно C_{N+n}^n , где n — степень полинома, N — число аргументов.

$$\begin{aligned}
& + a_{53}x_2^2x_1x_4 + a_{54}x_2^2x_3 + a_{55}x_2^3x_4 + a_{56}x_2^2x_3x_4 + a_{57}x_3^2x_1x_2 + \\
& + a_{58}x_3^3x_1 + a_{59}x_3^2x_2 + a_{60}x_3^2x_4 + a_{61}x_3^2x_1x_4 + a_{62}x_3^2x_2x_4 + \\
& + a_{63}x_4^2x_1x_2 + a_{64}x_4^2x_1x_5 + a_{65}x_4^3x_1 + a_{66}x_4^2x_2x_3 + a_{67}x_4^3x_2 + \\
& + a_{68}x_4^3x_3 + a_{69}x_1x_2x_3x_4.
\end{aligned}$$

Обучение состоит в определении коэффициентов этого полинома. Чтобы определить коэффициенты при помощи решения системы нормальных уравнений Гаусса, необходимо обращаться матрицы с размерностью 70×70 элементов и использовать обучающие последовательности, имеющие не менее 70 точек (узлов интерполяции). Такой объем подсчетов превышает возможности большинства современных вычислительных машин. Если же имеется более четырех аргументов, то решение становится совершенно невозможным (например, при десяти входах полином содержит около 200 000 членов). Здесь проявляется «проклятие многомерности», которое объясняет, почему до сих пор ни одна реальная сложная задача еще не решена.

МГУА при четырех входах (аргументах) использует три частных полинома второй степени вместо одного полного полинома.

Частные полиномы (пример для комбинации аргументов $x_1 - x_2$ и $x_3 - x_4$) можно записать в виде

$$y_1 = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1^2 + b_4x_2^2 + b_5x_1x_1;$$

$$y_2 = c_0 + c_1x_3 + c_2x_4 + c_3x_3^2 + c_4x_4^2 + c_5x_3x_4;$$

$$z = d_0 + d_2y_1 + d_1y_2 + d_3y_1^2 + d_4y_2^2 + d_5y_1y_2.$$

Другими комбинациями аргументов будут следующие две комбинации: $x_1 - x_4$ и $x_2 - x_3$ или $x_1 - x_3$ и $x_2 - x_4$. Мы можем выбрать любую комбинацию, которая дает нам большую точность. При вычислении коэффициентов положим $y_1 = y_2 = z$, а потом определим переменные y_1 и y_2 как функции времени и используем их в третьем полиноме.

После подстановки первого и второго полинома в третий мы бы получили полином, в котором не хватало бы 16 ковариаций четвертой степени. Как известно, отбрасывание любого члена полного полинома или наложение любых связей на его коэффициенты может уменьшить

точность аппроксимации, хотя если эти связи «оптимальны», или если полиномы ортогональные, то уменьшение невелико *. Часто эвристики, примененные в области самоорганизации, более эффективны, чем эвристики в области улучшения математического аппарата.

Рассмотрим случай, когда все четыре аргумента являются бинарными, принимающими только два значения -1 и $+1$. Тогда полный полином можно записать так:

$$z = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_1x_2 + a_6x_2x_3 + a_7x_1x_4 + \\ + a_8x_2x_3 + a_9x_2x_4 + a_{10}x_3x_4 + a_{11}x_1x_2x_3 + a_{12}x_1x_2x_4 + a_{13}x_1x_3x_4 + \\ + a_{14}x_2x_3x_4 + a_{15}x_1x_2x_3x_4.$$

Частные полиномы (пример для комбинации $x_1 - x_2$ и $x_3 - x_4$):

$$y_1 = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2; \quad y_2 = c_0 + c_1x_3 + c_2x_4 + c_3x_3x_4; \\ z = d_0 + d_1y_1 + d_2y_2 + d_3y_1y_2.$$

Если эта комбинация даст наиболее высокую точность, то коэффициенты полного полинома можно конструировать по следующим очевидным формулам.

Формулы конструирования полного полинома:

$$\begin{aligned} a_0 &= d_0 + d_1b_0 + d_2c_0 + d_3b_0c_0; & a_8 &= d_3b_1c_1; \\ a_1 &= d_1b_1 + d_3b_1c_0; & a_9 &= d_3b_2c_1; \\ a_2 &= d_1b_2 + d_3b_1c_0; & a_{10} &= d_3b_2c_2; \\ a_3 &= d_1b_2 + d_3b_0c_1; & a_{11} &= d_3b_3c_1; \\ a_4 &= d_2c_2 + d_3b_0c_2; & a_{12} &= d_3b_3c_1; \\ a_5 &= d_1b_3 + d_3b_3c_0; & a_{13} &= d_3b_3c_3; \\ a_6 &= d_2c_3 + d_3b_0c_3; & a_{14} &= d_3b_2c_3; \\ a_7 &= d_3b_1c_1; & a_{15} &= d_3b_3c_3. \end{aligned}$$

Легко вывести формулы для других двух комбинаций аргументов, если они окажутся лучше по точности. Заметим, что в этом случае ни один член полного полинома не теряется, но это не означает, что нет добавочных ограничений на выбор коэффициентов.

Коэффициенты частных полиномов определяются при помощи решения нормальных уравнений Гаусса. Минимальное число узлов интерполяции равно числу неизвестных коэффициентов плюс единица. В последнем примере для определения шестнадцати коэффициентов необходимы по крайней мере пять точек обучающей последовательности.

Алгоритм с линейными полиномами. Ранее мы указывали, что алгоритмы МГУА весьма близки к алгоритму

* При учете действия помех и вычислительных ошибок сокращение части членов аппроксимирующих полиномов может привести даже к повышению точности.

перцептрона Ф. Розенблатта, даже при использовании квадратичных полиномов. Теперь сделаем еще шаг вперед и покажем алгоритм МГУА, использующий линейные полиномы, т. е. такие же, как и в перцептроне.

Области применения алгоритмов различны: алгоритм МГУА с линейными полиномами рекомендуется применять в тех случаях, когда число членов «полного» полинома не превышает нескольких десятков (до 100). Для более сложных задач преимущество на стороне алгоритма МГУА с квадратичными полиномами.

Обычный способ линеаризации степенных полиномов состоит в том, что все их члены заменяют новой переменной. Полный полином из последнего примера можно записать в виде

$$z = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7 + \\ + a_8x_8 + a_9x_9 + a_{10}x_{10} + a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + a_{13}x_{13} + a_{14}x_{14} + \\ + a_{15}x_{15} + a_{16}x_{16},$$

$$\text{где } x_1 = x_1; x_2 = x_2; x_3 = x_3; x_4 = x_4; x_5 = x_1x_2; x_6 = \\ = x_1x_3; \dots; x_{16} = x_1x_2x_3x_{16}.$$

Этот полный полином можно заменить рядом линейных полиномов, например, следующих:

$$y_1 = b'_0 + b'_1x_1 + b'_2x_2; y_2 = b''_0 + b''_1x_3 + b''_2x_4; \dots; y_8 = \\ = b_0^{VIII} + b_1^{VIII}x_{15} + b_2x_{16}^{VIII}$$

(показан пример для одной из комбинаций аргументов из восьми по два).

Отобрав лучшие по точности промежуточные переменные y_1 , можно составить линейные полиномы второго ряда. Допустим, если по точности самыми лучшими оказались переменные y_1, y_5, y_7, y_{13} , то для них напишем два полинома (покажем одну комбинацию из четырех по два):

$$z_1 = c'_0 + c'_1y_1 + c'_2y_5; z_2 = c''_0 + c''_1y_7 + c''_2y_{13}.$$

Выбрав лучшую из четырех возможных комбинаций, объединим две переменные в одну выходную величину:

$$v = d_0 + d_1z_1 + d_2z_2.$$

Формулы конструирования коэффициентов полного полинома получим, исключая промежуточные переменные из всех полученных «частных» полиномов.

Два вероятностных алгоритма. Алгоритмы МГУА с вероятностными графами. Четыре бинарных аргумента $x_1 - x_4$ могут дать шестнадцать комбинаций, которые мы называем входными состояниями. Эти состояния

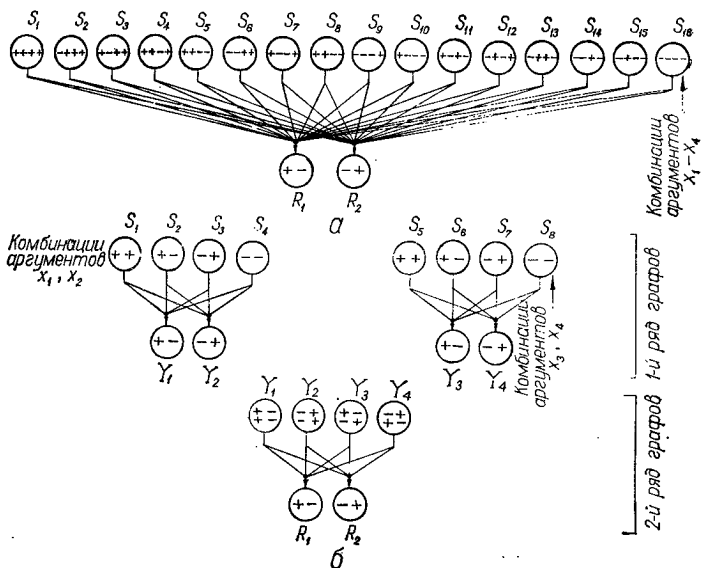


Рис. 26. Алгоритм МГУА с графами вероятности переходов: вместо одного полного графа (а) используются три частных графа (б).

можно соединить с двумя бинарными реакциями автомата $z = R_1$ и $z = R_2$ при помощи графа вероятности переходов, показанного на рис. 26 (верхняя часть). Этот граф является полным описанием некоторого сложного автомата.

Согласно МГУА полный граф должен быть заменен тремя частными графами, каждый только для двух аргументов. На рис. 26 (нижняя часть) показан пример графов для комбинации аргументов $x_1 - x_2$ и $x_3 - x_4$. Такие же графы могут быть построены для всех комбинаций аргументов, в частности для $x_1 - x_4$ и $x_2 - x_3$ или $x_4 - x_3$ и $x_2 - x_4$ в данном примере. Обучение графов состоит в подсчете вероятностей, соединяющих входные состояния и реакции. При подсчете вероятностей полагаем

$y_1 = y_2 = z$, а потом определяем переменные y_1, y_2 как функции времени и используем их в последнем графе. Заметим, что подсчет вероятностей для двух аргументов в частных графах требует значительно более короткую обучающую последовательность данных, чем подсчет вероятностей для четырех аргументов, который необходим для обучения полного графа. Алгоритм имеет многорядную структуру, поэтому мы получаем возможность включить пороговые самоотборы после каждого ряда, чтобы отобрать полезную информацию.

Алгоритм МГУА с формулами Байеса. В случае зависимых бинарных признаков, четыре первичных признака v_1, v_2, v_3, v_4 следует заменить пятнадцатью обобщенными признаками:

$$x_1 = v_1; x_2 = v_2; x_3 = v_3; x_4 = v_4; x_5 = v_1 v_2;$$

$$x_6 = v_1 v_3; x_7 = v_1 v_4; x_8 = v_2 v_3; x_9 = v_2 v_4;$$

$$x_{10} = v_3 v_4; x_{11} = v_1 v_2 v_3; x_{12} = v_1 v_3 v_4;$$

$$x_{13} = v_2 v_3 v_4; x_{14} = v_1 v_2 v_4; x_{15} = v_1 v_2 v_3 v_4.$$

Формула Байеса в полной ее форме принимает вид

$$\Sigma_{R_j} p \left(\frac{p_j}{x_1, x_2, \dots, x_{15}} \right) = \frac{p(R_j) p(x_1/R_j) p(x_2/R_j), \dots, p(x_{15}/R_j)}{\sum_1 p(R_j) p(x_1/R_j), \dots, p(x_{15}/R_j)},$$

где j — номер класса; n — число классов.

Выше в полиномиальных алгоритмах МГУА необходимость применения этого алгоритма была обоснована тем, что учет членов полного полинома с высокими степенями приводит к слишком большой вычислительной работе и, кроме того, требует наличия очень больших обучающих последовательностей. Это полностью относится и к полной формуле Байеса: для подсчета вероятностей с определенной точностью тем больше требуется данных, чем реже встречаются соответствующие им события. Например, для расчета вероятности $p(x_{15}/R_j)$ требуется, чтобы по крайней мере несколько изображений имели одновременно все четыре первичных признака. Чем дальше сомножитель в формуле — тем труднее определить его точно.

Для избежания этого серьезного затруднения будем придерживаться схемы алгоритма МГУА с линейными

полиномами, чтобы построить ему подобный алгоритм на формулах Байеса.

Так же как при полиномиальном алгоритме, разобьем имеющиеся данные на обучающуюся и проверочную последовательности (приблизительно пополам: более точное соотношение находим при помощи проб по показателю точности). В качестве показателя точности примем процент правильных решений, подсчитанный для второй проверочной последовательности. Обучающую последовательность используем только для подсчета сомножителей формулы Байеса.

Первый ряд селекции. Для простоты ограничимся задачей классификации двух классов. Тогда полное решающее правило можно записать в виде

$$Y = \frac{\sum R_1}{\sum R_2}.$$

При $Y \geq 1$ принимается решение «первый класс», а при $Y < 1$ — второй. По алгоритму МГУА это полное решающее правило заменяется следующим рядом частных решающих правил:

$$y_1 = \frac{k_1 p(x_1/R_1) p(x_2/R_1) p(x_1 x_2/R_1)}{p(x_1/R_2) p(x_2/R_2) p(x_1 x_2/R_2)};$$

$$y_2 = \frac{k_2 p(x_1/R_1) p(x_5/R_1) p(x_1 x_2/R_1)}{p(x_1/R_2) p(x_3/R_2) p(x_1 x_3/R_2)};$$

...

$$y_{105} = \frac{k_{105} p(x_{11}/R_1) p(x_{15}/R_1) p(x_{11} x_5/R_1)}{p(x_{11}/R_2) p(x_{15}/R_2) p(x_{11} x_{15}/R_2)},$$

где $k_j = \frac{p(R_1)}{p(R_2)}$. При $y_j \geq 1$ — первый класс, при $y_j < 1$ — второй класс. Число правил $C_{15}^2 = 105$. Точность этих решающих правил проверяем на проверочной последовательности и из общего числа промежуточных переменных через порог пропустим во второй ряд только несколько самых регулярных переменных. Допустим, что мы снова выберем пятнадцать переменных y_j .

Второй ряд селекции. Пользуясь оставленными порогом частными правилами, продолжим наши обучающую и проверочную последовательности: промежуточные переменные y_j являются как бы новыми признаками. Для тех изображений, где частное правило дает правильный ответ, пишем $y = +1$, а где не правильный — $y = -1$.

Далее пишем частные решающие правила второго ряда

$$z_1 = \frac{k_1 p(y_1/R_1) p(y_2/R_1) p(y_1 y_2/R_1)}{p(y_1/R_2) p(y_2/R_2) p(y_1 y_2/R_2)};$$

$$z_2 = \frac{k_2 p(y_1/R_1) p(y_3/R_1) p(y_1 y_3/R_1)}{p(y_1/R_2) p(y_3/R_2) p(y_1 y_3/R_2)};$$

$$\dots$$

$$z_{105} = \frac{k_{105} p(y_{14}/R_1) p(y_{15}/R_1) p(y_{14} y_{15}/R_1)}{p(y_{14}/R_2) p(y_{15}/R_2) p(y_{14} y_{15}/R_2)}.$$

Снова при $z_j \geq 1$ будет первый класс, а при $z_j < 1$ — второй. При помощи порога опять отбираем определенное число (пятнадцать) переменных для продолжения обучающей и проверочной последовательностей и для образования частных описаний следующего ряда V_j и т. д.

ПРАВИЛО ОСТАНОВКИ НАРАЩИВАНИЯ РЯДОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРОГОВ

Наращивание рядов селекции переменных продолжаем до тех пор, пока повышается критерий регулярности, определяемый на отдельной проверочной последовательности, данные которой не используются для подсчета вероятностей. Оптимальное число переменных, пропускаемых из ряда в ряд (величину порога), находим при помощи проб, так же как и оптимальное разделение данных на обучающую и проверочную последовательности. В результате получим ряд частных формул Байеса, которыми следует пользоваться по очереди: получив, например, пятнадцать значений x_j , определяем пятнадцать значений y_j . Пример, как это делается, показан в работе [30] (пример распознавания трех болезней). Таким же способом определяем пятнадцать значений y_j , а затем пятнадцать значений z_j и т. д. до последнего самого точного ряда. В последнем ряду используется только одна самая точная переменная. Ее отличие от единицы и дает искомый ответ. Напомним правила «обучения» формул Байеса и правила распознавания новых изображений.

Вероятности, входящие в формулы Байеса, принимаются равными соответствующим частотам. Они подсчитываются на обучающей последовательности как для события «присутствие признака» (плюс), так и для со-

бытия «отсутствие признака» (минус). На этом обучение распознающей системы заканчивается.

В режиме распознавания в формулу подставляются значения вероятностей отсутствия или присутствия признака в зависимости от знака плюс или минус в коде распознаваемого изображения (более подробно см. пример VII).

Алгоритм является многорядным и поэтому имеется возможность применить пороговые самоотборы.

Заметим, что известную «однорядную» основную формулу теории статистических решений

$$\Sigma = \Sigma \Sigma LEP = \sum_{i=0}^k \sum_{k=0}^q L[R_i d(x_k)] p\left(\frac{x_k}{R_i}\right) p(R_i)$$

можно также заменить несколькими рядами «частных» формул. При этом теория статистических решений становится теорией перцептронов (см. пример VIII).

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ, ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СОБЫТИЯ

Логические предсказывающие фильтры позволяют предсказать будущее событие на основании изучения вероятностных характеристик последовательности предыдущих событий.

Событием мы условно называем результат регистрации каждого нового состояния объекта нашего исследования, производимый регулярно в определенные дискретные моменты (такты) времени. Событие может быть, например, записано в виде многоразрядного кода, состоящего из последовательности сигналов $+1$ и -1 («есть» и «нет»). Каждый разряд кода называется признаком события. Код события не является числом — он служит только символом (отображением) события.

Задачей логического предсказывающего фильтра является определение будущего события (обычно требуется на один такт вперед) на основании изучения последовательности предыдущих событий. Эта задача относится к области нового направления в технической кибернетике, называемого «нецифровым вводом данных» в вычислительную машину. Машине «показывают» ряд событий, не зная точно, что именно она использует для решения задачи предсказания. При этом входная

информация подается на фильтр не в числовом, а в символическом виде (picture processing). Нечисловой ввод информации в вычислительную машину связан с новым направлением кибернетики, которое можно назвать «исчислением событий».

Поясним идею логических предсказывающих фильтров. Следуя упомянутой выше замечательной книге Конрада Лоренца, будем полагать, что «выражение» морды или поза собаки полностью определяет ее внутреннее психическое состояние (установку). Число наблюдаемых типичных поз собаки конечное (см. рис. 6). Тогда с большой степенью вероятности удастся предсказать, что же собака сделает при заданном внешнем воздействии (например, при приближении чужого человека). Такой предсказывающий фильтр для поведения собаки основан на предположении, что она обладает марковскими свойствами: только одна последняя по времени поза определяет внутреннее состояние собаки. Время измеряется дискретно тактами. Такт — это определенная длительность наблюдения объекта.

Можно представить себе и дискретный логический предсказывающий фильтр для «немарковской» собаки. При этом не одна поза, а определенная смена поз за последнее время определит реакцию собаки. Такой фильтр будет, безусловно, более сложным и требует более длительного обучения.

Наконец, может быть дискретный фильтр, просто предсказывающий следующую позу собаки (без особых заданных внешних воздействий) по наблюдению последней позы или последовательности смены ее поз.

С точки зрения теории автоматов логический предсказывающий фильтр является вероятностным дискретным автоматом, предсказывающим очередное состояние объекта наблюдения.

ЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ПРЕДЫСТОРИЮ (СЛОЖНЫЕ МАРКОВСКИЕ ФИЛЬТРЫ)

«Степень марковости» случайного процесса зависит от его физических свойств. В большинстве случаев процесс не является марковским, т. е. выходные события зависят не только от последнего по времени входного события, но и от предыдущих, более ранних событий.

Однако при определенном выборе алфавита графа любой процесс можно считать марковским. Если время взаимодействия (определяемое из построения автокорреляционной функции) больше одного такта, то нужно перейти к сложным марковским цепям: событием 2-го порядка можно считать комбинацию двух событий 1-го порядка. Событием 3-го порядка — комбинацию трех событий 1-го порядка. При этом допущение марковости процесса остается в силе. Поясним это на примерах (рис. 27).

Пример 8.1) При учете одного такта времени входными событиями мы считали (события 1-го порядка):

S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 .

2) При учете двух тактов входными событиями (2-го порядка) будут комбинации по два:

$S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15};$

$S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24}, S_{25};$

$S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}, S_{35};$

$S_{41}, S_{42}, S_{43}, S_{44}, S_{45};$

$S_{51}, S_{52}, S_{53}, S_{54}, S_{55}.$

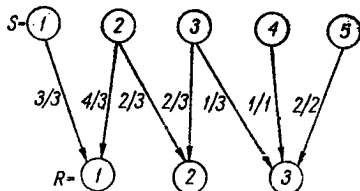


Рис. 27. Граф вероятностей перехода.

Событие S_{11} означает последовательность двух событий S_1 и S_1 подряд, событие S_{12} — последовательность S_1 и S_2 и т. д. Число входных событий второго порядка равно n^2 (где n — число входных событий первого порядка).

3) При учете трех тактов входными событиями (3-го порядка) будут последовательности трех элементарных событий. Число входных событий n^3 .

Сколько же тактов предыстории следует учитывать? Ответ на этот вопрос может дать сравнение нескольких вариантов алгоритма предсказания*. Сравнение точности различных предсказаний позволяет найти оптимальную длину учитываемой предыстории. Если, например, при заданной проверочной последовательности данных при учете только одного такта предыстории мы получили десять правильных предсказаний (из 12 возможных), при учете двух тактов — одиннадцать правильных предсказаний, а при учете трех тактов — только семь правильных предсказаний, то, очевидно, что оптимальным является логический фильтр, учитывающий два такта предыстории.

При коротких выборках важна не только точность, достигаемая в пределе на бесконечности, но и скорость достижения высокой точности — та характеристика алгоритма, которую мы называем «гибкостью» (см. журнал «Автоматика», 1969, № 5).

* Другим способом решения данного вопроса является построение автокорреляционной функции. Длина интервала учитываемой предыстории равна участку, где эта функция заметно отличается от нуля (см. рис. 60).

**ЗАМЕНА НАРАЩИВАНИЯ СЛОЖНОСТИ ФОРМУЛ
«ПО ГОРИЗОНТАЛИ» НАРАЩИВАНИЕМ СЛОЖНОСТИ
«ПО ВЕРТИКАЛИ»
(ДЛЯ УЧЕТА ЗАВИСИМЫХ АРГУМЕНТОВ)**

Аргументы, используемые в интерполяционных задачах технической кибернетики (распознавание образов, предсказание случайных процессов и событий, идентификации объектов управления и др.), являются величинами зависимыми, т. е. при решении этих задач нужно

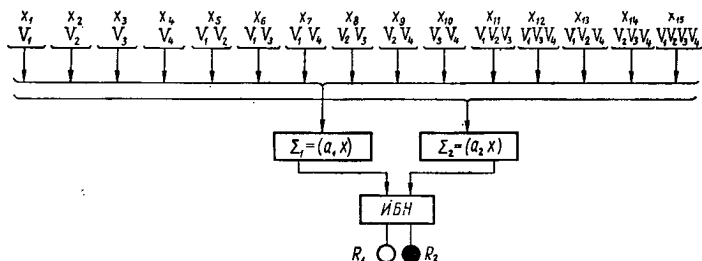


Рис. 28. Схема распознающей однорядной системы обычного типа (пример с четырьмя первичными признаками).

учитывать не только сами аргументы, но и их всевозможные ковариации (логические произведения). Пользуясь терминологией теории распознавания образов, мы можем сказать, что линейное разделение пространства входных (первичных) признаков часто недостаточно, и мы должны перейти к нелинейному разделению пространства так называемых обобщенных признаков.

Схема распознающей системы обычного (т. е. не перцептронного) типа, использующая пятнадцать обобщенных признаков:

$$\begin{aligned} x_1 &= v_1; \quad x_2 = v_3; \quad x_3 = v_3; \quad x_4 = v_4; \quad x_5 = v_5; \quad x_6 = v_1 v_3; \\ x_7 &= v_1 v_4; \quad x_8 = v_2 v_3; \quad x_9 = v_2 v_4; \quad x_{10} = v_3 v_4; \quad x_{11} = \\ &= v_1 v_2 v_3; \quad x_{12} = v_1 v_3 v_4; \quad x_{13} = v_1 v_2 v_3; \quad x_{14} = v_2 v_3 v_4; \\ x_{15} &= v_1 v_2 v_3 v_4, \end{aligned}$$

вместо четырех первичных

$$v_1 v_2 v_3 v_4$$

показана на рис. 28. Здесь $\Sigma_1(a_1, x)$ и $\Sigma_2(a_2, x)$ обозначают так называемые решающие (дискриминантные) функции,

а индикатор большего напряжения (ИБН) обозначает компаратор, выбирающий большую из них. На рисунке показана система, распознающая два класса R_1 и R_2 .

В качестве решающих могут быть использованы самые различные функции (известный ученый Р. Е. Калман по этому поводу сказал, что «нет четырехполюсника, который не был бы распознающим»!). Однако на

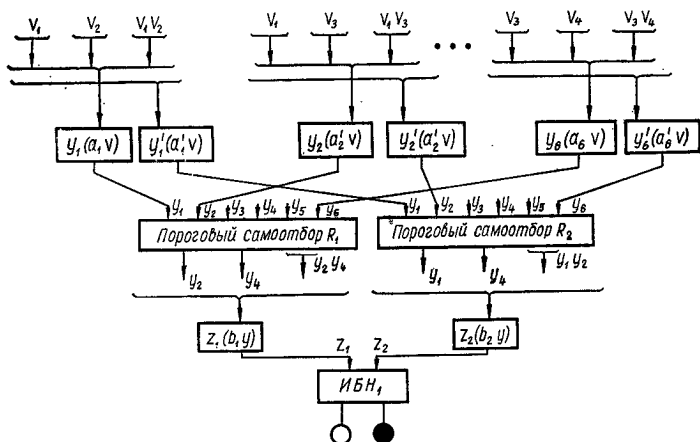


Рис. 29. Схема двухрядной распознающей системы.

практике применяются либо полиномы, либо формулы Байеса (с учетом или без учета функции штрафов).

При определенных условиях можно перейти от одно-рядной схемы «горизонтального» наращивания сложности комбинаций (рис. 28) к многорядной структуре (перцептронного типа) «вертикального» наращивания сложности, показанной на рис. 29. Обе структуры относятся как к полиномиальным, так и к вероятностным решающим функциям. Здесь, например,

$$y_1(a_1x) y_2(a_2x) y_3(a_3x) y_4(a_4x) z_1(b_1y) z_2(b_2y)$$

могут быть как полиномами Колмогорова — Габора (от меньшего числа аргументов каждый), так и формулами Байеса или формулами теории статистических решений.

Как уже указывалось разработано несколько алгоритмов метода группового учета аргументов. Основная идея каждого из них состоит в постепенном наращивании сложности комбинаций аргументов не по «горизонтали»

а по «вертикали», с применением порогового отсева «вредной» информации. Один из них (алгоритм с полиномами второй степени) состоит в том, что решающая функция записывается в виде нескольких уравнений второй степени, содержащих ряд промежуточных переменных. Если бы мы исключили эти промежуточные переменные, то получили бы нелинейный степенной дискретный полином Колмогорова — Габора, который обычно и используется для аппроксимации неизвестной решающей функции. Обучение, как известно, состоит в определении коэффициентов этого полинома.

Особенно благоприятны к расчленению функции с четного числа аргументов. Мы всегда можем выбрать пороги так, чтобы в следующий ряд прошло четное число переменных.

ОДНОРЯДНЫЕ И МНОГОРЯДНЫЕ СТРУКТУРЫ РАСПОЗНАЮЩИХ СИСТЕМ

Для пояснения на рис. 28 показана схема однорядной, а на рис. 29 — многорядной распознающих систем.

На вход обеих систем поданы четыре первичных признака $v_1 v_2 v_3 v_4$. В данном случае получаем возможность при помощи умножения получить еще одиннадцать признаков — ковариаций. Всего множество обобщенных признаков содержит пятнадцать признаков.

$x_1 = v_1$; $x_2 = v_2$; $x_3 = v_3$; $x_4 = v_4$; $x_5 = v_1 v_2$; $x_6 = v_1 v_3$;
 $x_7 = v_1 v_4$; $x_8 = v_2 v_3$; $x_9 = v_2 v_4$; $x_{10} = v_3 v_4$; $x_{11} = v_1 v_2 v_3$;
 $x_{12} = v_1 v_2 v_4$; $x_{13} = v_1 v_3 v_4$; $x_{14} = v_2 v_3 v_4$; $x_{15} = v_1 v_2 v_3 v_4$.

В обычно используемой, однорядной системе эти 15 обобщенных признаков являются аргументами двух решающих функций:

$$\Sigma_1 = (a_1 x); \quad \Sigma_2 = (a_2 x).$$

Компаратор ИБН сравнивает между собой значения этих функций и указывает большую (или меньшую — что одно и то же) из них. Обучение системы состоит в выборе коэффициентов решающих функций a_1 и a_2 при помощи адаптации или расчета.

Возможные структуры многорядных систем разнообразны. На рис. 29 приведена в качестве типичного примера структура алгоритма МГУА. Согласно алгорит-

мам МГУА, первичные признаки разбиваются на элементарные группы — обычно на пары. В случае наличия четырех первичных признаков можно образовать три комбинации пар:

в первом ряду: 1) $x_1 - x_2$; $x_3 - x_4$; 2) $x_1 - x_3$; $x_2 - x_4$; 3) $x_1 - x_4$; $x_3 - x_2$;

во втором ряду: 1) $y_1 - y_2$; $y_3 - y_4$; 2) $y_1 - y_3$; $y_2 - y_4$; 3) $y_1 - y_4$; $y_3 - y_2$.

Общее число возможных комбинаций по два равно трем. На рис. 29 показана первая возможная комбинация. Число обобщенных признаков равно трем. Каждая решающая функция имеет три аргумента. При обучении нужно выбрать коэффициенты этих функций, а также выполнить полный или частичный перебор всевозможных комбинаций пар аргументов с тем, чтобы выбрать пары, дающие наибольшую точность. Таким образом, обучение состоит из двух этапов:

а) выбор или расчет коэффициентов решающих функций;

б) оценка точности данной комбинации аргументов и выбор лучшей комбинации.

Все, что здесь говорится о многорядном алгоритме МГУА, относится и к перцептрону, как к исходному и основному варианту многорядной системы.

ПРИМЕНЕНИЕ МГУА ДЛЯ ОБРАБОТКИ НЕБОЛЬШОГО ЧИСЛА ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ «МЕТОДОМ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК» (ОТ НАИБОЛЕЕ ОПЫТНЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ)

В настоящее время известны два подхода к предсказанию будущего: статистическая обработка предыстории или статистическая обработка мнений специалистов — метод экспертных оценок. Метод эвристической самоорганизации включает в себя эти два подхода, причем средние предсказания специалистов можно использовать наряду с очень небольшим числом точных данных предыстории или вместо них. Суммарная выборка данных, включающая опытные данные и результаты метода экспертных оценок, часто достаточна для достижения указанной выше высокой точности предсказания.

МГУА и динамическое программирование. В алгоритмах МГУА и динамического программирования

есть что-то общее: в том и другом алгоритме идет перебор комбинаций составляющих ветвей «дерева решений». Мы переходим от одного узла дерева вариантов (комбинаций) к другому, пока не найдем оптимальное решение. Различие состоит в том, что при динамическом программировании в каждом узле выбирается единственный ход, а при МГУА и в системах перцептронного типа — некоторая доля (процент) наиболее перспективных комбинаций; далее, при динамическом программировании выбор пути в каждом узле разветвления дерева вариантов выполняется по некоторому «местному» критерию, а при самоорганизации — по более общим эвристическим критериям, основанным на опыте решения подобных задач.

КОНСТРУИРОВАНИЕ МНОГОРЯДНЫХ ФИЛЬТРОВ (МОДЕЛЕЙ) ОПТИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ ПО МГУА

Благодаря МГУА открыто неизвестное ранее свойство многорядных фильтров (моделей): успешно действовать в области, в которой интерполяция, по методу минимума квадратов, считалась до сих пор невозможной и соответствующие задачи технической кибернетики не решались.

На основе МГУА разработан принцип построения «полных» многорядных нелинейных интерполирующих фильтров, состоящих из нескольких рядов «частных» фильтров, действующих по методу минимума среднеквадратичной ошибки. Благодаря непрерывному наращиванию экспериментальной последовательности аргументов (признаков) необходимая исходная информация, используемая всей системой в целом, мала по объему и равна, по числу используемых узлов интерполяции, информации достаточной для действия одного частного фильтра.

Согласно структуре полного фильтра первый ряд частных моделей получает всевозможные комбинации входных аргументов (признаков) по крайней мере по два, а каждый последующий ряд — комбинации промежуточных переменных, полученных в результате указанного выше наращивания экспериментальной последовательности, также по две переменных. После каждого

ряда пороги отбирают самые точные переменные по отдельной проверочной последовательности данных, благодаря чему обеспечивается оптимизация сложности (числа рядов) полного фильтра.

До разработки МГУА полагали, что степень полинома уравнения регрессий должна быть значительно меньше числа наблюдений даже при линейном полиноме*. В области, где это условие не выполнялось, никаких обоснованных решений нельзя было принимать. МГУА указывает на такую схему принятия решения, при которых указанное ограничение снимается.

Принципиально новым является *постоянное наращивание данных обучающей и проверочной последовательностей*. Ряд оптимизаций, выполняемых каждая в «дозволенной» математикой области, позволяет решить задачу полной оптимизации, которая с первого взгляда происходит в «недозволенной» области, где число определяемых коэффициентов больше числа узлов интерполяции. Поэтому можно, например, получить обоснованные (по методу минимума квадратов ошибки) однозначные оценки значений коэффициентов полинома 8-й степени, пользуясь всего 10—15 узлами интерполяции (см. пример IX). При этом остается верным известное положение, что чем больше узлов интерполяции имеется в нашем распоряжении — тем более достоверным будет наше решение. Поэтому, МГУА ни в коей мере не противоречит положению о том, что расширение пространства признаков не может ухудшить результаты классификации. Это положение верное и МГУА не противоречит ему.

Второе известное положение о том, что объем выборки для надежного определения коэффициентов полинома должен по меньшей мере в десять раз превышать число оцениваемых параметров уравнения регрессии после появления МГУА, остается верным только для обычных (так называемых «однорядных»), фильтров. В предлагаемых многорядных фильтрах по МГУА, как уже указывалось, решение по методу наименьших

* Р. С. Гутер, Б. В. Овчинский. Элементы численного анализа и математической обработки результата опыта. М., 1970, стр. 383.

квадратов может быть получено и при очень коротких выборках, т. е. при малом числе узлов интерполяции.

Революционное значение МГУА — представителя реализации идей самоорганизации — связано не только с этим его свойством, а главным образом с тем, что в нем *впервые решена задача оптимизации сложности фильтра*. Было известно, что повышение сложности фильтра (например, переход от линейной регрессии к квадратичной) в большинстве случаев повышает точность. Однако пути продвижения по этому направлению были совершенно не ясны. Казалось, что практически никогда не будут реализованы (даже на больших ЦВМ*) фильтры с высокой степенью уравнивания регрессии. Указанное в алгоритме МГУА соединение рядов частных фильтров (основанное на «наращивании» обучающей и проверочной последовательностей после каждого ряда и применении пороговых самоотборов) не только позволяет реализовать нелинейный фильтр практически любой сложности, но и выбрать такую его сложность (степень), при которой достигается максимум точности, измеряемой на отдельной проверочной последовательности. Эта задача никем еще не решалась. Предлагаемый фильтр можно назвать нелинейным фильтром оптимальной сложности.

На примерах обнаружено резкое повышение точности решения ряда практических задач, недостижимое для существующих «однорядных» фильтров, где нет оптимизации сложности. Доказательств эффективности МГУА (решенных задач) достаточно, и с каждым днем их будет все больше. Образно можно сказать, что до сих пор Человечество могло описывать сложные объекты — Гималаи только при помощи пологих холмов и только теперь, в результате реализации подхода самоорганизации, Гималаи получают адекватное им сложное описание. В этом состоит весь секрет поразительной точности фильтров реализующих алгоритмы МГУА.

* Зарегистрирован рекордный случай решения (в течение 200 минут на машине ИБН-7090) системы уравнений с матрицей 4000×4000 элементов, что соответствует всего семи входным аргументам, так как $C_{14}^7 = 3432$.

МНОЖЕСТВЕННОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАННОГО МНОЖЕСТВА АРГУМЕНТОВ

Выше (на стр. 56) утверждалась множественность уравнений регрессии. Она состоит в том, что при изменении сложности уравнения регрессии (например, при изменении его числа членов или степени) численные значения коэффициентов, стоящие при заданной переменной, будут также изменяться. Следовательно, коэффициенты уравнения регрессии нельзя рассматривать как коэффициенты веса, показывающие роль данной переменной.

Например, в известной книге В. В. Налимова и Н. А. Черновой «Стохастические методы планирования эксперимента» утверждается, что «не имеет смысла придавать какое-либо значение индивидуальным коэффициентам регрессии». Если учитывать то, что приемы регуляризации позволяют найти единственный оптимальный полином регрессии, то это утверждение не верно. Коэффициенты единственного регулярного полинома вполне однозначно характеризуют вес каждой переменной.

Добавление к регрессионному анализу тех или иных приемов регуляризации решений (по Н. А. Тихонову) позволяет найти *единственное оптимальное уравнение регрессии*, коэффициенты которого можно рассматривать как коэффициенты веса соответствующих переменных.

Нерегулярность или некорректность проявляется в том, что уравнение регрессии, полученное на заданном множестве узлов интерполяции, резко отличается от уравнения регрессии, полученного на другом множестве узлов того же случайного процесса. Цель регуляризации — уменьшить ошибку, получаемую на новых точках.

Приемом регуляризации является, например, указанное выше разделение имеющихся опытных данных на две последовательности: обучающую и проверочную. Обучающая последовательность используется для определения значений коэффициентов уравнений регрессии, а проверочная — только для оценки их точности. Если бы мы не применяли приемы регуляризации, то пришли бы к ложному результату: точность с увеличением сложности модели монотонно увеличивалась бы и, как только

число возможных состояний модели стало равным числу экспериментальных точек (узлов интерполяции), ошибка будто бы исчезла. Оптимума сложности модели без регуляризации найти нельзя.

С учетом приемов регуляризации множественность уравнений регрессии не противоречит единственности оптимального уравнения (оптимальной модели) при заданном наборе переменных.

«Проверка гипотез». Единственное и регулярное оптимальное уравнение регрессии обладает одним интересным свойством: его коэффициенты отвечают весу каждого из аргументов, перед которым они стоят. Это дает возможность «проверки гипотез». Гипотеза может состоять в том, что в уравнении должен быть некоторый член, обычно нелинейный и сложный, отражающий некоторое явление. Если в результате регуляризации получится, что коэффициент перед данным членом близок к нулю*, значит физика процесса такова, что этого члена в законе нет. В уравнении остаются только члены с ненулевыми коэффициентами. Становится возможной математическая проверка физических, биологических и других гипотез.

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ ПОЛНОЙ МОДЕЛИ

МГУА можно рассматривать как соединение обычного регрессионного анализа и методов регуляризации.

Обозначим число узлов интерполяции через N ($N > 1$), а число членов полного полинома регрессии через n . Обычный регрессионный анализ позволяет найти по критерию минимума среднеквадратичной ошибки единственный полином с любым числом членов от $n = 1$ до $n = N - 1$. При числе членов $n = N$ получается единственный полином с нулевой ошибкой, точно удовлетворяющий всем узлам интерполяции. При числе членов больше $n = N$ можно найти бесконечное множество полиномов с нулевой ошибкой, однако все они практически не пригодны — слишком чувствительные к изменению исходных данных.

* Коэффициент получается точно равным нулю только для детерминированных задач, например, при последних членах кубического полинома, когда объект описывается квадратичной параболой (см. журнал «Автоматика» № 4, 1971 г.).

Единственное и устойчивое (регулярное) решение при высоких степенях и большом числе членов полинома отвечает минимуму среднеквадратичной ошибки, определяемой на отдельной проверочной последовательности. Чем сложнее объект, тем выше степень оптимального полинома. При числе членов больше $n = N$ решение можно получить только по МГУА.

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

В зависимости от рода задачи, интерполируемая (или восстанавливаемая по заданному ряду точек) поверхность называется по-разному. В задаче распознавания образов это может быть либо поверхность вероятностных распределений, либо более простая поверхность определяемых ими границ — решающих функций. В задаче предсказания случайных процессов используется термин «формула предсказания».

В задаче идентификации речь идет о поверхности экстремального холма, изображающего статическую характеристику объекта. Говоря о регуляризации решающих функций, мы имеем в виду не только задачу распознавания, но также регуляризацию всех остальных интерполяционных задач, при решении которых коэффициенты полных полиномов могут быть получены при помощи решения систем нормальных уравнений Гаусса (или при помощи пошаговой адаптации).

Матрицы коэффициентов системы нормальных уравнений Гаусса получаются, как правило, плохо обусловленными. В таких матрицах наибольшее собственное значение (корень характеристического уравнения) мало отличается от наименьшего значения (наименьшего корня). Проявляется неустойчивость решений: малые изменения исходных данных резко изменяют результат решения. Кроме того, растут вычислительные ошибки, так как числитель соответствующих определителей представляет собой малую разность двух больших чисел.

Регуляризация представляет собой ряд приемов, в результате которых получается единственное и устойчивое решение: малые изменения точек интерполяции вызывают только малые изменения коэффициентов

полиномов (решающих функций в задаче распознавания образов), а вычислительные ошибки не велики.

В методе группового учета аргументов используются следующие четыре приема регуляризации:

1. При переборе комбинаций пар аргументов отбрасываются из рассмотрения пары, дающие плохо обусловленные матрицы.

2. Имеющиеся исходные данные используются для генерации дополнительных точек, несущих новую информацию (показаны три метода генерации дополнительных точек).

3. Все точки (как исходные, так и дополнительные) делятся на две приблизительно равные части*, образующие независимые друг от друга обучающую и проверочную последовательности. Обучающая последовательность используется для вычисления коэффициентов полиномов, а проверочная — для сравнения их по точности и другим критериям.

4. Применяется нормированный отсчет перемешанных в отклонениях от постоянного среднего в стационарных процессах, или от «текущего среднего» — в квазистационарных (см. примечание на стр. 324). Эти приемы обеспечивают устойчивое решение интерполяционных задач.

Из всего множества возможных моделей приемы регуляризации позволяют выбрать единственную и оптимальную модель, дающую минимум среднеквадратичной ошибки на проверочной последовательности данных (при заданном множестве входных аргументов).

СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ САМООРГАНИЗАЦИИ. ОТБРАСЫВАНИЕ ЧАСТНЫХ ПОЛИНОМОВ, ПРОВОДЯЩИХ К ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫМ МАТРИЦАМ

Известна большая структурная надежность систем самоорганизации: *если в перцептроне выключить, например, половину А-элементов, то это почти не скажется на его точности. То же можно сказать об алгоритме МГУА: отбросив половину частных полиномов, можно при помощи остальных получить почти тот же результат.*

* Более точно соотношение частей находится при помощи проб по критерию минимума числа рядов селекции.

Если встречаются плохо обусловленные матрицы, то мы их не решаем. Соответствующая переменная просто исключается из рассмотрения.

Критерий обусловленности матриц. Согласно Фоке «число обусловленности» запишем так:

$$K = \left| \frac{\Delta}{C^M} \right|,$$

где Δ — определитель матрицы A ; M — порядок матрицы A .

$$C = \sqrt{\frac{\sum a_{ij}^2}{M}}, \quad A = [a_{ij}]_1^M; \quad 0 \leq K \leq 1.$$

Чем больше K , тем больше обусловлена матрица.

При $K \geq 10^{-6}$ матрицы (для «большой» ЦВМ) обусловлены достаточно.

Пример 9. Задана система уравнений:

$$\begin{aligned} 3,27 &= 5a_0 + 1,85a_1 + 2,170a_2; \\ 1,21 &= 1,85a_0 + 0,947a_1 + 1,187a_2; \\ 1,821 &= 2,17a_0 + 1,187a_2 + 1,685a_2; \\ K &= \left| \frac{\Delta}{C^M} \right| = \left| \frac{0,11}{4,2^3} \right| = 0,00115. \end{aligned}$$

Другие критерии обусловленности можно найти в книге Фадеева О. К., Фадеева В. И. «Вычислительные методы линейной алгебры», М., Физматгиз, 1960.

Из примеров видно, что критерий разнообразия аргументов и критерий хорошей обусловленности матриц дают одни и те же рекомендации по отбору переменных.

РАНЖИРОВКА ТОЧЕК ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПО ДИСПЕРСИИ

При проверке точности должна быть использована отдельная проверочная последовательность данных.

Прежде чем разделить имеющиеся точки интерполяции на обучающую и проверочную последовательности, их следует расположить в ряд (ранжировать) по некоторому критерию. Для регуляризации целесообразно ранжировать точки по дисперсии:

$$D^2 = \left(\frac{X_1 - \bar{X}_1}{\bar{X}_1} \right)^2 + \left(\frac{X_2 - \bar{X}_2}{\bar{X}_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{X_n - \bar{X}_n}{\bar{X}_n} \right)^2,$$

где $X_1, X_2, \dots, X_n$ — абсолютные значения входных признаков. Черточками обозначены средние значения признаков для всего множества исходных данных.

Как известно, чем дальше расположены две точки интерполяции друг от друга, тем точнее они задают проходящую через них прямую. Следовательно, в состав обучающей последовательности нужно включить наиболее обособленные точки, расположенные подальше от массы остальных точек. Мерой обособленности может быть дисперсия. Включив в состав обучающей последовательности точки интерполяции с большей дисперсией, мы повышаем обусловленность матриц систем нормальных уравнений. Точки с малой дисперсией следует включить в проверочную последовательность данных.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СООТНОШЕНИИ ДЛИНЫ ОБУЧАЮЩЕЙ И ПРОВЕРОЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Вопрос об оптимальном соотношении длины обучающей и проверочной последовательностей решался на конкретном примере. Рассмотренный выше алгоритм МГУА с квадратичными полиномами применялся для прогнозирования стока Волги (у г. Куйбышева). В качестве исходных были взяты данные о стоке за 74 года. Предсказание выполнялось по двум предшествующим годам на последующий год.

Как всегда в подобных задачах просчет ряда вариантов является наиболее общим и наиболее убедительным методом решения данного вопроса. В примере были просчитаны десять вариантов: обучающая последовательность включала в себя точки с большей дисперсией и была принята равной 6, 12, 18, ..., 60 точек. Все остальные данные (с меньшей дисперсией) использовались для проверки точности. Результаты перебора представлены в табл. 5. Оптимальное разделение имеющихся данных о стоке воды оказалось следующим: приблизительно половину данных нужно использовать для обучения, а другую половину — для проверки точности. Повидимому, такая рекомендация действительна для многих стационарных и квазистационарных процессов.

Случай, когда не нужно выделять отдельную проверочную последовательность. Число рядов селекции выяснялось также на примерах, при помощи просчета ва-

риантов. Оказывается, что в случае проверки точности по данным обучающей последовательности найти оптимальное число рядов селекции нельзя: чем больше рядов, тем точность выше (рис. 30).

Объяснение этого факта связано с выяснением соотношения разнообразия входных сигналов и разнообразия состояний системы. Известны работы, в которых даны оценки необходимой длины обучающей последовательности обеспечивающей заданную точность и надежность классификации, причем точность проверяется на материале самой обучающей последовательности. При таком методе проверки всегда можно найти некоторую длину обучающей последовательности, начиная с которой система действует также, как учитель, т. е. безошибочно*.

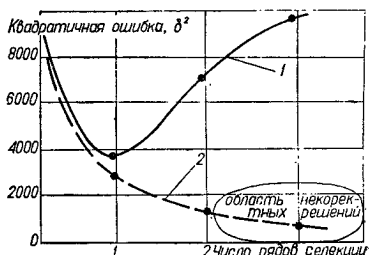


Рис. 30. График условного изображения зависимости ошибки от числа рядов алгоритма МГУА:

1 — при проверке точности на отдельной проверочной последовательности; 2 — при проверке точности на обучающей последовательности.

Таблица 5

Результаты вычислений точности при различной длине обучающей последовательности

Длина обучающей последовательности (точек)	Среднеквадратичная ошибка	Длина обучающей последовательности (точек)	Среднеквадратичная ошибка
6	4400	36	2776
12	3900	42	2835
18	3224	48	3346
24	2734	54	—
30	<u>2717</u>	60	—

Примечание. $\delta_{30}^2 = 2717$ — минимум ошибки.

Аналогично, всегда при заданной длине обучающей последовательности можно повысить число возможных

* В. Н. Вапник, А. Я. Червоненкис. Алгоритмы с полной памятью и рекуррентные алгоритмы в задаче об обучении распознаванию образов. — «Автоматика и телемеханика», 1968, № 4.

состояний системы (в первую очередь — число рядов) настолько, чтобы система действовала после обучения или расчета коэффициентов безошибочно на этой последовательности. Однако проверка чувствительности решений к изменению исходных данных показывает, что с увеличением числа рядов система становится все более чувствительной к изменению входных данных. В данном примере изменение стока воды на $\pm 10\%$ почти не влияло на величины коэффициентов полинома первого ряда. Коэффициенты второго ряда изменились существенно (до 50%), а полином третьего ряда — изменился полностью. Вместе с повышением чувствительности коэффициентов к изменению исходных данных ухудшается свойство обобщения системы и падает точность интерполяции. Отсюда можно сделать вывод, что проверка точности на обучающей последовательности приводит к мало точным, некоррективным решениям, при которых малые изменения входных данных полностью меняют результат синтеза системы. Проверить точность по обучающей последовательности можно, очевидно, только в том редком случае, когда эта последовательность включает в себя все возможные сигналы и новых данных не ожидается.

Такой случай, например, имеет место при решении задачи нахождения аналитического описания сложной кривой для холмистой поверхности при отсутствии помех (чертежа детали, контура объекта наблюдения и т. д.), которая постоянна и в дальнейшем не изменяется.

УВЕЛИЧЕНИЕ ОБЪЕМА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ПРИ ПОМОЩИ ГЕНЕРАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ТОЧЕК ИНТЕРПОЛЯЦИИ

В связи с необходимостью деления имеющихся данных приблизительно поровну на обучающую и проверочную последовательности возникает вопрос об искусственном расширении множества исходных данных. В ряде случаев в нашем распоряжении имеется некоторая информация общего характера, позволяющая организовать генерацию добавочных точек интерполяции. Рассмотрим три метода.

1. Метод, использующий генераторы случайных чисел с управляемыми распределениями (метод Монте-Карло). Этот метод применен в работе [65] для генерации прове-

рочной последовательности в задаче предсказания. Покажем метод на примере распознающей системы для археологических объектов [36]. Подсчитаем частоту проявления знака плюс для множества образцов, входящих в первый класс (черняховская культура). Результаты подсчета представлены в табл. 6. Указанные в таблице частности принимаются равными вероятностям и вводятся в генератор случайных бинарных цифр. Так могут быть получены новые искусственные образцы первого класса — коды черепков, которые в действительности не были найдены.

2. Методы, основанные на «критерии гладкости» А. Н. Тихонова. Дополнительные точки интерполяции легко могут быть найдены, если имеется некоторая дополнительная информация об общем характере интерполируемой поверхности. Например, может быть известно, что последняя является гладкой поверхностью, т. е. не имеет перегибов между точками интерполяции. Тогда, следуя А. Н. Тихонову, наиболее точными считаются решения, дающие минимум дисперсии (квадратичной ошибки).

Например, пусть обучающая последовательность состоит из восьми точек, по четыре на каждый класс. Рассматривается задача классификации на два класса по трем бинарным признакам (табл. 7).

Таблица 7

Исходные данные о значениях признаков

Образцы	Первый класс			Образцы	Второй класс		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	5	+	—	+
2	—	+	+	6	—	—	+
3	—	+	—	7	+	—	—
4	+	+	—	8	—	—	—

Таблица 6

Частоты появления знака плюс в признаках образцов первого класса (черняховская культура) — 27 образцов

Признак	Частота знака +	Признак	Частота знака +
x_1	$\frac{12}{27}$	x_6	$\frac{16}{27}$
x_2	$\frac{24}{27}$	x_7	$\frac{17}{27}$
x_3	$\frac{18}{27}$	x_8	$\frac{18}{27}$
x_4	$\frac{7}{27}$	x_9	$\frac{15}{27}$
x_5	$\frac{6}{27}$	x_{10}	$\frac{14}{27}$

Легко убедиться, что точки, отвечающие первому образу, лежат на ближайшей к нам плоскости бинарного куба, а точки второго — на задней его грани (рис. 31). Исходя из гипотезы гладкости решающей функции, можно утверждать, что точки, лежащие в середине граней трехмерного куба, также можно использовать в качестве исходных данных:

- первый образ: 5) $++0$; 6) $0++$; 7) $-+0$;
 8) $0+-$;
 второй образ: 5) $+ - 0$; 6) $0 - +$; 7) $--0$;
 8) $0--$.

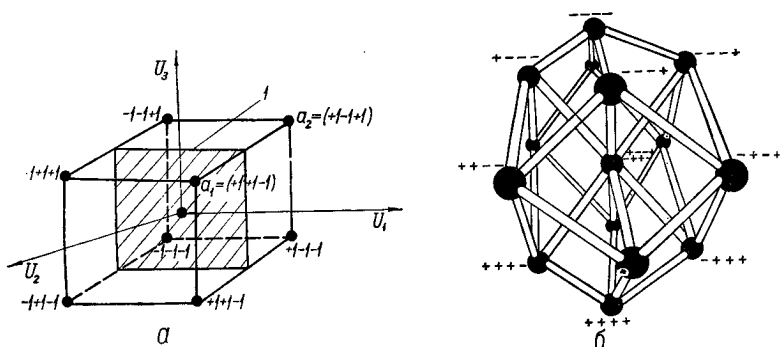


Рис. 31. Трехмерный (а) и четырехмерный (б) куб бинарных признаков:

I — граница «области притяжения» прототипов a_1, a_2 .

Таким образом, генерация искусственных дополнительных точек состоит из поиска пар достаточно близких между собой точек интерполяции и вычисления координат середины отрезков, соединяющих эти точки. Для непрерывных признаков вместо простейшего, кусочно-линейного сглаживания можно применять аппроксимацию по параболом.

3. Метод восстановления точек с неполным комплектом признаков. Интерполяция в пространстве признаков. При решении многих интерполяционных задач часто оказывается, что некоторые точки исходных данных нельзя использовать, так как неизвестна часть значений аргументов. Такое положение бывает в задачах предсказания, где всегда по этой причине пропадают данные

первых по времени наблюдений. Первые точки «пропадают», так как в них нет полного комплекта признаков (табл. 8 и 9).

Таблица 8

Данные о расходе воды в реке за десять лет

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Расход в отклонении от среднего . . .	—24	12	—17	16	—30	—4	—35	—8	4	—46

Покажем, как можно «спасти», например, третью точку при помощи интерполяции. Для этого сначала, пользуясь данными семи точек, найдем интересующую нас поверхность, например, при помощи МГУА. Затем, зная полное описание поверхности, легко переписать его в несколько видоизмененной форме:

Таблица 9

Исходные данные о координатах поверхности (приведение к задаче идентификации гиперповерхности)

N	w_3	w_2	w_1	w_0
—	—	—	—	—24
—	—	—	—24	12
—	—	—24	12	—17
1	—24	12	—17	16
2	12	—17	16	—30
3	—17	16	—30	—4
4	16	—30	—4	—35
5	—30	—4	—35	—8
6	—4	—35	—8	21
7	—35	—8	21	—46

$$w_3 = f_2(w_0 w_1 w_2).$$

Теперь мы можем вычислить интересующее нас значение признака w_3 для третьего года и повторить сначала процедуру идентификации поверхности холма, пользуясь уже данными за восемь лет и т. д., пока не будут «спасены» все 10 точек.

Интерполяция во времени. Другой, более простой способ восстановления пропущенных значений признаков состоит в том, что пропущенные значения заменяют средними значениями данного признака. Практически задача сводится к вычислению тренда (средней линии) случайного процесса при помощи обычного регрессионного анализа или при помощи МГУА. В последнем случае степень тренда может быть выбрана сколь угодно

высокой. При этом, чем более специфична группа образцов, по которым происходит усреднение, тем точнее восстанавливается искомая цифра. Если можно указать два ближайших к данному по своим свойствам образца, то результат усреднения двух цифр будет наиболее точным.

ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНОГО ОБЪЕКТА

Практическая постановка задачи идентификации статической характеристики обычно такова.

Объект управления представляется в виде нелинейной модели, описываемой уравнением регрессии вида

$$\varphi = f(\mu, \lambda),$$

где φ — показатель экстремума (выходная величина); μ, λ — векторы регулирующих и возмущающих воздействий.

Требуется определить (восстановить) функцию f , пользуясь данными N измерений.

Исходная последовательность данных имеет вид:

$t =$	t_1	t_2	t_3	t_4	$\dots$	t_N
$\mu =$	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	$\dots$	μ_N
$\lambda =$	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	$\dots$	λ_N
$\varphi =$	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	$\dots$	φ_N

Здесь N — число точек (узлов) интерполяции.

Координаты точек отвечают столбцам таблицы. Часто задача упрощается тем, что общий вид функции f задается, например, в виде степенного полинома

$$\varphi = a_0 + a_1\mu + a_2\lambda + a_3\mu^2 + a_4\lambda^2 + a_5\mu\lambda.$$

Требуется по данным указанной выше последовательности найти числовые значения коэффициентов полинома так, чтобы среднеквадратичная ошибка

$$\delta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \bar{\varphi})^2$$

была бы минимальной (метод наименьших квадратов).

ПРИВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРЕДСКАЗАНИЯ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА К ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЛОЖНОЙ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ

Все интерполяционные задачи технической кибернетики имеют общий математический базис — теорию интерполяции функций. Задача предсказания многокоординатного случайного процесса относится к интерполяционным задачам и, следовательно, может быть приведена к задаче идентификации статической характеристики многоэкстремального объекта.

Исходными данными в задаче предсказания являются кривые или таблицы, показывающие ход изменения интересующей нас переменной ω_1 и ряда других, коррелированных с ней переменных $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$ во времени. В дискретном виде (при отсчете времени по тактам) мы получим следующую исходную последовательность данных:

$t =$	$t_1 t_2 t_3 t_4 \dots t_N$
$\omega_1 =$	$\omega_{11} \omega_{12} \omega_{13} \omega_{14} \dots \omega_{1N}$
$\omega_2 =$	$\omega_{21} \omega_{22} \omega_{23} \omega_{24} \dots \omega_{2N}$
$\omega_3 =$	$\omega_{31} \omega_{32} \omega_{33} \omega_{34} \dots \omega_{3N}$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$\omega_m =$	$\omega_{m1} \omega_{m2} \omega_{m3} \omega_{m4} \dots \omega_{mN}$

Здесь N — число тактов наблюдения процесса; t_1 — текущий момент времени, t_2 — момент на один такт назад; t_3 — момент на два такта назад и т. д.

Интересующее нас будущее значение переменной ω_{1k} — это значение, которое принимает данная переменная через один такт после текущего момента времени.

Обозначим при помощи индекса k текущий такт времени. Тогда формулу предсказания можно записать в общем виде так:

$$\omega_{1k} = f[\omega_{1(k-1)} \omega_{1(k-2)} \dots \omega_{1(k-N)},$$

$$\omega_{2(k-1)} \omega_{2(k-2)} \dots \omega_{2(k-N)},$$

$$\omega_{m(k-1)} \omega_{m(k-2)} \dots \omega_{m(k-N)}],$$

где $k = 1, 2, 3, \dots, N$.

Эта формула связывает текущее значение переменной w_{1k} с каждым из прошлых значений всех координат (включая саму переменную w_1). Требуется найти (восстановить) функцию пользуясь указанной выше исходной последовательностью данных.

При этом из рассмотрения исключается время. Мы как бы имеем перед собой сложную гиперповерхность, заданную точками, координаты которых определяются из исходной таблицы данных при помощи простого сдвига цифр на один, два, три и т. д. тактов.

Выразив функцию f при помощи степенного полинома Колмогорова — Габора, мы приходим к задаче определения коэффициентов этого полинома по методу наименьших квадратов. В таком виде задача предсказания не отличается от задачи идентификации.

Пример 10. Допустим, нам заданы данные о расходе воды в реке за десять лет.

Для перехода от задачи предсказания расхода (по трем годам на четвертый) к задаче идентификации составляется таблица исходных данных, где время уже не указывается (табл. 9). Задача состоит в идентификации поверхности четырехмерного холма

$$w_4 = f(w_1, w_2, w_3)$$

по семи точкам. (Три точки «пропадают», так как в них нет полного комплекта аргументов).

ПРИВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ К ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЛОЖНОЙ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ

Задача распознавания образов также относится к интерполяционным задачам. Исходными данными в этой задаче являются значения входных сигналов датчиков (признаков) и решения учителя, относящего отдельные изображения к тому или другому образу (классу).

Исходная последовательность данных:

$n =$	1	2	3	4	...	N
$v_1 =$	v_{11}	v_{12}	v_{13}	v_{14}	...	v_{1N}
$v_2 =$	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}	...	v_{2N}
$\vdots$						
$\vdots$						
$\vdots$						
$v_m =$	v_{m1}	v_{m2}	v_{m3}	v_{m4}	...	v_{mN}
$\Sigma =$	Σ_1	Σ_2	Σ_3	Σ_4	...	Σ_N

Здесь: N — число изображений; n — номер показа; v_i — значения напряжений датчиков (признаков); Σ_n — решения учителя; ($\Sigma_n = +1$, если изображение принадлежит к первому образу или $\Sigma_n = -1$, если оно относится к другим классам).

Решающая функция (в системах без учета предыстории) имеет вид:

$$\Sigma_1 = f(v_1, v_2, \dots, v_m).$$

При восстановлении функции f , как и в задаче предсказания, время (или номер показа) исключаются из рассмотрения. Задача определения функции f не отличается от задачи идентификации сложной гиперповерхности, представленной рядом точек — узлов интерполяции, координаты которых указаны в столбцах таблицы исходных данных. Мы можем записать функцию f в виде степенного полинома и определить коэффициенты его, например, по методу наименьших квадратов.

Зная решающую функцию, применяем ее для всех последующих новых данных (не использованных для ее определения) по следующему правилу: если $\Sigma_N > 0$, то принимается решение о принадлежности нового изображения к первому образу, если $\Sigma_N \leq 0$, то изображение к первому образу не относится. Для полного решения задачи для каждого образа должна быть найдена своя решающая функция.

Отметим, что в задаче распознавания методы интерполяции могут быть использованы двумя способами: для аппроксимации многомерных распределений плотности вероятности того, что изображения принадлежат к заданным образам (при самообучении — для аппроксимации совместного распределения) или для аппроксимации решающих функций — уравнений границ, разделяющих пространство признаков на области отдельных образов. Вторая задача требует значительно меньше исходных данных.

Итак, мы убедились, что задачи идентификации, предсказания и распознавания есть разновидности одной и той же интерполяционной задачи. Поэтому термины «уравнение регрессии», «формула предсказания» и «решающая функция» являются синонимами, обозначающими одну и ту же функцию, аппроксимирующую некоторую гиперповерхность по методу наименьших квадратов

(или по другим критериям). Ниже показано, что известная задача дуального управления также является интерполяционной и приводится к задаче идентификации.

АЛГОРИТМ МГУА С ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛИНОМАМИ. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С НАКОПЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрим способ применения МГУА для решения задачи синтеза управления стационарными и квазистационарными объектами с учетом предыстории. Метод

может быть применен и для инерционных объектов.

Для записи предыдущих значений переменных при оптимальном управлении процессами при наличии помех необходимы запоминающие устройства. Управление без учета предыстории процесса не может быть оптимальным по критерию минимума квадратичной ошибки.

Системы оптимального

управления с накоплением информации отличаются тем, что в них регулирующее воздействие является некоторой функцией не только текущих значений всех переменных, но и значений, которые эти переменные принимали в прошлом, несколько тактов (шагов) назад. Это открывает возможности для более совершенного управления, но порождает задачу синтеза закона управления по текущим и прошлым значениям переменных.

Для конкретности рассмотрим так называемый стационарный объект. Напомним, что переход к интегральным уравнениям позволяет применить МГУА и к объектам с инерционной линейной частью.

Уравнение объекта (рис. 32)

$$\varphi = \lambda \mu,$$

где φ — регулируемая величина, которую нужно стабилизировать так, чтобы $\Sigma = \psi - \varphi = 0$ (ψ — задание управления, поддерживаемое постоянно, $\psi = \text{const}$). Значение ψ

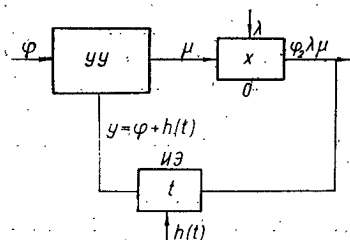


Рис. 32. Структурная система оптимизации:

О — объект; ИЗ — измерительный элемент; УУ — управляющее устройство.

известно); λ — внешнее возмущающее воздействие, изменяющееся настолько медленно, что в течение времени наблюдения системы его можно считать постоянным, $\lambda = \text{const}$. Значение λ неизвестно; μ — регулирующее воздействие, создаваемое управляющим устройством.

Измерить величину φ без помех не удастся. Точные ее значения не известны.

Уравнение измерительного элемента:

$$y = \varphi + h(t),$$

где y — выходная переменная; $h(t)$ — случайная помеха.

Будем полагать, что помеха имеет нормальное распределение с нулевым средним значением $\mu\{h(t)\} = 0$. Это необходимо, так как мы намерены использовать аппарат нормальных уравнений Гаусса.

Управляющее устройство (закон управления):

$$\mu_0 = f(\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n y_1 y_2 \dots y_n).$$

Из этого закона можно сделать заключение, что управляющее воздействие вырабатывается в функции задания, φ текущих и прошлых значений переменных μ и y . Примем следующую индексацию тактов (шагов): μ_0 — рекомендуемое (будущее) значение регулирующего воздействия; $\mu_1 y_1$ — текущие значения переменных μ и y на данном такте; $\mu_2 y_2$ — значения, измеренные один такт назад; $\mu_3 y_3$ — значения, измеренные два такта назад; $\mu_n y_n$ — значения, измеренные n тактов назад.

Ясно, что в управляющем устройстве нужно предусмотреть применение запоминающих устройств. Управление ведется по текущему интервалу наблюдения: непрерывно с каждым новым тактом самые старые записи стираются, а новые записываются. Интервал наблюдения может быть значительно больше, чем n тактов, участвующих в законе управления. Обозначим его длину через N тактов: $N \geq n$. Как это часто принимается, задача синтеза управления состоит в том, чтобы выбрать функцию f и найти значения ее коэффициентов так, чтобы получить на протяжении N тактов минимум некоторого квадратичного (или другого, четного) критерия $\delta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (\varphi - \psi)^2 \rightarrow$ минимум. Таким образом, находим оптимальное управление, обеспечивающее минимум критерия на протяжении N тактов.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА С НАКОПЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПОМОЩИ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАУССА

Будем искать закон управления в классе обычных дискретных степенных полиномов Колмагорова-Габора, например, в виде (при $n = 3$)

$$\mu_3 = \psi_1 + a_0 + a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + a_3\mu_3 + a_4\mu_1\mu_2 + a_5\mu_2\mu_3 + \\ + a_6\mu_1\mu_3 + a_7\mu_1^2 + a_8\mu_2^2 + a_9\mu_3^2 + b_1y_1 + b_2y_2 + b_3y_3 + \\ + b_4y_1y_2 + b_5y_2y_3 + b_6y_1y_3 + b_7y_1^2 + b_8y_2^2 + b_9y_3^2,$$

при $\varphi_3 = \lambda\mu_3$ (объект).

$$\Sigma^2 = (\psi_3 - \varphi_3)^2 = 0; \quad \psi = \psi_3 = \psi_1 = \text{const}; \quad \lambda = \text{const}.$$

В последнем выражении необходимо, чтобы минимизируемый критерий был равен нулю, что выполняется приближенно, исходя из критерия минимума среднеквадратичной ошибки. Исключая промежуточные переменные μ_3 и φ_3 , получим уравнение регрессии

$$a_0 + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\psi_1 + a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + a_3\mu_3 + a_4\mu_1\mu_2 + a_5\mu_2\mu_3 + \\ + a_6\mu_1\mu_3 + \\ + a_7\mu_1^2 + a_8\mu_2^2 + a_9\mu_3^2 + b_1y_1 + b_2y_2 + b_3y_3 + \\ + b_4y_1y_2 + b_5y_2y_3 + b_6y_1y_3 + b_7y_1^2 + b_8y_2^2 + b_9y_3^2 = 0.$$

В уравнении регрессии содержится 20 неизвестных:

$$\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right), a_0, a_1, a_2, \dots, a_9; b_1, b_2, \dots, b_9.$$

Заметим, что в результате определения этих неизвестных кроме конструктивных параметров мы найдем и значение возмущающего воздействия λ .

Для однозначного определения всех 20 неизвестных достаточно написать уравнение регрессии по крайней мере 20 раз. В первое уравнение нужно подставить данные $\mu_1, \mu_2, \mu_3; y_1, y_2, y_3$; во второе — $\mu_2, \mu_3, \mu_4; y_2, y_3, y_4$; в третье — $\mu_3, \mu_4, \mu_5; y_3, y_4, y_5$ и так до последнего, двадцатого уравнения, где потребуются записи $\mu_{20}, \mu_{21}, \mu_{22}, \mu_{20}, \mu_{21}, y_{21}, y_{22}$. Таким образом, для реализации системы с $n = 3$ минимально требуется интервал наблюдения $N = 22$ такта и, следовательно, $6 \times 22 - 2 = 130$ запоминающих устройств. Необходимо, чтобы в течение 22 тактов выполнились условия $\lambda = \text{const}; \psi = \text{const}$. Практически, с целью большего усреднения и устранения повторяющихся точек,

число условных уравнений (и, следовательно, число запоминающих устройств) должно быть увеличено еще примерно в 5—10 раз, т. е. система должна содержать более 1000 запоминающих устройств при $N \geq 100$ тактов. При этом придется решать систему алгебраических уравнений с матрицей 20×20 элементов, что также не совсем просто.

Результаты синтеза можно конечно, улучшить, если вместо обычных применить, например, более короткие, ортогональные полиномы и другие функции, но все же система (даже при $n = 3$) получается сложной и медленно действующей. При увеличении n система очень быстро становится вообще практически нереализуемой.

Например, при $n = 2$, $N = 13$ тактов требуется $S = 51$ запоминающих устройств; $n = 3$, $N = 22$ такта требуется $S = 130$ запоминающих устройств; $n = 4$, $N = 73$ такта требуется $S = 531$ запоминающих устройств и т. д.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ С НАКОПЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПОМОЩИ МГУА

Читатель уже знаком с алгоритмом МГУА, использующим линейные полиномы. Соответственно этому алгоритму начнем с линеаризации уравнения регрессии. Введем обозначения:

$$a_0 = c_0; \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) = c_1; a_1 = c_2, \dots, a_9 = c_{10};$$

$$b_1 = c_{11}; b_2 = c_{12}, \dots, b_9 = c_{19};$$

$$\psi = x_1, \mu_1 = x_2, \dots, \mu_3^2 = x_{10};$$

$$y_1 = x_{11}, y_2 = x_{12}, \dots, y_3^2 = x_{19}.$$

Получим линейное уравнение вида (полный полином)

$$y = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{19} x_{19} = 0.$$

Заменим полный полином частными полиномами, образующими функции от двух переменных каждый (всего возможно получить 171 комбинацию из девятнадцати по два аргумента). Организуем отбор лучших комбинаций по критерию среднеквадратичной ошибки $\delta^2 = y_i^2 \rightarrow \min$, но так, чтобы каждый из аргументов использовался только один раз.

Задача выбора регулярных комбинаций решается при помощи полного их перебора по критерию среднеквадратичной ошибки или при помощи случайного поиска достаточно хороших комбинаций по тому же критерию. Из всевозможных комбинаций выбираем те, которые дают наименьшую или достаточно малую величину этой ошибки.

Оптимизация порогов состоит в данном примере в том, что из всех возможных комбинаций по два (числом 171) отбираются лучшие по точности комбинации, где $N = 1, 2, 3, \dots$, т. е. пропускаем последовательно две, четыре или восемь и т. д. комбинаций, пока точность будет повышаться.

Допустим, что наиболее высокая точность получена при пороговом самоотборе шестнадцати комбинаций и что отобранные полиномы первого уровня («поколения») будут иметь, например, следующий вид:

$$\begin{aligned} y_1 &= d_{10} + d_{11}x_1 + d_{12}x_2; \\ y_2 &= d_{20} + d_{23}x_3 + d_{24}x_4; \\ &\dots \dots \dots \\ y_{16} &= d_{80} + d_{815} + d_{816}x_{49}. \end{aligned}$$

Эти шестнадцать частных полиномов можно объединить в восемь полиномов второго уровня (поколения), например, следующим образом (показана только одна комбинация из восьми переменных по два):

$$\begin{aligned} z_1 &= l_{10} + l_{11}y_1 + l_{12}y_2; \\ z_2 &= l_{20} + l_{23}y_3 + l_{24}y_4; \\ &\dots \dots \dots \\ z_8 &= l_{40} + l_{47}y_7 + l_{48}y_8. \end{aligned}$$

Отобранные полиномы второго уровня (по критерию можно объединить в четыре полинома третьего уровня (поколения)

$$\begin{aligned} v_1 &= f_{10} + f_{11}z_1 + f_{12}z_2; \\ &\dots \dots \dots \\ v_4 &= f_{20} + f_{23}z_3 + f_{24}z_4. \end{aligned}$$

Четыре полинома третьего уровня можно объединить в два полинома вида

$$\begin{aligned} w_1 &= g_{10} + g_{11}v_1 + g_{12}v_2; \\ w_2 &= g_{20} + g_{21}v_3 + g_{22}v_4. \end{aligned}$$

Критерием отбора регулярных комбинаций может быть квадратичная ошибка

$$\delta^2 = \sum (\omega - y)^2 \approx \sum \omega^2 \rightarrow \min.$$

Наконец, мы получаем один полином вида $P = d_0 + d_1\omega_1 + d_2\omega_2$, объединяющий в себе два полинома предыдущего ряда. В МГУА для всех полиномов многократно используются одни и те же узлы интерполяции. В данном примере, когда частные полиномы содержат не более трех членов, для определения коэффициентов минимально требуется всего четыре такта наблюдения $N = 4$ (при $n = 2$). При этом придется решать системы алгебраических уравнений с матрицами всего 3×3 элемента. Система управления становится быстродействующей и простой. Напомним, что по правилу регуляризации решения некорректных задач для определения коэффициентов требуется использование одних точек, а для проверки точности — других. В нашем случае в качестве проверочной последовательности данных можно использовать еще одну точку. Итак, всего требуется, по крайней мере, $n = 4 + 1 = 5$ тактов наблюдения процесса.

Система остается сравнительно просто реализуемой и при увеличении длины предыстории (т. е. при увеличении n). Выбор интервала n требует перебора вариантов $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ и т. д. по тому же критерию среднеквадратичной ошибки.

В стационарных системах требуется только один раз выполнить синтез закона управления, в квазистационарных — аппарат МГУА должен непрерывно изменять этот закон. Таким образом получим самообучающуюся систему с накоплением информации.

Построение искусственной проверочной последовательности в данной задаче. Если для определения коэффициентов и для оценки точности используются одни и те же данные, то задача интерполяции становится некорректной. Для того, чтобы получить единственное и корректное решение, нужна еще дополнительная информация. С этой целью выше рекомендовалось проводить определение коэффициентов на обучающей последовательности данных, а проверку точности — на другой, проверочной последовательности. Все имеющиеся данные разбиваются на две указанные последовательности.

Однако «расход» имеющихся данных на образование отдельной проверочной последовательности является излишней расточительностью. Вместо образования отдельной проверочной последовательности можно для оценки точности использовать дополнительную информацию в других формах. Например, может быть известно, что интерполируемая поверхность «гладкая», т. е. не имеет разных провалов между узлами интерполяции.

Тогда, следуя методу А. Н. Тихонова, можно воспользоваться дополнительным «критерием гладкости» решения. При этом точность проверяется по искусственной проверочной последовательности данных, состоящей из точек, лежащих на середине прямых отрезков (или парабол), соединяющих точки обучающей последовательности (узлы интерполяции).

Например, пусть обучающая последовательность состоит из трех точек:

$$1. \mu_1, \mu_2, \mu_3, y_1, y_2, y_3;$$

$$2. \mu_2, \mu_3, \mu_4, y_2, y_3, y_4;$$

$$3. \mu_3, \mu_4, \mu_5, y_3, y_4, y_5.$$

Тогда проверочную последовательность (простейший вид кусочно-линейного сглаживания) можно образовать так:

$$\frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2), \frac{1}{2}(\mu_2 + \mu_3), \frac{1}{2}(\mu_3 + \mu_4), \frac{1}{2}(y_1 + y_2),$$

$$\frac{1}{2}(y_2 + y_3), \frac{1}{2}(y_3 + y_4);$$

$$\frac{1}{2}(\mu_2 + \mu_3), \frac{1}{2}(\mu_3 + \mu_4), \frac{1}{2}(\mu_4 + \mu_5), \frac{1}{2}(y_3 + y_4),$$

$$\frac{1}{2}(y_4 + y_5).$$

Тем самым считаются точными самые «гладкие» решения. При этом добавляется операция усреднения записанных данных, но быстроедействие алгоритма обучения повышается.

Мы получили закон управления в функции всех требуемых переменных и ответили на вопрос, когда и с каким коэффициентом нужно учитывать эти переменные. Важно также отметить, что решалась задача синтеза обучающейся системы управления замкнутого типа, т. е. рассматривался наиболее трудный случай синтеза системы оптимального управления.

ДРУГИЕ ПРИМЕРЫ САМООРГАНИЗАЦИИ

Если окажется, что теория S-матрицы может все объяснить, то с разочарованием вынужден буду признать, что Природа в конце концов оказалась весьма неизобретательной.*

Не следует думать, что эвристическая самоорганизация по алгоритмам МГУА является единственно возможной. В технической кибернетике известны и другие примеры осуществления самоорганизации по другим алгоритмам. Однако и в этих случаях можно найти «элементарные алгоритмы», «эвристические критерии» и, самое главное, «интегральные воздействия».

Хорошим примером самоорганизации «по входам» (т. е. под воздействием внешней среды) может быть задача укладки большого числа деталей машины в ящик. При помощи организации процесса «самоутряски» такая задача решается значительно скорее, чем при помощи перебора всевозможных взаимных расположений деталей в ящике.

Н. Винер придавал большое значение разработке проблемы самоорганизации, понимая под ней процесс стягивания в синхронизм, образования единого ритма работы многочисленных и разрозненных до этого элементов системы. Как вычислительная машина не может работать без тактового генератора, так и большая система (например, мозг) не может работать без «внутренних часов»**.

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАСПОЗНАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ДВУХБАЛЬНОМ ИЗМЕРЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА

Часто встречается на практике, что показатель экстремума достаточно быстро может быть измерен только по двухбалльной системе: «хорошо» или «плохо».

На рис. 33 показана структурная схема системы управления для случая одномерного объекта. Показатель качества φ принимает только два значения: $+1$

* Ф. Дж. Дайсон. Математика в физических науках. — В сб.: «Математика в современном мире». М., «Мир», 1967, стр. 120.

** Н. Винер. Мое отношение к кибернетике, ее прошлое и будущее. М., «Советское радио», 1969.

или —1. В качестве корректора применена распознающая система — двухрядный перцептрон. В нем используются по крайней мере три группы ассоциирующих ячеек (или три прототипа).

Точки, отвечающие этим прототипам, условимся называть полюсами.

Система является комбинированной, так как содержит разомкнутую часть $PЧ$, осуществляющую быстрое управление, и корректор характеристик $РЧ$, в качестве которого используется распознающая система. Корректор необходим только в том случае, когда под действием помех характеристика разомкнутой части и оптимальная характеристика объекта с течением времени медленно расходятся. Задача корректора состоит в том, чтобы снова совместить эти характеристики. Распознающая система используется как модель объекта, по которой можно выработать сигналы коррекции.

На рис. 34 показан профиль некоторого двухмодального экстремального холма, гребень которого — линия O_1, O_2 представляет собой оптимальную характеристику объекта.

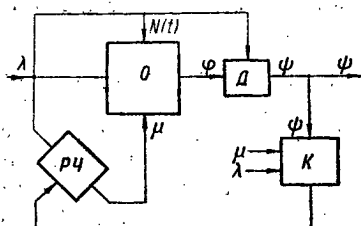


Рис. 33. Блок-схема комбинированной системы экстремального управления с двухбалльным измерением показателя качества:

O — объект; $Д$ — датчик; $К$ — корректор; $ψ$ — показатель качества; $λ$ — возмущающее воздействие; $μ$ — регулирующее воздействие.

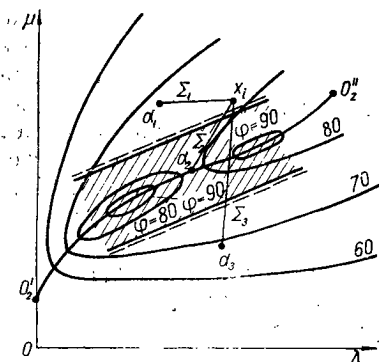


Рис. 34. К пояснению двухмодальной задачи при плавной характеристике объекта экстремального управления:

x_i — представляющая точка; d_1, d_2, d_3 — прототипы (полюса).

Заштрихованная часть отвечает области притяжения среднего, второго прототипа (полюса) и классифицируется распознающей системой — корректором как область «хорошей» работы объекта. Области притяжения

первого и третьего полюсов относятся к области «плохой» работы*. На рисунке показан пример прихода представляющей точки x_i , которая будет распознана как точка «плохой» работы. Ясно, что для того, чтобы распознающая система правильно классифицировала приходящие сигналы, нужно, чтобы полюса были расположены перпендикулярно к оптимальной характеристике

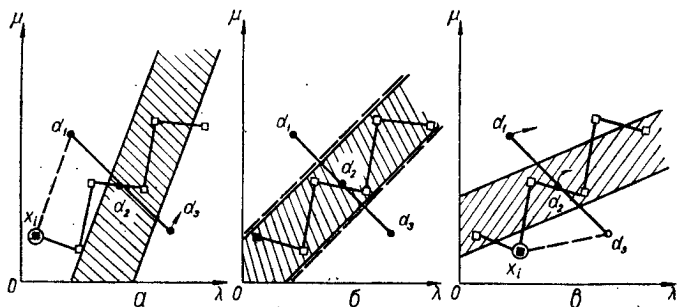


Рис. 35. Алгоритм самообучения полюсов: а — первый полюс α_1 движется к представляющей точке x_i ; б — полюса неподвижны — дается разрешение на управление; в — 3-й полюс α_3 движется к представляющей точке x_i .

так, как это показано на рисунке. Границы областей притяжения полюсов должны быть параллельны оптимальной характеристике. Если последняя не прямолинейна, то потребуются не три, а больше полюсов. Множество полюсов, необходимое для аппроксимации сложной нелинейной оптимальной характеристики, ниже мы будем называть «полюсным газом». Самоорганизация состоит в таком перемещении полюсов, при котором распознающая система достаточно точно аппроксимирует оптимальную характеристику объекта.

На рис. 35 приведен алгоритм самоорганизации трех полюсов. Характеристика $PЧ$ изображена в виде ломаной линии: зубцы на ней принципиально необходимы для того, чтобы узлы интерполяции не повторяли друг друга и система была бы хорошо обусловленной.

На рис. 35,б показано оптимальное расположение характеристики $PЧ$ и области хорошей работы объекта

* Полюсом здесь называется точечный эталон (прототип) распознающей системы.

(последняя заштрихована). На рис. 35, а область сместилась против часовой стрелки. Для того, чтобы распознающая система продолжала быть моделью объекта и давать правильные сигналы коррекции, необходимо и крайние полюса повернуть, как показано на рисунке, по часовой стрелке на один шаг. Средний полюс все время удерживается в середине области «хорошей» работы объекта. На рис. 35, в показано смещение полюсов в обратном направлении.

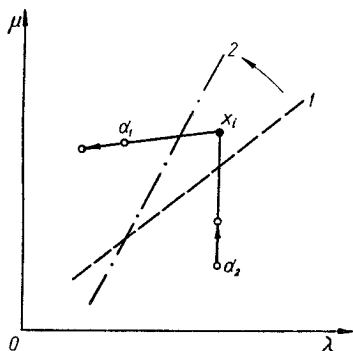


Рис. 36. К пояснению метода взвешенного смещения:

1 — первоначальное положение границы раздела ситуации; 2 — положение границы после перемещения полюсов.

На рис. 36 приведен известный (например, из работ К. Вендта) метод самообучения распознающих систем, получивший название *метода взвешенного смещения*. На рисунке показаны два полюса и граница области их притяжения. В случае прихода новой представляющей точки «правильный» полюс делает шаг по направлению от нее, а «неправильный» — к ней. В результате ряда таких шагов граница устанавливается в оптимальном положении. Ясно, что

метод взвешенного смещения в сущности повторяет описанный выше алгоритм обучения трех полюсов и, следовательно, имеет общее с ним обоснование вопросов сходимости, числа шагов обучения, выбора закона изменения величины шага (стохастическая аппроксимация) и др.

На рис. 37 приведен процесс самоорганизации большого числа точечных прототипов (полюсного газа), необходимого при сложной нелинейной характеристике объекта. В работе [30] формулируется теорема о сходимости процесса самообучения полюсного газа по методу взвешенного смещения, из которой следует, что процесс всегда будет заканчиваться успешно, если полюса будут отталкиваться друг от друга как частицы некоторого «газа». Т. Гергей моделировал этот процесс при помощи большого числа плавающих на поверхности воды магнитиков [12]. При моделировании «газа» на вычислительных машинах в программе предусматривается вы-

числение расстояний между полюсами и их уравнивание, что было проделано на ЦВМ «Минск-2» для девяти полюсов. Моделирование подтвердило сходимость процесса самоорганизации.

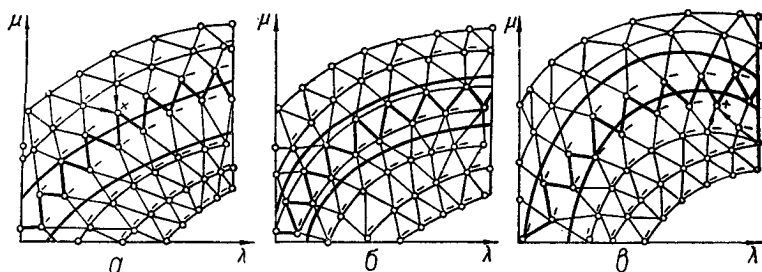


Рис. 37. К пояснению процессов самоорганизации «полюсного газа» — множества точечных прототипов:

а, в — рассогласование положения характеристики разомкнутой части и зоны хорошей работы объекта; *б* — совпадение характеристики и зоны.

ПОЯСНЕНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕРМИНОВ «САМООРГАНИЗАЦИЯ» И «ЭВРИСТИЧЕСКАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ»

Определим применение термина «эвристическая самоорганизация», принятое в данной работе.

Слово «самоорганизация» понимается в смысле идей «управления стихиями». В одной из теорем Ф. Розенблатта утверждается, что бесконечный перцептрон может начать самообучение при нулевой начальной организации. Ребенок, говорит он, рождается с «чистой картой», т. е. с полным хаосом случайных связей в мозгу. Но постепенно, под действием внешней среды и усилий матери, связи самоорганизуются: ребенок начинает узнавать окружающий мир. Разве это не удивительный процесс самоорганизации! Мы вправе говорить слово «само», несмотря на присутствие учителя — матери.

При помощи тряски (интегральное воздействие) мы можем экономно уложить детали в ящик. При помощи налогов и инвестиций мы можем в некоторой степени управлять стихией рынка. При помощи пороговых самоотборов мы находим как оптимальное множество входных сигналов, так и структуру и значение коэффициентов связей перцептрона.

Мы говорим «самоорганизация», несмотря на то, что во всем процессе синтеза оптимального решения присутствует человек. Мало того, он непрерывно вмешивается в процесс. Это он трясет ящик так, таким способом, как ему кажется лучше и до тех пор, пока ему это надо. Это он придумывает новые интегральные воздействия на экономику. И, наконец, сам человек устанавливает размерность и величину критериев самоотборов полезной информации. Особенность состоит в полной неожиданности как промежуточных, так и конечного результатов управления. Поэтому самоорганизация есть «искусство управления стихиями». Объект имеет как бы свою собственную «свободную волю», как необъезженная лошадь или неисправная машина, и поэтому успех процесса как во всех эвристических методах, не гарантируется. Все это делает слово «самоорганизация» более подходящим в данном применении, чем слово «организация», где чувствуется что-то жестко детерминированное.

Пояснить, почему мы такую самоорганизацию называем эвристической, по-видимому, не требуется. Алгоритмы самоорганизации направлены на выполнение заказа человека и под воздействием эвристических критериев учитывают его мотивацию. Многообразие перцептрона позволяет человеку при помощи порогов неоднократно вмешиваться в ход решения задачи в сторону улучшения конечного результата. При этом ему приходится вырабатывать ряд решений — эвристик-правил, основанных на опыте решения подобных задач.

В работах детерминистического направления эвристики трактуются как необоснованные решения, дающие достаточно хорошие для практики, но не самые лучшие результаты. Первые же опыты по применению эвристик и самоорганизации, проведенные у нас, показали ошибочность этого установившегося взгляда. Эвристики — это решения, основанные на общем опыте человека, связанные с желаниями потребителя результатов решения задачи, с факторами его мотивации. Они не относятся ни к предмету, ни к компетенции математики, и, следовательно, никакое совершенствование математического аппарата не может их заменить или сравниться с ними по действию. По известному выражению Гексли «математика есть только жернов, и, засыпав плохое зерно, мы не можем получить хорошей муки». Поэтому точ-

ность эвристических методов оказалась несравнимо выше точности самых совершенных и общих математических методов, использующих специфические (детерминистические) подходы.

Алгоритмы эвристической самоорганизации похожи на слоеный пирог: за эвристикой следует математическая обработка, за которой снова следует эвристика и т. д. При помощи эвристических критериев и порогов человек непрерывно вмешивается в ход решения задачи и направляет его в нужную ему сторону, уменьшая действия «вредных» входных сигналов и повышая вес полезной информации. Повышение точности при этом настолько значительно, что можно снизить требования к аппарату математической обработки. Эвристики, направленные на улучшение структуры решения задачи, оказываются более эффективными, чем эвристики, направленные на совершенствование математического аппарата, применяемого в промежутках между эвристическими вмешательствами человека-заказчика на результат решения задачи.

Возможность получения оптимального сколь угодно сложного «полного» описания процесса по малому числу точек наблюдения (четыре — для линейных и семь — для квадратичных полиномов в обучающей последовательности), простой метод оптимального управления с накоплением информации и начало общей полиномиальной теории динамических систем — вот три основные результаты нашей работы в области эвристической самоорганизации.

Однако теория эвристической самоорганизации находится только в начальной стадии своего бурного развития. На очереди разработка кибернетических систем самоорганизации, в которых используются более разнообразные интегральные критерии (например, типа подоходного налога), а не только пороговые самоотборы. Самое главное все же есть широкое применение МГУА к решению задач техники, сельского хозяйства, биологии, медицины, психологии, экономики, социологии и других областей науки. В частности, для психологов может быть весьма интересным вопрос о том, как далеко машины, реализующие МГУА, могут перейти из области моделирования простого ассоциативного мышления в область генерирования разнообразных эвристик —

в область творческого мышления. Предел, по-видимому, определяется только нашими практическими возможностями сбора информации (см. «Автоматика», 1970, № 1).

РАЗВИТИЕ «ГИПОТЕЗЫ СЕЛЕКЦИИ» ВПЛОТЬ ДО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИДЕИ ГИБРИДИЗАЦИИ СЕМЯН

Алгоритмы МГУА, использующие попарную обработку аргументов, являются оптимальными, так как в окружающей природе, где выживают только самые оптимальные алгоритмы, установилось разделение особей на два пола — мужской и женский.

В. Д. Димитров (см. «Автоматика», 1969, № 5) предложил применять два различных критерия для выбора двух переменных, образующих пару (при попарном учете аргументов). Одна из переменных выбирается по критерию минимума среднеквадратичной ошибки, а вторая подбирается к ней по другому критерию — по «критерию гибкости» или способности к быстрой эволюции. Результирующая переменная наследует оба свойства «родителей» — точность и гибкость. Такая рекомендация согласуется с генетическими представлениями о гибридизации, хотя ясно, что способность к быстрому переобучению не всегда нужна (например, в стационарной среде переобучение не требуется).

Точность является главной целью, а ускорение процесса достижения высокой точности (т. е. ускорение эволюции частных описаний) требуется только для учета нестационарности среды в связи с поступлением новых данных. Эффективность дифференциального применения двух разных критериев, показанная на примере предсказания случайных событий по алгоритму МГУА с графами вероятности переходов, по-видимому, относится и к полиномиальным алгоритмам МГУА.

ЗАКОН АДЕКВАТНОСТИ В ТЕОРИИ САМООРГАНИЗАЦИИ

Закон адекватности (или соответствия) представляется как простое правило, позволяющее определить схему и оптимальные параметры системы управления или распознавания по заданным характеристикам объекта [30].

Примером могут быть условия инвариантности, представляющие собой закон адекватности для детерминированных, линейных и нелинейных систем. Для стохастических объектов действует правило: «черным ящикам» в схеме объекта должны соответствовать такие же «черные ящики» в схеме системы управления или распознавания.

Отсутствие учета закона адекватности приводит к построению неоптимальных систем. Например, многие работы в области экономического планирования не учитывают сложности и индетерминированного характера в области планирования. Польза добавления вспомогательных стихийных механизмов обратной связи к аппарату жесткого планирования отрицалась. Только в последнее время в связи с экономической реформой экономисты приходят к заключению, что индетерминированный характер действия закона стоимости больше адекватен задаче управления народным хозяйством, чем детерминированный закон жесткого планирования из центра, который не так давно считали единственно оптимальным способом управления.

Основной задачей в теории управления и теории распознавания в ближайшем будущем является нахождение на каждом уровне изучения объекта оптимального соотношения между детерминированной (разомкнутой или планируемой) и самоорганизующейся (стихийной) частями системы. Эта задача является основной задачей при рассмотрении моделей мозга и других сложных систем технической кибернетики. В экономике и вопросах организации производства решение этой задачи означает выбор степени централизации. Нет смысла обсуждать вопрос о том, что лучше — централизация или децентрализация управления, если последняя не ведет к некоторой степени самопроизвольной организации. Децентрализация всегда должна быть связана с изменением детерминированной или планируемой части системы управления, причем планируемая часть должна с течением времени возрастать или уменьшаться по мере изменения наших знаний об объекте управления. Если сложность и неопределенность объекта с течением времени возрастает, то соответственно должна увеличиваться степень децентрализации и удельный вес механизмов самоорганизации системы.

ПРИМЕНЕНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА ПАРТНЕРОВ В АЛГОРИТМАХ МГУА

Пределом для обычного регрессионного анализа является задача с числом входных аргументов $n \leq 7$ ($C_{2n}^n \approx \approx 4000$). Пределом для алгоритмов МГУА, рассматриваемых в данной работе, является задача с числом входных аргументов около $n \leq 100$. Эти алгоритмы характеризуются тем, что в них используется *полный перебор всевозможных пар входных аргументов по два*. При $n > 100$ такой полный перебор выполнить трудно.

При $n > 100$ приходится отказаться от полного перебора пар, и, следуя примеру алгоритмов массовой селекции, наблюдаемой в природе, применить случайный поиск партнёров для каждой входной переменной*. Тем самым алгоритм МГУА еще больше приблизится к тому, что мы наблюдаем в природе при селекции растений.

Вопросы оптимизации алгоритмов и параметров случайного поиска партнеров в МГУА требуют еще исследования.

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ МГУА

Достоверность решений, получаемых по каждому из частных уравнений регрессии можно оценить при помощи известных приемов, применяемых для оценки достоверности в обычном регрессионном анализе (определение доверительных интервалов при помощи критерия Стьюдента).

Соответственно алгоритмам МГУА эквивалент полного описания получается при помощи исключения промежуточных переменных из системы частных описаний. Возникает задача определения достоверности значений функции, получаемой таким образом. Эта задача еще не решалась. Известно, что достоверность общего результата быстро возрастает при увеличении превышения числа узлов интерполяции над минимальным количеством, необходимым для МГУА.

* Сжатие входной информации можно также получить, применяя корреляционный или факторный анализ [8].

Самые «быстродействующие» алгоритмы МГУА (например, алгоритмы с последовательным вводом переменных) имеют три члена в частных описаниях. Это означает, что минимальное число узлов интерполяции в обучающей последовательности равно четырем. Минимум числа узлов интерполяции, используемых в проверочной последовательности, зависит от «степени стохастичности» объекта. Для детерминированных объектов достаточно использовать всего один узел. Итого, *минимальное число узлов равно пяти*. Примеры показывают, что достаточно достоверные решения получаются, когда этот минимум превышает по крайней мере в два-три раза (желательно больше). Итак, практический минимум экспериментальных данных для МГУА равен приблизительно 10—15 узлам интерполяции, что, в свою очередь, приблизительно соответствует 15—20 интервалам наблюдения процесса.

Глава 7

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ЗАДАЧ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

В конце концов каждый ученый должен считать своим долгом рассказать широкой публике в общедоступной форме о том, чем он занимается.*

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Прежде чем перейти непосредственно к рассмотрению примеров приведем их перечень, показывающий общую цель данной главы.

В примерах (1—8) показаны следующие основные алгоритмы МГУА; 1) алгоритм МГУА с линейными полиномами; 2) алгоритм МГУА с квадратичными полиномами; 3) вероятностные алгоритмы МГУА.

* Конрад З. Лоренц. Кольцо царя Соломона. М., «Знание», 1970, стр. 10.

Ряд других примеров, и соответствующие программы на языке АЛГОЛ-60, публикуются в журнале «Автоматика».

Из перечня примеров видно, что нашей целью было показать применение основных алгоритмов МГУА для решения разнообразных практических задач технической кибернетики: идентификации, предсказания, распознавания и оптимального управления. Эти задачи мы называем интерполяционными. Четвертый алгоритм МГУА (алгоритм с последовательным вводом переменных) рассмотрен в гл. 8 и проиллюстрирован примером IX.

ОДНОТИПНОСТЬ ЭВРИСТИК И ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Несмотря на разнообразие задач и алгоритмов их решения, можно указать общую для всех примеров эвристическую основу.

Первой эвристикой является выбор элементарных алгоритмов образования входных сигналов. В большинстве случаев в качестве входных сигналов используются нормированные отклонения переменных от среднего значения или от нелинейного тренда.

Вторая эвристика связана с выбором критериев пороговых самоотборов: применяются критерии среднеквадратичной ошибки, коэффициент корреляции, критерии разнообразия аргументов, критерий обусловленности матриц и другие критерии.

Третья эвристика связана с выбором законов генерации постепенно усложняющихся комбинаций аргументов и осуществления интегральных воздействий (в частности — пороговых самоотборов), т. е. структуры алгоритмов МГУА.

Отметим некоторые общие особенности решаемых задач.

Особенность задачи идентификации состоит в том, что учитель здесь не требуется: входные величины μ_k вместе с последовательностью выходных величин φ_k образуют обучающую последовательность данных. Объясняется это тем, что именно в этих данных содержится информация о цели идентификации — уравнении поверхности (гиперповерхности) экстремального холма. Кроме

того в ней не удастся использовать вероятностные разрешающие функции (например, формулу Байеса), а применяются только полиномиальные решающие функции.

В задаче идентификации роль учителя выполняют сами входные данные, поэтому здесь можно говорить только о самообучении. То же можно сказать и о задаче предсказания (учитель отсутствует). Только в задаче распознавания можно осуществить режим обучения, где указания о правильности дает отдельный элемент системы — учитель (человек или другая система).

Кроме того, как показано на рис. 38, алгоритмы решения задач отличаются по типу применяемых эвристических критериев. Простой перцептрон применяется для решения задачи распознавания образов (рис. 38, а). В нем участвуют только два порога по коэффициентам корреляции. Более сложным является перцептрон для решения задачи предсказания случайных процессов (рис. 38, б). Здесь применен еще предварительный пороговый самоотбор по длине текущего интервала предыстории. И, наконец, в задаче идентификации используются два предварительных порога: по дисперсионному критерию выбираются наиболее значительные воздействия, а по критерию обусловленности матриц — узлы интерполяции, несущие новую информацию. Точки (узлы интерполяции), повторяющие друг друга, пропускаются. Только после этого применяются два корреляционных порога (рис. 38, в).

В остальном решения задач подобны друг другу. Это важное сходство и позволяет надеяться, что эвристическая самоорганизация позволит придать конструктивность идее «черного ящика» и другим общим подходам

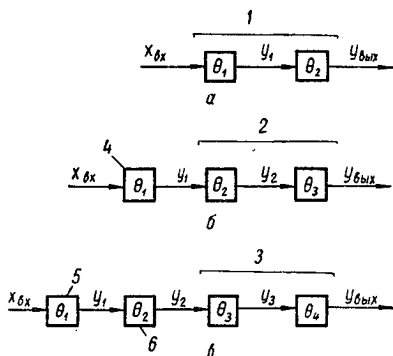


Рис. 38. Структуры алгоритмов самоотбора полезной информации:

а — при распознавании образов; б — при предсказании; в — при идентификации; 1, 2, 3 — по корреляционному критерию; 4 — по длине предыстории; 5 — по дисперсионному критерию; 6 — по критерию обусловленности матриц.

кибернетики и тем самым возродить кибернетику как общую науку, охватывающую решение самых разнообразных задач. Поэтому мы называем данные алгоритмы и программы *универсальными*.

ПРЕДСКАЗАНИЕ АМПЛИТУДЫ МАКСИМУМА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ ПО АЛГОРИТМУ МГУА С ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛИНОМАМИ (ПРИМЕР I) *

Данные о цикличности солнечной активности можно найти во многих популярных книгах **. Максимумы солнечной активности, измеряемые в «числах Вольфа», повторяются приблизительно через каждые 11,1 лет. Гра-

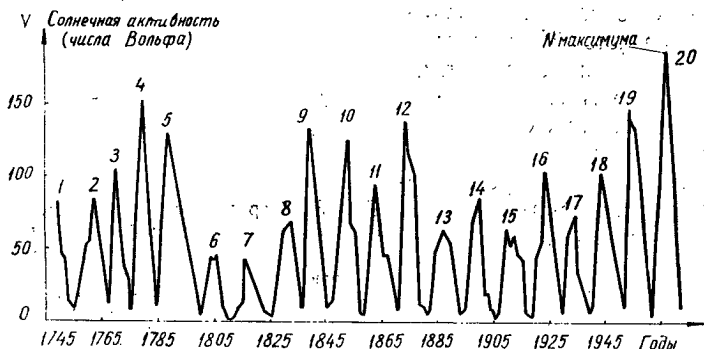


Рис. 39. График солнечной активности за двести двадцать лет (по данным цюрихской службы Солнца).

фик солнечной активности за 220 лет дан на рис. 39. Требуется, используя эти данные, предсказать амплитуду следующего, двадцать первого максимума.

Постановка задачи не отличается от условия задачи предсказания амплитуды следующей океанской волны, рассмотренной в работе [26]. Исходные данные представлены в табл. 10 (абсолютные и нормированные значения активности солнца в отклонениях от среднего).

* Расчеты примера I выполнены студентами О. Л. Голомозиной и Т. А. Ивановой.

** Ю. И. Войтинский. Солнечная активность. М., «Наука», 1969.

Исходные данные о солнечной активности

Номер максимума солнечной активности	Амплитуда (абсолютное значение), V	Нормирование отклонения от среднего*	Номер максимума солнечной активности	Амплитуда (абсолютное значение), V	Нормирование отклонения от среднего
1	84	20,188	11	96	0,072
2	86	-0,169	12	140	0,353
3	106	0,0246	13	65	-0,372
4	155	0,498	14	87	-0,159
5	132	0,276	15	65	-0,372
6	47	-0,546	16	106	0,0246
7	45	-0,565	17	75	-0,275
8	70	-0,324	18	106	0,0246
9	136	0,315	19	150	0,450
10	128	0,237	20	190	0,837

* Среднее значение $V_{\text{ср}} = 103,4$;

$$\text{Нормированное отклонение } v_i = \frac{V - V_{\text{ср}}}{V_{\text{ср}}}.$$

Для выяснения числа амплитуд, которые нужно учесть в формуле предсказания:

$$v_k = f(v_1 v_2 v_3 v_4 \dots v_{20}),$$

где v_k — будущее значение амплитуды солнечной активности через время упреждения $T_y = 11,1$ лет; v_1 — текущее значение амплитуды; v_2 — амплитуда 11,1 лет назад; v_3 — амплитуда 22,2 года назад и т. д.

Существуют два способа: построение корреляционной функции и способ непосредственного сравнения вариантов по точности.

Допустим, заданы следующие значения отклонений переменных φ_i и V_j от средних значений для n моментов времени

$i =$ $j =$	1	2	3	4	...	$n-1$	n
φ_i	-0,01	0,02	0,01	-0,10	...	0,02	0,03
V_j	0,06	0,05	0,02	-0,03	...	0,01	0,10

Индексы значений переменной φ : от $i = 1$ до $i = n$.

Индексы значений переменной V : от $j = 1$ до $j = n$.

Коэффициент корреляции при отсутствии сдвига ($\tau = 0$):

$$K_{\varphi V}(0) = \frac{[(-0,01)(0,06) + (0,02)(0,05) + (0,01)(0,02) + (-0,10) \times \dots]}{\sqrt{[(-0,01)^2 + (0,02)^2 + \dots + (0,03)^2] [(0,06)^2 + \dots]}}$$

$$\frac{\times (-0,03) + \dots + (0,03)(0,10)]}{+ (0,05)^2 + \dots + (0,10)^2]}.$$

Коэффициент при сдвиге на один шаг ($\tau = 1$):

$$K_{\varphi V}(1) = \frac{[(-0,01)(0,05) + (0,02)(0,02) + (0,01) \times \\ \sqrt{[(-0,01)^2 + (0,02)^2 + \dots + (0,02)^2][(0,05)^2 + \\ \times (-0,03) + \dots + (0,02)(0,10) \\ + (0,02)^2 + \dots + (0,10)^2}]}$$

и т. д.

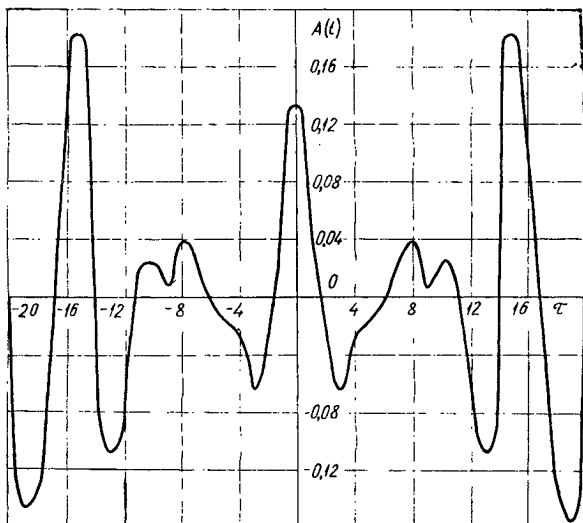


Рис. 40. Автокорреляционные функции для кривой солнечной активности.

Откуда общая формула

$$K_{\varphi V}(\tau) = \frac{\sum_{i=n-\tau}^{i=n} \varphi_i v_i}{\sum_{i=n-\tau}^{i=n} \varphi_i^2 \sum_{j=1+\tau}^{j=n} v_j^2}$$

дает возможность рассчитать значение корреляционной функции для любого сдвига $\tau = 1, 2, 3 \dots n$.

Автокорреляционная функция для переменной x_1 определяется по формуле

$$A_{11}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-\tau} \sum_{j=1+\tau}^j x_{1i} x_{1j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=n-\tau} x_{1i}^2 \sum_{j=1+\tau}^j x_{1j}^2}},$$

где x_{1i} — отклонение переменной x_1 от среднего значения без сдвига во времени; x_{1j} — то же со сдвигом на τ тактов; $n - \tau$ — число тактов усреднения.

Построение автокорреляционной функции (рис. 40) в данной задаче не дает полезных результатов. Оказывается, что почти все предыдущие амплитуды сильно влияют на будущую. Поэтому будем решать данный вопрос прямым сравнением вариантов по точности. Значения признаков для трех вариантов приведены в табл. 11.

Таблица 11

Данные значений признаков (приведение задачи предсказания к задаче идентификации гиперповерхности)

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
—	—	—	—	—	0,837
—	—	—	—	0,837	0,450
—	—	—	0,837	0,450	0,0246
—	—	0,837	0,450	0,0246	—0,275
—	0,837	0,450	0,0246	—0,275	0,0246
0,837	0,450	0,0246	—0,275	0,0246	—0,372
0,450	0,0246	—0,275	0,0246	—0,372	—0,159
0,0246	—0,275	0,0246	—0,372	—0,159	—0,372
—0,275	0,0246	—0,972	—0,159	—0,372	0,353
0,0246	—0,372	—0,159	—0,372	0,353	—0,072
—0,372	—0,159	—0,372	0,353	—0,072	0,237
—0,159	—0,372	0,353	—0,072	0,237	0,315
—0,372	0,353	—0,072	0,297	0,315	—0,324
0,353	—0,072	0,237	0,315	—0,324	—0,565
—0,072	0,237	0,315	—0,324	—0,565	—0,546
0,237	0,315	—0,324	—0,565	—0,546	0,276
0,315	—0,324	—0,565	—0,546	0,276	0,498
—0,324	—0,565	—0,546	0,276	0,498	0,0246
—0,565	—0,546	0,276	0,498	0,0246	—0,169
—0,546	0,276	0,498	0,0246	—0,169	—0,188

РАНЖИРОВКА ТОЧЕК ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПО ВЕЛИЧИНЕ ДИСПЕРСИИ

Для разделения исходных точек интерполяции на обучающую и проверочную последовательности подсчитаем их дисперсии:

$$D^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_5^2.$$

Для образования обучающих последовательностей выбираем приблизительно половину* точек с большей дисперсией, а для проверки точности — используем оставшиеся точки.

Рассмотрим два варианта: линейную и квадратичную регрессии.

ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

«Полные» линейные уравнения регрессии имеют вид при $n = 3$

$$v_3 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3;$$

$$n = 5 \quad v_5 = a_0 + a_1x_1 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5;$$

$$n = 7 \quad v_7 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + \\ + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7,$$

где

$$v_1 = x_1; v_2 = x_2; v_3 = x_3; v_4 = x_4 \text{ и т. д.}$$

Заменим полные уравнения видами частных линейных уравнений регрессии. Число рядов селекции, как указывалось, должно быть на единицу меньше числа аргументов (для полного учета всех аргументов). Получим следующие «частные» уравнения: (n — число учитываемых интервалов предыстории) при $n = 3$

$$\text{1-й ряд} \quad y_1 = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_2; \quad y_2 = b_{02} + b_{12}x_1 + \\ + b_{22}x_2; \quad y_3 = b_{03} + b_{13}x_2 + b_{23}x_3.$$

$$\text{2-й ряд} \quad z_1 = c_{01} + c_{11}y_1 + c_{21}y_2; \quad z_2 = c_{02} + c_{12}y_1 + c_{22}y_3; \\ z_3 = c_{03} + c_{13}y_2 + c_{23}y_3.$$

При $n = 5$

$$\text{1-й ряд} \quad y_1 = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_2; \quad y_2 = b_{02} + b_{12}x_1 + \\ + b_{22}x_3; \dots; y_{10} = b_{0-10} + b_{110}x_4 + b_{2-10}x_5.$$

$$\text{2-й ряд} \quad z_1 = c_{01} + c_{11}y_1 + c_{21}y_2; \quad z_2 = c_{02} + c_{12}y_1 + \\ + c_{22}y_3; \dots; z_{45} = c_{0-45} + c_{1-45}y_9 + c_{2-45}y_{10}.$$

* Более точно распределение точек между обучающей и проверочной последовательностями определяется при помощи ряда проб: $1/2, 1/3, 1/4$ и т. д. по критерию минимума числа рядов селекции.

$$3\text{-й ряд} \quad v_1 = d_{01} + d_{11}z_1 + d_{21}z_2; \quad v_2 = d_{02} + d_{12}z_1 + d_{22}z_2; \dots; v_{990} = d_{0-990} + d_{1-990}z_{44} + d_{2-990}z_{45}.$$

$$4\text{-й ряд} \quad w_1 = l_{01} + l_{1-1}v_1 + l_{21}v_2; \quad w_2 = l_{02} + l_{12}v_1 + l_{22}v_2; \dots; w_{489555} = l_{0-489555} + l_{1-489555}v_{989} + l_{2-489555}v_{990}.$$

При $n = 7$.

$$1\text{-й ряд} \quad y_1 = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_2; \quad y_2 = b_{02} + b_{12}x_1 + b_{22}x_2; \dots; y_{21} = b_{021} + b_{121}x_6 + b_{221}x_7.$$

$$2\text{-й ряд} \quad z_1 = c_{01} + c_{11}y_1 + c_{21}y_2; \quad z_2 = c_{02} + c_{12}y_1 + c_{22}y_2; \dots; z_{210} = c_{0-210} + c_{1-210}y_{20} + c_{2-210}y_{21}.$$

$$3\text{-й ряд} \quad v_1 = d_{01} + d_{11}z_1 + d_{21}z_2; \quad v_2 = d_{02} + d_{12}z_1 + d_{22}z_2; \dots; v_{21945} = d_{0-21945} + d_{1-21945}z_{209} + d_{2-21945}z_{210}.$$

$$4\text{-й ряд} \quad w_1 = l_{01} + l_{11}v_1 + l_{21}v_2; \quad w_2 = l_{02} + l_{12}v_1 + l_{22}v_2; \dots; w_{c_{21945}} = l_{0-c_{21945}} + l_{1-c_{21945}} \cdot v_{21945} + l_{2-c_{21945}} \cdot v_{21945}.$$

$$5\text{-й ряд} \quad u_1 = m_{0-1} + m_{11}w_1 + m_{21}w_2; \quad u_2 = m_{02} + m_{12}w_1 + m_{22}w_2; \dots; u_{c_{21945}} = m_{0-c_{21945}} + m_{1-c_{21945}} \times w_{c_{21945}-1} + m_{2-c_{21945}} \cdot w_{c_{21945}}.$$

$$6\text{-й ряд} \quad q_1 = k_{0-1} + k_{11}u_1 + k_{21}u_2; \quad q_2 = k_{02} + k_{12}u_1 + k_{22}u_2; \dots; q_{c_{21945}} = k_{0-c_{21945}} + k_{1-c_{21945}} \cdot u_{c_{21945}} + k_{2-c_{21945}} \cdot u_{c_{21945}}.$$

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ЧИСЛА ПРОПУСКАЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ (ПОРОГОВ)

Полный перебор всех комбинаций аргументов привел бы к слишком большой вычислительной работе: например, при $n = 5$ нужно было бы составить и решить около $5 \cdot 10^5$ систем нормальных уравнений. Для уменьшения объема вычислений введем пороги по величине среднеквадратичной ошибки. Из каждого ряда отбираем q «лучших» по точности переменных. Например, при $n = 3$

и $q = 3$ проходят все шесть уравнений. При $n = 5$ и $q = 3$ получим девятнадцать уравнений и т. д.

Коэффициенты частных уравнений находим, решая системы нормальных уравнений Гаусса (с матрицами 3×3 элемента), составленных по данным обучающих последовательностей. Для оценки точности пользуемся данными проверочной последовательности.

Для конкретности покажем алгоритм только для случая $n = 5$ и $q = 5$ (табл. 12, 13).

Первый ряд селекции. Пять входных переменных ($n = 5$) дают десять комбинаций по два. Для каждой пары аргументов можно написать одно «частное» уравнение вида

$$y_a = b_{0a} + b_{1a}x_b + b_{2a}x_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10; \quad b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4; \\ c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

Для определения числовых значений коэффициентов применяется процедура составления и решения систем нормальных уравнений Гаусса.

Допустим, первое частное уравнение имеет вид

$$Y_1 = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_2.$$

Используя данные второй, третьей и четвертой строк табл. 12, можно написать систему из восьми условных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,315 = b_{01} + b_{11}(-0,324) + b_{21}(-0,565); \\ -0,324 = b_{02} + b_{12}(-0,565) + b_{22}(-0,546); \\ 0,237 = b_{03} + b_{13}(0,315) + b_{23}(-0,324); \\ -0,072 = b_{04} + b_{14}(0,237) + b_{24}(0,315); \\ -0,565 = b_{05} + b_{15}(-0,546) + b_{25}(0,276); \\ 0,353 = b_{06} + b_{16}(-0,072) + b_{26}(0,237); \\ 0,025 = b_{07} + b_{17}(-0,372) + b_{27}(-0,159); \\ -0,275 = b_{08} + b_{18}(0,025) + b_{28}(-0,372). \end{array} \right.$$

Усредняя условные уравнения по Гауссу, получим первую систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\left\{ \begin{array}{l} -0,306 = 8b_0 - 1,302b_1 - 1,138b_2; \\ 0,405 = -1,30b_0 + 1,022b_1 + 0,346b_2; \\ -0,074 = -1,138b_0 + 0,346b_1 + 1,118b_2. \end{array} \right.$$

Решая систему уравнений, получаем

$$b_{01} = 0,011; \quad b_{11} = 0,48; \quad b_{21} = -0,204.$$

Обобщающая последовательность данных

Номер точки	12	13	11	10	14	9	5	4
D^2	1,0465	0,9421	0,8977	0,8777	0,6515	0,5848	0,4318	0,4273
φ	0,315	-0,324	0,237	-0,072	-0,565	0,353	0,0246	-0,275
x_1	-0,324	-0,565	0,315	0,237	-0,546	-0,072	-0,372	0,0246
x_2	-0,505	-0,546	-0,324	0,315	0,276	0,237	-0,159	-0,372
x_3	-0,546	0,276	-0,565	-0,324	0,498	0,315	-0,372	-0,159
x_4	0,276	0,498	-0,546	-0,565	0,0246	-0,324	0,353	-0,372
x_5	0,498	0,0246	0,276	-0,545	-0,169	-0,565	-0,072	0,353
y_1	-0,029	-0,149	0,228	+0,060	-0,308	-0,012	-0,135	0,099
y_2	0,084	-0,257	0,221	0,119	-0,333	-0,171	0,013	0,017
y_3	0,130	-0,265	0,163	0,112	-0,290	-0,205	0,087	-0,088
y_4	0,121	-0,250	0,194	0,092	0,308	-0,202	0,040	0,006
y_5	0,077	-0,266	0,142	0,209	-0,342	-0,143	0,120	-0,103
z_4	0,059	-0,261	0,197	0,197	-0,316	-0,135	0,060	-0,046
z_5	0,086	-0,258	0,219	0,119	-0,332	-0,173	0,016	0,015
z_7	0,081	-0,270	0,162	0,196	-0,347	-0,151	0,102	-0,080

Номер точки	12	13	11	10	14	9	5	4
z_9	0,050	-0,256	0,125	0,237	-0,349	-0,113	0,126	-0,129
z_{10}	0,076	-0,266	0,141	0,210	-0,342	-0,142	+0,121	-0,104
v_1	0,031	-0,248	0,163	0,240	-0,387	-0,100	0,086	-0,093
v_2	0,050	-0,256	0,206	0,195	-0,383	-0,129	0,044	-0,034
v_4	0,059	-0,261	0,196	0,197	-0,376	-0,135	0,061	-0,047
v_9	0,081	-0,270	0,163	0,196	-0,347	-0,151	0,102	-0,079
v_{10}	0,048	-0,255	0,124	0,239	-0,349	-0,111	0,126	-0,128
w_1	-0,014	-0,279	0,097	0,292	-0,444	0,117	0,122	-0,198
w_2	-0,034	-0,272	0,101	0,296	-0,458	0,150	0,104	-0,194
w_3	-0,053	-0,256	0,147	0,289	-0,478	0,142	0,047	-0,138
w_7	0,051	-0,260	0,182	0,215	-0,378	-0,124	0,074	-0,067
w_9	0,057	-0,262	0,179	0,212	-0,373	-0,130	0,081	-0,070
p_3	-0,024	-0,273	0,081	0,291	-0,438	0,145	0,123	-0,210
p_4	-0,024	-0,273	0,082	0,291	-0,439	0,144	0,122	-0,209
p_5	-0,042	-0,265	0,120	0,290	-0,465	0,146	0,080	-0,170
p_6	-0,038	-0,266	0,093	0,291	-0,450	0,158	0,102	-0,196
p_7	-0,037	-0,266	0,095	0,291	-0,451	0,156	0,101	-0,195

Проверочная последовательность данных

Номер точки	7	1	8	15	3	6	2	δ^2
D^2	0,4236	0,4177	0,3902	0,3887	0,3783	0,3496	0,2405	—
φ	—0,159	0,837	—0,372	—0,546	0,0246	—0,372	0,450	—
x_1	—0,372	0,450	0,353	0,276	—0,275	—0,159	0,0246	—
x_2	0,353	0,0246	—0,072	0,498	0,0246	—0,372	0,275	—
x_3	—0,072	—0,275	0,237	0,0246	—0,372	0,353	0,0246	—
x_4	0,237	0,0246	0,315	—0,169	—0,159	—0,072	—0,372	—
x_5	0,315	—0,372	—0,324	—0,188	—0,372	0,237	—0,159	—
y_1	—0,240	0,222	0,195	0,041	—0,126	0,010	—0,067	1,967
y_2	—0,094	0,145	—0,057	0,003	0,032	—0,202	—0,053	1,166
y_5	—0,006	0,058	—0,199	—0,038	0,105	—0,285	—0,089	1,221
y_8	—0,080	0,024	—0,219	—0,089	0,081	—0,238	—0,062	1,182
y_9	—0,143	0,139	—0,159	—0,073	0,193	—0,360	—0,067	1,052
z_4	—0,190	0,193	—0,060	—0,041	0,122	—0,286	—0,049	1,035
z_5	—0,090	0,142	—0,063	0,001	0,036	—0,206	—0,004	1,116
z_7	—0,136	0,144	—0,141	—0,058	0,166	—0,335	—0,054	1,046

Номер точки	7	1	8	15	3	6	2	δ_2
z_9	-0,195	0,164	-0,137	-0,086	0,218	-0,376	-0,093	1,054
z_{10}	-0,144	0,140	-0,158	-0,073	0,194	-0,361	-0,068	1,052
v_1	-0,258	0,216	-0,058	-0,074	0,177	-0,331	-0,00002	0,945
v_2	-0,209	0,207	-0,034	-0,035	0,105	-0,267	0,018	0,978
v_4	-0,190	0,192	-0,063	-0,042	0,123	-0,288	-0,001	0,987
v_9	-0,136	0,144	-0,140	-0,057	0,164	-0,334	0,002	0,994
v_{10}	-0,198	0,166	-0,135	-0,087	0,220	-0,377	0,005	0,955
w_1	-0,362	0,220	-0,116	-0,152	0,258	-0,460	-0,046	0,951
w_2	-0,404	0,242	-0,080	-0,152	0,245	-0,445	-0,024	0,932
w_3	-0,445	0,292	0,019	-0,122	0,178	-0,366	-0,026	0,961
w_7	-0,208	0,197	-0,069	-0,053	0,148	-0,310	0,002	0,965
w_9	-0,194	0,188	-0,084	-0,055	0,153	-0,316	0,002	0,967
p_3	-0,372	0,214	-0,120	-0,162	0,263	-0,466	-0,002	0,9141
p_4	-0,373	0,215	-0,117	-0,161	0,262	-0,464	-0,001	<u>0,913</u>
p_5	-0,420	0,262	-0,039	-0,139	0,216	-0,411	-0,011	0,926
p_6	-0,403	0,236	-0,079	-0,154	0,242	-0,440	-0,001	0,915
p_7	-0,403	0,237	-0,079	-0,153	0,242	-0,440	-0,001	0,9148

Примечание. $\delta_{\min}^2 = 0,913$.

Первый частный полином имеет вид

$$y = 0,011 + 0,48x_1 - 0,204x_2.$$

Пользуясь данными проверочной последовательности, находим оценку точности для этого полинома:

$$\delta_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2,$$

где n — число точек проверочной последовательности; x_i — значение переменной, определяемой решением системы уравнений Гаусса; x_0 — значение переменной на проверочной последовательности.

Среднеквадратичная ошибка подсчитывается для всех десяти полиномов. Из промежуточных переменных y_a выбираются пять наиболее точных, которые и пропускаются в следующий ряд. Такими переменными оказались

$$y_1, y_5, y_2, y_8, y_9.$$

Оценки точности указаны в табл. 13.

Второй ряд селекции. Пять переменных y_a дают десять комбинаций по два, т. е. десять полиномов следующего, второго ряда:

$$z_a = c_{0a} + c_{1b}y_b + c_{2b}y_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

Действуя аналогично предыдущему, записываем в табл. 12 пять наиболее точных промежуточных переменных z :

$$z_4, z_5, z_6, z_9, z_{10}.$$

Третий ряд селекции. Пять переменных z_a дают десять комбинаций по два, т. е. десять полиномов третьего ряда:

$$v_a = d_{0a} + d_{1b}z_b + d_{2b}z_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

В результате решения десяти систем нормальных уравнений (с матрицей 3×3) находим десять переменных v . Пять наиболее точных из них, а именно:

$$v_1, v_2, v_4, v_9 \text{ и } v_{10}$$

записываем в табл. 12.

Четвертый ряд селекции. Пять переменных v_a дают десять полиномов четвертого ряда:

$$\omega_a = l_{0a} + l_{1b}v_b + l_{2b}v_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

Пять наиболее точных переменных ω записываем в табл. 12:

$$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_7, \omega_9.$$

Пятый ряд селекции. Пять переменных ω_a дают десять полиномов пятого ряда:

$$p_a = m_{0a} + m_{1b}\omega_b + m_{2b}\omega_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

Пять наиболее точных переменных записываем в табл. 12:

$$p_3, p_4, p_5, p_6, p_7.$$

Шестой ряд селекции. Пять переменных p_a дают десять полиномов шестого ряда:

$$q_a = k_{01} + k_{1b}p_b + k_{2-b}p_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 5.$$

Пять наиболее точных переменных записываем в табл. 12:

$$q_2, q_5, q_8, q_9 \text{ и } q_{10}.$$

Согласно «правилу остановки» парашивание рядов продолжаем до тех пор, пока заметно падает среднеквад-

ратичная ошибка. По данным табл. 13 находим, что наиболее точной оказалась переменная p_4 . Оптимальное число рядов селекции равно пяти.

КОНСТРУИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛНОГО ПОЛИНОМА

Определив коэффициенты частных описаний и выбрав наиболее точные из них, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} p_4 &= -0,001 + 1,096w_1 - 0,131w_9; \\ w_1 &= -0,023 + 2,343v_1 - 1,269v_2; \\ w_9 &= 0,0004 + 0,730v_4 + 0,284v_{10}; \\ v_1 &= -0,003 + 1,700z_4 - 0,769z_5; \\ v_2 &= -0,0006 + 1,334z_4 - 0,344z_7; \\ v_4 &= -0,0001 + 0,982z_4 + 0,018z_{10}; \\ v_{10} &= 0,00008 + 1,068z_9 - 0,068z_{10}; \\ z_4 &= 0,006 + 0,329y_1 + 0,820y_9; \\ z_5 &= 0,0002 + 0,959y_2 + 0,044y_5; \\ z_7 &= 0,0003 + 0,204y_2 + 0,820y_9; \\ z_9 &= -0,002 - 0,412y_5 + 1,366y_9; \\ z_{10} &= -0,0001 - 0,014y_8 + 1,012y_9; \\ y_1 &= 0,011 + 0,480x_1 - 0,204x_2; \\ y_2 &= -0,044 + 0,203x_1 - 0,356x_3; \\ y_5 &= -0,077 + 0,101x_2 - 0,483x_3; \\ y_8 &= -0,092 - 0,430x_3 - 0,080x_4; \\ y_9 &= -0,106 - 0,559x_3 - 0,245x_5. \end{aligned}$$

Исключая промежуточные переменные y , z , v , w , получаем аналог полного полинома в виде

$$p_4 = -0,170 + 0,117x_1 - 0,168x_2 - 0,621x_3 + 0,000001x_4 - 0,569x_5.$$

Предскажем максимум солнечной активности на следующий, двадцать первый пик, который наступит в 1970 г.

Для этого года $x_1 = 0,837$; $x_2 = 0,450$; $x_3 = 0,0246$; $x_4 = -0,275$; $x_5 = 0,0246$.

Отсюда

$$\begin{aligned} \varphi_8 = p_4 &= -0,170 + 0,117 \cdot 0,837 - 0,168 \cdot 0,450 - \\ &- 0,621 \cdot 0,0246 - 0,000001 \cdot 0,275 - 0,569 \cdot 0,0246 = \\ &= -0,261. \end{aligned}$$

Абсолютное значение амплитуды (число Вольфа)

$$V_{21} = V_{\text{ср}} \cdot v + V_{\text{ср}} = 103,4 (-0,261) + 103,4 = 76,4.$$

Точность предсказания оценивается среднеквадратичной ошибкой: $\delta_5^2 = 0,13$.

Для следующего максимума активности в 1981 г. можно также воспользоваться данной формулой, но лучше повторить весь вывод формулы предсказания с самого начала.

Оптимизация числа учитываемых тактов предыстории n . Повторив все расчеты с самого начала для $n = 3$ и $n = 7$ и сравнив значение наименьшей среднеквадратичной ошибки, делаем вывод, что оптимальное число учитываемых тактов предыстории $n = 5$.

Оптимизация числа переменных, пропускаемых порогам q . Выше мы отбирали в каждом ряду селекции пять наиболее точных переменных ($q = 5$). С целью повышения точности можно просчитать еще варианты $q = 4$, $q = 6$ и т. д. и выбрать оптимальное по точности значение q .

КВАДРАТИЧНАЯ РЕГРЕССИЯ

«Полное» уравнение регрессии при квадратичной регрессии для $n = 5$:

$$\begin{aligned} \varphi_5 = & a_0 + a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 + a_5 v_5 + a_6 v_1 v_2 + \\ & + a_7 v_1 v_3 + a_8 v_1 v_4 + a_9 v_1 v_5 + a_{10} v_2 v_3 + a_{11} v_2 v_4 + a_{12} v_2 v_5 + \\ & + a_{13} v_3 v_4 + a_{14} v_3 v_5 + a_{15} v_4 v_5 + a_{16} v_1^2 + a_{17} v_2^2 + \\ & + a_{18} v_3^2 + a_{19} v_4^2 + a_{20} v_5^2. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} v_1 = x_1; v_2 = x_2; v_3 = x_3; v_4 = x_4; v_5 = x_5; v_1 v_2 = x_6; \\ v_1 v_3 = x_7; v_1 v_4 = x_8; v_1 v_5 = x_9; v_2 v_3 = x_{10}; v_2 v_4 = x_{11}; \\ v_2 v_5 = x_{12}; v_3 v_4 = x_{13}; v_3 v_5 = x_{14}; v_4 v_5 = x_{15}; v_1^2 = x_{16}; \\ v_2^2 = x_{17}; v_3^2 = x_{18}; v_4^2 = x_{19}; v_5^2 = x_{20}. \end{aligned}$$

Далее можно действовать так и при линейной регрессии, в случае $n = 20$ (т. е. при наличии двадцати исходных признаков).

Выбор, что лучше: линейная или квадратичная регрессия — решается в результате сравнения величины среднеквадратичных ошибок, определяемых на одной и той же проверочной последовательности данных. Если ока-

жется, что квадратичная регрессия дает большую точность, то ее следует сравнить еще с результатом кубической регрессии и т. д., пока не будет найдена оптимальная степень уравнения регрессии*.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ОБЪЕКТА ПО АЛГОРИТМУ МГУА С ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛИНОМАМИ (ПРИМЕР II)**

Сделаем несколько предварительных замечаний: для того чтобы матрицы нормальных уравнений, используемых в данном методе, были хорошо обусловлены, идентификатор (машина по алгоритму МГУА) должен быть применен только в комбинированной системе, со специальными зубцами на характеристике разомкнутой части. Представляющая точка, характеризующая состояние объекта, может находиться в любой вершине зигзагообразной линии, изображающей характеристику разомкнутой части системы экстремального регулирования (см. рис. 20 и 33). Время пребывания представляющей точки в одной вершине зубца условимся называть тактом. При переходе из одной вершины в другую система переходит к очередному такту ее работы. Ясно, что такты могут иметь различную продолжительность. Значения координат φ , μ , λ за последние несколько тактов работы записываются в запоминающих устройствах ЗУ и представляют собой таблицу входных данных, которые используются для составления таблиц обучающей и проверочной последовательностей. Далее по алгоритмам МГУА идентификатор находит уравнение поверхности экстремального холма

$$\varphi = f(\mu, \lambda).$$

Эта формула выражается несколькими (числом $S - 1$) полиномами второй степени (S — число используемых для аппроксимации экстремальной характеристики аргументов).

* Продолжение расчета показало, что при квадратичной регрессии ошибка снижается приблизительно в 10 раз.

** О. Г. Івахненко, Ю. В. Копла. Регуляризація розв'язуючих функцій у методі групового врахування аргументів. — «Автоматика», 1970, № 2.

Дифференцируя выходную и промежуточные переменные по регулируемому воздействию, и приравнявая соответствующие производные

$$\frac{d\varphi}{d\mu} = 0,$$

получаем уравнение оптимальной характеристики

$$\mu_{\text{опт}} = f(\lambda).$$

Знание этой характеристики достаточно для осуществления экстремального управления на простых объектах (рис. 41). Для более сложных холмов (рис. 42) требуется еще

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = 0.$$

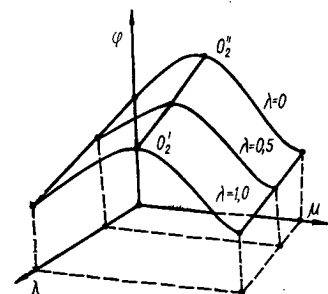


Рис. 41. Статическая характеристика $\varphi = (\mu, \lambda)$.

Оптимальная характеристика соответствует двум последним уравнениям.

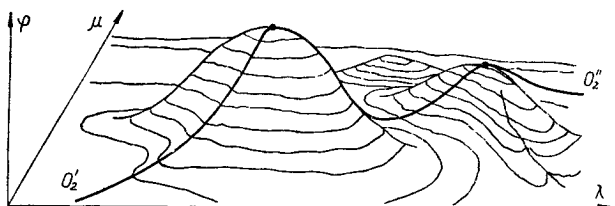


Рис. 42. Статические характеристики многомодельного объекта экстремального управления.

ПРАВИЛА СЕЛЕКЦИИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В АЛГОРИТМЕ С ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛИНОМАМИ

Напомним, что при алгоритме с полиномами второй степени степень аппроксимации относительно исходных аргументов с каждым рядом увеличивается в два раза. Нарращивание числа рядов селекции происходит до тех пор, пока точность не начинает падать (начинается вырождение очередного «поколения» аппроксимирующих полиномов). Это дает возможность найти оптимальное

число рядов и, следовательно, выяснить состав членов и степень аппроксимирующего полинома.

В отличие от этого при линейных полиномах степень аппроксимации в каждом ряду остается постоянной. Меняется лишь число аргументов, входящих в полный полином. С каждым рядом оно возрастает в 2 раза. Как только будет получен полином, содержащий все аргументы, продолжать дальше наращивание рядов селекции уже нецелесообразно. Таким образом, число рядов определяется числом аргументов: для 16 аргументов оно равно четырем, для 32 — пяти и т. д.

Для отбора промежуточных переменных можно применить правила, используемые при селекции растений и животных. Например, известно, что правила генетики не допускают браков между близкими родственниками*.

В более широком плане можно дать предпочтение для объединения переменным, несущим более обширную информацию, т. е. имеющим большее число разнообразных аргументов. И только если претенденты имеют равные права по наследственности (по составу аргументов), то для их сравнения применяют дополнительный критерий самоотбора — по точности. Таким образом, при пользовании алгоритмов МГУА с линейными полиномами могут применяться последовательно два эвристических критерия: *критерий по разнообразию аргументов* и *критерий по точности*. Из примеров I, II видно, что критерий разнообразия аргументов совпадает по действию с *критерием хорошей обусловленности матрицы*.

Преимущества алгоритма с линейными полиномами (простота решений уравнений и простота определения числа рядов и критериев самоотбора) покупаются определенной ценой — степень полного полинома должна быть известна. В других алгоритмах МГУА такого ограничения нет.

В ряде практических задач информация о степени полинома может быть известной. В тех же случаях, когда такой информации нет, следует выполнить ряд расчетов, постепенно повышая степень полного полинома до тех пор, пока повышается точность, и таким образом решить

* Математическое пояснение и обоснование этого правила можно найти, например, в книге Дж. Кемени и др. «Введение в конечную математику», М., Изд-во иностр. лит., 1963.

вопрос о нахождении оптимального полинома при помощи перебора ряда вариантов, отличающихся между собой по степени полного полинома.

Допустим задано полное уравнение регрессии:

$$\Phi = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 X_4 + A_5 X_5,$$

где $X_1 = M$; $X_2 = L$; $X_3 = M^2$; $X_4 = L^2$; $X_5 = ML$; M — регулируемая величина; L — возмущающее воздействие.

Необходимо определить коэффициенты уравнения, используя исходные данные, заданные в табл. 14.

Примечания: 1. При МГУА одни и те же точки интерполяции используются несколько раз для определения коэффициентов каждого частного полинома. Поэтому не удивительно, что в данном примере мы имеем шесть неизвестных коэффициентов в полном полиноме и только пять исходных точек в обучающей последовательности.

2. Данными об абсолютных значениях переменных (табл. 14) следует пользоваться только в том случае, когда среднее значение переменной равно нулю или близко к нему. Во всех остальных случаях удобнее пользоваться нормированными отклонениями от среднего значения, что и принято ниже:

$$\varphi = \frac{\bar{\Phi} - \bar{\Phi}}{\bar{\Phi}}, \text{ где } \bar{\Phi} = 74,67; \quad x_1 = \frac{X_1 - \bar{X}_1}{\bar{X}_1}, \text{ где } \bar{X}_1 = 40;$$

$$x_2 = \frac{X_2 - \bar{X}_2}{\bar{X}_2}, \text{ где } \bar{X}_2 = 5,64;$$

$$x_3 = \frac{X_3 - \bar{X}_3}{\bar{X}_3}, \text{ где } \bar{X}_3 = 1814,29;$$

$$x_4 = \frac{X_4 - \bar{X}_4}{\bar{X}_4}, \text{ где } \bar{X}_4 = 33,36;$$

$$x_5 = \frac{X_5 - \bar{X}_5}{\bar{X}_5}, \quad \bar{X}_5 = 216,79.$$

Точность вычислений и обусловленность матриц при этом повышается. Получим

$$\varphi = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 + a_5 x_5.$$

3. Для стационарных процессов среднее значение постоянно во времени. Для квазистационарных процессов

отсчет ведется от так называемого «текущего среднего значения», определяемого нелинейным трендом (тенденцией) процесса. Тренд определяется при помощи регрессионного анализа (см. примеры IV и V).

Таблица 14

Исходные данные для идентификации

Отсчет	Переменные величины	Точки интерполяции				
		1	2	3	4	5
В абсолютных значениях	Показатель экстремума Φ	71,84	73,02	86,92	69,26	76,40
	Регулирующее воздействие M	20,00	60,00	40,00	50,00	30,00
	Возмущающее воздействие L	6,00	5,00	8,00	4,00	6,00
	$X_1 = M$	20,00	60,00	40,00	50,00	30,00
	$X_2 = L$	6,00	5,00	8,00	4,00	6,00
	$X_3 = M^2$	400,00	3600,00	1600,00	2500,00	900,00
	$X_4 = L^2$	36,00	25,00	64,00	16,00	36,00
	$X_5 = ML$	120,00	30,00	320,00	200,00	180,00

В данном случае будем считать процесс стационарным, т. е. применять нормированный отсчет в отклонениях от постоянного среднего.

Решение задачи при помощи МГУА. Сначала генерируем искусственные добавочные точки интерполяции. Для этого вычисляем квадраты расстояний между заданными точками по формуле

$$\rho_{ij}^2 = \left(\frac{X_{1i} - X_{1j}}{5} \right)^2 + \left(\frac{X_{2i} - X_{2j}}{5} \right)^2 + \dots + \left(\frac{X_{5i} - X_{5j}}{5} \right)^2;$$

где i и j — индексы точек, между которыми определяется расстояние.

Результаты расчета представлены в табл. 15. Мы видим, что точка один весьма близка к точке пять, а точка два — к точке четыре обучающей последовательности. Две точки в пространстве координат, лежащие в середине между соседними, можно включить в состав исходных данных, если холм достаточно гладкий (табл. 16 и 17). Если мы в этом не уверены, то имеющиеся данные должны быть разделены на две части (например, четыре точки — для обучения коэффициентов и одна — для проверки точности).

Квадраты расстояния между исходными точками
(порог для выбора пар точек $\theta = 0,6$)

Номер точки	1	2	3	4	5
1	0	3,383	1,995	1,819	<u>0,173</u>
2	3,383	0	2,336	<u>0,546</u>	2,127
3	1,995	2,336	0	2,746	<u>1,253</u>
4	1,819	<u>0,546</u>	2,746	0	1,101
5	<u>0,173</u>	2,127	1,253	1,101	0

Далее ранжируем все семь точек (пять заданных и две добавочные) по величине дисперсии:

$$D^2 = x_{1i}^2 + x_{2i}^2 + x_{3i}^2 + x_{4i}^2 + x_{5i}^2.$$

Результаты расчета приведены в табл. 16 и 17.

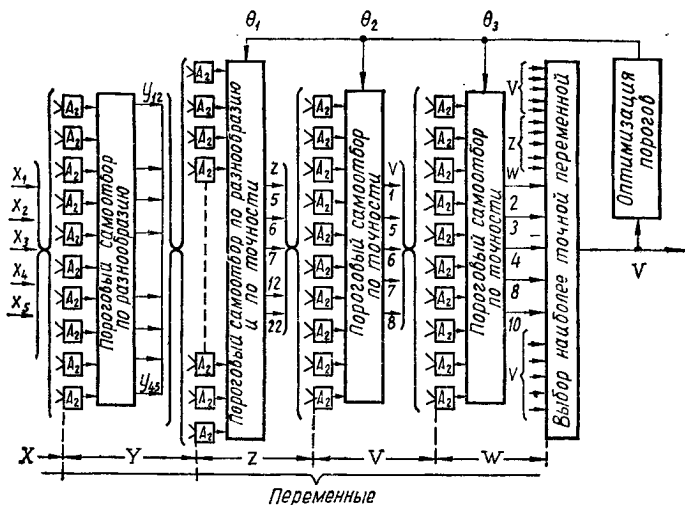


Рис. 43. Структура алгоритма МГУА в задаче идентификации:

A_2 — алгоритм обработки двух переменных.

Следовательно, нужно выбрать для обучения точки 1, 2, 3 и 2/4, а для проверки точки 4,5 и 1/5. Структура алгоритма МГУА для данной задачи представлена на рис. 43.

Обучающая последовательность данных

Номер точки	1	2	3	2/4	$K_{\text{обусл}}$
D^2	1,4417	1,2497	1,0677	0,8139	—
φ	0,164	—0,0221	—0,0379	—0,0473	—
x_1	0,5000	0,3750	0,000	—0,5000	—
x_2	0,4177	0,0633	—0,1139	—0,2025	—
x_3	0,9843	0,6811	—0,1181	—0,7795	—
x_4	0,9136	0,0792	—0,2505	—0,3854	—
x_5	0,4751	0,3839	0,1417	—0,4465	—
y_1	0,1611	0,0102	—0,0349	—0,0592	$5 \cdot 10^{-3}$
y_3	0,1631	—0,0169	—0,0367	—0,0527	$2 \cdot 10^{-4}$
y_4	0,1603	—0,0083	—0,0343	—0,061	$8 \cdot 10^{-9}$
y_5	0,1595	—0,0073	—0,0323	—0,0632	$4 \cdot 10^{-8}$
y_7	0,1608	—0,0098	—0,0346	—0,0598	$2 \cdot 10^{-7}$
y_8	0,1623	—0,0145	—0,0354	—0,0558	$3 \cdot 10^{-6}$
y_9	0,1622	—0,0177	—0,0365	—0,0523	$8 \cdot 10^{-11}$
y_{10}	0,1626	—0,0152	—0,0359	—0,0548	$6 \cdot 10^{-6}$
z_9	0,1639	—0,0216	—0,0388	—0,0471	$1 \cdot 10^{-7}$
z_6	0,1640	—0,0224	—0,0374	—0,0475	$3 \cdot 10^{-6}$
z_7	0,164	—0,0227	—0,0369	—0,0477	$2 \cdot 10^{-3}$
z_{12}	0,1639	—0,0226	—0,0351	—0,0495	$5 \cdot 10^{-8}$
z_{22}	0,164	—0,0217	—0,0384	—0,0471	$3 \cdot 10^{-7}$
v_1	0,164	—0,0221	—0,0379	—0,0474	$2 \cdot 10^{-6}$
v_3	0,1639	—0,0218	—0,0379	—0,0476	$7 \cdot 10^{-5}$
v_4	0,164	—0,0222	—0,0379	—0,0473	$4 \cdot 10^{-7}$
v_7	0,164	—0,0221	—0,0379	—0,0473	$1 \cdot 10^{-6}$
v_{10}	0,164	—0,0219	—0,0379	—0,0475	$8 \cdot 10^{-9}$

Первый ряд селекции (десять комбинаций аргументов из пяти по два):

$$y_1 = a_{01} + a_{11}x_1 + a_{21}x_2;$$

$$y_2 = a_{02} + a_{12}x_1 + a_{21}x_3;$$

$$y_3 = a_{03} + a_{13}x_1 + a_{23}x_4;$$

$$y_4 = a_{04} + a_{14}x_1 + a_{24}x_5;$$

$$y_5 = a_{05} + a_{15}x_2 + a_{25}x_5;$$

$$y_6 = a_{06} + a_{16}x_2 + a_{26}x_4;$$

$$y_7 = a_{07} + a_{17}x_2 + a_{27}x_5;$$

$$y_8 = a_{08} + a_{18}x_3 + a_{28}x_4;$$

$$y_9 = a_{09} + a_{19}x_3 + a_{29}x_5;$$

$$y_{10} = a_{010} + a_{110}x_4 + a_{210}x_5.$$

Второй ряд селекции (28 комбинаций из восьми по два). Из 28 возможных комбинаций выбираем пять, используя последовательно второй порог по разнообразию и первый порог по точности (рис. 43). Находим коэффициенты нормальных уравнений Гаусса (пять систем с матрицами 3×3) и оцениваем ошибку для всех точек проверочной последовательности (табл. 17). Первый порог по среднеквадратичной ошибке позволяет выбрать следующие пять переменных:

$$z_c = c_{0c} + c_{1c} y_a + c_{2c} y_b,$$

где

$$a = 11435; b = 6105910; c = 6791222.$$

Третий ряд селекции (десять комбинаций из пяти по два). Конструируем следующие десять полиномов третьего ряда:

$$v_c = d_{0c} + d_{1c} z_a + d_{2c} z_b,$$

где

$$a = 99996667712; b = 671232712121222; c = 12345678910.$$

Получаем десять систем нормальных уравнений Гаусса (матрица 3×3), решение которых дает нам значение коэффициентов. Зная коэффициенты, оцениваем ошибку на проверочной последовательности (табл. 17).

Четвертый ряд селекции. Наиболее точные пять переменных третьего ряда дают десять переменных четвертого ряда

$$w_c = l_{0c} + l_{1c} v_a + l_{2c} v_b,$$

где

$$a = 1111333447; b = 34710471071010; c = 12345678910.$$

Конструирование коэффициентов полного полинома. Наиболее точной является переменная v_3 . Выбор наиболее точной переменной выполняется из всех переменных, отобранных по точности. При этом учитывается, что все матрицы частных систем оказались достаточно обусловленными (табл. 16).

Исключая промежуточные переменные в частных полиномах, получаем следующие формулы для конструирования коэффициентов полного полинома:

$$v_3 = d_{03} + d_{13} z_9 + d_{23} z_{12};$$

$$z_9 = c_{09} + c_{19}y_4 + c_{29}y_5; \quad z_{12} = c_{012} + c_{112}y_3 + c_{212}y_9,$$

откуда

$$a_0 = d_{03} + d_{13}(c_{09} + c_{19}a_{04} + c_{29}a_{05}) + d_{23}(c_{012} + c_{112}a_{03} + c_{212}a_{09}) = 1,98;$$

$$a_1 = d_{13}c_{19}a_{14} + d_{23}c_{112}a_{13} = 0,267; \quad a_2 = d_{13}c_{29}a_{15} = 0,268;$$

$$a_3 = d_{13}c_{29}a_{25} + d_{23}c_{212}a_{19} = -0,242; \quad a_4 = d_{23}c_{212}a_{23} = -0,078;$$

$$a_5 = d_{13}c_{19}a_{24} + d_{23}c_{212}a_{29} = 0,207.$$

Оптимизация порогов. Повышая пороги по точности Θ_1 , Θ_2 и Θ_3 (рис. 43), мы разрешаем пройти во втором ряду не пяти, а трем или четырем переменным. Расчеты показывают, что это снижает точность, что, в свою очередь, приводит к излишней вычислительной работе. Оптимальными являются пороги, пропускающие пять переменных (в данной задаче).

ОПТИМИЗАЦИЯ СТЕПЕНИ ПОЛНОГО ПОЛИНОМА

В качестве полного описания объекта в примере используется дискретный полином весьма общего типа. Его можно легко линеаризовать заменой переменных, и тогда остается только один вопрос: как выбрать степень полинома. Этот вопрос нужно решить также исходя из критерия минимума среднеквадратичной ошибки. Начиная с некоторой низкой степени полинома, повышаем ее до тех пор, пока повышается точность. Таким образом, здесь критерий минимума среднеквадратичной ошибки используется в алгоритме МГУА для оптимизации в четвертый раз. Все вопросы решаются сравнением вариантов, т. е. полным или частным их перебором. При сравнении результатов нескольких расчетов выясняем, что вторая степень является оптимальной по точности для данных, приведенных в табл. 14.

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

При идентификации динамической характеристики требуется использовать какой-либо из известных интегральных методов идентификации только для того, чтобы

выяснить состав входных аргументов или, по крайней мере, правило их образования.

Любой интегральный метод идентификации дает возможность заменить уравнение динамики объекта алгебраическим уравнением, для которого легко применить МГУА.

Например, удобно воспользоваться методом модулирующей функции Лоеба [27] или интегральным методом идентификации В. Б. Георгиевского [30]. Согласно последнему методу, в уравнениях будут участвовать не степени от φ , μ и λ , а определенные интегралы по времени от этих величин, которые следует ввести в состав аргументов.

Метод Георгиевского. Уравнение динамики объекта второго порядка запишем в виде

$$(c_2 p^2 + c_1 p + s) \varphi = f(\mu, \lambda),$$

где

$$f(\mu, \lambda) = a_0 + a_1 \mu + a_2 \mu^2 + a_3 \mu \lambda, \quad p = \frac{d}{dt}$$

(здесь мы воспользовались возможностью выбросить члены с λ и λ^2 , как не влияющие на положение оптимальной характеристики). Интегрируем это уравнение два раза. После первого интегрирования получим

$$c_2 \int_0^t \frac{d^2 \varphi}{dt^2} dt + c_1 \int_0^t \frac{d\varphi}{dt} dt + \int_0^t \varphi dt = \int_0^t f(\mu, \lambda) dt,$$

или

$$c_2 \frac{d\varphi(t)}{dt} + c_1 \varphi(t) + \int_0^t \varphi dt + l_1 = \int_0^t f(\mu, \lambda) dt,$$

где

$$l_1 = -c_2 \frac{d\varphi(0)}{dt} - c_2 \varphi(0).$$

Интегрируя второй раз, получаем

$$\begin{aligned} c_2 \varphi(t) + c_1 \int_0^t \varphi(t) dt + \int_0^t (t - \xi) \varphi d\xi + l_0 + l_1 t = \\ = \int_0^t (t - \xi) f(\mu, \lambda) d\xi, \end{aligned}$$

где

$$l_0 = -c_2 \varphi(0).$$

Фиксируя время $t = T_i$, окончательно получаем

$$\begin{aligned} \varphi(T_i) = & -\frac{c_1}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} \varphi(t) dt - \frac{1}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \varphi dt - \frac{l_0}{c_2} - \frac{l_1}{c_2} T_i + \\ & + \frac{a_0}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) dt + \frac{a_1}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \mu dt + \frac{a_2}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \mu^2 dt + \\ & + \frac{a_3}{c_2} \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \mu \lambda dt. \end{aligned}$$

Интегралы подсчитываем на любом интервале наблюдения процесса от $t = T_0$ до $t = T_i$, причем для каждого условного уравнения берутся различные участки осциллограммы.

Пользуясь этими сведениями, продолжим рассмотрение метода группового учета аргументов для идентификации динамической и статической характеристик.

Из рассмотрения последнего выражения можно сделать вывод, что на вход перцептрона нужно подать следующие обобщенные аргументы:

$$\begin{aligned} x_1 = \int_{T_0}^{T_i} \varphi(t) dt; \quad x_2 = \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \varphi dt; \quad x_3 = T_i; \\ x_4 = \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) dt; \\ x_5 = \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) dt; \quad x_6 = \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \mu^2 dt; \\ x_7 = \int_{T_0}^{T_i} (T_i - t) \mu \lambda dt. \end{aligned}$$

В других обозначениях

$$\varphi = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 + b_6 x_6 + b_7 x_7,$$

где

$$\begin{aligned} b_0 = -\frac{l_0}{c_2}; \quad b_1 = -\frac{c_1}{c_2}; \quad b_2 = -\frac{1}{c_2}; \quad b_5 = \frac{a_1}{c_2}; \quad b_6 = \frac{a_2}{c_2}; \\ b_7 = \frac{a_3}{c_2}. \end{aligned}$$

Далее можно действовать так же, как было показано выше при определении статической характеристики, и в результате решения систем нормальных уравнений найти коэффициенты $b_0, b_1, b_2, \dots, b_7$, что и является целью идентификации.

**ПРЕДСКАЗАНИЕ ПЛОЩАДИ ПОСЕВА ПШЕНИЦЫ
ПО АЛГОРИТМУ МГУА
С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОЛИНОМАМИ (ПРИМЕР III) [35]**

В табл. 18 и на рис. 44 приведены данные об увеличении площади посева ряда культур на протяжении

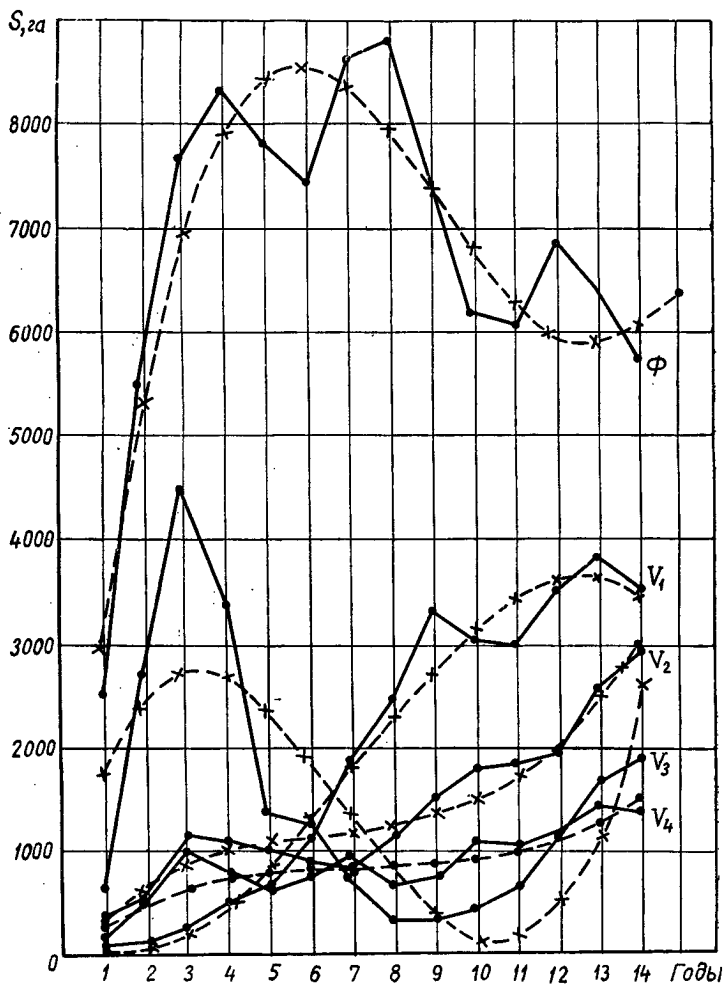


Рис. 44. График исходных кривых и их тренды.

Исходные дан

Переменные	1	2	3	4	5	6	
------------	---	---	---	---	---	---	--

Абсолютные

Φ	2500	5500	7700	8334	7800	7400	
V_1	80	140	230	500	630	1140	
V_2	380	600	1180	1100	1020	920	
V_3	630	2740	4530	3400	1390	1280	
V_4	160	540	980	800	630	780	

Текущие

Φ^*	3001,5	529,2	6893,0	7906,4	8422,8	8535,6	
V_1^*	80,1	64,2	212,2	491,9	871,2	1318,0	
V_2^*	372,8	666,5	870,5	1005,2	1091,2	1149,1	
V_3^*	1154,7	2425,3	2691,4	2635,8	2341,4	1891,3	
V_4^*	322,4	517,1	653,9	743,8	789,2	828,0	

Нормированные откло

$\psi = \frac{\Phi - \Phi^*}{\Phi^*}$	-0,1670	0,0398	0,1170	0,0540	-0,0739	-0,1330	
$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}$	-0,0010	1,1807	0,0839	0,0164	-0,2768	-0,1350	
$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}$	0,0194	-0,0998	0,3555	0,0943	-0,0052	-0,1994	
$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}$	-0,6409	0,1297	0,6831	0,2899	-0,4063	-0,3232	
$v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}$	-0,5038	0,0441	0,4987	0,0754	-0,2107	-0,0580	

ные за 14 лет

7	8	9	10	11	12	13	14
---	---	---	----	----	----	----	----

значения

8647	8795	7400	6200	6060	6870	6360	5700
1880	2430	3000	3040	2990	3500	3800	3500
860	1150	1520	1800	1840	1970	2530	2980
750	370	380	450	660	1170	1690	1900
900	670	740	1090	1050	1170	1430	1370

значения трендов

8338,6	7924,0	7386,4	6818,9	6314,8	5967,5	5870,4	6116,9
1800,2	2285,5	2742,0	3137,3	3439,5	3616,4	3635,8	3465,6
1199,5	1263,0	1360,0	1511,2	1737,2	2058,5	2495,7	3069,4
1368,3	855,4	435,5	191,6	206,5	563,3	1344,9	2634,1
844,6	859,0	882,4	926,0	1001,0	1118,4	1289,5	1525,3

нения от трендов

0,0370	0,1099	0,0018	-0,0907	-0,0403	0,1512	0,0868	-0,0681
0,0443	0,0632	0,2035	-0,0310	-0,1306	-0,0321	0,0451	0,0099
-0,2830	-0,0894	0,1176	0,1910	0,0591	-0,0420	0,0137	-0,0291
-0,4518	-0,5674	-0,1274	1,3488	2,1954	1,0769	0,2566	-0,2789
0,0655	-0,2200	-0,1614	0,1770	0,0489	0,0461	0,1089	-0,1018

14 лет по одному из районов республики. Здесь обозначено Φ — площадь, занятая под посевом пшеницы; V_1, V_2, V_3, V_4 — под посевы других культур. Нужно предсказать площадь посева пшеницы на один год вперед. Повторяя вычисления несколько раз, можно получить предсказание на несколько лет вперед, но точность его с каждым годом увеличения периода упреждения снижается.

Выделение средних характеристических составляющих (нелинейных трендов). Данные процессы будем считать квазистационарными, состоящими из суммы медленно изменяющегося тренда (гладкой функции времени) и стационарных случайных отклонений.

Среднюю линию предсказываемого случайного процесса найдем в виде степенного полинома:

$$\bar{\Phi}^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + a_m t^m.$$

Степень полинома m следует выбирать как можно большей, однако при этом следует учитывать возможности вычислительной машины и число имеющихся точек интерполяции. Число заданных точек должно быть приблизительно в пять раз больше степени полинома. В данной задаче выберем кубический полином

$$\Phi^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3; \quad m = 3.$$

Написав его четырнадцать раз и подставив данные ординат кривой, получим систему из четырнадцати условных уравнений Гаусса. Усредняя уравнения по известному правилу, получим систему из четырех нормальных уравнений Гаусса:

$$9478,6 = 14a_0 + 105a_1 + 1015a_2 + 11\,025a_3;$$

$$718\,665 = 105a_0 + 1015a_1 + 11\,025a_2 + 127\,687a_3;$$

$$6\,740\,486 = 1005a_0 + 11\,025a_1 + 127\,687a_2 + 153\,982a_3;$$

$$71\,155\,610 = 11\,025a_0 + 127\,687a_1 + 153\,982a_2 + 19\,092\,290a_3.$$

Решение:

$$a_0 = -131,9; \quad a_1 = 3529,9; \quad a_2 = -442,4; \quad a_3 = 15,9.$$

Средняя линия процесса:

$$\Phi^* = -131,9 + 3529,9t - 442,4t^2 + 15,9t^3.$$

Значения ординат тренда для предсказываемой переменной указаны в табл. 18 (6-я строка сверху) и на рис. 44.

Аналогично получены тренды и для остальных переменных, участвующих в предсказании табл. 18 (7—10-я строки сверху). В нижней части табл. 18 приведены нормированные отклонения всех переменных от их трендов:

$$\varphi = \frac{\Phi - \Phi^*}{\Phi^*}; \quad v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}; \quad v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*};$$

$$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}; \quad v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}.$$

Примечание. Здесь для определения трендов использован обычный регрессионный анализ. Если бы был применен один из полиномиальных алгоритмов МГУА, то при том же числе точек интерполяции можно было бы получить сколь угодно высокую степень тренда (например, $m = 128$ и т. п.). При таких степенях уже не остается заметных отклонений переменных от трендов и сами тренды можно использовать для предсказания по одной переменной. В данном примере предсказания по пяти переменным остановимся на трендах, которые достижимы для обычного регрессионного анализа, т. е. выберем $m = 3$.

Выбор длины интервала учитываемой предыстории. При пороге $\Theta_1 = 5$ лет предсказание учитывает данные за последние 5 лет. Значение порога Θ_1 (как и значения всех остальных порогов) подбирается при помощи сравнения ряда вариантов ($\Theta_1 = 3, 4, 5, 6, 7 \dots$ лет) по критерию среднеквадратичной ошибки, определяемой на проверочной последовательности данных.

В данном случае примем $\Theta_1 = 5$ лет.

Определение множества наиболее полезных признаков. Для определения множества полезных признаков подсчитываем коэффициенты взаимокорреляции между переменными φ и v по формуле

$$K_{12}(\tau) = \frac{\sum_{i=1; j=1+\tau}^{i=n-\tau; j=n} \varphi_i v_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=n-\tau} \varphi_i^2 \sum_{j=1+\tau}^{j=n} v_j^2}}, \quad (\tau = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где φ_i и v_j — отклонения переменных от среднего (или от тренда); τ — сдвиг переменных во времени.

Отклонение переменных от тренда

Номер по порядку	φ				
1					
2	-0,167				
3	0,040	-0,167			
4	0,117	0,040	-0,167		
5	0,054	0,117	0,040	-0,167	
6	-0,074	0,054	0,117	0,040	-0,167
7	-0,133	-0,074	0,054	0,117	0,040
8	0,037	-0,133	-0,074	0,054	0,117
9	0,110	0,037	-0,133	-0,074	0,054
10	0,002	0,110	0,037	-0,133	-0,074
11	-0,091	0,002	0,110	0,037	-0,133
12	-0,040	-0,091	0,002	0,110	0,037
13	0,151	-0,040	-0,091	0,002	0,110
14	0,087	0,151	-0,040	-0,091	0,002
Номер места	—	1	7	4	2

Номер по порядку	V_2				
1					
2	0,194				
3	-0,100	0,019			
4	0,356	-0,100	0,194		
5	0,094	0,356	-0,100	0,019	
6	-0,065	0,094	0,356	0,100	0,019
7	-0,199	-0,065	0,094	0,356	0,100
8	-0,283	-0,199	-0,065	0,094	0,356
9	-0,089	-0,283	-0,199	-0,065	0,094
10	0,118	-0,089	-0,283	-0,199	-0,065
11	0,191	0,118	-0,089	-0,283	-0,199
12	0,059	0,191	0,118	-0,089	-0,283
13	-0,043	0,059	0,191	0,118	-0,089
14	0,014	-0,043	0,059	0,191	0,118
Номер места	—	—	—	11	—

при сдвиге во времени

V_1				
—0,001				
1,181	—0,001			
0,084	1,181	—0,001		
0,016	0,084	1,181	—0,001	
—0,277	0,016	0,084	1,181	—0,001
—0,135	—0,277	0,016	0,084	1,181
0,044	—0,135	—0,277	0,016	0,084
0,063	0,044	—0,135	—0,277	0,016
—0,204	0,063	0,044	—0,235	—0,277
—0,031	0,204	0,063	0,044	—0,135
—0,031	—0,031	0,204	0,063	0,044
—0,032	—0,031	—0,031	0,204	0,063
0,045	—0,032	—0,031	—0,031	0,204
—	9	—	10	—

Продолжение табл. 19

V_3				
—0,641				
0,130	—0,641			
0,683	0,130	—0,641		
0,290	0,683	0,130	—0,641	
—0,406	0,290	0,683	0,130	—0,641
—0,323	—0,406	0,290	0,683	0,130
—0,452	—0,323	—0,406	0,290	0,683
—0,567	—0,452	—0,323	—0,406	0,290
—0,127	—0,567	—0,452	—0,323	—0,406
1,349	—0,127	—0,567	—0,452	—0,323
2,195	1,349	—0,127	—0,567	—0,452
1,077	2,195	1,349	—0,127	—0,567
0,257	1,077	2,195	1,349	—0,127
—	8	—	—	—

Номер по порядку	V_4				
1					
2	—0,504				
3	0,044	—0,504			
4	0,499	0,044	—0,504		
5	0,075	0,499	0,044	—0,504	
6	—0,211	0,075	0,499	0,044	—0,504
7	—0,058	—0,211	0,075	0,499	0,044
8	0,066	—0,058	—0,211	0,075	0,499
9	—0,220	0,066	—0,058	—0,211	0,075
10	—0,161	—0,220	0,066	—0,058	—0,211
11	0,177	—0,161	—0,220	0,066	—0,058
12	0,049	0,177	—0,161	—0,220	0,066
13	1,046	0,049	0,177	—0,161	—0,220
14	0,109	0,046	0,049	0,177	—0,161
Номер места	6	—	5	—	3

Например, коэффициент корреляции переменных φ и v_1 при $\tau = 0$ определяется так:

$$K_{\varphi v_1}^{(0)} = \frac{\frac{1}{14} [(-0,167)(-0,001) + (0,0398)(1,1807) + \dots + (-0,0681)(0,0099)]}{\frac{1}{14} \sqrt{[(0,167)^2 + (0,0398)^2 + \dots + (0,0681)^2] [(-0,001)^2 + (1,1807)^2 + \dots + (0,0099)^2]}} = 0,2498.$$

Значения признаков для

Номер года	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
15	0,0099	—0,2787	0,0862	0,1512	—0,0321
14	0,0451	0,2566	0,1512	—0,0403	—0,1306
13	—0,0321	1,0769	—0,0403	—0,0907	—0,0310
12	—0,1306	2,1954	—0,0907	0,0018	0,2035
11	—0,0310	1,3488	0,0018	0,1099	0,0632
10	0,2035	—0,1274	0,1099	0,0370	0,0443
9	0,0632	—0,5674	0,0370	—0,1330	—0,1350
8	0,0443	—0,4518	—0,1330	—0,0739	—0,2768
7	—0,1350	—0,3232	—0,0739	0,0540	0,0164
6	—0,2768	—0,4063	0,0540	0,1170	0,0839
5	0,0164	0,2899	0,1170	0,0398	1,1807

Результаты расчета представлены в табл. 19. При пороговом значении коэффициента корреляции $\Theta_2 = 0,24$, через порог проходят такие признаки:

1. Значения переменных v_1 и v_2 , измеренные 1 год назад (индекс момента 1)

$$x_1 = v_1 (\tau = 1), x_2 = v_2 (\tau = 1).$$

2. Значение переменной φ , измеренное 2 года назад (индекс момента 2):

$$x_3 = \varphi (\tau = 2).$$

3. Значения переменных φ , v_1 и v_4 , измеренные 3 года назад (индекс момента 3)

$$x_4 = \varphi (\tau = 3), x_5 = v_1 (\tau = 3), x_6 = v_4 (\tau = 3).$$

4. Значения переменных φ , v_1 и v_2 , измеренные 4 года назад (индекс момента 4)

$$x_7 = \varphi (\tau = 4), x_8 = v_1 (\tau = 4), x_9 = v_2 (\tau = 4).$$

5. Значения переменных φ , v_4 , измеренные 5 лет назад (индекс момента 5)

$$x_{10} = \varphi (\tau = 5); x_{11} = v_4 (\tau = 5).$$

Обратим внимание на то, что пороговый самоотбор по коэффициенту корреляции отобрал совершенно неожиданные признаки, которые, по-видимому, нельзя найти никаким детерминистическим (дедуктивным) рассуждением. Именно поэтому метод группового учета аргументов относится к методам самоорганизации.

Значения признаков для одиннадцати точек интерполяции приведены в табл. 20. После составления этой

Таблица 20

точек интерполяции

x_1	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
0,0461	-0,0403	-0,1306	0,0541	-0,0907	0,1770
0,0489	-0,0907	-0,0310	0,1910	0,0018	-0,1614
0,1770	0,0018	0,2035	0,1176	0,1099	-0,2200
-0,1614	0,1099	0,0639	-0,0894	0,0370	0,0655
-0,2200	0,0370	0,0443	-0,2830	-0,1330	-0,0580
0,0655	-0,1330	-0,1350	-0,1994	-0,0739	-0,2107
-0,0580	-0,0739	-0,2768	-0,0652	0,0540	0,0754
-0,2107	0,0540	0,0164	0,0943	0,1170	0,4987
0,0754	0,1170	0,0839	0,3555	0,0398	0,0441
0,4987	0,0398	1,1807	-0,0998	-0,1670	-0,5038
0,0441	-0,1670	-0,0010	0,0194	0	0

Выбор пар близких друг к другу точек

Номер точек	1	2	3	4	5
1	0	0,87408	4,21005	1,67140	<u>0,46367</u>
2	0,87408	0	1,61229	<u>0,58920</u>	1,84035
3	4,21005	1,61229	0	<u>0,86703</u>	5,84143
4	1,67140	<u>0,58920</u>	<u>0,86703</u>	0	2,45420
5	0,46367	1,84035	5,84143	2,45420	0
6	0,93855	3,24498	8,07929	4,17792	0,60422
7	1,17085	3,22572	7,59191	4,04117	1,23159
8	<u>0,60673</u>	2,16662	6,64255	3,39151	0,70215
9	2,56403	3,64962	8,91543	5,19684	2,43869
10	1,88533	2,49558	4,91839	2,70519	1,82864

таблицы переходим к той части задачи, которая ничем не отличается от задачи идентификации (восстановления) поверхности некоторого тринадцатимерного холма по десяти точкам, заданным на его поверхности.

Генерация добавочных точек интерполяции. В данной задаче располагают всего десятью точками, которые следует разделить на обучающую и проверочную последовательности. Так как точек слишком мало, то, допуская гладкость поверхности холма, генерируем несколько добавочных точек по указанному ранее правилу.

Для этого подсчитываем квадраты расстояний между основными точками (табл. 21). Выбрав пары ближайших между собой точек, находим добавочные точки, лежащие на середине отрезков, соединяющих их. Квадрат расстояния между точками i и j определяем по формуле

$$\rho_{ij}^2 = (x_{1i} - x_{1j})^2 + (x_{2i} - x_{2j})^2 + \dots + (x_{13i} - x_{13j})^2.$$

В результате подсчета расстояний и выбора пар точек получаем еще семь точек, указанных в табл. 22 и 23. Из девяти возможных добавочных точек при пороге отбора $\Theta_3 = 1,0$ прошли только семь точек. Всего мы располагаем 17 точками поверхности холма.

Ранжировка точек по дисперсии и образование обучающей и проверочной последовательностей. Дисперсия

(порог выбора $\theta_3 = 1,0$)

6	7	8	9	10
0,93855	1,17085	0,60673	2,56403	1,88533
3,24498	3,22572	2,16622	3,64962	2,49558
8,07929	7,59191	6,64255	8,91543	4,91839
4,17792	4,04117	3,39151	5,19684	2,70519
<u>0,60422</u>	1,23159	0,70215	2,43869	1,82864
0	<u>0,42357</u>	0,60845	3,21019	2,84851
0,42357	0	<u>0,60760</u>	3,35460	3,24838
0,60845	0,60760	0	2,03767	2,17578
3,21019	3,35460	2,03767	0	3,76874
2,84851	3,24838	2,17578	3,76874	0

точки (квадрат расстояния от средней точки) определяется по формуле

$$D^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{11}^2.$$

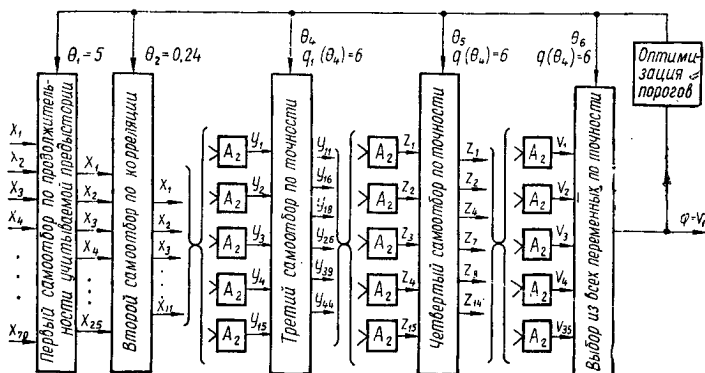


Рис. 45. Алгоритм МГУА с квадратичными полиномами A_2 для предсказания площади посева.

Девять точек с большей дисперсией включаются в обучающую последовательность, а восемь точек с меньшей дисперсией входят в проверочную последовательность (табл. 22 и 23).

Схема алгоритма МГУА показана на рис. 45.

Обучающая последовательность данных

Номер точки	3	3/4	9	4	10	2/4	2	7	6
D^2	4,945	3,260	2,223	2,009	1,645	1,523	1,332	0,677	0,529
φ	0,1170	0,0555	-0,1330	-0,0403	-0,0739	0,0233	0,0868	0,1099	0,0018
x_1	-0,1306	-0,0809	-0,2768	-0,0310	0,0164	-0,0316	-0,0321	0,0443	0,0632
x_2	2,1954	1,7721	-0,4063	1,3488	0,2899	1,2129	1,0769	-0,4518	-0,5674
x_3	-0,0907	-0,0444	0,0540	0,0018	0,1170	-0,0193	-0,0403	-0,1330	0,0370
x_4	0,0018	0,0559	0,1170	0,1099	0,0398	0,0096	-0,0907	-0,0739	-0,1330
x_5	0,2035	0,1334	0,0839	0,0632	1,1807	0,0161	-0,0310	-0,2768	-0,1350
x_6	-0,1614	-0,1907	0,4987	-0,2200	0,0441	-0,0215	0,1770	-0,2107	-0,0580
x_7	0,1099	0,0735	0,0398	0,0370	-0,1670	0,0194	0,0018	0,0540	-0,0739
x_8	0,0632	0,0538	1,1807	0,0443	-0,0010	0,1239	0,2035	0,0164	-0,2768
x_9	-0,0894	-0,1862	-0,0998	-0,2830	0,0194	-0,0827	0,1176	0,0943	-0,0652
x_{10}	0,0370	-0,0480	-0,1670	-0,1330	0	-0,0116	0,1099	0,1170	0,0540
x_{11}	0,0655	0,0038	-0,5038	-0,0580	0	-0,1390	-0,2200	0,4987	0,0754
y_{11}	0,123	0,042	-0,58	-0,2	-0,895	0,262	0,07	0,115	-0,060
y_{16}	0,134	0,0275	-0,133	-0,041	-0,058	0,028	0,085	0,103	0,001
y_{18}	0,129	0,037	-0,141	-0,021	-0,05	-0,007	0,092	0,097	0,011
y_{26}	0,104	0,053	-0,138	-0,033	-0,078	0,030	0,075	0,120	0,015
y_{39}	0,100	0,073	-0,105	-0,083	-0,073	0,020	0,094	0,096	0,025
y_{44}	0,098	0,071	-0,133	-0,041	-0,034	-0,032	0,080	0,111	0,027
z_1	0,1175	0,0445	-0,135	-0,036	-0,074	0,035	0,082	0,113	0,0003
z_3	0,1179	0,047	0,133	-0,026	-0,080	0,020	0,084	0,114	0,005
z_4	0,1194	0,0568	-0,109	-0,061	-0,087	0,035	0,075	0,1122	0,007
z_7	0,1174	0,043	-0,135	-0,038	-0,074	0,0285	0,079	0,1164	0,008
z_8	0,1200	0,0536	-0,1334	-0,0398	-0,0739	0,0204	0,0928	0,102	0,005
z_{14}	0,1049	0,0588	-0,1327	-0,0422	-0,0757	0,0235	0,0768	0,1226	0,011

Проверочная последовательность данных

Номер точки	6/7	7/8	8	5	5/6	1	1/5	1/8	δ_2
D^2	0,497	0,334	0,294	0,235	0,231	0,194	0,099	0,092	—
φ	0,0559	0,0735	0,0370	—0,0907	—0,0889	—0,0681	—0,0794	—0,0156	—
x_1	0,0538	—0,0454	—0,1350	0,2035	0,1334	0,0451	0,1243	—0,0450	—
x_2	—0,0096	—0,3875	—0,3232	—0,1274	—0,3474	0,2566	0,0646	—0,0333	—
x_3	—0,0480	—0,1035	—0,0739	0,1099	0,0735	0,1512	0,1306	0,0387	—
x_4	—0,1035	—0,0100	0,0540	0,0370	—0,0480	—0,0403	—0,0017	0,0069	—
x_5	—0,2059	—0,1302	0,0164	0,0443	—0,0454	—0,1306	—0,0432	—0,0571	—
x_6	—0,1344	—0,0677	0,0754	0,0655	0,0038	0,0489	0,0572	0,0622	—
x_7	—0,0100	0,0855	0,1170	—0,1330	—0,1035	—0,0907	—0,1119	0,0132	—
x_8	—0,1302	0,0502	0,0839	—0,1350	—0,2059	—0,0310	—0,0830	0,0265	—
x_9	0,0146	0,2249	0,3555	—0,1994	—0,1323	0,1910	—0,0042	0,2733	—
x_{10}	0,0855	0,0784	0,0398	—0,0739	—0,0100	0,0018	—0,0361	0,0208	—
x_{11}	0,2891	0,2714	0,0441	—0,2107	—0,0677	—0,1614	—0,1861	—0,0587	—
y_{11}	0,005	0,084	0,0055	—0,074	—0,64	—0,102	—0,086	—0,035	0,000685
y_{16}	0,059	0,098	0,095	—0,063	—0,040	—0,075	—0,075	0,011	0,000998

Номер точки	6/7	7/8	8	5	5/6	1	1/5	1/8	δ_2
y_{18}	0,052	0,037	-0,013	-0,108	-0,064	-0,053	-0,082	-0,036	0,000692
y_{26}	0,074	0,109	0,089	-0,146	-0,056	-0,097	-0,127	-0,007	0,00145
y_{39}	0,052	0,06	0,062	-0,025	-0,018	-0,058	-0,054	0,014	0,00148
y_{44}	0,068	0,031	0,004	-0,164	-0,039	-0,033	-0,088	-0,013	0,00151
z_1	0,0541	0,092	0,082	-0,082	-0,053	-0,1013	-0,0996	0,0078	0,00073
z_2	0,0437	0,0895	0,0579	-0,1363	-0,0893	-0,0108	-0,1205	-0,0471	0,00111
z_4	0,0345	0,0876	0,0640	-0,0352	-0,0273	-0,0724	-0,0659	0,0030	0,00110
z_7	0,0688	0,1068	0,0922	-0,0945	-0,0492	-0,0860	-0,0972	0,0001	0,00085
z_8	0,0533	0,0815	0,0801	-0,0592	-0,0405	-0,0777	0,0771	0,0065	0,00073
z_{13}	0,0694	0,0965	0,0815	-0,1273	-0,0618	-0,0860	-0,1262	-0,0173	0,00091
v_1	0,0454	0,0892	0,0546	-0,0970	-0,0669	-0,078	-0,1022	-0,0323	<u>0,00026</u>
v_7	0,0288	0,0729	0,0900	-0,1145	-0,0797	-0,0367	-0,1066	-0,05225	0,00056
v_8	0,0501	0,0860	0,069	-0,0557	-0,0415	-0,0847	-0,0720	-0,0045	0,00064
v_9	0,0478	0,0897	0,0603	-0,1283	-0,0702	-0,0638	-0,1254	-0,0312	0,00063
v_{11}	0,0479	0,0836	0,0738	-0,05385	-0,0401	-0,0805	-0,0788	0,0028	0,00072
v_{12}	0,0505	0,0895	0,0693	-0,1225	-0,0584	-0,0858	-0,1289	-0,0137	0,00075

Первый ряд селекции. Одиннадцать признаков дают 55 комбинаций по два. Следовательно имеется возможность получить 55 частных уравнений регрессии вида

$$y_a = a_{0a} + a_{1a}x_b + a_{2a}x_c + a_{3a}x_b^2 + a_{4a}x_c^2 + a_{5a}x_bx_c,$$

где $a = 1, 2, 3, \dots, 55$; b и c — соответствуют комбинации из одиннадцати по два. Эти 55 уравнений регрессии дают 55 систем условных, а затем 55 систем нормальных уравнений Гаусса с матрицами 6×6 элементов. При этом пользуются данными обучающей последовательности (табл. 22). Точность проверяется на проверочной последовательности (табл. 23). Порог по точности Θ_4 выбирается таким, чтобы из одного ряда перцептрона в следующий ряд проходили шесть переменных, наиболее точно аппроксимирующих заданную поверхность:

$$q(\Theta_4) = 6.$$

Шесть наиболее точных промежуточных переменных y_j с меньшей среднеквадратичной ошибкой записаны в табл. 22 и 23.

Второй ряд селекции. Шесть промежуточных переменных дают пятнадцать комбинаций по два, т. е. пятнадцать уравнений регрессии вида

$$z_a = b_{0a} + b_{1a}y_b + b_{2a}y_c + b_{3a}y_b^2 + b_{4a}y_c^2 + b_{5a}y_by_c,$$

где

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15;$$

$$b = 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 4 \ 4 \ 5;$$

$$c = 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 4 \ 5 \ 5 \ 6 \ 6 \ 6.$$

Пользуясь данными обучающей последовательности, получаем шесть систем нормальных уравнений Гаусса с матрицей 6×6 .

Шесть наиболее точных промежуточных переменных z_j записаны в табл. 22 и 23.

Последующие ряды селекции и правила остановки. Алгоритмы последующих рядов точно соответствуют предыдущим: шесть наиболее точных переменных используются для образования пятнадцати комбинаций следующего уровня сложности, из которых снова отбираются только шесть наиболее точных переменных v_i и т. д. по схеме

$$11 \rightarrow 55 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \dots$$

Селекцию продолжаем до тех пор, пока заметно падает ошибка (определяемая на проверочной последовательности). Заметим, что селекцию лучше останавливать по минимуму среднего значения среднеквадратичных ошибок всех промежуточных переменных, отобранных в данном ряду, а не по минимуму ошибки одной из этих переменных (лучшей из них). Это ближе соответствует практике массовой селекции растений.

В данном примере остановка выполняется по минимуму ошибки одной, наиболее точной, переменной. При выбранных значениях порогов наиболее точной оказалась переменная третьего ряда селекции v_1 (см. табл. 23)*. Следовательно, формула предсказания ситуаций может быть представлена следующим рядом «частных» полиномов:

$$\begin{aligned}\varphi = v_1 = f(z_1 z_2) &= 0,0034 + 0,2380z_1 + \\ &+ 0,7496z_2 + 5,3665z_1^2 + 0,0022z_2^2 + 5,1323z_1 z_2; \\ z_1 = f(y_{11} y_{16}) &= 0,0046 + 0,4924y_{11} + \\ &+ 0,6923y_{16} + 6,635y_{11}^2 + 2,7076y_{16}^2 - 11,4965y_{11}y_{16}; \\ z_2 = f(y_{11} y_{18}) &= 0,0005 + 0,6197y_{11} + \\ &+ 0,6322y_{18} + 7,0544y_{11}^2 + 3,9060y_{18}^2 - 13,3698y_{11}y_{18}; \\ y_{11} = f(x_2 x_3) &= 0,00004 + 0,0495x_2 - \\ &- 0,9923x_3 - 0,0432x_2^2 + 0,0271x_3^2 - 0,5954x_2 x_3; \\ y_{16} = f(x_2 x_8) &= 0,0101 - 0,1925x_2 + \\ &+ 0,5719x_8 + 0,0981x_2^2 - 0,4947x_8^2 + 0,4229x_2 x_8; \\ y_{18} = f(x_2 x_{10}) &= -0,0554 + 0,0079x_2 + \\ &+ 0,8758x_{10} + 0,0308x_2^2 + 0,0262x_{10}^2 - 0,2102x_2 x_{10}.\end{aligned}$$

Предсказание площади посева пшеницы на 15-й год. В табл. 20 находим следующие значения аргументов (признаков) для 15-го года: $x_2 = -0,2887$; $x_3 = 0,0862$; $x_8 = -0,1306$; $x_{10} = -0,0907$.

Подставив эти данные в формулу предсказания, находим нормированное отклонение

$$v_{1(15)} = \varphi_{15} = \frac{\varphi_{15} - \bar{\varphi}_{15}^*}{\bar{\sigma}^*} = -0,1186, \text{ где } \bar{\varphi}_{15}^* = 6430.$$

* Следующий минимум среднеквадратичной ошибки получен на восьмом ряду селекции, где $\delta^2 = 0,00017$.

Отсюда искомое предсказание на 15-й год

$$\Phi_{15} = 5667,402.$$

Точность предсказания отклонения от тренда определяется величиной среднеквадратичной ошибки, указанной в табл. 23 ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$):

$$\delta^2 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{i=8} (v_{1i} - \varphi_i)^2 = 0,00026$$

или в процентах

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^8 (v_{1i} - \varphi_i)^2 \cdot 100}{\sum_{i=1}^8 \varphi_i^2} = 5,59\%.$$

Точность предсказания абсолютного значения $\Delta_{\text{абс}} = 0,59\%$.

Оптимизация порогов. Выше приняты следующие значения порогов:

$$\Theta_1 = 5; \Theta_2 = 0,24; \Theta_3 = 1,0; q(\Theta_4) = 6.$$

Для выбора оптимальных (по критерию среднеквадратичной ошибки) значений порогов $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ и Θ_4 расчеты следует повторить с самого начала для ряда значений этих порогов.

Повышение точности можно получить также при помощи оптимального выбора степени тренда m . С учетом того, что сказано выше в примечании, степень полинома тренда можно повышать почти не ограничено. Оптимизации подлежит и распределение имеющихся узлов интерполяции (семнадцать) на обучающую и проверочную последовательности (мы выбрали девять — в обучающую и восемь — в проверочную). В результате оптимизации порогов точность предсказания должна еще повыситься.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК

ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО АЛГОРИТМУ МГУА

С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОЛИНОМАМИ (ПРИМЕР IV) [37, 39]*

Рассмотрим две задачи идентификации характеристики одномодального и двухмодального объектов.

Идентификация характеристики одномодального объекта. Искомая характеристика изображена на рис. 46.

* Пример выполнен до того, как применялась ранжировка точек интерполяции по дисперсии D^2 .

Эта характеристика по условию нам *неизвестна*, задан только ряд ее точек, образующих две последовательности данных — обучающую и проверочную (табл. 24). Делая подстановку, легко убедиться, что все точки, указанные

в таблицах, приблизительно лежат на искомой поверхности. Напомним, что для проверки точности обязательно нужно использовать отдельную проверочную последовательность, чтобы избежать ошибочных выводов.

Первая эвристика состоит в выборе элементарных алгоритмов — законов образования входных сигналов. Примем в качестве входных сигналов величины μ , λ , а также их квадраты (рис. 47). На рисунке квадратами A_2 обозначен однообразный алгоритм попарной

обработки входных сигналов. При использовании алгоритма с полиномами второй степени квадрат A_2 означает составление полинома второй степени, например, для входных величин μ и λ :

$$x_1 = a_{01} + a_{11}\mu + a_{21}\lambda + a_{31}\mu^2 + a_{41}\lambda^2 + a_{51}\mu\lambda;$$

для входных величин μ и λ^2

$$x_4 = a_{04} + a_{14}\mu + a_{24}\lambda^2 + a_{34}\mu^2 + a_{44}\lambda^4 + a_{55}\mu\lambda^2 \text{ и т. п.}$$

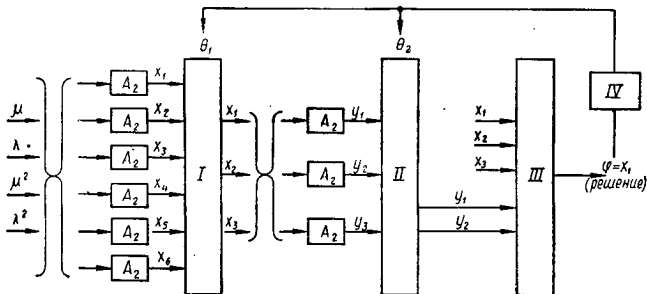


Рис. 47. Алгоритм МГУА (с полиномами второй степени) для определения статической характеристики одномерного экстремального объекта.

Последовательности данных

Номер замера	λ	μ	Φ	Номер замера	λ	μ	Φ
Обучающая последовательность данных				Проверочная последовательность данных			
1	6	20	72	11	7	20	74
2	6	30	76	12	4	30	68
3	5	45	75	13	5	30	72
4	4	50	69	14	6	40	78,5
5	4	40	70	15	6	50	79
6	5	60	73	16	8	50	89
7	5	50	74	17	8	60	79
8	6	70	76	18	4	60	66
9	8	70	88	19	7	70	82
10	8	40	87	20	5	70	68

Всего при четырех аргументах, показанных на рис. 47, можно составить шесть таких полиномов. Подставив значения аргументов, указанных в табл. 24, получим шесть систем условных уравнений. По известным правилам усреднения отсюда легко получить шесть систем нормальных уравнений Гаусса («уравнения первого поколения» — по терминологии селекции). Например, для переменной x_1 система нормальных уравнений Гаусса будет иметь вид

$$76 = a_{01} + 47,5a_{11} + 47,5a_{21} + 34,3a_{31} + 2492,5a_{41} + 277,5a_{51};$$

$$441,5 = 5,7a_{01} + 34,3a_{11} + 273,5a_{21} + 221,5a_{31} + 14622,5a_{41} + 1699,5a_{51};$$

$$3643,5 = 47,5a_{01} + 273,5a_{11} + 2492,5a_{21} + 1667,5a_{31} + 140621,5a_{41} + 1478,5a_{51};$$

$$2706,3 = 34,3a_{01} + 217,5a_{11} + 1667,5a_{21} + 1446,7a_{31} + 90792,5a_{41} + 17035,5a_{51};$$

$$192667,5 = 2492a_{01} + 1462,5a_{11} + 140612a_{21} + 90792,5a_{31} + 8367062,5a_{41} + 850462,5a_{51};$$

$$21736,6 = 277,5a_{01} + 1699,5a_{11} + 14822,5a_{21} + 10993,5a_{31} + 850462,5a_{41} + 93512,5a_{51}.$$

Решение первой системы нормальных уравнений дает возможность определить коэффициенты первого полинома:

$$\begin{aligned} a_{01} &= 42,14; & a_{31} &= -0,009; \\ a_{11} &= 0,50; & a_{41} &= -0,17; \\ a_{21} &= 3,56; & a_{51} &= 0,071. \end{aligned}$$

Аналогично находим коэффициенты остальных пяти полиномов. Теперь следует выбрать некоторую долю полиномов, вписывающихся наилучшим образом в искомую поверхность. Для этого обращаемся к данным проверочной последовательности. Подставив эти данные, найдем значения промежуточных переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ в точках 11, 12, 13, ..., 20.

Вторая эвристика состоит в выборе критериев самоотбора. Будем отбирать регулярные решения по критерию коэффициента корреляции промежуточных переменных x с показателем экстремума φ , значения которого указаны в табл. 24.

Оказывается, что наилучшим образом в искомую поверхность вписываются полиномы для промежуточных переменных x_1, x_3 и x_4 .

Третья эвристика состоит в применении многорядной схемы перцептронного типа. Согласно этой схеме, при величине первого порога $\Theta_1 = 0,996$ на дальнейшую обработку информации (по указанному выше алгоритму A_2) проходят только указанные выше три промежуточные переменные.

Эти переменные при соединении попарно дают три полинома вида

$$\begin{aligned} y_1 &= b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_3 + b_{31}x_1^2 + b_{41}x_3^2 + b_{51}x_1x_3; \\ y_2 &= b_{02} + b_{12}x_1 + b_{22}x_4 + b_{32}x_1^2 + b_{42}x_4^2 + b_{52}x_1x_4; \\ y_3 &= b_{03} + b_{13}x_3 + b_{23}x_4 + b_{33}x_3^2 + b_{43}x_4^2 + b_{53}x_3x_4. \end{aligned}$$

Составляя систему условных, а затем нормальных уравнений, определяем величину коэффициентов $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$. Например, для переменной y_1 получим

$$\begin{aligned} b_{01} &= 5,86; & b_{31} &= 0,0013; \\ b_{11} &= -3,27; & b_{41} &= -0,0804; \\ b_{21} &= 4,21; & b_{51} &= 0,08. \end{aligned}$$

Подставив значения x для точек проверочной последовательности 11, 12, ..., 20, находим значения промежуточных переменных y и их коэффициенты корреляции с показателем экстремума (табл. 25).

Оказывается, что лучшим образом из полиномов второго ряда («второго поколения») вписываются в задан-

ную поверхность полиномы для y_2 и y_3 . Однако коэффициенты корреляции становятся хуже, потому «селекцию» уравнений следует прекратить.

Переходим к выбору оптимального решения из числа всех найденных решений (полиномов как первого, так и второго ряда). Наилучшим по коэффициенту корреляции яв-

Таблица 25

Выбор лучших полиномов

Промежуточная переменная	Аргументы	коэффициент корреляции с показателем экстремума
--------------------------	-----------	---

Полиномы первого ряда

x_1	$\mu\lambda$	0,9995
x_3	$\lambda\mu^2$	0,9986
x_1	$\mu\lambda^2$	0,9974
x_6	$\lambda^2\mu^2$	0,9908

Полиномы второго ряда

y_1	x_1x_3	0,995
y_2	x_1x_4	0,996
y_3	x_3x_4	0,996

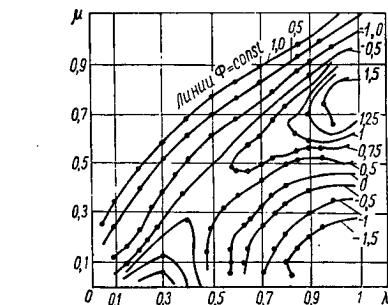


Рис. 48. Статические характеристики двухмодального объекта экстремального управления.

ляется полином для x_1 , найденный после первого порогового самоотбора. Нетрудно убедиться, что и по критерию среднеквадратичной ошибки он также является лучшим. Таким образом, окончательное решение поставленной задачи таково:

$$\varphi = x_1 = 42,14 + 0,5\mu + 3,56\lambda - 0,009\mu^2 - 0,17\lambda^2 + 0,077\mu\lambda.$$

Оптимизация порогов. Обозначим через $q(\theta_1)$ число промежуточных переменных, прошедших первый пороговый самоотбор, а через $q(\theta_2)$ — второй пороговый самоотбор. Очевидно, $q(\theta_1) = 1, 2, 3, 4, 5$ или 6 , а $q(\theta_2) = 0, 1, 2, 3, \dots, 5$. Варьируя пороги в этих пределах, выбираем вариант, дающий наиболее высокую точность аппроксимации. Мерой точности может быть либо коэффициент корреляции, либо среднеквадратичная ошибка. В данном примере наибольшая точность получается при $q(\theta_1) = 1$ и $q(\theta_2) = 0$.

Идентификация характеристики многоэкстремального объекта. Искомая характеристика изображена на рис. 48.

Первая эвристика: выберем в качестве входных сигналов величины μ , λ , а также квадраты и кубы от них.

Обучающая (50 точек) последовательность представлена в табл. 26.

Таблица 26

Обучающая и проверочная последовательности данных

Номера замеров	λ	μ	Φ	Номера замеров	λ	μ	Φ
1	1,17	-0,34	6,5	32	0,606	0,796	-1,44
2	0,184	0,11	0,80	33	0,620	0,14	-0,42
3	0,198	-0,42	8,95	34	0,634	0,71	-0,009
4	0,212	-0,009	1,62	35	0,648	0,51	0,78
5	0,226	-0,09	2,35	36	0,662	0,78	-0,56
6	0,241	0,38	-4,61	37	0,676	0,22	-0,53
7	0,255	-0,198	3,58	38	0,690	0,91	-2,62
8	0,269	0,42	-4,47	39	0,704	0,30	-0,294
9	0,282	0,058	1,25	40	0,719	0,94	-2,906
10	0,297	0,33	3,4	41	0,733	0,26	-0,69
11	0,310	-0,11	2,3	42	0,747	0,95	-2,88
12	0,325	0,28	6,44	43	0,761	0,30	-0,59
13	0,339	-0,18	2,93	44	0,775	0,81	-0,02
14	0,353	0,29	0,68	45	0,784	0,60	0,93
15	0,367	0,078	1,02	46	0,803	0,95	-1,98
16	0,381	0,49	-0,04	47	0,817	0,64	1,03
17	0,395	0,22	0,78	48	0,831	0,78	0,73
18	0,409	0,65	-1,41	49	0,835	0,33	-0,86
19	0,423	0,28	0,74	50	0,859	1,05	-3,68
20	0,437	0,47	0,43	Проверочная			
21	0,451	0,007	0,80	1	0,17	-0,27	4,9
22	0,465	0,58	-0,09	2	0,24	0,43	1,3
23	0,479	0,04	0,542	3	0,34	0,003	1,38
24	0,493	0,695	-1,12	4	0,41	0,55	-2,5
25	0,508	0,36	0,698	5	0,51	0,26	0,54
26	0,521	0,79	-2,444	6	0,58	0,56	0,64
27	0,536	0,36	0,66	7	0,68	0,28	-0,20
28	0,550	0,61	0,25	8	0,75	0,88	-1,36
29	0,564	0,19	0,10	9	0,84	0,44	0,05
30	0,578	0,73	-0,73	10	0,92	0,84	0,90
31	0,592	0,39	0,61				

В соответствии с алгоритмом (рис. 49), пользуясь данными обучающей последовательности, составляем всевозможное число комбинаций, т. е. в данном примере 15 систем условных уравнений, каждая из которых содержит 50 уравнений. Усредняя по известным правилам,

получаем 15 систем, каждая из которых содержит 6 нормальных уравнений. Решение уравнений позволяет найти их коэффициенты.

Далее, пользуясь данными проверочной последовательности (табл. 26), находим коэффициенты корреляции всех 15 промежуточных переменных $x_1, x_2, \dots, x_{15}$ с показателем качества φ .

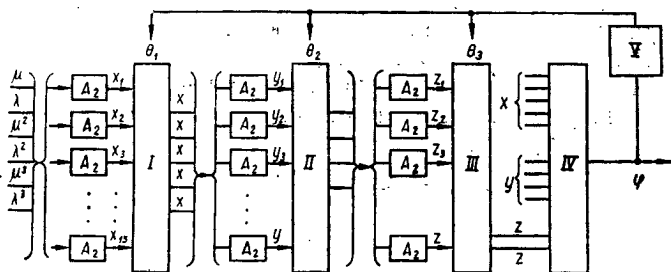


Рис. 49. Алгоритм МГУА (с полиномами второй степени) для идентификации статической характеристики двухмодального экстремального объекта.

В случае, когда число пар аргументов для данной машины слишком велико, полный перебор всех пар приходится заменить случайным выбором некоторого количества партнеров. Однако число случайных комбинаций должно быть таково, чтобы каждый аргумент участвовал в образовании пары по крайней мере один раз (правила селекции).

Вторая эвристика состоит в том, что для дальнейшей обработки информации пропускают только те промежуточные переменные, для которых коэффициент корреляции оказывается больше некоторого порогового значения.

При $\Theta_1 = 0,084$ первый пороговый самоотбор проходят следующие пять промежуточных переменных (переменные «первого поколения» селекции):

$$x_3 = -0,17 + 7,24\lambda - 12,69\mu^2 - 11,38\lambda^2 - 14,15\mu^4 + 31,23\mu^2\lambda, \quad k = 0,8669;$$

$$x_5 = -0,94 + 8,47\lambda - 18,69\mu^3 - 9,86\lambda^2 - 10,31\mu^6 + 31,98\mu^3, \quad k = 0,8824;$$

$$x_9 = 1,12 + 8,43\mu - 10,11\mu^3 + 20,36\mu^2 + 4,15\mu^6 - 9,11\mu^4, \quad k = 0,9058;$$

$$x_{10} = 0,33 + 3,65\lambda^2 - 3,79\mu^2 - 9,06\lambda^4 - 13,2\mu^4 + \\ + 22,46\lambda^2\mu^2, \quad k = 0,8417;$$

$$x_{14} = 0,97 + 0,71\mu^2 - 4,36\mu^3 + 118,2\mu^4 + 34,34\mu^6 - \\ - 112,7\mu^5, \quad k = 0,8649.$$

Вторая и третья ступени «селекции» уравнений, изображенные на рис. 48, по своему алгоритму точно повторяют описанную выше первую ступень. Поэтому для краткости описание алгоритма повторять не будем. Приведем только примеры наиболее удачных (т. е. дающих наибольшую точность) промежуточных переменных. Переменные «второго поколения»:

$$y_4 = 0,019 + 0,26x_9 + 0,62x_5 + 0,007x_9^2 - \\ - 0,13x_5^2 - 0,18x_5x_9, \quad k = 0,9737;$$

$$y_6 = 0,069 + 0,19x_9 + 0,71x_3 + 0,019x_9^2 - \\ - 0,21x_3^2 + 0,22x_3x_9, \quad k = 0,9759;$$

$$y_8 = -0,047 + 0,2x_9 + 0,69x_{10} + 0,029x_9^2 - \\ - 0,17x_{10}^2 + 0,23x_9x_{10}, \quad k = 0,9647.$$

Переменные «третьего поколения»:

$$z_1 = 0,11 + 0,3y_6 + 0,7y_4 - 1,52y_6^2 - 1,54y_4^2 + \\ + 3,06y_4y_6, \quad k = 0,9815;$$

$$z_{12} = 0,14 + 0,43y_4 + 0,54y_8 - 2,33y_4^2 - 2,36y_8^2 + \\ + 4,69y_4y_8, \quad k = 0,9807;$$

$$z_{16} = -0,024 + 22y_4 - 1,24y_7 + 0,84y_4^2 + 0,89y_7^2 - \\ - 1,73y_4y_7, \quad k = 0,9779.$$

Выбор наилучшего решения (из всех полученных выше решений) дает следующий результат:

$$\varphi = z_1 = 0,11 + 0,3y_6 + 0,7y_4 - 1,52y_6^2 - 1,54y_4^2 + 3,06y_4y_6.$$

Оптимизация порогов. Максимальная точность в данном случае будет при $q(\Theta_1) = 11$; $q(\Theta_2) = 10$ и $q(\Theta_3) = 1$. Приведенный выше многочлен отвечает оптимальным значениям порогов.

Отметим одну важную особенность алгоритма: при решении нормальных уравнений Гаусса на всех уровнях мы приравниваем $x = \varphi$, $y = \varphi$ или $z = \varphi$ по данным таб-

лицы обучающей последовательности, т. е. заставляем все полиномы аппроксимировать искомую поверхность наилучшим (по критерию среднеквадратичной ошибки) образом. После определения коэффициентов нормальных уравнений вычисляются промежуточные переменные как функции номера замера (или времени) таблицы проверочной последовательности. При этом x , y , z уже будут отличаться от φ (хоть и незначительно), и можно оценить степень этого отличия по коэффициенту корреляции или по величине остаточной среднеквадратичной ошибки.

Число точек интерполяции, используемых в обучающей последовательности, должно быть по крайней мере на единицу больше числа коэффициентов «частного» полинома. Семь точек — это минимум информации, необходимой для алгоритма МГУА с квадратичными полиномами. Увеличение числа учитываемых точек повышает точность. Хотя в примере было использовано 60 точек обучающей и 10 точек проверочной последовательностей, алгоритм пригоден и для случая, когда располагают всего семью точками обучающей последовательности, а проверочную последовательность генерируют искусственно, по указанным выше правилам.

РАСПОЗНАВАНИЕ АРХЕОЛОГИЧЕСКИХ НАХОДОК ПО АЛГОРИТМУ МГУА С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОЛИНОМАМИ (ПРИМЕР V) [36]

По алгоритму МГУА (вариант с квадратичными степенными полиномами) решалась задача, приведенная в работе Г. К. Круг и О. М. Круг [43]. Задача состоит в разделении черепков, добытых при археологических раскопках, на два класса: черепки черняховской культуры и черепки нечерняховской культуры.

На вход системы подаются десять бинарных признаков $X_1, X_2, \dots, X_{10}$. Имеющийся материал данных представлен в виде данных о 40 черепках, классифицированных опытными археологами: 27 черепков «учитель» отнес к черняховской культуре и 13 — к нечерняховской.

Для проверки точности оставим 30—40% имеющихся данных, а состав множества признаков выберем произвольно*. Обучающая последовательность представлена

* Пример выполнен до того, как принималась ранжировка точек интерполяции по дисперсии D^2 .

Признаки (первич- ные)	Объе												
	O_9	O_{10}	O_{11}	O_{12}	O_{13}	O_{14}	O_{15}	O_{16}	O_{17}	O_{18}	O_{19}	O_{20}	O_{21}
X_1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
X_2	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1
X_3	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
X_4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1
X_5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
X_6	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
X_7	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X_8	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
X_9	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
X_{10}	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1
Решения:													
R_1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
R_2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

в табл. 27 — она содержит данные о 28 образцах. Проверочная последовательность включает в себя все остальные данные о 12 образцах (табл. 28).

В качестве решающей функции применим степенной полином Колмогорова — Габора:

$$\Sigma = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j + \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots$$

Построить однорядную систему с вычислением коэффициентов, использующую этот алгоритм, практически невозможно, так как полный полином Колмогорова — Габора для десяти аргументов содержит около $C_{20}^{10} = 200\,000$ слагаемых. Для вычисления коэффициентов полинома пришлось бы решать систему уравнений с матрицей $200\,000 \times 200\,000$ элементов, причем неизбежно по причинам, указанным ниже, она была бы плохо обусловлена. Кроме того, нам понадобилась бы обучающая последовательность данных, содержащая не 28, а не менее 200 000 образцов.

Следовательно, построение однорядной системы с вычислением коэффициентов по данным обучающей последовательности в данной задаче практически невозможно или затруднительно. Вариант однорядной системы отпадает.

Подсчитываем коэффициенты корреляции каждого из них с решением «учителя».

$$K_{x_i R_j} = \sum_{k=1}^{28} x_{ik} R_{ik}.$$

Установим первый порог $\Theta = 14$. Оказывается, что этот порог превышают только четыре признака $x_5, x_{20}, x_{48}, x_{53}$. Только эти признаки пропускаются во второй ряд селекции.

Таблица 28

Проверочная последовательность изображений

Признаки (первичные)	Объекты											
	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8	O_{37}	O_{38}	O_{39}	O_{40}
x_1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1
x_2	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1
x_3	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1
x_4	-1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1
x_5	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
x_6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
x_7	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
x_8	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1
x_9	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1
x_{10}	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
Решения:	R_1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
	R_2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1

Второй пороговый самоотбор. Четыре бинарных признака позволяют составить шесть комбинаций по два и, следовательно, написать шесть частных полиномов Колмогорова — Габора (алгоритмы попарной обработки A_2 , рис. 50):

$$y_{5,20} = a_0^I + a_1^I x_5 + a_2^I x_{20} + a_3^I x_5 x_{20};$$

$$y_{5,48} = a_0^{II} + a_1^{II} x_5 + a_2^{II} x_{48} + a_3^{II} x_5 x_{48};$$

$$y_{5,53} = a_0^{III} + a_1^{III} x_5 + a_2^{III} x_{53} + a_3^{III} x_5 x_{53};$$

$$y_{20,48} = a_0^{IV} + a_1^{IV} x_{20} + a_2^{IV} x_{48} + a_3^{IV} x_{20} x_{48};$$

$$y_{20,53} = a_0^V + a_1^V x_{20} + a_2^V x_{53} + a_3^V x_{20} x_{53};$$

$$y_{48,53} = a_0^{VI} + a_1^{VI} x_{48} + a_2^{VI} x_{53} + a_3^{VI} x_{48} x_{53}.$$

С помощью данных обучающей последовательности составляются шесть систем условных уравнений Гаусса по 28 уравнений каждая. Усредняя условные уравнения по известному правилу, получим шесть систем нормальных уравнений Гаусса по 4 уравнения каждая (с матрицей 4×4 элемента). Результат решения систем нормальных уравнений представлен в табл. 29.

Таблица 29

Коэффициенты корреляции ($K_{x_i R_i}$) признаков x_i с решением R_i

Признаки	Коэффициенты корреляции	Признаки	Коэффициенты корреляции	Признаки	Коэффициенты корреляции
x_1	+6	x_{20}	+14	x_{39}	+10
x_2	+6	x_{21}	-2	x_{40}	-4
x_3	+10	x_{22}	-12	x_{41}	0
x_4	-6	x_{23}	+10	x_{42}	-8
x_5	-16	x_{24}	-2	x_{43}	-4
x_6	+10	x_{25}	+10	x_{44}	-4
x_7	-2	x_{26}	-2	x_{45}	-4
x_8	+10	x_{27}	-8	x_{46}	+2
x_9	-6	x_{28}	-10	x_{47}	+2
x_{10}	0	x_{29}	-8	x_{48}	+18
x_{11}	+10	x_{30}	-2	x_{49}	+4
x_{12}	-2	x_{31}	+2	x_{50}	+2
x_{13}	-2	x_{32}	+6	x_{51}	-6
x_{14}	0	x_{33}	+2	x_{52}	-4
x_{15}	+6	x_{34}	+8	x_{53}	+14
x_{16}	-2	x_{35}	+12	x_{54}	+4
x_{17}	+6	x_{36}	+2	x_{55}	-6
x_{18}	+10	x_{37}	-2		
x_{19}	+8	x_{38}	-2		

Таким образом, пользуясь данными только обучающей последовательности, можно вычислить значения коэффициентов всех возможных частных полиномов, отвечающих минимуму среднеквадратичной ошибки. Теперь нам предстоит отобрать лучшие по точности промежуточные переменные из шести претендентов:

$U_{5,20}$, $U_{5,48}$, $U_{5,53}$, $U_{20,48}$, $U_{20,53}$, $U_{48,53}$.

Для этого вычисляются значения этих переменных для всех образцов как обучающей, так и проверочной последовательности, однако для проверки точности использу-

ются только данные проверочной последовательности. Затем подсчитывается коэффициент корреляции централизованных значений промежуточных переменных с решениями «учителя» (на проверочной последовательности) и выбираются наиболее коррелированные промежуточные переменные. Устанавливается порог $\Theta_2 = 0,75$. Этот порог по коэффициенту корреляции проходят только две промежуточные переменные

$$y_{5,48} \text{ и } y_{20,48}.$$

Поскольку эти величины непрерывные (а не бинарные, как в предыдущем ряду селекции), уравнение регрессии, объединяющее их в одну переменную, содержит все шесть членов:

$$z_{5,20,48} = a_0 + a_1 y_{5,48} + a_2 y_{20,48} + a_3 y_{5,48}^2 + \\ + a_4 y_{20,48}^2 + a_5 y_{5,48} y_{20,48}.$$

Далее следует определение коэффициентов этого уравнения по данным обучающей последовательности. Написав это уравнение 28 раз (по числу образцов обучающей последовательности), получим систему условных уравнений. По известному правилу находим систему из шести нормальных уравнений Гаусса с шестью неизвестными — коэффициентами связей и решаем ее:

$$a_0 = 0,579; a_1 = 0,497; a_2 = 0,472; a_3 = -0,728; \\ a_4 = -1; a_5 = 1,14.$$

Окончательно решающие функции будут иметь следующий вид:

$$z_{5,20,48} = 0,579 + 0,497 y_{5,48} + 0,472 y_{20,48} - \\ - 0,728 y_{5,48}^2 - y_{20,48}^2 + 1,14 y_{5,48} y_{20,48}; \\ z_{5,48} = -0,161 - 0,411 x_5 + 0,589 x_{48} + 0,161 x_5 x_{48}; \\ y_{20,48} = 0,250 + 0,417 x_{20} + 0,583 x_{53} - 0,250 x_{20} x_{53}.$$

Оптимизация порогов. Обязательным этапом в алгоритмах МГУА является выбор оптимальных значений порогов. Выше мы приняли $\Theta_1 = 14$ и $\Theta_2 = 0,75$. Повторяя все вычисления с самого начала при других значениях порогов, выбираем те из них, при которых точность распознавания (проверяемая на проверочной последовательности) наибольшая. Максимальная точность, равная 95%,

получена при $\theta_1 = 12$ и $\theta_2 = 0,85$ (рис. 51) (на рисунке заштрихована область, где объем машины Минск-22 не достаточен для расчетов).

Эта цифра получается различной для каждого размера и состава обучающей последовательности. Поэтому расчет желательно повторить для ряда вариантов выбора обучающей последовательности.

Доказательство преимущества многорядной системы. Тот факт, что максимум точности находится не в начале координат и не на осях, является лучшим доказательством преимуществ многорядной системы по точности. Если бы однорядная система обеспечивала большую точность, то вершина холма лежала бы на оси величины первого порога. Если максимум оказывается в области, где вычислительная машина уже не может справиться с вычислениями вследствие их большого объема, приходится выбирать пороги, отвечающие точке наибольшей (но не максимальной) точности в области, поддающейся вычислению на данной машине, и рекомендовать значения порогов, отвечающие этой точке. Кроме того, полный перебор комбинаций пар аргументов заменяется сокращенным случайным перебором, но таким, при котором каждый аргумент участвует в образовании хотя бы одной пары.

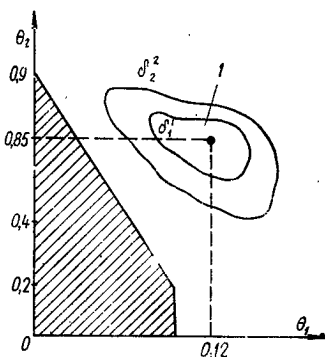


Рис. 51. График оптимизации порогов:
1 — область наибольшей точности.

ДИСКРЕТНОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ РАСХОДА ВОДЫ В ВОЛГЕ ПО АЛГОРИТМУ МГУА С ВЕРОЯТНОСТНЫМИ ГРАФАМИ (ПРИМЕР VI) *

Метод группового учета аргументов может осуществляться при помощи ряда разнообразных алгоритмов. Уже предложены и использовались для конкретных

* Івахненко О. Г., Димитров В. Д. Імовірні алгоритми метода групового обліку аргументів в задачі розпізнавання випадкових подій.— «Автоматика», 1963, № 3.

задач алгоритм с полиномами второй степени и алгоритм с однородными полиномами. Для синтеза логических фильтров удобно использовать особый алгоритм с таблицами (или графами) вероятностей переходов из одного состояния в другие. Действительно, основная идея метода (соответствующая идее перцептрона) состоит в использовании какого-либо математического или логического аппарата, позволяющего последовательно усложнять комбинации аргументов и отбирать из каждого поколения комбинаций наиболее удачные для построения еще более сложных комбинаций. Аппарат таблиц переходов или графов удовлетворяет таким требованиям и, следовательно, на его основе можно построить еще один алгоритм метода группового учета аргументов, который удобен для синтеза (эвристической самоорганизации) логических предсказывающих фильтров. Рассмотрим один из алгоритмов метода группового учета.

Допустим требуется синтезировать оптимальный логический фильтр для предсказания расхода воды в р. Волге (у г. Куйбышев) на 1 год вперед. Данные о расходе за 74 года взяты из работы Г. Г. Сванидзе [65]. Данные, относящиеся к текущему году и всем предыдущим, являются входными величинами для нашего фильтра S_1 , а данные для будущего года — выходными величинами R_1 . Все они дискретизированы на три уровня.

Расход воды выше 255 млн. m^3 считаем равным 3 единицам. Расход воды, заключенный между 255 и 223 млн. m^3 , включая граничные значения, считаем равным 2 единицам. Расход воды ниже 223 млн. m^3 считаем равным 1 единице.

Уровни дискретизации выбраны так, чтобы в каждый промежуток попала одна треть точек обучающей последовательности. Обучающая и проверочная последовательности в дискретизированном виде представлена в табл. 30. Из таблицы видно, что последовательности значений R отличаются от последовательности S только сдвигом цифр на 1 год назад. В обучающей последовательности использованы данные за 50 лет. Проверочная последовательность данных содержит данные за последние 24 года *.

* Пример выполнен до применения ранжировки точек интерполяции по дисперсии D^2 .

Последовательности данных

Годы	s	R	Годы	S	R	Годы	S	R
1	3	3	26	1	1	51	2	3
2	3	1	27	1	3	52	3	1
3	1	3	28	3	2	53	1	1
4	3	2	29	2	1	54	1	1
5	2	3	30	1	1	55	1	1
6	3	3	31	1	2	56	1	1
7	3	3	32	2	2	57	1	1
8	3	3	33	2	3	58	1	1
9	3	1	34	3	3	59	1	2
10	1	1	35	3	3	60	1	2
11	1	2	36	3	3	61	2	2
12	2	3	37	3	2	62	2	2
13	3	3	38	2	2	63	2	1
14	3	3	39	2	1	64	2	2
15	3	1	40	1	1	65	1	2
16	1	1	41	1	2	66	2	2
17	1	1	42	2	3	67	2	2
18	1	3	43	3	2	68	2	1
19	3	2	44	2	2	69	1	2
20	2	2	45	2	3	70	2	1
21	2	3	46	3	3	71	1	2
22	3	2	47	3	3	72	2	3
23	2	1	48	3	3	73	3	1
24	1	3	49	3	2	74	1	—
25	3	1	50	2	2	—	—	—

Заметим, что с точки зрения повышения числа точных предсказаний желательно повысить число уровней входной величины (например, до пяти) и снизить число уровней выходной величины (например, до двух). Желая ограничить объем примера, принимаем указанное выше малое число уровней, равное трем для обеих величин.

Первая эвристика (выбор «элементарных алгоритмов»). Будем полагать, что данные входной величины S , представленные в табл. 29, являются нашими входными сигналами — признаками.

Вторая эвристика (выбор эвристических критериев). Организуем пороговые самоотборы полезной информации по следующим эвристическим критериям: длине учитываемой предыстории Θ_1 и по критерию точности предсказания Θ_2 и Θ_3 . Пусть длина учитываемой предыстории

равна одному, двум и трем тактам (годам) последовательно. Тогда, подсчитывая число переходов в табл. 31, можно построить таблицы вероятностей переходов (табл. 31, 32, 33).

Таблица 31

Вероятности переходов при учете одного года предыстории ($q = 1$) для 50-го года*

$\begin{matrix} K \\ S \end{matrix}$	1	2	3
1	$\begin{matrix} \boxed{6} \\ \boxed{13} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ \boxed{13} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ \boxed{13} \end{matrix}$
2	$\begin{matrix} 3 \\ \boxed{14} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ \boxed{14} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \boxed{6} \\ \boxed{14} \end{matrix}$
3	$\begin{matrix} 4 \\ \boxed{23} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ \boxed{23} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \boxed{12} \\ \boxed{23} \end{matrix}$

* Используются в алгоритме A_1 .

Таблица 32
Вероятности переходов при учете двух лет предыстории ($q = 2$)*

$\begin{matrix} R \\ S \end{matrix}$	1	2	3
11	1/6	$\boxed{3/6}$	2/6
12	$\boxed{2/3}$	0	1/3
13	$\boxed{3/4}$	0	1/4
21	0	1/3	$\boxed{2/3}$
22	1/4	0	$\boxed{3/4}$
23	2/7	$\boxed{4/7}$	1/4
31	1/4	$\boxed{3/4}$	0
32	0	2/6	$\boxed{4/6}$
33	3/12	2/12	$\boxed{7/12}$

* Используются в алгоритме A_2 .

Примечание. В табл. 31, 32 и 33 отмечены квадратиками клетки, указывающие наибольшую вероятность перехода. Если две вероятности равны друг другу — выбираем ту, которая получена по более свежим данным.

Из таблиц видно наиболее вероятный уровень переменной R , следующий за данным уровнем переменной S , для пятидесятого года последнего из обучающей последовательности данных.

При построении графов или таблиц вероятностей переходов можно убедиться, что действительно длина необходимой обучающей последовательности данных должна расти пропорционально m^q , где m — число уровней входных величин; q — число учитываемых тактов предыстории. В приведенном случае ($m = 3$, $q = 1, 2$ и 3) данных едва хватило для учета трех лет предыстории. Характерно, что в последней табл. 32 есть и незаполненные клетки (нули) *.

* Метод группового учета аргументов дает тем большую экономию вычислений, чем больше отношение числа слов входного алфавита графа к числу слов выходного алфавита. Поэтому МГУА хорош для комбинационных входных алфавитов. При равенстве числа слов входного и выходного алфавита МГУА не имеет преимуществ.

Вероятности переходов при учете трех лет предыстории ($q = 3$)*

$\begin{matrix} R \\ S \end{matrix}$	1	2	3	$\begin{matrix} R \\ S \end{matrix}$	1	2	3
111	0	0	$\frac{1}{1}$	223	$\frac{2}{4}$	0	2/4
112	0	$\frac{2}{2}$	0	231	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1/3
113	1/3	1/3	$\frac{1}{3}$	232	1/2	$\frac{1}{2}$	0
121	0	0	0	233	0	$\frac{2}{2}$	0
122	$\frac{1}{1}$	0	0	311	0	2/2	0
123	$\frac{1}{2}$	0	1/2	312	$\frac{1}{1}$	0	0
131	$\frac{1}{1}$	0	0	313	0	$\frac{1}{1}$	0
132	0	0	0	321	0	$\frac{1}{2}$	1/2
133	2/3	0	1/3	322	0	1/3	$\frac{2}{3}$
211	0	0	$\frac{2}{2}$	323	0	0	$\frac{1}{1}$
212	0	0	0	331	0	0	0
213	0	0	0	332	0	0	4/4
221	0	0	$\frac{1}{1}$	333	2/7	2/7	$\frac{3}{7}$
222	0	0	0				

* Используются в алгоритме A_3 .

Третья эвристика (выбор интегральных воздействий и структуры их приложения). Выберем пороговые самоотборы полезной информации по указанным выше эвристическим критериям, реализуемые в многорядной структуре перцептронного типа. Пример двух вариантов схемы показан на рис. 52 и 53.

В алгоритме МГУА с полиномами второй степени (см. выше) мы располагали только одним элементарным алгоритмом A_2 обработки двух входных величин. Здесь же, в алгоритме МГУА с таблицами вероятностей переходов, нужно использовать ряд элементарных алгоритмов, и в первую очередь алгоритмы A_1 , A_2 и A_3 (для одной, двух и трех входных величин). Опишем эти алгоритмы.

A_1 — алгоритм переработки одной величины в величину z ($a = 1; 2$ или 3 ; $z = 1; 2$ или 3). Исходные данные: заданы последовательность значений a и последовательность требуемого предсказания R по годам.

1. Обучаем фильтр, т. е. составляем таблицу вероятностей переходов $a \rightarrow R$ для 50-го года.

2. Пользуясь таблицей вероятностей переходов (или соответствующей ей графой), выполняем предсказание величины a на 51-й год.

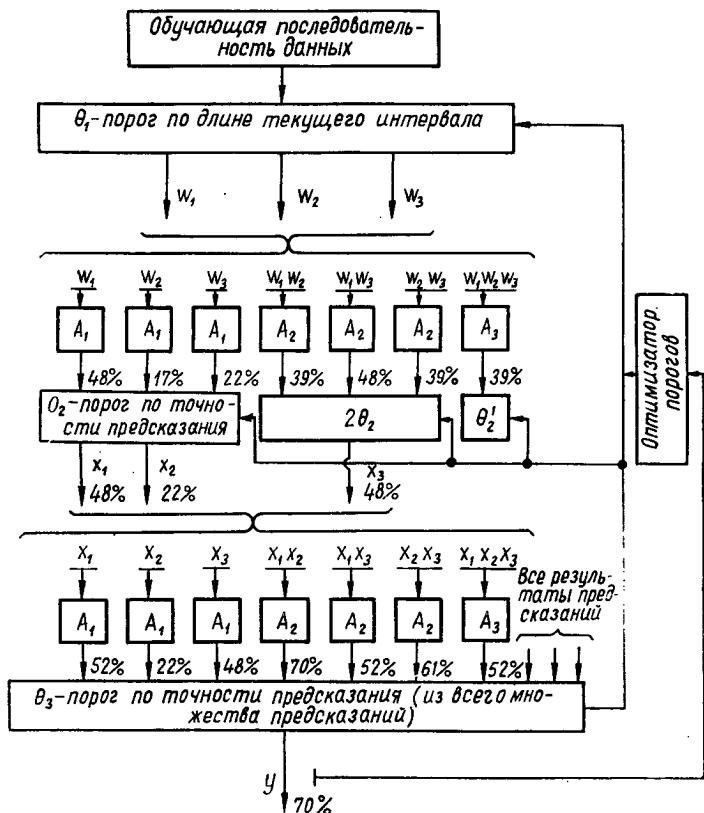


Рис. 52. Алгоритм МГУА при $q(\theta_1) = 3$; $q(\theta_2) = 3$:

w — входные величины; x — промежуточные переменные первого уровня сложности первой генерации комбинаций; y — промежуточные переменные второго уровня сложности; z — промежуточные переменные третьего уровня сложности; A_1, A_2, A_3 — алгоритмы обработки одной, двух и трех переменных.

3. Уточняем таблицу вероятностей переходов (графов), учитывая точное значение за 51-й год (эволюция графа).

4. Выполняем по уточненной таблице предсказание на 52-й год.

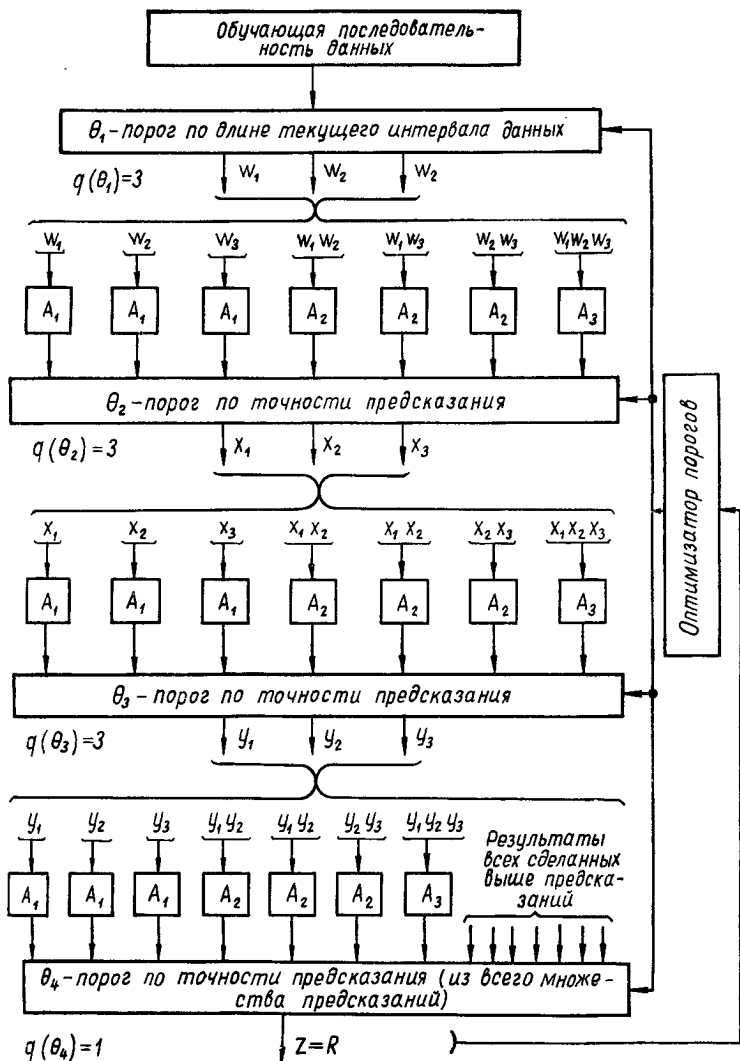


Рис. 53. Алгоритм МГУА при $q(\theta_1) = 3$; $q(\theta_2) = 3$; $q(\theta_3) = 3$.

В конце определяем точность предсказания за все годы проверочной последовательности.

A_2 — алгоритм переработки двух величин a и b в величину z ($a = 1; 2$ или 3 ; $b = 1; 2$ или 3 ; $z = 1; 2$ или 3). Исходные данные: заданы последовательности a и b и последовательность требуемого предсказания R по годам (последовательность для b получается из последовательности для a со сдвигом на 1 год назад).

1. Обучаем фильтр, т. е. составляем таблицу вероятностей переходов $a, b \rightarrow R$ на 50-й год.

2. Пользуясь таблицей вероятностей переходов (или соответствующим ей графом), выполняем предсказание величин a, b на 51-й год.

3. Уточняем граф при помощи учета точного значения предсказываемой величины за 51-й год (эволюция графа).

4. Предсказываем расход на 52-й год и т. д.

В конце определяем точность предсказания за все годы проверочной последовательности.

A_3 — алгоритм переработки трех величин a, b и c в величину z ($a = 1; 2$ или 3 ; $b = 1; 2$ или 3 ; $c = 1; 2$ или 3 ; $z = 1; 2$ или 3). Исходные данные: заданы последовательности b, a и c и последовательность требуемого предсказания R по годам (последовательность для b получается из последовательности для a со сдвигом на один год назад, а последовательность для c (из последовательности для a со сдвигом на 2 года назад).

1. Обучаем фильтр, т. е. составляем таблицу вероятностей переходов $a, b, c \rightarrow R$.

2. Пользуясь таблицей вероятностей переходов (или соответствующим ей графом), выполняем предсказание величин a, b, c на 51-й год.

3. Уточняем граф при помощи учета одного значения предсказываемой величины за 51-й год (эволюция графа).

Метод предсказания и проверки его точности. Предсказание ведется на протяжении всех 24 лет проверочной последовательности, с уточнением всех таблиц вероятностей переходов (с эволюцией всех графов после проверки каждого предсказания).

Предсказание по методу группового учета аргументов (алгоритм с использованием таблиц вероятностей переходов). На рис. 52 и 53 показаны два примера алгоритма, отличающиеся только по организации самоотборов и по величине порогов Θ_1, Θ_2 и Θ_3 . Регулируя величину этих

порогов, можно изменять число переменных, проходящих через пороги. Значения порогов для переменных, обрабатываемых по разным алгоритмам (A_1 , A_2 , A_3) в одном и том же ряду, отличаются друг от друга (см. рис. 52).

На рис. 53 показано, что первый порог прошли три переменные, второй — три, третий — тоже три. Обозначим это так: $q(\Theta_1) = 3$, $q(\Theta_2) = 3$, $q(\Theta_3) = 3$. Опишем более подробно алгоритм рис. 54. Три переменные, прошедшие первый порог, дают возможность построить семь комбинаций:

$$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1\omega_2, \omega_1\omega_3, \omega_2\omega_3, \omega_1\omega_2\omega_3.$$

Легко убедиться, что наращивание сложности алгоритма «по горизонтали» (т. е. переход от единичных сигналов к ковариации по два, по три и т. д.) быстро исчерпывает свои возможности: точность предсказания снижается из-за большого числа решений «не знаю» (ребра графа с нулевым весом). Только наращивание «по вертикали» (т. е. переход от ω к x , от x к y и т. д.) приводит к эффекту увеличения точности предсказания.

Выше в табл. 31, 32 и 33 показаны примеры построения таблиц вероятностей переходов. Вероятности переходов нужно найти для всех переменных, участвующих в предсказании. Важно отметить, что все они «обучаются» по конечному действительному выходу R . Пользуясь таблицами вероятностей переходов, получим ряд предсказаний, точность которых соответственно равна, % : 48, 17, 22, 39, 48, 39, 39.

Первые три предсказания выполнены по алгоритму A_1 , четвертое, пятое и шестое — по алгоритму A_2 и седьмое — по алгоритму A_3 . Из первых трех переменных через порог $\theta_2 = 20\%$ проходят две «лучшие» переменные:

$$x_1(\omega_1 \rightarrow R), x(\omega_3 \rightarrow R).$$

Из переменных, обрабатываемых по алгоритму A_2 , через порог $2\theta_2 = 40\%$ проходит одна переменная $x_3(\omega_1\omega_3 \rightarrow R)$.

Переменная, обрабатываемая по алгоритму A_3 , задерживается порогом $3\theta_2 = 60\%$. Три промежуточные переменные x_1, x_2, x_3 снова дают возможность построить семь комбинаций:

$$x_1, x_2, x_3, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, x_1x_2x_3.$$

Обрабатывая эти переменные по описанным выше алгоритмам A_1, A_2, A_3 , получим семь предсказаний, точность которых соответственно равна, % : 52, 22, 48, 70, 52, 61, 57.

Результаты четырех предсказаний (на один год вперед)

Число переменных, прошедших порог	годы							
	51	52	53—59	60	61	62	63	64
$q(\theta_1) = q(\theta_2) = q(\theta_3) = 1$	3	3	1	1	3	3	2	2
$q(\theta_1) = 2; \quad q(\theta_2) = 3;$ $q(\theta_3) = 1$	3	3	1	1	3	3	2	2
$q(\theta_1) = 3; \quad q(\theta_2) = 2;$ $q(\theta_3) = 1$	3	3	1	1	3	3	2	2
$q(\theta_1) = q(\theta_2) = 3; \quad q(\theta_3) = 1$	3	3	1	1	2	2	1	1
Предсказание . . .	3	1	1	2	2	2	2	1

Последний порог по точности предсказания (из всего множества предсказаний) проходит только одна переменная ($q(\theta_4) = 1$), $y(x_1x_2 \rightarrow R)$; порог при этом $\theta_3 = 70\%$.

Примечание. Поясним способ подсчета точности предсказания R по величине y . Граф вероятностей переходов ($w_3 \rightarrow R$) меняется пять раз за время своей «эволюции» на проверочной последовательности. В соответствии с графом пять раз меняется все множество величин x_2 , поскольку $x_2(w_3 \rightarrow R)$. Граф вероятностей переходов ($w_1 \rightarrow R$) меняется два раза за время своей эволюции на проверочной последовательности. В соответствии с графом два раза меняется все множество величин, поскольку $x_1(w_1 \rightarrow R)$. Процесс эволюции графа вероятностей переходов для переменной второй генерации $y(x_1x_2 \rightarrow R)$ отражает в себе ступени эволюции предыдущих графов для переменных x_1 и x_2 , так как перед каждым актом предсказания мы берем значения для x_1 и x_2 из соответствующих множеств их значений, построенных на базе ($w_1 \rightarrow R$) и ($w_3 \rightarrow R$). Отражая в себе ступени эволюции графов предыдущего поколения переменных, новопостроенный граф имеет другие ступени эволюции, характеризующие его как «более совершенный» в смысле точности предсказания. Процесс эволюции рассматриваемых графов показан на рис. 55. Следует отметить, что при комбинации переменных первого поколения, прошедших порог, наилучшего результата в смысле точности предсказания во второй генерации достигаем для тех комбинаций, переменные составляющие у которых имели наиболее гибкий граф (т. е. граф был с большим числом ступеней эволюции).

Результаты предсказания для разных значений $q(\theta_1)$, $q(\theta_2)$ и $q(\theta_3)$ показаны на табл. 34.

Важно отметить, что усложнение комбинации (переход от единичных величин к ковариации двух величин) повышает точность предсказания.

65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	Правильные предсказа- ния, %
1	2	2	2	1	2	2	2	3	2	52
1	2	2	2	1	2	2	2	3	2	52
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	52
2	3	2	3	2	3	2	3	3	2	70
2	2	2	1	2	1	2	3	1	2	

Оптимизация порогов. На рис. 54 показан результат просчета многих вариантов выбора значений величины порогов $q(\theta_1)$, $q(\theta_2)$ и $q(\theta_3)$. Наибольшая точность предсказания получена в точке

$$q(\theta_1) = 3, q(\theta_2) = 3, q(\theta_3) = 1.$$

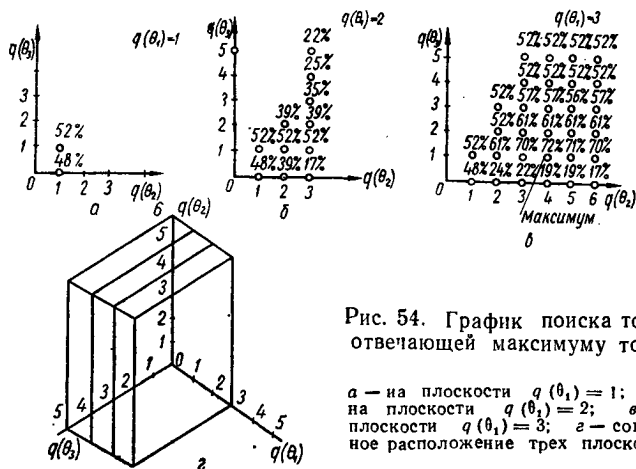


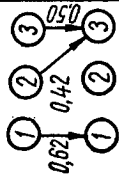
Рис. 54. График поиска точки, отвечающей максимуму точности:

а — на плоскости $q(\theta_1) = 1$; б — на плоскости $q(\theta_1) = 2$; в — на плоскости $q(\theta_1) = 3$; г — совместное расположение трех плоскостей.

Результаты предсказания по оптимальному алгоритму показаны в табл. 35 в нижней строке (точность 71%). Перебор точек, лежащих на плоскости $q(\theta_4)$ позволил найти еще более точный алгоритм предсказания (точность 83%).

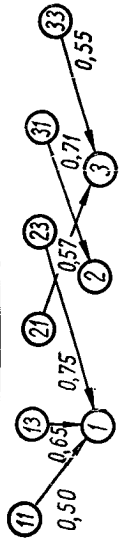
$X_1 (W_1 \rightarrow R)$

Для первых
62 лет



$\varphi (X_1, X_2 \rightarrow R)$

Для первых
64 лет

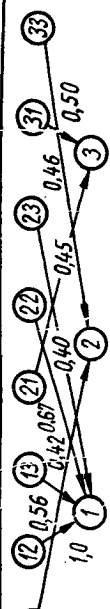


$X_2 (W_2 \rightarrow R)$

Для первых 68 лет



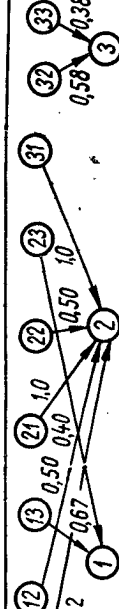
65, 66, 69,
72 г.г



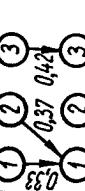
с 59 по 64 год



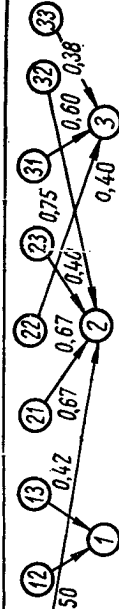
67,
70 г.г



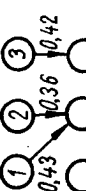
с 59 по 64 год



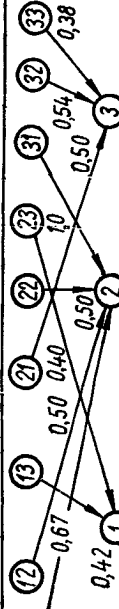
68,
70 г.г



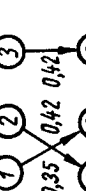
с 59 по 64 год



73 год



с 59 по 64 год



с 62 по 73 год

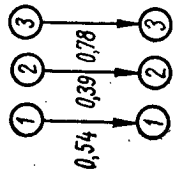


Рис. 55. Этапы эволюции графов имовренности (значения для ребер графов приведены для последнего года указанных интервалов).

РАСПОЗНАВАНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ДЕСТРУКЦИИ ПЕСТИЦИДОВ ПО АЛГОРИТМУ МГУА БАЙЕСОВСКОГО ТИПА (ПРИМЕР VII)*

Систематизация материалов по загрязнению внешней среды пестицидами (ядохимикатами) показывает, что динамика содержания пестицида в разных средах определяется многофакторной зависимостью. К основным группам факторов, влияющих на процесс исчезновения остатков пестицидов, относятся: физико-химические свойства препарата, условия применения, химические и структурные особенности объекта. Предполагается, что деструкция пестицидов подчиняется экспоненциальному закону:

$$C = Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Требуется на основании данных о физико-химических свойствах препарата, условиях его применения и особенностях растений ориентировочно определить постоянную времени экспоненты его деструкции.

Для определения постоянной времени деструкции используются следующие признаки:

- | | |
|---|---|
| x_1 — цвет пестицида; | x_2 — запах пестицида; |
| x_3 — молекулярный вес; | x_4 — температура плавления; |
| x_5 — растворимость в жирах; | x_6 — растворимость в воде; |
| x_7 — стойкость в растениях; | x_8 — стойкость в растениях при pH = 3 ÷ 8; |
| x_9 — летучесть; | x_{10} — стойкость в щелочной среде; |
| x_{11} — стойкость в кислой среде; | x_{12} — число обработок культуры; |
| x_{13} — концентрация пестицида в растворе; | x_{14} — норма расхода раствора; |
| x_{15} — pH культуры; | x_{16} — содержание H_2O в культуре; |
| x_{17} — общая кислотность; | x_{18} — белки в культуре; |
| x_{19} — жиры; | x_{20} — клетчатка; |
| x_{21} — зола; | x_{22} — общее количество сахара; |
| x_{23} — азотистые вещества; | x_{24} — пектиновые вещества. |

* О. Г. Івахієнко та ін. Розпізнавання тривалості деструкції і вмісту пестицидів у рослинах за імовірнісним алгоритмом МГУА. — «Автоматика», 1970, № 5.

x_i Уро- вень дискре- тизации	x_1	x_2	x_3	$x_4, ^\circ\text{C}$	x_5	$x_6, \text{ г/л}$
1	Без цвета	Без запаха	$x_3 > 292$	$x_4 < 48,4$	Нерастворимый	$x_6 < 0,00304$
2	Белый	Слабый запах	$292 \leq x_3 \leq 354$	$48,4 \leq x_4 < 106,5$	Слаборастворимый	$0,00304 \leq x_6 \leq 0,0304$
3	Есть цвет	Сильный запах	$354 \leq x_3$	$106,5 \leq x_4$	Сильно- раствори- мый	$0,0304 \leq x_6$

x_i Уро- вень дискре- тизации	$x_{13}, \%$	$x_{14}, \text{ л/ч}$	$x_{15}, \%$	$x_{16}, \%$	$x_{17}, \%$	$x_{18}, \%$
1	$x_{13} < 0,03$	$x_{14} < 1000$	$x_{15} < 3,36$	$x_{16} < 1932$	$x_{17} < 0,29$	$x_{18} < 0,85$
2	$0,03 \leq x_{13} < 0,115$	$x_{14} = 1000$	$3,36 \leq x_{15} < 4,435$	$79,3 \leq x_{16} < 85,2$	$0,29 \leq x_{17} < 0,58$	$0,85 \leq x_{18} < 1,55$
3	$0,115 \leq x_{13}$	$1000 \leq x_{14}$	$4,435 \leq x_{15}$	$85,27 \leq x_{16}$	$0,58 \leq x_{18}$	$1,55 \leq x_{18}$

По этим признакам требуется распознавать, к какому из пяти классов по продолжительности относится данный пестицид. Классы выбраны следующим образом:

1-й класс	$\tau \leq 5,35$	суток
2-й »	$5,35 < \tau \leq 8,35$	»
3-й »	$8,35 < \tau \leq 13,35$	»
4-й »	$13,35 < \tau \leq 22,35$	»
5-й »	$22,35 < \tau \leq 273,35$	»

Пределы классов выбраны так, чтобы в каждый из них попало около 20% испытанных образцов.

Для оценки величин признаков введено три уровня дискретизации 1, 2, 3, которые присваивались каждому признаку в соответствии с табл. 35. Экспериментальный материал включает данные по 134 образцам, которые в

x_7	$x_8, pH = 3 \div 8$	$x_9, g/m^3$	x_{10}	x_{11}	x_{12}
$x_7 < 14,9$	$x_8 < 4,3$	$x_9 < 0,0014$	Не стоек	Не стоек	$x_{12} = 1$
$14,9 \leq x_7 < 23,8$	$4,3 \leq x_8 < 6,6$	$0,0014 \leq x_9 < 0,1005$	Стойк	Стойк	$x_{12} = 2$
$23,8 \leq x_7$	$6,6 \leq x_8$	$0,1005 \leq x_9$	Очень стоек	Очень стоек	$x_{12} \geq 3$

Продолжение табл. 35

$x_{19}, \%$	$x_{20}, \%$	$x_{21}, \%$	$x_{22}, \%$	$x_{23}, \%$	$x_{24}, \%$
$x_{19} < 0,45$	$x_{20} < 1,26$	$x_{21} < 0,484$	$x_{22} < 6,3$	$x_{23} < 0,256$	$x_{24} < 0,7$
$0,45 \leq x_{19} < 1,02$	$1,26 \leq x_{20} < 2,8$	$0,484 \leq x_{21} < 0,75$	$6,3 \leq x_{22} < 10,7$	$0,27 \leq x_{23} < 0,66$	$0,7 \leq x_{24} < 1,19$
$1,02 \leq x_{19}$	$2,8 \leq x_{20}$	$0,75 \leq x_{21}$	$10,7 \leq x_{22}$	$0,663 \leq x_{23}$	$1,19 \leq x_{24}$

Таблица 36

Обучающая последовательность

Переменные	Класс I					Класс II					Класс III					Класс IV					Класс V									
	1	2	3	...	13	14	1	2	3	...	13	14	1	2	3	...	13	14	1	2	3	...	13	14	1	2	3	...	13	14
x_1	3	1	1	...	3	1	3	3	3	...	3	3	2	3	3	...	2	3	3	2	3	...	1	1	3	2	3	...	1	1
x_2	3	3	3	...	3	2	3	1	1	...	2	1	1	2	3	...	1	1	3	1	3	...	3	3	3	1	3	...	3	3
x_3	2	2	2	...	2	3	2	3	3	...	3	3	1	3	3	...	3	3	1	3	1	...	2	2	3	1	3	...	2	2
x_4	1	1	1	...	1	2	1	1	1	...	3	3	1	...	3	3	...	2	2	3	...	2	2	2	...	1	1	...	1	1
...																														
x_{23}	3	3	1	...	2	1	3	3	3	...	1	1	3	3	3	...	3	1	2	1	...	1	1	3	2	3	...	1	1	
x_{24}	3	3	3	...	2	2	3	3	3	...	2	1	1	2	3	...	3	2	2	...	3	3	3	2	3	...	3	3		
y	2	2	1	...	2	2	3	3	3	...	2	3	1	2	3	...	2	1	1	...	1	3	3	2	3	...	1	1		
z	2	2	3	...	3	2	...	3	3	...	2	2	1	...	2	3	2	1	1	...	1	2	3	2	3	...	1	1		
v	2	3	2	...	2	2	3	1	3	...	3	3	2	3	...	3	3	1	1	...	1	2	3	2	3	...	1	1		
w	2	2	2	...	2	2	3	3	2	...	3	3	3	...	2	3	1	1	2	...	1	2	3	2	3	...	1	1		

Проверочная последовательность

Перемен- ные	Класс I			ε, %	Класс II			ε, %	Класс III			ε, %	Класс IV			ε, %	Класс V			ε, %
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
x_1	123...	13		—	321...	13		—	133...	33		—	322...	13		—	223...	33		—
x_2	223...	33		—	113...	33		—	312...	33		—	211...	33		—	111...	33		—
x_3	332...	21		—	232...	21		—	222...	11		—	233...	21		—	333...	11		—
x_4	221...	12		—	331...	12		—	133...	22		—	322...	12		—	331...	22		—
...																				
x_{23}	212...	31		—	121...	31		—	323...	12		—	323...	13		—	232...	31		—
x_{24}	332...	23		—	321...	23		—	123...	13		—	332...	31		—	321...	25		—
y	122...	32		69	121...	13		50	231...	22		57,4	223...	33		55,7	232...	21		71,7
z	222...	23		86	113...	11		57	221...	23		95,3	233...	33		100	133...	23		81,7
v	232...	12		98,3	111...	12		98,3	322...	12		100	332...	33		100	132...	22		100
w	312...	22		78,6	111...	21		100	322...	22		69,6	332...	33		100	132...	32		100
p	223...	22		100	113...	13		100	222...	22		100	333...	33		100	123...	22		100

зависимости от величины дисперсии разбиваются на две последовательности: обучающую (табл. 36) и проверочную (табл. 37).

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ МГУА

Алгоритмы МГУА отличаются друг от друга по виду полных и частных описаний. Ниже используется полное описание вероятностного типа для зависимых признаков.

Полное описание

$$p_a = p_0 p(x_1/R_m) p(x_2/R_m) \dots p(x_n/R_m) p(x_1 x_2/R_m) \times \\ \times p(x_1 x_3/R_m) \dots p(x_{n-1} x_n/R_m) p(x_1 x_2 x_3/R_m) \times \\ \times p(x_1 x_2 x_1/R_m) \dots p(x_{n-2} x_{n-1} x_n/R_m) \dots p \times \\ \times (x_1 x_2 \dots x_n/R_m), \quad (1)$$

где p_a — апостериорная вероятность принадлежности образца к классу R_m ; m — номер класса; $m = 1, 2, 3, 4$ или 5.

Частные описания приняты в виде аналогичных формул, но только составленные для каждой пары признаков отдельно.

Частное описание

$$\left. \begin{aligned} p'_a &= p_0 p(x_1/R_m) p(x_2/R_m) p(x_1 x_2/R_m); \\ p''_a &= p_0 p(x_1/R_m) p(x_3/R_m) p(x_1 x_3/R_m); \\ p^N_a &= p_0 p(x_{n-1}/R_m) p(x_n/R_m) p(x_{n-1} x_n/R_m). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь p_0 — априорная вероятность (ниже в примере принятого всюду $p_0 = 0,2$); $p(x_1/R_m)$ — вероятность появления первого признака x_1 в классе R_m ; $p(x_2/R_m)$ — вероятность появления второго признака x_2 в классе R_m ; $p(x_1 x_2/R_m)$ — вероятность одновременного появления двух признаков x_1 и x_2 в классе R_m и т.д.

Обратим внимание на важность присутствия третьего сомножителя $p(x_{n-1} x_n/R_m)$ в частных описаниях. Без этого сомножителя сложность описаний из ряда в ряд селекции не будет повышаться и, следовательно, идея МГУА полностью не реализуется.

Вопрос о выборе целесообразного вида полиного и частных описаний еще не решен.

Вид полного и частных описаний в алгоритме МГУА выбирается эвристически. Не исключена возможность построения вероятностных алгоритмов при других видах описаний, например, на основании выражений соответствующих числителю формулы Байеса.

Полное описание

$$p_a = p_0 p(x_1/R_m) p(x_2/x_1 R_m) p(x_3/x_1 x_2 R_m) \dots p \times \\ \times (x_n/x_1 x_2 \dots x_{n-1} R_m). \quad (3)$$

Частное описание

$$\left. \begin{aligned} p'_a &= p_0 p(x_1/R_m) p(x_2/x_1 R_m) = p_0 p(x_1 x_2/R_m); \\ p''_a &= p_0 p(x_1/R_m) p(x_3/x_1 R_m) = p_0 p(x_1 x_3/R_m); \\ p^N_a &= p_0 p(x_{n-1}/R_m) p(x_n/x_{n-1} R_m) = p_0 p(x_{n-1} x_n/R_m). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Расчеты показывают, что при таком виде описаний точность классификаций, хотя и не значительно, но все же снижается, так как увеличивается область неразделимости изображений. Поэтому в данном случае используются более сложные выражения (2).

ГЕНЕРАЦИЯ КОМБИНАЦИЙ, ОБУЧЕНИЯ, ОТБОР ЧАСТНЫХ ОПИСАНИЙ ПО ТОЧНОСТИ И ПРАВИЛО ПЕРЕХОДА ОТ ОДНОГО РЯДА СЕЛЕКЦИИ К СЛЕДУЮЩЕМУ

Частные описания указанного вида составляются для каждой пары признаков. «Обучение» частных описаний состоит в том, что входящие в них вероятности приравниваются частностям, определяемым по данным обучающей последовательности (табл. 36). Затем все частные описания подвергаются контролю по точности по данным проверочной последовательности (табл. 38). При этом из 276 частных описаний отбираются 24 самых точных описания. Они используются для «наращивания» рядом как обучающей, так и проверочной последовательности (эта операция показана в табл. 3 условно в виде одного ряда для переменных y, z, v, w и p). На этом первый ряд селекции заканчивается.

Во втором ряду снова 24 промежуточных переменных y_i используются для построения $C_{24}^2 = 276$ частных описаний второго ряда. Далее следует обучение этих описаний и отбор новых переменных по точности, определяемой на проверочной последовательности (в табл. 37

записана только одна строка для переменных каждого ряда селекции, обозначенных через x, y, z, v, w).

Наращивание рядов селекции продолжается до тех пор, пока точность распознавания классов повышается. Точность распознавания оценивается в первых трех рядах селекции по числу распознанных образов. В последующем вводится дополнительный критерий точности.

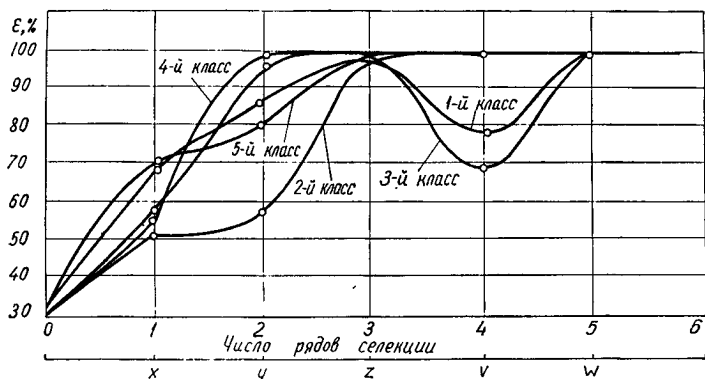


Рис. 56. График изменения точности распознавания для пяти классов пестицидов в зависимости от числа рядов селекции.

Начиная с третьего ряда точность распознавания некоторых классов возрастает настолько, что ошибки на проверочной последовательности нет. При этом теряется возможность сравнения частных описаний между собой. Здесь приходится воспользоваться для ранжировки описаний по точности дополнительным критерием. Таким критерием может быть критерий *разрешающей способности компаратора* P , т. е. величина превышения апостериорных вероятностей «победившего» класса над следующим по величине ее значением [30].

Апостериорные вероятности рассчитываются для всех образцов обучающей и проверочной последовательности, причем снова дискретизируются на три уровня. Из них 24, наиболее точные, используются в качестве значений аргументов второго ряда селекции и т. д.

В табл. 36 и на рис. 56 приведена средняя точность распознавания по классам для выбранных 24 пар переменных на каждом ряду. Точность распознавания очень

высокая, что является неоспоримым подтверждением эффективности алгоритма МГУА. Из табл. 38 видно, что на пятом ряду все пять классов различаются без ошибки. Поэтому остановимся на пяти рядах селекции. При этом, например, для первого класса получим следующую систему частных описаний (обозначение переменных: 1-й ряд — y , 2-й — z , 3-й — v , 4-й — w , 5-й — q).

Первый ряд:

$$\begin{aligned} p(y_1) &= p(x_2) p(x_5) p(x_2 x_5); \\ p(y_4) &= p(x_{10}) p(x_{11}) p(x_{10} x_{11}); \\ p(y_5) &= p(x_2) p(x_6) p(x_2 x_6); \\ p(y_6) &= p(x_6) p(x_9) p(x_6 x_9); \\ p(y_8) &= p(x_8) p(x_{13}) p(x_8 x_{13}); \\ p(y_{11}) &= p(x_{10}) p(x_{14}) p(x_{10} x_{14}); \\ p(y_{15}) &= p(x_2) p(x_{19}) p(x_2 x_{19}); \\ p(y_{16}) &= p(x_{10}) p(x_{15}) p(x_{10} x_{15}). \end{aligned}$$

Второй ряд:

$$\begin{aligned} p(z_3) &= p(y_5) p(y_{15}) p(y_5 y_{15}); \\ p(z_4) &= p(y_{11}) p(y_{17}) p(y_{11} y_{17}); \\ p(z_5) &= p(y_1) p(y_6) p(y_1 y_6); \\ p(z_{12}) &= p(y_7) p(y_{16}) p(y_7 y_{16}); \\ p(z_{17}) &= p(y_6) p(y_{16}) p(y_6 y_{16}); \\ p(z_{20}) &= p(y_8) p(y_{17}) p(y_8 y_{17}). \end{aligned}$$

Третий ряд:

$$\begin{aligned} p(v_2) &= p(z_3) p(z_4) p(z_3 z_4); \\ p(v_4) &= p(z_5) p(z_{12}) p(z_5 z_{12}); \\ p(v_7) &= p(z_{17}) p(z_{20}) p(z_{17} z_{20}). \end{aligned}$$

Четвертый ряд:

Пятый ряд:

$$\begin{aligned} p(w_1) &= p(v_2) p(v_7) p(v_2 v_7); & p_a &= p(q) = p(w_1) p(w_3) \times \\ p(w_3) &= p(v_2) p(v_7) p(v_2 v_7); & & \times p(w_1 w_3). \end{aligned}$$

Исключая промежуточные переменные из частных описаний, легко получить некоторый эквивалент полного описания. В результате получим следующие формулы.

Формула распознавания для I класса:

$$p_a = p(w_1) p(w_3) p(w_1 w_3) = [p(x_2) p(x_6) p(x_2 x_6)]^2 \times \\ \times [p(x_2) p(x_{19}) p(x_2 x_{19})]^2 [p(x_2) p(x_5) p(x_2 x_5)] \times \\ \times [p(x_6) p(x_9) p(x_6 x_9)]^2 [p(x_5) p(x_{10}) p(x_5 x_{10})]^2 \times \\ \times [p(x_{10}) p(x_{11}) p(x_{10} x_{11})] [p(x_{16}) p(x_{14}) p(x_{10} x_{14})]^2 \times \\ \times [p(x_{10}) p(x_{15}) p(x_{10} x_{15})]^3 [p(x_8) p(x_{13}) p(x_8 x_{13})].$$

Формула распознавания для II класса:

$$p_a = p(w_1) p(w_4) p(w_1 w_4) = [p(x_5) p(x_{14}) p(x_5 x_{14})]^2 \times \\ \times [p(x_5) p(x_{20}) p(x_5 x_{20})]^2 [p(x_6) p(x_{15}) p(x_6 x_{15})] [p(x_9) p(x_{11}) p(x_9 x_{11})]^3 [p(x_{12}) p(x_{16}) p(x_{12} x_{16})]^6 [p(x_{12}) \times \\ \times p(x_{20}) p(x_{12} x_{20})]^2.$$

Формула распознавания для III класса:

$$p_a = p(w_3) p(w_6) p(w_3 w_6) = [p(x_1) p(x_{21}) p(x_1 x_{21})] \times \\ \times [p(x_3) p(x_{13}) p(x_3 x_{13})] \times [p(x_3) p(x_{18}) p(x_3 x_{18})] \times \\ \times [p(x_9) p(x_{20}) p(x_9 x_{20})] [p(x_{12}) p(x_{18}) p(x_{12} x_{18})] \times \\ \times [p(x_{17}) p(x_{19}) p(x_{17} x_{19})] [p(x_{17}) p(x_{20}) p(x_{17} x_{20})] [p(x_{17}) \times \\ \times p(x_{21}) p(x_{17} x_{21})]^3 [p(x_{17}) p(x_{24}) p(x_{17} x_{24})]^2 [p(x_{18}) \times \\ \times p(x_{20}) p(x_{18} x_{20})]^2 [p(x_{18}) p(x_{24}) p(x_{18} x_{24})] \times \\ \times [p(x_{20}) p(x_{21}) p(x_{20} x_{21})].$$

Формула распознавания для IV класса:

$$p_a = p(w_1) p(w_2) p(w_1 w_2) = [p(x_2) p(x_{12}) \times \\ \times p(x_2 x_{12})]^4 [p(x_3) p(x_4) p(x_3 x_4)]^3 [p(x_4) p(x_6) p(x_4 x_6)]^3 \times \\ \times [p(x_9) p(x_{15}) p(x_9 x_{15})] [p(x_{14}) p(x_{15}) p(x_{14} x_{15})] \times \\ \times [p(x_{14}) p(x_{22}) p(x_{14} x_{22})]^3 [p(x_{15}) p(x_{23}) p(x_{15} x_{23})].$$

Формула распознавания для V класса:

$$p_a = p(w_2) p(w_3) p(w_2 w_3) = [p(x_1) p(x_{16}) p(x_1 x_{16})] \times \\ \times [p(x_2) p(x_{16}) p(x_2 x_{16})] [p(x_3) p(x_7) p(x_3 x_7)]^3 \times \\ \times [p(x_4) p(x_7) p(x_4 x_7)] [p(x_5) p(x_{20}) p(x_5 x_{20})] \times \\ \times [p(x_5) p(x_{22}) p(x_5 x_{22})]^3 [p(x_7) p(x_{10}) p(x_7 x_{10})] \times \\ \times [p(x_7) p(x_{24}) p(x_7 x_{24})] [p(x_{11}) p(x_{22}) p(x_{11} x_{22})] \times \\ \times [p(x_{15}) p(x_{16}) p(x_{15} x_{16})]^2 [p(x_{16}) p(x_{20}) p(x_{16} x_{20})].$$

Пример применения формул распознавания

Покажем на примере, к какому классу по величине τ следует отнести пестицид (паратион при опрыскивании яблок) со следующими значениями входных признаков (выраженные в дискретах по табл. 35):

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_5 = 2; x_9 = 2; x_{13} = 1; x_{17} = 3; x_{21} = 1; \\ x_2 &= 3; x_6 = 2; x_{10} = 2; x_{14} = 2; x_{18} = 1; x_{22} = 3; \\ x_3 &= 2; x_7 = 1; x_{11} = 2; x_{15} = 1; x_{19} = 3; x_{23} = 3; \\ x_4 &= 1; x_8 = 2; x_{12} = 1; x_{16} = 2; x_{20} = 3; x_{24} = 2. \end{aligned}$$

Обозначим через i и j индексы пары входных признаков, а через k^* и l^* — индексы признаков, входящих в формулы распознавания. Тогда величину сомножителей, входящих в эти формулы в квадратных скобках, можно определить по табл. 38. В ней указано значение сомножителей, увеличенное в 14^3 раз (14 — число образцов в обучающей последовательности).

Таблица 38

Значения сомножителей формул распознавания в зависимости от значений признаков

$i-j \backslash k^*-l^*$	1-1	1-2	1-3	2-1	2-2	2-3	3-1	3-2	3-3
--------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

I класс

2-6	0	0	6	0	0	28	11	847	198
2-19	0	4	0	24	0	0	264	132	176
2-5	3	0	0	44	0	0	0	1131	0
6-9	0	0	7	0	244	49	0	42	210
5-10	0	126	0	0	1694	0	0	0	0
10-11	0	0	0	350	1134	0	0	0	0
10-14	0	0	0	0	1400	224	0	0	0
10-15	0	0	0	56	126	1134	0	0	0
8-13	36	120	18	240	48	48	0	0	0

II класс

5-10	0	11	0	52	1430	13	0	0	0
5-14	0	1	0	13	1430	52	0	0	0
5-20	0	0	7	208	117	546	0	0	0
6-15	0	40	135	0	40	135	4	0	108
9-11	90	60	0	0	0	0	162	324	0
12-16	385	11	330	42	0	18	0	0	0
12-20	176	33	462	0	18	21	0	0	0

$\begin{matrix} i-j \\ k^*-l^* \end{matrix}$	1-1	1-2	1-3	2-1	2-2	2-3	3-1	3-2	3-3
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

III класс

1-21	105	50	0	0	0	2	224	120	16
3-13	28	42	189	0	0	144	0	9	54
9-18	84	70	63	72	20	0	18	120	0
3-20	0	12	72	30	9	0	105	21	126
12-18	196	80	48	6	0	0	30	75	15
11-19	8	0	12	48	48	72	24	48	108
17-20	10	0	12	60	36	72	60	18	108
17-21	14	0	4	84	90	12	168	60	0
17-24	10	0	6	90	36	36	30	180	0
18-20	30	36	36	75	0	60	15	9	18
18-24	90	108	0	25	60	30	15	18	9
20-21	70	75	0	42	0	6	126	60	12

IV класс

2-12	103	30	36	24	40	12	48	40	0
3-4	0	45	0	4	0	96	0	70	280
4-6	0	3	0	45	30	20	576	0	0
9-15	384	16	32	0	0	16	64	8	16
14-15	64	8	16	120	10	20	120	9	40
14-22	16	0	108	20	5	135	40	0	135
15-23	0	0	640	12	0	0	12	4	50

V класс

1-16	0	81	0	0	72	16	63	256	0
7-16	48	251	32	3	0	0	0	245	0
3-7	0	0	128	20	60	0	0	20	160
4-7	8	0	0	0	0	128	0	128	256
5-20	0	0	5	27	270	135	24	24	20
5-22	0	0	6	0	270	216	32	24	24
7-10	0	28	0	64	0	0	0	280	72
7-24	0	0	28	12	16	56	48	96	168
11-22	0	0	0	0	180	36	32	48	240
15-16	42	252	14	0	0	20	21	315	14
16-22	9	0	30	0	324	125	12	0	0

Например, для первого класса первый сомножитель при $x_2 = 3$ и $x_6 = 2$

$$[p(x_2) p(x_6) p(x_2 x_6)] = 847 \frac{1}{14^3} \text{ и т. д.}$$

В целом для того класса будет

$$p_a = 847^2 \cdot 176^2 \cdot 1131 \cdot 294^2 \cdot 1694^2 \cdot 1134 \cdot 1400^2 \times \\ \times 56^3 \cdot 240 \cdot \frac{1}{14^{16}}.$$

Для всех остальных классов будет $p_a = 0$, т.е. алгоритм МГУА четко относит данный пестицид к первому классу, где $\tau < 5,35$ суток. Табл. 38 получена экспериментально по данным обучающей последовательности. В ней например, раз при $x_2 = 3$ и $x_8 = 2$ пестицид $\frac{847}{14^3}$ принадлежит к первому классу. Следовательно, в табл. 38 указана вероятность (частоты) того, что данный пестицид при указанном значении (индексы k^* и l^*) и сочетании пары признаков (индексы i и j) принадлежат к данному классу.

**РАСПОЗНАВАНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ
ДЕСТРУКЦИИ ПЕСТИЦИДОВ
ПО МНОГОРЯДНОМУ АЛГОРИТМУ
ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ (ПРИМЕР VIII)***

Предварительные замечания. Классическая теория статистических решений является однорядной в том смысле, что она основана на однократном расчете функции риска по 3 сомножителям: матрице априорной вероятности, экспериментальной матрице и матрице потерь. Эти три матрицы можно назвать «полными», так как они учитывают сразу все аргументы (для зависимых аргументов — все их квариации), что требует весьма обширных исходных данных при обязательном допущении о стационарности процесса.

Соответственно основной идее метода группового учета аргументов однорядный «полный» алгоритм предлагается заменить несколькими «частными» алгоритмами, составленными для всевозможных пар аргументов, с пороговыми самоотборами лучших (т.е. наиболее точных) комбинаций. Это резко сокращает объем необходимой предыстории, а точность решений, определяемая на отдельной проверочной последовательности данных, значительно возрастает.

* О. Г. Івахненко та ін. Багаторядна теорія статистичних рішень, — «Автоматика», 1970, № 6,

С увеличением числа рядов селекции точность принятия решений повышается, пока не достигнет максимума. Отсюда возникает возможность найти *оптимальный по сложности многорядный алгоритм принятия решений*. Для того чтобы ускорить процесс достижения оптимума, т. е. получить малое число рядов многорядного алгоритма при максимальной точности решений, полезно на каждом ряду изменять («обучать» или адаптировать) не только экспериментальные матрицы, но и матрицы потерь.

Ниже приведен пример такой ускоренной адаптации двух матриц (экспериментальной и матрицы потерь) при решении конкретной задачи классификации ядохимикатов (пестицидов) по продолжительности их деструкции. Данный пример соответствует предыдущему, где также задача решена без учета матрицы потерь, на основании применения многорядных алгоритмов Байесовского типа.

Ниже показано, что матрица потерь, выбранная сначала почти случайным образом, в процессе адаптации сходится к некоторому установившемуся оптимальному виду.

МНОГОРЯДНЫЙ АЛГОРИТМ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Построить многорядный алгоритм принятия решений — значит преобразовать к многорядному виду дискриминантную функцию, в качестве которой используется формула для подсчета риска $p(d_j)$ из теории статистических решений:

$$p(d_j) = \sum_i p(R_i) L[R_i, d_j(x_1, \dots, x_n)] p(x_1, \dots, x_n/R_i), \quad (5)$$

где d_j — решение в пользу j -го класса; $p(R_i)$ — априорная вероятность класса; $x_1, \dots, x_n$ — дискретные аргументы ($x_i = 1; 2, \dots, q$ — где q число уровней дискретизации); $p(x_1, \dots, x_n/R_i)$ — вероятностные распределения по классам, полученные по данным обучающей последовательности. Они составляют так называемую экспериментальную матрицу.

$L[R_i, d_j(x_1, \dots, x_n)]$ — матрица потерь, имеющая вид

$$L = \begin{array}{c|cccc} & d_1 & d_2 & \dots & d_n \\ \hline R_1 & l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1n} \\ R_2 & l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_n & l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{array} \quad (6)$$

Обычно диагональные элементы матрицы равны нулю, так как принятие правильного решения не влечет никаких потерь. Остальные элементы матрицы представляют собой относительную цену возможных ошибок, допущенных при принятии решения в пользу того или другого класса.

Возможность преобразования к многорядному представлению функции, заданной в виде формулы (5), заключается прежде всего в наличии сомножителя

$$p(x_1, \dots, x_n/R_i).$$

Заменяя «полное» описание формулы (5) системой «частных» описаний, составленных для всевозможных пар аргументов, в первом ряду селекции получим следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} p_{12}(d_j) &= \sum_i p(R_i) L(R_i, d_j(x_1x_2)) p(x_1x_2/R_i); \\ p_{13}(d_j) &= \sum_i p(R_i) L(R_i, d_j(x_1x_3)) p(x_1x_3/R_i); \\ &\dots\dots\dots \\ p_{n-1,n}(d_j) &= \sum_i p(R_i) L(R_i, d_j(x_{n-1}x_n)) p(x_{n-1}x_n/R_i). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Аналогично многорядной структуре алгоритма МГУА на вероятностных графах (см. пример 6) будем конструировать многорядную структуру алгоритма принятия решений. Отличие состоит в том, что если в алгоритме МГУА на вероятностных графах решения принимаются по критерию максимума правдоподобия $d = \arg \max_{R_i} p \times$

$\times (x_ix_m/R_i)$, то в предлагаемом алгоритме решения принимаются по минимуму риска $d = \arg \min_{d_j} p(d_j)$, опреде-

ляемому на отдельной проверочной последовательности данных. Лучшие решения, отобранные из всех решений на первом ряду, принимаются в качестве аргументов второго ряда; лучшие решения, отобранные на втором ряду, — в качестве аргументов для третьего ряда и т. д.

Таким образом реализуется многорядная вероятностная модель принятия решений с иерархической структурой — для принятия решения предыдущего ряда.

ТЕОРЕМА О СХОДИМОСТИ МНОГОРЯДНОГО АЛГОРИТМА К ОПТИМАЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ

Если $x_1, \dots, x_n$ — дискретные случайные переменные;
 $p(x_1, \dots, x_n/R_i)$ — неизвестное вероятностное распределение изображения $x_1, \dots, x_n$ в классе R_i ;

$\arg \min_{d_j} p(d_j)$ — искомое решение о классе, к кото-

рому следует отнести изображения $x_1, \dots, x_n$ по минимуму риска (см. формулу (5));

α^k — обобщенное обозначение для дискретной переменной k -го ряда:
 $\alpha^{k=1} = x$; $\alpha^{k=2} = y$; $\alpha^{k=3} = z$ и т. д.;

$p(\alpha_i^k \alpha_m^k / R_i)$ — найденное вероятностное распределение пары дискретных переменных k -го ряда $\alpha_i \alpha_m$;

$$\arg \min_{d_j} p^k(d_j) = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, d_j(\alpha_i^k \alpha_m^k)] p \times \right. \\ \left. \times (\alpha_i^k \alpha_m^k / R_i) \right\} \quad (8)$$

— решение о классе, к которому относится пара дискретных переменных k -го ряда $\alpha_i \alpha_m$ по минимуму риска,

тогда существует такое число рядов S , что для всех $k \geq S$ имеет место утверждение:

$$\arg \min_{d_j} p^k(d_j) = \arg \min_{d_j} p(d_j). \quad (9)$$

Интерпретация и практическое значение теоремы.
 Выражение (9) означает, что начиная с некоторого ряда $k \geq S$ решение о классе, к которому относится любая пара дискретных переменных k -го ряда, стабилизируется, т. е. не меняется с увеличением числа рядов k , и что полученное устойчивое решение совпадает с оптимальным решением в смысле минимума риска, полученному по вероятностному распределению всех переменных первого ряда.

Однако практически идентифицировать полное описание невозможно, так как для этого требуется слишком длинные последовательности данных. В то же время получение решения по системе частных описаний требует

сравнительно небольшого числа данных (ниже в примере 8б используется всего 20 узлов интерполяции на 1 класс).

Обоснование теоремы (9) в работах Стаффорда Бира. Отметим, что в основе теоремы (9) лежит фундаментальный теоретический результат Ст. Бира [4] о поглощении разнообразия множества конфигураций $\{R\}$, с каждым элементом которого τ ассоциирована переменная меры u , при статистически однородных многократных преобразованиях T . Стаффорд Бир рассматривает кубическую решетку, представляющую множество $\mathfrak{M}$, элементами которого являются все возможные матрицы преобразований m ; строки первой матрицы ($m=1$) соответствуют последовательным преобразованиям $T_1, T_2, \dots, T_g$ начальных конфигураций, указанных в столбцах. Последующие матрицы $m=2, \dots, m=f$ содержат в каждой строке преобразование того же типа, что и матрица $m=1$, но другого конкретного вида. Так, $m=2$ дает нам последовательность трансформант ${}_2T_1, \dots, {}_2T_g$ и т. д. вплоть до $m=f$, что дает ${}_fT_1, \dots, {}_fT_g$. Результат Бира формулируется так [4]: «Решетка может поглотить все разнообразие, но она не может поглотить само существование количественно определенной конфигурации».

Применительно к нашей теореме (9) последнее означает, что поглощение разнообразия проявляется в совпадении значений для переменных j -го изображения на S -м ряду, количество же изображений остается таким, каким было в начале многорядной процедуры. Нетрудно видеть, что указанный процесс поглощения разнообразия будет иметь место при любом виде заданной матрицы потерь и при любом первоначальном распределении априорных вероятностей для классов.

Проанализируем способ перехода от переменных одного ряда к переменным последующего ряда. Значение для переменных k -го ряда α^k , при известных значениях для переменных $(k-1)$ -го ряда, определяются из выражения

$$\begin{aligned} \alpha^k &= \arg \min_{d_i} \rho_{lm}(d_i) = \\ &= \arg \min_{d_i} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, d_i(\alpha_i^{k-1} \alpha_m^{k-1})] p(\alpha_i^{k-1} \alpha_m^{k-1}/R_i) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для переменных второго ряда ($k = 2$)

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \arg \min_{d_j} \rho_{12}^1(d_j) = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i d_j \times \right. \\ &\quad \left. \times (x_1 x_2)] p(x_1 x_2 / R_i) \right\}; \\ y_2 &= \arg \min_{d_j} \rho_{13}^1(d_j) = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p[R_i, d_j \times \right. \\ &\quad \left. \times (x_1 x_3)] p(x_1 x_3 / R_i) \right\}; \\ &\dots \dots \dots \\ y_r &= \arg \min_{d_j} \rho_{13}^1(d_j) = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, \right. \\ &\quad \left. d_j (x_{n-1} x_n)] p(x_{n-1} x_n / R_i) \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $r = C_n^2$.

Для переменных третьего ряда ($k = 3$)

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \arg \min_{d_j} \rho_{12}^2 = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, d_j (y_1 y_2)] \times \right. \\ &\quad \left. \times p(y_1 y_2 / R_i) \right\} = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i d_j [\arg \min_{d_j} \times \right. \\ &\quad \times \rho_{12}^1(d_j), \arg \min_{d_j} \rho_{13}^1(d_j)] p[\arg \min_{d_j} \rho_{12}^1(d_j), \\ &\quad \left. \arg \min_{d_j} \rho_{13}^1(d_j) / R_i] \right\}; \\ &\dots \dots \dots \\ z_t &= \arg \min_{d_j} \rho_{r-1, r}^2(d_j) = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, d_i \times \right. \\ &\quad \left. \times (y_{r-1} y_r)] p(y_{r-1} y_r / R_i) \right\} = \arg \min_{d_j} \left\{ \sum_i p(R_i) L[R_i, d_i \times \right. \\ &\quad \times [\arg \min_{d_j} \rho_{n-2, n}^1(d_j), \arg \min_{d_j} \rho_{n-1, n}^1(d_j)] p \times \\ &\quad \left. \times [\arg \min_{d_j} \rho_{n-2, n}^1(d_j), \arg \min_{d_j} \rho_{n-1, n}^1(d_j) / R_i] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $t = C_r^2$ и т. д.

Пусть диагональные элементы матрицы потерь L равны нулю, а остальные элементы равны между собой.

При одинаковых априорных вероятностях для классов, формулы (10)—(12) означают, что:

1. Для каждой пары дискретных переменных находится номер класса, в котором эта пара встречается наиболее часто (имеет максимальную вероятность появления). Найденный номер класса и есть решение, принятое по минимуму риска. Например $y_1 = \arg \min_{d_j} p_{12}^1(d_j) = \arg \max_{R_i} p(x_1 = 0, x_2 = 1/R_i) = 1$ означает, что пара

дискретных переменных $x_1 = 0, x_2 = 1$ имеет максимальную вероятность в первом классе. Поэтому должно быть принято решение отнести эту пару к первому классу.

2. Решение, полученное для комбинаций дискретных переменных первого ряда, используется в качестве переменных второго ряда $y_1, y_2, \dots, y_r$. По существу, при переходе ко второму ряду, на единицу заменяются все пары дискретных переменных, которые наиболее часто встречались в первом классе, на двойку заменяются все пары, которые наиболее часто встречались во втором классе и т. д. Тем самым разнообразие в значениях переменных второго ряда резко сокращается. Среди переменных изображений первого класса будут преобладать единицы, среди переменных изображений второго класса — двойки и т. д.

Поскольку при переходе от ряда к ряду многократно повторяется одно и то же преобразование (замена пар переменных на их решения по минимуму риска), процесс снижения разнообразия будет иметь место на каждом ряду, пока не будет достигнут такой ряд S , на котором значения для переменных j -го изображения будут совпадать. Тем самым стабилизируются и решения, принятые на основе этих переменных, т. е. для всех рядов с номером $k \geq S$ все j -е изображения будут одинаковы.

Доказательство теоремы (9). Во-первых, докажем, что найденное стабильное решение совпадает с оптимальным в смысле минимального риска решением принятых по всем переменным $\arg \min_{d_j} p_1 \dots p_n(d_j)$ (см. выражение (8)).

Пусть для j -го изображения, при $k = 2$, найдены по

* Доказательство принадлежит инж. В. Д. Димитрову.

минимуму риска следующие стабильные решения в пользу первого класса $y_1, \dots, y_2$.

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \arg \min_{d_j} \rho_{12}(d_j) = 1; \\ y_2 &= \arg \min_{d_j} \rho_{13}(d_j) = 1; \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= \arg \min_{d_j} \rho_{n-1,n}(d_j) = 1. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Предположим, что верно противоположное утверждение $\arg \min_{d_j} \rho_1 \dots \rho_n(d_j) \neq 1$. Тогда хотя бы для одной пары

дискретных переменных первого ряда, решение по минимуму риска не должно равняться единице. Это, однако, противоречило бы условиям формулы (13), согласно которым решения для всех пар переменных первого ряда равняются единице, т.е. являются решениями в пользу класса R_1 . Следовательно, $\arg \min_{d_i} p_1 \dots p_n(d_i) = 1$ или

найденное решение является оптимальным в смысле критерия минимального риска:

$$\arg \min_{d_j} \rho_{lm}(d_j) = \arg \min_{d_j} \rho_1 \dots n(d_j). \quad (14)$$

Доказательство остается таким же и для случая, когда $k > 2$.

Во-вторых, покажем, что селекция лучших решений не связана с потерей информации.

На S -м ряду значения для всех переменных j -го изображения совпадают, т.е. совпадают все строки матрицы $[\alpha^S]$, где строки представляют собой решения, принятые по парным комбинациям переменных $(S-1)$ -го ряда, а столбцы представляют собой номера изображений. Ясно, что любая строка этой матрицы несет такую же информацию о принадлежности каждого изображения к данному классу, как и вся матрица. Следовательно, в каждом ряду можно было ограничиться отбором только некоторых комбинаций переменных. Полученные на их основе стабильные решения будут представлять собой несколько строк (фрагмент) полной матрицы $[\alpha^S]$. Такой отбор не только возможен, но и необходим, так как при большом количестве переменных уже на первых рядах отыскание решений для всех парных комбинаций

связано с астрономическими по объему вычислениями (при числе переменных $n = 10$, на третьем ряду возможны $5 \cdot 10^5$ парных комбинаций вида $z_l z_m$).

Процесс селекции «наилучших» парных комбинаций на каждом ряду по эвристическим критериям согласно основной идее МГУА позволяет избежать затруднений, связанных с большим объемом вычислений. Приведенная теорема доказывает сходимость многорядного алгоритма принятия решений.

Общий вывод состоит в том, что *отбор лучших пар в многорядном алгоритме приведет к оптимальному (в смысле минимума риска) и устойчивому решению за конечное число рядов.*

АДАПТАЦИЯ МАТРИЦЫ ПОТЕРЬ В МНОГОРЯДНОМ АЛГОРИТМЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ К УСТОЙЧИВОМУ ВИДУ

Главным критерием в многорядной теории статистических решений является точность принятия решений. Логично допустить возможность обучения элементов матрицы потерь l_{ij} под действием этого глобального критерия. Очевидно, уменьшение потерь для некоторого решения d_j (например, умножение столбца d_j в матрице L (6) на число меньше единицы) приведет на следующем ряду к возрастанию числа решений в пользу j -го класса. Многорядный алгоритм принятия решений предусматривает изменение элементов матрицы l_{ij} от ряда к ряду в зависимости от точности принятия решений. В упрощенном примере, который рассматривается на стр. 275 элементы каждого столбца d_j матрицы L умножались после каждого ряда на относительную точность распознавания, соответствующую j -му классу, представляющую собой отношение подсчитанной на проверочной последовательности точности в % к максимальной (100%). Прямым результатом такого обучения матрицы L явилось ускорение процесса сходимости многорядного алгоритма к оптимальным решениям. С достижением этих неменяющихся в дальнейшем решений прекращается и адаптация матрицы потерь L .

Опишем детально последовательные этапы многорядного алгоритма принятия решений (применительно к задаче распознавания):

1. По данным обучающей последовательности определяем вероятность для каждой пары дискретных переменных по классам $p(x_i x_m / R_i)$.

2. Пользуясь заданной матрицей потерь L , распределением априорных вероятностей классов $p(R_i)$ и найденными значениями $p(x_i x_m / R_i)$ по минимуму риска, подсчитанному из формулы (3), классифицируем изображения проверочной последовательности.

3. Выполняем селекцию n пар дискретных переменных, которое дают наибольшую точность распознавания на проверочной последовательности.

4. Переходим к переменным второго ряда. Этот переход осуществляется следующим образом: отобранные n пар дискретных переменных заменяются решениями, принятыми на их основе по минимуму риска. Эти решения представляют собой переменные второго ряда y .

5. Изменяем матрицу штрафов: элементы каждого столбца d_j матрицы L умножаются на относительную точность распознавания, соответствующую j -му классу, подсчитанную на отдельной проверочной последовательности данных.

6. Алгоритм повторяется начиная с п. 1 для переменных второго ряда y .

7. Расчет останавливается после достижения стабильных решений, не меняющихся при переходе к следующему ряду.

Упрощенный пример. Пусть для трех признаков x_1, x_2, x_3 , каждый из которых разбит на два уровня дискретизации 0 и 1, дана следующая таблица шести изображений (табл. 39).

Таблица 39

Исходные данные о шести изображениях

1 ряд	R_1						R_2					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
x_1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
x_2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
x_3	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1

По формулам (11) осуществляем переход к переменным второго ряда при матрице потерь $L = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ (см. табл. 43).

Поясним составление табл. 40. Найдем значение для $y_1(x_1 x_2)$ для третьего изображения первого класса. По табл. 39 находим для

изображения 3: $x_1 = 1, x_2 = 0$. Подсчитываем вероятность появления $p(x_1 = 1, x_2 = 0)$ в первом и во втором классе: $p(x_1 = 1, x_2 = 0 | R_1) = \frac{1}{6}$, $p(x_1 = 1, x_2 = 0 | R_2) = \frac{2}{6}$. Вычисляем риски, считая априорные вероятности для классов равными друг другу $p(R_1) = p(R_2) = 0,5$:

$$p_{12}^1(d_1) = 0,5 \cdot 0 \cdot \frac{1}{6} + 0,5 \cdot 1 \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6};$$

$$p_{12}^1(d_2) = 0,5 \cdot 1 \cdot \frac{1}{6} + 0,5 \cdot 0 \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{12};$$

$$p_{12}^1(d_2) < p_{12}^1(d_1).$$

Следовательно, значение для y_1 в третьем изображении будет: $y_1 = \arg \min_{d_j} p_{12}^1(d_j) = 2$ (табл. 40).

Таблица 40

Первый результат селекции

II ряд	R_1						R_2					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
$y_1(x_1x_2)$	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2
$y_2(x_1x_3)$	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2
$y_3(x_2x_3)$	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2

По формулам (12) переходим к переменным третьего ряда; построение табл. 41 аналогично описанному выше построению предыдущей таблицы.

Таблица 41

Второй (и установившийся) результат селекции

III ряд	R_1						R_2					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
$z_1(y_1y_2)$	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2
$z_2(y_1y_3)$	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2
$z_3(y_2y_3)$	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2

Из табл. 41 видно, что значения переменной z повторяются. Следовательно, найдены устойчивые решения о принадлежности каждого изображения табл. 39. Небольшое число переменных в рассматриваемом примере позволяет легко проверить выражение (9) и убедиться в его справедливости.

Для распознавания новых изображений последние записываются в оба класса (например: изображение 100 в табл. 42. Алгоритм четко отнес его к первому классу).

Распознавание продолжительности деструкции пестицидов по алгоритму МГУА на основе теории статистических решений. Ниже решается следующая практическая задача: зная характеристики пестицида (ядохимиката), его дозу и условия применения, требуется ориентировочно определить постоянную времени экспоненты его разложения $C = A_{\text{exp}} \left(-\frac{t}{\tau} \right)$ (где C — текущая концентрация пестицида в растениях; A — начальная концентрация; t — время (суток)).

Используются следующие признаки:

- | | |
|---|--|
| x_1 — молекулярный вес; | x_{11} — норма расхода раствора; |
| x_2 — температура плавления; | x_{12} — рН культуры; |
| x_3 — растворимость в жирах; | x_{13} — содержание воды в культуре; |
| x_4 — растворимость в воде; | x_{14} — общая кислотность; |
| x_5 — стойкость в растениях при рН = 3÷8; | x_{15} — белки в культуре; |
| x_6 — летучесть; | x_{16} — жиры; |
| x_7 — стойкость в щелочной среде; | x_{17} — клетчатка; |
| x_8 — стойкость в кислой среде; | x_{18} — общее количество сахара; |
| x_9 — число обработок культуры; | x_{19} — азотистые вещества; |
| x_{10} — концентрация пестицида в растворе; | x_{20} — пиктиновые вещества. |

По этим признакам требуется распознавать, к какому из пяти классов, выбранных в примере VII (стр. 256), относится данный пестицид.

Для оценки величин признаков было введено три уровня дискретизации 1, 2, 3, которые присваивались каждому признаку образцов в соответствии с табл. 42. Было использовано 100 образцов: в каждом классе по 20 образцов. Данные разбивались на обучающую и проверочную последовательности (по 10 образцов соответственно).

Последовательность выполнения алгоритма.

1. По обучающей последовательности подсчитываются экспериментальные матрицы распределения вероятностей $p(x_l x_m / R_i)$ для всех комбинаций переменных ($l = 1, 2, \dots, 19, m = 1, 2, \dots, 20, i = 1, 2, \dots, 5$).

Уровни дискретизации переменных

x_i Уро- вень дискре- тизации	x_1	$x_2, ^\circ\text{C}$	x_3	$x_4, \text{з/л}$	x_5	$x_6, \text{мг/м}^3$	x_7	x_8	x_9	$x_{10}, \%$
1	$x_1 < 292$	$x_2 < 43$	Нераст- ворим	$x_4 < 0,1$	$x_5 < 3,3$	$x_6 < 0,04$	Не сток	Не сток	$x_9 = 1$	$x_{10} < 0,038$
2	$292 \leq x_1 < 353$	$43 \leq x_2 < 81$	Слабо- раство- рим	$0,1 \leq x_4 < 20$	$3,36 \leq x_5 < 5,5$	$0,04 \leq x_6 < 0,106$	Сток	Сток	$x_9 = 2$	$0,038 \leq x_{10} < 0,13$
3	$353 \leq x_1$	$81 \leq x_2$	Сильно- раство- рим	$20 \leq x_4$	$5,5 \leq x_5$	$0,108 \leq x_6$	Очень сток	Очень сток	$3 \leq x_9$	$0,13 \leq x_{10}$

Продолжение табл. 42

x_i Уро- вень дискре- тизации	$x_{11}, \text{з/га}$	x_{12}	$x_{13}, \%$	$x_{14}, \%$	$x_{15}, \%$	$x_{16}, \%$	$x_{17}, \%$	$x_{18}, \%$	$x_{19}, \%$	$x_{20}, \%$
1	$x_{11} < 1000$	$x_{12} < 3,35$	$x_{13} < 81$	$x_{14} < 0,21$	$x_{15} < 0,78$	$x_{16} < 0,35$	$x_{17} < 0,9$	$x_{18} < 5,8$	$x_{19} < 0,55$	$x_{20} < 0,45$
2	$x_{11} = 1000$	$3,35 \leq x_{12} < 4,9$	$81 \leq x_{13} < 86$	$0,21 \leq x_{14} < 0,69$	$0,78 = x_{15} < 1,2$	$0,35 \leq x_{16} < 0,85$	$0,9 \leq x_{17} < 2,8$	$5,8 \leq x_{18} < 10,8$	$0,55 \leq x_{19} < 0,85$	$0,45 \leq x_{20} < 1,3$
3	$1000 < x_{11}$	$4,9 \leq x_{12}$	$86 \leq x_{13}$	$0,65 \leq x_{14}$	$1,2 \leq x_{15}$	$0,85 \leq x_{16}$	$2,8 \leq x_{17}$	$10,8 \leq x_{18}$	$0,85 \leq x_{19}$	$1,3 \leq x_{20}$

Вид матриц потерь после каждого ряда алгоритма принятия решений

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	1	2	3	4
R_2	1	0	1	2	3
R_3	2	1	0	1	2
R_4	3	2	1	0	1
R_5	4	3	2	1	0

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	0,5	1	2	1,3
R_2	0,3	0	0,5	1,3	1
R_3	0,7	0,5	0	0,7	0,7
R_4	1	1	0,5	0	0,3
R_5	1,3	1,5	1	0,3	0

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	0,33	0,5	1,3	1,1
R_2	0,22	0	0,25	0,9	0,8
R_3	0,44	0,33	0	0,44	0,27
R_4	0,67	0,67	0,25	0	0,53
R_5	0,9	1	0,5	0,22	0

a

б

в

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	0,254	0,285	1	1,01
R_2	0,15	0	0,143	0,7	0,736
R_3	0,3	0,254	0	0,343	0,25
R_4	0,455	0,51	0,143	0	0,49
R_5	0,61	0,77	0,285	0,17	0

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	0,228	0,194	0,88	1
R_2	0,11	0	0,1	0,616	0,72
R_3	0,216	0,228	0	0,302	0,245
R_4	0,33	0,46	0,1	0	0,48
R_5	0,44	0,674	0,134	0,15	0

$d_i \backslash R_j$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
R_1	0	0,228	0,16	0,8	1
R_2	0,1	0	0,08	0,55	0,72
R_3	0,2	0,228	0	0,27	0,245
R_4	0,3	0,46	0,08	0	0,48
R_5	0,4	0,634	0,16	0,14	0

z

d

e

2. Вводится первоначальная матрица потерь L_0 (табл. 43, а), исходя из относительной оценки ошибок при неправильных решениях.

3. Принимается равновероятным априорное распределение классов.

4. По комбинациям дискретных переменных на проверочной последовательности подсчитываются риски (см. формулу (7)) и принимаются решения о классификации изображений по минимуму риска.

5. Отбирается 20 пар переменных, дающих лучшую точность классификации по всем классам (такие переменные, которые дают наилучшее разделение между классами и большую точность распознавания по классам).

6. Отобранными парам переменных $x_l x_m$ ставятся в соответствие решения y_r для каждого дискретного образа.

7. По отобранным парам $x_l x_m$ подсчитывается средняя точность распознавания

по классам для первого ряда селекции.

8. Изменяются столбцы первоначальной матрицы потерь умножением их на соответствующую относительную точность распознавания для каждого класса. Таким образом получена матрица потерь L_1 (табл. 43, б) для перехода ко второму ряду.

9. На втором ряду алгоритма все выше перечисленные операции выполняются аналогично, с той лишь разницей, что переменные y_r имеют пять дискретных уровней (соответствующие 5 возможным решениям). Такая процедура повторяется при переходе от ряда к ряду, пока не будет достигнуто устойчивое решение, т. е. до тех пор, пока экспериментальная матрица $p(\alpha_i^k \alpha_m^k / R_l)$ (см. формулу (9)) при переходе к следующему ряду не перестанет изменяться, а следовательно, не изменяется

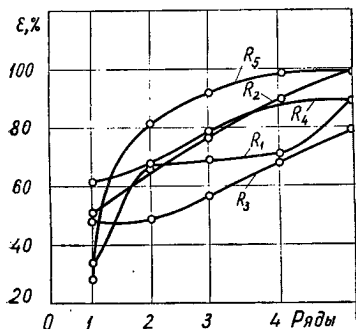


Рис. 57. Кривая изменения средней точности распознавания от ряда к ряду селекции (ε — точность в %) по классам R_1, R_2, R_3, R_4 и R_5 .

больше и точность распознавания. В данном примере останов алгоритма происходит на 5-м ряду (см. табл. 44 и рис. 57). Следует отметить, что матрица потерь тоже стремится к некоторому установившемуся состоянию. Адаптация матрицы потерь от ряда к ряду указана в табл. 43, *a—e*.

Таблица 44

Установленные оптимальные решения, не изменяющиеся при переходе к следующему ряду

Классы	Номер изображений проверочной последовательности										Точность, %
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
R_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	90
R_2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	100
R_3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	80
R_4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	90
R_5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	100

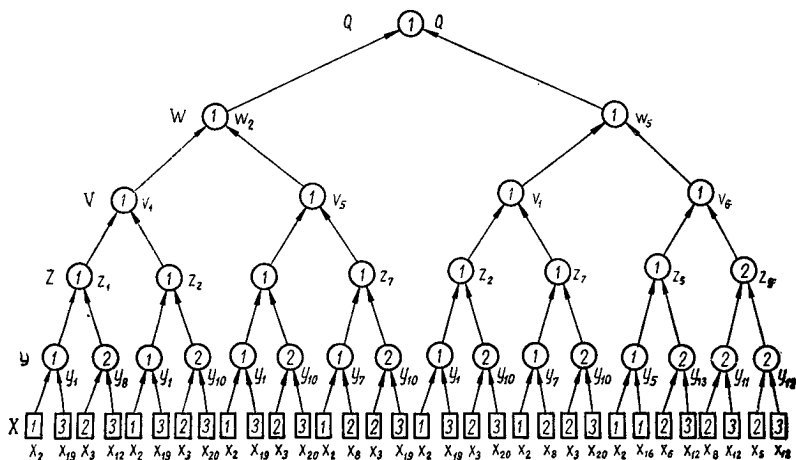


Рис. 58. Многоуровневая структура алгоритма принятия решений (по указанным дискретам решение принимается в пользу первого класса).

На рис. 58 показано, как происходит усложнение алгоритма от ряда к ряду в результате селекции наилучших по точности переменных.

I класс: $p(x_l x_m)$									
$\begin{matrix} ij \\ x_l x_m \end{matrix}$	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$x_2 x_8$	0,3	0,4	0	0	0	0	0,2	0,1	0
$x_2 x_{16}$	0,1	0,4	0,2	0	0	0	0,1	0,1	0,1
$x_2 x_{19}$	0,1	0,3	0,3	0	0	0	0,2	0,1	0
$x_3 x_{12}$	0,1	0,2	0	0,2	0,3	0,2	0	0	0
$x_3 x_{20}$	0	0,3	0	0,2	0,2	0,3	0	0	0
$x_3 x_{12}$	0,1	0,4	0	0,1	0,1	0,2	0	0,1	0
$x_6 x_{12}$	0	0	0	0	0,2	0,2	0,2	0,4	0
$x_8 x_{12}$	0,1	0,4	0	0,1	0,2	0,2	0	0	0

а

III класс: $p(x_l x_m)$									
$\begin{matrix} ij \\ x_l x_m \end{matrix}$	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$x_2 x_8$	0	0	0	0	0,4	0	0,1	0,4	0,1
$x_2 x_{16}$	0	0	0	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3	0,2
$x_2 x_{19}$	0	0	0	0,2	0,2	0	0,2	0,1	0,3
$x_3 x_{12}$	0	0,3	0	0,4	0,2	0	0	0	0,1
$x_3 x_{20}$	0	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0	0	0,1
$x_5 x_{12}$	0,1	0,1	0	0,3	0,1	0	0	0,3	0,1
$x_6 x_{12}$	0,1	0,1	0	0,2	0,3	0	0,1	0,1	0,1
$x_8 x_{12}$	0	0,1	0	0,4	0,4	0	0	0	0,1

б

Из 190 пар $x_l x_m$ на пятом ряду было отобрано только восемь, распределений условных вероятностей которых для каждого класса указаны в табл. 45, а — б.

Формула для подсчета риска имеет вид

$$\rho(d_j) = \sum_i^5 p(R_i) [R_i, d_j(X)] p_a(X/R_i), \quad (15)$$

матрицы

II класс: $p(x_i x_m)$									
$\begin{matrix} ij \\ x_i x_m \end{matrix}$	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$x_2 x_8$	0,3	0,1	0	0	0,4	0	0,1	0,1	0
$x_2 x_{16}$	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	0	0
$x_2 x_{19}$	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0
$x_3 x_{12}$	0	0	0	0,2	0,3	0,4	0	0	0,1
$x_3 x_{20}$	0	0	0	0,3	0,2	0,4	0,1	0	0
$x_5 x_{12}$	0	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1	0	0,1	0
$x_6 x_{12}$	0,1	0,2	0,1	0	0	0,1	0	0,3	0,2
$x_8 x_{12}$	0,1	0,1	0,2	0	0,4	0,2	0	0	0

6

Продолжение табл. 45

IV класс: $p(x_i x_m)$									
$\begin{matrix} ij \\ x_i x_m \end{matrix}$	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$x_2 x_8$	0	0,2	0	0	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1
$x_2 x_{16}$	0	0,1	0,1	0,1	0	0,3	0,1	0	0,3
$x_2 x_{19}$	0,2	0	0	0	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2
$x_3 x_{12}$	0	0	0	0,4	0,1	0,2	0,3	0	0
$x_3 x_{20}$	0	0	0	0,2	0,3	0,2	0	0,1	0,2
$x_5 x_{12}$	0,1	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5	0	0
$x_6 x_{12}$	0,6	0	0,1	0	0,1	0,1	0,1	0	0
$x_8 x_{12}$	0	0	0,1	0,4	0,1	0,1	0,2	0,1	0

2

где последний множитель удобно считать по следующему модифицированному выражению:

$$\begin{aligned}
 p_a(X/R_i) = & [p(x_2 x_8/R_i)]^2 p(x_2 x_{16}/R_i) [p(x_2 x_{12}/R_i)]^4 \times \\
 & \times p(x_3 x_{12}/R_i) [p(x_3 x_{20}/R_i)]^5 p(x_5 x_{20}/R_i) p(x_6 x_{12}/R_i) \times \\
 & \times p(x_8 x_{12}/R_i).
 \end{aligned} \quad (16)$$

$i \backslash j$ $x_i x_m$	V класс: $p(x_i x_m)$								
	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$x_2 x_3$	0	0	0	0,1	0,3	0,2	0	0,4	0
$x_2 x_{16}$	0	0	0	0,4	0	0,2	0,2	0,1	0,1
$x_2 x_{19}$	0	0	0	0,5	0,1	0	0,1	0,2	0,1
$x_3 x_{12}$	0	0	0	0,3	0	0,3	0,3	0,1	0
$x_3 x_{20}$	0	0	0	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1
$x_5 x_{12}$	0	0	0	0,1	0	0,2	0,5	0,1	0,1
$x_6 x_{12}$	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2	0	0	0	0
$x_8 x_{12}$	0	0	0	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1	0

∂

Допустим задан пестицид (паратион на опрыскивании фасоли) со следующими дискретными переменных, выбранных по табл. 45:

$$x_2 = 1; \quad x_6 = 2; \quad x_{16} = 3;$$

$$x_3 = 2; \quad x_8 = 2; \quad x_{19} = 3;$$

$$x_5 = 2; \quad x_{12} = 3; \quad x_{20} = 3.$$

Подсчитывается $p_a(X/R_i)$ для всех классов согласно формуле (16) и табл. 44, $a - \partial$.

$$p_a(X/R_1) = 101 \cdot 10^{-10};$$

$$p_a(X/R_1) = 1,3 \cdot 10^{-10};$$

$$p_a(X/R_3) = p_a(X/R_4) = p_a(X/R_5) = 0.$$

Минимум риска $r(d_j)$ по формуле (15) получается для первого решения $r(d_1)$, и, следовательно, данный пестицид относится к первому классу.

На рис. 58 видно, комбинации каких решений привели к решению о принадлежности заданного пестицида к I классу.

Данный пример иллюстрирует высказанную выше мысль: существующая однорядная теория статистических решений для повышения точности должна стать многорядной, т. е. быть теорией перцептронов.

Глава 8

ЭЛЕМЕНТЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ ПОСТРОЕНИЯ НОВЫХ ТЕОРИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Современная теория управления, основанная на дифференциальных уравнениях, не адекватна решению проблем управления сложными системами. Для построения

дифференциальных уравнений необходимо проследить линии входов и выходов или, другими словами, применить дедуктивный детерминистический подход. Но в сложных системах невозможно использовать этот подход, потому что в этих системах в действительности никто не может найти таких линий. Более адекватным является новый подход — метод эвристической самоорганизации.

В основе эвристики лежит выдвижение гипотез (комбинаций) и их верификация по эвристическим критериям. Исходный пункт подхода эвристической самоорганизации можно сформулировать так: *«Я знаю, что я ничего не знаю; будем генерировать всевозможные комбинации и опробовать их на пороговых элементах»*. Системы самоорганизации используют методы математической комбинаторики и последовательность пороговых самоотборов по разнообразным эвристическим критериям.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ВЕКТОР

Ограничимся рассмотрением только таких объектов, поведение которых можно определить в функции величин, выражаемых числами. Таким образом, плохо формализуемые объекты рассматриваться не будут. Для каждого объекта, поддающегося формальному описанию, можно указать некоторое число переменных, достаточно полно характеризующих его поведение — *характеристический вектор*.

Наиболее трудным в полиномиальной теории (как и во всех других) является выяснение состава характеристического вектора. Этот вектор должен быть указан специалистами (технологами, экономистами и т. д.) на основании глубокого изучения специфической природы процесса, либо... подобран при помощи проб по результатам предсказания. Некоторую помощь специалистам может оказать корреляционный и факторный анализы.

Будем считать, что имеющиеся в нашем распоряжении данные о ходе изменения переменных как по составу, так и по длине периода их наблюдения являются представительными, т. е. содержат достаточную информацию для решения задач предсказания.

При дискретном отсчете времени не нужно вводить в состав множества характеристических переменных

интегралы и производные по времени, так как последние выражаются через приращение основных переменных.

Переменные, характеризующие процесс, обычно удается разделить на две группы: φ — выходные переменные, определяющие оценку процесса; ψ — другие измеряемые переменные, которые, в свою очередь, часто можно подразделить на основные возмущающие воздействия λ и регулирующие воздействия μ .

Определение терминов «состояние» и «ситуация». *Состояние* определяется вектором значений всех переменных — координат системы в некоторый заданный момент времени.

Ситуацией будем называть некоторую область в пространстве выходных координат φ_i , обладающую некоторым заданным свойством, которое интересует заказчика исследования — человека. Ситуацию нельзя определить без учета его мотивации.

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ОПИСАНИЯ В ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Формулы (полиномы) предсказания до сих пор использовались только для подсчета будущих значений переменных. Полиномиальная теория предлагает использовать эти формулы в качестве основного средства общего исследования сложных динамических систем.

Имеется некоторая аналогия между полиномиальным описанием в новой теории и операторной передаточной функцией в обычной теории управления: оба эти понятия не требуют информации о начальных условиях *. Но вместе с этими условиями они становятся уравнениями: первое — уравнением в конечных разностях, второе — обычным дифференциальным уравнением.

Полиномиальные описания имеют некоторые преимущества с точки зрения инженеров. В этом случае нет необходимости искать решение уравнений в конечных разностях, потому что ответы на все вопросы, которые могут быть интересными для инженеров, могут быть найдены

* В задачах, требующих учета краевых условий, полиномиальное описание может включать в себя некоторые постоянные этих условий как аргументы.

по самим полиномиальным описаниям. Таким образом, информация о начальных условиях часто не нужна.

В полиномиальной теории нет разницы между статикой и динамикой объекта. Это подразделение режимов объекта связано с использованием дифференциальных уравнений и, следовательно, совершенно искусственное.

Два вида полиномиальных описаний. Сформулируем две задачи:

1) *Задача поискового предсказания будущих значений переменных.* Требуется, зная текущие значения всех переменных и их значения за достаточное число тактов предыстории, определить значение заданной выходной переменной на один такт времени вперед.

При этом требуется определить φ_6 по текущим и прошлым значениям всех переменных (рис. 59). Уравнение предсказания:

$$\varphi_6 = f_1(v_1(6-1), v_1(6-2), v_1(6-3), \dots, v_2(6-1), v_2(6-2), v_2(6-3), \dots, \varphi_{6-1}, \varphi_{6-2}, \varphi_{6-3} \dots).$$

Отличительной особенностью уравнений (и графов) предсказания является то, что они сами по себе выражают интересующие нас зависимости. Их не нужно решать как дифференциальные уравнения или обычные уравнения в конечных разностях, где уравнения — это одно, а их решения — другое. Поэтому при использовании уравнения для предсказания нет необходимости учитывать начальные или граничные условия.

2) *Задача нормативного анализа и оптимального управления.* Требуется, зная текущие значения всех переменных, значения их в прошлом, а также значения регулирующих воздействий в будущем, определить значение заданной выходной переменной на один такт вперед.

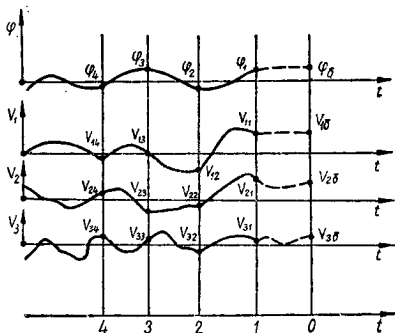


Рис. 59. К пояснению задачи предсказания значений случайной величины φ и задачи управления ситуацией.

Применительно к рис. 59 требуется найти *уравнения управления* вида

$$\varphi_6 = f_2(v_{16}, v_1(\delta-1), v_1(\delta-2), v_1(\delta-3), \dots, v_{26}, v_2(\delta-1), v_2(\delta-2), v_2(\delta-3), \dots, \varphi_{6-1}, \varphi_{6-2}, \varphi_{6-3} \dots).$$

Оба вида уравнений выводятся из дифференциальных уравнений или по МГУА при очень коротких выборках опытных данных. Особенность второго вида уравнения состоит в том, что она связывает будущие значения показателей качества с будущими значениями регулирующих воздействий и тем самым дает возможность найти оптимальное управление. В уравнении предсказания среди аргументов нет будущих их значений. Легко понять смысл обоих терминов: *уравнение предсказания* должно быть использовано для предсказания будущих значений выходной переменной в условиях, когда будущие значения любого входа не известны. Но *уравнение управления* может включать в себя эти значения, потому что мы рассматриваем их как регулирующие воздействия, используемые для управления, т. е. можно назначать их будущее значение.

Оптимальное управление с накоплением информации. Уравнение управления полиномиального вида дает возможность применить все известные методы математического программирования и градиентные методы для решения задач оптимального управления с накоплением информации.

Уравнение оптимизации в его простейшей форме

$$\frac{\partial \varphi_6}{\partial v_6} = 0,$$

где φ_6 — будущее значение обобщенного показателя экстремума;

v_6 — будущее значение заданного регулирующего воздействия.

В данном случае уравнение управления должно быть уравнением всей экстремальной системы.

Способы получения полиномиальных описаний. Имеются три метода, при помощи которых можно получить полиномиальное описание элемента или всей системы управления в целом:

1. Заменяя в дифференциальных уравнениях производные на конечные разности. Используя «задание раз-

ности», получаем уравнение предсказания, а применяя «передние разности», получаем уравнение управления.

2. Используя методы косвенного измерения возмущений с применением так называемой «дифференциальной вилки». Эти методы взяты из теории инвариантности.

3. Используя экспериментальные методы активного или пассивного эксперимента (методы идентификации). Примером этих методов является регрессионный анализ.

Нет смысла применять методы идентификации для оценки коэффициентов дифференциальных уравнений. Значительно проще применить их непосредственно для синтеза полиномиальных описаний. Для этой операции требуется меньше информации. В частности, не нужно знать вид дифференциальных уравнений.

Первые два метода используются для детерминированных задач. Последний, экспериментальный метод используется для стохастических задач, где дифференциальные уравнения вовсе не известны или не применимы. Здесь полиномиальная теория не знает конкурентов.

Основное преимущество полиномиальной теории проявляется именно при исследовании сложных нелинейных и стохастических систем. МГУА позволяет сравнительно просто получить регулярные и сколь угодно сложные описания таких систем. Использование дифференциальных уравнений в этих случаях практически невозможно. В области сложных задач полиномиальная теория не имеет конкурентов.

ЭЛЕМЕНТЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Уравнения предсказания и уравнения управления для типовых линейных звеньев и их преобразования. Чтобы получить уравнения предсказания звеньев при малых h достаточно заменить производные конечными разностями по следующим приближенным формулам:*

$$\frac{d_y}{d_t} \approx \frac{1}{h} \Delta y = \frac{1}{h} (y_{(t+h)} - y_t);$$
$$\frac{d^2 y}{dt^2} \approx \frac{1}{h^2} (\Delta^2 y) = \frac{1}{h^2} (y_{(t+2h)} - 2y_{(t+h)} + y_{(t)}) \text{ и т. д.}$$

* Более подробно см. книгу Д. Ю. Панов. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных. М.—Л, ГИТТЛ, 1951.

Для получения уравнений управления следует использовать другие виды конечных разностей:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{1}{h} \Delta y = \frac{1}{h} (y(t) - y(t-h));$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} \approx \frac{1}{h^2} (\Delta^2 y) = \frac{1}{h^2} (y(t) - 2y(t-h) + y(t-2h)).$$

Рассмотрим вывод полиномиальных описаний звена первого порядка и их преобразование.

Задано дифференциальное уравнение

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = x.$$

«Уравнение предсказания» получаем, используя «заднюю конечную разность»:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{h} = \frac{1}{h} [y_t - y_{(t-h)}].$$

«Уравнение управления» получаем, используя «переднюю конечную разность»:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{h} = \frac{1}{h} [y(t+h) - y(t)].$$

Рекуррентное преобразование приводит к увеличению учитываемого интервала времени $T = Nh$ (где N — число тактов предыстории); (примеры см. в табл. 46 и 47).

Для уравнения предсказания получим:

$$\left(\text{при } a = 1 - b; b = \frac{h}{\tau} \right)$$

$$N = 0 \quad y_6 = ay_{6-1} + bx_{6-1};$$

$$N = 1 \quad y_6 = a^2y_{6-2} + bx_{6-1} + abx_{6-2};$$

$$N = 2 \quad y_6 = a^3y_{6-3} + bx_{6-1} + abx_{6-2} + a^2bx_{6-3};$$

$$N = 3 \quad y_6 = a^4y_{6-4} + bx_{6-1} + abx_{6-2} + a^2bx_{6-3} + a^3bx_{6-4}.$$

.....

Для уравнения управления (при $a = \frac{\tau}{\tau+h}$, $b = \frac{h}{\tau+h}$):

$$N = 0 \quad y_6 = ay_{6-1} + bx_6;$$

$$N = 1 \quad y_6 = a^2y_{6-2} + bx_6 + abx_{6-1};$$

$$N = 2 \quad y_6 = a^3y_{6-3} + bx_6 + abx_{6-1} + a^2bx_{6-2};$$

$$N = 3 \quad y_6 = a^4y_{6-4} + bx_6 + abx_{6-1} + a^2bx_{6-2} + a^3bx_{6-3}.$$

.....

Уравнения предсказания для типовых звеньев

Звено в виде дифференциального уравнения	Полиномиальное описание	Формула для рекуррентного преобразования
Инерционное звено 1-го порядка $\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$	$y_6 = a_1 y_{6-1} + b_1 x_{6-1};$ $a = 1 - \frac{h}{t}; \quad b = \frac{h}{\tau}$	$y_{6-k} = a y_{6-(k+1)} + b x_{6-(k+1)}$
Колебательное звено $T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2T\gamma \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$	$y_6 = a_1 y_{6-1} + a_2 y_{6-2} + b_2 x_{6-2};$ $a_1 = 2 \left(1 - \frac{\gamma h}{T} \right);$ $a_2 = \frac{2\gamma h}{T} - \frac{h}{T^2} - 1;$ $b_2 = \frac{h^2}{T^2}$	$y_{6-k} = a_1 y_{6-(k+1)} + a_2 y_{6-(k+2)} + b_2 x_{6-(k+2)}$
Звено с постоянным запаздыванием $y(t) = x(t - \tau_L)$	$y_6 = x_{6-r};$ $r = \frac{\tau_L}{h} \text{ (целое число)}$	—
Интегрирующее звено $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T} x$	$y_6 = y_{6-1} + b_1 x_{6-1};$ $b_1 = \frac{h}{T}$	$y_{6-k} = y_{6-(k+1)} + b_1 x_{6-(k+1)}$
Инерционное звено 1-го порядка с постоянным запаздыванием $\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t - \tau_L)$	$y_6 = a_1 y_{6-1} + b_{r+1} x_{6-(r+1)};$ $a_1 = 1 - \frac{\tau_L}{r \cdot \tau};$ $b_{r+1} = \frac{\tau_L}{r \cdot \tau}; \quad r = \frac{\tau_L}{h}$	$y_{6-k} = a_1 y_{6-(k+1)} + b_{r+1} x_{6-(r+k+1)}$
Интегрирующее звено, с постоянным запаздыванием $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T} x(t - \tau_L)$	$y_6 = y_{6-1} + b_{r+1} x_{6-(r+1)};$ $b_{r+1} = \frac{\tau_L}{r \cdot T}; \quad r = \frac{\tau_L}{h}$	$y_{6-k} = y_{6-(k+1)} + b_{r+1} x_{6-(r+k+1)}$

Эквивалентное преобразование означает преобразование множества аргументов, без какого-либо изменения интервала предистории T , по следующим формулам:

$$x_{6-1} = \frac{1}{b}y_6 - \frac{a}{b}y_{6-1};$$

$$x_{6-2} = \frac{1}{b}y_{6-1} - \frac{a}{b}y_{6-2}.$$

Таблица 47

Уравнения управления для типовых звеньев

Звено в виде дифференциального уравнения	Полиномиальное описание	Формула для рекуррентного преобразования
Безынерционное звено $y(t) = kx(t)$	$y_6 = kx_6$	—
Инерционное звено 1-го порядка $\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$	$y_6 = a_1y_{6-1} + bx_6;$ $a = \frac{\tau}{\tau + h}; \quad b = \frac{h}{\tau + h}$	$y_{6-k} = a_1y_{6-(k+1)} + b_0x_{6-k}$
Колебательное звено $T^2 \frac{d^2y}{dt^2} + 2T\gamma \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$	$y_6 = a_1y_{6-1} + a_2y_{6-2} + b_0x_6;$ $a_1 = \frac{2T^2 + 2T\gamma h}{T^2 + 2T\gamma h + h^2};$ $a_2 = -\frac{T^2}{T^2 + 2T\gamma h + h^2};$ $b_0 = \frac{h^2}{T^2 + 2T\gamma h + h^2};$	$y_{6-k} = a_1y_{6-(k+1)} + a_2y_{6-(k+2)} + b_0x_{6-k}$
Интегрирующее звено $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}x$	$y_6 = y_{6-1} + b_0x_6;$ $b_0 = \frac{h}{T}$	$y_{6-k} = y_{6-(k+1)} + b_0x_{6+k}$
Дифференцирующее звено $y = T \frac{dx}{dt}$	$y_6 = b_0x_6 + b_1x_{6-1};$ $b_0 = \frac{T}{h};$ $b_1 = -b_0 = -\frac{T}{h}$	$x_{6-k} = \frac{1}{b_0}y_{6-k} - \frac{b_1}{b_0}x_{6-(k+1)}$

Звено в виде дифференциального уравнения	Полиномиальное описание	Формула для рекуррентного преобразования
Упредительное звено 1-го порядка $y(t) = T \frac{dx}{dt} + x(t)$	$y_6 = b_0 x_6 + b_1 x_{6-1};$ $b_0 = \frac{T}{h} + 1 = 1 - b_1;$ $b_1 = -\frac{T}{h}$	$x_{6-k} = \frac{1}{b_0} y_{6-k} - \frac{b_1}{b_0} x_{6-(k+1)}$
Упредительное звено 2-го порядка $y = T^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2T\gamma \frac{dx}{dt} + x(t)$	$y_6 = b_0 x_6 + b_1 x_{6-1} + b_2 x_{6-2};$ $b_0 = \frac{T^2}{h^2} + \frac{2T\gamma}{h} + 1;$ $b_1 = -\frac{2T^2}{b^2} - \frac{2T\gamma}{h};$ $b_2 = \frac{T^2}{b^2}$	$x_{6-k} = \frac{y_{6-k}}{b_0} - \frac{b_1}{b_0} x_{6-(k+1)} - \frac{b_2}{b_0} x_{6-(k+2)}$

Рассмотрев полученные выражения, можно сделать следующие выводы.

Полиномиальные описания линейных звеньев являются линейными полиномами, число членов которых определяется выбором шага дискретизации h и интервала T . Для детерминированных звеньев длина интервала T должна быть не меньше времени переходного процесса в данном звене, вызванного единичным возмущением $x = [1]$. Например, для звена первого порядка $T \geq 4\tau$ где τ — постоянная времени звена. Шаг дискретизации h зависит от «степени гладкости» переменных. Он должен быть таким, чтобы линейная аппроксимация внутри одного шага не давала большой погрешности. Ясно, что полиномиальное описание звеньев со слабым затуханием процессов практически невозможно вследствие его громоздкости: нужно учитывать слишком длинный интервал предистории T .

Один из способов определения оптимального времени T заключается в постепенном его увеличении при подсчете квадратичной ошибки предсказания. При умень-

шении этого показателя, точность полиномиального описания увеличивается, и интервал учитываемой предыстории больше удлинять не надо.

Число параметров в дифференциальном уравнении и в полиномиальном описании — одно и то же. Например, звено 1-го порядка имеет один параметр, τ , а его полиномиальное описание — один параметр $\frac{h}{\tau}$.

Использование полиномиальных описаний для определения поведения звена не требует учета начальных условий.

Полиномиальные описания при нескольких входах. Полиномиальные описания звеньев с несколькими входами получаются по принципу суперпозиции: соответствующие выражения просто складываются. Например, звено с выходом z и с двумя входами x и y , описываемое уравнением динамики

$$z = \frac{\alpha}{T_1 p + 1} x + \frac{\beta}{T_2 p + 1} y$$

имеет такое полиномиальное описание:

$$z = z_1 + z_2, \text{ где}$$

$$z_1 = \frac{\alpha}{T_1 p + 1} x, \quad z_2 = \frac{\beta}{T_2 p + 1} y;$$

$$z_1 = \alpha_1^5 z_{\delta-5} + b_1 x_{\delta-1} + a_1 b_1 x_{\delta-2} + a_1^2 b_1 x_{\delta-3} + a_1^3 b_1 x_{\delta-4} + \\ + a_1^4 b_1 x_{\delta-5};$$

$$z_2 = a_2^5 z_{\delta-5} + b_2 y_{\delta-1} + a_1 b_1 y_{\delta-2} + a_2^2 b_2 y_{\delta-3} + a_2^3 b_2 y_{\delta-4} + \\ + a_2^4 b_2 x_{\delta-5};$$

где

$$a_1 = 1 - \frac{h}{T_1}; \quad b_1 = \alpha \frac{h}{T_1};$$

$$a_2 = 1 - \frac{h}{T_2}; \quad b_2 = \beta \frac{h}{T_2};$$

$$z = (\alpha_1^5 + a_2^5) z_{\delta-5} + b_1 x_{\delta-4} + a_1 b_1 x_{\delta-2} + a_1^2 b_1 x_{\delta-3} + \\ + a_1^3 b_1 x_{\delta-4} + a_1^4 b_1 x_{\delta-5} + b_2 y_{\delta-1} + a_2 b_2 y_{\delta-2} + a_2^2 b_2 y_{\delta-3} + \\ + a_2^3 b_2 y_{\delta-4} + a_2^4 b_2 x_{\delta-5}.$$

УРАВНЕНИЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ЗВЕНЬЕВ

Если дифференциальное уравнение нелинейного звена известно, то получение его полиномиального описания не представляет труда: в уравнениях производные заменяются конечными разностями.

Регрессионный анализ является другим, общим для линейных и нелинейных звеньев, методом получения полиномиальных описаний.

Рассмотрим значение ординат x и y как набор экспериментальных данных (табл. 48).

Таблица 48

Экспериментальные данные

t	x	y	t	x	y
б	$x_б$	$y_б$	б—6	$x_{б-6}$	$y_{б-6}$
б—1	$x_{б-1}$	$y_{б-1}$	б—7	$x_{б-7}$	$y_{б-7}$
б—2	$x_{б-2}$	$y_{б-2}$	б—8	$x_{б-8}$	$y_{б-8}$
б—3	$x_{б-3}$	$y_{б-3}$	б—9	$x_{б-9}$	$y_{б-9}$
б—4	$x_{б-4}$	$y_{б-4}$	б—10	$x_{б-10}$	$y_{б-10}$
б—5	$x_{б-5}$	$y_{б-5}$			

Линейная регрессия. Необходимо задаться общим видом уравнения регрессии. Например, для вывода уравнения предсказания звена 1-го порядка можно написать

$$y_б = a_1 y_{б-5} + a_2 x_{б-5} + a_3 x_{б-4} + a_4 x_{б-3} + a_5 x_{б-2} + a_6 x_{б-1}.$$

Для «обучения» коэффициентов этого уравнения используем решение системы уравнений.

Написав уравнение регрессии 6 раз (алгебраический минимум достаточен так как рассматривается детерминированные звенья) и подставив данные из табл. 49, получим систему из шести уравнений с шестью неизвестными. Решая эту систему, находим числовые коэффициенты $a_1, a_2, \dots, a_6$.

Квадратичная регрессия. Примем уравнение регрессии в виде квадратичного полинома:

$$\begin{aligned}
 y_б = & a_1 y_{б-5} + a_2 x_{б-5} + a_3 x_{б-4} + a_4 x_{б-3} + a_5 x_{б-2} + \\
 & + a_6 y_{б-5} x_{б-5} + a_7 y_{б-5} x_{б-4} + \dots + a_{16} x_{б-3} x_{б-2} + a_{17} y_{б-5}^2 + \\
 & + a_{18} y_{б-5}^2 + a_{20} x_{б-3}^2 + a_{21} x_{б-2}^2.
 \end{aligned}$$

Обучающая последовательность

Коэффициент	1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
Номер точки							
1	y_6	y_6-5	x_6-5	x_6-4	x_6-3	x_6-2	x_6-1
2	y_6-1	y_6-6	x_6-6	x_6-5	x_6-4	x_6-3	x_6-2
3	y_6-2	y_6-7	x_6-7	x_6-6	x_6-5	x_6-4	x_6-3
4	y_6-3	y_6-8	x_6-8	x_6-7	x_6-6	x_6-5	x_6-4
5	y_6-4	y_6-9	x_6-9	x_6-8	x_6-7	x_6-6	x_6-5
6	y_6-5	y_6-10	x_6-10	x_6-9	x_6-8	x_6-7	x_6-6

Для «обучения» коэффициентов такого П-описания понадобится учет 21-й точки или 26 интервалов предыстории. При этом придется решать систему уравнений с матрицей 21×21 элементов.

Для кубической регрессии число членов возрастает настолько, что для определения коэффициентов потребуется применение МГУА.

СТРУКТУРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМЫ СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ

Уравнение системы управления из уравнений ее элементов можно получить, пользуясь следующими правилами структурных преобразований:

1. Полиномиальное описание для последовательного соединения элементов при совместном решении полиномиальных описаний всех заданных элементов, исключая промежуточные переменные.

В частности присоединение к инерционному звену усилителя с коэффициентом α означает умножение всех коэффициентов при входных переменных в α раз.

2. Полиномиальное описание для параллельного соединения элементов получим суммированием коэффициентов членов полиномиальных описаний каждого из элементов, имеющих одинаковые индексы времени.

3. Полиномиальное описание для элемента, охваченного обратной связью, получим вычитанием коэффициентов членов с x_{6-j} из коэффициентов членов с y_{6-j} , имеющих одинаковые индексы времени $j = 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, в полиномиальной теории имеется возможность выполнять структурные преобразования так же легко, как и в обычной теории регулирования.

Напомним известные правила структурного преобразования в обычной теории: операторные коэффициенты усиления звеньев при последовательном соединении перемножаются $Y(P) = Y_1(P)Y_2(P)$, а при параллельном — вычисляются по формуле

$$\frac{1}{Y(P)} = \frac{1}{Y_1(P)} + \frac{1}{Y_2(P)}.$$

Подобные правила позволяют найти операторный коэффициент системы по коэффициентам ее звеньев.

Получим аналогичные правила действующие в полиномиальной теории. При этом будем пользоваться следующим ограничением: интервал учитываемой предыстории T как для каждого из звеньев, так и для всей цепи в целом не должен превышать заданной величины. Все звенья системы и вся система наблюдаются только внутри одного и того же интервала $T = Nh$.

Физическое объяснение принятого ограничения следующее: во всякой системе можно найти самое неустойчивое звено, переходный процесс в котором дольше, чем во всех других звеньях. Интервал наблюдения переменных должен быть выбран не меньше длительности переходного процесса в этом звене.

Последовательное соединение звеньев. Полиномиальное описание двух звеньев:

$$z_6 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{6-j}; \quad (17)$$

$$y_6 = \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{6-i} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{6-i}, \quad (18)$$

где x — вход первого звена; y — выход первого и вход второго звена; z — выход второго звена.

Тогда формулы рекуррентного преобразования каждого звена имеют вид:

$$z_{6-k} = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{6-(j+k)} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{6-(j+k)}; \quad (19)$$

$$y_{6-j} = \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{6-(i+j)} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{6-(i+j)}. \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) в (17), получаем

$$z_0 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-j} + \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{i=1}^{n_2} b_{1j} a_{2i} y_{0-(i+j)} + \\ + \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{i=0}^{m_2} b_{1j} b_{2i} x_{0-(i+j)}. \quad (21)$$

По формулам рекуррентного преобразования (19) и (20) пишем n_2 уравнений для z_{0-k} и m_1 уравнений для y_{0-j} :

$$\left. \begin{aligned} z_{0-1} &= \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+1)} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+1)}; \\ z_{0-2} &= \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+2)} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+2)}; \\ &\dots \dots \dots \\ z_{0-n_2} &= \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+n_2)} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+n_2)}; \\ y_{0-1} &= \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{0-(i+1)} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{0-(i+1)}; \\ y_{0-2} &= \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{0-(i+2)} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{0-(i+2)}; \\ &\dots \dots \dots \\ y_{0-m_1} &= \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{0-(i+m_1)} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{0-(i+m_1)}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Перемещая все переменные y_j в левые части системы уравнений, а остальные — в правые части, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+1)} &= z_{0-1} - \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+1)}; \\ \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+2)} &= z_{0-2} - \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+2)}; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} y_{0-(j+n_2)} &= z_{0-n_2} - \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} z_{0-(j+n_2)}; \\ -y_{0-1} + \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{0-(i+1)} &= - \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{0-(i+1)}; \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} -y_{6-2} + \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{6-(i+2)} &= -\sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{6-(i+2)}; \\ . &. \\ -y_{6-m_1} + \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} y_{6-(i+m_1)} &= -\sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} x_{6-(i+m_1)}. \end{aligned} \right\}$$

Таким образом получим систему $(m_1 + n_2)$ уравнений, содержащую $(m_1 + n_2)$ промежуточных переменных y_{b-k} . Решив эту систему уравнений, получим полиномиальное описание последовательно соединенных звеньев, содержащее только входные и выходные переменные. При постоянном интервале учитываемой предыстории ($T = \text{const}$) все переменные при индексах n ($nh > T$) отбрасываются.

Допустим требуется найти уравнение предсказания последовательного соединения двух звеньев; при этом время наблюдений всех переменных — 5 тактов ($T = \text{const}$).

1. Звено 1-го порядка:

$$z_6 = c_1^5 z_{6-5} + \alpha y_{6-1} + \alpha c_1 y_{6-2} + \alpha c_1^2 y_{6-3} + \alpha c_1^3 y_{6-4} + \alpha c_1^4 y_{6-5}.$$

2. Звено 1-го порядка:

$$y_6 = c_2^5 y_{6-5} + \beta x_{6-1} + \beta c_2 x_{6-2} + \beta c_2^2 x_{6-3} + \beta c_2^3 x_{6-4} + \beta c_2^4 x_{6-5},$$

где

$$\alpha = \frac{h}{\tau_1}, \quad \beta = \frac{h}{\tau_2}, \quad c_1 = \left(1 - \frac{h}{\tau_1}\right), \quad c_2 = \left(1 - \frac{h}{\tau_2}\right).$$

По указанному выше правилу получим

$$z_6 = c_1^5 z_{6-5} + (\alpha^3 c_1^3 + \alpha^3 c_1^2 c_2 + \alpha^3 c_1 c_2^2 + \alpha^3 c_2^3) x_{6-5} + (\alpha^3 c_1^2 + \alpha^3 c_1 c_2 + \alpha^3 c_2^2) x_{6-4} + (\alpha^3 c_1 + \alpha^3 c_2) x_{6-3} + \alpha^3 x_{6-2}.$$

Параллельное соединение звеньев. Полиномиальное описание двух звеньев:

$$y_{\delta 1} = \sum_{i=1}^{n_1} a_{1i} y_{\delta-i} + \sum_{i=0}^{m_1} b_{1i} x_{\delta-i}; \quad (24)$$

$$y_{b2} = \sum_{j=1}^{n_2} a_{2j} y_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_2} b_{2j} x_{6-j}, \quad (25)$$

где x — ВХОД; y_1, y_2 — ВЫХОДЫ звеньев.

Так как при параллельном соединении выходные переменные суммируются, то получим

$$y_6 = y_{6_1} + y_{6_2};$$

$$y_6 = \sum_{i=1}^{n_1(n_2)} (a_{1i} + a_{2i}) y_{6-i} + \sum_{i=0}^{m_1(m_2)} (b_{1i} + b_{2i}) x_{6-i}. \quad (26)$$

Верхний предел каждой суммы равен высшему индексу звена, у которого номер индекса больше.

Допустим требуется определить полиномиальное описание параллельного соединения двух звеньев:

$$y_{6_1} = c_1^5 y_{6-5} + \alpha x_{6-1} + \alpha c_1 x_{6-2} + \alpha c_1^2 x_{6-3} + \alpha c_1^3 x_{6-4} + \alpha c_1^4 x_{6-5};$$

$$y_{6_2} = c_2^5 y_{6-5} + \beta x_{6-1} + \beta c_2 x_{6-2} + \beta c_2^2 x_{6-3} + \beta c_2^3 x_{6-4} + \beta c_2^4 x_{6-5}.$$

По выше указанному правилу получим

$$y_6 = (c_1^5 + c_2^5) y_{6-5} + (\alpha + \beta) x_{6-1} + (\alpha c_1 + \beta c_2) x_{6-2} + (\alpha c_1^2 + \beta c_2^2) \times \\ \times x_{6-3} + (\alpha c_1^3 + \beta c_2^3) x_{6-4} + (\alpha c_1^4 + \beta c_2^4) x_{6-5}.$$

Пример 11. Звено 1-го порядка с жесткой отрицательной обратной связью.

При отсутствии обратной связи

$$y_6 = a^5 y_{6-5} + b x_{6-1} + a b x_{6-2} + a^2 b x_{6-3} + a^3 b x_{6-4} + a^4 b x_{6-5}.$$

При наличии обратной связи

$$y_6 = (a^5 - a^4 b) y_{6-5} + b x_{6-1} + a b x_{6-2} + a^2 b x_{6-3} + a^3 b x_{6-4} + a^4 b x_{6-5}.$$

Полиномиальное описание звена, охваченного жесткой обратной связью. Полиномиальное описание звена без обратной связи:

$$y_6 = \sum_{j=1}^n a_j y_{6-j} + \sum_{j=0}^m b_j x_{6-j}. \quad (27)$$

При соединении с жесткой отрицательной обратной связью можно записать

$$y_6 = \sum_{j=1}^n a_j y_{6-j} + \sum_{j=0}^m b_j (x_{6-j} - y_{6-j}). \quad (28)$$

Тогда

$$y_6 = \sum_{j=0}^{n(m)} (a_j - b_j) y_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_2} b_j x_{6-j}. \quad (29)$$

Полиномиальное описание звена, охваченного гибкой обратной связью. Полиномиальное описание звеньев:

$$y_6 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} y_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} \Delta x_{6-j}; \quad (30)$$

$$\omega_6 = \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} \omega_{6-i} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} y_{6-i}; \quad (31)$$

$$\Delta x_{6-j} = x_{6-j} - \omega_{6-j},$$

тогда

$$y_6 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} y_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} x_{6-j} - \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} w_{6-j}; \quad (32)$$

$$y_6 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} y_{6-j} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} x_{6-j} - \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{i=1}^{n_2} b_{1j} a_{2i} w_{6-(j+i)} - \\ - \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{i=0}^{m_2} b_{1j} b_{2i} y_{6-(j+i)}. \quad (33)$$

Для определения промежуточных переменных $w_{6-(j+i)}$ уравнения (33) запишем систему $(m_1 + n_2)$ уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} y_{6-k} &= \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} y_{6-(j+k)} + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} x_{6-(j+k)} - \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} w_{6-(j+k)}, \\ k &= 1, 2, \dots, n_2; \\ w_{6-l} &= \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} w_{6-(l+i)} + \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} y_{6-(l+i)}, \\ l &= 1, 2, \dots, m_1. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Разрешив относительно переменной w_{6-j} , получим

$$\sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} w_{6-(j+k)} = -y_{6-k} + \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} y_{6-(j+k)} + \\ + \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} x_{6-(j+k)}; \quad (35)$$

$$w_{6-l} - \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i} w_{6-(l+i)} = \sum_{i=0}^{m_2} b_{2i} y_{6-(l+i)},$$

где $k = 1, 2, \dots, n_2$; $l = 1, 2, \dots, m_1$.

Аналогично случаю последовательного соединения, разрешив систему уравнений (35), получим промежуточные переменные w_{6-j} относительно входным и выходным переменным x_{6-j} и y_{6-j} . Подставив w_{6-j} из выражения (35) в (33), получим зависимость y_6 от y_{6-j} и x_{6-j} .

Отметим преимущество полиномиальной теории: структурные преобразования схем включающих нелинейных звенья выполняются почти так же просто, как и схем с линейными звеньями.

Полиномиальные описания нелинейных и стохастических звеньев восполняют собой отсутствие передаточных функций таких звеньев.

КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Для анализа устойчивости полиномиальное описание системы следует преобразовать (при помощи, так называемых, эквивалентных преобразований) к виду не имеющему промежуточных переменных. Левая часть полиномиального уравнения этого вида после линеаризации подстановки

$$y_0 = z, \quad y_{0-1} = z, \dots, y_{0-n} = z^n.$$

Для устойчивости корни этого уравнения должны находиться внутри окружности с радиусом $R = 1$.

Таким образом в полиномиальной теории действует хорошо известный критерий для импульсных систем регулирования. Это понятно, так как исследование устойчивости по Ляпунову идет на уровне линейных уравнений, где полиномиальная теория по-видимому, не имеет существенных отличий. Ее преимущества связаны со сложными оптимальными нелинейными и стохастическими описаниями.

Качество переходных процессов. Как преобразовать полиномиальное описание в дифференциальное уравнение динамики системы еще неизвестно. Однако его легко превратить в обычное уравнение в конечных разностях: для этого достаточно указать начальные и краевые условия. Интеграл решения состоит из двух частей: свободного движения — отвечающего однородному уравнению без правой части и вынужденного движения — решению неоднородного уравнения.

Методы оценки качества процессов по коэффициентам полиномиального описания (без решения уравнения) еще не разработаны.

Условия инвариантности. При абсолютной инвариантности отклонения выходной величины системы тождественно равны нулю. Следовательно, для вывода условий инвариантности нужно получить в общем виде полиномиальное описание, связывающее отклонение выходной величины с другими переменными системы и приравнять коэффициенты этого описания нулю.

При этом для линейных систем мы получим те же соотношения параметров системы, которые получают обычными способами, при пользовании дифференциальными уравнениями.

В полиномиальном описании системы стабилизации все коэффициенты должны быть равны нулю. Мы можем удовлетворить эти условия только тогда, когда все коэффициенты являются разностями двух величин, компенсирующих одна другую. Этот случай имеет место в системах с прямыми связями по возмущениям и в достаточно многоконтурных системах с «дифференциальными вилками» для косвенного измерения возмущений.

ЭЛЕМЕНТЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

О выборе интервала учитываемой предыстории для полиномиальных описаний стохастических звеньев.

Обозначим интервал учитываемой в полиномиальном описании предыстории через T , число дискретных отсчетов каждой из переменных — через N , а шаг дискретизации — h .

Тогда $h = \frac{T}{N}$.

Величина T может быть определена двумя способами: а) при помощи проб, по величине средней квадратичной ошибки полиномиального описания или б) по виду корреляционной функции. Последний способ действителен только для стохастических звеньев.

Для детерминированных линейных и нелинейных звеньев интервал учитываемой предыстории, как указывалось выше, не должен быть меньше времени затухания переходных процессов.

Корреляционная функция показывает меру взаимодействия данной ординаты с прошедшими и будущими значениями переменных. Поэтому не имеет смысла учитывать в полиномиальном описании ординаты, для которых корреляционная функция слишком мала.

Пусть, например, корреляционная функция звена $k(\tau)$ имеет вид, показанный на рис. 60. При такой функции

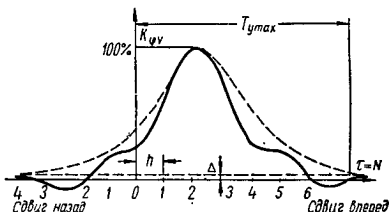


Рис. 60. График определения интервала учитываемой предыстории $T = Nh$ и времени упреждения T_y по огибающей корреляционной функции:

$T_{y \max}$ — максимальное значение T ;
 $K_{\varphi\psi}$ — коэффициент корреляции переменных φ и ψ ; Δ — ошибка; τ — время сдвига; h — шаг сдвига; N — число шагов; T — интервал учитываемой предыстории.

достаточно учитывать шесть ординат каждой из двух коррелированных переменных φ и V . Наибольшую ценность для точности предсказания несет вторая ордината, затем первая, затем третья, четвертая, пятая и шестая. Седьмая, допустим, уже слишком мала и почти ничего не добавляет к повышению точности.

Шаг дискретизации h зависит от степени гладкости функции $\varphi(t)$ и $V(t)$. Его нужно выбрать так, чтобы в пределах одного шага эти функции достаточно хорошо аппроксимировались прямой линией. Некоторое повышение точности может дать неравномерная дискретизация оси τ .

МНОГОКРАТНЫЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ОПИСАНИЯ

Из предыдущего следует, что при помощи одного, однократного полиномиального описания можно предсказывать будущие значения при времени упреждения T_y , не превышающем T (практически T_y не более $0,75 T$).

Если же требуется большее упреждение, то применяется система полиномиальных описаний: каждое последующее описание использует выходную величину предыдущего описания в числе исходных ординат. Встречаются задачи, в которых время упреждения T_y в несколько раз превышает интервал T , такие задачи предсказания могут быть решены только при помощи многократного применения полиномиального описания.

Достоверность каждого последующего предсказания, как известно, падает, а ошибки — перемножаются. Так мы приходим к понятию принципиально не предсказуемых процессов. Предсказуемость случайных процессов определяется соотношением формы корреляционной функции и величины времени упреждения (величин T и T_y). При уменьшении отношения $\frac{T}{T_y} \ll 0,75$, мы приходим в область принципиально непредсказуемых процессов. Нельзя, например, предсказать однократный процесс с равновероятным исходом (подбрасывание монеты) или типа белого шума, где корреляционные функции имеют вид δ — функции времени. Если корреляционная функция узкая (спектр, наоборот, широкий), то интервал учитываемой предыстории мал, а ошибка предсказания велика.

Все сказанное здесь относится только к объектам, где корреляционная функция имеет монотонный, затухающий характер, такой как на рис. 61. Поведение

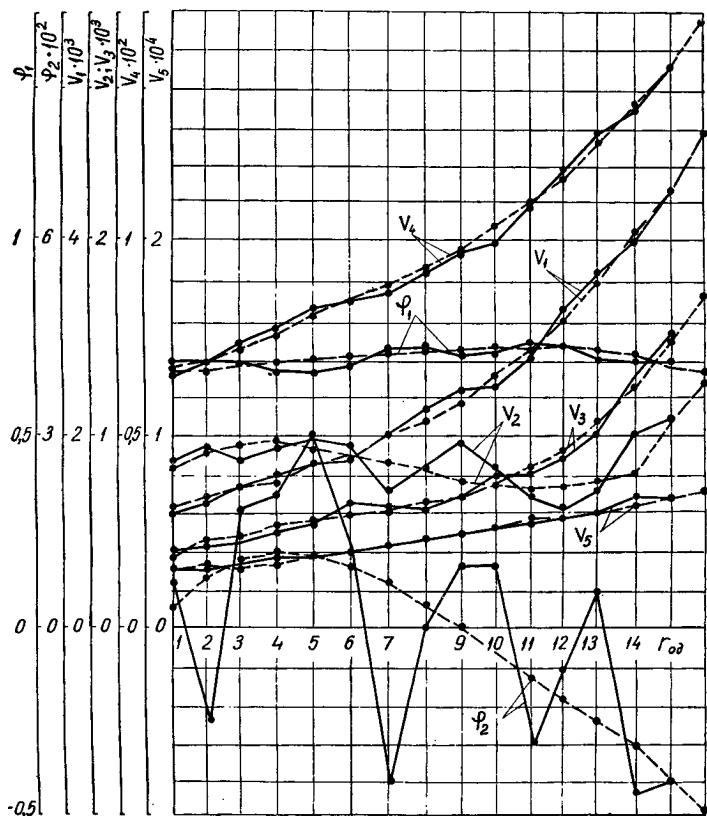


Рис. 61. График, характеризующий ход изменения семи переменных в экономике Англии:
 — исходные данные; — — — — — тренды.

детерминированных объектов может быть рассчитано при любом времени упреждения....

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИТУАЦИЯМИ С НАКОПЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ

Основные достижения полиномиальной теории динамических систем в области сложных стохастических систем состоят в простоте вывода уравнений предсказания и уравнений управления оптимальной сложности при очень коротком периоде наблюдения процесса (методом МГУА) и простоте получения основных уравнений оптимального управления, с накоплением информации, для сколь угодно сложных объектов.

Ниже рассматривается применение полиномиальной теории динамических систем для оптимального управления как в технике, так и в экономике.

Применение к задаче оптимального управления, с накоплением информации, производственными процессами. В промышленности часто встречаются объекты управления, для которых можно указать показатели качества работы объекта $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ и ряд поддающихся измерению возмущающих, и регулирующих воздействий $V_1, V_2, \dots, V_m$. Кроме того, на объект часто влияет небольшая, неподдающаяся измерению помеха N , среднее значение которой равно нулю. Собственно наличие этой помехи делает желательным учет возможно большего числа узлов интерполяции (длинной предыстории).

Применение к задаче оптимального управления в экономике. Пример построен на материале задачи предсказания экономических ситуаций Англии не только потому, что эта задача относится к классу решаемых данной теорией задач, но и потому, что английские экономисты П. Паркс и Г. Пнатт установили состав характеристического вектора для экономики своей страны (21 переменная) и любезно предоставили нам исходные статистические данные об изменении этих переменных за последние 10—15 лет*.

Метод применим к анализу экономики любой страны, как только экономисты соберут необходимую статистику за 10—15 лет и укажут для нее представительный характеристический вектор и число связанных (через уравнения) его составляющих.

* Работа П. Паркса и Г. Пнатта опубликована в журнале «Автоматика», 1970, № 4.

Поясним общий подход к решению подобных задач, применяя наиболее быстродействующий алгоритм МГУА (алгоритм с последовательным вводом переменных) при особом способе учета нестационарности процессов.

ОСОБЕННОСТЬ ПОДХОДА САМООРГАНИЗАЦИИ И КОСВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ СУЩЕСТВЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

В пределе, с некоторым преувеличением, подход самоорганизации можно сформулировать так: «я знаю, что в сложном объекте я ничего не знаю; предоставим машине разобраться во всем, опираясь на экспериментальные данные».

И все же выходные величины — показатели качества ситуаций — должны быть заданы человеком. В задачах оптимального управления нужно указать еще и регулирующие воздействия. В зависимости от выбора выходных величин и регулирующих воздействий можно получить разные оптимальные математические модели сложного объекта.

Допустим, что характеризующий вектор данного сложного объекта содержит M переменных, на которые может быть наложено m связей (уравнений). Тогда, для полного математического описания объекта, достаточно использовать всего $M - m$ переменных. Промежуточные переменные можно исключить. Зная состав и число переменных, а также число связей между ними, легко определить сколько переменных (по крайней мере) нужно ввести в модель.

Например, если система характеризуется 21-й переменной, причем можно указать 16 связей в виде уравнений, то достаточно исследовать связь выходной величины всего с $21 - 16 = 5$ переменными (см. пример ниже). Важно, что этими 5-ю переменными *могут быть любые переменные*, входящие в исходное множество. Это очень упрощает получение необходимых исходных данных, так как можно использовать легко измеряемые величины.

Особенность моделей, получаемых по методам самоорганизации состоит в том, что могут быть исключены казалось бы очень важные переменные. Это не означает, что модель не верна. Это только означает, что в ней эти

величины измерены косвенным образом через другие переменные, которые все в сложном объекте взаимосвязаны.

Особенность подхода самоорганизации состоит в том, что в общем случае даже не известно какие именно переменные заменяют друг друга. Различные эквивалентные друг другу варианты моделей, получаются в зависимости от того, какие промежуточные переменные исключаются, а какие остаются в описании. В этом смысле оптимальные модели множественны. Но для каждого множества переменных существует своя единственная модель оптимальной сложности.

АЛГОРИТМ МГУА

С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ВВОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ *

Алгоритм МГУА с последовательным вводом переменных основан на определении коэффициентов при помощи решения небольших частных систем нормальных уравнений с матрицей не более 3×3 элемента. Алгоритм удобен для программирования на ЭВМ, так как содержит однотипные повторяющиеся операции. Рассмотрим один из таких алгоритмов.

Фильтр, учитывающий один аргумент $\varphi = f(x_1)$. В этом простейшем случае можно написать такое уравнение линейной регрессии

$$\begin{aligned} y_{00} &= 0 & y_{10} &= 1 \\ y_{01} &= 0 & y_{11} &= a_{11} + b_{11}x_1y_{10} + c_{11}y_{01}, \end{aligned}$$

где y_{11} — выходная величина; x_1 — аргумент. Составив систему условных уравнений для всех точек обучающей последовательности и усреднив их по Гауссу, получим систему из двух нормальных уравнений с двумя неизвестными a_{11} и b_{11} (матрица 2×2 элемента). Решение системы дает требуемые значения коэффициентов, удовлетворяющие критерию минимума среднеквадратичной ошибки.

* Алгоритм МГУА с последовательным вводом переменных предложен аспиранткой Н. А. Ивахненко (см. журнал «Автоматика», 1970, № 5).

Фильтр, учитывающий два аргумента $\varphi = f(x_1, x_2)$.
Для данного случая можно записать

$$\begin{array}{lll} y_{00} = 0 & y_{10} = 1 & y_{20} = 1 \\ y_{01} = 0 & y_{11} = a_{11} + b_{11}x_1y_{01} + c_{11}y_{10} & y_{21} = a_{21} + b_{21}x_2y_{21} + c_{21}y_{11} \\ y_{02} = 0 & y_{12} = a_{12} + b_{12}x_1y_{11} + c_{12}y_{20} & y_{22} = a_{22} + b_{22}x_2y_{21} + c_{22}y_{12} \end{array} \Bigg|.$$

Коэффициенты указанных четырех уравнений определяются по очереди, как и в других алгоритмах метода группового учета аргументов.

Определив a_{11} и b_{11} , находим значение оценки y_{11} для всех точек обучающей последовательности. Этого достаточно, чтобы аналогичным образом найти коэффициенты a_{12} и b_{12} (матрица 2×2 элемента).

Далее по данным обучающей последовательности находим a_{21} , b_{21} и c_{21} и определяем значение оценки y_{21} для всех точек обучающей последовательности. Решая системы нормальных уравнений с матрицами 3×3 элементами находим значения коэффициентов a_{22} , b_{22} , c_{22} . При решении уравнений приравниваем

$$y_{11} = y_{21} = y_{12} = y_{22} = \varphi.$$

Легко убедиться, при помощи исключения промежуточных переменных, что четвертое частное уравнение

$$\varphi = y_{22} = a_{22} + b_{22}x_2y_{21} + c_{22}y_{12}$$

содержит в себе все члены полного уравнения Колмогорова — Габора второй степени

$$\varphi = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5x_1x_2$$

и таким образом может, с некоторой степенью приближения, заменить его («аналог» или эквивалент полного описания). «Аналог», конечно, может отличаться от действительного полного описания, но оба эти выражения приводят к одному и тому же оптимальному решению. Это доказано, по крайней мере, для вероятностных алгоритмов МГУА (см. пример VIII).

Фильтр, учитывающий три аргумента $\varphi = f(x_1 x_2 x_3)$.
В этом случае система состоит из девяти уравнений:

$$\begin{aligned} y_{00} &= 0 \quad y_{10} = 1 \\ y_{01} &= 0 \quad \underline{y_{11} = a_{11} + b_{11}x_1y_{10} + c_{11}y_{01}} \\ y_{02} &= 0 \quad \underline{y_{12} = a_{12} + b_{12}x_1y_{11} + c_{12}y_{02}} \\ y_{03} &= 0 \quad \underline{y_{13} = a_{13} + b_{13}x_1y_{12} + c_{13}y_{03}} \\ y_{20} &= 1 \\ y_{21} &= a_{21} + b_{21}x_2y_{20} + c_{21}y_{11} \\ y_{22} &= a_{22} + b_{22}x_2y_{21} + c_{22}y_{12} \\ y_{23} &= a_{23} + b_{23}x_2y_{22} + c_{23}y_{13} \\ y_{30} &= 1 \\ y_{31} &= a_{31} + b_{31}x_3y_{30} + c_{31}y_{21} \\ y_{32} &= a_{32} + b_{32}x_3y_{31} + c_{32}y_{22} \\ y_{33} &= a_{33} + b_{33}x_3y_{32} + c_{33}y_{23} \end{aligned}$$

Девятый частный полином

$$y_{33} = a_{33} + b_{33}x_3y_{23} + c_{33}y_{23}$$

заменяет собой (в указанном выше смысле) полный полином Колмогорова — Габора для трех аргументов. Экономия в объеме расчетов такова: решение системы с матрицей 20×20 элементов заменено решением девяти систем с матрицей 3×3 элемента.

Легко продолжить построение уравнений регрессии и получить соответствующее выражение для любого числа аргументов. Экономия в объеме расчетов с повышением числа учитываемых аргументов быстро возрастает.

Рекуррентная формула для случая $\varphi = f(x_1 x_2 x_3 \dots x_n)$ имеет вид

$$\varphi = y_{ij} = a_{ij} + b_{ij}x_i y_{i(j-1)} + c_{ij}y_{(i-1)j},$$

где индекс строки $j = 1, 2, 3, \dots$; индекс столбца $i = 1, 2, 3, \dots$.

Получение сколь угодно сложных полных описаний. В алгоритме МГУА с квадратичными полиномами имеется возможность увеличивать сложность полного полинома

за пределы полинома Колмогорова — Габора*. Например, при четырех признаках можно получить члены пятой, шестой и т. д. степеней.

Для того, чтобы получить такую возможность в алгоритме МГУА с последовательным вводом переменных достаточно добавить в состав аргументов некоторые искусственные величины, постоянно равные единице: $x_{n+1} = 1$; $x_{n+2} = 1$; $x_{n+3} = 1$ и т. д. Таким приемом можно получить полное уравнение регрессии сколь угодно высокой сложности (степени) при любом заданном числе аргументов.

Аналогичный результат можно получить при помощи наращивания числа строк частных полиномов, составляемых для каждого нового признака. Например, схема расчета алгоритма полинома пятой степени для двух аргументов выглядит так ($n = 2$, $m = 5$):

$$\begin{array}{lll}
 y_{00} = 0; & y_{10} = 1; & y_{20} = 1; \\
 y_{01} = 0; & y_{11} = a_{11} + b_{11}x_1y_{10} + c_{11}y_{01}; & y_{21} = a_{11} + b_{21}x_2y_{20} + c_{21}y_{11}; \\
 y_{02} = 0; & y_{12} = a_{12} + b_{12}x_1y_{11} + c_{12}y_{02}; & y_{22} = a_{22} + b_{22}x_2y_{21} + c_{22}y_{12}; \\
 y_{03} = 0; & y_{13} = a_{13} + b_{13}x_1y_{12} + c_{13}y_{03}; & y_{23} = a_{23} + b_{23}x_2y_{22} + c_{23}y_{13}; \\
 y_{04} = 0; & y_{14} = a_{14} + b_{14}x_1y_{13} + c_{14}y_{04}; & y_{24} = a_{24} + b_{24}x_2y_{23} + c_{24}y_{14}; \\
 y_{05} = 0; & y_{15} = a_{15} + b_{15}x_1y_{14} + c_{15}y_{05}; & y_{25} = a_{25} + b_{25}x_2y_{24} + c_{25}y_{15}.
 \end{array}$$

Десятый полином y_{25} включает все степени (до 5-й) аргументов x_1 и x_2 . Уравнения с матрицей 3×3 элемента придется решать $m \times n$ раз.

Если точность последнего частного полинома (аналога полинома Колмогорова — Габора) оказывается недостаточной, то сложность полного уравнения регрессии следует повышать за его пределы, при помощи указанных выше двух приемов до тех пор, пока точность (оцениваемая на отдельной проверочной последовательности) будет повышаться. Как и в других алгоритмах,

* Полиномом Колмогорова — Габора мы называем степенной полином, в котором $n = N$ (где N — число входных аргументов, n — степень полинома). Число членов полинома $C_{N+n}^n = C_{2n}^n$.

МГУА можно обнаружить несколько минимумов среднеквадратичной ошибки при постепенном наращивании сложности полного описания. Обычно вначале каждый последующий минимум оказывается более глубоким чем предыдущий, а затем из-за накопления вычислительных ошибок, ошибка медленно, но монотонно повышается.

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ

Алгоритм МГУА с полным перебором всех пар практически применим при числе входных аргументов $N \leq \leq 100$. При $N \geq 100$ применяется случайный выбор партнеров для каждого аргумента, т. е. механизм еще более близкий к тому, что наблюдается при селекции растений в природе.

Для того, чтобы отобрать сравнительно небольшое число самых полезных аргументов, в первую очередь, используются результаты всех детерминистических причинно-следственных исследований. В состав характеристического вектора включаются все аргументы, которые предлагались во всех детерминистических моделях данного объекта. На этом использование детерминистического подхода заканчивается. Этот подход используется только для выяснения состава «кандидатов» в составляющие характеристического вектора.

Хотя детерминистический подход и подход самоорганизации в принципе противоположны, все же наиболее эффективными являются комбинированные методы, при которых состав характеристического вектора, описывающего сложный объект, определяется обычными детерминированными методами (составление дифференциальных уравнений, уравнений баланса вещества или энергии и др.), а синтез уравнений математической модели и определение коэффициентов этого уравнения осуществляется методами самоорганизации.

Потому мы называем наш метод моделирования комбинированным, а модели — послебалансовыми. Это объясняется тем, что метод основан на выборе кандидатов в составляющие характеристического вектора на основе составления уравнений балансов и уравнений в конечных разностях (детерминированная часть).

Комбинированный метод позволяет ускорить решение задачи, так как исключает или резко сокращает случайный перебор аргументов по информационным критериям или по точности.

ОБРАБОТКА ВХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Корреляционный отбор признаков. Все кандидаты подвергаются корреляционному анализу. Остаются только те переменные (и с такими сдвигами во времени), которые дают самую большую корреляцию с выходной величиной.

Исключение переменных почти повторяющих друг друга. Если два аргумента линейно зависимы между собой, то в списке характеристических составляющих можно оставить любой из них (конечно, тот, по которому есть информация). Коэффициент корреляции таких аргументов равен единице. По той же причине можно исключить один из признаков, корреляция между которыми близка к 1 (порядка 0,9).

Как известно, между корреляцией и независимостью переменных нет прямой однозначной связи: если распределение переменных отличается от нормального, то из некоррелированности не следует еще независимость. Однако, наоборот, зависимые признаки всегда коррелированы.

Отбор полезных признаков по величине ошибки линейной регрессии. Полезные признаки можно расположить в определенном порядке (ранжировать) и по величине среднеквадратичной ошибки линейной регрессии. Для каждого признака составляется нормальное уравнение Гаусса вида

$$y_{11} = a_{11} + b_{11}x_i + c_{11}0, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Коэффициенты a_{11} и b_{11} определяются по данным обучающей последовательности. Среднеквадратичная ошибка определяется на проверочной последовательности:

$$\delta_{11}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{11}(j) - \varphi(j))^2,$$

где m — число точек проверочной последовательности; $y_{11(j)}$ — значение выходной величины, определяемое нормальным уравнением Гаусса; $\Phi_{(i)}$ — значение переменной в данной точке проверочной последовательности.

Признаки располагаются по величине возрастания ошибки: первый признак самый точный, второй — с большей ошибкой и т. д.

Отбор полезных признаков по коэффициентам корреляции и по ошибке линейной регрессии приводят почти к одинаковым результатам. Это два аналогичных друг другу приема. В некоторых случаях проще применить один прием, в других — второй.

ПРАВИЛО ОСТАНОВКИ УВЕЛИЧЕНИЯ ЧИСЛА РЯДОВ СЕЛЕКЦИИ

Основным критерием оптимизации сложности модели является среднеквадратичная ошибка, определяемая по данным отдельной проверочной последовательности. Эти данные не используются при составлении указанных выше нормальных уравнений Гаусса. Ошибка определяется для каждого уравнения, причем заполняется следующая квадратичная табл. 50 (i — номер строки, j — номер столбца).

Плоскость $i-j$ исследуется с целью определения минимумов ошибки. Увеличение рядов бесконечно, но мы останавливаем процесс вычислений как только «ошибка ряда» начинает монотонно возрастать вследствие накопления вычислительных погрешностей.

Рядом селекции мы называем данные, очерченные в таблице ошибок уголками:

Например, первый ряд

$$\delta_{11}^2$$

второй ряд

$$\delta_{21}^2$$

$$\delta_{12}^2 \quad \delta_{22}^2$$

третий ряд

$$\delta_{31}^2$$

$$\delta_{32}^2$$

$$\delta_{13}^2 \quad \delta_{23}^2 \quad \delta_{33}^2$$

и т. д.

Таблица среднеквадратичных ошибок (плоскость $i-j$)

$i \backslash j$	1	2	3	4		N
1	δ_{11}^2	δ_{21}^2	δ_{31}^2	δ_{41}^2	$\vdots$	δ_{N1}^2
2	δ_{12}^2	δ_{22}^2	δ_{32}^2	δ_{42}^2	$\vdots$	δ_{N2}^2
3	δ_{13}^2	δ_{23}^2	δ_{33}^2	δ_{43}^2	$\vdots$	δ_{N3}^2
4	δ_{14}^2	δ_{24}^2	δ_{34}^2	δ_{44}^2	$\vdots$	δ_{N4}^2
...	...	...	...	...	$\vdots$	...
N	δ_{1N}^2	δ_{2N}^2	δ_{3N}^2	δ_{4N}^2	...	δ_{NN}^2

Ошибкой ряда селекции назовем минимальную по величине ошибку, выбранную из всех среднеквадратичных ошибок данного ряда (уголка).

Итак, число рядов селекции определяется глобальным минимумом ошибки на плоскости $i-j$. Этот минимум определяет единственную, наиболее регулярную, оптимальную по сложности модель.

Оптимизация порога $\Theta_{3=k}$. Изложенный выше алгоритм соответствует структурной схеме $N-1-1-1-1-1-1-1-1$ и т. д. Эта схема означает, что признаки (числом N) жестко ранжируются один раз, по величине ошибки δ_{ij}^2 и что из каждого ряда селекции выбирается только одна, самая точная промежуточная переменная y_{ij} .

Следующая схема селекции может быть такой $N-1-N-1-N-1$ и т. д. Эта схема отвечает случаю, когда признаки ранжируются для каждого ряда селекции заново. В каждом ряду используется тот признак x_i , который больше других снижает ошибку ряда селекции.

Последующие схемы будут такими: $N-kN-N-kN-$
 $-N-kN-$ и т. д. При данных схемах признаки ранжи-
 руются каждый ряд заново и, кроме того, из каждого
 предыдущего ряда выбирается не одна промежуточная
 переменная, а k наиболее точных переменных. При $k =$
 $= N$ получим схему $N-N^2-N-N^2-N-N^2-N-N^2-$
 $-N-$ и т. д.

Первая схема обычно приводит к сравнительно про-
 стым, но не точным моделям. Кроме того, она очень
 чувствительна к обусловленности матриц. Достаточно,
 чтобы хотя бы одна матрица оказалась плохо обуслов-
 ленной и чтобы цепь селекции оборвалась. В остальных
 более сложных схемах всегда можем выбросить из пе-
 ребора комбинации переменных, приводящие к плохо
 обусловленным матрицам. В большинстве случаев такие
 комбинации приводят к большой ошибке и, следователь-
 но, автоматически отсеиваются порогами.

Для каждой схемы можно определить минимальное
 значение среднеквадратичной ошибки на плоскости
 $i-j$. На ней следует записать только те аргументы x_i ,
 и только те последовательности ошибок δ_{ij}^2 , которые со-
 держат минимальную ошибку ряда селекции. Предпоч-
 тение отдается той схеме, где ошибка, измеряемая на
 проверочной последовательности, меньше. В этом и со-
 стоит оптимизация порогов по числу выбираемых пере-
 менных Θ_3 .

РАЗДЕЛЕНИЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ НА ОБУЧАЮЩУЮ И ПРОВЕРОЧНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Разделение данных необходимо для получения устой-
 чивых решений, т. е. представляет собой один из воз-
 можных приемов регуляризации. Только при регуляри-
 зации можно найти минимум ошибки на плоскости $i-j$,
 а приход каждой новой точки не ведет к резким изме-
 нениям коэффициентов уравнений.

Обычно узлы интерполяции делятся по времени
 поступления. Например, четные узлы используются в
 обучающей, а нечетные — в проверочной последователь-
 ности. Такое разделение обеспечивает приблизительно
 равные статистические характеристики обеих последова-
 тельностей (подробнее см. стр. 130).

УЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ПРОЦЕССОВ

Во всех рассмотренных выше случаях нестационарность процессов учитывалась при помощи введения так называемых трендов — средних линий процессов. Тем самым случайная функция времени представляется в виде суммы тренда (функции времени) и стационарного случайного процесса:

$$V = V(t) + S(t, x).$$

Более общим примером (указанным еще в работе [35]) является введение времени в число исходных признаков

$$V = V(t, x).$$

В примере IX будем пользоваться этим более общим приемом. Время рассматривается как «рядовая» входная величина. Если алгоритм отбросит ее при селекции полезных переменных — значит процесс настолько близок к стационарному, что учитывать время среди аргументов не нужно.

Теперь, учитывая все сказанное выше, перейдем к примеру синтеза модели оптимальной сложности для конкретного объекта.

СИНТЕЗ ОДНОГО ИЗ УРАВНЕНИЙ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АНГЛИИ ПРИ ПОМОЩИ АЛГОРИТМА МГУА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ВВОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ (ПРИМЕР IX)

Математическая модель оптимальной сложности для экономической системы Англии будет состоять из нескольких уравнений управления, по числу показателей качества экономических ситуаций (для кратности ограничимся синтезом только одного из них).

Выбор показателей качества экономических ситуаций (выходных величин). В соответствии с рекомендациями П. Паркса и Г. Пиатта будем считать идеальной такую ситуацию, при которой

$$\delta = 0 \text{ (или } \Phi_1 = 1), \Phi_2 = 0, V_3 = 0.$$

Здесь обозначены $\Phi_1 = \frac{W + \Pi}{c_4 K}$, где $c_4 = \frac{1}{3}$; $\delta = 1 - \Phi_1 = \frac{c_4 K - (W + \Pi)}{c_4 K}$ — относительный избыток производ-

ственной мощности; $\Phi_2 = (T_{Fc} + T_{Fc})$ — показатель платежного баланса; $V_3 = u$ — дотации правительства; K — суммарный валовой капитал; W — доход от занятости; Π — валовой избыток платежного баланса (превышение экспорта над импортом). Условие $V_3 = 0$ означает отсутствие безработицы, а $\delta = 0$ или $\Phi_1 = 1$ — полную загрузку промышленности. Как видно из статистических данных, эта идеальная ситуация никогда при капитализме не достигается, но качество ситуации можно оценить по тому, насколько она отклоняется от идеальной. Можно, например, ввести обобщенный показатель качества вида

$$\Phi = \sqrt{\omega_1 \left(\frac{\delta}{\bar{\delta}} \right)^2 + \omega_2 \left(\frac{\Phi_2}{\bar{\Phi}_2} \right)^2 + \omega_3 \left(\frac{V_3}{\bar{V}_3} \right)^2} \rightarrow \text{минимум,}$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — весовые коэффициенты, учитывающие значения слагаемых; $\bar{\delta}, \bar{\Phi}_2, \bar{V}_3$ — средние значения переменных δ, Φ_2 и V_3 .

Чем меньше Φ — тем ситуация лучше. Задача оптимального управления экономикой сводится, при указанных ограничениях, к всемерной минимизации одного обобщенного показателя или трех показателей, Φ или δ, Φ_2, V_3 .

Выбор регулирующих воздействий (входных величин). Наличие готовой динамической модели значительно облегчает выбор регулирующих воздействий. В модели П. Паркса и Г. Пиатта 18 уравнений связывают 21 переменную. Это означает, что в качестве регулирующих достаточно выбрать любые, удобные для изменения три переменные, например, $V_1 = T_n$ — налоги на не корпорированных производителей; $V_2 = T_c$ — налоги на корпорации; $V_3 = u$ — дотации правительства (в основном — помощь безработным).

Из теории алгебраических уравнений следует, что если модель верна и если государство будет поддерживать эти три регулирующих воздействия на некотором заданном уровне, то, в случае устойчивости, после некоторого времени, необходимого на окончание переходных процессов (равного времени взаимодействия переменных T), все остальные переменные примут вполне определенные значения.

Ниже мы несколько расширим модель, заменив две входящих в нее переменные суммами двух слагаемых:

$V_4 = K_1 + K_2$ — коэффициент производственной мощности экономики; $V_5 = G_1 + G_2$ — вклад государства в общий баланс.

При этом 18 уравнений связывают уже 23 переменных и имеется возможность выбирать значения 5 переменных (5 регулирующих воздействий).

Первые слагаемые соответствуют тому, что предусмотрено в модели П. Паркса и Г. Пиатта, а вторые составляющие — пусть, допустим, соответствуют возможностям управления, которые имеются, например, в переходной экономике типа экономики Новой Экономической Политики (времен НЭПа). Государство при НЭПе имело возможность национализировать любое предприятие без компенсации владельцу или построить свое новое предприятие, что и соответствует вторым слагаемым. Таким образом мы сможем указать алгоритм сравнения возможностей управления экономикой Англии при капитализме и при переходной экономике типа НЭПа. В первом случае можно выбирать значения V_{16} , V_{26} и V_{36} , а во втором — значения V_{16} , V_{26} , V_{36} , V_{46} и V_{56} . Другие возможности управления не рассматриваются.

Выбор длины интервала учитываемой предыстории. Длина интервала определяется из построения взаимокорреляционных функций (как время взаимодействия переменных) или подбирается при помощи сравнения ряда вариантов расчета по точности предсказания. В данном примере выберем $\Theta_1 = 4$ года. Этот выбор отвечает случаю, когда постоянная времени модели первого порядка (по Парксу и Пиаццу) не превышает приблизительно 1,5 года.

Выбор множества признаков. В качестве признаков (аргументов) используют прошлые значения ординат всех указанных выше семи переменных

$$\varphi_1, \varphi_2, v_1, v_2, v_3, v_4 \text{ и } v_5$$

за последние четыре года и текущие ординаты регулирующих воздействий

$$v_1, v_2, v_3, v_4 \text{ и } v_5$$

(последнее возможно только при выводе уравнений управления!). Всего «кандидатами» в множество аргументов поступит $5 + 7 \cdot 4 = 33$ признака.

Исходные данные за 15 лет

Переменные	Годы			
	1 (1954)	2 (1955)	3 (1956)	4 (1957)

Абсолютные

$\Phi_1 = 1 - b$	0,68898	0,697848	0,697071	0,692118
$\Phi_2 = I_{Fg} - I_{Fc}$	117	-155	208	233
$V_1 = T$	1236	1330	1452	1602
$V_2 = T_c$	893	972	894	972
$V_3 = u$	412	441	464	518
$V_4 = K$	64,88	69,72	74,8	79,17
$V_5 = G$	3,185	3,251	3,515	3,668
$V_6 = t$	1	2	3	4

Нормированные

$\varphi_1 = \frac{\Phi_1 - \Phi_1^*}{\Phi_1^*}$	-0,03103	-0,01856	-0,01965	-0,02661
$\varphi_2 = \frac{\Phi_2 - \Phi_2^*}{\Phi_2^*}$	-9,23943	9,91549	-15,64788	-17,40845
$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}$	-0,49793	-0,45975	-0,41019	-0,34926
$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}$	-0,03018	0,11043	0,02132	0,11043
$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}$	-0,45913	0,42106	-0,39087	-0,31997
$v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}$	-0,34758	-0,29891	-0,24783	-0,20389
$v_5 = \frac{V_5 - V_5^*}{V_5^*}$	-0,34929	-0,3358	-0,28187	-0,26061
$v_6 = \frac{t - t^*}{t^*}$	-0,875	-0,75	-0,625	-0,5

Годы			
5 (1958)	6 (1959)	7 (1960)	8 (1961)
значения			
0,673715	0,69512	0,734099	0,731193
344	143	—265	—4
1696	1776	1991	2249
1010	968	715	813
548	658	656	640
83,421	85,653	88,443	93,385
3,750	4,001	4,248	4,589
5	6	7	8
отклонения от среднего			
—0,05251	—0,0223	0,03243	0,02833
—25,22535	—11,07042	17,66197	—0,71830
—0,31108	—0,27858	—0,19125	—0,08645
0,15384	0,10586	—0,18317	—0,07122
—0,28059	—0,13619	—0,13881	—0,15982
—0,16114	—0,13869	—0,11064	—0,06094
—0,23385	—0,18257	—0,13211	—0,06244
—0,375	—0,25	—0,125	0

Переменные	Годы			
	9 (1962)	10 (1963)	11 (1964)	12 (1965)

Абсолютные

$\Phi_1 = 1 - \delta$	0,721616	0,728911	0,746384	0,740638
$\Phi_2 = I_{Fg} - I_{Fc}$	112	114	-395	-77
$V_1 = T$	2458	2510	2801	3344
$V_2 = T_c$	981	857	709	659
$V_3 = u$	688	830	873	919
$V_4 = K$	99,274	104,7	111,18	120,088
$V_5 = G$	4,92	5,184	5,512	6,043
$V_6 = t$	9	10	11	12

Нормированные

$\varphi_1 = \frac{\Phi_1 - \Phi_1^*}{\Phi_1^*}$	0,01487	0,02513	0,04972	0,04162
$\varphi_2 = \frac{\Phi_2 - \Phi_2^*}{\Phi_2^*}$	-8,88732	-9,02816	26,8169	4,42253
$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}$	-0,00155	0,01957	0,13778	0,35835
$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}$	0,12071	-0,02095	-0,19603	-0,24715
$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}$	-0,0968	0,08962	0,14607	0,20645
$v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}$	-0,00172	0,05284	0,118	0,20758
$v_5 = \frac{V_5 - V_5^*}{V_5^*}$	0,00518	0,05912	0,12613	0,23468
$v_6 = \frac{t - t^*}{t^*}$	0,125	0,25	0,375	0,5

Годы				Среднее за 15 лет
13 (1966)	14 (1967)	15 (1968)	16 (1969)	

значения

0,717828	0,689295	0,710036	—	0,71104
43	—312	—319	416	—14,2
3733	4106	4643	5706	2461,8
706	981	1000	1124	775,3333
1030	1290	1525	1687	761,73333
129,58	140,526	146,855	159,36	99,445
6,572	7,276	7,705	8,118	4,8946
13	14	15	16	8

отклонения от среднего

0,00954	—0,03059	—0,00141	—	0
—4,02816	20,9718	21,46478	—30,2957	0
0,51637	0,66788	0,88601	1,114712	0
—0,19346	0,12071	0,14242	0,28413	0
0,35217	0,6935	1,00201	1,21478	0
0,30303	0,4191	0,47674	0,602415	0
0,3427	0,48653	0,57418	0,65876	0
0,625	0,75	0,875	1	0

Кроме того, для учета нестационарности процессов, как пояснялось выше, в состав аргументов включено время t , что увеличивает число «кандидатов» до 38.

Учитывая обозначение, принятое раньше, запишем

$$\Phi_1 = \frac{W + H}{\frac{1}{3}K}; \quad \Phi_2 = I_{Fg} + I_{FC}; \quad V_1 = T_n; \quad V_2 = T_C; \quad V_3 = u;$$

$$V_4 = K; \quad V_5 = G; \quad V_6 = t.$$

В расчете применяются относительный отсчет переменных в отклонениях от среднего *

$$\varphi_1 = \frac{\Phi_1 - \bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_1}; \quad \varphi_2 = \frac{\Phi_2 - \bar{\Phi}_2}{\bar{\Phi}_2}; \quad v_1 = \frac{V_1 - \bar{V}_1}{\bar{V}_1}; \quad v_2 = \frac{V_2 - \bar{V}_2}{\bar{V}_2};$$

$$v_3 = \frac{V_3 - \bar{V}_3}{\bar{V}_3}; \quad v_4 = \frac{V_4 - \bar{V}_4}{\bar{V}_4}; \quad v_5 = \frac{V_5 - \bar{V}_5}{\bar{V}_5}; \quad v_6 = \frac{V_6 - \bar{V}_6}{\bar{V}_6}.$$

В табл. 51 исходных данных приведены нормированные отклонения от среднего для всех семи переменных. Ход изменения переменных показан на рис. 61.

Список 38 «кандидатов» в аргументы таков:

	$\varphi_{1(6-1)}$	$\varphi_{1(6-2)}$	$\varphi_{1(6-3)}$	$\varphi_{1(6-4)}$
	$\varphi_{2(6-1)}$	$\varphi_{2(6-2)}$	$\varphi_{2(6-3)}$	$\varphi_{2(6-4)}$
$v_{1(6)}$	$v_{1(6-1)}$	$v_{1(6-2)}$	$v_{1(6-3)}$	$v_{1(6-4)}$
$v_{2(6)}$	$v_{2(6-1)}$	$v_{2(6-2)}$	$v_{2(6-3)}$	$v_{2(6-4)}$
$v_{3(6)}$	$v_{3(6-1)}$	$v_{3(6-2)}$	$v_{3(6-3)}$	$v_{3(6-4)}$
$v_{4(6)}$	$v_{4(6-1)}$	$v_{4(6-2)}$	$v_{4(6-3)}$	$v_{4(6-4)}$
$v_{5(6)}$	$v_{5(6-1)}$	$v_{5(6-2)}$	$v_{5(6-3)}$	$v_{5(6-4)}$
$v_{6(6)}$	$v_{6(6-1)}$	$v_{6(6-2)}$	$v_{6(6-3)}$	$v_{6(6-4)}$

* Для достижения оптимального нормирования, соответствующего максимуму обусловленности матриц, отклонение от среднего значения нужно разделить на дисперсию каждой из переменных

$$x_i = \frac{X_i - X_{i \text{ ср}}}{\sqrt{D_i}}, \quad \text{где } D_i = \frac{1}{m} (x_{i1}^2 + x_{i2}^2 + \dots + x_{in}^2)$$

(m — число точек обучающей последовательности). Подробнее об этом см. в статье А. П. Тищенко. Об одном способе улучшения обусловленности матриц нормальных уравнений. — «Известия высших учебных заведений», 1961, № 5.

Значение ряда признаков приведены в табл. 52 и 53.

Ранжировка признаков по степени влияния на выходную величину. Пользуясь данными табл. 53, составим 38 систем условных уравнений, откуда получим 38 нормальных уравнений вида

$$y_{11} = a_{11} + b_{11}x_j + c_{11}0|.$$

Далее пользуясь данными табл. 53 определяем величину среднеквадратичной ошибки. Ранжируя признаки по точности, выбираем некоторое количество лучших из них.

При выводе уравнения управления аргументы $v_{1(6)}$, $v_{2(6)}$, $v_{3(6)}$, $v_{4(6)}$, $v_{5(6)}$ проходят вне конкурса: мы должны стремиться сохранить их в уравнении, так как они нужны для осуществления управления.

Всего было отобрано по величине квадратичной ошибки 14 признаков (второй порог $q(\Theta_2) = 14$):

$x_1 = v_{2(6)}$ — налоги на корпорации I_c в текущем году ($\tau = 0$), $\delta_{11}^2 = 0,190 \cdot 10^{-3}$;

$x_2 = \varphi_{1(6-1)}$ — коэффициент загрузки производственной мощности φ_1 , один год назад ($\tau = 1$), $\delta_{11}^2 = 0,388 \cdot 10^{-3}$;

$x_3 = v_{6(6-3)}$ — время со сдвигом $\tau = 3$, $\delta_{11}^2 = 0,307 \cdot 10^{-3}$;

$x_4 = v_{3(6-2)}$ — дотации и два года назад ($\tau = 2$), $\delta_{11}^2 = 0,820 \cdot 10^{-3}$;

$x_5 = v_{6(6-1)}$ — время со сдвигом $\tau = 1$, $\delta_{11}^2 = 0,822 \cdot 10^{-3}$;

$x_6 = v_{6(6-2)}$ — время со сдвигом $\tau = 2$, $\delta_{11}^2 = 0,822 \cdot 10^{-3}$;

$x_7 = v_{4(6-3)}$ — коэффициент производственной мощности K три года назад ($\tau = 3$), $\delta_{11}^2 = 0,832 \cdot 10^{-3}$;

$x_8 = v_{3(6-3)}$ — дотации u три года назад ($\tau = 3$), $\delta_{11}^2 = 0,839 \cdot 10^{-3}$;

$x_9 = v_{1(6-3)}$ — налоги на корпорации T_c три года назад ($\tau = 3$), $\delta_{11}^2 = 0,840 \cdot 10^{-3}$;

$x_{10} = v_{6(6)}$ — время в текущий год $\tau = 0$, $\delta_{11}^2 = 0,860 \cdot 10^{-3}$;

$x_{11} = x_{4(6)}$ — коэффициент производственной мощности в текущий год ($\tau = 0$), $\delta_{11}^2 = 0,869 \cdot 10^{-3}$;

$x_{12} = v_{1(6)}$ — налоги на некорпорированных производителей T_n в текущем году ($\tau = 0$), $\delta_{11}^2 = 0,875 \cdot 10^{-3}$;

Обучающая последовательность

При- знаки	Номер точки		13 (1968)	2 (1957)	12 (1967)	1 (1956)	3 (1958)	11 (1966)	4 (1959)
	Сдвиг								
x_1	$v_2(6)$		0,14242	0,11043	0,12071	0,02132	0,15384	-0,19346	0,10586
x_2	$\tau = 0$		-0,03059	-0,01965	0,00954	-0,01856	-0,02661	0,04162	-0,05251
x_3	$\varphi_1(6-1)$		0,5	-0,875	0,375	0	-0,75	0,25	-0,625
x_4	$V_4(6-3), \tau=3$		0,35217	-0,42106	0,20645	-0,45913	-0,39087	0,14607	-0,31997
	$V_3(6-2),$								
	$\tau = 2$			-0,625	0,625	-0,75	-0,5	0,5	-0,375
x_5	$V_4(6-1), \tau=1$		0,75	-0,75	0,5	-0,875	-0,625	0,375	-0,5
x_6	$V_4(6-2), \tau=2$		0,625	-0,34758	0,118	0	-0,29891	0,05284	-0,24783
x_7	$V_4(6-3), \tau=3$		0,20758	-0,45913	0,14607	0	0,42106	0,08962	-0,39087
x_8	$V_3(6-3), \tau=3$		0,20645	-0,49793	0,13778	0	-0,45975	0,01975	-0,41019
x_9	$V_1(6-3), \tau=3$		0,35835	-0,5	0,75	-0,625	-0,375	0,625	-0,25
x_{10}	$V_4(6), \tau=0$		0,875	-0,34926	0,66788	-0,41019	-0,31108	0,51637	-0,27858
x_{11}	$V_1(6), \tau=0$		0,88601	-0,20389	0,4131	-0,24789	-0,16114	0,30303	-0,13869
x_{12}	$V_4(6), \tau=0$		0,47674	-0,25061	0,48653	-0,28187	-0,23385	0,3427	-0,18257
x_{13}	$V_5(6), \tau=0$		0,57418	0,31997	0,6935	-0,39087	-0,28059	0,35217	-0,13619
x_{14}	$V_3(6), \tau=0$		1,00201	0,235916	0,213295	0,18402	0,17342	0,11525	-0,115105
D^2	—		0,38491	-0,0223	-0,03059	-0,01965	-0,05251	0,00954	-0,0223
φ	—		-0,00141						

Проверочная последовательность

Признаки	Номер точки		5 (1960)	6 (1961)	9 (1964)	7 (1962)	8 (1963)
	Сдвиг	10 (1965)					
D^2	—	0,07858	0,07216	0,03735	0,02831	0,01947	0,01559
x_1	$v_2(6), \tau = 0$	—0,24715	—0,18317	—0,07122	—0,19003	0,12071	—0,02095
x_2	$v_1(6-1), \tau = 1$	0,04972	—0,0223	0,03243	0,02513	0,02833	0,01487
x_3	$v_6(6-3), \tau = 3$	0,125	—0,5	—0,375	0	—0,25	—0,125
x_4	$v_3(6-2), \tau = 2$	0,08962	—0,28059	—0,13619	—0,0968	—0,13881	—0,15982
x_5	$v_6(6-1), \tau = 1$	0,375	—0,25	—0,125	0,25	0	0,125
x_6	$v_6(6-2), \tau = 2$	0,25	—0,375	—0,25	0,125	—0,125	0
x_7	$v_4(6-3), \tau = 3$	—0,00172	—0,20389	—0,16114	—0,00609	—0,13869	—0,11064
x_8	$v_3(6-3), \tau = 3$	—0,0968	—0,31997	—0,28059	—0,15982	—0,13619	—0,13881
x_9	$v_1(6-3), \tau = 3$	—0,00155	—0,34926	—0,31108	—0,08645	—0,27858	—0,19125
x_{10}	$v_6(6), \tau = 0$	0,5	—0,125	0	0,375	0,125	0,25
x_{11}	$v_1(6), \tau = 0$	0,35835	—0,19125	—0,08645	0,13778	—0,00155	0,01957
x_{12}	$v_4(6), \tau = 0$	0,20758	—0,11064	—0,06094	0,118	—0,00172	0,05284
x_{13}	$v_5(6), \tau = 0$	0,23462	—0,13211	—0,06244	0,12613	0,00518	0,05912
x_{14}	$v_3(6), \tau = 0$	0,20645	—0,13881	—0,15982	0,14607	—0,0968	0,08962
φ	—	0,04162	0,03243	0,02833	0,04978	0,01487	0,02513

$x_{13} = v_{5(6)}$ — вклад государства g в текущем году ($\tau = 0$),
 $\delta_{11}^2 = 0,897 \cdot 10^{-3}$;

$x_{14} = v_{3(6)}$ — дотации u в текущем году ($\tau = 0$),
 $\delta_{11}^2 = 0,914 \cdot 10^{-3}$.

Среднеквадратичная ошибка для точек 2, 4, 6, 8, 10 и 12 проверочной последовательности

$$\delta_{11} = \frac{1}{6} [(y_{11(2)} - \varphi_2)^2 + (y_{11(4)} - \varphi_{1(4)})^2 + (y_{11(6)} - \varphi_{1(6)})^2 + (y_{11(8)} - \varphi_{1(8)})^2 + (y_{11(10)} - \varphi_{1(10)})^2 + (y_{11(12)} - \varphi_{1(12)})^2].$$

Получение частных описаний. Далее действует алгоритм МГУА с последовательным вводом переменных.

Первый ряд селекции. В первом ряду определяем коэффициенты и оцениваем точность только одного уравнения

$$y_{11} = a_{11} + b_{11}x_1y_{01} + c_{11}0.$$

Написав это уравнение семь раз, соответственно числу точек обучающей последовательности, и подставив цифры из табл. 52, получим первую систему условных уравнений Гаусса. Усредняя их по известному правилу, найдем систему из двух нормальных уравнений с двумя неизвестными a_{11} и b_{11} . Решая систему, находим значения оценок этих коэффициентов (табл. 54). Затем, по данным проверочной последовательности (табл. 53) найдем ошибку δ_{11}^2 (табл. 55).

Второй ряд селекции. Ко второму ряду относятся три уравнения для переменных y_{12} , y_{21} и y_{22} . Действуя аналогично предыдущему, составляем три системы нормальных уравнений Гаусса (матрицы 3×3 элемента),

Система частных описаний для

Ряды			
1-й	2-й	3-й	4-й
$y_{11} = a_{11} +$ $+ b_{11}x_1 \cdot 1 +$ $+ c_{11}0;$ $a_{11} =$ $= -0,0126041;$ $b_{11} =$ $= -0,110573$	$y_{21} = a_{21} +$ $+ b_{21}x_2 \cdot 1 +$ $+ c_{21}y_{11};$ $a_{21} = 0,0025942;$ $b_{21} =$ $= -0,126090;$ $c_{21} = 1,21803$	$y_{31} = a_{31} + b_{31}x_3 \times$ $\times 1 + c_{31}y_{21};$ $a_{31} =$ $= -0,000169901;$ $b_{31} =$ $= -0,00000386984;$ $c_{31} = 1,01579$	$y_{41} = a_{41} +$ $+ b_{41}x_4 \cdot 1 +$ $+ c_{41}y_{31};$ $a_{41} =$ $= 0,00304764;$ $b_{41} = 0,0300833;$ $c_{41} = 0,961656$

по данным обучающей последовательности, и находим числовые оценки коэффициентов a_{12} , b_{12} , a_{21} , b_{21} , c_{21} , a_{12} , b_{12} , c_{12} (табл. 55). Точность по данным проверочной последовательности характеризуется величинами δ_{12}^2 , δ_{21}^2 , δ_{22}^2 (табл. 57).

Третий ряд селекции. В третьем ряду участвует пять уравнений для переменных y_{13} , y_{23} , y_{31} , y_{32} и y_{33} . Действуя аналогично предыдущему, находим коэффициенты этих уравнений и оцениваем точность (величины δ_{13}^2 , δ_{23}^2 , δ_{31}^2 , δ_{32}^2 и δ_{33}^2 в табл. 55). В четвертом ряду селекции будут участвовать семь уравнений, в пятом — девять и т. д.

Остановка процесса селекции. Увеличение рядов продолжаем до первого (или до второго, третьего и т. д. по нашему выбору) локального минимума ошибки. Как только ошибка начала увеличиваться (или стала слабо снижаться) — расчет ошибки прекращается. Плоскость ошибок $i-j$ показана на табл. 55.

В данном примере оказалось, что минимум ошибки находится в восьмом ряду селекции. В следующем девятом ряду ошибка уже больше. Следовательно, уравнение предсказания, которое мы ищем, может быть представлено набором «частичных» описаний, приведенных в табл. 54 ($i_{\text{опт}} = 8$, $j_{\text{опт}} = 1$).

Исключая промежуточные переменные, можно найти эквивалент полного описания в виде полного степенного полинома при $N = 8$ и $n = 1$. Число членов его $C_{N+n}^n = 9$.

Таблица 54

предсказания и управления величиной Φ_1

селекции			
5-й	6-й	7-й	8-й
$y_{51} = a_{51} +$ $+ b_{51}x_5 +$ $+ c_{51}y_{41};$ $a_{51} = 0,0008641;$ $b_{51} =$ $= -0,00201404;$ $c_{51} = 1,04893$	$y_{61} = a_{61} + b_{61}x_6 \times$ $\times 1 + c_{61}y_{51};$ $a_{61} =$ $= -0,00000147684;$ $b_{61} =$ $= -0,00000049228;$ $c_{61} = 0,99992$	$y_{71} = a_{71} +$ $+ b_{71}x_7 +$ $+ c_{71}y_{61};$ $a_{71} =$ $= -0,000740970;$ $b_{71} =$ $= 0,00990018;$ $c_{71} = 0,926172$	$y_{81} = a_{81} +$ $+ b_{81}x_8 +$ $+ c_{81}y_{71};$ $a_{81} =$ $= 0,00117778;$ $b_{81} =$ $= -0,0200428;$ $c_{81} = 1,05724$

Среднеквадратичные ошибки для различных частных описаний $\delta_j^2 \cdot 10^2$

(i — номер строки; j — номер столбца)

$\begin{array}{c} i \\ j \end{array}$	1	2	3	4	5	6	7
1	0,176570	0,188860	0,191562	0,195242	0,191040	0,191045	0,204860
2	0,338398	0,376012	0,370535	0,260925	0,262382	0,259295	0,260627
3	0,187475	0,203448	0,202150	0,176330	0,173368	0,173307	0,171950
4	0,361030	0,392502	0,383345	0,315702	0,314112	0,313182	0,316695
5	0,187612	0,209407	0,204655	0,189918	0,188157	0,187797	0,183932
6	0,453573	0,473460	0,463623	0,383610	0,386705	0,385012	0,399532
7	0,213970	0,237755	0,232482	0,200913	0,200888	0,201052	0,203165
8	0,690357	0,687187	0,679803	0,529723	0,540725	0,538075	0,584928
9	0,362840	0,374402	0,373292	0,267375	0,273062	0,274373	0,307592
10	1,29729	1,23968	1,24062	0,884792	0,914592	0,910145	1,04610
11	0,94432	0,899100	0,913740	0,551050	0,576140	0,579700	7,22652
12	2,91870	2,71480	2,74108	1,80268	1,88218	1,87465	2,26074
13	2,92782	2,69290	2,75285	1,56105	1,64973	1,65712	2,15555
14	7,41952	6,80447	6,91295	4,29227	4,51227	4,49860	5,60140

i	8	9	10	11	12	13	14
1	<u>10,160982</u>	0,185463	0,180775	0,181495	0,184315	0,182362	0,199245
2	0,264952	0,262837	0,262280	0,262067	0,262442	0,262080	0,270685
3	0,178793	0,184743	0,186050	0,186832	0,189550	0,186573	0,208295
4	0,318075	0,314498	0,312282	0,312390	0,314617	0,312513	0,331037
5	0,185785	0,192780	0,195137	0,196160	0,199318	0,195760	0,218578
6	0,394332	0,375973	0,375715	0,376087	0,377693	0,376415	0,393420
7	0,200602	0,200820	0,201618	0,202257	0,204093	0,202145	0,219360
8	0,569032	0,518445	0,518458	0,518613	0,518315	0,519725	0,528057
9	0,293352	0,267570	0,265133	0,264818	0,263203	0,265950	0,267248
10	1,00590	0,876400	0,874392	0,873733	0,867690	0,877620	0,858687
11	0,675442	0,562942	0,553057	0,550373	0,538790	0,555600	0,510173
12	2,15522	1,81745	1,80748	1,80364	1,78063	1,81516	1,71599
13	2,01062	1,62304	1,59281	1,58338	1,54276	1,60090	1,41739
14	5,31808	4,39863	4,36380	4,35027	4,27728	—	4,04615

Исходные данные за 15 лет

Переменные	Годы			
	1 (1954)	2 (1955)	3 (1956)	4 (1957)
А б с о л ю т н ы е				
$\phi_1 = I - \delta$	0,689	0,698	0,697	0,692
$\phi_2 = I_{FG} + I_{FG}$	117	—155	208	233
$v_1 = T_{II}$	1236	1330	1452	1602
$v_2 = T_c$	892	972	894	972
$v_3 = u$	412	441	464	512
$v_4 = K$	$64,88 \cdot 10^3$	$69,72 \cdot 10^3$	$74,8 \cdot 10^3$	$79,17 \cdot 10^3$
$v_5 = G$	3185	3251	3515	3668
Т р е н д ы				
ϕ_1^*	0,6851	0,6871	0,6909	0,6965
ϕ_2^*	43,972	93,9577	123,2492	134,3481
v_1^*	1232,3352	1944,4569	1455,2951	1570,0491
v_2^*	873,3798	944,5949	977,8422	980,4375
v_3^*	973,8002	450,7397	505,0590	544,1065
v_4^*	65593	70033	74138	78044
v_5^*	3171	3309	3459	3625
Н о р м и р о в а н н ы е о т к л о н е н и я				
$\varphi_1 = \frac{\phi_1 - \phi_1^*}{\phi_1^*}$	0,0048	0,0158	0,0088	—0,0064
$\varphi_2 = \frac{\phi_2 - \phi_2^*}{\phi_2^*}$	1,6634	—26,497	0,6876	0,7343
$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}$	0,0029	—0,0107	—0,0022	0,0203
$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}$	0,0224	0,0290	—0,0857	—0,0086
$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}$	0,0963	—0,0216	—0,0812	—0,0590
$v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}$	—0,0108	—0,0044	0,0089	0,0144
$v_5 = \frac{V_5 - V_5^*}{V_5^*}$	0,0042	—0,0176	0,0161	0,0118

Годы			
5 (1958)	6 (1959)	7 (1960)	8 (1961)
в е л и ч и н ы			
0,674	0,697	0,795	0,736
344	143	—265	—4
1696	1776	1991	2249
1010	968	715	813
548	658	656	640
83,421 · 10 ³	85,56 · 10 ³	88,35 · 10 ³	93,385 · 10 ³
3750	4001	4248	4589
0,7033	0,7107	0,7181	0,7249
129,7768	112,0637	83,7372	47,3257
1693,9152	1832,0917	1989,7769	2172,1671
959,6966	922,935	877,4694	130,6147
573,2306	597,7797	623,1022	654,5465
81892	85819	89966	94471
3812	4023	4264	4538
о т т р е н д о в			
—0,0416	—0,0192	0,0235	0,0153
1,6507	0,2760	—4,1646	—1,0845
0,0012	—0,0306	0,0006	0,0353
0,0524	0,0488	—0,1851	—0,0212
—0,0440	0,1007	0,0527	—0,0222
0,0186	—0,0030	—0,0179	—0,0115
—0,0161	—0,0054	—0,0036	0,0112

Переменные	Годы			
	9 (1962)	10 (1963)	11 (1964)	12 (1965)
А б с о л ю т н ы е				
$\phi_1 = I - \delta$	0,724	0,729	0,747	0,741
$\phi_2 = I_{FG} + I_{FG}$	112	114	-381	-50
$v_1 = T_H$	2458	2510	2801	3344
$v_2 = T_c$	981	857	709	659
$v_3 = u$	688	830	813	919
$v_4 = K$	$98,98 \cdot 10^3$	$104,7 \cdot 10^3$	$111,18 \cdot 10^3$	$120,098 \cdot 10^3$
$v_5 = G$	4920	5184	5512	6043
Т р е н				
ϕ_1^*	0,7305	0,7343	0,7357	0,7341
ϕ_2^*	5,3576	-39,6387	-86,1348	-128,6023
v_1^*	2384,4616	2631,8579	2919,5532	3252,7459
v_2^*	789,6871	762,0021	754,8758	775,6239
v_3^*	697,4610	757,1941	839,0942	948,5097
v_4^*	99473	105111	111524	118860
v_5^*	4850	5205	5606	6058
Н о р м и р о в а н н ы е о т к л о н е н и я				
$\varphi_1 = \frac{\phi_1 - \phi_1^*}{\phi_1^*}$	-0,0088	-0,0072	0,0153	0,0093
$\varphi_2 = \frac{\phi_2 - \phi_2^*}{\phi_2^*}$	19,9046	-3,8759	3,4752	-0,6112
$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}$	0,0308	-0,0463	-0,0406	0,0280
$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}$	0,2422	0,1246	-0,0607	-0,1503
$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}$	-0,0135	0,0961	-0,0310	-0,0311
$v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}$	-0,0049	-0,0039	-0,0030	0,0104
$v_5 = \frac{V_5 - V_5^*}{V_5^*}$	0,0143	-0,0040	-0,0167	-0,0025

Годы			
13 (1966)	14 (1967)	15 (1968)	16 (1969)
в е л и ч и н ы			
0,716	0,711	0,709	—
64	—283	—265	—
3714	4061	4559	—
725	1036	1085	—
1030	1293	1520	—
129,58 · 10 ³	136,086 · 10 ³	146,74 · 10 ³	—
6572	7246	7702	—
л ы			
0,7289	0,7193	0,7053	0,6857
—167,5125	—199,3375	—211,549	—231,6183
3636,6336	4076,4141	4577,2852	5144,4447
831,5622	930,0065	1078,2726	1283,6763
1090,7896	1271,2805	1495,3326	1768,2937
127229	136799	147700	160071
6566	7133	7765	8464
о т т р е н д о в			
—0,0149	—0,0118	0,0052	—
—1,3820	0,4196	0,1961	—
0,0212	—0,0062	—0,0039	—
—0,1281	0,1139	0,0862	—
—0,0557	0,0170	0,0164	—
0,0184	—0,0052	—0,0065	—
0,0009	0,0157	—0,0080	—

Наиболее точное (единственное оптимальное) уравнение содержит восемь признаков (правый угол табл. 56). Принимаем, что $\varphi_1 = y_{81}$. При таком выборе результата селекции точность предсказания шести точек проверочной последовательности оценивается величиной

$$\delta_{81}^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 [y_{81(i)} - \varphi_{(i)}]^2 = 0,160982 \cdot 10^{-2}$$

или

$$\begin{aligned} \Delta_{81} &= \frac{\sum_{i=1}^6 [y_{81(i)} - \varphi_{(i)}]^2 \cdot 100}{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \varphi_{(i)}^2} = \\ &= \frac{(0,160982 \cdot 10^{-2} \cdot 100)}{\frac{1}{6} [(-0,03059)^2 + (0,04162)^2 + (0,02513)^2 + (0,02833)^2 + \\ &\quad + (-0,0223)^2 + (-0,02661)^2]} = 0,18 \cdot 10^3\%. \end{aligned}$$

Таким образом убеждаемся, что как только число селектируемых переменных сокращается до единицы ($q(\Theta_3) = 1$), алгоритм МГУА становится слишком жестким, детерминированным и большая точность не достигается. Еще раз подтверждаются преимущества мягких алгоритмов самоорганизации — законов эволюционного развития природы. Для повышения точности нужно перейти к другим схемам данного алгоритма или к другим алгоритмам МГУА, предусматривающим более широкий самоотбор.

ПРЕДСКАЗАНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ Φ_1 НА СЛЕДУЮЩИЙ, ШЕСТНАДЦАТЫЙ ГОД

Для шестнадцатого года наблюдений (т. е. для 1969 г.) признаки имеют следующие значения

$x_1 = 0,28413$	$x_6 = 0,75$	$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} = 0,602415 \\ x_{12} = 1,114712 \end{array} \right.$
$x_2 = -0,00141$	$x_7 = 0,30303$	
$x_3 = 0,625$	$x_8 = 0,35217$	
$x_4 = 0,6935$	$x_9 = 0,51637$	
$x_5 = 0,875$	$x_{10} = 1$	

Подставив эти цифры в уравнения табл. 56, получим предсказание

$$|\varphi_1 = y_{81} = -0,030978961.$$

Учитывая среднее значение, получаем

$$\Phi_1 = \bar{\Phi}_1 (1 + \varphi_1) = 0,71104 (1 - 0,03097961) = 0,689012258.$$

Действительное значение показателя Φ_1 для 1969 г.:

$$\Phi_1 = \frac{W + \Pi}{\frac{1}{3} k} = \frac{30183 + 6523}{\frac{1}{3} \cdot 159,36} = \frac{37706}{\frac{1}{3} \cdot 159,36 \cdot 10^{-3}} = 0,71.$$

Абсолютная ошибка предсказания $\Delta\Phi_1 = 0,02$ (около 2%).

Оптимизация порогов $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$. Выше были приняты следующие значения порогов:

а) длина учитываемой предыстории $\Theta_1 = 4$ года;

б) квадратичная ошибка δ_i^2 , при которой проходит $q(\Theta_2) = 14$ признаков (из 38 возможных);

в) порог по точности такой, при котором из ряда в следующий ряд селекции проходят только одна переменная $q(\Theta_3) = 1$ (схема: 14—1—14—1—14—1 и т. д.).

Для выбора оптимальных значений этих величин, в смысле минимума величины среднеквадратичной ошибки, расчеты следует повторить с самого начала для ряда их значений. При этом точность искомой системы уравнений регрессии (модели) повысится. Например, варьируя коэффициент k в формуле структуры

$$14 - 14 - k14 - 14 - k14 - 14 - k14 - 14 - k14 - 1,$$

можно при помощи ряда расчетов найти оптимальные значения порога $\Theta_3 = k$ ($k_{\text{опт}} = 14$).

При таком значении порога Θ_3 среднеквадратичная ошибка $\delta^2 = 0,000029$, т. е. на порядок меньше. Степень модели повышается до 8-й: $\Delta_8 = 0,5\%$.

Таким образом, существует еще ряд неиспользованных возможностей дальнейшего повышения точности. Наша цель — только показать, что и как следует считать. Прежде чем получить практические рекомендации, расчеты следует провести в значительно большем объеме, чем это сделано здесь, со всеми необходимыми оптимизациями и уточнениями.

Преобразование входных данных (приведение задачи предсказания к задаче идентификации)

Переменные	Г о д ы						
	16 (1969)	15 (1963)	14 (1967)	13 (1966)	12 (1965)	11 (1964)	10 (1963)
D^2	-0,0039	12,100	15,080	396,288	1,220	17,456	0,108
φ_1		0,0052	-0,0118	-0,0149	0,0093	0,0153	-0,0072
$x_1 = v_{16}$		-0,0039	-0,0062	0,0212	0,0280	-0,0406	-0,0463
$x_2 = v_{26}$		0,0062	0,1139	-0,1281	-0,1503	-0,0607	0,1246
$x_3 = v_{36}$		0,0164	0,0170	-0,1503	-0,0311	-0,0310	0,0961
$x_4 = v_{46}$		-0,0065	-0,0052	0,0184	0,0104	-0,0030	-0,0039
$x_5 = v_{56}$		-0,0080	0,0157	0,0009	-0,0025	-0,167	-0,0040
$x_6 = v_{1(6-1)}$	-0,0039	-0,0062	0,0212	0,0280	-0,0406	-0,0463	0,0308
$x_7 = v_{3(6-1)}$	0,0164	0,0170	-0,0557	-0,0311	-0,0310	0,0961	-0,0135
$x_8 = \varphi_{1(6-2)}$	-0,0118	-0,0149	0,0093	0,0153	-0,0072	-0,0088	0,0153
$x_9 = v_{2(6-2)}$	0,1139	-0,1281	-0,1503	-0,0607	0,1246	0,2422	-0,0212
$x_{10} = v_{4(6-2)}$	-0,0052	0,0184	0,0104	-0,0030	-0,0039	-0,0049	-0,0115
$x_{11} = v_{1(6-3)}$	0,0212	0,0280	-0,0406	-0,0463	0,0308	0,0353	0,0006
$x_{12} = \varphi_{2(6-4)}$	-0,6112	3,4752	-3,8759	19,9048	-1,0845	-4,1646	0,2760
$x_{13} = v_{2(6-1)}$	-0,1503	-0,0601	0,1246	0,2422	-0,0212	-0,1851	0,0488
$x_{14} = v_{5(6-1)}$	-0,0026	-0,0167	-0,0040	0,0143	0,0112	-0,0036	-0,0054

Годы

Переменные

	9 (1962)	8 (1961)	7 (1960)	6 (1959)	5 (1958)	4 (1957)	3 (1956)
D^2	2,826	0,548	0,535	7,0381	2,786	0,013	0,016
φ_1	-0,0088	0,0153	0,0235	0,0192	-0,0416	-0,0064	0,0088
$x_1 = v_{16}$	0,0308	0,0353	0,0006	-0,0306	0,0012	0,0203	-0,0022
$x_2 = v_{26}$	0,2422	-0,0212	-0,1851	0,0488	-0,0524	-0,0086	-0,0857
$x_3 = v_{36}$	-0,0135	-0,0222	0,0527	0,1007	-0,0440	-0,059	-0,0812
$x_4 = v_{46}$	-0,0049	-0,0115	-0,0179	-0,0030	0,0186	0,0144	0,0089
$x_5 = v_{56}$	0,0143	0,0112	-0,0036	-0,0054	-0,0161	0,0118	0,0161
$x_6 = v_{1(6-1)}$	0,0353	0,0006	-0,0306	0,0012	0,0203	-0,0022	-0,0107
$x_7 = v_{3(6-1)}$	-0,0222	0,0527	0,1007	-0,0440	-0,059	-0,0812	-0,0216
$x_8 = \varphi_{1(6-2)}$	0,0235	0,0192	-0,0416	-0,0064	0,0088	0,0158	0,0048
$x_9 = v_{2(6-2)}$	-0,1851	0,0488	0,2524	-0,0086	-0,0857	0,0290	-0,0224
$x_{10} = v_{4(6-2)}$	-0,179	-0,0030	0,0186	0,0144	0,0089	-0,0044	-0,010
$x_{11} = v_{1(6-3)}$	-0,0306	0,0012	0,0203	-0,0022	-0,0107	0,0029	-
$x_{12} = \varphi_{2(6-4)}$	1,6507	0,7343	0,6876	-2,6491	1,6634	-	-
$x_{13} = v_{2(6-1)}$	0,0524	-0,0086	-0,0857	0,0290	0,0224	-	-
$x_{14} = v_{5(6-1)}$	-0,0161	0,0118	0,0161	-0,0176	0,0042	-	-

УСРЕДНЕННЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ КАЧЕСТВА

При массовой селекции качество растений, отобранных из данного посева, оценивается не по одному лучшему растению, а по средним показателям. В соответствии с этим, оценкой точности данного ряда селекции в алгоритмах МГУА следует принять среднее значение среднеквадратичных ошибок, рассчитанных по проверочной последовательности, отобранных в данном ряду. Например, при схеме отбора 14—91—14—91—14—91—14—91— и т. д. оценкой точности каждого ряда служит среднее значение среднеквадратичной ошибки для 14 переменных. Как только среднее значение станет меньше некоторого порога (около 5%) — селекция останавливается, т. е. увеличение числа рядов прекращается.

ТРЕБОВАНИЯ К ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Чем выше степень оптимального полного описания — тем выше требования к точности счета. При квадратичных или кубических описаниях достаточно использовать машину, учитывающую семь знаков после запятой. При описаниях 32 или 64-й степени точность счета должна быть значительно выше: нужна машина, учитывающая 15—20 знаков после запятой. Кроме того, в алгоритмах МГУА, учитывающих нестационарности при помощи трендов, чем выше выбрана степень тренда — тем выше требования к точности машины.

Наиболее требовательным к точности счета является алгоритм с квадратичными полиномами, хотя он и дает наиболее точные модели. Менее требователен алгоритм с последовательным вводом переменных. Совсем мало требовательны логические и вероятностные алгоритмы МГУА.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПО АЛГОРИТМУ МГУА С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОЛИНОМАМИ

Вместо абсолютных значений воспользуемся относительными отклонениями всех переменных, измеренными от их трендов:

$$v_1 = \frac{V_1 - V_1^*}{V_1^*}; \quad v_4 = \frac{V_4 - V_4^*}{V_4^*}; \quad \varphi_2 = \frac{\Phi_2 - \Phi_2^*}{\Phi_2^*};$$

$$v_2 = \frac{V_2 - V_2^*}{V_2^*}; \quad v_5 = \frac{V_5 - V_5^*}{V_5^*};$$

$$v_3 = \frac{V_3 - V_3^*}{V_3^*}; \quad \varphi_1 = \frac{\Phi_1 - \Phi_1^*}{\Phi_1^*}.$$

Рассмотрим эти отклонения от трендов, как взаимозависимые стационарные процессы времени.

Построение тренда при $m=3$. На рис. 61 и в табл. 56 указаны 15 узлов. Выберем кубический полином

$$\Phi_1 = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3.$$

Написав его 15 раз и подставив данные, получим систему условных уравнений. Пользуясь правилом усреднения, получим четыре нормальных уравнения Гаусса с четырьмя неизвестными переменными:

$$9,309 = 15a_0 + 120a_1 + 1240a_2 + 14400a_3;$$

$$81,164 = 120a_0 + 1240a_1 + 14400a_2 + 178312a_3;$$

$$866,740 = 1240a_0 + 14400a_1 + 178312a_2 + 2299200a_3;$$

$$10254,801 = 14400a_0 + 178312a_1 + 2299200a_2 + 30482920a_3.$$

Решая

$$a_0 = 0,6873; \quad a_1 = 0,0033; \quad a_2 = 0,0018; \quad a_3 = -0,0001,$$

получаем тренд процесса

$$\Phi_1^* = 0,6873 - 0,0033t + 0,0018t^2 - 0,0001t^3.$$

Функция для тренда должна быть соответственно выбрана. Например, из рис. 61 видно, что полиномиальный тренд хорош для переменной Φ_1 , но для переменной Φ_2 лучше использовать гармонический тренд.

Выбор длины интервала предыстории. Покажем (для краткости), как было выведено уравнение управления для переменной φ_1 (показатель занятости в промышленности).

В качестве первой попытки выберем интервал учитываемой предыстории $T = \Theta_1 = 4$ года (первый порог самоотбора). Уравнения управления для φ_1 имеют вид:

$$\varphi_{16} = f[\varphi_{1(6-1)}, \varphi_{1(6-2)}, \varphi_{1(6-3)}, \varphi_{1(6-4)};$$

$$\varphi_{2(6-1)}, \varphi_{2(6-2)}, \varphi_{2(6-3)}, \varphi_{2(6-4)};$$

$$v_{16}, v_{1(6-1)}, v_{1(6-2)}, v_{1(6-3)}, v_{1(6-4)};$$

$$v_{26}, v_{2(6-1)}, v_{2(6-2)}, v_{2(6-3)}, v_{2(6-4)};$$

$$v_{36}, v_{3(6-1)}, v_{3(6-2)}, v_{3(6-3)}, v_{3(6-4)};$$

$$v_{46}, v_{4(6-1)}, v_{4(6-2)}, v_{4(6-3)}, v_{4(6-4)}].$$

Выбор наиболее полезных аргументов. Чтобы сократить вычисления, выберем только 14 аргументов, которые имеют наиболее сильную корреляцию с выходной переменной φ_1 (второй пороговый самоотбор по корреляционному критерию $q(\Theta_2) = 14$).

Обозначим выбранные переменные следующим образом:

$$x_1 = v_{16}; x_2 = v_{26}; x_3 = v_{36}; x_4 = v_{46}; x_5 = v_{56};$$

$$x_6 = v_{1(6-1)}; x_7 = v_{3(61)};$$

$$x_8 = v_{(6-2)}; x_9 = v_{2(6-2)}; x_{10} = v_{4(6-2)}; x_{11} = v_{1(6-3)};$$

$$x_{12} = v_{2(6-4)}; x_{13} = v_{2(6-2)}; x_{14} = v_{5(6-4)}.$$

В этих обозначениях получим уравнение управления в виде

$$\varphi_{16} = f_3(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12} x_{13} x_{14}).$$

Построение обучающей и проверочной последовательностей. Располагая входными данными только за 15 лет (рис. 61) и выбрав интервал учитываемой предыстории равным четырем годам, можно построить только 13 точек интерполяции. Десять из них, имеющих большее значение дисперсии D^2 , используем для обучающей последовательности, а три точки (имеющих меньшую дисперсию D^2) — для проверочной последовательности (табл. 57, 58 и 59).

Подсчитаем дисперсию для точки 3 (табл. 58).

$$D^2 = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n)^2 = \frac{1}{14}[0,0212^2 + (-0,1281^2) + (-0,0557)^2 + \dots + 0,0143^2] = 396,288.$$

Первый ряд селекции по критерию среднеквадратичной ошибки. Можно осуществить 91 комбинацию из 14 аргументов по два. Для каждой комбинации напомним частное уравнение регрессии 2-й степени

$$y_a = a_{0a} + a_{1a}x_b + a_{2a}x_c + a_{3a}x_b^2 + a_{4a}x_c^2 + a_{5a}x_bx_c,$$

где $a = 1, 2, \dots, 91$; b и c являются индексами для всех 91 комбинаций. Так получаем 91 систему условных уравнений и, следовательно, 91 систему нормальных уравнений Гаусса с матрицами 6×6 элементов. Значения коэффициентов находим с помощью решения систем нормальных уравнений, построенных по обучающей последовательности данных. Затем подсчитываем точность каждой перемен-

Обучающая последовательность

N	3	5	2	1	10	7	11	4	8	9
D^2	396,288	17,456	15,080	12,100	7,0381	2,826	2,786	1,220	0,548	0,535
φ_1	-0,0145	0,0153	-0,0118	0,0052	-0,0192	-0,008	-0,0416	0,0093	0,0153	0,0235
x_1	0,0212	-0,0406	-0,0062	-0,0039	-0,0306	0,0308	0,0012	0,0280	0,0358	0,0006
x_2	-0,1281	-0,0607	0,1139	0,0062	0,0488	0,2422	0,0524	-0,7503	-0,0212	-0,1851
x_3	-0,056	-0,0310	0,0170	0,0164	0,1007	-0,0135	-0,0140	-0,0311	-0,0222	0,0527
x_4	0,0184	-0,0030	-0,0052	-0,0065	-0,0030	-0,0049	0,0186	-0,0104	-0,0115	-0,0179
x_5	0,0009	-0,0167	0,0157	-0,008	-0,0051	0,0143	-0,0161	-0,0025	0,0112	-0,0036
x_6	0,0280	-0,0465	0,0212	-0,0062	0,0012	0,0353	0,0203	-0,0406	0,0006	-0,0306
x_7	-0,0311	0,0461	-0,0557	0,0170	-0,0440	-0,0222	-0,059	-0,0310	0,0527	0,1007
x_8	0,0153	-0,0088	0,0093	-0,0147	-0,0064	0,0235	0,0088	-0,0072	-0,0192	-0,0416
x_9	-0,0607	0,2422	-0,1503	-0,1281	-0,0086	-0,1851	-0,0857	0,1246	0,0488	0,0524
x_{10}	-0,0030	-0,0049	0,0104	0,0184	0,0144	-0,0179	0,0089	-0,0039	-0,0030	0,0186
x_{11}	-0,0463	0,0353	-0,0406	0,0280	-0,0022	-0,0306	-0,0167	0,0308	0,0012	0,0203
x_{12}	19,9048	-4,1646	-3,876	3,4752	-2,6497	1,6507	1,6634	-1,0845	0,7343	0,6876
x_{13}	0,2422	-0,1851	0,1246	-0,0607	0,0240	0,0524	0,0224	-0,0212	-0,0086	-0,0857
x_{14}	0,0143	-0,0036	-0,0010	-0,0167	-0,0176	-0,0161	0,0042	0,0112	0,0118	0,0161
y_{23}	-0,0143	0,0078	-0,0156	-0,0091	-0,0098	-0,0127	-0,0116	0,0195	-0,0045	0,0225
z_{63}	-0,0152	0,0116	-0,0253	0,0063	-0,0126	-0,0161	-0,0173	0,0149	0,0017	0,0242
φ_{45}	-0,0184	0,0114	-0,0118	0,0062	-0,0145	-0,0107	-0,0413	0,0133	0,0148	0,0232

ной y_a , пользуясь только проверочной последовательностью данных. Из всех переменных мы выбираем 14 наиболее точных (третий порог самоотбора $q(\theta_3) = 14$).

Таблица 59

Проверочная последовательность

N	6	13	12	$\delta z \cdot 10^4$
D^2	0,108	0,016	0,013	—
φ_1	—0,0072	0,0088	—0,0064	—
x_1	—0,0463	—0,0022	0,0203	—
x_2	0,1246	—0,0857	—0,0086	—
x_3	0,0961	—0,0812	—0,0590	—
x_4	—0,0039	0,0089	0,0144	—
x_5	—0,0040	0,0161	0,0118	—
x_6	0,0308	—0,0107	—0,0022	—
x_7	—0,0135	—0,0216	—0,0812	—
x_8	0,0153	0,0048	0,0158	—
x_9	—0,0212	0,0224	0,0290	—
x_{10}	—0,0115	—0,0108	—0,0044	—
x_{11}	0,0006	—	0,0029	—
x_{12}	0,2760	—	—	—
x_{13}	0,0488	—	—	—
x_{14}	—0,0054	—	—	—
y_{23}	—0,0152	0,0054	—0,0053	0,77016
z_{02}	—0,0092	0,01	—0,002	0,24809
v_{45}	—0,0076	0,0104	—0,005	0,04605

Последующие ряды селекции по критерию среднеквадратичной ошибки. Четырнадцать промежуточных переменных y_a , выбранных на первом ряду, дают снова 91 комбинацию по два в следующем (третьем) ряду:

$$z_a = b_{0a} + b_{1a}y_b + b_{2a}y_c + b_{3a}y_b^2 + b_{4a}y_c^2 + b_{5a}y_by_c,$$

где $a = 1, 2, \dots, 91$; b и c — индексы для всех 91 комбинаций. Повторяем подсчет коэффициентов и оценку точности для переменных z_a . Затем выбираем 14 переменных для следующего (четвертого) ряда:

$$v_a = c_{0a} + c_{1a}z_b + c_{2a}z_c + c_{3a}z_b^2 + c_{4a}z_c^2 + c_{5a}z_bz_c,$$

где $1, 2, \dots, 91$; b и c изучены для всех 91 комбинаций. Так переходим из ряда в ряд, контролируя величину среднеквадратичной ошибки. Переменные различных рядов обозначены следующими буквами:

Ряд: 0 1 2 3 4 5 6 7.

Буква: x y z v w p q s.

Изменение точности переменных показано в табл. 59 и 60. Достаточно малая ошибка достигается в третьем ряду селекции.

Результаты расчетов. Уравнение управления для выходной переменной φ_1 может быть представлено полиномами.

$$\varphi_1 = v_{45} = 0,003323 + 0,646507z_{37} + 0,526509z_{37} - 16,153265z_{87}z_{37} + 0,865475z_{87} + 0,180493z_{37}^2;$$

$$z_{87} = 0,008973 - 0,156455y_{82} + 1,251193y_{24} - 39,357736y_{82}y_{24} + 8,323526y_{82}^2 - 17,029865y_{24}^2;$$

$$z_{37} = -0,007554 + 1,215627y_{37} - 0,093074y_{42} - 134,128761y_{37}y_{42} + 62,837984y_{37}^2 + 82,155422y_{42}^2;$$

$$y_{82} = -0,105098 - 0,279247x_{10} - 0,502991x_{11} + 6,177137x_{10}x_{11} + 14,975779x_{10}^2 + 8,386482x_{11}^2;$$

$$y_{24} = -0,009200 - 0,075002x_2 - 0,075860x_{13} + 0,283867x_2x_{13} + 0,276377x_2^2 + 0,126828x_{13}^2;$$

$$y_{37} = -0,002446 - 0,900065x_4 - 0,041400x_5 + 78,041982x_4x_5 + 19,375319x_4^2 - 1,912654x_5^2;$$

$$y_{42} = 0,00463879 - 0,945760x_4 - 0,728913x_{10} - 109,743571x_4x_{10} - 8,106316x_4^2 - 53,126352x_{10}^2.$$

Точность можно оценить следующими цифрами:

$$\delta^2 = 0,46 \cdot 10^{-5} \text{ или } \Delta = \frac{\sum_{i=1}^3 (\varphi_i - v_{15,i})^2}{\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2} \cdot 100 = \frac{0,46 \cdot 10^{-5}}{0,17 \cdot 10^{-3}} = 2,71\%.$$

Изменение среднеквадратичной ошибки от одного уровня к другому

y_8	0,0002018	z_3	0,0001203	v_1	0,0000361	w_{10}	0,0000016
y_{23}	0,000077	z_{17}	0,0000295	v_{14}	0,0002333	w_{17}	0,0000859
y_{26}	0,0028734	z_{31}	0,0004168	v_{26}	0,0000650	w_2	0,0000391
y_{42}	0,0001649	z_{87}	0,0000527	v_{45}	0,0000056	w_{38}	0,0000049
y_{37}	0,000214	z_{49}	0,0000492	v_{47}	0,0000077	w_{37}	0,0000140
y_{58}	0,0002541	z_{62}	0,0000248	v_{38}	0,0000267	w_{61}	0,0000038
y_{65}	0,0004655	z_{39}	0,0001265	v_{68}	0,0000562	w_{89}	0,0000238
y_{72}	0,0001619	z_{40}	0,0000809	v_{57}	0,0000345	w_{57}	0,0000075
y_{80}	0,0001437	z_{58}	0,0001100	v_8	0,0000681	w_{79}	0,0000179
y_{88}	0,0001177	z_{21}	0,0001258	v_{42}	0,0000195	w_{83}	0,0000079
y_{82}	0,0002175	z_{22}	0,0000796	v_{52}	0,0000081	w_{87}	0,0000091
y_{79}	0,0001454	z_{23}	0,0000839	v_{33}	0,0000208	w_{44}	0,0000054
y_{24}	0,0001718	z_{87}	0,0001116	v_{54}	0,0000105	w_{12}	0,0000138
y_{85}	0,0003389	z_{76}	0,0001689	v_{13}	0,0001046	w_{91}	0,0000410

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2			14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3				26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
4					37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
5						47	48	49	50	51	52	53	54	55
6							56	57	58	59	60	61	62	63
7								64	65	66	67	68	69	70
8									71	72	73	74	75	76
9										77	78	79	80	81
10											82	83	84	85
11												86	87	88
12													89	90
13														91

Принимая во внимание, что ошибка подсчитана на отдельной проверочной последовательности, можно сказать, что она действительно мала.

НЕАДЕКВАТНОСТЬ ОБЫЧНОЙ ТЕОРИИ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассматривая изменение ошибки из ряда в ряд селекции, можно объяснить, почему теория, основанная на дифференциальных уравнениях, не адекватна решению сложных задач. Что может предложить теория регулирования для описания динамики экономики Англии? Она может дать линейные дифференциальные уравнения первого или пятого порядка. Такие описания эквивалентны линейным полиномиальным описаниям, которые менее точны, чем первый ряд квадратичной селекции. Они дают малое соответствие с экспериментальными данными (ошибка более чем $\Delta = 100\%$). В третьем ряду селекции, где степень полного полинома равна $2^3 = 8$, получим ошибку $\Delta = 2,71\%$. Теория регулирования не может дать такое точное описание экономики Англии.

Из табл. 56 можно подставить в уравнение действительные для 1969 г. следующие цифры:

$$\Phi_1 = \varphi_1 \Phi_1^* + \Phi_1^*, \text{ где } \Phi_1^* = 0,6857 \quad (\text{числовой тренд})$$

$$x_6 = -0,0039; \quad x_9 = 0,1139; \quad x_{12} = -0,6112;$$

$$x_7 = 0,0164; \quad x_{10} = -0,0052; \quad x_{13} = -0,1503;$$

$$x_8 = -0,0118; \quad x_{11} = 0,0212; \quad x_{14} = -0,0026.$$

Так получаем уравнение управления в виде

$$\Phi_1 = f(a_1, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5),$$

где a — цифровой параметр.

Уравнения оптимизации (для 1969 г.) будут:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial v_1} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial v_2} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial v_3} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial v_4} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial v_5} = 0.$$

Эти уравнения позволяют найти оптимальное значение регулирующих воздействий, которые максимизируют показатель Φ_1 .

Оптимизация порогов. Выше были выбраны следующие значения порогов: $\Theta_1 = 4$ года, $q(\Theta_2) = 14$ признаков,

$q(\theta_3) = 14$ переменных. Кроме того, мы разделили множество узлов интерполяции на обучающую и проверочную последовательности в соотношении 10:3. Наконец, были найдены тренды всех переменных, как кривые только 3-й степени ($m = 3$). Все эти цифры можно оптимизировать при помощи расчета или сравнения нескольких вариантов с тем, чтобы повысить точность (если это необходимо). Остальные показатели экономической ситуации, кроме φ_1 , также могут быть предсказаны и управляться по способу, показанному выше.

Предсказание для 1969 г. Значения регулирующих воздействий на 1969 г. известны:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0,01196539; & x_2 &= -0,1243898; \\x_3 &= -0,04597296; & x_4 &= -0,04441776; \\x_5 &= -0,0408790.\end{aligned}$$

Эти цифры можно подставить в уравнение управления и подсчитать*, что $\varphi_1 = 0,0177$.

Значение тренда $\Phi_1^* = 0,6857$.

Таким образом предсказываем

$$\phi_1 = \varphi; \quad \Phi_1^* + \Phi^* = 0,6857(1 + 0,0177) = 0,6978.$$

Действительные значения для 1969 г.

$$\phi_1 = 0,691.$$

ВОПРОСЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НАКОПЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ

В приведенном выше примере показан алгоритм синтеза одного из уравнений управления экономикой Англии. Аналогичные уравнения должны быть получены для всех других выходных величин — показателей качества экономических ситуаций. Некоторые из этих показателей указаны выше (показатели δ , ϕ_2 , v_3 и др.). Обобщенный показатель качества имеет вид

$$\phi = \sqrt{\omega_1 \left(\frac{\delta}{\delta} \right) + \omega_2 \left(\frac{\phi_2}{\phi_2} \right) + \omega_3 \left(\frac{v_3}{v_3} \right)}.$$

* Эту цифру можно получить только в том случае, если коэффициенты подсчитаны с точностью, которая соответствует, по крайней мере, 15 десятичным знакам после запятой. Коэффициенты в уравнениях, указанных выше, имеют только шесть значащих цифр для краткости записи.

Уравнение управления для обобщенного показателя получается таким же способом, что и для каждого из показателей в отдельности. Для этого достаточно внести данные об этом показателе в исходные таблицы.

Для выбора оптимального управления на следующий год (например, на 16-й, т. е. 1969 г.) нужно подставить в уравнения управления значения всех наших регулирующих воздействий и варьировать их с учетом практических ограничений. Конкретно для 16-го года уравнение управления примет следующий общий вид:

$$\Phi_6 = f[av_{1(6)}v_{2(6)}v_{3(6)} \dots v_{m(6)}], \quad (36)$$

где буква a обозначает присутствие числовых параметров 16-го года. Располагая этим уравнением, можно решать два вопроса оптимального управления с накоплением информации:

1) какие значения нужно задать регулирующим воздействиям в следующем, например 16-м году, чтобы получить максимальный эффект в этом году (не заботясь о том, что произойдет в дальнейшем);

2) какие значения нужно задать регулирующим воздействиям, чтобы оптимальный выигрыш получить за ряд предстоящих лет, например, на ближайшие десять лет.

Вторая постановка вопроса является единственно правильной, но решение первой задачи настолько просто, что его стоит указать.

Определение основных уравнений оптимального управления ситуациями в общем виде. Полиномиальные описания в силу их аналитичности дают широкую возможность применения как методов математического программирования, так и градиентных методов поиска оптимального управления.

Если задача оптимального управления ставится как задача всемерной минимизации показателя качества Φ в следующем году, то *уравнения оптимального управления* можно получить, приравнявая нулю следующие производные:

$$\frac{\partial \Phi_{(6)}}{\partial v_{1(6)}} = 0, \quad \frac{\partial \Phi_{(6)}}{\partial v_{2(6)}} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Phi_{(6)}}{\partial v_{m(6)}} = 0, \quad (37)$$

где $\Phi_{(6)}$ — значение обобщенного показателя качества в будущем; $v_{1(6)}, v_{2(6)}, \dots, v_{m(6)}$ — значения регулирующих воздействий в будущем.

Эти уравнения являются основными в полиномиальной теории оптимального управления с накоплением информации. Они определяют собой геометрическое место точек, экстремумов (минимумов или максимумов) показателя качества Φ на следующий год. Так как формулы предсказания с каждым новым годом изменяются, то будут соответственно меняться и уравнения оптимального управления. Требуется адаптивная система управления.

Основные уравнения оптимального управления можно интерпретировать так: *полиномиальное описание регулирующей системы при оптимальном управлении с накоплением информации должно соответствовать полиномиальному описанию гребня экстремальной характеристики объекта*. В этом и состоит закон адекватности объекта и системы его управления [30].

КЛАССИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НА БЕСКОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ

Полиномиальное описание оптимального управления всей системы в целом состоит из двух составляющих: уравнений управления объекта (36) и основных уравнений оптимального управления (37). Соединяя эти два элемента вместе, получим описание системы, устойчивость которой определяется указанным выше способом (при помощи z -преобразования). Предварительно должны быть найдены формулы эквивалентного преобразования P -описания системы к виду, не содержащему промежуточных переменных.

Для получения P -описаний системы в виде, удобном для исследования устойчивости, достаточно повторить их вывод с самого начала, не пользуясь данными об изменении промежуточных переменных. Левая часть такого P -описания системы дает искомое характеристическое уравнение. Для исследования устойчивости на бесконечном интервале времени, по Ляпунову, нелинейное уравнение заменяется линейным уравнением первого приближения (т. е. используются два члена ряда Тейлора).

Техническая устойчивость на конечном интервале наблюдения. Критерий абсолютной устойчивости практически не подходит, так как дает завышенные требования к затуханию колебаний. Можно исследовать вопрос, как

влияет выбор величины шага уравнения k на ход тренда, т. е. на техническую устойчивость системы управления (полагаем k равным для всех воздействий).

Мера устойчивости. По-видимому, наиболее удобным показателем технической устойчивости управления может служить тренд выходной величины достаточно высокой степени m , построенный по данным нескольких последних лет, и по предсказанным точкам.

Устойчивым будем называть управление, при котором тренд обобщенного показателя качества Φ при оптимальном (по точности) значении степени тренда $m = m_{\text{опт}}$ не уходит от идеального значения этого показателя $\Phi = 0$ больше, чем на заданную величину $\Theta_s = \Delta\Phi$, в течение заданного интервала времени.

По МГУА можно построить сколь угодно сложный тренд, используя всего пять—семь точек предыстории, включая в это число и прогнозируемые точки.

Заметим, что условия устойчивости должны отражать конкретное физическое содержание. Так, для случая, рассмотренного выше согласно П. Парксу и Г. Пиатту, условие устойчивости выражено так: «экономика не должна расти быстрее, чем экспорт, включая государственные субсидии», и т. п.

Выбор оптимального и устойчивого управления ситуациями при помощи перебора вершин многомерных кубов (по алгоритмам МГУА). Решение второго вопроса (учитывающего эффект на ближайшие 10 лет) требуют другого подхода. Здесь можно снова воспользоваться основной идеей МГУА, основанной на генерации комбинаций и отбора некоторого количества лучших из них по эвристическим критериям.

Система управления является «грубой» по терминологии, принятой в теории колебаний: небольшие изменения регулирующих воздействий одного знака независимо от их величины изменяют показатели качества в одну и ту же сторону. Учитывая такой монотонный характер влияния регулирующих воздействий, проще всего найти оптимальное управление на будущий год простым перебором его вариантов, соответствующих вершинам многомерного куба управлений. Полный перебор вершин куба дает полную картину возможностей управления, но к сожалению, выполнить такой перебор на ряд лет вперед практически невозможно.

Перебор комбинаций возможных управлений при отборе одной из них. Можно предложить следующий алгоритм определения значений регулирующих воздействий на следующий, 16-й год:

а) при трех регулирующих воздействиях

$$\begin{aligned}
 v_{1(16)} = v_{1(16)} & \left| \begin{array}{l} +k(v_{1(13)} - v_{1(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{1(13)} - v_{1(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{2(16)} = v_{2(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{2(15)} - v_{2(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{2(15)} - v_{2(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{3(16)} = v_{3(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{3(15)} - v_{3(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{3(15)} - v_{3(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_4 &= v_{4(16)}^* ; \\
 v_5 &= v_{5(16)}^* ;
 \end{aligned}$$

б) при пяти регулирующих воздействиях

$$\begin{aligned}
 v_{1(16)} = v_{1(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{1(15)} - v_{1(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{1(15)} - v_{1(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{2(16)} = v_{2(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{2(15)} - v_{2(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{2(15)} - v_{2(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{3(16)} = v_{3(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{3(15)} - v_{3(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{3(15)} - v_{3(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{4(16)} = v_{4(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{4(15)} - v_{4(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{4(15)} - v_{4(14)}) \end{array} \right. ; \\
 v_{5(16)} = v_{5(16)}^* & \left| \begin{array}{l} +k(v_{5(15)} - v_{5(14)}) \\ 0 \\ -k(v_{5(15)} - v_{5(14)}) \end{array} \right. ;
 \end{aligned}$$

При постоянном значении величины шага k в случае (а) получим $3^3 = 27$ вариантов управления, а в случае (б) — $3^5 = 243$ вариантов управления. Задача состоит в том, чтобы выбрать лучшие, в определенном смысле, управления и, кроме того, выбрать только устойчивые управления с учетом ограничений.

Оценивать варианты управления можно по величине обобщенного показателя качества Φ .

Перебор комбинаций при отборе нескольких лучших из них. Алгоритм прогнозирования и выбора управления ситуациями на несколько лет вперед соответствует принципам эвристической самоорганизации, т. е. представляет собой последовательное включение генераторов, все более усложняющихся комбинаций и пороговых самоотборов по эвристическим критериям, подобно основному алгоритму МГУА.

На каждый последующий год при помощи порогов (Θ_4 — порог по показателю качества ситуации; Θ_5 — порог по критерию устойчивости управления) из 27 (или 243) указанных выше комбинаций отбирается не единственное, а определенное, сравнительно небольшое число вариантов управления. Схема алгоритма МГУА будет выглядеть так:

$$3 - 3^3 - 3 - 3^3 - 3 - 3^3 - 3 - \text{и т. д.}$$

или

$$5 - 5^5 - 5 - 5^5 - 5 - 5^5 - 5 - \text{и т. д.}$$

В общем случае при числе регулирующих воздействий N получим схему

$$N - N^N - N - N^N - N - N^N - N - \text{и т. д.}$$

Предсказание повторяется год за годом, пока не будет выяснена общая картина результатов управления на достаточно длинном отрезке времени.

Отличие алгоритмов краткосрочных и долгосрочных прогнозов. Вопросы, рассмотренные выше, относятся к задаче краткосрочного прогноза на один интервал времени (год) вперед.

При более долгосрочном предсказании определяются несколько формул предсказания для ряда лет с индексами $b_1, b_2, b_3, \dots, b_s$:

$$\varphi_{b_1} = f_1(\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots v_{b_1} v_{b_2} v_{b_3});$$

$$\varphi_{b_2} = f_2(\varphi_{b_1} \varphi_1 \varphi_2 \dots v_{b_1} v_{b_2} v_{b_3});$$

$$\varphi_{b_3} = f_3(\varphi_{b_2} \varphi_{b_1} \varphi_1 \dots v_{b_3} v_{b_2} v_{b_1} v_{b_2} v_{b_1}) \text{ и т. д.}$$

Получается, что предсказание идет год за годом, причем предсказанные значения для одного года принимаются в качестве аргументов предсказания последующего года.

Целенаправленная регуляризация. В МГУА среднеквадратичная ошибка, определяемая на проверочной последовательности данных, является основным арбитром, решающим все вопросы оптимизации параметров модели (полного описания).

В соответствии с этим при синтезе модели для краткосрочных прогнозов на 1—3 интервала (года) вперед используется проверочная последовательность, также состоящая из узлов интерполяции, с временем упреждения в 1—3 интервала.

При синтезе модели для долгосрочных прогнозов на 20—30 интервалов (лет) вперед желательно использовать проверочную последовательность, состоящую из точек с упражнением в 20—30 интервалов, чем, однако, обычно не располагают.

«Обратный» отсчет времени при долгосрочных прогнозах. Если такие данные трудно собрать, то при монотонном характере тренда процесса вместо точек с упреждением на 20—30 интервалов в проверочную последовательность нужно включить точки, имевшие место 20—30 интервалов тому назад. Таким образом, краткосрочное и долгосрочное прогнозирование по МГУА отличается только по составу используемой проверочной последовательности. При этом модель, прогнозирующая процесс вперед, может быть использована для восстановления утерянных или забытых данных. Мы как бы изменяем направление отсчета времени и полагаем, что алгоритм синтеза модели от этого не изменяется.

Практически прием состоит в том, что к заданной реализации случайного процесса добавляют в качестве ее продолжения некоторое преобразованное зеркальное его изображение (при котором монотонное изменение тренда продолжается). Реализация как бы удлинняется в два раза и характер процесса (спад или рост) сохраняется, что позволяет удлинить и проверочную последовательность.

Лучшим способом предсказания значения переменной на 2—3 года вперед является способ повторения предсказания год за годом (2 или 3 раза). Для более длительных сроков заблаговременности прогноза лучше всего

использовать несколько последних узлов интерполяции и несколько предсказанных точек для того, чтобы синтезировать по МГУА точный тренд оптимальной сложности с высокой степенью полинома. Число используемых узлов и точек следует снова оптимизировать по указанному выше критерию минимума ошибки на отдельной проверочной последовательности. Этот точный тренд можно использовать для долгосрочных предсказаний и, следовательно, для исследования технической устойчивости процессов управления в системе.

Причины неточности предсказания часто связаны с тем, что обучающая и проверочная последовательности, полученные при одних краевых условиях, используются для предсказания при других краевых условиях. Этой ошибки не будет, если сами краевые условия используются в качестве аргументов.

Другая причина кроется в самой динамике процесса: будущие значения переменных для некоторых процессов могут быть слабо коррелированы с прошлыми значениями. Такое положение наступает всегда при слишком большой заблаговременности однократного предсказания.

КОМБИНИРОВАННЫЕ АСУП НА ПРИНЦИПАХ САМООРГАНИЗАЦИИ

Более ста лет тому назад возникла задача стабилизации напряжения генераторов электрического тока. Первые решения задачи имели детерминистический характер: для компенсации падения напряжения от увеличения нагрузки была введена разомкнутая связь — компаундирование по току. Впоследствии этого оказалось недостаточно. В систему регулирования был добавлен корректор — регулятор по отклонению напряжения. Комбинированная система оказалась наиболее совершенной.

Известную аналогию с этим имеет развитие автоматизированных систем управления производством (АСУП). На современном этапе АСУП состоят из следующих подсистем: технико-экономическое планирование; материально-техническое снабжение; оперативное планирование; хозяйственный учет.

Эти системы имеют детерминистический характер, так как основаны на анализе входов и выходов, причин

и следствий. Настало время ввести в АСУП корректор, действующий по принципам самоорганизации, прогнозирующий будущее состояние объекта и оптимизирующий значения всех регулирующих воздействий. Пример, рассмотренный выше, показывает алгоритмы действия такого корректора в масштабе экономики одной страны. В масштабах предприятия или отрасли, синтез корректора будет таким же по сложности. Результирующая комбинированная АСУП будет наиболее эффективной.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Необходимо обратить внимание на то, что уравнения предсказания и управления были использованы как некоторое общее описание интересующей нас системы, минуя этап идентификации коэффициентов и решения уравнений динамики. Составление и идентификация дифференциальных уравнений динамики оказалась ненужной.

Полиномиальная теория динамических систем не требует информации о виде уравнений динамики, следовательно, она более адекватна сложным задачам управления, особенно оптимального управления с накоплением информации.

Итак, подход эвристической самоорганизации позволит решить задачу оптимизации сложности математических описаний в ряде интерполяционных задач технической кибернетики. Успех объясняется тем, что мы следовали в чисто кибернетическом духе основному алгоритму действия природы — правилам массовой селекции. Вместе с тем, нашли свое подтверждение представления о законе адекватности объекта и системы управления [30]. Что хорошо для простого объекта — не подходит к сложному. Оптимальная сложность отражает необходимую адекватность объекта и его описания. Теперь можно перейти к разработке сложных систем оптимального управления с накоплением информации по принципам эвристической самоорганизации.

Мы надеемся, что простота математических операций снимет известное разочарование в кибернетических методах распознавания и управления. Во всяком случае планы работы предприятий не будут пользоваться простым рецептом «предыдущий год плюс десять процентов».

С другой стороны, те, кто все еще верит в простое жесткое планирование сложной системы, должны понять свою принципиальную ошибку. С усложнением жизни нашего общества комбинированная система его управления будет усложняться, в первую очередь за счет добавления к детерминированной части самоорганизующихся корректоров по принципам эвристической самоорганизации.

Можно полагать, что известное свойство человека принимать довольно удачные решения в сложной обстановке по весьма коротким выборкам данных свидетельствует о том, что мозг человека в какой-то неведомой еще форме реализует некоторый (скорее всего логический) алгоритм МГУА. В мозгу реализуются системы частных логических описаний, обучаемых по коротким выборкам. Совместная система таких частных описаний позволяет получать «аналоги» очень сложных моделей окружающей среды, что и обеспечивает часто удивительно точные решения.

**Программа на языке транслятора Алгол-БЭСМ-6
для решения интерполяционных задач
по алгоритму МГУА с полиномами первой
или второй степени***

Приведенная ниже программа, моделирующая идентификатор по алгоритмам МГУА, дает возможность по ограниченному количеству исходных данных получить набор коэффициентов «частных» описаний, по которым, исключая промежуточные переменные, можно получить аналог «полного» описания объекта.

Программа состоит из следующих блоков:

- перебора переменных (строки 43—52);
- составления нормальных уравнений (строки 55—59);
- решения системы нормальных уравнений (строки 8—33, **PROCEDURE NEM**);
- вычисления среднеквадратичной погрешности на проверочной последовательности самоотбора (строки 60—95);

* Программа составлена инж. Ю. В. Коппа,

— вывода на печать значений коэффициентов «частных» описаний (строки 102—110).

Решение системы нормальных уравнений в программе осуществляется по схеме, предложенной В. С. Немчиновым, в основу которой положены ортогональные полиномы Чебышева. Особенность этой схемы состоит в том, что при необходимости одновременно с решением можно получить и статистические оценки полученных решений.

Программа написана в языке транслятора Алгол-БЭСМ-6. При переходе на другой транслятор нужно заменить процедуры ввода и вывода (INPUT, OUTPUT) и, возможно, учесть еще некоторые ограничения, налагаемые транслятором.

После выполнения программы на печать выводится такая информация:

1) характеристика данного идентификатора и объем исходной информации;

N — число столбцов расширенной матрицы, т. е. матрицы аргументов, дополненной вектором столбцов правых частей;

N_1 — число точек интерполяции;

K — число точек обучающей последовательности;

$K1$ — число точек проверочной последовательности;

L — число членов полиномов «частных описаний» ($L = 2, 3, \dots, 6$);

2) массив исходных данных, расположенных по строкам, первые K строк — обучающая последовательность, следующие $K1$ строк — проверочная последовательность;

3) номер этапа, индексы отобранных пар, значения коэффициентов «частных описаний», сумма квадратов отклонений на обучающей последовательности, сумма квадратов отклонений на проверочной последовательности.

Подготовка исходных данных

Исходные данные необходимо перевести из абсолютных значений в нормированные отклонения от среднего (или тренда), ранжировать по дисперсии и разбить на обучающую и проверочную последовательности. Получен-

ные таким образом данные записываются по строкам: в начале строки — аргументы, а в конце строки — значения функции.

Первые K строк — обучающая последовательность, следующие $K1$ строка — проверочная последовательность. На первой перфокарточке записывают характеристику идентификатора и объем исходной информации, т. е. последовательно записывают значения $N, N1, K, K1, L$.

Требования к точности счета увеличиваются с каждым рядом селекции. Для двух-трех рядов достаточна машина, учитывающая шесть — восемь разрядов для четвертого — шестого рядов требуется учет 11—15 знаков после запятой и т. д.

1. **BEGIN** INTEGER $N, N1, K, K1, L$; *INPUT* ($N, N1, K, K1, L$);
2. *OUTPUT* ('E' $N, N1, K, K1, L, '2/')$;
3. **BEGIN** ARRAY $X[1 : N1, 1 : N]$; *INPUT* (X);
4. **BEGIN** INTEGER J, I, H, G, F, R, T ;
5. *ARRAY* $S[1 : L + 1, 1 : L + 1], XП, XП[1 : N, 1 : N1], X1[1 : L + 1, 1 : N1]$;
6. $A2[1 : L + 1], D2[1 : N - 1, 1 : N - 1], KП[1 : N - 1, 1 : N - 1, 1 : L + 1]$;
7. *INTEGER* *ARRAY* $IH[1 : N - 1, 1 : N - 1]$;
8. *REAL* $D2M$;
9. *PROCEDURE* $NEM(L, S, A2)$;
10. *ARRAY* $S, A2$; *INTEGER* L ;
11. **BEGIN** *ARRAY* $A[1 : L + 1, 1 : L]$, $A1[1 : L + 1, 1 : 3]$; *INTEGER* I, J, H ;
12. *REAL* $S1$;
13. $A[1, 1] := 1/S[1, 1]$; **FOR** $I := 2$ **STEP** 1 **UNTIL** $L + 1$ **DO** **BEGIN**;
14. $A[I, 1] := S[I, 1]/S[1, 1]$; $A1[I, 1] := S[I, 1] - A[I, 1] \times S(1, 1)$ **END**;
15. **FOR** $J := 2$ **STEP** 1 **UNTIL** L **DO** **BEGIN** **IF** $A1[J, 1] = 0$ **THEN** **GOTO** E **ELSE** $A[J, J] := 1/A1[J, 1]$;
16. **FOR** $I := J + 1$ **STEP** 1 **UNTIL** $L + 1$ **DO** **BEGIN**
17. $S1 := 0$; **FOR** $H := 1$ **STEP** 1 **UNTIL** $J - 1$ **DO**;


```

18.  S1 := S1 + A[J, H] × S[I, H]; A1[1, 2] :=
    S[I, J] - S1;
19.  A[I, J] := A1[I, 2] × A[J, J]; FOR H :=
    1 STEP 1 UNTIL J-1 DO
20.  A[I, H] := A[I, H] - A[J, H] × A[I, J];
21.  A1[I, 1] := A1[I, 1] - A1[I, J] × A1[I, 2]
    END;
22.  FOR H := 1 STEP 1 UNTIL J-1 DO
23.  A [H, J] := A[J, H] × A[J, J];
24.  FOR I := 1 STEP 1 UNTIL J-1 DO
    BEGIN
25.  FOR H := J-1 STEP -1 UNTIL 1 DO
26.  A[H, J-1] := A[H, J-1] + (IF H = J-
    1 THEN A[J, H] × A[J-1, J]
27-28. ELSE - (A[J, H] × A[J-1, J])); END;
29.  GOTO B;
30.  E : FOR I := 1 STEP 1 UNTIL L+1 DO
    A[I, J] := 0;
31.  B: END;
32.  FOR I := 1 STEP 1 UNTIL L DO A2[I] :
    = A[L+1, I]; A2[L+1] := A1[L+1, 1]
33.  END;
34.  PROCEDURE Y (L, A, N, X, A2, X1);
35.  INTEGER L, A, N; ARRAY X, A2, X1;
36.  BEGIN INTEGER I, J; REAL S;
37.  FOR I := 1 STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
    S := 0;
38.  FOR J := 1 STEP 1 UNTIL L DO S :=
    S + A2[J] × X1[J, I]; X[A, I] = S;
39.  END END;
40.  OUTPUT ('E', X, '5/');
41.  BEGIN FOR I := 1 STEP 1 UNTIL N DO
42.  FOR J := STEP 1 UNTIL N1 DO XP
    [I, J] := X[J, I]; END;
43.  FOR T := 1 STEP 1 UNTIL N-1 DO
44.  BEGIN FOR I := 1 STEP 1 UNTIL N-2
    DO
45.  BEGIN FOR J := 1 STEP 1 UNTIL N 1
    DO
46.  BEGIN FOR H := 1 STEP 1 UNTIL N1 DO
47.  BEGIN F := 3; X1[1, H] := 1; X1[2, H] :=
    XP[I, H];

```

```

48.       $X1[3, H] := XP[J, H]$ ; IF  $L > 3$  THEN
      BEGIN  $F := F + 1$ ;
49.       $X1[F, H] := XP[I, H] \times XP[J, H]$  END;
      IF  $L > 4$  THEN
50.      BEGIN  $F := F + 1$ ;  $X1[F, H] := XP$ 
       $[I, H] \uparrow 2$  END; IF  $> 5$ 
51.      THEN BEGIN  $F := F + 1$ ;  $X1[F, H] :=$ 
       $XP[J, H] \uparrow 2$  END;
52.       $F := F + 1$ ;  $X1[F, H] := XP[N, H] \uparrow$  END;
53.      FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO
54.      FOR  $G := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO
       $S[H, G] := 0$ ;
55.      FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO
56.      FOR  $G := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO
57.      FOR  $F := 1$  STEP 1 UNTIL  $K$  DO
58.       $S[G, H] := S[G, H] + X1[H, F] \times X1[G, F]$ ;
59.      NEM ( $L, S, A2$ );
60. BEGIN REAL  $D, D1$ ;  $D1 := 0$ ;
61.      FOR  $H := K + 1$  STEP 1 UNTIL  $K + K1$ 
      DO
62.      BEGIN  $D := 0$ ; FOR  $F := 1$  STEP 1 UNTIL
       $L$  DO
63.       $D := D + A2[F] \times X1[F, H]$ ;  $D1 := D1 +$ 
       $(X1[L + 1, H] - D) \uparrow 2$  END;
64.      IF  $I = 1$  THEN BEGIN  $D2[T, J] := D1$ ;
       $Y(L, J, N1, X\pi, A2, X1)$ ;
65.       $IH[T, J] := I$ ; FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL
       $L + 1$  DO
66.       $K\pi[T, J, H] := A2[H]$  END ELSE
67.      BEGIN IF  $I = 2$  THEN BEGIN IF  $R = I \vee$ 
       $VR = J$  THEN
68.      BEGIN  $D2[T, R] := D1$ ;  $Y(L, R, N1, X\pi,$ 
       $A2, X1)$ ;
69.       $IH[T, R] := (IF R = I THEN J ELSE I)$ ;
70.      FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO  $K\pi$ 
       $[T, R, H] := A2[H]$ ;
71.       $R := 0$  GOTO D; END; END;
72.      IF  $D2[T, I] > D1$  THEN BEGIN IF  $IH[T,$ 
       $I] > I$  THEN BEGIN
73.      IF  $D2[T, IH[T, 1]] > D2[T, I]$  THEN GOTO
      C; END
74.      ELSE GOTO  $\Gamma$ 
75.      END

```

```

76. ELSE IF  $D2[T, J] > D1$  THEN
77. BEGIN  $D2[T, J] := D1$ ;  $Y(L, J, N1, X\P, A2, X1)$ ;  $IH[T, J] := I$ ;
78. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO  $K\P[T, J, H] := A2[H]$ 
79. END;
80. GOTO  $\mathcal{D}$ ;
81.  $C$  : BEGIN  $D2[T, IH[T, I]] := D2[T, I]$ ;
82. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $N1$  DO
83.  $X\P[IH[T, I], H] := X\P[I, H]$ ;  $IH[T, IH[T, I]] := I$ ;
84. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO  $K\P[T, IH[T, I], H] := K\P[T, I, H]$ ;
85.  $\Gamma : D2[T, I] := D1$ ;
86.  $Y(L, I, N1, X\P, A2, X1)$ ;  $IH[T, I] := J$ ;
87. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO  $K\P[T, I, H] := A2[H]$ ; END;
88.  $\mathcal{D}$  : END END
89. END; IF  $I = 1$  THEN BEGIN REAL  $D$ ;
90.  $R := 2$ ;  $D := D2[T, 2]$ ; FOR  $H := 3$ 
STEP 1 UNTIL  $N - 1$  DO
91. IF  $D > D2[T, H]$  THEN BEGIN  $R := H$ ;
 $D := D2[T, H]$  END;
92.  $D2[T, 1] := D2M := D$ ; FOR  $H := 1$ 
STEP 1 UNTIL  $N1$  DO
93.  $X\P[1, H] := X\P[R, H]$ ;  $IH[T, 1] = R$ ;
94. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $L + 1$  DO
 $K\P[T, 1, H] := K\P[T, R, H]$ ;
95. END;
96. END;
97. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $N - 1$  DO
98. FOR  $F := 1$  STEP 1 UNTIL  $N1$  DO  $X\P[H, F] := X\P[H, F]$ ;
99. FOR  $H := 1$  STEP 1 UNTIL  $N - 1$  DO IF
 $D2M > D2[T, H]$ 
100. THEN  $D2M := D2[T, H]$ ;
101. END;
102. BEGIN INTEGER  $I, J, H$ ; ARRAY  $A$  [1 :  $L + 4$ ];
103. FOR  $I := 1$  STEP 1 UNTIL  $N - 1$  DO BEGIN
104. OUTPUT ('2', 'E',  $I$ , '/');
105. FOR  $J := 1$  STEP 1 UNTIL  $N - 1$  DO
BEGIN

```

```

106.      A[1] := J; A[2] := IH[I, J]; FOR H :=
          3 STEP 1 UNTIL L + 3 DO
107.      A[H] := KP[I, J, H - 2]; A[L + 4] :=
          D2[I, J];
108.      OUTPUT ('E', A, '/')
109.      END; END;
110. END
111. END
112. END
113. END

```

Литература

1. Амосов Н. М. Метод моделирования социальных систем.— В сб.: «Вопросы эвристического моделирования». Вып. 2. Киев, Институт кибернетики АН УССР, 1969.
2. Амирбекян В. С., Даян С. В. Некоторые вопросы выбора оптимальной структуры ассоциативного элемента перцептрона.— «Вопросы радиоэлектроники». Серия ЭВТ, Вып. 7, 1967.
3. Амлинский Л. З., Несходовский В. И. Производственные испытания разомкнутой части системы управления установкой для непрерывной варки утфеля.— «Автоматика», 1966, № 6.
4. Бир Стаффорд. Кибернетика и управление производством. Перевод с англ. М., Физматгиз, 1963.
5. Боигард М. М. Проблемы узнавания. М., «Наука», 1967.
6. Васильев В. И. Дифференциальные экстремальные регуляторы. Киев, Изд-во АН УССР, 1964.
7. Васильев В. И. и др. Описание визуальных изображений с помощью функции перераспределения спектра.— «Автоматика», 1967, № 4.
8. Волохов В. С., Тулупчук Ю. М. Направленный поиск специфических признаков при помощи факторного анализа.— «Автоматика», 1968, № 1.
9. Волохов В. С., Зайченко Ю. П. Дисперсионный метод самопроизвольного (спонтанного) разбиения пространства изображений на компактные множества — образы.— «Автоматика», 1966, № 5.
10. Вычислительные машины и мышление. Сборник работ под ред. Э. Фейгенбаума и Дж. Фельдмана. Перевод с англ. М., «Мир», 1967.
11. Георгиевский В. Б. Метод определения динамических параметров систем управления (метод рекуррентных соотношений).— «Автоматика», 1966, № 3.
12. Гергей Т. Моделирование процессов самоустановления полюсов системы распознающей ситуации экстремального объекта.— «Автоматика», 1966, № 1; 1967, № 1.
13. Гергей Т. Теоремы об адекватности объекта и системы его распознавания.— «Автоматика», 1967, № 4; 1968, № 1.
14. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. М., «Наука», 1966.

15. Глушков В. М. Введение в кибернетику. Киев, Изд-во АН УССР, 1964.
16. Глушков В. М. Теория обучения одного класса дискретных перцептронов. — «Журнал вычислительной математики и математической физики». Т. 2, 1962, № 2.
17. Глушков В. М. К вопросу о самообучении в перцептроне. — «Журнал вычислительной математики и математической физики». Т. 2, 1962, № 6.
18. Глушков В. М. Распознавание образов в бионике. — В сб.: «Бионика». М., Изд-во АН СССР, 1965.
19. Грубов В. И. и др. Промышленная кибернетика. Киев, «Наукова думка», 1966.
20. Джозеф Р. Ф. Предсказание характеристик перцептрона. «Кибернетический сборник». М., 1962, № 4.
21. Зайченко Ю. П. Метод оценки числовых параметров конструкций. — «Автоматика», 1967, № 6.
22. Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. Киев, Гостехиздат УССР, 1957.
23. Ивахненко А. Г. и др. Индетерминированные распознающие и предсказывающие системы. — «Автоматика», 1967, № 2.
24. Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. Изд. 2-е. Киев, Гостехиздат УССР, 1962.
25. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы с положительными обратными связями. Киев, Изд-во АН УССР, 1963.
26. Ивахненко А. Г., Лапа В. Г. Кибернетические предсказывающие устройства. Киев, «Наукова думка», 1965.
27. Ивахненко О. Г. Кибернетичні системи з комбінованим керуванням. К., «Техніка», 1966.
28. Ивахненко А. Г., Зайченко Ю. П. Машины начинают мыслить. М., «Знание», 1967.
29. Ивахненко А. Г. Критерий числа разрешаемых споров. — «Автоматика», 1966, № 4.
30. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. К., «Техніка», 1969.
31. Ивахненко А. Г. Корреляционные методы в кибернетических системах автоматического управления. — «Автоматика», 1960, № 2.
32. Ивахненко А. Г. Общность и различие основных задач технической кибернетики. — «Автоматика», 1966, № 1.
33. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы управления с накапливающей матрицей установок. — «Автоматика», 1966, № 1.
34. Ивахненко А. Г. и др. Системы для распознавания движущихся тел. — «Автоматика», 1967, № 1.
35. Ивахненко А. Г. Метод группового учета аргументов — конкурент метода стохастической аппроксимации. — «Автоматика», 1968, № 3.
36. Ивахненко А. Г. и др. Метод группового учета коэффициентов в задаче распознавания образов и принятия решений. — «Автоматика», 1968, № 6.
37. Ивахненко А. Г. и др. Метод группового учета коэффициентов в задаче идентификации экстремального управления. — «Автоматика», 1969, № 2.
38. Ивахненко А. Г. и др. Алгоритм стохастической аппроксимации с точки зрения теории оптимальной фильтрации. — В сб.:

- «Теория автоматического управления». Вып. 1. Киев, Институт кибернетики АН УССР, 1968.
39. Ивахненко А. Г., Коппа Ю. В. Идентификация динамической и статической характеристик многоэкстремального объекта. — «Автоматика», 1969, № 4; 1970, № 2.
 40. Ивахненко Н. А. Эвристическая самоорганизующаяся программа для задач масс спектроскопии. — «Автоматика», 1969, № 3.
 41. Имас Л. Н. и др. Система «Альфа» распознает ситуации модели объекта экстремального управления. — «Автоматика», 1966, № 1.
 42. Квиташвили А. А. Некоторые возможности четырехслойного перцептрона с перекрестными связями. — «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1969, № 1.
 43. Круг Г. К., Круг Ю. Ю. Математический метод классификации древней керамики. Институт археологии. М., «Наука», 1965.
 44. Меншуткин В. В., Умнов А. А. Математическая модель простейшей водной экологической системы. — «Гидробиологический журнал», 1970, № 2.
 45. Мучник И. Б. Алгоритмы формирования локальных признаков для зрительных образов. — «Автоматика и телемеханика», 1966, № 10.
 46. Мюллер Д. и др. Планы и структура поведения. М., «Прогресс», 1965.
 47. Несходовский В. И., Хрущева Н. В. Комбинированная система управления экстремальным объектом с корректором — распознающей системой. — «Автоматика», 1967, № 3.
 48. Нильсон Н. Д. Обучающиеся машины. М., «Мир», 1967.
 49. Отхмезур Г. Л. О свойствах признаков и шестой положительной обратной связи. — «Автоматика», 1963, № 2.
 50. Петров А. П. О возможностях перцептрона. — «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1964, № 6.
 51. «Психология мышления». Сборник переводов с немецкого и английского. М., «Прогресс», 1965.
 52. Принципы самоорганизации. Сб. статей под ред. А. Я. Лернера. М., «Мир», 1966.
 53. Павлов А. А. Критерий ранжировки для пороговых самоотборов переменных в алгоритмах МГУА. «Автоматика», 1969, № 3.
 54. Пранчишвили А. С. Исследования по психологии установки. Тбилиси, «Мецниереба», 1967.
 55. Растринги Л. А. Теория и применение случайного поиска. Рига, «Зинатне», 1969.
 56. Растринги Л. А. Этот случайный, случайный, случайный мир. М., «Молодая гвардия», 1969.
 57. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Перцептрон и теория механизмов мозга. М., «Мир», 1965.
 58. Розенблатт Ф. Аналитические методы изучения нейронных сетей. Зарубежная радиоэлектроника. М., «Советское радио», 1965, № 8.
 59. Розенблатт Ф. Обобщенные восприятия по группам преобразования. — В сб.: «Самоорганизующиеся системы». М., «Мир», 1964.

60. Рейтман У. Познание и мышление. Моделирование на уровне информационных процессов. Перевод с англ. под редакцией А. В. Напалокова, М., «Мир», 1968.
61. Себестиян Г. С. Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, «Техніка», 1965.
62. Сочивко В. П. Электрические модели нейронов. М., «Энергия», 1965.
63. Сходимость процессов самоорганизации «полюсного газа» (результаты конкурса молодых ученых). — «Автоматика», 1967, № 4.
64. Самообучающиеся автоматические системы. Сб. докладов под ред. А. А. Фельдбаума. М., «Наука», 1965.
65. Сванидзе Г. Г. Основы расчета регулирования речного стока методом Монте Карло. Тбилиси, 1964.
66. Уайлд Д. Дж. Методы поиска экстремума. М., «Наука», 1967.
67. Фогель Л. и др. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование. М., «Мир», 1968.
68. Флаиаган Дж. Принципы моделирования слуха. М., «Мир», 1968.
69. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
70. Эшби У. Р. Конструкция мозга. М., «Мир», 1964.
71. Эшби У. Р. Схема усилителя мыслительных способностей. — В сб.: «Автоматы». Под редакцией К. Э. Шеннона и Дж. Маккарти. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
72. Эшби У. Р. Математические модели и анализ на вычислительных машинах центральной нервной системы. — «Автоматика», 1967, № 1.
73. Чавчанидзе В. В., Кумшишвили В. А. Об определении законов распределения на основе малого числа наблюдений. «Применение вычислительной техники для автоматизации производства (Труды совещания). М., Машгиз, 1959, 1961.
74. Читающие автоматы. Сб. статей под ред. В. А. Ковалевского. Киев, «Наукова думка», 1965.
75. Черкашин Н. А., Федоренко М. А. Индетерминированная модель стохастического процесса подземного локомотивного транспорта. — «Автоматика», 1966, № 6.
76. Чью Д. Аналитическая теория S-матрицы. М., «Мир», 1968.
77. Шлезингер М. И. Опыты по моделированию системы «Альфа» с положительной обратной связью. — «Автоматика», 1963, № 2.
78. Шлезингер М. И. Взаимосвязь обучения и самообучения в распознавании образов. — «Кибернетика», 1968, № 2.
79. Ясулайтис А. И. Предсказывающие устройства. — «Автоматика», 1965, № 5.

Содержание

	Стр.
Предисловие	3
Глава 1. Проблема эвристической самоорганизации	7
Общий подход к решению разнообразных задач управления и обработки информации	7
Детерминированные, вероятностные и индетерминированные процессы	8
Специфические и общие подходы в кибернетике	10
Детерминизм и самоорганизация как два противоположные способа мышления при решении задач	12
Предел возможностей детерминистического (специфического) подхода	13
Основные понятия самоорганизации	14
Принцип неокончателных решений	17
«Гипотеза селекции» в теории сложных систем	21
Перцептрон как пример самоорганизующейся системы	23
Эвристики, результаты их применения и выводы о детерминизме окружающего нас мира	26
Детерминистические результаты эвристической теории	27
Глава 2. Перспективы развития цифровых вычислительных машин	28
Значение технической кибернетики	28
Основной вклад кибернетики — прогнозирование будущего развития	29
Два основных принципа прогнозирования	30
Управляющие и вычислительные машины	34
Глава 3. Основные проблемы технической кибернетики	39
Динамика развития технической кибернетики	39
Проблема формализации	41
Искусственная личность — Алдос	45
Мышь Шеннона	45
Формализация смысла слов (проблема семантики)	47
Другие причины, по которым формализация задач часто становится невозможной	50
Нецифровой ввод и обработка информации	51
Проблема многомерности	52
«Модель» и демонстрационный «макет» объекта исследования	54
Принцип множественности моделей	56
Траектории процессов генерации эвристик в смысловом пространстве человека	59
Смысловое пространство макро- и микрогипотез	62
Глава 4. Задачи самонастраивающихся и экстремальных систем управления	65
Задачи классической теории автоматического регулирования и новые интерполяционные задачи технической кибернетики	65
Правила составления нормальных уравнений Гаусса	67
Вывод нормальных уравнений	69
Правило четности характеристики (критерий Эйкгофа)	70
Задача самонастраивающихся систем	72

Задачи оптимального и экстремального управлений	75
Применение стохастической аппроксимации и метода накопления опыта для идентификации объектов управления	81
Адаптация и эволюция	84
Решение экстремальной задачи на уровне обучающихся моделей	86
Идентификация объекта (построение его математической модели) при помощи решения системы нормальных уравнений Гаусса	87
«Зубцы» на характеристике разомкнутой части комбинированной экстремальной системы	88
Комбинированная экстремальная система с обучающейся моделью	90
Детерминизованная и вероятностная модели (в связи с решением систем условных и нормальных уравнений Гаусса)	92
Почему идентификация модели экстремального объекта должна быть реверсивной?	93
Глава 5. Задача предсказания случайных процессов	96
Предсказывающая модель и сглаживающий фильтр	96
Теория оптимального предсказывающего фильтра	98
Дискретный степенной полином Колмогорова — Габора	98
Предсказуемость случайных процессов	100
Краткие сведения из анализа погрешностей предсказания	102
Решение задачи синтеза предсказывающего фильтра на уровне адаптации	105
Решение задачи предсказания на уровне обучающейся модели	106
Особенность предсказывающих фильтров	107
Опасность многомерности и опасность плохой обусловленности матриц	108
Глава 6. Эвристическая самоорганизация	109
Системы самоорганизации с интегральными управляющими воздействиями	109
«Гипотеза селекции» в теории сложных систем	113
Формулировка «гипотезы селекции»	116
Метод группового учета аргументов и «гипотеза селекции»	117
Примеры систем эвристической самоорганизации в технической кибернетике	119
Элементы структурной классификации систем эвристической самоорганизации	125
Метод группового учета аргументов для решения интерполяционных задач	126
Критерий оптимальности МГУА	126
Основные правила конструирования алгоритмов МГУА	128
Основные преимущества МГУА	129
Способы разделения имеющихся данных на обучающую и проверочную последовательности	130
Практическое правило оптимизации порогов	131

Правило остановки наращивания рядов и оптимизация порогов	140
Вероятностные логические фильтры, предсказывающие события	141
Логические предсказывающие фильтры, учитывающие предысторию (сложные марковские фильтры)	142
Замена наращивания сложности формул «по горизонтали» наращиванием сложности «по вертикали» (для учета зависимых аргументов)	144
Однорядные и многорядные структуры распознающих систем	146
Применение МГУА для обработки небольшого числа данных, полученных «методом экспертных оценок» (от наиболее опытных специалистов)	147
Конструирование многорядных фильтров (моделей) оптимальной сложности по МГУА	148
Множественность математических моделей и единственность оптимальной модели для заданного множества аргументов	151
Об оптимальной сложности полной модели	152
Регуляризация решающих функций	153
Структурная надежность систем самоорганизации, Отбрасывание частных полиномов, приводящих к плохо обусловленным матрицам	154
Ранжировка точек интерполяции по дисперсии	155
Об оптимальном соотношении длины обучающей и проверочной последовательностей	156
Увеличение объема исходных данных при помощи генерации дополнительных точек интерполяции	158
Задача идентификации статической характеристики многоэкстремального объекта	162
Приведение задачи предсказания случайного процесса к задаче идентификации сложной гиперповерхности	163
Приведение задачи распознавания образов к задаче идентификации сложной гиперповерхности	164
Алгоритм МГУА с линейными полиномами. Синтез системы управления с накоплением информации	166
Решение задачи синтеза с накоплением информации при помощи нормальных уравнений Гаусса	168
Решение задачи синтеза управления с накоплением информации при помощи МГУА	169
Другие примеры самоорганизации	173
Самоорганизация распознающей системы в задаче управления при двухбальном измерении показателя качества	173
Пояснение применения терминов «самоорганизация» и «эвристическая самоорганизация»	177
Развитие «гипотезы селекции» вплоть до использования идеи гибридизации семян	180
Закон адекватности в теории самоорганизации	180
Применение случайного поиска партнеров в алгоритмах МГУА	182
Об исследовании достоверности результатов МГУА	182

Глава 7. Примеры применения метода группового учета аргументов для решения типовых интерполяционных задач технической кибернетики	183
Предварительные замечания	183
Однотипность эвристик и особенности алгоритмов решения отдельных задач	184
Предсказание амплитуды максимума солнечной активности по алгоритму МГУА с линейными полиномами (пример I)*	186
Ранжировка точек интерполяции по величине дисперсии	190
Линейная регрессия	190
Об оптимизации числа пропускаемых переменных (порогов)	191
Конструирование коэффициентов полного полинома	199
Квадратичная регрессия	200
Идентификация характеристики экстремального объекта по алгоритму МГУА с линейными полиномами (пример II)*	201
Правила селекции промежуточных переменных в алгоритме с линейными полиномами	202
Оптимизация степеней полного полинома	210
Метод идентификации динамических характеристик	210
Предсказание площади посева пшеницы по алгоритму МГУА с квадратичными полиномами (пример III) [35]	213
Идентификация характеристик экстремальных объектов по алгоритму МГУА с квадратичными полиномами (пример IV) [37, 39]*	229
Распознавание археологических находок по алгоритму МГУА с квадратичными полиномами (пример V) [36]	237
Дискретное предсказание расхода воды в р. Волге по алгоритму МГУА с вероятностными графами (пример VI)*	243
Распознавание продолжительности деструкции пестицидов по алгоритму МГУА байесовского типа (пример VII)*	255
Вероятностные алгоритмы МГУА	259
Генерация комбинаций, обучения, отбор частных описаний по точности и правило перехода от одного ряда селекции к следующему	260
Распознавание продолжительности деструкции пестицидов по многорядному алгоритму теории статистических решений (пример VIII)*	266
Многорядный алгоритм принятия решений	267
Теорема о сходимости многорядного алгоритма к оптимальному решению	269
Адаптация матрицы потерь в многорядном алгоритме принятия решений к устойчивому виду	274
Глава 8. Элементы полиномиальной теории динамических систем	284
Основные идеи построения новых теорий динамических систем	284
Характеристический вектор	285

Полиномиальные описания в теории динамических систем	286
Элементы полиномиальной теории детерминированных систем	289
Уравнения предсказания и управления для нелинейных детерминированных звеньев	295
Структурные преобразования схемы соединения звеньев	296
Критерий устойчивости	302
Элементы полиномиальной теории сложных стохастических систем	303
Многократные полиномиальные описания	304
Задача оптимального управления ситуациями с накоплением информации	306
Особенность подхода самоорганизации и косвенное измерение существенных переменных	307
Алгоритм МГУА с последовательным вводом переменных*	308
Комбинированный метод моделирования	312
Обработка входной информации	313
Правило остановки увеличения числа рядов селекции	314
Разделение опытных данных на обучающую и проверочную последовательности	316
Учет нестационарности процессов	317
Синтез одного из уравнений управления для экономической системы Англии при помощи алгоритма МГУА с последовательным вводом переменных (пример IX)	317
Предсказание значения показателя Φ_1 на следующий, шестнадцатый год	336
Усредненный показатель качества	340
Требования к точности вычислительной машины	340
Решение задачи по алгоритму МГУА с квадратичными полиномами	340
Неадекватность обычной теории регулирования	348
Вопросы оптимального управления с накоплением информации	349
Классическое исследование устойчивости на бесконечном интервале времени	351
Комбинированные АСУП на принципах самоорганизации	356
Заключительные замечания	357
Программа на языке транслятора Алгол-БЭСМ-6 для решения интерполяционных задач по алгоритму МГУА с полиномами первой или второй степени*	358
Подготовка исходных данных	359
Литература	364

Сдано в набор 16. III. 1971 г. Подписано к печати 12. X. 1971 г. Формат бумаги 84 × 108^{1/32}. Бумага типографская № 1. Объем: 11.625 физ. л., 19,53. усл. л., 21,33 уч.-изд. л. Тираж 4000. Зак. 1-950. БФ 03239. Цена 1 руб. 14 коп.

Издательство «Техника», Киев, 4, Пушкинская, 28
 Типоофсетная фабрика «Коммунист» Комитета по печати при Совете Министров УССР. Харьков, Энгельса, 11.